



UNIVERSITAT  
POLITÈCNICA  
DE VALÈNCIA

# Estrategias Financieras Sintéticas con Opciones de Venta y Futuros

<b>Apellidos, nombre</b>	Burgos Simón, Clara; Cortés López, Juan Carlos; Navarro Quiles, Ana ( <a href="mailto:clabursi@posgrado.upv.es">clabursi@posgrado.upv.es</a> ; <a href="mailto:jccortes@imm.upv.es">jccortes@imm.upv.es</a> ; <a href="mailto:annaqui@posgrado.upv.es">annaqui@posgrado.upv.es</a> )
<b>Departamento</b>	Matemática Aplicada Instituto Universitario de Matemática Multidisciplinar
<b>Centro</b>	Facultad de Administración y Dirección de Empresas



## 1 Resumen de las ideas clave

En este trabajo se muestra una relación fundamental entre el precio de un contrato de futuro y las primas de una opción de compra europea y una opción de venta europea, todos ellos sobre un mismo subyacente y un mismo vencimiento. La deducción se realiza de dos formas, primero a través de una posición inversora creada con un futuro comprado y con una put europea vendida y, en segundo lugar, con una posición inversora consistente en la venta de un futuro y la compra de una opción put europea.

## 2 Introducción

Por su uso extendido en la literatura financiera, a lo largo de la exposición se indicará la terminología más importante en inglés.

Un "futuro" es un contrato para comprar una cierta cantidad de un activo subyacente (**underlying asset**) a un precio fijo,  $K$ , denominado precio de ejercicio (o **strike** o **settlement price** o **delivery price**). Este precio se paga al vencimiento (**maturity** o **expiration time** o **settlement date** o **delivery date**) del contrato, el cual se denota por  $T$ .

La parte que acepta comprar el activo subyacente se dice que toma una posición larga (**long position**) sobre el contrato y se denomina el comprador (**buyer**) del contrato, mientras que la parte que acepta vender el subyacente adquiere una posición corta (**short position**) sobre el contrato y se denomina el vendedor (**seller**) del contrato.

A diferencia de lo que sucede con otros productos financieros más sencillos y, también muy populares, como el "forward" (a veces también llamado **plain-vanilla forward**), entrar en un contrato de futuro requiere el depósito de un margen (**margin**) por parte del comprador (quien adquiere la posición larga) para cubrir los potenciales cambios diarios de precio del subyacente que desea adquirir.

Como se mostrará posteriormente (véase la Fig.1), la posición de un futuro (tanto en la posición larga como en la corta) es muy sencilla, y en un porcentaje muy alto (que oscila entre el 98% y el 99%), la mayor parte de estos contratos, en la práctica real, no llegan a cerrarse. En estas páginas se va a estudiar la conexión entre el precio de un futuro y las primas de una opción de compra (o call) europea y de una opción de venta (o put) europea sobre el mismo subyacente y mismo vencimiento. Las opciones son productos financieros más complejos que los futuros. En [1] puede consultarse las principales características de las opciones financieras de compra y de venta.

## 3 Objetivos

Los principales objetivos docentes de este artículo son que el alumno sea capaz de:

- Definir la estrategia inversora de un futuro.
- Determinar gráfica y algebraicamente los beneficios/pérdidas que arrojan los futuros en posiciones largas y cortas.



- Determinar, a través de dos formas distintas, la relación fundamental entre los precios de un futuro y las primas de una cal y una put de tipo europea sobre un mismo subyacente y con un mismo vencimiento.

## 4 Futuros

En la Ec.1 se muestra la función matemática de los beneficios/pérdidas de un futuro comprado (posición larga) y de un futuro vendido (posición corta) sobre un subyacente con vencimiento en el instante  $T$  y precio de ejercicio  $K$ .

$$(B/P)_{FL}(S_T) = S_T - K, \quad (B/P)_{FC}(S_T) = -S_T + K, \quad S_T, K > 0.$$

*Ecuación 1. Función de beneficios/pérdidas, (B/P), de una posición larga (L) y de una posición corta (C) de un futuro (F) con precio de ejercicio (K) y valor del subyacente a vencimiento  $T > 0$ , dado por  $S_T$ .*

Es importante observar que:

- Si a vencimiento el subyacente es mayor que el precio de ejercicio, se cierra el contrato, y la posición larga tendrá un beneficio igual a la diferencia  $S_T - K > 0$ , y por tanto la posición corta una pérdida de igual valor, pero de signo contrario,  $-S_T + K < 0$ .
- Si a vencimiento el precio del subyacente  $S_T$  es menor que el precio de ejercicio  $K$ , sucederá lo contrario, es decir, la posición larga tendrá una pérdida de valor  $S_T - K < 0$ , y la posición corta un beneficio igual a  $-S_T + K > 0$ . Por tanto, sucede justo lo contrario que en la situación anterior.

