



**TRABAJO DE FIN DE GRADO**  
**GRADO EN INGENIERÍA MECÁNICA**

**ESTUDIO MEDIANTE ELEMENTOS  
FINITOS DE LAS TENSIONES  
PRODUCIDAS POR  
DESALINEAMIENTOS EN PUENTES  
DENTALES FIJOS**

**AUTOR: MANUEL PÉREZ SOTO**  
**DIRECTOR: JUAN JOSÉ RÓDENAS GARCÍA**

**VALENCIA, JULIO 2017**

## 1. AGRADECIMIENTOS

En primer lugar me gustaría agradecer a mi familia por apoyarme incondicionalmente, ayudarme a crecer y hacerme mejor día tras día. A mi padre por ser mi ejemplo a seguir; a mi madre por luchar contra viento y marea por su familia dándonos más incluso de lo que tenía y a mi hermana, sin la cual posiblemente hoy no estaría donde estoy. Lo que soy a día de hoy y lo que seré el día de mañana, os lo debo a vosotros.

Agradecer también a mis tíos Ana y Toño por ser como mis segundos padres, por cada consejo, cada risa y cada momento, gracias por todo. A mis primos Pablo y Laura me gustaría darles un consejo, no perdáis nunca esa inocencia y esa alegría por vivir que nos transmitís cada día, gracias por mantener despierto en mí ese niño curioso que no se olvida de jugar pero quiere saberlo todo.

A mis abuelas, Ledy y Dianora por ese amor que solo una abuela sabe dar; a mi tía Marianto y mi primo Luis Eduardo que son un ejemplo de lucha y superación.

Para continuar me gustaría agradecer a Juan José Ródenas García, "Juanjo", por guiarme a lo largo de este proyecto, ayudarme siempre con una sonrisa cuando lo he necesitado y por saber llevarme de la mejor manera posible.

A todos mis compañeros y amigos que me han acompañado a lo largo de la carrera, gracias por hacer este viaje más llevadero; Pedro, Nacho, Chakry, Julián, Óscar, Mota, Antoni... gracias por aportar vuestro granito de arena a hacer esto más fácil. Quiero hacer especial mención a dos personas que han sido mis principales apoyos durante la carrera tanto anímica como académicamente, Héctor y Juanan. Sin lugar a duda, con vosotros repetiría esta experiencia una y mil veces.

Por último, acordarme de aquellos que no están entre nosotros, mi amigo Sergio, lo conseguí amigo... y especialmente mis abuelos Antonio e Hipólito. Estoy seguro estarían muy orgullosos de lo que he logrado y en lo que me he convertido.

Gracias a todos los que han creído en mí y me han ayudado a llegar hasta aquí, aunque el camino solo acaba de empezar...

# ÍNDICE

<b>1. AGRADECIMIENTOS .....</b>	<b>1</b>
<b>2. OBJETIVOS .....</b>	<b>4</b>
<b>3. INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>5</b>
<b>3.1 INTRODUCCIÓN ANATÓMICA .....</b>	<b>5</b>
3.1.1 HUESO CORTICAL.....	8
3.1.2 HUESO ESPONJOSO .....	8
<b>3.2 INTRODUCCIÓN MECÁNICA .....</b>	<b>9</b>
<b>4. PROCEDIMIENTO DEL ESTUDIO.....</b>	<b>11</b>
<b>4.1 PREPARACION DEL ENTORNO .....</b>	<b>11</b>
<b>4.2 DEFINICIÓN DE LA GEOMETRÍA PRINCIPAL.....</b>	<b>13</b>
<b>4.3 APLICACIÓN CONDICIONES CONTORNO .....</b>	<b>19</b>
<b>4.4 GENERACIÓN DEL DESALINEAMIENTO.....</b>	<b>21</b>
<b>4.5 PREPARACIÓN DEL MALLADO .....</b>	<b>24</b>
<b>4.6 MALLADO .....</b>	<b>29</b>
<b>4.7 OBTENCIÓN DE LAS ECUACIONES DE RESTRICCIÓN .....</b>	<b>31</b>
<b>4.8 SOLUCIÓN DEL ESTUDIO .....</b>	<b>35</b>
<b>4.9 AUTOMATIZACIÓN DEL PROCESO .....</b>	<b>40</b>
4.9.1 PREPROCESADOR .....	41
4.9.2 ECUACIONES DE RESTRICCIÓN.....	44
4.9.3 POSTPROCESADOR .....	50
<b>5. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS .....</b>	<b>50</b>
<b>5.1 DESALINEAMIENTOS BÁSICOS.....</b>	<b>50</b>
5.1.1 DESALINEAMIENTO VERTICAL .....	50
5.1.2 DESALINEAMIENTOS HORIZONTALES.....	52
5.1.3 DESALINEAMIENTO OBLICUO .....	58
<b>5.2 DESALINEAMIENTOS MIXTOS .....</b>	<b>63</b>
5.2.1 DESALINEAMIENTO VERTICAL FIJO.....	63
5.2.2 DESALINEAMIENTO HORIZONTAL FIJO.....	67
5.2.3 DESALINEAMIENTO OBLICUO FIJO .....	75
<b>6. CONCLUSIONES.....</b>	<b>83</b>
<b>7. TRABAJOS FUTUROS .....</b>	<b>84</b>
<b>8. REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA .....</b>	<b>85</b>

<b>8.1REFERENCIAS .....</b>	<b>85</b>
<b>8.2BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>85</b>
8.2.1 ESTUDIOS PREVIOS Y APUNTES .....	85
8.2.2 ENLACES .....	85
<b><u>ANEXO 1.....</u></b>	<b><u>87</u></b>
<b><u>ANEXO 2.....</u></b>	<b><u>90</u></b>

## 2. OBJETIVOS

En los últimos años está creciendo de forma bastante clara el número de personas que optan por implantes dentales fijos en sustitución de los clásicos removibles. Este hecho viene dado por las numerosas ventajas que presentan estos con respecto de sus predecesores, como por ejemplo mayor sujeción en la mordida. En los implantes removibles lo frecuente es tener entre un 20-25% de fuerza y estabilidad con respecto a una boca sin ningún tipo de implantología, sin embargo con los implantes fijos podemos llegar a obtener en casos óptimos casi un 90%.

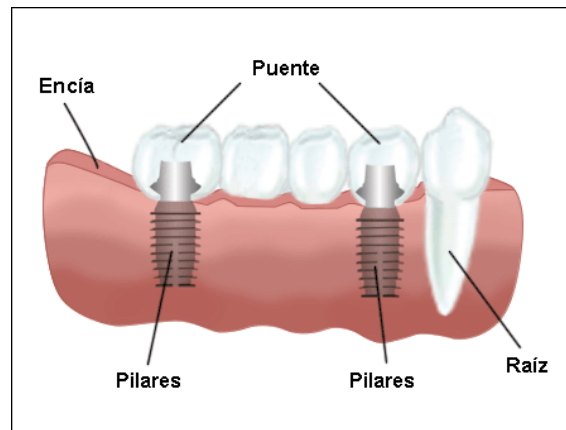
Por desgracia, seguimos cometiendo errores o bien en la fabricación del implante, o bien en su colocación o en el estudio de situación debido a la complejidad que tiene predecir cómo se comportará el cuerpo humano ante ciertos factores como pueden ser estos.

Es esto lo que nos ha llevado a realizar el estudio que a continuación se va a exponer. Con este estudio se pretende hacer una aproximación a una situación real con el objetivo de tener una visión global de las tensiones que se pueden encontrar en una encía con un implante dental fijo con algún tipo de desperfecto a la hora de su colocación. El objetivo es también determinar o aproximar la evolución de las sollicitaciones modificando ciertos aspectos del estudio.

### 3. Introducción

#### 3.1 INTRODUCCIÓN ANATÓMICA

Los puentes dentales fijos son un tipo de implante dental que consiste en la colocación de dos tornillos en las encías, que son conocidos como pilares, de manera que sobre estos descansa el puente que hará las veces de diente.



*Figura 1 Puente dental*

El principal problema que podemos encontrar de en la colocación de este tipo de implantes son desalineamiento entre la tornillería y el puente lo que genera un aumento de las tensiones que sufre la encía; mala sujeción de los pilares a la encía y por tanto reducción de la estabilidad de la estructura y aumento de las tensiones; algún defecto de fabricación que modifique el comportamiento real con respecto al teórico estudiado; o incluso una acumulación de todos los anteriores, lo que llevaría prácticamente con total certeza la estructura al colapso.

En este proyecto nos centraremos en el estudio de los diferentes desalineamientos que podemos encontrar entre el puente y los pilares. Al tratarse de una aproximación y no un estudio real vamos a trabajar con una estructura bidimensional de forma que podamos reducir el coste computacional del proyecto pero obtengamos unos resultados óptimos que se aproximen a la verdadera evolución tensional de la estructura.

Una vez colocado el puente en su posición idónea con respecto a uno de los pilares de la estructura podemos encontrar que en el lado opuesto no podamos repetir este proceso con el mismo grado de satisfacción ya que se han podido generar una serie de desalineamientos. En nuestro caso tendremos 3 tipos de desalineamiento principalmente: vertical, horizontal y oblicuo.

El desalineamiento vertical es aquel que encontramos cuando pilar y puente no coinciden a pesar de mantener paralelismo entre ejes y no sufrir desplazamiento horizontal, dicho coloquialmente, el tornillo o pilar se ha desplazado hacia abajo.

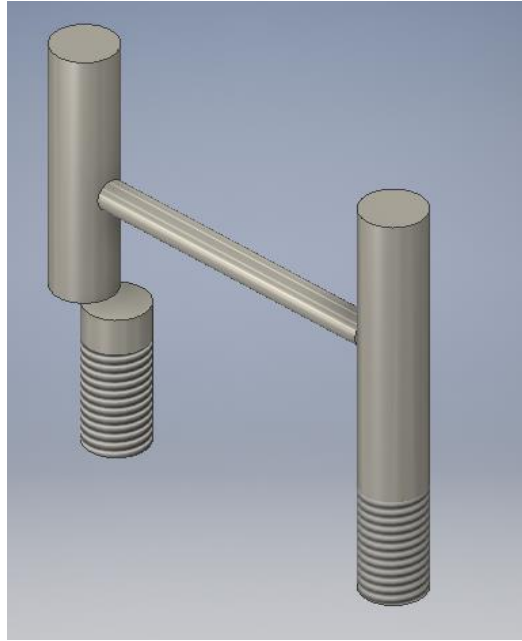
El desalineamiento horizontal es el que aparece cuando a pesar de estar en contacto las dos superficies existe un desplazamiento horizontal de forma que el eje del puente y del tornillo pese a ser paralelos no coinciden espacialmente.

Por último encontramos el desalineamiento oblicuo que es aquel en el cual existe un giro en el eje del pilar por lo que automáticamente este deja de ser paralelo al eje del puente, imposibilitando la correcta colocación.

Se han creado a partir de Inventor unos bocetos tridimensionales de la estructura de nuestro análisis como se puede ver en las siguientes imágenes.



*Figura 2: Puente idóneo*



*Figura 3: Desalineamiento horizontal*



*Figura 4: Desalineamiento oblicuo o giro*





Figura 5: Desalineamiento vertical

Para poder hacer una aproximación lo más real posible hemos de tener en cuenta que la mandíbula consta de dos tipos de huesos diferentes. Por un lado encontramos tanto en la parte superior como en la parte inferior el hueso cortical, y por otra parte encontramos, entre las dos capas mencionadas con anterioridad, el hueso trabecular, o como es comúnmente conocido: hueso esponjoso.

### 3.1.1 HUESO CORTICAL

El hueso cortical supone la capa superior así como la capa inferior de nuestro estudio, se encarga de aportar rigidez a la estructura debido su capacidad de soportar altos grados de carga con deformaciones bajas, o dicho de otra forma: tiene un módulo de Young elevado.

En nuestro caso supondremos un material isótropo y elástico lineal con los siguientes datos<sup>1</sup>:

- $E_c = 13.7 \text{ GPa}$
- $\nu_c = 0.3$

### 3.1.2 HUESO ESPONJOSO

El hueso esponjoso, o trabecular, es el hueso que encontramos entre las dos capas de hueso cortical, aporta cierta flexibilidad a la estructura lo que significa que encontraremos un material con menor índice de Young y mayor nivel de deformación (Figura 7).

En nuestro estudio supondremos este hueso como un material isótropo y elástico lineal con los siguientes datos<sup>1</sup>:

- $E_E = 1.37 \text{ GPa}$
- $\nu_E = 0.3$

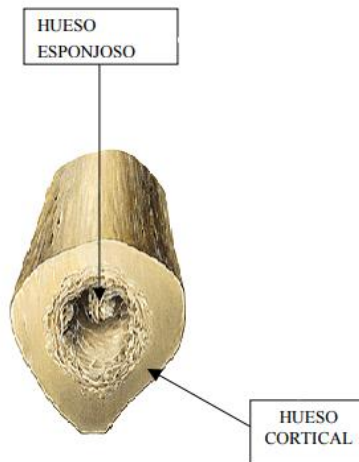


Figura 6: Diferenciación hueso cortical y esponjoso

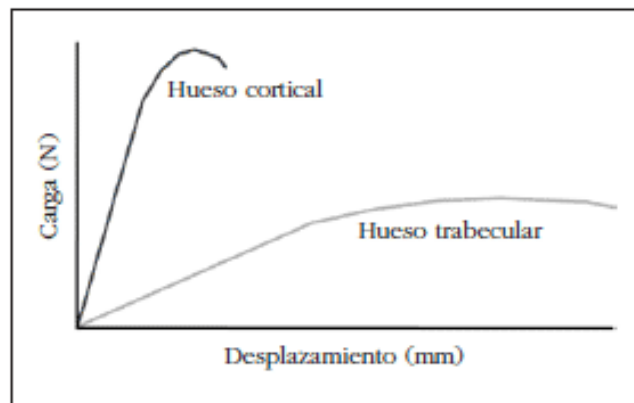


Figura 7: Gráfica ensayo tracción hueso cortical y trabecular

### 3.2 INTRODUCCIÓN MECÁNICA

Los elementos finitos es la metodología más utilizada en el ámbito de ingeniería para la resolución de problemas de contorno. Los problemas de contorno son problemas que están gobernados por una o más ecuaciones diferenciales o integrales dentro de un dominio y por una serie de especificaciones en el contorno o frontera de dicho dominio. Para hallar la solución correcta de estos problemas hay que buscar la condición extrema de un funcional sobre el dominio completo.

Generalmente, la solución a dichos problemas se obtiene minimizando la energía potencial del sistema, lo que nos da dos tipos de metodología de resolución:

- Solución analítica: es la solución exacta del problema, sin embargo, salvo que nos encontremos con situaciones muy sencillas este tipo de solución va a ser prácticamente inalcanzable.

- Solución aproximada: debido a la imposibilidad de obtener el resultado exacto de nuestro problema en la mayoría de las situaciones, se han desarrollado una serie de métodos para obtener una solución aproximada. Esta solución será solo válida en aquellas situaciones que tengamos el error acotado y claramente definido dentro de unos parámetros estipulados previamente a la resolución. Dentro de esta modalidad de resolución encontramos otros subgrupos entre los que destacan el método de las diferencias finitas, elementos de contorno y el principal y que nos ocupa, los elementos finitos

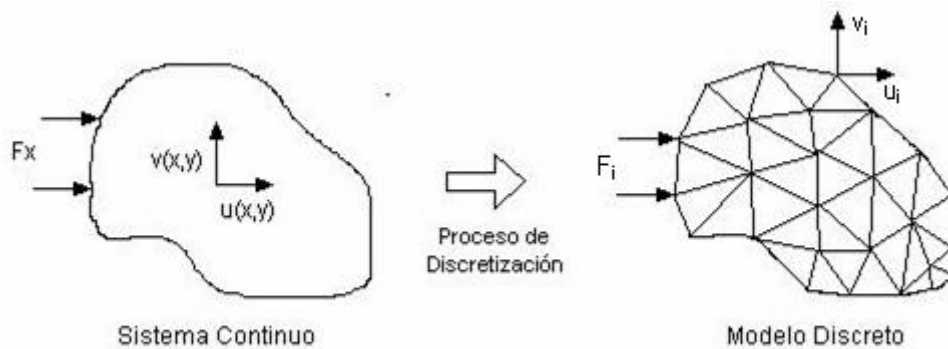


Figura 8: Discretización por elementos finitos

El método de elementos finitos (MEF) es una metodología que se basa en la discretización de un sistema continuo en subdominios (elementos finitos) definidos por los nodos que conectan entre sí. Para cada elemento se aproximarán una serie de funciones incógnita mediante funciones polinómicas en función de un conjunto de variables discretas.

El proceso que aparece en la Figura 8 es el proceso explicado con anterioridad. Se puede apreciar como de un sistema continuo con dos fuerzas aplicadas pasamos a numerosos sistemas discretos (elementos). El comportamiento de cada uno de estos elementos (en este caso podemos observar que son elementos triangulares lineales) vendrá dado por sus respectivas funciones incógnita definidas con respecto a sus variables discretas.

Una de las grandes ventajas de esta metodología radica en que las ecuaciones de comportamiento de un dominio pueden aproximarse ensamblando las ecuaciones de comportamiento de cada uno de los elementos pertenecientes al dominio. De esta forma la obtención del comportamiento aproximado del dominio se puede obtener de una forma sistematizada, facilitando los cálculos de forma considerable.

Así pues tendríamos por tanto que resolver un sistema de ecuaciones cuya cantidad de incógnitas vendría por el número de elementos. De forma que tendríamos que resolver un

sistema de ecuaciones  $n-1$  grados de libertad, siendo  $n$  el número de nodos que encontramos en la discretización de nuestro dominio.

Debido a la complejidad de la resolución de este tipo de problemática se han desarrollado lo que se conoce como programas de elementos finitos. Este tipo de programas es una de las herramientas computacionales más importantes del mercado debido a su potencia y capacidad de resolución de problemas con un alto grado de complejidad de forma relativamente sencilla.

En nuestro caso, y para el estudio que nos atañe utilizaremos uno de los programas más usados en la industria y del cual la universidad nos proporciona una licencia a todos los estudiantes. Este programa es Ansys, y en nuestro caso más particular trabajaremos su variante enfocada a la resolución de problemas de elasticidad utilizando elementos finitos: Mechanical APDL Product Launcher, más concretamente la versión 17.0.

## 4. PROCEDIMIENTO DEL ESTUDIO

Para la realización de nuestro estudio se pueden diferenciar diferentes etapas para la obtención de unos resultados óptimos que nos permitan hacer lecturas con la mayor fiabilidad de lo que ocurre en este tipo de situación. Las etapas que encontramos en este proceso son:

- 4.1 Preparación del entorno
- 4.2 Definición de la geometría principal
- 4.3 Aplicación condiciones de contorno
- 4.4 Generación del desalineamiento
- 4.5 Preparación del mallado
- 4.6 Mallado
- 4.7 Obtención de las ecuaciones de restricción
- 4.8 Solución del problema
- 4.9 Automatización del proceso

### 4.1 PREPARACION DEL ENTORNO

Para realizar un correcto estudio de la situación que se plantea, lo primero que hay que hacer es especificar al programa es el tipo de elementos con el que va a trabajar, así como confirmarle que vamos a realizar un estudio suponiendo deformación plana y con desplazamiento puro.

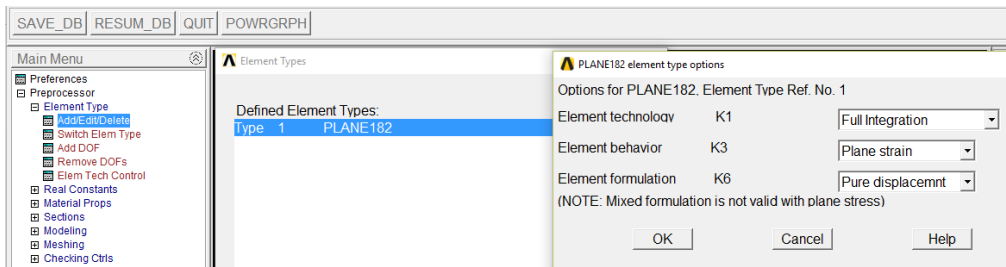


Figura 9: Especificación de elementos en Ansys

Como se puede apreciar en la Figura 9, se ha optado por utilizar los elementos PLANE 182. Estos elementos son elementos rectangulares o triangulares (según como especifique el usuario), lineales y bidimensionales. Cada uno de los nodos de este tipo de elementos tiene dos grados de libertad, traslación nodal en dirección X y en dirección Y (Figura 10).

En nuestro caso trabajaremos con elementos triangulares de forma que se pueda reducir el error por discretización de nuestro modelo ya que los elementos cuadráticos y lineales en la zona de tornillería no aproximan la geometría inicial con la misma exactitud, lo que provoca un mayor error en nuestros análisis.

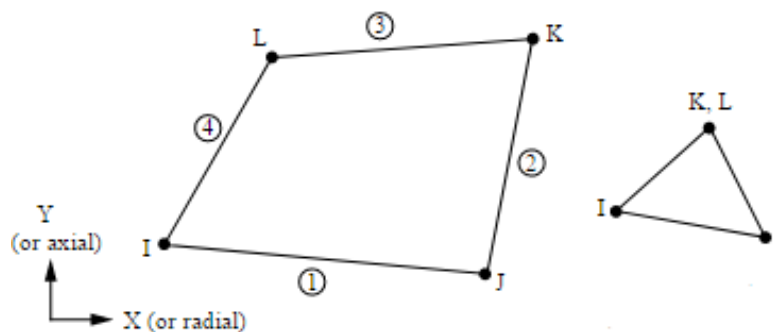


Figura 10: PLANE 182

Una vez tenemos las especificaciones propias del mallado pasaremos a proceder a la creación en la biblioteca de nuestro programa de los tres materiales con los que nos vamos a encontrar a lo largo de nuestro análisis.

Cabe señalar un par de puntualizaciones previamente a la creación de los materiales. En primer lugar, como ya se ha mencionado, se supondrá un comportamiento isótropo y elástico lineal tanto del hueso cortical como del hueso trabecular ya que no existe una variación relevante con respecto a un resultado real haciendo esta suposición<sup>2</sup> aunque sin embargo, esta suposición disminuye significativamente el coste computacional de nuestro estudio.

Por otra parte, se realizará el estudio asumiendo que tanto tornillería como puente serán de titanio, que es, junto al oro, uno de los materiales más utilizados en este tipo de tratamiento.

Para crear los materiales en nuestra biblioteca, debemos ir dentro del preprocesador (“Preprocessor”) a propiedades de los materiales y seleccionar los modelos de materiales que encontraremos en nuestro estudio (“Material Props” -> “Material Models”). Seleccionamos un modelo estructural, lineal, elástico e isotrópico. De esta forma, el cuadro de diálogo solo nos pedirá que le demos en módulo de Young y el Coeficiente de Poisson de nuestros materiales. En el caso del titanio, como se puede ver en la Figura 11 tenemos un módulo de Young de 110 GPa y un coeficiente de Poisson de 0.28<sup>3</sup> que son datos frecuentes en el titanio utilizado con estos fines.

- $E_T = 110 \text{ GPa}$
- $\nu_T = 0.28$

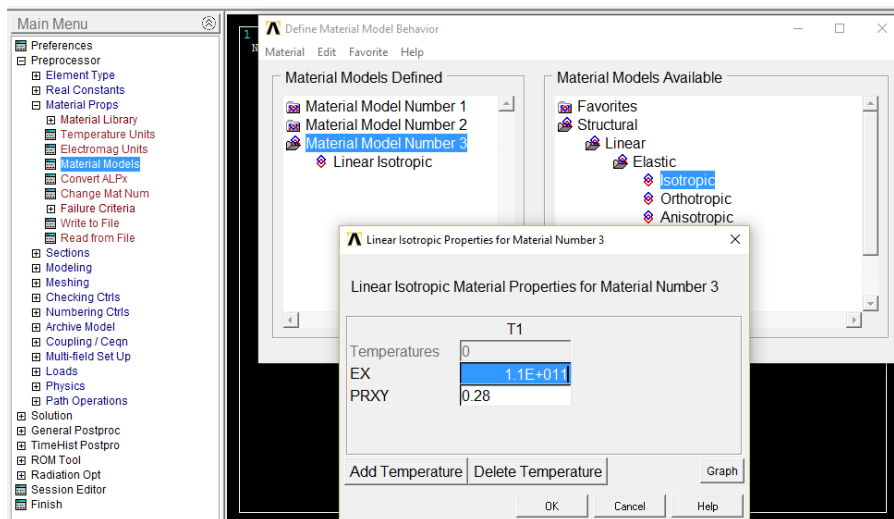


Figura 11: Creación materiales en Ansys (Titanio)

En nuestro caso particular, se ha tomado como material 1 el hueso cortical, como material 2 el hueso trabecular y como material 3 las prótesis de titanio

## 4.2 DEFINICIÓN DE LA GEOMETRÍA PRINCIPAL

El siguiente paso para la obtención de los resultados que queremos estudiar es generar la geometría en nuestro programa de forma que tengamos una geometría que a pesar de las simplificaciones geométricas que se llevan a cabo, no olvidemos que el estudio se hará para desalineamientos bidimensionales, podamos obtener resultados adecuados y aproximados en la medida de lo posible a una situación real.

Lo primero de todo, es entender la geometría que queremos simular en este estudio. La geometría que se va a analizar consiste en dos tornillos que irán atornillados a la encía sobre los que descansará el puente.



Figura 12: Puente dental paso a paso

Como primera aproximación de nuestro estudio, se planteó la posibilidad de importar la geometría de una tornillería a partir de una base de datos o de un programa de diseño tridimensional como podría ser Inventor o SolidWorks. Esta opción se descartó de forma considerablemente rápida debido a que en nuestro caso se iba a hacer un análisis bidimensional, lo que imposibilitaba esta opción por completo, y por otro lado se encuentran numerosos problemas a la hora de generar mallados en geometrías importadas como .IGS o .IPT a Ansys debido a la carencia de preparación previa de la geometría. A lo largo de este documento se explicará y entenderá lo que se entiende por "preparación previa"

Debido a la necesidad de tener una geometría óptima para la obtención del mallado, se descartan todas las posibilidades de generar esta geometría a partir de áreas directamente obtenidas con el programa y se opta por la creación manual de todos los puntos de nuestra estructura.

Para la obtención de estos puntos que nos servirán para la creación a posteriori de nuestra geometría simplemente debemos ir al "Main Menu" que encontramos en la parte izquierda de la Figura 13.

Dentro del "Preprocessor" o preprocesador, vamos a la opción de "Modeling" que nos permitirá la creación y modificación de la geometría que vamos a analizar, seleccionamos la

opción de crear "Create" y creamos nuestros puntos ("Keypoints") en nuestro sistema de coordenadas actual (In active CS).

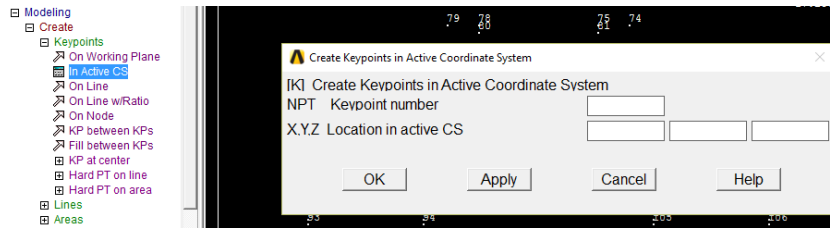


Figura 13: Creación puntos en Ansys

Se introducen las coordenadas de los diferentes puntos que se han decidido y se generan los mismos. Las coordenadas que se han decidido en nuestro caso se pueden ver en el Anexo 1. Para el análisis que se realizará se obvian los valores del eje Z debido que se considera un estado bidimensional en el que Z siempre valdrá cero.

Tras introducir estos valores nos encontraremos con una situación muy similar a las Figura 14 y Figura 15.

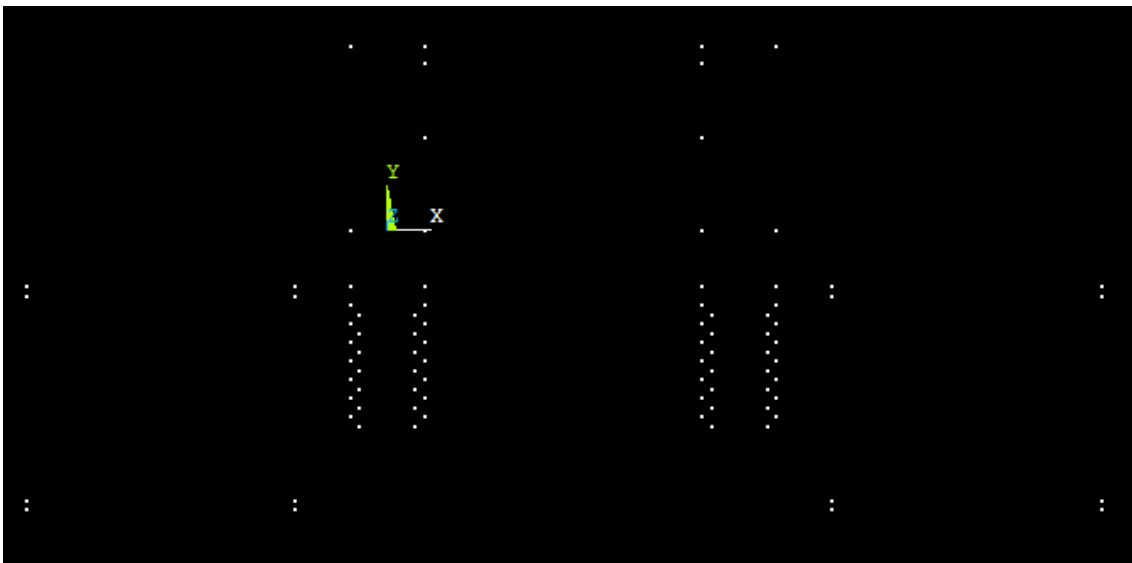


Figura 14: Puntos de Nuestro Dominio





*Figura 15: Detalle Puntos de los Pilares*

Una vez tenemos los puntos de la geometría creados procederemos a crear las líneas de nuestro dominio prestando especial atención a un detalle: en la cabeza del pilar izquierdo tenemos 4 puntos en lugar de dos. Esto se debe a lo que anteriormente se ha mencionado como preparación previa ya que será este tornillo en el que se generará el desalineamiento de nuestra estructura y necesitamos, por tanto, que la parte inferior del puente y la parte superior de nuestro pilar sean antes totalmente diferenciados de forma que tengan un comportamiento independiente el uno del otro.

Sabiendo esto ya estamos en disposición de generar las líneas que conformarán nuestra estructura de a analizar.

Para ello, dentro de la misma opción de “Create” se nos permite la posibilidad de crear líneas (“Lines”). En nuestro caso, al tener los puntos ya definidos y sabiendo que son líneas rectas utilizaremos la opción de “Straight Line” e iremos seleccionando los puntos a partir de los cuales generaremos las líneas, obteniendo la Figura 17. Cabe mencionar que de cara a no tener problemas con la generación de la malla y posterior interpretación de los resultados se debe separar por un lado el roscado de la tornillería del pilar y por otro la cabeza del tornillo de forma que cuando más adelante se aplique la operación booleana (ya se explicará con detalle llegado el momento) se pueda tener una geometría que nos permita un comportamiento uniforme de la encía y del tornillo.

