

# **GRCPSP Robusto basado en producción para proyectos de edificación y construcción**

JOSÉ LUIS PONZ TIENDA

EDITORIAL  
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA



UNIVERSIDAD  
POLITECNICA  
DE VALENCIA

---

**GRCPSP Robusto basado en  
Producción para Proyectos de  
Edificación y Construcción.**

---

**Memoria presentada por:**  
José Luis Ponz Tienda

---

**Para Optar al grado de Doctor en:**  
**Edificación**

---

**Directores de Tesis:**  
Dr. D. Javier Benlloch Marco  
Dr. D. Carlos Andrés Romano

---

**Departamento de Construcciones Arquitectónicas  
Valencia 2010**

---



UNIVERSITAT  
POLITÈCNICA  
DE VALÈNCIA



*Esta editorial es miembro de la UNE, lo que garantiza la difusión y comercialización de sus publicaciones a nivel nacional e internacional.*

© José Luis Poza Tienda

Primera edición, 2012

© de la presente edición:

Editorial Universitat Politècnica de València

[www.editorial.upv.es](http://www.editorial.upv.es)

ISBN: 978-84-8363-957-3 (versión impresa)

Queda prohibida la reproducción, distribución, comercialización, transformación, y en general, cualquier otra forma de explotación, por cualquier procedimiento, de todo o parte de los contenidos de esta obra sin autorización expresa y por escrito de sus autores.

**Dr. D. Javier Benlloch Marco**, Doctor Arquitecto y Catedrático de Universidad del departamento de Construcciones Arquitectónicas de la Universidad Politécnica de Valencia,

**Dr. D. Carlos Andrés Romano**, Doctor Ingeniero Industrial y Profesor Titular de Universidad del Departamento de Organización de Empresas de la Universidad Politécnica de Valencia,

**CERTIFICAN** que la presente memoria:

**“GRCPSP Robusto basado en Producción para Proyectos de Edificación y Construcción”**

Ha sido realizada bajo su dirección por José Luis Ponz Tienda, y constituye su Tesis para optar al título de Doctor en Edificación por la Universidad Politécnica de Valencia.

Y para que así conste, en cumplimiento de la normativa vigente, autorizan su presentación ante la Universidad Politécnica para que pueda ser tramitada su lectura y defensa pública.

Valencia, Febrero de 2010.

LOS DIRECTORES

Dr. D. Javier Benlloch Marco

Dr. D. Carlos Andrés Romano



**Figura 1:** Grúa Medieval del siglo XIII

**A José y Sandra**

**A Mane**

**A Doria**

## Contenido

PRÓLOGO .....	13
1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS .....	15
1.1 INTRODUCCIÓN.....	17
1.2 OBJETIVOS.....	21
2. EL ESTADO DEL ARTE DE LA PLANIFICACION DE PROYECTOS. ....	23
2.0 OBJETIVO PARCIAL.....	25
2.1 INTRODUCCIÓN AL GRCPSP. ....	26
2.2 GRCPSP CON GRAFOS <i>PDM</i> (PRECEDENCE DIAGRAMMING METHOD).....	29
2.2.1. Introducción a los Grafos <i>PDM</i> .....	29
2.2.2. Formulación del modelo matemático. ....	33
Formulación de Pristker (1969). ....	33
Formulación de Kaplan (1988).....	34
Formulación de Álvarez-Valdés et al. (1993).....	35
2.2.3. El Algoritmo clásico.....	38
2.2.4. La paradoja de Wiest. ....	45
2.2.5. El problema de la interrupción en la ejecución. ....	47
2.2.5.1. El Algoritmo de Crandall.....	48
2.2.5.2. El Algoritmo de Valls, Martí y Lino.....	51
2.2.5.3. La paradoja de Wiest con interrupción. ....	53
2.3 CONCLUSION PARCIAL. ....	56
3. APLICACIÓN DE LOS GRAFOS <i>PDM</i> A LA GESTION DE ACTIVIDADES DE PRODUCCIÓN. ....	57
3.0 OBJETIVOS PARCIALES.....	59
3.1 UNA PROPUESTA DE ALGORITMO “SPLITTING ALLOWED”. ....	60
3.2 EL REPLANTEAMIENTO DE LA PARADOJA DE WIEST.....	67

3.3	LA PLANIFICACIÓN BASADA EN LA PRODUCCION..	71
	.....	
3.3.1	Recursos, Tareas, Relaciones y Desfases.....	72
3.3.2	Un algoritmo “splitting allowed” basado en producción.....	77
3.3.3	El efecto aprendizaje en Edificación.....	82
3.3.4	El <i>TCTP</i> y los costes asociados a las tareas.....	94
3.3.5	La Certificación de la producción.....	108
3.3.6	Un Algoritmo “splitting allowed” basado en Producción con productividad variable.....	110
3.4	CONCLUSION PARCIAL.....	113
4.	GRCPSP BASADO EN PRODUCCIÓN: UNA SOLUCION ROBUSTA.....	115
4.0	OBJETIVOS PARCIALES.....	117
4.1	INTRODUCCION AL CONCEPTO DE DIFUSO.....	118
4.2	LA ARITMÉTICA DIFUSA.....	123
4.3	LA ORDENACION DE NÚMEROS DIFUSOS.....	129
4.4	ESTADO DEL ARTE DE LA PLANIFICACION DE PROYECTOS CON VALORES DIFUSOS.....	131
4.5	LOS VALORES DIFUSOS DEL MODELO <i>GRCPSP</i> PROPUESTO.....	133
4.6	UN ALGORITMO “SPLITTING ALLOWED” BASADO EN PRODUCCIÓN CON PRODUCTIVIDAD VARIABLE Y VALORES DIFUSOS.....	147
4.7	LA INTERPRETACIÓN DE LA CRITICIDAD DIFUSA. .. .....	153
4.8	EL MAKESPAN DIFUSO Y EL RIESGO.....	157
4.9	CONCLUSIONES PARCIALES.....	159
5.	VALIDACION DEL MODELO PROPUESTO.....	161
5.1.	INTRODUCCION.....	163

5.2. DISTANCIA AL ÓPTIMO Y FACTIBILIDAD. INSTANCIA 1. ....	165
5.3. EFICIENCIA EN EL MAKESPAN.....	171
5.4. EFICIENCIA ANTE LA CRITICIDAD INVERSA. ....	181
5.5. INSTANCIA 2: EJECUCIÓN DEL MOVIMIENTO DE TIERRAS, CIMENTACIÓN, ESTRUCTURA, PAVIMENTOS Y ALBAÑILERIA DE UNA EDIFICIO DE SÓTANO Y 11 PLANTAS SOBRE RASANTE. ....	183
5.6. INSTANCIA 3. INICIO DE LA EJECUCIÓN DEL MOVIMIENTO DE TIERRAS, MUROS PANTALLAS Y VIGA DE CORONACIÓN DE UN EDIFICIO DE 10 PLANTAS, DOS DE ELLAS BAJO RASANTE.....	189
5.7. INSTANCIA 4. ESTRUCTURA Y CERRAMIENTO DE FACHADA DE HORMIGON PREFABRICADO DE UN EDIFICIO DE 20 PLANTAS SOBRE RASANTE Y CINCO BAJO RASANTE. ....	195
6. CONCLUSIONES Y FUTURAS LINEAS DE INVESTIGACION. ....	205
6.1. CONCLUSIONES.....	207
6.2. APORTACIONES REALIZADAS. ....	209
6.3 FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN.. ....	211
ANEXOS.....	215
ANEXO 1 LA ORDENACIÓN TOPOLOGICA DEL GRAFO PDM. ....	217
ANEXO 2 LA REPRESENTACIÓN MATRICIAL DE LOS GRAFOS PDM Y UN ALGORITMO SIN FRAGMENTACIÓN O CON FRAGMENTACIÓN PARA DEPENDENCIAS DE DESFASES. ....	219
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	225
INDICE DE TABLAS.....	235
INDICE DE FIGURAS .....	239
GLOSARIO.....	247

## PRÓLOGO

La presente memoria de Tesis doctoral ha seguido un recorrido totalmente inesperado, puesto que mi intención inicial era trabajar sobre modelos de optimización evolutiva aplicados a proyectos de Edificación y Construcción.

La Optimización metaheurística, y más concretamente la optimización evolutiva con algoritmos genéticos, está ampliamente desarrollada, constituyendo actualmente una de las líneas más activas de investigación en optimización de proyectos. Pero un trabajo de investigación no debe ceñirse exclusivamente al mundo académico, ha de ser útil, posibilitando su aplicación a problemas reales, problemas a los que ya me enfrenté hace años cuando era miembro del departamento de Programación y Métodos de Dragados y Construcciones SA.

Cuando comencé a trabajar en este campo a finales de los 80, la herramienta de que disponíamos era el *PCS (Project Control System)* bajo un *IBM 1440*, que resultaba verdaderamente engorrosa. Ya empezaban a aparecer paquetes más avanzados como Artemis© o más populares como Microsoft Project©, aunque ninguno de ellos satisfacía nuestras necesidades de trabajo, por lo que a partir de las enseñanzas de mis jefes y amigos D. Fernando Gómez y D. Pedro Diez, desarrollé mi primer modelo basado en Grafos PDM y que denominé Senda, sencillo algorítmicamente, pero tremendamente útil para nosotros.

Aquella experiencia terminó, y el mundo de la Programación de Proyectos la abandoné, hasta que me planteé realizar mi Tesis Doctoral, que como no podría ser de otra manera debía de ser una evolución de los trabajos que ya tenía desarrollados en mi época de Dragados, y la evolución natural era la optimización.

Mi sorpresa fue que para poder implementar correctamente algoritmos evolutivos a los proyectos debía cambiar la metodología existente, ya que los resultados obtenidos no eran útiles en absoluto aunque fueran académicamente válidos. A pesar de las valiosísimas

aportaciones realizadas por Crandall, Wiest, Vallls, Martí y Lino, poco más se podía contar.

La evolución pasaba por replantear el problema y llevarlo a su origen, planificar a partir de la producción, que es el verdadero objetivo que deseamos conseguir, **producir un bien en un plazo estipulado al menor coste posible con los recursos disponibles.**

Espero que esta aportación sea útil.

“En materia de Planificación, jamás un movimiento inútil; en materia de estrategia ningún paso en vano”

El Arte de la Guerra

Sun Tzu

Siglo VI a.C.

“Consideradas todas estas cosas en el dibujo y modelo, se debe hacer diligentemente el presupuesto de todo los gastos que pueden surgir, con el fin de proveerse del dinero con tiempo y preparar los materiales que parezcan necesarios para efectuar la obra, de manera que al edificar no falte cosa alguna que impida la conclusión del trabajo. Pues no es de pequeña alabanza para el arquitecto ni de poca utilidad para el edificio que éste se termine con la debida presteza.....”

Andrea Palladio

## PRIMER LIBRO DE LA ARQUITECTURA

Capítulo I. De las cosas que deben considerarse y prepararse antes de proceder a la construcción.

# 1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

## 1.1 INTRODUCCIÓN.

Desde el nacimiento de la Investigación Operativa, los matemáticos e ingenieros han planteado y resuelto problemas cotidianos muy complejos mediante la aplicación de modelos matemáticos que nos ofrecen respuestas óptimas o tan sólo factibles cuando la complejidad es muy grande, a problemas que hasta hace pocos años parecían inabordables.

Un modelo no es más que la representación simplificada de una realidad, donde a partir de los valores de ciertas variables, y gracias a su procesamiento, obtenemos una determinada respuesta que nos ayudará en la toma de decisiones. Así pues, la Bondad de un modelo, deberemos medirla en función de la utilidad que ofrezca la respuesta para el decisor.

*“Muchos modelos son buenos, pero sólo algunos son útiles”*

Un modelo, no sólo debe de ser correcto matemáticamente, debiendo llegar a un punto de equilibrio entre complejidad y simplificación de la realidad, debe de estar correctamente alimentado por esas variables externas, que a menudo suelen ser el factor determinante en la utilidad del modelo.

La dificultad surge porque en el mundo real, raramente nos encontramos ante variables dicotómicas como el blanco o negro, lo verdadero o lo falso, lo alto o lo bajo, etc., sino que más bien nos encontramos ante valores con diferentes grados de gris, diferentes grados de verdad y por supuesto variadas alturas de las personas, siendo raros los valores que conocemos con certeza absoluta.

Esta imprecisión propia de la escasez de información o bien fruto de la incertidumbre, ocasiona que los resultados obtenidos del modelado estén afectados también por esa misma imprecisión, la cual como se ha comentado anteriormente es inherente al propio entorno del

Sistema. Si a lo anterior añadimos el hecho de que los modelos son especialmente sensibles a los valores que los alimentan, nos encontramos ante un problema que nos dificultará enormemente la utilidad del modelo.

La teoría de probabilidades, no siempre puede resolver de manera eficaz este problema, bien por la complejidad del problema en sí mismo, bien por la escasa información de que disponemos o incluso sus propios condicionantes no nos permiten aplicar las estrictas reglas de la estadística.

Sin embargo, la mente humana sí que resuelve el problema de manera eficiente e intuitiva, pudiendo tomar decisiones rápidas y correctas en entornos cambiantes e imprecisos. No conocemos exactamente el mecanismo que lleva aparejado, pero sí que podemos llegar a imitarlo en cierta forma mediante la inteligencia artificial y la lógica borrosa o difusa.

La lógica borrosa iniciada en 1965 por el ingeniero Norteamericano de origen iraní y profesor de la universidad de Berkeley, Lotfi A. Zadeh (Zadeh, 1965), y continuado posteriormente por Chanas y Kamburowski en 1981 (Kamburowki, 1981), con su aplicación en la Gestión de Proyectos nos ofrece una forma diferente y revolucionaria de plantear y resolver modelos matemáticos más robustos y eficientes, y consecuentemente más útiles para el decisor.

El entorno de la Programación de Proyectos de Edificación es especialmente complejo y cambiante, llegando algunos autores a considerarlo como el prototipo de los Sistemas Complejos y Caóticos (Bertelsen, 2003), con la particularidad de que son Proyectos basados en sistemas Productivos (Koskela, Application of the Production Philosophy to Construction, 1992), con valores imprecisos y muchas veces desconocidos, pero que sí podemos establecerlos dentro de ciertos valores horquilla conocidos.

A lo largo de la historia, los gestores de los proyectos de edificación y construcción han afrontado su programación siguiendo las directrices de buena práctica en la Gestión de Proyectos del **PMBOK®** (Project Management Institute, 2008), sin cuestionarse la

adecuación del dogma *Precio-Coste-Calidad* en la industria de la construcción.

No fue hasta el año 2000, año en que el Lauri Koskela presentó su tesis doctoral “*An exploration towards a production theory and its application to construction*” (Koskela, *An exploration towards a production theory and its application to construction*, 2000), donde planteó la necesidad de crear una teoría de “*planificación de la producción*” para proyectos de edificación y construcción basados en procesos productivos.

Existen muchos paquetes Comerciales de gestión de Proyectos, con diferentes características y posibilidades en función del algoritmo de cálculo utilizado. Tal y como se expondrá a lo largo de la tesis, el algoritmo de cálculo utilizado condiciona la bondad de los resultados obtenidos y su eficacia para acometer determinados tipos de proyectos:

	Relaciones simultaneas CC FF	Contempla Splitting	Discrimina Criticidad Com, Fin	TCTP	Contempla Producción	Contempla Aprendizaje	Contempla Borrosidad
Senda AN (Tesis Implementada)	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si
Primavera Project Planner 3.1	Si	No	No	No	No	No	No
Harvard Project	Si	No	No	No	No	No	No
Turbo project Professional v.4	Si	No	No	No	No	No	No
Deltek Open Plan Professional	Si	No	No	No	No	No	No
Ms Project 2007 Professional	No	No	No	No	No	No	No
Open Project	No	No	No	No	No	No	No

**Tabla 1:** Comparativa Software Comercial<sup>i</sup>

Como se puede ver en la Tabla 1 (y que se justificará a lo largo del desarrollo de la tesis), los algoritmos utilizados por todos los programas son bastantes anticuados, no contemplando ninguno de ellos los avances realizados desde los trabajos de Crandall, quedando en peor lugar precisamente el más popular de todos ellos, *Microsoft Project*© y su clon de código libre *Open Project*©.

<sup>i</sup> Tabla de elaboración propia.

Ninguno contempla o establece diferencias entre relaciones y desfases, y por supuesto tampoco tienen implementadas características de producción, *TCTP* o Borrosidad.

## 1.2 OBJETIVOS.

En la presente Tesis Doctoral pretendo establecer los principios de un nuevo criterio para afrontar el problema del GRCPSP (Generalized Resource Constrained Project Scheduling Problem) mediante grafos *PDM* (Precedence Diagramming Method), basados en Sistemas de Producción con todos los valores borrosos, el cual sirva de punto de partida a la aplicación de modelos de Optimización Metaheurística Borrosa con Objetivos Múltiples.

Concretamente:

1. Capítulo 3, 1ª parte. Proponer un nuevo algoritmo de cálculo para la programación de proyectos con relaciones generalizadas que resuelva las paradojas que ofrecen los actuales modelos de resolución y que permitan la aplicación de algoritmos de optimización.
2. Capítulo 3, 2ª parte. Proponer un modelo de planificación de proyectos basados en procesos productivos que contemplen las especiales peculiaridades referentes a las dependencias, los recursos y costes asociados a este tipo de procesos.
3. Capítulo 4. Gestionar la imprecisión de los valores y el riesgo del proyecto mediante la incorporación del concepto de borrosidad.

“Era una lástima tener que esperar casi un año antes de que eso tuviera lugar. Alfred había prometido terminar la bóveda para finales de la temporada de construcción de ese año, que por lo general era en noviembre, dependiendo del clima. Pero al decir Alfred que podía empezar antes, Philip empezó a preguntarse si no podía terminar también antes...”

Ken Follet

LOS PILARES DE LA TIERRA

Capítulo XII 1. Página 696.

## **2. EL ESTADO DEL ARTE DE LA PLANIFICACION DE PROYECTOS.**

## **2.0 OBJETIVO PARCIAL.**

En el presente capítulo, a partir del estudio y análisis del estado del arte de la Planificación de proyectos con recursos limitados y de los algoritmos de cálculo de los grafos de relaciones generalizadas, pretendo esclarecer la imposibilidad de aplicar estas herramientas por los incorrectos y contradictorios resultados ofrecidos cuando se ve afectada la duración de las tareas.

## 2.1 INTRODUCCIÓN AL GRCPSP.

El GRPCSP (Generalized Resource-Constrained Project Scheduling Problem) representa la generalización del RCPS (Resource-Constrained Project Scheduling Problem) mediante el cual un conjunto  $V$  de  $n$  tareas debe ser secuenciado cumpliendo las relaciones de precedencias impuestas por las condiciones constructivas del proyecto consumiendo una cantidad limitada de recursos. El objetivo consiste en determinar los tiempos de comienzo y/o finalización de las tareas de forma tal que se minimice el *makespan* o diferencia entre el tiempo de finalización de la tarea que termina más tarde y el comienzo de la que se inicia primero. La diferencia entre el RCPS y el GRPCSP radica en que en el primero las condiciones de precedencia impuestas consisten en que para que una tarea deba comenzar, la tarea predecesora debe de estar completamente finalizada, contempla exclusivamente recursos renovables y la ejecución constante de las tareas, mientras que en el GRPCSP se contemplan condiciones menos restrictivas, menos relajadas y consecuentemente más complejas de solucionar.

Muchos autores llevan los orígenes del RCPS a septiembre de 1959 y más concretamente a los miembros del equipo investigador de la marina de los EEUU del proyecto Polaris Malcolm, Clark, Roseboom y Fazar con el desarrollo del método PERT (Malcolm, 1965), y prácticamente de manera simultánea, pero en Europa, a los trabajos realizados febrero de 1956 por la Du Pont Company y Remington Rand Univac con el modelo CPM (Critical Path method), aunque podemos encontrar trabajos más antiguos en 1896 de la mano de Karol Adamiecki y su Harmonigraph, que conservaba las relaciones entre las tareas, aunque no daba respuesta a las fechas más tardías de las tareas, que al ser publicado por primera vez en 1931, recibió el nombre de Diagrama Gantt (Henry Gantt) que fue quien lo popularizó entre 1910 y 1915.

Los anteriores modelos, supusieron un hito muy importante, pues aplicaban modelos matemáticos para representar las relaciones entre las tareas, asimilando estas a las aristas de los Digrafos, aunque con dos enfoques totalmente diferentes, el CPM orientado a los costes y el PERT a la probabilidad de su cumplimiento.

Posteriormente un ingeniero francés B. Roy desarrolló el “Método de los Potenciales” (Roy, *Théorie des graphes: Contribution de la théorie des graphes à l'étude de certains problèmes linéaires*, 1959), (Roy, *Graphes et ordonnancements*, 1962), presentando la gran novedad de representar las tareas en los nodos de los grafos e introducir relaciones de Comienzo-Comienzo con desfases. Este método lo sofisticó nuevamente mediante la introducción de relaciones máximas de Comienzo-Comienzo.

Se realizaron aportaciones menos conocidas, como el HMN alemán, que añadía la posibilidad de contemplar relaciones Final-Final.

En los Estados Unidos, se siguieron líneas de trabajo similares, aunque de forma paralela e independiente. Estos trabajos fueron iniciados con el “Sistema de Actividades en los Nodos” por John Fondahl (Fondahl, 1961), considerado como el precursor del moderno “**Precedence Diagramming Method**” (*PDM*), aunque la primera descripción detallada con múltiples tipos de relaciones de precedencias apareció en 1964 con el manual de uso del “Project Control System” del IBM 1440 (IBM, 1964), con J. Craig como investigador principal, aunque la autoría no está muy clara pues IBM cita ya en 1963 a HB Zahry Company de San Antonio como creador del formato de Precedencias.

Los grafos *PDM* adquirieron una gran popularidad, y se diseñaron los primeros modelos matemáticos para resolver el RCPSP, como el de Pritsker et al. (Pritsker & L.J. Watters, 1969), que alcanzaba resultados óptimos, pero que requería de una elevadísima cantidad de variables de decisión,  $n*T$ , siendo  $n$  el número de tareas y  $T$  el número de periodos, además de una compleja restricción por cada relación de precedencia y tipo de recurso, que los convierte en prácticamente inabordables en la práctica (recordemos además que tan sólo contemplamos en el RCPSP relaciones de *Final-Comienzo*).

El RCPSP con *GPR* (*Generalized Precedence relations*) o *GRCPS* (*Generalized Resource Constrained Project Scheduling Problem*), es una generalización del problema anterior pero con cualquier tipo de relación de precedencia (no solo de *Final-Comienzo*), algo que obviamente complica todavía más su resolución. Pocos trabajos

existen sobre el *GRCPSP* afrontando el problema desde la búsqueda de la solución exacta, circunscribiéndose a encontrar soluciones factibles y algoritmos de mejora sobre las anteriores, destacando los de Herroelen (Herroelen, The multi-mode resource-constrained project scheduling problem with generalized precedence relations, 1999) y Bianco (Bianco & Caramia, 2009), que hacen mención a ciertos problemas inherentes a los grafos *PDM* y que se expondrán a lo largo de la Tesis.

Se han realizado importantes avances desde aquellos primeros tiempos con la aplicación de algoritmos de optimización mimética y evolutiva, e incluso estudios sobre la lógica borrosa con grafos *PDM*, pero exclusivamente con relaciones de Final-Comienzo, pareciendo haber caído en el olvido de los autores la solución del primer problema con el que nos encontramos cuando afrontamos la Programación de una obra de Edificación o Construcción, y que no es más que el de el correcto cálculo de los grafos *PDM* contemplando las diferentes características de dependencia (algunas de ellas verdaderamente singulares), estando además totalmente omitido el hecho de que los Proyectos que nos competen son Procesos Productivos muy complejos e interrelacionados y que desde ese punto de vista han de estar enfocados.

## 2.2 GRCPSP CON GRAFOS *PDM* (PRECEDENCE DIAGRAMMING METHOD)

### 2.2.1. Introducción a los Grafos *PDM*

La estructura matemática de un grafo *PDM*, consiste en un dígrafo sin bucles ni circuitos. El conjunto de nodos es denotado por  $N$ , donde  $N = \{1, 2, 3, \dots, n\}$  y el de arcos es denotado por  $A$ .

A diferencia de los grafos *CPM*, en los grafos *PDM* las tareas están asimiladas a los nodos del grafo, y las relaciones entre ellas a las aristas, de esta forma, el conjunto  $A$  de aristas lo denotaremos como  $A = \{(i,j) k\}$ , siendo  $k$  la  $k$ -ésima relación de precedencia entre  $i$  y  $j$ .

**Definición 2-1.** *Las tareas son procesos individuales, diferenciados en el espacio y en el tiempo, que han de ser ejecutadas de forma continua e intensidad constante, con una duración conocida que denotaremos como  $d_i$ .*

**Definición 2-2.** *Relación de final-comienzo ( $FCz_{ij k}$ ).*

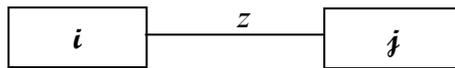
*La relación de final-comienzo entre  $i$  y  $j$  ( $FCz_{ij k}$ ), significa que la tarea  $i$ , ha de estar totalmente finalizada con anterioridad al comienzo de la tarea  $j$ , debiendo existir al menos un desfase de  $z$  lapsos de tiempo entre los dos sucesos, pudiendo ser cero o negativo.*

Su representación gráfica es como sigue:



**Figura 2:** Relación de *final-comienzo* ( $FCz_{ij k}$ ).

Pero para facilitar su lectura, utilizaremos el siguiente formato de representación, mucho más visual:



**Figura 3:** Relación de *final-comienzo* (FCz<sub>ij k</sub>).

**Definición 2-3.** *Relación de comienzo-comienzo (CCz<sub>ij k</sub>).*

La relación de comienzo-comienzo entre *i* y *j* (CCz<sub>ij k</sub>), significa que la tarea *i* debe de estar iniciada, para que comience la tarea *j*, debiendo existir al menos un desfase de *z* lapsos de tiempo entre los dos sucesos, pudiendo ser cero o negativo.

Su representación gráfica es como sigue:



**Figura 4:** Relación de *comienzo-comienzo* (CCz<sub>ij k</sub>).

o:

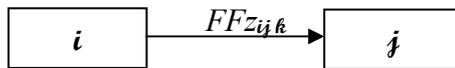


**Figura 5:** Relación de *comienzo-comienzo* (CCz<sub>ij k</sub>).

**Definición 2-4.** *Relación de final-final (FFz<sub>ij k</sub>).*

La relación de final-final entre *i* y *j* (FFz<sub>ij k</sub>), significa que la tarea *i* debe de estar finalizada, para que finalice la tarea *j*, debiendo existir al menos un desfase de *z* lapsos de tiempo entre los dos sucesos, pudiendo ser cero o negativo.

Su representación gráfica es como sigue:



**Figura 6:** Relación de *final-final* (FFz<sub>ij k</sub>).

O:

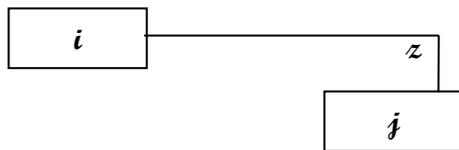


Figura 7: Relación de *final-final* (FFz<sub>ij k</sub>).

**Definición 2-5.** *Relación de comienzo-final (CFz<sub>ij k</sub>).*

La relación de comienzo-final entre *i* y *j* (CFz<sub>ij k</sub>), significa que la tarea *i* debe de estar iniciada, para que finalice la tarea *j*, debiendo existir al menos un desfase de *z* lapsos de tiempo entre los dos sucesos, pudiendo ser cero o negativo.

Su representación gráfica es como sigue:



Figura 8: Relación de *comienzo-final* (CFz<sub>ij k</sub>).

O:

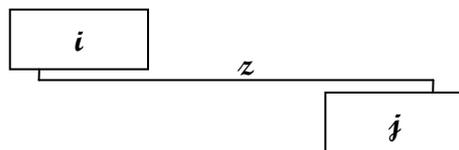


Figura 9: Relación de *comienzo-final* (CFz<sub>ij k</sub>).

**Definición 2-5.** *Relación de comienzo-comienzo y final-final ( $ZZz_{ij} k$ )<sup>ii</sup>.*

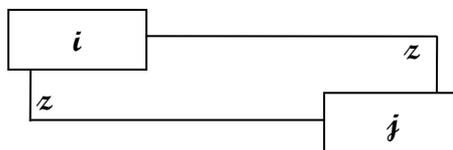
*La relación de comienzo-comienzo y final-final entre  $i$  y  $j$  ( $ZZz_{ij} k$ ), significa que la tarea  $i$  debe de estar iniciada, para que Comience la tarea  $j$ , y simultaneamente que la tarea  $i$  debe de estar finalizada, para que finalice la tarea  $j$ ,, debiendo existir al menos un desfase de  $z$  lapsos de tiempo entre los dos pares de sucesos, pudiendo ser cero o negativo.*

Su representación gráfica es como sigue:



**Figura 10:** Relación de *comienzo-comienzo y final-final* ( $ZZz_{ij} k$ ).

O:



**Figura 11:** Relación de *comienzo-comienzo y final-final* ( $ZZz_{ij} k$ ).

**Definición 2-6.** *Recursos tipo  $r$  consumidos por  $i$  por unidad de tiempo ( $u_{ir}$ ).*

*Cantidad de recursos (renovables)<sup>iii</sup> tipo  $r$  consumidos de forma constante e ininterrumpida por la tarea  $i$  a lo largo de toda su ejecución por periodo de tiempo.*

**Definición 2-7.** *Disponibilidad del recurso tipo  $r$  ( $Disp_r$ ).*

*Disponibilidad del recurso tipo ( $r$ ) de forma constante a lo largo de toda la vida del proyecto por periodo de tiempo.*

<sup>ii</sup> En la literatura tradicional es considerada como una sola relación, aunque aquí se tratarán como dos relaciones diferentes y simultáneas (Hajdu, 1997).

<sup>iii</sup> Existen dos tipos básicos de recursos, los renovables y los no renovables, que serán tratados en el capítulo siguiente.

## 2.2.2. Formulación del modelo matemático.

La primera formulación conocida del problema de programación de proyectos con recursos limitados se la debemos a Pritsker et al. (Prisker & L.J. Watters, 1969), y está basada en la programación binaria. El modelo de Pristker, establecía como variables de decisión la finalización o no de una tarea en un determinado periodo de tiempo, manteniendo las relaciones de precedencia y no sobrepasando la disponibilidad de los diferentes recursos. Esta formulación requiere de una tarea ficticia tanto de comienzo como de final, pues la función objetivo era minimizar la fecha de terminación de la tarea ficticia de finalización, que no es más que minimizar el *makespan*.

**Formulación de Pristker (1969).** (Prisker & L.J. Watters, 1969)

$$X_{it} = \begin{cases} 1, & \text{si la tarea } i \text{ finaliza en el periodo } t \\ 0, & \text{en caso contrario} \end{cases}, \quad \forall i \in V \quad (2.1)$$

$$\text{Min } \sum_{t=EF_{fin}}^{LF_{fin}} t X_{fin t} \quad (2.2)$$

s.a.

$$\sum_{t=EF_i}^{LF_i} X_{it} = 1, \quad \forall i \in V \quad (2.3)$$

$$\sum_{t=EF_i}^{LF_i} (t - d_i) X_{it} - \sum_{t=EF_j}^{LF_j} t X_{jt} \geq 0, \quad \forall i \in V, j \in P_i \quad (2.4)$$

$$\sum_{i \in V} \sum_{q=\max(t, EF_i)}^{\min(t+d_i-1, LF_i)} u_{ir} X_{iq} \leq Disp_r, \quad \forall r \in R, t \in \{1, 2, \dots, \bar{T}\} \quad (2.5)$$

$$X_{it} \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in V, t \in \{EF_i, \dots, LF_i\} \quad (2.6)$$

Mediante la anterior formulación, obtenemos el periodo de tiempo  $X_{it}$  (no confundir con instante o punto de tiempo “*time point*”), dentro del intervalo  $[EF_i, LF_i]$  o ventana temporal “*time window*”, en que la

tarea  $i$  debe ser ejecutada, cuando el proyecto ha de ser finalizado antes de  $\bar{T}$  periodos.

Mediante la restricción (2.3), obligamos a la tarea a tener un único periodo de finalización, mientras que con la restricción (2.4) le hacemos cumplir las relaciones de precedencias (siendo  $P_i$  el conjunto de tareas predecesoras de  $i$ , además de no sobrepasar nunca la disponibilidad del recurso *tipo*  $r$  ( $Disp_r$ ), siendo  $R$  el conjunto de recursos renovables<sup>iv</sup>.

Existen otras formulaciones entre las que destacan:

### **Formulación de Kaplan (1988)** (Kleim, 1999)

La diferencia fundamental radica en que las variables binarias  $X_{it}$  determinan si una tarea se ejecuta en un determinado periodo de tiempo o no, a diferencia del modelo de Pristker, que determinaban exclusivamente el periodo de finalización de la tarea.

$$X_{it} = \begin{cases} 1, & \text{si la tarea } i \text{ se ejecuta en } t \\ 0, & \text{en caso contrario} \end{cases} \quad \forall i \in V \quad (2.7)$$

$$\text{Min } \sum_{t=ES_{fin}+1}^{LF_{fin}} t X_{fin t} \quad (2.8)$$

s.a.

$$\sum_{t=ES_i+1}^{LF_i} X_{it} = d_i, \quad \forall i \in V \quad (2.9)$$

$$d_i(X_{it} - X_{i,t+1}) - \sum_{q=ES_i+1}^t X_{jt} \leq 0, \quad \forall i \in V, \\ t \in [ES_i + 1, \dots, LF_i - 1] \quad (2.10)$$

$$d_i \cdot X_{it} - \sum_{q=ES_j+1}^{t-1} X_{jt} \leq 0, \quad \forall i \in V, j \in P, \\ t \in [ES_j + 1, \dots, LF_i] \quad (2.11)$$

$$\sum_{i \in V} u_{ir} X_{it} \leq Disp_r \quad \forall r \in R, t \in \{1, 2, \dots, \bar{T}\} \quad (2.12)$$

---

<sup>iv</sup> Ver Definición 3-27

$$X_{it} \in \{0, 1\}, \forall i \in V, t \in \{ES_i + 1, \dots, LF_i\} \quad (2.13)$$

Mediante la restricción (2.9), garantizamos que los periodos en los que se ejecuta la tarea representados por las variables binarias ( $X_{it}$ ) son la duración ( $d_i$ ) de la tarea, mediante (2.10) que se ejecuta sin interrupción y con (2.11) que se cumplen las relaciones de precedencia.

Ambas formulaciones son muy parecidas, pero el modelo de Pristker presenta la ventaja de que analizando detalladamente la formulación, podemos llegar a reducir drásticamente la cantidad de variables necesarias. No obstante ambas formulaciones requieren una elevadísima cantidad de variables binarias, así como de restricciones que las hacen inviables en la práctica (Demeulemeester., 2002), página 210), incluso con los medios de cálculo existentes actualmente aunque el valor de  $\bar{T}$  sea ajustado como una cota superior al óptimo, siendo la tendencia actual el uso de algoritmos Branch&Bound de enumeración implícita para pequeños problemas o Metaheurísticos Evolutivos para los de mayor tamaño<sup>v</sup>.

En lo que se refiere a su eficiencia algorítmica, la primera de ellas resulta además ser la más eficiente según las pruebas realizadas por Robert Klein (Kleim, 1999) con CPLEX

**Formulación de Álvarez-Valdés et al. (1993)** (Kleim, 1999), (Demeulemeester., 2002)

Esta interesante formulación consiste en el establecimiento de un conjunto IS incompatibilidad mínima de recursos, solucionando el conflicto introduciendo unas nuevas precedencias alternativas y excluyentes entre cada par de tareas  $(i, j) \in S$  que presentan el conflicto.

$$V_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{si } i \text{ se termina antes de empezar } j \\ 0, & \text{en caso contrario} \end{cases} \quad \forall i \in V \quad (2.14)$$

---

<sup>v</sup> En PROJECT SCHEDULING PROBLEM LIBRARY - PSPLIB <http://129.187.106.231/psplib/>, se pueden encontrar diferentes instancias de 30, 60, 90 y 120 jobs del RCPSP para las que aún no se conoce la solución óptima, con UB (cotas superiores) enviadas por diferentes investigadores.

$$\text{Min } Fin_n \quad (2.15)$$

s.a.

$$V_{ij} = 1; V_{ji} = 0 \quad \forall (i,j) \in A^* \quad (2.16)$$

$$V_{ij} + V_{ji} \leq 1 \quad \forall (i,j) \in J \text{ y } i \neq j \quad (2.17)$$

$$V_{ij} + V_{jk} - V_{ik} \leq 1 \quad \forall i,j,k \in J \text{ y } i \neq j, i \neq k, j \neq k \quad (2.18)$$

$$\sum_{i,j \in S \text{ y } i \neq j} V_{ij} \geq 1 \quad \forall S \in IS \text{ y } i \neq j \quad (2.19)$$

$$Fin_j - Fin_i \geq V_{ij} \cdot (d_i + M) - M \quad \forall (i,j) \in J \text{ y } i \neq j \quad (2.20)$$

$$V_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in J \text{ y } i \neq j \quad (2.21)$$

$$Fin_j \in \{ES_j, LF_j\} \text{ y enteras} \quad \forall j \in J \quad (2.22)$$

Los valores  $V_{ij} = 0$  no implican que la tarea  $j$  a de ser programada antes de la tarea  $i$ , lo que se producirá cuando  $V_{ji} = 1$ .

La función objetivo (2.15) consiste en minimizar el tiempo de finalización de la tarea ficticia  $Fin_n$ , las relaciones de precedencia originales del proyecto se garantizan mediante (2.16), (2.17) evita que se introduzca más de una nueva relación de precedencia entre  $i$  y  $j$ , con (2.18) que estas nuevas relaciones son validas, la disponibilidad de recursos mediante (2.19), la restricción, (2.20) mediante la introducción del un valor  $M$  lo suficientemente grande obliga a que se cumplan tanto las relaciones de precedencia originales como las nuevas, y finalmente (2.22) obliga a cumplir que los tiempos de finalización programados  $Fin_j$  se encuentran entre los valores ventana  $\{ES_j, LF_j\}$  establecidos.

Las anteriores formulaciones tan solo permiten relaciones de Final-Comienzo sin desfase ( $FC_{z_{ij} \neq 0}$ ), obviando por completo el resto de

relaciones de Comienzo-Comienzo ( $CCz_{ij k}$ ), Final-Final ( $FCz_{ij k}$ ), Comienzo-Final ( $CFz_{ij k}$ ) y por supuesto la de Comienzo-Comienzo y Final-Final simultáneas ( $ZZz_{ij k}$ ).

Según Herroelen et al (Herroelen, The multi-mode resource-constrained project scheduling problem with generalized precedence relations, 1999), “el GRCPSPP es un problema muy difícil de resolver. No solo el problema es NP-Hard, sino los dos subproblemas relacionados, llamados el problema de asignación y el RCPSP con relaciones generalizadas, son NP-Hard. Esta complejidad es evidente por la ausencia de procedimientos exactos para este tipo de problema” proponiendo un algoritmo de búsqueda local a partir de una solución factible inicial, solución inicial que clasifican como NP-Completa en si misma.

Una solución similar a la planteado por Álvarez-Valdés et al para el GRCPSPP es la presentada por Lucio Bianco et al (Bianco & Caramia, 2009), relajando el problema original mediante la construcción de conjuntos de incompatibilidad de tareas por disponibilidad de recursos.

Las formulaciones del RCPSP pueden ser generalizadas al GRCPSPP transformando cada una de las tareas de nuestro proyecto en tantas subtareas como sea su duración (Valls M. y., 1996), interconexionándolas mediante relaciones  $FC$  entre ellas, para posteriormente establecer las relaciones generalizadas como relaciones entre las subtareas de cada una de las tareas matriz. Así una relación *Comienzo-Comienzo* sería transformada de la siguiente forma:



**Figura 12:** Relación *Comienzo-Comienzo*

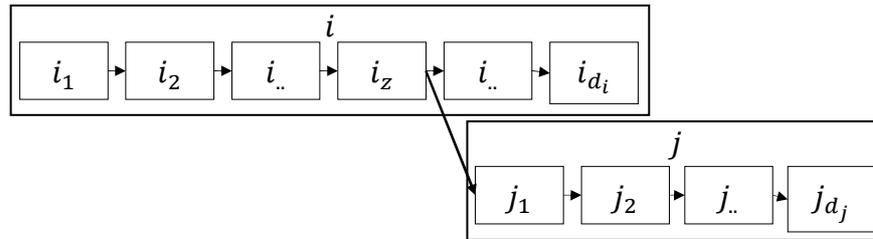


Figura 13: Del RCPS al GRCP en una relación *Comienzo-Comienzo*

Parece lógico pensar que además de trabajar con los traslados de las tareas como hacen los modelos expuestos anteriormente, sería interesante de igual manera poder actuar sobre la duración de las mismas, ajustando el consumo de recursos a lo largo de su ejecución, para posteriormente aplicar un algoritmo metaheurístico que mejore una solución inicial.

Pero para poder acometer este problema se hace imprescindible determinar con exactitud las fechas de comienzo y terminación de cada una de las tareas de nuestro proyecto.

### 2.2.3. El Algoritmo clásico.

El algoritmo clásico, nos permite determinar los tiempos de comienzo y finalización de las tareas y la mínima duración (*makespan*) de un proyecto con grafos **PDM** y recursos ilimitados.

**Definición 2-8** *Tiempo más pronto de empezar ( $Tmpe_i$ ).*

*El Tiempo más pronto de empezar una tarea, representa el instante de tiempo en el que como muy pronto puede empezar una tarea, cumpliendo las relaciones de precedencias impuestas en el proyecto. Indistintamente lo llamaremos  $Tmpe_i$  o  $ES_i$  (Early Start).*

**Definición 2-9** *Tiempo más pronto de terminar ( $Tmpt_i$ ).*

*El Tiempo más pronto de terminar una tarea, representa el instante de tiempo en el que como muy pronto puede finalizar una tarea, cumpliendo las relaciones de precedencias impuestas en el proyecto. Indistintamente lo llamaremos  $Tmpt_i$  o  $EF_i$  (Early Finish).*

**Definición 2-10** *Tiempo más tarde de empezar (Tmte<sub>i</sub>).*

*El Tiempo más tarde de empezar una tarea, representa el instante de tiempo en el que como muy tarde puede comenzar una tarea, cumpliendo las relaciones de precedencias impuestas en el proyecto, más tarde del cual se retrasaría la fecha de finalización del proyecto.*

Indistintamente lo llamaremos  $Tmte_i$  o  $LS_i$  (*Latest Start*).

**Definición 2-11** *Tiempo más tarde de terminar (Tmtt<sub>i</sub>).*

*El Tiempo más tarde de terminar una tarea, representa el instante de tiempo en el que como muy tarde puede finalizar una tarea, cumpliendo las relaciones de precedencias impuestas en el proyecto, más tarde del cual se retrasaría la fecha de finalización del proyecto.*

Indistintamente lo llamaremos  $Tmtt_i$  o  $LF_i$  (*Latest Finish*).

Los anteriores tiempos o instantes los representaremos dentro del Nodo de la tarea de la siguiente forma:

Tmpe	Tmpt
Tmte	Tmtt

**Figura 14:** Tiempos más pronto de empezar y de terminar.

El algoritmo clásico, es prácticamente el mismo que utilizamos para el cálculo de los tiempos de los nodos en los grafos de proyectos con tareas en flecha, y fundamentado en la posibilidad de conocer los tiempos de empezar y de terminar de una tarea, si previamente conocemos esos mismos valores de todas las tareas precedentes.

Lo anterior presupone una ordenación topológica<sup>vi</sup> previa de las tareas, además, cómo ya se ha comentado anteriormente, de la no existencia de bucles ni circuitos.

---

<sup>vi</sup> En el **Anexo 1** propongo un algoritmo de ordenación topológica del grafo con análisis de circuitos.

### **Cálculo adelante (Forward Calculation).**

Paso 1.

$$ES_{Inicio}=0$$
$$EF_{Inicio}=ES_{Inicio} + d_{Inicio}$$

Para (i=1; Fin; i++);

$$ES_i=-\infty$$

$$f=0$$

Paso 2.

*Repetir*

$$f: = f + 1$$

*Elegir una tarea (j)<sup>vii</sup> que aún no ha sido calculada, pero de la que conocemos los tiempos ES y EF de todas sus predecesoras.*

*Si no hay ninguna tarea ir a Paso 3.*

$$ES_j = \max \{ES_i;$$
$$ES_i + CC_{z_{ij}k};$$
$$EF_i + FC_{z_{ij}k};$$
$$ES_i + CF_{z_{ij}k} - d_j^{viii};$$
$$EF_i + FF_{z_{ij}k} - d_j\} \quad \forall \{ij k\} \in A^{ix}$$

$$EF_j = ES_j + d_j$$

*Hasta f=Fin*

Paso 3.

*Si f < Fin PARAR! (Hay un circuito en el grafo)*

*En caso contrario;*

$$\mathbf{Duración Proyecto} = EF_{Fin}$$

### **Cálculo atrás (Backward Calculation).**

Paso 1.

$$LF_{Fin} = \mathbf{Duración Proyecto}$$

$$LS_{Fin} = LF_{Fin} - d_{Fin}$$

Para (i=1; Fin; i++);

---

<sup>vii</sup> j es tarea sucesora de i.

<sup>viii</sup> Esta condición y la siguiente son necesarias para mantener la continuidad en la ejecución de la tarea (se desarrolla detalladamente en el subcapítulo siguiente).

<sup>ix</sup> A es el conjunto de tareas precedentes de j.

$LF_i = \infty$

$f=0$   
Paso 2.  
  Repetir  
     $f := f - 1$   
    Elegir una tarea ( $i$ )<sup>x</sup> que aún no ha sido calculada,  
    pero de la que conocemos los tiempos LS y LF de  
    todas sus sucesoras.  
     $LF_i = \min \{LF_i;$   
       $LF_j - FFz_{ij} k;$   
       $LS_j - FCz_{ij} k;$   
       $LF_j - CFz_{ij} k + d_i;$   
       $LS_j - CCz_{ij} k + d_i\}$        $\forall \{ij k\} \in A^{xi}$   
     $LS_i = LF_i - d_i$   
  Hasta  $f=0$   
Paso 3.  
  PARAR! (Proyecto Calculado)

El algoritmo clásico requiere de dos tareas ficticias, una de *Inicio* y otra de *Fin*, permitiendo el uso de desfases menores o igual a cero, además de relaciones *Comienzo-Comienzo* ( $CCz_{ij} k$ ) mayores que  $d_i$  o *Final-Final* ( $FFz_{ij} k$ ) menores que  $d_j$ .

Algunos autores, como Miklós Hajdu (Hajdu, 1997), recomiendan sustituir  $ES_i = -\infty$  por  $ES_i = 0$  en el Paso 1 del Cálculo adelante, y  $LF_i = \infty$  por  $LF_i = \textit{Duración Proyecto}$  en el Paso 1 de Cálculo atrás, para evitar tener valores menores que cero como tiempos de Comienzo o mayores que la finalización del Proyecto como tiempos de terminar.

**Definición 2-12 Tarea crítica.**

*Consideramos que una tarea es crítica cuando la diferencia entre el tiempo más tarde de terminar ( $Tmt_i$  o  $LF_i$ ) y el tiempo más pronto de empezar ( $Tmpe_i$  o  $ES_i$ ) es su duración ( $d_i$ ).*

---

<sup>x</sup>  $i$  es la tarea precedente de  $j$ .

<sup>xi</sup>  $A$  es el conjunto de tareas sucesoras de  $i$

**Definición 2-13 Tarea no crítica.**

Consideramos que una tarea es no crítica cuando la diferencia entre el tiempo más tarde de terminar ( $Tmt_i$  o  $LF_i$ ) y el tiempo más pronto de empezar ( $Tmpe_i$  o  $ES_i$ ) es mayor que su duración ( $d_i$ ).

**Definición 2-14 Tarea crítica de comienzo.**

Consideramos que una tarea es crítica de comienzo cuando un incremento en la duración de ésta produce un desplazamiento (retraso) en sus tiempos de finalización, pero sin afectar a la duración del proyecto.

**Definición 2-15 Tarea crítica de final.**

Consideramos que una tarea es crítica de final cuando un incremento en la duración de ésta produce un desplazamiento (adelanto) en sus tiempos de comienzo, pero sin afectar a la duración del proyecto.

**Definición 2-16 Holgura total ( $Ht$ ).**

La holgura total de una tarea es la cantidad de tiempo que podemos retrasar el comienzo de una actividad sin afectar a la duración del proyecto. Se calcula como la diferencia entre el tiempo más tarde de terminar y el tiempo más pronto de empezar menos su duración:

$$Ht_i = Tmt_i - Tmpe_i - d_i \quad (2.23)$$

$$Ht_i = LF_i - ES_i - d_i \quad (2.24)$$

**Definición 2-17 Holgura libre ( $Hl$ ).**

La holgura libre de una tarea, es la cantidad de tiempo que podemos retrasar el comienzo de una actividad sin afectar al tiempo más pronto de comienzo de las actividades sucesoras. Se calcula de la siguiente forma:

$$Hl_i = \min \left\{ \begin{array}{ll} Tmpe_j - z_{ij} - d_i, & \forall FCz_{ij k} \\ Tmpe_j - z_{ij}, & \forall CCz_{ij k} \\ Tmpt_j - z_{ij} - d_i, & \forall FFz_{ij k} \\ Tmpt_j - z_{ij}, & \forall CFz_{ij k} \end{array} \right\} - Tmpe_i \quad (2.25)$$

**Definición 2-18** *Holgura independiente (Hi).*

La holgura independiente de una tarea, es la cantidad de tiempo que podemos retrasar el comienzo de una actividad definido por el tiempo más tarde de terminar de sus precedentes sin afectar al tiempo más pronto de comienzo de las actividades sucesoras. Se calcula de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 H_i = & \min \left\{ \begin{array}{ll} T_{mpe_j} - z_{ij} - d_i, & \forall FCz_{ij k} \\ T_{mpe_j} - z_{ij}, & \forall CCz_{ij k} \\ T_{mpt_j} - z_{ij} - d_i, & \forall FFz_{ij k} \\ T_{mpt_j} - z_{ij}, & \forall CFz_{ij k} \end{array} \right\} \\
 & - \max \left\{ \begin{array}{ll} T_{mtt_s} + z_{ij}, & \forall FCz_{ij k} \\ T_{mte_s} + z_{ij}, & \forall CCz_{ij k} \\ T_{mtt_s} + z_{ij} - d_i, & \forall FFz_{ij k} \\ T_{mte_s} + z_{ij} - d_i, & \forall CFz_{ij k} \end{array} \right\}
 \end{aligned} \tag{2.26}$$

**Definición 2-19** *Holgura condicional (Hc).*

La holgura condicional de una tarea, es la cantidad de tiempo que podemos retrasar el comienzo de una actividad definido por los tiempos más tardes de sus precedentes sin afectar el tiempo más tarde de sus sucesoras. Se calcula de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 H_c = T_{mte_i} - \max \left\{ \begin{array}{ll} T_{mtt_s} + z_{ij}, & \forall FCz_{ij k} \\ T_{mte_s} + z_{ij}, & \forall CCz_{ij k} \\ T_{mtt_j} + z_{ij} - d_i, & \forall FFz_{ij k} \\ T_{mte_s} + z_{ij} - d_i, & \forall CFz_{ij k} \end{array} \right\}
 \end{aligned} \tag{2.27}$$

**Definición 2-20** *Relación de precedencia determinante.*

Una relación de precedencia es determinante si su holgura libre es cero; es decir, si la diferencia entre los tiempos más pronto relativos a la clase de relación, entre ella y su precedente menos la duración del desfase es cero.

