



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA



Desarrollo de un modelo de deformaciones del mecanismo pistón-biela-manivela de un motor alternativo

GRADO EN INGENIERÍA MECÁNICA

AUTOR: MIGUEL RUEDA CUERDA

DIRIGIDO POR: JAIME MARTÍN DÍAZ
DEPARTAMENTO DE MÁQUINAS Y MOTORES TÉRMICOS

CO-TUTOR: ENRIQUE NADAL SORIANO
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA Y MATERIALES

JULIO 2017

Agradecimientos

Aprovecho estas primeras páginas para dedicarle unas palabras a todos aquellos que han hecho que la lectura de este proyecto haya sido posible.

En primer lugar a mis padres, los que me han enseñado y demostrado día a día que el esfuerzo y el buen trabajo son los que llevan a uno conseguir todo lo que se propone. Son los que me han ayudado siempre a levantarme cuando me he caído.

En segundo lugar a mis compañeros de clase y de vida durante estos últimos 4 años, los que han estado siempre cuando se les ha necesitado.

En tercer lugar a mis tutores de empresa, Juan Antonio Canet y Iván García, por haber confiado en mí desde el primer minuto y darme la oportunidad de poder desarrollarme profesionalmente, a la vez que estar desarrollando este proyecto.

Finalmente, y no por ello menos importante, dar las gracias a mis dos compañeros en este viaje: Jaime Martín y Enrique Nadal. Porque ellos son los que han estado constantemente detrás de mí y siempre que he necesitado ayuda la han intentado ofrecer en lo que ellos han podido. Incluso en los últimos momentos, en los que estás rozando la fecha límite, tenía la tranquilidad de que podía contar con ellos para cualquier pregunta.

Tabla de contenidos

LISTA DE FIGURAS	V
LISTA DE TABLAS	VI
RESUMEN	VIII
1 Introducción	1
1.1 Antecedentes	1
1.2 Objetivos	2
1.3 Metodología de análisis	2
1.4 Desarrollo de la memoria	4
2 Elementos constructivos de MCIA	5
2.1 Sistema soporte	5
2.1.1 Bloque motor	5
2.1.2 Bancada	7
2.1.3 Culata	7
2.2 Mecanismo pistón-biela-manivela	9
2.2.1 El grupo pistón	10
2.2.2 Biela	13
2.2.3 Cigüeñal	14
2.2.4 Cojinetes	16
3 Introducción al método de elementos finitos (MEF)	17
3.1 Conceptos básicos	17
3.2 Matriz de rigidez de una estructura	18
3.3 Problemas de sólido elástico lineal	19
3.3.1 Relación entre tensión y deformación.	19
3.3.2 Relación entre desplazamientos y deformaciones	20
3.4 Solución de Elementos Finitos. Particularidades	20
3.5 Errores en el MEF	21
4 Desarrollo del modelo de elementos finitos	23
4.1 ANSYS y ANSYS Workbench	23
4.2 Pre-procesado de modelo	26
4.2.1 Asignación de materiales	26
4.2.2 Geometría	26
4.3 Análisis del problema	27
4.3.1 Metodología utilizada para resolución	27
4.3.2 Parámetros geométricos utilizados en el caso de estudio	28
4.3.3 Cinemática del mecanismo pistón-biela-manivela	30
4.3.4 Dinámica del mecanismo pistón-biela-manivela	33
4.4 Análisis de sólido rígido. <i>Rigid Dynamics</i>	35
4.4.1 Planteamiento del modelo	35
4.4.2 Condiciones de contorno	37
4.4.3 Obtención y análisis de resultados	39
4.5 Análisis de sólido elástico (<i>Static Structural</i>)	42

4.5.1	Planteamiento de modelos	42
4.5.2	Malla de elementos finitos	43
4.5.3	Condiciones de contorno	44
5	Análisis de resultados	47
5.1	Metodología de obtención de resultados	47
5.2	Estudio de las deformaciones según α	48
5.2.1	Desplazamientos sobre pistón	48
5.2.2	Deformaciones sobre biela	53
6	Conclusiones y futuros trabajos	60
6.1	Conclusiones	60
6.2	Futuros trabajos	61
7	Anexo A: Datos del problema	63
8	Anexo B: Resultados de análisis de sólido rígido	66
9	Anexo C: Resultados de análisis de elementos finitos	77

