

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

ESCOLA TÈCNICA SUPERIOR D'ENGINYERIA
AGRONÒMICA I DEL MEDI NATURAL



ESTUDIO DE ALTERNATIVAS DE CÚPULA GEODÉSICA EN MADERA DE FÁCIL REALIZACIÓN Y MONTAJE.

TRABAJO FIN DE GRADO

ALUMNO: Manuel Peñalver Oltra

TUTOR: Miguel Redón Santafé

Curso Académico: 2016/2017

VALENCIA, JULIO DE 2017

Estudio de alternativas de cúpula geodésica en madera de fácil realización y montaje.

Resumen

El presente trabajo final de grado pretende estudiar y analizar la potencialidad técnica y constructiva de cúpulas geodésicas en madera como alternativa estructural en intervenciones de fácil instalación y ejecución. Las cúpulas geodésicas son construcciones sencillas y ligeras que presentan grandes prestaciones estructurales tanto de resistencia como de eficiencia.

La implantación de este tipo de edificaciones supondrá una serie de ventajas tanto ecológicas como económicas, ya que debido a su entramado ligero y al uso de la madera como material, se contribuye a reducir la huella de carbono en un sector muy relevante como el de la construcción.

A partir de unas necesidades funcionales concretas fruto de las prácticas de empresa realizadas en SIDO MADERA (Julio-Septiembre 2016), se realiza una revisión crítica del estado del conocimiento de esta tipología singular. De este modo, se establecen los antecedentes de este tipo de estructuras y la adecuación de las diferentes geometrías y propuestas a unos niveles adecuados de estabilidad y seguridad en consonancia con las exigencias a satisfacer según las prescripciones facilitadas por la empresa colaboradora.

Así, el trabajo se fundamenta en el diseño geométrico y estructural de 4 modelos de cúpula geodésica con herramientas avanzadas de sistemas CAD y a su vez, de cálculo estructural. Para dichos modelos, se estudian en profundidad todas aquellas variables que inciden en la calidad funcional, resistente y tecnológica puesto que el objetivo principal a satisfacer con este trabajo es la proposición de tipologías de cúpula geodésica en madera de fácil realización y montaje.

La evaluación de los resultados obtenidos permite caracterizar las prestaciones estructurales, funcionales y económicas de cada uno de los diseños. El análisis comparativo entre los diferentes sistemas permite establecer las ventajas y desventajas tecnológicas de cada uno de ellos que estarán íntimamente relacionadas con el ámbito de funcionamiento a proponer.

PALABRAS CLAVE: Geodésica, Estructuras, Cúpulas, Construcción.

AUTOR: Manuel Peñalver Oltra.

LOCALIZACION Y FECHA: Valencia, Julio de 2017.

TUTOR: Dr. Miguel Redón Santafé.

Study of alternatives of geodesic dome in Wood of easy realization and assembly.

SUMMARY

The present Final Grade Research tries to study and analyze the technical and constructive potential of the geodesic domes in wood as a structural alternative in easily installed and executed interventions. The geodesic domes are both simple and light constructions which offer great structural benefits in both resistance and efficacy.

The implementation of this type of buildings will entail a series of ecological and economic advantages, since due to its light weave as well as the use of wood as material contribute to reduce carbon footprint in a very relevant sector such as construction.

Based on specific functional needs resulting from the company practices carried out in SIDO MADERA (July- September 2016), it is carried out a critical revision from the knowledge of this singular typology. In this way it is established these types of structures background as well as the suitability of both the different geometry and proposals background up to the appropriate levels of stability and security along with the demands of satisfying according to the prescriptions provided by the collaborating company.

In this sense the research is based on both the geometrical and structural design of four geodesic dome models with advanced system tools along with structural calculation. For such models, it is studied deeply all those variables that affect the functional resistant and technological quality so that the main goal that this research pursues is to satisfy the typology proposals of the geodesic dome in wood of easy realization and assembly.

The evaluation of the results obtained allows us to distinguish all the designs' structural functional and economic benefits. The comparative analysis among the different systems allows us to establish the technological advantages and disadvantages of all the designs which will be closely related to the scope of the work proposed.

KEY WORDS: Geodesic, Structures, Domes, Construction.

AUTHOR: Manuel Peñalver Oltra.

PLACE AND DATE: Valencia, July de 2017.

TUTOR: Dr. Miguel Redón Santafé.

INDICE

1. INTRODUCCION.....	1
1.1. Antecedentes.....	1
1.2. Objetivos.....	3
2. REVISION DEL ESTADO DEL ARTE.....	5
2.1. Modelización matemática.....	5
2.2. Sólidos platónicos.....	6
2.3. Nociones.....	7
2.4. Clases de división.....	8
2.5. Propiedades.....	10
2.6. Aplicaciones.....	10
2.7. Uniones.....	10
2.8. Síntesis.....	11
3. MATERIALES Y MÉTODOS.....	13
3.1. Diseños.....	13
3.1.1. Icosaedro 2V.....	13
3.1.2. Octaedro 3V.....	15
3.1.3. Cubo 2V.....	16
3.1.4. Rombicuboctaedro 5/8.....	18
3.2. Materiales.....	19
3.3. Acciones previas en el cálculo.....	20
3.3.1. Magnitud de las acciones.....	20
3.3.2. Combinaciones de carga.....	24
3.4. Cálculo de las estructuras.....	25
3.5. Dimensionado de las estructuras.....	27
4. RESULTADOS.....	29
4.1. Modelizado 1.....	29
4.1.1. Icosaedro.....	29
4.1.2. Octaedro.....	30
4.1.3. Cubo 2v.....	30
4.1.4. Rombicuboctaedro.....	31
4.2. Modelizado 2.....	33
4.2.1. Icosaedro.....	33
4.2.2. Octaedro.....	37

4.2.3. Cubo.....	38
4.2.4. Rombicuboctaedro.....	39
5. CONCLUSIONES.....	43
6. BIBLIOGRAFÍA.....	45
ANEXOS.....	47
1. CADWORK.....	49
2. MAQUINA.....	67
3. PLANOS.....	71

ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 1. RALEIGH, CAROLINA DEL NORTE, EE. UU. 1954.....	2
FIGURA 2. CASA GEODÉSICA CARBONDALE (ILLINOIS, EE. UU.). 1960.....	2
FIGURA 3. CÚPULA REALIZADA POR RICHARD BUCKMINSTER FULLER PARA LA EXPO DE MONTREAL EN 1967.....	2
FIGURA 4. CÚPULA GEODÉSICA DISEÑADA POR WALTHER BAUERSFELD EN 1922 Y LLEVADA A CABO POR CARL ZEISS EN JENA (ALEMANIA).....	3
FIGURA 5. ASOCIACIÓN SEGÚN PLATÓN, DE CADA ELEMENTO A UN SÓLIDO REGULAR.....	5
FIGURA 6. ESFERA INSCRITA TANGENTE A LAS CARAS, ESFERA TANGENTE A LAS ARISTAS Y ESFERA CIRCUNSCRITA A LOS VÉRTICES.....	6
FIGURA 7. FASES DIVISIÓN TRIÁNGULO ORIGINAL SEGÚN LA CLASE I.....	9
FIGURA 8. FASES DIVISIÓN TRIÁNGULO ORIGINAL SEGÚN LA CLASE II.....	10
FIGURA 9. UNIONES TRADICIONALES.....	11
FIGURA 10. UNIONES MEDIANTE HERRAJES Y CONECTORES.....	11
FIGURA 11. VISTA EN PLANTA Y AXONOMETRÍA ICOSAEDRO 2V.....	14
FIGURA 12. PREENSAMBLADO EN FÁBRICA.....	14
FIGURA 13. PUERTA CON EL RELLANO EN EL INTERIOR.....	14
FIGURA 14. PUERTA CON EL RELLANO EN EL EXTERIOR.....	15
FIGURA 15. VISTA EN PLANTA Y AXONOMETRÍA OCTAEDRO 3V.....	15
FIGURA 16. PREENSAMBLADO EN FÁBRICA.....	15
FIGURA 17. PUERTA CON RELLANO EN EL INTERIOR.....	16
FIGURA 18. PUERTA CON RELLANO EXTERIOR.....	16
FIGURA 19. VISTA EN PLANTA Y AXONOMETRÍA CUBO 2V.....	17
FIGURA 20. PREENSAMBLADO EN FÁBRICA.....	17
FIGURA 21. DISPOSICIÓN DE LA PUERTA EN LA CÚPULA EN BASE AL CUBO 2V.....	17
FIGURA 22. VISTA EN PLANTA Y AXONOMETRÍA ROMBICUBOCTAEDRO 5/8.....	18
FIGURA 23. PREENSAMBLADO EN FÁBRICA.....	18
FIGURA 24. DISPOSICIÓN DE LA PUERTA EN LA CÚPULA.....	18
FIGURA 25. VISTA EN PLANTA Y AXONOMETRÍA, FORJADO $\frac{1}{2}$ DE LA SUPERFICIE INTERIOR.....	19
FIGURA 26. VISTA EN PLANTA Y AXONOMETRÍA, FORJADO $\frac{3}{4}$ DE LA SUPERFICIE INTERIOR.....	19
FIGURA 27. REPRESENTACIÓN DE LA CARGA PERMANENTE EN EL OCTAEDRO PARA EL MODELIZADO 1 Y EL MODELIZADO 2 RESPECTIVAMENTE.....	20
FIGURA 28. ZONAS DE CLIMA INVERNAL SEGÚN SE-AE.....	22
FIGURA 29. MAPA VELOCIDAD BÁSICA DEL VIENTO Y PRESIÓN DINÁMICA DEL VIENTO.....	22
FIGURA 30. DIAGRAMA PARA LA OBTENCIÓN DEL COEFICIENTE EÓLICO C_p	23
FIGURA 31. DETERMINACIÓN DEL COEFICIENTE C_p MEDIANTE EL REPARTO EN EL CONO.....	24

FIGURA 32. DIAGRAMA DE AXILES Y MOMENTOS DE LA ESTRUCTURA BASADA EN EL ICOSAEDRO (MODELIZACIÓN 1)	25
FIGURA 33. DEFORMADA ESTRUCTURA BASADA EN EL ICOSAEDRO (MODELIZACIÓN 1)	26
FIGURA 34. DIAGRAMA DE MOMENTO 3-3 Y 2-2 DEL ICOSAEDRO PARA LA MODELIZACIÓN 2.	26
FIGURA 35. DIAGRAMA DE AXILES Y DEFORMADA DEL ICOSAEDRO PARA LA MODELIZACIÓN 2.	26
FIGURA 36. DIAGRAMA DE LA DEFORMADA SUFRIDA POR LAS HIPÓTESIS DE PESO PROPIO Y NIEVE.	33
FIGURA 37. DIAGRAMA DE MOMENTO 2-2 Y MOMENTO 3-3 RESPECTIVAMENTE.	33
FIGURA 38. DIAGRAMA DE AXILES.	33
FIGURA 39. DIAGRAMA DE LA DEFORMADA SUFRIDA POR LAS HIPÓTESIS DEL PESO PROPIO Y EN VIENTO PRESIÓN.	34
FIGURA 40. DIAGRAMA DE MOMENTO 2-2 Y MOMENTO 3-3 RESPECTIVAMENTE.	35
FIGURA 41. DIAGRAMA DE AXILES.	35
FIGURA 42. PERDIDA DE SECCIÓN PRODUCIDA POR EL MECANIZADO.	35

INDICE DE TABLAS

TABLA 1. DEMOSTRACIÓN DE LA FÓRMULA DE EULER PARA EL ICOSAEDRO Y EL OCTAEDRO.	5
TABLA 2. TABLA RESUMEN DE LOS SÓLIDOS PLATÓNICOS Y SUS CARACTERÍSTICAS.	6
TABLA 3. PROCEDIMIENTO PARA ASIGNAR UNA FRECUENCIA 3 A UN ICOSAEDRO.	7
TABLA 4. TABLA EXPLICATIVA DE LA NOCIÓN N.	8
TABLA 5. PROPIEDADES DE LA MADERA.	19
TABLA 6. SOBRECARGA DE USO SEGÚN EL CTE DB SE-AE.	21
TABLA 7. COEFICIENTE DE FORMA M.	21
TABLA 8. COMBINACIONES DE CARGA PARA EL ICOSAEDRO, OCTAEDRO Y CUBO.	24
TABLA 9. COMBINACIONES DE CARGA PARA EL ROMBICUBOCTAEDRO.	24
TABLA 10. COMBINACIONES DE CARGA PARA EL ICOSAEDRO, OCTAEDRO Y CUBO.	25
TABLA 11. COMBINACIONES DE CARGA PARA EL ROMBICUBOCTAEDRO.	25
TABLA 12. RESULTADOS ICOSAEDRO 2V.	29
TABLA 13. RESULTADOS OCTAEDRO 3V.	30
TABLA 14. RESULTADOS CUBO 2V.	30
TABLA 15. RESULTADOS ROMBICUBOCTAEDRO CON FORJADO 1/2.	31
TABLA 16. RESULTADOS ROMBICUBOCTAEDRO CON FORJADO 3/4.	32
TABLA 17. RESULTADOS ICOSAEDRO MODELIZADO 2.	34
TABLA 18. RESULTADOS ICOSAEDRO CON PUERTA MODELIZADO 2.	36
TABLA 19. RESULTADOS OCTAEDRO MODELIZADO 2.	37
TABLA 20. RESULTADOS CUBO MODELIZADO 2.	38
TABLA 21. RESULTADOS ROMBICUBOCTAEDRO FORJADO 1/2.	39
TABLA 22. RESULTADOS ROMBICUBOCTAEDRO FORJADO 3/4.	40
TABLA 23. RESULTADOS DEFORMADA ROMBICUBOCTAEDRO.	41

1. INTRODUCCION

El siguiente proyecto pretende estudiar alternativas de diseño y ejecución de cúpulas geodésicas en madera. De acuerdo a los requisitos geométricos acordados junto con la empresa SIDO MADERA SL, fruto de las prácticas de empresa realizadas en los meses de julio y agosto. El estudio centra su atención en la elaboración de cuatro diseños de cúpula geodésica de entramado ligero en madera de fácil elaboración y posterior montaje. De esta forma, el presente documento pretende profundizar en el conocimiento actual de esta tipología singular de edificación, así como en la viabilidad que presenta para su mayor utilización e implantación.

Este proyecto se estructura en 5 puntos básicos, Introducción, Revisión del Estado del Arte, Materiales y Métodos, Resultados y Conclusiones.

Se realiza la revisión del estado del arte que profundiza en las características de este tipo de edificaciones tanto desde un punto de vista de concepción geométrica y matemática como de construcción e instalación. El apartado comienza con un recorrido general del estado actual de este tipo de edificaciones, pasando a describir tanto sus propiedades y aplicaciones como el análisis detallado de cada uno de los diseños.

La propuesta del material estructural a utilizar en este proyecto se centra principalmente en la madera, puesto que es una alternativa viable a los tradicionalmente empleados debido a su importancia ecológica, biológica, y medioambiental, sin descuidar sus propiedades físico-mecánicas. La metodología describe detalladamente el estudio y desarrollo de cada uno de los diseños, remarcando las diferencias y/o similitudes que puedan surgir de su elaboración.

A continuación, se exponen los resultados obtenidos a partir de la modelización geométrica y cálculo estructural de cada uno de los diseños previamente analizados y categorizados. De este modo, se pasa a analizar y comparar las cuatro propuestas con el fin de puntualizar cuál de ellas se considera que ofrece una mayor viabilidad y adaptabilidad a las necesidades propuestas. De igual modo, se tendrá en cuenta la posibilidad de modularidad presente en cada uno de los diseños.

Para finalizar, las conclusiones analizan los resultados obtenidos para cada uno de los diseños. A la vez que se exponen las posibilidades técnicas y funcionales que ofrecen este tipo de construcciones.

1.1. Antecedentes.

La historia considera a Richard Buckminster Fuller como el padre de las cúpulas geodésicas, quien en 1954 patentó el concepto que sigue en gran medida los principios de las estructuras de tensegridad (www.cupulageodesica.wordpress.com).

Anteriormente, en 1949, construyó la primera cúpula geodésica del mundo. Esta cúpula comprendía 4,20 metros de diámetro y estaba hecha a partir de tubos de aluminio y una cubierta de vinilo. Transcurridos pocos años, el ejército estadounidense hizo uso del potencial de estas cúpulas, llevando a Fuller a obtener reconocimiento mundial (Figura 1). Posteriormente, en 1960 construyó la que sería su casa en la localidad de Carbondale (Illinois, EE. UU) tal y como se muestra en la Figura 2 (www.scielo.cl).

Con motivo de la Expo de 1967, Richard Buckminster Fuller, diseñó una cúpula geodésica que albergaría el pabellón de los Estados Unidos en la Expo 67 de Montreal. La cúpula presentaba un diámetro de 76 metros de diámetro y 62 metros de alto. La estructura estaba formada por barras de acero y celdas de polímero. El interior contaba con cuatro grandes plataformas divididas en siete niveles (Figura 3).

No obstante, hay indicios de cúpulas geodésicas anteriores, como el Palacio Imperial de China (1885) o la cúpula creada por Walther Bauersfeld en 1922 y llevada a cabo por Carl Zeiss en Jena, Alemania (Figura 4) (SimplyDifferently.org).