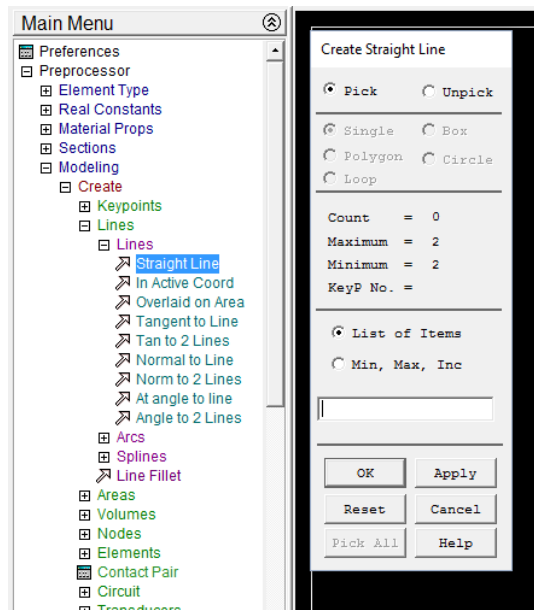


Figura 16: Creación de Líneas de Unión entre Puntos

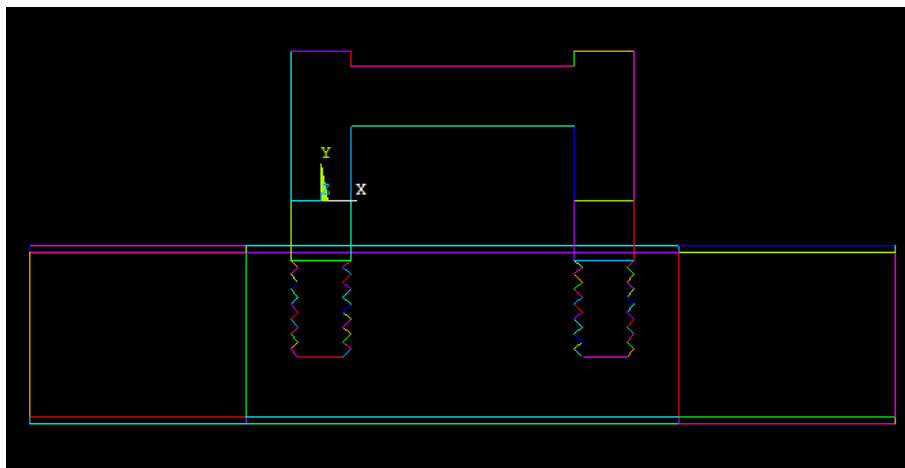


Figura 17: Líneas del Diseño

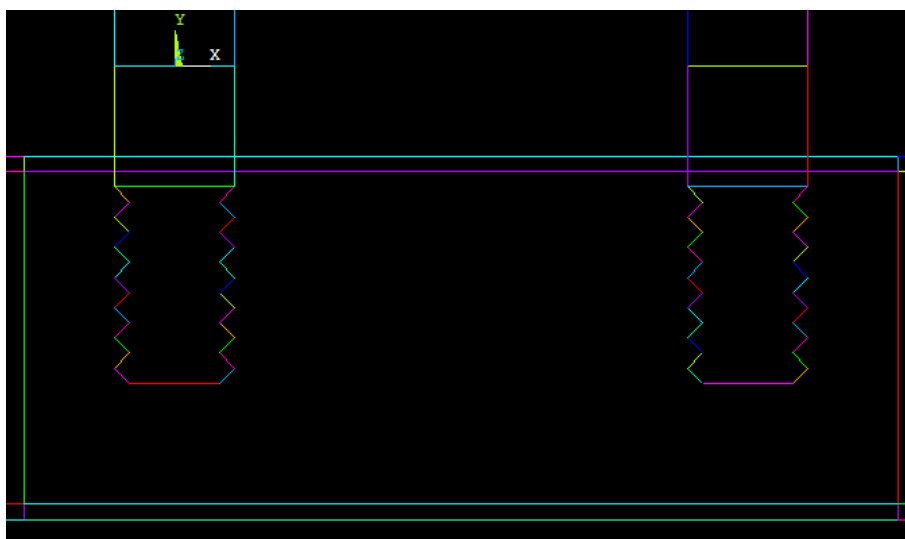


Figura 18: Detalle Líneas de los Pilares

A continuación se definen las áreas de nuestra geometría. Para esto pasamos de “Lines” a “Areas”, siempre dentro de “Create”. Debido a que tenemos las líneas, a partir de las cuáles vamos a crear la geometría, ya definidas se seleccionan las opciones de crear un área arbitraria (“Arbitrary”) definida por líneas (“By lines”). Se seleccionan todas las líneas de cada una de las áreas y se clican en “OK” o en “Apply” de forma que el programa automáticamente selecciona el área encerrada entre dichas líneas.

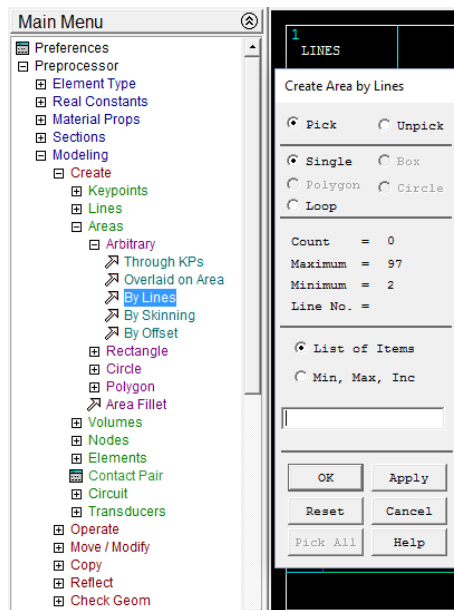


Figura 19: Creación Áreas en Ansys

Hay que tener especial cuidado a la hora de hacer este paso ya que gran parte de los problemas de la generación de la geometría aparecen aquí. Si se hace de forma correcta se obtiene una geometría inicial como la que podemos encontrar en la Figura 20 y por tanto se podría decir que tendríamos la geometría principal definida. Será pues, a partir de este diseño sobre el que partirán todos nuestros análisis, y por tanto, sobre el que generaremos todos los desalineamientos.

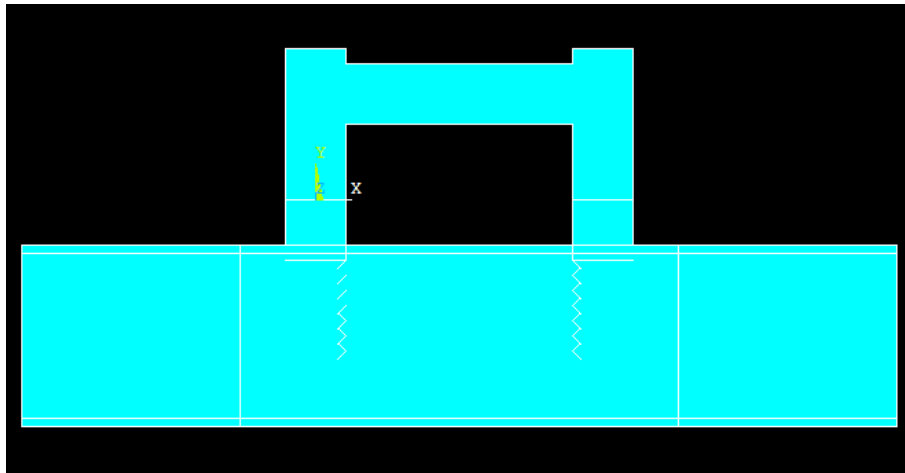


Figura 20: Áreas del Dominio

### 4.3 APLICACIÓN CONDICIONES CONTORNO

El siguiente paso una vez tenemos acotado el dominio de nuestro estudio, debemos aplicar las condiciones de contorno. Las condiciones en nuestro contorno serán condiciones de primer tipo o condiciones de Dirichlet.

Las condiciones de contorno de Dirichlet son aquellas en las que a una ecuación diferencial ordinaria o una ecuación en derivadas parciales se les impone un valor determinado y conocido. En este caso tenemos este tipo de condición ya que conocemos los valores de los desplazamientos en los extremos de nuestro sistema.

Dichos desplazamientos van a tener valor nulo, o dicho de otra forma, tendremos los laterales empotrados impidiendo cualquier tipo de desplazamiento o de giro. El mero hecho de hacer esta suposición nos ha creado la necesidad de aumentar la distancia desde la tornillería hasta los empotramientos.

Esto es debido a que la imposición generada en los extremos de nuestra figura generará unas tensiones de reacción que modificarán el comportamiento de los nodos colindantes, si estos nodos se encuentran cerca de la zona que queremos analizar los resultados se pueden ver ostensiblemente alterados por esta tensión que, en una situación real no existe.

Por la metodología de trabajo utilizada por el programa, el promediado en los nodos, este error se hace más grande conforme nos acercamos a las zonas de imposición de empotramientos perfectos. Así pues, alejando estas suposiciones de las zonas interesantes para nuestro estudio podemos reducir considerablemente el error cometido.

Para introducir estas condiciones de empotramiento en nuestro sistema debemos aplicar unas cargas estructurales de desplazamiento en las líneas que queremos considerar empotradas.

Para ello vamos al preprocesador, seleccionamos “Loads” -> “Define Loads”-> “Apply”-> “Structural”-> “Displacement”-> “On lines” (Figura 21) y seleccionamos las líneas tanto de hueso cortical como de hueso trabecular, que delimitan nuestro dominio por los extremos

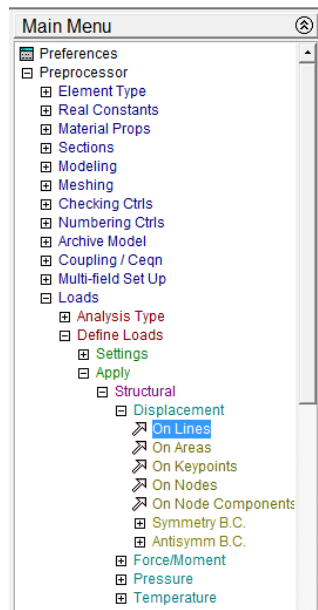


Figura 21: Aplicación condiciones de contorno en Ansys

Nos aparecerá un cuadro diálogo pidiendo que se especifique que desplazamientos se quieren y en que ejes se desean. Para una suposición de empotramiento en posición inicial se seleccionan todos los desplazamientos “ALL DOF” y con un valor nulo como se puede apreciar en la Figura 22

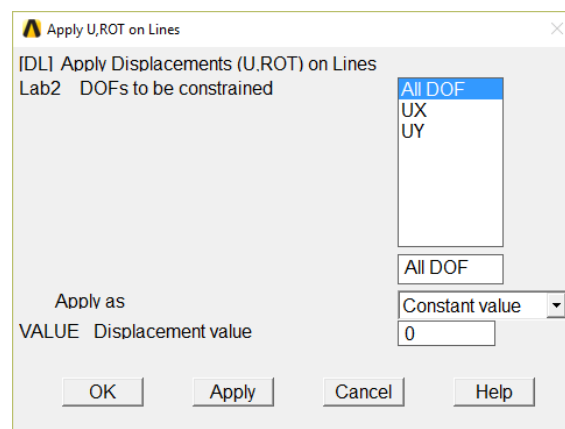


Figura 22: Cuadro diálogo de condiciones de contorno

Como se puede apreciar solo se nos permite restringir movimientos en los ejes X e Y ya que son los únicos grados de libertad que encontramos en los elementos que hemos utilizado, los PLANE 182 (Figura 10)

De esta forma ya tenemos geometría y condiciones de contorno definidas en nuestro programa, podemos por tanto pasar al principal problema de nuestro estudio, la generación del desalineamiento y posteriormente la obtención de las ecuaciones de restricción.

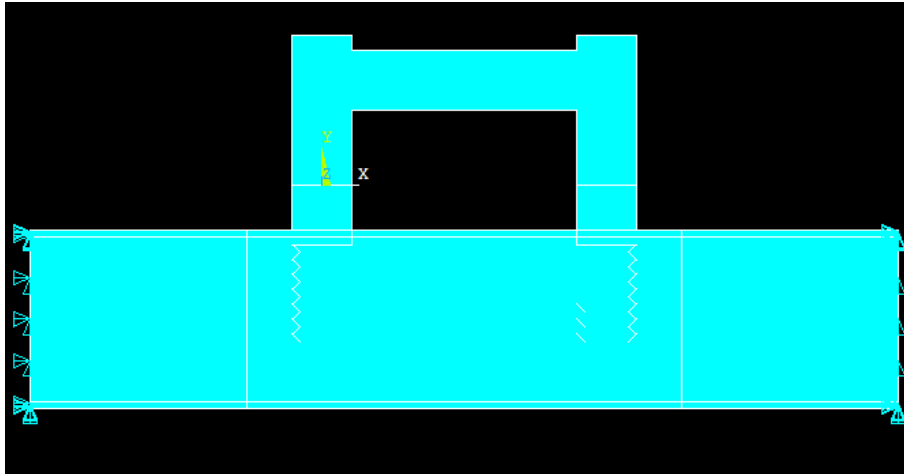


Figura 23: Geometría Principal con Condiciones de Contorno

#### 4.4 GENERACIÓN DEL DESALINEAMIENTO

Es en esta etapa donde se encuentran los principales problemas a la hora de crear una geometría óptima de cara al estudio que se plantea.

Cabe mencionar que, tal y como se ha podido apreciar a lo largo de las imágenes se han colocado los puntos de forma que tengamos el eje de coordenadas de tal manera que se encuentre justo en el eje longitudinal del pilar izquierdo y por tanto cuando se trabaje con desalineamientos oblicuos encontraremos menos dificultades y por tanto reduciremos los costes computacionales.

Antes de generar la imperfección de nuestro sistema se deberá crear un sistema de referencia cilíndrico en la misma ubicación en la que tenemos el actual, de forma que cuando generemos este desalineamiento se trabajará con dicho sistema de referencia facilitando en gran medida el trabajo.

Para crear el sistema de referencia tenemos que ir a “Workplane”/ “Local Coordinate System”/ “Create CS”/ “At WP origin” (Figura 24). De esta forma se creará un sistema de referencia local, que se seleccionará cilíndrico (Figura 25), en el mismo punto en el que tenemos el eje de coordenadas global cartesiano.

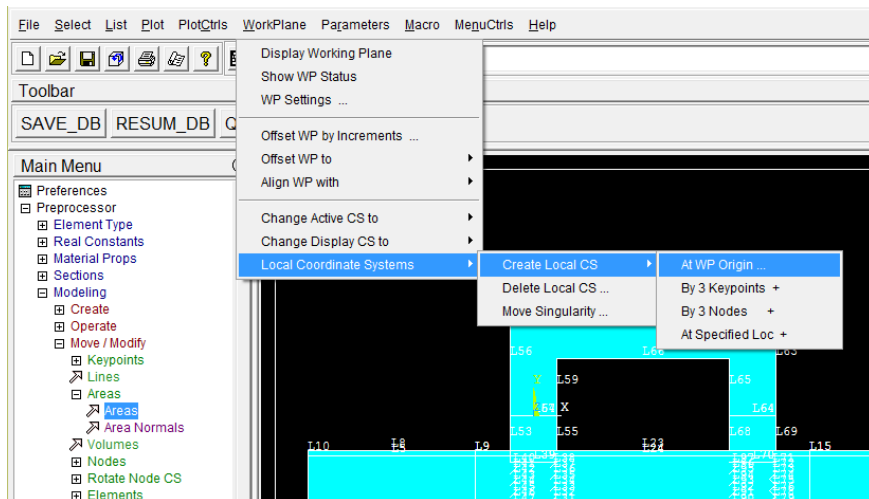


Figura 24: Creación sistema de coordenadas local

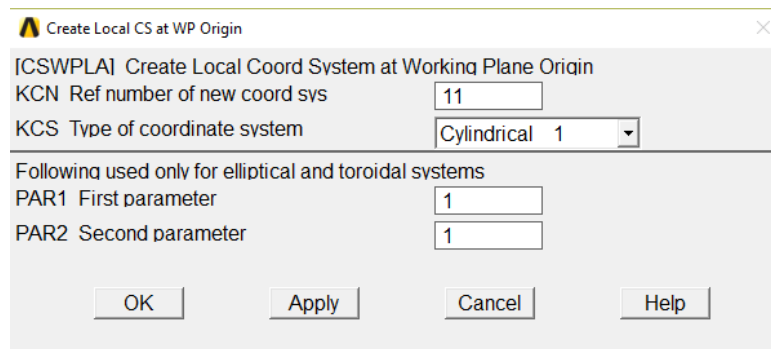


Figura 25: Especificación de sistema de coordenadas cilíndrico

Por tanto, una vez tenemos generados nuestros sistemas de coordenadas tanto cartesianos como cilíndrico podemos pasar de uno a otro simplemente introduciendo en el cuadro de diálogo: **csys,n**. Siendo n el numero asociado al sistema de referencia que queremos utilizar, en el caso de la Figura 25 sería: **csys,11**.

Así pues, para generar un desalineamiento simplemente debemos mover o girar el pilar izquierdo. Para esto debemos, dentro de “Modeling” ir a “Move/Modify” -> “Areas” y se seleccionan las dos áreas de la que está compuesto el pilar (Figura 26). Al aceptar nos aparecerá un cuadro de diálogo donde nos pedirá que escribamos el desplazamiento de las áreas seleccionadas.

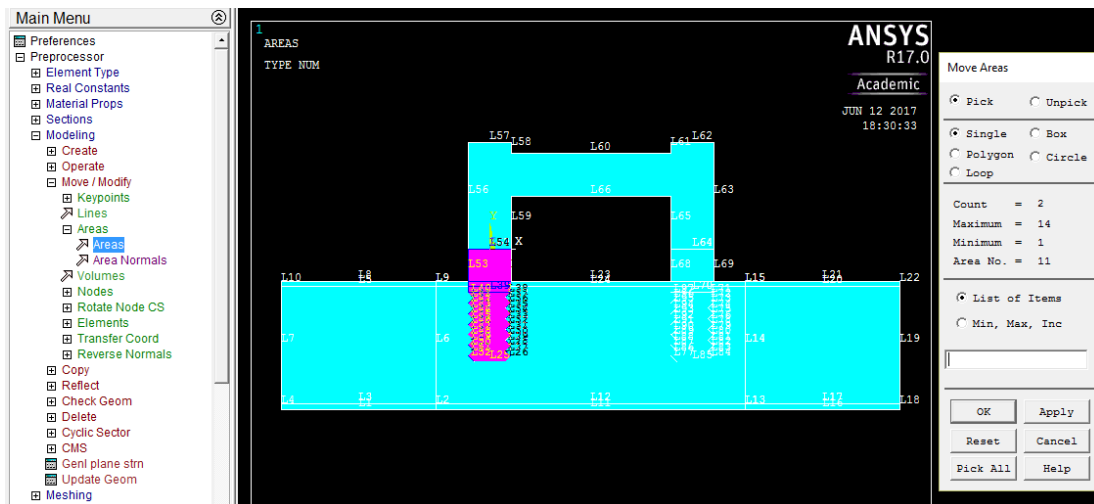


Figura 26: Desplazamiento de áreas para desalineamiento

Según qué sistema de coordenadas tengamos activado en ese momento deberemos generar o bien un desplazamiento lineal a lo largo del Y o del X, o bien un giro.

Para el desplazamiento lineal debemos tener activado el sistema de referencia cartesiano mientras que para el oblicuo debemos tener activo el sistema de referencia cilíndrico. Sea cual sea el que tengamos activado nos aparecerá un cuadro de diálogo como el de la Figura 27 en el cual debemos introducir (en metros y en grados respectivamente) los datos de nuestra imperfección.

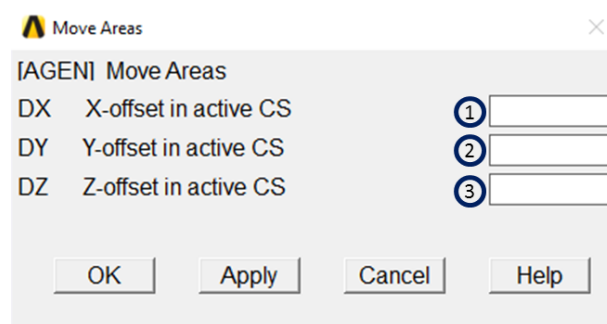


Figura 27: Cuadro diálogo para desplazamiento de áreas

Para los desplazamientos lineales, tenemos que cada uno de los espacios a completar equivalen al eje correspondiente, por lo que:

1. Desplazamiento en eje X
2. Desplazamiento en eje Y
3. Desplazamiento en eje Z

Sin embargo, hay que tener en cuenta no ocurre lo mismo si hablamos del sistema de referencia cilíndrico. En el sistema de referencia cilíndrico DX no hace referencia al



desplazamiento en X, lo mismo que ocurre con el resto de ejes. Para un sistema cilíndrico, en nuestro caso particular hablaremos de un sistema cilíndrico con el eje Z cartesiano como referencia de giro, en el apartado 1 de la Figura 27 nos referiremos al desplazamiento radial (dirección X cartesiana). Por tanto, en caso de tener un sistema de coordenadas cilíndrico hay que tener en cuenta que:

- 1 Desplazamiento radial (dirección X cartesiana)
- 2 Desplazamiento angular en eje XY
- 3 Desplazamiento axial (dirección Y cartesiana)

De esta forma se conseguiría el desplazamiento que se está buscando para poder hacer nuestro análisis y por tanto poder pasar a preparar la geometría para hacer una malla y un estudio adecuado.

En la Figura 28 se puede ver un desalineamiento combinado entre los tres básicos, concretamente un desalineamiento oblicuo de 2 grados junto a un horizontal en sentido positivo del eje X, de 200 micras y un vertical en sentido negativo del eje Y de 200 micras.

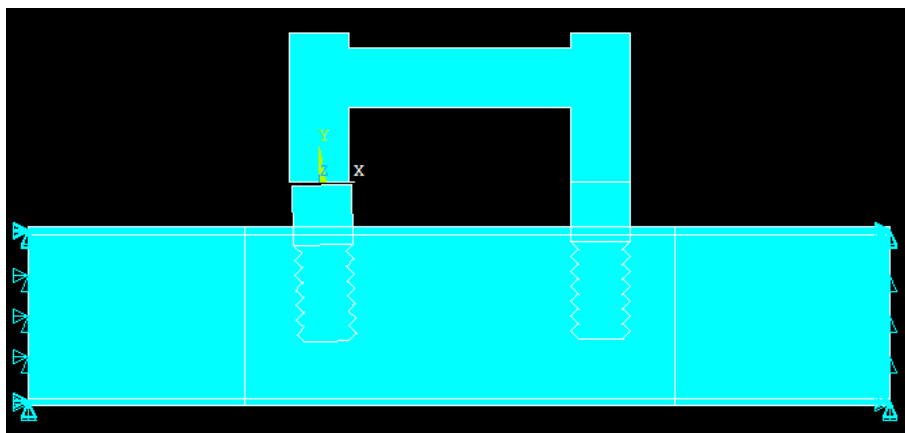


Figura 28: Desalineamiento Dental

#### 4.5 PREPARACIÓN DEL MALLADO

En este apartado es donde se comienzan a plantear los verdaderos problemas de cara a la resolución de nuestro análisis. Por un lado debemos determinar cómo se va a imponer a nuestro sistema que las superficies del puente y de la tornillería coincidan a pesar de tener un desalineamiento y que además transmitan las cargas a pesar de estar separadas.

En un principio se planteó una posible solución utilizando una herramienta muy común de Ansys que se llama conocida como "Prestress". Esta herramienta simula la tensión que se genera en una unión atornillada a partir de crear un imposición de coincidencia en dos líneas de nodos seleccionados previamente. Esta opción se descartó debido a que estudiándola a fondo,

se encontró que para poder llevar a cabo este tipo de procedimiento es necesario utilizar unos elementos específicos dentro del programa (PREST 179) que para nuestra desgracia no son útiles en nuestro estudio porque se trata de elementos cuadráticos tridimensionales. Y como hemos mencionado con anterioridad, vamos a suponer una estructura bidimensional.

Por tanto después de analizar esta opción se barajaron otras posibilidades, que fueron descartadas por motivos similares. Sin embargo, a raíz de esta primera opción surgió la idea que finalmente se optó por utilizar. Al igual que se hace en el prestress, la solución que se plantea a esta problemática en este estudio es la imposición de coincidencia de nodal, en este caso los nodos del pilar con los del puente mediante ecuaciones de restricción.

En puntos posteriores se explicará con más detalle la metodología, funcionamiento y obtención de estas ecuaciones de restricción. Para este apartado nos interesa conocer que para que estas ecuaciones de restricción cumplan con su cometido, las dos líneas que deberían estar en contacto deben tener el mismo número de nodos y estos deben estar colocados exactamente en la misma ubicación con respecto al eje de coordenadas local de las líneas.

Otra de las puntualizaciones que se tienen cuenta en este apartado es la necesidad de un comportamiento homogéneo entre el hueso cortical superior y los pilares, dicho de otra forma, se supondrá una encía sana de forma que habrá una sujeción perfecta de la encía al pilar por lo que deformarán de manera homóloga, no habrá ningún hueco entre la tornillería y la encía.

Con estas necesidades ya definidas procederemos a preparar nuestra geometría para un mallado eficiente que nos permita obtener resultados satisfactorios.

Para ello y con el objetivo de cerciorarnos de la última especificación mencionada, debemos hacer que las líneas que delimitan las encías corten la tornillería de forma que al sustraer la misma consigamos dicho comportamiento uniforme en las zonas de unión entre tornillería y encía.

Para este entramado de operaciones debemos recurrir a los booleanos. Los booleanos son operaciones que tienen únicamente dos valores como posible solución, en este caso encontramos la aplicación de esta particularidad matemática para la manipulación de áreas de forma que nos aproximemos a un boceto lo más real posible.

Así pues, comenzaremos, como hemos mencionado, dividiendo la cabeza del tornillo con las líneas que delimitan el hueso cortical superior. Para esto, debemos ir a "Operate", seleccionar los booleanos e ir a "Divide". Como hemos mencionado queremos que un área sea

dividida por las líneas que la atraviesan, por lo que seleccionamos: “Area by Line”. De esta forma y seleccionando primero las áreas de ambos tornillos y posteriormente las líneas horizontales del hueso cortical superior tendremos la primera parte de esta operación completada.

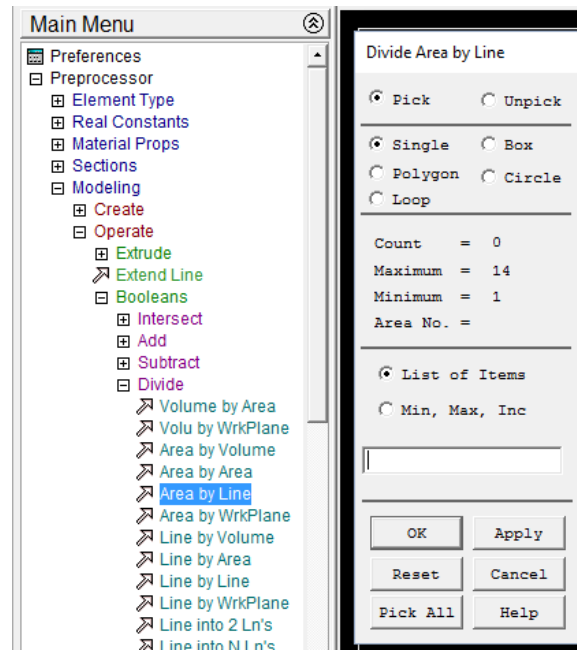


Figura 29: Dividir Cabeza Tornillos con las Líneas de los Huesos

A continuación debemos sustraer el área de los pilares de la encía simulando así el taladrado real de nuestra estructura. Como hemos mencionado, procederemos a utilizar booleanos de nuevo, en este caso se utilizará “Subtract”.

En este caso queremos sustraer áreas, pero no queremos generar un vacío, nuestro objetivo es dejar la geometría de la tornillería de forma que indicando diferencia de materiales entre ambas estructuras, como veremos más adelante, se cree una situación de carga real. Por esto se selecciona la sustracción con opciones. Este tipo de booleano al contrario que el predeterminado que te elimina por defecto la geometría te da la posibilidad de definir qué áreas te quieres quedar y cuales deseas eliminar. De esta forma, y seleccionando esta opción nos encontraremos con un cuadro de diálogo como el que se observa en la Figura 30

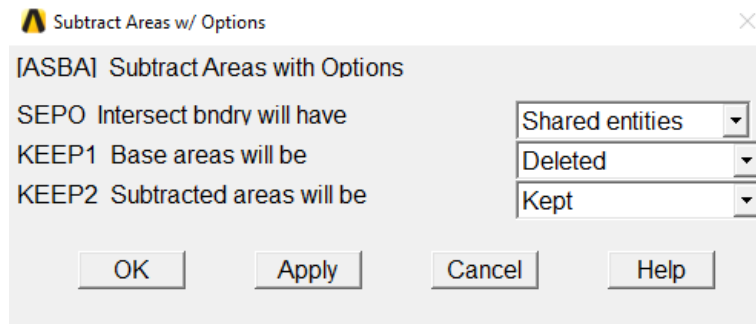


Figura 30: Especificación en sustracción

Como observamos en la imagen anterior se le especifica al programa que en la intersección deberá compartir entidades, de esta forma conseguimos la homogeneidad de comportamiento que deseábamos, ya que tanto encía como puente compartirán todas las líneas y el comportamiento que tenga uno lo tendrá el otro.

Por otro lado, KEEP1 nos especifica que se quiere hacer con la base sobre la que se parte, en nuestro caso, la encía. Y dado que pretendemos simular un taladrado, esta debe ser eliminada. KEEP 2, por su parte nos hace referencia a que queremos que ocurra con el área que vamos a sustraer. En nuestro caso, debido que queremos quedarnos con la tornillería exclusivamente, le especificamos al programa que se quede con las segundas áreas seleccionadas.

De esta forma ya tenemos los pilares diseñados acorde a nuestras necesidades, solo nos queda pues una manera de especificar al programa que ambas líneas tengan el mismo número de nodos y estos se encuentren (dentro de los ejes locales de dicha línea) en la misma ubicación.

Para esto, se opta por generar capas en nuestras líneas con un número específico de nodos. De esta forma, pase lo que pase a lo largo del mallado, salvo refinamiento manual, siempre tendremos esta situación en la coincidirán siempre número de nodos y posición de los mismos respecto de los ejes locales de la línea.

En nuestro caso, y aprovechando que son dos líneas con la misma longitud y que será así en todas las situaciones de nuestro estudio, definimos en cuantos elementos queremos dividir las líneas. Que en nuestro estudio, serán 20.

Para esto, debemos continuar en el preprocesador, ir a la opción de mallado “Meshing” y dentro de esta seleccionar la herramienta de mallado “Meshtool”. Nos aparecerá una pestaña como la que tenemos en la derecha de la Figura 31. Debemos seleccionar que queremos aplicar una capa o “layer” en ambas líneas.

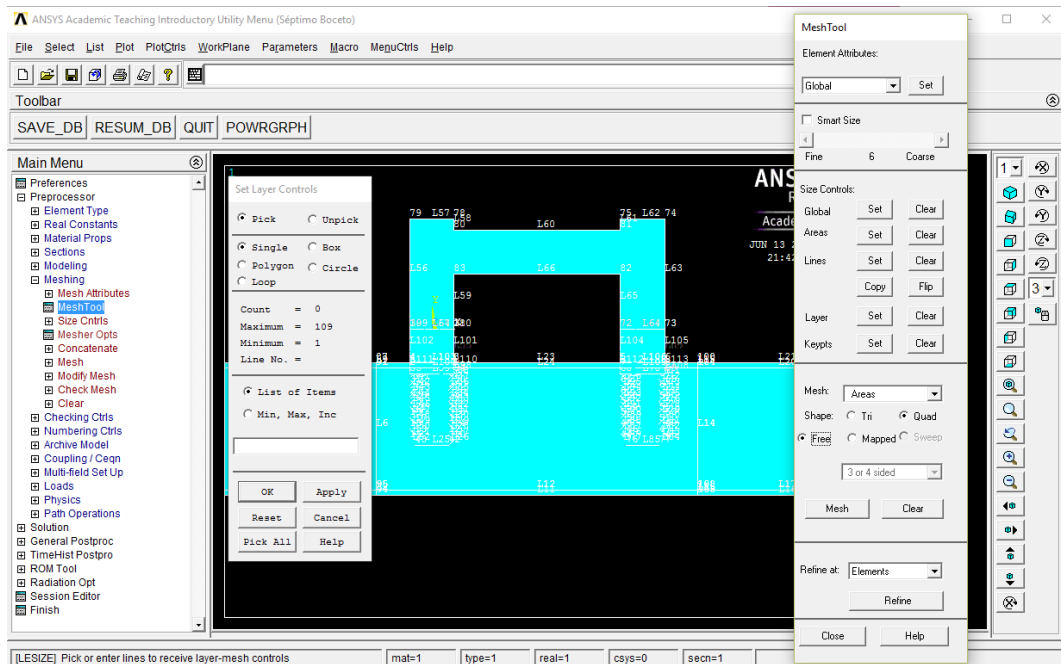


Figura 31: Creación capas de mallado en Ansys

A continuación se especificarán las condiciones de la capa tal y como se puede apreciar en la Figura 32. Como se puede comprobar se divide la línea en los 20 elementos que hemos comentado previamente.

