
Análisis orbital para los sobrevuelos de la nave Juno sobre Júpiter

Autor: PIQUERAS NEBOT, Pablo



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA



Máster en Ingeniería Aeronáutica

Trabajo Final de Máster

Curso académico 2016 - 2017

Tutor: Dr. D. MORAÑO FERNÁNDEZ, José Antonio

Cotutor: Dr. D. ACEDO RODRÍGUEZ, Luis

Valencia, mayo de 2017

Tabla de contenidos

Índice de figuras	v
Índice de tablas	vii
1. Introducción	1
1.1. Introducción	2
1.2. Estructura del TFM	3
2. Teoría	5
2.1. Sobrevuelos planetarios	6
2.1.1. Asistencia gravitatoria	6
2.1.2. Anomalías en los sobrevuelos	6
2.2. Cálculo de los sobrevuelos	8
2.2.1. Fuerzas de marea	8
2.2.2. Fuerzas debidas al potencial gravitatorio	8
3. Misión Juno	11
3.1. Introducción	12
3.2. Fases de la misión	13
3.2.1. Pre-Lanzamiento	13
3.2.2. Lanzamiento	13
3.2.3. Crucero	13
3.2.4. Aproximación a Júpiter	14
3.2.5. Inserción en la órbita joviana	14
3.2.6. Captura de la órbita	14
3.2.7. Maniobra de reducción de período	14
3.2.8. Órbitas 1-2	15
3.2.9. Órbitas científicas	15
3.2.10. Salida de la órbita	15
3.3. Instrumentos científicos	16
4. Cálculos realizados	19
4.1. Introducción	20
4.2. Importación de datos de Juno	21
4.3. Determinación del perijove	23
4.4. Integración orbital incluyendo únicamente el efecto de Júpiter	25
4.5. Integración orbital incluyendo perturbaciones del sol y los satélites jovianos	27
4.6. Integración orbital incluyendo el modelo potencial gravitatorio	29

4.7. Fuentes de error e interpretación de los resultados	35
5. Conclusiones	37
5.1. Conclusiones del TFM	38
A. Métodos de Runge-Kutta	39
A.1. Métodos de Runge-Kutta de cuarto orden	40
B. Five-point stencil	43
B.1. Caso unidimensional	43
Bibliografía	45

Índice de figuras

3.1. Instrumentos científicos embarcados en la sonda Juno (NASA)	16
4.1. Captura de pantalla de la web <i>Horizons</i> mostrando los diferentes campos seleccionados	21
4.2. Distancia al centro de Júpiter durante la aproximación al perijove en el primer sobrevuelo. El tiempo se mide en minutos y la distancia radial en km.	24
4.3. Coordenada radial de Juno respecto al centro de Júpiter según los datos de telemetría (círculos) y la aproximación de la trayectoria hipérbolica kepleriana ideal (línea sólida).	25
4.4. Diferencia entre la distancia del centro de Júpiter a Juno según la aproximación kepleriana y según la telemetría	26
4.5. Aceleraciones de las fuerzas de marea ejercidas por los satélites galileanos y el Sol sobre la nave Juno. El tiempo se mide en segundos desde el perijove y la aceleración en km/s^2 . Desde arriba se refieren a: Io, Ganímedes, Europa, Calisto y el Sol.	27
4.6. Predicción para la distancia de Juno al centro de Júpiter en la aproximación de la hipérbola kepleriana menos la predicción del modelo orbital teniendo en cuenta solo las fuerzas de marea del Sol y los satélites galileanos (pero sin incorporar los armónicos zonales de Júpiter).	28
4.7. Diferencia entre la coordenada radial de Juno según la aproximación kepleriana y los datos (línea sólida) comparada con la diferencia entre dicha aproximación kepleriana y los resultados del modelo orbital - incluyendo fuerzas de marea y potencial gravitatorio - (línea de trazos).	31
4.8. Componente radial de la aceleración residual que actúa sobre Juno durante el sobrevuelo en mm/s^2 frente al tiempo en minutos. Los resultados corresponden al primer sobrevuelo (línea sólida) y al tercero (círculos).	32
4.9. Lo mismo que la figura 8 pero para la componente polar de la aceleración residual.	33
4.10. Lo mismo que las figuras 8 y 9 pero para la componente azimutal. En ese caso el resultado del tercer sobrevuelo (línea de puntos) no coincide con los del primero pero los valores de la anomalía son tan pequeños que podría considerarse nula dentro del margen de error.	34
4.11. Diferencia entre la coordenada radial en los datos de telemetría y el modelo en su primera aproximación (línea de trazos) y en la segunda aproximación (línea sólida) en km frente al tiempo en minutos.	35
4.12. Diferencia en la predicción de la coordenada radial entre la segunda y tercera aproximaciones del modelo orbital (en metros) frente al tiempo en minutos.	36

Índice de tablas

4.1. Resumen perijoves	23
----------------------------------	----

Capítulo 1

Introducción

1.1. Introducción

En los últimas décadas, ha crecido el interés en mejorar la precisión en los datos de las trayectorias y del guiado de las naves espaciales. Sin embargo, los modelos orbitales más precisos, una vez incluidos todos los efectos conocidos de la dinámica clásica y de la relatividad general, muestran algunas anomalías a las que no se encuentra explicación.

Particularmente interesante es la anomalía de los sobrevuelos descubierta en ciertos sobrevuelos sobre la Tierra en los últimos 20 años. Esta anomalía se muestra en la imposibilidad de hacer coincidir los datos de seguimiento posteriores al sobrevuelo con los esperados en función de los datos anteriores. Para conseguir ajustarlos, se hace necesario una pequeña variación de unos pocos mm/s en la velocidad asintótica. No obstante, no se ha llevado a cabo ninguna misión con el objetivo principal de buscar el origen de este fenómeno.

Aprovechando la llegada de la misión Juno a Júpiter y los sobrevuelos cercanos que ha realizado y continuará realizando, se ha desarrollado un modelo orbital en la ventana temporal cercana al periapsis joviano, que se presenta en este Trabajo Fin de Máster. Este modelo muestra también la presencia de la anomalía.

1.2. Estructura del TFM

Tras esta introducción inicial, el trabajo consta de un capítulo dedicado a exponer la teoría detrás de los sobrevuelos planetarios, introduciendo el concepto de asistencia gravitatoria y comentando posibles explicaciones para las anomalías de los sobrevuelos que han sido propuestas por la comunidad científica. Posteriormente, se explica la forma de calcular la trayectoria seguida por una nave en un sobrevuelo, junto con las perturbaciones que le afectan y que se incluirán en el modelo desarrollado.

A continuación, se dedica el siguiente capítulo a la misión Juno, enumerando las diferentes fases de la misión, tanto las previstas inicialmente como los cambios que se han tenido que realizar. Además, se indican los diferentes instrumentos científicos que transporta la nave y la función que tendrán en la investigación.

El capítulo posterior es el principal del trabajo, ya que en él, se trata el modelo desarrollado. En primer lugar, se explica la forma de obtener los datos de telemetría de la misión. Después, se muestra el método de cálculo empleado, para, finalmente, presentar y analizar los resultados obtenidos.

Por último, se incluye otro capítulo para las conclusiones, seguido de dos anexos con conceptos matemáticos nombrados en el texto; y de una bibliografía con las referencias utilizadas en la redacción y en el desarrollo del modelo.

Capítulo 2

Teoría

2.1. Sobrevuelos planetarios

Se denomina sobrevuelo planetario (*planetary fly-by*) cuando la trayectoria de una sonda espacial se aproxima mucho a un cuerpo celeste. Su objetivo original consistía en obtener datos científicos sobre el cuerpo sobrevolado.

Sin embargo, a partir de los años 60, con el planteamiento de las misiones *Voyager* de la NASA, se comenzó a evaluar la posibilidad de emplear los sobrevuelos para obtener una asistencia gravitatoria que permitiese modificar la trayectoria de la sonda y aumentar su energía. Esto permite reducir el combustible necesario para lograr el objetivo de la misión, lo que supone un gran ahorro económico, además de reducir notablemente el tiempo de la misión al obtener aumentos de velocidad en los sobrevuelos.

2.1.1. Asistencia gravitatoria

Para comprender cómo funciona el proceso de asistencia gravitatoria, conviene analizarlo desde dos perspectivas: desde el sistema de referencia del planeta sobrevolado y desde el sistema de referencia del Sol.

En el primero, el planeta no se mueve y, al tener una masa inmensamente mayor que la sonda, se encuentra en el centro de masas del sistema y no sufre ningún efecto perceptible debido al encuentro de ambos cuerpos. Por ello, la energía total de la sonda, formada por la suma de la energía potencial y de la energía cinética, se conserva. Durante el acercamiento al planeta, la nave se va introduciendo en su campo gravitatorio, aumentando su velocidad (energía cinética) y reduciendo su energía potencial gravitatoria. Del mismo modo, al alejarse del planeta, reduce su velocidad hasta recuperar el valor inicial a la vez que aumenta la energía potencial. La dirección de la nave sí que varía en el proceso, dependiendo la desviación de lo cerca que sobrevuele al planeta. Geométricamente, la trayectoria seguida es una hipérbola.

Por su parte, en el sistema de referencia solar, el planeta se mueve mientras que el Sol se mantiene estático. La diferencia en este caso es que existe una velocidad del planeta con respecto al Sol. Al combinar esta velocidad con la la velocidad de la sonda respecto al planeta, se obtiene la velocidad de ésta respecto al Sol, que sí que varía a lo largo del proceso. Las direcciones de los movimientos de la nave y del planeta son las que determinan la variación de la energía de la sonda, que incluso puede disminuir en ciertos casos.

A modo de resumen, en el proceso de asistencia gravitatoria, la energía total se conserva y el planeta pierde (o gana) una cantidad insignificante de velocidad mientras que la nave sufre cambios importantes de velocidad y de dirección.

2.1.2. Anomalías en los sobrevuelos

En las últimas décadas, se ha descubierto una variación anómala del orden de unos pocos milímetros por segundo en la velocidad de salida de los sobrevuelos a la Tierra respecto a la prevista por los programas de determinación de órbitas.

Se han propuesto diversas explicaciones de estas anomalías basadas en la física convencional con poco éxito hasta el momento:

- Estudios realizados sobre la resistencia de la atmósfera, las mareas, la carga eléctrica de la nave, el momento magnético, el albedo y el viento solar han llegado a la conclusión de que los efectos de todos ellos eran demasiado pequeños para explicar la anomalía (Lämmerzahl et al., 2008).
- Iorio (Iorio, 2009) estudió el efecto de la Relatividad General sobre las órbitas hiperbólicas considerando tanto los efectos gravitoelectricos como gravitomagnéticos pero las mayores desviaciones halladas eran cinco órdenes de magnitud inferiores a las anomalías de los sobrevuelos.
- Rievers y Lämmerzahl (Rievers and Lämmerzahl, 2011) comprobaron que los efectos térmicos del generador y los instrumentos eléctricos a bordo de las sondas tampoco eran suficientes.
- Atchison et al. (Atchison and Peck, 2010) analizaron la aceleración de Lorentz de la nave cargada pero también descartaron esa posibilidad.
- Hackmann y Lämmerzahl (Hackmann and Laemmerzahl, 2010) estudiaron el efecto Lense-Thirring para órbitas hiperbólicas sin conseguir resultados positivos.

La búsqueda de una explicación para las anomalías más allá de la física convencional comenzó con el trabajo de Anderson et al. (Anderson et al., 2008), en el que proponen una fórmula fenomenológica después de estudiar seis sobrevuelos terrestres producidos entre 1990 y 2005. En esta fórmula, la variación anómala en la energía es proporcional a la variación de los cosenos de las declinaciones del vector velocidad de entrada y del vector velocidad de salida, lo que sugiere que la rotación de la Tierra genera un efecto Lense-Thirring aumentado.