En la Fig.1 se han representado los diagramas de beneficios/pérdidas de la Ec.1.

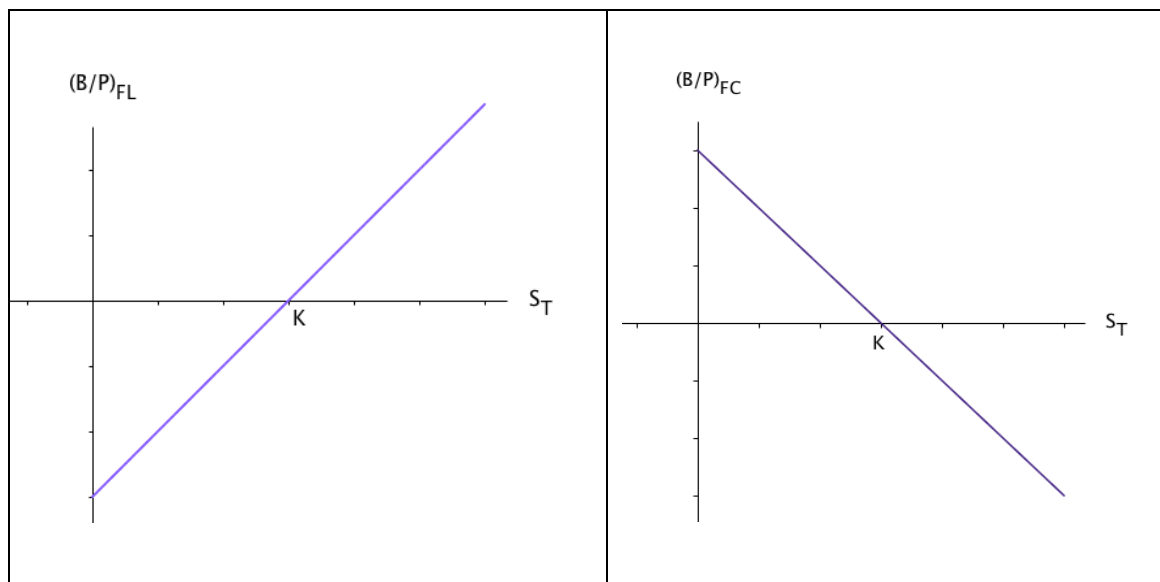


Figura 1. Representación gráfica de las funciones de beneficios/pérdidas a vencimiento de la Ec.1. A la izquierda se representa la posición del comprador del futuro (FL), quien tiene una posición larga y, a la derecha el vendedor del futuro (FC), quien tiene una posición corta.



## 5 Estrategias sintéticas con una opción de venta y un futuro

En este apartado se estudia, utilizando la potencia del lenguaje algebraico, estrategias financieras, denominadas "estrategias sintéticas", creadas a partir de una opción de venta o put option y un futuro. El análisis incluye la deducción del diagrama de beneficios/pérdidas de la posición creada a partir del rango de posibles valores del subyacente a vencimiento. Este diagrama permite deducir la visión, a vencimiento, de un inversor que adopta esta posición inversora y las ventajas que dicha posición acarrea. Adicionalmente, permite deducir la relación fundamental entre opciones de compra (call), y opciones de venta (put) y futuros sobre un mismo subyacente y vencimiento. Esta relación se muestra en la Ec.2.

$$"CALL - PUT = FUTURO"$$

Ecuación 2. Relación fundamental entre opciones y futuros sobre un mismo subyacente y un mismo vencimiento.

### 5.1 Estrategia protectora con una opción de venta para un futuro comprado

Esta posición consiste en:

- Posición larga en un futuro, es decir, compra de un futuro con precio de ejercicio  $K$  sobre un subyacente y vencimiento  $T$ .
- Posición larga de una opción de venta o put comprada sobre el mismo subyacente con el mismo precio de ejercicio  $K$  y mismo vencimiento  $T$ .