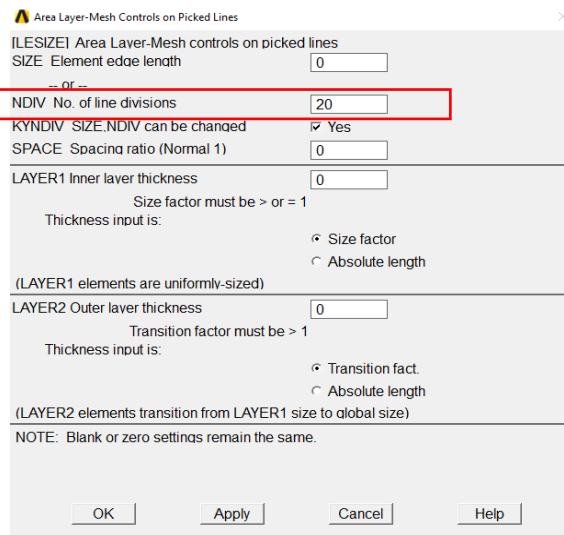


Figura 32: Especificaciones de capas del análisis

Una vez tenemos todos los condicionamientos para la generación de la malla idónea solo falta una cosa para generar una malla correcta, determinar el material de cada una de las áreas de nuestro dominio.

Para ello dentro de la herramienta de mallado que hemos utilizado para la creación de las capas en las líneas de contacto entre el pilar izquierdo y el puente izquierdo, debemos establecer los atributos para las áreas, tal y como aparece señalado en la Figura 33.

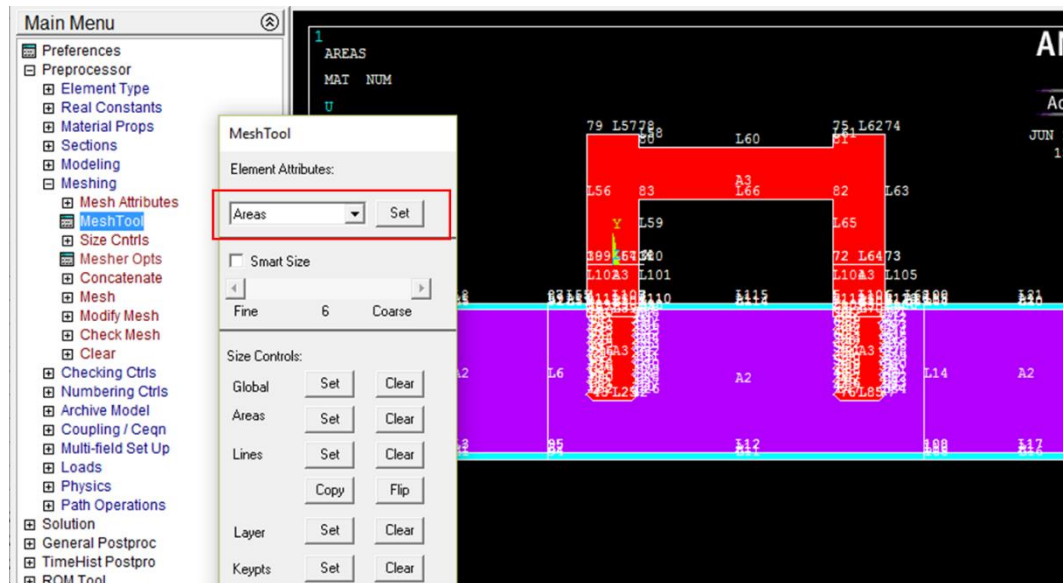


Figura 33: Especificación de materiales

Como se puede apreciar, en nuestro boceto el azul representaría el material 1 (hueso cortical), el morado representaría el material 2 (hueso esponjoso) y el rojo el material 3 (titanio).

Una vez tenemos la geometría totalmente preparada podemos proceder al siguiente paso de nuestro análisis: la generación de la malla.

#### 4.6 MALLADO

A continuación se procederá a hacer la que posiblemente sea la parte más importante de un estudio mediante elementos finitos, la generación de la malla.

En nuestro caso y debido a toda la preparación previa que se ha realizado este paso no supondrá problema excesivo pero sí que hay que tener especial cuidado para hacerlo de forma correcta para evitar posibles problemas posteriores.

Para la generación del mallado debemos ir a la herramienta para dicho propósito que ya hemos utilizado con anterioridad, seleccionamos elementos triangulares (ya hemos explicado previamente la selección del tipo de elemento PLANE 182) y clicamos en “Mesh”.



Figura 34: Generación mallado triangular

En el cuadro de diálogo emergente le elegimos “Pick all” de forma que malla todas las áreas de nuestro dominio obteniendo algo similar a lo que encontramos en la Figura 35.

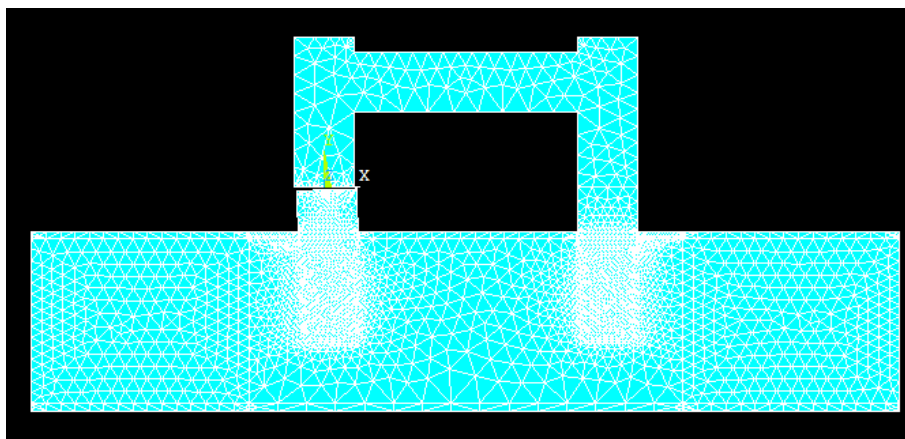


Figura 35: Dominio Discretizado

En la siguiente figura se puede observar como a pesar del desalineamiento, gracias a la preparación previa tenemos ambas líneas divididas en el mismo número de nodos estando estos ubicados de forma homóloga con respecto al sistema de referencias local de cada línea.

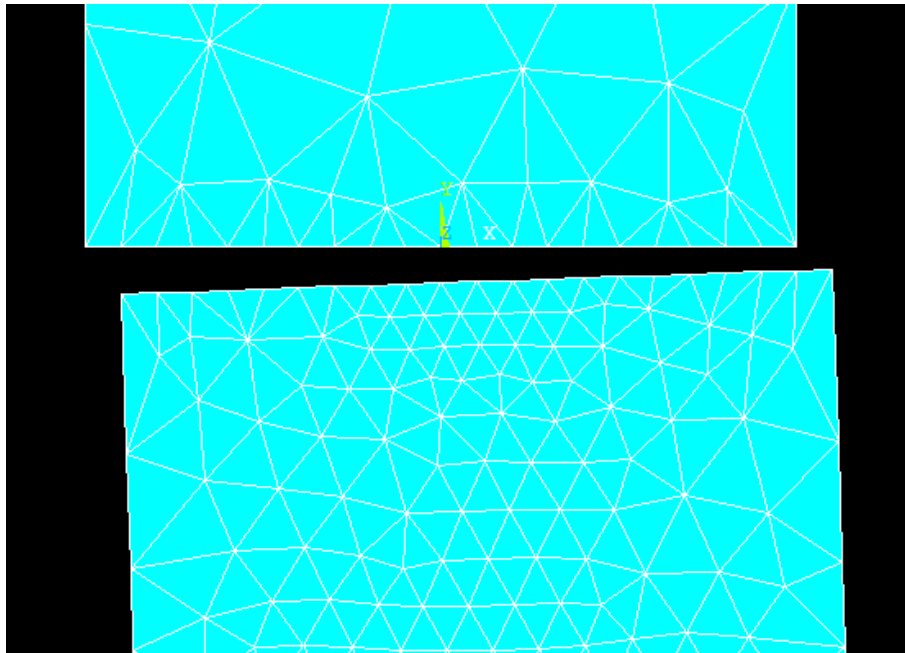


Figura 36: Detalle Desalineamiento Dental

#### 4.7 OBTENCIÓN DE LAS ECUACIONES DE RESTRICCIÓN

En este apartado se explicará la metodología de obtención de estas ecuaciones de restricción que serán la clave para poder hacer un análisis con resultados óptimos para nuestro objetivo. También se comentará el motivo de la utilización de las mismas y cómo implementarlas en nuestro software.

Como ya hemos mencionado, nuestro objetivo es crear unas ecuaciones de restricción que recolquen nuestra estructura simulando el trabajo que se debe realizar para, en una situación real, solventar este tipo de problemática. Cabe mencionar que a pesar de no tener aplicadas ninguna carga de simulación de la fuerza ejercida durante una mordida, debido a que no es el motivo de nuestro estudio, se ha diseñado esta solución para que exista una transmisión de carga entre puente y tornillo en el caso que en posteriores estudios se necesitara la aplicación de la misma.

Nos encontramos pues, en un sistema con dos grados de libertad, X e Y. Por lo que podemos, y debemos, trabajar en un entorno vectorial con dos variables.

En esta Figura 37 tenemos explicado visualmente lo que ocurre al generar el desalineamiento en un punto (o nodo) extremo de nuestra estructura, pero esta metodología es extrapolable a todos y cada una de las parejas de puntos homólogos de ambas líneas.



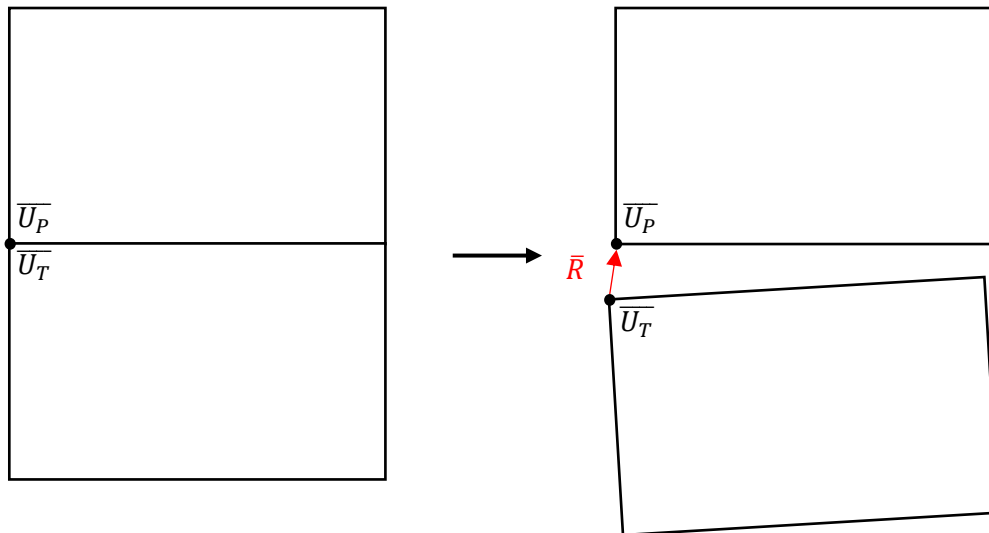


Figura 37: Boceto generación desplazamiento

Donde:

- $\bar{U}_P$ =Desplazamiento del punto del puente
- $\bar{U}_T$ =Desplazamiento del punto del tornillo
- $\bar{R}$ =Vector desplazamiento

Con esta imagen en la mente resulta fácil establecer una conexión de los tres parámetros en una única ecuación que los relacione de manera sencilla. La ecuación que surge como restricción de nuestro sistema es la que sigue:

$$\bar{U}_T = \bar{R} + \bar{U}_P \quad \text{Ecuación (1)}$$

Dicho de otra forma, el desplazamiento que sufre cada punto del tornillo será equivalente a la posición inicial del mismo, y por tanto situación a lo largo de todo el estudio de su punto homólogo del puente, sumado al vector desplazamiento de cada uno de los puntos respectivamente.

Como se puede ver, todos los valores de esta ecuación son conocidos ya que el vector desplazamiento viene definido por el desplazamiento que ha sido definido por el usuario, el desplazamiento del puente es la posición inicial del sistema que se ha determinado en la creación de la geometría. Y por último, tenemos el desplazamiento del tornillo, que es el desalineamiento que hemos generado para poder hacer el análisis.

Una vez tenemos definidas las ecuaciones de restricción que debemos introducir en el programa debemos analizar la forma en deben ser introducidas. Para ello, dentro del preprocesador elegimos “Coupling/Ceqn” y seleccionamos “Constraint Eqn”. Nos

aparecerá un cuadro de diálogo que nos indica la estructura que debe tener la ecuación para que el programa la procese de forma correcta (Figura 38)

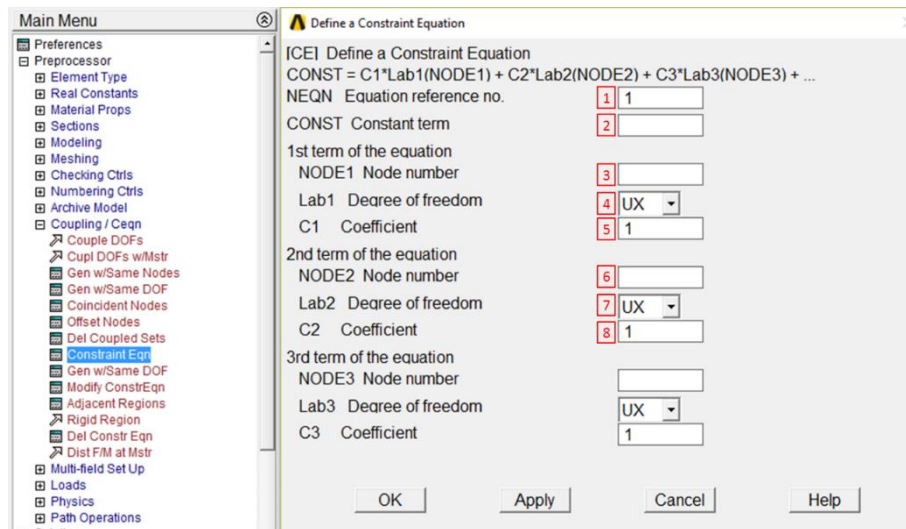


Figura 38: Definición ecuación restricción en Ansys

La estructuración que es capaz de leer Ansys la podemos ver en la parte superior de la Figura 38 y responde a la siguiente forma (simplificada para nuestro estudio bidimensional):

$$\text{CONST} = \text{C1} \cdot \text{LAB1}(\text{NODE1}) + \text{C2} \cdot \text{LAB2}(\text{NODE2}) \quad \text{Ecuación (2)}$$

Partiendo pues de la Ecuación (1) debemos obtener una estructura similar a la que tenemos en la Ecuación (2) de forma que pueda ser ejecutada por el programa. Como podemos apreciar en la segunda ecuación, Ansys necesita tener aislado el término constante de la ecuación, por lo que vamos a aislarlo también en nuestra Ecuación (1)

$$\bar{R} = \bar{U}_p - \bar{U}_T \quad \text{Ecuación (3)}$$

Una vez tenemos la Ecuación (3) con la constante aislada se puede pasar a comparar con la necesitada por Ansys y por tanto explicar la numeración que encontramos en la Figura 38. Hay que señalar que, como se puede apreciar en los puntos 4 y 7, cada ecuación de restricción en Ansys solo puede restringir uno de los dos grados de libertad que encontramos en nuestros elementos, por lo que deberemos introducir dos ecuaciones de restricción para cada pareja de nodos, una para el eje X y otra en el eje Y.

Así pues tenemos que:

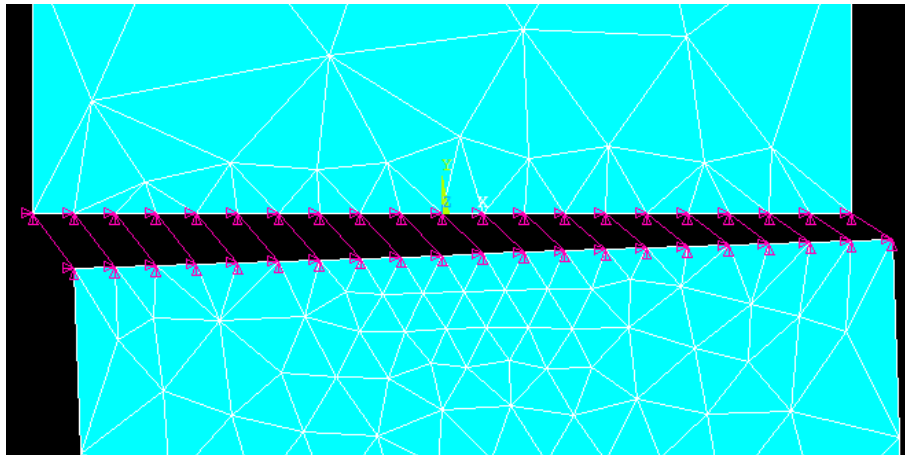
1. NEQN: Equation reference no.: Es el número de referencia de la ecuación, tiene que ser un número entero, positivo y distinto de cero.

2. CONST: Constant Term: Es el término constante de la ecuación, la parte izquierda del igual en la Ecuación (2). Tal y como se puede ver en la Ecuación (3) en este caso se tendría como término constante la coordenada del eje restringido del vector desplazamiento ( $\bar{R}$ ).
3. NODE1: Node Number: El número de uno de los nodos que será restringido. En este estudio se toma como Nodo 1 el nodo perteneciente al puente
4. LAB1 Degree of freedom: Grado de libertad sobre el actuará esta ecuación de restricción.
5. C1: Coefficient: Coeficiente que multiplica a la variable del nodo asociado ( $\bar{U}_p$  ó  $\bar{U}_T$ ). Como se puede ver en la Ecuación (3), para el puente sería el que multiplica a  $\bar{U}_p$ : 1.
6. NODE2: Node Number: El número de uno de los nodos que será restringido. En este estudio se toma como Nodo 2 el nodo perteneciente al tornillo
7. LAB1 Degree of freedom: Grado de libertad sobre el actuará esta ecuación de restricción.
8. C1: Coefficient: Coeficiente que multiplica a la variable del nodo asociado ( $\bar{U}_p$  ó  $\bar{U}_T$ ). Como Se puede ver en la Ecuación (3), para el tornillo sería el que multiplica a  $\bar{U}_T$ : -1.

Para simplificar la introducción de las ecuaciones de restricción al programa, estas se introducirán mediante teclado utilizando el cuadro de texto que tenemos en la parte superior de la pantalla. Para ello se debe poner con la siguiente estructura:

**CE, NEQN,  $\bar{R}$ , Nodo Puente, GL Restringido, 1, Nodo Tornillo, GL Restringido,-1**

Si se generan de forma correcta dichas ecuaciones de restricción se obtiene una situación similar a la que se aprecia en la Figura 39. Aquí se puede apreciar como las ecuaciones de restricción relacionan los nodos homólogos imponiendo los desplazamientos en los dos grados de libertad que nos permite el elemento triangular utilizado.



*Figura 39: Ecuaciones de Restricción*

#### 4.8 SOLUCIÓN DEL ESTUDIO

El siguiente paso para nuestro estudio es básicamente lanzar la orden de ejecución a Ansys de forma que resuelva la situación que se ha planteado y obtengamos los resultados.

Para ello tenemos dos formas de hacerlo, por un lado tenemos la posibilidad de hacerlo a través del programa y por otro lado tenemos la opción de hacerlo utilizando órdenes de teclado.

Primero explicaremos como hacerlo utilizando la interfaz con el programa como guía de resolución. Aquí, al contrario que en los apartados anteriores no se está especificando ningún tipo preparación a nuestro boceto o diseño por lo que no entraremos en la opción de preprocesador, sino que seleccionaremos la opción “Solution”.

Dentro de esta opción, podemos encontrar diversidad de posibilidades como hacer estudios modales o definir cargas entre otras. Sin embargo para este estudio solo necesitaremos solucionar de forma sencilla el boceto planteado, por lo que iremos a la opción “Solve” y elegiremos “Current LS”, o dicho de otra forma le mandamos la orden al programa que ejecute nuestro sistema para su resolución.

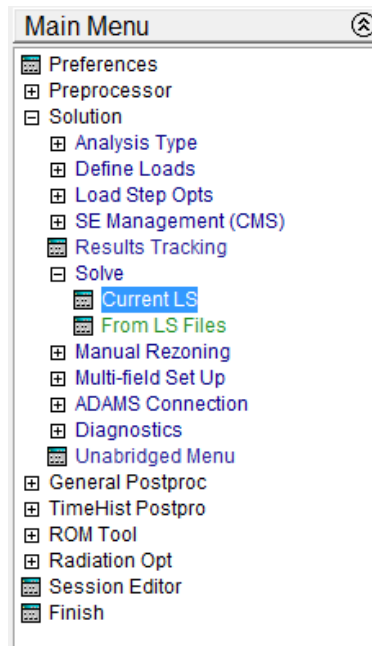


Figura 40: Solucionar el problema

Otra forma más rápida de hacer este paso es a través de una pequeña macro de dos líneas que se puede hacer cada vez que hagamos un estudio. Esta pequeña macro consta de dos especificaciones, una en la que seleccionamos el menú “Solution” y otra en la que decimos al programa que ejecute nuestro boceto. Este pequeño atajo sería:

`/SOLU →SOLVE`

Una vez tenemos hallada la solución debemos mostrar en pantalla los resultados de forma que podamos verlos claros y sencillos.

Para ello debemos ir al postprocesador o “General Postproc” y especificarle al programa que solución queremos que nos muestre en pantalla. Como se puede ver en la Figura 34, de cara a la selección de los resultados que queremos ver en pantalla hay diversidad de opciones.

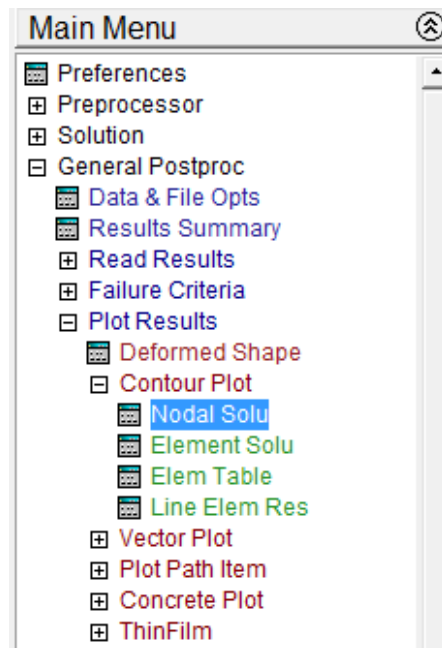


Figura 41: Selección resultado

En nuestro caso queremos imprimir los resultados en el contorno, por lo que se selecciona “Plot Results” y posteriormente elegimos “Contour Plot”. Dentro de las diferentes posibilidades que tenemos para imprimir resultados destacan principalmente la solución nodal y la solución en elementos.

Se utiliza la solución nodal ya que es la solución continua de nuestro dominio. La solución nodal de nuestro análisis se obtiene mediante el promediado de cada uno de los nodos. Supongamos que tenemos un nodo es común para 4 elementos, para la obtención de dicho nodo, se resolverán individualmente cada uno de los elementos que coinciden para posteriormente obtener la media de los resultados obtenidos.

Previo a esto, debido a la naturaleza de nuestro estudio, nos interesan únicamente las tensiones que se generan en la encía como se ha comentado a lo largo de todo el documento. Es por eso que de cara a la impresión de los resultados se va a seleccionar que nos muestre únicamente las áreas que representan las encías, o dicho de otra forma, las áreas cuyo material coincida con los materiales 1 y 2 de nuestra biblioteca particular.

Para ello debemos seleccionar dichas entidades acudiendo al menú de selección de la barra de herramientas superior (Figura 42) y especificar que queremos las áreas cuyo material sean hueso cortical o bien hueso trabecular tal y como especificamos en la Figura 43.

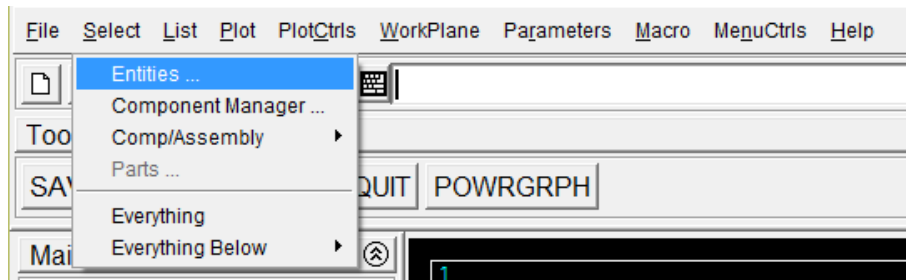


Figura 42: Seleccionar entidades

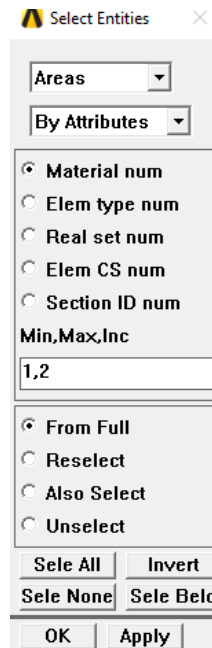


Figura 43: Selección áreas de las encías

De esta forma tenemos seleccionado ya las áreas que nos interesan de cara a la impresión, es importante hacer este paso previamente a mostrar los resultados en pantalla debido a que si no se seleccionaran el fondo de escala nos impediría determinar claramente la situación que se produce en la encía. Esto se debe a que el programa muestra todas las tensiones que se generan en nuestro dominio seleccionado y las tensiones que se generan en la tornillería son muy superiores a la que se generan en la encía, por lo que el fondo de escala vendría adaptado a dichas tensiones que pueden llegar a ser 10 veces más grandes que las que sufre la encía.

Así pues, se analizará la tensión equivalente de Von Mises (TVM) en nuestro estudio para los diferentes desalineamientos que se generarán de forma que así se tendrá una visión global del comportamiento de la estructura. Las tensiones de Von Mises son tensiones equivalentes que se obtienen a partir de las tensiones que se obtienen en la matriz de tensiones como resultado de nuestro análisis e imposiciones al sistema.

Von Mises defiende que se produce el colapso en un sistema cuando el estado tensional es aquel que provoca que la energía de distorsión unitaria, en el entorno de alguno de los puntos de la estructura, alcanza el valor de la energía de distorsión absorbida por unidad de volumen en el ensayo a rotura a tracción o compresión simple

La tensión equivalente de Von Mises para un sistema tridimensional se calcula a partir de la Ecuación (4)<sup>3</sup>:

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\sigma_I^2 + \sigma_{II}^2 + \sigma_{III}^2 - (\sigma_I \sigma_{II} + \sigma_{II} \sigma_{III} + \sigma_I \sigma_{III})} \quad \text{Ecuación (4)}$$

A partir de esta es fácil de deducir que para un sistema bidimensional la tensión de Von Mises equivale a:

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\sigma_I^2 + \sigma_{II}^2 - \sigma_I \sigma_{II}} \quad \text{Ecuación (5)}$$

Si aplicamos los criterios aprendidos a lo largo de la carrera relacionados con la elasticidad y resistencia de materiales, podemos deducir a partir de la Ecuación (5), que viene dada en los ejes principales de la dirección de la fuerza, la ecuación en ejes globales X e Y.

Así pues tenemos finalmente que la tensión equivalente de Von Mises para ejes globales que emplea nuestro programa responde a la Ecuación (6):

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2} \quad \text{Ecuación (6)}$$

Para mostrar las soluciones de nuestro sistema debemos seleccionar las opciones de la Figura 41 de modo que nos aparecerá un cuadro de diálogo como el que vemos en la Figura 44. Seleccionamos Stress y la tensión de Von Mises y mostramos la tensión en escala real "True Scale" con el fin de diferenciar de forma sencilla la evolución de la situación tensional que encontramos en la encía.



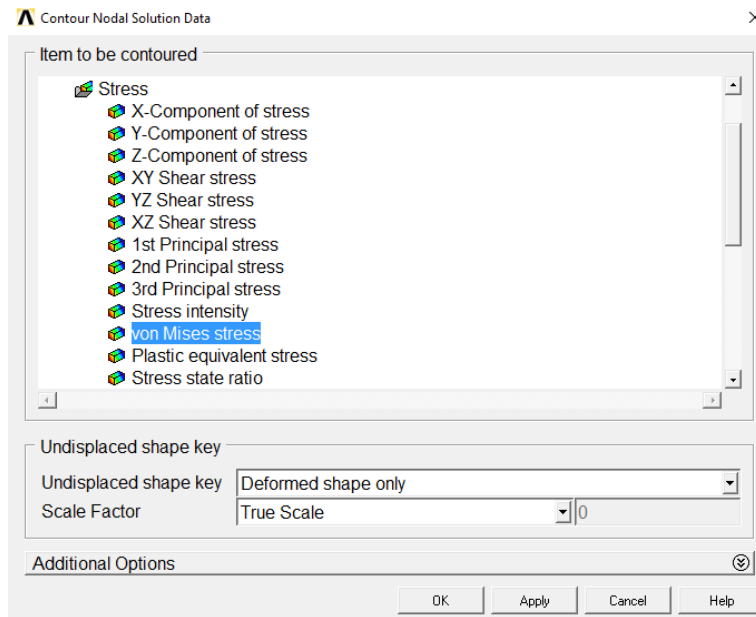


Figura 44: Selección tensiones solución

Haciendo esto deberemos tener un resultado similar a la Figura 45, de forma que se puede ver de forma simple y rápida la evolución de las tensiones a lo largo de nuestro dominio y nos podemos hacer una idea de la magnitud de las mismas con la leyenda que encontramos bajo del boceto.

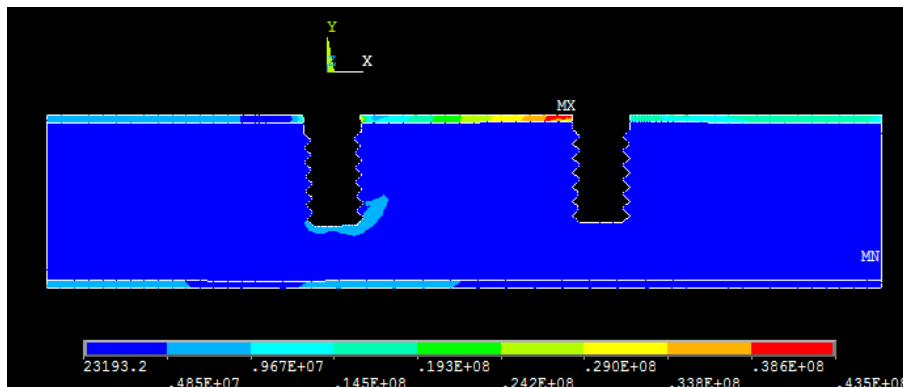


Figura 45: Solución Nodal para el Desalineamiento de la Figura 28

#### 4.9 AUTOMATIZACIÓN DEL PROCESO

Una vez tenemos resuelta la metodología para hacer correctamente los estudios y teniendo siempre en mente el objetivo de nuestro análisis, determinar la viabilidad de nuestra metodología para posibles estudios posteriores así como aproximar la evolución de las tensiones conforme va variando el desalineamiento entre el pilar y el puente, se nos plantea la problemática de la automatización del estudio para optimizar los futuros análisis y poder hacer variaciones de forma sencilla y automática.

Para solventar este problema, se aprovechará la posibilidad que nos da Ansys de trabajar con órdenes de teclado en el cuadro de diálogo del menú principal. Para ello se crearán una serie de macros que se encargaran de los realizar diferentes procesos previos que hemos explicado a lo largo de este documento.

En primer lugar, debido a que nos interesa hacer una aproximación de la evolución tensional en función de los diferentes desalineamientos producidos en una estructura, deberemos de partir por tanto de una geometría inicial común. Es por esto que para la creación de las macros para la automatización del proceso no se creará una para la generación de la geometría inicial ya que partimos de un documento con la geometría inicial con las condiciones de contorno aplicadas (Figura 23)

A diferencia del procedimiento explicado previamente para hacer un único estudio, en este caso tenemos, con el objetivo de simplificar las macros y reducir el coste computacional del estudio en la medida de lo posible, los materiales vendrán especificados previamente a las operaciones booleanas. De este modo, podremos aumentar considerablemente los límites hasta los que las macros generan un estudio óptimo.