**Definición 2-21** *Relación de precedencia crítica.*

*Una relación de precedencia es crítica si es determinante y relaciona dos actividades críticas, siendo su holgura total y libre igual a cero.*

**Definición 2-22** *Camino crítico.*

*El camino crítico es el camino más largo del grafo, donde todas sus relaciones y actividades son críticas. Puede haber varios caminos críticos en un grafo.*

**Definición 2-23** *Tarea crítica inversa.*

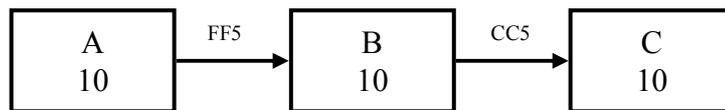
*Consideramos que una tarea es crítica inversa cuando un incremento (decremento) en la duración de ésta produce un desplazamiento (adelanto) en sus tiempos de comienzo, afectando de manera contraria a la duración del proyecto.*

La existencia de tareas críticas inversas produce efectos anómalos en los grafos **PDM**, y fue estudiado por primera vez en 1981 por Jerome D. Wiest (Wiest J. , 1981), en el artículo del Journal of Operations Management, titulado “*Precedence Diagramming Method: Some unusual Characteristics And their Implications For Projects Managers*”.

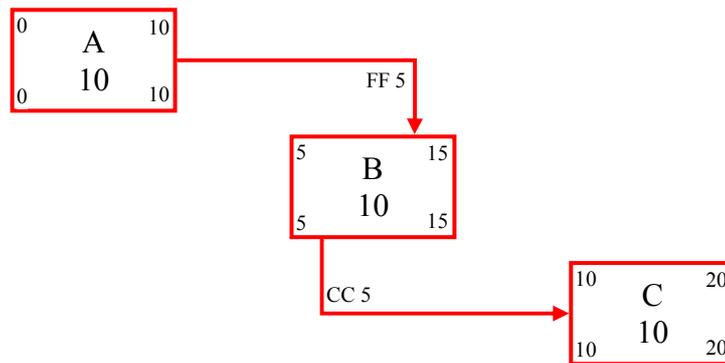
## 2.2.4. La paradoja de Wiest.

Wiest analizó los cambios que producían los grafos **PDM** en la metodología del camino crítico, incluso el concepto de camino crítico en sí mismo, indicando ciertos comportamientos anómalos en determinadas circunstancias, producido por las *tareas críticas inversas*, y que hemos llamado “*La paradoja de Wiest*”.

Supongamos la siguiente instancia de tres tareas **A**, **B** y **C**, de tal manera que **B** ha de terminar al menos cinco días después de haber finalizado **A**, y **C** ha de comenzar al menos cinco días después de haber comenzado **B**:



O lo que es lo mismo:



Y el diagrama temporal asociado:

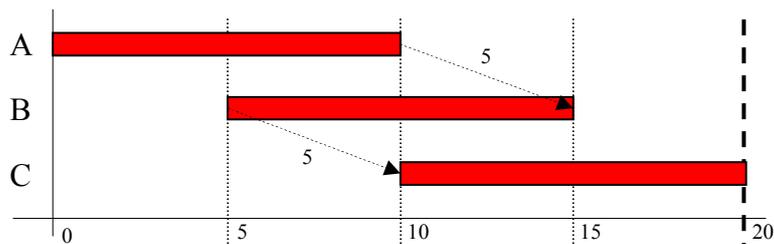
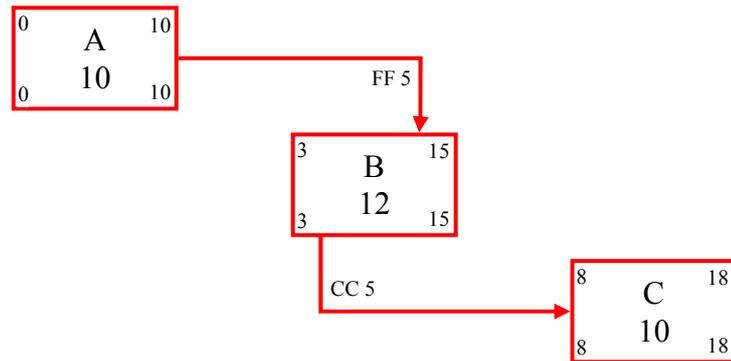


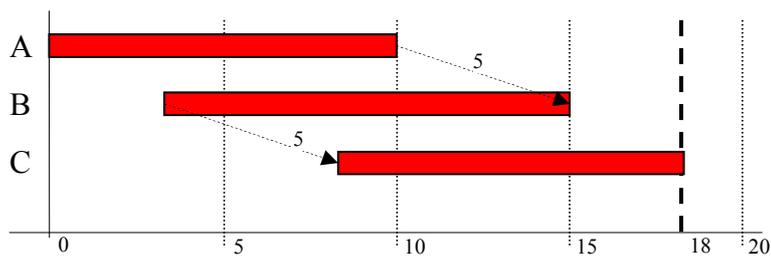
Figura 15: Paradoja de Wiest (Planteamiento).

Esta sencillísima instancia nos ofrece una duración total del proyecto o *makespan* de 20 días aplicando el *algoritmo clásico* expuesto anteriormente.

Si incrementamos la duración de la tarea **B** a doce días, nuestra primera conclusión será, que al ser ésta una tarea crítica, la duración del proyecto debería incrementarse en dos días, pasando a durar 22 días, pero cuando calculamos el grafo no es esto lo que sucede:



Y el diagrama temporal asociado:



**Figura 16:** Paradoja de Wiest (Desarrollo).

El resultado obtenido de aumentar la duración de una tarea crítica ha sido el de reducir la duración del proyecto pero, además, se da la circunstancia contraria; es decir, que una reducción en la duración de esa tarea nos daría como resultado un incremento en la duración del

proyecto.

Wiest denominó este hecho como “*efecto perverso*” de los grafos **PDM**, puesto que reducir la duración de determinadas tareas, provoca un efecto contrario en la duración del proyecto, clasificando estas tareas como *críticas inversas* o “*tareas perversas*”, y al resto como “*críticas neutras*”. Tal y como escribió: “*Las tareas críticas inversas son un concepto que entierra el sentimiento natural de las consecuencias de alargar o retrasar una tarea*”.

Wiest apuntó que la solución parcial al problema de la perversidad de las *tareas críticas inversas* o *críticas perversas* como él prefería denominarlas, residía en la relajación impuesta en el algoritmo clásico, que no permitía la interrupción en la ejecución de las tareas (ver nota al pie viii), defendiendo los trabajos de Crandall (Crandall, 1973), y concretamente su algoritmo “*splitting allowed*” o con “*interrupción permitida*”.

### **2.2.5. El problema de la interrupción en la ejecución.**

Wiest se preguntó en su ya mencionado artículo, “*¿Es factible (en el sentido técnico o directivo) interrumpir una tarea?, y si es posible, ¿cómo debería hacerse esa interrupción?*”

En sus conclusiones, Wiest, hizo especial hincapié en que la interrupción de las tareas, debía de ser fruto de la decisión del gestor, y no de la relajación impuesta por un algoritmo.

Además alertó “*de la necesidad por parte de los gestores, de ser conocedores de las limitaciones que imponen las programaciones de proyectos generadas por ordenador y sus reglas de fragmentación*”, algo que después de más de 25 años sigue sin ser tenido en cuenta por los más populares y reconocidos programas de gestión de proyectos en cualquiera de sus versiones (incluso las profesionales).

El problema de la interrupción de la ejecución de las tareas en grafos **PDM** no ha sido a mi entender suficientemente estudiado en la literatura conocida, disponiendo en la actualidad de tan sólo dos algoritmos heurísticos, el de Crandall<sup>xii</sup> y el de Valls, Martí y Lino del Departamento de Estadística e Investigación Operativa de la Facultad de Matemáticas de la Universidad de Valencia, este último permitiendo un punto de interrupción en las tareas. Como última aportación conocida, disponemos del trabajo realizado en 1997 por Dra. D<sup>a</sup>. Pilar Lino Sorli, en su Tesis doctoral titulada “*Planificación de Proyectos en Diagramas de Precedencias*” (Lino, 1997), con un algoritmo exacto basado en ramificación y acotación, tesis dirigida por Dr. D. Vicente Valls Verdejo, ambos del departamento de E. e I.O de la Universidad de Valencia.

### **2.2.5.1. El Algoritmo de Crandall.**

Crandall publicó su algoritmo “Project Planning With Precedence Lead/Lag Factors”<sup>xiii</sup> en 1973, en el “Project Management Quarterly” actualmente denominado “Project Management Journal® (PMJ)”, introduciendo un nuevo método para el cálculo de la mínima duración (*makespan*) de un proyecto con grafos **PDM**, permitiendo la interrupción de las tareas.

El algoritmo de Crandall, modificado por Moder, Philips and Davis, presenta como novedad que en el cálculo adelante, las tareas son analizadas para ver si requieren de interrupción, para en su caso determinar el valor de la parte de la duración  $\alpha$  que fracciona la tarea por su final, y  $\beta$  por su comienzo, de la siguiente forma:

---

<sup>xii</sup> Posteriormente, se publicó el algoritmo de Moder, Philips and Davis (Moder, 1983), igual al de Crandall pero con relaciones *comienzo-final*, que éste no incluyó al estimar que no tenían trascendencia en la práctica (Crandall, 1973), página 19).

<sup>xiii</sup> “Lead” se refiere a la cantidad de tiempo entre una tarea y su siguiente, y “Lag” a la cantidad de tiempo entre una tarea y su precedente. En esta Tesis todos los desfases y relaciones utilizados en los algoritmos son tipo “Lag”.

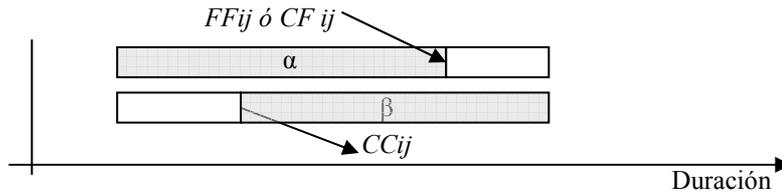


Figura 17: Valores de  $\alpha$  y  $\beta$  según Crandal.

### Cálculo adelante (Forward Calculation).

Paso 1.

$$ES_j = \max \{ ES_j; \\ EF_i + FCz_{ijk}; \quad \forall k \\ ES_i + CCz_{ijk}; \quad \forall k \text{ si } \alpha_i \geq CCz_{ijk} \text{ ó si } \alpha_i \\ \text{no fue requerido} \\ EF_i + CCz_{ijk} - d_j; \quad \forall k \text{ si } \alpha_i < CCz_{ijk} \\ \} \quad \forall i \in A^{xiv}$$

Paso 2.

$$EF_j = \max \{ ES_j + d_j; \\ EF_i + FFz_{ijk}; \\ ES_i + CFz_{ijk}; \quad \forall k \text{ si } \alpha_i \geq CFz_{ijk} \text{ ó si } \alpha_i \\ \text{no fue requerido} \\ EF_i + CFz_{ijk} - d_j; \quad \forall k \text{ si } \alpha_i < CFz_{ijk} \\ \} \quad \forall i \in A^{xv}$$

Paso 3.

Si  $EF_j > ES_j + d_j$ , entonces la tarea  $j$  requiere interrupción

$$\alpha_j = \begin{cases} d_j - FFz_{ijk}; & \text{si } EF_j \text{ es por una relación } FF \\ d_j - CFz_{ijk}; & \text{si } EF_j \text{ es por una relación } CF \end{cases}$$

Paso 4.

$$\text{Duración Proyecto} = \max \{ EF_j \}, \quad \forall j \in N^{xvi}$$

<sup>xiv</sup>  $A$  es el conjunto de tareas precedentes de  $j$ .

<sup>xv</sup>  $A$  es el conjunto de tareas precedentes de  $j$ .

**Cálculo atrás (Backward Calculation).**

Paso 1.

$$LF_i = \min \{ LF_i; \\ LS_j - FCz_{ij k}; \quad \forall k \\ LF_j - FFz_{ij k}; \quad \forall k \text{ si } \beta_j \geq FFz_{ij k} \text{ ó si } \beta_j \\ \text{no fue requerido} \\ LS_j - FFz_{ij k} + d_j; \quad \forall k \text{ si } \beta_j < FFz_{ij k} \\ \} \quad \forall j \in A^{xvii}$$

Paso 2.

$$LS_i = \min \{ LF_i - d_i; \\ LS_j - CCz_{ij k}; \\ LF_j - CFz_{ij k}; \quad \forall k \text{ si } \beta_j \geq CFz_{ij k} \text{ ó si } \beta_j \\ \text{no fue requerido} \\ LS_j - CFz_{ij k} + d_j; \quad \forall k \text{ si } \beta_j < CFz_{ij k} \\ \} \quad \forall j \in A^{xviii}$$

Paso 3.

Si  $LS_i < LF_i - d_i$ , entonces:

$$\beta_i = \begin{cases} d_i - CCz_{ij k}; & \text{si } LS_i \text{ es por una relación CC} \\ d_i - CFz_{ij k}; & \text{si } LS_i \text{ es por una relación CF} \end{cases}$$

**Definición 2-24** *Holgura total*<sup>xix</sup> (*Ht*) *splitting allowed*.

La *holgura total* de una tarea es la cantidad de tiempo que podemos aumentar la duración de una tarea sin afectar la duración del proyecto. Se calcula como la diferencia entre el tiempo más tarde de terminar y el tiempo más pronto de empezar menos su duración:

$$Ht_i = Tmtt_i - Tmpe_i - d_i \quad (2.28)$$

$$Ht_i = LF_i - ESi - d_i \quad (2.29)$$

<sup>xvi</sup>  $N$  es el conjunto de tareas del proyecto.

<sup>xvii</sup>  $A$  es el conjunto de tareas sucesoras de  $i$ .

<sup>xviii</sup>  $A$  es el conjunto de tareas sucesoras de  $i$ .

<sup>xix</sup> También la denominaré indistintamente *Holgura Interna*.

**Definición 2-25** *Holgura de comienzo (Hcom) splitting allowed.*

La holgura de comienzo de una tarea es la cantidad de tiempo que podemos retrasar el comienzo de una tarea sin afectar la duración del proyecto. Se calcula como la diferencia entre el tiempo más tarde de empezar y el tiempo más pronto de empezar:

$$Hcom_i = Tmte_i - Tmpe_i \quad (2.30)$$

$$Hcom_i = LS_i - ES_i \quad (2.31)$$

**Definición 2-26** *Holgura de final (Hfin) splitting allowed.*

La holgura de final de una tarea es la cantidad de tiempo que podemos retrasar el final de una tarea sin afectar la duración del proyecto. Se calcula como la diferencia entre el tiempo más tarde de terminar y el tiempo más pronto de terminar:

$$Hfin_i = Tmtt_i - Tmte_i \quad (2.32)$$

$$Hfin_i = LF_i - EF_i \quad (2.33)$$

### 2.2.5.2. El Algoritmo de Valls, Martí y Lino.

Valls, Martí y Lino publicaron sus estudios sobre los grafos **PDM** con interrupción de las tareas en 1996, y hasta la fecha es la segunda y última aportación conocida<sup>xx</sup>, a excepción ya hecha de la tesis doctoral de la Dra. Pilar Lino.

Valls, Martí y Lino analizan el problema de la interrupción de las tareas desde un riguroso punto de vista matemático, estableciendo los criterios en los que el algoritmo de Crandall ofrece resultados incorrectos en la fragmentación, presentando un nuevo algoritmo, que difiere exclusivamente en el cálculo de los valores de  $\alpha$  y  $\beta$ , finalizando con una comparación de los tiempos de cálculo

---

<sup>xx</sup> Miklos Hajdu, (Hajdu, 1997) página 154), presenta un algoritmo diferente a los mencionados, no dando información sobre la autoría, el cual calcula los tiempos más pronto y más tarde de empezar y terminar de las tareas, pero que no ofrece ninguna información acerca de las interrupciones en las tareas, no dando soluciones que cumplan siempre las condiciones impuestas por las relaciones del proyecto.

requeridos y los resultados obtenidos por su algoritmo heurístico, comparado con un algoritmo de enumeración (posteriormente presentado por Pilar Lino en su Tesis Doctoral), poniendo de manifiesto la complejidad NP-Hard (no polinómica) del problema, ante diferentes instancias de tamaño 50, 100, 300 y 600, pudiendo resolver y comparar tan sólo las de tamaño 50 y 100.

Los fallos en la fragmentación que presenta el algoritmo de Crandall según Valls et al son:

1. Las relaciones *final-final* o *comienzo-final* con desfase de cero unidades, pueden causar resultados incorrectos si el valor de  $\alpha$  está determinado por una de ellas.
2. Incluso cuando el valor de  $\alpha$  está determinado por una relación con desfase distinto de cero, se pueden encontrar casos en los que el *tiempo más pronto de empezar* programado, no satisface las relaciones impuesta por el proyecto.
3. Si el *tiempo más pronto de empezar* ha sido determinado por más de una relación de precedencia,  $\alpha$  puede no ser único.

Y las nuevas formulas propuestas para el cálculo de  $\alpha$  y de  $\beta$  son:

Nueva fórmula para el cálculo de  $\alpha$ :

- a. Si  $EF_j > ES_j + d_j$ , y  $d_j = 1$  entonces  $ES_j = EF_j - d_j$
- b. Si  $EF_j > ES_j + d_j$ , y  $d_j > 1$  entonces:

$$\alpha_j = \begin{cases} d_j - 1 & \text{si } M = 0 \text{ y } B \cup C = 0 \\ d_j - M & \text{si } M > 0 \text{ y } B \cup C = 0 \\ d_j - \max\{\max CF_{ij}, \max FF_{ij}\} & \text{si } B \cup C \neq 0 \end{cases}$$

Donde:

$$M = \begin{cases} FF_{kj} & \text{si } EF_j \text{ es definido por } FF_{kj} \\ CF_{kj} & \text{si } EF_j \text{ es definido por } CF_{kj} \end{cases}$$

$$B = \{i|(i,j) \in A, CF_{ij} > M \text{ y } [\nexists \alpha_i \text{ ó } \alpha_i \geq CF_{ij}) \text{ y } ES_i + CF_{ij} > ES_j + d_j] \text{ ó } [\alpha_i < CF_{ij} \text{ y } EF_i - d_i + CF_{ij} > ES_j + d_j]\}$$

$$C = \{i|(i,j) \in A, FF_{ij} > M \text{ y } EF_i + FF_{ij} > ES_j + d_j\}$$

Nueva fórmula para el cálculo de  $\beta$ :

- Si  $LS_i < LF_i - d_i$ , y  $d_i = 1$  entonces  $LF_i = LS_i + d_i$
- Si  $LS_i < LF_i - d_i$ , y  $d_i > 1$  entonces:

$$\beta_i = \begin{cases} d_i - 1 & \text{si } M = 0 \text{ y } B \cup C = 0 \\ d_i - M & \text{si } M > 0 \text{ y } B \cup C = 0 \\ d_i - \max\{\max CF_{ij}, \max CC_{ij}\} & \text{si } B \cup C \neq 0 \end{cases}$$

Donde:

$$M = \begin{cases} CC_{ik} & \text{si } LS_i \text{ es definido por } CC_{ik} \\ CF_{ik} & \text{si } LS_i \text{ es definido por } CF_{ik} \end{cases}$$

$$B = \{i|(i,j) \in A, CF_{ij} > M \text{ y } [\nexists \beta_j \text{ ó } \beta_j \geq CF_{ij}) \text{ y } LF_j - CF_{ij} < LF_i - d_i] \text{ ó } [\beta_j < CF_{ij} \text{ y } LS_j + d_j - CF_{ij} < LF_i + d_i]\}$$

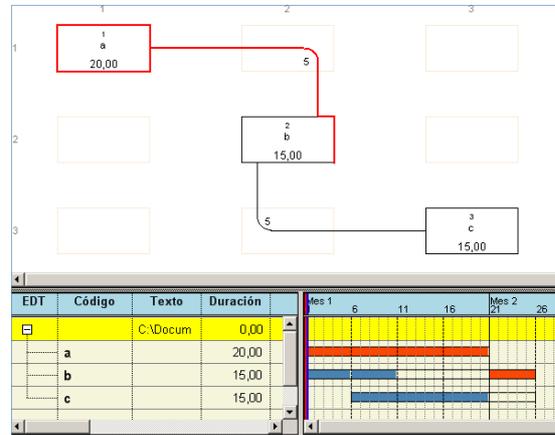
$$C = \{i|(i,j) \in A, CC_{ij} > M \text{ y } LS_j - CC_{ij} < LF_i - d_i\}$$

### 2.2.5.3. La paradoja de Wiest con interrupción.

Como se ha comentado anteriormente, Wiest apuntó que la solución parcial al problema de la perversidad de las *tareas críticas inversas* o *críticas perversas*, residía en la relajación impuesta en el algoritmo clásico, que no permitía la interrupción en la ejecución de las tareas,

defendiendo los trabajos de Crandall, y concretamente su algoritmo “*splitting allowed*” o con “*interrupción permitida*”.

Aplicando el algoritmo de Crandall<sup>xxi</sup> a nuestra *Paradoja de Wiest*, obtendríamos:



**Figura 18:** Paradoja de Wiest con interrupción

De tal manera, que la tarea *B*, ha dejado de ser *crítica inversa*, para convertirse en *crítica de final*, no viéndose afectado el *makespan* del proyecto por una variación en su duración (hasta el límite de su holgura de comienzo), pero tal y como apuntó Crandall como posible problema ( (Crandall, 1973), página 21 Second), esta ha desplazado su *tiempo más pronto de empezar* al comienzo del proyecto, haciendo las siguientes recomendaciones<sup>xxii</sup> a considerar:

1. Sería deseable la utilización de marcadores “flags” en ciertas tareas para ser consideradas como no interrumpibles.

<sup>xxi</sup> Sería indiferente aplicar la formulación propuesta por Crandall o por Valls et al para el cálculo de  $\alpha$  y  $\beta$ .

<sup>xxii</sup> Crandall calificó las recomendaciones como “posibles problemas”, aunque a mi parecer fue excesivamente riguroso o cauteloso, en previsión a los comentarios o críticas que podía suscitar su algoritmo “*splitting allowed*” con interrupción permitida.

2. El exclusivo uso de relaciones *comienzo-comienzo*, determinará los tiempos de comienzo de las tareas, pero su tiempo de terminación será el de terminación del proyecto (ver Figura 18 anterior, tarea C).
3. El exclusivo uso de relaciones *final-final*, dejará los tiempos de comienzo de las tareas indefinidos, siendo estos los de comienzo del proyecto (ver Figura 18 anterior, tarea B).

## 2.3 CONCLUSION PARCIAL.

En el presente capítulo, se han establecido los problemas que ocasiona la *Paradoja de Wiest* en el cálculo del *makespan* del proyecto mediante la aplicación del algoritmo sin interrupción, y como aparentemente parecen haber sido solucionados mediante la aplicación del Algoritmo “*splitting allowed*” de Crandall y las aportaciones realizadas por Valls et al.

El algoritmo con interrupción, no solo parece evitar las paradojas que presentan los algoritmos sin interrupción, sino que proporciona mejoras en el *makespan* del proyecto, siendo este nuevo *makespan* obtenido una cota inferior a la cota superior del problema obtenido mediante los algoritmos sin interrupción.

“...Incluso durante los tediosos oficios, Jack tenía la mente ocupada en alguna cuestión más o menos enrevesada relacionada con la construcción o la planificación. Aumentaban con rapidez sus conocimientos. En lugar de pasar años tallando piedras, estaba aprendiendo cómo se construía una catedral. No se podía encontrar nada mejor si se quería ser un maestro constructor...”

Ken Follet

LOS PILARES DE LA TIERRA

Capítulo X 5. Página 621.

### **3. APLICACIÓN DE LOS GRAFOS *PDM* A LA GESTION DE ACTIVIDADES DE PRODUCCIÓN.**

### 3.0 OBJETIVOS PARCIALES.

En este capítulo se va a exponer un nuevo algoritmo “*splitting allowed*” con diferente criterio de fragmentación, más sencillo en su concepción y aplicación. Se va a analizar la validez de los resultados obtenidos con la aplicación de los algoritmos expuestos ante la *Paradoja de Wiest*, y se realizará un replanteamiento del modelo clásico que solucione definitivamente la criticidad inversa, posibilitando la aplicación de algoritmos de optimización que actúen sobre la duración de las tareas sin ofrecer resultados incorrectos, y establecer un modelo de planificación de la Producción para proyectos basados en procesos productivos, y muy especialmente para los de Edificación y Construcción.

### 3.1 UNA PROPUESTA DE ALGORITMO “SPLITTING ALLOWED”.

Para facilitar la aplicación de posteriores modelos de optimización, se va a proponer un algoritmo “splitting allowed” con un planteamiento diferente de los valores de  $\alpha$  y  $\beta$ , y consecuentemente una formulación diferente, que corresponden a las fracciones que resultarían de los dos posibles puntos de fractura de una tarea<sup>xxiii</sup>.

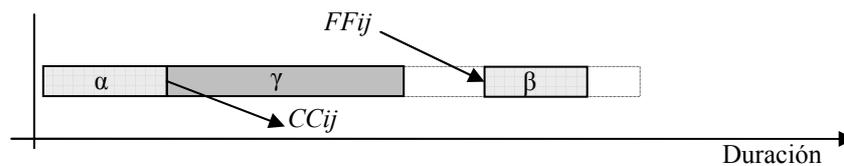


Figura 19: Nueva formulación de  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$ .

El valor  $\alpha$ , corresponde al tramo de duración determinado por la interrupción provocada con las relaciones de *comienzo-comienzo* que salen de la tarea.

El valor  $\beta$ , corresponde al tramo de duración determinado por la interrupción provocada con las relaciones de *final-final* que llegan a la tarea.

El valor  $\gamma$ , corresponde al tramo de duración determinado por la diferencia entre la duración de la tarea y los valores de  $\alpha$  y  $\beta$ . El valor  $\gamma$  define un *tramo oscuro* de la tarea, del que no disponemos información, pudiendo adoptar valores positivos o negativos.

---

<sup>xxiii</sup> La nueva formulación viene derivada del nuevo enfoque que se plantea en los conceptos de “relaciones” y “desfases” entre las tareas que conforman el proyecto, así como por los modelos de optimización, y que desarrollaré en el próximo capítulo.

El nuevo planteamiento de los valores de  $\alpha$  y  $\beta$ , y la aparición de un nuevo valor  $\gamma$ , viene ocasionado por la necesidad de establecer la dimensión de cada uno de los tramos de la tarea (comienzo  $\alpha$ , final  $\beta$ , e intermedio  $\gamma$ ) para que puedan ser reprogramados por un modelo de optimización metaheurística.

El algoritmo está formado por los ya clásicos cálculo adelante y cálculo atrás, con las características especiales de los proyectos de edificación y construcción, que aunque en un principio simplifican el cálculo, posteriormente evolucionan a un modelo mucho más complejo, al eliminar relajaciones al modelo, haciéndolo más parecido a la realidad de los proyectos objeto de esta Tesis.

Las relajaciones iniciales impuestas son:

1. No existen casos de dependencias  $CF_{ij}$  en edificación o construcción, por lo que no son tenidas en cuentas, tal y como estableció Crandall<sup>xxiv</sup>.
2. Las dependencias  $CC_{ij}$  y  $FF_{ij}$  son de al menos 1 día (ó 1 nivel de producción necesaria<sup>xxv</sup>), no así las de  $FC_{ij}$  que pueden adoptar cualquier valor mayor o igual a cero<sup>xxvi</sup>.

---

<sup>xxiv</sup> En mis más de 20 años realizando Planificaciones de Proyectos de Edificación, nunca me he encontrado con la necesidad de contemplar este tipo de dependencias  $CF_{ij}$ , resultando además verdaderamente difícil imaginar una situación plausible a modo de ejemplo que la contemple, al menos en el ámbito de la Producción en la Edificación y Construcción que es el único objetivo de esta tesis.

<sup>xxv</sup> La diferencia entre relación (nivel de producción) o desfase (tiempo de espera), será comentada en el capítulo siguiente.

<sup>xxvi</sup> Se ha incluido esta restricción fundamentada en los trabajos de Vals et al., aunque en la experimentación realizada no se han reproducido los criterios de error en la fragmentación expuestos (ver 2.2.5.2 El Algoritmo de Valls, Martí y Lino).

**Condiciones Previas**

$$\begin{array}{ll}
 0 < CCz_{ij k} < d_i & \forall j \in N^{xxvii}, i \in A^{xxviii} \\
 0 < FFz_{ij k} < d_j & \forall j \in N, i \in A^{xxix} \\
 FCz_{ij k} \geq 0 & \forall j \in N, i \in A
 \end{array}$$

**Cálculo adelante (Forward Calculation).**

Paso 0.

$$\beta_i = \text{máx} \{FFz_{ij k}\} \quad \forall j \in N, i \in A^{xxx} \quad (3.34)$$

Paso 1.

$$\begin{array}{l}
 ES_j = \text{máx} \{ES_j; \\
 \quad EF_i + FCz_{ij k}; \quad \forall k \\
 \quad ES_i + CCz_{ij k}; \quad \forall k \\
 \quad EF_i + CCz_{ij k} - d_i; \quad \forall k \text{ si } d_i - \beta_i < CCz_{ij k} \\
 \quad \} \\
 \quad \quad \quad \forall i \in A
 \end{array} \quad (3.35)$$

Paso 2.

$$\begin{array}{l}
 EF_j = \text{máx} \{EF_j; \\
 \quad EF_i + FFz_{ij k}; \quad \forall k \\
 \quad ES_j + d_j; \\
 \quad \} \\
 \quad \quad \quad \forall i \in A^{xxxi}
 \end{array}$$

Paso 3. Por su interrupción

Si la tarea  $j$  no se puede interrumpir:

$$ES_j = EF_j - d_j$$

Paso 4.

$$\mathbf{Duración Proyecto} = \text{máx} \{EF_j\}, \quad \forall j \in N$$

---

<sup>xxvii</sup> $N$  es el conjunto de tareas del proyecto

<sup>xxviii</sup> $A$  es el conjunto de tareas precedentes de  $j$  con relación  $CC$ .

<sup>xxix</sup> $A$  es el conjunto de tareas precedentes de  $j$  con relación  $FF$ .

<sup>xxx</sup> $A$  es el conjunto de tareas precedentes de  $i$  con relación  $CC$ .

<sup>xxxi</sup> $A$  es el conjunto de tareas precedentes de  $j$ .

**Cálculo atrás (Backward Calculation).**

Paso 0.

$$\alpha_i = \max \{CCz_{ij k}\} \quad \forall j \in N, i \in A^{xxxii}$$

$$\gamma_i = d_i - \alpha_i - \beta_i \quad \forall j \in N, i \in A^{xxxiii}$$

Paso 1.

$$LF_i = \min \{LF_i; \\ LS_j - FCz_{ij k}; \quad \forall k \\ LF_j - FFz_{ij k}; \quad \forall k \\ \} \quad \forall j \in A^{xxxiv}$$

Paso 2.

$$LS_i = \min \{LF_i - d_i; \\ ES_i + \alpha_i - CCz_{ij k}; \quad \forall k \text{ si } d_i - \beta_i < CCz_{ij k} \\ \} \quad \forall j \in A$$

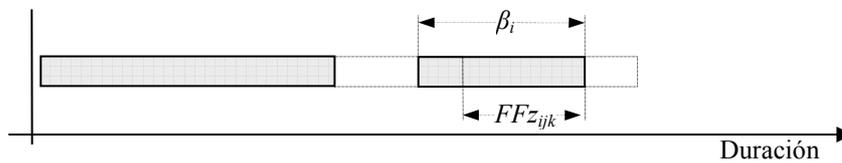
Paso 3.

Por su interrupción

Si la tarea  $i$  no se puede interrumpir:

$$LF_i = LS_i + d_i$$

En el algoritmo propuesto, mediante (3.34) se garantiza que ninguna zona de la tarea se ejecuta antes de su punto de fragmentación más desfavorable llevando su ejecución hacia el final de la tarea, pero no afectando por ello al Tiempo de finalización más temprano, que es determinado exclusivamente por su dependencia:



**Figura 20:** Implicación de  $\beta$  en el cálculo

Obviamente, esta conservadora aplicación de  $\beta$ , conlleva que en algunas circunstancias la tarea se ejecute parcialmente más tarde de

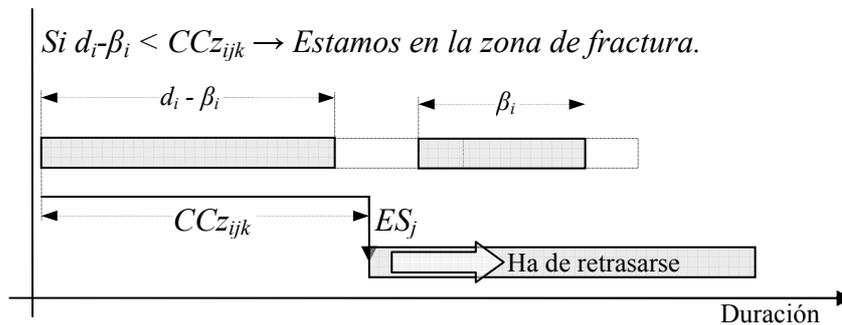
<sup>xxxii</sup>  $A$  es el conjunto de tareas precedentes de  $i$  con relación  $CC$ .

<sup>xxxiii</sup>  $A$  es el conjunto de tareas precedentes de  $i$  con relación  $CC$ .

<sup>xxxiv</sup>  $A$  es el conjunto de tareas sucesoras de  $i$ .

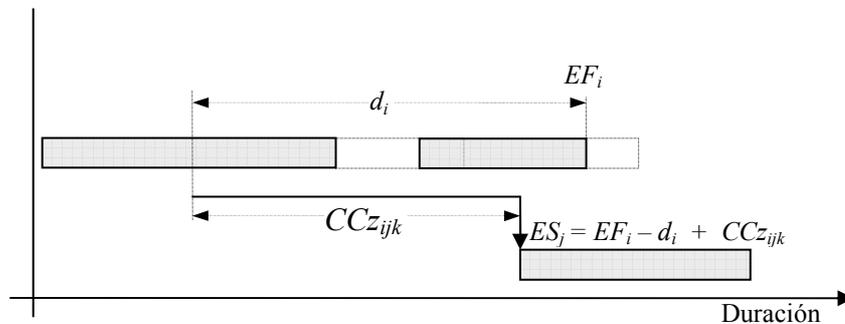
cuándo sería estrictamente necesario, pero solo sería trascendente si otra tarea con una relación de comienzo requiriera de esta diferencia con la  $\beta_i$  óptima, con lo que se produciría un retraso en el tiempo de comienzo y que podría llegar a ofrecer un *makespan* superior al óptimo (En la Instancia 1 de la validación del modelo se presenta un caso con esta circunstancia, comparando los resultados obtenidos con otros algoritmos de cálculo).

Y la fragmentación se aplica mediante (3.35) determinando si la relación de *Comienzo-Comienzo* se encuentra o no antes del punto de fractura de la siguiente forma:



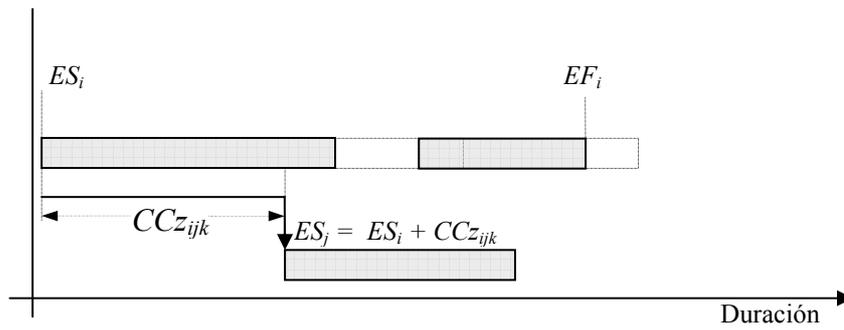
**Figura 21:** Situación de la dependencia antes o después del punto de fractura.

Operando de la siguiente forma en caso de que nos encontremos después del citado punto de fractura:



**Figura 22:** Cálculo en caso de estar después del punto de fractura.

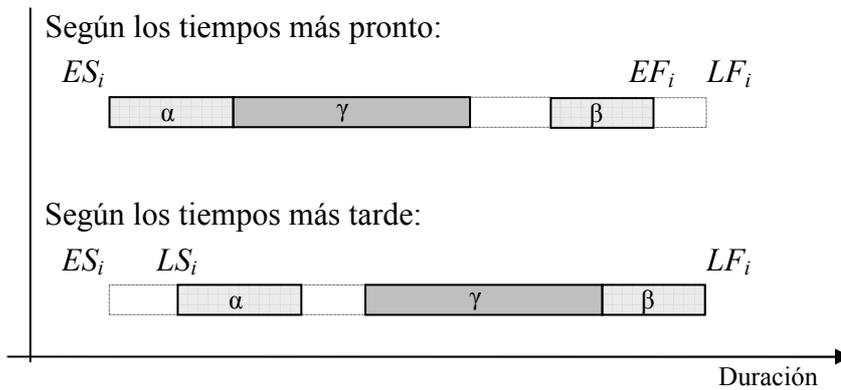
Y en caso contrario:



**Figura 23:** Cálculo en caso de estar antes del punto de fractura

Para calcular los valores de los tiempos más tarde (cálculo atrás o Backward Calculation), se operará de manera semejante aunque adoptando en este caso los valores mínimos<sup>xxxv</sup>.

Además, gracias a la nueva formulación y reorganización de los valores de  $\alpha$  y  $\beta$ , estamos en disposición de distribuir tanto los importes como los recursos a lo largo de la duración de la tarea, respetando los puntos de interrupción de la siguiente forma:



**Figura 24:** Valores de ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ) de la tarea.

<sup>xxxv</sup> En los algoritmos que se propondrán a partir de ahora y lo largo de esta Tesis, salvo indicación al contrario, se seguirán los mismos criterios de cálculo expuestos.

O cualquier otra posible posición entre los valores límite anteriores resultado de una reprogramación. Reprogramación dependiente de la duración adoptada para las tareas y que además deberá ser tratada independientemente para cada una de las zonas ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ) definidas por las interrupciones, y con especial atención a la intermedia o la que llamaremos como *zona Indefinida* por la falta de información que conlleva y la relación que tiene con la *zona Indefinida* de otras tareas, estudio que formará parte de ulteriores trabajos cuando se apliquen los modelos de optimización.

El presente algoritmo ofrece las siguientes ventajas sobre los anteriores:

1. Es muchísimo más sencillo conceptualmente y muy adecuado para iniciarse en los conceptos de fragmentación y especialmente útil para la docencia.
2. Los valores de  $\alpha, \beta, \gamma$  coinciden exactamente con el punto de fractura de comienzo, final e intermedio respectivamente, pudiendo obtener inmediatamente la programación según los tiempos más tarde sin realizar nuevos cálculos.
3. Por el mismo motivo anterior, puedo distribuir estratégicamente la ejecución de la tarea en su zona intermedia ofreciendo más puntos de fractura intermedios en caso de ser necesitados por los algoritmos de optimización.
4. De igual forma puedo establecer puntos de desplazamiento independientes para cada una de las tres zonas ( $\alpha, \beta, \gamma$ ) en el momento de aplicar algoritmos de optimización.

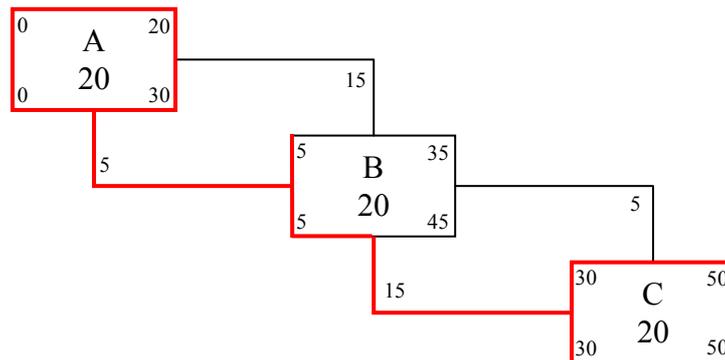
### 3.2 EL REPLANTEAMIENTO DE LA PARADOJA DE WIEST.

Mediante la interrupción de las tareas, hemos visto como Crandall y posteriormente Valls, Martí y Lino, parecen solucionar el problema de las tareas *críticas inversas* o *críticas perversas* apuntado por Wiest, pero supongamos ahora la siguiente instancia del problema:

		<b>Dependencia</b>	<b>Tipo de desfase</b>	<b>Condición</b>
Tarea <i>A</i>	20 días	inicial	Ninguno	ninguna
Tarea <i>B</i>	20 días	A	<i>CC</i>	5 días
			<i>FF</i>	15 días
Tarea <i>C</i>	20 días	B	<i>CC</i>	15 días
			<i>FF</i>	5 días

**Tabla 2:** Instancia con desfases en días.

Aplicando cualquiera de los algoritmos expuestos anteriormente:



**Figura 25:** Grafo *PDM* del replanteamiento de la paradoja de Wiest

Y el diagrama temporal asociado:

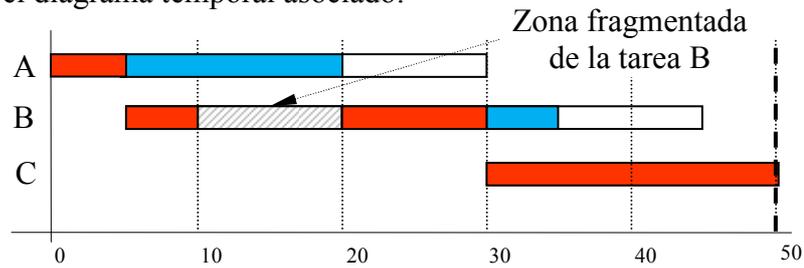
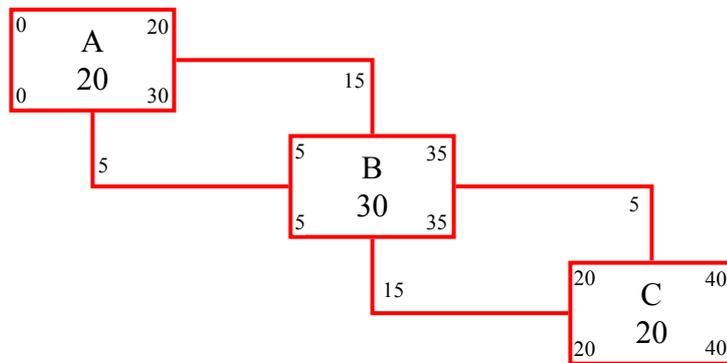


Figura 26: Diagrama temporal del replanteamiento de la paradoja de Wiest

Si incrementamos la duración de la tarea **B**, deberíamos ver reflejado un aumento en el *makespan* del proyecto, pero veamos lo que sucede realmente:



Y el diagrama temporal asociado:

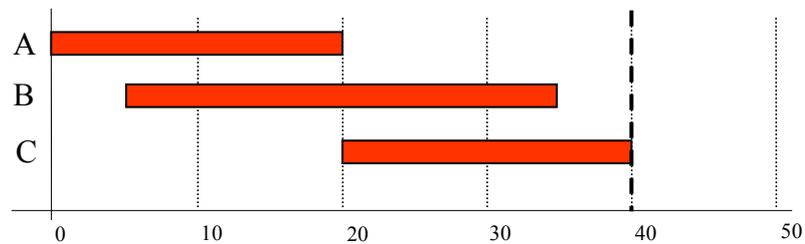


Figura 27: Nueva Paradoja de los grafos PDM.

Al incrementar la duración de la tarea **B**, se sigue reduciendo el *makespan* del proyecto, de tal forma que si su nueva duración es de 30 días, el *makespan* resultante de la instancia es de 40 días, reduciéndose en dirección contraria al incremento de la tarea. Con lo que se sigue observando la “Paradoja de Wiest” incluso con la aplicación del algoritmo de Crandall y las mejoras realizadas por Valls et al.

Puede en un principio parecer un hecho poco relevante la existencia de la “Paradoja de Wiest”, pero:

Si partimos del hecho de que en el mundo real cualquier modificación en la duración de una tarea, o no produce ningún efecto si esta no es una tarea crítica, o bien da como resultado una modificación en el mismo sentido del *makespan* del proyecto si esta es una tarea crítica. ¿Cómo podemos aplicar algoritmos de optimización que ofrezcan soluciones útiles y válidas actuando sobre la duración de las tareas, si los algoritmos que se utilizan para el cálculo de los tiempos nos ofrecen soluciones incorrectas?

Este problema aún está siendo expuesto como un hecho inherente a los grafos PDM en los últimos trabajos conocidos al respecto, y concretamente:

Herroelen et al (Herroelen, The multi-mode resource-constrained project scheduling problem with generalized precedence relations, 1999), página 542): “*Seleccionando el modo de duración más corto para cada tarea, no minimizará necesariamente la duración del proyecto. Ciertas tareas en grafos de proyecto con relaciones GPRs, pueden ser críticas inversas, implicando que la reducción de sus duraciones produce un incremento en la duración del proyecto. Determinar el modo óptimo de asignación que minimiza la duración del proyecto puede probarse que es muy difícil*”

Valls et al (Valls & Lino, 2001): “*..cuando el efecto en el camino crítico es anómalo (alargando la duración de una tarea*

*acortamos el camino critico, y acortándola alargamos el camino). Tal que el efecto es llamado perverso”.*

Los algoritmos existentes y expuestos anteriormente no contemplan el hecho de que la modificación en la duración de las tareas ocasiona en la mayoría de los casos un reajuste de los valores de las interdependencias entre ellas, haciéndose imprescindible un cambio en el planteamiento del problema y una nueva formulación que contemple estas circunstancias

### 3.3 LA PLANIFICACIÓN BASADA EN LA PRODUCCION.

Existen muy pocos trabajos (Markus, Váncza, Kis, & Kovács, 2003), (Kis, 2006), (Tulio, Urgo, & Alferi, 2008) en la literatura estudiada que analicen este problema, y ninguno desde el punto de vista de la edificación y la construcción, ciñéndose a un planteamiento para la industria manufacturera donde las interdependencias entre las tareas son más sencillas. Como ya se ha comentado anteriormente, no existía hasta el año 1992 una inquietud que estableciera los principios filosóficos de la planificación de la producción en la construcción.

Estos principios filosóficos fueron finalmente desarrollados en el año 2000 por Koskela en su tesis doctoral, aunque se sigue sin profundizar en el problema a pesar de los esfuerzos realizados desde el “lean construction Institute” (Lean Construction Institute, 2010), organización sin ánimo de lucro fundada en 1997 por Glen Ballard y Greg Howell, Profesor Asociado de Gestión de la Construcción de la Universidad de Nuevo Méjico desde 1987.

Los proyectos de edificación y construcción son proyectos complejos basados en procesos productivos (algunos incluso los llegan a denominar sistemas caóticos) (Bertelsen, 2003), y como tal hemos de estudiarlos y analizarlos, desde el punto de vista del proceso productivo y las singularidades que estos procesos llevan aparejados.

Podemos tener *tareas de producción* o tareas no productivas como periodos de fraguado o plazos administrativos, así como interdependencias en función de la producción ejecutada y/o pendiente o simplemente dependiente de que transcurra exclusivamente un lapso de tiempo determinado independientemente de la producción realizada.

### 3.3.1 Recursos, Tareas, Relaciones y Desfases.

**Definición 3-27** *Recurso renovable.*

*Los recursos renovables son aquellos que están en disposición de ser utilizados nuevamente después de su uso.*

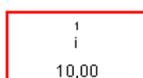
**Definición 3-28** *Recurso no renovable.*

*Los recursos no renovables son aquellos que se consumen después de su uso.*

**Definición 3-29** *Tarea de producción.*

*Las tareas de producción son procesos productivos individuales, diferenciados en el espacio y en el tiempo, pudiéndose ejecutar o no de forma continua, de productividad constante o monótona creciente que consumen una cantidad constante de recursos renovables y en función de la productividad de no renovables, con una duración conocida que denotaremos como  $d_i$  y una producción que denotaremos como  $med_i$ .*

Su representación gráfica es como sigue:

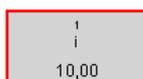


**Figura 28:** Tarea de producción.

**Definición 3-30** *Tarea no productiva.*

*Las tareas no productivas son procesos individuales, diferenciados en el espacio y en el tiempo, que consumen una cantidad constante de recursos renovables y no renovables, que se ejecutan de forma continua, con una duración conocida que denotaremos como  $d_i$ .*

Su representación gráfica es como sigue:



**Figura 29:** Tarea no productiva.

**Definición 3-31** *Relación de comienzo-comienzo ( $RCCp_{ij,k}$ ).*

La relación de comienzo-comienzo entre  $i$  y  $j$  ( $RCCp_{ij,k}$ ) significa que la tarea  $i$  debe de estar iniciada y haber transcurrido al menos un  $p$  por ciento de producción, para que comience la tarea  $j$ , siendo necesariamente mayor que cero.

Su representación gráfica es como sigue:



**Figura 30:** Relación comienzo-comienzo ( $RCCp_{ij,k}$ ).

**Definición 3-32** *Desfase de comienzo-comienzo ( $DCCz_{ij,k}$ ).*

El desfase de comienzo-comienzo entre  $i$  y  $j$  ( $DCCz_{ij,k}$ ) significa que la tarea  $i$  debe de estar iniciada, para que comience la tarea  $j$ , debiendo existir al menos un desfase de  $z$  lapsos de tiempo entre los dos sucesos, pudiendo ser cero o negativo.

Su representación gráfica es como sigue:

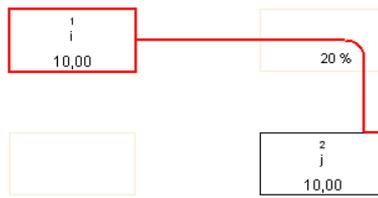


**Figura 31:** Desfase comienzo-comienzo ( $DCCz_{ij,k}$ ).

**Definición 3-33** *Relación de final-final ( $RFFp_{ij,k}$ ).*

La relación de final-final entre  $i$  y  $j$  ( $RFFp_{ij,k}$ ) significa que la tarea  $i$  debe de estar finalizada, y deberá quedar pendiente al menos un  $p$  por ciento de producción de la tarea  $j$  sin ejecutar para cuando  $i$  finalice, siendo necesariamente mayor que cero.

Su representación gráfica es como sigue:

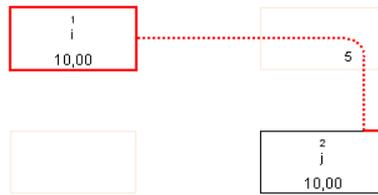


**Figura 32:** Relación *final-final* (RFFpij k).

**Definición 3-34.** *Desfase de final-final* ( $DFFz_{ij} k$ ).

El desfase de final-final entre  $i$  y  $j$  ( $DFFz_{ij} k$ ) significa que la tarea  $i$  debe de estar finalizada, para que finalice la tarea  $j$ , debiendo existir al menos un desfase de  $z$  lapsos de tiempo entre los dos sucesos, pudiendo ser cero o negativo.