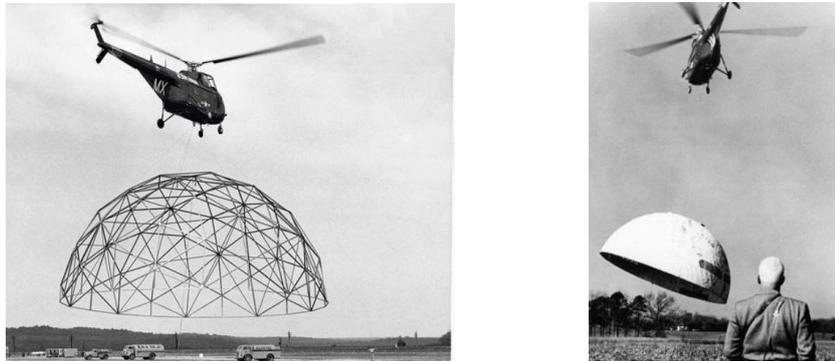


Figura 1. Raleigh, Carolina del Norte, EE. UU. 1954.

Fuente: www.bubblemania.fr



Figura 2. Casa geodésica Carbondale (Illinois, EE. UU.). 1960.

Fuente: www.scielo.cl

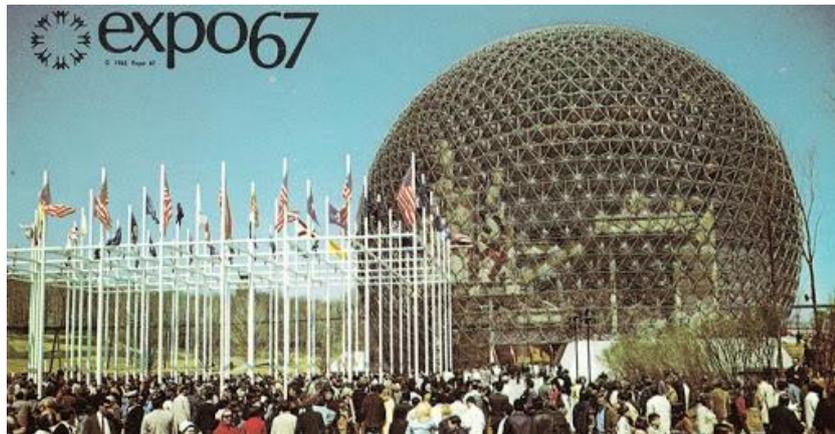


Figura 3. Cúpula realizada por Richard Buckminster Fuller para la Expo de Montreal en 1967.

Fuente: www.ameriquefrancaise.org

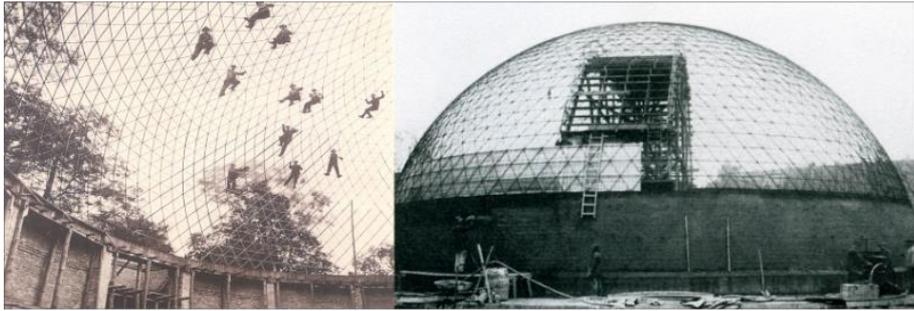


Figura 4. Cúpula geodésica diseñada por Walther Bauersfeld en 1922 y llevada a cabo por Carl Zeiss en Jena (Alemania).

Fuente: www.smartdome.es.

1.2. Objetivos.

El objetivo general del presente trabajo es estudiar la viabilidad técnica e implantación de cúpulas geodésicas con el fin de desarrollar pequeñas y medianas edificaciones a partir de barras de madera. Todo esto se va a llevar a cabo mediante el diseño, dimensionado y posterior análisis de los modelos propuestos. Además, con este tipo de edificaciones se pueden llegar a crear grandes superficies diáfanas sin pilares intermedios, que permite un mayor aprovechamiento y distribución de la estancia.

Teniendo en consideración todas estas variables, cabe destacar que los objetivos específicos a desarrollar son:

- Formular una base matemática, tecnológica y mecánica de las cúpulas geodésicas como estructuras. (Apartado 2: Revisión del estado del Arte).
- Diseño, dimensionado y análisis de los 4 diseños fruto de estudio. (Apartado 3: Materiales y Métodos).
- Comprobar la viabilidad técnica y estructural. (Apartado 4: Resultados).
- Analizar las tendencias futuras y estado actual de las cúpulas geodésicas. (Apartado 5: Conclusiones).

2. REVISION DEL ESTADO DEL ARTE

En el siguiente apartado se van a definir las principales características de las cúpulas geodésicas en los distintos ámbitos de uso, así como su propio concepto, aplicación, propiedades y uniones.

2.1. Modelización matemática.

Se explica brevemente los conocimientos matemáticos que dan origen a la geometría de las cúpulas diseñadas.

Los poliedros son figuras geométricas limitadas por porciones de líneas, planos o hiperplanos, en tres dimensiones. Estos conocimientos, han sido estudiados desde hace más de dos mil años con el descubrimiento de Euclides (325 a.C. – 265 a. C.), considerado el padre de la Geometría. En sus escritos, Euclides define que un poliedro es regular si este presenta caras regulares iguales, si son congruentes y si son de ángulos poliédricos regulares (Los Elementos, Libro XII, Euclides).

Comprendido en esa franja de tiempo, el filósofo griego Platón en su obra “Timaeus”, publicada en el 360 a.C. asoció cada uno de los poliedros regulares a uno de los 4 elementos que según los griegos formaban el universo: Fuego al tetraedro, aire al octaedro, agua al icosaedro, tierra al cubo y por último, el Universo al dodecaedro, (Figura 5). Tras esta asociación, los poliedros regulares son popularmente más conocidos como sólidos platónicos.

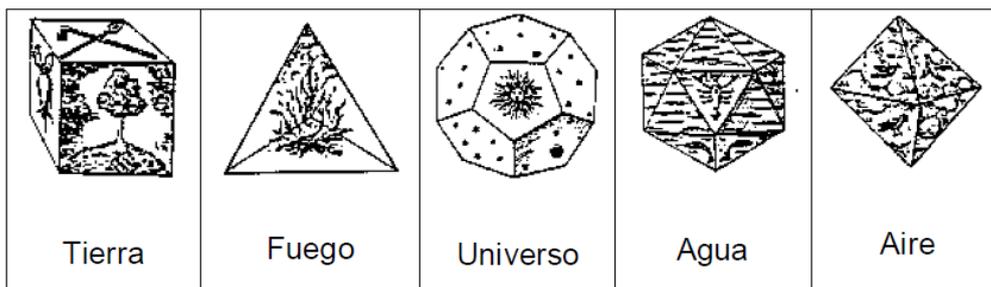


Figura 5. Asociación según Platón, de cada elemento a un sólido regular.

Fuente: www.emaze.com.

En el año 1752, Leonhard Euler, demostró la existencia de tan solo 5 poliedros regulares. La demostración consiste en sumar el número de caras y de vértices de un poliedro y a ese resultado, se le restaba el número de aristas, el resultado es siempre 2 (Característica de Euler, 1752), (Courant y Robbins, 1979). En la Tabla 1, se realiza un ejemplo de la fórmula desarrollada por Euler para el icosaedro y el octaedro como poliedros regulares.

Tabla 1. Demostración de la fórmula de Euler para el Icosaedro y el Octaedro.

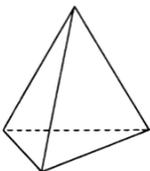
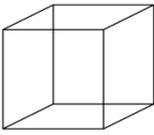
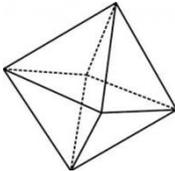
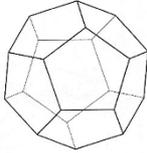
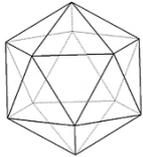
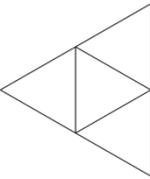
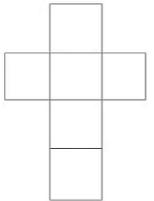
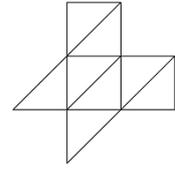
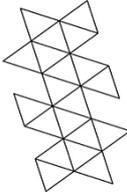
POLIEDRO	Nº CARAS	Nº VERTICES	Nº ARISTAS	CALCULO
ICOSAEDRO	20	12	30	$(20+12)-30=2$
OCTAEDRO	8	6	12	$(8+6)-12=2$

2.2. Sólidos platónicos.

Los sólidos platónicos presentan todas sus caras como poliedros regulares idénticos e iguales ángulos entre sí. Solo existen 5 sólidos platónicos tal que, el tetraedro, el cubo, el octaedro, el dodecaedro y el icosaedro cumplen con las propiedades de regularidad y simetría.

Son regulares ya que, sus caras son poliedros regulares iguales, las aristas tienen la misma longitud, sus vértices concurren en el mismo número de caras y aristas y los ángulos diedros que forman sus caras son iguales entre sí. La Tabla 2 muestra un resumen de la composición de cada sólido platónico. De igual forma, son simétricos ya que todos presentan un centro de simetría, desde el cual sus vértices y caras están a una misma distancia. Además, presentan simetría axial y especular. De estos tres ejes de simetría se pueden obtener tres esferas. Una de ellas inscrita, tangente a todas sus caras. Otra tangente a sus aristas en su centro. Y una última esfera, circunscrita que engloba todos sus vértices tal y como se muestra en la Figura 6.

Tabla 2. Tabla resumen de los sólidos platónicos y sus características.

	TETRAEDRO	CUBO	OCTAEDRO	DODECAEDRO	ICOSAEDRO
SÓLIDO PLATÓNICO					
DESARROLLO					
Nº CARAS	4	6	8	12	20
Nº ARISTAS	6	12	12	30	30
Nº VERTICES	4	8	6	20	12

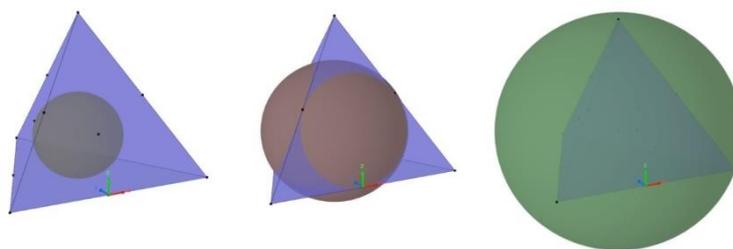


Figura 6. Esfera inscrita tangente a las caras, esfera tangente a las aristas y esfera circunscrita a los vértices.

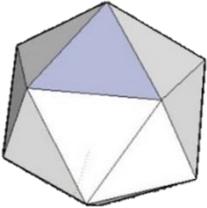
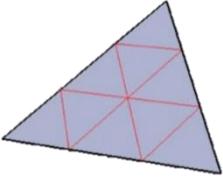
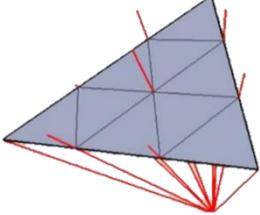
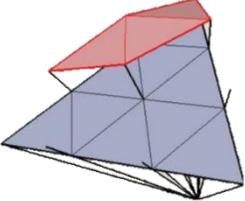
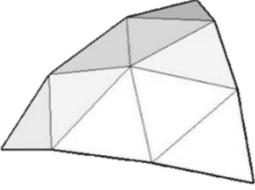
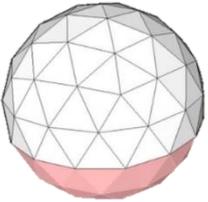
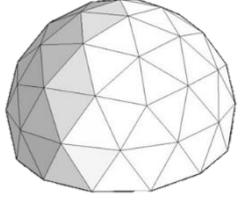
Dadas sus propiedades, los sólidos platónicos son idóneos para el diseño de cúpulas geodésicas. Al presentar todas sus caras iguales, la división que se aplique a una cara, será igual para el resto.

La cúpula se considera geodésica siempre y cuando todos y cada uno de los vértices que la componen estén en contacto con la esfera hipotética que comprende la cúpula. Los sólidos platónicos ya poseen esta particularidad, siendo que todos sus vértices ya están en contacto con la esfera que los rodea. (Carlos Quesada, 2006).

2.3. Nociones.

- **Frecuencia:** la frecuencia es el número de divisiones que se hace sobre cada cara triangular del sólido platónico inicial. En la Tabla 3 se explican los pasos que se siguen para aplicarle una frecuencia 3 a un icosaedro. Cuantas más divisiones se realicen sobre el triángulo original, más se acercará a la forma esférica.

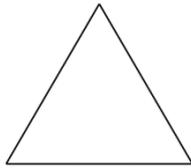
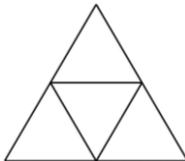
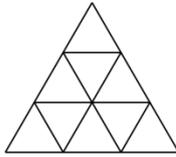
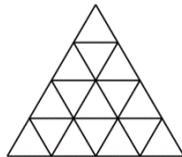
Tabla 3. Procedimiento para asignar una frecuencia 3 a un icosaedro.

FRECUENCIA 3 Y DIVISIONES DE UN TRIÁNGULO ORIGINAL DE UN ICOSAEDRO		
PASO 1	PASO 2	PASO 3
		
Sólido platónico inicial	Triángulo original sobre el que se marca la frecuencia.	Se prolongan los radios de la esfera que contiene al sólido platónico y se les hace pasar por sus vértices.
PASO 4	PASO 5	PASO 6
		
Se unen los extremos de los radios que pasan por los vértices.	Tras unir todos los vértices obtenemos la malla.	La malla resultante de la unión de los vértices nos muestra el resultado de la frecuencia asignada al triángulo original.
PASO 7	PASO 8	PASO 9
		
Con la división del triángulo original, nos vamos al sólido platónico del que hemos partido.	Replicamos la malla tantas veces como caras tenga el sólido seleccionado.	Una vez que hemos replicado las caras, obtenemos la cúpula geodésica.

- **La noción n V:** Richard Buckminster Fuller introdujo la noción n V, con la que hizo referencia a la cantidad de divisiones de un triángulo original, (Tabla 4).

$$n_t = n^2$$

Tabla 4. Tabla explicativa de la noción n .

NOCIÓN n V			
Ejemplo $n = 1$	Ejemplo $n = 2$	Ejemplo $n = 3$	Ejemplo $n = 4$
			
1 V $n_t = 1^2 = 1$	2 V $n_t = 2^2 = 4$	3V $n_t = 3^2 = 9$	4 V $n_t = 4^2 = 16$

2.4. Clases de división.

El siguiente apartado expone los dos métodos principales para desarrollar las divisiones de las caras de los sólidos platónicos y sus posteriores mallas geodésicas. (Advanced Structural Geometry Studies, NASA 1971).

- Clase I.

La clase 1 está basada en los poliedros regulares, siendo posible aplicarle frecuencias pares e impares. Para despejar el número de caras, vértices y aristas que se generan a partir de cada frecuencia, se hace uso de las siguientes expresiones.

$$V' = (V - 2) \times v^2 + 2$$

$$C' = C \times v^2$$

$$A' = A \times v^2$$

Dónde:

V = Vértices del poliedro original.

C = Caras del poliedro original.

A = Aristas del poliedro original.

V' = Vértices que surgen de aplicar la frecuencia.

C' = Caras que surgen de aplicar la frecuencia.

A' = Aristas que surgen de aplicar la frecuencia.

v = Frecuencia.

Este método subdivide uno de los triángulos poliédricos de la forma inicial en n frecuencia (nv). El procedimiento consiste en dividir cada cara del triángulo en la frecuencia elegida. Es decir, si se decide aplicar una frecuencia 3, cada cara del triángulo se dividirá en tres partes iguales. Seguidamente, se conectan los puntos de subdivisión con un segmento de línea paralelo a sus respectivos lados. De aplicar este método surge una malla de 3 vías que da lugar a una serie de triángulos equiláteros.

Una vez obtenida la malla sobre el triángulo inicial del poliedro, se proyectan una serie de líneas que pasan por el origen (0, 0, 0) del poliedro y los respectivos vértices de la malla hasta encontrarse con la esfera circunscrita. Con esto se consigue la representación de la malla sobre una superficie circular, dando lugar a una cuadrícula circular (Figura 7).

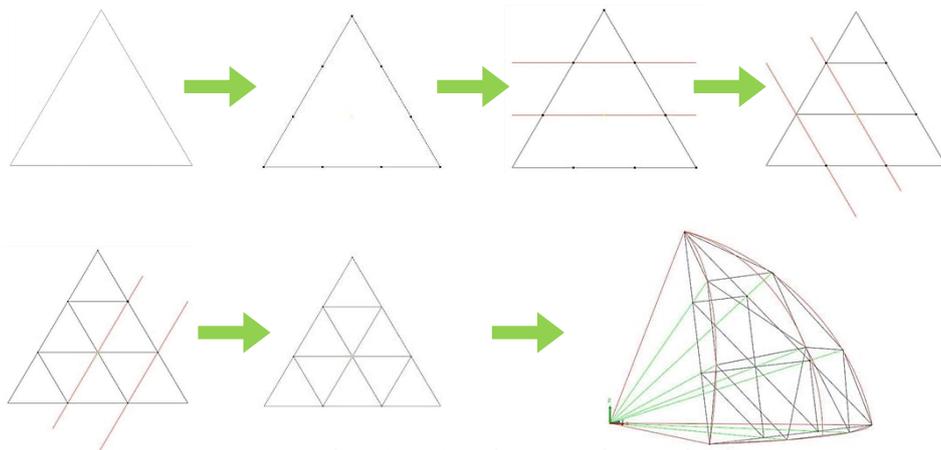


Figura 7. Fases división triángulo original según la Clase I.

