



UNIVERSIDAD
POLITECNICA
DE VALENCIA

Determinación del trabajo en la expansión reversible de un gas ideal

| | |
|--------------------------|---|
| Apellidos, nombre | Atarés Huerta, Lorena (loathue@tal.upv.es) |
| Departamento | Departamento de Tecnología de Alimentos |
| Centro | ETSIAMN (Universidad Politécnica de Valencia) |



1 Resumen de las ideas clave

En este objeto de aprendizaje se van a tratar bases teóricas de la Termodinámica. Se describirá el método de cálculo del trabajo implicado en la expansión reversible de un gas ideal, conociendo previamente sus volúmenes inicial y final, y las condiciones del proceso. Se adaptará el cálculo a dos supuestos: una expansión a presión externa constante, y un segundo supuesto a temperatura constante.

2 Introducción

En física general se define el trabajo como el producto de una fuerza por un desplazamiento. Existen muchos tipos de trabajo (magnético, eléctrico...) pero en el contexto de la termodinámica nos interesa especialmente el llamado trabajo mecánico o de compresión-expansión. Este trabajo es un modo en el cual el sistema bajo estudio (un gas ideal) intercambia energía con los alrededores. Al expandirse en el interior de un recipiente con una pared móvil, el gas empuja esta pared hacia fuera y cede trabajo a los alrededores. En cualquier caso, para que tenga lugar un intercambio de trabajo debe tener lugar un cambio de volumen en el sistema ^[1].

Para calcular el valor numérico del trabajo implicado en un proceso de expansión, se debe tener en cuenta por un lado el estado inicial y final del gas (qué volumen ocupa el mismo al principio y al final del proceso de expansión), y por otro lado el modo en el cual tiene lugar el proceso (las condiciones de proceso). El modo en el cual tiene lugar el proceso afecta, y puede llegar a tener un efecto muy importante, sobre el valor numérico del trabajo.

3 Objetivos

Con la redacción de este artículo docente se persigue que los alumnos adquieran la capacidad de:

- Comprender el cálculo del trabajo implicado en la expansión reversible de un gas ideal.
- Resolver problemas numéricos relacionados con los conceptos expuestos, en concreto para dos supuestos: presión externa constante y temperatura constante.

4 Desarrollo

Para comenzar, se va a obtener, a través de una deducción sencilla, la ecuación que se utilizará para calcular el trabajo implicado en la expansión reversible de un gas ideal. A continuación se aplicará la ecuación obtenida en un problema numérico que incluye dos supuestos diferentes, adaptando el desarrollo matemático a cada uno de los dos supuestos.



4.1 ¿Cómo calcular el trabajo?

Para llegar a deducir la ecuación que finalmente aplicaremos, necesitamos partir de la definición de trabajo. En física básica, se define trabajo como el producto de fuerza por desplazamiento. En forma diferencial, la ecuación que describe esta definición sería [2]:

$$dW = F dx$$

Ecuación 1: definición diferencial del trabajo

Inicialmente, el gas ideal se encuentra encerrado en un recipiente con una pared móvil, de modo que su volumen puede variar empujando el pistón hacia fuera. La imagen 1 describe este proceso, donde la posición inicial del pistón correspondería a l , y la final a b , habiendo tenido lugar un desplazamiento x .

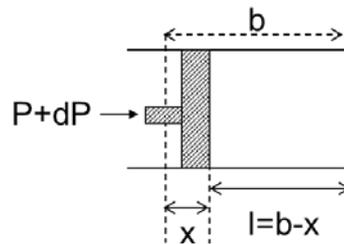


Imagen 1 desplazamiento del pistón (pared móvil) en la expansión de un gas ideal.

A partir de la ecuación 1 y teniendo en cuenta que la fuerza equivale al producto de la presión externa por el área del pistón, se obtiene la ecuación 2

$$dw = P_{\text{ext}} \cdot A \cdot dx$$

ecuación 2

Finalmente, teniendo en cuenta la geometría del recipiente, se puede llegar a deducir la ecuación que realmente utilizaremos para el cálculo del trabajo:

$$w = \int_{V_1}^{V_2} -P_{\text{ext}} \cdot dV$$

ecuación 3

4.2 Cálculo del trabajo implicado en la expansión reversible de un gas ideal

Tras haber expuesto los conceptos básicos relativos al cálculo del trabajo, se va a proponer y resolver un problema numérico que contempla dos supuestos: expansión reversible contra una presión externa constante, y a temperatura constante. Éste es el enunciado del problema:



¿Qué trabajo se realiza en la expansión reversible de 1 mol de gas ideal desde $0,01\text{m}^3$ hasta $0,1\text{m}^3$?