Su representación gráfica es como sigue:



**Figura 33:** Desfase *final-final* ( $DFFz_{ij} k$ ).

**Definición 3-35.** *Desfase de final-comienzo* ( $DFCz_{ij} k$ ).

El desfase de final-comienzo entre  $i$  y  $j$  ( $DFCz_{ij} k$ ) significa que la tarea  $i$ , ha de estar totalmente finalizada con anterioridad al comienzo de la tarea  $j$ , debiendo existir al menos un desfase de  $z$  lapsos de tiempo entre los dos sucesos, pudiendo ser cero o negativo.

Su representación gráfica es como sigue:



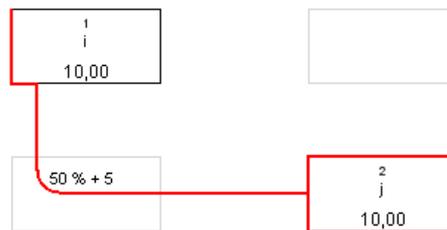
**Figura 34:** Desfase *final-comienzo* ( $DFCz_{ij} k$ ).

Con las anteriores tareas, relaciones y desfases, podemos definir relaciones especiales.

**Definición 3-36** Relación con *Desfase de comienzo-comienzo* ( $RDCCp(z)_{ij k}$ ).

La relación con desfase de comienzo-comienzo entre  $i$  y  $j$  ( $RDCCp(z)_{ij k}$ ) significa que la tarea  $i$  debe de estar iniciada y haber transcurrido al menos un  $p$  por ciento de producción mayor que cero, y un desfase adicional de  $z$  lapsos de tiempo para que comience la tarea  $j$ , pudiendo ser cero o negativo.

Y su representación gráfica es como sigue:



**Figura 35** Relación con Desfase de comienzo-comienzo ( $RDCCp_{zij k}$ ).

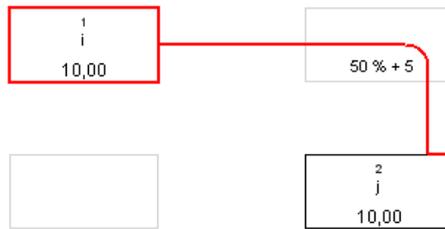
También se puede considerar como que se han de cumplir de forma consecutiva  $RCCp_{ij k}$  y  $DCCz_{ij k}$ :



**Figura 36:**  $RCCp_{ij k}$  y  $DCCz_{ij k}$ .

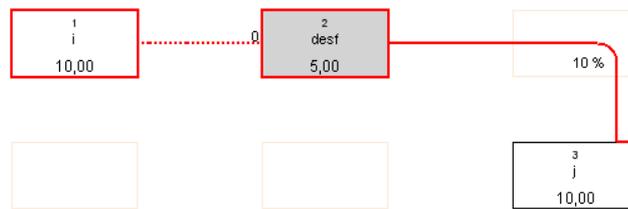
**Definición 3-37** Relación con *Desfase de final-final* ( $RDFFP(z)_{ij,k}$ ).  
 La relación con desfase de final-final entre  $i$  y  $j$  ( $RDFFP(z)_{ij,k}$ ) significa que la tarea  $i$  debe de estar finalizada y deberá transcurrir al menos un  $p$  por ciento de producción, con un desfase adicional de  $z$  lapsos de tiempo para que finalice la tarea  $j$ , siendo necesariamente mayor que cero la relación, pudiendo ser cero o negativo el desfase.

Y su representación gráfica es como sigue:



**Figura 37:** Relación con Desfase de final-final ( $RDFFP_{zij,k}$ ).

También se puede considerar como que se han de cumplir de forma consecutiva  $RFFP_{ij,k}$  y  $DFPz_{ij,k}$ :



**Figura 38:**  $RFFP_{ij,k}$  y  $DFPz_{ij,k}$

A partir de estos elementos, se puede plantear una modificación del algoritmo propuesto, contemplando el nuevo tipo de dependencias y tareas según sea su naturaleza productiva o no

### 3.3.2 Un algoritmo “splitting allowed” basado en producción.

El siguiente algoritmo propuesto, supone una evolución del anterior algoritmo “*splitting allowed*”, pero donde las relaciones se representan como una proporción de la duración de las tareas, ( $d_i \cdot RCCp_{ij k}$ ) en el caso de relaciones de *Comienzo-Comienzo* y ( $d_j \cdot RFFp_{ij k}$ ) en el caso de *Relaciones de Final-Final* apareciendo la diferenciación entre *Relación* y *Desfase*.

#### Condiciones Previas

$$\begin{aligned} 0 \leq RCCp_{ij k} \leq 1 & \quad \forall j \in N^{xxxvi}, i \in A^{xxxvii} \\ 0 \leq RFFp_{ij k} \leq 1 & \quad \forall j \in N, i \in A^{xxxviii} \\ DCCz_{ij k} > 0 & \quad \forall j \in N, i \in A \\ DFFz_{ij k} > 0 & \quad \forall j \in N, i \in A \\ DFCz_{ij k} \geq 0 & \quad \forall j \in N, i \in A \end{aligned}$$

#### Cálculo adelante (Forward Calculation).

Paso 0.

$$\beta_i = \max \{d_j \cdot RFFp_{ij k}\} \quad \forall j \in N, i \in A^{xxxix}$$

Paso 1.

$$\begin{aligned} ES_j = \max \{ & ES_j; \\ & EF_i + DFCz_{ij k}; \quad \forall k \\ & ES_i + DCCz_{ij k}; \quad \forall k \\ & EF_i + d_i \cdot RCCp_{ij k} - d_i; \\ & \quad \forall k \text{ si } d_i - \beta_i < d_i \cdot RCCp_{ij k} \\ & \quad \forall i \in A \end{aligned}$$

Paso 2.

$$\begin{aligned} EF_j = \max \{ & EF_j; \\ & EF_i + DFFz_{ij k}; \quad \forall k \end{aligned}$$

<sup>xxxvi</sup> N es el conjunto de tareas del proyecto

<sup>xxxvii</sup> A es el conjunto de tareas precedentes de j con relación CC.

<sup>xxxviii</sup> A es el conjunto de tareas precedentes de j con relación FF.

<sup>xxxix</sup> A es el conjunto de tareas precedentes de i con relación CC.

$$\left. \begin{array}{l} EF_i + d_j \cdot RFFp_{ij k}; \forall k \\ ES_j + d_j; \\ \end{array} \right\} \quad \forall i \in A^{xl}$$

Paso 3. Por su interrupción

Si la tarea  $j$  no se puede interrumpir o es no productiva:

$$ES_j = EF_j - d_j$$

Paso 4.

$$\mathbf{Duración Proyecto} = \max \{EF_j\}, \quad \forall j \in N$$

**Cálculo atrás (Backward Calculation).**

Paso 0.

$$\alpha_i = \max \{d_i \cdot RCCz_{ij k}\} \quad \forall j \in N, i \in A^{xli}$$

$$\gamma_i = d_i - \alpha_i - \beta_i \quad \forall j \in N, i \in A$$

Paso 1.

$$LF_i = \min \left\{ \begin{array}{l} LF_i; \\ LS_j - DFCz_{ij k}; \quad \forall k \\ LF_j - DFFz_{ij k}; \quad \forall k \\ LF_j - d_j \cdot RFFz_{ij k}; \quad \forall k \\ \end{array} \right\} \quad \forall j \in A^{xlii}$$

Paso 2.

$$LS_i = \min \left\{ \begin{array}{l} LF_i - d_i; \\ ES_i + \alpha_i - d_i \cdot RCCz_{ij k}; \\ \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} \forall k \text{ si } d_i - \beta_i < d_i \cdot RCCz_{ij k} \\ \forall j \in A \end{array}$$

Paso 3.

Por su interrupción

Si la tarea  $i$  no se puede interrumpir:

$$LF_i = LS_i + d_i$$

---

<sup>xl</sup>  $A$  es el conjunto de tareas precedentes de  $j$ .

<sup>xli</sup>  $A$  es el conjunto de tareas precedentes de  $i$  con relación CC.

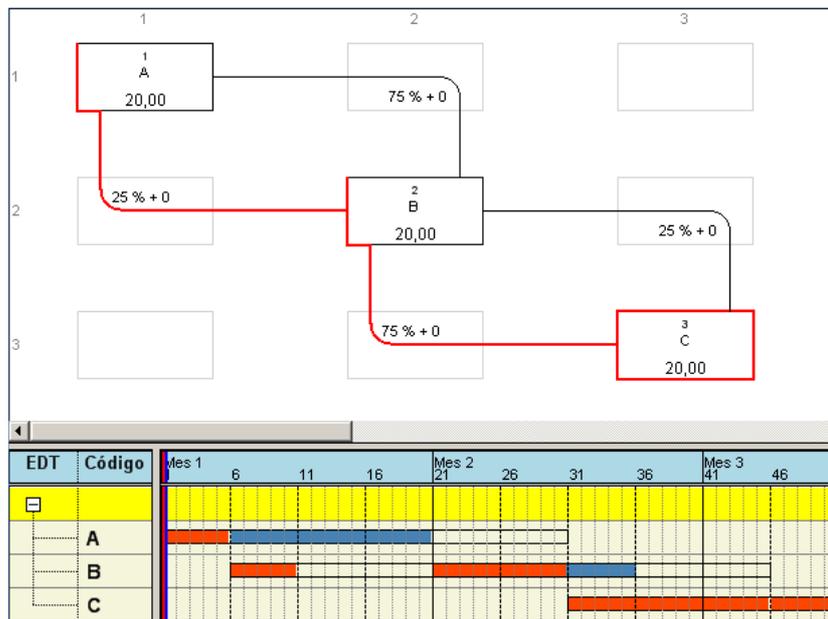
<sup>xlii</sup>  $A$  es el conjunto de tareas sucesoras de  $i$ .

Aplicando el nuevo algoritmo sobre nuestra anterior instancia del problema:

		Relación con	Tipo de relación	Condición
	20 días	inicial	ninguna	ninguna
Tarea <i>B</i>	20 días	A	<i>CC</i>	25 %
			<i>FF</i>	75 %
Tarea <i>C</i>	20 días	B	<i>CC</i>	75 %
			<i>FF</i>	25 %

**Tabla 3:** Instancia con relaciones de producción.

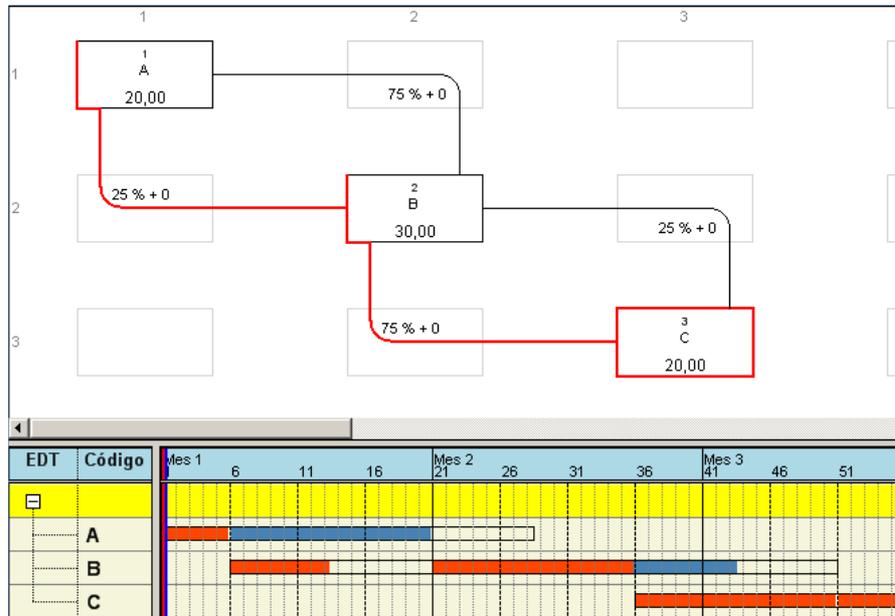
Obteniendo la misma solución de 50 días para el *makespan*:



**Figura 39:** Replanteamiento de la Paradoja de Wies en función de la producción<sup>xliii</sup>.

<sup>xliii</sup> Como se puede ver en el diagrama temporal, la zona crítica posterior al punto de interrupción es la correspondiente al valor  $\gamma$  negativo.

Pero cómo las relaciones son función de la producción, cualquier alteración en la duración de las tareas manteniendo los valores de producción, conllevará la modificación de las unidades producidas por unidad de tiempo de las tareas involucradas, y consecuentemente el efecto que la relación entre ellas produce, de tal manera que cambiando la duración de **B** a 30 días:



**Figura 40:** Solución de la Paradoja de Wiest aumentando B

Obtenemos un nuevo *makespan* de 55 días, causado por la redistribución de los valores de las relaciones entre las tareas, que es precisamente el efecto que queríamos conseguir, pero además si reducimos su duración obtenemos una reducción en el *makespan* del proyecto.

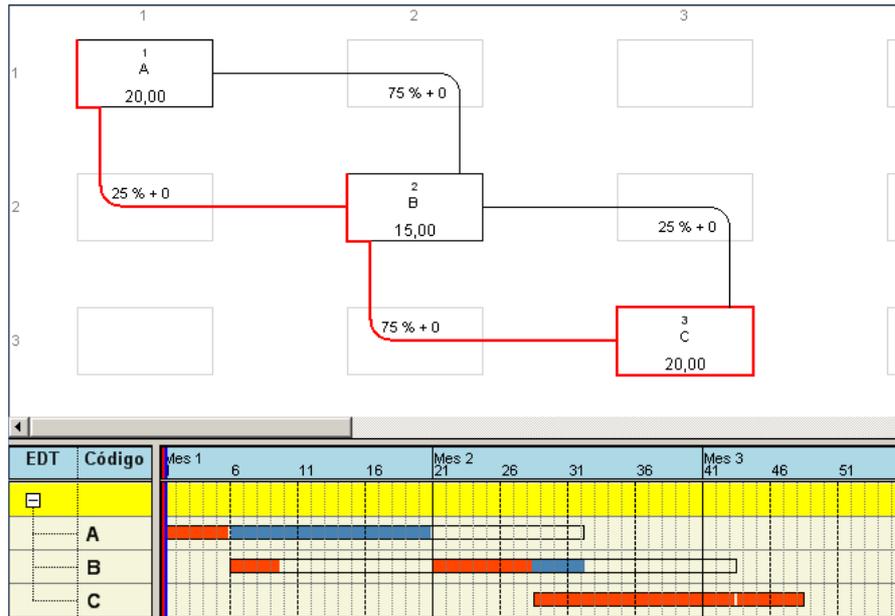


Figura 41: Solución de la Paradoja de Wiest reduciendo B

Pero aunque parezca que el modelo está ya completo, la realidad es más compleja. Todas las tareas, incluso con un consumo constante de *recursos renovables*, no producen las mismas cantidades por unidad de tiempo a lo largo de su duración (no tienen la misma productividad), más bien resultan cada vez más eficientes de manera monótono creciente hasta alcanzar cierta estabilidad, pareciendo estar afectadas por un factor que castiga a los primeros días del proceso productivo y premia a los últimos días de su proceso.

Esta diferente eficiencia en la productividad<sup>xliv</sup> de las tareas es el denominado “*efecto aprendizaje*”, algo que influirá de manera decisiva en el resultado que produzcan las relaciones sobre nuestro proyecto dependiendo de qué estas estén referidas al comienzo o al final del proceso de la tarea.

<sup>xliv</sup> Ver Definición 3-40

### 3.3.3 El efecto aprendizaje en Edificación.

**Definición 3-38** *Medición de Producción ( $med_i$ ).*

*Medición de Producción ( $med_i$ ) es la cantidad de unidades que se han de producir de una determinada unidad de obra y referido a una tarea de producción.*

**Definición 3-39** *Producción media ( $prm_i$ ).*

*Producción media ( $prm_i$ ) es la cantidad de unidades de producción ( $med_i$ ) dividido por la duración de la tarea ( $d_i$ ).*

$$prm_i = \frac{med_i}{d_i} \quad (3.36)$$

**Definición 3-40** *Factor de eficiencia productiva ( $fe_{it}$ ).*

*Factor de eficiencia productiva ( $fe_{it}$ ) es el valor que pondera la producción media diaria de la tarea a lo largo de su periodo productivo, debiéndose cumplir:*

$$\sum_{t=1}^{d_i} fe_{it} \cdot \left(\frac{med_i}{d_i}\right) = med_i \quad (3.37)$$

O lo que es lo mismo:

$$\sum_{t=1}^{d_i} fe_{it} = d_i \quad (3.38)$$

Y al ser la *productividad constante o monótona creciente*<sup>xlv</sup>, se debe cumplir:

$$fe_1 \leq fe_2 \leq fe_t \leq fe_{d_i-1} \leq fe_{d_i} \quad (3.39)$$

Algunos autores consideran factores similares de “*intensidad en la ejecución*” o “*intensidad variable*” (Leachman R. , 1983) (Leachman, Dincerler, & Kim, 1990), que ponderan la diferente utilización de los recursos a lo largo de la tarea. El “*factor de eficiencia productiva*”, no es resultado del consumo variable de los recursos, pues en el modelo GRCPSP propuesto en esta Tesis, se

---

<sup>xlv</sup> Ver Definición 3-29

considera que las tareas “*son procesos productivos individuales, diferenciados en el espacio y en el tiempo, que consumen una cantidad constante de recursos renovables*”, es resultado del denominado “*efecto aprendizaje*”, de la mejora de la productividad como resultado del aprendizaje por parte de los recursos renovables, la “*mano de obra*”.

El “*efecto aprendizaje*” fue introducido por primera vez en 1936 por Wright, T.P. (Wright, 1936), desarrollando la llamada “*learning curve*” o “*curva de aprendizaje*”, modelo conocido actualmente como “*Straight-Line Model*”. Existen muchos modelos teóricos de “*learning curve*”, así como análisis de regresión sobre casos reales midiendo la adecuación real de cada uno de los modelos (H. Randolph, Asce, & Mathews, 1986) (Everett & Fargal, 1994), pero ninguna aplicación publicada conocida a modelos de planificación de la producción con grafos **PDM** y la influencia sobre las interdependencias entre las tareas.

Todos los modelos teóricos propuestos de “*curva de aprendizaje*”, intentan acercarse a una función ideal de la productividad definida por tres zonas diferenciadas:

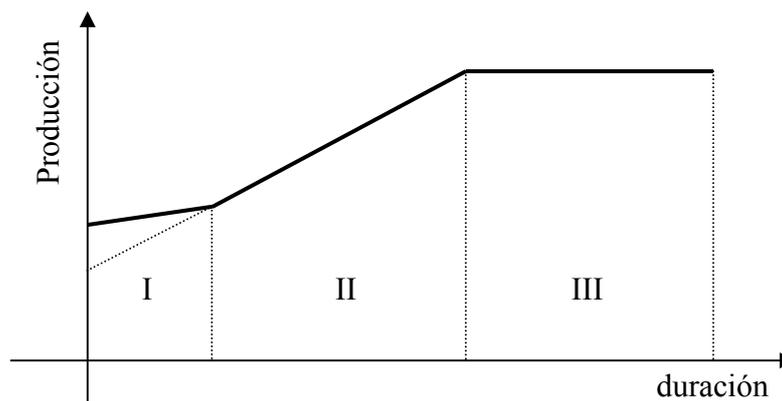


Figura 42: curva de aprendizaje ideal.

La **zona I** corresponde a la mejora de la productividad fruto de la experiencia previa, la **zona II** corresponde al aprendizaje ocasionado por el propio desempeño de la tarea, y la **zona III** supone el techo de

productividad, o productividad no mejorable, salvo por la introducción de tecnologías o mejoras al proceso.

Algunos modelos teóricos son:

Lineal x, y. (Wright, 1936)

$$y = a + b \cdot x$$

Lineal x, Log y; Straight-Line Model. (Wright, 1936)

$$\log y = a + b \cdot x$$

Lineal Log x, Log y. (Wright, 1936)

$$\log y = a + b \cdot \log x$$

Cuadrática x, y.

$$y = a + b \cdot x + c \cdot x^2$$

Cuadrática x, log y.

$$\log y = a + b \cdot x + c \cdot x^2$$

Cuadrática log x, y.

$$y = a + b (\log x) + c (\log x)^2$$

Cuadrática log x, log y.

$$\log y = a + b (\log x) + c (\log x)^2$$

Cúbica x, y. (Carlson, 1973)

$$y = a + b \cdot x + c \cdot x^2 + d \cdot x^3$$

Cúbica x, log y. (Carlson, 1973)

$$\log y = a + b \cdot x + c \cdot x^2 + d \cdot x^3$$

Cúbica log x, y. (Carlson, 1973)

$$y = a + b (\log x) + c (\log x)^2 + d (\log x)^3$$

Cúbica log x, log y. (Carlson, 1973)

$$\log y = a + b (\log x) + c (\log x)^2 + d (\log x)^3$$

Lineal Cúbica (Piecewise Model)

$$\log y = \log a - n_1 (\log x) - n_2 J_1 (\log x - \log x_{p1}) - n_3 J_2 (\log x - \log x_{p2})$$

Stanford "B" Model. (Stanford Research Institute, 1949)

$$y = a (x + b)^{-n}$$

Según H. Randolph, Thomas; M. Asce; Cody T. Mathews; (1986). "Learning Curve Models of Construction Productivity". (H. Randolph, Asce, & Mathews, 1986), de entre todos los modelos propuestos, el más fiel con el modelo ideal es el "Lineal Cúbica" o "Piecewise Model" que representa fielmente la zona I:

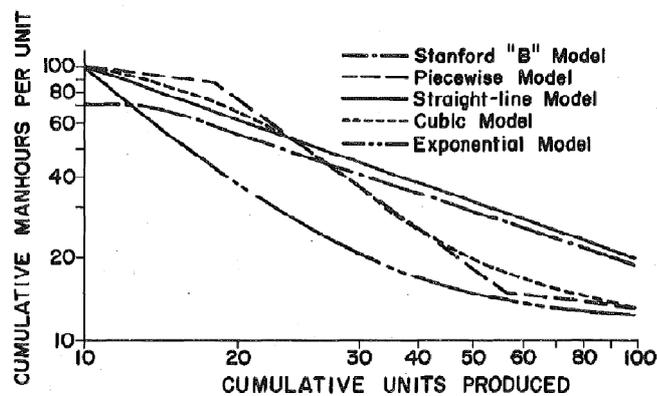


Figura 43 Learning Curve Models of Construction Productivity<sup>xlvi</sup>

Todos los modelos expuestos anteriormente son relativamente complejos conceptualmente, pero para el modelo GRCPSP se va a proponer una "curva de aprendizaje" mucho más intuitiva que las expuestas anteriormente, y consecuentemente de uso más sencillo, aunque no su cálculo.

<sup>xlvi</sup> Las curvas de aprendizaje ofrecidas en la Figura, representan la mejora de la productividad en horas hombre por unidad producida, mientras que la curva de aprendizaje propuesta en esta Tesis está referida a la mejora de la producción por día, siendo ambas exactamente iguales pero referenciadas a diferentes variables.

Ya se ha comentado anteriormente, que el modelo más fiel es el “*Lineal Cúbica*” o “*Piecewise Model*”, pero a costa de una formulación con 6 coeficientes, siendo además  $J_1$  y  $J_2$  función de los valores se adopta para  $x_{p1}$  y  $x_{p2}$  respectivamente.

Respetando los resultados ofrecidos por el “*Piecewise Model*”, resultaría muchísimo más sencillo de plantear la curva de aprendizaje estimando como de minorada estará mi producción media al principio del proceso productivo, y cuando alcanzaré una producción estable, con solo dos tramos.

La productividad media es un dato sobradamente conocido empíricamente y fácilmente disponible en los “*Cuadros de Precios de Edificación y Construcción*” disponibles para cada comunidad autónoma, los valores de minoración y estabilización deben de ser estimados por el gestor del proyecto según su experiencia y expectativas de riesgo.

Cuando un gestor acomete la estimación de la duración de una tarea en edificación o construcción, lo hace a partir de una productividad media histórica conocida, mediante el siguiente proceso:

1. Asignación inicial y aproximada de la cantidad de *recursos renovables* (que suelen ser los recursos al límite de capacidad productiva) que intervendrán en el proceso ( $Cant_{rk}$ )
2. Determinar la cantidad de unidades a producir ( $med_i$ ).
3. Establecer el *coeficiente de intervención* ( $Coef_{ik}$ ) o inversa del *rendimiento medio* ( $Rto_{ik}$ ), valor de fácil acceso, al estar disponible en los “*Cuadros de Precios de Edificación y Construcción*”, normalmente en Horas por Unidad de producción.

$$Coef_{ik} = \frac{1}{Rto_{ik}} \quad (3.40)$$

4. Establecer la Jornada de trabajo del recurso  $k$  para la tarea  $i$  ( $Jorn_{ik}$ ), en horas por día.

Y aplicando:

$$d_i = \frac{Coef_{ik} \cdot med_i}{Cant_{ik} \cdot Jornada} \quad (3.41)$$

Obtendremos la duración de la tarea a partir de unos rendimientos medios establecidos en el “cuadro de precios”, resultado de una productividad media histórica.

Pero ya se ha comentado que la producción no es constante a lo largo de la ejecución de toda la tarea, sino que se afecta por el Factor de eficiencia productiva ( $f_{eit}$ ).

**Definición 3-41** Factor de minoración productiva ( $fmp_i$ ).

Factor de minoración productiva ( $fmp_i$ ) es el valor que minorara la producción media en el primer instante del proceso.

$$0 < fmp_i \leq 1 \quad (3.42)$$

**Definición 3-42** Punto de estabilización productiva ( $pe_i$ ).

El Punto de estabilización productiva ( $pe_i$ ) es el instante a partir del cual la producción es estable hasta su finalización.

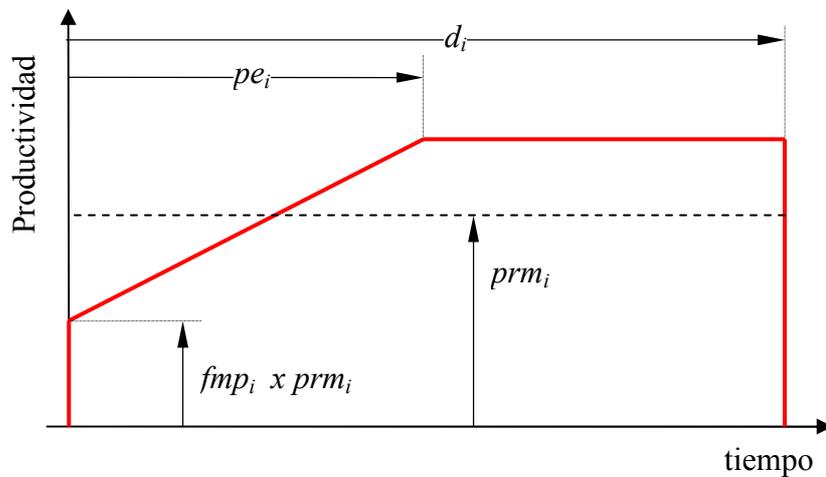


Figura 44: Nueva curva de aprendizaje.

El anterior modelo de “*curva de aprendizaje*” podemos normalizarlo para operar de forma más sencilla:

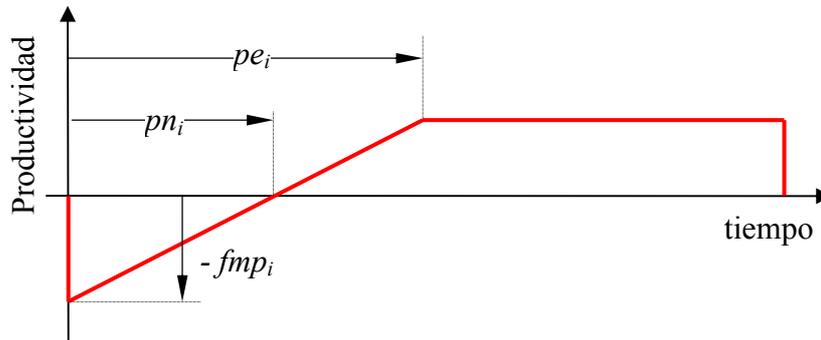


Figura 45: Nueva curva de aprendizaje normalizada.

**Definición 3-43** Punto neutro ( $pn_i$ ).

El Punto neutro ( $pn_i$ ) es el instante en el que la productividad es igual a la productividad media ( $prm_i$ ).

**Definición 3-44** Factor de estabilidad productiva ( $fesp_i$ ).

Factor de estabilidad productiva ( $fesp_i$ ) es el valor que mayor la productividad media en el periodo estable del proceso.

$$fep_i \geq 1 \quad (3.43)$$

Siendo nuestro objetivo el poder determinar el factor de eficiencia productiva ( $fe_{it}$ ) en cualquier instante de la tarea.

Para que se cumplan (3.37) y (3.38), se ha de dar que la integral de la “*curva de aprendizaje*” sea cero, o lo que es lo mismo, que la superficie definida por los polígonos a cada lado del eje sea la misma.

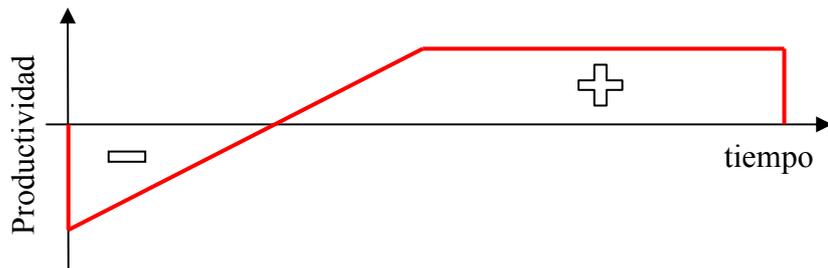


Figura 46: Superficie de la Curva normalizada igualada a cero

Obteniendo la siguiente igualdad:

$$\frac{fmp_i^2 \cdot pe_i}{2(fmp_i - fesp_i)} + \frac{pe_i \cdot fesp_i}{2} - \frac{fmp_i \cdot pe_i \cdot fesp_i}{2(fmp_i - fesp_i)} - (d_i - pe_i)fesp_i = 0 \quad (3.44)$$

Donde se recordará que los valores corresponden a:

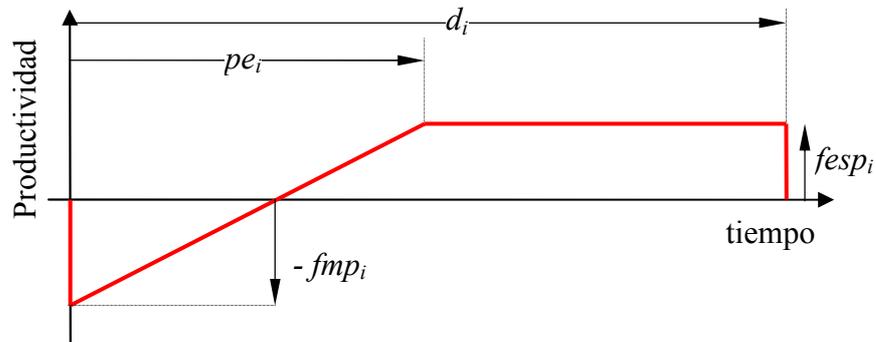


Figura 47: Parámetros de la nueva curva de aprendizaje.

Y resolviendo la ecuación cuadrática<sup>xlvi</sup> correspondiente a (3.44), obtenemos el *Factor de estabilidad productiva* ( $fesp_i$ ):

$$fesp_i = \frac{fmp_i \cdot pe_i}{pe_i - 2d_i} \quad (3.45)$$

<sup>xlvi</sup> De las dos soluciones obtenidas, se desprecia la de signo negativo al ser absurda.

Pudiendo además obtener el *punto neutro* ( $pn_i$ ):

$$pn_i = \frac{d_i \cdot fmp_i}{fmp_i - fesp_i} \quad (3.46)$$

Las anteriores formulaciones pueden ser fácilmente implementadas, de tal forma que para una tarea con determinados valores obtendríamos:

$$d_i = 25, fmp_i = -50\% \text{ y } pe_i = 9$$

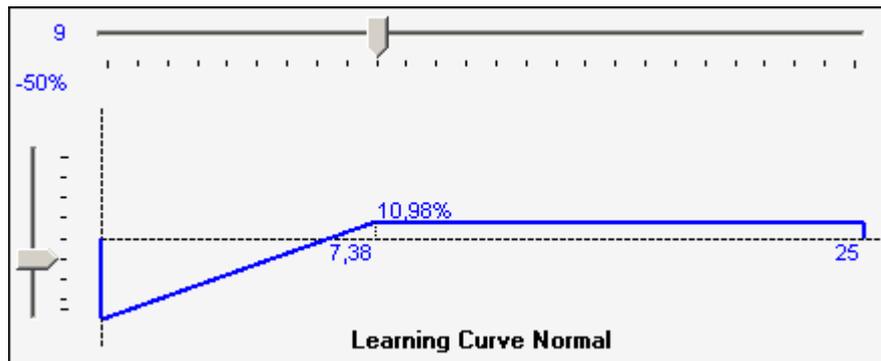


Figura 48: Curva de aprendizaje propuesta

Y tan solo cambiando  $fmp_i = -75\%$

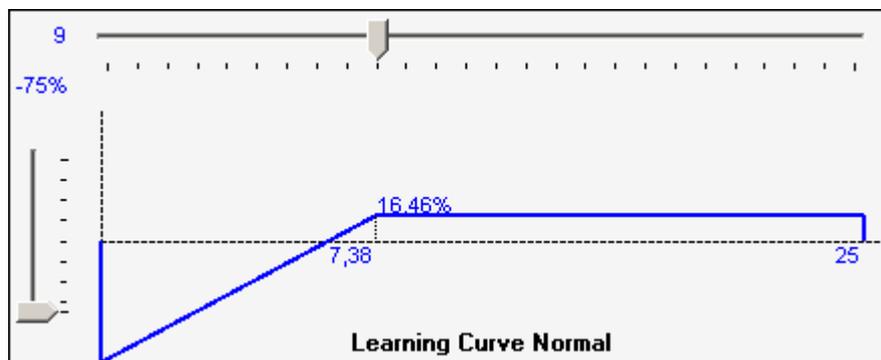


Figura 49 Curva de aprendizaje propuesta 2

Una vez conocido el *Factor de estabilidad productiva* ( $f_{esp_i}$ ), determinar el valor del *factor de eficiencia productiva* ( $f_{e_{it}}$ ), para cada posible instante  $t$  dado, resultará de:

$$f_{e_{it}} = \begin{cases} f_{mp_i} + t \left( \frac{f_{esp_i} - f_{mp_i}}{pe_i} \right); & \text{si } t \leq pe_i \\ f_{esp_i}; & \text{si } t > pe_i \end{cases} \quad (3.47)$$

Siendo la producción prevista para cada posible instante  $t$ :

$$pr_{d_{it}} = f_{e_{it}} \cdot prm_i \quad (3.48)$$

Y especialmente la producción en el instante inicial ( $pr_{i0}$ ):

$$pr_{i0} = f_{e_{i0}} \cdot prm_i^{xlvi} \quad (3.49)$$

Y la producción en el tramo estable ( $pre_i$ ):

$$pre_i = f_{esp_i} \cdot prm_i \quad (3.50)$$

Pudiéndose implementar sencillamente obteniendo la producción/día prevista para cualquier tarea productiva:

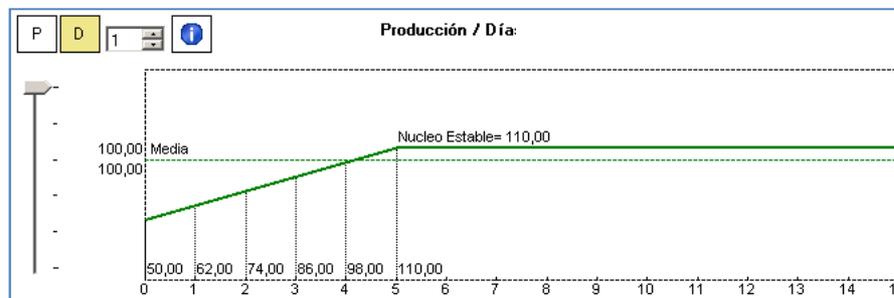


Figura 50: Producción / día.

<sup>xlvi</sup> También se puede expresar como:  $prod_{i0} = f_{mp_i} \cdot prm_i$

Pero lo que realmente necesito conocer para poder completar el modelo propuesto es el valor de la relación ( $RCCp_{ij\ k}$ ) o ( $RFFp_{ij\ k}$ ) entre dos tareas a partir de un determinado nivel de producción  $p$ :

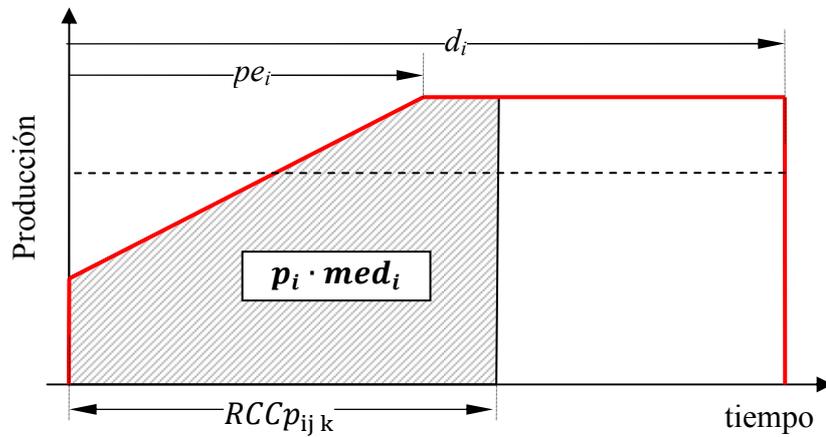


Figura 51. Relación ( $RCCp_{ij\ k}$ ) a partir de una producción ( $p$ )

A partir de la Figura 51, podemos calcular la superficie del polígono que representa la producción realizada hasta un determinado instante de tiempo, de donde despejando la base del polígono obtendremos el valor de la relación  $RCCp_{ij\ k}$  deseada:

$$RCCp_{ij\ k} = \begin{cases} \frac{-pe_i}{(pe_i - pr_{i0})} \left[ -pr_{i0} + \sqrt{pr_{i0}^2 + \frac{p \cdot med_i (pe_i - pr_{i0})}{50 \cdot pe_i}} \right]; & \text{si } \frac{pe_i (pre_i + pr_{i0})}{2 \cdot med_i} < p_i \\ p_i \cdot med_i - pe_i \frac{pre_i + pr_{i0}}{2}; & \text{en caso contrario} \end{cases} \quad (3.51)$$

Expresando  $p$  como la producción requerida en tanto por uno para relaciones *comienzo-comienzo* o  $(1 - p)$  para relaciones *final-final*.

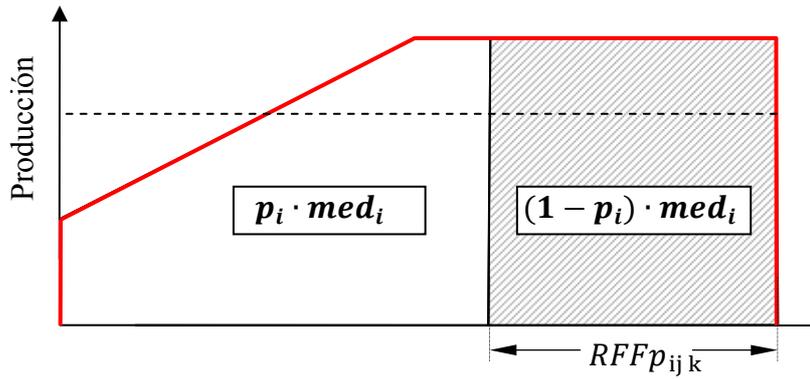


Figura 52: Relación ( $RFFp_{ij k}$ ) a partir de una producción ( $1-p$ )

La aplicación de la anterior formulación dará como resultado una función de dos tramos separados por el *Punto de estabilización productiva* ( $pe_i$ ), cuadrático el primero de ellos y lineal el segundo:

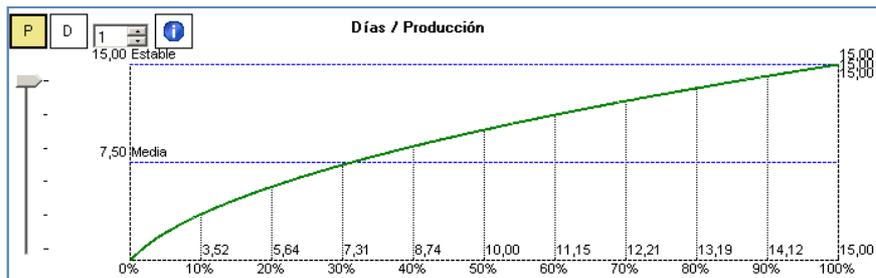


Figura 53: Días ( $RFFp_{ij k}$ ) para una producción ( $p$ ).

### 3.3.4 El TCTP y los costes asociados a las tareas.

El coste del proyecto está determinado por el coste de las tareas que intervienen y los recursos asignados a ellas, pero también está afectado por su duración y su evolución a lo largo del tiempo<sup>xlix</sup>.

Existen muchísimos trabajos relativos a la optimización de proyectos basados en la relación existente entre la duración del proyecto y el coste asociado a las tareas, problema conocido como TCTP (“time–cost trade off Problem”) o más popularmente como “crashing”, pero todos ellos hacen una tremenda simplificación del problema, aunque últimamente se están publicando trabajos mucho más cercanos a la realidad con un análisis mucho más exhaustivo de los recursos que intervienen en el proyecto, pero como siempre la industria de la construcción parece ir a la zaga.

El modelo clásico del TCTP (“time–cost trade off Problem”), supone que el coste de las tareas es inversamente proporcional a la duración de esta de forma continua monótona decreciente, estableciéndola entre dos cotas denominadas como *duración acelerada* ( $da_i$ ) la inferior y *duración normal* ( $dn_i$ ) la superior, con dos costes asociados a estas duraciones que son el *coste acelerado* ( $Ca_i$ ) y *Coste normal* ( $Cn_i$ ):

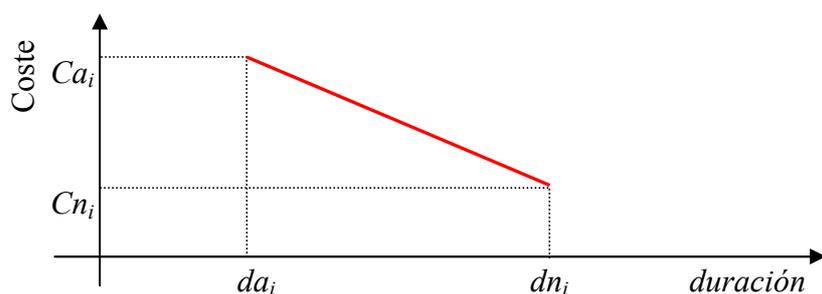


Figura 54: Modelo TCTP clásico.

<sup>xlix</sup> Muy poca información interesante relativa al enfoque *coste-proceso* existe al respecto, a excepción de las Tesis doctorales “La teoría de Sistemas a servicio del Análisis de Presupuestos de obras” (Agudo, 1989) del Dr. D. A. Ramírez de Arellano Agudo, y “Nuevo modelo de Presupuestación de obras basadas en Procesos Productivos” (Delgado, 2007) de la Dra. M<sup>o</sup> Victoria Montes Delgado.

Pero este modelado presenta demasiadas dudas como para darlo por cierto sin previamente haber realizado un análisis exhaustivo de los recursos intervinientes y los costes asociados a los mismos al establecer que los costes siempre sufren un incremento lineal inversamente proporcional a la duración de la tarea sin considerar otros factores.

La naturaleza de los recursos intervinientes en un proyectos es diferente, y consecuentemente el efecto que estos producen en las tareas o que las tareas producen sobre los recursos<sup>i</sup>. Tradicionalmente disponemos de dos tipos de recursos, aquellos que una vez utilizados ya no están disponibles para su uso como es el caso de los recursos materiales (hormigones, morteros, cerámicos, etc.) y recursos que después de su utilización siguen estando disponibles para su uso como son los de mano de obra o maquinaria, pero siempre con una idéntica cuantificación de los costes asociados e imputables a la tarea, independiente de cuál sea la naturaleza del recurso o del coste o costes<sup>ii</sup> que tiene asociados.

Blazewicz et al (Blazewicz & Lenstra, 1983), hizo una primera clasificación de los recursos intervinientes en los problemas *RCPS* como *recursos renovables* y *no renovables*, que ya se ha adelantado de forma escueta anteriormente<sup>iii</sup>; posteriormente a esta clasificación Bötcher et al y Schirner and Drexl (Bötcher, 1996) introdujeron el concepto de *recursos parcialmente renovables*, Bianco et al (Bianco et al, 1998) el de *recursos dedicados*, Neuman and Schwindt (Neuman, 1999) el de *recursos acumulativos* y de Boer (de Boer , 1998) el de *recursos espaciales*<sup>liii</sup>.

Para el modelo de *GRCPSP* de esta Tesis tan solo se van a contemplar los *recursos renovables* y *no renovables*, pues aunque aún es insuficiente para representar la compleja realidad de los

---

<sup>i</sup> Tradicionalmente, se ha enfocado el tema desde el punto de vista de la afección del recurso a la tarea, y no de forma reciproca recurso↔tarea y tarea↔recurso.

<sup>ii</sup> Un mismo recurso puede tener diferentes naturalezas de coste como se verá más adelante

<sup>iii</sup> Ver Definiciones 3.27 y 3.28

<sup>liii</sup> Un detallado estado del arte de la clasificación de recursos, puede encontrarse en “*Project scheduling: a research handbook*”. (Demeulemeester., 2002)

proyectos de edificación y construcción (se requiere un estudio muchísimo más profundo para tratar los *recursos parcialmente renovables*<sup>liv</sup>), sí que se va a proponer una forma diferente de contemplar los costes asociados a esos recursos, pues el modelo tradicional de gestión de presupuestos es claramente obsoleto e insuficiente para representar fielmente la estructura económica de una obra de Edificación o Construcción.

**Definición 3-45** *Unidad de medición del recurso ( $Um_r$ ).*

*Unidad de medición ( $Um_r$ ) del recurso es la unidad de medida del recurso, tradicionalmente expresada para los recursos no renovables según sea su dimensión espacial predominante en metros lineales (ml), metros cuadrados ( $m^2$ ) o metros cúbicos ( $m^3$ ), y en horas para los recursos renovables (hr).*

**Definición 3-46** *Coficiente de Intervención ( $Ci_r$ ).*

*Coficiente de intervención ( $Ci_r$ ) del recurso, es la cantidad de unidades de medición ( $Um_r$ ) del recurso  $r$  necesarias por cada unidad de producción de la tarea, y expresado como ( $hr/m^2$ ,  $m^3/m^3$ ,  $kg/m^3$ , etc.), correspondiendo el numerador a unidad de medición del recurso y el denominador a la unidad de medición de la tarea.*

**Definición 3-47** *Coste por unidad producida ( $Cp_r$ ).*

*Coste por unidad producida ( $Cp_r$ ) es el coste en el que se incurre por cada unidad de producción, independientemente del tiempo o de los recursos intervinientes.*

*Y su afectación al Coste de la tarea será:*

$$Cp_{ir} \cdot med_i \quad (3.52)$$

---

<sup>liv</sup> Un ejemplo clásico de *recurso parcialmente renovable* en Edificación o Construcción es el material de encofrado, que por su complejidad y estrecha relación con los complejos problemas de *scheduling* y de mecánica de medios continuos, será motivo de posteriores trabajos.

Un ejemplo clásico de este tipo de coste es el del destajo simple, practica tremendamente criticada y profundamente arraigada en nuestra cultura productiva, pero no es este el único caso, pues nos lo podemos encontrar si contratamos un bombeo de hormigón pagado en base a los metros cúbicos efectivamente bombeados en una losa, siendo en ambos casos el coste que se produce en la tarea directamente proporcional a la producción sin afectar el tiempo que esta ha tardado en ser realizada<sup>lv</sup>.

**Definición 3-48** *Coste por uso del recurso ( $Cu_r$ ).*

*Coste por uso del recurso ( $Cu_r$ ) es el coste en el que se incurre por cada unidad de recurso renovable o cada tipo de recurso no renovable utilizado en la tarea.*

*Y su afectación al Coste de la tarea será:*

*Si  $r$  es un recurso renovable:*

$$\left[ \frac{med_i \cdot Ci_{ir}}{jornada \cdot d_i} \right] \cdot Cu_r \quad (3.53)$$

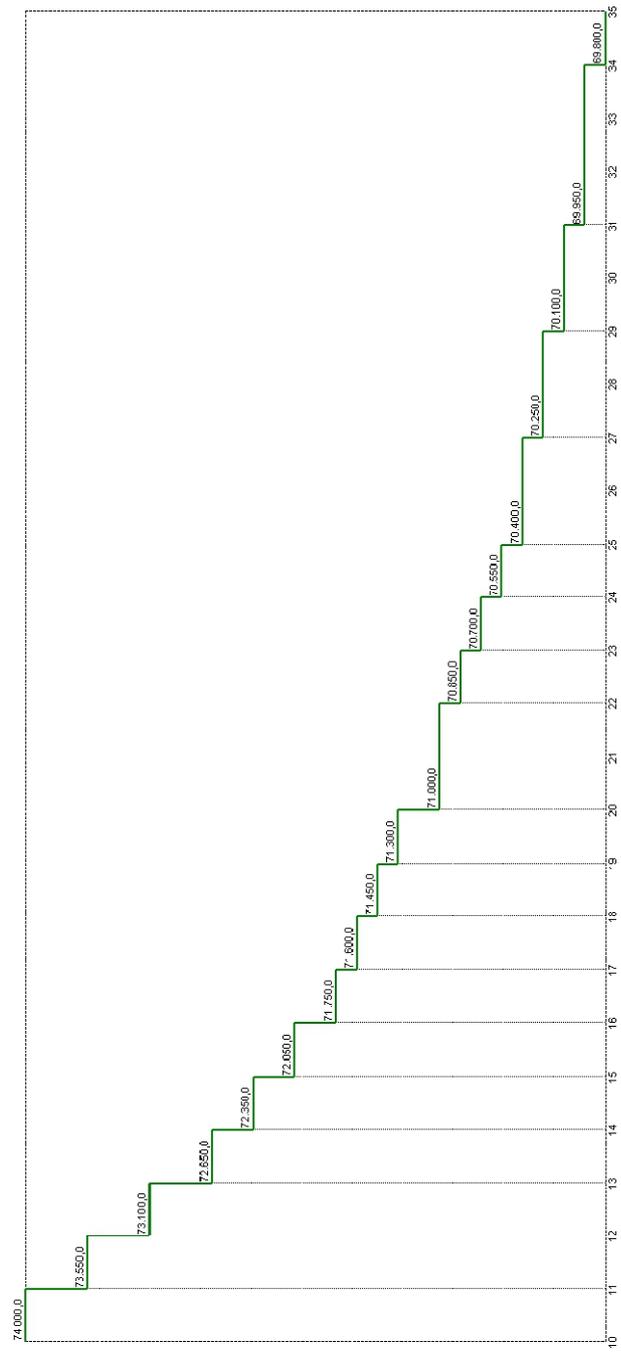
*Si  $r$  es un recurso no renovable:*

$$Cu_r \quad (3.54)$$

El concepto de este tipo de coste difiere en función de que el recurso que lo produce sea renovable o no renovable. En el primer caso suele estar producido por la implantación de cada una de las unidades de recurso interviene en el proceso productivo (suministro, montaje e instalación de grúa, andamio, oficinas, apeos, etc.), o bien sujeto a factores administrativos y de gestión (elaboración de contratos, altas, seguros, etc.), mientras que en el segundo caso puede relacionarse con una caución, fianza, royalties o pago de patente requerida para poder disponer del suministro de un determinado material, independiente del consumo que se realice del mismo.

