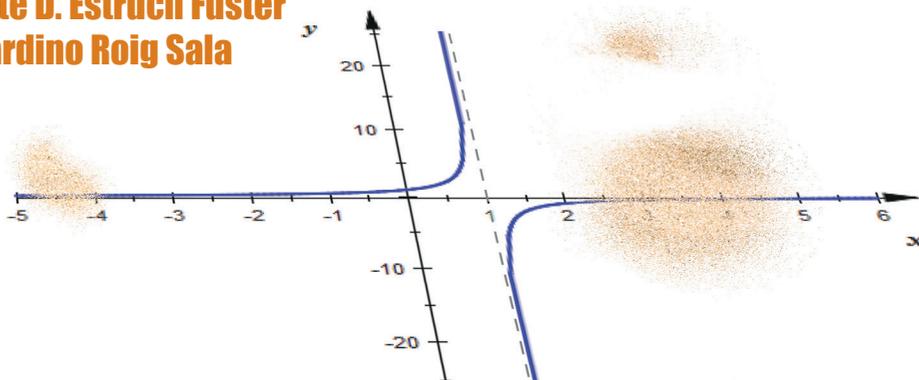


# Desarrollo de competencias matemáticas en el ámbito turístico

**Francisco J. Boigues Planes**

**Vicente D. Estruch Fuster**

**Bernardino Roig Sala**



ÓN 9.4 Si  $f$  es una función  $f(x)$  es *continua* en un punto  $a$  si el límite cuando  $x$  tiende a  $a$  coincide con el valor de la función en dicho punto coincide con  $f(a)$ .

$$2 \times \pi \times R \times \frac{V}{\pi R^2} + \pi R^2$$
$$= \sqrt[3]{\frac{100}{3,14}} = 3,17$$
$$(a+b)x + (40)^3$$

Francisco J. Boigues Planes  
Vicente D. Estruch Fuster  
Bernardino Roig Sala

**DESARROLLO DE  
COMPETENCIAS  
MATEMÁTICAS EN EL  
ÁMBITO TURÍSTICO**

**EDITORIAL  
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA**

Colección Académica

Los contenidos de esta publicación han sido revisados por el Departamento de Matemática Aplicada de la Universitat Politècnica de València

Para referenciar esta publicación utilice la siguiente cita:

Boigues Planes, Francisco J.; Estruch Fuster, Vicente D.; Roig Sala, Bernardino (2017). *Desarrollo de competencias matemáticas en el ámbito turístico*. Valencia: Universitat Politècnica de València

©Francisco J. Boigues Planes  
Vicente D. Estruch Fuster  
Bernardino Roig Sala

© 2017, Editorial Universitat Politècnica de València

*distribución:* Telf.: 963 877 012 / [www.lalibreria.upv.es](http://www.lalibreria.upv.es) / Ref.: 0595\_05\_01\_01

Imprime: Byprint Percom, sl

ISBN: 978-84-9048-606-1

Impreso bajo demanda

La Editorial UPV autoriza la reproducción, traducción y difusión parcial de la presente publicación con fines científicos, educativos y de investigación que no sean comerciales ni de lucro, siempre que se identifique y se reconozca debidamente a la Editorial UPV, la publicación y los autores. La autorización para reproducir, difundir o traducir el presente estudio, o compilar o crear obras derivadas del mismo en cualquier forma, con fines comerciales/lucrativos o sin ánimo de lucro, deberá solicitarse por escrito al correo [edicion@editorial.upv.es](mailto:edicion@editorial.upv.es).

Impreso en España

# Prólogo

Según el informe EXCELTUR nº 55 (2016), el turismo supuso, a finales de 2015, un 11,7% del total del PIB Español (de toda la riqueza que produce España). Por lo tanto se trata de un sector económico muy importante, que debe ser atendido con especial interés tanto por parte del sector público como del privado. Por lo tanto, se hace evidente la necesidad de formar técnicos capaces de gestionar y dinamizar el sector turístico, proporcionando un plus de calidad. Estos técnicos han de adquirir las competencias necesarias para abordar tanto aspectos de economía como otro tipo de aspectos relacionados con las características del producto turístico. Todo ello desde una perspectiva científica.

Las matemáticas proporcionan importantes herramientas para conseguir una aproximación científica adecuada al fenómeno turístico, y este manual pretende ser un apoyo útil para la formación matemática específica de los estudiantes de primer curso del Grado en Turismo.