- Contra una presión externa constante de 0.1 bar
- Si el proceso ocurre isotérmicamente a 25°C

En ambos casos se parte de la ecuación obtenida en el apartado anterior (ecuación 3), procediendo de manera diferente según las condiciones.

En el apartado a, puesto que se nos dice que la presión externa es constante, ésta se puede "sacar de la integral" y obtener una ecuación simplificada:

$$w = -P_{\text{ext}}(V_2 - V_1)$$

Y para resolver el problema habría que sustituir los datos conocidos: presión externa, volumen inicial y volumen final. Obviamente, será muy importante mantener la coherencia de las unidades. En este problema en particular será necesario hacer el cambio de unidades de presión de bares a pascuales (N/m^2) para que al multiplicar por el incremento de volumen en m^3 quede $\text{N}\cdot\text{m}$, que equivale a J .

$$W = -\int_{V_1}^{V_2} P_{\text{ext}} dV = -P_{\text{ext}}(V_2 - V_1) = -0.1\text{bar} \cdot (0.1 - 0.01)\text{m}^3 = -10000 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot 0.09\text{m}^3 = -900\text{J}$$

En el apartado b, puesto que la presión externa no es constante no se puede proceder del mismo modo que en el a. Sin embargo, puesto que el proceso es reversible se puede afirmar que la presión externa equivale a la presión interna (la presión del gas ideal encerrado dentro del recipiente). A partir de ahí se puede aplicar la ecuación de los gases ideales y sacar de la integral todos aquellos valores que no dependen del volumen. De ese modo se obtiene la ecuación en la que se podrán sustituir los datos numéricos conocidos.

$$W = -\int_{V_1}^{V_2} p_{\text{ext}} dV = -\int_{V_1}^{V_2} p_{\text{int}} dV = -\int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT}{V} dV = -nRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = -nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

En este punto, se sustituyen los valores del número de moles, la constante R , la temperatura a la que tiene lugar el proceso, el volumen inicial y el volumen final.

$$W = -1\text{mol} \cdot 8.314 \frac{\text{J}}{\text{K}\cdot\text{mol}} (273 + 25)\text{K} \cdot \ln \frac{0.1}{0.01} = -5705\text{J}$$



Por coherencia de unidades, la constante R que se aplica debe estar en $\text{JK}^{-1}\text{mol}^{-1}$ para que, al multiplicar por el número de moles y la temperatura en K quede el resultado en J .

Para terminar, comentamos que las condiciones en las cuales ha tenido lugar el proceso han tenido un efecto importante sobre el resultado numérico, que es muy diferente en ambos apartados, a pesar de que los volúmenes inicial y final del gas eran los mismos en ambos casos. Además queremos destacar que el trabajo obtenido en ambos casos tiene signo negativo, lo que es coherente con el aumento de volumen que sufre el gas en un proceso de expansión. Análogamente, si se calculara el trabajo de compresión (proceso inverso) se obtendrían valores de trabajo positivos [3].

5 Cierre

En este objeto de aprendizaje se han expuesto las bases teóricas relativas al concepto de trabajo, en el contexto de la expansión reversible de un gas ideal. Se ha calculado el trabajo de expansión para dos supuestos (presión externa constante y temperatura constante) y se ha concluido que el resultado depende del modo en el cual tiene lugar el proceso.

6 Bibliografía

- [1] TERMODINÁMICA UÍMICA. Rodríguez, J.A., Ruiz, J.J., Urieta, J.S. Ed. Síntesis.1999
- [2] FISICOQUÍMICA. Levine, I. N. McGraw-Hill. 1991
- [3] FISICOQUÍMICA. Metz, C.R. Ed. McGraw-Hill. Interamericana. 1991