---

<sup>lv</sup> Este comentario ha de ser contemplado como algo aislado e interviniendo un único recurso, pues como se verá posteriormente las interrelaciones son mucho más complejas.



**Figura 55:** Función de Costes por Uso de recurso renovable.

El coste creciente reflejado en la Figura 55 se produce con la aceleración de la tarea, y corresponde a 150€ por cada oficial de primera contratado para la ejecución de una unidad de obra en concepto de gastos administrativos y de material de seguridad, de tal manera que a medida que aceleramos su duración incrementamos su coste de forma proporcional a la cantidad de personal requerida para ejecución y redondeada a su entero por exceso (ver 3.53).

**Definición 3-49** *Coste por consumo de recurso ( $Cc_r$ ).*

*Coste por consumo del recurso es el coste en el que se incurre por la cantidad de unidades de medición ( $Ci_r$ ) del recurso necesarias por cada unidad de producción*

*Y su afectación al Coste de la tarea será:*

$$Ci_{ir} \cdot Cc_r \quad (3.54)$$

Este concepto de coste es el tradicionalmente utilizado en los cuadros de precios y conocido como precio unitario y que a través de su agrupación en unidades de obra y su *Coefficiente de Intervención* ( $Ci_r$ ) conforman los precios auxiliares y descompuestos que aparecen en los Presupuestos de Proyecto. El uso exclusivo de este coste produce unas funciones de coste planas, al no tener en cuenta otros factores.

**Definición 3-50** *Coste diario ( $Cd_r$ ).*

*Coste diario ( $Cd_r$ ) del recurso es el coste en el que se incurre por cada día de uso o consumo del recurso.*

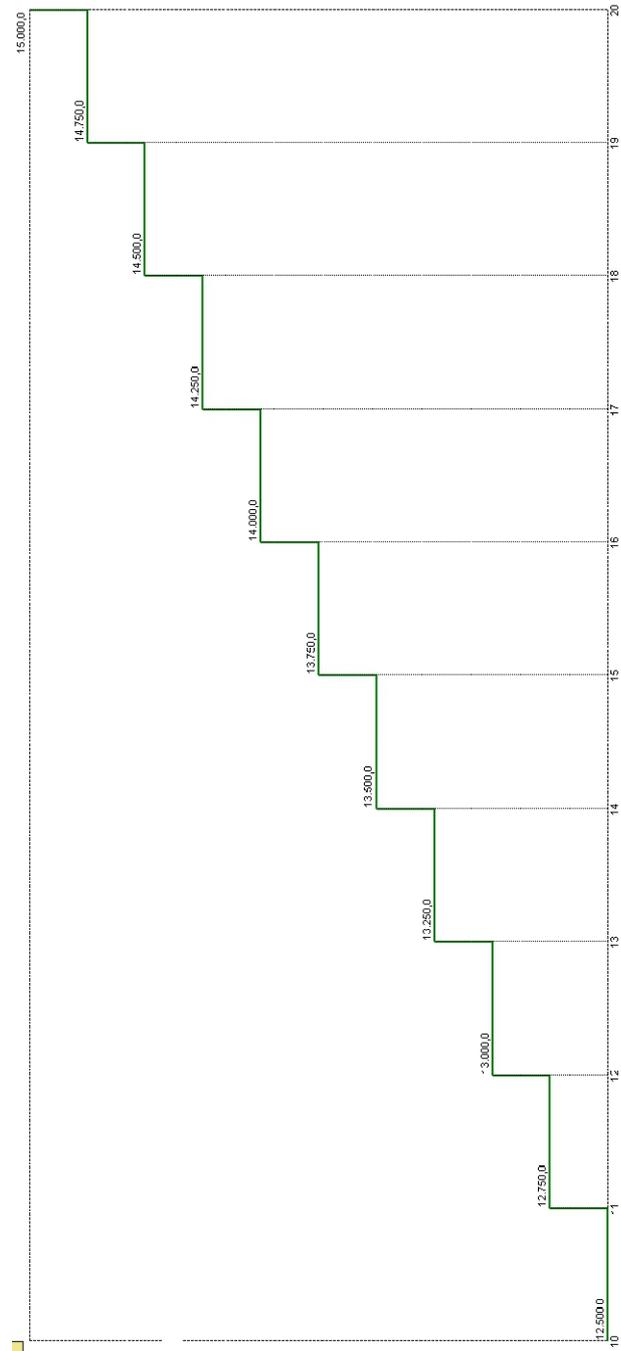
*Y su afectación al Coste de la tarea será:*

*Si  $r$  es un recurso renovable:*

$$\left[ \frac{med_i \cdot Ci_{ir}}{jornada \cdot d_i} \right] Cd_r \cdot d_i \quad (3.55)$$

*Si  $r$  es un recurso no renovable:*

$$med_i \cdot Ci_{ir} \cdot Cd_r \quad (3.56)$$



**Figura 56:** Función de Costes por Día

Y el Algoritmo para el cálculo del coste del proyecto en pseudocódigo será:

Para ( $i=1$ ;  $N^{lvi}$ ; 1)

Para ( $r=1$ ;  $R^{lvii}$ ; 1)

$Coste_i += Cp_{ir} med_i$ ;

$Coste_i += Ci_{ir} Cc_r$

$Coste_i += Cd_{ir} d_i$

$Coste_i += Cu_r$

si  $r$  es no renovable;

$Coste_i += med_i \cdot Ci_{ir} \cdot Cd_r$

en caso contrario

$Coste_i += \frac{med_i \cdot Ci_{ir}}{jornada \cdot d_i} Cu_r$

$Coste_i += med_i \cdot Ci_{ir} \cdot Cd_r$

;

;

$Coste\_Proyecto += Coste_i^{lviii}$

---

<sup>lvi</sup>  $N$  es el conjunto de tareas del proyecto.

<sup>lvii</sup>  $R$  es el conjunto de recursos asignados a la tarea  $i$

<sup>lviii</sup> El operador ( $+=$ ) se refiere a un incremento del primer miembro en el valor del segundo miembro. Concretamente en este caso se refiere a que el valor del coste de la tarea es incrementado según el valor de la operación del segundo miembro en cada iteración.

Cada Tarea del proyecto requiere de diferentes recursos, cada uno de ellos de diferente naturaleza, y a su vez cada uno de ellos con diferentes naturalezas de costes, único o varios simultáneamente, dando lugar a funciones discretas no lineales ni necesariamente convexas, como el siguiente ejemplo de tarea correspondiente a una estructura completa de hormigón:

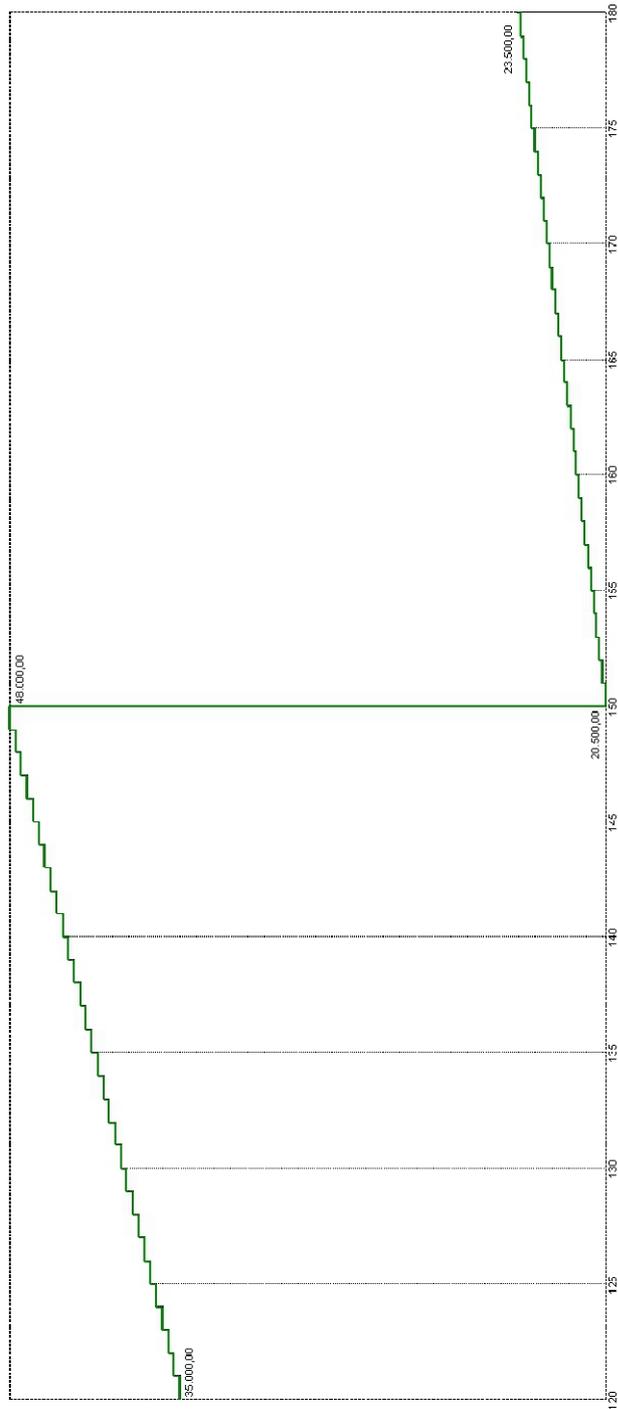
Recurso	$Ci_r$	$Cp_r$	$Cu_r$	$Cc_r$	$Cd_r$
Grúa	0,085	--	5.500,00	--	100,00
Mano Obra	0,410	--	150,00	25,00	--
Hormigón + Fe	0,200	55,00	--	--	--
Tablero	3,00 <sup>lix</sup>	--	0,25	--	0,10
Puntales	15,00	--	0,25	--	0,05

**Tabla 4:** Recursos de la tarea “Estructura completa”.

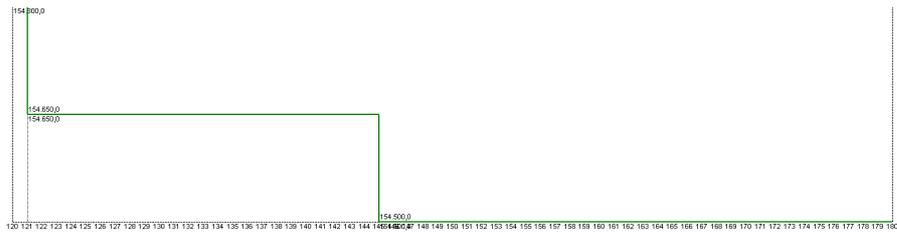
Si analizamos los recursos de forma independiente, obtenemos funciones de coste con diferentes comportamientos en función de la naturaleza de cada uno de ellos y el coste analizado correspondiente:

---

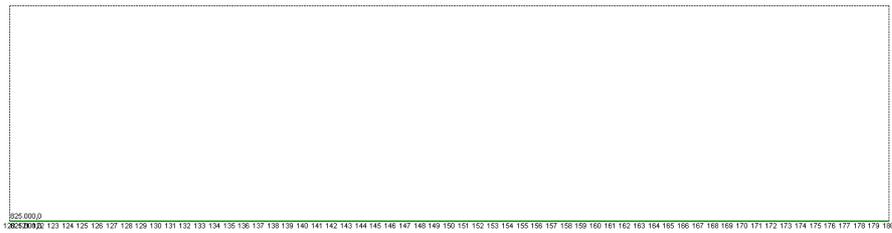
<sup>lix</sup> El  $Ci_r$  de tablero y puntales corresponde al periodo de recuperación en función de las características del elemento, tipo Hormigón, peso propio, cargas impuestas y la temperatura ambiente según el artículo 75º de la instrucción EHE.



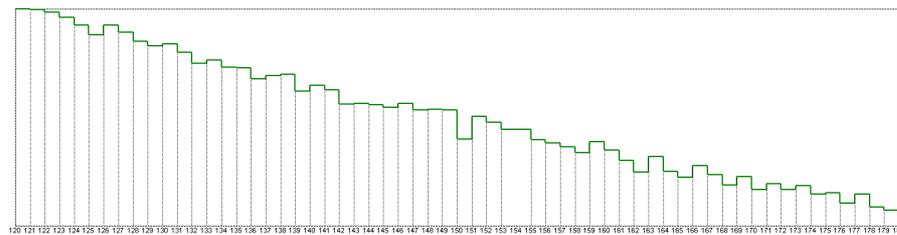
**Figura 57:** Función de Costes del Recurso Grúa.



**Figura 58** Función de Costes del Recurso Mano de Obra propia.

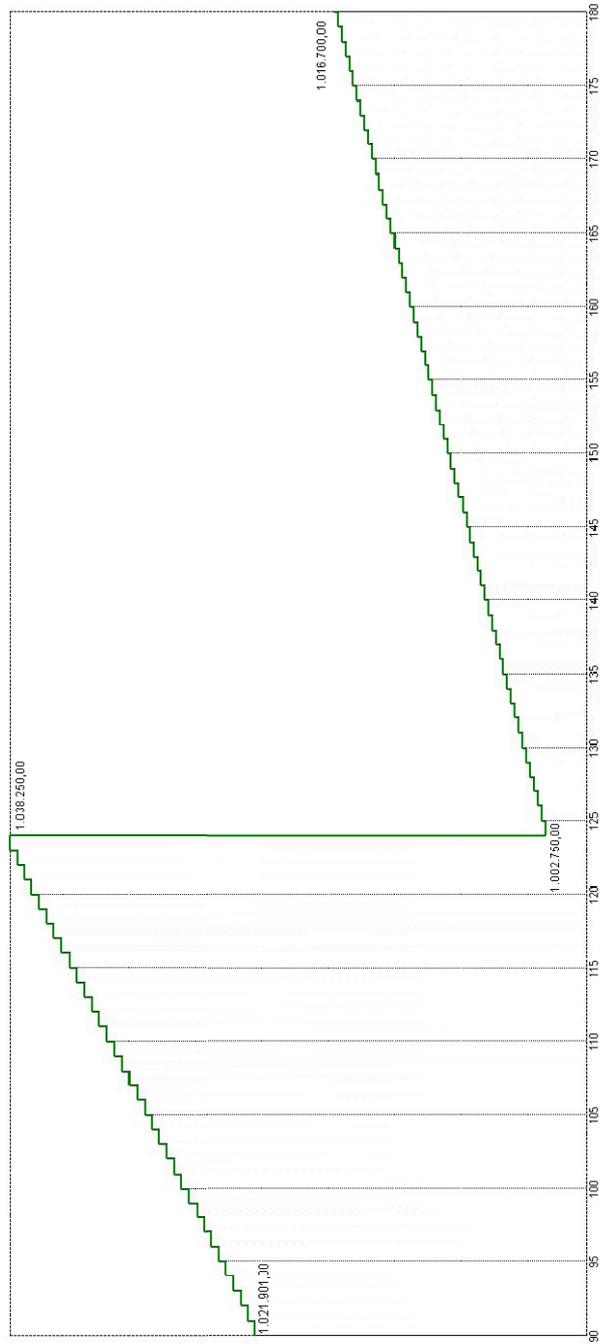


**Figura 59** Función de Costes del Recurso Hormigón + Fe.



**Figura 60:** Función de Costes del Recurso Tablero + Puntales

Que una vez unificados nos proporciona la siguiente Función de Costes:



Este modelo *GRCPSP* con *TCTP* es tremendamente consistente, pues cada una de las dos duraciones cota de la *Función de Costes* tiene su propia *curva de aprendizaje* y mediante una sencilla interpolación lineal, se pueden obtener las funciones de producción para cada posible duración ( $d_i$ ) entre la *acelerada* y la *normal*.

Con unos valores de:

*Para la Duración Normal*

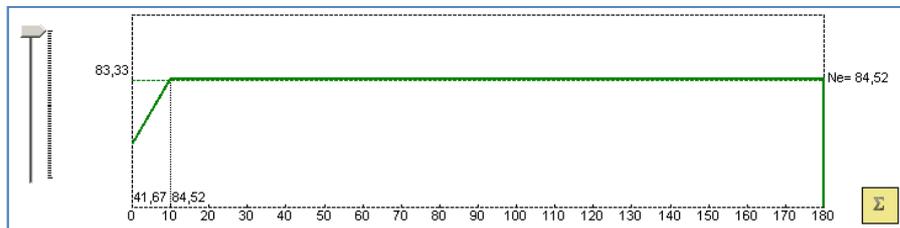
$$fmp_{ni} = -0,50$$

$$pe_{ni} = 10$$

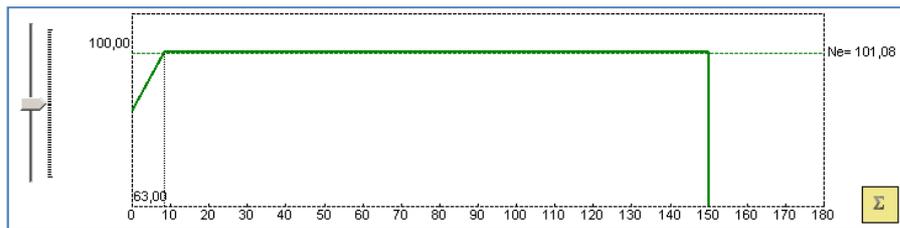
*Para la Duración Acelerada*

$$fmp_{ai} = -0,25,$$

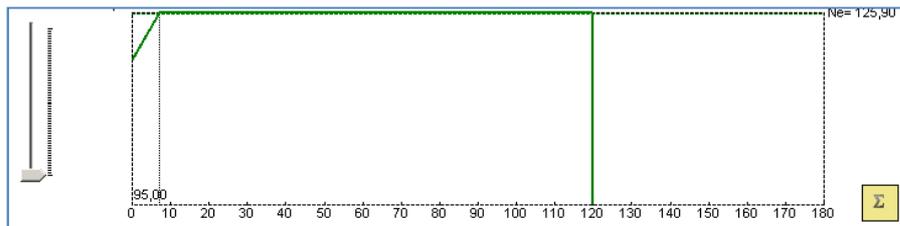
$$pe_{ai} = 7$$



**Figura 62:** Producción para  $d_i = 180$



**Figura 63:** Producción para  $d_i = 150$



**Figura 64:** Producción para  $d_i = 120$

Pero al modificar las duraciones, también se verán afectadas las relaciones de mi proyecto, al verse condicionadas por la cantidad de días necesarios para alcanzar un determinado nivel de producción:

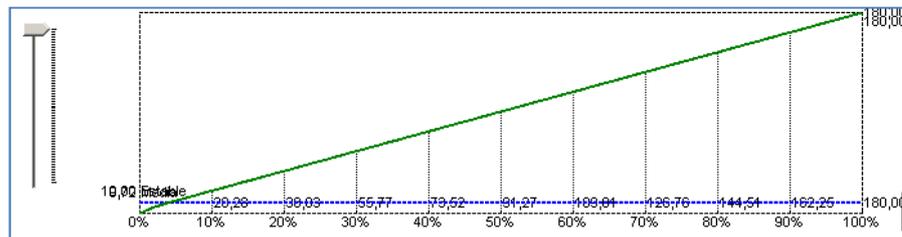


Figura 65:  $RCCp_{ijk}$  para  $d_t = 180$

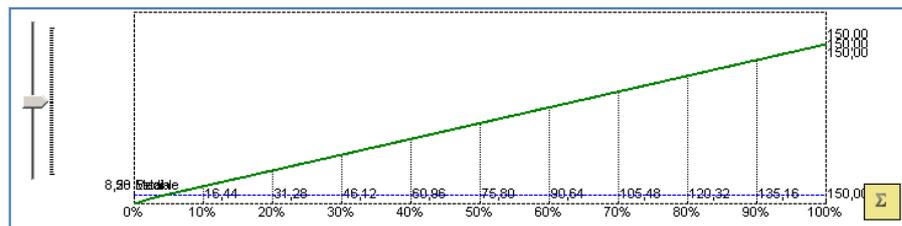


Figura 66:  $RCCp_{ijk}$  para  $d_t = 150$

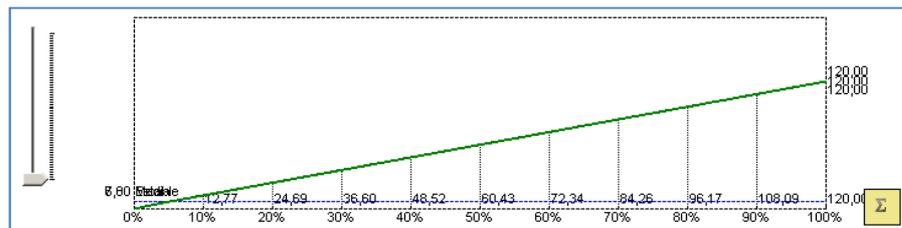


Figura 67 :  $RCCp_{ijk}$  para  $d_t = 120$

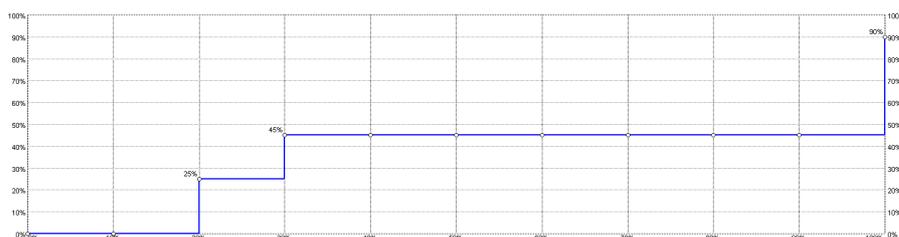
Una vez determinado el coste de las tareas, se ha de distribuir a lo largo de la duración, pero esta distribución no es constante ni lineal, porque por un lado los *Costes por uso del recurso* ( $Cu_r$ ) suelen ser de carácter administrativo o por la llegada de los recursos al centro productivo siendo imputados al primer instante del proceso productivo, y por otro lado los *Costes por unidad producida* ( $Cp_r$ ) no pueden ser distribuidos uniformemente por no ser constante su producción al estar afectada por la curva de aprendizaje.

### 3.3.5 La Certificación de la producción.

Además, se ha de tener en cuenta que los cobros por obra ejecutada no tienen por qué ser (y de hecho no lo son), proporcionales durante la ejecución de la tarea, sino que está afectada por unos coeficientes de minoración hasta la completa finalización de la unidad productiva. Sea por ejemplo la estructura que estamos tratando a lo largo de este punto, el cobro o certificación que realicemos no será lineal, sino que se ajustará a ciertos criterios que podrían ser:

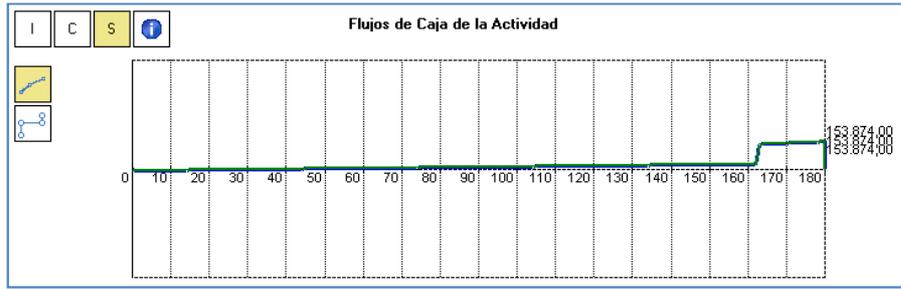
	<b>% de la duración</b>	<b>% a cobrar</b>
<b>Pilares</b>	20%	25%
<b>Encofrado</b>	90%	45%
<b>Hormigonado</b>	100%	90%

Esta minoración del cobro (certificación de obra ejecutada) se suele tabular por tramos, y como tal ha sido considerado en el modelo:

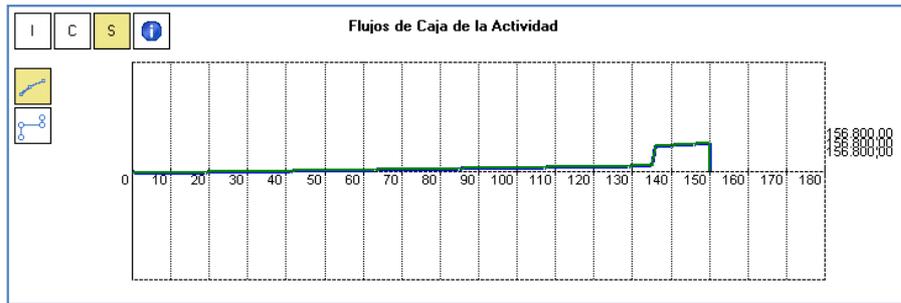


**Figura 68:** Tramos de certificación de obra ejecutada.

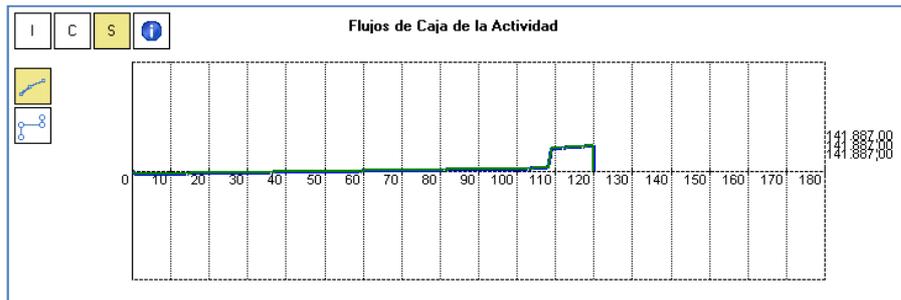
Costes no lineales y cobros no lineales diferentes para cada posible duración  $d_i$  de la tarea, produce diferentes respuestas en los flujos de Caja (Salvos de Caja) de la tarea perdiendo el carácter estático tradicional pudiendo obtener flujos de signo diferente en función de la duración adoptada:



**Figura 69:** Flujo de Caja para  $d_i = 180$



**Figura 70:** Flujo de Caja para  $d_i = 150$



**Figura 71:** Flujo de Caja para  $d_i = 120$

### 3.3.6 Un Algoritmo “splitting allowed” basado en Producción con productividad variable.

El siguiente algoritmo se va a introducir el concepto de productividad variable ocasionada por el aprendizaje. Esta nueva incorporación consiste en la introducción de dos valores  $P$  y  $Q$ , que no son más que los días necesarios para alcanzar un determinado nivel de producción  $p$  (para relaciones *Comienzo-Comienzo*) o  $q$  (para relaciones *Final-Final*) y que son obtenidos mediante la aplicación de (3.51).

#### Condiciones Previas

$$\begin{array}{ll}
 0 \leq RCCp_{ij\ k} \leq 1 & \forall j \in N^{lx}, i \in A^{lxi} \\
 0 \leq RFFp_{ij\ k} \leq 1 & \forall j \in N, i \in A^{lxii} \\
 DCCz_{ij\ k} > 0 & \forall j \in N, i \in A \\
 DFFz_{ij\ k} > 0 & \forall j \in N, i \in A \\
 DFCz_{ij\ k} \geq 0 & \forall j \in N, i \in A
 \end{array}$$

#### Cálculo adelante (Forward Calculation).

Paso 0.

$$\beta_i = \max \{Q_j\} \quad \forall j \in N, i \in A^{lxiii}$$

Paso 1.

$$\begin{array}{l}
 ES_j = \max \{ES_j; \\
 \quad EF_i + DFCz_{ij\ k}; \quad \forall k \\
 \quad ES_i + DCCz_{ij\ k}; \quad \forall k \\
 \quad EF_i + P_i - d_i; \quad \forall k \text{ si } d_i - \beta_i < P_i^{lxiv} \\
 \quad \} \\
 \quad \forall i \in A
 \end{array}$$

Paso 2.

$$EF_j = \max \{EF_j;$$

<sup>lx</sup>  $N$  es el conjunto de tareas del proyecto

<sup>lxi</sup>  $A$  es el conjunto de tareas precedentes de  $j$  con relación  $CC$ .

<sup>lxii</sup>  $A$  es el conjunto de tareas precedentes de  $j$  con relación  $FF$ .

<sup>lxiii</sup>  $A$  es el conjunto de tareas precedentes de  $i$  con relación  $CC$ .

<sup>lxiv</sup> Para relaciones  $RCCp_{ij\ k}$

$$\left. \begin{aligned} EF_i + DFFZ_{ij k} ; & \quad \forall k \\ EF_i + Q_j ; & \quad \forall k^{lxv} \\ ES_j + d_j ; & \\ \} & \quad \forall i \in A^{lxvi} \end{aligned} \right\}$$

Paso 3. Por su interrupción

Si la tarea  $j$  no se puede interrumpir o es no productiva:

$$ES_j = EF_j - d_j$$

Paso 4.

$$\mathbf{Duración Proyecto} = \max \{EF_j\}, \quad \forall j \in N$$

**Donde:**

$$P_i \left\{ \begin{aligned} & \frac{-pe_i}{(per_i - pr_{i0})} \left[ -pr_{i0} + \sqrt{pr_{i0}^2 + \frac{p_i med_i (per_i - pr_{i0})}{50 pe_i}} \right] ; \text{ si } \frac{pe_i (pre_i + pr_{i0})}{2 med_i} < p_i \\ & p_i med_i - pe_i \frac{pre_i + pr_{i0}}{2} \quad ; \text{ en caso contrario} \end{aligned} \right.$$

$$Q_j \left\{ \begin{aligned} & \frac{-pe_j}{(per_j - pr_{j0})} \left[ -pr_{j0} + \sqrt{pr_{j0}^2 + \frac{p_j med_j (per_j - pr_{j0})}{50 pe_j}} \right] ; \text{ si } \frac{pe_j (pre_j + pr_{j0})}{2 med_j} < q_j \\ & q_j med_j - pe_j \frac{pre_j + pr_{j0}}{2} \quad ; \text{ en caso contrario} \end{aligned} \right.$$

siendo  $q$  y  $p$  expresados en tantos por cien

<sup>lxv</sup> Para relaciones  $RFFp_{ij k}$

<sup>lxvi</sup>  $A$  es el conjunto de tareas precedentes de  $j$ .

### **Cálculo atrás (Backward Calculation).**

*Paso 0.*

$$\begin{aligned}\alpha_i &= \text{máx} \{P_i\} && \forall j \in N, i \in A^{\text{lxvii}} \\ \gamma_i &= d_i - \alpha_i - \beta_i && \forall j \in N, i \in A\end{aligned}$$

*Paso 1.*

$$\begin{aligned}LF_i &= \min \{LF_i; \\ &LS_j - DFCz_{ij k}; && \forall k \\ &LF_j - DFFz_{ij k}; && \forall k \\ &LF_j - Q_j; && \forall k \\ &\} && \forall j \in A^{\text{lxviii}}\end{aligned}$$

*Paso 2.*

$$\begin{aligned}LS_i &= \min \{LF_i - d_i; \\ &ES_i + \alpha_i - P_i; && \forall k \text{ si } d_i - \beta_i < P_i \\ &\} && \forall j \in A\end{aligned}$$

*Paso 3.*

*Por su interrupción*

*Si la tarea  $i$  no se puede interrumpir:*

$$LF_i = LS_i + d_i$$

**Donde:**

$P_i, Q_j = \text{idem anterior}$

---

<sup>lxvii</sup>  $A$  es el conjunto de tareas precedentes de  $i$  con relación  $CC$ .

<sup>lxviii</sup>  $A$  es el conjunto de tareas sucesoras de  $i$ .

### 3.4 CONCLUSION PARCIAL.

A modo de resumen los objetivos conseguidos en este capítulo han sido:

1. Se ha propuesto un algoritmo “splitting allowed” mucho más sencillo que el propuesto por Crandall para solucionar el problema de la fragmentación de las tareas en grafos *PDM*.
2. Se ha demostrado que ninguno de los algoritmos existentes soluciona definitivamente la “Paradoja de Wiest”, realizando un cambio en el modelo clásico y proponiendo un nuevo algoritmo basado en producción que definitivamente soluciona el problema de las tareas críticas inversas y la Paradoja de Wiest.
3. Se ha incorporado al modelo propuesto un concepto clásico de la planificación de la producción como es la productividad variable ocasionada por el aprendizaje, además de conceptos nuevos como la diferenciación entre tareas productivas y no productivas así como de *Relación y Desfase*.
4. Al solucionar definitivamente la criticidad inversa, estamos en condiciones de actuar sobre la duración de las tareas, incorporando el *TCTP* (Time Cost Trade Off) al modelo.
5. Y finalmente, para poder incorporar correctamente el *TCTP*, se ha reformulado la metodología de gestión y análisis de costes en los proyectos de edificación y construcción, introduciendo dos conceptos no contemplados hasta ahora y que son el *Coste por Uso* y el *Coste por Día*.

“...Lo único que le importaba era levantar la catedral. Los problemas de los suministros, la construcción y la administración le absorbían por completo. Un día podía estar ayudando a Tom a encontrar la manera de comprobar que el número de piedras que llegaban era el mismo que el de las que salían de la cantera, un problema complejo, ya que el tiempo del viaje variaba entre dos y cuatro días, de manera que no era posible establecer una cuota diaria...”

Ken Follet

LOS PILARES DE LA TIERRA

Capítulo X 5. Página 621.

#### **4. GRCPSP BASADO EN PRODUCCIÓN: UNA SOLUCION ROBUSTA.**

#### **4.0 OBJETIVOS PARCIALES.**

En el presente capítulo, pretendo incorporar al modelo la imprecisión inherente a cualquier proyecto haciendo uso de la lógica y aritmética difusa, y concretamente:

1. Definir el concepto de difuso como representación de la imprecisión frente al concepto clásico de incertidumbre.
2. Establecer las reglas de la aritmética difusa que me permitan incorporar la imprecisión al algoritmo propuesto.
3. Modificar el algoritmo propuesto para operar con todos los valores del proyecto como valores imprecisos.
4. Definir el concepto de *makespan* difuso y de criticidad difusa.

## 4.1 INTRODUCCION AL CONCEPTO DE DIFUSO.

Epiménides<sup>lxix</sup> de Cnosos, afirmó:

*“Todos los Cretenses son unos mentirosos”*

Pero si él mismo era cretense, ¿estaba entonces mintiendo o diciendo la verdad?

¿O mentía y decía la verdad simultáneamente?

Como en la anterior afirmación de Epiménides, en la vida real nos encontramos ante circunstancias en las que no podemos aplicar la lógica clásica y el *principio del tercio excluso*<sup>lxx</sup> con respuestas de verdadero o falso exclusivamente, puesto que si Epiménides era Cretense su afirmación era falsa y si no lo era verdadera, debiendo afirmar que Epiménides era parcialmente cretense y no Cretense, de tal forma que su afirmación era cierta y falsa simultáneamente, es decir, que pertenecía simultáneamente a los conjuntos de verdad y falsedad, así como de Cretense y no Cretense. Esta doble pertenecía a varios conjuntos simultáneamente es el propio concepto de pertenencia a un conjunto difuso, que se mide mediante un factor de pertenecía y que se desarrollará posteriormente.

En el ámbito de la edificación y de la construcción nos encontramos ante situaciones similares en el momento de estimar los valores que utilizaremos para la Programación de nuestro Proyecto, valores para las duraciones de las tareas, las unidades de producción, los rendimientos de los recursos, etc., valores que desconocemos pero que gracias a la experiencia del gestor del proyecto y a los diversos estudios empíricos publicados por diferentes organismos podremos hacer estimaciones más aproximadas a la realidad, pero que nunca dejarán de estar afectados por un determinado margen de imprecisión.

---

<sup>lxix</sup> Filósofo griego del siglo VI AC.

<sup>lxx</sup> Principio clásico de la filosofía y de la lógica según el cual la disyunción de una proposición y su negación es siempre verdadera.

Una primera solución a la imprecisión propia de los problemas *RCPS*, fue la aplicación de la estadística con respuestas por medio de los modelos PERT, y la simulación de Montecarlo, pero de discutible aplicación no ya por las discutibles simplificaciones que impusieron los creadores del PERT, sino por la imposibilidad real de determinar las distribuciones de probabilidad para cada uno de los valores de mi proyecto para las simulaciones, con el problema añadido de aplicar modelos de optimización a mis problemas estocásticos.

L.A. Zadeh (Zadeh, 1965) revolucionó la lógica clásica relativizando las respuestas al contexto en el que éstas debían de hacerse por medio de la *Lógica Difusa* y la *Teoría de los Conjuntos Difusos*, de forma tal que un elemento ya no pertenece o no de manera excluyente a un conjunto, sino que tiene ciertos factores de pertenencia simultáneos a unos determinados conjuntos.

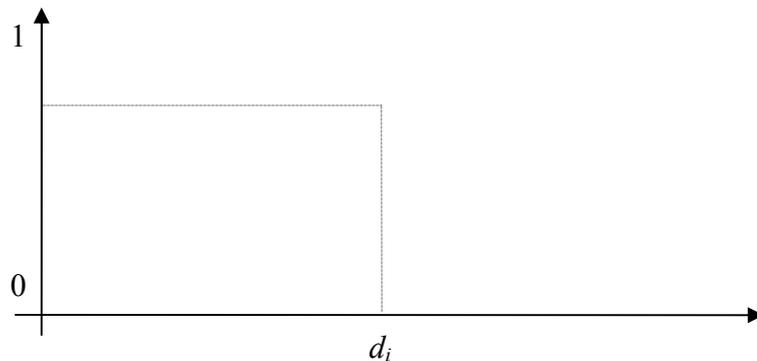
**Definición 4-51** *Conjunto Difuso* ( $\bar{A}$ ).

*Conjunto Difuso* ( $\bar{A}$ ) de un conjunto referencial de  $X$ , es un conjunto de pares ordenados.

$$\bar{A} = \{(x, \mu_{\bar{A}}(x)), x \in X\} \quad (4.57)$$

Donde  $\mu_{\bar{A}}$  es el grado de pertenencia a  $\bar{A}$  de los elementos de  $X$

Supongamos el valor rígido de la duración  $d_i$  de una determinada tarea que representaríamos de la siguiente forma al no existir imprecisión en la estimación realizada:

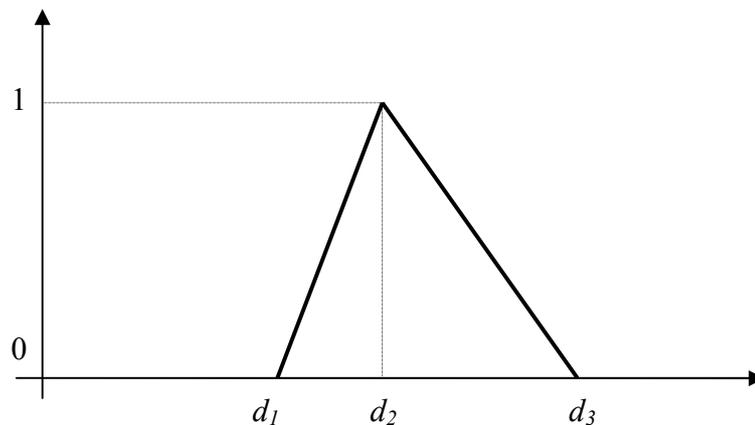


**Figura 72:** Valor cierto de la duración de una tarea.

Ahora bien, ya se ha comentado que habitualmente no es posible ni razonable determinar con antelación y absoluta certeza el valor de una variable por mucha experiencia e información de que dispongamos para ello a causa de la gran cantidad de factores que influyen en la misma, pero sí que nos sería posible establecerlo enmarcándolo entre unos determinados valores horquilla, constituyendo el denominado *número difuso* o *número borroso*:

**Definición 4-52** *Número difuso* ( $\bar{D}$ ).

*Número difuso* ( $\bar{D}$ ) es un conjunto difuso, convexo y normal con función de pertenencia continua a trozos.



**Figura 73:** Número Difuso.

Y lo denotaremos como:

$$\bar{D} = (d_1, d_2, d_3)^{\text{lxxi}} \quad (4.58)$$

Siendo ( $d_2$ ) el *núcleo del número difuso* y ( $d_1, d_3$ ) los valores del *soporte inferior* y *soporte superior* respectivamente

---

<sup>lxxi</sup> Existen diferentes modelos de números difusos, pero en esta tesis tan solo haré uso de los triangulares o TFM (Triangular Fuzzy Number)

**Definición 4-53** Núcleo del *Número difuso* ( $d_2$ ).

Núcleo del *Número difuso* ( $d_2$ ) es el valor para el cual la función de pertenencia de los elementos del conjunto difuso es la unidad.

**Definición 4-54** Soporte Inferior del *Número difuso* ( $d_1$ ).

Soporte Inferior del *Número difuso* ( $d_1$ ) es el valor inferior para el cual la función de pertenencia de los elementos del conjunto difuso es cero.

**Definición 4-55** Soporte Superior del *Número difuso* ( $d_3$ ).

Soporte Superior del *Número difuso* ( $d_3$ ) es el valor superior para el cual la función de pertenencia de los elementos del conjunto difuso es cero.

**Definición 4-56** Alfa – corte ( $\alpha$ ).

Alfa – corte ( $\alpha$ ) de ( $\bar{D}$ ) es el subconjunto de ( $\bar{D}$ ) en el que sus elementos tienen una función de pertenencia mayor o igual que  $\alpha$ .

$$S_\alpha(\bar{D}) = \{x \in X: \mu_{\bar{D}} \geq \alpha\} \quad (4.59)$$

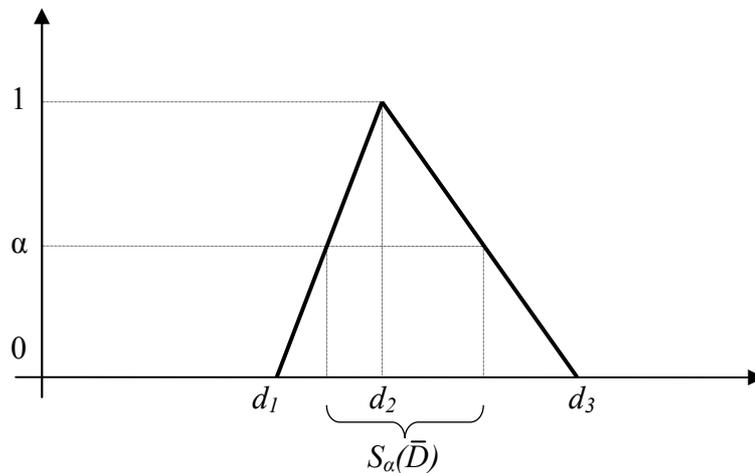


Figura 74: Alfa-corte ( $\alpha$ ).

$$\bar{D} = \{d_1, d_2, d_3\}$$

$$S_\alpha(\bar{D}) = \{d_1 + \alpha \cdot (d_2 - d_1), d_3 - \alpha \cdot (d_3 - d_2)\}$$

El *Alfa – corte* ( $\alpha$ ), es quizás el concepto más importante de los números difusos, porque mediante el ajuste del valor  $\alpha$ , podré determinar el rango o conjunto de valores que satisfacen un determinado *grado de pertenencia*, o expresado de otra manera *nivel de satisfacción, precisión del resultado o robustez del modelo*.

El ajuste del *El Alfa – corte* ( $\alpha$ ) nos permitirá determinar entre qué valores se encontrará nuestra producción, los tiempos de ejecución de las tareas, los costes de nuestro proyecto e incluso los niveles de consumo de los recursos, ajustando consecuentemente la robustez del modelo.



**Multiplicación:**

$$\bar{A} \cdot \bar{B} = [\alpha, \beta, \gamma] \quad (4.67)$$

$$\bar{A} \cdot \bar{B} = [a_1, a_2, a_3] \cdot [b_1, b_2, b_3] \quad (4.68)$$

$$[\alpha, \beta, \gamma] = [a_1 \cdot b_1, a_2 \cdot b_2, a_3 \cdot b_3] \quad (4.69)$$

**División:**

$$\bar{A} \div \bar{B} = [\alpha, \beta, \gamma] \quad (4.70)$$

$$\bar{A} \div \bar{B} = [a_1, a_2, a_3] \div [b_1, b_2, b_3] \quad (4.71)$$

$$[\alpha, \beta, \gamma] = [a_1 \div b_3, a_2 \div b_2, a_3 \div b_1] \quad (4.72)$$

Para operar correctamente la aritmética *fuzzy*, esta se ha de hacer para el *Alfa – corte* ( $\alpha$ ) correspondiente, que consecuentemente ha de ser definido con anterioridad. Este hecho puede ser obviado si en nuestras aritmética tan solo existen operaciones de suma o diferencia, siendo intrascendente operar con los soportes y posteriormente calcular el *Alfa – corte* ( $\alpha$ ) de la operación al ser una operación lineal, pero no sería correcto en el caso de la multiplicación o el cociente

Como se ha visto, la aritmética difusa es verdaderamente sencilla, pero no así sus conclusiones, puesto que la diferencia de dos números difusos idénticos no es cero ni la unidad su cociente<sup>lxxii</sup>, algo que en un principio resulta confuso, pero que ya será analizado en el próximo subcapítulo cuando analicemos los tiempos y especialmente las holguras resultantes del cálculo:

$$\bar{A} - \bar{A} \neq 0 \quad (4.73)$$

$$\bar{A} \div \bar{A} \neq 1 \quad (4.74)$$

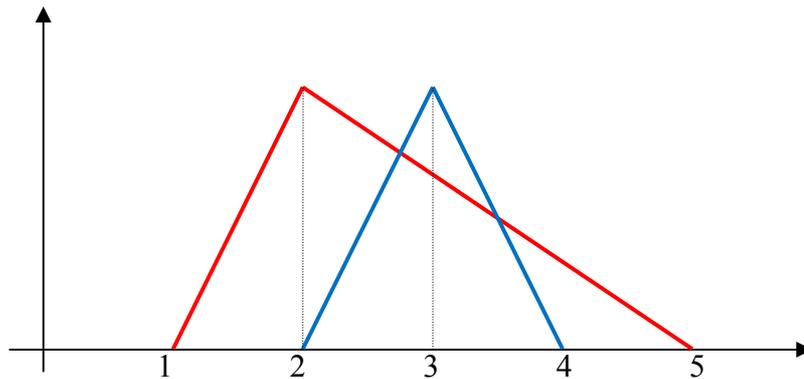
---

<sup>lxxii</sup> Considerados el cero y el uno como valores rígidos.

Dados los siguientes números difusos:

	<i>i</i>	<i>n</i>	<i>s</i>
$\bar{A}$	1	2	5
$\bar{B}$	2	3	4

**Tabla 5:** Dos números difusos.

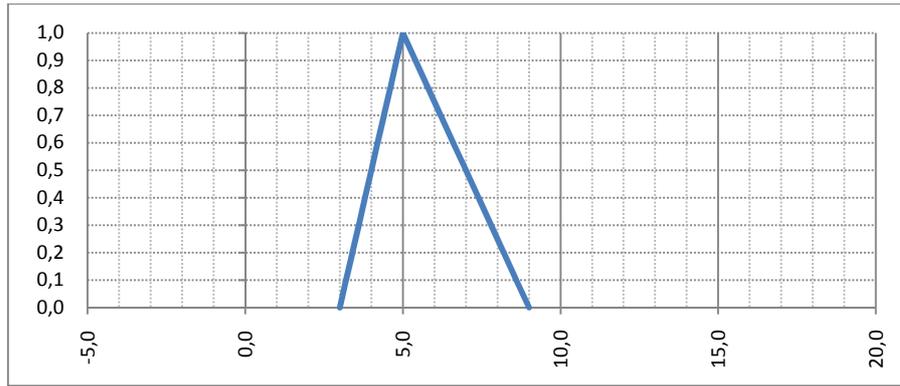


**Figura 75:** Aritmética Difusa.

Operando los diferentes *Alfa – corte* ( $\alpha$ ) obtendríamos:

$\alpha$ -Corte	$\bar{A} + \bar{B}$		
	<i>i</i>	<i>n</i>	<i>s</i>
0,0	4,0	6,0	9,0
0,1	4,2	6,0	8,7
0,2	4,4	6,0	8,4
0,3	4,6	6,0	8,1
0,4	4,8	6,0	7,8
0,5	5,0	6,0	7,5
0,6	5,2	6,0	7,2
0,7	5,4	6,0	6,9
0,8	5,6	6,0	6,6
0,9	5,8	6,0	6,3
1,0	6,0	6,0	6,0

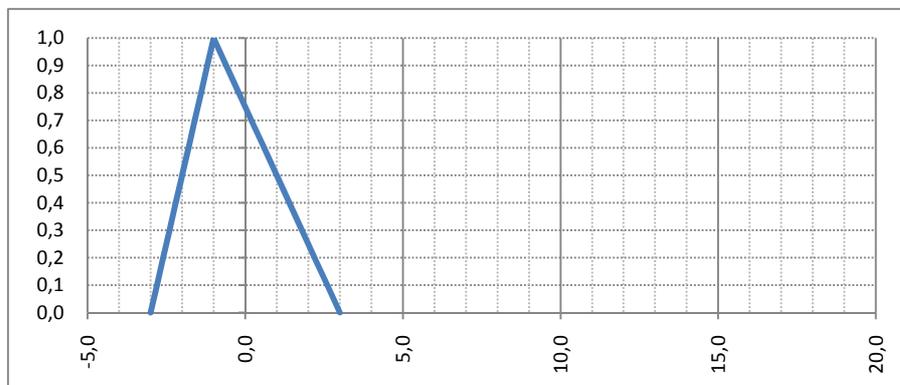
**Tabla 6:** Suma difusa.