Los contenidos han sido agrupados en tres grandes bloques: Estadística Descriptiva, Elementos de Álgebra Lineal y Fundamentos de Cálculo Diferencial. Además, cada bloque se ha dividido en temas que facilitan un aprendizaje homogéneo, sin presentar grandes saltos relacionados con la complejidad conceptual. A su vez, los contenidos de cada tema giran alrededor de núcleos conceptuales, donde la presentación de cada concepto o procedimiento matemático se combina con ejemplos ilustrativos, que facilitan el aprendizaje. Cada núcleo conceptual suele finalizar con una serie de ejercicios propuestos para que los estudiantes afiancen los contenidos estudiados. Al final de cada bloque se ofrecen las soluciones a los ejercicios propuestos, que esperamos sean un elemento válido para un auto-aprendizaje eficaz.

En el diseño este manual se han tenido en cuenta las competencias matemáticas específicas que se pretende que el alumno adquiera en el estudio de cada una de sus partes. Para un alumno del Grado en Turismo, ser competente en matemáticas supone saber aprovechar los conocimientos, habilidades, valores, y otros elementos del mundo de las matemáticas para hacer frente a problemas reales en el contexto del fenómeno turístico. Ser competente en matemáticas involucra muchas otras componentes dependientes del contexto y, en este sentido se ha tenido en cuenta que este manual es una herramienta para la formación de estudiantes de primer curso que inician sus estudios universitarios.

Se han establecido las siguientes competencias matemáticas generales a adquirir a lo largo del curso:

- Adquirir un vocabulario matemático básico.
- Usar con rigor dicho vocabulario.
- Conocer y aplicar determinados procedimientos y habilidades de cálculo.
- Usar modelos matemáticos para estudiar algunas situaciones del mundo turístico y/o económico.
- Conocer y emplear estrategias para la resolución de problemas.
- Fomentar el pensamiento crítico en el uso de elementos matemáticos.

A lo largo del manual, aparecen resaltadas (recuadros con fondo más oscuro) las competencias que se deben adquirir al abordar los contenidos. Esperamos que este manual constituya una herramienta eficaz para reforzar el aprendizaje de los estudiantes del Grado en Turismo.

**Los autores**

# Índice

BLOQUE I	ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA	
Capítulo 1:	Introducción a la estadística descriptiva	1
	1.1 Variable estadística.	1
	1.2 Tablas y graficos.	5
Capítulo 2:	Parámetros estadísticos de posición	17
	2.1 Medidas de centralización.	17
	2.2 Medidas de posición.	25
Capítulo 3:	Parámetros de dispersión y forma	29
	3.1 Medidas de dispersión.	29
	3.2 Medidas de asimetría y forma.	37
Capítulo 4:	Distribuciones bidimensionales	41
	4.1 Variables bidimensionales.	41
	4.2 Regresión y correlación.	50

<b>BLOQUE II</b>	<b>ELEMENTOS DE ALGEBRA LINEAL</b>	
Capítulo 5:	Matrices y determinantes	55
	5.1 Matrices y operaciones.	55
	5.2 Matrices escalonadas.	65
	5.3 Matriz inversa.	69
	5.4 Determinantes.	74
Capítulo 6	Sistemas de ecuaciones lineales	81
	6.1 Introducción a los sistemas de ecuaciones.	81
	6.2 Resolución de problemas.	87
	6.3 Teorema de Rouche–Frobenius.	93
<b>BLOQUE III</b>	<b>ELEMENTOS DEL CÁLCULO Y MATEMÁTICA FINANCIERA</b>	
Capítulo 7:	Funciones reales de variable real	99
	7.1 Introducción a la funciones.	99
	7.2 La función lineal.	106
	7.3 La parábola y la proporcionalidad inversa.	111
	7.4 La función exponencial y la logarítmica.	117
Capítulo 8:	Introducción a la matemática financiera	123
	8.1 Interes Simple.	123
	8.2 Interes Compuesto.	125
	8.3 Anualidades.	129
Capítulo 9:	La derivada como medida del cambio	133
	9.1 Límites y Continuidad.	133
	9.2 Derivabilidad.	142
	9.3 Aplicaciones economicas de la la derivada.	147
	9.4 Estudio Local de una función.	152
<b>BLOQUE IV</b>	<b>SOLUCIONES A LOS EJERCICIOS PROPUESTOS</b>	161
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>		173

BLOQUE I

ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA

COMPETENCIAS MATEMÁTICAS  
EN EL ÁMBITO TURÍSTICO



# Capítulo 1

# Introducción a la

# Estadística descriptiva

La Estadística es una ciencia cuyo objetivo es la obtención y el análisis de datos mediante el recurso a modelos matemáticos. Las dos variantes principales de la estadística son la *estadística descriptiva* que se ocupa de recoger, clasificar y analizar la información y la *inferencia estadística* que trata de obtener información de una población a partir de la que proporciona una muestra (o subconjunto) de la población. En este tema, dado un conjunto de datos, veremos cómo realizar una descripción de los mismos, utilizando fundamentalmente tablas y gráficos.