- **Clase II.**

La clase II está basada en los poliedros casi regulares o irregulares, siendo únicamente posible aplicarle frecuencias pares. Para despejar el número de caras, vértices y aristas que se generan a partir de cada frecuencia, se hace uso de las siguientes expresiones.

$$V = \eta + 2 \qquad C = 2(\eta) \qquad A = 3(\eta) \qquad \eta = \frac{15 \times v^2}{2}$$

Dónde:

V = Vértices del poliedro original. V' = Vértices que surgen de aplicar la frecuencia.
 C = Caras del poliedro original. C' = Caras que surgen de aplicar la frecuencia.
 A = Aristas del poliedro original. A' = Aristas que surgen de aplicar la frecuencia.
 v = Frecuencia.

Este método subdivide uno de los triángulos poliédricos de la forma inicial en n frecuencia (nv), siempre y cuando $n = n^\circ$ par. El procedimiento consiste en dividir cada cara del triángulo en la frecuencia elegida. Es decir, si se decide aplicar una frecuencia 4, cada cara del triángulo poliédrico original se divide en cuatro partes iguales. Seguidamente, se conecta cada punto con segmentos de líneas perpendiculares a sus respectivos lados. De aplicar este método surge una malla de 3 vías que da lugar a una serie de triángulos equiláteros y rectos.

Una vez obtenida la malla sobre el triángulo inicial del poliedro, se proyectan una serie de líneas que pasan por el origen (0, 0, 0) del poliedro y los respectivos vértices de la malla hasta encontrarse con la esfera circunscrita. Con esto se consigue la representación de la malla sobre una superficie circular, dando lugar a una cuadrícula circular (Figura 8).

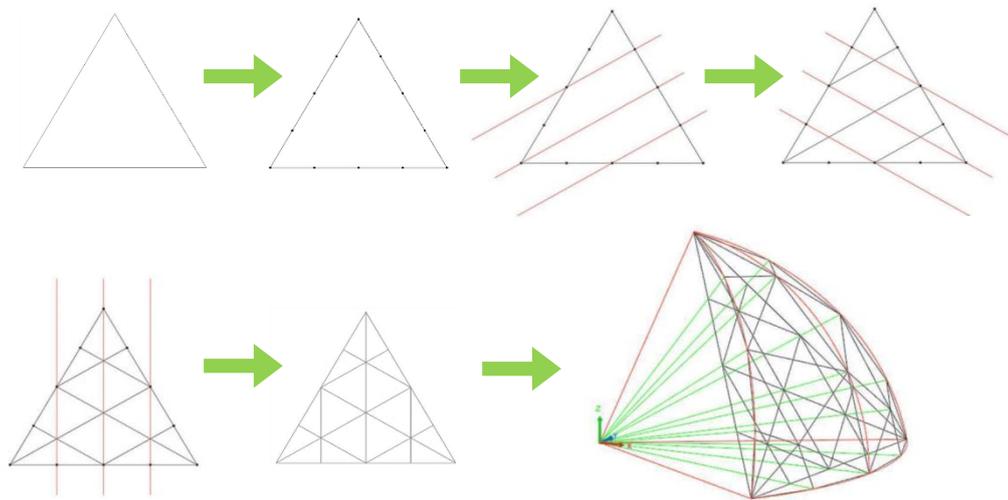


Figura 8. Fases división triángulo original según la Clase II.

2.5. Propiedades.

Las cúpulas geodésicas constan de una serie de propiedades que las hacen idóneas para su uso en edificaciones. Son capaces de encerrar la mayor cantidad de volumen mediante la menor área de superficie, permitiendo obtener grandes superficies diáfanas sin pilares intermedios. Presentan una alta resistencia estructural a vientos, sismos y nieve. Esto se debe a que la forma geodésica optimiza la carga, desplazando las fuerzas a lo largo de toda la estructura, consecuencia de sus propiedades de tensegridad. Actúan como concentradores de luz y calor, lo que les permite prevenir la pérdida de calor del interior. La superficie expuesta al exterior es menor en proporción a la superficie cubierta. Esta propiedad es particular de las esferas, que a su vez permite una mejor ventilación y flujo de aire gracias a la ausencia de bordes y rincones (www.genesisgeodesica.com.br).

2.6. Aplicaciones.

Las cúpulas geodésicas están dotadas para cubrir un amplio abanico de aplicaciones gracias a las propiedades que presentan. Como invernaderos son idóneos ya que concentran la luz en su interior, mientras que mantienen un flujo de aire y temperatura estable. Son idóneas para reproducir motivos celestes, cielos y estrellas para parques temáticos y planetarios. Empleadas en teatros e iglesias se optimiza el espacio permitiendo un mayor aforo, mejorando la visibilidad y la acústica. Utilizadas en lugares remotos, permiten obtener habitáculos resistentes de construcción simple de forma relativamente sencilla y rápida. Por último, si son empleadas para viviendas, aportan una mayor optimización del espacio y unas condiciones termo-acústicas más estables, que repercuten positivamente al coste económico de la misma (Coello, 2012).

2.7. Uniones.

Para solucionar la problemática que suponen las uniones en las cúpulas, se han hecho uso de diversos métodos y sistemas, desde los más tradicionales y simples hasta los más complejos. En el siguiente apartado vamos a hacer una descripción de los más usados entre ambos tipos.

En primer lugar, analizaremos las uniones tradicionales que emplean encolado y tornillería. Este tipo de uniones son relativamente simples de elaborar y conllevan un menor coste pero necesitan una mano de obra más especializada. En la Figura 9 se muestra como quedan este tipo de uniones.



Figura 9. Uniones tradicionales.
Fuente: Domebook, 2010.

En segundo lugar, se analizan las uniones mediante herrajes y conectores. Este tipo de unión es mucho más compleja pero agiliza los tiempos de montaje. En su contra, tienen la complejidad de su elaboración. Ya que no permiten la estandarización de las uniones, teniendo que realizarlos a medida para cada cúpula. En la Figura 10 se muestran algunos ejemplos de herrajes y conectores.

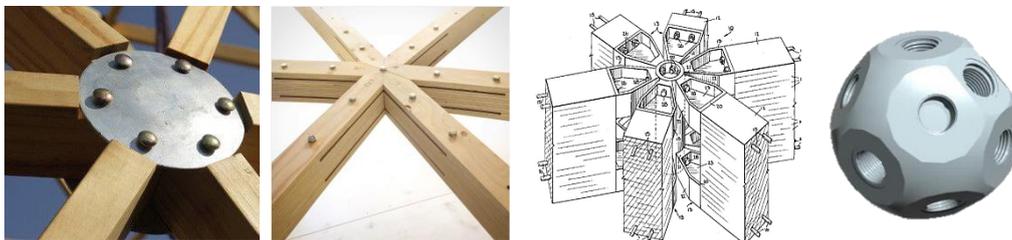


Figura 10. Uniones mediante herrajes y conectores.
Fuente: Roberto Crocetti, 2016.

2.8. Síntesis.

A la vista de lo expuesto anteriormente, las cúpulas geodésicas presentan un gran potencial tanto para realizar estructuras pequeñas como para realizar estructuras de mayor envergadura que cubran una mayor superficie útil.

Este trabajo, pretende dar a conocer la viabilidad de estas estructuras realizadas en madera y el potencial y envergadura que pueden llegar a alcanzar. Todo esto se va a realizar en base a los estudios realizados en sus inicios por Richard Buckminster Fuller, quien definió los principios de las cúpulas geodésicas en base a los sólidos platónicos.

Así, el proyecto se va a centrar en realizar 4 diseños de cúpulas geodésicas. Tres de ellos estarán basados en los sólidos platónicos (icosaedro, octaedro y cubo). Por último, se realiza un diseño en base a un poliedro irregular (rombicuboctaedro), que añade la particularidad de incorporar un forjado interior.

A la hora de asignar las frecuencias y el método de división de los poliedros, tras valorar y analizar los conceptos descritos en este apartado, se decidió aplicar una frecuencia no superior a 3, debido a los requisitos de diseño. De igual modo, se decidió que el método de división fuese el de la Clase I, ya que este derivaba en un solo tipo de triángulo. Además, 3 de los 4 diseños están basados en poliedros regulares, motivo por el cual la Clase I resulta inicialmente más favorable.

En relación a las uniones entre las barras, podría pensarse en el uso de herrajes y conectores metálicos, que facilitan el montaje en obra y se reducen las elaboraciones de las barras de

madera. No obstante cabe destacar que dichos herrajes deben ser realizados a medida para cada una de las cúpulas, imposibilitando la estandarización de los herrajes. Esto conllevaría un sobre coste en la estructura que puede llegar a ser superior al sobre coste asumible.

Por el contrario, el segundo método conlleva una mayor elaboración en las barras de madera. Dicha manufactura, a pesar de ser relativamente costosa de realizar, se reduce en gran medida gracias a los últimos avances tecnológicos de la industria de la madera. El diseño con herramientas CAD-CAM y paso a máquina de control numérico (ANEXO 2), permite uniones de tipo tradicional con costes muy reducidos y gran grado de tecnificación. Además, los diseños de este trabajo se caracterizan por utilizar un mínimo número de barras distintas.

De este modo, se ha optado por emplear uniones tradicionales mediante encolado y tornillería con el fin de reducir costes y minimizar el grado de tecnicidad a la hora de realizar herrajes metálicos a medida para cada uno de los diseños.

3. MATERIALES Y MÉTODOS

El siguiente apartado va a contextualizar la idea principal de la que surgen los diseños de estudio. Se describen los 4 modelos propuestos y los materiales empleados en ellos. Así mismo, se muestran las acciones y combinaciones de carga junto con las correspondientes magnitudes para cada uno de ellos. Con los modelos y bases de cálculo establecidos, se llevará a cabo el cálculo de la estructura y posterior dimensionado de las barras de los 4 modelos.

3.1. Diseños.

Para la elaboración de los diseños y posterior cálculo, la empresa colaboradora ha dejado constancia de los siguientes requisitos técnicos.

Los datos son los siguientes:

- La cúpula no deberá de superar los seis metros de diámetro.
- La proporción diámetro altura deberá ser la más proporcionada posible. La altura estará comprendida entre $\frac{1}{2}$ del diámetro y $\frac{3}{4}$ del diámetro.
- Se deberá ensamblar la mayor cantidad de piezas en fábrica, minimizando los plazos de ejecución de la obra.
- Las longitudes de las piezas ensambladas no podrán superar las dimensiones que permitan su transporte en camión del Permiso C.
- Evitar en la medida de lo posible el uso de herrajes y uniones metálicas.
- Las dimensiones y proporciones de diámetro/altura, solo se podrán pasar por alto en el caso del diseño de una cúpula a dos alturas con forjado interior.
- La madera empleada será una GL24h.
- Las barras tendrán unas dimensiones en longitud no superiores a 2,5 metros.
- La instalación debe de poder ejecutarse tanto por personal cualificado como por usuarios sin experiencia previa.
- Las secciones empleadas en el dimensionado deberán estar comprendidas dentro del rango comercial estándar: 40x40 mm hasta 240x240 mm.

La modelización geométrica y diseño se ha realizado mediante la herramienta CAD CADWORK. Este programa nos permite trabajar simultáneamente en 2 y 3 dimensiones, facilitando así el proceso de diseño. El Anexo 1 explica con más detalles las funciones y posibilidades que nos ofrece el programa y su relevancia en el desarrollo de la viabilidad de la construcción en madera.

3.1.1. Icosaedro 2V.

El icosaedro es el sólido platónico más usado para la ejecución de cúpulas geodésicas, compuesto de 12 vértices, 20 caras y 30 aristas. Se empezó aplicando una frecuencia 2v y otra 3v con el fin de comparar ambos resultados y valorar cual era la más idónea.

De aplicar la frecuencia 2v, se obtuvo dos tipos de triángulos con dos longitudes de barra comprendidas entre 1,60 – 1,80 metros. De igual forma, tras aplicar la frecuencia 3v, se obtuvieron 2 tipos de triángulos con 3 longitudes de barra comprendidas entre 1,00 – 1,40 metros. Con estos resultados, se decidió aplicar la frecuencia 2v, (Figura 11), ya que las dimensiones de barras, número de triángulos distintos y dimensiones, cumplían los requisitos preasignados.

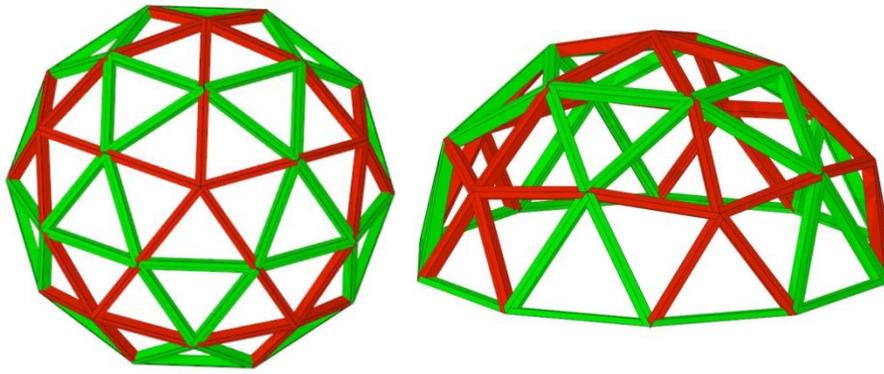


Figura 11. Vista en planta y axonometría Icosaedro 2v.

Con la frecuencia clara, se pasó a determinar la forma de preensamblar las piezas en fábrica (Figura 12).

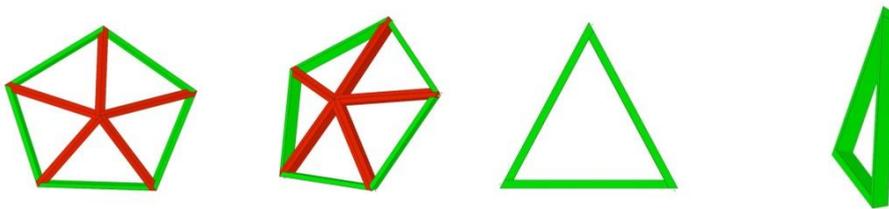


Figura 12. Preensamblado en fábrica.

Por último, se hicieron dos propuestas para la ubicación de la puerta. La Figura 13 representa el diseño de la puerta y su rellano en el interior de la propia cúpula. La Figura 14, muestra el diseño del rellano y la puerta hacia fuera. Vistas las dimensiones en planta de la cúpula y en pro de optimizar al máximo el espacio disponible, se decidió llevar a cabo el diseño con el rellano y puerta situado en la parte exterior de la cúpula.

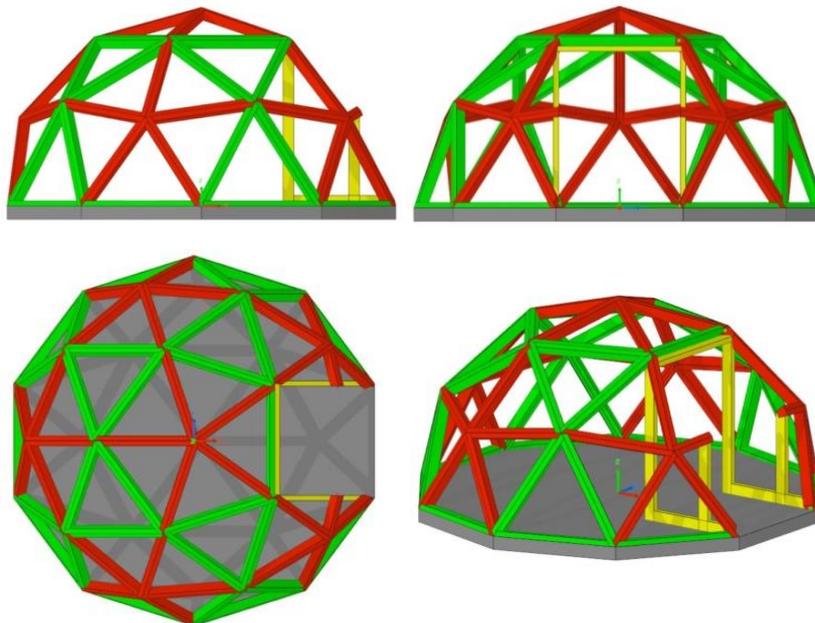


Figura 13. Puerta con el rellano en el interior.

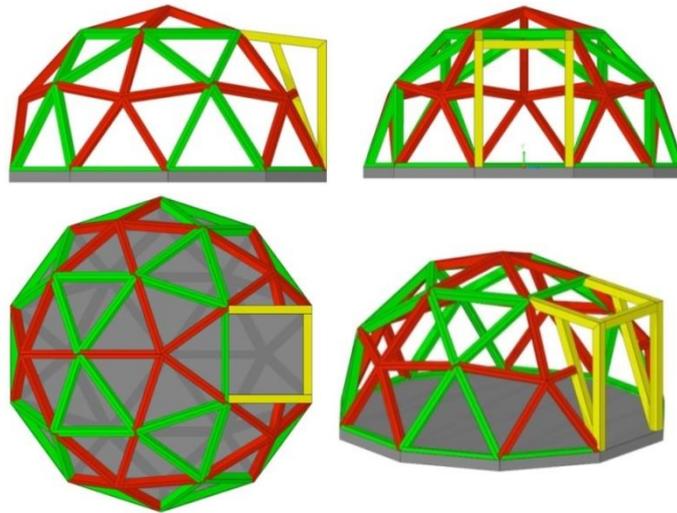


Figura 14. Puerta con el rellano en el exterior.