**Figura 76:** Suma Difusa

$\alpha$ -Corte	$\bar{A} - \bar{B}$		
	i	n	s
0,0	-3,0	-1,0	3,0
0,1	-2,8	-1,0	2,6
0,2	-2,6	-1,0	2,2
0,3	-2,4	-1,0	1,8
0,4	-2,2	-1,0	1,4
0,5	-2,0	-1,0	1,0
0,6	-1,8	-1,0	0,6
0,7	-1,6	-1,0	0,2
0,8	-1,4	-1,0	-0,2
0,9	-1,2	-1,0	-0,6
1,0	-1,0	-1,0	-1,0

**Tabla 7:** Diferencia difusa.

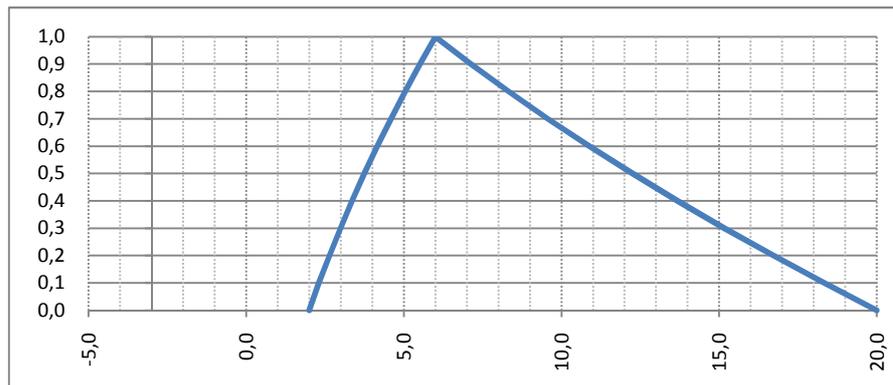


**Figura 77:** Diferencia Difusa

Tal y como se ha visto, la suma y la diferencia difusa ofrecen como resultado números difusos triangulares, pero no así el producto y la división difusa que dan como resultado números difusos mucho más complejos y que han de ser operadas para cada uno de los diferentes valores del *Alfa – corte* ( $\alpha$ ) deseado:

$\alpha$ -Corte	$\bar{A} \times \bar{B}$		
	i	n	s
0,0	2,0	6,0	20,0
0,1	2,3	6,0	18,3
0,2	2,6	6,0	16,7
0,3	3,0	6,0	15,2
0,4	3,4	6,0	13,7
0,5	3,8	6,0	12,3
0,6	4,2	6,0	10,9
0,7	4,6	6,0	9,6
0,8	5,0	6,0	8,3
0,9	5,5	6,0	7,1
1,0	6,0	6,0	6,0

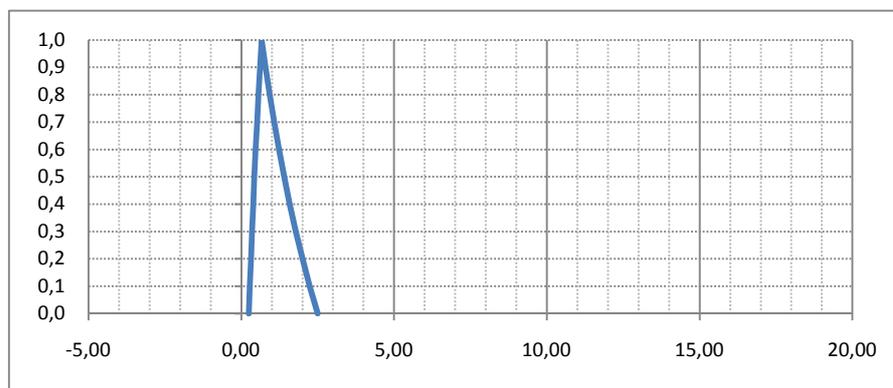
**Tabla 8:** Multiplicación difusa.



**Figura 78:** Multiplicación Difusa.

$\alpha$ -Corte	$\bar{A} / \bar{B}$		
	i	n	s
0,0	0,25	0,67	2,50
0,1	0,28	0,67	2,24
0,2	0,32	0,67	2,00
0,3	0,35	0,67	1,78
0,4	0,39	0,67	1,58
0,5	0,43	0,67	1,40
0,6	0,47	0,67	1,23
0,7	0,52	0,67	1,07
0,8	0,56	0,67	0,93
0,9	0,61	0,67	0,79
1,0	0,67	0,67	0,67

**Tabla 9:** División difusa.



**Figura 79:** División Difusa.

### 4.3 LA ORDENACION DE NÚMEROS DIFUSOS.

Otro problema con el que nos encontramos cuando aplicamos el algoritmo de cálculo propuesto, es en el momento de la comparación de dos números difusos con el objeto de ordenarlos y determinar cuál de ellos es el mayor y cuál es el menor.

Existen diferentes reglas de comparación y ordenación de números difusos, las llamadas “*Weak Comparison rules (WCR)*” y las “*Strong Comparison Rules (SCR)*”.

***Strong Comparison Rules (SCR):***

*Dados dos números difusos  $\bar{A}$  y  $\bar{B}$ :*

$$\bar{A} = [a_1, a_2, a_3]$$

$$\bar{B} = [b_1, b_2, b_3]$$

$$\bar{A} < \bar{B} \leftrightarrow a_1 < b_1, a_2 < b_2, a_3 < b_3 \quad (4.75)$$

Para el resto de casos se usan las *Weak Comparison rules (WCR)*, existiendo diferentes métodos para su tratamiento (Bonnai, 2004): mediante la compensación de áreas, la comparación baricéntrica, la media de *Alfa – corte* ( $\alpha$ ), etc., adoptando para este modelo la comparación baricéntrica.

***Weak Comparison Rules (WCR):***

*Dados dos números difusos  $\bar{A}$  y  $\bar{B}$ :*

$$\bar{A} = [a_1, a_2, a_3]$$

$$\bar{B} = [b_1, b_2, b_3]$$

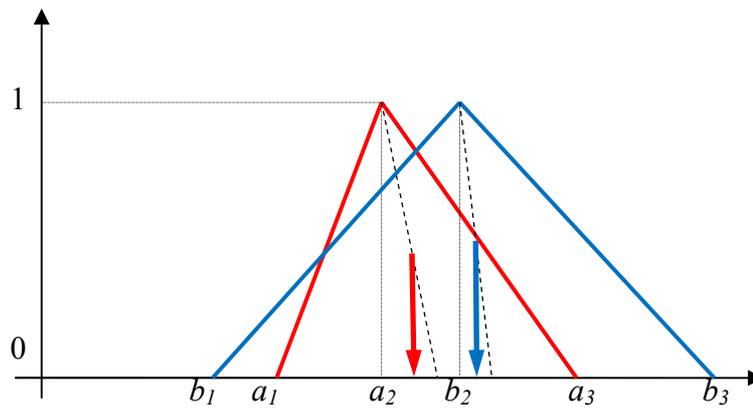


Figura 80: Ordenación Baricéntrica.

El Baricentro correspondiente a cada uno de los anteriores números sería:

$$\text{Baricentro}(\bar{A}) = \frac{a_1 + 2 \cdot a_2 + a_3}{4}$$

$$\text{Baricentro}(\bar{B}) = \frac{b_1 + 2 \cdot b_2 + b_3}{4}$$

$$\text{sí} \begin{cases} \text{Baricentro}(\bar{A}) < \text{Baricentro}(\bar{B}) \leftrightarrow \bar{A} < \bar{B} \\ \text{Baricentro}(\bar{A}) > \text{Baricentro}(\bar{B}) \leftrightarrow \bar{A} > \bar{B} \\ \text{Baricentro}(\bar{A}) = \text{Baricentro}(\bar{B}) \begin{cases} a_3 > b_3 & \leftrightarrow \bar{A} > \bar{B} \\ a_3 = b_3; a_1 < b_1 & \leftrightarrow \bar{A} < \bar{B} \\ a_3 < b_3 & \leftrightarrow \bar{A} < \bar{B} \end{cases} \end{cases} \quad (4.76)$$

#### 4.4 ESTADO DEL ARTE DE LA PLANIFICACION DE PROYECTOS CON VALORES DIFUSOS.

El primer trabajo con la aplicación de los números difusos a la programación de proyectos es relativamente reciente, concretamente de 1981 por Chanas, S. y Kambourowski, J. (Chanas S. a., 1981) en la publicación “*The use of Fuzzy variables in PERT*”. Este trabajo estuvo motivado por las innumerables críticas<sup>lxxiii</sup> sufridas durante los años siguiente a la aportación realizada con el *PERT* por parte de Malcolm, Clark, Roseboom y Fazar (Malcolm, 1965) y la enorme popularidad adquirida a pesar de las incorrectas simplificaciones y la más que dudosa consistencia matemática del modelo *PERT*.

Los trabajos más relevantes son:

**Chanas, S and Kambourowski, J.** (Chanas S. a., 1981)

Tal y como se ha comentado anteriormente, fueron los primeros en aplicar los números difusos al RCPSP.

La metodología de Chanas y Kambourowski, consistía en aplicar diferentes *Alfa – corte* ( $\alpha$ ) a las duraciones de las actividades, de tal manera que re combinando los resultados obtenían un *makespan fuzzy* del proyecto.

**Doboys, D. and Prade, H.** (Doboys & Prade, 1988)

Aunque posterior a Chanas y Kambourowski, es considerado por algunos autores (Bonnal & Didier Gourc, 2004) como el trabajo más relevante sobre la metodología fuzzy aplicada a proyectos.

Estos autores introdujeron el concepto de imprecisión en la duración de las tareas frente a la incertidumbre propia del *PERT* con números fuzzy trapezoidales para representar las duraciones.

**Lootsma** (Lootsma, 1989)

Realizó un análisis comparativo entre el *PERT* tradicional con duraciones probabilísticas y la nueva metodología con duraciones

---

<sup>lxxiii</sup> Un detallado estado del arte del método *PERT* desde las primeras dudas planteadas hasta las críticas de Sasieni, puede encontrarse en “Project Management con redes *PERT*” (Ponz, 2009).

*fuzzy* con los mismos intervalos para las tareas, concluyendo que el *makespan* resultante del modelo *PERT* era inferior al obtenido mediante los valores *fuzzy*, e igualmente la desviación frente a la dispersión.

Ninguno de los autores anteriores mencionó en sus trabajos el problema que surge en el cálculo atrás (Backward Pass) del algoritmo tradicional de cálculo de los tiempos de las tareas, que ocasiona que los tiempos tarde de empezar de algunas actividades presenten valores negativos, algo que obviamente es incorrecto.

Otros autores (Gavalgnon, 2000) (Hapke, 1996) han afrontado el mismo problema, aunque a través de incorrectas apreciaciones a mi entender, puesto que en el cálculo atrás del algoritmo el tiempo más tarde de empezar no lo obtenemos por medio de la diferencia de dos valores (como intuitivamente nos puede sugerir una primera aproximación al problema), sino la de resolución de una sencillísima ecuación de primer grado y que se expone posteriormente con más detalle.

**Chanas, S. and Zielinski, P.** (Chanas S. a., 2001) (Chanas S. a., 2002)

Estos autores presentan dos de los últimos trabajos más relevantes respecto al problema de encontrar el camino crítico del grafo y demostrar su criticidad como un problema polinómico el primero de ellos, y el segundo quizás más interesante, en el que introducen un nuevo concepto denominado *índice f-crítico* (*f-critically index*) y que obtienen mediante dos algoritmos diferentes.

## 4.5 LOS VALORES DIFUSOS DEL MODELO GRCPSP PROPUESTO.

Para modelar la Robustez del GRCPSP propuesto, se han considerado los siguientes valores difusos para las variables definibles por el gestor del proyecto:

**Definición 4-56** Duración Normal Difusa ( $\overline{dn}_i$ ).

Duración Normal Difusa ( $\overline{dn}_i$ ) de una tarea es el valor difuso de la duración normal del modelo TCTP para un consumo de recursos normal, estando formado por un núcleo de la duración normal para el cual la función de pertenencia de los elementos del conjunto difuso es la unidad y dos valores soporte para los cuales la función de pertenencia de los elementos del conjunto difuso es nulo, pudiendo ser alguno de ellos o los dos iguales al núcleo.

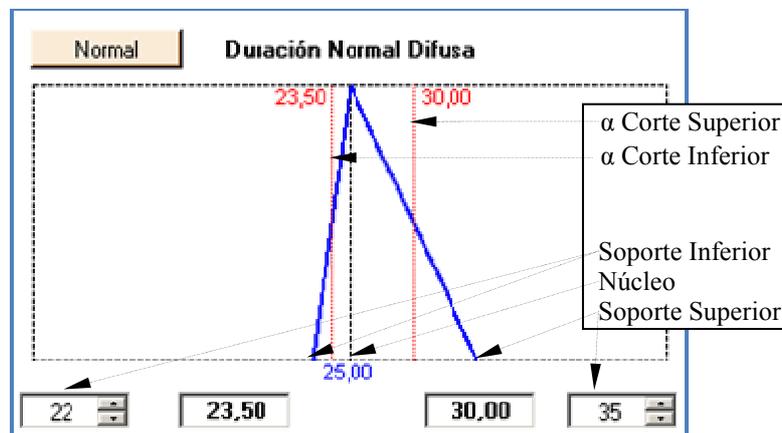


Figura 81: Duración Normal Difusa. ( $\overline{dn}_i$ ).

Los valores del Alfa – corte ( $\alpha$ ) de ( $\overline{dn}_i$ ) es el subconjunto de ( $\overline{dn}_i$ ) en el que sus elementos tienen una función de pertenencia mayor o igual que  $\alpha$ .

$$S_{\alpha}(\overline{dn}_i) = \{x \in X: \mu_{\overline{dn}_i} \geq \alpha\}^{\text{lxxiv}}$$

**Definición 4-57** Duración Acelerada Difusa ( $\overline{da}_i$ ).

Duración Acelerada Difusa ( $\overline{dn}_i$ ) de una tarea es el valor difuso de la duración acelerada del modelo TCTP para un consumo de recursos máximo, estando formado por un núcleo de la duración acelerada para el cual la función de pertenencia de los elementos del conjunto difuso es la unidad y dos valores soporte para los cuales la función de pertenencia de los elementos del conjunto difuso es nulo, pudiendo ser alguno de ellos o los dos iguales al núcleo.

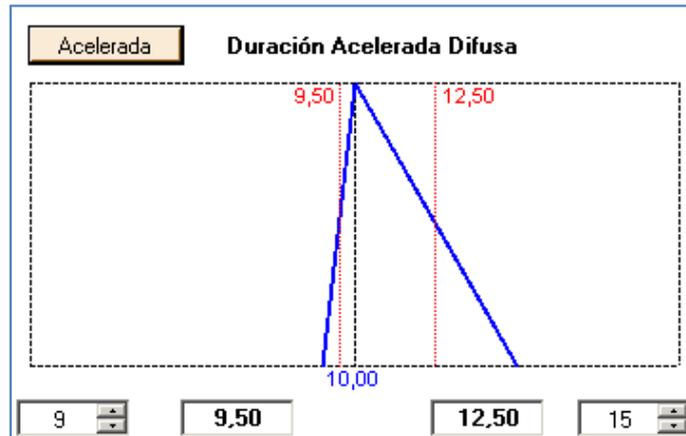


Figura 82: Duración Acelerada Difusa. ( $\overline{da}_i$ )

**Definición 4-58** Coeficiente de Intervención Difuso ( $\overline{Ci}_r$ ).

Coeficiente de intervención difuso ( $\overline{Ci}_r$ ) del recurso, es el valor difuso de la cantidad de unidades de medición ( $Um_r$ ) del recurso  $r$  necesarias por cada unidad de producción de la tarea, y expresado como ( $hr/m^2$ ,  $m^3/m^3$ ,  $kg/m^3$ , etc.), correspondiendo el numerador a unidad de medición del recurso y el denominador a la unidad de medición de la tarea, estando formado por un núcleo del Coeficiente de Intervención para el cual la función de pertenencia de los elementos del conjunto difuso es la unidad y dos valores soporte

<sup>lxxiv</sup> Todos los valores Alfa – corte ( $\alpha$ ) se calcularán de igual forma.

para los cuales la función de pertenencia de los elementos del conjunto difuso es nulo, pudiendo ser alguno de ellos o los dos iguales al núcleo.

Num	Codigo	Ud	Descripción del Recurso	Coef	Sop I	Sop S
1	HGPL...	M3	HORMIGON H150 DE PLANTA	1,05000	1,05000	1,05000
2	MOCIO...	Hr	Oficial 1ra en M3 Zapatas y Zanjas	0,70000	0,70000	0,70000
3	GRUA	Hr	Grúa	1,00000	1,00000	1,00000

Figura 83: Coeficiente de Intervención Difuso ( $\overline{C}_{tr}$ )

**Definición 4-59** Medición Difusa de Producción ( $\overline{med}_i$ ).

Medición difusa de Producción ( $\overline{med}_i$ ) es el valor difuso de la cantidad de unidades que se han de producir de una determinada unidad de obra y referido a una tarea de producción, estando formado por un núcleo de la medición para el cual la función de pertenencia de los elementos del conjunto difuso es la unidad y dos valores soporte para los cuales la función de pertenencia de los elementos del conjunto difuso es nulo, pudiendo ser alguno de ellos o los dos iguales al núcleo.

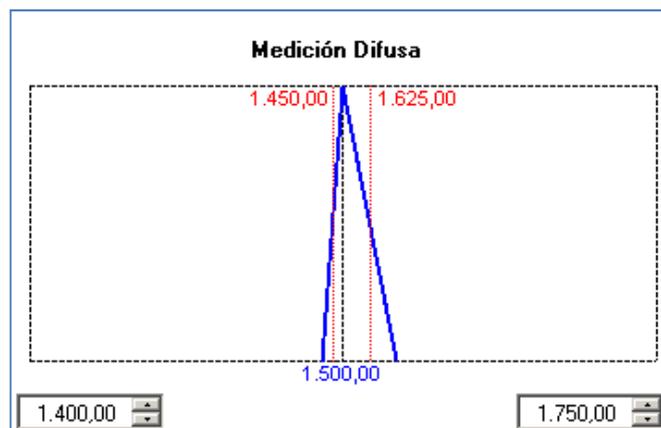
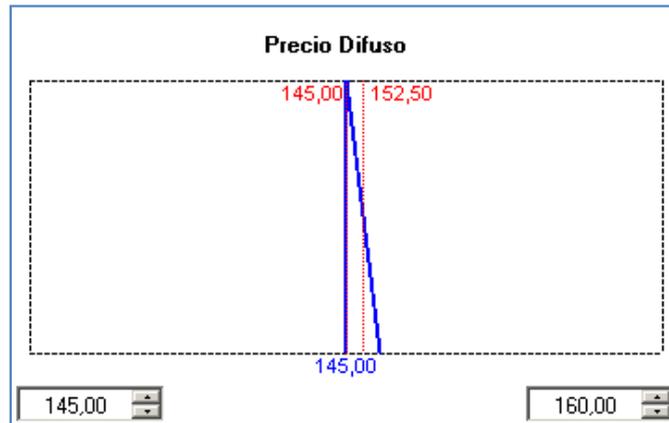


Figura 84: Medición Difusa ( $\overline{med}_i$ ).

**Definición 4-60** Precio Difuso ( $\overline{Pre}_i$ ).

Precio Difuso ( $\overline{dn}_i$ ) de una tarea es el valor difuso al cual se cobrarán cada una de las unidades producidas, estando formado por un núcleo del precio para el cual la función de pertenencia de los elementos del conjunto difuso es la unidad y dos valores soporte para los cuales la función de pertenencia de los elementos del conjunto difuso es nulo, pudiendo ser alguno de ellos o los dos iguales al núcleo.



**Figura 85:** Precio Difuso ( $\overline{Pre}_i$ ).

A partir de los anteriores valores difusos principales, podemos obtener el resto de valores del modelo mediante la aplicación de (4.57) para cada Alfa – corte ( $\alpha$ ):

**Definición 4-61** Duración Programada Difusa ( $\overline{dp}_i$ ).

Duración Programada Difusa ( $\overline{dp}_i$ ) de una tarea es el valor difuso de la duración establecida por su programación y que se encuentra entre los valores acotados por la duración normal difusa ( $\overline{dn}_i$ ) y la duración acelerada difusa ( $\overline{da}_i$ ).

El valor del núcleo de la *Duración Programada Difusa* ( $\overline{dp}_i$ ) es establecido por la programación, y los valores soporte son obtenidos mediante una sencilla interpolación a partir de los soportes de la *duración acelerada difusa* ( $\overline{da}_i$ ) y de la *duración normal difusa* ( $\overline{dn}_i$ ), a partir del núcleo de la *Duración Programada Difusa*. ( $\overline{dp}_i$ ).

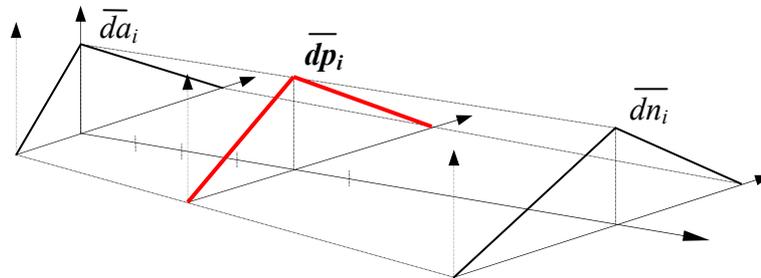


Figura 86: *Duración Programada Difusa*. ( $\overline{dp}_i$ ).

$$\overline{da}_i = \{da1, da2, da3\}$$

$$\overline{dn}_i = \{dn1, dn2, dn3\}$$

$$\overline{dp}_i = \{dp1, dp2, dp3\}$$

$$dp1 = \frac{dn1-da1}{dn2-da2} (dp2 - da2) + da1 \quad (4.77)$$

$$dp3 = \frac{dn3-da3}{dn2-da2} (dp2 - da2) + da3 \quad (4.78)$$

**Definición 4-62** *Importe Difuso* ( $\overline{Imp}_i$ )

El *Importe Difuso* ( $\overline{Imp}_i$ ) de la tarea es el valor difuso al que se cobrará la unidad de obra correspondiente, y se obtiene a partir de los diferentes Alfa – corte ( $\alpha$ ) de la multiplicación difusa entre la medición difusa ( $\overline{med}_i$ ) y el precio difuso ( $\overline{Pre}_i$ ), no dando como resultado un número difuso triangular<sup>lxxv</sup>.

<sup>lxxv</sup> Ver 4.2 La Aritmética difusa.

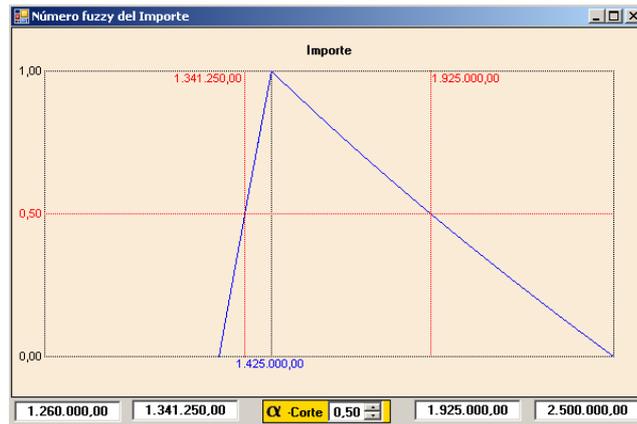


Figura 87: *Importe Difuso.* ( $\overline{dp}_i$ ).

### *Producción diaria Difusa.*

Mediante la aplicación de la aritmética difusa a (3.49) y (3.50), podremos obtener de igual forma los valores de la *Producción Diaria Difusa.* ( $\overline{dp}_i$ ), para cada posible *Duración Programada Difusa* ( $\overline{dp}_i$ ) y para diferentes *Alfa – corte* ( $\alpha$ ):

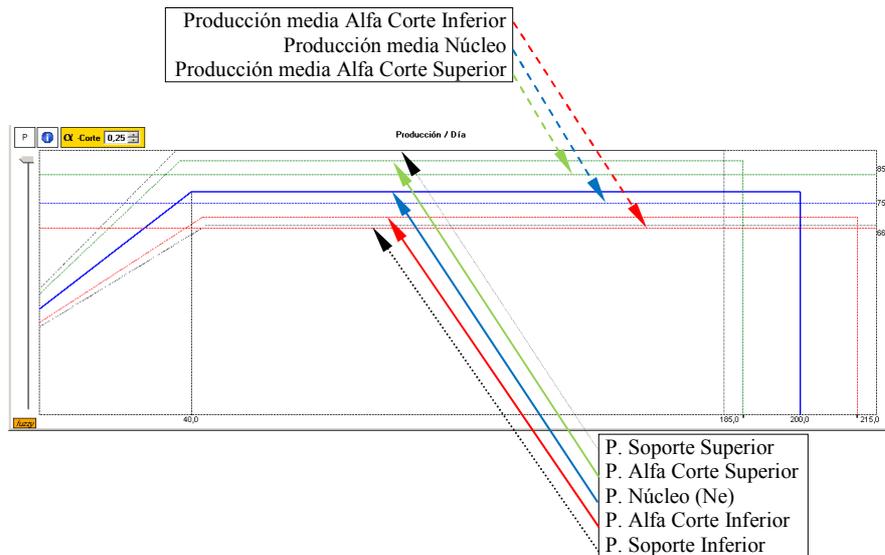


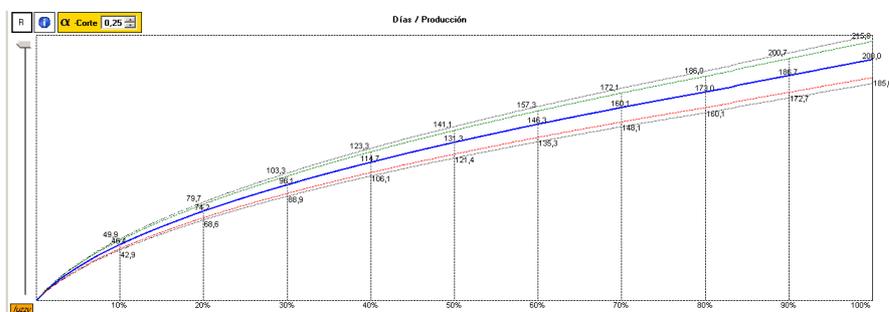
Figura 88: *Producción diaria difusa.*

Y su detalle será:

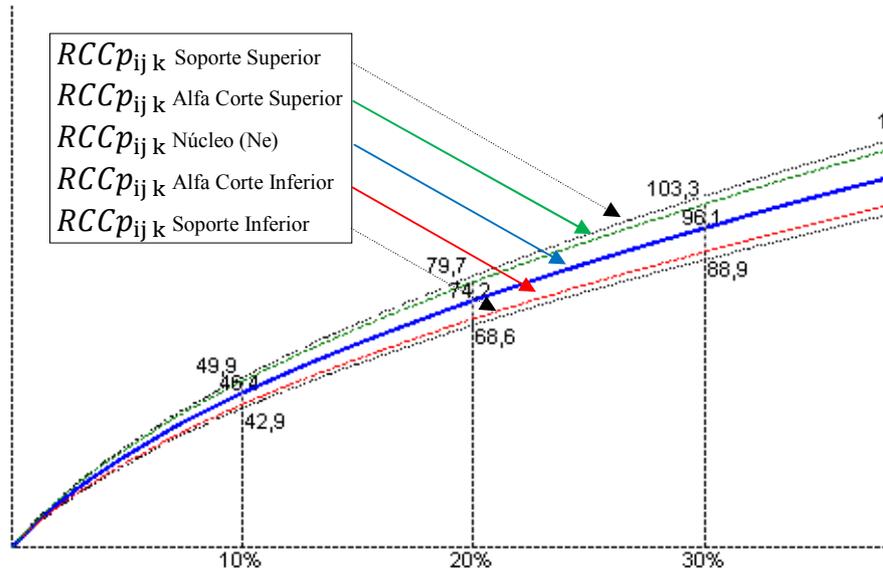
*****					
	Tarea=	Estructura			
	Alfa Corte de cálculo=	0,25			
	Duración Programada=	200,00			
*****					
	Sop.Inf	Alfa C.Inf	Nucleo	Alfa C.Sup	Sop.Sup
-----					
P.Media	63,64	66,28	75,00	85,14	88,89
*****					
Dia	Sop.Inf	Alfa C.Inf	Nucleo	Alfa C.Sup	Sop.Sup
-----					
0001	031,53	033,03	038,02	043,33	045,31
0002	032,35	033,90	039,06	044,61	046,67
0003	033,17	034,77	040,10	045,88	048,04
0004	033,99	035,64	041,15	047,16	049,40
0005	034,81	036,51	042,19	048,43	050,77
.....					
0215	067,25	070,02	000,00	000,00	000,00
0216	067,25	000,00	000,00	000,00	000,00
0217	067,25	000,00	000,00	000,00	000,00
0218	067,25	000,00	000,00	000,00	000,00
0219	067,25	000,00	000,00	000,00	000,00
0220	067,25	000,00	000,00	000,00	000,00
	14.000,00	14.250,04	15.000,00	15.749,99	16.000,00
*****					

**Días Difusos para una Producción P (RCCp<sub>ij</sub>k).**

Y de igual forma, podremos obtener los días necesarios para alcanzar un determinado nivel de producción, elemento imprescindible para poder operar las relaciones del modelo GRCPSP, para cualquier Alfa – corte ( $\alpha$ ) propuesto:



**Figura 89:** Días necesarios para cada nivel de producción.



Y su detalle será:

*****					
	Tarea=		Estructura		
	Alfa Corte de cálculo=		0,25		
	Duración Programada=		200,00		
*****					
%	Sop.Inf	Alfa C.Inf	Nucleo	Alfa C.Sup	Sop.Sup
-----					
1%	006,47	006,65	007,19	007,73	007,91
2%	011,93	012,26	013,26	014,25	014,58
3%	016,74	017,21	018,60	020,00	020,46
4%	021,09	021,68	023,44	025,19	025,78
5%	025,09	025,79	027,88	029,97	030,67
6%	028,81	029,62	032,02	034,42	035,22
7%	032,31	033,21	035,90	038,59	039,49
8%	035,62	036,61	039,58	042,54	043,53
...					
95%	174,02	178,85	193,36	207,86	212,69
96%	175,22	180,08	194,69	209,29	214,15
97%	176,41	181,31	196,01	210,71	215,62
98%	177,61	182,54	197,34	212,14	217,08
99%	178,80	183,77	198,67	213,57	218,54
100%	180,00	185,00	200,00	215,00	220,00
*****					

### Pendiente de Costes con soporte, núcleo y Alfa – corte ( $\alpha$ ).

De igual manera obtendremos la *Pendiente de Costes Difusa* del modelo TCTP, con los valores correspondientes al núcleo, soporte y Alfa – corte ( $\alpha$ ) del *Importe Difuso* de la tarea, para cada una de las posibles *duraciones programadas difusas* ( $\overline{dp}_i$ ), entre las cotas correspondientes a *duración acelerada difusa* ( $\overline{da}_i$ ) y de la *duración normal difusa* ( $\overline{dn}_i$ ):

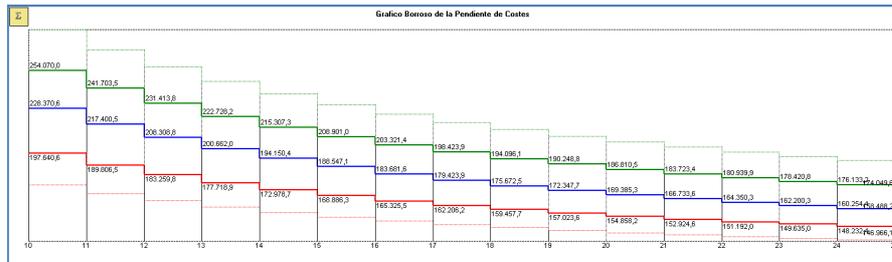


Figura 90: Pendiente de Costes Difusos.

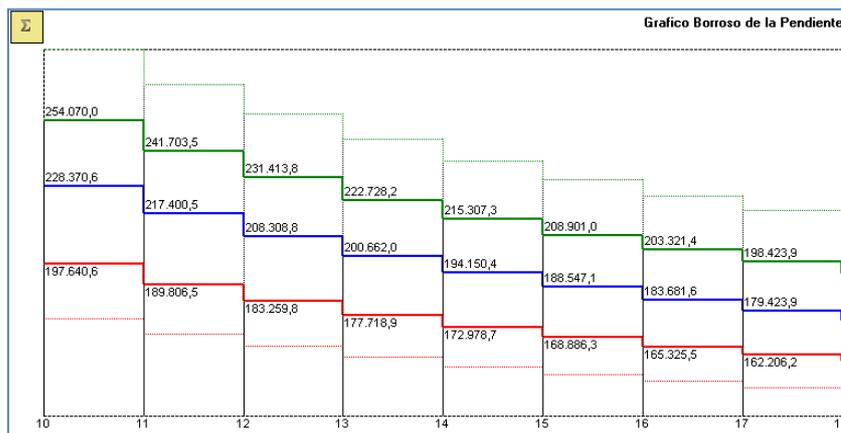


Figura 91: Detalle izquierdo de la Figura 90: Pendiente de Costes Difusos.

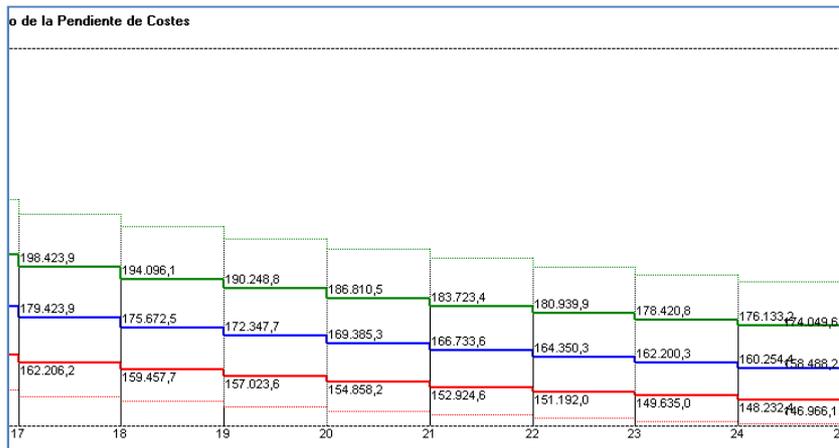


Figura 92: Detalle derecho de la Figura 90: Pendiente de Costes Difusos.

Obtener el valor del *Coste Programado difuso* para una *duración programada* dada es inmediato operando para cada uno de los posibles valores de *Alfa – corte* ( $\alpha$ )<sup>lxxvi</sup>:

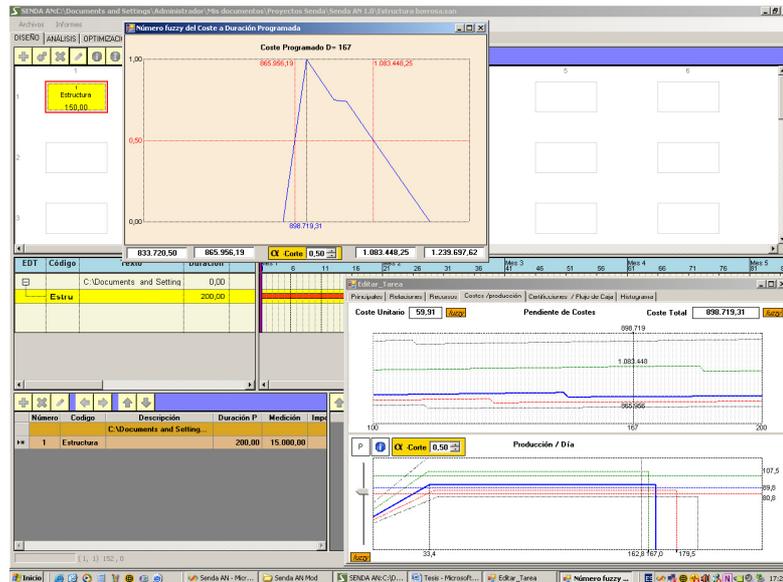


Figura 93: Coste Programado difuso.

<sup>lxxvi</sup> Para obtener cada uno de los números difusos de Coste se han operado 100 *Alfa – corte* ( $\alpha$ ).

**Definición 4-63 Coste Unitario Programado Difuso ( $\overline{C_{unit}_i}$ )**

El Coste Unitario Programado Difuso ( $\overline{C_{unit}_i}$ ) de la tarea, para una duración programada dada es el valor del Coste Difuso programado por unidad de Producción de la unidad de obra correspondiente, y se obtiene a partir de los diferentes Alfa – corte ( $\alpha$ ) del cociente entre el Coste programado Difuso y la medición difusa:

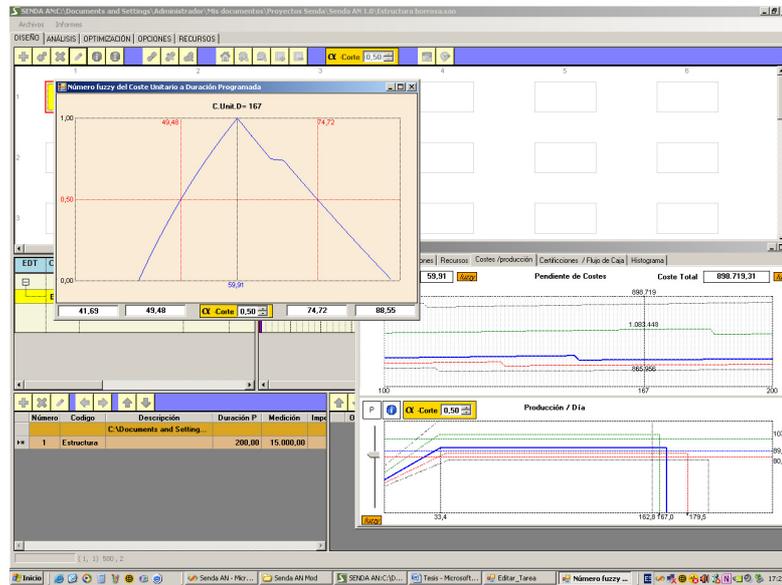


Figura 94: Coste Unitario Programado Difuso

### Histograma de Costes para un Alfa – corte ( $\alpha$ ).

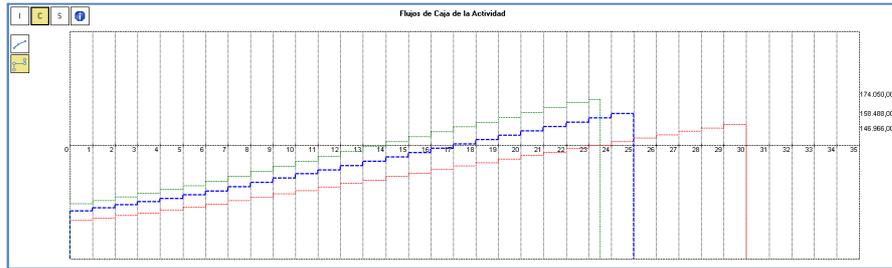


Figura 95: Histograma Difuso de Costes de la tarea.

### Histograma de Certificaciones para un Alfa – corte ( $\alpha$ ).

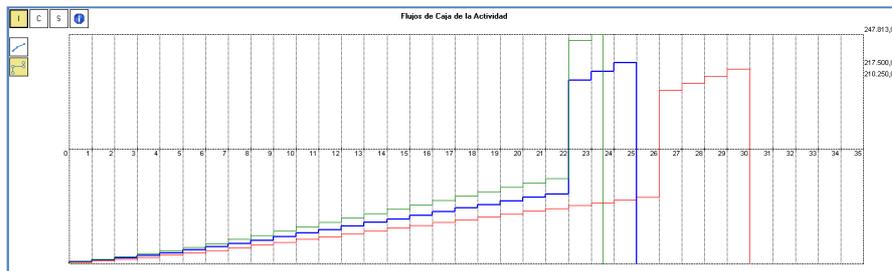


Figura 96: Histograma Difuso de Certificaciones de la tarea.

### Histograma de Saldos para un Alfa – corte ( $\alpha$ ).

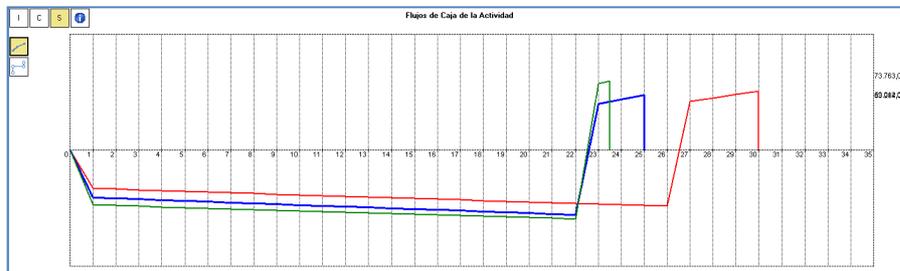


Figura 97: Histograma Difuso de Saldos de la tarea

### Histograma de Recursos para un Alfa – corte ( $\alpha$ ).

Uno de los elementos más importantes es la posibilidad de analizar el consumo de los diferentes recursos de una tarea o del proyecto para cada una de las posibles *duraciones programadas difusas* ( $\bar{d}p_i$ ).

Veamos la afección que diferentes valores difusos para el *Coefficiente de Intervención Difuso* ( $\bar{C}_{Iir}$ ) producen en histograma de consumo de los recursos de la tarea de estructura que ya se vio en el capítulo 3.2.4.:

Num	Codigo	Ud	Descripción del Recurso	Coef	Sop I	Sop S
1	Tabler...	M2	Tablero de Encofrado	3,00000	2,50000	3,00000
2	Puntal...	M2	P.P. Primarias y Puntales	15,00000	14,00000	15,00000
3	GRUA...	Hr	Grua 30 mts	0,08500	0,08000	0,09000
4	MOEH...	Hr	Oficial 1ra en Estructura Cta Unid In situ	0,41000	0,40000	0,45000
5	HGPL...	M3	HORMIGON H150 DE PLANTA	0,20000	0,19000	0,21000

Figura 98: Coeficientes de Intervención Difusos ( $\bar{C}_{Iir}$ ) de estructura 3.2.4.

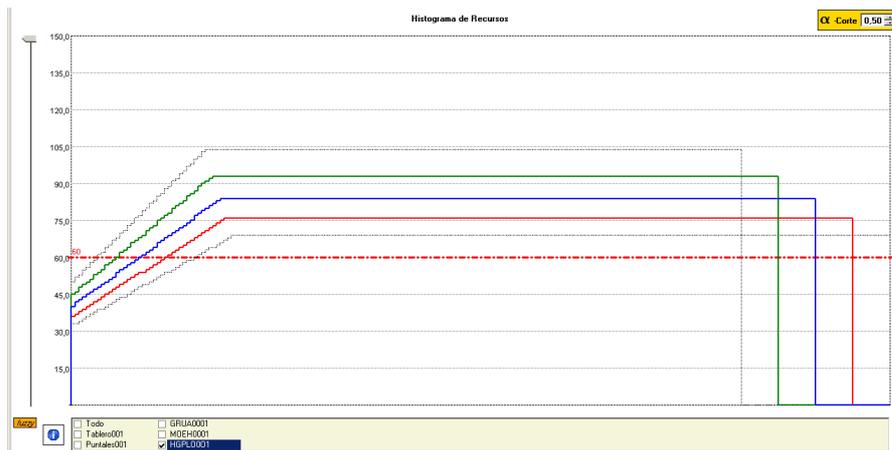
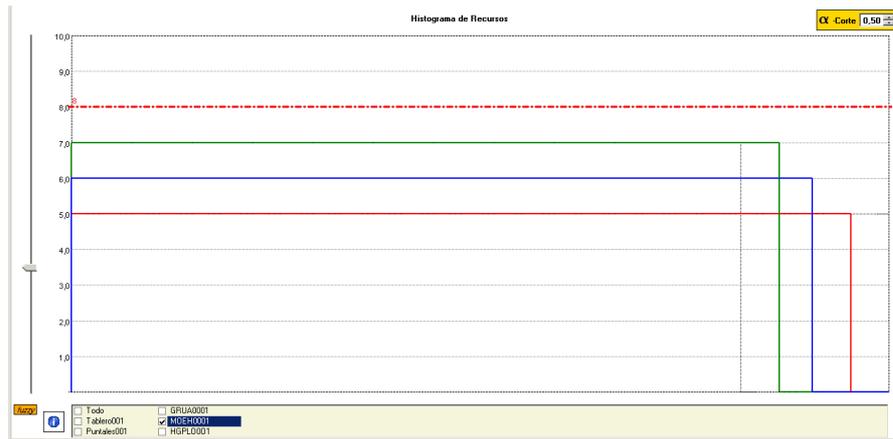


Figura 99 Histograma Difuso de Hormigón como recurso *no renovable*  $\alpha=0,50$ .



**Figura 100:** Histograma Difuso de Mano Obra como recurso *renovable* y  $\alpha=0,50$ .

Las anteriores figuras (Figura 99 y Figura 100) corresponden a la misma tarea estructura completa y reflejan tanto la influencia de los valores difusos como el efecto que la curva de aprendizaje produce en la distribución de recursos de naturaleza diferente, en este caso Hormigón como recurso *no renovable* y Mano de Obra de Oficial como *recurso renovable*.

## 4.6 UN ALGORITMO “SPLITTING ALLOWED” BASADO EN PRODUCCIÓN CON PRODUCTIVIDAD VARIABLE Y VALORES DIFUSOS.

### Condiciones Previas

$$\begin{array}{ll}
 0 \leq RCCp_{ij\ k} \leq 1 & \forall j \in N^{lxxvii}, i \in A^{lxxviii} \\
 0 \leq RFFp_{ij\ k} \leq 1 & \forall j \in N, i \in A^{lxxix} \\
 DCCz_{ij\ k} > 0 & \forall j \in N, i \in A \\
 DFFz_{ij\ k} > 0 & \forall j \in N, i \in A \\
 DFCz_{ij\ k} \geq 0 & \forall j \in N, i \in A
 \end{array}$$

### Cálculo adelante (Forward Calculation).

Paso 0.

$$S_{\alpha}(\bar{\beta}_i) = \max \{S_{\alpha}(\bar{Q}_j)\} \quad \forall j \in N, i \in A^{lxxx}$$

Paso 1.

$$\begin{array}{l}
 S_{\alpha}(\bar{E}S_j) = \max \{S_{\alpha}(\bar{E}S_j); \\
 \quad S_{\alpha}(\bar{E}F_i) + DFCz_{ij\ k}; \quad \forall k \\
 \quad S_{\alpha}(\bar{E}S_i) + DCCz_{ij\ k}; \quad \forall k \\
 \quad S_{\alpha}(\bar{E}F_i + \bar{P}_i - \bar{d}_i); \\
 \quad \quad \quad \forall k \text{ si } S_{\alpha}(\bar{d}_i - \bar{\beta}_i) < S_{\alpha}(\bar{P}_i)^{lxxx} \\
 \quad \quad \quad \forall i \in A \\
 \quad \quad \quad \}
 \end{array}$$

Paso 2.

$$\begin{array}{l}
 S_{\alpha}(\bar{E}F_j) = \max \{S_{\alpha}(\bar{E}F_j); \\
 \quad S_{\alpha}(\bar{E}F_i) + DFFz_{ij\ k}; \quad \forall k \\
 \quad S_{\alpha}(\bar{E}F_i + \bar{Q}_j); \quad \forall k^{lxxxii} \\
 \quad S_{\alpha}(\bar{E}S_j + \bar{d}_j); \\
 \quad \quad \quad \forall i \in A^{lxxxiii} \\
 \quad \quad \quad \}
 \end{array}$$

<sup>lxxvii</sup> N es el conjunto de tareas del proyecto

<sup>lxxviii</sup> A es el conjunto de tareas precedentes de j con relación CC.

<sup>lxxix</sup> A es el conjunto de tareas precedentes de j con relación FF.

<sup>lxxx</sup> A es el conjunto de tareas precedentes de i con relación CC.

<sup>lxxx</sup> Para relaciones RCCp<sub>ij k</sub>

<sup>lxxxii</sup> Para relaciones RFFp<sub>ij k</sub>

Paso 3. Por su interrupción

Si la tarea  $j$  no se puede interrumpir o es no productiva:

$$S_{\alpha}(\overline{ES}_j) = S_{\alpha}(\overline{EF}_j - \overline{d}_j)$$

Paso 4.

$$S_{\alpha}(\mathbf{Duración Proyecto}) = \max \{S_{\alpha}(\overline{EF}_j)\}, \quad \forall j \in N$$

Donde:

$$S_{\alpha}(\overline{P}_i) = \begin{cases} S_{\alpha} \left[ \frac{-\overline{p}e_i}{(\overline{p}e_i - \overline{p}r_{i0})} \left[ -\overline{p}r_{i0} + \sqrt{\overline{p}r_{i0}^2 + \frac{\overline{p}_i \overline{med}_i (\overline{p}e_i - \overline{p}r_{i0})}{50 \overline{p}e_i}} \right] \right]; & \text{si } S_{\alpha} \left( \frac{\overline{p}e_i (\overline{p}e_i + \overline{p}r_{i0})}{2 \cdot \overline{med}_i} \right) < S_{\alpha}(\overline{p}_i) \\ S_{\alpha} \left( \overline{p}_i \overline{med}_i - \overline{p}e_i \frac{\overline{p}e_i + \overline{p}r_{i0}}{2} \right); & \text{en caso contrario;} \end{cases}$$

$$S_{\alpha}(\overline{Q}_j) = \begin{cases} S_{\alpha} \left[ \frac{-\overline{p}e_i}{(\overline{p}e_i - \overline{p}r_{i0})} \left[ -\overline{p}r_{i0} + \sqrt{\overline{p}r_{i0}^2 + \frac{\overline{p} \overline{med}_i (\overline{p}e_i - \overline{p}r_{i0})}{50 \overline{p}e_i}} \right] \right]; & \text{si } S_{\alpha} \left( \frac{\overline{p}e_i (\overline{p}e_i + \overline{p}r_{i0})}{2 \overline{med}_i} \right) < S_{\alpha}(\overline{q}_j) \\ S_{\alpha} \left( \overline{q}_j \overline{med}_i - \overline{p}e_i \frac{\overline{p}e_i + \overline{p}r_{i0}}{2} \right); & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

siendo  $S_{\alpha}(\overline{q}_j) = S_{\alpha}(100 - \overline{p}_i)$

---

<sup>lxxxiii</sup>  $A$  es el conjunto de tareas precedentes de  $j$ .

El cálculo adelante (Forward Pass) es exactamente igual que al del algoritmo propuesto en 3.2.6, salvo la obvia necesidad de respetar las reglas de la aritmética difusa, sin necesidad de tener ningún tipo de precaución especial, pero en el cálculo atrás (Backward Pass), hemos de tener en cuenta (4.58), puesto que si aplicamos directamente la diferencia difusa obtendremos tiempos más tarde negativos, algo que es a todas luces incorrecto, necesitando replantear el problema.

Cuando nosotros aplicamos el cálculo atrás del modelo general para calcular los tiempos más tarde, por ejemplo el tiempo más tarde de empezar, operamos restando al tiempo más tarde de terminar de la tarea su duración:

$$Tmte_i = Tmtt_i - d_i$$

La anterior formulación proviene de la resolución de una sencilla ecuación con una incógnita, siendo esta precisamente el  $Tmte_i$ , de la siguiente forma:

$$X_i = Tmte_i$$

$$X_i + d_i = Tmtt_i$$

$$X_i = Tmtt_i - d_i$$

Pero si operamos con números difusos, no podemos realizar la anterior operación directamente, sino que hemos de operar para cada uno de los valores del *Alfa - corte* ( $\alpha$ ):

$$\bar{X}_i = \overline{Tmte}_i = \{x_1, x_2, x_3\}$$

$$\bar{d}_i = \{d_1, d_2, d_3\}$$

$$\overline{Tmtt}_i = \{t_1, t_2, t_3\}$$

$$\{x_1, x_2, x_3\} + \{d_1, d_2, d_3\} = \{t_1, t_2, t_3\}$$

$$\{x_1, x_2, x_3\} = \{t_1 - d_1, t_2 - d_2, t_3 - d_3\} \quad (4.79)$$

**Cálculo atrás (Backward Calculation).**

*Paso 0.*

$$S_{\alpha}(\bar{\alpha}_i) = \text{máx} \{S_{\alpha}(\bar{\mathbf{P}}_i)\} \quad \forall j \in N, i \in A^{\text{lxxxiv}}$$

$$S_{\alpha}(\bar{\gamma}_i) = S_{\alpha}(\bar{d}_i - \bar{\alpha}_i - \bar{\beta}_i) \quad \forall j \in N, i \in A$$

*Paso 1.*

$$S_{\alpha}(\bar{L}\bar{F}_i) = \min \left\{ \begin{array}{l} S_{\alpha}(\bar{L}\bar{F}_i); \\ S_{\alpha}(\bar{L}\bar{S}_j) - DFCz_{ij k}; \quad \forall k \\ S_{\alpha}(\bar{L}\bar{F}_j) - DFFz_{ij k}; \quad \forall k \\ S_{\alpha}(\bar{L}\bar{F}_j - \bar{\mathbf{P}}_i) ***; \quad \forall k \\ \end{array} \right\} \quad \forall j \in A^{\text{lxxxv}}$$

*Paso 2.*

$$S_{\alpha}(\bar{L}\bar{S}_i) = \min \left\{ \begin{array}{l} S_{\alpha}(\bar{L}\bar{F}_i - \bar{d}_i) ***; \\ S_{\alpha}(\bar{E}\bar{S}_i + \bar{\alpha}_i - \bar{\mathbf{P}}_i) ***; \quad \forall k \text{ si } \bar{d}_i - \bar{\beta}_i < \bar{\mathbf{P}}_i \\ \end{array} \right\} \quad \forall j \in A$$

*Paso 3.*

*Por su interrupción*

*Si la tarea i no se puede interrumpir:*

$$S_{\alpha}(\bar{L}\bar{F}_i) = S_{\alpha}(\bar{L}\bar{S}_i + \bar{d}_i)$$

**Donde:**

$$S_{\alpha}(\bar{\mathbf{P}}_i) = \text{idem anterior}$$

\*\*\* Operar resolviendo la ecuación según (4.79)

---

<sup>lxxxiv</sup> A es el conjunto de tareas precedentes de i con relación CC.