## 1.1. Variable estadística

DEFINICIÓN 1.1 Se llama *población* a un conjunto de elementos con alguna característica común observable. Llamaremos *muestra* a todo subconjunto representativo de la población. Se denomina *individuo* a cada elemento de la muestra o de la población y *tamaño* de la muestra ( $N$ ) al número de individuos de la muestra.

Tener un vocabulario básico de estadística descriptiva.

DEFINICIÓN 1.2 Denominamos *variable estadística* a la característica a estudiar. Una variable estadística puede ser cualitativa o cuantitativa. Las variables *cuantitativas* o numéricas tienen unidades de medida. Las cualitativas describen *cualidades*. Se llama *modalidad* a cada opción de una variable cualitativa y *valor* a cada cantidad numérica de una variable cuantitativa.

EJEMPLO 1.1

a) En un estudio sobre el tipo de turismo que realizan los estudiantes de cierta universidad se tendrá que:

- Población: Estudiantes de la universidad objeto de estudio.
- Muestra: Subconjunto de alumnos a los que se va a preguntar.
- Variable: Tipo de turismo (cualitativa).
- Modalidades: Extranjero, nacional rural, nacional costa, montaña,...

b) Se ha realizado un estudio sobre el consumo de agua por persona, durante el verano, en las poblaciones costeras de la Comunidad Valenciana (C.V.):

- Población: Poblaciones de la Comunidad Valenciana que tengan costa.
- Variable: Consumo de agua en  $m^3$  por persona (cuantitativa).
- Valores:  $0'5 m^3$ ,  $0'6 m^3$ , etc.

En ocasiones, las variables cualitativas se codifican mediante números de manera arbitraria. Esto no significa que las variables cualitativas se hayan transformado en cuantitativas. Determinadas variables estadísticas cualitativas se pueden equiparar a las cuantitativas si poseen cierto orden natural, y llamaremos a estas variables *ordinales*.

EJEMPLO 1.2 *Para medir el grado de satisfacción de un servicio prestado, suele usarse las modalidades: Muy bajo, bajo, medio, alto, muy alto y es frecuente asociar los resultados de la encuesta a los números 1, 2, 3, 4 y 5 y, por tanto, se equiparan las cualidades a valores, es decir, estamos ante un variable cuantitativa ordinal.*

Pueden considerarse otras variables, llamadas *dicotómicas*, que presentan solamente dos modalidades contrarias y excluyentes, por ejemplo presencia y ausencia de cierta característica. En este caso suele usarse el 1 para indicar presencia y el 0 para indicar ausencia.

Saber identificar el tipo de variable que se usa en un estudio descriptivo.

EJEMPLO 1.3 *En un estudio sobre turismo rural se ha realizado una encuesta que contenía un ítem que pedía valorar con sí o no la afirmación “En su último viaje ha recurrido a un alojamiento rural”. La codificación seguida era un 1 si la respuesta era afirmativa y un 0 si era negativa. Estamos ante una variable dicotómica.*

DEFINICIÓN 1.3 Una variable estadística cuantitativa se dice que es *discreta* si puede tomar un número finito o infinito numerable de valores y se dice que es *continua* si puede tomar cualquier valor en un intervalo real de posibles valores.

En la práctica se consideran variables discretas aquellas que toman un número pequeño de valores diferentes. Si una variable cuantitativa toma una gran cantidad de valores diferentes, estos valores suelen agruparse en intervalos (o clases) y, entonces, se trata a la variable como una variable continua.

EJEMPLO 1.4

- a) *Variable discreta: número de pernoctaciones por cliente en un hotel rural durante el mes de junio.*
- b) *Variable continua: la edad de los visitantes a un parque temático, que se han agrupado en los siguientes intervalos  $[0, 15[$ ,  $[15, 30[$ ,  $[30, 45[$ ,  $[45, 65[$ .*

DEFINICIÓN 1.4 Se llama *muestreo* al procedimiento de selección de una muestra, de modo aleatorio, a partir de los elementos de la población.