Hemos de tener en cuenta también la importancia de tener todos los documentos con los que trabajaremos a lo largo de este apartado en la misma carpeta, macros, programación de Matlab y archivo de Ansys. De lo contrario será imposible que se lleve a cabo el planteamiento que se expondrá a continuación.

#### 4.9.1 Preprocesador

En primer lugar vamos a crear una macro que mueva las áreas del pilar izquierdo y aplique los booleanos correspondientes de forma que la geometría quede preparada para el mallado correcto.

Con el objetivo de facilitar y automatizar los estudios posteriores así como habilitar la posibilidad de generar desalineamientos conjuntos, es decir, desplazamiento horizontal y vertical, giro y vertical, horizontal y oblicuo o todos a la vez, se ha creado un única macro a la que deberemos introducirle los valores que queremos para cada uno de las imperfecciones.

A su vez esta macro, aplicará también los booleanos necesarios de forma que obtengamos el comportamiento deseado de nuestra estructura para el análisis. Esta macro recibe el nombre de TODO.mac y es la Figura 46.

```

!=====|
! Crear Sistema Referencia cilíndrico !
! Generar desalineamiento !
! Arg1= Ángulo Giro !
! Arg2= Desplazamiento en X !
! Arg3=Desplazamiento en Y !
!=====|
/PREP7
aplot
CSWPLA,11,1,1,1,
FLST,3,2,5,ORDE,2
FITEM,3,10
FITEM,3,-11
/EOF
AGEN, ,P51X, , , ,ARG1, , , ,1
csys,0
AGEN, ,P51X, , , ,ARG2, , , ,1
AGEN, ,P51X, , , ,ARG3, , , ,1
!=====|
! Cortar las cabezas de los tornillos con las líneas del hueso cortical !
!=====|
FLST,2,4,5,ORDE,2
FITEM,2,10
FITEM,2,-13
FLST,3,2,4,ORDE,2
FITEM,3,23
FITEM,3,-24
ASBL,P51X,P51X
!=====|
! Sustraer tornillería de encía dejando geometría de los pilares !
!=====|
FLST,2,2,5,ORDE,2
FITEM,2,5
FITEM,2,-6
FLST,3,8,5,ORDE,4
FITEM,3,10
FITEM,3,12
FITEM,3,15
FITEM,3,-20
ASBA,P51X,P51X, ,DELETE,KEEP
APLOT
CSYS,0

```

Figura 46: Todo.txt

Como se puede apreciar, se han añadido en las macros unos cuadros explicativos donde se resume brevemente el paso que se va a hacer en las líneas posteriores, de forma que resulta fácil y cómodo seguir de forma cronológica el proceso de diseño.

Si recordamos lo explicado anteriormente en nuestro estudio, el paso posterior a los booleanos es la determinación de los materiales para cada una de las áreas, así como la creación de la capa en las líneas de contacto entre el pilar izquierdo y el puente de forma que sea nuestro planteamiento sea viable como solución.

Cabe señalar que a pesar de haber definido previamente los materiales de cada una de las áreas de nuestro boceto, se precisa generar esta macro para la reestructuración de la misma, ya que al generar el desplazamiento y aplicar los booleanos, los materiales de las diferentes áreas involucradas en estas operaciones se ven modificados como se puede ver en la Figura 47

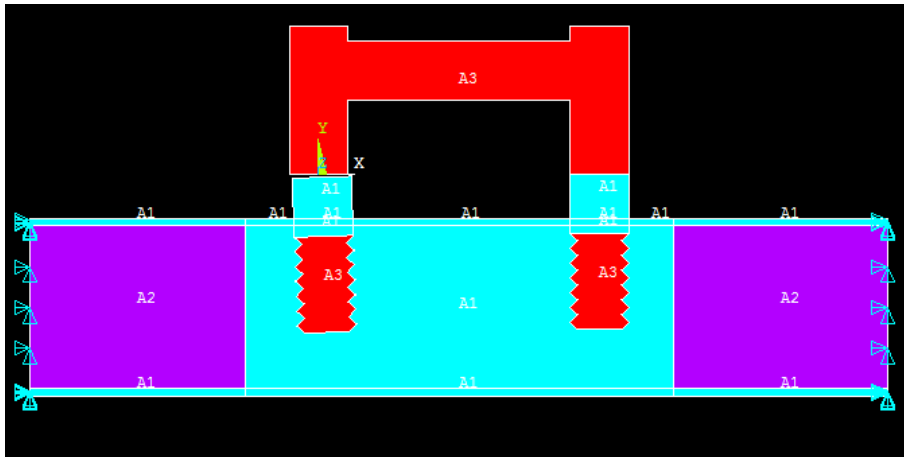


Figura 47: Desestructuración de los Materiales

Ante esta situación se creó la macro: “Premalla” (Figura 48) que resuelve este problema y genera además las capas en las líneas de contacto.

```

!=====!
! Definir material áreas de hueso esponjoso !
!=====!
CM,_Y,AREA
ASEL, , , , 22
CM,_Y1,AREA
CMSEL,S,_Y
!*
CMSEL,S,_Y1
AATT, , 2, , 1, , 0,
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
!*
!=====!
! Definir material áreas de tornillería !
!=====!
FLST,5,9,5,ORDE,4
FITEM,5,10
FITEM,5,12
FITEM,5,14
FITEM,5,-20
CM,_Y,AREA
ASEL, , , ,P51X
CM,_Y1,AREA
CMSEL,S,_Y
!*
CMSEL,S,_Y1
AATT, , 3, , 1, , 0,
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
!*
!=====!
! Generar capas para 20 elementos por línea !
!=====!
FLST,5,2,4,ORDE,2
FITEM,5,54
FITEM,5,67
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,S,_Y
!*
!*
LESIZE,_Y1,0, ,20,0,4,0,0
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
!*

```

Figura 48: Premalla.txt

#### 4.9.2 Ecuaciones de restricción

El siguiente paso del estudio es la generación de la malla, que debido a las especificaciones que se hacen en este caso no puede hacerse con una macro por lo que habría que recurrir a lo explicado con anterioridad en el documento, más concretamente al punto 4.6 y la Figura 34.

A continuación debemos generar las ecuaciones de restricción de nuestro sistema, que como hemos mencionado serán dos para cada pareja de nodos. Teniendo en cuenta que hemos

dividido nuestras líneas en 20 divisiones, tendremos 21 nodos para cada línea y por tanto 21 parejas de nodos. Por lo tanto deberemos introducir a nuestro programa 42 ecuaciones de restricción para hacer un estudio adecuado.

Debido a la complejidad que supone la generación de 42 ecuaciones de restricción que dependerán en cada caso del desalineamiento provocado y que por tanto no podrán ser generadas de manera sencilla utilizando el lenguaje de Ansys se utiliza uno de los softwares matemáticos más importantes del mercado: Matlab. En nuestro caso la versión 17.0.

Matlab es un software matemático cuyo nombre es un acrónimo de: “Matrix Laboratory”. Es uno de los softwares matemáticos más utilizados en el mundo debido a la potencia que tiene y su fácil manejo. Este programa, utiliza un lenguaje de programación propio, el “.m” a partir del cual resulta cómodo y sencillo la programación de scripts que realicen trabajos matriciales de un elevado grado de complejidad.

Más allá de trabajo matricial, Matlab tiene numerosas posibilidades como Simulink que nos permite hacer el control de sistemas, simulación de gráficos y ensayos en tiempo real entre otras numerosas opciones.

Sin embargo no es por esto que se ha elegido este programa, sino por su potencia matricial y facilidad de manejo. El objetivo de usar Matlab radica principalmente en la creación de un script encargado de crear las ecuaciones de restricción de cada uno de nuestros estudios.

Para poder llevar a cabo esto primero deberá haber un nexo de unión entre Ansys y Matlab de forma que Matlab tenga a su disposición los datos que tenemos en Ansys, más concretamente los números de nodos de ambas líneas así como la ubicación de cada uno de ellos.

Es por esto que se decide extraer un listado con estos datos de Ansys y leerlos en Matlab de forma que Matlab pueda trabajar con estos datos de forma sencilla.

Se opta por exportar dos documentos desde Ansys, uno con los nodos de la tornillería y otro con los nodos del puente. Se toma esta decisión porque a pesar que en desalineamientos verticales u oblicuos no supone gran complejidad determinar a qué línea pertenece cada nodo, en los desalineamientos horizontales resulta bastante confuso este proceso.

Además tomando esta opción, simplificamos significativamente el proceso de programación ya que no tenemos que determinar para Matlab a que línea corresponde cada uno de los nodos por simple que sea determinar a cuál de los dos pertenece.

Por tanto, debemos crear una forma de generar estos listados de forma automática y rápida, para ello se crean sus correspondientes macros.

Para la realización de las macros de ambas líneas deberemos seleccionar la línea para posteriormente especificar que dentro de esa línea en cuestión se seleccionaran todos los nodos pertenecientes. Con estos conceptos claros, podemos proceder a la creación de las dos macros.

```
LSEL,S, , , 54  
MSLL,S,1
```

Figura 49: Nodtor.txt

```
LSEL,S, , , 67
NSLL,S,1
```

Figura 50:Nodpuen.txt

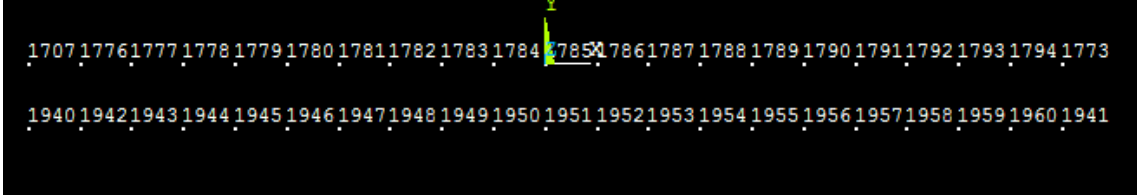
Para poder exportar la información a Matlab para trabajar con ella, debemos generar una lista con los nodos de cada línea ya que en la macro solo se han seleccionado dichos nodos. Por eso a continuación de cada una de las órdenes se lanzará la orden "NLIST" que genera una lista con los nodos seleccionados y debemos guardar dichas listas como Tornillo.txt o Puente.txt según corresponda.

Una vez hemos definido las listas de nodos debemos crear la programación con Matlab para crear las 42 ecuaciones de restricción de forma automática.

Previa creación de la programación con Matlab se realizaron numerosos estudios tratando de encontrar un patrón en el mallado automático de Matlab de forma que se pudiera crear una programación lo más general posible, es decir, que sirviera tanto para este estudio en particular con 21 nodos por capa como para un estudio con n nodos por capa, donde n es cualquier número entero positivo.

También se ha tratado de sistematizar la obtención de las parejas de nodos de forma que este apartado, que es posiblemente el más laborioso, aunque bastante sencillo a la par; resulte de forma sencilla y automática.

Se encontró durante los estudios previos un patrón en el mallado tanto del puente como del tornillo, ya que Ansys cuando genera una malla coloca primero los nodos de los extremos de la línea, y a continuación rellena dicha línea de izquierda a derecha con los nodos necesarios para obtener las 20 divisiones especificadas.



```
1707 1776 1777 1778 1779 1780 1781 1782 1783 1784 1785 1786 1787 1788 1789 1790 1791 1792 1793 1794 1773
1940 1942 1943 1944 1945 1946 1947 1948 1949 1950 1951 1952 1953 1954 1955 1956 1957 1958 1959 1960 1941
```

Figura 51: Mallado capas numerado

Como podemos ver en la Figura 51 del mallado para un desalineamiento vertical de 0.25 mm los nodos de la esquina izquierda son los nodos cuya numeración es más baja de la línea, seguidos (ya sea consecutivo o no) del nodo del extremo opuesto. Después de esto se inicia la secuencia de mallado consecutiva que recorre la línea de izquierda a derecha.

Este patrón de mallado se repite siempre que se genere el mallado con Ansys de forma automática, lo que facilita en gran medida la programación que se ha de realizar con Matlab.

Para comenzar la programación de Matlab debemos leer los dos ficheros que se han creado en el apartado 4.9.1 Preprocesador

Al leerlos el fichero con extensión .txt creado en Ansys, Matlab reconocerá unas tablas con caracteres en lugar de reconocer matrices numéricas que es lo que necesitamos para poder avanzar con el análisis.

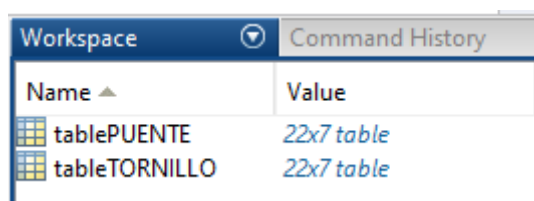


Figura 52: Lectura en Matlab de ficheros con los nodos

Como hemos explicado anteriormente, esta programación tiene el objetivo de solventar nuestras necesidades particulares pero teniendo siempre en mente la posibilidad de generalización de la misma. Es por esto que se ha decidido crear una programación en la que se eliminen todos los encabezados que aparecen en la lista de Ansys cada 20 nodos (Figura 53), de forma que pueda trabajar con cualquier número de nodos entero positivo.

```

LIST ALL SELECTED NODES.  DSYS= 0

      NODE      X      Y      Z      THXY  THYZ  THZX
1707 -0.20000E-002  0.0000  0.0000  0.00  0.00  0.00
1773  0.20000E-002  0.0000  0.0000  0.00  0.00  0.00
1776 -0.18000E-002  0.0000  0.0000  0.00  0.00  0.00
1777 -0.16000E-002  0.0000  0.0000  0.00  0.00  0.00
1778 -0.14000E-002  0.0000  0.0000  0.00  0.00  0.00
1779 -0.12000E-002  0.0000  0.0000  0.00  0.00  0.00
1780 -0.10000E-002  0.0000  0.0000  0.00  0.00  0.00
1781 -0.80000E-003  0.0000  0.0000  0.00  0.00  0.00
1782 -0.60000E-003  0.0000  0.0000  0.00  0.00  0.00
1783 -0.40000E-003  0.0000  0.0000  0.00  0.00  0.00
1784 -0.20000E-003  0.0000  0.0000  0.00  0.00  0.00
1785  0.0000  0.0000  0.0000  0.00  0.00  0.00
1786  0.20000E-003  0.0000  0.0000  0.00  0.00  0.00
1787  0.40000E-003  0.0000  0.0000  0.00  0.00  0.00
1788  0.60000E-003  0.0000  0.0000  0.00  0.00  0.00
1789  0.80000E-003  0.0000  0.0000  0.00  0.00  0.00
1790  0.10000E-002  0.0000  0.0000  0.00  0.00  0.00
1791  0.12000E-002  0.0000  0.0000  0.00  0.00  0.00
1792  0.14000E-002  0.0000  0.0000  0.00  0.00  0.00
1793  0.16000E-002  0.0000  0.0000  0.00  0.00  0.00

      NODE      X      Y      Z      THXY  THYZ  THZX
1794  0.18000E-002  0.0000  0.0000  0.00  0.00  0.00

```

Figura 53: Listado de nodos extraído de Ansys

La solución que se adopta en nuestra programación consiste en la creación de dos variables “a1” y “a2”. En la primera de ellas “a1” se hará que Matlab defina cuantos encabezados se van a eliminar para posteriormente eliminar todas las filas en las que encontraríamos los encabezados.

Una vez nos hemos deshecho de los encabezados, debemos convertir nuestras tablas en matrices numéricas de forma que Matlab nos permita operar con ellas y obtener así nuestras ecuaciones de restricción.

Para ello convertiremos primero toda la tabla en una matriz de caracteres para posteriormente, con ayuda de un bucle for transformar todos los elementos de la matriz de cadena de caracteres a cadena de valores.

Una vez tenemos las matrices preparadas, comenzaremos a trabajar con ellas en la construcción de las ecuaciones de restricción.

Para generar las ecuaciones de restricción nos vamos a valer de lo explicado en la Figura 51, por lo que vamos a optar por ordenar las matrices de menor a mayor. Pero ojo, queremos ordenar de menor a mayor solo la primera columna y que el resto de valores de cada fila se desplace con su correspondiente nodo.



Haciendo esto, tendremos dos matrices ordenadas de menor a mayor en las cuales el primer nodo será el nodo extremo izquierdo, el segundo nodo será el extremo derecho, y a continuación vendrán ordenados de menor a mayor de izquierda a derecha de nuestra línea.

Teniendo esto así, simplemente deberemos emparejar por orden las primeras columnas de nuestras matrices para tener los nodos asociados entre sí y restar las columnas con las posiciones de los nodos tal y como se ha explicado en el apartado 4.7 de forma que obtengamos nuestro vector desplazamiento ( $\bar{R}$ ).

Teniendo nuestras ecuaciones de restricción ya generadas simplemente debemos elegir como queremos pasarlas de Matlab a Ansys. La opción elegida es la creación de un fichero de datos donde se escribirá en cada estudio todas las ecuaciones de restricción y que será ejecutado a través de los comandos de teclado en Ansys.

Se selecciona esta alternativa porque es una alternativa sencilla, cómoda y sistematizada para la que no necesitamos realizar ninguna operación extra ya que tenemos todos los datos en nuestra programación de Matlab: vector desplazamiento y parejas de nodos asociados, solo nos haría falta especificar el número de ecuación, problema que se solventa de forma sencilla sabiendo la iteración del bucle en la que se encuentra.

Así pues, tras este planteamiento, la programación obtenida es la que se aprecia en la Figura 54.

```

function Restricciones
%=====
% Lee las dos listas con los nodos generadas con Ansys %
%=====

tableTORNILLO=readtable('TORNILLO.txt');
tablePUENTE=readtable('PUENTE.txt');

%=====
% Genera aviso en caso que no coincida el numero de nodos %
%=====

if size(tableTORNILLO,1)~=size(tablePUENTE,1)
    disp('OJO!!!')
end

%=====
% Eliminar encabezados cada 20 nodos de las listas de ansys %
% Convertir las tablas de datos en matrices de valores %
%=====

a1=floor(size(tableTORNILLO,1)/20);
a2=(1:a1)*20+(1:a1);
tableTORNILLO(a2,:)=[];
tablePUENTE(a2,:)=[];
tableTORNILLO=table2array(tableTORNILLO);
tablePUENTE=table2array(tablePUENTE);
[NumNodos,~]=size(tableTORNILLO);

%=====
% Recorrer la matriz de valores cambiando la especificación %
% de cadena de caracteres a valores numéricos %
%=====

for iFila=1:NumNodos
    for iColumna=1:3
        ValoresTORNILLO(iFila,iColumna)=str2num(tableTORNILLO(iFila,iColumna));
        ValoresPUENTE(iFila,iColumna)=str2num(tablePUENTE(iFila,iColumna));
    end
end

%=====
% Asociar nodos equivalentes de ambas líneas, ordenando las %
% matrices de la siguiente forma: %
% Nodos - DX - DY %
%=====

[~,indext]=sort(ValoresTORNILLO(:,1));
ValoresTORNILLO=ValoresTORNILLO(indext,:);
[~,indexp]=sort(ValoresPUENTE(:,1));
ValoresPUENTE=ValoresPUENTE(indexp,:);
NodosTorn=ValoresTORNILLO(:,1);
XYTorn=ValoresTORNILLO(:, [2 3]);
NodosPuent=ValoresPUENTE(:,1);
XYPuent=ValoresPUENTE(:, [2 3]);

%=====
% Crear matriz de desplazamiento R %
%=====

Desp=XYPuent-XYTorn;

%=====
% Crear fichero con ecuaciones de restricción a partir de la %
% matriz desplazamiento para mandarlas a Ansys %
%=====

Restricciones=fopen('Restricciones.txt','w');
for ParNodos=1:NumNodos
    fprintf(Restricciones,'CE,%d,%g,%d,UX,1,%d,UX,-1\n',ParNodos*2-1,...
        Desp(ParNodos,1),NodosTorn(ParNodos),NodosPuent(ParNodos));
    fprintf(Restricciones,'CE,%d,%g,%d,UY,1,%d,UY,-1\n',ParNodos*2,...
        Desp(ParNodos,2),NodosTorn(ParNodos),NodosPuent(ParNodos));
end
fclose(Restricciones);

%=====
% Fin de programa %
%=====

```

Figura 54: Todo.txt

### 4.9.3 Postprocesador

Con el objetivo de sistematizar al máximo nuestro proceso de estudio, se crea una macro también que haga exactamente lo mismo que se explica en el apartado 4.8 (seleccionar las áreas pertenecientes y mostrar la tensión equivalente de Von Mises para la solución nodal del dominio) obteniendo así la macro de la Figura 55.

```
/POST1  
/DSCALE,ALL,1.0  
/EFACET,1  
PLNSOL,S,EQV,0,1.0  
ASEL,S,MAT,,1,2  
ALLSEL,BELOW,AREA  
/REPLOT  
ASEL,S,MAT,,1,2
```

Figura 55: Tensiones.txt

De esta forma tenemos el estudio hecho por completo, para poder ver un resumen del procedimiento para cada estudio ver [ANEXO 2](#).

## 5. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Como se ha mencionado a lo largo de este documento, el objetivo de nuestro estudio es principalmente determinar la evolución de las tensiones que soportará la encía en función del tipo y magnitud de desalineamiento, para poder así plantear una base de cara futuros análisis más exactos.

Se analizarán tanto los desalineamientos básicos (entendiendo por básico con un único tipo de desviación con respecto a la situación real) como imperfecciones mixtas en las que podremos encontrar desplazamiento tanto horizontal como vertical sin giro, y múltiples combinaciones de los mismos.

Hay que señalar que para una correcta comprensión de los análisis, se conocerá como parte interna de la estructura a aquella zona de la encía que se encuentre entre los dos pilares. Por tanto, siguiendo el mismo criterio, la zona externa de nuestra estructura será aquella que se aleje del otro pilar.

### 5.1 DESALINEAMIENTOS BÁSICOS

#### 5.1.1 DESALINEAMIENTO VERTICAL

El primer tipo de desalineamiento que vamos a tratar es el desalineamiento vertical. Este tipo de desalineamiento, como ya hemos mencionado ocurre debido a la separación vertical de los ejes del pilar y del puente, provocando un desajuste únicamente en el eje Y (Figura 5). Este tipo de imperfección solo será analizada en el sentido negativo del eje para hacer un análisis realista, ya que de darse de forma positiva (el pilar es más largo de lo que debería) únicamente habría que eliminar el exceso previamente a la colocación del implante.

Para este desalineamiento se supondrán unos desajustes de 10, 50, 100 y 200 micras<sup>4</sup>. Utilizando la metodología explicada a lo largo del documento obtenemos los siguientes valores:

Theta (Grados)	UX (metros)	UY (metros)	Tensión VM (N/m <sup>2</sup> )
0	0	-0.00001	$2.28 \cdot 10^6$
0	0	-0.00005	$1.15 \cdot 10^7$
0	0	-0.0001	$2.11 \cdot 10^7$
0	0	-0.0002	$4.54 \cdot 10^7$

Tabla 1: Resultados Desalineamiento Vertical

Como se puede observar en la Figura 56 y en la Figura 57, encontramos la tensión máxima en el hueso cortical próximo al pilar izquierdo donde hemos generado la imperfección. También podemos comprobar que las sollicitaciones en el hueso trabecular son prácticamente uniformes excepto en las zonas próximas a los pilares donde se pueden ver zonas afectadas por las restricciones que se han impuesto a nuestro sistema.

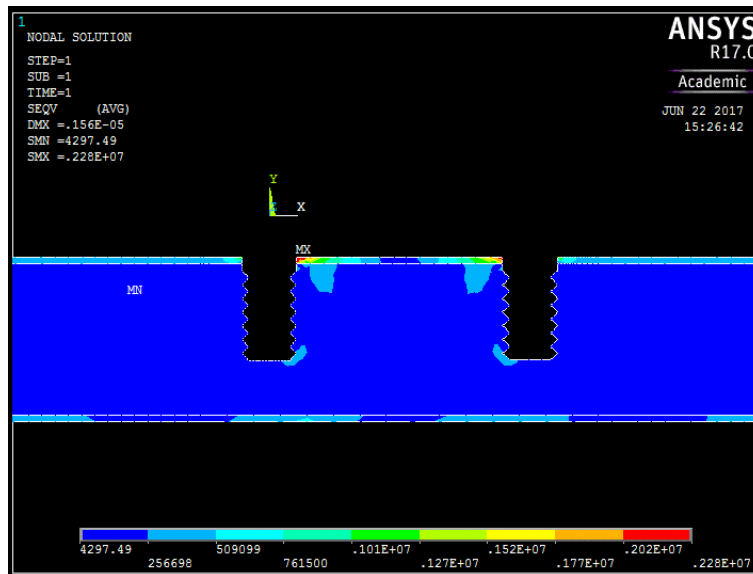


Figura 56: Solución nodal para desalineamiento vertical de 10 micras

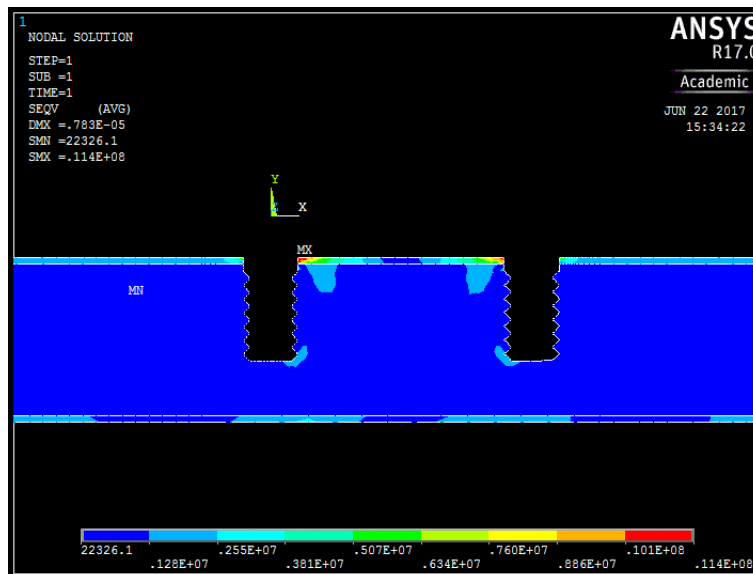


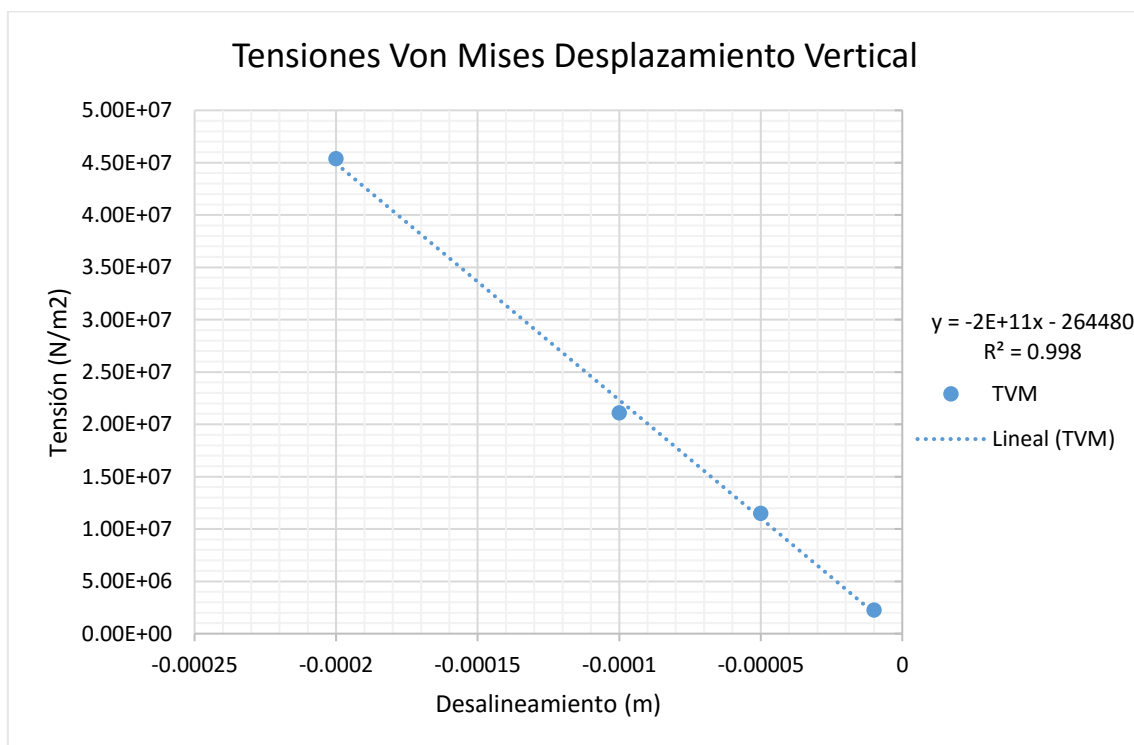
Figura 57: Solución nodal para desplazamiento vertical de 200 micras

Se puede comprobar también comparando las dos imágenes que la distribución tensional conforme va aumentando la imperfección no sufre excesivos cambios y mantiene siempre el mismo patrón.

Por otro lado, en la Gráfica 1 generada a partir de los datos obtenidos, se puede apreciar como conforme nos vamos alejando de la posición ideal (extremo derecho de nuestra gráfica) la tensión máxima que soporta la encía crece según una aproximación lineal con un  $R^2$  de 0.998 de forma para nuestro boceto y nuestro análisis se podría calcular la tensión que soportaría la encía para un desalineamiento vertical puro utilizando la ecuación (7) con un alto grado de acierto:

$$|TVM| = |-2 \cdot 10^{11}x - 264480| \quad \text{Ecuación (7)}$$

Resulta lógico pensar que este tipo de desalineamiento será el que provocará menos solicitaciones en el hueso. Ya que, al generar un desalineamiento vertical como este e imponer condiciones de coincidencia entre puente y pilar, será el puente quien flechte asegurando el contacto entre ambas estructuras lo que implica una menor imposición de movimiento para el tornillo una vez se ha generado el desalineamiento, lo que se traduce en tensiones inferiores al resto de estudios.



Gráfica 1 Tensiones Von Mises Desalineamiento Vertical

### 5.1.2 DESALINEAMIENTOS HORIZONTALES

Para los desalineamientos horizontales, al contrario que lo que se ha hecho para los verticales se van a analizar los desalineamientos en ambos sentidos del eje. Por un lado tendríamos el positivo, que es el que suponemos movimiento en el eje X positivo de forma que se aproxima al otro pilar. Por el otro tendríamos el desalineamiento negativo en el cual se desplazará el pilar de forma opuesta, alejándose del otro pilar de la estructura.

Para los dos tipos de desplazamientos se supondrán imperfecciones de 10, 50, 100 y 200 micras<sup>4</sup> de forma que posteriormente se puedan comparar entre sí de forma sencilla e intuitiva.

Como se podrá ver a continuación, las cargas consecuencia de un desalineamiento horizontal del pilar izquierdo son superiores a las encontradas en el estudio vertical, pero inferiores a las que se podrán encontrar en los giros. Esto no es sorprendente si se analiza detalladamente lo que ocurre al imponer las condiciones de restricción tras un desplazamiento horizontal. Ya que si añadimos un desplazamiento horizontal del tornillo se hace necesario una rotación del pilar de forma que sea reinstaure el paralelismo entre las líneas de contacto, ya que este se perderá automáticamente al tratar de satisfacer las condiciones implantadas. La imposición de este giro creará unas solicitaciones mayores en el sistema tal y como se puede observar a lo largo de los siguientes análisis.