<sup>lxxxv</sup> A es el conjunto de tareas sucesoras de i.

Los resultados obtenidos para los tiempos de las tareas serán números difusos con valores diferentes según el *Alfa – corte* ( $\alpha$ ) adoptado:

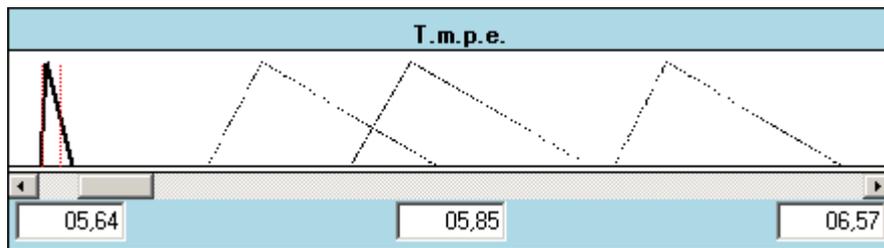


Figura 101: Tiempo Más Pronto de Empezar Difuso.

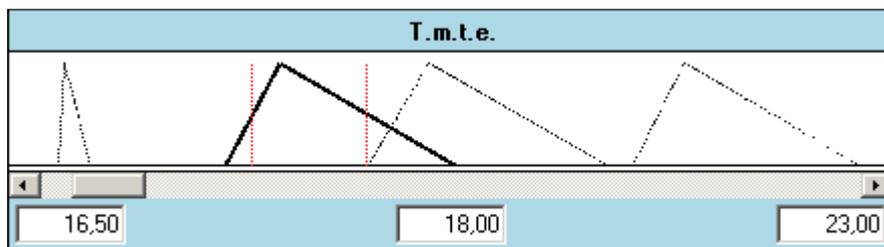


Figura 102: Tiempo Más Tarde de Empezar Difuso.

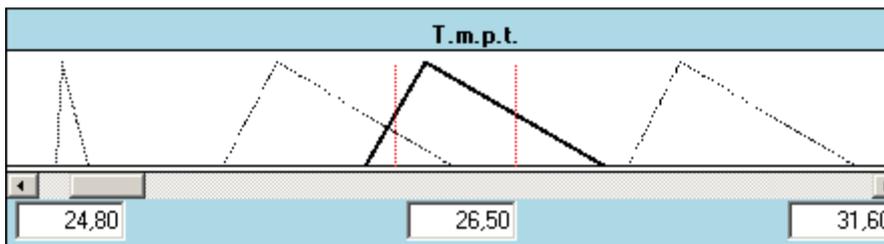


Figura 103: Tiempo Más Pronto de Terminar Difuso.

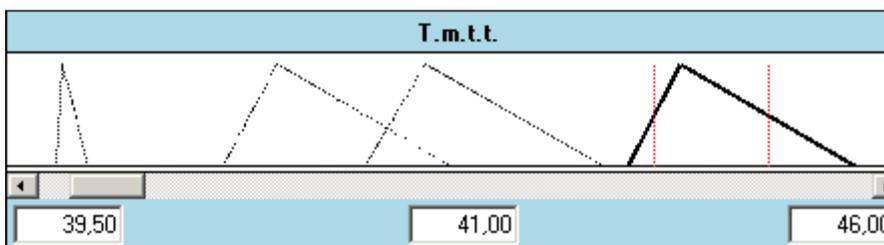


Figura 104: Tiempo Más Tarde de Terminar Difuso.

Y de forma análoga obtendremos los números difusos de las Holguras de las tareas en función del valor del *Alfa – corte* ( $\alpha$ ) adoptado:

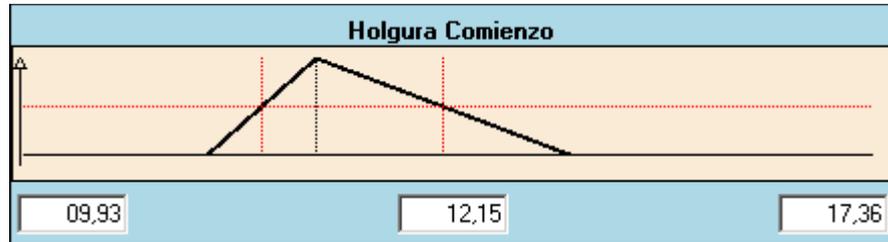


Figura 105: Holgura de Comienzo Difusa.

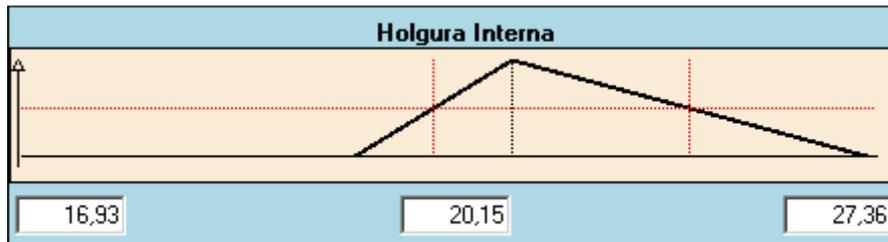


Figura 106: Holgura Interna Difusa.

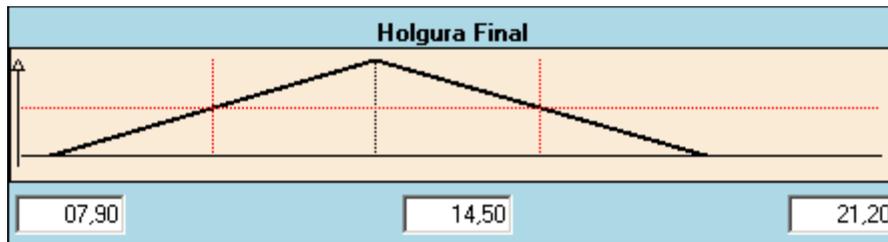


Figura 107: Holgura de Final Difusa.

## 4.7 LA INTERPRETACIÓN DE LA CRITICIDAD DIFUSA.

Pero la interpretación de la Criticidad no es tan inmediata, porque el número difuso de la Holgura puede tener valores positivos y negativos, encontrándonos en la dicotomía de decidir si una determinada tarea ha de ser interpretada como crítica o no, como en el siguiente caso para una determinada Holgura ( $\bar{H}$ ):

$$\bar{H} = \{-10, 3, 16\}$$

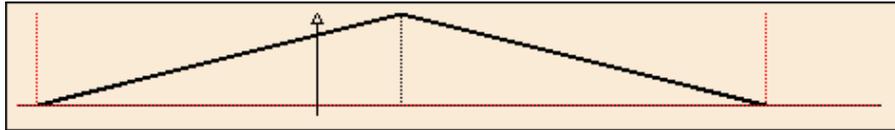


Figura 108: Alfa - corte ( $\alpha$ ) = 0  $\rightarrow$   $0(\bar{H}) = \{-10, 3, 16\} \rightarrow$  Crítica

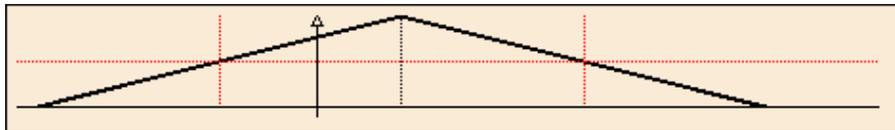


Figura 109: Alfa - corte ( $\alpha$ ) = 0.5  $\rightarrow$   $0.5(\bar{H}) = \{-3.5, 3, 9.5\} \rightarrow$  Crítica

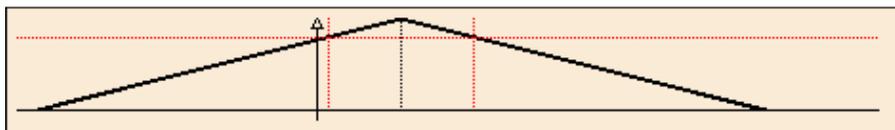


Figura 110: Alfa - corte ( $\alpha$ ) = 0.8  $\rightarrow$   $0.8(\bar{H}) = \{0.4, 3, 5.6\} \rightarrow$  No Crítica

Una tarea tan solo será crítica para determinados valores de Alfa - corte ( $\alpha$ ), es decir para diferentes grados de pertenencia, teniendo consecuentemente diferentes *grados de criticidad*.

**Definición 4-53.** *Grado de Criticidad ( $CD_i$ ) de la tarea.* (Chen-Tung Chen, Applying fuzzy method for measuring criticality in Project Network, 2007)

*Grado de Criticidad ( $CD_i$ ) de una tarea, es el valor que pondera su criticidad en función de los valores del soporte de la holgura difusa, y se determina de la siguiente forma:*

El *Grado de Criticidad ( $CD_i$ )* de la tarea no es más que el valor del *Alfa – corte ( $\alpha$ )* a partir del cual la zona de la tarea (inicio, final o interna) comienza a ser crítica, y se determina fácilmente mediante semejanza de triángulos de la siguiente forma:

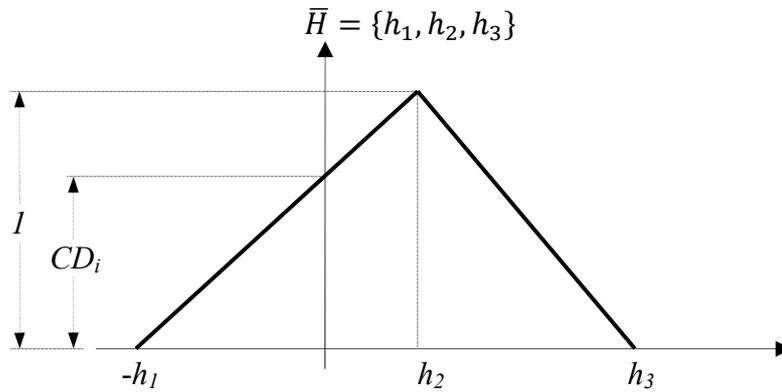
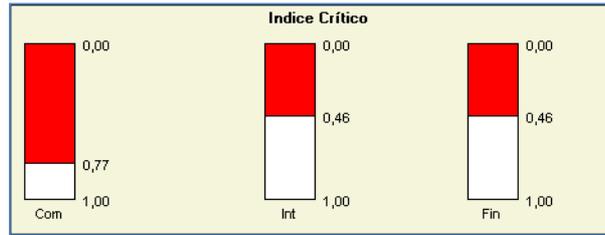


Figura 111: Cálculo del Índice Crítico.

$$CD_i = \frac{-h_1}{h_2 - h_1} \quad (4.80)$$

Y para cualquier situación:

$$CD_i = \begin{cases} 1; & h_2 \leq 0 \\ \frac{-h_1}{h_2 - h_1}; & h_1 < 0 < h_2 \\ 0; & h_1 > 0 \end{cases} \quad (4.81)$$



**Figura 112:** Índices Críticos de una tarea.

**Definición 4-54.** *Grado de Criticidad ( $\pi(P_k)$ ) del camino ( $P_k$ )* (Chen-Tung Chen, Applying fuzzy method for measuring criticality in Project Network, 2007)

*Grado de Criticidad ( $\pi(P_k)$ ) del camino  $P$   $k$ -ésimo ( $P_k$ ), es el valor que establece cómo de crítico es un camino del grafo en función de los grados de Criticidad ( $CD_i$ ) de las tareas que lo forman, y se determina de la siguiente forma:*

$$\pi(P_k) = \min(CD_i)_{i \in P_k} \quad (4.82)$$

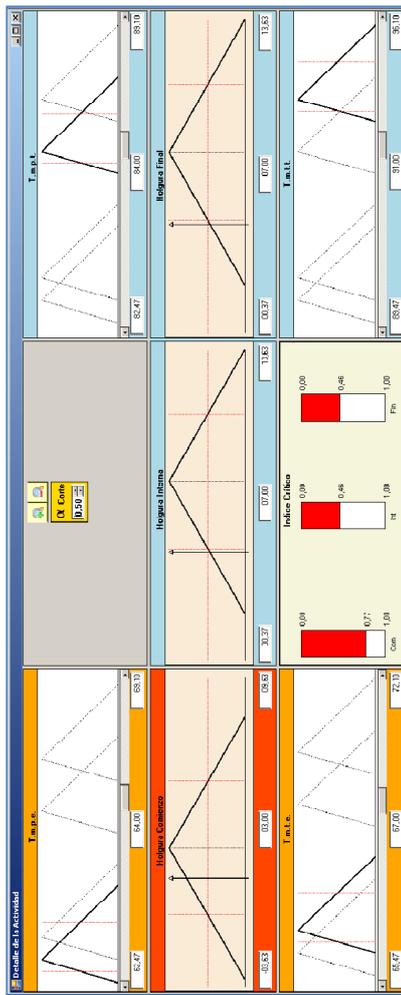
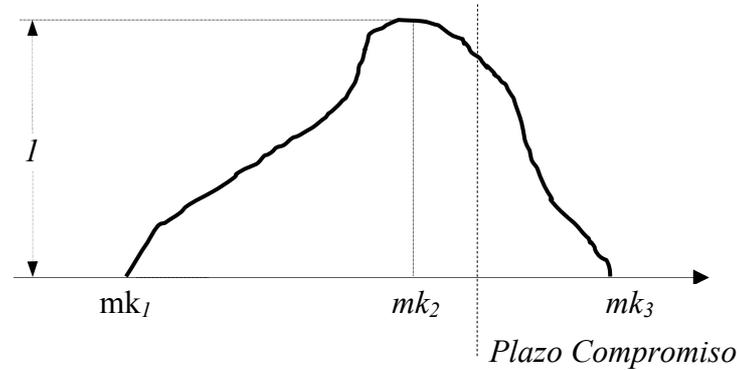


Figura 113: Tiempos, Holguras y Críticas de un Alfa – corte ( $\alpha$ )

## 4.8 EL MAKESPAN DIFUSO Y EL RIESGO.

Determinar el *riesgo* de cumplimiento para un plazo comprometido es relativamente sencillo, y se calculará como la proporción entre el área a la derecha del plazo comprometido y el área total:



$$Riesgo = \frac{\int_{mk_{plazo}}^{mk_3} mk(t) dt}{\int_{mk_1}^{mk_3} mk(t) dt} \quad (4.83)$$

El *makespan* puede tener carácter monótono o discreto en función de que utilicemos unidades temporales enteras o no, y así podemos obtener estos dos valores difusos diferentes:

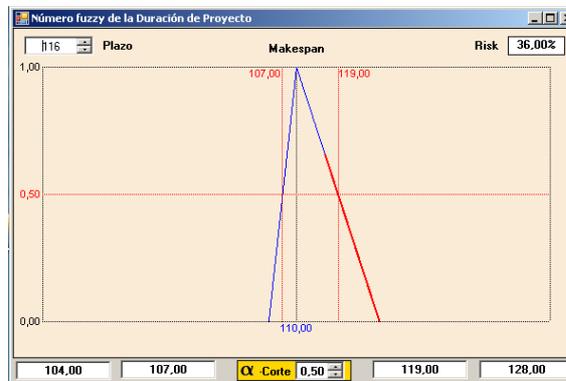


Figura 114: *makespan* monótono.

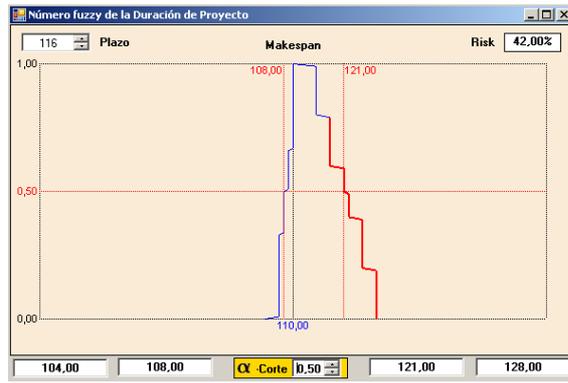


Figura 115: *makespan* discreto.

## 4.9 CONCLUSIONES PARCIALES.

En este capítulo se ha revisado el concepto de imprecisión frente al concepto clásico de incertidumbre y concretamente:

1. Se han redefinido los valores que intervienen en el proyecto como valores imprecisos o difusos.
2. Se ha modificado el algoritmo propuesto para que pueda operar con valores difusos tras exponer las reglas de su aritmética.
3. Y finalmente se han definido dos nuevos conceptos que son el de *makespan difuso* y el de *criticidad difusa*.

“Al cabo de un tiempo se había convertido en la mano derecha del maestro constructor, y fue entonces cuando empezó a darse cuenta de las limitaciones del maestro. El hombre era un gran artesano, pero un organizador incompetente. Se encontraba absolutamente desconcertado ante problemas tales como conseguir la cantidad de piedra exacta para no romper el ritmo de los albañiles, el asegurarse de que el herrero hiciera un número suficiente de herramientas útiles, el quemar cal y acarrear arena para quienes hacían la argamasa, el talar árboles para los carpinteros y recaudar el suficiente dinero del cabildo de la catedral para pagar por todo ello”

Ken Follet

LOS PILARES DE LA TIERRA

Capítulo I 1. Página 32.

## **5. VALIDACION DEL MODELO PROPUESTO.**

## 5.1. INTRODUCCION

El modelo propuesto en la presente memoria de tesis doctoral ha sido implementado en una aplicación informática en Visual Basic de Microsoft Visual Studio 2008 Professional y Microsoft .NET Framework versión 3.5 SP1, con gestión integrada de bases de datos de Microsoft Access para los recursos de los proyectos.

Para la validación se han seguido las siguientes etapas:

1. Distancia al óptimo y factibilidad mediante el análisis de los resultados obtenidos de una instancia y su comparación con los otros algoritmos expuestos.
2. Evaluación de la eficiencia en *makespan* del algoritmo propuesto, en una prueba experimental con instancias generadas aleatoriamente.
3. Evaluación de la eficiencia ante la criticidad inversa, en una prueba experimental con instancias generadas aleatoriamente.
4. Tres casos reales de aplicación de los métodos y aportaciones realizadas en esta memoria de Tesis doctoral.

## 5.2. DISTANCIA AL ÓPTIMO Y FACTIBILIDAD. INSTANCIA 1.

Mediante la presente instancia, pretendo esclarecer las diferencias con respecto al óptimo de las soluciones en *makespan* ofrecidas por el algoritmo propuesto, y cómo de trascendentes son esas diferencias comparándolas con otros algoritmos y herramientas disponibles en el mercado.

Sea el siguiente grafo con las duraciones y relaciones siguientes:

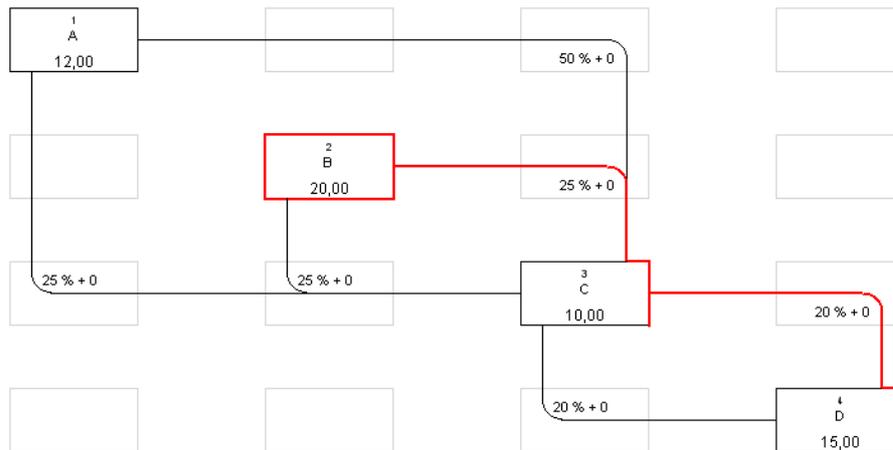


Figura 116: Instancia 1. Grafo del planteamiento

Y el diagrama temporal asociado:

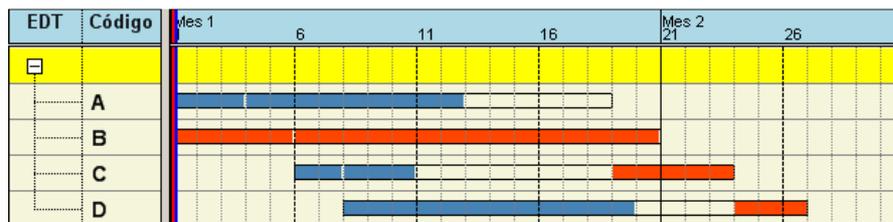
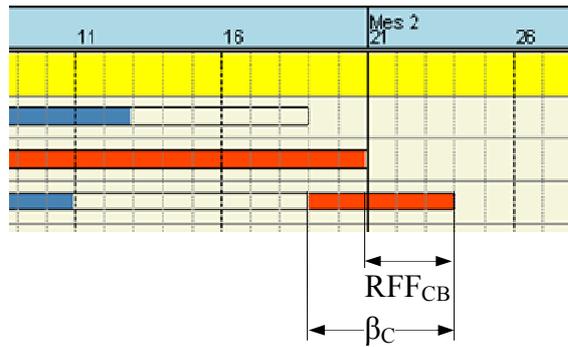


Figura 117: Instancia 1. Diagrama temporal del planteamiento

Como se puede observar el *makespan* obtenido es de 26 unidades, y la solución ofrecida es una solución factible del problema, pero lo realmente interesante es observar el comportamiento de la tarea C en su zona de final:



18: Instancia 1. Detalle tarea C

Parte de la tarea C se ha desplazado hacia el final de su ejecución sin que sea estrictamente necesario, pudiéndose ejecutar esos dos días desplazados justo después de la finalización de A (unidad temporal 13), la que sería su solución óptima, aunque no tendría trascendencia en el *makespan*.

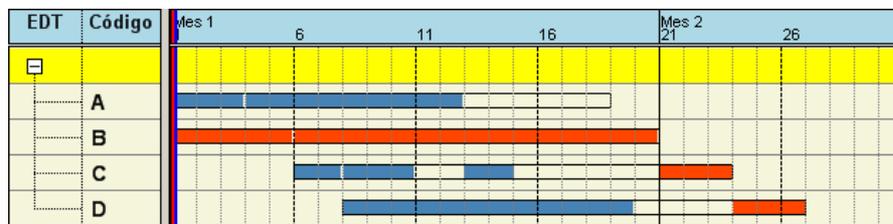
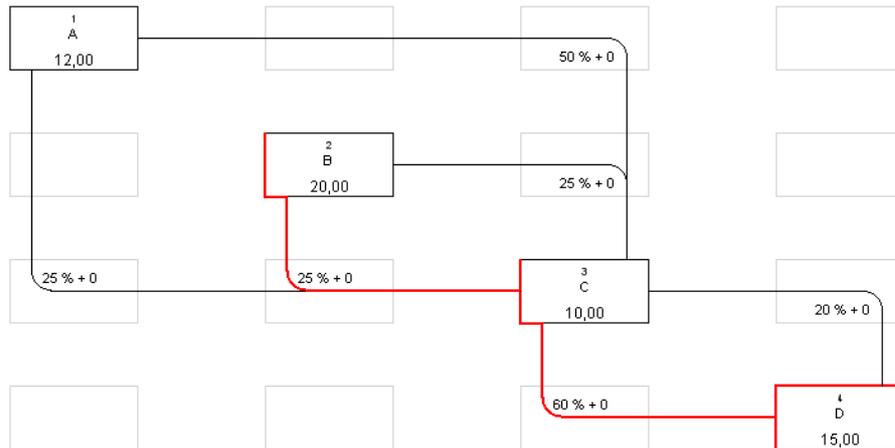


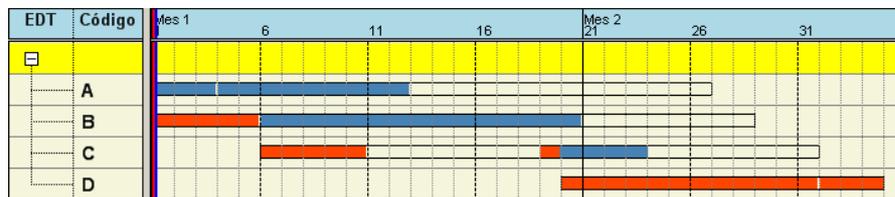
Figura 119: Solución óptima de la Instancia 1.

No obstante, esa diferencia sí que sería realmente trascendente en el caso de que se cambiara la relación de *Comienzo-Comienzo* de *D* con *C* a un valor entre el 50% y el 70%. La tarea *D* necesitaría precisamente uno de esos dos días desplazados y al encontrarlos al final obtendríamos un nuevo *makespan* de 34 unidades.



**Figura 120:** Instancia 1. Nuevo grafo con el cambio de relación

Y el diagrama temporal asociado:



**Figura 121:** Instancia 1. Nuevo diagrama temporal con el cambio de relación

La solución que se ha obtenido es una solución factible al problema, pero no es la solución óptima, que sería de 28 unidades.

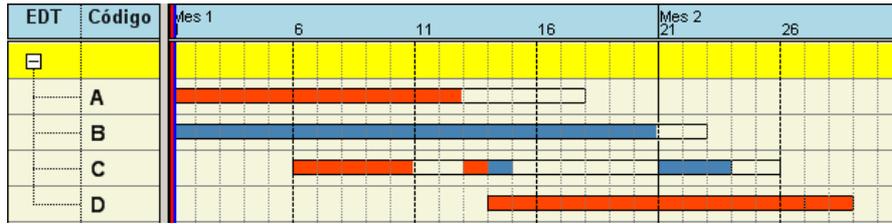


Figura 122 Nueva solución óptima de la Instancia 1.

Veamos ahora que sucede si introducimos la misma instancia en Primavera Project Planner©, que utiliza un algoritmo sin interrupción:

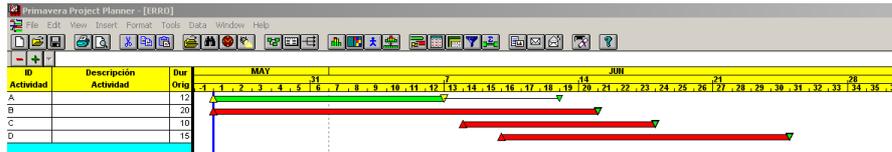


Figura 123: Instancia 1. Diagrama temporal con Primavera P3

La solución obtenida es de 30 unidades, 4 unidades más que la solución obtenida anteriormente, y si aplicamos el mismo criterio modificando la relación de *Comienzo-Comienzo* de D con C:

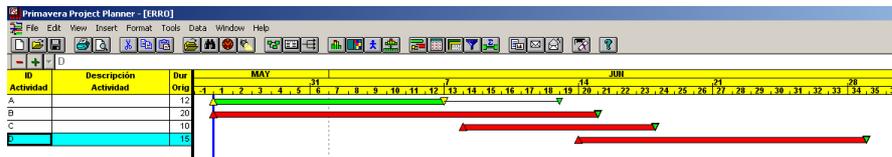


Figura 124 Instancia 1. Nuevo diagrama temporal con Primavera P3

Obtenemos un nuevo *makespan* de 34 unidades, que coincide con el ofrecido por el algoritmo propuesto.

Si resolvemos la instancia con el Algoritmo de Crandall, obtenemos el siguiente resultado:

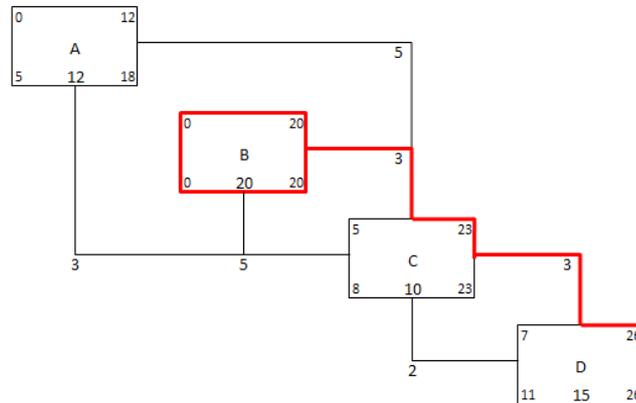


Figura 125: Instancia 1. Grafo calculado con Crandall.

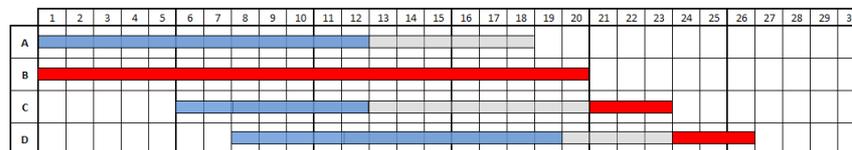


Figura 126 Instancia 1. Diagrama temporal calculado con Crandall.

El *makespan* obtenido es de 26 unidades, pero si observamos detenidamente la actividad C, vemos que incumple su relación de precedencia *Final-Final* con A, puesto que Crandall nos ofrece tan solo 3 días cuando deberían de ser 5.

El *makespan* obtenido es el óptimo, pero la solución ofrecida no es una solución factible al problema.



Figura 127: Instancia 1. Diagrama temporal infactible calculado con Crandall.

Incluso si aplicamos, según mi entender<sup>lxxxvi</sup>, los criterios de cálculo de Valls et al, obtendríamos el mismo resultado, que seguiría sin ser una solución factible al problema.

Con la aplicación del algoritmo propuesto, y la conservadora aplicación de los valores de  $\beta$ , no siempre conseguimos una solución óptima al problema, pero estas son soluciones factibles y el *makespan* obtenido será una cota igual o inferior a la cota superior al valor ofrecido por los algoritmos sin interrupción que siempre ofrecen soluciones factibles al problema.

---

<sup>lxxxvi</sup> Aunque los valores cotas de los tiempos más pronto y más tarde de comenzar y de terminar ofrecidos por Valls et al son totalmente correctos, en algunos casos como este, solo cumplirían permitiendo más de una fragmentación en las tareas, pero al no explicitar la distribución de la duración en el interior de la misma, es muy difícil estimar la corrección de los valores.

### 5.3. EFICIENCIA EN EL MAKESPAN.

Para experimentar la eficiencia en makespan del modelo propuesto, se ha realizado la experimentación en base a un control ActiveX programado en Excel 2007:

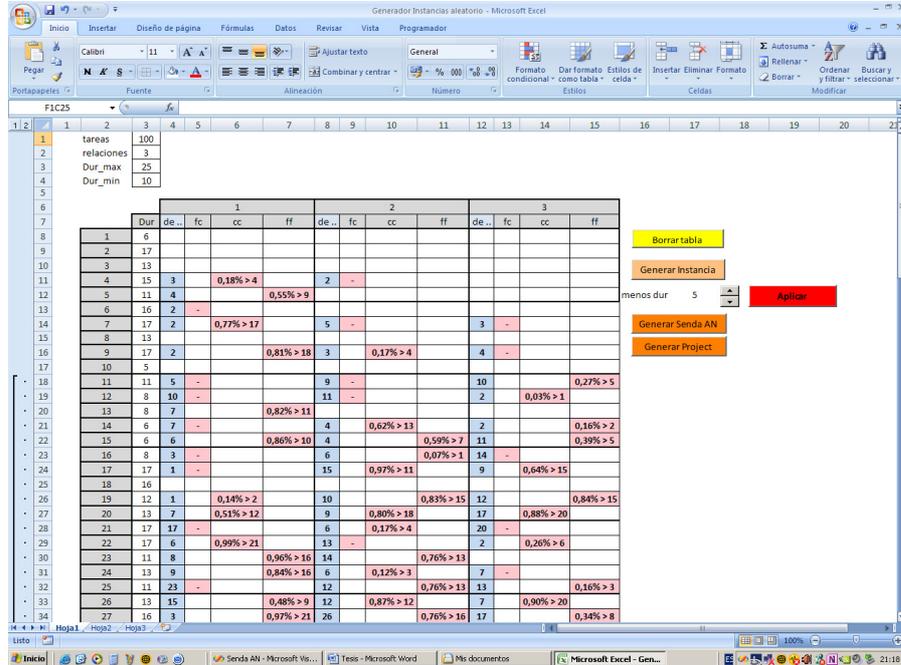


Figura 128: Generador de Instancias aleatorio.

Las instancias han sido generadas a partir de los siguientes valores y distribuciones:

	Distribución	Cota inferior	Cota Superior
# Predecesoras	Uniforme	0	3
Duración tareas	Uniforme	10	25

Tabla 10: Valores y distribuciones aleatorias.

Se han generado 5 grupos de instancias de 125 unidades cada uno para 10, 15, 30, 50, 60 y 100 tareas, las cuales han sido calculadas

con MS Project profesional 2007<sup>lxxxvii</sup> y el algoritmo propuesto, obteniendo los siguientes resultados:

<b>10 tareas</b>	<b>Tesis</b>	<b>MS Project</b>
Duración Media	72,456	72,704
Desviación Est	16,77195	16,89437
<b>Dif Media</b>	<b>Desv Est.</b>	<b>Dif max</b>
0,248	1,73045	18,00

<b>15 tareas</b>	<b>Tesis</b>	<b>MS Project</b>
Duración Media	90,904	91,36
Desviación Est	19,84554	19,80933
<b>Dif Media</b>	<b>Desv Est.</b>	<b>Dif max</b>
0,456	1,92816	14,00

<b>30 tareas</b>	<b>Tesis</b>	<b>MS Project</b>
Duración Media	133,94	134,61
Desviación Est	22,41122	22,32888
<b>Dif Media</b>	<b>Desv Est.</b>	<b>Dif max</b>
0,664	2,30688	15,00

<b>50 tareas</b>	<b>Tesis</b>	<b>MS Project</b>
Duración Media	164,52	165,29
Desviación Est	28,66705	28,85973
<b>Dif Media</b>	<b>Desv Est.</b>	<b>Dif max</b>
0,768	2,59695	20,00

<b>60 tareas</b>	<b>Tesis</b>	<b>MS Project</b>
Duración Media	175,76	176,61
Desviación Est	27,37800	27,07513
<b>Dif Media</b>	<b>Desv Est.</b>	<b>Dif max</b>
0,848	2,82859	19,00

<b>100 tareas</b>	<b>Tesis</b>	<b>MS Project</b>
Duración Media	223,75	224,73
Desviación Est	31,73902	31,51072
<b>Dif Media</b>	<b>Desv Est.</b>	<b>Dif max</b>
0,976	2,99587	19,00

---

<sup>lxxxvii</sup> Se ha usado MS Project 2007 Professional© porque dispone de un importador de archivos de proyecto en formato texto, característica de la que no dispone Primavera Project Planner.

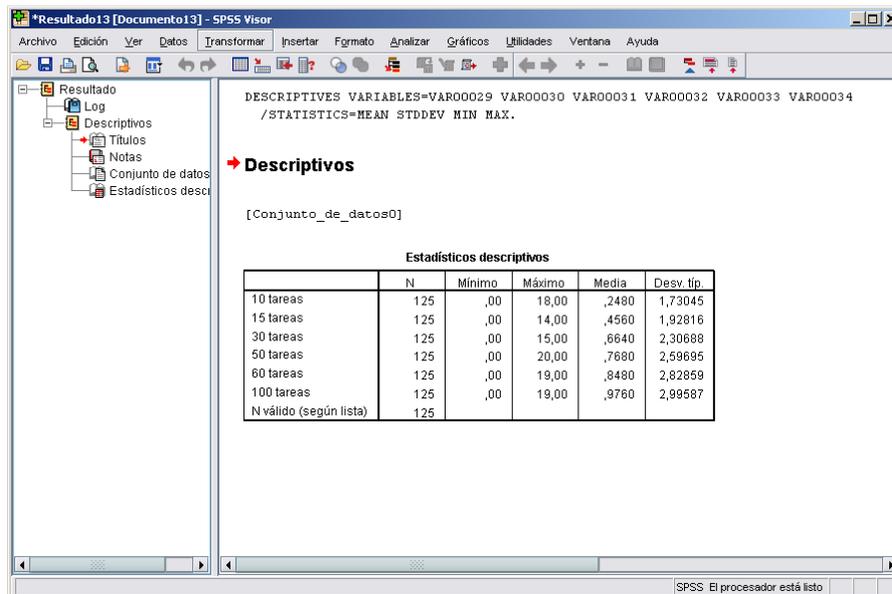


Figura 129: Resumen estadísticos con SPSS.

### Observación:

Los resultados obtenidos parecen no ofrecer conclusiones definitivas sobre la eficiencia en el *makespan*, aunque parece que a medida que aumentamos el número de tareas se produce un aumento en la diferencia media observada

Existe una gran diferencia en los tiempos parciales de las tareas, pero pare ser compensado en el *makespan* por la gran cantidad de relaciones de precedencia existente entre ellas.

Sí que se puede considerar relevante la diferencia máximo observada, que llega hasta a 20 unidades de tiempo.

### Conclusión:

Aunque la diferencia en *makespan* parece no ser trascendente, esto es debido a que las instancias generadas no siguen evidentemente ningún criterio lógico. Sin embargo, esta diferencia sí que puede llegar a ser importante e incluso determinante en proyectos de

Edificación y Construcción, donde las relaciones entre tareas está muy definido formando cadenas de secuencias interrelacionadas.

## CONTROL ACTIVEX GENERADOR DE INSTANCIAS

```
Private Sub CommandButton1_Click()
    Dim tareas As Integer
    Dim Relaciones As Integer
    Dim Tipo_Rel As Integer
    Dim Dur_Max As Integer
    Dim Dur_Min As Integer
    Dim u As Single
    Dim Dependencia As Integer
    Dim a1 As Integer
    Dim a2 As Integer

    tareas = Range("tareas").Value
    Relaciones = Range("Relaciones").Value
    Fila_ini = Range("inicio").Row
    Col_Ini = Range("inicio").Column
    Dur_Max = Range("dur_max").Value
    Dur_Min = Range("dur_min").Value

    Call Borra_tabla

    'Genera Duraciones Aleatorias
    For i = 1 To tareas
        u = Rnd
        Worksheets("hoja1").Cells(Fila_ini + i, Col_Ini + 1).Value = Int(Dur_Min + u * (Dur_Max - Dur_Min))
    Next

    'Genera Dependencias Aleatorias
    For i = 2 To tareas
        'Determina la dependencia
        For j = 0 To Relaciones - 1
            Do
                u = Rnd(): Dependencia = Fix(u * i)
                If Dependencia = 0 Then Exit Do
                Select Case j
                    Case 0 'Primera Dependencia
                        Exit Do
                    Case 1 'Segunda dependencia
                        a1 = Worksheets("hoja1").Cells(Fila_ini + i, Col_Ini + 2).Value
                        If a1 <> Dependencia Then Exit Do
                    Case 2 'Tercera dependencia
                        a1 = Worksheets("hoja1").Cells(Fila_ini + i, Col_Ini + 2).Value
                        a2 = Worksheets("hoja1").Cells(Fila_ini + i, Col_Ini + 6).Value
                        If a1 <> Dependencia And a2 <> Dependencia Then Exit Do
                End Select
            Loop
            If Dependencia = 0 Then Exit For

            Worksheets("hoja1").Cells(Fila_ini + i, Col_Ini + 2 + 4 * j).Value = Dependencia
            'Determina el Tipo de dependencia
            u = Rnd(): Tipo_Rel = Int(1 + 3 * u)
            Select Case Tipo_Rel
                Case 1 'Final-Comienzo
                    Worksheets("hoja1").Cells(Fila_ini + i, Col_Ini + 3 + 4 * j).Value = "-"
                Case 2 'Comienzo-Comienzo
                    u = Rnd(): pct = Int((1 + u * (100 - 1))): texto_pct = FormatNumber(pct / 100, 2)
            End Select
        Next j
    Next i
End Sub
```

```

Depende_de = Worksheets("hoja1").Cells(Fila_ini + i, Col_Ini + 2 + 4 * j).Value
Duración_de = Worksheets("hoja1").Cells(Fila_ini + Dependencia, Col_Ini +
1).Value
valor_dependencia = pct * Duración_de / 100
texto_DUR = Str(Round(0.5 + valor_dependencia, 0))
Worksheets("hoja1").Cells(Fila_ini + i, Col_Ini + 4 + 4 * j).Value = texto_pct & "%"
& ">" & texto_DUR
Case 3 'Final-Final
u = Rnd(): pct = Int((1 + u * (100 - 1))): texto_pct = FormatNumber(pct / 100, 2)
Duración_de = Worksheets("hoja1").Cells(Fila_ini + i, Col_Ini + 1).Value
valor_dependencia = pct * Duración_de / 100
texto_DUR = Str(Round(0.5 + valor_dependencia, 0))
Depende_de = Worksheets("hoja1").Cells(Fila_ini + i, Col_Ini + 2 + 4 * j).Value
Worksheets("hoja1").Cells(Fila_ini + i, Col_Ini + 5 + 4 * j).Value = texto_pct & "%"
& ">" & texto_DUR
End Select
Next
Next
End Sub

```

## Macro Project:

```
Sub Abrir_Instancia()  
' Macro Abrir_Instancia  
' Macro grabada el mié 21/04/10 por JOSE LUIS PONZ TIENDA.  
  SelectSheet  
  EditDelete  
  MapEdit Name:="Equivalencia 2", Create:=True, OverwriteExisting:=True,  
DataCategory:=0, CategoryEnabled:=True, TableName:="Datos_Tarea", FieldName:="Id",  
ExternalFieldName:="Id", ExportFilter:="Todas las tareas", ImportMethod:=1,  
HeaderRow:=True, AssignmentData:=False, TextDelimiter:=Chr$(9), TextFileOrigin:=0,  
UseHtmlTemplate:=False, IncludeImage:=False  
  MapEdit Name:="Equivalencia 2", DataCategory:=0, FieldName:="Nombre",  
ExternalFieldName:="Nombre_Tarea"  
  MapEdit Name:="Equivalencia 2", DataCategory:=0, FieldName:="Duración",  
ExternalFieldName:="Duración"  
  MapEdit Name:="Equivalencia 2", DataCategory:=0, FieldName:="Predecesoras",  
ExternalFieldName:="Predecesoras"  
  FileOpenEx Name:="C:\Documents and Settings\jopontie.UPVNET\Mis  
documentos\instancia_Project.txt", ReadOnly:=False, Merge:=3, FormatID:="MSProject.TXT",  
map:="Equivalencia 2"  
End Sub
```

## INSTANCIA TIPO PARA MS PROJECT

Id	Nombre	Duración	Predecesoras
1	1	6	
2	2	17	
3	3	13	
4	4	15	3CC + 4; 2
5	5	11	4FF + 9
6	6	16	2
7	7	17	2CC + 17; 5; 3
8	8	13	
9	9	17	2FF + 18; 3CC + 4; 4
10	10	5	
11	11	11	5; 9; 10FF + 5
12	12	8	10; 11; 2CC + 1
13	13	8	7FF + 11
14	14	6	7; 4CC + 13; 2FF + 2
15	15	6	6FF + 10; 4FF + 7; 11FF + 5
16	16	8	3; 6FF + 1; 14
17	17	17	1; 15CC + 11; 9CC + 15
18	18	16	
19	19	12	1CC + 2; 10FF + 15; 12FF + 15
20	20	13	7CC + 12; 9CC + 18; 17CC + 20
21	21	17	17; 6CC + 4; 20
22	22	17	6CC + 21; 13; 2CC + 6
23	23	11	8FF + 16; 14FF + 13
24	24	13	9FF + 16; 6CC + 3; 7
25	25	11	23; 12FF + 13; 13FF + 3
26	26	13	15FF + 9; 12CC + 12; 7CC + 20
27	27	16	3FF + 21; 26FF + 16; 17FF + 8
28	28	8	3FF + 9; 22; 24FF + 1
29	29	13	27FF + 15; 16; 8FF + 17
30	30	7	11; 14CC + 10; 24
31	31	11	11CC + 2; 13; 3FF + 4
32	32	6	5CC + 12; 19; 18FF + 1
33	33	16	18CC + 18; 2FF + 20; 5CC + 10
34	34	12	19; 25CC + 13; 32CC + 3
35	35	9	10CC + 10; 1; 3FF + 11
36	36	17	23CC + 13
37	37	18	27; 18FF + 1; 30CC + 5
38	38	9	19FF + 14; 17CC + 2; 16CC + 8
39	39	5	20CC + 14; 14CC + 5; 3FF + 9
40	40	16	3; 39; 31CC + 8
41	41	8	28CC + 4; 15FF + 5; 19
42	42	6	19; 39; 13
43	43	9	2
44	44	18	39FF + 15; 42FF + 9; 23
45	45	15	43; 9; 1FF + 2
46	46	5	2CC + 6; 20CC + 13; 45
47	47	12	7FF + 9; 38CC + 11; 26FF + 16
48	48	16	10; 2FF + 3; 15FF + 18
49	49	18	1; 28FF + 12; 24CC + 17
50	50	11	46FF + 1; 45CC + 9; 39

## INSTANCIA TIPO PARA EL MODELO PROPUESTO

50							
1	6						
2	17						
3	13						
4	15	3	CC 18%	2	FC 0		
5	11	4	FF 55%				
6	16	2	FC 0				
7	17	2	CC 77%	5	FC 0	3	FC 0
8	13						
9	17	2	FF 81%	3	CC 17%	4	FC 0
10	5						
11	11	5	FC 0	9	FC 0	10	FF 27%
12	8	10	FC 0	11	FC 0	2	CC 03%
13	8	7	FF 82%				
14	6	7	FC 0	4	CC 62%	2	FF 16%
15	6	6	FF 86%	4	FF 59%	11	FF 39%
16	8	3	FC 0	6	FF 07%	14	FC 0
17	17	1	FC 0	15	CC 97%	9	CC 64%
18	16						
19	12	1	CC 14%	10	FF 83%	12	FF 84%
20	13	7	CC 51%	9	CC 80%	17	CC 88%
21	17	17	FC 0	6	CC 17%	20	FC 0
22	17	6	CC 99%	13	FC 0	2	CC 26%
23	11	8	FF 96%	14	FF 76%		
24	13	9	FF 84%	6	CC 12%	7	FC 0
25	11	23	FC 0	12	FF 76%	13	FF 16%
26	13	15	FF 48%	12	CC 87%	7	CC 90%
27	16	3	FF 97%	26	FF 76%	17	FF 34%
28	8	3	FF 68%	22	FC 0	24	FF 07%
29	13	27	FF 79%	16	FC 0	8	FF 89%
30	7	11	FC 0	14	CC 87%	24	FC 0
31	11	11	CC 10%	13	FC 0	3	FF 23%
32	6	5	CC 72%	19	FC 0	18	FF 04%
33	16	18	CC 81%	2	FF 94%	5	CC 58%
34	12	19	FC 0	25	CC 80%	32	CC 27%
35	9	10	CC 90%	1	FC 0	3	FF 76%
36	17	23	CC 81%				
37	18	27	FC 0	18	FF 01%	30	CC 37%
38	9	19	FF 97%	17	CC 09%	16	CC 60%
39	5	20	CC 77%	14	CC 38%	3	FF 81%
40	16	3	FC 0	39	FC 0	31	CC 49%
41	8	28	CC 28%	15	FF 34%	19	FC 0
42	6	19	FC 0	39	FC 0	13	FC 0
43	9	2	FC 0				
44	18	39	FF 63%	42	FF 36%	23	FC 0
45	15	43	FC 0	9	FC 0	1	FF 06%
46	5	2	CC 23%	20	CC 72%	45	FC 0
47	12	7	FF 51%	38	CC 77%	26	FF 90%
48	16	10	FC 0	2	FF 12%	15	FF 85%
49	18	1	FC 0	28	FF 52%	24	CC 89%
50	11	46	FF 04%	45	CC 43%	39	FC 0

#### 5.4. EFICIENCIA ANTE LA CRITICIDAD INVERSA.

La metodología usada para esta experimentación ha sido muy similar a la anterior, con la diferencia de que en este caso una vez calculadas las instancias, han sido recalculadas nuevamente tras reducir todas las tareas del proyecto en una determinada duración (en este caso 5 unidades).

Para comprobar que se ha eliminado por completo la *criticidad inversa*, el nuevo *makespan* obtenido con el algoritmo propuesto tras el *crashing* de las tareas, deberá ser siempre inferior al obtenido mediante *MS Project Profesional 2007*©.

Se han realizado tres conjuntos de 125 instancias aleatorias cada una para 10, 50 y 100 tareas, y los resultados del nuevo *makespan* obtenido expresado como porcentaje sobre el *makespan* original han sido los siguientes:

tareas	Tesis		Project	
	$\mu$	$\sigma$	Project	$\sigma$
10	72,91%	0,02492269	82,01%	0,04794557
50	72,66%	0,02517168	85,76%	0,03916622
100	71,71%	0,03372721	84,22%	0,02508701

En este caso los resultados sí que son totalmente concluyentes:

1. El nuevo *makespan* obtenido siempre es inferior al resultante de operar el mismo proyecto con *Project* (una mejora del 10%), lo que pone de manifiesto que la *Paradoja de Wiest* y las *tareas críticas inversas* han desaparecido por completo mediante el algoritmo propuesto.
2. Con la aplicación del algoritmo propuesto, la desviación obtenida aumenta sensiblemente a medida que aumenta

el número de tareas siguiendo lo que intuitivamente parece más lógico, justo al contrario que con *Project*, causado por el hecho de que al aumentar el número de tareas aumenta la probabilidad de que la criticidad inversa se vea compensada por la criticidad normal.

## **5.5. INSTANCIA 2: EJECUCIÓN DEL MOVIMIENTO DE TIERRAS, CIMENTACIÓN, ESTRUCTURA, PAVIMENTOS Y ALBAÑILERIA DE UNA EDIFICIO DE SÓTANO Y 11 PLANTAS SOBRE RASANTE.**

Esta sencilla instancia que se propone, será utilizada para exponer la diferencia entre tareas de producción y tareas no productivas, con el uso de dependencias de tipo relación a partir de determinados niveles de producción, y el efecto de la fragmentación sobre el *makespan*.

Se ha tenido en cuenta los siguientes parámetros:

- Calendario teórico.
- 20 días de trabajo por cada 30 días de mes teórico.
- Calculo con días enteros.
- Plazo de descimbrado de plantas intermedias 15 días.
- Plazo de descimbrado de planta de Ático 12 días.
- Todas las tareas son fragmentables.

Las tareas, duraciones y dependencias constructivas contempladas han sido las siguientes:

<b>N</b>	<b>Tarea</b>	<b>Duración</b>	<b>Depende de ...</b>
<b>1</b>	Vaciado de Solar	20 días	Nadie
<b>2</b>	Cimentaciones	30 días	Empezará una vez finalizada completamente el Vaciado de Solar.
<b>3</b>	Estructura Completa	120 días	Empezará una vez finalizada completamente la Cimentación.
<b>4</b>	Plazo desap. Ático	12 días	Finalizada la estructura
<b>5</b>	Plazo desap. Pta 1	15 días	Finalizada la Pta 1
<b>6</b>	Plazo desap. Pta B	15 días	Finalizada la Pta Baja
<b>7</b>	Pavimentos	40 días	A partir de la segunda planta alta.