Actualmente, la mayoría de los programas informáticos de cálculo disponen de herramientas que generan números pseudo aleatorios.

EJEMPLO 1.5 *En determinados estudios de mercado se obtiene una muestra telefónicamente, seleccionando los números de teléfono de forma aleatoria.*

Ante la imposibilidad de estudiar toda una población o por el elevado coste económico del estudio, el muestreo permite estimar resultados de toda la población a partir de una muestra. Para ello, la muestra obtenida debe ser representativa de la población. Esto se consigue eligiendo los individuos de la muestra de forma completamente aleatoria, es decir, de forma que todos los individuos de la población tienen la misma probabilidad de ser elegidos para formar la muestra.

Saber observar en la “aleatoriedad” una característica básica de la selección de muestras.

EJEMPLO 1.6 *En un estudio sobre las perspectivas del primer empleo de la gente joven en general, no sería representativa una muestra que obtuviera los datos principalmente de los alumnos matriculados en centros universitarios.*

DEFINICIÓN 1.5 Tipos de muestreo:

- *Aleatorio Simple:* Todos los individuos de la muestra son elegidos aleatoriamente y todos los individuos de la población tienen la misma posibilidad de ser elegidos para la muestra.
- *Aleatorio Sistemático:* Tras numerar al azar a los individuos de la población, se elige un individuo al azar y de manera sistemática se obtienen los restantes elementos de la muestra que serán los individuos con números consecutivos, o a saltos con cierto paso o salto constante o variable, tomado como referencia el número del primero elegido al azar.
- *Estratificado:* Se divide la población previamente en clases o estratos y se elige una muestra en cada clase de forma que en las clases de la muestra se mantengan las proporciones de las clases en toda la población.

EJEMPLO 1.7 En el estudio del número de horas semanales que dedican al estudio los alumnos de un determinado centro de enseñanza, se podría seguir el siguiente procedimiento para elegir una muestra que sea representativa de la población:

- Decidir el tamaño de la muestra (por ejemplo 50).
- Tomar un listado de matriculados y numerarlos (supongamos 1500 alumnos).
- Hallar el paso de la selección de individuos para la muestra:  $1500/50= 30$ .
- Elegir un número al azar y vamos sumando reiteradamente 30 a ese número hasta conseguir una muestra de tamaño 50.

## EJERCICIOS PROPUESTOS

1.- La parte de la Estadística que trata de la recogida, clasificación, síntesis y presentación de datos es la: a) *Estadística inferencial*; b) *Probabilidad*; c) *Estadística descriptiva*; d) *Fenómenos estocásticos*.

2.- El conjunto de los individuos de un estudio estadístico es a) *Una muestra*; b) *Población*; c) *Estadística descriptiva*; d) *Variable estadística*.

3.- En un estudio sobre el perfil del visitante a un parque se preguntaba entre otras variables la edad y el sexo (1 si es hombre y 2 si es mujer)

Visitante nº	1	2	3	...
Edad:	23	24	31	...
Sexo.	1	1	2	...

Clasifica el tipo de variable de *Edad* y *Sexo*.

4.- En la siguiente cuestión de una encuesta: “Indica el número de personas que le acompañan durante el viaje”, ¿Podrías identificar el tipo de variable estadística? a) *Discreta*; b) *Continua*; c) *Cualitativa*; d) *Muestral*.

5.- En una pregunta sobre el grado de satisfacción, se pedía que valorasen, desde *muy mal* hasta *muy bien*, en una escala Likert con 7 opciones. Define el tipo de variable.

6.- Para conocer el grado de satisfacción sobre los servicios prestados por una empresa, se envió un cuestionario a una selección de 40 clientes Dichos clientes forman: a) *Un parámetro*; b) *La población*; c) *Una muestra*; d) *Una variable estadística*.

7.- En un artículo sobre las pensiones aparece el siguiente gráfico:



¿Puedes describir la variable que aparece en el gráfico? ¿De qué tipo es?

8.- En un estudio sobre el alojamiento elegido en vacaciones, se pedía que se señalase una opción de las siguientes: 1.- *Hotel*; 2.- *Vivienda en propiedad*; 3.- *Apartamento Turístico*; 4.- *Camping*; 5.- *Vivienda familiar o amistad*; 6.- *Otros*. ¿Qué tipo de variable se está usando?