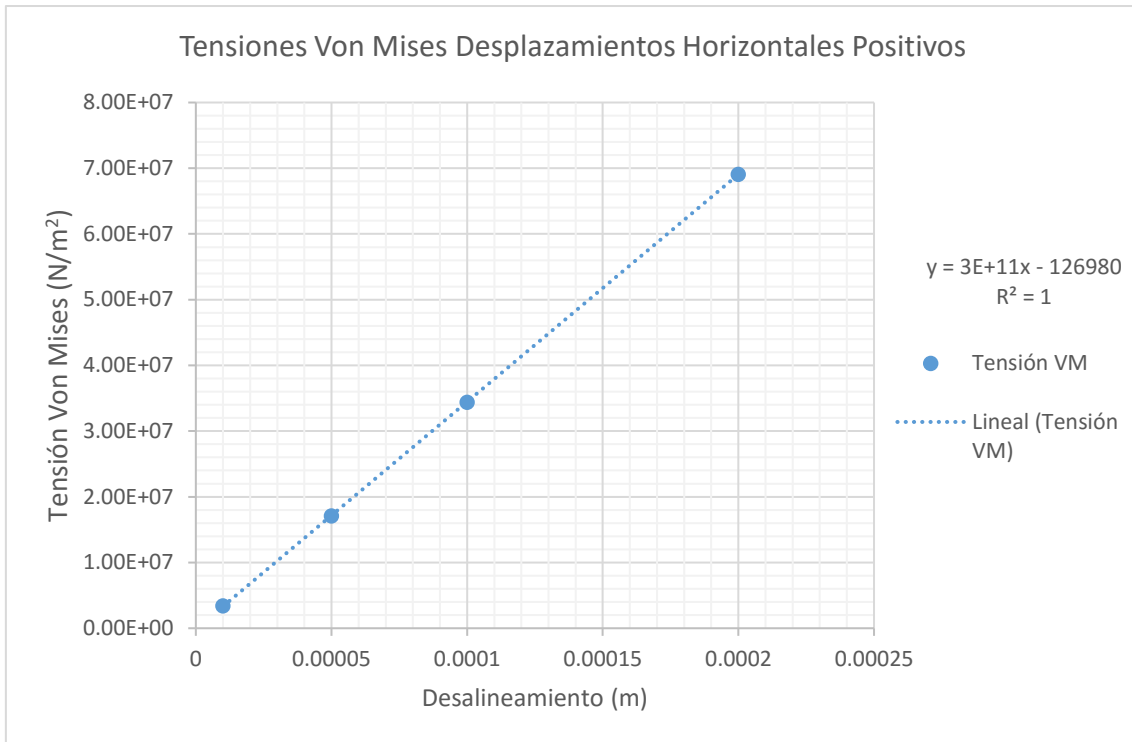
#### 5.1.2.1 DESALINEAMIENTO HORIZONTAL POSITIVO

Para este apartado aplicando la metodología comentada durante este documento se obtuvieron los siguientes resultados:

Theta (Grados)	UX (metros)	UY (metros)	Tensión VM (N/m <sup>2</sup> )
0	0.00001	0	$3.42 \cdot 10^6$
0	0.00005	0	$1.71 \cdot 10^7$
0	0.0001	0	$3.44 \cdot 10^7$
0	0.0002	0	$6.91 \cdot 10^7$

Tabla 2: Resultados Desalineamiento Horizontal Positivo

Al igual que ocurre con el desplazamiento vertical, no se encuentra ningún valor especialmente llamativo, ya que conforme vamos aumentando la imperfección de nuestro sistema la encía soporta más tensión. Como se puede apreciar en la Gráfica 2, también encontramos una relación lineal entre la tensión que soporta la encía y el desalineamiento generado.



Gráfica 2 Tensiones Von Mises Desplazamientos Horizontales Positivos

En este caso tenemos una  $R^2$  de 1 y por tanto la tensión de Von Mises en estos casos sería, con total exactitud según nuestro diseño:

$$TVM = 3 \cdot 10^{11}x - 126980 \quad \text{Ecuación (8)}$$

En este caso se puede apreciar como la zona más sometida a esfuerzos es la zona del hueso cortical que hay entre los pilares con solicitaciones relativamente elevadas en el hueso cortical externo de ambos pilares, sea cual sea el desplazamiento que se haya generado como observamos en la Figura 58 y en la Figura 59.

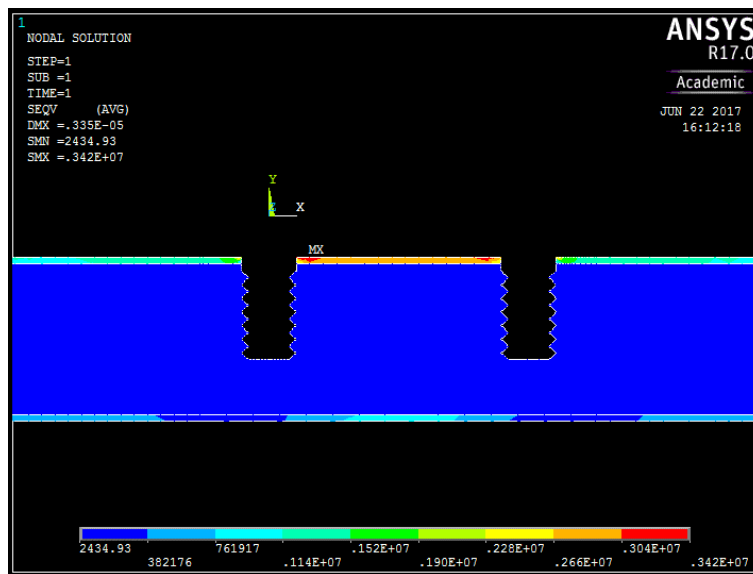


Figura 58: Solución Nodal para desalineamiento horizontal positivo de 10 micras

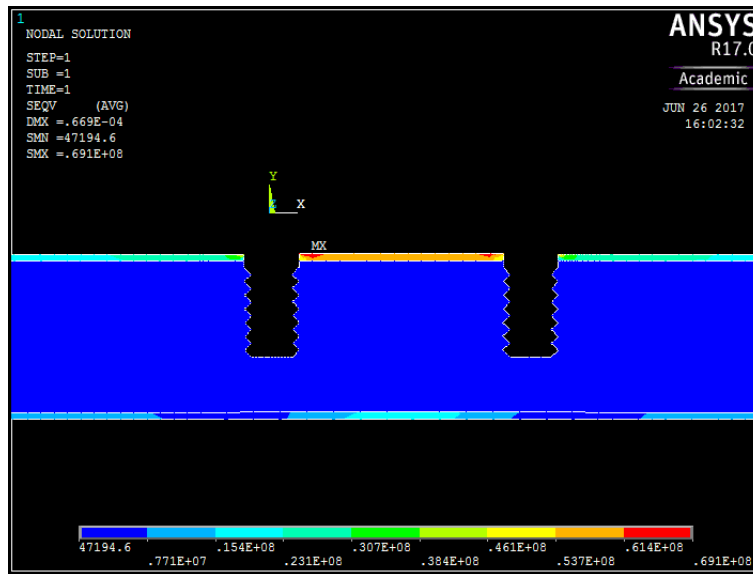


Figura 59: Solución Nodal para desalineamiento horizontal positivo de 200 micras

### 5.1.2.2 DESALINEAMIENTO HORIZONTAL NEGATIVO

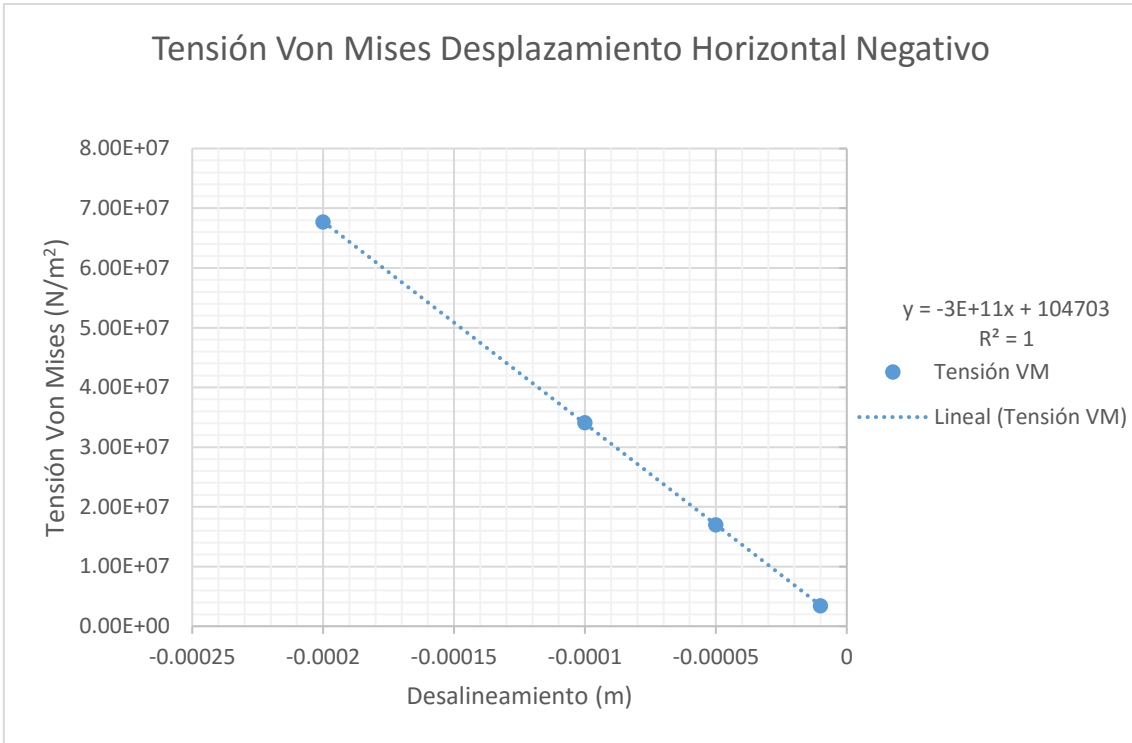
Como ya hemos mencionado previamente, el desalineamiento horizontal negativo es el que ocurre cuando alejamos en el eje X el pilar izquierdo del derecho, obteniendo los resultados de la Tabla 3.

Theta (grados)	UX (metros)	UY (metros)	Tensión VM (N/m <sup>2</sup> )
0	-0.00001	0	$3.42 \cdot 10^6$
0	-0.00005	0	$1.70 \cdot 10^7$
0	-0.0001	0	$3.41 \cdot 10^7$
0	-0.0002	0	$6.77 \cdot 10^7$

Tabla 3: Resultados Desalineamiento Horizontal Negativo

Utilizando nuestro boceto tenemos una aproximación lineal de  $R^2$  igual a 1 como ocurría en el otro estudio horizontal, por lo que esta situación se podría calcular mediante el uso de la ecuación (9).





Gráfica 3 Tensión Von Mises para Desplazamiento Horizontal Negativo

$$|TVM| = |-3 \cdot 10^{11}x + 104703| \quad \text{Ecuación (9)}$$

Por lo que respecta a la distribución tensional en este tipo de imperfecciones, encontramos una distribución muy similar a su homólogo, el desalineamiento horizontal positivo, con zonas críticas en el hueso cortical entre los dos pilares y tensiones relativamente elevadas en la zona externa de hueso cortical próxima a los pilares (Figura 60 y Figura 61)

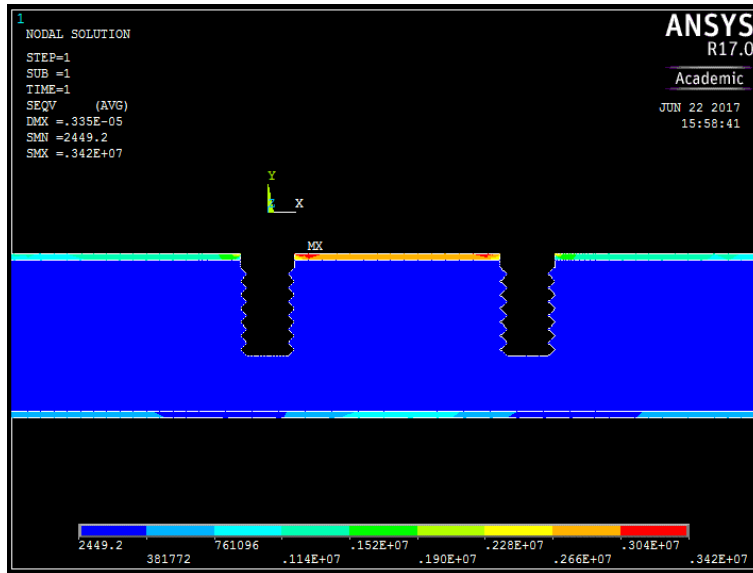


Figura 60: Solución Nodal Desalineamiento Horizontal Negativo de 10 micras

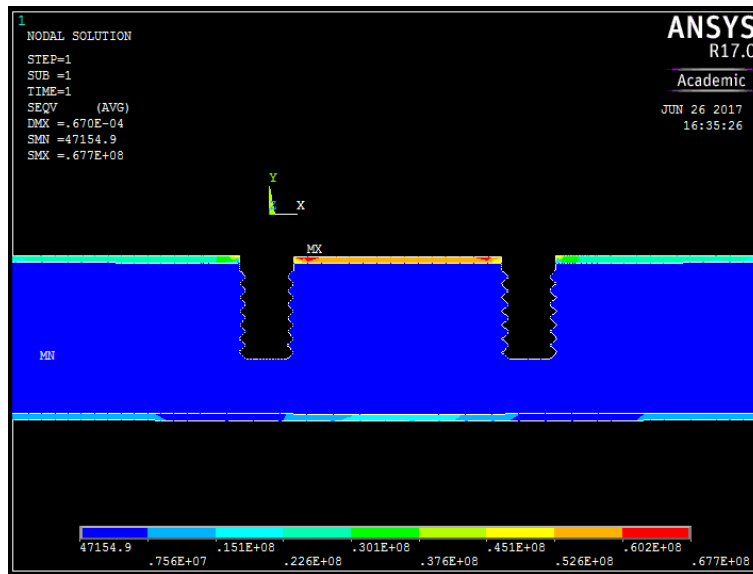
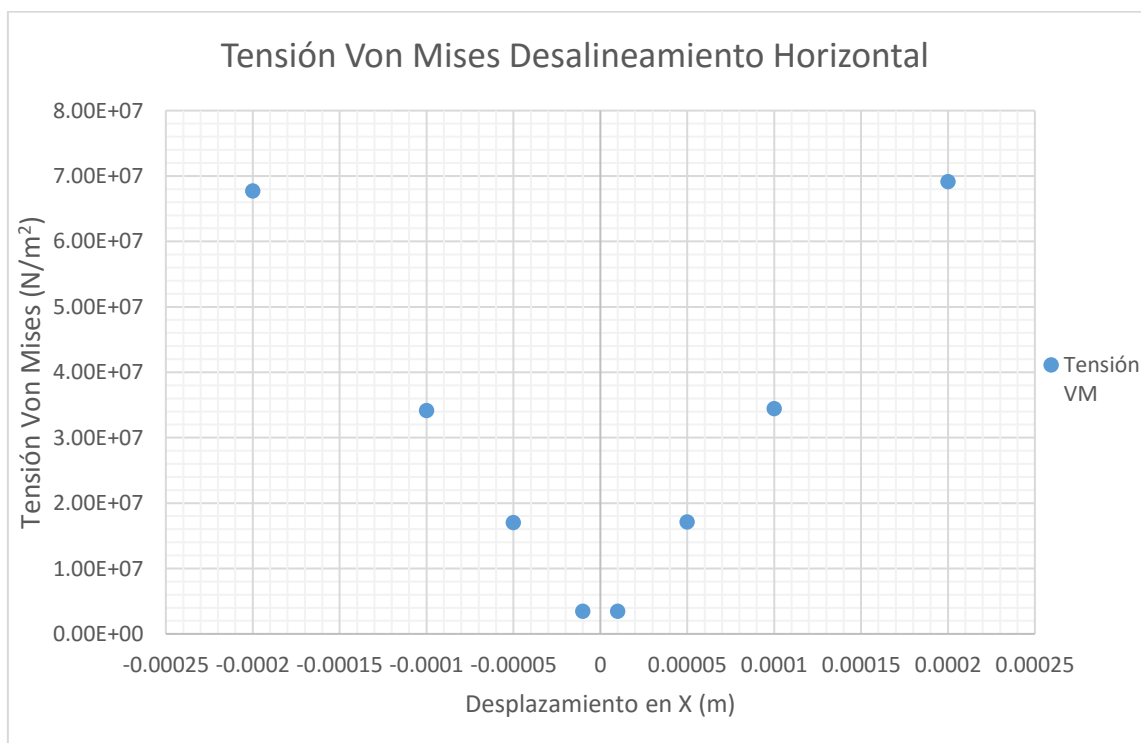


Figura 61: Solución Nodal Desalineamiento Horizontal negativo de 200 micras

### 5.1.2.3 COMPARACIÓN

Como hemos podido observar, en desalineamientos horizontales puros, encontramos aproximaciones lineales prácticamente perfectas, confirmando así los resultados obtenidos en estudios previos<sup>4</sup>. En este caso, vamos a tratar de determinar diferencias entre ambos casos analizados, pero como se puede observar a lo largo de ambos estudios y en la Gráfica 4 las diferencias entre ambos casos son francamente escasos.



Gráfica 4 Comparación Von Mises entre Desalineamientos Horizontales

En ambos casos encontramos distribuciones tensionales muy similares, lo cual es lógico ya que los desplazamientos que se están suponiendo son de un orden de magnitud entre 10 y 100 veces más pequeños que el diámetro de la estructura.

Aun así se puede ver que las tensiones a medida que aumentamos se mantienen prácticamente a la par en ambos casos.

### 5.1.3 DESALINEAMIENTO OBLICUO

Entendemos por desalineamiento oblicuo aquel en el que desaparece el paralelismo entre las dos superficies que deberían estar en contacto, la parte superior del pilar y la parte inferior del puente, o dicho de otra forma, los ejes pierden su paralelismo. Este tipo de problemática, será estudiada para unos valores que oscilaran entre 0.5 y 3 grados, siendo valores aproximados a una situación real que se puede dar durante un implante.

Al igual que los horizontales, estos se estudiarán en los dos posibles sentidos, positivo y negativo. Tomando como positivo el sentido contrario a las agujas del reloj, tal y como está definido en Ansys.

Este tipo de análisis, como se verá a continuación, es la situación más desfavorable para la boca humana (de los desalineamientos básicos) ya que, al generar el desplazamiento desaparece el paralelismo existente previamente entre los ejes del puente y del pilar. De esta forma, las ecuaciones de restricción deberán imponer no solo la coincidencia nodal como en el resto de casos, sino también reestructurar el diseño de forma que se recupere el paralelismo inicial.

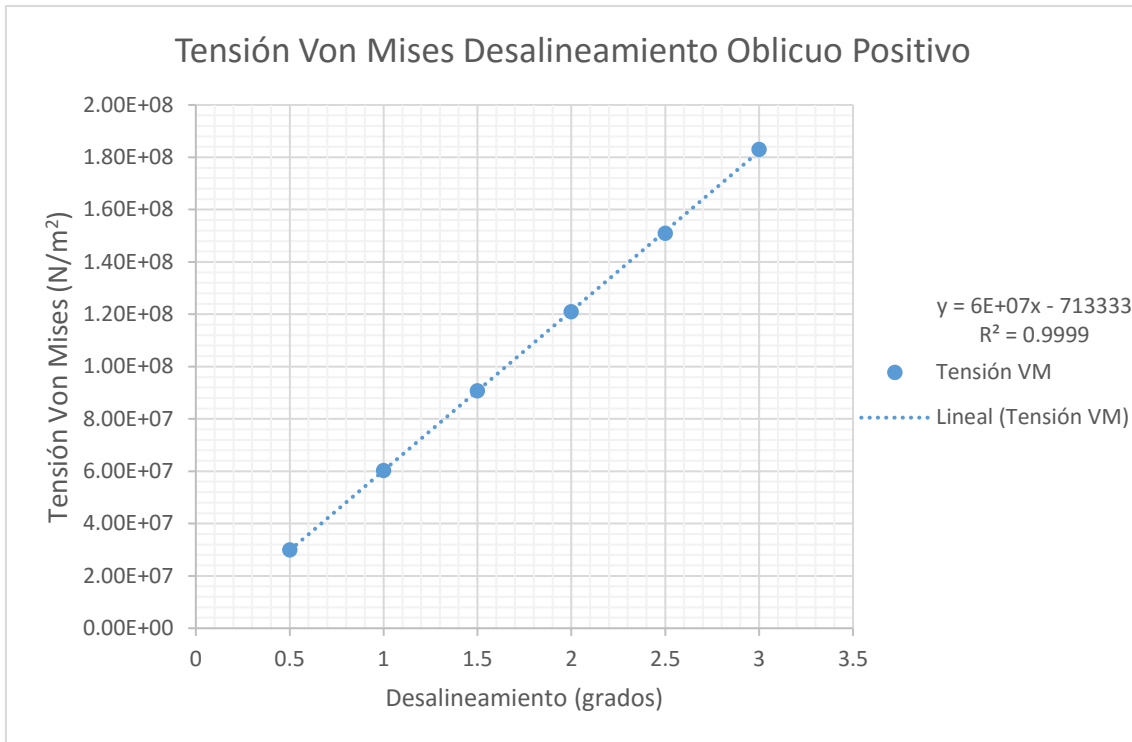
#### 5.1.3.1 DESALINEAMIENTO OBLICUO POSITIVO

Utilizando la metodología explicada a lo largo del documento, para giros positivos tenemos los resultados que aparecen en la tabla 5.

Theta (grados)	UX (metros)	UY (metros)	Tensión VM (N/m <sup>2</sup> )
0.5	0	0	$3.00 \cdot 10^7$
1	0	0	$6.03 \cdot 10^7$
1.5	0	0	$9.08 \cdot 10^7$
2	0	0	$1.21 \cdot 10^8$
2.5	0	0	$1.51 \cdot 10^8$
3	0	0	$1.83 \cdot 10^8$

Tabla 4: Resultados Desalineamiento Oblicuo Positivo

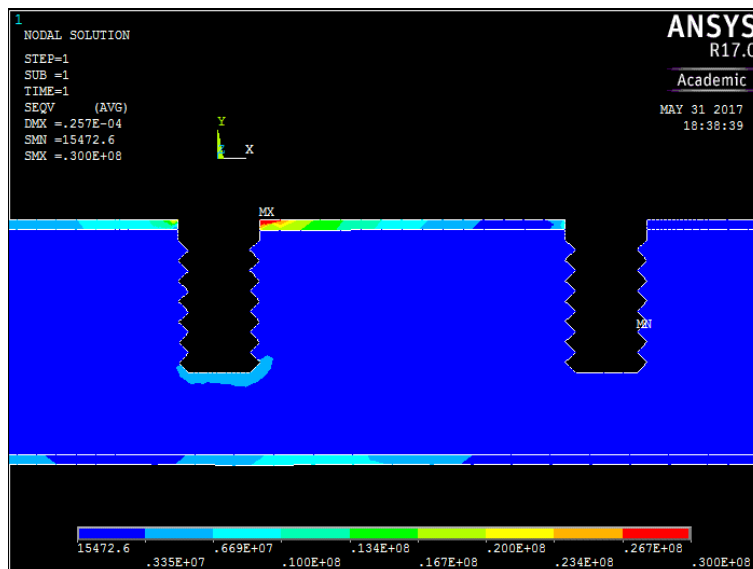
Al igual que en el resto de estudios previos, no se encuentra ninguna anomalía resaltable en los resultados obtenidos, conforme se aumenta el giro producido aumenta de forma proporcional la tensión equivalente asociada al sistema. Este crecimiento, tal y como se puede ver en la Gráfica 5 y comprobar con la ecuación (10), al igual que el resto de estudios tiene un comportamiento lineal prácticamente perfecto, con un R<sup>2</sup> de 0.9999.



*Gráfica 5 Tensión Von Mises Desalineamiento Oblicuo Positivo*

$$TVM = 6 \cdot 10^7 x - 713333 \quad \text{Ecuación (10)}$$

Por lo que respecta a la distribución tensional a lo largo de la encía, se puede encontrar que la zona crítica para este tipo de desalineamiento está en la zona del hueso cortical próxima al desalineamiento, tal y como se puede apreciar en las figuras Figura 62 y Figura 63



*Figura 62: Solución Nodal Desalineamiento Oblicuo 0.5 grados*

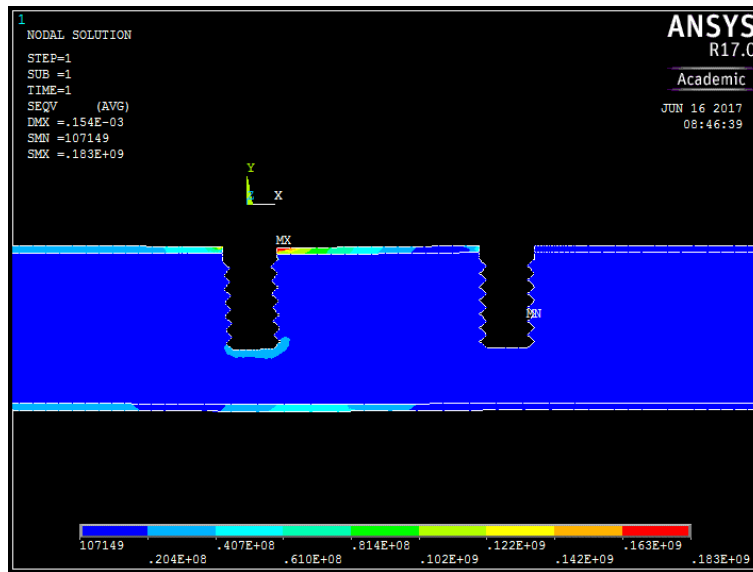


Figura 63: Solución Nodal Desalineamiento Oblicuo 3 grados

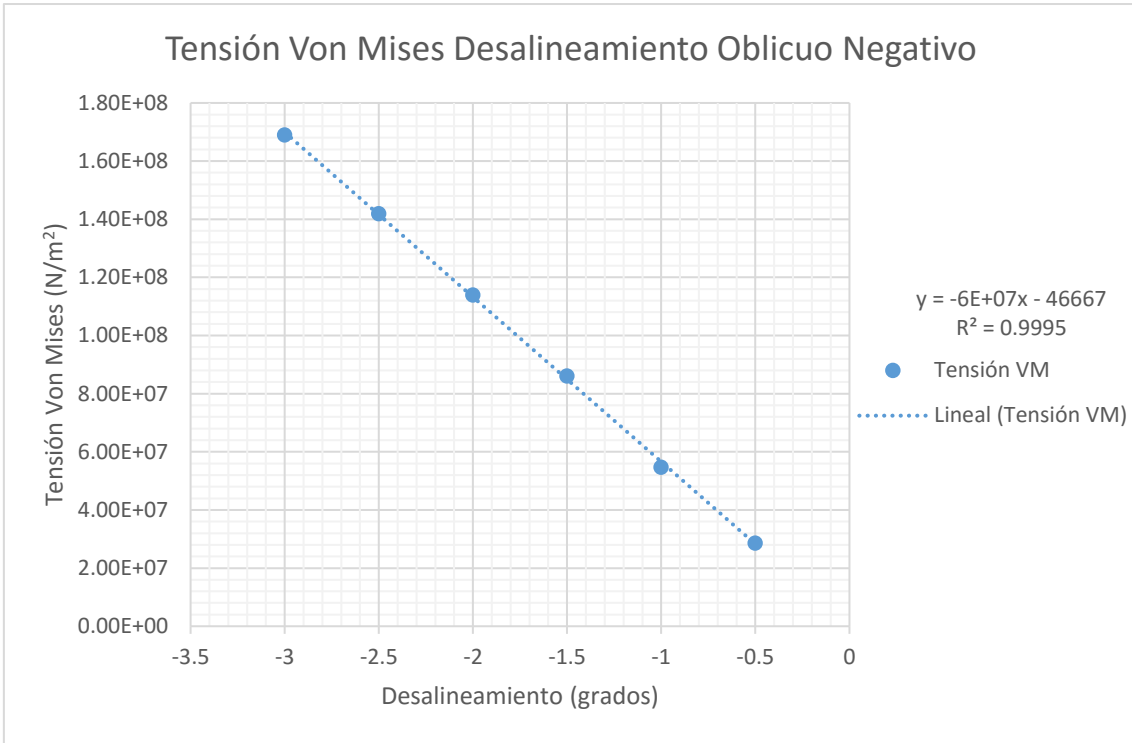
### 5.1.3.2 DESALINEAMIENTO HORIZONTAL NEGATIVO

Acorde al boceto y especificaciones de diseño que se han mencionado a lo largo del documento tenemos los resultados recogidos en la Tabla 5

Theta (grados)	UX (metros)	UY (metros)	Tensión VM (N/m <sup>2</sup> )
-0.5	0	0	$2.87 \cdot 10^7$
-1	0	0	$5.74 \cdot 10^7$
-1.5	0	0	$8.61 \cdot 10^7$
-2	0	0	$1.14 \cdot 10^8$
-2.5	0	0	$1.42 \cdot 10^8$
-3	0	0	$1.69 \cdot 10^8$

Tabla 5: Resultados Desalineamiento Oblicuo Negativo

Como se puede apreciar, al igual que en todos los estudios previos no encontramos ningún valor disperso que nos llame especialmente la atención. Si prestamos atención a la gráfica veremos cómo, al igual que el resto encontramos un comportamiento lineal prácticamente perfecto, con un  $R^2$  de 0.9995 y una aproximación numérica que sigue la ecuación (11).



Gráfica 6 Tensión Von Mises Desalineamiento Oblicuo Negativo

$$|TVM| = |-6 \cdot 10^7 x - 46667| \quad \text{Ecuación (11)}$$

En este análisis en particular, encontraremos una situación muy similar al desalineamiento oblicuo positivo en cuanto a distribución tensional se refiere, ya que encontraremos la zona crítica en el hueso cortical próximo al pilar desplazado. Sin embargo, en este caso podemos ver cómo va aumentando el área sometida a tensión media del hueso esponjoso próximo al pilar izquierdo.