Lista de figuras

1.1	Diagrama de flujo de metodología de análisis	3
2.1	Detalle bloque motor de un motor en V de 8 cilindros	6
2.2	Diferencias constructivas entre camisa húmeda y camisa seca	7
2.3	Alojamiento del cigüeñal en la bancada	7
2.4	Detalle de la distribución de una bancada en un motor de 8 cilindros en V.	8
2.5	Junta de culata para un motor de 4 cilindros en línea	8
2.6	Mecanismo pistón-biela-manivela	9
2.7	Zonas diferenciadas en el pistón.	11
2.8	Alojamiento del bulón, conexión con pistón y biela.	13
2.9	Distribución de la biela	13
2.10	Distribución del cigüeñal	15
3.1	Esquema de un dominio en MEF	17
3.2	Representación en elementos finitos de la biela de un automóvil	18
3.3	Representación de una solución directa por elementos finitos y mediante alisado de nodos	21
3.4	Simplificación del cigüeñal a una manivela en un motor monocilíndrico	22
4.1	Interfaz de ANSYS Workbench	24
4.2	Apariencia de un módulo de análisis en Ansys Workbench	25
4.3	Propiedades principales de materiales importados en Ansys	26
4.4	Diferencias en la importación de una pieza .IGS a una .x.t	27
4.5	Representación CAD del mecanismo pistón-biela-manivela	27
4.6	Distribución de fuerzas en la cabeza del pistón	29
4.7	Parámetros geométricos del caso de estudio	30
4.8	Aceleración instantánea del pistón	32
4.9	Velocidad instantánea del pistón	32
4.10	Datos de masa de los distintos componentes	33
4.11	Fuerzas aplicadas en el mecanismo pistón-biela-manivela	34
4.12	<i>Joints</i> aplicados en el modelo rígido	37
4.13	Superficies de aplicación de la fuerza en la cabeza del pistón	37
4.14	Fuerza aplicada en la cabeza del pistón.	38
4.15	Velocidad angular aplicada en la manivela en sentido anti-horario de valor constante e igual a 3500 rpm.	38
4.16	Fuerza de cilindro sobre pistón según un ángulo α (componente x)	39
4.17	Fuerzas producidas por el pistón sobre la biela para un ángulo α (componente y)	40
4.18	Fuerzas producidas por el pistón sobre la biela para un ángulo α	40
4.19	Relación entre las fuerzas de inercia y fuerza por efecto de presión sobre pistón para un ángulo α	41
4.20	Fuerzas producidas por la manivela sobre la cabeza de la biela para un ángulo α (componente x)	41