Jouannic et al. (Jouannic et al., 2015) hallaron también una correlación con la altitud del perigeo (el efecto es mayor a menor altitud). Además, recientemente, Acedo ha estudiado una anticorrelación con el signo de la velocidad azimutal en el perigeo, es decir, la anomalía es positiva para los sobrevuelos en los que la velocidad azimutal en el perigeo es opuesta a la rotación de la Tierra y viceversa (Acedo, 2016). A partir de los resultados de Anderson et al. se puede extraer por simple inspección la correlación obvia de que el signo de la anomalía es positivo si el perigeo se encuentra en el hemisferio norte y al contrario. Todo lo anterior hace difícil hallar una explicación basada en un error sistemático procedente de una de las fuentes clásicas que no haya sido modelada.

Ante esta situación, algunos investigadores han comenzado a buscar posibles explicaciones en la física no convencional como la posibilidad de encontrar un halo de materia oscura alrededor de la Tierra que afecte a los sobrevuelos (Adler, 2010, 2011) o diferentes modificaciones a la Gravitación newtoniana o a la Relatividad General (Nyambuya, 2008); (Lewis, 2009); (Hafele, 2009); (Acedo, 2014); (Varieschi, 2014); (Pinheiro, 2014); (Acedo, 2015); (Wilhelm and Dwivedi, 2015); (Pinheiro, 2016); (Bertolami et al., 2016)), sin llegar a obtener resultados concluyentes hasta el momento.

2.2. Cálculo de los sobrevuelos

Para poder calcular la trayectoria descrita por una sonda al realizar un sobrevuelo sobre un planeta, se comienza estudiando el problema clásico de dos cuerpos, en el que una pequeña masa se mueve dentro del campo gravitatorio de uno mucho mayor. En el siglo XVII, ya se inventó el cálculo de Newton-Leibnitz para poder tratar este problema, que queda definido por dos ecuaciones diferenciales:

$$\begin{cases} \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v} \\ \frac{d\vec{v}}{dt} = -\mu \frac{\vec{r}}{r^3} \end{cases} \quad (2.1)$$

donde \vec{r} y \vec{v} son los vectores de posición y velocidad respectivamente de la nave y μ es la constante de masa del planeta.

Sin embargo, esta primera aproximación se desvía de la trayectoria real seguida por una nave sobrevolando un planeta. Para poder mejorar la precisión es necesario tener en cuenta los efectos de diferentes perturbaciones sufridas por la sonda.

2.2.1. Fuerzas de marea

Las fuerzas de marea son una perturbación que sufre la nave en su órbita alrededor del planeta debida a las diferentes fuerzas que ejerce un tercer cuerpo, por ejemplo el Sol, sobre el planeta y sobre la nave. La expresión que define estas fuerzas es la siguiente:

$$\mathcal{F}_{\text{tidal}} = \mu \left(-\frac{\vec{R}}{R^3} + \frac{\vec{R} - \vec{r}}{(r^2 + R^2 - 2\vec{r} \cdot \vec{R})^{3/2}} \right). \quad (2.2)$$

En este caso, \vec{R} es la posición del tercer cuerpo respecto al planeta.

2.2.2. Fuerzas debidas al potencial gravitatorio

Debido a que los planetas no son esferas perfectas y a que se encuentran en rotación, aparecen armónicos zonales en el potencial gravitatorio de los planetas de la forma:

$$U(r, \theta) = -\frac{\mu}{r} \sum_{n=2}^N J_n \left(\frac{R}{r} \right)^n P_n(\cos \theta), \quad (2.3)$$

siendo J_n los coeficientes de los armónicos zonales, $P_n(x)$ los polinomios de Legendre, θ la colatitud de la sonda y R el radio de referencia del planeta (Vallado, 2004).

En coordenadas esféricas, la fuerza perturbativa debida al potencial gravitatorio es $\mathcal{F}_{\text{pot}} = \mathcal{F}_r \hat{r} + \mathcal{F}_\theta \hat{\theta}$, con \hat{r} y $\hat{\theta}$ como los vectores unitarios en las direcciones radial y polar respectivamente. Las componentes de la fuerza se obtienen a partir del potencial de la Ec. 2.3 como:

$$\mathcal{F}_r = -\frac{\partial U}{\partial r} = -\frac{\mu}{r^2} \sum_{n=2}^N J_n(n+1) \left(\frac{R}{r}\right)^n P_n(\cos \theta), \quad (2.4)$$

$$\mathcal{F}_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial \theta} = -\frac{\mu}{r^2} \sum_{n=2}^N J_n \left(\frac{R}{r}\right)^n P'_n(\cos \theta) \sin \theta. \quad (2.5)$$

Añadiendo estas dos perturbaciones, el sistema de ecuaciones planteado en la Ec. 2.1 se convierte en:

$$\begin{cases} \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v} \\ \frac{d\vec{v}}{dt} = -\mu \frac{\vec{r}}{r^3} + \mathcal{F}_{\text{tidal}} + \mathcal{F}_{\text{pot}} \end{cases} \quad (2.6)$$



Capítulo 3

Misión Juno

3.1. Introducción

Júpiter es el planeta más grande y fue el primero en formarse del Sistema Solar, influyendo notablemente en la formación y posterior evolución del resto de planetas. A pesar de llevar siglos estudiándolo, aún se desconocen numerosos aspectos sobre Júpiter. En 1995, la misión Galileo de la NASA viajó hasta Júpiter, recogiendo unos datos que mostraron una composición del planeta diferente a la esperada por los científicos, lo que obligó a replantear las teorías de la formación planetaria.

En el año 2005, la NASA anunció la misión Juno con el objetivo principal de estudiar la formación y evolución de Júpiter. El nombre de la misión procede de la mitología romana. El rey de los dioses Júpiter portaba un velo de nubes que escondía sus travesuras. Sin embargo, su esposa, la diosa Juno, era capaz de apreciar a través de estas nubes la verdadera naturaleza de Júpiter.

Esta misión permitirá mapear los campos magnético y gravitatorio jovianos, a partir de los cuáles, será posible conocer la estructura y composición interna del planeta.

3.2. Fases de la misión

La misión Juno se puede estructurar en 13 fases. El vuelo del satélite comenzó en agosto de 2011 y estaba previsto que terminase en octubre de 2017 tras recorrer unos 3390 millones de kilómetros. A continuación, se muestran las diferentes fases, tal y como se plantearon inicialmente:

3.2.1. Pre-Lanzamiento

Esta fase comprende desde 72 horas hasta 45 minutos antes del lanzamiento. Estos tres días se dedican a realizar las últimas comprobaciones de Juno y del cohete empleado en ponerla en órbita.

3.2.2. Lanzamiento

Juno despegó el 5 de agosto de 2011 a las 16:25 UTC a bordo de un cohete Atlas V551, formado por una tobera central Atlas rodeado de cinco cohetes de combustible sólido en la primera fase y un motor Centauro en la segunda. Durante los primeros 90 segundos desde la ignición, los cohetes sólidos y la tobera central impulsan el vehículo.

En ese punto, los cohetes son desprendidos y la tobera empuja la nave durante tres minutos más. A continuación, se separa la primera etapa y entra en funcionamiento el motor Centauro hasta alcanzar una órbita terrestre baja unos seis minutos después. Durante los siguientes 30 minutos, con el motor Centauro apagado, la nave modifica su actitud para adecuar la radiación solar recibida y no superar los límites térmicos. Posteriormente, el motor se reenciende durante nueve minutos para pasar a una órbita heliocéntrica con dos años aproximadamente de período.

Tres minutos y medio después del segundo apagado, Juno se separa del motor Centauro. Pasados cinco minutos, comienza la fase de despliegue de los paneles solares que tiene una duración de tres minutos y se lleva a cabo mediante mecanismos pirotécnicos.

3.2.3. Crucero

La fase de crucero comienza unos tres días después del lanzamiento y continúa unos cinco años más, durante la cuál realiza una vuelta y media al Sol. En esta fase, se mantiene una orientación adecuada para que la antena de Juno apunte hacia la Tierra, excepto en ciertos momentos en las cercanías del Sol, donde los requerimientos térmicos y de potencia no lo permiten. Esta fase, a su vez, se puede dividir en cuatro partes:

Inner Cruise 1

Esta fase dura unos 63 días en los que se comprueba el correcto funcionamiento de todos los elementos de la nave después del lanzamiento. Además, hacia mitad de la fase se realiza la primera pequeña maniobra de corrección de trayectoria.

Inner Cruise 2

Esta fase se extiende por casi 600 días, durante los que se utiliza por primera vez la antena

para comunicarse con la Tierra y se comprueban y calibran los instrumentos científicos, que ya recogen los primeros datos. En este período, Juno cruza la órbita marciana hasta llegar a su afelio en septiembre de 2012. Dos días antes de éste y dos días después, se realizan sendas maniobras (*Deep Space Maneuvers*), de unos 30 minutos cada una, para modificar la trayectoria heliocéntrica seguida hasta entonces y poder regresar hacia la Tierra para realizar un sobrevuelo.

Inner Cruise 3

En esta fase, que dura 161 días, se lleva a cabo la maniobra de sobrevuelo a la Tierra, que proporciona a Juno un aumento de velocidad de 7.3 km/s, permitiéndole llevar su trayectoria hasta cruzar la órbita de Júpiter en el momento apropiado para interceptar al planeta. El punto de máxima aproximación a la Tierra se produce el 9 de octubre de 2013, en el que Juno se sitúa a unos 500 kilómetros de altitud. Durante esta maniobra, Juno atraviesa la sombra terrestre, sufriendo un eclipse de unos 20 minutos. La órbita alrededor de Júpiter está diseñada de forma que no se produzcan más eclipses.

Quiet Cruise

Esta fase se extiende por 791 días (más de dos años) y en ella apenas hay eventos destacados, salvo comprobaciones de los instrumentos y adquisición de datos. Hacia el final de la fase se comienzan los preparativos para la llegada a Júpiter.

3.2.4. Aproximación a Júpiter

Esta fase abarca los últimos seis meses del crucero y termina cuatro días antes de la inserción en la órbita joviana. En ella, se realizan las últimas comprobaciones y calibraciones de los instrumentos y comienzan la toma de datos de Júpiter.

3.2.5. Inserción en la órbita joviana

Esta fase se extiende desde cuatro días antes hasta una hora después de la inserción en la órbita, que se produce el 4 de julio de 2016. En este punto, Juno se encuentra a 4200 kilómetros de altitud respecto a la superficie de un 1 bar de Júpiter. En el momento de la inserción, se encienden los motores de Juno para situarlo en la órbita y la actitud apropiadas.

3.2.6. Captura de la órbita

Esta fase dura desde la inserción en la órbita hasta 18 horas antes de la maniobra de reducción de período 106 días después. En ella se realiza una órbita de 107 días de período que proporciona un gran ahorro de combustible respecto a realizar directamente la órbita de 11 días prevista para el estudio científico. Sin embargo, después del lanzamiento se decidió realizar dos órbitas de 53.5 días.

3.2.7. Maniobra de reducción de período

El último encendido importante de los motores se produce en esta fase que dura 29 horas y permite reducir el período de la órbita hasta los 11 días. Sin embargo, cuando se completó la

segunda órbita de captura, en noviembre de 2016, se detectaron unos problemas en el motor, por lo que se decidió posponer esta maniobra, sin haberse realizado hasta la fecha, en mayo de 2017.

3.2.8. Órbitas 1-2

En las dos primeras órbitas, se lleva a cabo la preparación final de todos los instrumentos antes de las órbitas científicas.