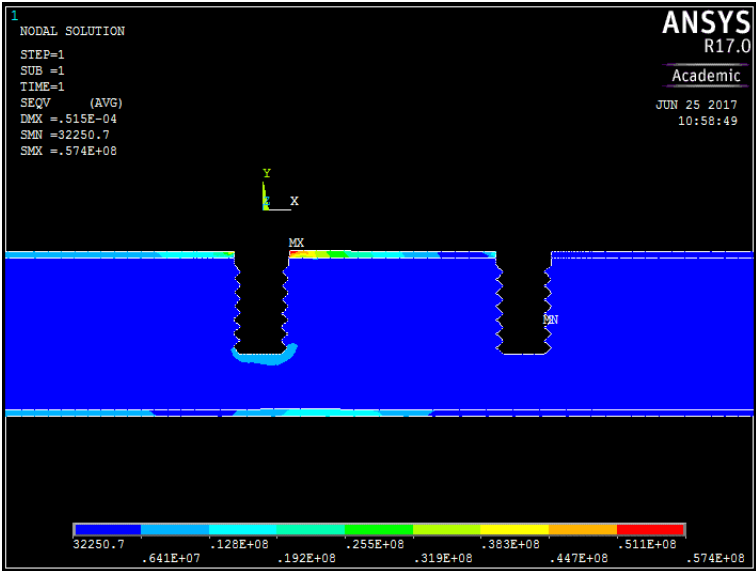


Figura 64: Solución Nodal Desalineamiento Oblicuo Negativo de 1 grado

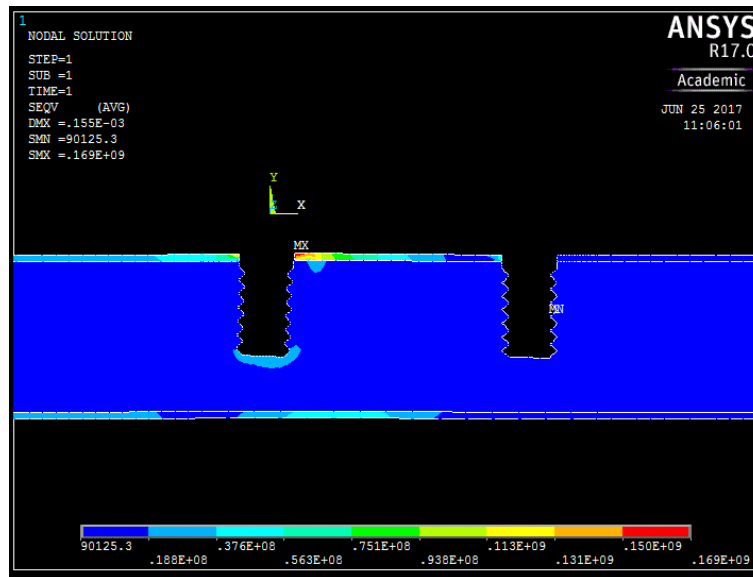
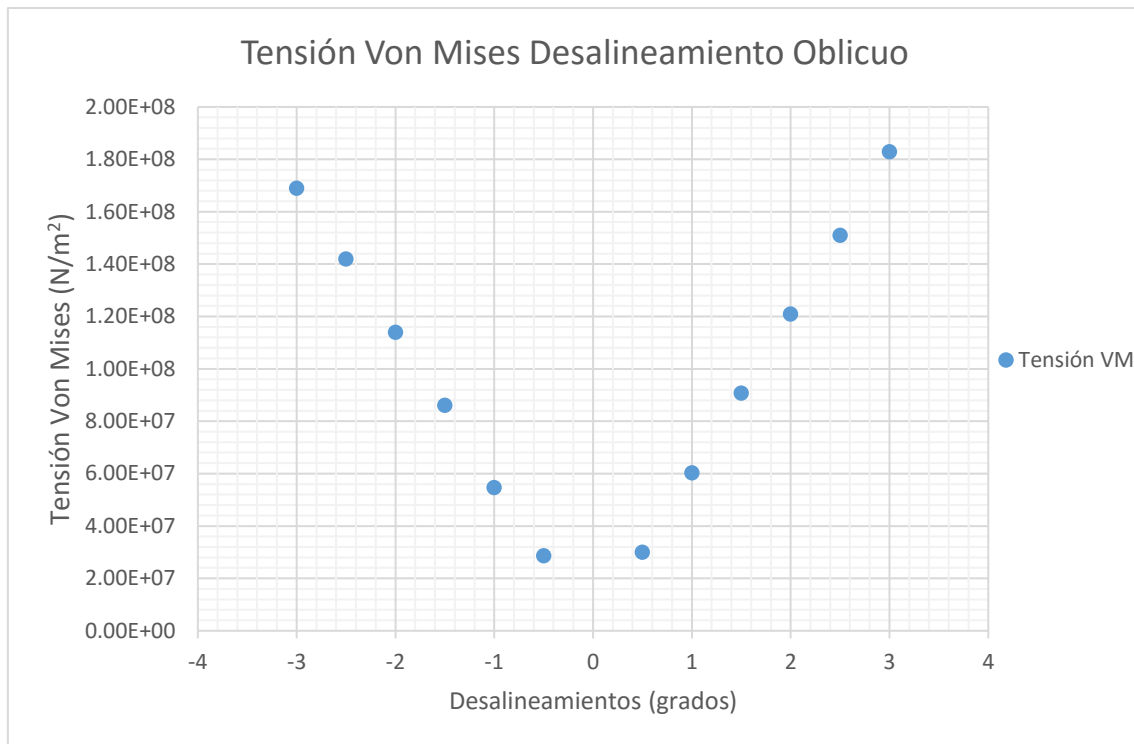


Figura 65: Solución Nodal Desalineamiento Oblicuo Negativo de 3 grados

### 5.1.3.3 COMPARACIÓN

Al igual que lo ocurrido al comparar los desalineamientos horizontales, en este caso encontramos numerosas similitudes entre ambos análisis. En ambos encontramos la zona crítica en el hueso cortical, próximo al pilar izquierdo con un ligero aumento de tensiones en la parte inferior de la base del pilar. La principal diferencia en este aspecto entre ambos estudios radica en la aparición de zonas sometidas a mayor tensión en el hueso esponjoso cuando realizamos un desalineamiento oblicuo negativo. Este aumento de tensión deberá ser tenido en cuenta de cara a futuros análisis debido a que, a pesar de ser entorno a un 10% menor que la tensión máxima de la estructura, el hueso esponjoso tiene también una resistencia menor al hueso cortical de aproximadamente el mismo orden de magnitud.

Por lo que respecta al valor de la tensión generada, al contrario que en los estudios horizontales aquí sí que encontramos una clara situación más desfavorable en todos los estudios. Tal y como se puede ver en la Gráfica 7, las tensiones generadas para un giro positivo serán siempre mayores que las que encontraremos para un giro negativo.



Gráfica 7 Comparación Von Mises entre Desalineamientos Oblicuos

## 5.2 DESALINEAMIENTOS MIXTOS

Debido a la escasa probabilidad de encontrar en situaciones reales imperfecciones como las estudiadas con anterioridad, se hace necesario profundizar en la posibilidad que se den simultáneamente diferentes situaciones de las previamente analizadas.

Es por esto que se plantean los estudios que se van a plantear a continuación. En estos estudios, con el objetivo de determinar cómo evolucionan las tensiones en función de la imperfección estudiada, se generarán unos desalineamientos con un valor fijo y se modificarán los parámetros del resto de coordenadas para analizar cómo evoluciona nuestra estructura.

Como se verá a lo largo de las siguientes hojas, la evolución tensional que previamente se aproximaba de forma clara a un comportamiento lineal aumentará un grado su orden de aproximación, por lo que al hablar de desalineamientos combinados o mixtos, estaremos hablando de evoluciones tensionales polinómicas de grado 2.

### 5.2.1 DESALINEAMIENTO VERTICAL FIJO

Para el primer análisis mixto se generará un desalineamiento vertical de 100 micras que será combinado junto con el resto de posibilidades para determinar cómo responderá nuestra estructura conforme vayamos aumentando el ángulo de giro de nuestro pilar (en ambos sentidos) y el desplazamiento en el eje X.

Aplicando la macro Todo.txt especificando la combinación de desalineamientos se obtienen los resultados de la Tabla 6.

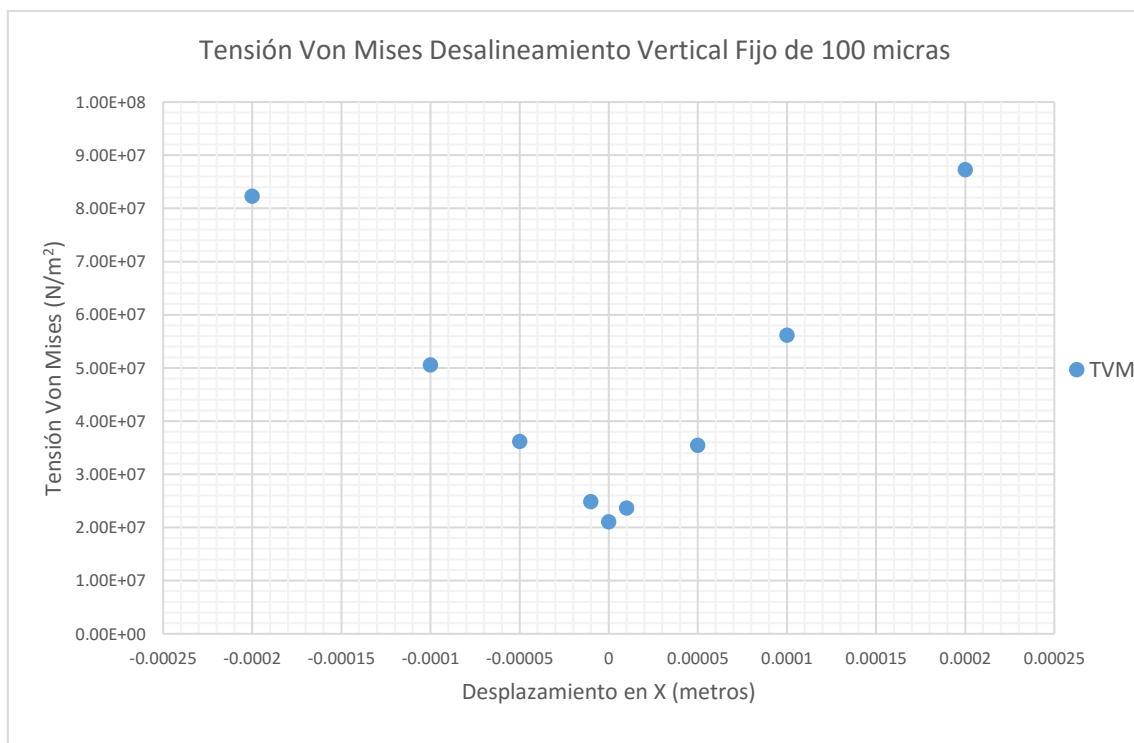
Tomando de referencia el valor tensional obtenido durante el estudio vertical básico, que es un valor de  $2.11 \cdot 10^7$  se puede apreciar que para todos desalineamientos generados, la tensión equivalente de Von Mises aumenta, por lo que la estructura se verá sometida a un estado máximo de carga mayor.



Theta (grados)	UX (metros)	UY (metros)	Tensión VM (N/m <sup>2</sup> )
0	0	-0.0001	2.11·10 <sup>7</sup>
0	-0.00001	-0.0001	2.49·10 <sup>7</sup>
0	-0.00005	-0.0001	3.62·10 <sup>7</sup>
0	-0.0001	-0.0001	5.06·10 <sup>7</sup>
0	-0.0002	-0.0001	8.23·10 <sup>7</sup>
0	0.00001	-0.0001	2.37·10 <sup>7</sup>
0	0.00005	-0.0001	3.55·10 <sup>7</sup>
0	0.0001	-0.0001	5.62·10 <sup>7</sup>
0	0.0002	-0.0001	8.73·10 <sup>7</sup>
-1	0	-0.0001	7.88·10 <sup>7</sup>
-1.75	0	-0.0001	1.22·10 <sup>8</sup>
-2.5	0	-0.0001	1.69·10 <sup>8</sup>
-3	0	-0.0001	3.17·10 <sup>8</sup>
1	0	-0.0001	3.77·10 <sup>7</sup>
1.75	0	-0.0001	8.33·10 <sup>7</sup>
2.5	0	-0.0001	1.29·10 <sup>8</sup>
3	0	-0.0001	1.63·10 <sup>8</sup>

Tabla 6: Resultados para desalineamiento vertical fijo de 100 micras

Primero, analizaremos brevemente los resultados obtenidos para los desplazamientos horizontales dentro de nuestro caso particular.



Gráfica 8: Tensión Von Mises Desalineamiento Vertical de 100 micras más Desplazamiento en X

Como podemos ver en la Gráfica 8, los desplazamientos seleccionados son los mismos que para los análisis básicos, 10, 50, 100 y 200 micras. En este caso se puede apreciar un

comportamiento prácticamente polinómico de grado 2, como se ha mencionado previamente, para desplazamientos en ambos sentidos del eje.

Por lo que respecta a la distribución tensional de nuestra estructura, se puede apreciar como para un desalineamiento horizontal en sentido negativo, las tensión crítica se da en la zona interna de hueso cortical próxima al pilar opuesto al desalineamiento, de forma que va reduciéndose progresivamente hasta llegar al pilar desplazado donde volvemos a encontrar un aumento tensional pero sin llegar al máximo que se encontraba en el extremo opuesto (Figura 66).



Figura 66: Solución Nodal Desalineamiento Vertical 100 micras y Horizontal Negativo de 10 micras

Al contrario de lo que ocurre para la distribución en sentido positivo de nuestro eje X, si nos acercamos al otro pilar que soporta nuestro puente podremos apreciar como la zona que soporta más tensión es la homóloga a la anterior pero en la zona del pilar izquierdo. Además, se puede apreciar como el hueso trabecular o esponjoso, aparecerán superficies más amplias sometidas mayores grados de carga. Concretamente, en zonas próximas al desalineamiento. (Figura 67)

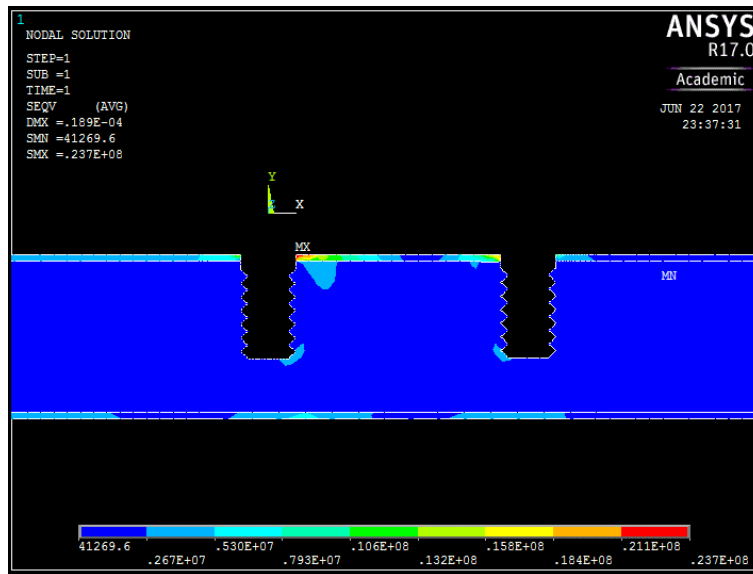
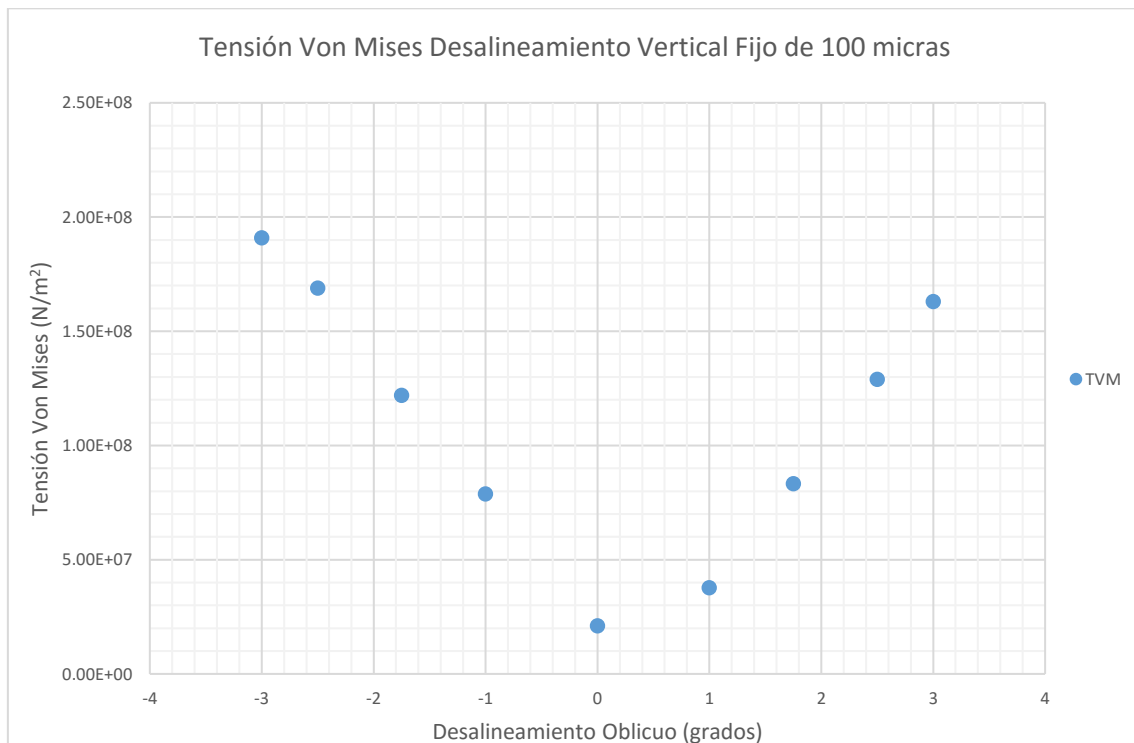


Figura 67: Solución Nodal Desalineamiento Vertical 100 micras y Horizontal Positivo de 10 micras

Si analizamos los resultados obtenidos modificando el ángulo de giro de nuestro pilar izquierdo podemos comprobar como para un desalineamiento vertical establecido, un giro negativo (u horario) genera unas tensiones bastante superiores a las generadas con un giro positivo. Esto es sencillo de entender si nos imaginamos como debe reaccionar el puente para acoplarse a la geometría impuesta a nuestro pilar. Como se puede apreciar en la Gráfica 9 vuelve a aparecer un comportamiento cuadrático de las tensiones, siendo para el giro positivo bastante más claro.



Gráfica 9: Tensión Von Mises Desalineamiento Vertical 100 micras más giro

La distribución tensional que encontramos en ambos tipos de desalineamientos es muy similar como se puede apreciar con la Figura 68 y Figura 69. Con máxima tensión en las zonas

internas de hueso cortical del tornillo izquierdo. En ambos casos también que en la base del pilar aparecen áreas solicitadas que deberán ser tenidas en cuenta de cara a estudios futuros.

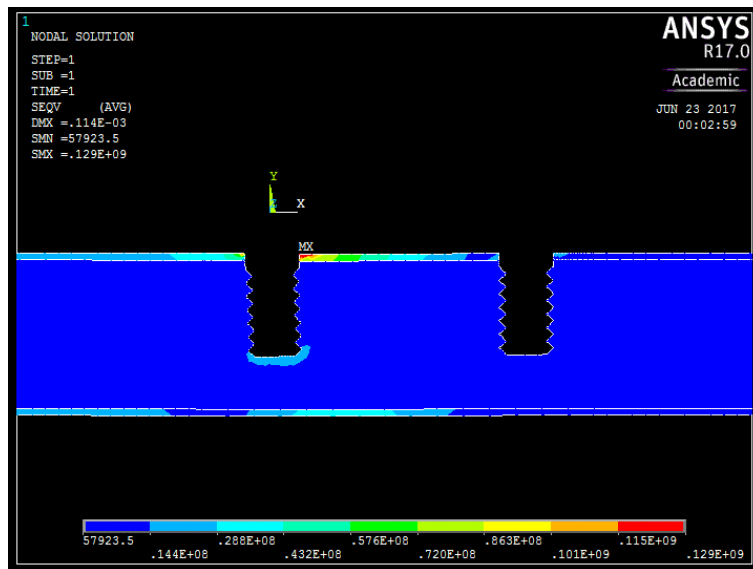


Figura 68: Solución Nodal para Desalineamiento Vertical de 100 micras y Giro Positivo de 2.5 grados

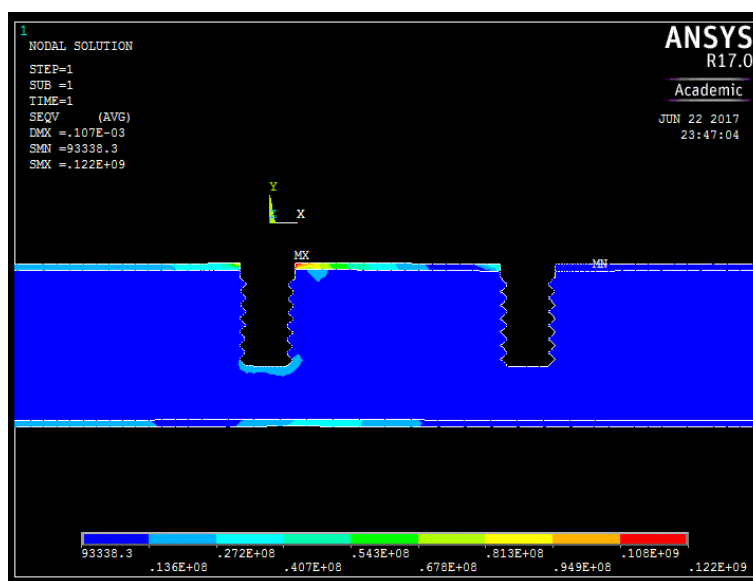


Figura 69: Solución Nodal para Desalineamiento Vertical de 100 micras y Giro Negativo de 1.75 grados

### 5.2.2 DESALINEAMIENTO HORIZONTAL FIJO

Para los próximos análisis, se fijará el desplazamiento del eje X y a partir de este se analizarán las evoluciones de las tensiones en función de la modificación del resto de coordenadas. Al igual que lo ocurrido con un desalineamiento fijo vertical, cualquier tipo de desplazamiento que se le añada a nuestra estructura tomando como referencia un desalineamiento horizontal empeorará la situación tensional máxima con un crecimiento polinómico de segundo grado

### 5.2.2.1 DESALINEAMIENTO HORIZONTAL FIJO POSITIVO

El siguiente estudio que se va a hacer es analizar que sucede cuando tras aproximar el pilar izquierdo al otro pilar de nuestra estructura se impone un giro (tanto positivo como negativo) o un desplazamiento vertical a nuestro tornillo.

Generando un primer desplazamiento en el eje X de 100 micras y aplicando el procedimiento estándar utilizado en todos los estudios previos de nuestro documento obtenemos los resultados que se muestran en la Tabla 7.

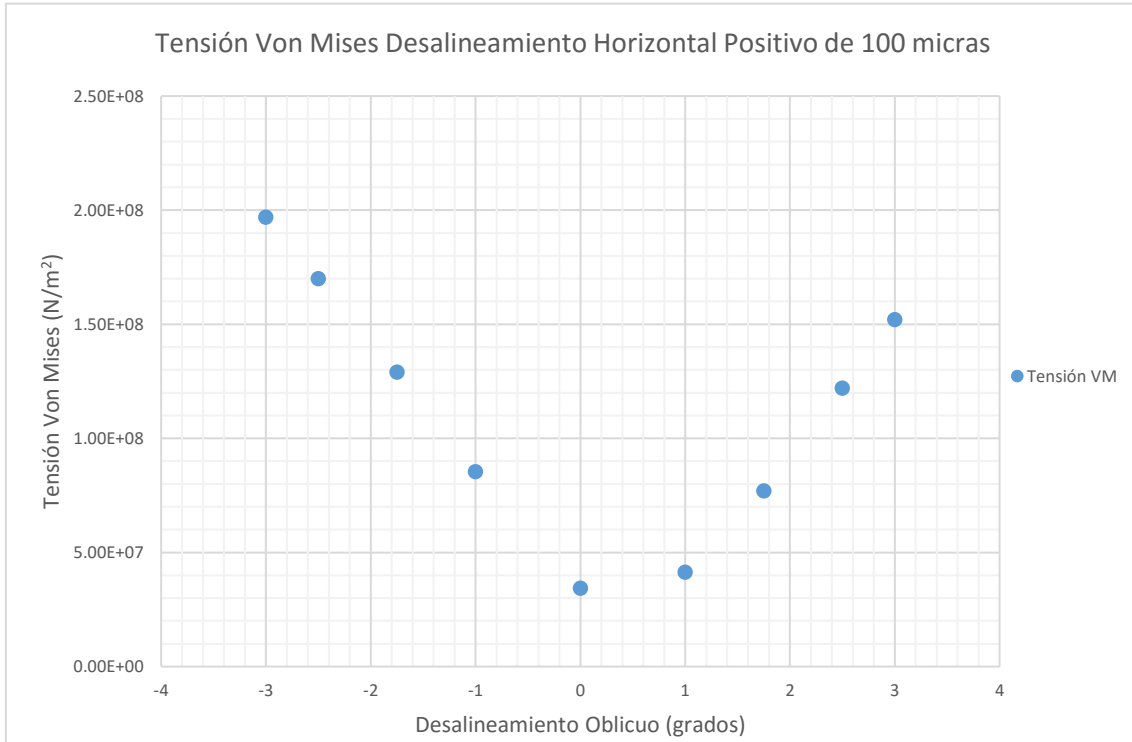
Theta (grados)	UX (metros)	UY (metros)	Tensión VM (N/m <sup>2</sup> )
0	0.0001	0	$3.44 \cdot 10^7$
1	0.0001	0	$4.14 \cdot 10^7$
1.75	0.0001	0	$7.70 \cdot 10^7$
2.5	0.0001	0	$1.22 \cdot 10^8$
3	0.0001	0	$1.52 \cdot 10^8$
-1	0.0001	0	$8.55 \cdot 10^7$
-1.75	0.0001	0	$1.29 \cdot 10^8$
-2.5	0.0001	0	$1.70 \cdot 10^8$
-3	0.0001	0	$1.97 \cdot 10^8$
0	0.0001	-0.00001	$3.63 \cdot 10^7$
0	0.0001	-0.00005	$4.40 \cdot 10^7$
0	0.0001	-0.0001	$5.62 \cdot 10^7$
0	0.0001	-0.0002	$7.46 \cdot 10^7$

Tabla 7: Resultados Desalineamiento Vertical Fijo de 100 micras

Si comparamos los resultados obtenidos podemos apreciar cómo con la situación inicial del desplazamiento en el eje X, la tensión que sufre nuestro sistema va a aumentar sea cual sea el desplazamiento “extra” que se le imponga, ya que para un desalineamiento horizontal positivo de 100 micras básico tenemos una tensión de  $3.44 \cdot 10^7$  (N/m<sup>2</sup>)

Como se puede apreciar en la Gráfica 10, al igual que lo ocurrido para el desplazamiento fijo vertical, encontraremos tensiones superiores cuando trabajemos con giros negativos, siendo alrededor de 1.5 veces las tensiones obtenidas para un giro positivo.

Se observa un comportamiento polinómico cuadrado tensional, al igual que se encontró en el caso estudiado con anterioridad.



Gráfica 10: Tensión Von Mises Desalineamiento Horizontal Positivo de 100 micras más giro

En estos casos, encontramos una peculiaridad en cuanto a distribución tensional se refiere. Como podemos ver en las figuras, cuando creamos un giro positivo para este desalineamiento estamos favoreciendo el direccionamiento de nuestro pilar con respecto al puente de forma que las tensiones que aparecen próximas al pilar izquierdo en el hueso esponjoso se van viendo reducidas conforme vamos aumentando el ángulo de giro. A su vez, vemos como se descarga la zona interna de hueso cortical del pilar derecho aumentando su homóloga en el pilar opuesto. De esta forma encontramos tensiones mayores en cuanto a valor absoluto en nuestro sistema pero con una mayor focalización y con menos zonas sometidas a altas solicitaciones.

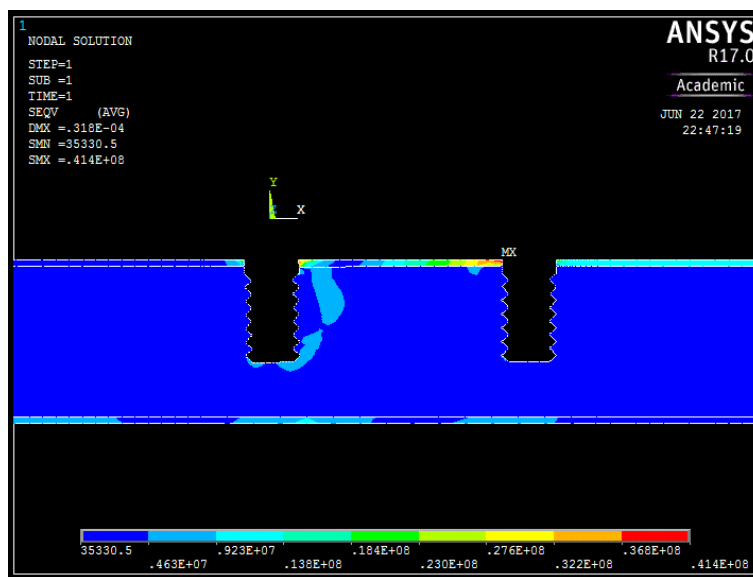


Figura 70: Solución Nodal Desalineamiento Horizontal Positivo de 100 micras y Giro Positivo de 1 grado

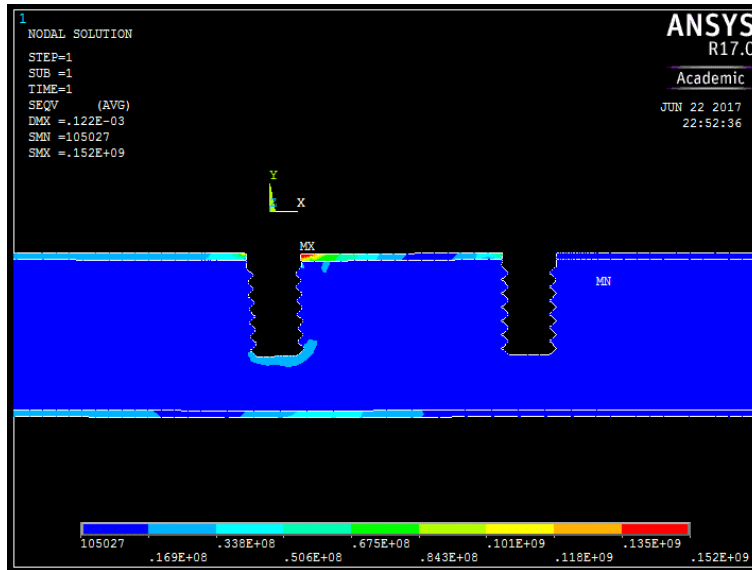


Figura 71: Solución Nodal Desalineamiento Horizontal Positivo de 100 micras y Giro Positivo de 3 grados

Al contrario de lo que ocurre con el giro positivo, la distribución tensional para un giro negativo de nuestro boceto particular seguirá para todos los valores seleccionados el mismo patrón sin modificaciones aparentes, con tensión máxima en el hueso cortical interno del pilar izquierdo y solicitaciones en la base del pilar desplazado (Figura 72)

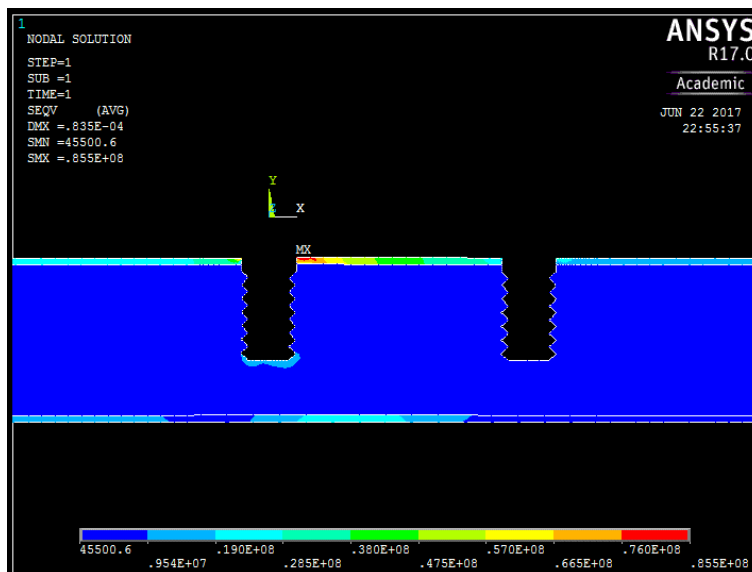
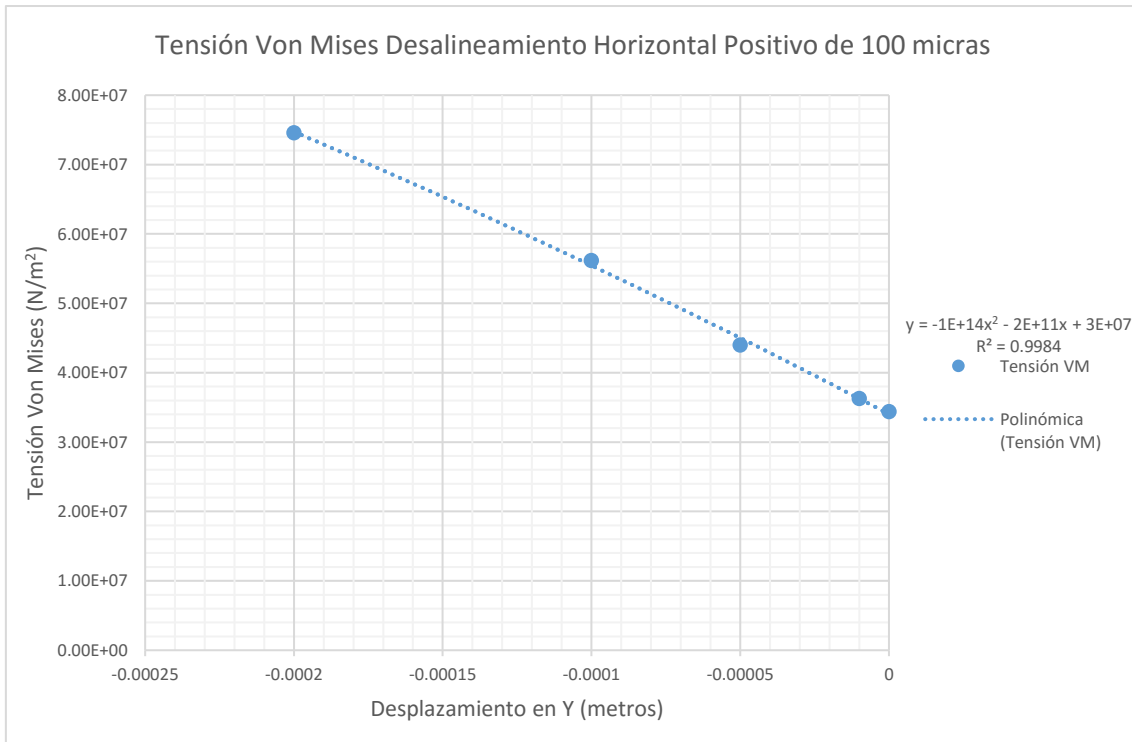


Figura 72: Solución Nodal Desalineamiento Horizontal Positivo de 100 micras y Giro Negativo de 1 grado

Por su parte, para el desalineamiento horizontal fijo positivo si se genera un desalineamiento vertical complementario se puede observar un comportamiento cuadrático, tal y como aparece en la Gráfica 11 con una distribución tensional similar a la que encontramos con el giro negativo (Figura 73)



Gráfica 11: Tensión Von Mises para Desalineamiento Horizontal Positivo de 100 micras más Desplazamiento Vertical

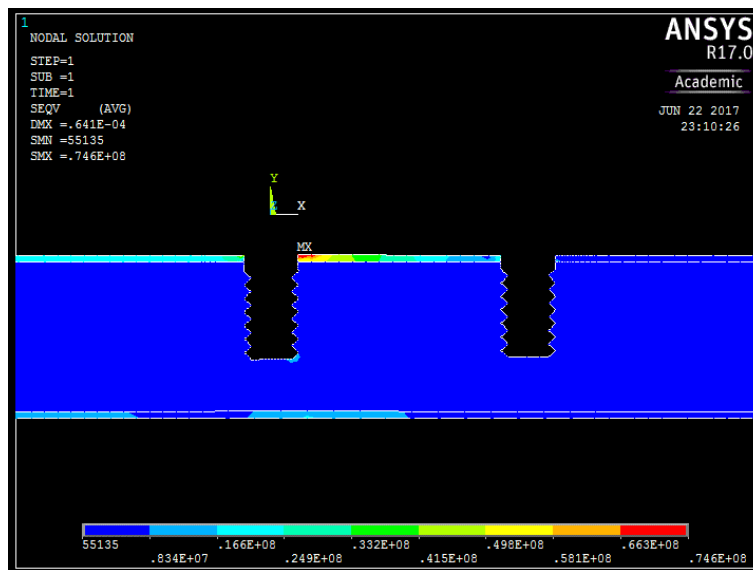


Figura 73: Solución Nodal Desalineamiento Horizontal Positivo de 100 micras y Vertical de 200 micras

#### 5.2.2.2 DESALINEAMIENTO HORIZONTAL FIJO NEGATIVO

Al igual que para la suposición anterior, se tomará como desalineamiento fijo un desplazamiento en el eje X en sentido negativo de 100 micras. A partir de nuestro boceto y especificaciones se obtienen los resultados de la Tabla 8.