4.21	Fuerzas producidas por la manivela sobre la cabeza de la biela para un ángulo α (componente y)	42
4.22	Diferencia entre mallado automático del pistón por ANSYS y malla refinada	43
4.23	Diferencia entre mallado automático de biela por ANSYS y malla refinada	44
4.24	Características mallado original y mallado refinado para pistón y biela	44
4.25	Condiciones de contorno aplicadas al pistón en el módulo <i>Static Structural</i>	45
4.26	Condiciones de contorno aplicadas a la biela en el módulo <i>Static Structural</i>	46
5.1	Zonas de interés utilizadas en el análisis para el pistón	48
5.2	Deformaciones del pistón según un ángulo α	49
5.3	Deformaciones máximas del pistón según un ángulo α	49
5.4	Ejes de referencia utilizados para el cálculo de deformaciones en el pistón	50
5.5	Deformaciones en el eje Y de la cabeza del pistón	50
5.6	Deformaciones en el eje Y de la falda del pistón.	51
5.7	Deformaciones en el eje Y de la falda del pistón.	51
5.8	Deformaciones en ejes Y,Z de la hendidura en el pistón	52
5.9	Deformaciones del pistón según un ángulo α producidos por la fuerza de inercia	52
5.10	Deformaciones en el eje Y de la cabeza del pistón debido a fuerzas de inercia	53
5.11	Deformaciones en el eje Y de la cabeza del pistón debido a fuerzas de inercia	53
5.12	Zonas de interés de la biela	54
5.13	Deformaciones en el eje X de la biela según un ángulo α	54
5.14	Deformaciones en el eje Y de la biela según un ángulo α	55
5.15	Ejes de referencia utilizados en el cálculo de deformaciones en la biela	55
5.16	Deformaciones máximas de la biela según un ángulo α	56
5.17	Condiciones de contorno aplicadas en biela para $\alpha = -330$	56
5.18	Representación de deformaciones en $\alpha = -330^\circ$.	57
5.19	Representación de deformaciones en $\alpha = -60^\circ$	57
5.20	Condiciones de contorno aplicadas en $\alpha = -60^\circ$	58
5.21	Condiciones de contorno aplicadas en $\alpha = 10^\circ$	58
5.22	Representación de deformaciones en $\alpha = 10^\circ$	59

Lista de tablas

7.1	Distribución de presión sobre la cabeza del pistón para α	63
8.1	Resultados de análisis cinemático del pistón según un ángulo α	66
8.2	Resultados de análisis cinemático sobre el centro de masas de la biela según un ángulo α	68
8.3	Resultados de análisis cinemático de la manivela según un ángulo α	70
8.4	Reacción lateral de cilindro sobre pistón según un ángulo α	73
8.5	Fuerza de pistón sobre biela según un ángulo α	74
9.1	Desplazamientos del pistón según un ángulo α	77
9.2	Desplazamientos del pistón debido a fuerzas de inercia según un ángulo α . .	78
9.3	Desplazamientos de la biela según un ángulo α	79
9.4	Desplazamientos de la biela debido a fuerzas de inercia según un ángulo α . .	80

Resumen

Este proyecto tiene como objetivo diseñar una metodología mediante la técnica de análisis por elementos finitos (MEF) capaz de calcular las deformaciones mecánicas producidas en el mecanismo pistón-biela-manivela de un MCIA monocilíndrico dado una velocidad de régimen y una distribución de presiones sobre la cabeza del pistón. Estas se obtienen a partir de la combinación del estudio de la dinámica del sólido rígido y un análisis estático que depende de las fuerzas aplicadas en las áreas de contacto entre componentes y la posición del mecanismo.

PALABRAS CLAVE: Elementos finitos, deformaciones, tensiones, MCIA.

Abstract

Este proyecto tiene como objetivo diseñar una metodología mediante la técnica de análisis por elementos finitos (MEF) capaz de calcular las deformaciones mecánicas producidas en el mecanismo pistón-biela-manivela de un MCIA monocilíndrico dado una velocidad de régimen y una distribución de presiones sobre la cabeza del pistón. Estas se obtienen a partir de la combinación del estudio de la dinámica del sólido rígido y un análisis estático que depende de las fuerzas aplicadas en las áreas de contacto entre componentes y la posición del mecanismo.

KEYWORDS: Finite element analysis, displacement, tensions, ICE.

Introducción

Contenidos

1.1	Antecedentes	1
1.2	Objetivos	2
1.3	Metodología de análisis	2
1.4	Desarrollo de la memoria	4

1.1 Antecedentes

Este proyecto se ha desarrollado en el Departamento de Máquinas y Motores Térmicos de la Universitat Politècnica de València, en colaboración con el Departamento de Ingeniería Mecánica y Materiales de esta misma Universidad.