3.2.9. Órbitas científicas

En esta fase se realizan 31 órbitas, que posteriormente se extendieron hasta las 34, a lo largo de las cuales Juno lleva a cabo sus observaciones. Para conseguir cumplir con su misión, la órbita tiene una serie de características. Se trata de una órbita polar que permite cubrir toda la superficie joviana en las diferentes órbitas a medida que va rotando. Además, de esta forma, evita los niveles más altos de radiación de los cinturones que rodean Júpiter, a la vez que maximiza la radiación solar recibida.

3.2.10. Salida de la órbita

Esta fase comienza unos días después del final de la última órbita científica y dura cinco días y medio. Fue diseñada para evitar que Juno impactara con las lunas jovianas Europa, Calisto o Ganímedes, siguiendo las directrices de Protección Planetaria de la NASA. Al pasar el apojove, se reduce la velocidad de Juno en 75 m/s de forma que se reduce la altitud en el perijove hasta quedar por debajo de la capa más alta de nubes jovianas. Después de la maniobra, se cortan las comunicaciones con la Tierra y, una vez, se atraviesa la capa de nubes, Juno se desintegra.

Tras los cambios de la misión realizados tras el lanzamiento, la previsión pasó a ser que la desintegración de Juno se produjese en febrero de 2018, pero, si se sigue manteniendo la órbita de 53.5 días, Juno podría tardar hasta 2021 en completar la misión. En ese caso, se deberá modificar la órbita para evitar un eclipse que tendrá lugar hacia mediados de 2019.

3.3. Instrumentos científicos

Juno transporta 29 sensores que obtienen datos para nueve instrumentos embarcados. La carga destinada a investigación científica se considera formada por ocho de ellos, mientras que el noveno es una cámara para obtener imágenes de interés público y educativo:

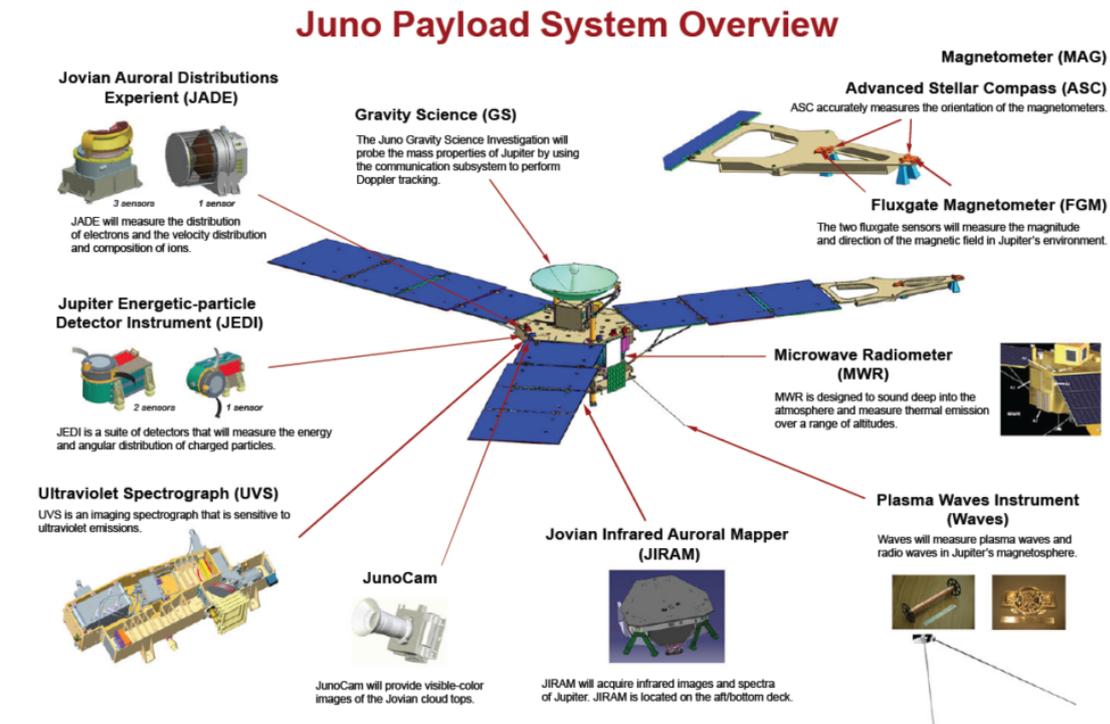


Figura 3.1: Instrumentos científicos embarcados en la sonda Juno (NASA)

Gravity Science (GS)

Dos transpondedores operando en diferentes frecuencias (uno en banda Ka y otro en banda X) detectarán señales enviadas desde la Tierra y emitirán inmediatamente señales en respuesta. En la Tierra, se detectarán pequeñas variaciones en frecuencia inducidas por el efecto Doppler, debidas, a su vez, a ligeras variaciones en la velocidad de Juno al recorrer su órbita. Estas diferencias en velocidad indicarán variaciones locales en el campo gravitatorio de Júpiter, ocasionadas por la desigual distribución de masa en su interior.

Magnetómetro (MAG)

Permitirá crear un mapa tridimensional detallado del campo magnético de Júpiter, utilizando un magnetómetro de tipo *Flux Gate*. Está montado en el extremo de los paneles solares para evitar interferencias con el campo magnético del resto de la nave. Contiene también dos sensores estelares *Advanced Stellar Compass (ASC)* para determinar exactamente la orientación de los sensores del magnetómetro.

Radiómetro de microondas (MWR)

Está formado por seis antenas montadas en los lados del cuerpo de la sonda. Llevará a cabo mediciones de radiación electromagnética en frecuencias de rango de microondas:

600 MHz, 1,2 GHz, 2,4 GHz, 4,8 GHz, 9,6 GHz y 22 GHz, ya que son las únicas frecuencias capaces de atravesar el espesor de la atmósfera joviana. El radiómetro mide la abundancia de agua y amoníaco (principales constituyentes de las nubes jovianas) en las capas profundas de la atmósfera hasta unos 550 km por debajo de la capa de nubes visibles (1000 atmósferas). La combinación de diferentes longitudes de onda y ángulos de emisión permitirá obtener un perfil de temperatura en varios niveles de la atmósfera. Los datos recogidos determinarán a qué profundidad hay circulación atmosférica.

Jupiter Energetic Particle Detector Instrument (JEDI)

Estudiará las partículas energéticas que viajan por el espacio y su interacción con el campo magnético joviano. Estas partículas, cargadas eléctricamente, son guiadas hacia los polos por el campo magnético, donde caen sobre la atmósfera, creando las auroras. JEDI determinará la energía de estas partículas, su tipo y la dirección en la que viajan.

Jovian Auroral Detection Experiment (JADE)

Trabaja junto a otros instrumentos para identificar las partículas y procesos que producen las auroras jovianas. Se podrán distinguir iones de hidrógeno, helio, oxígeno y azufre. Permitirá observar estructuras de las auroras tan pequeñas como 50 km, lo que supone un gran nivel de detalle teniendo en cuenta que las auroras pueden abarcar miles de kilómetros.

Waves

Analizará las ondas de radio y de plasma en la magnetosfera joviana, ayudando a comprender las interacciones entre ésta, el campo magnético y la atmósfera. Está formado por dos sensores: uno detecta la componente eléctrica de las ondas y el otro la componente magnética.

Ultraviolet Imaging Spectrograph (UVS)

Tomará imágenes con luz ultravioleta de las auroras jovianas, lo que ayudará en su estudio a JADE y JEDI.

Jovian Infrared Auroral Mapper (JIRAM)

Servirá para estudiar la atmósfera de Júpiter en y alrededor de las auroras, hasta unos 50 o 70 km de profundidad desde la capa superior de nubes. También medirá el calor irradiado por la atmósfera, lo que es un indicador de la cantidad de agua presente en las nubes y el movimiento que siguen. Por último, ciertos gases de la atmósfera absorben ciertas longitudes de ondas de la luz infrarroja, por lo que es posible conocer la composición química de la atmósfera en función de las longitudes de ondas que falten en el espectro emitido por Júpiter.

JunoCam

Tomará fotografías a color en luz visible de la capa superior de nubes jovianas. Solamente tomará fotografías cerca de los perijoves, con una resolución máxima de unos pocos kilómetros por pixel. En algún momento de la misión, las partículas altamente energizadas que rodean Júpiter destruirán la electrónica de la JunoCam, pero está diseñada para durar al menos hasta completar las siete primeras órbitas.

Capítulo 4

Cálculos realizados

4.1. Introducción

A lo largo de los siguientes apartados, se explicarán los pasos seguidos en el análisis de los sobrevuelos de Juno alrededor de Júpiter. Se calculará la trayectoria seguida por Juno cerca del perijove, primero mediante el método más sencillo de los dos cuerpos, para después añadir las perturbaciones explicadas en el apartado 2.2.

Esta trayectoria calculada se comparará con los datos reales proporcionados por la propia misión Juno y se analizarán las posibles discrepancias que aparezcan. En caso de hallar discrepancias, se tratará de descartar las posibles fuentes de las mismas para poder demostrar la existencia de una anomalía en el caso de Júpiter equivalente a la explicada en el apartado 2.1.2 para el caso de la Tierra.

Para realizar los cálculos, se ha empleado el programa *Mathematica*, trabajando con doble precisión para mantener la precisión de los datos a lo largo del desarrollo. Los análisis se han realizado para todos los sobrevuelos realizados hasta el momento de la redacción de este trabajo, con excepción del segundo, por el motivo que se explicará en el apartado 4.3. Los resultados mostrados más adelante corresponden, a modo de ejemplo, al primer sobrevuelo, ya que, las tendencias observadas se repiten para todos ellos.

4.2. Importación de datos de Juno

Los datos de los sobrevuelos realizados por Juno, que se utilizarán posteriormente en los cálculos, se obtienen de la web del sistema Horizons del Jet Propulsion Laboratory de la NASA (Chamberlin et al., 2016), que permite descargar datos de efemérides para los diferentes cuerpos del Sistema Solar.

The screenshot shows the NASA Horizons web interface. At the top, there is a navigation bar with links for JPL HOME, EARTH, SOLAR SYSTEM, STARS & GALAXIES, and TECHNOLOGY. Below this is a header for 'Solar System Dynamics' with sub-links for BODIES, ORBITS, EPHEMERIDES, TOOLS, PHYSICAL DATA, DISCOVERY, FAQ, and SITE MAP. The main content area is titled 'HORIZONS Web-Interface' and contains a description of the tool. Below the description, there is a 'Current Settings' section with the following options selected: Ephemeris Type: VECTORS; Target Body: Juno (spacecraft) [-61]; Coordinate Origin: Jupiter (body center) [500@599]; Time Span: Start=2016-08-26, Stop=2016-08-28, Step=1 d; Table Settings: quantities code=2; labels=NO; Display/Output: download/save (plain text file). There is a 'Generate Ephemeris' button. Below this is a 'Special Options' section with three bullet points: 'set default ephemeris settings', 'reset all settings to their defaults', and 'show "batch-file" data'. At the bottom, there is a footer with links for ABOUT SSD, CREDITS/AWARDS, PRIVACY/COPYRIGHT, GLOSSARY, and LINKS. The footer also includes the NASA logo, the date and time '2017-May-23 18:10 UT (server date/time)', and the site manager and webmaster information: Site Manager: Ryan S. Park, Webmaster: Alan B. Chamberlin.

Figura 4.1: Captura de pantalla de la web *Horizons* mostrando los diferentes campos seleccionados

A continuación se explica la opción elegida en cada uno de los campos de la búsqueda para obtener los datos deseados:

Ephemeris Type Se elige la opción *Vector Table* para obtener los datos en coordenadas cartesianas.