## 1.2. Tablas y Gráficos

DEFINICIÓN 1.6 Dada una variable estadística  $X$  que presenta ciertas modalidades o valores ordenados, se define:

- *Frecuencia absoluta ( $n_i$ ):* Número de veces que aparece la modalidad o el valor  $x_i$ .
- *Frecuencia relativa ( $f_i$ ):* Cociente entre la frecuencia absoluta y el tamaño de la muestra, que en forma de porcentaje se expresaría  $p_i=100f_i\%$

$$f_i = \frac{n_i}{N} \quad \text{Ecuación 1.1}$$

Y para variables cuantitativas, supuestos los valores ordenados  $x_1 < x_2 < \dots < x_n$ , se define:

- *Frecuencia absoluta acumulada ( $N_i$ ):* La suma de todas las frecuencias del valor y de todos los valores previos.

$$N_i = n_1 + n_2 + \dots + n_i = \sum_{k=1}^i n_k \quad \text{Ecuación 1.2}$$

- *Frecuencia relativa acumulada ( $F_i$ ):* El cociente entre la frecuencia relativa acumulada y el tamaño de la muestra.

$$F_i = \frac{N_i}{N} \quad \text{Ecuación 1.3}$$

Organizar los datos de una variable discreta en tablas de frecuencias.

EJEMPLO 1.8 *La gerencia de un hotel rural tiene registrados los días que 36 clientes han reservado durante su estancia: 1, 2, 2, 3, 3, 3, 2, 1, 2, 5, 6, 7, 3, 2, 2, 2, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 4, 1, 2, 2, 2, 3, 4, 3, 1, 1, 2, 2, 5, 4. Construyamos una tabla de frecuencias adecuada.*

Comenzaremos a construir la tabla escribiendo en la primera columna los distintos valores, sin repetir, de la variable “duración de la estancia” que son 1,2, 3, 4,5, 6 y 7.

A continuación, en otra columna, la de las frecuencias absolutas ( $n_i$ ) se escribe las veces que se repite cada valor en la muestra. Con el valor más pequeño, es decir  $x_1=1$ , escribiremos un 7 ya que se repite 7 veces ( $n_1=7$ ). El siguiente sería en  $x_2=2$  un 15 pues se repite 15 veces ( $n_2=15$ ). Así sucesivamente hasta llegar al último  $x_7=7$  con  $n_7=1$ . La columna de las frecuencias absolutas han de sumar 36 que es el tamaño de la muestra ( $N= 36$ ).

Las frecuencias relativas se obtienen dividiendo las absolutas por 36 que es el tamaño de la muestra. Una primera aproximación de la tabla de frecuencias se puede ver en la Tabla 1.1.

**Tabla 1.1 Primer paso de una tabla de frecuencias**

	Datos ( $x_i$ )	$n_i$	$f_i$
iiiiiii	1	7	$7/36= 0'1944$ (19'4%)
iiiiiiiiiiiiii	2	15	$15/36= 0'4166$ (41'6%)
iiiiiii	3	7	$7/36= 0'1944$ (19'4%)
iii	4	3	$3/36= 0'0833$ (8'3%)
ii	5	2	$2/36= 0'056$ (5'6%)
i	6	1	$1/36= 0'028$ (2'8%)
i	7	1	$1/36= 0'028$ (2'8%)
		N=36	Suma = 1

Construir diagramas de barras y polígonos de frecuencias.

La suma de las frecuencias relativas debe ser 1, es decir, el 100%. De todas maneras, en ocasiones, debido al redondeo que se realiza con los decimales puede que la suma no de exactamente 1.

Completemos la tabla 1.1 con las frecuencias acumuladas

**Tabla 1.2 Tabla de frecuencias completa**

	Datos ( $x_i$ )	$n_i$	$f_i$	$N_i$	$F_i$
iiiiiii	1	7	$7/36= 0'1944$ (19'4%)	7	$7/36= 0'1944=19'4\%$
iiiiiiiiiiiiii	2	15	$15/36= 0'4166$ (41'6%)	$7+15=22$	$22/36= 0'6111=61'1\%$
iiiiiii	3	7	$7/36= 0'1944$ (19'4%)	$22+7=29$	$29/36= 0'80556=80'6\%$
iii	4	3	$3/36= 0'0833$ (8'3%)	32	$32/36= 0'8888=88'9\%$
ii	5	2	$2/36= 0'056$ (5'6%)	34	$34/36= 0'9444=94'4\%$
i	6	1	$1/36= 0'028$ (2'8%)	35	$35/36= 0'97222=97'2\%$
i	7	1	$1/36= 0'028$ (2'8%)	36	$36/36= 1= 100\%$
		N=36	Suma = 1		

Observemos que 7 clientes reservaron una noche, es decir, un 19'4% de la muestra. También, a partir de la tabla, podemos observar que 22 clientes reservaron una o dos noches, es decir, un 61'1% del total de la muestra. Consecuentemente cerca del 39% (100%-61%) reserva más de 2 noches en el hotel rural.