Se ha planteado como el desarrollo de una herramienta de análisis de deformaciones en el mecanismo pistón-biela-manivela. Este método debe ser flexible y adaptable a posteriores cambios de geometría, variaciones de carga o de régimen. En todo momento se ha intentado dejar constancia de aspectos que ayudan no solo a la explicación del método utilizado sino a la posterior reutilización del contenido. Es por ello que este documento se ha de tratar no solo como un trabajo de análisis sino además como una guía para un futuro uso por un tercero. Sobre esta misma línea de investigación podemos mencionar los siguientes proyectos:

- Proyecto de Fin de Carrera de Julia Cano López “Determinación de deformación mecánica en un motor de combustión interna alternativo” (2005), en el cual se diseña un modelo para medir la deformación mecánica en el volumen instantáneo del cilindro en un MCIA.
- Artículo de P.S Shenoy y A. Fatemi “Dynamic analysis of loads and stresses in connecting rods” (2006) de la Universidad de Ohio (EEUU). En este documento se plantea el análisis de la dinámica del mecanismo pistón-biela-manivela centrándose en las fuerzas aplicadas sobre pie y cabeza de biela.
- Artículo de Dilip Kumar Sonar y Madhura Chattopadhyay “Theoretical analysis of Stress and Design of Piston Head using CATIA & ANSYS” en el que se desarrolla un modelo de elementos finitos para el análisis de tensiones y deformaciones sobre el grupo pistón.

1.2 Objetivos

Los objetivos que trata de cubrir este documento son principalmente estos tres:

1. Diseño de metodología para evaluar la aportación de los distintos esfuerzos sobre las deformaciones mecánicas producidas en el mecanismo.
2. Prueba de validez de la metodología poniendo un modelo de elementos finitos a punto para analizar detalladamente la evolución de deformaciones, y que pueda servir de referencia para futuros trabajos.
3. En base al modelo de elementos finitos calcular las deformaciones mecánicas del mecanismo pistón-biela-manivela, analizando la contribución de cada elemento del mecanismo.

1.3 Metodología de análisis

Los esfuerzos que se producen durante el movimiento del mecanismo biela-pistón-manivela en un motor encendido por compresión (de ahora en adelante MEC) son dos principalmente.

Por un lado existe una presión aplicada en la cabeza del pistón debido a la presión generada en la cámara de combustión al entrar en contacto una masa de aire fresco a alta presión tras una fase de compresión con combustible inyectado en el momento adecuado. Esta presión en la cabeza del pistón es variable a medida que el cigüeñal avanza en el ciclo con una velocidad angular que se considera constante en todo momento, es decir, no se tiene en cuenta el periodo de aceleración o frenado. Los datos de presión son tomados para un ciclo de trabajo del motor a velocidad de régimen.

Por otro lado existen las fuerzas que se producen cuando el mecanismo está siendo acelerado (ya sea de forma lineal o angular), estas son las de inercia y al tratarse de un mecanismo, se produce una transferencia de fuerzas en las áreas de contacto entre componentes.

Es decir, las deformaciones son expresadas de la siguiente manera:

$$d_{total} = d_{gas} + d_{inercia} \quad (1.1)$$

De este modo, para resolver estas en una posición concreta del mecanismo se debe tener en cuenta el esfuerzo provocado en la cabeza del pistón en para dicha posición y la fuerzas aplicadas en las áreas de contacto entre componentes.

El valor de la presión en la cabeza del pistón se obtiene de un ensayo con ayuda de un transductor de presión. La transferencia de fuerzas entre los componentes interconectados se obtiene por medio de un análisis de la dinámica del mecanismo (es decir, las fuerzas que se ejercen en los puntos de conexión del mecanismo). Para extraer los resultados del análisis dinámico en primer lugar se necesita la resolución de la cinemática del mecanismo pistón-biela-manivela.

De este último se obtienen la posición, velocidad y aceleración de distintos puntos de referencia de los componentes. Después se realizan los diagramas de sólido libre del mecanismo para así poder plantear un sistema de ecuaciones y obtener cada una de las reacciones aplicadas.

Con estos datos teóricos se plantea un análisis con ayuda de un software de elementos finitos con el mecanismo completamente rígido (es decir, no se deforma, tan solo se está produciendo los movimientos de sólido rígido del mecanismo). Con este análisis se obtienen las reacciones producidas entre componentes para cada uno de los ángulos de giro.