Target Body Se varía para obtener sucesivamente los datos para Juno, el Sol y los cuatro satélites de Júpiter (Io, Europa, Calisto y Ganimedes).

Coordinate Origin Se busca la opción *[500@599]* para definir el origen como *Jupiter (body center) [500@599]*, es decir el centro de Júpiter.

Time Span Se elige un período de dos días alrededor del flyby del que se estén sacando los datos. El paso de tiempo se fija en el mínimo permitido, es decir, 1 minuto.

Table Settings Se elige la opción *Type 2 (state vector $\{x,y,z,vx,vy,vz\}$)* para definir el formato de los datos.

Display/Output Se elige la opción *download/save (plain text file)* para descargar un archivo de texto con los datos.

Se debe obtener un archivo de texto para cada cuerpo en cada uno de los diferentes flybys. Una vez descargados, es necesario editar los archivos de texto, manteniendo únicamente los datos numéricos y eliminando toda la introducción y conclusión.

Estos datos se importan desde el programa *Mathematica* y se emplean bucles para separar las coordenadas de posición y las de velocidad en vectores diferentes.

4.3. Determinación del perijove

Calculando la norma del vector con las posiciones de Juno se obtiene la distancia entre la nave y Júpiter para cada minuto. Se calcula el mínimo de esta distancia para determinar el instante aproximado en que se produce el perijove y la separación entre Juno y el planeta en ese momento. Este minuto se toma como nuevo origen de tiempos por lo que todas las funciones variantes con el tiempo se refieren a este instante.

Tabla 4.1: Fechas y distancias de Juno al centro de Júpiter para cada perijove hasta el momento. TDB significa Tiempo Dinámico Baricéntrico

Nº de órbita	Fecha	Distancia al centro de Júpiter
1	27/08/2016 12:51 TDB	75632.8 km
3	11/12/2016 17:04 TDB	75596.5 km
4	02/02/2017 12:59 TDB	75730.2 km
5	27/03/2017 08:52 TDB	74808.3 km
6	19/05/2017 06:01 TDB	74878.0 km

Como se puede observar, en la tabla 4.1 faltan los datos correspondientes al segundo perijove. Este se produjo el 19 de octubre de 2016. Sin embargo, unas 13 horas antes del perijove, los sistemas de la nave registraron ciertas anomalías y pasaron a 'modo seguro', es decir, apagaron todos los sistemas, por lo que no se tienen los datos correctos de este perijove y no se ha incluido en el resto de cálculos.

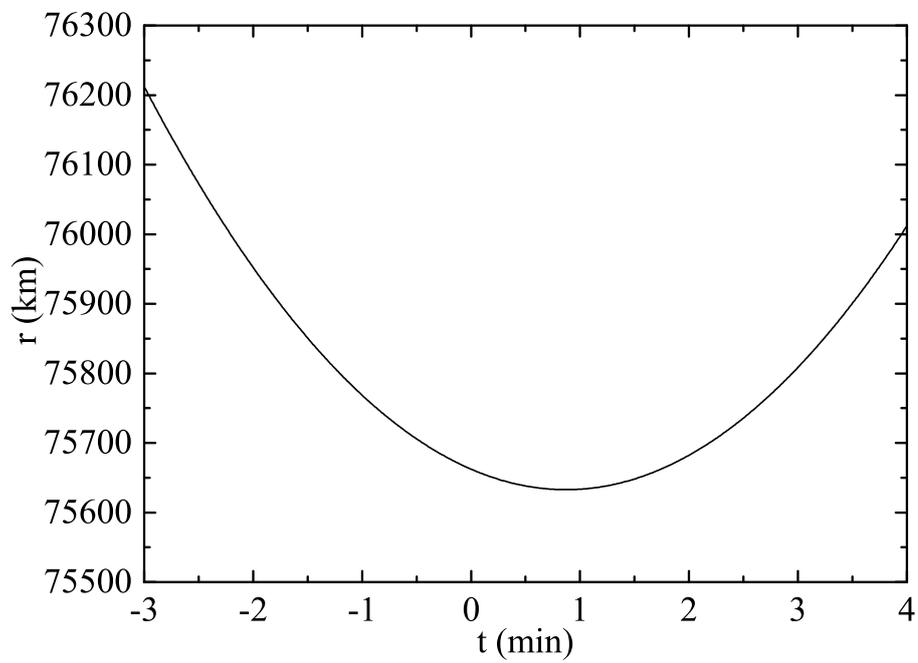


Figura 4.2: Distancia al centro de Júpiter durante la aproximación al perijove en el primer sobrevuelo. El tiempo se mide en minutos y la distancia radial en km.

4.4. Integración orbital incluyendo únicamente el efecto de Júpiter

En primer lugar, se realiza el cálculo de la órbita asumiendo que el sistema está solamente formado por Juno y por Júpiter. De esta forma, las ecuaciones que definen el movimiento de Juno alrededor del planeta son las que forman el sistema 2.1.

Para la integración numérica, se utiliza un método de Runge-Kutta (A). Para resolverlo, se emplea como valores iniciales de posición y velocidad los correspondientes al minuto en que se produce el perijove y se calcula para los 180 minutos anteriores y posteriores al mismo. En la gráfica 4.3 se compara la distancia de Juno a Júpiter según los datos y según la integración:

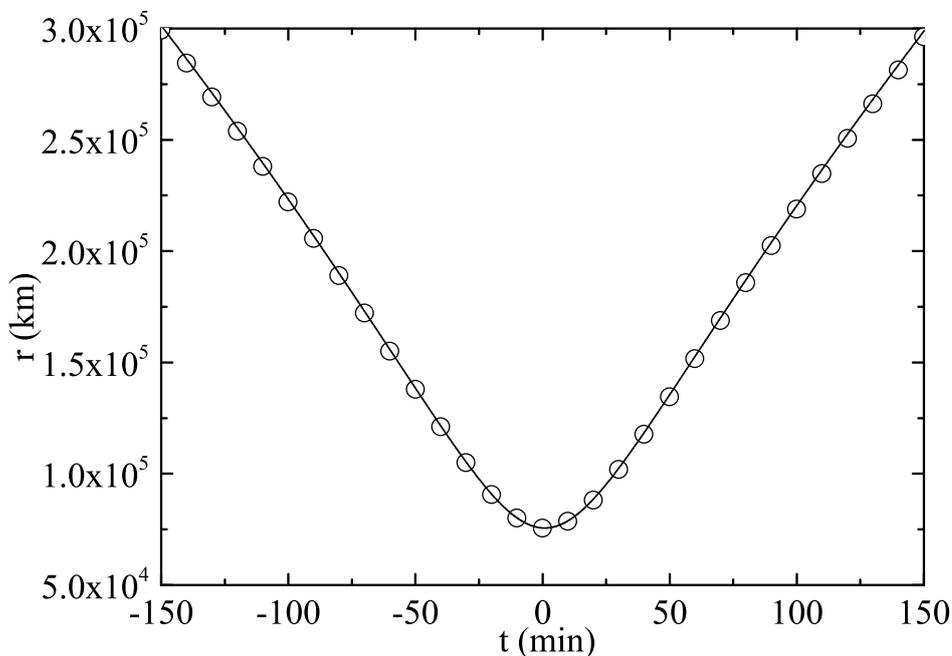


Figura 4.3: Coordenada radial de Juno respecto al centro de Júpiter según los datos de telemetría (círculos) y la aproximación de la trayectoria hipérbolica kepleriana ideal (línea sólida).

Se observa como la distancia entre las curvas parece muy pequeña, al menos en la escala del radio de Júpiter, siendo algo mayor la distancia al planeta en la aproximación que en los datos telemétricos. Para apreciarla mejor, la gráfica 4.4 muestra la evolución de esta diferencia entre ambas curvas:

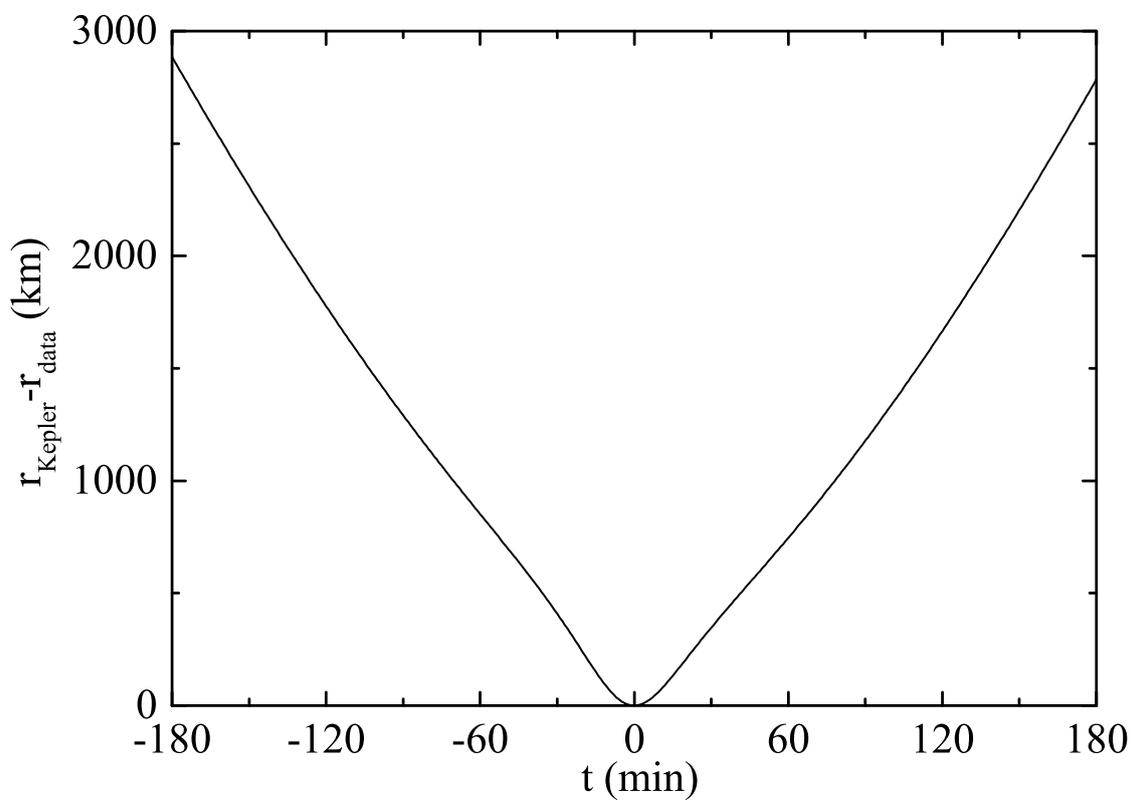


Figura 4.4: Diferencia entre la distancia del centro de Júpiter a Juno según la aproximación kepleriana y según la telemetría

4.5. Integración orbital incluyendo perturbaciones del sol y los satélites jovianos

Para mejorar la precisión de los resultados se incluye el efecto de las fuerzas perturbativas que sufre Juno. Con el fin de analizar por separado las contribuciones de las distintas perturbaciones, se incluye, en primer lugar, las fuerzas de marea debidas al Sol y a los cuatro principales satélites jovianos (Io, Europa, Calisto y Ganímedes). Las constantes de masa de estos cuerpos, además de la de Júpiter, que ya se ha empleado para el primer cálculo, son:

$$\begin{aligned}
 \mu_J &= 126712764.800000 \text{ km}^3/\text{s}^2, \\
 \mu_{\text{Sun}} &= 132712440041.939400 \text{ km}^3/\text{s}^2, \\
 \mu_{\text{Io}} &= 5959.916 \text{ km}^3/\text{s}^2, \\
 \mu_{\text{Europa}} &= 3202.739 \text{ km}^3/\text{s}^2, \\
 \mu_{\text{Callisto}} &= 7179.289 \text{ km}^3/\text{s}^2, \\
 \mu_{\text{Ganymede}} &= 9887.834 \text{ km}^3/\text{s}^2.
 \end{aligned}
 \tag{4.1}$$