3.1.2. Octaedro 3V.

El segundo diseño está realizado en base al octaedro. El octaedro es un sólido platónico compuesto de 8 caras triangulares, 12 aristas y 6 vértices. Tomando como referencia el modelo anterior, se realizaron pruebas con las frecuencias $2v$ y $3v$.

De aplicar la frecuencia $2v$, se obtuvieron dos tipos de triángulos con dos longitudes de barra comprendidas entre 2,20 – 3,00 metros. De igual forma, tras aplicar la frecuencia $3v$ se obtuvieron 2 tipos de triángulos con 3 longitudes de barra comprendidas entre 1,30 – 2,00 metros. Con estos resultados, se decidió aplicar la frecuencia $3v$ (Figura 15), ya que las dimensiones de barras, nº de triángulos distintos y dimensiones, cumplían el pliego de condiciones.

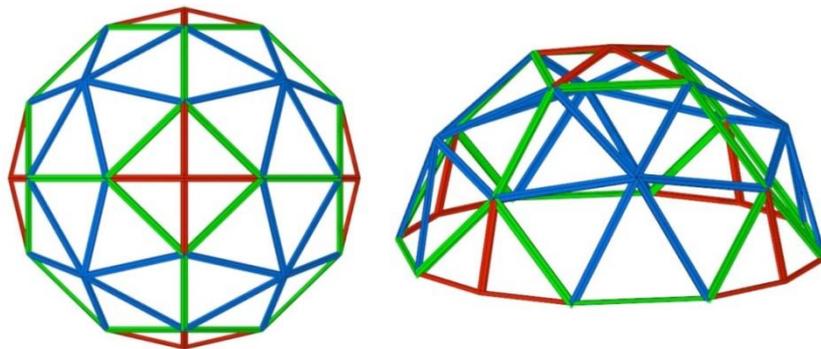


Figura 15. Vista en planta y axonometría Octaedro 3v.

Con la frecuencia clara, se pasó a determinar la forma de preensamblar las piezas en fábrica (Figura 16).

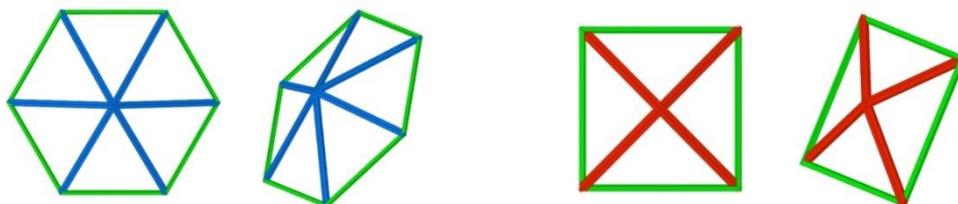


Figura 16. Preensamblado en fábrica.

Por último, se hicieron dos propuestas para la ubicación de la puerta (Figura 17 y Figura 18). Al igual que en el modelo anterior, la puerta y rellano se sitúan en la parte exterior de la cúpula con el fin de optimizar al máximo el espacio.

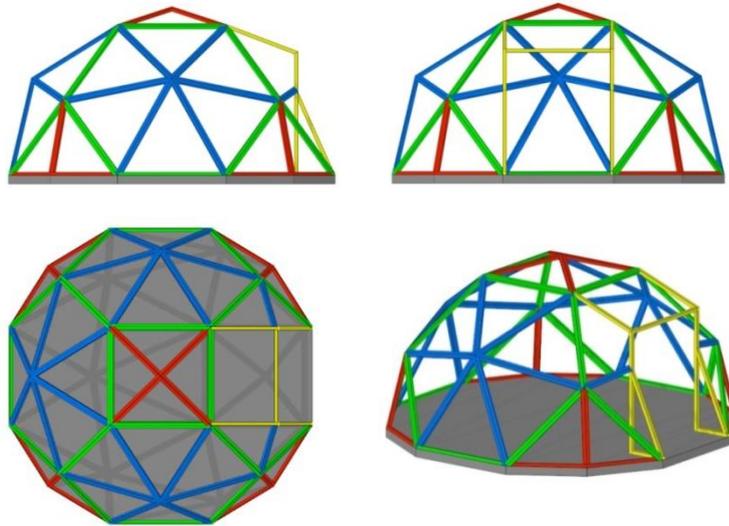


Figura 17. Puerta con rellano en el interior.

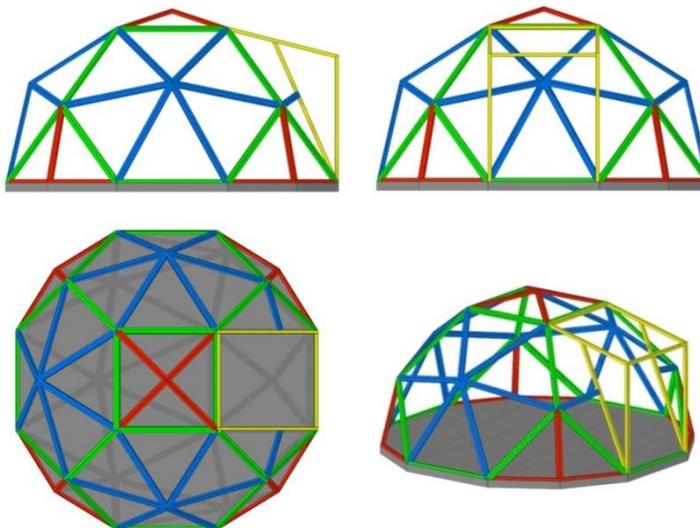


Figura 18. Puerta con rellano exterior.

3.1.3.Cubo 2V.

El cubo es un sólido platónico compuesto por 6 caras cuadradas, 12 aristas y 8 vértices. En este segundo caso, al igual que con el icosaedro, se le aplica la frecuencia 2 para que las barras resultantes tengan una longitud equilibrada (Figura 19).

Aplicar una frecuencia a un poliedro de caras cuadradas lleva implícita cierta complejidad ya que, antes de aplicarla, es necesario normalizar cada una de las caras. Esto quiere decir que de cada cara cuadrada se obtienen 4 triángulos idénticos. Una vez normalizadas las caras, se puede aplicar la frecuencia, resultando un total de 16 subtriángulos a partir de una cara de perfil cuadrado y 4 longitudes distintas de barra comprendidas entre 1,40 – 1,90 metros.

En este caso, se obtiene un mayor número de barras distintas a consecuencia de la normalización de las caras de perfil cuadrado.

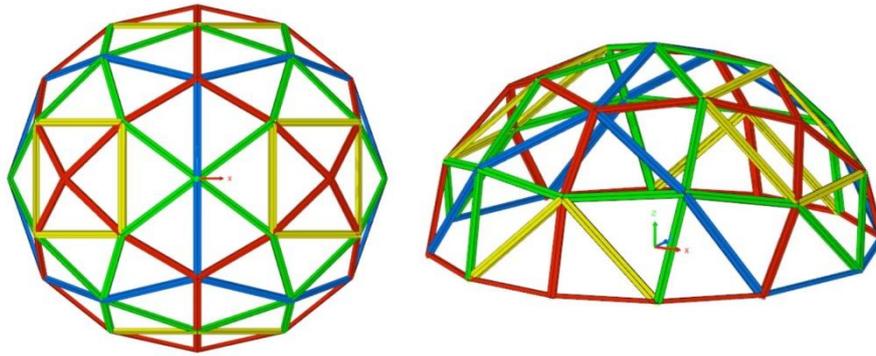


Figura 19. Vista en planta y axonometría Cubo 2v.

Con la frecuencia clara, se pasó a determinar la forma de preensamblar las piezas en fábrica (Figura 20).

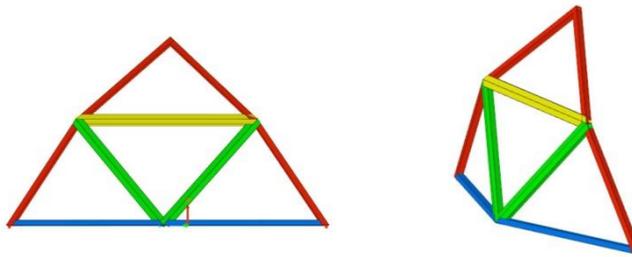


Figura 20. Preensamblado en fábrica.

Por último, se planteó la propuesta de puerta (Figura 21). En el caso del cubo, solo se planteó una posición de la puerta ya que, la disposición de la malla que conforma la cúpula no permitía la elaboración con facilidad de varias propuestas.

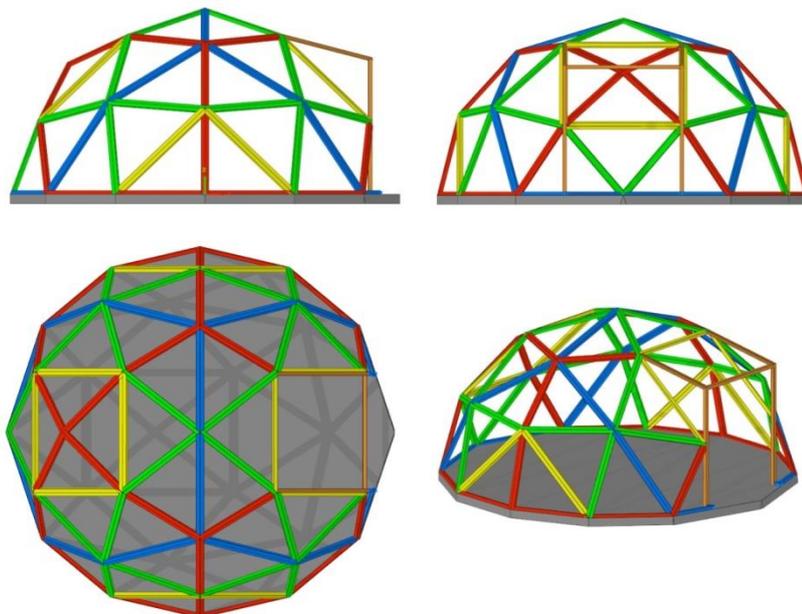


Figura 21. Disposición de la puerta en la cúpula en base al Cubo 2v.

3.1.4. Rombicuboctaedro 5/8.

El rombicuboctaedro es el único poliedro irregular que se ha empleado para realizar uno de los diseños. Compuesto de 26 caras, 8 de ellas triangulares y 18 de ellas de sección cuadrada, 48 aristas y 24 vértices. Este poliedro ha sido empleado para llevar a cabo el diseño de una cúpula de mayor diámetro con un forjado interior para conseguir dos alturas. Se eligió este poliedro ya que resultaba idóneo para realizar una cúpula a dos alturas con un forjado intermedio en su interior.

Tal y como muestra la Figura 22, se ha hecho uso de 5/8 partes del poliedro original. Dadas sus características, no ha sido necesario aplicarle ninguna frecuencia a sus caras, simplemente se han normalizado, dando lugar a 2 tipos de triángulos y 2 longitudes de barra, comprendidas entre 1,50 – 2,00 metros.

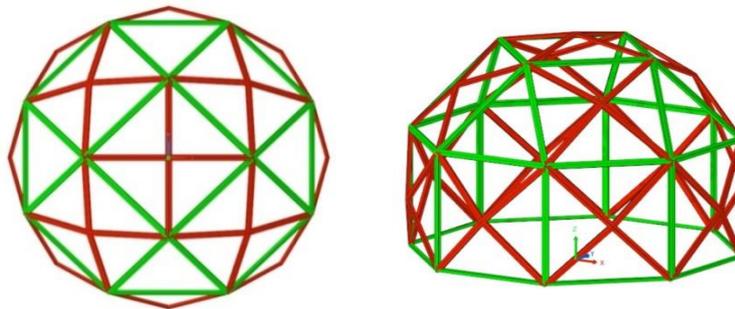


Figura 22. Vista en planta y axonometría Rombicuboctaedro 5/8.

Al igual que con los diseños anteriores, se realizará un ensamblado previo de las piezas para facilitar el montaje en obra (Figura 23).

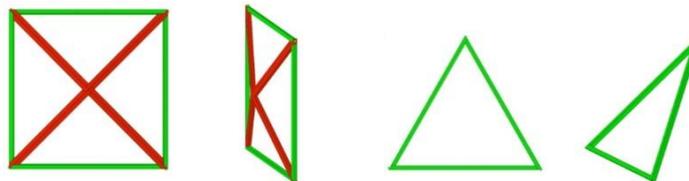


Figura 23. Preensamblado en fábrica.

La propuesta de ubicación de la puerta se plantea en la Figura 24.

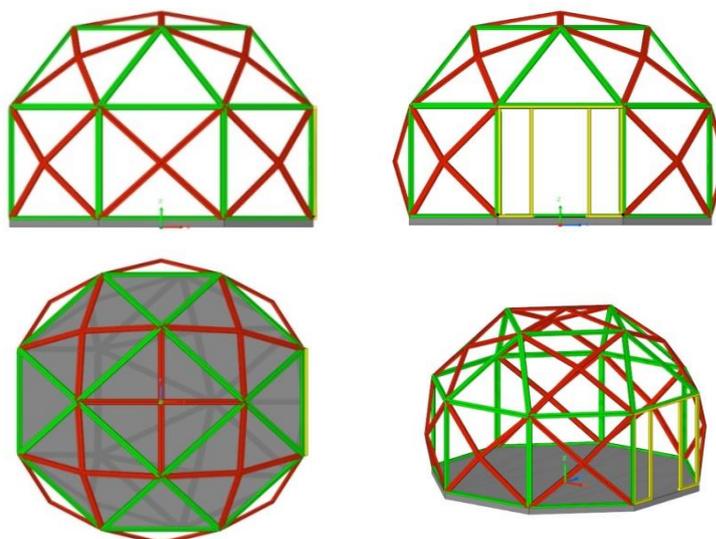


Figura 24. Disposición de la puerta en la cúpula.

Para el forjado se plantearon dos propuestas. La primera consistía en cubrir $\frac{1}{2}$ de la superficie interior (Figura 25). La segunda consistía en cubrir $\frac{3}{4}$ partes de la superficie interior (Figura 26).

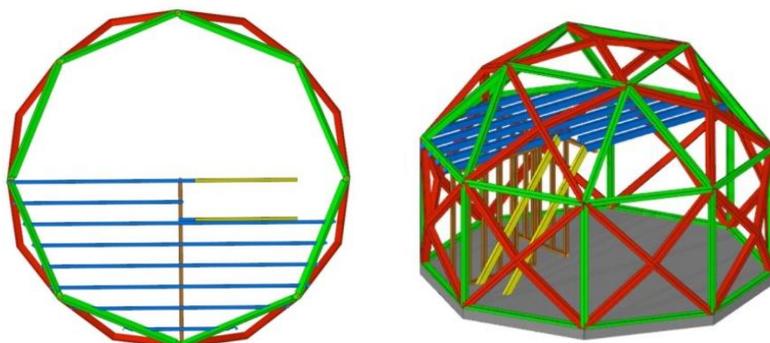


Figura 25. Vista en planta y axonometría, forjado $\frac{1}{2}$ de la superficie interior.

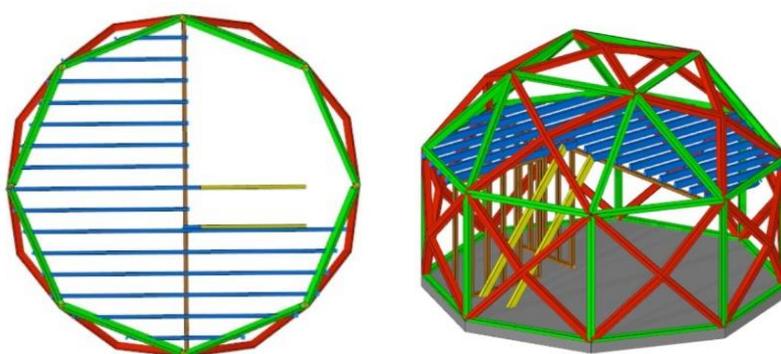


Figura 26. Vista en planta y axonometría, forjado $\frac{3}{4}$ de la superficie interior.

3.2. Materiales.

La estructura se compone principalmente de barras de madera laminada de conífera GL24h con las siguientes características expresadas en la Tabla 5.

Tabla 5. Propiedades de la madera.

Resistencia a flexión	$f_{m,g,k}$	24
Resistencia a tracción:		
Paralela a la fibra	$f_{0,g,k}$	16,5
Perpendicular a la fibra	$f_{90,g,k}$	0,4
Resistencia a compresión:		
Paralela a la fibra	$f_{c,0g,k}$	24
Perpendicular a la fibra	$f_{c,90g,k}$	2,7
Resistencia a cortante	$f_{v,g,k}$	2,7
Módulo de elasticidad:		
Paralelo a la fibra. Valor medio	$E_{0,g,medio}$	11.600
Paralelo a la fibra. Valor característico	$E_{0,g,k}$	9.400
Perpendicular a la fibra	$E_{90,g,medio}$	390
Módulo de cortante	$G_{g,medio}$	720
Densidad	$\rho_{g,k}$	380

*Valores de la madera GL24h en N/mm^2 , excepto la densidad que se encuentra en Kg/m^3 .