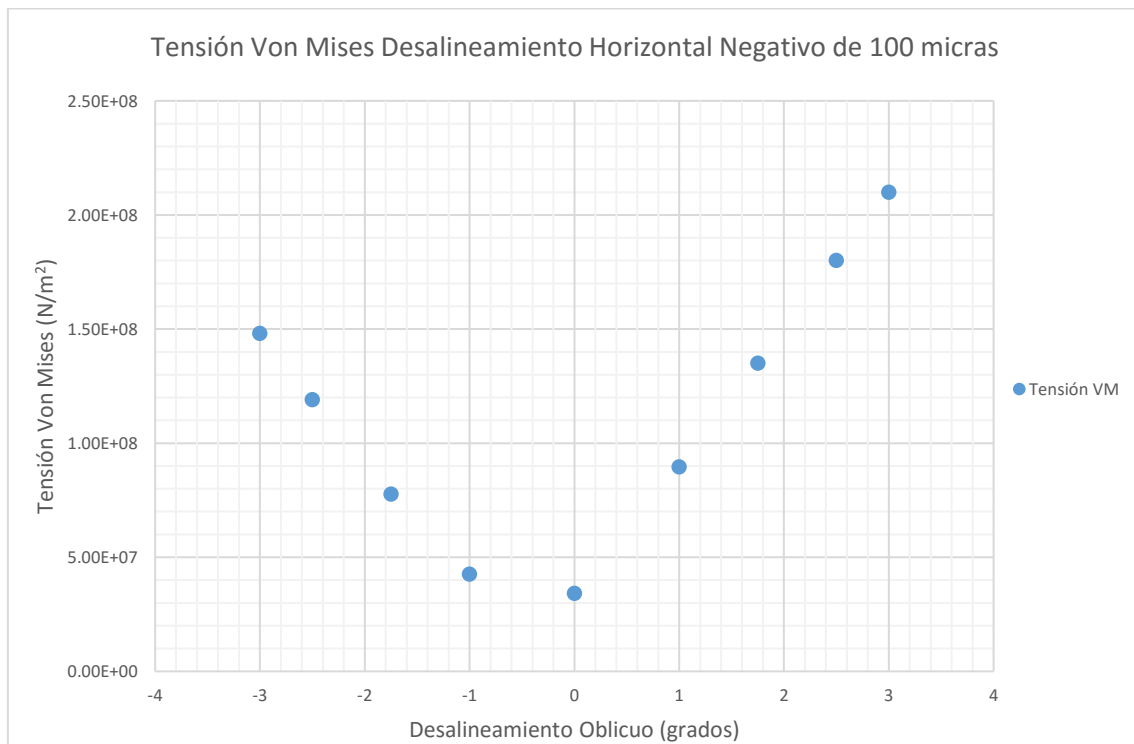
Theta (grados)	UX (metros)	UY (metros)	Tensión VM (N/m²)
0	-0.0001	0	$3.41 \cdot 10^7$
1	-0.0001	0	$8.96 \cdot 10^7$
1.75	-0.0001	0	$1.35 \cdot 10^8$



2.5	-0.0001	0	$1.80 \cdot 10^8$
3	-0.0001	0	$2.10 \cdot 10^8$
-1	-0.0001	0	$4.26 \cdot 10^7$
-1.75	-0.0001	0	$7.77 \cdot 10^7$
-2.5	-0.0001	0	$1.19 \cdot 10^8$
-3	-0.0001	0	$1.48 \cdot 10^8$
0	-0.0001	-0.00001	$3.42 \cdot 10^7$
0	-0.0001	-0.00005	$4.12 \cdot 10^7$
0	-0.0001	-0.0001	$5.06 \cdot 10^7$
0	-0.0001	-0.0002	$7.42 \cdot 10^7$

Tabla 8: Resultados para Desalineamiento Horizontal Fijo negativo de 100 micras

Partiendo de una tensión de  $3.41 \cdot 10^7$  (N/m<sup>2</sup>), obtenida para un desplazamiento básico negativo en el eje X (Tabla 3) podemos comprobar que está se ve superada en todos los análisis de este apartado, de modo que se puede decir que empeoramos la situación tensional de nuestra estructura sea cual sea el desplazamiento que se le añada a la estructura.



Gráfica 12: Tensión Von Mises Desalineamiento Horizontal Negativo de 100 micras más Giro

Al contrario de lo ocurrido en los apartados anteriores, y como era de esperar analizados los resultados del estudio previo, si separamos los pilares de nuestra estructura para posteriormente aplicar un giro sobre el tornillo izquierdo se puede ver que encontraremos una tensión mayor en los casos que realicemos el giro en sentido positivo. Al igual que en el caso anterior esta tensión será aproximadamente 1.5 veces la tensión de su homólogo negativo, siguiendo en ambos casos una aproximación cuadrada igual que en los estudios combinados anteriores.

Por lo que respecta a la distribución tensional encontramos las mismas peculiaridades que las comentadas en el apartado anterior con el desplazamiento horizontal positivo, sin

embargo en este caso, como es lógico se dará cuando hablemos de giros negativos ya que son los que favorecen la situación adversa que se puede dar en la estructura

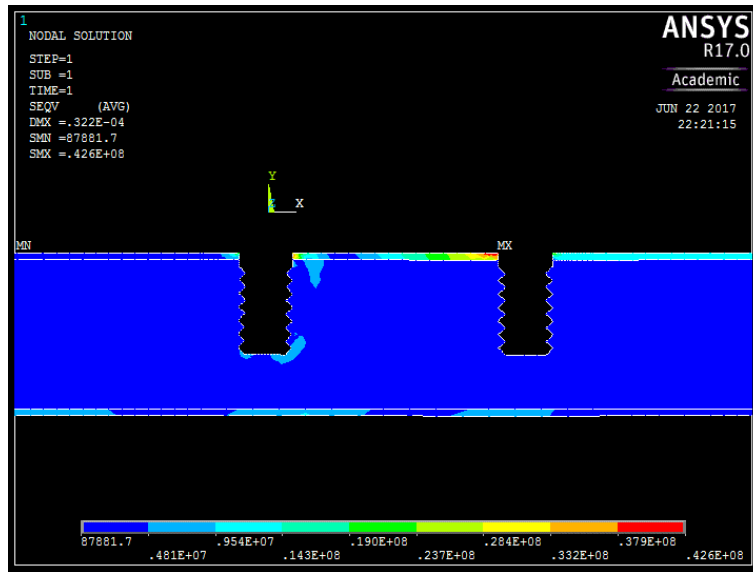


Figura 74: Solución Nodal para Desalineamiento Horizontal Negativo de 100 micras y giro Negativo de 1 grado

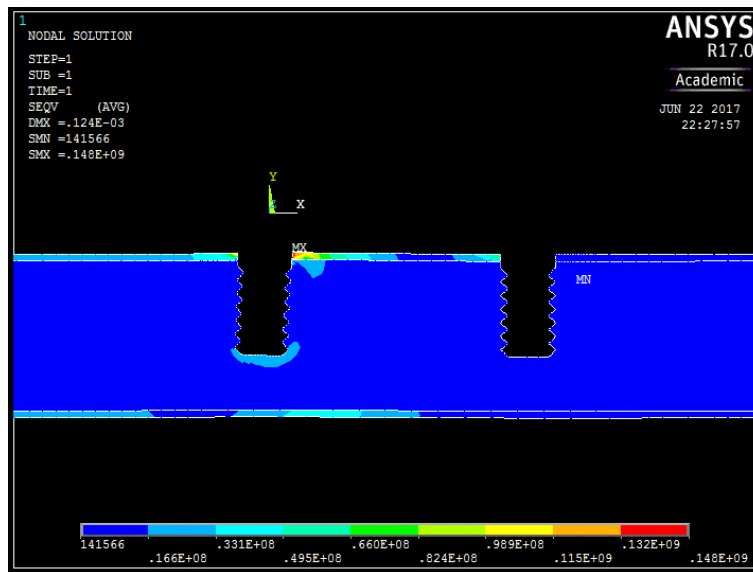


Figura 75: Solución Nodal para Desalineamiento Horizontal Negativo de 100 micras y giro Negativo de 3 grados

Por lo que respecta a la distribución tensional para giros positivos de nuestro boceto particular tenemos la situación más común a lo largo de los estudios que estamos realizando, tensión máxima en la zona interna del hueso cortical próximo al pilar izquierdo con solicitaciones superiores al resto del hueso esponjoso en la base del mismo.

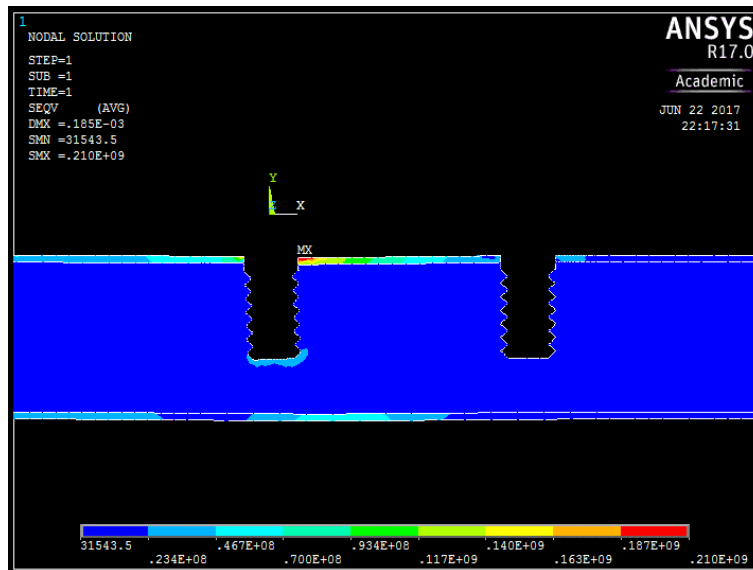
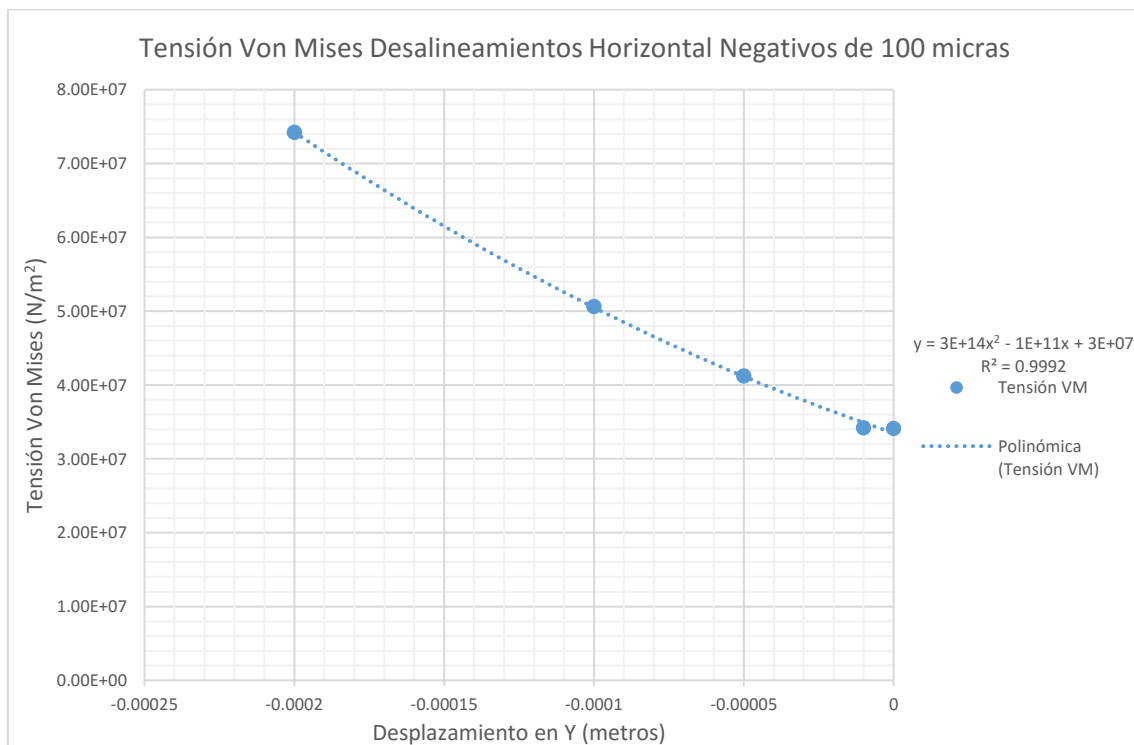


Figura 76: Solución Nodal para Desalineamiento Horizontal Negativo de 100 micras y giro Positivo de 3 grados

Para concluir con los análisis con desplazamiento horizontal fijo, se analiza el comportamiento de la estructura para una combinación del lateral negativo y del vertical. Como se puede ver en la gráfica, estamos hablando de un comportamiento polinómico de segundo grado bastante claro, como se ha estado obteniendo en gran parte de los estudios a lo largo de este documento.



Gráfica 13: Tensión Von Mises Desalineamiento Horizontal Negativo de 100 micras más Desplazamiento Vertical

Por su parte en este tipo de imperfecciones encontramos la zona sometida a mayor carga en el pilar derecho, concretamente en el hueso cortical de la zona interna de la estructura. Desde ahí, se puede apreciar como las solicitaciones en el hueso van disminuyendo conforme nos aproximamos al otro pilar.

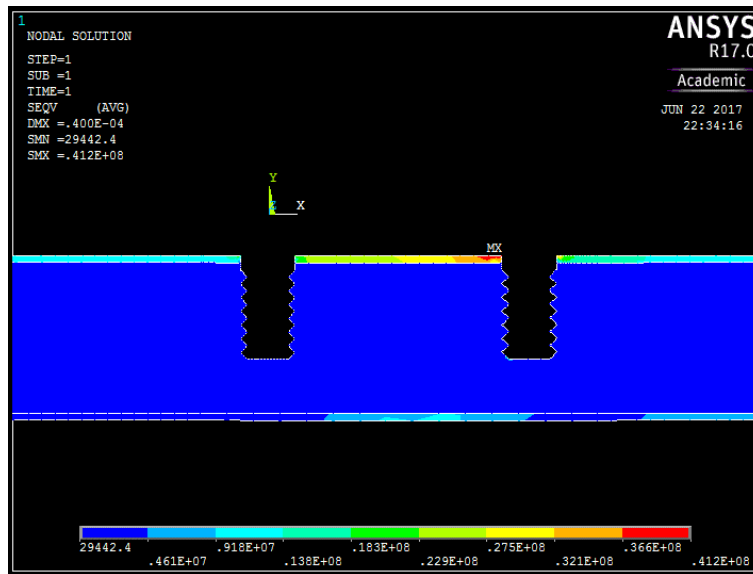


Figura 77: Solución Nodal para Desalineamiento Horizontal Negativo de 100 micras y Vertical de 50 micras

### 5.2.3 DESALINEAMIENTO OBLICUO FIJO

Para concluir los análisis de nuestro estudio, se va a generar como base un desalineamiento oblicuo sobre el cual se añadirán desplazamientos en tanto en eje X como en Y. Se realizarán análisis en ambos sentidos del giro con un valor absoluto común: 1.5 grados.

Será en este apartado donde encontremos los resultados más llamativos, ya que, tal y como se comentará más adelante encontramos unos puntos con peculiaridades que no se habían observado hasta el momento.

#### 5.2.3.1 DESALINEAMIENTO OBLICUO FIJO POSITIVO

Como primer estudio de este apartado se generará un giro de 1.5 grados en sentido antihorario o positivo. Como se puede observar en la tabla se han añadido dos valores más a los frecuentemente estudiados para un desplazamiento positivo a lo largo del eje X, estos nuevos valores son de 250 y 300 micras.

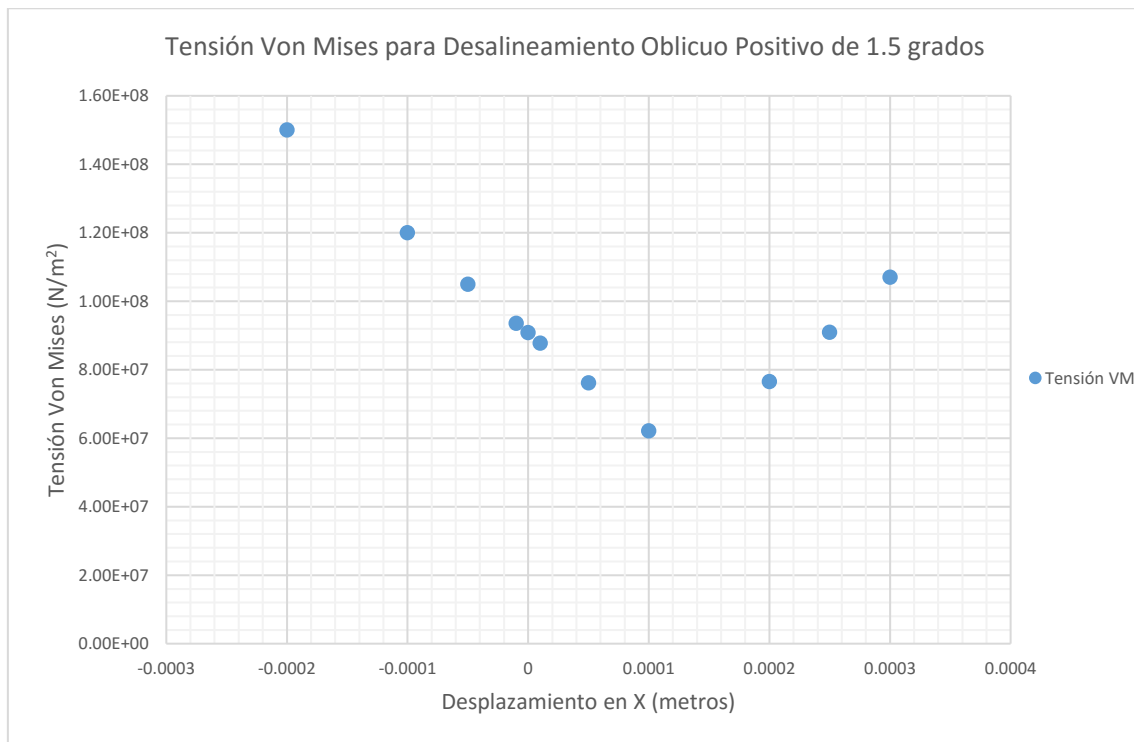
Theta (grados)	UX (metros)	UY (metros)	Tensión VM (N/m <sup>2</sup> )
1.5	0	0	$9.08 \cdot 10^7$
1.5	-0.00001	0	$9.36 \cdot 10^7$
1.5	-0.00005	0	$1.05 \cdot 10^8$
1.5	-0.0001	0	$1.20 \cdot 10^8$
1.5	-0.0002	0	$1.50 \cdot 10^8$
1.5	0.00001	0	$8.78 \cdot 10^7$
1.5	0.00005	0	$7.62 \cdot 10^7$
1.5	0.0001	0	$6.21 \cdot 10^7$
1.5	0.0002	0	$7.65 \cdot 10^7$
1.5	0.00025	0	$9.09 \cdot 10^7$
1.5	0.0003	0	$1.07 \cdot 10^8$
1.5	0	-0.00001	$8.84 \cdot 10^7$
1.5	0	-0.00005	$7.93 \cdot 10^7$
1.5	0	-0.0001	$6.81 \cdot 10^7$

1.5	0	-0.0002	$4.75 \cdot 10^7$
-----	---	---------	-------------------

Tabla 9: Resultados para Desalineamientos Oblicuo Positivo Fijo de 1.5 grados

Partiendo de la tensión del resultado inicial para este giro (Tabla 4),  $9.08 \cdot 10^7$  (N/m<sup>2</sup>) se observa como para desplazamientos en el eje X en sentido positivo la tensión que soporta la encía se va reduciendo hasta que alcanza un valor mínimo y comienza a crecer a partir de dicho punto.

Cabe destacar también que para el desplazamiento vertical, encontramos también una mejoría considerable en la situación de carga que soporta la encía. Sin embargo, para el desplazamiento horizontal en sentido negativo podemos ver como la tensión equivalente de Von Mises va evolucionando conforme aumentamos la imperfección.



Gráfica 14: Tensión Von Mises Desalineamiento Oblicuo Positivo de 1.5 grados más Desplazamiento Horizontal

Como se puede apreciar en la gráfica, para un desplazamiento a lo largo del eje X en sentido negativo, la tensión de Von Mises crece de forma cuadrada con respecto al desplazamiento. Sin embargo cuando nos movemos a lo largo del eje X en sentido positivo se ve claramente cómo se va reduciendo la tensión de Von Mises llegando a un mínimo aproximadamente a las 100 micras y a partir de ahí comienza a crecer de nuevo.

Este fenómeno se debe única y exclusivamente a la geometría del diseño, ya que como hemos mencionado en el estudio de situación de desalineamiento oblicuo básico, el giro favorece, dependiendo de sentido de giro, la reestructuración del sistema tras la imposición de las ecuaciones de restricción.

Esto se traduce en el ámbito de la distribución tensional a algo similar a lo que hemos visto en el apartado de los desalineamientos horizontales fijos. Como se puede ver en las figuras, la tensión que sufre el hueso trabecular que rodea al pilar por la cara interna de la estructura va aumentando significativamente hasta que llega un punto, que será el mínimo de nuestra gráfica

(Figura 79), donde se redistribuye por completo la tensión y el hueso cortical del pilar izquierdo deja de ser la zona más afectada ya que pasará a serlo el hueso cortical interno del pilar derecho.

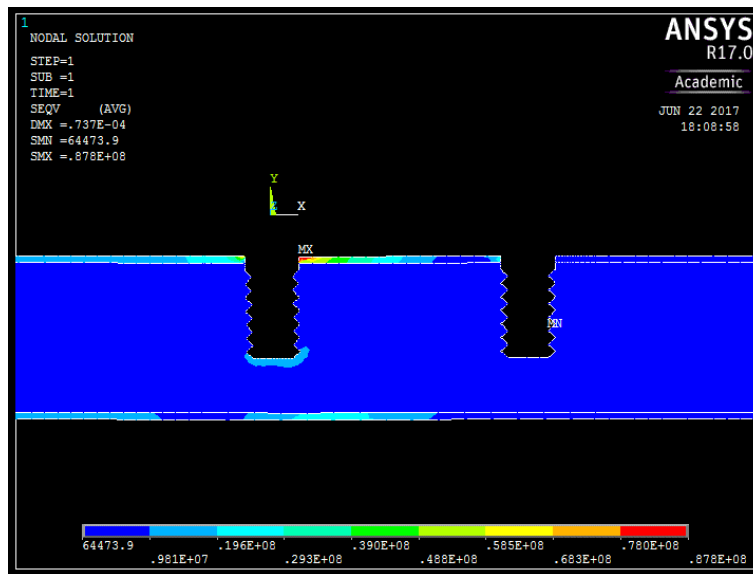


Figura 78: Solución Nodal para Desalineamiento Oblicuo Positivo de 1.5 grados más Horizontal Positivo de 10 micras

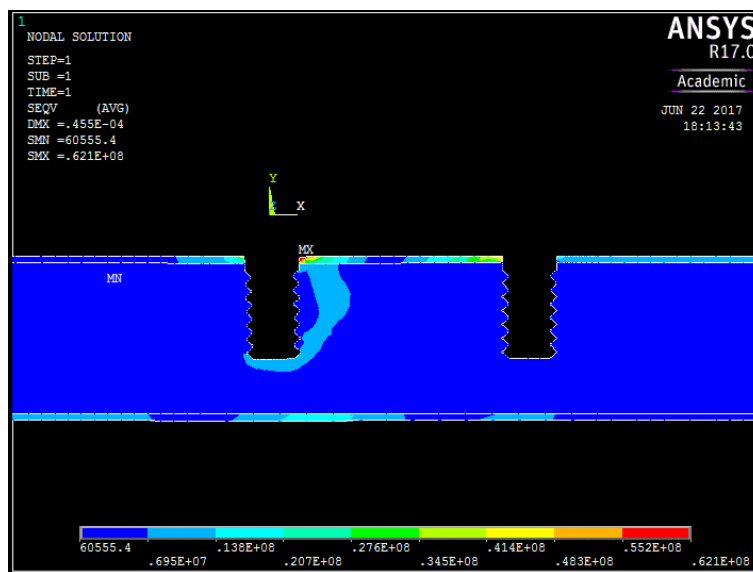


Figura 79: Solución Nodal para Desalineamiento Oblicuo Positivo de 1.5 grados más Horizontal Positivo de 100 micras

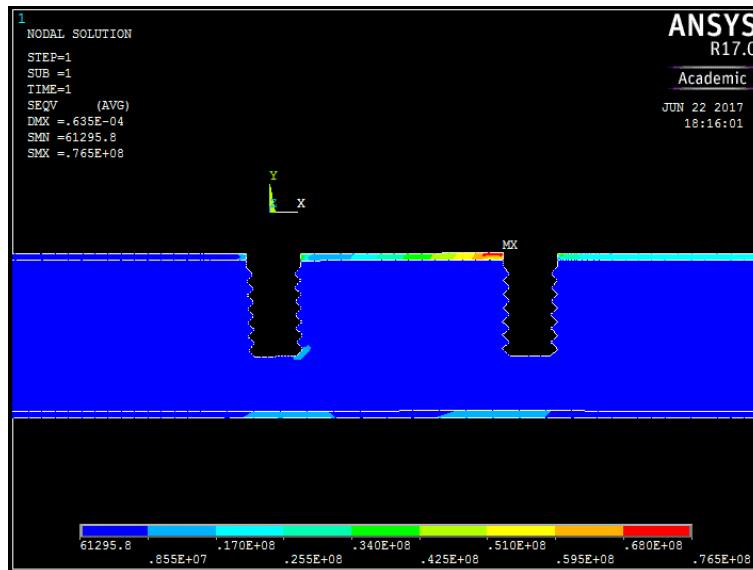


Figura 80: Nodal para Desalineamiento Oblicuo Positivo de 1.5 grados más Horizontal Positivo de 200 micras

Para un desplazamiento horizontal negativo de nuestra estructura, y por tanto la zona izquierda de la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**, encontramos una distribución tensional similar al resto de estructuras, un comportamiento prácticamente lineal. Si nos fijamos en la distribución tensional veremos que la zona con mayor posibilidad de colapso es la zona de hueso cortical próxima al pilar izquierdo, disminuyendo esta tensión conforme nos aproximamos al pilar derecho de la estructura (Figura 81)

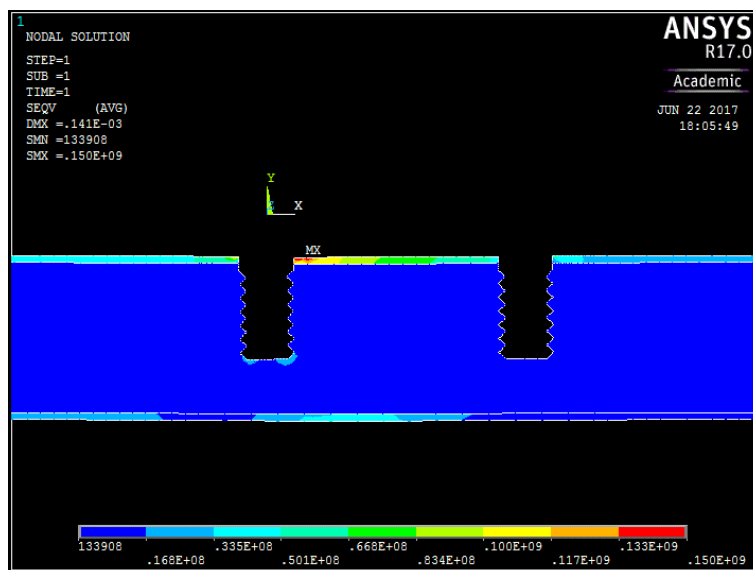
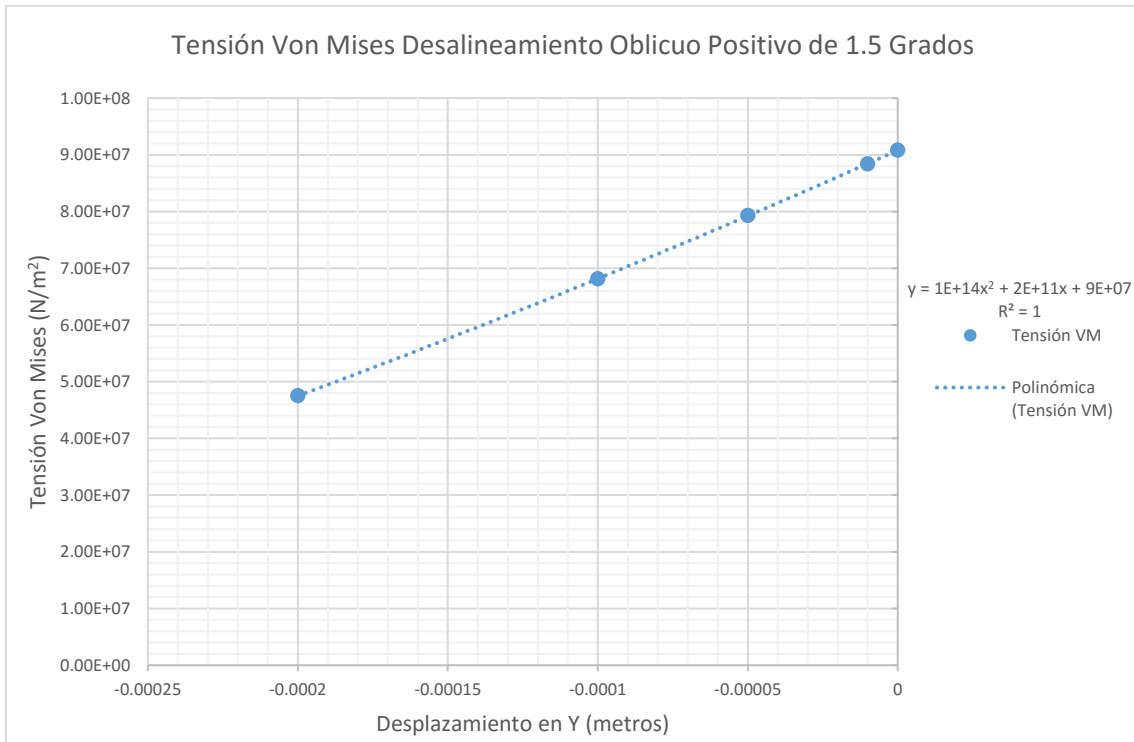


Figura 81: Solución Nodal para Desalineamiento Oblicuo Positivo de 1.5 grados más Desplazamiento Horizontal Negativo de 200 micras

Una vez analizado el comportamiento con desplazamientos a lo largo del eje X, comprobaremos que situación encontramos al generar imperfecciones verticales. A partir de los datos de la Tabla 9 obtenemos una gráfica donde podemos comprobar como el comportamiento que seguirá la tensión sufrida por la encía evolucionará con un comportamiento polinómico de segundo orden para un giro dado a medida que se aumenta el orden de desalineamiento vertical. Como se puede apreciar, al contrario de lo que se ha dado en los estudios anteriores, el hecho de generar un desalineamiento vertical añadido al fijo impuesto mejora la situación

tensional de nuestra encía, ya que al reducir la situación en el eje Y de nuestro pilar favorecemos la reestructuración de nuestro sistema.