Con el fin de tener una referencia de su magnitud, las aceleraciones debidas a las fuerzas de marea generadas por cada uno de los cuerpos considerados se muestran en la figura 4.5:

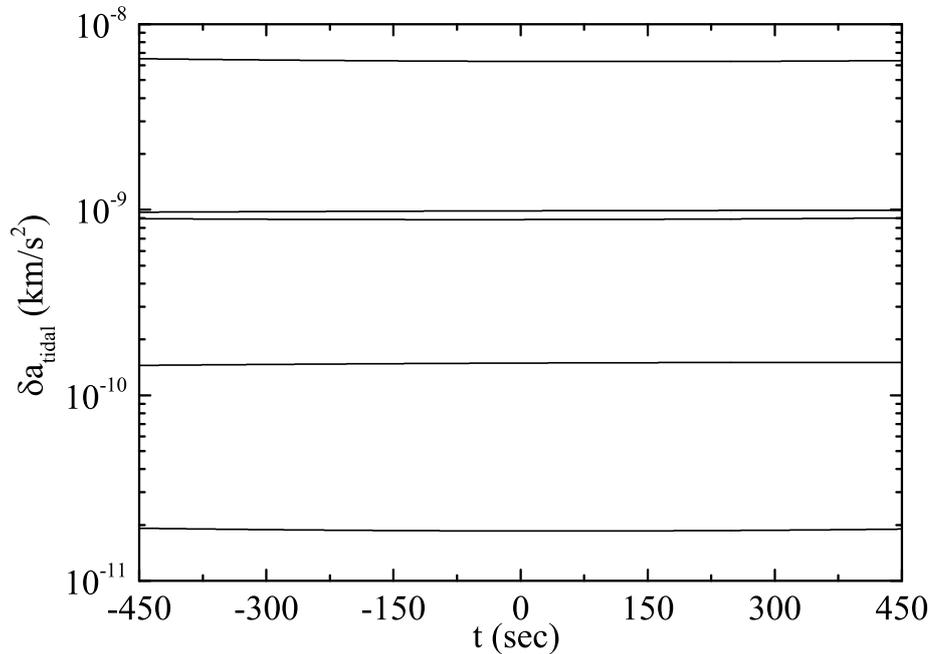


Figura 4.5: Aceleraciones de las fuerzas de marea ejercidas por los satélites galileanos y el Sol sobre la nave Juno. El tiempo se mide en segundos desde el perijove y la aceleración en km/s^2 . Desde arriba se refieren a: Io, Ganímedes, Europa, Calisto y el Sol.

Se puede observar como el efecto de Io es al menos 6 veces más importante que el de los demás cuerpos, siendo el efecto del Sol mucho menor que el de los cuatro satélites galileanos.

La constante de masa del siguiente satélite galileano (Amaltea) es más de 6000 veces menor que la de Europa, además de encontrarse más alejado de la superficie joviana, mientras que el planeta que podría tener un efecto mayor por proximidad y tamaño, Saturno, se encontraba durante el período estudiado en una posición de su órbita muy alejada de la posición de Júpiter. Por ello, no se han añadido los efectos de más cuerpos además del Sol y los cuatro satélites.

En la figura 4.6, se comprueba como la distancia entre Júpiter y Juno se reduce apenas unos cientos de metros al incorporar al modelo las fuerzas de marea, acercándose más a los datos de telemetría.

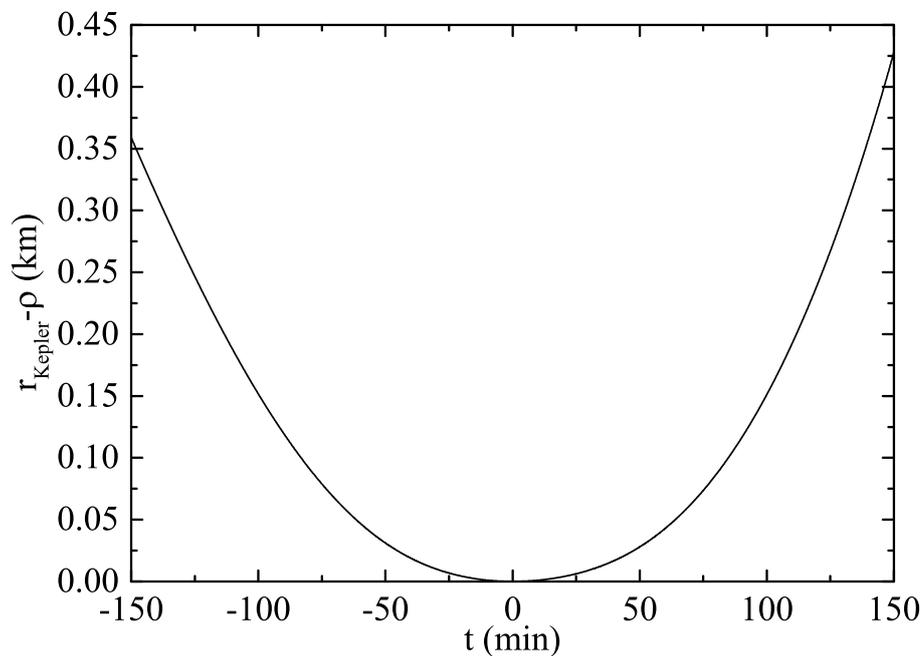


Figura 4.6: Predicción para la distancia de Juno al centro de Júpiter en la aproximación de la hipérbola kepleriana menos la predicción del modelo orbital teniendo en cuenta solo las fuerzas de marea del Sol y los satélites galileanos (pero sin incorporar los armónicos zonales de Júpiter).

4.6. Integración orbital incluyendo el modelo potencial gravitatorio

Para poder calcular las fuerzas perturbativas correspondientes al potencial gravitatorio de Júpiter (eq 2.4 y 2.5), se define un radio de referencia de $R_J = 71492$ km, mientras que los coeficientes de los armónicos zonales Anderson et al. (2007) son:

$$\begin{aligned} J_2 &= 0.01469645 , \\ J_4 &= -0.00058722 , \\ J_6 &= 0.00003508 . \end{aligned} \quad (4.2)$$

Para poder calcular las fuerzas, es necesario también conocer la orientación del eje de Júpiter en el sistema de referencia eclíptico para poder calcular la colatitud θ en cada posición. La ascensión recta y la declinación del vector unitario que apunta en la dirección del eje varía con el tiempo como consecuencia de la precesión y la nutación y vienen dadas por (Williams, 2017):

$$\alpha_J = 268.057 - 0.006 T , \quad (4.3)$$

$$\delta_J = 64.495 + 0.002 T , \quad (4.4)$$

T es el tiempo en años julianos desde la fecha de referencia T2000 (día juliano 2451545.0). Para el primer sobrevuelo, $T=0.0166516$ años julianos, lo que permite calcular la orientación del eje joviano en el sistema de referencia ecuatorial terrestre con una precisión de 0.001 grados sexagesimales. La oblicuidad de la eclíptica en función de los años julianos se conoce también con elevada precisión a partir del siguiente polinomio (Naval Observatory, 2009):

$$\begin{aligned} \chi &= 23^\circ 26' 21.406'' - 46.836769'' T - 0.0001831'' T^2 + 0.00200340'' T^3 \\ &\quad - 5.76'' \times 10^{-7} T^4 - 4.34'' \times 10^{-8} T^5 . \end{aligned} \quad (4.5)$$

A partir de las ecuaciones anteriores, se obtienen las siguientes componentes del vector unitario en la dirección del eje de Júpiter en el sistema de referencia eclíptico:

$$\begin{aligned} \hat{k}_x &= -0.01460 , \\ \hat{k}_y &= -0.03582 , \\ \hat{k}_z &= 0.99925 . \end{aligned} \quad (4.6)$$

Para resolver las ecuaciones del movimiento (eq 2.6), se emplea un método iterativo, debido a su simplicidad y estabilidad en comparación con resolver directamente el sistema en el que las funciones incógnitas $\vec{r}(t)$ y $\vec{v}(t)$ aparecen también dentro de los términos perturbativos. El algoritmo del proceso iterativo es el siguiente:

- Se selecciona un instante de tiempo (en minutos) lo más cercano posible al perijove. La posición y velocidad de Juno según los datos de telemetría en ese instante se definen como condiciones iniciales.

- Se integran las ecuaciones de movimiento sin términos perturbativos (órbita ideal hiperbólica) hacia delante y hacia detrás en el tiempo alrededor del instante elegido previamente. Este paso corresponde al apartado 4.4.
- Se calculan los términos perturbativos de las fuerzas de marea y del potencial gravitatorio en las posiciones obtenidas en el paso anterior.
- Se resuelven las ecuaciones del movimiento incluyendo las fuerzas perturbativas calculadas antes. Esta solución constituye la primera aproximación.
- Se evalúan las fuerzas de perturbación para las posiciones obtenidas en la aproximación n-ésima, obteniendo las posiciones y velocidades de Juno para la aproximación n+1-ésima.
- El paso anterior se repite indefinidamente hasta que la diferencia entre dos aproximaciones consecutivas sea menor a un umbral deseado.

En la figura 4.7 se muestra la diferencia entre los datos y la primera aproximación kepleriana y la diferencia entre dicha aproximación y el resultado de la tercera iteración del modelo orbital. Es decir, la línea sólida muestra el error inicial cometido que se intuía en la figura 4.3, mientras que la línea de trazos muestra la corrección de ese error gracias a la inclusión de las perturbaciones en el modelo. Se observa que la aproximación es muy buena pero que el modelo subestima la altitud de Juno como si existiese una aceleración radial centrífuga anómala que actuase sobre la nave durante su aproximación al perijove.

Esta discrepancia es del orden de unos pocos kilómetros y se puede tratar de calcular la aceleración extra relacionada con esta anomalía, es decir, la aceleración que se necesita añadir al modelo para que los resultados coincidan con los datos de telemetría. Para ello, se emplea un método de diferencias finitas de cuarto orden (*Five-point stencil*) (Fornberg, 1988), en el que se obtiene la segunda derivada (aceleración) a partir de la diferencia entre los datos y el resultado de la tercera iteración:

$$\delta \vec{a} = \frac{1}{h^2} \left\{ -\frac{1}{12} (\delta \vec{r}(t-2h) + \delta \vec{r}(t+2h)) + \frac{4}{3} (\delta \vec{r}(t-h) + \delta \vec{r}(t+h)) - \frac{5}{2} \delta \vec{r}(t) \right\} - \frac{1}{90} \frac{d^6 \delta \vec{r}}{dt^6} h^4 + \mathcal{O}(h^5), \quad (4.7)$$

donde h es el intervalo temporal, que en este caso es 1 minuto, y el término de error se puede obtener a partir de la aproximación correspondiente para la derivada de sexto orden.