3.3. Acciones previas en el cálculo.

Para conseguir dar un ámbito holístico al estudio, las acciones de cálculo no se concentran en una localización específica del territorio nacional.

Así, se consideran las hipótesis de carga producidas por su peso propio, por la sobrecarga de uso que va a soportar, por el peso de la posible nieve que se puede acumular a lo largo de la superficie de las cúpulas y por la acción del viento.

Todas las acciones que se describen han sido evaluadas a partir del Código Técnico Seguridad Estructural Acciones en la Edificación (CTE SE-AE).

3.3.1. Magnitud de las acciones.

Dada la tipología singular de este tipo de estructuras, las operaciones de cálculo realizadas van a ser del siguiente modo:

- Modelización 1: Modelo de barras con la carga puntual equivalente correspondiente a cargas permanentes y nieve aplicada sobre el vértice de la estructura.
- Modelización 2: Creación de un modelo estructural de malla 3D en el que las cargas se aplican en superficie y se reparten automáticamente a la retícula de barras de madera.

Cargas permanentes

PESO PROPIO: El valor del peso propio de la estructura, se ha calculado a través del programa informático SAP 2000 V16.

TABLERO:

El tablero que se ha empleado tiene un espesor de 12mm. El cálculo se ha realizado teniendo en cuenta la superficie a cubrir y el peso del tablero. Cabe destacar que el tablero se coloca tanto en el exterior como en el interior de la estructura.

Peso → 15 Kg/m²

Superficie → 56,55 m² (para el icosaedro, octaedro y cubo)

→ 100,53 m² (para el rombicuboctaedro)

Carga { 1696,5 Kg
3015,9 Kg

En la modelización 1, la fuerza ejercida por el peso de los tableros se ha situado en el punto central de la cúpula, ya que este punto es el más vulnerable de la estructura (Figura 27). Para la modelización 2, se ha aplicado una carga uniforme sobre la superficie de la cúpula de 30 Kg/m².

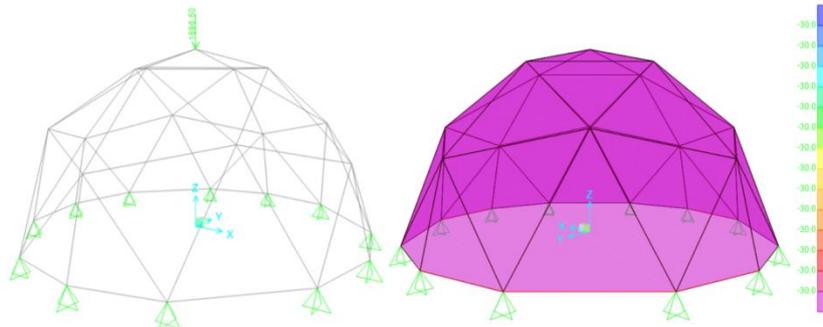


Figura 27. Representación de la carga permanente en el octaedro para el modelizado 1 y el modelizado 2 respectivamente.

Sobrecarga de uso.

Según el CTE DB SE-AE, el objetivo principal de una estructura de pisos (en nuestro caso el forjado interior) es soportar el peso de personas, mobiliario, instalaciones no fijas o material almacenable, derivadas del uso normal u otras poco habituales, como acumulación de personas o con ocasión de un traslado. Para ello, se simulan aplicando una carga uniformemente distribuida. La Norma define varios tipos de sobrecarga según el origen o elemento sobre el que actúa (Tabla 6).

Tabla 6. Sobrecarga de uso según el CTE DB SE-AE.

Categoría de uso		Subcategoría de uso		Carga uniforme (kN/m ²)	Carga concentrada (kN/m ²)
A	Zona residencial	A1	Viviendas y zonas de habitaciones en hospitales y hoteles	2	2

Nieve.

Para el cálculo de la carga de nieve según el CTE SE-AE, se deberá tener en cuenta varios factores.

Puesto que las estructuras en estudio son consideradas estructuras ligeras, se deberá aplicar la siguiente expresión para el cálculo de la carga de nieve:

$$q_n = \mu \cdot S_k$$

- q_n Valor de la carga de nieve por unidad de superficie de proyección horizontal.
 S_k Valor característico de la carga de nieve sobre un terreno horizontal.
 μ Coeficiente de forma. Tiene en cuenta el depósito irregular de nieve por efecto del viento. Sus valores se obtienen de la Tabla 7:

Tabla 7. Coeficiente de forma μ .

Tipo de superficie	Puede deslizar la nieve			Impedido
Ángulo de inclinación de la cubierta α	$0 \leq \alpha \leq 30^\circ$	$30^\circ \leq \alpha \leq 60^\circ$	$\alpha \geq 60^\circ$	Indep.
Coeficiente de forma μ	1	$(60 - \alpha)/30$	0	1

Dado que no se ha determinado la ubicación exacta de las cúpulas, se decidió asignarla en una misma zona climática según la SE-AE. La zona elegida fue la 5. Dicha zona comprende la Comunidad Valenciana y parte de las provincias de Cuenca y Albacete. En esta zona climática hay diferencias de altitud desde los 0 metros hasta los 1600 metros sobre el nivel del mar. Para el cálculo de las estructuras se decidió asignar una altitud de 600 metros (Figura 28).

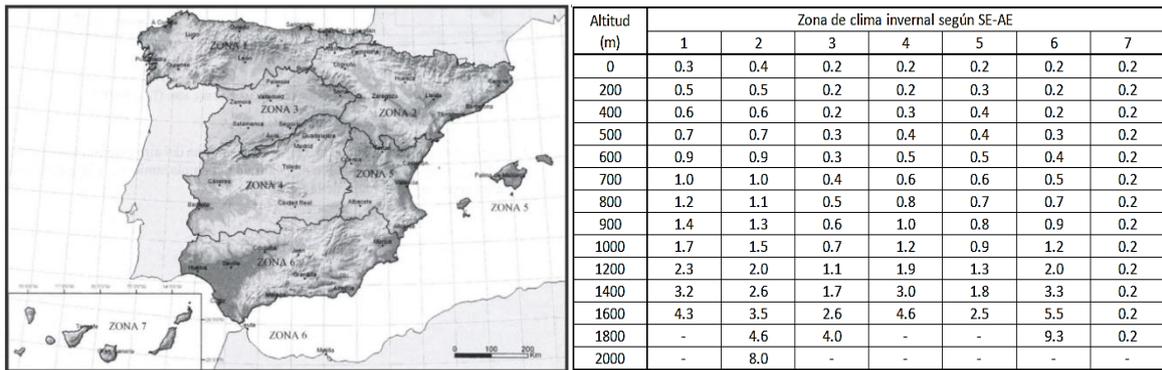


Figura 28. Zonas de clima invernal según SE-AE.

Las cúpulas constan de diversos planos de inclinación, no obstante, las zonas más vulnerables de sufrir acumulación de nieve tienen pendientes no superiores a 30°. Este valor nos permite determinar el coeficiente de forma μ .

Con todo esto nos queda que:

$$q_n = \mu \cdot S_k = 1 \cdot 0.5 = 0.5 \text{ KN/m}^2 = 50 \text{ Kg/m}^2$$

Al igual que con el peso del tablero, la carga de nieve se fija en el punto más vulnerable de la estructura para la modelización 1 y como carga uniforme en proyección horizontal a lo largo de la estructura en la modelización 2. De esta forma, nos aseguramos que los cálculos van a estar más próximos a su comportamiento real.

Viento:

Según la Norma SE-AE, la presión dinámica del viento q_b puede adoptarse de forma precisa a partir del mapa de valores básicos de la velocidad del viento y presión dinámica del viento (Figura 29).

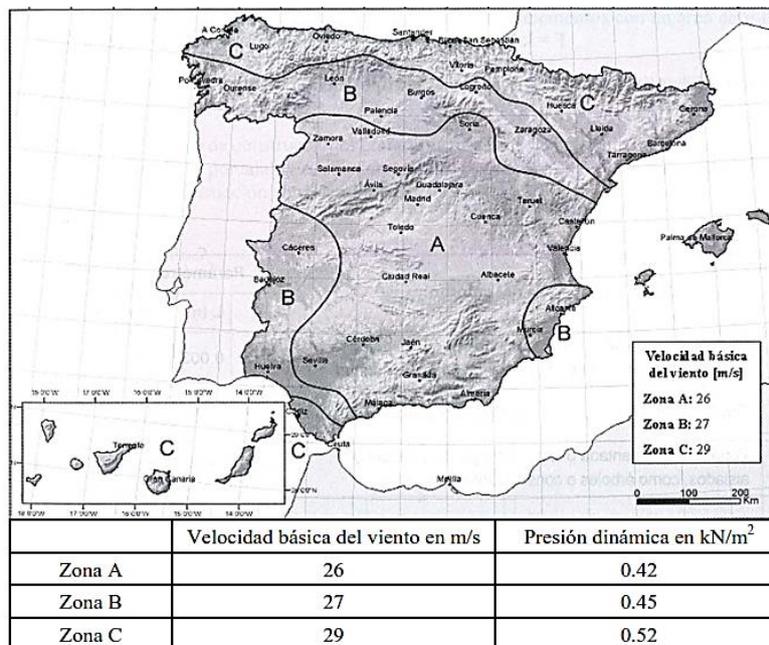


Figura 29. Mapa velocidad básica del viento y presión dinámica del viento.

Puesto que las cúpulas se están diseñando para poder ser construidas en casi cualquier punto de la Península Ibérica, se cogen los valores de la zona C que es la más desfavorable.

Para realizar el cálculo de la forma más precisa se hace uso de la expresión:

$$q_e = q_b \cdot c_e \cdot c_p$$

- q_b Presión dinámica del viento.
- c_e Coeficiente de exposición.
- c_p Coeficiente eólico o de presión.

Según la Norma SE-AE, el coeficiente eólico para una superficie esférica no está definido concretamente. En su lugar hace referencia a cubiertas cilíndricas de base rectangular. En este método, determina el c_p mediante el siguiente diagrama (Figura 30):

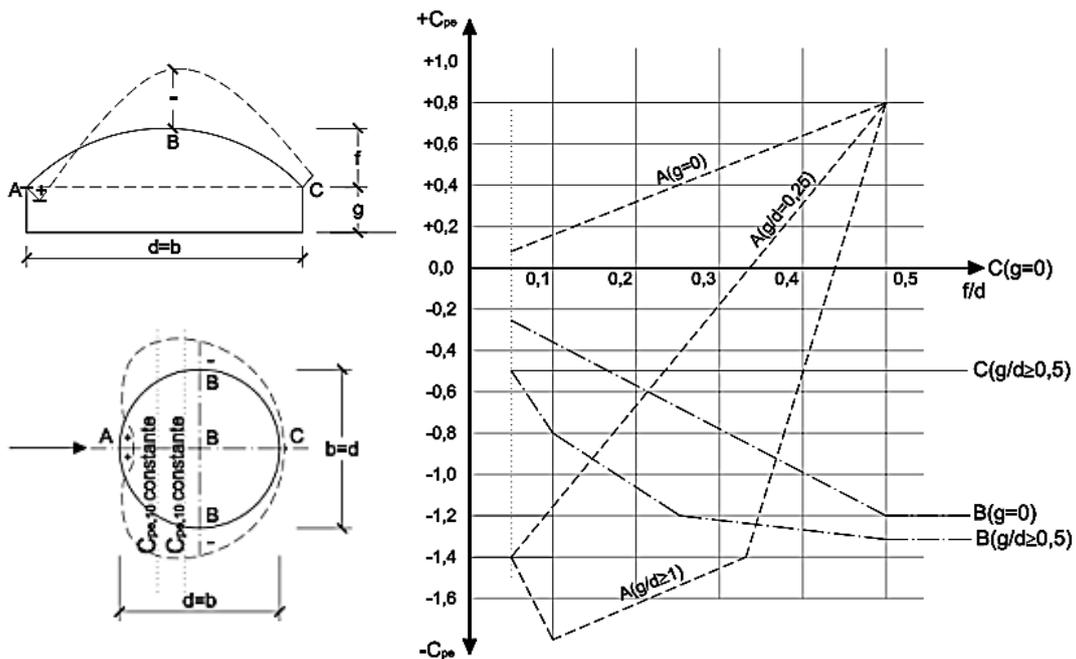


Figura 30. Diagrama para la obtención del coeficiente eólico c_p .

La aplicación práctica para la geometría de las cúpulas en este método resulta en unos valores de c_p para $A = 0,8$; $B = -1,2$; $C = 0$.

De este modo, se determinan los valores de c_p para los puntos A, B y C. No obstante, para determinar los valores del resto de la estructura, sería necesario interpolar para cada área de los puntos que se quisiera obtener dicho valor.

Para no tener que realizar esas operaciones y obtener unos valores uniformes que se distribuyan a lo largo de la cúpula, la Guía Europea de Diseño de las Estructuras Superficiales Tensadas contempla un reparto equitativo según se muestra en la Figura 31.

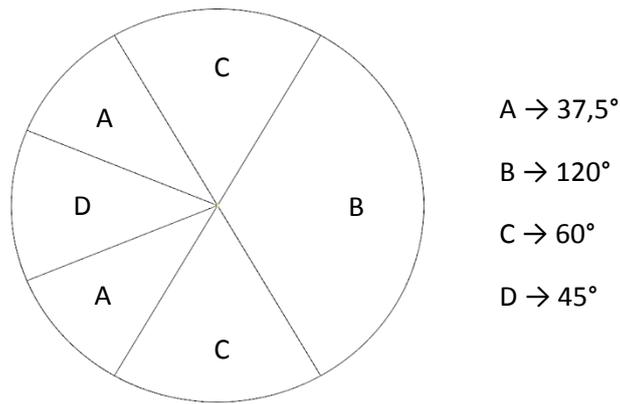


Figura 31. Determinación del coeficiente c_p mediante el reparto en el cono.

Los valores obtenidos a través de este método, se observa que son muy similares a los del anterior, llegando a ser en alguno de los casos más restrictivos. $A = -0,4$; $B = -0,7$; $C = -1$; $D = 0,75$.

Puesto que los valores que ofrece el segundo método para la obtención del coeficiente c_p son más restrictivos, y el reparto de las cargas se adapta mejor a las estructuras en estudio, se ha decidido aplicar dichos valores para el dimensionado de las estructuras de este trabajo.

3.3.2. Combinaciones de carga.

El siguiente apartado, presenta los posibles escenarios que podrían hacer llegar a la estructura a un estado límite.

Las estructuras han sido previamente calculadas con unas combinaciones con el fin de realizar una modelización previa que nos facilitase la modelización final. En el primer caso solo se contemplan las acciones de cargas permanente y nieve (en el caso del icosaedro, octaedro y cubo) y cargas permanentes, nieve y sobrecarga de uso (en el caso del rombicuboctaedro). En la Tabla 8, se muestran las combinaciones para el icosaedro, octaedro y cubo. En la Tabla 9, se muestran las combinaciones para el rombicuboctaedro. En el caso del rombicuboctaedro, la sobrecarga de uso solo se aplica en el forjado intermedio.

Tabla 8. Combinaciones de carga para el Icosaedro, Octaedro y Cubo.

Combinación	C. Permanente	Nieve
1	1,35	
2	1,35	1,5

Tabla 9. Combinaciones de carga para el Rombicuboctaedro.

Combinación	C. Permanente	Sobrecarga	Nieve
1	1,35		
2	1,35	1,5	
3	1,35		1,5
4	1,35	1,5	0,75
5	1,35	0,75	1,5

Tras realizar el dimensionado previo, se formulan las combinaciones de carga para realizar el dimensionado final. Esta vez se añaden las hipótesis del viento al resto de hipótesis. La Tabla 10 y 11 resumen las combinaciones generadas.

Tabla 10. Combinaciones de carga para el Icosaedro, Octaedro y Cubo.

Combinación	C. Permanente	Nieve	Viento presión	Viento succión
1	1,35			
2	1,35	1,5		
3	1,35		1,5	
4	0,8			1,5
5	1,35	1,5	0,9	
6	1,35	1,05	1,5	

Tabla 11. Combinaciones de carga para el Rombicuboctaedro.

Combinación	Carga Permanente	Sobrecarga	Nieve	Viento presión	Viento succión
1	1,35				
2	1,35	1,5			
3	1,35		1,5		
4	1,35			1,5	
5	0,8				1,5
6	1,35	1,5	1,05		
7	1,35	1,5		0,9	
8	1,35		1,5	0,9	
9	1,35		1,05	1,5	
10	1,35	1,5	1,05	0,9	

3.4. Cálculo de las estructuras.

Los cálculos se han realizado mediante el programa informático de cálculo estructural SAP2000 v.16. Este programa nos permite realizar un análisis elástico lineal y estático de estructuras espaciales de barras. Para realizar estos análisis, previamente se le han introducido los parámetros descritos anteriormente.

En la Figura 32 y en la Figura 33 se muestra un resumen gráfico de los resultados de los esfuerzos de la modelización 1. A su vez, en la Figura 34 y Figura 35 se observan los resultados de la modelización 2 tras introducir todos los parámetros en el programa informático.