8	Tabiquería de Sótano	15 días	Descimbrada la Planta Baja.
9	Tabiquería Viviendas	80 días	Simultaneada con el Pav. de mármol.

**Tabla 11:** Instancia 2; Dependencias constructivas.

Para poder representar correctamente los anteriores condicionantes constructivos, hemos de trasladarlos a dependencias lógicas, obteniendo la siguiente tabla de relaciones y desfases:

#	Tarea	Duración	Depende de ...
1	Vaciado de Solar	20 días	Nadie
2	Cimentaciones	30 días	DFC 0 1-2 1
3	Estructura Completa	120 días	DFC 0 2-3 1
7	Pavimentos	40 días	RDCC 25%(10) 3-4 1 <sup>lxxxviii</sup> RDFF 10%(8) 3-4 2 <sup>lxxxix</sup>
8	Tabiquería de Sótano	15 días	RDCC 17%(10) 3-5 1 <sup>xc</sup>
9	Tabiquería Viviendas	80 días	DFC 0 5-6 1 RCC 10% 4-6 2 <sup>xci</sup> RFF 10% 4-6 3 <sup>xcii</sup>

**Tabla 12:** Instancia 2; Dependencias lógicas.

La solución a la instancia planteada ofrece un *makespan* de 190 y está representada en la Figura 130 con el grafo PDM y el diagrama temporal.

<sup>lxxxviii</sup> A partir de la segunda planta alta corresponde a haber ejecutado el 25% de la estructura más el descimbrado de la planta primera  $(15 * (20/30)) = 10$ .

<sup>lxxxix</sup> Cada Planta de pavimentos es el 17% más el descimbrado de la planta ático  $(12 * (20/30)) = 8$ .

<sup>xc</sup> Descimbrada la Planta Baja corresponde a haber ejecutado el 17% de la estructura más el descimbrado de la planta baja  $(15 * (20/30)) = 10$ .

<sup>xci</sup> Simultaneada con el Pavimento de mármol corresponde a haber ejecutado el 10% de los pavimentos de mármol.

<sup>xcii</sup> Simultaneada con el Pavimento de mármol corresponde a quedar pendiente el 10% de la tabiquería hasta la finalización del pavimentos de mármol.

Supongamos ahora una nueva hipótesis, en la que obligamos a que el pavimento de mármol sea no fragmentable (exigencia bastante común por parte de los equipos de trabajo), obtendremos un nuevo makespan de 226, superior al anterior lo que refleja la importancia de considerar la fragmentación de las tareas en la gestión de un proyecto de edificación.

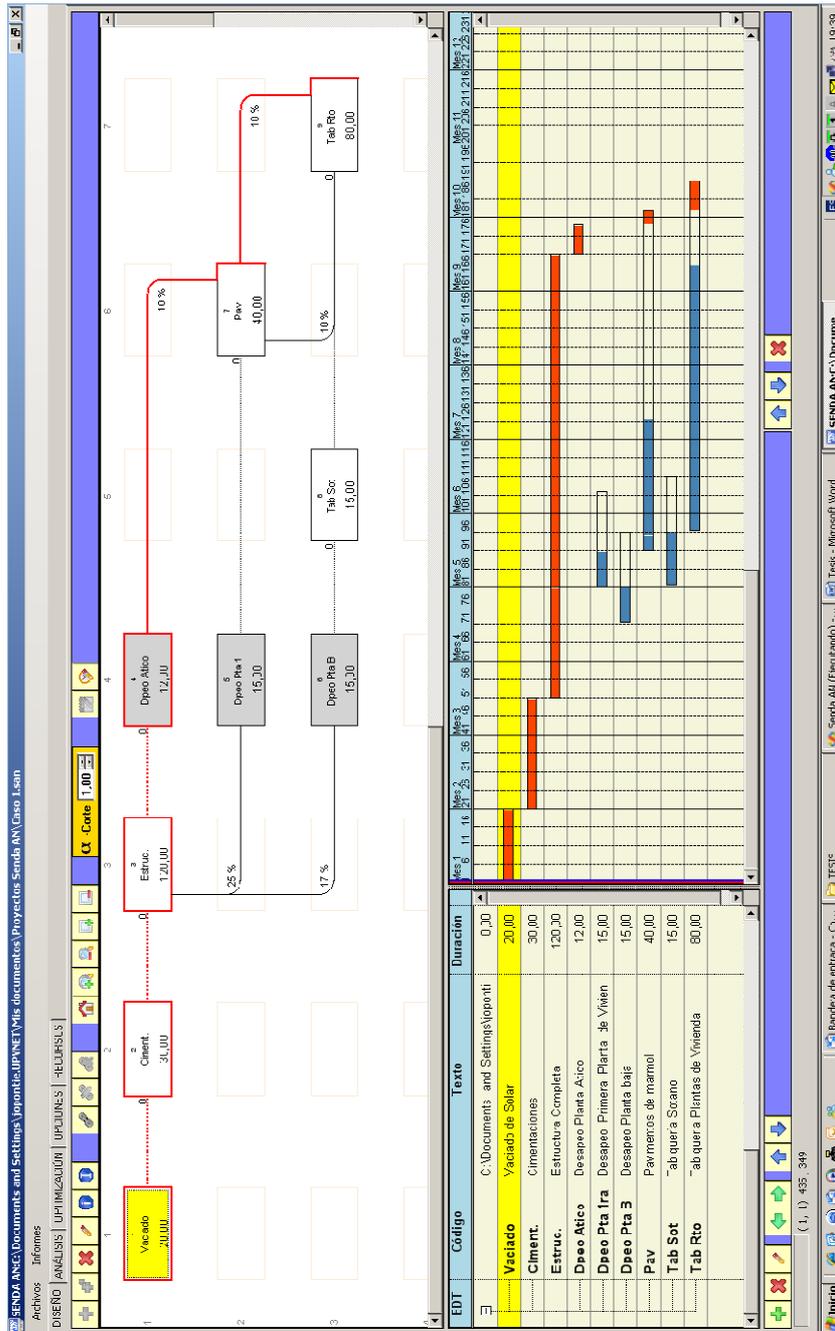


Figura 130: Instancia 2, hipótesis 1.

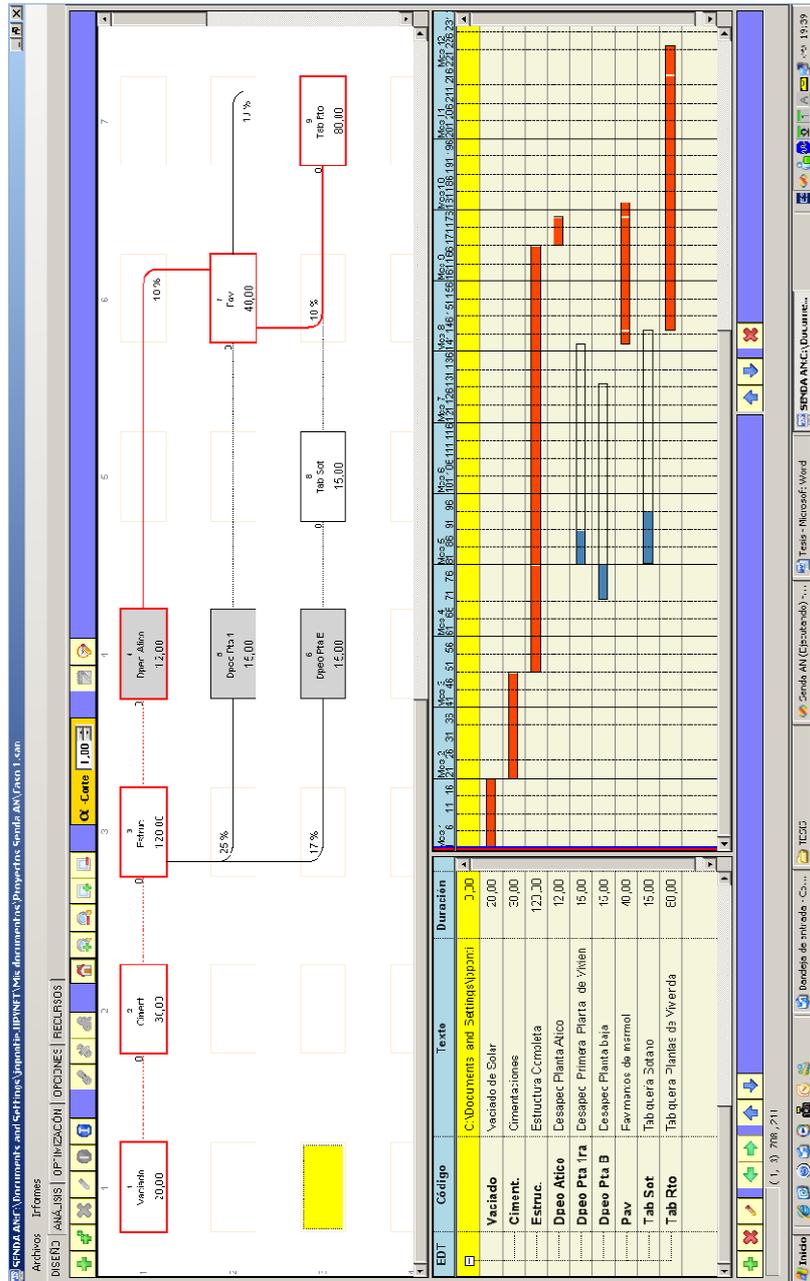


Figura 131: Instancia 2, hipótesis 2.

### 5.6. INSTANCIA 3. INICIO DE LA EJECUCIÓN DEL MOVIMIENTO DE TIERRAS, MUROS PANTALLAS Y VIGA DE CORONACIÓN DE UN EDIFICIO DE 10 PLANTAS, DOS DE ELLAS BAJO RASANTE.

Esta nueva instancia se pretende reflejar el efecto que la fragmentación produce en las relaciones sobre las tareas siguientes.

Se ha tenido en cuenta los siguientes parámetros:

- Calendario teórico.
- Calculo con días enteros.
- Todas las tareas son fragmentables.

Las tareas, duraciones y dependencias constructivas contempladas han sido las siguientes:

N	Tarea	Duración	Depende de ...
1	Murete Guía	10 días	Nadie
2	Equipo de Lodos	15 días	Nadie.
3	Pantallas	30 días	Empezará una vez finalizada completamente la Ejecución de Murete Guía y disponible el Equipo de Lodos.
4	Vaciado a Cota -1.00	3 días	Podremos empezar ejecutado el 50%. De las Pantallas, pero dejaremos el 50% sin ejecutar hasta no finalizar totalmente las Pantallas
5	Viga de Coronación	10 días	Podremos empezar una vez ejecutado el 60% del Vaciado a cota -1.00, pero dejaremos el 50% sin ejecutar hasta no finalizar completamente el Vaciado a cota -1.00.

**Tabla 13:** Instancia 3; Dependencias constructivas.

Y los condicionantes constructivos trasladados a dependencias lógicas, serán:

#	Tarea	Duración	Depende de ...
1	Murete Guía	10 días	Nadie
2	Equipo de Lodos	15 días	Nadie
3	Pantallas	30 días	DFC 0 1-3 1 DFC 0 2-3 2
4	Vaciado a Cota -1.00	3 días	RCC 50% 3-4 1 RFF 50% 3-4 2
5	Viga de Coronación	10 días	RCC 60% 4-5 1 RFF 50% 4-5 2

**Tabla 14:** Instancia 3; Dependencias lógicas.

La solución a la instancia planteada ofrece un *makespan* de 56 y está representada en la Figura 132: **Instancia 2, hipótesis 1.** con el grafo PDM y el diagrama temporal, apreciando claramente como la tarea “*Viga de coronación*” ve retrasado su comienzo a la segunda zona de fragmentación de “*Vaciado a cota -1.00*” que es cuando alcanza el nivel de producción requerido del 60%.

Si aumentamos la duración de la tarea “*Vaciado a cota -1.00*” de los 3 días, previstos a 10 días, vemos que no se produce ninguna modificación en el *makespan* (Figura 133: **Instancia 2, hipótesis 2.**), de igual forma que si modificamos considerablemente su relación de comienzo RCC 50% 3-4|1 a RCC 75% 3-4|1, algo que a priori nos podría indicar un retraso al ser una relación crítica de comienzo (Figura 134: **Instancia 2, hipótesis 3.**).

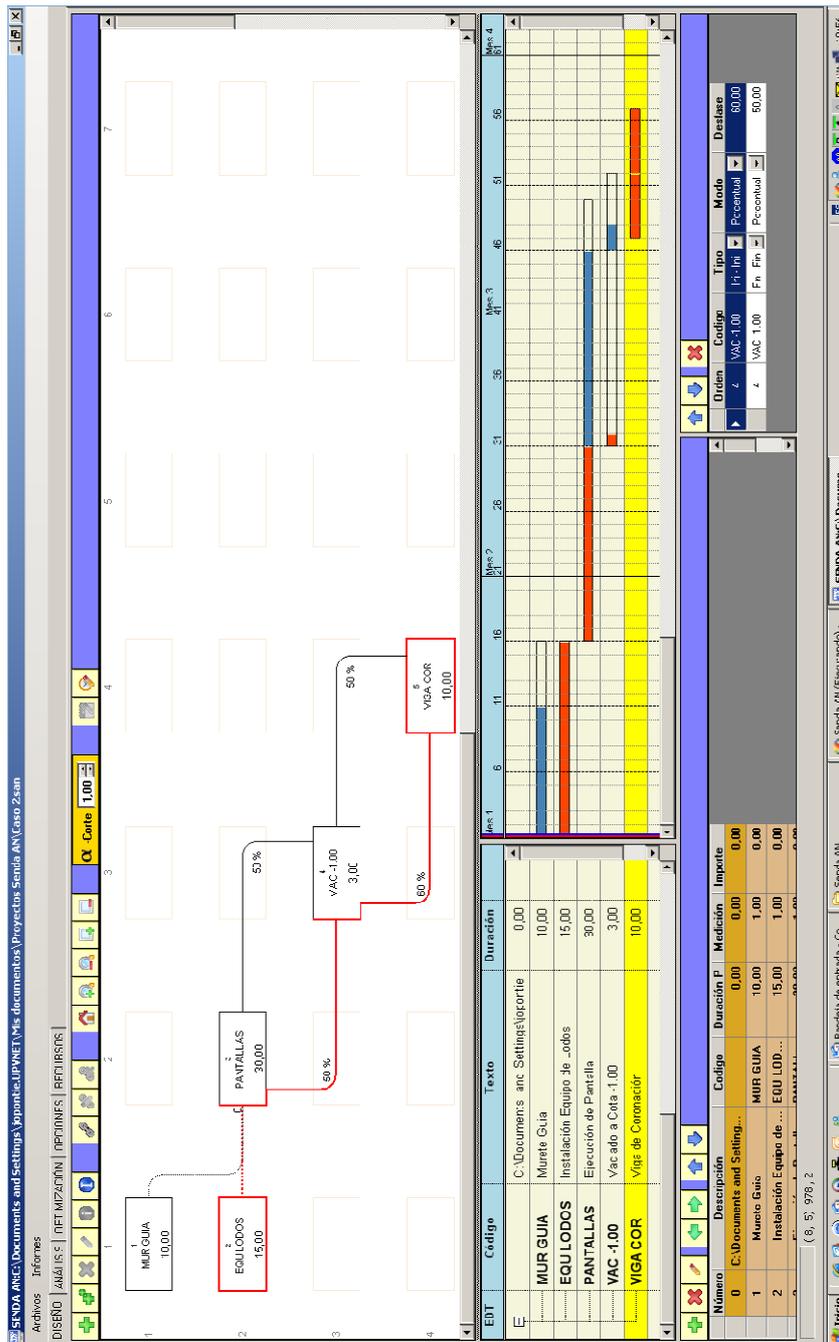


Figura 132: Instancia 2, hipótesis 1.

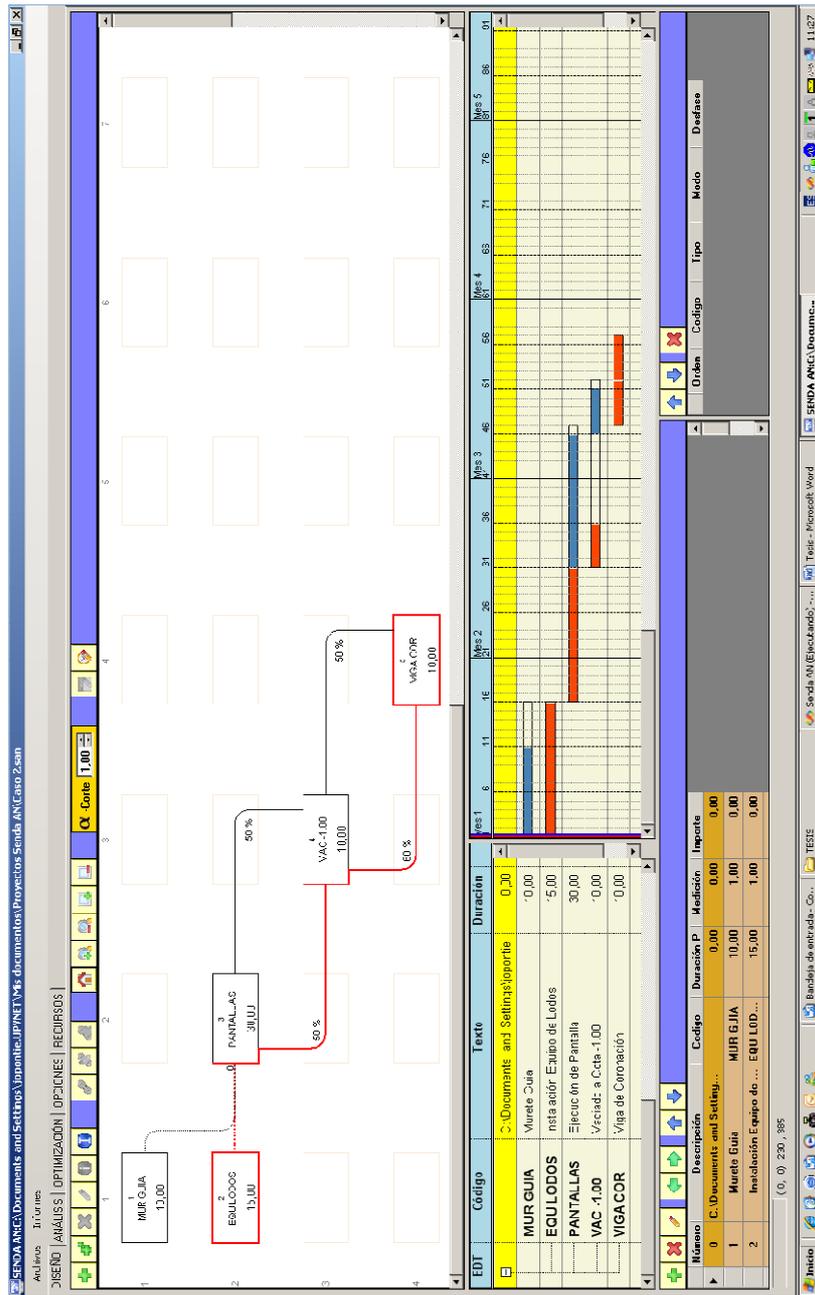


Figura 133: Instancia 2, hipótesis 2.

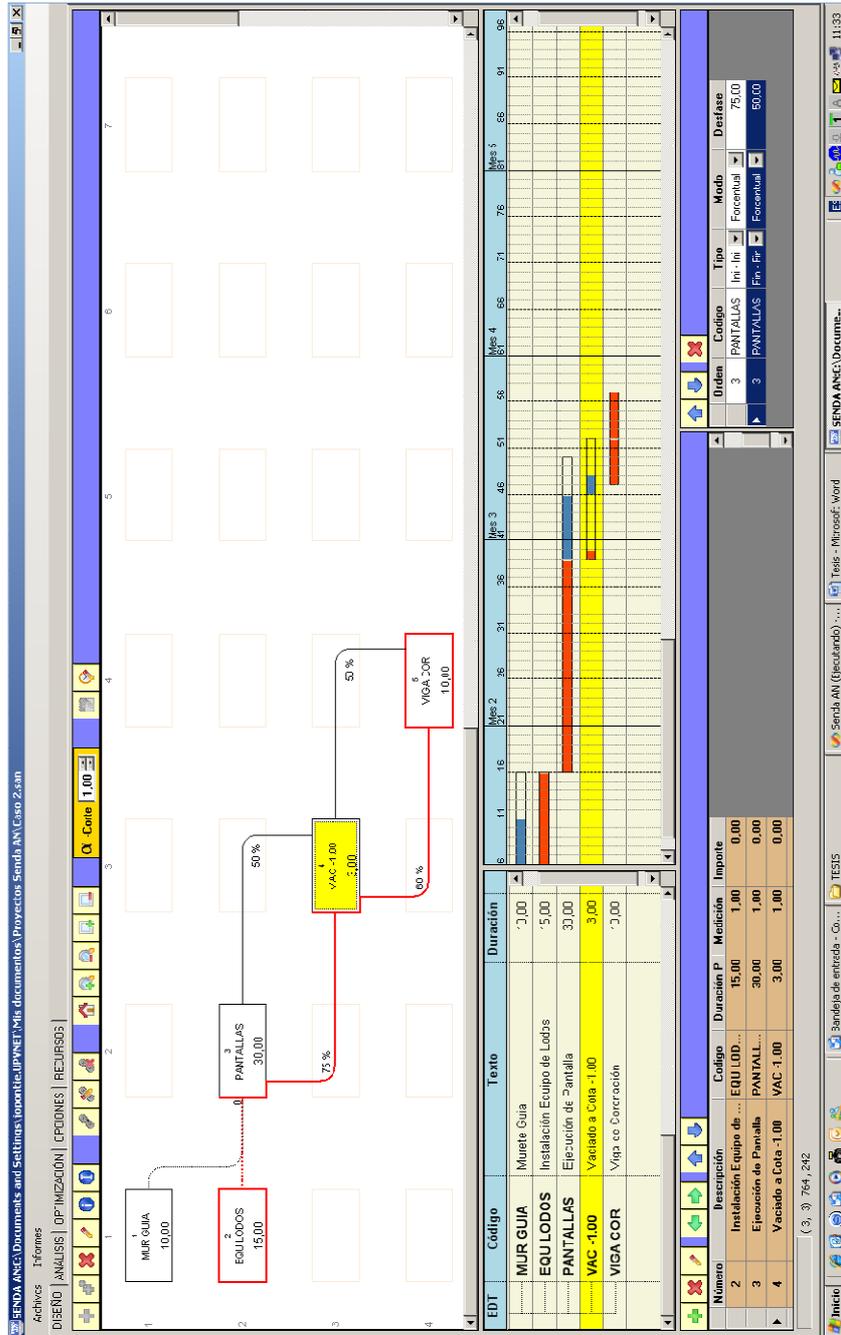


Figura 134: Instancia 2, hipótesis 3.

## 5.7. INSTANCIA 4. ESTRUCTURA Y CERRAMIENTO DE FACHADA DE HORMIGON PREFABRICADO DE UN EDIFICIO DE 20 PLANTAS SOBRE RASANTE Y CINCO BAJO RASANTE.

En esta nueva instancia se recogen dos tareas con producción variable a causa del efecto aprendizaje y con valores difusos de duración

Las tareas, duraciones y dependencias constructivas contempladas han sido las siguientes:

N	Tarea	Duración	Depende de ...
1	Cimentaciones	80 días	Nadie
2	Estructura	135 días	“Cimentación” completada.
3	Cubiertas	30 días	Empezará una vez finalizada completamente la “Estructura”.
4	Fachada de paneles Prefabricados de Hormigón	3 días	Podremos empezar ejecutado el 50% de la “Estructura”, pero dejaremos el 25% sin ejecutar hasta no finalizarla
5	Tabiquería separación de viviendas y e.c.	10 días	Empezaremos ejecutado el 25% de la “Fachada”, pero dejaremos el 25% sin ejecutar hasta no finalizarla
	Pavimento de Mármol en viviendas	60 días	Se ejecutará con un solape del 25% respecto de “Tabiquería separación de viviendas y e.c.”
	Tabiquería Cartón Yeso 1ra Fase	40 días	Se ejecutará con un solape del 25% respecto de “Pavimento de Mármol”
	Instalaciones 1ra fase	60 días	Se ejecutará con un solape del 25% respecto de “Tabiquería Cartón Yeso 1ra Fase”
	Tabiquería Cartón Yeso 2da Fase	40 días	Se ejecutará con un solape del 25% respecto de “Instalaciones 1ra fase”

**Tabla 15:** Instancia 4; Dependencias constructivas.

Además establecemos los siguientes valores difusos para las duraciones:

	<b>Soporte Inferior</b>	<b>Núcleo</b>	<b>Soporte Superior</b>
Cimentación	70	80	90
Estructura	130	135	175
Fachada	110	110	130

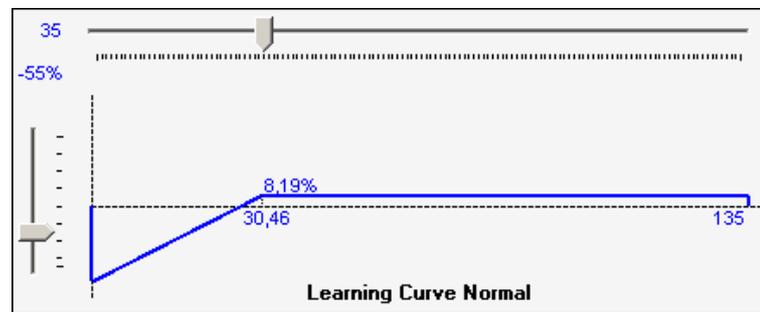
**Tabla 16:** Instancia 4; Duraciones difusas.

Y los siguientes valores para la curva de aprendizaje:

Estructura:

$$fmp_i = -55\%$$

$$pe_i = 35$$

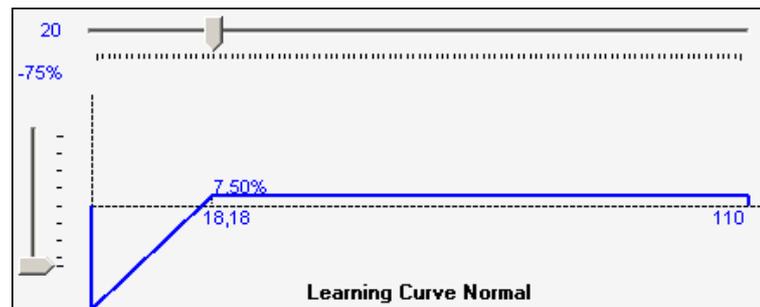


**Figura 135:** Instancia 4; Curva aprendizaje de “Estructura”.

Fachada:

$$fmp_i = -75\%$$

$$pe_i = 20$$



**Figura 136:** Instancia 4; Curva aprendizaje de “Fachada”.

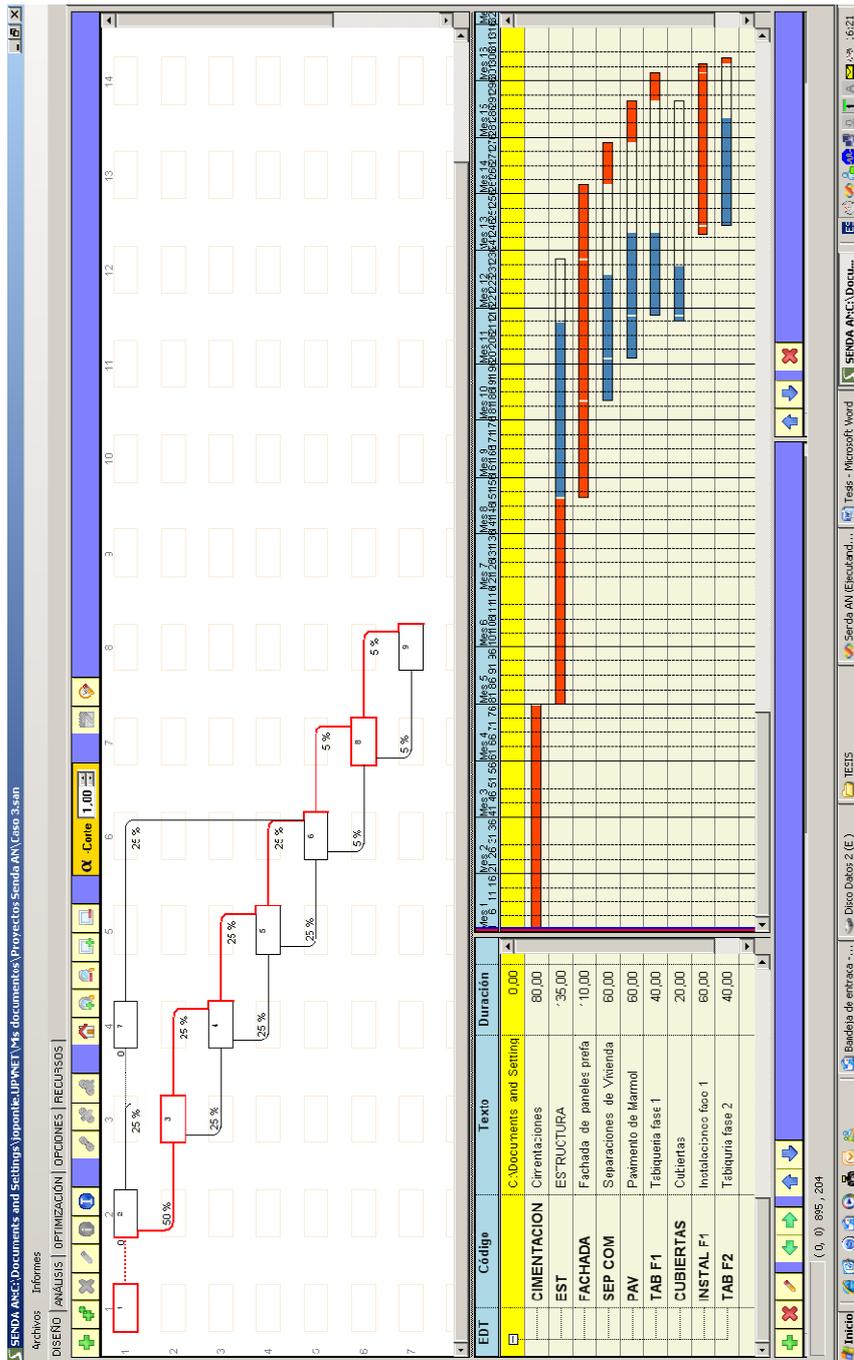
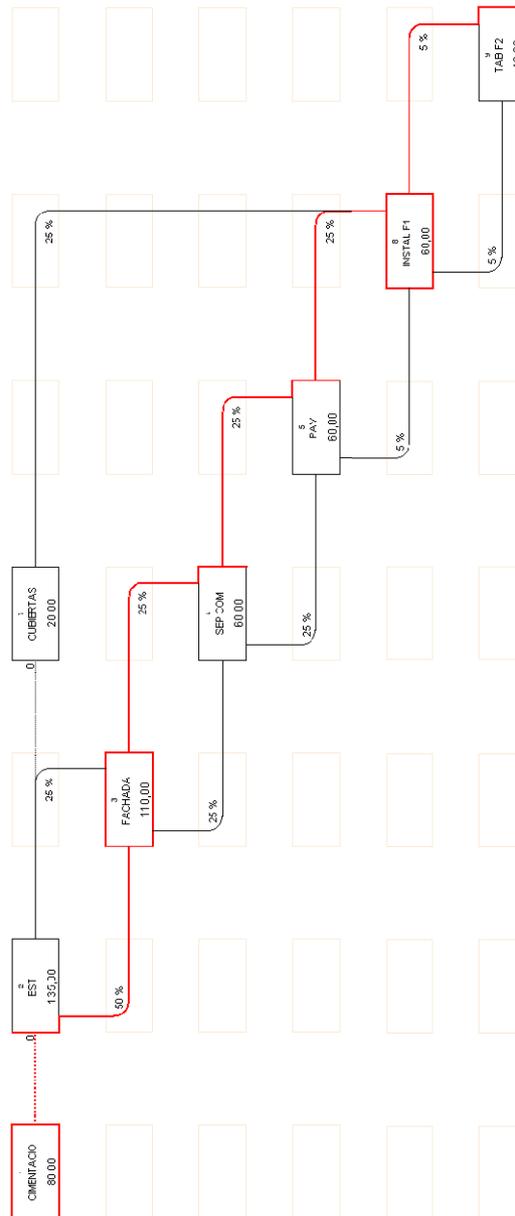


Figura 137: Instancia 4 con  $\alpha - \text{corte} (\alpha) = 1$



**Figura 138:** Grafo de la instancia 4 con *Alfa – corte*  $(\alpha) = 1$

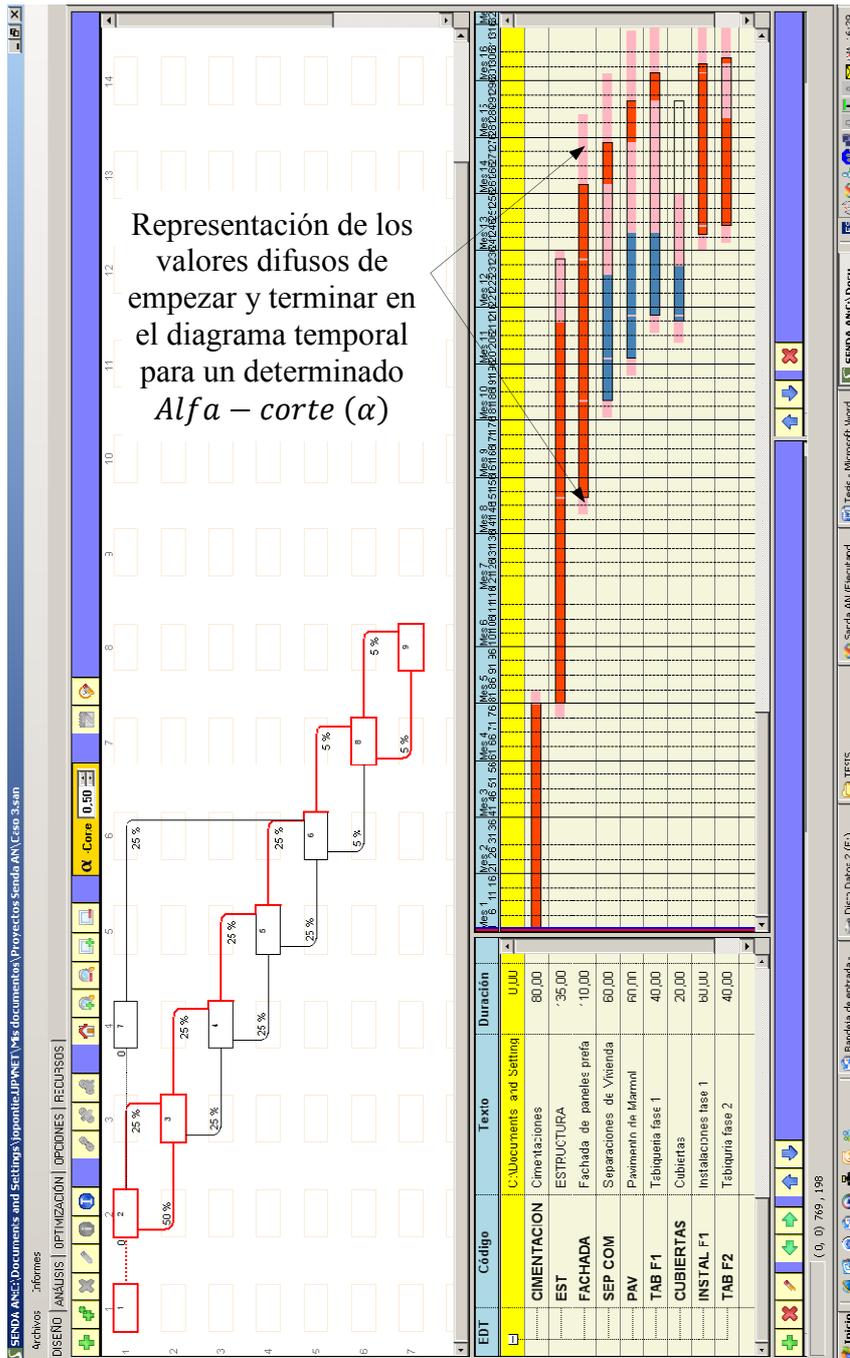


Figura 139: Instancia 4 con  $\text{Alfa} - \text{corte} (\alpha) = 0,50$

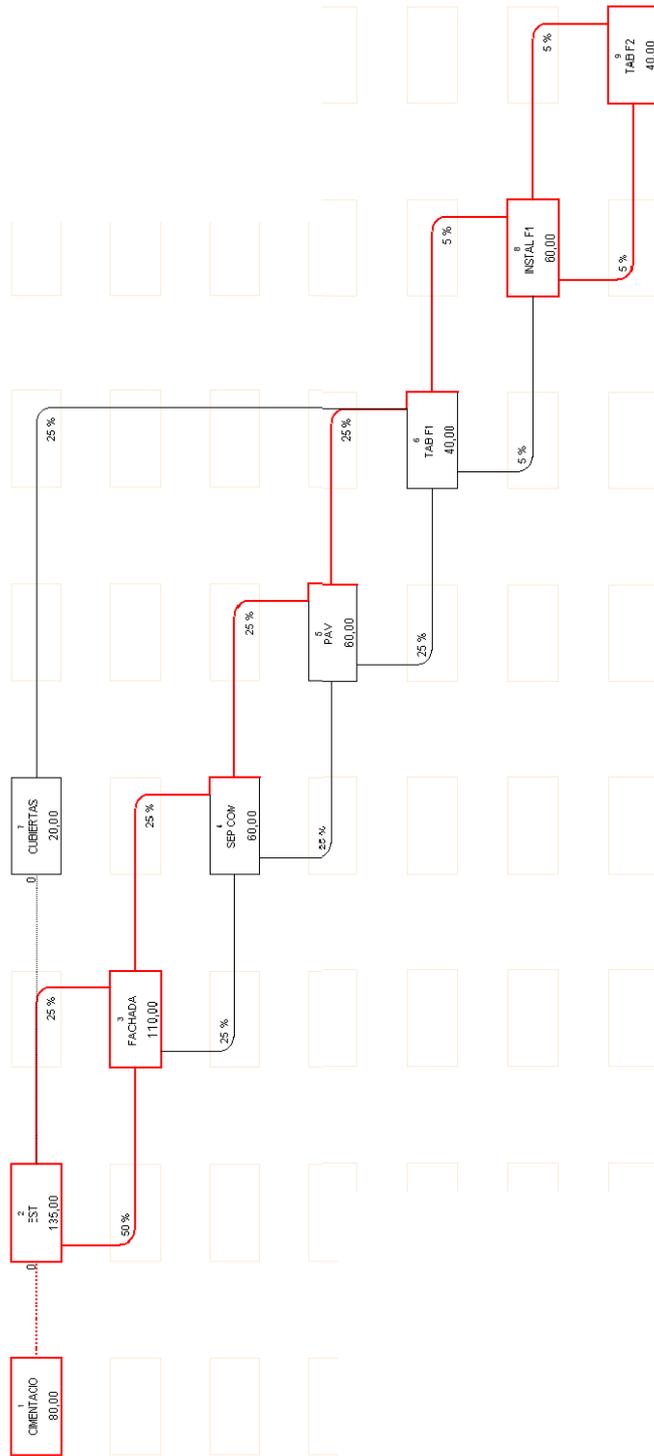


Figura 140: Grafo de la instancia 4 con *Alfa – corte* ( $\alpha$ ) = 0,50

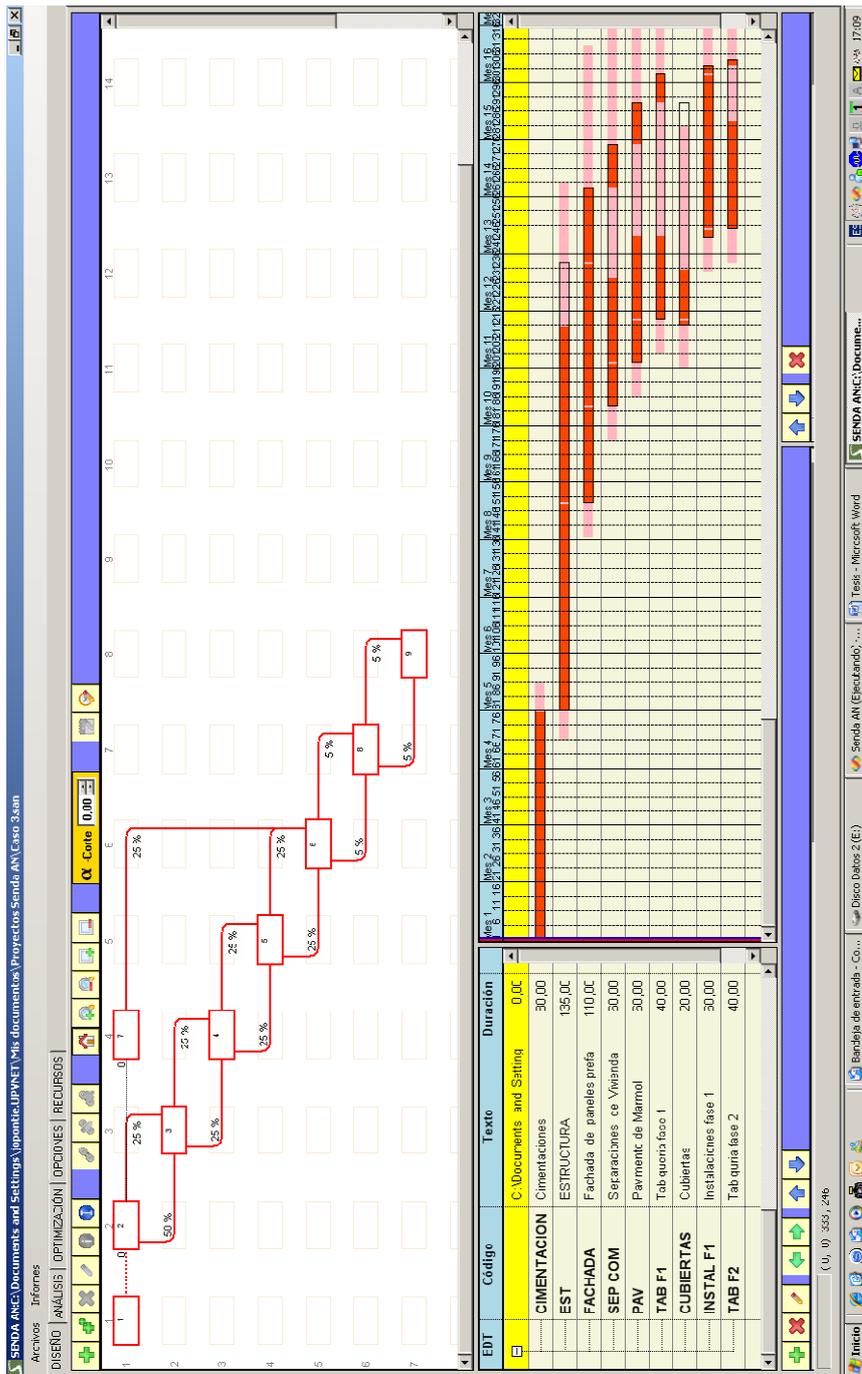


Figura 141: Instancia 4 con  $\alpha - corte (\alpha) = 0,00$

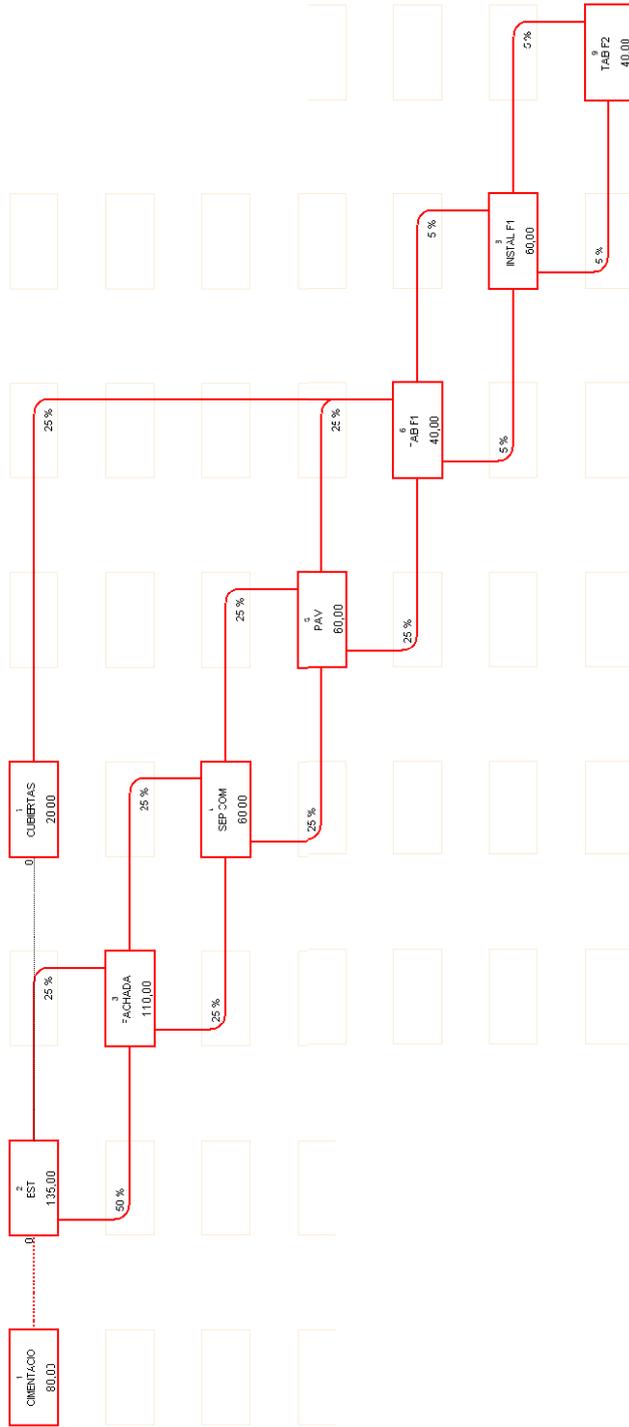


Figura 142: Grafo de la instancia 4 con *Alfa – corte* ( $\alpha$ ) = 0,00

Y los valores de los tiempos difusos para todas las tareas serán:

	Tmpe			Tmpt			Tmte			Tmtt		
	si	n	sp									
<b>Cimentación</b>	0	0	0	70	80	90	0	0	0	70	80	90
<b>Estructura</b>	70	80	90	200	215	265	70	80	90	225	237	282
<b>Cubierta</b>	200	215	265	220	235	285	261	273	323	281	293	343
<b>Fachada</b>	141	153	183	251	263	313	141	153	183	251	263	313
<b>Sep. E.c.</b>	175	187	222	266	278	328	202	214	264	266	278	328
<b>Pavimentos</b>	190	202	237	281	293	343	217	229	279	281	293	343
<b>Tabiq. F 1</b>	205	217	252	291	303	353	232	244	254	291	303	353
<b>Instal. F.1</b>	234	246	296	294	306	356	234	246	296	294	306	356
<b>Tabiq. F 2</b>	237	249	299	296	308	358	256	268	318	296	308	358

**Tabla 17:** Instancia 4, valores difusos de los tiempos

8. Las notas de la música son cinco, pero sus combinaciones son tan numerosas que es imposible escucharlas todas.
9. Los colores fundamentales son solamente cinco, pero sus combinaciones son infinitas, y no puede el ojo percibir las todas.
0. Los sabores son solamente cinco, pero sus combinaciones son tan variadas que es imposible gustarlas todas.
1. En el combate solamente existe la fuerza extraordinaria y la fuerza normal, pero sus combinaciones son ilimitadas; no hay espíritu que pueda aprenderlas todas.
2. Pues las dos fuerzas se reproducen una sobre otra, su interacción no tiene fin, como la de los anillos entrelazados. ¿Quién podría decir dónde empieza uno y dónde termina el otro.

El Arte de la Guerra

V. Energía

Sun Tzu

Siglo VI a.C.

## **6. CONCLUSIONES Y FUTURAS LINEAS DE INVESTIGACION.**

## 6.1. CONCLUSIONES.

El modelo GRCPSP robusto basado en producción propuesto en la presente Tesis, no pretende ser un nuevo paradigma de la Planificación de Proyectos que rompa con las líneas de trabajo y enfoques tradicionales que tan buenos resultados han dado a lo largo de la historia, sino más bien una alternativa para acometer la gestión de proyectos con base productiva, precisamente desde el punto de vista del proceso productivo, y no como una exclusiva secuenciación de tareas que no tienen en consideración las especiales y diferentes interdependencias existentes entre ellas.

Cada proyecto requiere de una metodología, de una herramienta diferente acorde con la naturaleza y complejidad del proyecto en sí mismo. No es necesario emplear este modelo en un proyecto de implantación TIC o de desarrollo de software (aunque perfectamente podría hacerse), pero sí que se hace necesario en cualquier proyecto de base productiva, y especialmente importante para los proyectos con implantaciones temporales como son los de Edificación y Construcción.

El modelo propuesto es muy versátil al integrar de forma armoniosa dos problemas hasta ahora independientes como son el *GRCPSP* y *TCTP*, permitiendo analizar de forma instantánea diferentes alternativas para las duraciones de las tareas, y como estas configuraciones influyen en las relaciones entre ellas, el *makespan* y en la distribución de los recursos y los costes a lo largo de la duración del proyecto. Además al analizar y reconsiderar el problema de los costes asociados a los recursos de forma más ajustada a la realidad, las soluciones aportadas serán más fiables y útiles para el decisor.

Pero no se ha de olvidar que el modelo propuesto no es más que una herramienta para representar proyectos complejos que ayude al gestor en la toma de decisiones, pero que nunca podrá sustituir a éste en la correcta secuenciación de las tareas desde el punto de vista de las restricciones constructivas o de diseño.

Se puede plantear la innecesidad del uso de relaciones de *comienzo-comienzo* y *final-final* simultáneamente entre dos tareas, pudiendo resolver las mismas condiciones con las relaciones de *final-comienzo*, pero el resultado es inabordable en la práctica por la elevadísima cantidad de tareas resultantes. Por ejemplo, para la programación de un edificio de 10 plantas con 25 tareas por planta, 50 tareas iniciales y 50 tareas de final, nos encontraríamos con un grafo de más de 350 tareas, algo absolutamente incontrolable, pudiéndose resolver mediante relaciones simultáneas y aproximadamente 35-40 tareas con la misma calidad de resultados, desarrollando el resto mediante programas de detalle o “look ahead programs” aunque, como siempre, la elección depende exclusivamente del gestor del proyecto.

Una cuestión complicada que puede surgir es:

¿Cómo de robusto es el modelo propuesto?

La robustez está contemplada en el modelo propuesto, pero no es algo implícito al modelo, depende exclusivamente del gestor. Se podría decir que la robustez es lo contrario de la precisión.