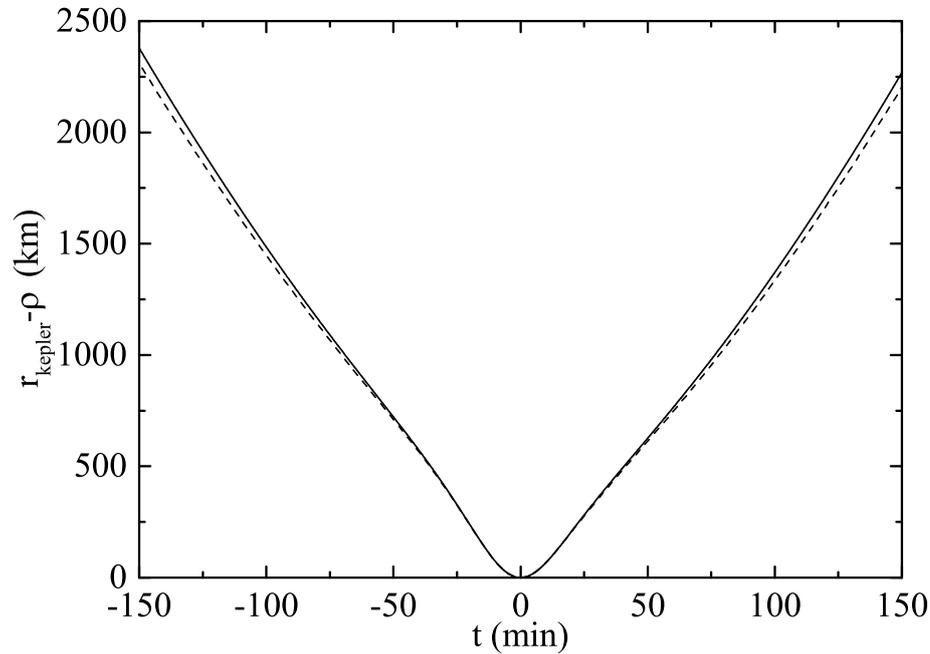


Figura 4.7: Diferencia entre la coordenada radial de Juno según la aproximación kepleriana y los datos (línea sólida) comparada con la diferencia entre dicha aproximación kepleriana y los resultados del modelo orbital - incluyendo fuerzas de marea y potencial gravitatorio - (línea de trazos).

En las figuras 4.8-4.10, se muestran las componentes radial, polar y azimutal de esta aceleración extra. En ellas, se incluyen los resultados de la primera y de la tercera órbita, con el fin de demostrar que los resultados de todo el análisis son similares para los diferentes sobrevuelos. En el caso de la aceleración radial, se observan dos picos de diferente amplitud que muestran un comportamiento oscilatorio como función del tiempo. En cambio, las componentes polar y azimutal muestran un comportamiento diferente, pero son dos o tres órdenes de magnitud inferiores a la radial. Por ello, se pueden considerar como poco significativas, ya que pueden verse distorsionadas por otras fuentes de error.

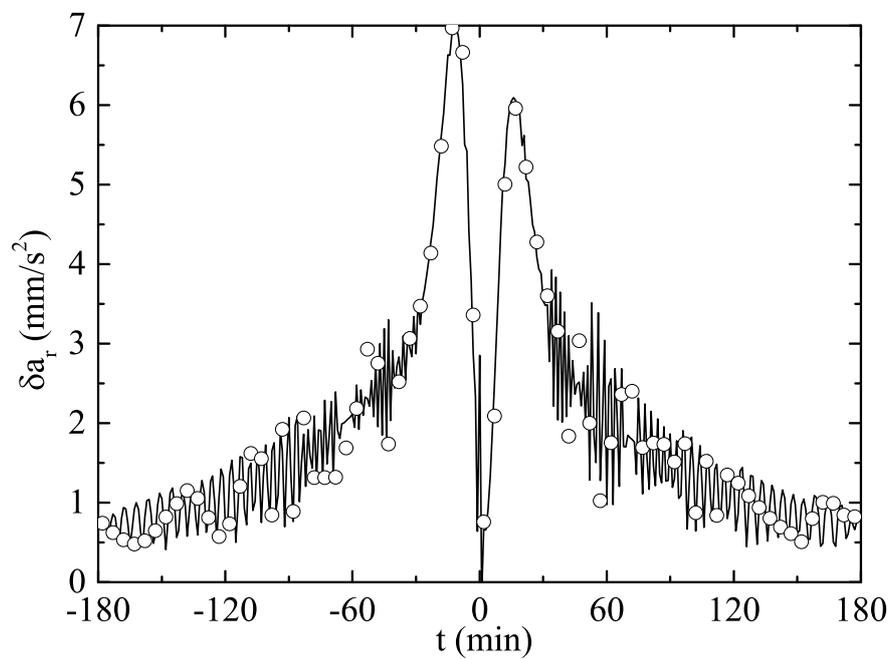


Figura 4.8: Componente radial de la aceleración residual que actúa sobre Juno durante el sobrevuelo en mm/s^2 frente al tiempo en minutos. Los resultados corresponden al primer sobrevuelo (línea sólida) y al tercero (círculos).

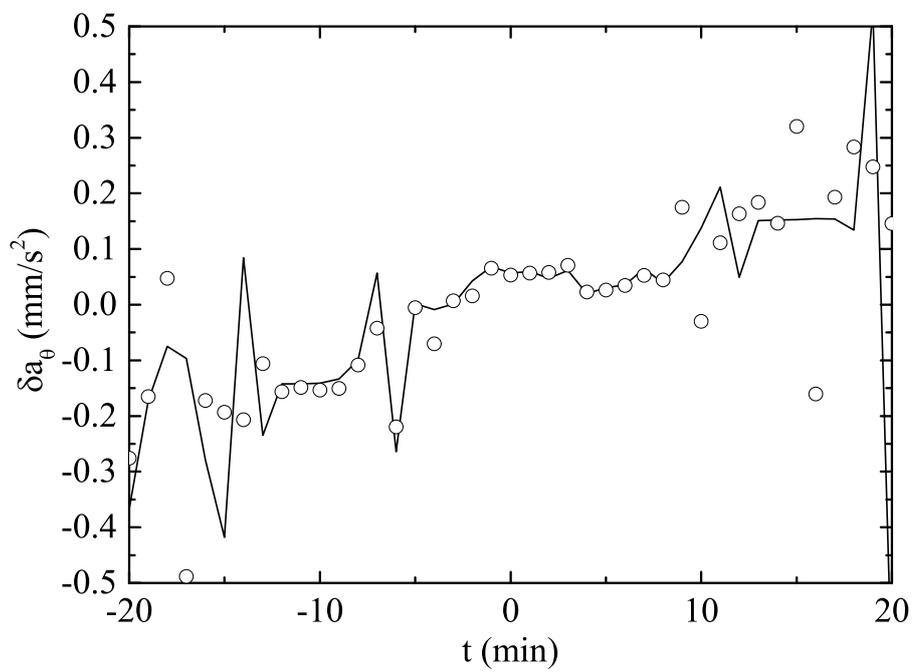


Figura 4.9: Lo mismo que la figura 8 pero para la componente polar de la aceleración residual.

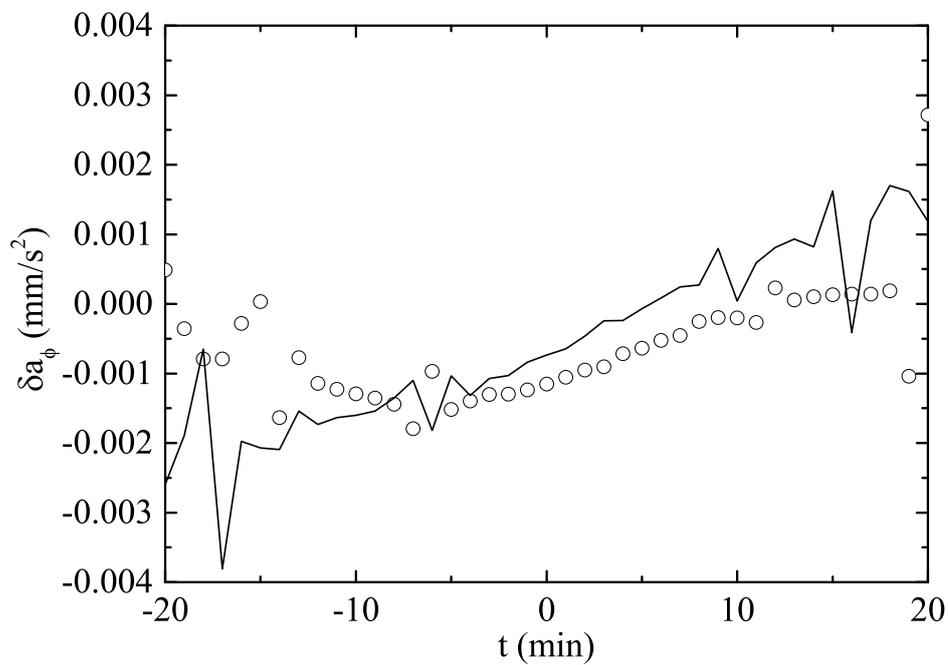


Figura 4.10: Lo mismo que las figuras 8 y 9 pero para la componente azimutal. En ese caso el resultado del tercer sobrevuelo (línea de puntos) no coincide con los del primero pero los valores de la anomalía son tan pequeños que podría considerarse nula dentro del margen de error.

4.7. Fuentes de error e interpretación de los resultados

En este apartado se comentarán algunas posibles fuentes de error que podrían explicar la discrepancia entre los datos de telemetría de la sonda Juno y los resultados del modelo planteado en este trabajo. En primer lugar, el proceso iterativo utilizado converge muy rápidamente, pasando de un salto de pocos kilómetros entre la primera y la segunda iteración a apenas unos pocos metros entre la segunda y la tercera, tal y cómo se puede comprobar en las figuras 4.11 y 4.12. Por ello, se puede asumir que el error cometido por no realizar sucesivas iteraciones es inferior al metro y, por tanto, no explica la anomalía.

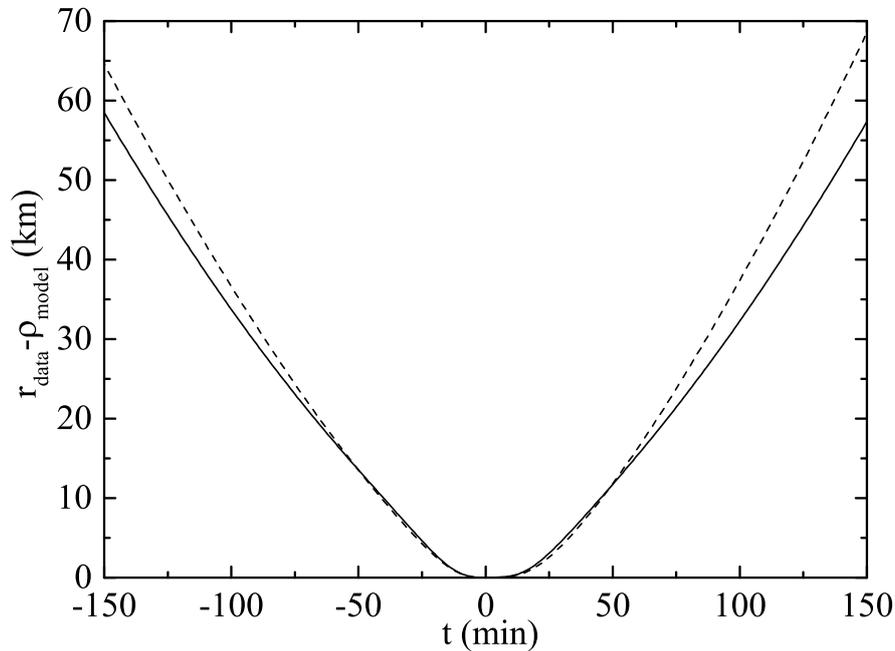


Figura 4.11: Diferencia entre la coordenada radial en los datos de telemetría y el modelo en su primera aproximación (línea de trazos) y en la segunda aproximación (línea sólida) en km frente al tiempo en minutos.