En base a los datos obtenidos se plantea un análisis de sólido elástico (en el que se crea una malla de elementos finitos) con la posición de mecanismo a estudiar en el que existen dos variables externas: la variable presión ya comentada, y los resultados de la transferencia de fuerzas para cada uno de los ángulos de giro. Con él se obtienen las deformaciones producidas en los 3 ejes. Este es el efecto para un ciclo de trabajo normal.

Por otro lado se obtiene el aporte concreto de las inercias al cálculo de deformaciones mecánicas en el mecanismo de la siguiente manera:

$$d_{total_{modif}} = d_{inercia} \quad (1.2)$$

Se vuelve a realizar el análisis dinámico del mecanismo (la cinemática sigue siendo la misma), obteniendo los esfuerzos dinámicos debido a las inercias de los componentes.

Con ello se plantea un nuevo análisis de sólido elástico, obteniendo finalmente las deformaciones debido únicamente al efecto de los esfuerzos provocados por las fuerzas de inercia. Los pasos anteriores son resumidos en la figura 1.1.

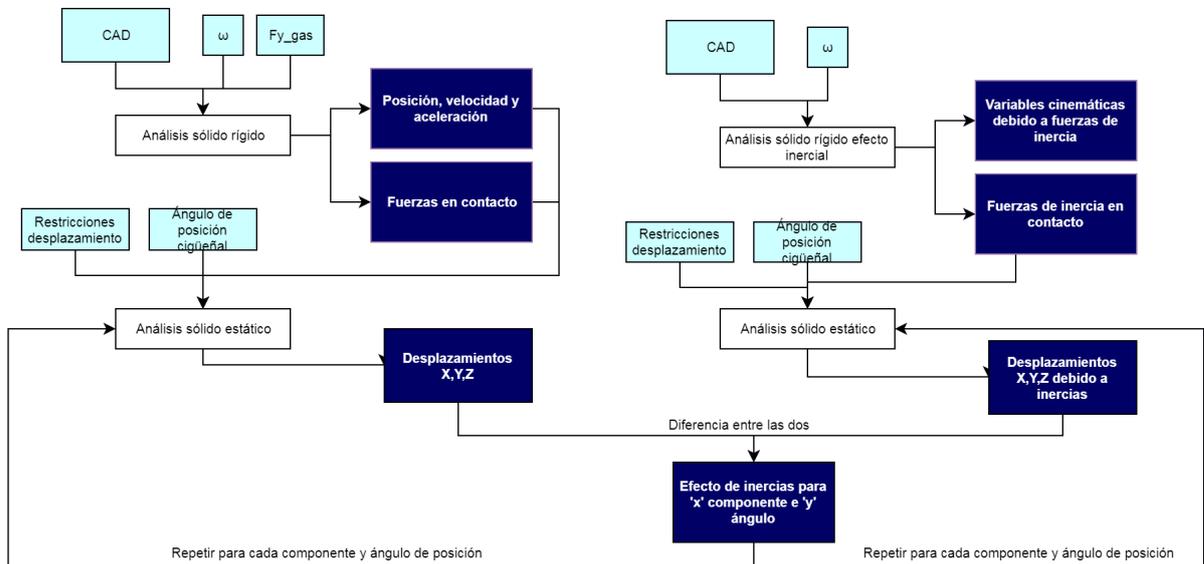


Fig. 1.1: Diagrama de flujo de metodología de análisis

1.4 Desarrollo de la memoria

Para cumplir los objetivos anteriores la memoria se distribuye de la siguiente manera: En el capítulo 2 se estudian los componentes que forman un motor de combustión interna alternativo (a partir de ahora, MCIA), tanto el bloque motor como el propio mecanismo de pistón-biela-manivela (qué es principalmente nuestro objeto de estudio).

En el capítulo 3 se introduce la disciplina de elementos finitos mediante la explicación de distintos conceptos elementales para poder entender la metodología usada para la resolución del problema. También se explican diversos errores y particularidades de una solución obtenida por el método de elementos finitos.