Interpretar de manera contextual el significado de cada elemento de una tabla de frecuencias.

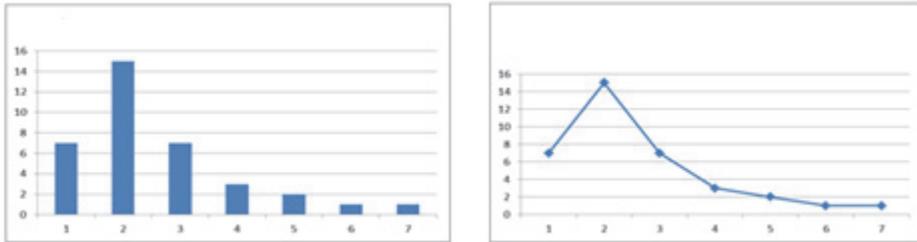
DEFINICIÓN 1.7 Gráficas para muestras de variables discretas:

- **Diagrama de barras:** Se considera una barra (vertical u horizontal) para cada valor de la variable. Cada barra tendrá una longitud igual o proporcional a su frecuencia (absoluta o relativa).
 

Identificar los diagramas de barras como el gráfico más habitual de las variables discretas.
- **Diagrama zeta o polígono de frecuencias:** Es el gráfico de línea que se obtiene al unir los extremos de las barras del diagrama de barras.

- *Diagrama de barras acumuladas:* Para este gráfico de barras se utilizan las frecuencias acumuladas en lugar de las frecuencias absolutas.

EJEMPLO 1.9 *Diagrama de barras y polígonos de frecuencias del EJEMPLO 8:*

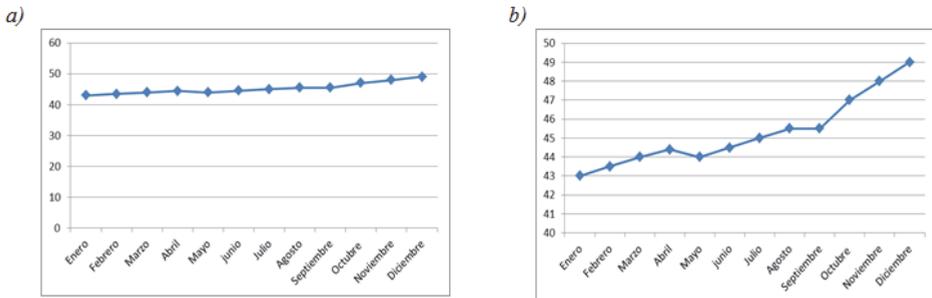


**Gráfico 1.1. Diagrama de barras y polígono de frecuencias NO acumuladas**

Elegir una adecuada escala de representación evitará distorsionar la información que nos muestran los datos

Fomentar el pensamiento crítico mostrando cómo un cambio de escala sesgaría la interpretación de los datos.

EJEMPLO 1.10 *Polígono de frecuencias de las ventas, en miles de unidades, de una empresa durante un determinado año a diferentes escalas*



**Gráfico 1.2. Polígonos de frecuencias a diferentes escalas**

Se observa en la gráfica 1.2. b) una mejor representación no solo del crecimiento de las ventas de la empresa sino del mayor crecimiento del 4º trimestre del año.

Como se ha comentado anteriormente, si disponemos de una variable que incluya muchos datos diferentes, la tabla de frecuencias que hemos visto suele ser poco operativa. En estos casos se suele agrupar los datos en intervalos.

Organizar los datos de una variable continua en tablas de frecuencias.

DEFINICIÓN 1.8 Se llama *marca de clase*, de cada intervalo, al su valor central.

$$x_i = \frac{l_{i-1} + l_i}{2} \quad \text{Ecuación 1.4}$$

EJEMPLO 1.11 Una empresa tenía mil quinientos accionistas distribuidos de la siguiente forma:

Número de acciones	Marca de clase	Número de accionistas
0-40	$(40+0)/2=20$	1050
40-100	$(100+40)/2=70$	400
100-500	300	40
500-900	700	10

a) ¿Qué porcentaje de accionistas son pequeños accionistas? Un accionista se considera que es pequeño si posee como máximo 40 acciones.