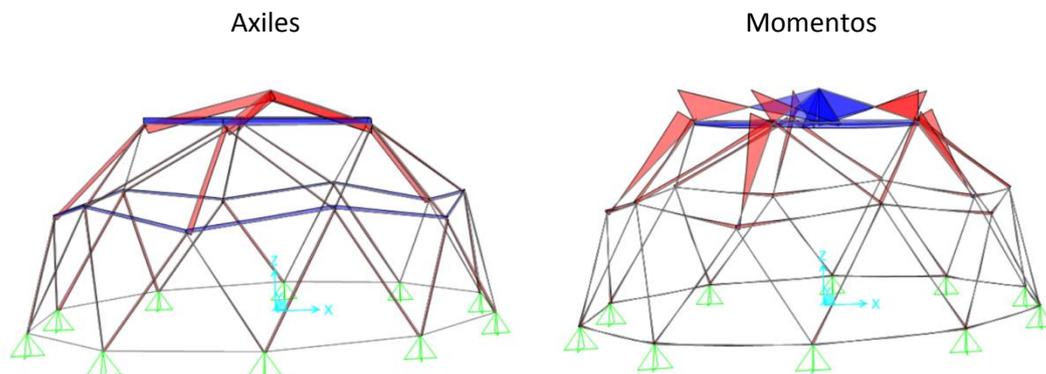


Figura 32. Diagrama de Axiles y Momentos de la estructura basada en el icosaedro (modelización 1).

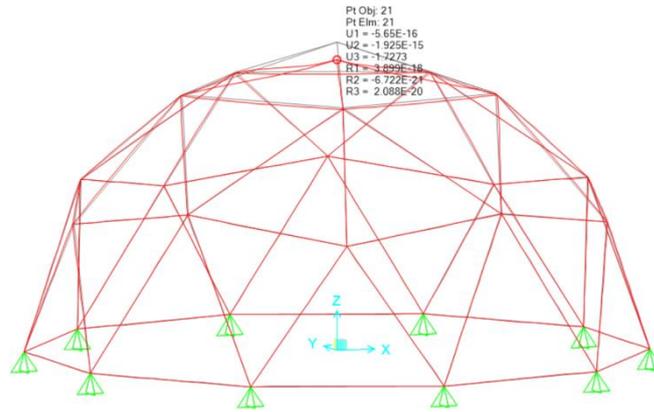


Figura 33. Deformada estructura basada en el icosaedro (modelización 1).

En los diagramas de las figuras, se aprecia que hay zonas que están más comprometidas estructuralmente. En estas zonas se van a realizar las comprobaciones pertinentes.

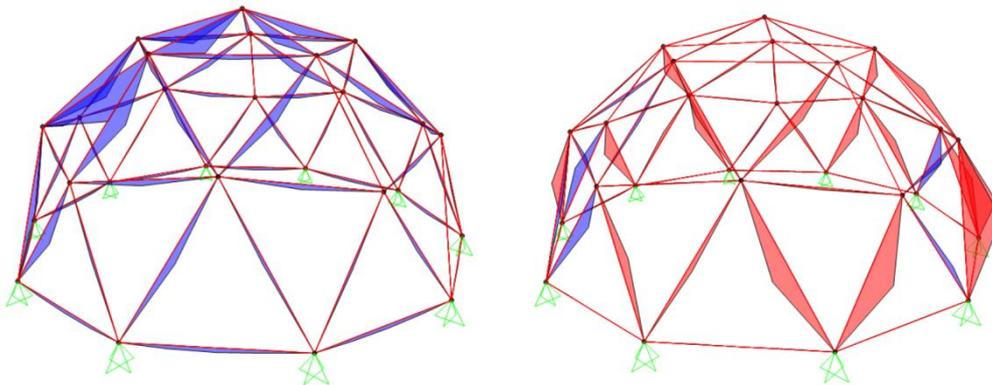


Figura 34. Diagrama de momento 3-3 y 2-2 del icosaedro para la modelización 2.

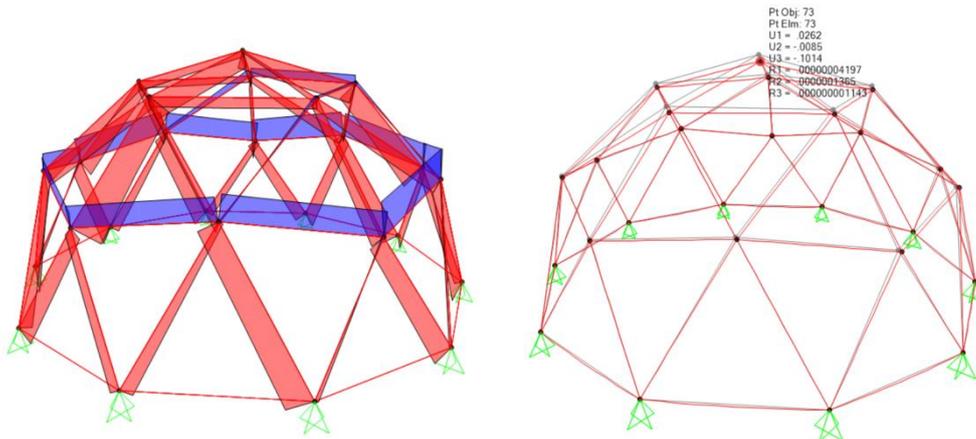


Figura 35. Diagrama de axiles y deformada del icosaedro para la modelización 2.

En los diagramas de las Figuras 34 y 35, se aprecia que el reparto de esfuerzos en la estructura es mucho más uniforme y las deformaciones se ven significativamente reducidas.

3.5. Dimensionado de las estructuras.

A la hora de llevar a cabo el dimensionado de la estructura hay que tener en cuenta los criterios de resistencia de las estructuras frente a la rotura y el pandeo. Además, se estudia el comportamiento de las barras frente a la deformación.

Todas ellas cumplen como criterio de seguridad el método de los estados límites. Las dos primeras comprobaciones se encuentran dentro del Estado Límite Último (ELU), que es el estado para el que la estructura o parte de ella deja de cumplir su función resistente al alcanzarse una situación de colapso. La tercera comprobación, se encuentra dentro del Estado Límite de Servicio (ELS), es aquel estado límite que de ser superado afecta al confort y bienestar de los usuarios, terceros o a su vez, la apariencia de la construcción.

Las barras objeto de estudio, están sometidas a diversos esfuerzos. Se detectan dos tipos principales, las que trabajan a flexo-compresión y las que trabajan a flexo-tracción.

Aquellas barras que se encuentren sometidas a flexo-compresión se han calculado mediante la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} (I_{c,0})^2 + I_{m,y} + k_m \cdot I_{m,z} &= \left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}} \right)^2 + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 & \sigma_{c,0,d} &= \frac{N_d}{A_n} \\ (I_{c,0})^2 + k_m \cdot I_{m,y} + I_{m,z} &= \left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}} \right)^2 + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 & \sigma_{m,y,d} &= \frac{M_{y,d}}{W_y} \\ & & \sigma_{m,z,d} &= \frac{M_{z,d}}{W_z} \end{aligned}$$

De igual forma, para las barras sometidas a flexo-tracción se ha realizado el cálculo a través de la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} I_{t,0} + I_{m,y} + k_m \cdot I_{m,z} &= \frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 & \sigma_{t,0,d} &= \frac{N_d}{A_n} \\ I_{t,0} + k_m \cdot I_{m,y} + I_{m,z} &= \frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 & \sigma_{m,y,d} &= \frac{M_{y,d}}{W_y} \quad ; \quad \sigma_{m,z,d} = \frac{M_{z,d}}{W_z} \end{aligned}$$

El fenómeno del pandeo, se manifiesta en aquellas barras que están sometidas a flexo-compresión. La expresión utilizada para llevar a cabo dicha comprobación es la siguiente:

$$\begin{aligned} \frac{I_{c,0}}{\chi_{c,z}} + I_{m,z} + k_m \cdot I_{m,y} &= \frac{\sigma_{c,0,d}}{\chi_{c,z} \cdot f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} \leq 1 & \sigma_{c,0,d} &= \frac{N_d}{A} \\ \frac{I_{c,0}}{\chi_{c,y}} + k_m \cdot I_{m,z} + I_{m,y} &= \frac{\sigma_{c,0,d}}{\chi_{c,y} \cdot f_{c,0,d}} + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} \leq 1 & \sigma_{m,y,d} &= \frac{M_{y,d}}{W_y} \\ & & \sigma_{m,z,d} &= \frac{M_{z,d}}{W_z} \end{aligned}$$

Para finalizar, se realiza una comprobación de la flecha máxima. Para ello se realiza el cálculo con la combinación de flechas producidas por cada una de las hipótesis de carga según la siguiente expresión:

$$u_G + u_{Q,k,1} + \sum_{i>1} \psi_{0,i} \cdot u_{Q,k,i}$$

Tras realizar la comprobación de la flecha máxima, faltaría comprobar la limitación de la flecha. Para ello, según el Código Técnico de la Edificación tendríamos una L/350. En el caso de realizar la comprobación según el Eurocódigo, tendríamos una limitación de flecha comprendida entre L/250 y L/350. Con el fin de ponernos del lado de la seguridad, se decidió aplicar una L/350 ya que esta es más restrictiva.

Una vez definidos los criterios que se van a seguir para llevar a cabo el dimensionado, se decidió realizarlos en dos pasos. En primer lugar, se realiza un dimensionado previo en el que solo se modelizan las hipótesis de carga gravitatorias (carga permanente y nieve). En segundo lugar, y en base a los resultados del predimensionado, se realiza un segundo cálculo y dimensionado en el que se valoran todas las hipótesis de carga junto con sus combinaciones respectivas.

Modelización 1.

En este primer modelizado, se han comprobado las estructuras según los criterios de resistencia de las estructuras frente a la rotura y frente a pandeo.

Las cargas que se han asignado en el predimensionado, han sido las de carga permanente y nieve, a excepción del rombicuboctaedro al que se le ha asignado un valor de sobrecarga de uso al forjado interior.

Con los resultados de este predimensionado, se hace una estimación de las secciones que mejor se adaptan a cada uno de los diseños.

Modelización 2.

En el segundo modelizado, se parte de los resultados obtenidos del cálculo previo. Se han comprobado las estructuras según los criterios de resistencia de las estructuras frente a la rotura, pandeo y frente a la deformada.

En este segundo caso, para realizar el cálculo se han asignado todas las hipótesis de carga a sus correspondientes barras con el fin de obtener un dimensionado totalmente preciso y fiable.

4. RESULTADOS

A continuación se presentan los resultados obtenidos tras aplicar lo expuesto en el apartado anterior. Los resultados se han desglosado en dos subapartados correspondientes al predimensionado y al dimensionado final. Además, se han especificado los resultados para cada una de las estructuras.

Las cargas obtenidas por las que se han realizado las siguientes tablas de dimensionado, pertenecen a la combinación de esfuerzos más desfavorables.

4.1. Modelizado 1.

4.1.1. Icosaedro.

Tabla 12. Resultados Icosaedro 2v.

ICOSAEDRO 2V			
Resistencia			
Nombre sección	A	Y	1.25
b(mm)	160	Axil (N)	43023.1
h(mm)	160	Momento (N.mm)	1312090.30
Área (mm ²)	25600	Longitud (mm)	1639.6
W(mm ³)	682666.6	f _{c,0,d} (N/mm ²)	13.44
f _{c,0,k} (N/mm ²)	24	f _{t,0td} (N/mm ²)	9.24
f _{t,0,k} (N/mm ²)	16.5	f _{m,d} (N/mm ²)	13.44
f _{m,k} (N/mm ²)	24	σ _{c,0,d} (N/mm ²)	1.68
Área cúpula (mm ²)	56550000	σ _{m,d} (N/mm ²)	1.92
Peso propio (kg/m ²)	30	Im	0.143
Nieve (kg/m ²)	50	Ic	0.125
Kmod (C.S.3)	0.7	I(FC)	0.268
Pandeo			
iy (mm)	46.188	Xcy	0.947
iz (mm)	46.188	Xcz	0.947
λy	35.498	Ipy	0.275
λz	35.498	Ipz	0.232

4.1.2. Octaedro.

Tabla 13. Resultados Octaedro 3v.

OCTAEDRO 3V			
Resistencia			
Nombre sección	A	Y	1.25
b(mm)	160	Axil (N)	57834.68
h(mm)	160	Momento (N.mm)	2303185.22
Área (mm ²)	25600	Longitud (mm)	1378.3
W(mm ³)	682666.6	f _{c,0,d} (N/mm ²)	13.44
f _{c,0,k} (N/mm ²)	24	f _{t,0td} (N/mm ²)	9.24
f _{t,0,k} (N/mm ²)	16.5	f _{m,d} (N/mm ²)	13.44
f _{m,k} (N/mm ²)	24	σ _{c,0,d} (N/mm ²)	2.259
Área cúpula (mm ²)	56550000	σ _{m,d} (N/mm ²)	3.373
Peso propio (kg/m ²)	30	Im	0.251
Nieve (kg/m ²)	50	Ic	0.168
Kmod (C.S.3)	0.7	I(FC)	0.419
Pandeo			
iy (mm)	46.188	Xcy	0.977
iz (mm)	46.188	Xcz	0.977
λy	29.841	Ipy	0.423
λz	29.841	Ipz	0.347

4.1.3. Cubo 2v.

Tabla 14. Resultados Cubo 2v.

CUBO 2V			
Resistencia			
Nombre sección	A	Y	1.25
b(mm)	160	Axil (N)	36328.12
h(mm)	160	Momento (N.mm)	1161227.5
Área (mm ²)	25600	Longitud (mm)	1600
W(mm ³)	682666.6	f _{c,0,d} (N/mm ²)	13.44
f _{c,0,k} (N/mm ²)	24	f _{t,0td} (N/mm ²)	9.24
f _{t,0,k} (N/mm ²)	16.5	f _{m,d} (N/mm ²)	13.44
f _{m,k} (N/mm ²)	24	σ _{c,0,d} (N/mm ²)	1.419
Área cúpula (mm ²)	56550000	σ _{m,d} (N/mm ²)	1.70
Peso propio (kg/m ²)	30	Im	0.126
Nieve (kg/m ²)	50	Ic	0.105
Kmod (C.S.3)	0.7	I(FC)	0.232
Pandeo			
iy (mm)	46.188	Xcy	0.964
iz (mm)	46.188	Xcz	0.964
λy	34.641	Ipy	0.236
λz	34.641	Ipz	0.198

4.1.4. Rombicuboctaedro.

Tabla 15. Resultados Rombicuboctaedro con forjado 1/2.

ROMBICUBOCTAEDRO FORJADO 1/2			
Resistencia			
Nombre sección	A	Y	1.25
b(mm)	200	Axil (N)	105683,61
h(mm)	200	Momento (N.mm)	5671352,38
Área (mm ²)	40000	Longitud (mm)	2202.6
W(mm ³)	1333333,33	f _{c,0,d} (N/mm ²)	13.44
f _{c,0,k} (N/mm ²)	24	f _{t,0td} (N/mm ²)	9.24
f _{t,0,k} (N/mm ²)	16.5	f _{m,d} (N/mm ²)	13.44
f _{m,k} (N/mm ²)	24	σ _{c,0,d} (N/mm ²)	1.419
Área cúpula (mm ²)	100530000	σ _{m,d} (N/mm ²)	1.70
Peso propio (kg/m ²)	30	Im	0.316
Nieve (kg/m ²)	50	Ic	0.196
Kmod (C.S.3)	0.7	I(FC)	0.513
Nombre sección	B	σ _{m,d} (N/mm ²)	4.37864361
Axil	23624,72	Im	0.325
Momento	5838191,48	It	0.06
σ _{t,0,d} (N/mm ²)	0.590618	I(FC)	0.389
Nombre sección	PILAR	Y	1.25
b(mm)	80	Axil (N)	12773,76
h(mm)	160	Momento (N.mm)	12281,59
Área (mm ²)	12800	Longitud (mm)	3061.5
W(mm ³)	341333,333	f _{c,0,d} (N/mm ²)	13.44
f _{c,0,k} (N/mm ²)	24	f _{t,0td} (N/mm ²)	9.24
f _{t,0,k} (N/mm ²)	16.5	f _{m,d} (N/mm ²)	13.44
f _{m,k} (N/mm ²)	24	σ _{c,0,d} (N/mm ²)	0.99795
Área cúpula (mm ²)	56550000	σ _{m,d} (N/mm ²)	0.03598
Peso propio (kg/m ²)	100	Im	0.00234
Sobrecarga (kg/m ²)	200	Ic	0.06497
Kmod (C.S.3)	0.7	I(FC)	0.06731
Nombre sección	VIGUETA	σ _{m,d} (N/mm ²)	11.54903622
Axil (N)	57,7	Im	0.75189
Momento (N.mm)	3942071,03	It	0.00042
σ _{t,0,d} (N/mm ²)	0.004507813	I(FC)	0.75231
Nombre sección	VIGA DIGONAL	σ _{m,d} (N/mm ²)	3.247904678
Axil (N)	59,62	Im	0.21145
Momento (N.mm)	1108618,13	It	0.00044
σ _{t,0,d} (N/mm ²)	0.004657813	I(FT)	0.21189
Pandeo (BARRA A)			
iy (mm)	57,7350269	Xcy	0.947
iz (mm)	57,7350269	Xcz	0.947
λy	38,1501511	lpy	0.524
λz	38,1501511	lpz	0.429
Pandeo (PILAR)			
iy (mm)	46,1880215	Xcy	0,662
iz (mm)	23,0940108	Xcz	0,202
λy	66,2834193	lpy	0,101
λz	132,566839	lpz	0,323

Tabla 16. Resultados Rombicuboctaedro con forjado ¾.