En la Ec.3 se especifica la expresión algebraica de la posición total anterior. Para su cálculo se ha tenido en cuenta la expresión  $(B/P)_{FL}(S_T)$ , dada en la Ec.1, y la expresión  $(B/P)_{PL}(S_T)$  de una put comprada (posición larga sobre una put) dada en la Ec.2 de la referencia [1].

$$(B/P)_{FL}(S_T) = S_T - K,$$

$$(B/P)_{PL}(S_T) = \begin{cases} -S_T + (K - P) & \text{si } 0 \leq S_T \leq K, \\ -P & \text{si } S_T \geq K. \end{cases}$$

$$(B/P)_{TOTAL}(S_T) = \begin{cases} -P & \text{si } 0 \leq S_T \leq K, \\ S_T - (K + P) & \text{si } S_T \geq K. \end{cases}$$

Ecuación 3. Diagrama de beneficios/pérdidas de la posición total,  $(B/P)_{TOTAL}(S_T)$ , de una estrategia protectora con una put cuando se ha comprado un futuro.

En la Fig. 2 se ha representado la función  $(B/P)_{TOTAL}(S_T)$  dada en la Ec.3. A partir de ella y de la expresión algebraica dada en la Ec.3 de la referencia [1], se reconoce que la posición adoptada con esta estrategia es precisamente la de una call comprada con mismo vencimiento y misma prima,  $P$ , de la put.

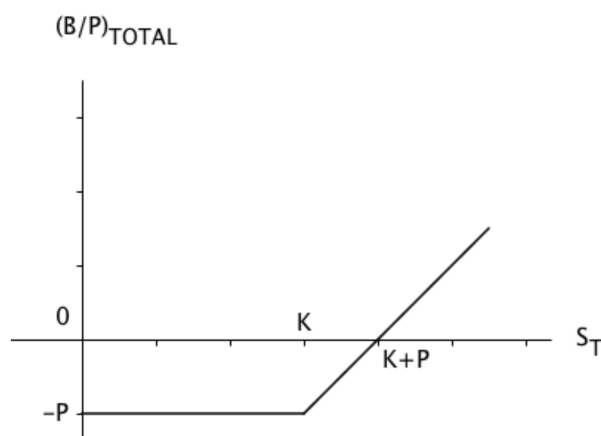


Figura 2. Representación gráfica de la función  $(B/P)_{TOTAL}(S_T)$  dada en la Ec.3 y que corresponde a una estrategia protectora con una put para un futuro comprado.

Obsérvese que del análisis anterior hemos deducido

$$"FUTURO + PUT = CALL",$$

ya que en nuestra posición hemos adquirido un futuro, por ello ponemos "*FUTURO*" y hemos comprado una put, por ello ponemos "+*PUT*", y la posición inversora resultante es equivalente a la compra de una call, por eso hemos puesto, "*CALL*". Si reescribimos la relación anterior, observamos que equivale a la identidad mostrada en el Ec.1. Esta es una de las relaciones fundamentales de los productos sintéticos de las Finanzas porque permite relacionar inversiones de futuros con inversiones de derivados (opciones compra y venta) y deducir, una relación de equivalencia entre ellos que a priori no es sencilla de "adivinar" y que en palabras nos indica que: "la compra de una call equivale a la compra de un futuro y de una put sobre el mismo subyacente, la misma fecha de vencimiento y el mismo precio de ejercicio, es decir,

$$"CALL = FUTURO + PUT".$$

Por supuesto, reordenado esta identidad de otra forma distinta, pero equivalente, puede reinterpretarse la posición financiera de otro modo equivalente, por ejemplo, "la compra de una put y la venta de una call equivale a la venta de un futuro sobre el mismo subyacente, la misma fecha de vencimiento y el mismo precio de ejercicio, es decir,

$$"PUT - CALL = -FUTURO".$$

Finalmente, señalemos que la denominación "estrategia protectora con una put para un futuro comprado" de esta inversión proviene de que la posición larga en la put cubre o protege al inversor que adopta esta estrategia de una caída del subyacente o acción, ya que en ese caso la pérdida se limita al valor de la prima  $P$  (véase gráfica  $(B/P)_{PL}$  de la Fig.2 de la referencia [1]).