En el capítulo 4 se estudia la aplicación de los conceptos anteriormente explicados en una serie de modelos de elementos finitos para así resolver el problema planteado inicialmente. Para ello primero se hace una introducción de las herramientas que se utilizan durante el desarrollo del problema. Seguidamente se explican todas las particularidades, condiciones y ajustes que poseen los modelos que se generan para el posterior análisis del problema. En este mismo apartado, a partir de la fuerza del gas aplicada sobre la cabeza del pistón y la velocidad angular aplicada en el cigüeñal se resuelve el análisis cinemático y posteriormente el análisis dinámico que nos permite obtener las fuerzas que se producen en las uniones entre componentes (variable de importancia para la resolución del análisis de deformaciones. Con estos resultados del análisis de sólido rígido se generan los modelos de elementos finitos (añadiendo las restricciones de desplazamiento necesarias) que se utilizan para, por último, obtener las deformaciones producidas en los 3 ejes para cada componente.

En el capítulo 5 se analizan distintos puntos de funcionamiento haciendo hincapie en el rango de movimiento cercano al PMS, al final del escape y al principio de la fase de expansión tras la reacción exotérmica. De esta manera, se genera cada uno de los análisis estáticos en los que se puede obtener las deformaciones en los 3 ejes de cada uno de los componentes del mecanismo. También en este mismo apartado se plantea un método para obtener el efecto de las fuerzas de inercia en el cálculo de deformaciones mecánicas.

En el capítulo 6 se recapitula sobre el método utilizados y los resultados obtenidos. Además se plantean trabajos futuros partiendo de este documento como base. Por último, se añade una sección con toda la bibliografía consultada para el desarrollo de este documento.

Elementos constructivos de MCIA

Contenidos

2.1 Sistema soporte	5
2.1.1 Bloque motor	5
2.1.2 Bancada	7
2.1.3 Culata	7
2.2 Mecanismo pistón-biela-manivela	9
2.2.1 El grupo pistón	10
2.2.2 Biela	13
2.2.3 Cigüeñal	14
2.2.4 Cojinetes	16

Como cualquier otro sistema mecánico, los MCIA también disponen de unos elementos constructivos característicos. En general estos se pueden dividir en dos categorías. Los primeros son los que aportan, en su mayoría, una función estructural al conjunto. Estos son el sistema soporte, el mecanismo alternativo de pistón-biela-manivela y el sistema de válvulas. Luego existe otra categoría de elementos constructivos que contribuyen a que el ciclo de trabajo sea realizado correctamente. Estos son el sistema de lubricación, el de refrigeración, etc.

Este apartado se ha centrado en introducir y explicar los sistemas que cumplen una función estructural.

2.1 Sistema soporte

Se llama así puesto que su función principal es mantener a todos los componentes que integral al motor en su sitio correspondiente. El sistema soporte se compone de tres partes distintas: bloque, bancada y culata.

2.1.1 Bloque motor

El bloque tiene como función principal hacer de base, es decir, mantiene a todos los componentes en su lugar correspondiente, y además es donde se alojan los cilindros (bien como parte del propio bloque o como otra pieza independiente).

Esta pieza debe ser totalmente rígida, ya que debe soportar además del peso de los componentes las tensiones (y como resultado, las deformaciones) que se producen en el mecanismo de pistón-biela-manivela durante el ciclo de trabajo. También debe evacuar el calor generado con facilidad y ser resistente a corrosión en ambiente húmedo, ya que está en contacto con el líquido de refrigeración. El bloque es así el componente que más

influencia tiene en la fiabilidad y tiempo de vida útil del motor. Por ello es el componente que más afecta al coste, peso y tamaño del motor.

Precisamente por las altas características mecánicas demandadas, el bloque se construye con hierros de fundición. Otra solución es construirlo con aleaciones de aluminio, que pesa menos que el hierro de fundición y mejora la capacidad de evacuar calor. Sin embargo puede llegar a aumentar de forma significativa el coste total.