ROMBICUBOCTAEDRO FORJADO 3/4			
Resistencia			
Nombre sección	A	Y	1.25
b(mm)	200	Axil (N)	100423.72
h(mm)	200	Momento (N.mm)	5608077.3
Área (mm ²)	40000	Longitud (mm)	2202.6
W(mm ³)	1333333,33	f _{c,0,d} (N/mm ²)	13.44
f _{c,0,k} (N/mm ²)	24	f _{t,0td} (N/mm ²)	9.24
f _{t,0,k} (N/mm ²)	16.5	f _{m,d} (N/mm ²)	13.44
f _{m,k} (N/mm ²)	24	σ _{c,0,d} (N/mm ²)	2.51
Área cúpula (mm ²)	100530000	σ _{m,d} (N/mm ²)	4.21
Peso propio (kg/m ²)	30	Im	0.312
Nieve (kg/m ²)	50	Ic	0.186
Kmod (C.S.3)	0.7	I(FC)	0.499
Nombre sección	B	σ _{m,d} (N/mm ²)	4.111
Axil (N)	12756.69	Im	0.305
Momento (N.mm)	5481027.17	It	0.034
σ _{t,0,d} (N/mm ²)	0.318	I(FC)	0.34
Nombre sección	PILAR	Y	1.25
b(mm)	80	Axil (N)	12823.32
h(mm)	160	Momento (N.mm)	11539.26
Área (mm ²)	12800	Longitud (mm)	3061.5
W(mm ³)	341333,333	f _{c,0,d} (N/mm ²)	13.44
f _{c,0,k} (N/mm ²)	24	f _{t,0td} (N/mm ²)	9.24
f _{t,0,k} (N/mm ²)	16.5	f _{m,d} (N/mm ²)	13.44
f _{m,k} (N/mm ²)	24	σ _{c,0,d} (N/mm ²)	1.002
Área cúpula (mm ²)	56550000	σ _{m,d} (N/mm ²)	0.034
Peso propio (kg/m ²)	100	Im	0.0022
Sobrecarga (kg/m ²)	200	Ic	0.0652
Kmod (C.S.3)	0.7	I(FC)	0.0674
Nombre sección	VIGUETA	σ _{m,d} (N/mm ²)	12.845
Axil (N)	20.16	Im	0.836
Momento (N.mm)	4384563.02	It	0.00014
σ _{t,0,d} (N/mm ²)	0.0015	I(FT)	0.8364
Nombre sección	VIGA DIGONAL	σ _{m,d} (N/mm ²)	10.35
Axil (N)	5311.35	Im	0.674
Momento (N.mm)	17890581.93	It	0.0116
σ _{t,0,d} (N/mm ²)	0.1229	I(FT)	0.685
Pandeo (BARRA A)			
iy (mm)	57,7350269	Xcy	0.947
iz (mm)	57,7350269	Xcz	0.947
λy	38,1501511	lpy	0.51
λz	38,1501511	lpz	0.416
Pandeo (PILAR)			
iy (mm)	46,1880215	Xcy	0,662
iz (mm)	23,0940108	Xcz	0,202
λy	66,2834193	lpy	0,101
λz	132,566839	lpz	0,323

4.2. Modelizado 2.
4.2.1. Icosaedro.

Tras realizar las combinaciones de carga para este modelizado, se obtienen los siguientes diagramas de esfuerzos para la estructura basada en el Icosaedro sin contemplar la puerta (Figura 36, Figura 37 y Figura 38).

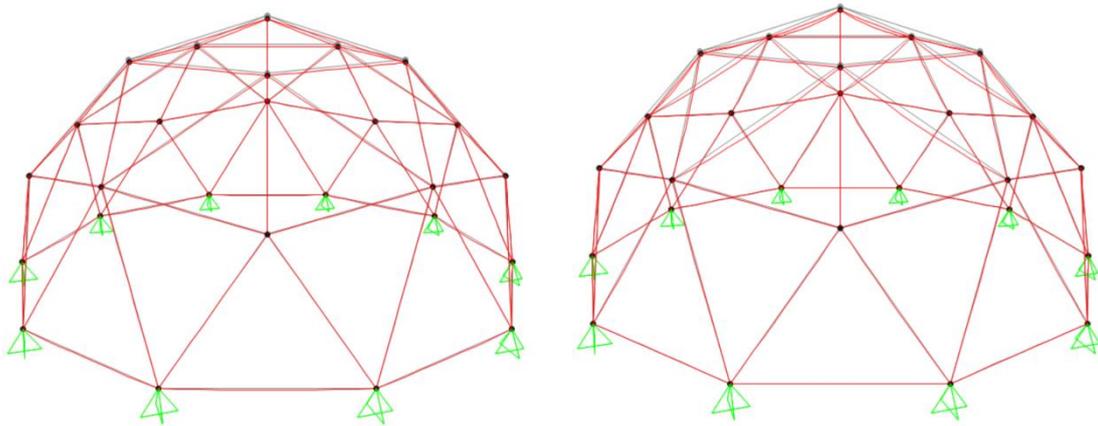


Figura 36. Diagrama de la deformada sufrida por las hipótesis de peso propio y nieve.

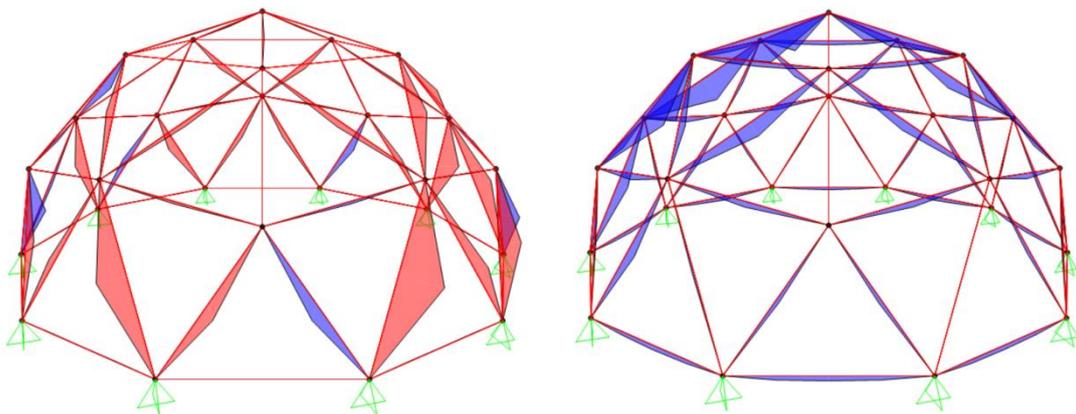


Figura 37. Diagrama de momento 2-2 y momento 3-3 respectivamente.

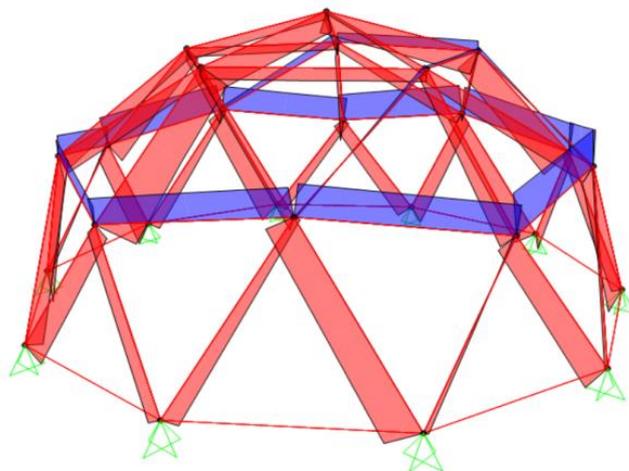


Figura 38. Diagrama de axiles.

Tabla 17. Resultados Icosaedro modelizado 2.

ICOSAEDRO 2V			
Resistencia			
Nombre sección	A	Axil (N)	1897.99
b(mm)	160	Momento (N.mm)	414243.69
h(mm)	160	Longitud (mm)	1639.6
Área (mm ²)	25600	$f_{c,0,d}$ (N/mm ²)	13.44
W(mm ³)	682666.6	$f_{t,0td}$ (N/mm ²)	9.24
$f_{c,0,k}$ (N/mm ²)	24	$f_{m,d}$ (N/mm ²)	13.44
$f_{t,0,k}$ (N/mm ²)	16.5	$\sigma_{c,0,d}$ (N/mm ²)	0.074
$f_{m,k}$ (N/mm ²)	24	$\sigma_{m,d}$ 2-2(N/mm ²)	0.109
Área cúpula (mm ²)	56550000	$\sigma_{m,d}$ 3-3(N/mm ²)	0.607
Peso propio (kg/m ²)	30	Im 2-2	0.008
Nieve (kg/m ²)	50	Im 3-3	0.045
Kmod (C.S.3)	0.7	Ic	0.005
γ	1.25	I(FC)	0.053
Pandeo			
iy (mm)	46.188	Xcy	0.924
iz (mm)	46.188	Xcz	0.924
λ_y	40.14	lpy	0.051
λ_z	40.14	lpz	0.037
Deformada Vertical			
U_G	0.00003909	CLASE	2
U_N	0.00003603	L/300	0.02
U_{V1}	0.000005982	U_{FINAL}	0.00017386
$U_{FLUENCIA}$	0.00007818		
Deformada Horizontal			
U_G	0.0000101	$U_{FLUENCIA}$	0.0000202
U_N	0.00000952	CLASE	2
U_{V1}	0.00003612	L/250	0.012
U_{V2}	0.000002025	U_{FINAL}	$7.79 \cdot 10^{-5}$

Seguidamente, se muestran los diagramas obtenidos del modelizado del icosaedro con la puerta demostrándose que no conlleva unos cambios significativos en términos de comportamiento (Figura 39, Figura 40 y Figura 41).

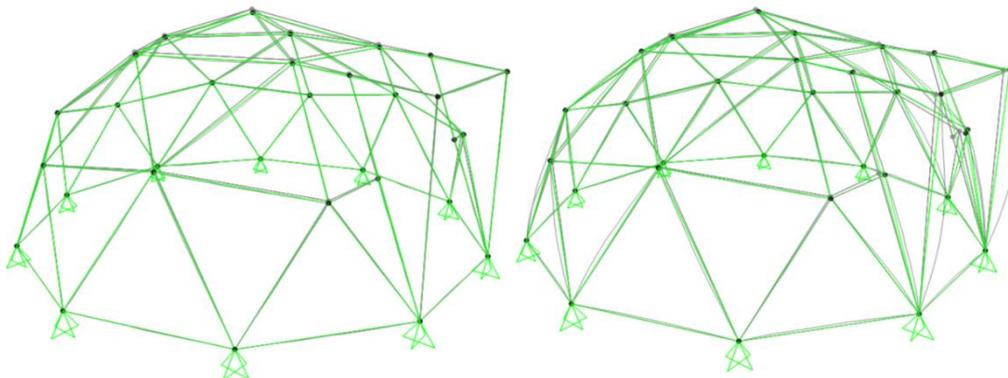


Figura 39. Diagrama de la deformada sufrida por las hipótesis del peso propio y en viento presión.

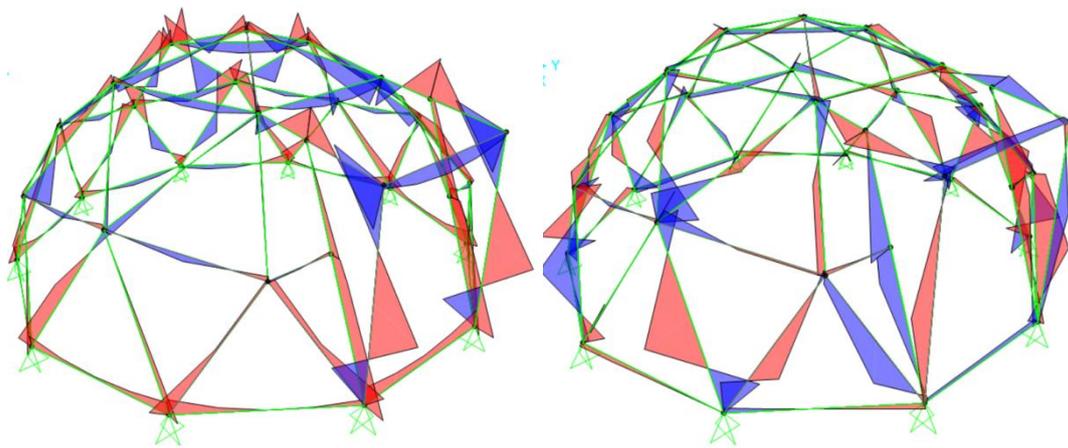


Figura 40. Diagrama de momento 2-2 y momento 3-3 respectivamente.

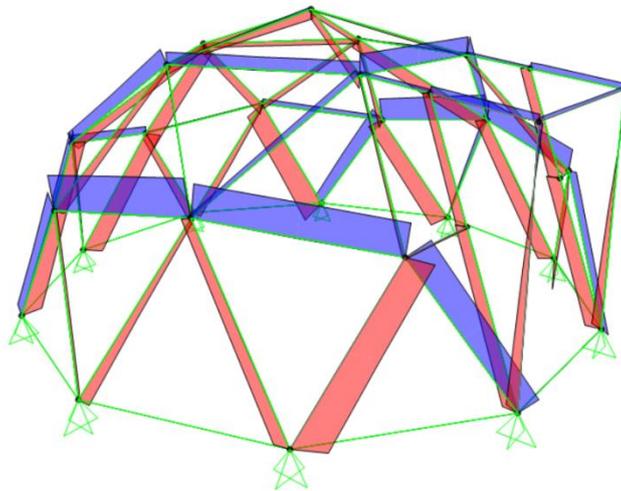


Figura 41. Diagrama de axiles.

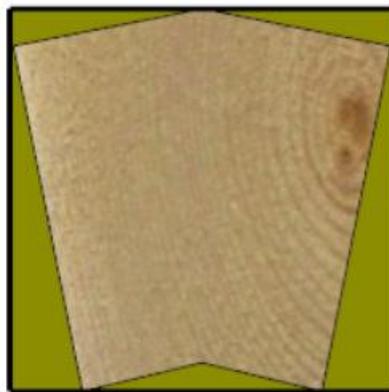


Figura 42. Perdida de sección producida por el mecanizado.

Tabla 18. Resultados Icosaedro con puerta modelizado 2.

ICOSAEDRO 2V			
Resistencia			
Nombre sección	A	Axil (N)	327.5
b(mm)	160	Momento 2-2 (N.mm)	15851.66
h(mm)	160	Momento 3-3 (N.mm)	143757.51
Área (mm ²)	25600	Longitud (mm)	1639.6
W(mm ³)	682666.6	$f_{c,0,d}$ (N/mm ²)	13.44
$f_{c,0,k}$ (N/mm ²)	24	$f_{t,0td}$ (N/mm ²)	9.24
$f_{t,0,k}$ (N/mm ²)	16.5	$f_{m,d}$ (N/mm ²)	13.44
$f_{m,k}$ (N/mm ²)	24	$\sigma_{c,0,d}$ (N/mm ²)	0.013
Área cúpula (mm ²)	56550000	$\sigma_{m,d}$ 2-2(N/mm ²)	0.023
Peso propio (kg/m ²)	30	$\sigma_{m,d}$ 3-3(N/mm ²)	0.21
Nieve (kg/m ²)	50	Im 2-2	0.0017
Kmod (C.S.3)	0.7	Im 3-3	0.0156
γ	1.25	Ic	0.00095
		I(FC)	0.018
Pandeo			
i_y (mm)	46.188	Xcy	0.947
i_z (mm)	46.188	Xcz	0.947
λ_y	35.49	lpy	0.016
λ_z	35.49	lpz	0.011
Deformada Vertical			
U_G	0.00004364	CLASE	2
U_N	0	L/300	0.02
U_{V1}	0.00002559	U_{FINAL}	0.00016833
$U_{FLUENCIA}$	0.00008728		
Deformada Horizontal			
U_G	0.000007967	$U_{FLUENCIA}$	0.000015934
U_N	0	CLASE	2
U_{V1}	0.00006139	L/250	0.012
U_{V2}	0.00002516	U_{FINAL}	0.00011045

Tras valorar y comparar los resultados obtenidos, para los modelos siguientes solo se mostrarán las tablas de resultados de los modelos sin puerta, ya que los valores obtenidos con estos son significativamente similares.

Además, aunque se observan valores bajos de los índices resistentes obtenidos, cabe resaltar dos circunstancias que supondrían un aumento significativo de los índices de comprobación. Por un lado, la Figura 42 muestra la resolución del ensamble entre barras de la cúpula, el mecanizado y conformación de las testas de las barras supone una pérdida de sección superior al 25% tras la representación geométrica realizada.

Adicionalmente, las cúpulas geodésicas son estructuras espaciales susceptibles de pandeo global en un análisis de inestabilidad de 2º orden que excede el ámbito de conocimiento del presente trabajo de Grado pero que hay que tener muy presente mediante un dimensionado conservador para las estructuras modelizadas.

4.2.2. Octaedro.

A continuación se muestran los resultados satisfactorios del dimensionado de la cúpula basada en el octaedro (Tabla 19). En el Anexo 3 se muestran los planos de despiece de las barras que conforman la estructura.

Tabla 19. Resultados Octaedro modelizado 2.