La robustez del modelo creado dependerá de la borrosidad de las variables que lo alimentan, e igualmente dependiente del *Alfa – corte* ( $\alpha$ ) adoptado, es decir: un modelo con valores difusos de soporte muy separados de su núcleo con un *Alfa – corte* ( $\alpha$ ) = 1, será un modelo totalmente preciso sin robustez, por lo que se debe llegar a un punto de equilibrio entre precisión y robustez.

El gestor del proyecto no debe escudarse en el hecho de que el modelo contemple robustez para no determinar rigurosamente valores lo más precisos posible para las variables, puesto que llevaría a resultados muy robustos pero de una gran imprecisión, que no serían en absoluto útiles.

## 6.2. APORTACIONES REALIZADAS.

A modo de resumen estas son las principales aportaciones ofrecidas por la presente memoria de tesis:

1. Un nuevo y sencillo algoritmo heurístico para el cálculo de grafos PDM con interrupción o sin interrupción indistintamente para cada tarea y a discreción del gestor del proyecto, que define claramente los puntos de fragmentación de las mismas, con la posibilidad de ser representado y resuelto manualmente mediante una indexación matricial.
2. Un modelo GRCPSP que contempla la producción, diferenciando claramente entre tareas productivas y no productivas, dependencias de producción o de desfase y contemplando productividad variable a causa del efecto del aprendizaje.
3. Un modelo GRCPSP que contempla TCTP, con una total interactividad duración-producción-coste entre las tareas, interpretando modificaciones locales como cambios globales.
4. Un modelo GRCPSP robusto mediante la lógica borrosa, que contempla la imprecisión inherente de los proyectos de Edificación y Construcción.
5. Un modelo GRCPSP preparado para ser completado con algoritmos de optimización metaheurística y de enumeración explícita.
6. Un modelo útil y evolucionado, más cercano a la realidad y a los problemas cotidianos a los que se enfrentan los gestores de proyectos de Edificación y Construcción.

### 6.3 FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN..

Para que el modelo propuesto en esta tesis doctoral esté totalmente terminado queda pendiente la implementación de algoritmos de optimización que mejoren la eficiencia financiera del proyecto a partir de la secuenciación inicial realizada, condicionado al cumplimiento de ciertas restricciones de recursos, temporales, etc.

Los algoritmos que más se adaptan a este tipo de problema *GRCPSP*, son los algoritmos evolutivos, también conocidos como algoritmos genéticos, del grupo de los llamados metaheurísticos, pero con ciertas características especiales ocasionadas por la incorporación del *TCTP* al modelo.

Tal y como se ha expuesto a lo largo de esta tesis, con el presente modelo, ya podemos trabajar no solo alterando la fecha de comienzo programado (o terminación ver Algoritmo de Prisker en 2.2.2) tal y como plantean los actuales algoritmos de resolución, sino que podemos alterar la duración de las tareas con el consiguiente reajuste en el consumo de recursos y de los costes asociados, sin obtener soluciones aberrantes producidas por la paradoja de Wiest.

De esta forma las posibles soluciones (individuos según la optimización evolutiva) de una instancia vendrán definidas por un cromosoma formado por genes con valores que serán el desplazamiento establecido ( $t_i$ ) para cada una de las tareas:

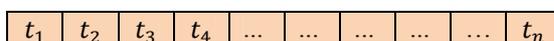


Figura 143: Cromosoma del individuo con genes por traslado.

Y otro cromosoma formado por genes con valores que serán la duración programada establecida para cada tarea:

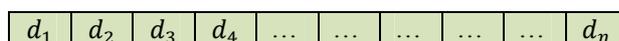


Figura 144: Cromosoma del individuo con genes por duración.

Resultando un nuevo individuo formado por dos cromosomas:

$t_1$	$t_2$	$t_3$	...	$t_n$	$d_1$	$d_2$	$d_3$	...	$d_n$
-------	-------	-------	-----	-------	-------	-------	-------	-----	-------

**Figura 145** Cromosoma del individuo con genes por traslado y duración.

Que proporcionará una población inicial aleatoria de individuos de doble cromosoma:

$l$	$t_{11}$	$t_{12}$	$t_{13}$	...	$t_{1n}$	$d_{11}$	$d_{12}$	$d_{13}$	...	$d_{1n}$
2	$t_{21}$	$t_{22}$	$t_{23}$	...	$t_{2n}$	$d_{21}$	$d_{22}$	$d_{23}$	...	$d_{2n}$
3	$t_{31}$	$t_{32}$	$t_{33}$	...	$t_{3n}$	$d_{31}$	$d_{32}$	$d_{33}$	...	$d_{3n}$
..	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
$p$	$t_{p1}$	$t_{p2}$	$t_{p3}$	...	$t_{pn}$	$d_{p1}$	$d_{p2}$	$d_{p3}$	...	$d_{pn}$

**Figura 146** Población formada por individuos de doble cromosoma.

Con la que operaremos de forma iterativa según los modelos tradicionales de optimización evolutiva cruzando aleatoriamente los individuos entre sí en función de la valoración que establezcamos y que será diferente para cada objetivo que deseemos optimizar.

El hecho de tener doble cromosoma (puede ser ampliado a 3 cromosomas correspondiendo cada uno de ellos a las zonas  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$ ), no complica la algorítmica, debiéndose operar exactamente igual que con un solo cromosoma por individuo.

Aunque no se puede dejar de contemplar la aplicación de algoritmos exactos mediante la enumeración explícita e implícita, ofreciendo soluciones exactas a costa de tiempo de proceso, pero que puede ser útil y aceptable para pequeños proyectos con pocas tareas, o incluso proyectos más grandes si el tiempo requerido no es un obstáculo (aunque las pruebas previas realizadas con una poda en la profundidad recursiva y estableciendo cotas superiores al problema mediante algoritmos constructivos, he conseguido reducir la exploración en más de un 80% de media, llegando a casi el 99% ocasionalmente).

Además pretendo contemplar el ajuste de los recursos no a una nivelación plana ideal, sino a una previsión de disponibilidad futura de los diferentes recursos de la obra; es decir, no realizar una

nivelación por mínimos cuadrados sino a través de la minimización del error cuadrático medio a la función de disponibilidad prevista establecida, puesto que la disponibilidad de recursos no tiene porqué ser una función ni lineal ni monótona.

Y para finalizar, realizar estudios pormenorizados encaminados a la optimización de secuencias de los diferentes procesos de ejecución de las obras, principalmente desde el campo de la simulación, que permitan obtener mejoras en productividad y calidad mediante la reducción y sistematización de los ciclos de trabajo, acercando la industria de la construcción a los estándares del resto de industrias.

## **ANEXOS**

## ANEXO 1 LA ORDENACIÓN TOPOLOGICA DEL GRAFO PDM.

El algoritmo que propongo es un algoritmo de etiquetado, consistente en ir etiquetando de manera creciente aquellas tareas aún no etiquetadas y sin dependencias con tareas no etiquetadas.

Basándome en el trabajo de Sergio Gregory Zaderenko (Zaderenko, 1968), se puede representar el grafo **PDM**, mediante una matriz de relaciones o matriz de adyacencia<sup>xciii</sup> modificada:

		<i>i</i>					
		<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	...	<i>n-1</i>	<i>n</i>
<i>j</i>	<i>1</i>						
	<i>2</i>						
	<i>3</i>						
	...						
	<i>n-1</i>						
	<i>n</i>						

Figura 147: Matriz de adyacencia.

El valor de los índices  $(i, j)$  será uno o cero en función de que exista relación de precedencia entre ellas o no, de tal manera que aquella fila que no presente solo valores de cero corresponderá a una tarea sin relaciones de precedencia y será etiquetada para su ordenación.

La manera de marcar aquellas actividades que ya han sido ordenadas consiste en hacer la fila igual a unos, y la columna correspondiente igual a ceros, iterando nuevamente en busca de filas con valores, de tal manera que si no se encuentran filas adecuadas pero aún no se ha finalizado la iteración existirá un circuito en el grafo.

Y el algoritmo propuesto en pseudocódigo que ordena un vector auxiliar llamado  $Orden_i$  representando a las tareas será:

<sup>xciii</sup> Ver (Ponz, 2009)

```

Para (j = 1, N, 1)
  Para (i = 1, N, 1)
    Si existe dependencia; (i, j) = 1
    ;
  ;
Posición = 0
Hacer
  Para (j = 1, N, 1)
    Para (i = 1, N, 1)
      Si (i, j) = 1 ir a Siguiente fila:
      ;
      'la fila a marcar es j
      Posición += 1
      Ordenj = Posición
      'hago la fila j igual a unos
      Para (k = 1, N, 1); (j, k) = 1
      'hago la columna j igual a ceros
      Para (k = 1, N, 1); (k, j) = 0
      Siguiente fila:
      Si no se encuentra ninguna fila entonces
        PARAR; Existe un circuito
      ;
    ;
Hasta que Posición = N

```

## ANEXO 2 LA REPRESENTACIÓN MATRICIAL DE LOS GRAFOS PDM Y UN ALGORITMO SIN FRAGMENTACIÓN O CON FRAGMENTACIÓN PARA DEPENDENCIAS DE DESFASES.

A partir de la matriz de relaciones o matriz de adyacencia:

	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	...	<i>n-1</i>	<i>n</i>
<i>1</i>						
<i>2</i>						
<i>3</i>						
...						
<i>n-1</i>						
<i>n</i>						

**Figura 148:** Matriz de adyacencia.

Podemos representar adecuadamente las condiciones impuestas por las dependencias entre las tareas de nuestro proyecto, modificando las filas/columnas de nuestra matriz de la siguiente forma:

		<i>i</i>	
		<i>C<sub>i</sub></i>	<i>F<sub>j</sub></i>
<i>j</i>	<i>C<sub>j</sub></i>		
	<i>F<sub>j</sub></i>		

**Figura 149:** Indexado *PDM* de la matriz de adyacencia.

Ahora podremos añadir cierto peso a los elementos de nuestra matriz, según su concordancia *CC*, *CF*, *FC*, *FF*, que no será otro que el desfase existente entre las diferentes tareas.

Además, deberemos añadir dos filas/columnas adicionales, la primera de ellas para la duración de la tarea y la segunda para los valores de los tiempos, correspondiendo a la columna los *tiempos más pronto*, y a la fila los valores de los *tiempos más tarde*.

		$l$		$i$		$n$			
		$C_1$	$F_1$	$C_i$	$F_j$	$C_n$	$F_n$	$d_j$	$Tmp_j$
$l$	$C_1$								
	$F_1$								
$j$	$C_j$								
	$F_j$								
$n$	$C_n$								
	$F_n$								
		$d_i$							
		$Tmt_i$							

Figura 150: Matriz **PDM** con filas/columnas adicionales.

La matriz **PDM** tendrá cierta asimetría provocada por la inexistencia de bucles y circuitos, de tal manera que tan solo presentará valores de peso para cada  $(i, j)$ , donde  $j$  es estrictamente mayor a  $i$  ( $j > i$ ), requiriendo una ordenación topológica previa de las tareas (ver Anexo 1):

		$l$		$i$		$n$			
		$C_1$	$F_1$	$C_i$	$F_j$	$C_n$	$F_n$	$d_j$	$Tmp_j$
$l$	$C_1$								
	$F_1$								
$j$	$C_j$								
	$F_j$								
$n$	$C_n$								
	$F_n$								
		$d_i$							
		$Tmt_i$							

Figura 151: Indexado asimétrico de la Matriz **PDM**.



Paso 3. Garantizamos la no interrupción de la tarea<sup>xciv</sup>:

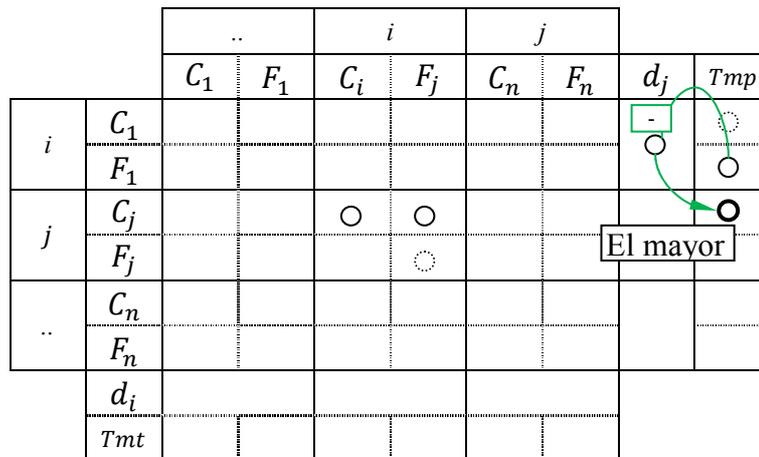


Figura 154: Continuidad en matriz *PDM*.

Paso 4. Cálculo de los tiempos más tarde de terminar:

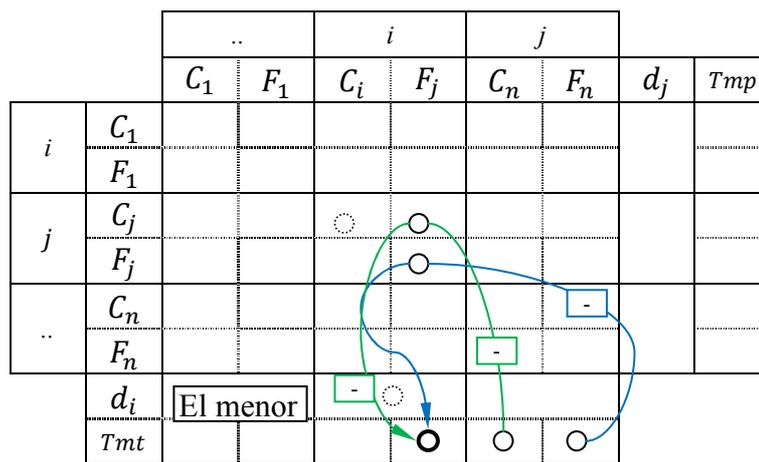


Figura 155: Tmtt en matriz *PDM*.

<sup>xciv</sup> Este paso 3 es a discreción del gestor en función de que la tarea se desee o no fragmentar.

Paso 5. Cálculo de los tiempos más tarde de empezar:

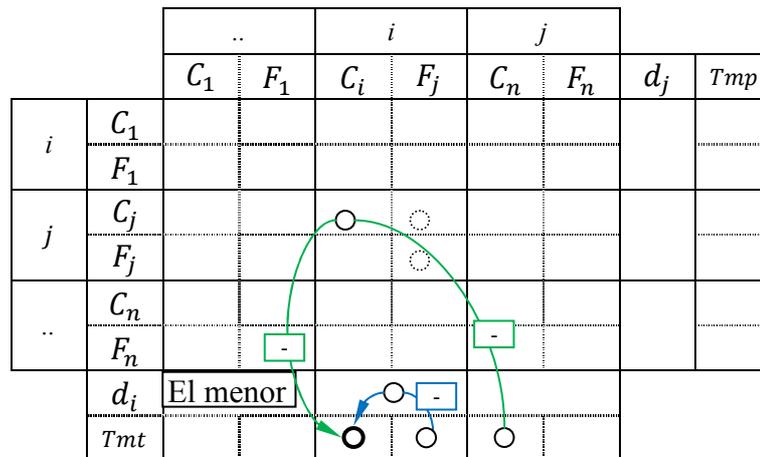


Figura 156: Tmte en matriz *PDM*

Paso 6. Garantizamos la no interrupción de la tarea<sup>xcv</sup>:

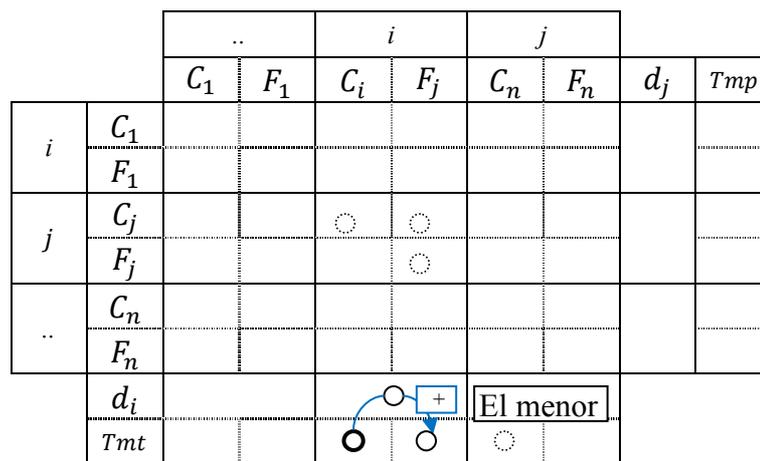


Figura 157: Continuidad en matriz *PDM*.

<sup>xcv</sup> Este paso 6 junto con el 3 es a discreción del gestor en función de que la tarea se desee o no fragmentar.

Este proceso se puede mecanizar fácilmente con muy poco consumo de memoria (se reduce el número de elementos de la matriz de  $4n^2$  a  $2(n^2 - n)$ ), teniendo la precaución de que los índices de la matriz correspondientes a cada tipo de relación ( $i j$ ) serán:

Relación *comienzo-comienzo*:

$$2i - 1, 2j - 1$$

Relación *final-final*:

$$2i, 2j$$

Relación *final-comienzo*:

$$2i, 2j-1$$

Y en el caso de las inusuales relaciones *comienzo-final*:

Relación *comienzo-final*:

$$2i - 1, 2j$$

## **REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- Agudo, A. R. (1989). *La teoría de Sistemas al servicio del Análisis de Presupuestos de obras*. Sevilla: Universidad de Sevilla. ISBN: 84-505-8228-8, 456 páginas.
- Álvarez - Valdés, R., & Tamarit Goerlich, J. M. (1989). Heuristic Algorithms for Resource-Constrained Project Scheduling: A review and Empirical Analysis. En *Advances in Project Scheduling*. R. Skovinski and J. Weglarz. Elsevier Sc.
- Badiru, A. B. (1995). *Comprehensive Project Management: Integrating Optimization Models, Management principles and computers*. Prentice hall PTR. ISBN 01303092257.
- Badiru, A. B. (1996). *Project Management in Manufacturing and high Technology operations*. New York: John Wiley & Sons. ISBN 0471127213.
- Badiru, A. (2008). *Industrial Project management: Concepts, Tools and Techniques*. Boca Raton: CRC. Taylor & Francis. ISBN 0849387736.
- Bertelsen, S. (2003). Complexity-Construction in a New Perspective. *Proceeding 11th annual meeting of the international group for Lean Construction, Blackburg, Virginia USA*.
- Bianco, L., & Caramia, M. (2009). A new lower bound for the resource-constrained project scheduling problem with generalized precedence relations. *Computers & Operations Research*, 10.1016/j.cor.2009.07.003.
- Blazewicz, J., & Lenstra, J. a. (1983). Scheduling subject to resource constraints: classification and complexity. *Discrete Applied Mathematics* 5, 11-24.
- Bonnai, P. e. (2004). Where Do We Stand with Fuzzy Project Scheduling? *Journal of Construction Engineering and Management*, 114-123.
- Bonnal, P., & Didier Gourc, G. L. (2004). Where Do We Stand with Fuzzy Project Scheduling? *Journal of Construction Engineering and Management*, 114-123.
- Buckley, J. (1989). "Fuzzy PERT", "Application of Fuzzy Set Methodologies in Industrial Engineering", Pp 103-114. Amsterdam: Elsevier Science.
- Buitrago, L. E. (2006). *Tesis doctoral "ANÁLISIS DE UNA RED DE ACTIVIDADES CON ACTIVIDADES DE DURACIÓN ALEATORIAS E INCIERTAS"*. Universidad Pontificia.

- Carlson, J. G. (1973). Cubic Learning curves: precision tool for labor estimating. *Manufacturing Engineering and Management*. 67 (11) , 22-25.
- Chanas, S. a. (2001). Critical path analysis in a network with fuzzy activity times. *Fuzzy Sets Syst.* 122(2) , 195-204.
- Chanas, S. a. (2002). The computational complexity of the interval critical path method. *European Journal of Operations Research*. 136(3) , 541-550.
- Chanas, S. a. (1981). The use of Fuzzy variables in PERT. *Fuzzy Sets Syst.*, 5 , 11-19.
- Chanas, S., & Zielinski, P. I. (2003). On the hardness of evaluating criticality of activities in a planar network with duration intervals. *Operations Research Letters* 31 , 53 – 59.
- Chang, I. S., Tsujimura, Y., Gen, M., & Tozawa, T. (1993). An efficient approach for large project planning based on fuzzy Delphi method. *Fuzzy Sets and Systems* 76 , 227-288.
- Chen-Tung Chen, S.-F. H. (2007). Applying fuzzy method for measuring criticality in project network. *Information Sciences* 177 , 2448–2458.
- Chen-Tung Chen, S.-F. H. (2007). Applying fuzzy method for measuring criticality in Project Network. *Information Sciences*. 177 , 2448-2458.
- Conde, E. (2009). A minmax regret approach to the critical path method with task interval times. *European Journal of Operational Research* 197 , 235–242.
- Crandall, K. (1973). Project Planning with Precedence Lead/Lag Factors. *Project Management Quarterly* 4 , 18-27.
- Cui, W., Yue, C., Yin, Z., & Yao, S. (2006, June 21 - 23). Criticality Analysis in Activity-on-Arc Networks with Generalized Precedence Relations (GPRs). *6th World Congress on Intelligent Control and Automation*. Dalian, China.
- Delgado, M. V. (2007). Tesis doctoral no publicada “Nuevo modelo de Presupuestación de obras basadas en Procesos Productivos”. *Departamento de Construcciones Arquitectónicas de la Universidad de Sevilla* .
- Demeulemeester., E. L. (2002). *Project scheduling: a research handbook*. International series in operations research & management science, Volume 49. Springer. ISBN 10207051, 9781402070518. 685 páginas.

- Dobois, D., & Prade, H. (1988). *Theorie des possibilites. 2nd* . Paris: Ed. Masson.
- Everett, J. G., & Fargal, S. (1994). Learning Curve Predictors for Construction Field Operations. *Journal of Construction Engineering and Management*, Vol. 120, No. 3 .
- Fondahl, J. W. (1961). A Non-Computer Approach to the Critical Path Method for the Construction Industry. *Department of Civil Engineering, Stanford University*.
- Gavalgnon, V. (2000). *PhD Thesis: Aidé á la decisión en gestion multi-projects distribúee: Approche locale pour la planification á moyen terme*. Sup'Aéro/E.N.S.A.F., Toulouse.
- H. Randolph, T., Asce, M., & Mathews, C. T. (1986). Learning Curve Models of Construction Productivity. *Journal of Construction Engineering and Management*, Vol. 112, No. 2 .
- Hajdu, M. (1997). *Networks Scheduling Techniques for Construction Project Management*. Nonconvex Optimization and its applications. Kluwer Academic Publishers.
- Hapke, M. a. (1996). Fuzzy priority heuristic for project scheduling. *Fuzzy Sets Syst.* 83 , 291-299.
- Hartman, S. (1999). *Project scheduling under limited Resources: Models, Methods and Applications*. Springer ISBN 3540663924, 9783540663928. 221 Páginas.
- Herroelen, W. (1999). The multi-mode resource-constrained project scheduling problem with generalized precedence relations. *European Journal of Operations Research*, 119 , 538-556.
- Herroelen, W., & Leus, R. (2005). Project scheduling under uncertainty: Survey and research potentials. *European Journal of Operational Research* 165 , 289–306.
- Huang, I.-H. (2003). Comments on “Fuzzy Project Scheduling. Submitted on June 11, 2003 as a course project report for Fuzzy Theory and Applications (EC-591).
- IBM. (1964). *Users Manual for IBM 1440 Project Control System (PCS)*. IBM.
- JASSBI, J., & Khanmohammadi, S. (2008). A New Approach for Predicting Project Duration Using Beta Shape Membership Functions and Simulation.
- Kamburowki, J. C. (1981). The use of fuzzy variables in PERT. *Fuzzy Sets Syst*, 5 , 11-19.

- Kaplan, L. (1988). Resource-Constrained Project Scheduling with Preemption of Jobs. *Unpublished Ph. D. Thesis, University of Michigan* .
- Kis, T. (2006). Rcps with variables intensity and feeding precedence constraint. *Perspectives in Modern Project Scheduling, Springer US* , 105-129.
- Kleim, R. (1999). *Scheduling of Resource-Constrained Projects*. Kluwer Academic Publishers.
- Koskela, L. (2000). An exploration towards a production theory and its application to construction. *Dissertation for the degree of Doctor of Building Technology, Helsinki University of Technology (Finland)* .
- Koskela, L. (1992). Application of the Production Philosophy to Construction. *Technical Report #72, Center for Integrated Facility Engineering Department of Civil Engineering, Stanford University, CA* .
- Koteswara. (2008). Optimal selection of PERT for large complex and distributed Projects. *IJCSNS International Journal of Computer Science and Network Security, VOL.8 No.6* , 7-17.
- Kutch, D. (2001). Use of fuzzy numbers in Project risk (criticality) assessment. *International Journal of Project Management* 19 , 305-310.
- Leachman, R. (1983). Multiple resource leveling in Construction Systems through Variations Intensities. *Naval Research Logistics Quarterly*”. 30 (3) , 187-198.
- Leachman, R., Dincerler, A., & Kim, S. (1990). Resource-Constrained Scheduling of Projects with Variable-Intensity Activities. *IIE Transactions, Volume 22, Number 1* .
- Lean Construction Institute. (2010). *Lean Construction Institute*. Obtenido de <http://www.leanconstruction.org/>
- LIN, F.-T., & YAO, J.-S. (2003). Fuzzy Critical Path Method Based on Signed-Distance Ranking and Statistical Confidence-Interval Estimates. *The Journal of Supercomputing*, 24 , 305–325.
- LIN, F.-T., & YAO, J.-S. (2003). Fuzzy Critical Path Method Based on Signed-Distance Ranking and Statistical Confidence-Interval Estimates. *The Journal of Supercomputing*, 24 , 305–325.
- Lino, P. (1997). Planificación de Proyectos en Diagramas de Precedencias. *Tesis Doctoral dirigida por Dr. D. Vicente Valls*

Verdejo. Universidad de Valencia. Departamento de Estadística e Investigación Operativa .

- Long, L. D., & Ohsato, A. (2008). Fuzzy critical chain method for project scheduling under resource constraints and uncertainty. *International Journal of Project Management* 26 , 688–698.
- Lootsma. (1989). Stochastic and fuzzy PERT. *European Journal Operations research*, 43 , 174-183.
- Lootsma, F. A. (1997). *Fuzzy logic for planning and decision making*. Springer 195 pages.
- Malcolm, C. R. (1965). Applications of a Technique for Research and development Program Evaluation”. . *Operations Research* Vol. 7 pag , 646-670.
- Markus, A., Váncza, J., Kis, T., & Kovács. (2003). Project scheduling approach for production planning. *Annals of the CIRP*, 52 , 259-362.
- Moder, J. C. (1983). *Project Management with CPM, PERT and Precedence Diagramming*. New York: Van Nostrand Reinhold.
- Moghadam, A., & Ghoseiri, J. (2008). Continuous Fuzzy Longest Path Problem in Project Networks. *Journal of Applied Sciences*, Volume: 8, Issue: 22 , 4061-4069.
- Mon, D.-L., Ching-Hsue, & Lu, H.-C. (1995). Application of fuzzy distributions on Project management. *Fuzzy Sets and Systems*, 73 , 227-234.
- Moore, R. E. (1979). *Methods and Applications of Interval Analysis*. Philadelphia: SIAM Studies in Applied Mathematics.
- Mubarak, S. A. (2005). “*Construction Project Scheduling and Control*”. Upper Saddle River, NJ: Pearson Prentice Hall. ISBN 0130973149.
- Nasution. (1994). Fuzzy critical path method. *IEEE Trans. Syst. Man Cybern.* 24(1) , 48-57.
- Neumaier., A. (1990). *Interval Methods for System of Equations*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Neuman, K. ., (1993). *Operations Research*. München: Carl Hanser.
- Nicholas, J. M. (2008). *Project Management for Business, Engineering and Technology: Principles and Practice*. Oxford: Butterworth-Heinemann. ISBN 9780750683999.
- Philips, J. (2010). *PMP Project management Professional Study Guide*. McGraw-Hill/Osborne. ISBN 9780071626736.

- Plotnick, F. L. (2005). *CPM in Construction Management*". 6th Ed. New York: McGraw-Hill. ISBN 0071457690.
- Plotnick, F. L. (2010). *CPM in Construction Management*". 7th Ed. New York: McGraw-Hill. ISBN 9780071636643.
- Ponz, J. L. (2009). *Project management con Redes PERT*. ISBN: 978-84-8363-345-8. Editorial de la Universidad Politécnica de Valencia. 278 páginas.
- Prisker, A., & L.J. Watters, a. P. (1969). Multiproject Scheduling with Limited Resources: A Zero-One Programming Approach. *Management Science* 16 , 95-108.
- Project Management Institute. (2003). *Construction Extension to a Guide for a Project Management body of Knowledge*. Newtown Square, Pa: Project management Institute. ISBN 1930699409.
- Project Management Institute. (2008). *PMBOK*. Project Management Institute.
- Rambaud, S. C., & Perez, J. G. (2005). The expert confidence versus fuzzy probability in the mean activity times computation. *International Journal of Uncertainty. Fuzziness and Knowledge-based Systems. Vol. 13, no. 4* , 437-452.
- Ravindran, A. (2008). *Operations Research and Management Science Handbook*. Boca Raton. CRC. Taylor & Francis. ISBN 0849397219.
- Ravindran, A. (2009). *Operations Research Applications*. Boca Raton. CRC. Taylor & Francis. ISBN 9781420091861.
- Roy, B. (1962). Graphes et ordonnancements. *Revue Francaise de Recherche Operatinelle* , 323-333.
- Roy, B. (1959). Théorie des graphes: Contribution de la théorie des graphes á l'étude de certains problèmes linéries. *Comptes rendus des Séances de L'Académie des Sciences, sence du Avril* , 2437-2449.
- Slyeptsov, A. I., & Tyshchuk, T. A. (2003). Fuzzy temporal characteristics of operations for project management on the network models basis. *European Journal of Operational Research* 147 , 253–265.
- Stanford Research Institute. (1949). An Improved Rational and Mathematical Explanation of the Progress Curve in Airframe Production. *Stanford, California, August* , 5.
- T. Di Battista, R., Nisio, D., & Sclocco., T. *Price managing of manufacturing firms using fuzzy cost/PERT*. Dipartimento di

Metodi Quantitativi e Teoria Economica. Università  
“G.D’Annunzio” Chieti-Pescara.

- Trofin, J. (2005). *Impact of uncertainty on construction project performance using linear scheduling*. University of Florida: A thesis presented to the graduate school of the University of Florida in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science.
- Tulio, T., Urgo, M., & Alferi, A. (2008). Project Scheduling with Precedence Relations: An Application to Production Planning. *9th Biennial ASME Conference on Engineering System Design and Analysis. Esda 2008*. Haifa, Israel.
- Valls, M. y. (1996). A Heuristic Algorithm for Project Scheduling with Splitting Allowed. *Journal of Heuristics*, 2 , 87-104.
- Valls, V., & Lino, P. (2001). Criticality analysis in Activity-on-Node Networks with Minimal Time Lags. *Annals of Operations research 102* , 17-37.
- Valls, V., & Lino, P. (2001). Criticality Analysis in Activity-on-Node Networks with Minimal Time Lags. *Annals of operations research, 102, numbers 1-4* .
- Walker, A. (2007). *Project Management in Construction*. Oxford UK: Malden, MA USA: Blackwell. ISBN 1405158247.
- Wang, J. (2002). A fuzzy project scheduling approach to minimize schedule risk for product development. *Fuzzy Sets and Systems 127* , 99–116.
- Wiest, J. a. (1977). *A Management Guide to PERT/PDM/DCPM and other Networks*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Wiest, J. (1981). Precedence Diagramming Method: Some unusual Characteristics And their Implications For Projects Managers. *Journal of Operations Management. Vol. 1 No. 3* .
- Winston, W. I. (2001). *Practical Management Science*. Pacific Grove, CA Duxbury, cop.
- Wright, T. (1936). Factors Affecting the Cost of Airplanes. *Journal of Aeronautical Sciences. February 1936* , 124-125.
- Yakhchali, S. H., & Ghodsypour, S. H. (2009). Computing latest starting times of activities in interval-valued networks with minimal time lags. *European Journal of Operational Research* , doi:10.1016/j.ejor.2009.01.051.
- Zadeh, L. (1965). Fuzzy Sets. *Information and Control*, 8 , 338-353.

- Zaderenko, S. G. (1968). *Sistemas de Programación por camino crítico: PERT-CPM-MAN SCHEDULING-RAMPS y otros métodos de elaboración y control de programas*. Buenos Aires. Argentina: 001.424 Z16. Librería Mitre. 197 páginas.
- Zammori, F. A., Braglia, M., & Frosolini, M. (2009). A fuzzy multi-criteria approach for critical path definition. *International Journal of Project Management* 27 , 278–291.
- Zhang, H., Tam, C., & Li, H. (2005). Modeling uncertain activity duration by fuzzy number and discrete-event simulation. *European Journal of Operational Research* 164 , 715–729.
- Zielinski, P. (2003). Latest starting times and floats of activities in networks with uncertain durations. *European Journal of Operations Research*, Volume 147 , 266-280.

## **INDICE DE TABLAS**

---

GRCPSP Robusto basado en Producción para Proyectos de Edificación y Construcción.

235

Tabla 1: Comparativa Software Comercial .....	19
Tabla 2: Instancia con desfases en días. ....	67
Tabla 3: Instancia con relaciones de producción.....	79
Tabla 4: Recursos de la tarea “Estructura completa” .....	102
Tabla 5: Dos números difusos. ....	125
Tabla 6: Suma difusa. ....	125
Tabla 7: Diferencia difusa. ....	126
Tabla 8: Multiplicación difusa.....	127
Tabla 9: División difusa. ....	128
Tabla 10: Valores y distribuciones aleatorias.....	171
Tabla 11: Instancia 2; Dependencias constructivas.....	184
Tabla 12: Instancia 2; Dependencias lógicas.....	184
Tabla 13: Instancia 3; Dependencias constructivas.....	189
Tabla 14: Instancia 3; Dependencias lógicas.....	190
Tabla 15: Instancia 4; Dependencias constructivas.....	195
Tabla 16: Instancia 4; Duraciones difusas.....	196
Tabla 17: Instancia 4, valores difusos de los tiempos .....	203

## **INDICE DE FIGURAS**

Figura 1: Grúa Medieval del siglo XIII .....	5
Figura 2: Relación de <i>final-comienzo</i> (FCz <sub>ij</sub> k) .....	29
Figura 3: Relación de <i>final-comienzo</i> (FCz <sub>ij</sub> k) .....	30
Figura 4: Relación de <i>comienzo-comienzo</i> (CCz <sub>ij</sub> k) .....	30
Figura 5: Relación de <i>comienzo-comienzo</i> (CCz <sub>ij</sub> k) .....	30
Figura 6: Relación de <i>final-final</i> (FFz <sub>ij</sub> k).....	30
Figura 7: Relación de <i>final-final</i> (FFz <sub>ij</sub> k).....	31
Figura 8: Relación de <i>comienzo-final</i> (CFz <sub>ij</sub> k) .....	31
Figura 9: Relación de <i>comienzo-final</i> (CFz <sub>ij</sub> k) .....	31
Figura 10: Relación de <i>comienzo-comienzo</i> y <i>final-final</i> (ZZz <sub>ij</sub> k)..	32
Figura 11: Relación de <i>comienzo-comienzo</i> y <i>final-final</i> (ZZz <sub>ij</sub> k)..	32
Figura 12: Relación <i>Comienzo-Comienzo</i> .....	37
Figura 13: Del RCPSP al GRCPS P en una relación <i>Comienzo-Comienzo</i> .....	38
Figura 14: Tiempos más pronto de empezar y de terminar. ....	39
Figura 15: Paradoja de Wiest (Planteamiento).....	45
Figura 16: Paradoja de Wiest (Desarrollo).....	46
Figura 17: Valores de $\alpha$ y $\beta$ según Crandal. ....	49
Figura 18: Paradoja de Wiest con interrupción .....	54
Figura 19: Nueva formulación de $\alpha$ , $\beta$ y $\gamma$ . ....	60
Figura 20: Implicación de $\beta$ en el cálculo .....	63
Figura 21: Situación de la dependencia antes o después del punto de fractura.....	64
Figura 22: Cálculo en caso de estar después del punto de fractura. .	64
Figura 23: Cálculo en caso de estar antes del punto de fractura.....	65
Figura 24: Valores de ( $\alpha$ , $\beta$ , $\gamma$ ) de la tarea. ....	65
Figura 25: Grafo <i>PDM</i> del replanteamiento de la paradoja de Wiest .....	67
Figura 26: Diagrama temporal del replanteamiento de la paradoja de Wiest.....	68
Figura 27: Nueva Paradoja de los grafos <i>PDM</i> . ....	68
Figura 28: Tarea de producción.....	72
Figura 29: Tarea no productiva. ....	72
Figura 30: Relación <i>comienzo-comienzo</i> (RCCp <sub>ij</sub> k).....	73
Figura 31: Desfase <i>comienzo-comienzo</i> (DCCz <sub>ij</sub> k).....	73
Figura 32: Relación <i>final-final</i> (RFFp <sub>ij</sub> k) .....	74
Figura 33: Desfase <i>final-final</i> (DFFz <sub>ij</sub> k).....	74
Figura 34: Desfase <i>final-comienzo</i> (DFCz <sub>ij</sub> k).....	74

Figura 35 Relación con Desfase de comienzo-comienzo ( $RDCCP_{zij}$ k).....	75
Figura 36: $RCCp_{ij k}$ y $DCCz_{ij k}$ .....	75
Figura 37: Relación con Desfase de final-final ( $RDFFP_{zij}$ k). .....	76
Figura 38: $RFFp_{ij k}$ y $DFFz_{ij k}$ .....	76
Figura 39: Replanteamiento de la Paradoja de Wies en función de la producción. ....	79
Figura 40: Solución de la Paradoja de Wiest aumentando B .....	80
Figura 41: Solución de la Paradoja de Wiest reduciendo B .....	81
Figura 42: <i>curva de aprendizaje</i> ideal. ....	83
Figura 43 <i>Learning Curve Models of Construction Productivity</i> ....	85
Figura 44: Nueva <i>curva de aprendizaje</i> . ....	87
Figura 45: Nueva <i>curva de aprendizaje</i> normalizada.....	88
Figura 46: Superficie de la Curva normalizada igualada a cero.....	89
Figura 47: Parámetros de la nueva <i>curva de aprendizaje</i> .....	89
Figura 48: Curva de aprendizaje propuesta .....	90
Figura 49 Curva de aprendizaje propuesta 2 .....	90
Figura 50: Producción / día. ....	91
Figura 51. Relación ( $RCCp_{ij}$ k) a partir de una producción ( $p$ ).....	92
Figura 53: Días ( $RFFp_{ij}$ k) para una producción ( $p$ ). ....	93
Figura 52: Relación ( $RFFp_{ij}$ k) a partir de una producción ( $1-p$ ) ..	93
Figura 54: Modelo <i>TCTP</i> clásico. ....	94
Figura 55: Función de Costes por Uso de recurso renovable.....	98
Figura 56: Función de Costes por Día.....	100
Figura 57: Función de Costes del Recurso Grúa. ....	103
Figura 58 Función de Costes del Recurso Mano de Obra propia ...	104
Figura 59 Función de Costes del Recurso Hormigón + Fe. ....	104
Figura 60: Función de Costes del Recurso Tablero + Puntales.....	104
Figura 61: Función de Costes de la Estructura Completa. ....	105
Figura 62: Producción para $di = 180$ .....	106
Figura 63: Producción para $di = 150$ .....	106
Figura 64: Producción para $di = 120$ .....	106
Figura 65: $RCCp_{ij}$ k para $di = 180$ .....	107
Figura 66: $RCCp_{ij}$ k para $di = 150$ .....	107
Figura 67 : $RCCp_{ij}$ k para $di = 120$ .....	107
Figura 68: Tramos de certificación de obra ejecutada.....	108
Figura 69: Flujo de Caja para $di = 180$ .....	109
Figura 70: Flujo de Caja para $di = 150$ .....	109

Figura 71: Flujo de Caja para <b>di = 120</b> .....	109
Figura 72: Valor cierto de la duración de una tarea. ....	119
Figura 73: Número Difuso.....	120
Figura 74: Alfa-corte ( $\alpha$ ). ....	121
Figura 75: Aritmética Difusa.....	125
Figura 76: Suma Difusa.....	126
Figura 77: Diferencia Difusa.....	126
Figura 78: Multiplicación Difusa. ....	127
Figura 79: División Difusa. ....	128
Figura 80: Ordenación Baricéntrica. ....	130
Figura 81: <i>Duración Normal Difusa. dni.</i> .....	133
Figura 82: <i>Duración Acelerada Difusa. dai.</i> .....	134
Figura 83: <i>Coficiente de Intervención Difuso (Ctir)</i> .....	135
Figura 84: <i>Medición Difusa (medi).</i> .....	135
Figura 85: <i>Precio Difuso Prei.</i> .....	136
Figura 86: <i>Duración Programada Difusa. dpi.</i> .....	137
Figura 87: <i>Importe Difuso. dpi.</i> .....	138
Figura 88: Producción diaria difusa.....	138
Figura 89: Días necesarios para cada nivel de producción.....	139
Figura 90: Pendiente de Costes Difusos.....	141
Figura 91: Detalle izquierdo de la Figura 90: Pendiente de Costes Difusos.....	141
Figura 92: Detalle derecho de la Figura 90: Pendiente de Costes Difusos.....	142
Figura 93: <i>Coste Programado difuso.</i> .....	142
Figura 94: <i>Coste Unitario Programado Difuso</i> .....	143
Figura 95: Histograma Difuso de Costes de la tarea. ....	144
Figura 96: Histograma Difuso de Certificaciones de la tarea.....	144
Figura 97: Histograma Difuso de Saldos de la tarea .....	144
Figura 98: <i>Coficientes de Intervención Difusos (Ctir)</i> de estructura 3.2.4. ....	145
Figura 99 Histograma Difuso de Hormigón como recurso <i>no renovable</i> $\alpha=0,50$ .....	145
Figura 100: Histograma Difuso de Mano Obra como recurso <i>renovable</i> y $\alpha=0,50$ . ....	146
Figura 101: Tiempo Más Pronto de Empezar Difuso.....	151
Figura 102: Tiempo Más Tarde de Empezar Difuso.....	151
Figura 103: Tiempo Más Pronto de Terminar Difuso.....	151

Figura 104: Tiempo Más Tarde de Terminar Difuso. ....	151
Figura 105: Holgura de Comienzo Difusa.....	152
Figura 106: Holgura Interna Difusa.....	152
Figura 107: Holgura de Final Difusa.....	152
Figura 108: <b>Alfa – corte <math>\alpha = 0 \rightarrow 0H = -10, 3, 16 \rightarrow Crítica</math></b> .....	153
Figura 109: <b>Alfa – corte <math>\alpha = 0.5 \rightarrow 0.5H = -3.5, 3, 9.5 \rightarrow</math> <b>Crítica</b></b> .....	153
Figura 110: <b>Alfa – corte <math>\alpha = 0.8 \rightarrow 0.8H = 0.4, 3, 5.6 \rightarrow</math> <b>No Crítica</b></b> .....	153
Figura 111: Cálculo del Índice Crítico. ....	154
Figura 112: Índices Críticos de una tarea. ....	155
Figura 113: Tiempos, Holguras y Criticidades de un <b>Alfa – corte (<math>\alpha</math>)</b> .....	156
Figura 114: <i>makespan</i> monótono. ....	157
Figura 115: <i>makespan</i> discreto. ....	158
Figura 116: Instancia 1. Grafo del planteamiento .....	165
Figura 117: Instancia 1. Diagrama temporal del planteamiento.....	165
Figura 119: Solución óptima de la Instancia 1. ....	166
Figura 118: Instancia 1. Detalle tarea C .....	166
Figura 120: Instancia 1. Nuevo grafo con el cambio de relación... ..	167
Figura 121: Instancia 1. Nuevo diagrama temporal con el cambio de relación .....	167
Figura 122 Nueva solución óptima de la Instancia 1.....	168
Figura 123: Instancia 1. Diagrama temporal con Primavera P3.....	168
Figura 124 Instancia 1. Nuevo diagrama temporal con Primavera P3 .....	168
Figura 125: Instancia 1. Grafo calculado con Crandall.....	169
Figura 126 Instancia 1. Diagrama temporal calculado con Crandall. .....	169
Figura 127: Instancia 1. Diagrama temporal infactible calculado con Crandall. ....	169
Figura 128: Generador de Instancias aleatorio.....	171
Figura 129: Resumen estadísticos con SPSS.....	173
Figura 130: Instancia 2, hipótesis 1.....	186
Figura 131: Instancia 2, hipótesis 2.....	187
Figura 132: Instancia 2, hipótesis 1.....	191
Figura 133: Instancia 2, hipótesis 2.....	192

Figura 134: Instancia 2, hipótesis 3.....	193
Figura 135: Instancia 4; Curva aprendizaje de “Estructura”.....	196
Figura 136: Instancia 4; Curva aprendizaje de “Fachada”.....	196
Figura 137: Instancia 4 con <b>Alfa – corte <math>\alpha = 1</math></b> .....	197
Figura 138: Grafo de la instancia 4 con <b>Alfa – corte <math>\alpha = 1</math></b> ....	198
Figura 139: Instancia 4 con <b>Alfa – corte <math>\alpha = 0,50</math></b> .....	199
Figura 140: Grafo de la instancia 4 con <b>Alfa – corte <math>\alpha = 0,50</math></b> .....	200
Figura 141: Instancia 4 con <b>Alfa – corte <math>\alpha = 0,00</math></b> .....	201
Figura 142: Grafo de la instancia 4 con <b>Alfa – corte <math>\alpha = 0,00</math></b> .....	202
Figura 143: Cromosoma del individuo con genes por traslado.....	211
Figura 144: Cromosoma del individuo con genes por duración.....	211
Figura 145 Cromosoma del individuo con genes por traslado y duración.....	212
Figura 146 Población formada por individuos de doble cromosoma. .....	212
Figura 147: Matriz de adyacencia.....	217
Figura 148: Matriz de adyacencia.....	219
Figura 149: Indexado <i>PDM</i> de la matriz de adyacencia.....	219
Figura 150: Matriz <i>PDM</i> con filas/columnas adicionales.....	220
Figura 151: Indexado asimétrico de la Matriz <i>PDM</i> .....	220
Figura 152: Tmpe en matriz <i>PDM</i> .....	221
Figura 153: Tmpt en matriz <i>PDM</i> .....	221
Figura 154: Continuidad en matriz <i>PDM</i> .....	222
Figura 155: Tmtt en matriz <i>PDM</i> .....	222
Figura 156: Tmte en matriz <i>PDM</i> .....	223
Figura 157: Continuidad en matriz <i>PDM</i> .....	223

## **GLOSARIO**

## A

$(\bar{A})$ : Conjunto Difuso.

## C

$CC_{zij k}$ :  $k$ -ésima relación de *comienzo-comienzo* entre  $i$  y  $j$ .

$(CD_i)$ : Grado de Criticidad de la tarea  $i$ .

$CF_{zij k}$ :  $k$ -ésima relación de *comienzo-final* entre  $i$  y  $j$ .

$Cc_r$ : Coste por consumo del recurso  $r$ .

$Cd_r$ : Coste diario del recurso  $r$ .

$Ci_r$ : Coeficiente de Intervención del recurso  $r$ .

$Cp_r$ : Coste por unidad producida del recurso  $r$ .

$Cu_r$ : Coste por uso del recurso del recurso  $r$ .

## D

$(d_1)$ : Soporte Inferior del *Número difuso*.

$(d_2)$ : Núcleo del *Número difuso*.

$(d_3)$ : Soporte Superior del *Número difuso*.

$(\bar{D})$ : *Número difuso*.

$DCC_{zij k}$ :  $k$ -ésimo desfase de *comienzo-comienzo* entre  $i$  y  $j$  de valor  $z$ .

$DFC_{zij k}$ :  $k$ -ésimo desfase de *final-comienzo* entre  $i$  y  $j$  de valor  $z$ .

$DFF_{zij k}$ :  $k$ -ésimo desfase de *final-final* entre  $i$  y  $j$  de valor  $z$ .

$Disp_r$ : Disponibilidad del recurso tipo  $r$ .

## E

$ES_i$ : Early Start ó Tiempo más pronto de empezar de  $i$ .

$EF_i$ : Early Finish ó Tiempo más pronto de terminar de  $i$ .

$LS_i$ : Latest Start ó Tiempo más tarde de empezar de  $i$ .

$LF_i$ : Latest Finish ó Tiempo más tarde de terminar de  $i$ .

## F

$FC_{zij k}$ :  $k$ -ésima relación de *final-comienzo* entre  $i$  y  $j$ .

$fe_{it}$ : Factor de eficiencia productiva de  $i$  en  $t$ .

$fesp_i$ : Factor de estabilidad productiva de  $i$ .

$FF_{zij k}$ :  $k$ -ésima relación de *final-final* entre  $i$  y  $j$ .

$fmp_i$ : Factor de minoración productiva de  $i$ .

## **G**

GRCPSP: Generalized Resource Constrained Project Scheduling Problem.

## **H**

$Hc_i$ : Holgura condicional de  $i$

$Hcom_i$ : Holgura de comienzo de  $i$  (*splitting allowed*).

$Hfin_i$ : Holgura de final de  $i$  (*splitting allowed*).

$Hi_i$ : Holgura independiente de  $i$ .

$Hl_i$ : Holgura libre de  $i$ .

$Ht_i$ : Holgura total de  $i$ .

## **M**

$med_i$ : Medición de Producción de  $i$ .

## **P**

$pe_i$ : Punto de estabilización productiva de  $i$ .

PDM: Precedence Diagramming Method.

$pn_i$ : Punto neutro de  $i$ .

$prm_i$ : Producción media de  $i$ .

## **R**

$RCC p_{ij k}$ :  $k$ -ésima relación de comienzo-comienzo entre  $i$  y  $j$  de un nivel de producción  $p$ .

RCPSp: Resource-Constrained Project Scheduling Problem.

$RDCCp(z)_{ij k}$ :  $k$ -ésima relación con desfase de comienzo-comienzo final entre  $i$  y  $j$  de un nivel de producción  $p$  y un desfase de  $z$ .

$RDFFP(z)_{ij k}$ :  $k$ -ésima relación con desfase de final-final entre  $i$  y  $j$  de un nivel de producción  $p$  y un desfase de  $z$ .

$RFp_{ij k}$ :  $k$ -ésima relación de final-final entre  $i$  y  $j$  de un nivel de producción  $p$ .

## **S**

$S_\alpha(\bar{D})$ : Alfa – corte ( $\alpha$ ) de ( $\bar{D}$ ).

## **T**

$Tmpe_i$ : Tiempo más pronto de empezar de  $i$ .

$Tmpt_i$ : Tiempo más pronto de terminar de  $i$ .

$Tmte_i$ : Tiempo más tarde de empezar de  $i$ .

$Tmtt_i$ : Tiempo más tarde de terminar de  $i$ .

## **U**

$u_{ir}$  : Recursos tipo  $r$  consumidos por  $i$  por unidad de tiempo.

$Um_r$ : Unidad de medición del recurso  $r$ .

## **Z**

$ZZ_{zij k}$ :  $k$ -ésima relación de comienzo-comienzo y final-final entre  $i$  y  $j$ .

## **Otros**

$(\pi(P_k))$ : Grado de Criticidad del camino ( $P_k$ )