Total de accionistas 1500, accionistas pequeños 1050, por tanto el porcentaje de pequeños accionistas sería  $1050/1500=0,7=70\%$ .

b) ¿Qué porcentaje del total de las acciones poseen los pequeños accionistas?

Total de acciones:  $20 \times 1050 + 70 \times 400 + 300 \times 40 + 700 \times 10 = 21000 + 28000 + 12000 + 7000 = 68000$ .

Total de acciones de los pequeños accionistas: 21000.

Consecuentemente el porcentaje pedido será  $21000/68000=0,309=30,9\%$ .

PROPOSICIÓN 1.1 Construcción de intervalos en variables continuas:

- Fijar un número de intervalos:  $I =$  entero más próximo a  $\sqrt{N}$  ó  $1 + \log_{10} N$ .
- Hallar el rango o recorrido de la muestra:  $R = a_M - a_m$  siendo  $a_M$  el valor máximo de la muestra y  $a_m$  el valor mínimo de la muestra.
- Hallar la amplitud de los intervalos muestrales:  $h =$  valor mayor próximo, a  $R/I$

- Construir los intervalos:  $l_0 - l_1, l_1 - l_2, \dots$  con  $l_0 \approx a_m$  y se tiene que  $l_1 = l_0 + h$ ,  $l_2 = l_1 + h, \dots$  Además para evitar ambigüedades en la clasificación de los datos, elegiremos los extremos de los intervalos con una cifra decimal más que las empleadas en los datos.

EJEMPLO 1.12 En un estudio sobre el distancia que recorre un trabajador para acudir a su puesto de trabajo en Km se han recogido los siguientes datos: 4, 14, 8, 3, 9, 6, 10, 16, 2, 3, 4, 4, 8, 12, 10, 8, 3, 3, 4, 5, 4, 6 y 5. Ordénalos en intervalos y obtén su tabla de frecuencias.

Comencemos hallando los intervalos:

- Número de intervalos:  $I = 5 \cong \sqrt{23}$ .
- Amplitud de la muestra:  $R = a_M - a_m = 16 - 2 = 14$
- Amplitud de los intervalos:  $h = 3$ , que por exceso es próximo a  $R/I = 14/2 = 2'8$ .
- Intervalos:  $l_0 = 1'5 \cong a_m = 2$ ,  $l_1 = l_0 + h = 4'5$ ,  $l_2 = l_1 + h = 7'5$ ,  $l_3 = l_2 + h = 10'5$ ,  $l_4 = l_3 + h = 13'5$  y  $l_5 = l_4 + h = 16'5$ .

por tanto, los intervalos vendrían dados como 1'5-4'5, 4'5-7'5, 7'5-10'5, 10'5-13'5 y 13'5-16'5.

Debemos asegurar que todos los valores de la muestra quedan dentro de alguno de los intervalos y también comprobar que no dejamos ningún dato fuera de los intervalos. La tabla 1.3 recoge la tabla completa de la muestra.

**Tabla 1.3 Tabla de frecuencias completa**

Intervalos	Marca de clase	frecuencia Absoluta	frecuencia Relativa	frecuencia Absoluta Acumulada	Frecuencia Relativa Acumulada
1'5-4'5	3	10	0,435	10	0,435
4'5-7'5	6	4	0,174	14	0,609
7'5-10'5	9	6	0,261	20	0,870
10'5-13'5	12	1	0,043	21	0,913
13'5-16'5	15	2	0,087	23	1,000
Suma=		23	1		

Otra manera de expresar los intervalos es elegir la forma matemática, es decir,  $[l_0, l_1[$ ,  $[l_1, l_2[$ , ... , tomando como último intervalo  $[l_{n-1}, l_n]$ ,

EJEMPLO 1.13 En un estudio sobre el número diario de pasajeros de un aeropuerto regional (en miles) se han obtenido los datos siguientes: 6'3, 8'8, 7'9, 9'2, 8'6, 8'7, 8'3, 9'2, 7'7, 8'4, 8'6, 7'0, 6'6, 7'7, 7'0, 6'0, 9'4, 7'9, 5'2, 8'2, 7'7, 7'8, 4'1, 6'7, 6'8, 7'6, 4'6, 8'1, 7'5, 9'8, 8'1, 8'2, 8'1, 8'7, 7'8, 8'1, 7'7, 7'9, 7'4, 6'7. Clasificalos en intervalos y obtén su tabla de frecuencias.