OCTAEDRO 3V			
Resistencia			
Nombre sección	A	Axil (N)	2244.89
b(mm)	160	Momento 2-2 (N.mm)	60173.42
h(mm)	160	Momento 3-3 (N.mm)	298253.94
Área (mm ²)	25600	Longitud (mm)	2014.3
W(mm ³)	682666.6	$f_{c,0,d}$ (N/mm ²)	13.44
$f_{c,0,k}$ (N/mm ²)	24	$f_{t,0td}$ (N/mm ²)	9.24
$f_{t,0,k}$ (N/mm ²)	16.5	$f_{m,d}$ (N/mm ²)	13.44
$f_{m,k}$ (N/mm ²)	24	$\sigma_{c,0,d}$ (N/mm ²)	0.0876
Área cúpula (mm ²)	56550000	$\sigma_{m,d}$ 2-2(N/mm ²)	0.0881
Peso propio (kg/m ²)	30	$\sigma_{m,d}$ 3-3(N/mm ²)	0.4368
Nieve (kg/m ²)	50	Im 2-2	0.0065
Kmod (C.S.3)	0.7	Im 3-3	0.0325
γ	1.25	Ic	0.0065
		I(FC)	0.0456
Pandeo			
iy (mm)	46.188	Xcy	0.924
iz (mm)	46.188	Xcz	0.924
λ_y	43.611	lpy	0.0395
λ_z	43.611	lpz	0.0298
Deformada Vertical			
U_G	0.00003559	CLASE	2
U_N	0.00003022	L/300	0.02
U_{V1}	0.000001757	U_{FINAL}	0.00013939
$U_{FLUENCIA}$	0.00007118		

4.2.3.Cubo.

La Tabla 20 muestra los resultados favorables del dimensionado de la estructura basada en el cubo. Al igual que en el diseño anterior, en el Anexo 3 se muestran los planos de despiece.

Tabla 20. Resultados Cubo modelizado 2.

CUBO 2V			
Resistencia			
Nombre sección	A	Axil (N)	3361.56
b(mm)	160	Momento 2-2 (N.mm)	6337.92
h(mm)	160	Momento 3-3 (N.mm)	293800.57
Área (mm ²)	25600	Longitud (mm)	1600
W(mm ³)	682666.6	f _{c,0,d} (N/mm ²)	13.44
f _{c,0,k} (N/mm ²)	24	f _{t,0td} (N/mm ²)	9.24
f _{t,0,k} (N/mm ²)	16.5	f _{m,d} (N/mm ²)	13.44
f _{m,k} (N/mm ²)	24	σ _{c,0,d} (N/mm ²)	0.1313
Área cúpula (mm ²)	56550000	σ _{m,d} 2-2(N/mm ²)	0.0093
Peso propio (kg/m ²)	30	σ _{m,d} 3-3(N/mm ²)	0.4303
Nieve (kg/m ²)	50	Im 2-2	0.00069
Kmod (C.S.3)	0.7	Im 3-3	0.032
γ	1.25	Ic	0.00977
		I(FC)	0.04248
Pandeo			
i _y (mm)	46.188	Xcy	0.964
i _z (mm)	46.188	Xcz	0.964
λ _y	34.64	l _{py}	0.042
λ _z	34.64	l _{pz}	0.032
Deformada Vertical			
U _G	0.00003519	CLASE	2
U _N	0.00003094	L/300	0.02
U _{V1}	0.00001047	U _{FINAL}	0.0001531
U _{FLUENCIA}	0.00007038		

4.2.4. Rombicuboctaedro.

Por último se muestran los resultados de la estructura basada en el rombicuboctaedro con el forjado $\frac{1}{2}$ y el forjado $\frac{3}{4}$ (Tabla 21, Tabla 22 y Tabla 23)

Tabla 21. Resultados Rombicuboctaedro forjado 1/2.

ROMBICUBOCTAEDRO FORJADO 1/2			
Resistencia			
Nombre sección	B	Axil (N)	16455.32
b(mm)	200	Momento 2-2 (N.mm)	445392.06
h(mm)	200	Momento 3-3 (N.mm)	5805450.55
Área (mm ²)	40000	Longitud (mm)	2202.6
W(mm ³)	1333333,33	$f_{c,0,d}$ (N/mm ²)	13.44
$f_{c,0,k}$ (N/mm ²)	24	$f_{t,0td}$ (N/mm ²)	9.24
$f_{t,0,k}$ (N/mm ²)	16.5	$f_{m,d}$ (N/mm ²)	13.44
$f_{m,k}$ (N/mm ²)	24	$\sigma_{t,0,d}$ (N/mm ²)	0.4113
Área cúpula (mm ²)	100530000	$\sigma_{m,d}$ (N/mm ²) 2-2	0.3340
Peso propio (kg/m ²)	30	$\sigma_{m,d}$ (N/mm ²) 3-3	4.3541
Nieve (kg/m ²)	50	Im 2-2	0.0248
Kmod (C.S.3)	0.7	Im 3-3	0.3239
γ	1.25	It	0.0445
		I(FT)	0.3933
Nombre sección	PILAR	Axil (N)	12773.41
b(mm)	100	Momento 2-2 (N.mm)	23250.37
h(mm)	200	Momento 3-3 (N.mm)	11897.2
Área (mm ²)	12800	Longitud (mm)	3061.5
W(mm ³)	341333,333	$f_{c,0,d}$ (N/mm ²)	13.44
$f_{c,0,k}$ (N/mm ²)	24	$f_{t,0td}$ (N/mm ²)	9.24
$f_{t,0,k}$ (N/mm ²)	16.5	$f_{m,d}$ (N/mm ²)	13.44
$f_{m,k}$ (N/mm ²)	24	$\sigma_{c,0,d}$ (N/mm ²)	0.6386
Área cúpula (mm ²)	56550000	$\sigma_{m,d}$ (N/mm ²) 2-2	0.0348
Peso propio (kg/m ²)	100	$\sigma_{m,d}$ (N/mm ²) 3-3	0.0178
Sobrecarga (kg/m ²)	200	Im 2-2	0.0022
Kmod (C.S.3)	0.7	Im 3-3	0.0012
γ	1.25	Ic	0.0415
		I(FC)	0.045
Nombre sección	VIGUETA		
Axil (N)	46022	$\sigma_{m,d}$ (N/mm ²) 3-3	5.913
Momento 2-2 (N.mm)	7967.92	Im 2-2	0.0007
Momento 3-3 (N.mm)	3942071.03	Im 3-3	0.385
$\sigma_{t,0,d}$ (N/mm ²)	7967.92	It	0.0002
$\sigma_{m,d}$ (N/mm ²) 2-2	0.0119	I(FT)	0.3859
Nombre sección	VIGA DIGONAL		
Axil (N)	42.16	$\sigma_{m,d}$ (N/mm ²) 3-3	1.663
Momento 2-2 (N.mm)	16949.91	Im 2-2	0.0016
Momento 3-3 (N.mm)	1108708.59	Im 3-3	0.108
$\sigma_{t,0,d}$ (N/mm ²)	0.0021	It	0.00019
$\sigma_{m,d}$ (N/mm ²) 2-2	0.0254	I(FT)	0.11
Pandeo (PILAR)			
iy (mm)	57.73502692	Xcy	0.851
iz (mm)	28.86751346	Xcz	0.299
λ_y	53.02673547	lpy	0.05
λ_z	106.0534709	lpz	0.139

Tabla 22. Resultados Rombicuboctaedro forjado ¾.

ROMBICUBOCTAEDRO FORJADO 3/4			
Resistencia			
Nombre sección	B	Axil (N)	4062.11
b(mm)	200	Momento 2-2 (N.mm)	86810.06
h(mm)	200	Momento 3-3 (N.mm)	5496540.61
Área (mm ²)	40000	Longitud (mm)	2202.6
W(mm ³)	1333333,33	f _{c,0,d} (N/mm ²)	13.44
f _{c,0,k} (N/mm ²)	24	f _{t,0td} (N/mm ²)	9.24
f _{t,0,k} (N/mm ²)	16.5	f _{m,d} (N/mm ²)	13.44
f _{m,k} (N/mm ²)	24	σ _{t,0,d} (N/mm ²)	0.1015
Área cúpula (mm ²)	100530000	σ _{m,d} (N/mm ²) 2-2	0.0651
Peso propio (kg/m ²)	30	σ _{m,d} (N/mm ²) 3-3	4.1224
Nieve (kg/m ²)	50	Im 2-2	0.0048
Kmod (C.S.3)	0.7	Im 3-3	0.3067
γ	1.25	It	0.0109
		I(FT)	0.3225
Nombre sección	PILAR	Axil (N)	12819.34
b(mm)	100	Momento 2-2 (N.mm)	22600.89
h(mm)	200	Momento 3-3 (N.mm)	11393.39
Área (mm ²)	12800	Longitud (mm)	3061.5
W(mm ³)	341333,333	f _{c,0,d} (N/mm ²)	13.44
f _{c,0,k} (N/mm ²)	24	f _{t,0td} (N/mm ²)	9.24
f _{t,0,k} (N/mm ²)	16.5	f _{m,d} (N/mm ²)	13.44
f _{m,k} (N/mm ²)	24	σ _{c,0,d} (N/mm ²)	0.6409
Área cúpula (mm ²)	56550000	σ _{m,d} (N/mm ²) 2-2	0.0339
Peso propio (kg/m ²)	100	σ _{m,d} (N/mm ²) 3-3	0.0171
Sobrecarga (kg/m ²)	200	Im 2-2	0.0022
Kmod (C.S.3)	0.7	Im 3-3	0.0011
γ	1.25	Ic	0.0417
		I(FC)	0.045
Nombre sección	VIGUETA		
Axil (N)	21.69	σ _{m,d} (N/mm ²) 3-3	6.5768
Momento 2-2 (N.mm)	3327.03	Im 2-2	0.0003
Momento 3-3 (N.mm)	4384563.02	Im 3-3	0.4281
σ _{t,0,d} (N/mm ²)	0.0011	It	0.0001
σ _{m,d} (N/mm ²) 2-2	0.0049	I(FT)	0.4286
Nombre sección	VIGA DIGONAL		
Axil (N)	2203.11	σ _{m,d} (N/mm ²) 3-3	10.3544
Momento 2-2 (N.mm)	133592.71	Im 2-2	0.005
Momento 3-3 (N.mm)	17892448.51	Im 3-3	0.674
σ _{t,0,d} (N/mm ²)	0.0509	It	0.005
σ _{m,d} (N/mm ²) 2-2	0.0773	I(FT)	0.6839
Pandeo (PILAR)			
iy (mm)	57.73502692	Xcy	0.851
iz (mm)	28.86751346	Xcz	0.299
λy	53.02673547	Ipy	0.05
λz	106.0534709	Ipz	0.140

Tabla 23. Resultados deformada Rombicuboctaedro.

ROMBICUBOCTAEDRO FORJADO ½			
Deformada Vertical			
U_G	0.0002	CLASE	2
U_S	0.000006074	L/300	0.0266
U_N	0.00004333	U_{FINAL}	0.00064
$U_{FLUENCIA}$	0.0004		
Deformada VIGA			
U_G	0.0026	CLASE	2
U_S	0.0045	L/250	0.016
U_N	0.000005964	U_{FINAL}	0.0123
$U_{FLUENCIA}$	0.0052		
Deformada VIGA DIAGONAL			
U_G	0.0001	CLASE	2
U_S	0.0002	L/300	0.0133
U_N	≈ 0	U_{FINAL}	0.0005
$U_{FLUENCIA}$	0.0002		
ROMBICUBOCTAEDRO FORJADO ¾			
Deformada Vertical			
U_G	0.0002	CLASE	2
U_S	0.00002929	L/300	0.0266
U_N	0.0001	U_{FINAL}	0.000729
$U_{FLUENCIA}$	0.0004		
Deformada VIGA			
U_G	0.0032	CLASE	2
U_S	0.0055	L/250	0.016
U_N	≈ 0	U_{FINAL}	0.015
$U_{FLUENCIA}$	0.0064		
Deformada VIGA DIAGONAL			
U_G	0.0042	CLASE	2
U_S	0.007	L/300	0.0266
U_N	≈ 0	U_{FINAL}	0.0196
$U_{FLUENCIA}$	0.0084		

5. CONCLUSIONES.

La interpretación y análisis de los modelos realizados, junto con los resultados obtenidos del cálculo estructural de los diseños de cúpulas geodésicas en madera, permite finalizar el trabajo con las siguientes conclusiones.

1. Se confirma la viabilidad técnica y estructural de las cúpulas geodésicas en madera para edificaciones de luces pequeñas y medias para usos residenciales y lúdicos de fácil instalación y montaje.
2. A la hora de realizar estructuras basadas en las cúpulas geodésicas, es importante tener en cuenta los estudios realizados en base a ellas mediante los que se definen las particularidades de este tipo de estructuras.
3. Para plantear y diseñar la cúpula geodésica, hay que tener en cuenta la superficie de la que se dispone para ajustar el diámetro y aplicar una frecuencia que se adecue a las dimensiones requeridas.
4. En relación a la estabilidad estructural que presentan las cúpulas geodésicas, se puede afirmar que muestran una gran resistencia, debido a la similitud que presentan con la forma esférica, que reparte uniformemente las cargas y esfuerzos sufridos a lo largo de su superficie. Esta particularidad las dota de una gran resistencia, a pesar de emplearse en su realización secciones de barras de madera reducidas.
5. Refiriéndose a la estandarización de las piezas, dependiendo del modelo, se consigue hasta un 60% de barras de una misma sección y longitud y un 40% de otra sección y longitud para el caso del Icosaedro 2v y el Rombicuboctaedro. En el caso del Octaedro y del Cubo 2v, al tener una frecuencia mayor o sus caras normalizadas, se obtienen unos porcentajes algo más bajos pero sin llegar a bajar del 20% del total.
6. Si se compara una vivienda realizada con la estructura de cúpula geodésica con una construcción tradicional, en el caso del diseño del Rombicuboctaedro que presenta dos alturas, los metros cúbicos de madera empleados son $4,95 \text{ m}^3$. Este valor para una edificación convencional con la misma superficie útil requiere de 7.5 m^3 . Este valor conlleva un ahorro de madera significativo.
7. Debido a la facilidad de montaje que presentan, su instalación se puede llevar a cabo tanto por personal cualificado como a nivel usuario en kits debidamente referenciados con planos de montaje y listados de piezas debidamente marcadas.
8. Al tratarse de una estructura semiesférica, permite obtener grandes superficies diáfanos con una buena circulación del flujo de aire interior, lo que contribuye a crear un ambiente interior agradable para los usuarios.

6. BIBLIOGRAFÍA.

Bibliografía citada

SIMPLY DIFFERENTLY (2005). *Domo geodésico Notas y calculadora*. René K. Müller. Visto el 6 de Marzo de 2017. https://simplydifferently.org/Geodesic_Dome_Notes?page=0

EUCLIDES (300 a.C.). *Los Elementos, Libro XII*. Visto el 15 Mayo 2017 <http://www.euclides.org/>

PLATÓN (360^a.C.). *Timaeus*. Visto el 15de Mayo de 2017.
<http://www.filosofia.org/cla/pla/img/azf06131.pdf>

LEONHARD EULER (1752). *Características de Euler*.

COURANT Y ROBBINS (1979). *¿Qué es la Matemática?* Visto el 24 de Marzo de 2017.
http://www.cimat.mx/~gil/docencia/2010/elementales/que_es_la_matematica.pdf

CARLOS QUESADA (2006). *Los Sólidos platónicos. Historia, Propiedades y Arte*. Visto el 2 de Abril de 2017. <http://lya.fciencias.unam.mx/gfgf/ga20132/poliedros/arch5.pdf>

JOSEPH D. CLINTON (1971). *Advanced Structural Geometry Studies. National Aeronautics and Space Administration (NASA)*. Southern Illinois University.

TECNOLOGIAS ALTERNATIVAS DE TRANSICION. *Introducción a los domos geodésicos*. Visto el 10 de junio de 2017. <https://tallertat.joomla.com/>

COELLO MUÑOZ, TAUCA C. *Diseño estructural basado en domos geodésicos para la construcción de viviendas en Venezuela*. Universidad Nueva Esparta Venezuela.

LLOYD KAHN (1971). *Domebook. Pacific Domes*. Visto el 11 de Abril de 2017.
<https://issuu.com/qolfstromen/docs/lloyd-kahn-1971>

ROBERTO CROCETTI (2016). *Large-Span Timber Structures*. Division of Structural Engineering, Lund University.

CTE SE AE (2009). Código Técnico. Documento Básico de Seguridad Estructural. Acciones en la edificación. Ministerio de Fomento.

FORSTER, BRIAN (2009). *Guía Europea de Diseño de las Estructuras Superficiales Tensadas*. Editorial MUNILLALERIA. 326pp.

Bibliografía complementaria.

CLINTON, JOE. *Geodesic Math*. <http://mr-fusion.hellblazer.com/pdfs/geodesicmath.pdf>

Aakash Kushwaha (2012). *Fabrication and Elemental Characterization of Multipurpose Dismountable Bamboo Geodesic Dome*. Indian Institute of Technology, Delhi.

JULLAN H. LAUCHNER; R. BUCKMINSTER FULLER; JOSEPH D. CLINTON; MARK B. MABEE; RICHARD M. MOELLER; RICHARD FLOOD (1968). *Structural Design Concepts for Future Space Missions*. The School of Technology Southern Illinois University

DAVIS, TOM (2011). *Geodesic Domes*.

BIAGIO DI CARLO (2008). *The Wooden Roofs of Leonardo and New Structural Research*. Editorial Springer Science + Business Media. 244pp.