Gráfica 15: Tensión Von Mises Desalineamiento Oblicuo Positivo de 1.5 Grados más Desplazamiento Vertical

En este caso, encontramos una distribución tensional en la que encontramos toda la zona de hueso cortical interna a nuestra estructura, pudiendo encontrar la zona crítica en las proximidades del pilar desplazado. Como se puede apreciar en la Figura 82, encontramos también solicitaciones en ambas bases de los pilares, aunque un área de influencia para estas solicitaciones bastante inferior en el pilar derecho.

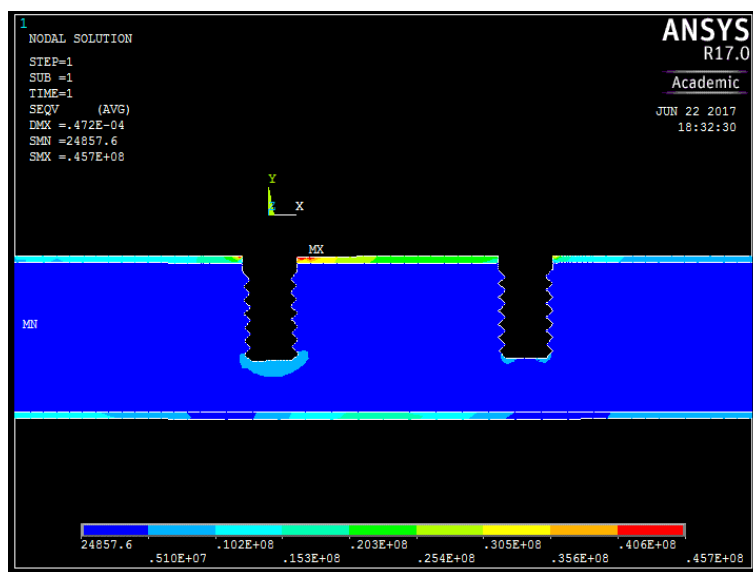


Figura 82: Solución Nodal para Desalineamiento Oblicuo Positivo de 1.5 grados más Horizontal



### 5.2.3.2 DESALINEAMIENTO OBLICUO FIJO NEGATIVO

En este caso, al igual que en el apartado anterior, partiremos de un giro 1.5 grados, pero en este estudio se supondrá un giro negativo, es decir, en sentido horario.

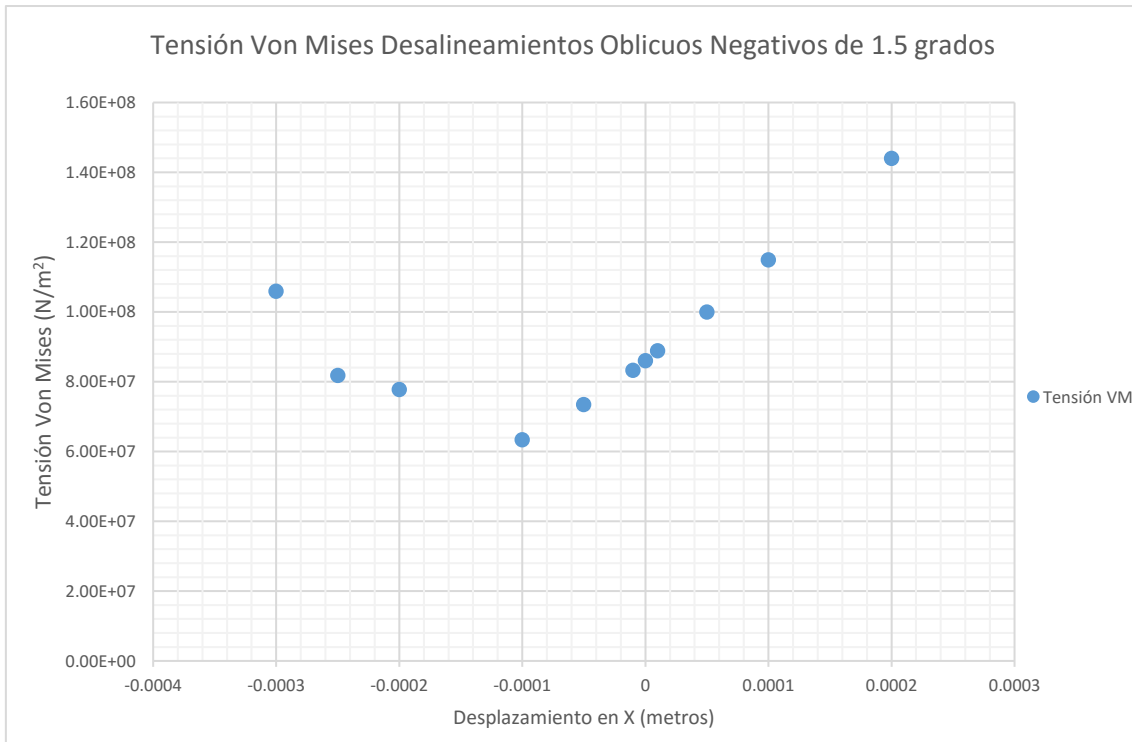
Como podemos ver en la Tabla 5 se partirá de una tensión de  $8.61 \cdot 10^7$  (N/m<sup>2</sup>). Si generamos el resto de imperfecciones en nuestra estructura obtenemos unos resultados bastante peculiares que comentaremos a continuación.

Theta (grados)	UX (metros)	UY (metros)	Tensión VM (N/m <sup>2</sup> )
-1.5	0	0	$8.61 \cdot 10^7$
-1.5	-0.00001	0	$8.33 \cdot 10^7$
-1.5	-0.00005	0	$7.35 \cdot 10^7$
-1.5	-0.0001	0	$6.34 \cdot 10^7$
-1.5	-0.0002	0	$7.78 \cdot 10^7$
-1.5	-0.00025	0	$8.18 \cdot 10^7$
-1.5	-0.0003	0	$1.06 \cdot 10^8$
-1.5	0.00001	0	$8.89 \cdot 10^7$
-1.5	0.00005	0	$1.00 \cdot 10^8$
-1.5	0.0001	0	$1.15 \cdot 10^8$
-1.5	0.0002	0	$1.44 \cdot 10^8$
-1.5	0	-0.00001	$8.85 \cdot 10^7$
-1.5	0	-0.00005	$9.70 \cdot 10^7$
-1.5	0	-0.0001	$1.08 \cdot 10^8$
-1.5	0	-0.0002	$1.29 \cdot 10^8$

Tabla 10: Resultados para Desalineamiento Oblicuo Negativo Fijo de 1.5 grados

Como se puede ver, al igual que ocurría para un desalineamiento oblicuo positivo fijo, a medida que lo vamos desplazando horizontalmente de forma que favorezca el acoplamiento entre el puente y el pilar encontramos una reducción de la tensión equivalente encontrada en la encía, hasta que llega un valor mínimo a partir del cual comienza a ascender. Al igual que en el caso anterior este límite horizontal inferior se da para un desplazamiento de 100 micras tal y como se ve en la Gráfica 16, comportamiento predecible debido a que el giro supuesto es el mismo pero en sentido contrario.

Por lo que respecta al desplazamiento horizontal positivo se aprecia como la tensión soportada por la encía va creciendo a medida que aumentamos la imperfección. Lo mismo ocurre con el desalineamiento vertical, aunque se puede apreciar que soportará más tensión en los desplazamientos límites horizontales que en el vertical (Tabla 10).



Gráfica 16: Tensión Von Mises Desalineamiento Oblicuo Negativo 1.5 grados más Desplazamiento Horizontal

Es por tanto lógico pensar que la distribución tensional que encontraremos tendrá patrones similares a lo ocurrido en el caso del giro positivo. Tal y como se puede ver en la Figura 83 y en la Figura 84 encontramos el patrón que estábamos esperando, coincidiendo también las zonas de máxima tensión con las encontradas en estudios anteriores.

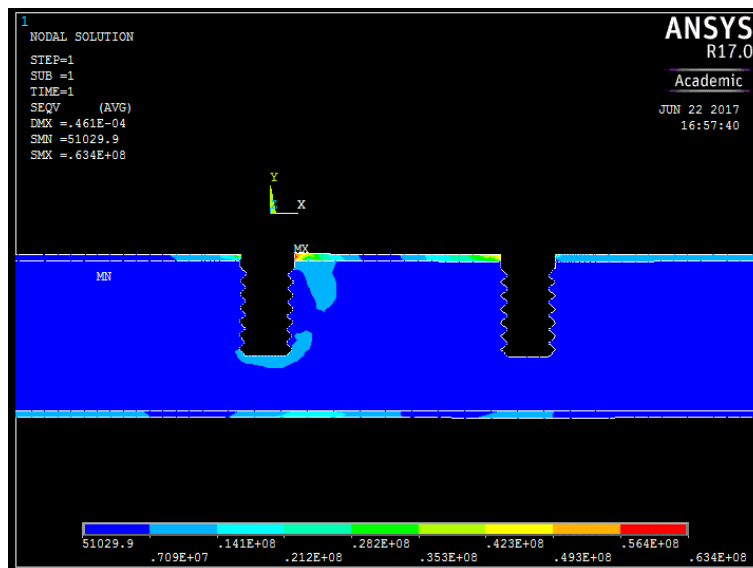


Figura 83: Solución Nodal para Desalineamiento Oblicuo Negativo de 1.5 grados más Horizontal Negativo de 100 micras

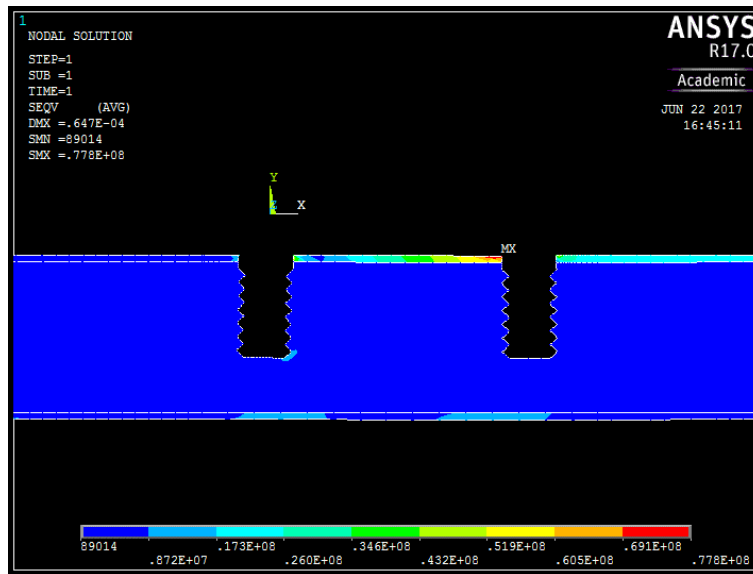
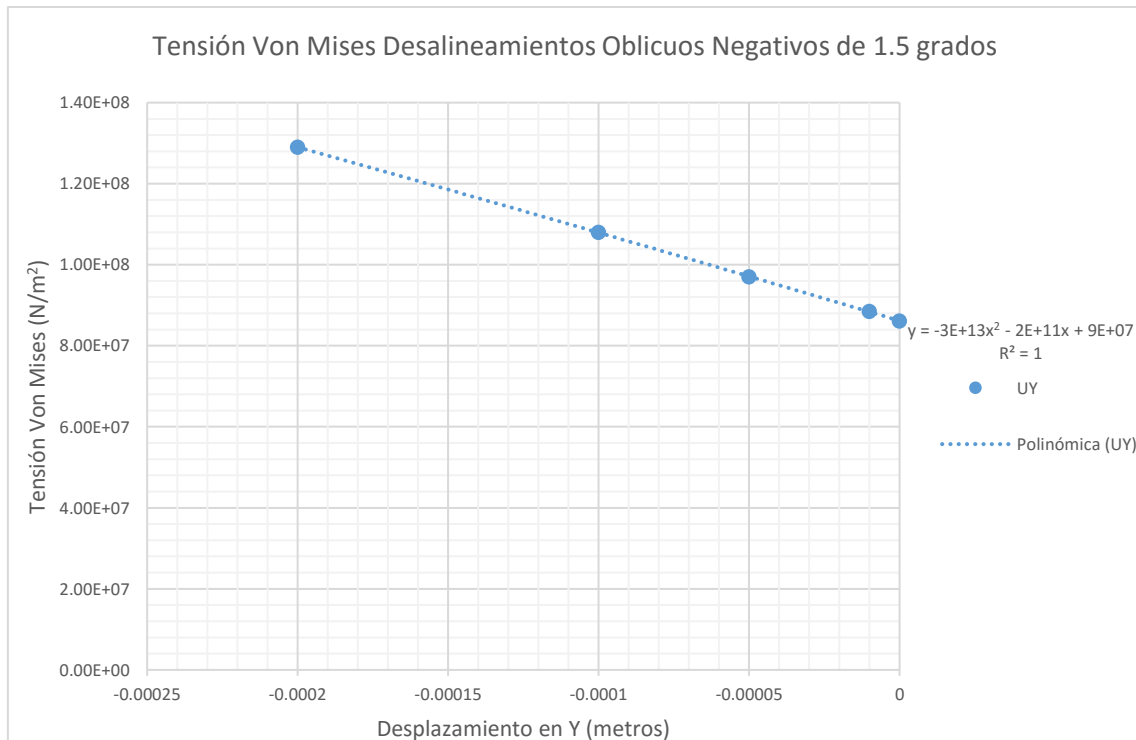


Figura 84: Solución Nodal para Desalineamiento Oblicuo Negativo de 1.5 grados más Horizontal Negativo de 200 micras

Si nos enfocamos en el desplazamiento vertical, podemos ver un comportamiento cuadrado, al igual que en el resto de estudios combinados, bastante definido, a medida que aumentamos el desalineamiento aumentamos la tensión soportada por la estructura incrementando así las probabilidades de colapso, hecho que contrasta bastante con lo analizado para un desalineamiento oblicuo positivo donde se veía claramente como la tensión equivalente de Von Mises reducía a medida que aumentábamos el desalineamiento.



Gráfica 17: Tensión Von Mises Desalineamiento Oblicuo Negativo de 1.5 grados más Desplazamiento Vertical

En este apartado, encontramos las mayores solicitaciones en la zona interna del hueso cortical de nuestro pilar izquierdo, así como unas solicitaciones reseñables en la base del mismo.

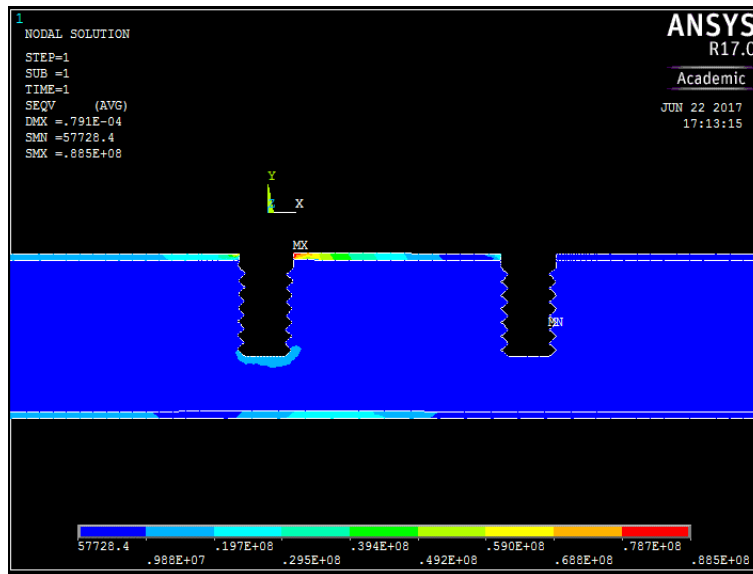


Figura 85: Solución Nodal para Desalineamiento Oblicuo Negativo de 1.5 grados y Desplazamiento Vertical de 10 micras

## 6. CONCLUSIONES

Una vez analizados los resultados podemos extraer numerosas conclusiones de nuestros análisis. La primera y más clara es que dependiendo del tipo de desalineamiento que estemos tratando hablaremos de una evolución lineal o polinómica de segundo grado, ya que como se ha demostrado en los estudios para desalineamientos básicos encontraremos evoluciones lineales prácticamente perfectas de la tensión máxima que soportará la estructura. Sin embargo para desalineamientos combinados encontraremos evoluciones tensionales que seguirán una función polinómica de orden 2.

Como se ve a lo largo de los estudios que se han descrito en este documento, el desalineamiento básico que genera unas tensiones mayores en el hueso es el desalineamiento oblicuo y el menos severo es el vertical. Es lógico esto si se analiza la estructura y las condiciones impuestas de nuestro estudio como se ha ido comentando a lo largo de nuestros análisis. Pero, al contrario de lo que ocurre en algunos casos específicos de los desplazamientos mixtos, está evolución va a ser siempre, ascendente.

Si nos centramos en las combinaciones entre desplazamientos, se puede apreciar como encontramos una evolución polinómica de segundo grado en todos los casos dejando atrás el comportamiento lineal que se apreciaba en los análisis básicos. Como norma general encontraremos aumentos tensionales conforme combinemos desalineamientos, sin embargo, se encontrarán una serie de peculiaridades en la evolución tensional cuando se supone un desalineamiento oblicuo fijo.

Se podría decir que dado un giro determinado, este tendrá asociado un desplazamiento límite horizontal que le permita mejorar la situación tensional de la estructura y a partir del cual encontraremos un crecimiento cuadrado y bastante abrupto de las tensiones que soportarán la encía.

## 7. TRABAJOS FUTUROS

Con este estudio se ha hecho una aproximación bidimensional al comportamiento que se podría encontrar en un implante dental fijo con un tipo específico de imperfecciones en su montaje o fabricación.

Para ir un paso más allá la primera posibilidad que se plantea es hacer el mismo estudio que aquí se ha hecho pero de forma tridimensional, ya que los resultados obtenidos durante este estudio son válidos para la metodología empleada, pero al suponer una estructura bidimensional con deformación plana se pueden estar pasando por alta valores significativos que modifiquen el comportamiento de nuestra estructura. De esta forma se podría determinar o aproximar de forma más real el comportamiento que tendría nuestra estructura ante los desalineamientos. Cabe señalar que habría que plantear una solución diferente a la planteada en nuestro análisis ya que en un estudio tridimensional no resulta tan fácil generar la asociación nodal en Matlab.

Otras posibilidades que se plantean para continuar investigando este ámbito sería la modificación de las suposiciones anatómicas, de forma que dejaríamos atrás el comportamiento isótropo y elástico lineal que se ha supuesto en estos análisis con el objetivo también de acercarnos a una solución más real cada vez.

Sería también interesante analizar si estos comportamientos que encontramos a lo largo de nuestro documento se darían de la misma forma o similares para personas cuyos implantes no hayan conseguido una oseointegración completa, es decir, personas con osteoporosis.

Por último, entramos en las posibilidades abiertas durante este estudio. Posiblemente la más importante radique en la investigación y profundización de los desalineamientos oblicuos, de forma que se confirme dicho comportamiento para modelos tridimensionales y con aproximaciones anatómicas más correctas. De esta forma se podrá analizar y determinar los límites horizontales mínimos asociados a los diferentes giros generados.

## 8. REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA

### 8.1 REFERENCIAS

Las referencias a las que se citan a lo largo de este documento son, por orden de aparición:

1. Abu-Hammad, O.A., Harrison, A., Williams, D.,2000. The effect of a hydroxyapatite reinforced polyethylene stress distributor in a dental implant on compressive stress levels in surrounding bone. International Journal of Oral Maxillofacial Implants 15, 559-564
2. Humphries RM, Yaman P, Bloem TJ: The accuracy of implant master casts constructed from transfer impressions. Int J Oral Maxillofac Implants 1990;5:331-336
3. Manuel Gasch Salvador, Isabel Gasch Molina, José Luis Galdón Ribes, Pedro Efrén Martín Concepción, Ignacio Ferrer Ballester: 2012 "Elasticidad"
4. Aloisio O. Spazzin, Mateus Bertolini Fernandes dos Santos, DDS. 2010: Effects of horizontal Misfit and Bar Framework Material on the Stress Distribution of an Overdenture-Retaining Bar System: A 3D Finite Element Analysis.

### 8.2 BIBLIOGRAFÍA

#### 8.2.1 ESTUDIOS PREVIOS Y APUNTES

- Aloisio O. Spazzin, Mateus Bertolini Fernandes dos Santos, DDS. 2010: Effects of horizontal Misfit and Bar Framework Material on the Stress Distribution of an Overdenture-Retaining Bar System: A 3D Finite Element Analysis
- Chatchai Kunavisarut, Lisa A. Lang, Brian R. Stoner, 2002. Finite Element Analysis on Dental Implant-supported Protheses Without Passive Fit
- Aloísio Oro Spazzin, Ana Rosa Costa, Américo Bortolazzo Correr, 2013. Effect of bar cross-section geometry on stress distribution in overdenture-retaining system simulating horizontal misfit and bone loss
- Mathias Karl, Werner Winter, Thomas D. Taylor, 2006. Fixation of 5-Unit Implant Supported Fixed Partial Dentures and Resulting Bone Loading: A Finite Element Assessment Based on In Vivo Strain Measurements
- Ricardo T. Abreu, Aloísio O. Spazzin, Pedro Y. Noritomi, 2009. Influence of Material of Overdenture-Retaining Bar with Vertical Misfit on Three-Dimensional Stress Distribution
- Apuntes Asignatura "Técnicas Computacionales en Ingeniería Mecánica"

#### 8.2.2 ENLACES

- [http://e-archivo.uc3m.es/bitstream/handle/10016/11571/PFC\\_Adrian\\_Martin\\_Rodriguez.pdf?sequence=1](http://e-archivo.uc3m.es/bitstream/handle/10016/11571/PFC_Adrian_Martin_Rodriguez.pdf?sequence=1)
- <http://thedentalclinic.blogspot.com/2013/06/implantes-dentales-multiples-puentes.html>
- <http://www.uax.es/publicacion/caracterizacion-mecanica-del-material-oseo.pdf>
- [http://scielo.isciii.es/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1889-836X2013000200007](http://scielo.isciii.es/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1889-836X2013000200007)
- <http://finitosxtecnologia.blogspot.com.es/>
- <http://www.escalafamilydentistry.com/library/8654/CoronasyPuentes.html>
- [https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/en-us/help/ans\\_elem/Hlp\\_E\\_PLANE182.html](https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/en-us/help/ans_elem/Hlp_E_PLANE182.html)

➤ <https://es.wikipedia.org/wiki/MATLAB>

## Anexo 1

<b>Punto N°</b>	<b>Coordenada X (metros)</b>	<b>Coordenada Y (metros)</b>
10	$2.00 \cdot 10^{-3}$	$-1.00 \cdot 10^{-2}$
11	$-2.00 \cdot 10^{-3}$	$-1.00 \cdot 10^{-2}$
12	$1.50 \cdot 10^{-3}$	$-9.50 \cdot 10^{-3}$
13	$-1.50 \cdot 10^{-3}$	$-9.50 \cdot 10^{-3}$
14	$2.00 \cdot 10^{-3}$	$-9.00 \cdot 10^{-3}$
15	$-2.00 \cdot 10^{-3}$	$-9.00 \cdot 10^{-3}$
16	$1.50 \cdot 10^{-3}$	$-8.50 \cdot 10^{-3}$
17	$-1.50 \cdot 10^{-3}$	$-8.50 \cdot 10^{-3}$
18	$2.00 \cdot 10^{-3}$	$-8.00 \cdot 10^{-3}$
19	$-2.00 \cdot 10^{-3}$	$-8.00 \cdot 10^{-3}$
20	$1.50 \cdot 10^{-3}$	$-7.50 \cdot 10^{-3}$
21	$-1.50 \cdot 10^{-3}$	$-7.50 \cdot 10^{-3}$
22	$2.00 \cdot 10^{-3}$	$-7.00 \cdot 10^{-3}$
23	$-2.00 \cdot 10^{-3}$	$-7.00 \cdot 10^{-3}$
24	$1.50 \cdot 10^{-3}$	$-6.50 \cdot 10^{-3}$
25	$-1.50 \cdot 10^{-3}$	$-6.50 \cdot 10^{-3}$
26	$2.00 \cdot 10^{-3}$	$-6.00 \cdot 10^{-3}$
27	$-2.00 \cdot 10^{-3}$	$-6.00 \cdot 10^{-3}$
28	$1.50 \cdot 10^{-3}$	$-5.50 \cdot 10^{-3}$
29	$-1.50 \cdot 10^{-3}$	$-5.50 \cdot 10^{-3}$
30	$2.00 \cdot 10^{-3}$	$-5.00 \cdot 10^{-3}$
31	$-2.00 \cdot 10^{-3}$	$-5.00 \cdot 10^{-3}$
32	$1.50 \cdot 10^{-3}$	$-4.50 \cdot 10^{-3}$
33	$-1.50 \cdot 10^{-3}$	$-4.50 \cdot 10^{-3}$
34	$2.00 \cdot 10^{-3}$	$-4.00 \cdot 10^{-3}$
35	$-2.00 \cdot 10^{-3}$	$-4.00 \cdot 10^{-3}$
36	$2.00 \cdot 10^{-3}$	$-3.00 \cdot 10^{-3}$
37	$-2.00 \cdot 10^{-3}$	$-3.00 \cdot 10^{-3}$
38	$2.00 \cdot 10^{-3}$	0
39	$-2.00 \cdot 10^{-3}$	0



42	$1.50 \cdot 10^{-3}$	$-1.05 \cdot 10^{-2}$
43	$-1.50 \cdot 10^{-3}$	$-1.05 \cdot 10^{-2}$
44	$1.70 \cdot 10^{-2}$	$-1.00 \cdot 10^{-2}$
45	$2.10 \cdot 10^{-2}$	$-1.00 \cdot 10^{-2}$
46	$1.75 \cdot 10^{-2}$	$-9.50 \cdot 10^{-3}$
47	$2.05 \cdot 10^{-2}$	$-9.50 \cdot 10^{-3}$
48	$1.70 \cdot 10^{-2}$	$-9.00 \cdot 10^{-3}$
49	$2.10 \cdot 10^{-2}$	$-9.00 \cdot 10^{-3}$
50	$1.75 \cdot 10^{-2}$	$-8.50 \cdot 10^{-3}$
51	$2.05 \cdot 10^{-2}$	$-8.50 \cdot 10^{-3}$
52	$1.70 \cdot 10^{-2}$	$-8.00 \cdot 10^{-3}$
53	$2.10 \cdot 10^{-2}$	$-8.00 \cdot 10^{-3}$
54	$1.75 \cdot 10^{-2}$	$-7.50 \cdot 10^{-3}$
55	$2.05 \cdot 10^{-2}$	$-7.50 \cdot 10^{-3}$
56	$1.70 \cdot 10^{-2}$	$-7.00 \cdot 10^{-3}$
57	$2.10 \cdot 10^{-2}$	$-7.00 \cdot 10^{-3}$
58	$1.75 \cdot 10^{-2}$	$-6.50 \cdot 10^{-3}$
59	$2.05 \cdot 10^{-2}$	$-6.50 \cdot 10^{-3}$
60	$1.70 \cdot 10^{-2}$	$-6.00 \cdot 10^{-3}$
61	$2.10 \cdot 10^{-2}$	$-6.00 \cdot 10^{-3}$
62	$1.75 \cdot 10^{-2}$	$-5.50 \cdot 10^{-3}$
63	$2.05 \cdot 10^{-2}$	$-5.50 \cdot 10^{-3}$
64	$1.70 \cdot 10^{-2}$	$-5.00 \cdot 10^{-3}$
65	$2.10 \cdot 10^{-2}$	$-5.00 \cdot 10^{-3}$
66	$1.75 \cdot 10^{-2}$	$-4.50 \cdot 10^{-3}$
67	$2.05 \cdot 10^{-2}$	$-4.50 \cdot 10^{-3}$
68	$1.70 \cdot 10^{-2}$	$-4.00 \cdot 10^{-3}$
69	$2.10 \cdot 10^{-2}$	$-4.00 \cdot 10^{-3}$
70	$1.70 \cdot 10^{-2}$	$-3.00 \cdot 10^{-3}$
71	$2.10 \cdot 10^{-2}$	$-3.00 \cdot 10^{-3}$
72	$1.70 \cdot 10^{-2}$	0
73	$2.10 \cdot 10^{-2}$	0
74	$2.10 \cdot 10^{-2}$	$1.00 \cdot 10^{-2}$

75	$1.70 \cdot 10^{-2}$	$1.00 \cdot 10^{-2}$
76	$1.75 \cdot 10^{-2}$	$-1.05 \cdot 10^{-2}$
77	$2.05 \cdot 10^{-2}$	$-1.05 \cdot 10^{-2}$
78	$2.00 \cdot 10^{-3}$	$1.00 \cdot 10^{-2}$
79	$-2.00 \cdot 10^{-3}$	$1.00 \cdot 10^{-2}$
80	$2.00 \cdot 10^{-3}$	$9.00 \cdot 10^{-3}$
81	$1.70 \cdot 10^{-2}$	$9.00 \cdot 10^{-3}$
82	$1.70 \cdot 10^{-2}$	$5.00 \cdot 10^{-3}$
83	$2.00 \cdot 10^{-3}$	$5.00 \cdot 10^{-3}$
87	$-5.00 \cdot 10^{-3}$	$-3.00 \cdot 10^{-3}$
88	$-1.95 \cdot 10^{-2}$	$-3.00 \cdot 10^{-3}$
91	$-5.00 \cdot 10^{-3}$	$-3.50 \cdot 10^{-3}$
92	$-1.95 \cdot 10^{-2}$	$-3.50 \cdot 10^{-3}$
93	$-1.95 \cdot 10^{-2}$	$-1.50 \cdot 10^{-2}$
94	$-5.00 \cdot 10^{-3}$	$-1.50 \cdot 10^{-2}$
95	$-5.00 \cdot 10^{-3}$	$-1.45 \cdot 10^{-2}$
96	$-1.95 \cdot 10^{-2}$	$-1.45 \cdot 10^{-2}$
99	$3.85 \cdot 10^{-2}$	$-3.00 \cdot 10^{-3}$
100	$2.40 \cdot 10^{-2}$	$-3.00 \cdot 10^{-3}$
103	$3.85 \cdot 10^{-2}$	$-3.50 \cdot 10^{-3}$
104	$2.40 \cdot 10^{-2}$	$-3.50 \cdot 10^{-3}$
105	$2.40 \cdot 10^{-2}$	$-1.50 \cdot 10^{-2}$
106	$3.85 \cdot 10^{-2}$	$-1.50 \cdot 10^{-2}$
107	$3.85 \cdot 10^{-2}$	$-1.45 \cdot 10^{-2}$
108	$2.40 \cdot 10^{-2}$	$-1.45 \cdot 10^{-2}$
109	$-2.00 \cdot 10^{-3}$	0
110	$2.00 \cdot 10^{-3}$	0

Tabla 11: Coordenadas Puntos Análisis

## ANEXO 2