Por otro lado, el modelado de los coeficientes armónicos zonales también se debe analizar. Por ejemplo, una variación de J_2 de 10^{-8} implicaría, de acuerdo a las Ec. 2.4 y 2.5, una variación en la aceleración debida a la fuerza perturbativa de $|\delta\mathbf{F}| \simeq 2.92 \times 10^{-4} \text{ mm/s}^2$, despreciable frente a las aceleraciones halladas en la sección anterior. Sin embargo, un coeficiente desconocido de orden $J_n \simeq 10^{-4}$ podría explicar la anomalía encontrada. Se hace por tanto necesario continuar la investigación sobre la estructura de Júpiter, que será facilitada por los datos que se hallarán a lo largo de la misión Juno.

Otra de las posibles fuentes de error procede de la estimación de la orientación del eje joviano en el espacio. Si no se corrige la orientación del eje en función de la fecha del sobrevuelo, es decir, tomando $T = 0$ en la Ec. 4.3, aparece una perturbación de magnitud $|\delta\mathbf{F}| \simeq 5.63 \times 10^{-5} \text{ mm/s}^2$. Esta aceleración es también insuficiente para explicar la anomalía hallada.

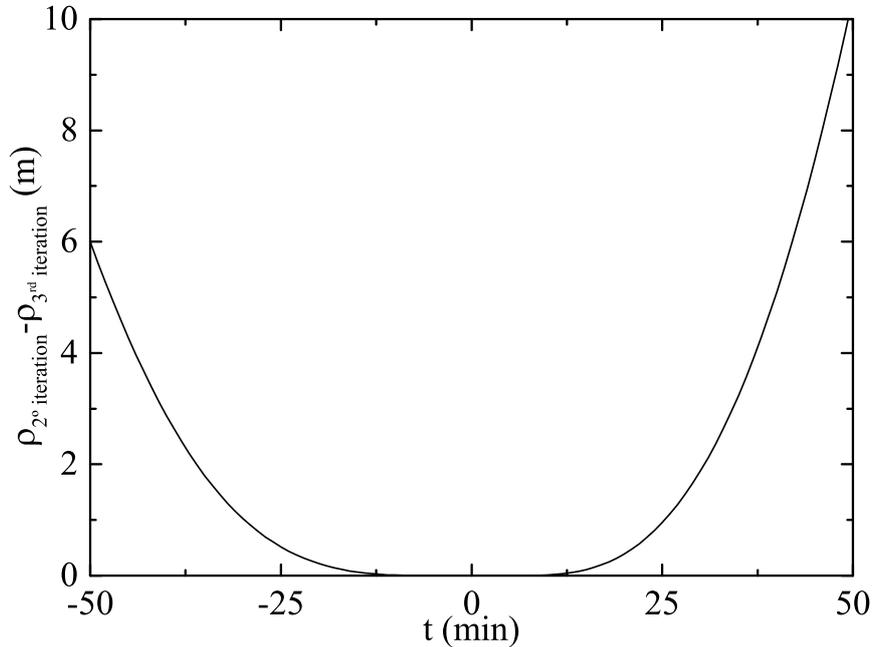


Figura 4.12: Diferencia en la predicción de la coordenada radial entre la segunda y tercera aproximaciones del modelo orbital (en metros) frente al tiempo en minutos.

Una última opción sería una conexión entre las discrepancias halladas y la anomalía en los sobrevuelos detectada anteriormente en los sobrevuelos terrestres. En algunos de los modelos, se sugiere que el campo gravitatorio terrestre se ve distorsionado por un término extra desconocido, no incluido en la Teoría de la Relatividad General, que puede interpretarse como un campo de fuerzas con un rango de unos pocos kilómetros (Acedo, 2017). En el modelo propuesto por Acedo y Bel (Acedo, 2015; Acedo and Bel, 2017), se propone la existencia de una componente azimutal anómala de la aceleración gravitatoria, cuya magnitud es:

$$\delta a = \frac{\mu}{r^2} \frac{\Omega R}{c}, \quad (4.8)$$

donde μ y R son la constante de masa y el radio del planeta respectivamente, Ω es su velocidad angular con respecto a las estrellas fijas y r es la distancia desde su centro a la nave. Este modelo proporciona resultados satisfactorios cuando se aplica a las anomalías medidas en varios sobrevuelos a la Tierra (Acedo, 2015).

Para el caso de Júpiter, se puede aplicar este modelo asumiendo que $r \simeq R = 71492$ km en las proximidades del perijove y que la velocidad angular del planeta es de $\Omega = 2\pi/T$ con $T = 9.9259$ hours Williams (2017). Con estos parámetros, se obtiene un resultado de $\delta a = 1.0396 \text{ mm/s}^2$, que coincide en orden de magnitud con los picos de aceleración radial mostrados en la figura 4.8. Será necesario continuar con el estudio de estas trayectorias en futuras misiones para discernir si se trata simplemente de una coincidencia numérica o si, por el contrario, tenemos que replantearnos nuestra concepción sobre la dinámica de órbitas elípticas de elevada excentricidad.

Capítulo 5

Conclusiones

5.1. Conclusiones del TFM

La misión Juno a Júpiter está resultando en una de las misiones más exitosas del siglo XXI. Se trata de la primera ocasión que una nave realiza sobrevuelos próximos a un planeta gigante con el objetivo de estudiar su campo gravitatorio, magnético y su atmósfera (Matousek, 2007; Bolton and Bolton, 2010; Bolton et al., 2015).

Juno se encuentra actualmente realizando órbitas elípticas con elevada excentricidad alrededor de Júpiter, perpendiculares al plano ecuatorial joviano y con un perijove cercano al ecuador. La altitud del periapsis sobre las nubes más altas fue de 4200 km en el primer sobrevuelo y está programado que aumente ligeramente durante las 36 órbitas planeadas.

La trayectoria está siendo monitorizada con detalle por el equipo de la misión, a través de la recogida de datos telemétricos y del cálculo de las efemérides. Todos estos datos están disponibles en la web *Horizons* (Chamberlin et al., 2016) para toda la comunidad científica. Las efemérides resultantes proceden del ajuste de los datos de seguimiento radiométrico a partir del modelo del equipo de la misión, que tiene en cuenta la presión solar, la fricción atmosférica o las perturbaciones de los planetas y satélites entre otros efectos.

El objetivo de este trabajo ha sido desarrollar un modelo orbital independiente para la trayectoria de Juno en las proximidades del perijove, para poderlo comparar con la órbita ajustada por el equipo de la misión a los datos telemétricos. De este modo, es posible descubrir posibles discrepancias y comprobar la validez de los programas de determinación de órbitas.

En el modelo propuesto, se han considerado las fuerzas de marea ejercidas por el Sol y los satélites más grandes de Júpiter, es decir, los galileanos: Io, Europa, Calisto y Ganímedes; así como el efecto de los armónicos zonales conocidos Anderson et al. (2007). Se ha podido comprobar que la contribución de las perturbaciones debidas al achatamiento de Júpiter es mucho más importante en las cercanías del perijove que la contribución de las fuerzas de marea.

La inclusión de estas perturbaciones proporciona una muy buena aproximación de la trayectoria, pero sin poder evitar una pequeña discrepancia. Se ha interpretado esta discrepancia como una aceleración extra anómala, cuya componente principal es la radial, con una magnitud del orden de unos pocos mm/s^2 y que muestra dos picos casi simétricos unos 15 minutos antes y después del periapsis. En las 3 horas siguientes a cruzar el perijove, esta aceleración se anula prácticamente, situándose Juno en este momento a una distancia aproximada de 5 veces el radio de Júpiter.

Todo ello muestra que la anomalía hallada es consistente con un efecto que disminuye muy rápidamente con la distancia al planeta como ya había sido propuesto en relación a la anomalía de los sobrevuelos Acedo (2017). No obstante, existen otras posibles fuentes de discrepancias que requieren mayor investigación como el modelado de los coeficientes zonales de Júpiter o el efecto de su poderoso campo magnético.

Por último, cabe señalar que aceleraciones anómalas similares han sido halladas en diversos sobrevuelos a la Tierra ?, pero que solamente son un 1.5 % de las encontradas en los sobrevuelos de Juno, lo que refuerza el interés en el estudio de la dinámica orbital en los sobrevuelos a planetas. Únicamente la colaboración entre la física, la ingeniería y la navegación espacial podrá encontrar las respuestas a estas cuestiones.

Apéndice A

Métodos de Runge-Kutta

El método de Runge-Kutta goza de una gran popularidad por su elevada precisión y la facilidad en su programación. Este método para el orden m busca aproximar el cálculo de y_{n+1} desde y_n mediante la serie de Taylor truncada de orden m :

$$y_{n+1} - y_n \simeq \phi(x_{n+1}) - \phi(x_n) \simeq \left. \frac{d\phi}{dx} \right|_n h + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2\phi}{dx^2} \right|_n h^2 + \cdots + \frac{1}{m!} \left. \frac{d^m\phi}{dx^m} \right|_n h^m \quad (\text{A.1})$$

Todo ello sin tener que evaluar ninguna derivada a cambio de evaluar $f(x, y(x))$ en ciertos puntos. En concreto, el método reproduce la serie de Taylor de orden m anterior mediante la fórmula:

$$y_{n+1} = y_n + \alpha_0 k_0 + \alpha_1 k_1 + \cdots + \alpha_{m-1} k_{m-1} \quad (\text{A.2})$$

donde

$$\left\{ \begin{array}{l} k_0 = f(x_n, y_n)h \\ k_1 = f(x_n + a_1 h, y_n + b_{10} k_0)h \\ k_2 = f(x_n + a_2 h, y_n + b_{20} k_0 + b_{21} k_1)h \\ \vdots \\ k_j = f(x_n + a_j h, y_n + b_{j0} k_0 + b_{j1} k_1 + \cdots + b_{j,j-1} k_{j-1})h \\ \vdots \\ k_{m-1} = f(x_n + a_{m-1} h, y_n + b_{m-1,0} k_0 + b_{m-1,1} k_1 + \cdots + b_{m-1,m-2} k_{m-2})h \end{array} \right. \quad (\text{A.3})$$

De este modo, el error local $e_n = \phi(x_{n+1}) - y_{n+1}$ es cero hasta el orden h^m , es decir, $e_n = O(h^{m+1})$.