## 5.2 Estrategia protectora con una put sobre un futuro vendido

Como el propio nombre indica, y teniendo en cuenta cómo se ha construido la estrategia protectora con una put para un futuro comprado, esta estrategia consiste en:



- Posición corta de futuro, es decir, venta de un futuro con precio de ejercicio  $K$  sobre un subyacente y vencimiento  $T$ .
- Posición corta de una opción de venta o put vendida sobre el mismo subyacente con el mismo precio de ejercicio  $K$  y mismo vencimiento  $T$ .

En la Ec.4 se especifica la expresión algebraica de la posición total anterior. Para su cálculo se ha tenido en cuenta la expresión  $(B/P)_{FC}(S_T)$ , dada en la Ec.1, y la expresión  $(B/P)_{PC}(S_T)$  de una put vendida (posición corta de una put).

$$(B/P)_{FC}(S_T) = -S_T + K.$$

$$(B/P)_{PC}(S_T) = \begin{cases} S_T - (K - P) & \text{si } 0 \leq S_T \leq K, \\ P & \text{si } S_T \geq K. \end{cases}$$

$$(B/P)_{TOTAL}(S_T) = \begin{cases} P & \text{si } 0 \leq S_T \leq K, \\ -S_T + K + P & \text{si } S_T \geq K. \end{cases}$$

Ecuación 4. Diagrama de beneficios/pérdidas de la posición total,  $(B/P)_{TOTAL}(S_T)$ , de una estrategia protectora con una put sobre un futuro vendido.

En la Fig.3 se ha representado la función  $(B/P)_{TOTAL}(S_T)$ . A partir de ella y de la expresión algebraica dada en la Ec.4, se reconoce que la posición adoptada con esta estrategia es precisamente la de una call vendida (véase [1]).

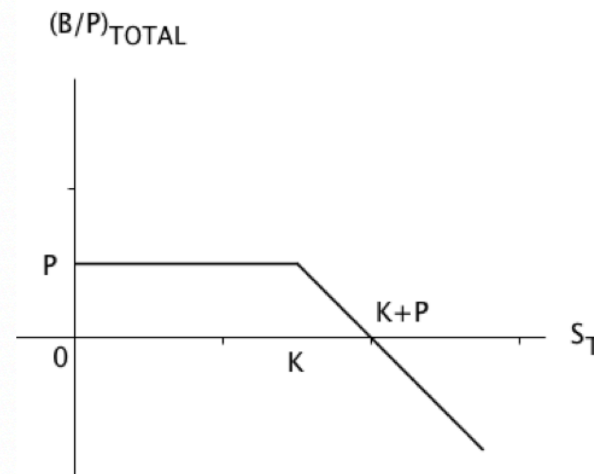


Figura 3. Representación gráfica de la función  $(B/P)_{TOTAL}(S_T)$  dada en la Ec.4 y que corresponde a una estrategia protectora con una put sobre un futuro vendido.

Obsérvese que del análisis anterior hemos deducido

$$"- FUTURO - PUT = -CALL",$$

donde " $- FUTURO$ " indica la posición de venta del futuro, " $- PUT$ " representa la venta de una put y su suma es la posición inversora resultante, " $-CALL$ " es decir la venta de una opción call. Si reordenamos esta expresión se obtiene la identidad dada en la Ec.2. Con ello vemos cómo se pueden adaptar posiciones inversoras equivalentes a partir de inversiones "aparentemente diferentes".



## 6 Cierre

En estas páginas se ha estudiado una relación fundamental entre el precio de un futuro y las primas de una opción de compra (o call) y una opción de venta (o put) ambas de tipo europeo. Esta relación se ha establecido de dos formas distintas, pero equivalentes, consistentes en la compra de un futuro y la compra de una put, o en la venta de un futuro y la venta de una put. De ambas se ha deducido que la posición creada es equivalente a una call comprada o una call vendida, respectivamente.

El análisis se ha realizado con ayuda de la formulación matemática, los diagramas de beneficio/pérdida para el futuro y las opciones.

## 7 Bibliografía

[1] J.C. Cortés, A. Navarro-Quiles: "*Fundamentos sobre opciones financieras: Una revisión desde una perspectiva matemática*". <https://riunet.upv.es/handle/10251/68275>

[2] J.C. Hull: *Options, Futures and Other Derivatives*, Prentice Hall, 5ª edición, 2003.

Se trata de un texto excelente donde puede encontrarse una introducción a las opciones financieras desde un enfoque que combina los aspectos cualitativos financieros con un nivel matemático elemental.