

Doctorado en Matemáticas - Plan de Investigación

Resumen.

Numerosos problemas en ciencias e ingeniería requieren de la obtención de la solución de una ecuación no lineal. Uno de los métodos más conocidos y el más utilizado es el método de Newton. Se trata de un método que tiene muy buena estabilidad, pero en su esquema iterativo incluye la derivada de una función, y existen ocasiones en las que no se puede obtener.

El trabajo desarrollado en esta memoria se basa en el diseño y aplicación de nuevos esquemas iterativos para la resolución de ecuaciones no lineales que permitan mejorar las prestaciones del método de Newton. A partir de la técnica de composición de métodos, podremos incrementar el orden de convergencia de los esquemas iterativos, de modo que converjan a la solución, en su caso, con un menor número de iteraciones. Sin embargo, este incremento puede venir acompañado de un aumento del número de evaluaciones funcionales, con lo que la eficiencia del método se reduce. Es necesaria, por tanto, una posterior reducción del número de evaluaciones funcionales sin pérdida del orden de convergencia.

Para el análisis de la estabilidad de los métodos iterativos se recurre a los conceptos de dinámica compleja. Los métodos iterativos, cuando son aplicados sobre una ecuación polinómica no lineal, tienen un operador de punto fijo asociado, representado por una función racional. Las características de esta función son analizadas para la obtención de los puntos fijos, que generalmente coinciden con las raíces de la ecuación; en caso que no coincidan, estaremos ante puntos fijos extraños. Al anular la derivada de la función racional se obtienen los puntos críticos; serán puntos críticos libres cuando no coincidan con las raíces de la ecuación. Las características de los puntos fijos dan lugar a la caracterización del método iterativo, de forma que se puede determinar su estabilidad. Se representarán los planos dinámicos de cada uno de los métodos iterativos para su análisis, contrastado con los resultados teóricos, y la obtención de conclusiones al respecto. Asimismo, cuando sea posible, se obtendrá la dimensión fractal de los conjuntos de Julia de cada método para cuantificar su complejidad y tratar de obtener relaciones con los órdenes de convergencia de los métodos.

Por último, se aplicarán las técnicas de resolución de ecuaciones no lineales y los conceptos de dinámica compleja a la resolución de un problema real de telecomunicaciones. Este problema será la determinación de órbitas de satélites artificiales a partir del conocimiento de dos posiciones del mismo y el intervalo temporal entre la toma de muestras.