A.1. Métodos de Runge-Kutta de cuarto orden

El método de Runge-Kutta más empleado habitualmente es el de cuarto orden, que toma la forma:

$$y_{n+1} = y_n + \alpha_0 k_0 + \alpha_1 k_1 + \alpha_2 k_2 + \alpha_3 k_3 \quad (\text{A.4})$$

con

$$\begin{cases} k_0 = f(x_n, y_n)h \\ k_1 = f(x_n + ah, y_n + b_{10}k_0)h \\ k_2 = f(x_n + a_2h, y_n + b_{20}k_0 + b_{21}k_1)h \\ k_3 = f(x_n + a_3h, y_n + b_{30}k_0 + b_{31}k_1 + b_{32}k_2)h \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

en la que el error local es cero hasta el orden h^4 , es decir, $e_n = \phi(x_{n+1}) - y_{n+1} = O(h^5)$. Expresando el desarrollo de Taylor de $\phi(x_n + h)$ y y_{n+1} en términos de derivadas parciales de $f(x, y)$ e identificando coeficientes se obtendría un sistema algebraico de 11 ecuaciones para 13 parámetros a determinar:

$$\{\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, a_1, a_2, a_3, b_{10}, b_{20}, b_{21}, b_{30}, b_{31}, b_{32}\}.$$

Por lo que es necesario elegir arbitrariamente el valor de dos parámetros, por ejemplo, $\alpha_1 = \alpha_2 = \frac{1}{3}$, obteniendo el siguiente resultado:

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= \frac{1}{6} \\ \alpha_1 &= \frac{1}{3} & a_1 &= \frac{1}{2} & b_{10} &= \frac{1}{2} \\ \alpha_2 &= \frac{1}{3} & a_1 &= \frac{1}{2} & b_{20} &= 0 & b_{21} &= \frac{1}{2} \\ \alpha_3 &= \frac{1}{6} & a_1 &= \frac{1}{2} & b_{30} &= 0 & b_{31} &= 0 & b_{32} &= 1 \end{aligned}$$

Por lo que la expresión del método quedaría:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6}(k_{n0} + 2k_{n1} + 2k_{n2} + k_{n3}) \quad (\text{A.6})$$

con:

$$\begin{cases} k_{n0} = f(x_n, y_n) \\ k_{n1} = f(x_n + \frac{h}{2}, y_n + k_{n0}\frac{h}{2}) \\ k_{n2} = f(x_n + \frac{h}{2}, y_n + k_{n1}\frac{h}{2}) \\ k_{n3} = f(x_n + h, y_n + k_{n2}h) \end{cases} \quad (\text{A.7})$$

A.1 Métodos de Runge-Kutta de cuarto orden

Esta fórmula discretizada es la fórmula de Runge-Kutta de cuarto orden con coeficientes de Runge, que son los que se emplean casi exclusivamente. Se pueden elegir otros valores de α_1 y α_2 que conducen a otras expresiones igualmente válidas. Por ejemplo, tomando $\alpha_1 = \alpha_2 = \frac{3}{8}$ se obtiene la fórmula de Runge-Kutta de cuarto orden con los coeficientes de Kutta:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{8}(k_{n0} + 3k_{n1} + 3k_{n2} + k_{n3}) \quad (\text{A.8})$$

con:

$$\begin{cases} k_{n0} = f(x_n, y_n) \\ k_{n1} = f(x_n + \frac{h}{3}, y_n + k_{n0}\frac{h}{3}) \\ k_{n2} = f(x_n + \frac{2h}{3}, y_n + (k_{n1} - k_{n0})\frac{h}{3}) \\ k_{n3} = f(x_n + h, y_n + (k_{n0} - k_{n1} + k_{n2})h) \end{cases} \quad (\text{A.9})$$

Apéndice B

Five-point stencil

En análisis numérico, dada una estructura de puntos, el *Five-point stencil* de un punto es el conjunto formado por ese mismo punto y los cuatro que le rodean. Se emplea para obtener aproximaciones de derivadas en los puntos mediante diferencias finitas.

B.1. Caso unidimensional

En una única dimensión, el conjunto está formado por los dos puntos anteriores y los dos posteriores junto con el punto central. Es decir, si el punto central está situado en x y la separación entre puntos es de h , el *Five-point stencil* es:

$$\{x - 2h, x - h, x, x + h, x + 2h\}.$$

La expresión para el cálculo de la primera derivada se obtiene a partir de los cuatro desarrollos de Taylor para $f(x \pm h)$ y $f(x \pm 2h)$, incluyendo los términos hasta h^3 . Para la primera pareja de puntos se tiene:

$$\begin{cases} f(x + h) = f(x) + hf'(x) + \frac{h^2}{2}f''(x) + \frac{h^3}{6}f'''(x) + O_{1+}(h^4) \\ f(x - h) = f(x) - hf'(x) + \frac{h^2}{2}f''(x) - \frac{h^3}{6}f'''(x) + O_{1-}(h^4) \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

Restándolos, se obtiene:

$$f(x + h) - f(x - h) = 2hf'(x) + \frac{h^3}{3}f'''(x) + O_1(h^4) \quad (\text{B.2})$$

Del mismo modo, para la segunda pareja de puntos:

$$\begin{cases} f(x + 2h) = f(x) + 2hf'(x) + \frac{4h^2}{2}f''(x) + \frac{8h^3}{6}f'''(x) + O_{2+}(h^4) \\ f(x - 2h) = f(x) - 2hf'(x) + \frac{4h^2}{2}f''(x) - \frac{8h^3}{6}f'''(x) + O_{2-}(h^4) \end{cases} \quad (\text{B.3})$$

B Five-point stencil

$$f(x+2h) - f(x-2h) = 4hf'(x) + \frac{8h^3}{3}f'''(x) + O_2(h^4) \quad (\text{B.4})$$

Con el fin de eliminar los términos con $f'''(x)$, se calcula $8(\text{B.2}) - (\text{B.4})$ y, reordenando y despreciando el error, se obtiene la expresión para la primera derivada de una función f en un punto x según el método *Five-point stencil*:

$$f'(x) \simeq \frac{-f(x+2h) + 8f(x+h) - 8f(x-h) + f(x-2h)}{12h} \quad (\text{B.5})$$

Realizando un procedimiento similar se pueden calcular las aproximaciones para las derivadas superiores. En concreto, la segunda derivada queda:

$$f''(x) \simeq \frac{-f(x+2h) + 16f(x+h) - 30f(x) + 16f(x-h) - f(x-2h)}{12h^2} \quad (\text{B.6})$$

Bibliografía

- L. Acedo. The flyby anomaly: A case for strong gravitomagnetism? *Advances in Space Research*, 54:788–796, Aug. 2014.
- L. Acedo. The Flyby Anomaly in an Extended Whitehead’s Theory. *Galaxies*, 3:113–128, July 2015.
- L. Acedo. On the effect of ocean tides and tesseral harmonics on spacecraft flybys of the Earth. *MNRAS*, 463(2):2119–2124, 2016.
- L. Acedo. The flyby anomaly: a multivariate analysis approach. *Astrophysics and Space Science*, 362(42), Feb. 2017.
- L. Acedo and L. Bel. On a correlation among azimuthal velocities and the flyby anomaly sign. *Astronomische Nachrichten*, 338(1):117–124, Jan. 2017.
- S. L. Adler. Modeling the flyby anomalies with dark matter scattering. *International Journal of Modern Physics A*, 25:4577–4588, 2010. doi: 10.1142/S0217751X10050706.
- S. L. Adler. Modeling the flyby anomalies with dark matter scattering. In *Proceedings of the Conference in Honour of Murray Gellimann’s 80th Birthday*, pages 352–364, Nov. 2011. doi: 10.1142/9789814335614_0032.
- J. D. Anderson, J. K. Campbell, and M. M. Nieto. The energy transfer process in planetary flybys. *New Astronomy*, 12:383–397, July 2007. doi: 10.1016/j.newast.2006.11.004.
- J. D. Anderson, J. K. Campbell, J. E. Ekelund, J. Ellis, and J. F. Jordan. Anomalous Orbital-Energy Changes Observed during Spacecraft Flybys of Earth. *Physical Review Letters*, 100(9):091102, Mar. 2008. doi: 10.1103/PhysRevLett.100.091102.
- J. A. Atchison and M. A. Peck. Lorentz Accelerations in the Earth Flyby Anomaly. *Journal of Guidance Control Dynamics*, 33:1115–1122, July 2010. doi: 10.2514/1.47413.
- O. Bertolami, F. Francisco, and P. J. S. Gil. Hyperbolic orbits of Earth flybys and effects of ungravity-inspired conservative potentials. *Classical and Quantum Gravity*, 33(12):125021, June 2016. doi: 10.1088/0264-9381/33/12/125021.
- S. Bolton, T. Owen, D. Stevenson, A. Ingersoll, J. Connerney, M. Janssen, and W. Folkner. The Juno Mission and the Origin of Jupiter. In *EGU General Assembly Conference Abstracts*, volume 17 of *EGU General Assembly Conference Abstracts*, page 6415, Apr. 2015.
- S. J. Bolton and Bolton. The Juno Mission. In C. Barbieri, S. Chakrabarti, M. Coradini, and M. Lazzarin, editors, *Galileo’s Medicean Moons: Their Impact on 400 Years of Discovery*, volume 269 of *IAU Symposium*, pages 92–100, Jan. 2010. doi: 10.1017/S1743921310007313.

B Five-point stencil

- A. Chamberlin, D. Yeomans, J. Giorgini, and P. Chodas. Horizons ephemeris system. <http://ssd.jpl.nasa.gov/horizons.cgi>, 2016. Accessed: 2016-10-27.
- B. Fornberg. Generation of Finite Difference Formulas on Arbitrarily Spaced Grids. *Mathematics of Computation*, 51(184):699–706, 1988. doi: 10.1090/S0025-5718-1988-0935077-0.
- E. Hackmann and C. Laemmerzahl. Flyby anomaly and Lense-Thirring effect. In *38th COSPAR Scientific Assembly*, volume 38 of *COSPAR Meeting*, page 3, 2010.
- J. C. Hafele. Effect of the Earth’s Time-Retarded Transverse Gravitational Field on Spacecraft Flybys. *ArXiv e-prints*, Apr. 2009.
- L. Iorio. The Effect of General Relativity on Hyperbolic Orbits and Its Application to the Flyby Anomaly. *Scholarly Research Exchange*, 2009, Jan. 2009. doi: 10.3814/2009/807695.
- B. Jouannic, R. Noomen, and J. A. A. van den IJssel. The flyby anomaly: An investigation into potential causes. In *Proceedings of the 25th International Symposium on Space Flight Dynamics ISSFD, Munich (Germany)*, 2015.
- C. Lämmerzahl, O. Preuss, and H. Dittus. Is the Physics Within the Solar System Really Understood? In H. Dittus, C. Lammerzahl, and S. G. Turyshev, editors, *Lasers, Clocks and Drag-Free Control: Exploration of Relativistic Gravity in Space*, volume 349 of *Astrophysics and Space Science Library*, page 75, 2008. doi: 10.1007/978-3-540-34377-6_3.
- R. A. Lewis. Field Theory Model of the Flyby Anomaly. In G. A. Robertson, editor, *American Institute of Physics Conference Series*, volume 1103 of *American Institute of Physics Conference Series*, pages 226–234, Mar. 2009. doi: 10.1063/1.3115499.
- S. Matousek. The Juno New Frontiers mission. *Acta Astronautica*, 61:932–939, Nov. 2007. doi: 10.1016/j.actaastro.2006.12.013.
- U. S. Naval Observatory. *The Astronomical Almanac for the Year 2010*. Dept. of the Navy, U. S. A., 2009.
- G. G. Nyambuya. Are Flyby Anomalies an ASTG Phenomenon? *ArXiv e-prints*, Mar. 2008.
- M. J. Pinheiro. The flyby anomaly and the effect of a topological torsion current. *Physics Letters A*, 378:3007–3011, Aug. 2014.
- M. J. Pinheiro. Some effects of topological torsion currents on spacecraft dynamics and the flyby anomaly. *MNRAS*, 461(4):3948–3953, 2016.
- B. Rievers and C. Lämmerzahl. High precision thermal modeling of complex systems with application to the flyby and Pioneer anomaly. *Annalen der Physik*, 523:439–449, June 2011. doi: 10.1002/andp.201100081.
- D. A. Vallado. *Fundamentals of Astrodynamics and Applications*. 2 edition, 2004. ISBN 0792369033.
- G. U. Varieschi. Kerr metric, geodesic motion, and Flyby Anomaly in fourth-order Conformal Gravity. *General Relativity and Gravitation*, 46:1741, June 2014. doi: 10.1007/s10714-014-1741-z.
- K. Wilhelm and B. N. Dwivedi. Anomalous Earth flybys of spacecraft. *Astrophysics and Space Science*, 358:18, July 2015. doi: 10.1007/s10509-015-2413-5.

B.1 Caso unidimensional

D. R. Williams. Jupiter's fact sheet. <https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/jupiterfact.html>, 2017. Accessed: 2017-5-22.