En primer lugar determinamos los intervalos:

- número de intervalos:  $I = 6 \cong \sqrt{40}$ .
- amplitud de la muestra:  $R = a_M - a_m = 9'8 - 4'1 = 5'7$ .
- amplitud de los intervalos:  $h = 1$ , que por exceso es próximo a  $R/I = 5'7/6 = 0'95$ .
- intervalos:  $l_0 = 4 \cong a_m = 4'1$ ,  $l_1 = l_0 + h = 5, \dots$ ,  $[4, 5[$ ,  $[5, 6[$ ,  $\dots$ ,  $[8, 9[$  y  $]9, 10]$ .

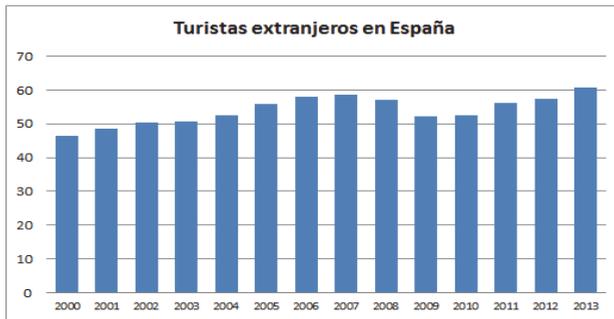
La tabla de frecuencias correspondiente a la muestra se puede ver en la tabla 1.4.

**Tabla 1.4 Tabla de frecuencias completa**

Intervalos	Marca-clase	$n_i$	$N_i$	$f_i$	$F_i$
[4,5[	4,5	2	2	5,0%	5,0%
[5,6[	5,5	1	3	2,5%	7,5%
[6,7[	6,5	6	9	15,0%	22,5%
[7,8[	7,5	14	23	35,0%	57,5%
[8,9[	8,5	13	36	32,5%	90,0%
[9,10]	9,5	4	40	10,0%	100,0%
Suma:		40		100,0%	

EJEMPLO 1.14 El número, en millones de personas, de turistas extranjeros que visitaron España entre los años 2000 y 2013 vienen recogidos en la siguiente tabla:

Año	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Visitantes	46'4	48'5	50'3	50'8	52'4	55'9	58	58'6	57'1	52'1	52'6	56'1	57'4	60'6



**Gráfico 1.3. Diagrama de barras del número de visitantes extranjeros**

a) Construye una nueva variable estadística que refleje la variación porcentual del número de visitantes de un año respecto al anterior.

Tomaremos la variación porcentual,  $V_p$ , del año 2000 como cero, y para los restantes años realizaremos la siguiente operación:  $100 \cdot (N_i - N_{i-1}) / N_{i-1}$  siendo  $N_i$  el número de visitantes en el año  $i$  y  $N_{i-1}$  el número de visitantes del año anterior.

Año	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Visitantes	46,4	48,5	50,3	50,8	52,4	55,9	58	58,6	57,1	52,1	52,6	56,1	57,4	60,6
V.P.	0	4,5	3,7	1,0	3,1	6,7	3,8	1,0	-2,6	-8,8	1,0	6,7	2,3	5,6

b) Ordena la información en 4 intervalos y construye un histograma de frecuencias relativas.

- Amplitud de la muestra:  $A = V_M - V_m = 6,7 - (-8,8) = 15,5$ .
- Amplitud de cada intervalo:  $A/4 = 15,5/4 = 3,86 \approx 4$ .
- Intervalos:  $[-9, -5[$ ,  $[-5, -1[$ ,  $[-1, 3[$  y  $[3, 7]$ .

A continuación formemos la correspondiente tabla de frecuencias.

Tabla 1.5 Tabla de frecuencias completa

Extremo Inferior	Extremo Superior	Marca de Clase	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Relativa
-9	-5	$(-5-9)/2 = -7$	1	7%
-5	-1	-3	1	7%
-1	3	1	5	36%
3	7	5	7	50%
			14	

DEFINICIÓN 1.9 *Histograma*: Se construye un rectángulo (vertical u horizontal) para cada intervalo de la variable, cuya superficie sea proporcional a su frecuencia.

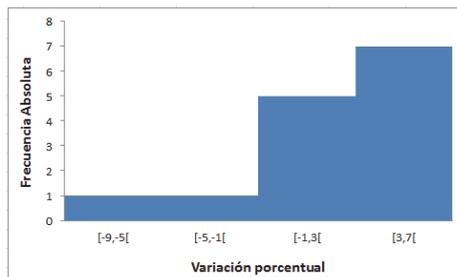


Gráfico 1.4. Histograma del ejemplo 13

**Para seguir leyendo haga click aquí**