Fig. 2.1: Detalle bloque motor de un motor en V de 8 cilindros. *Imagen: Summit Racing.*

Como parte del bloque, o bien como pieza independiente, se encuentran los cilindros. Por el interior de estas piezas cilíndricas se producen las cuatro fases del ciclo y sirven como guía para el desplazamiento del pistón. El pistón se mantiene en contacto con el cilindro durante todo el ciclo de trabajo, por lo tanto debe tener un correcto acabado para evitar desgaste en la superficie del pistón. Este acabado, sin embargo, debe retener las partículas de aceite para favorecer la lubricación y de la misma manera evitar el desgaste por rozamiento.

Cuanto los motores son refrigerados por agua se coloca una especie de forro construido de fundición aleada con materiales que eviten el desgaste por rozamiento. Este forro se denomina camisa y se coloca independiente al resto del bloque. En base a la existencia o no de esta pieza se distinguen entre cilindros sin camisa y cilindros con camisa:

- Cilindros sin camisa son aquellos que se integran directamente en el bloque, estando en contacto este con el pistón y los segmentos. Su ventaja recae en el menor coste de fabricación, pero se debe garantizar que el material de construcción tenga buena resistencia al calor generado por la fricción de los componentes. Es por ello que no tienen una larga vida útil, respecto a los cilindros con camisa.
- Cilindros con camisa son aquellos en los que se coloca una pieza entre el propio bloque y el pistón siendo esta la que entra en contacto con el pistón y no el propio bloque. Incorporarla tiene mayor coste de fabricación, pero debido a esta pieza se mejoran sus capacidades resistentes y la facilidad en el mantenimiento, puesto que esta pieza (la camisa) puede sustituirse por una nueva en caso de avería.

El contacto del cilindro con el líquido refrigerante los divide a su vez en: cilindros con camisa seca y cilindros con camisa húmeda. En éstos últimos se crea una cámara por la que circula el líquido refrigerante (figura 2.2, izquierda) en la holgura formada entre la camisa y el bloque motor, mientras que en los primeros (figura 2.2, derecha) no hay holgura entre la camisa y el pistón y el bloque motor recibe un tratamiento en la superficie de los cilindros para evitar el desgaste por rozamiento.

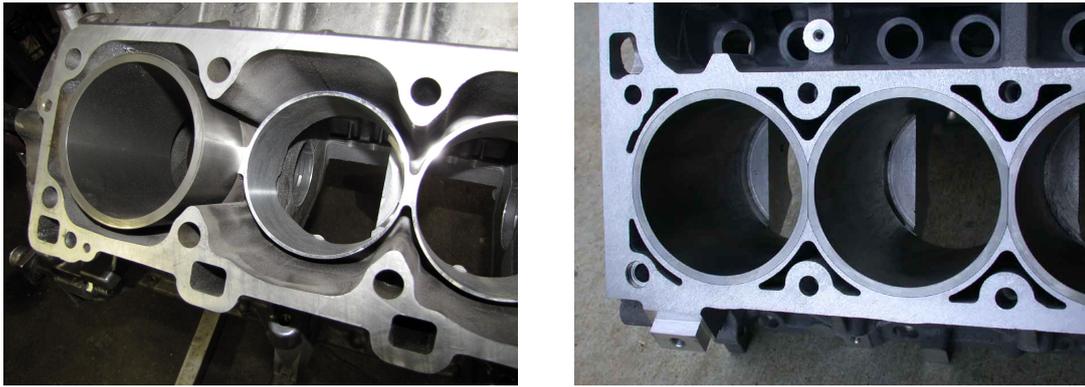


Fig. 2.2: Diferencias constructivas entre la camisa húmeda (izquierda) y la camisa seca (derecha). *Imagen: Custom design performance*

2.1.2 Bancada

La bancada es una pieza donde se han diseñado todos los alojamientos para colocar el cigüeñal (como se indica en la figura 2.3), además de otras como el cárter de aceite o la culata. Debe soportar tanto las cargas estáticas del propio peso del cigüeñal como las fuerzas originadas debido al movimiento rotatorio del mecanismo pistón-biela-manivela, que conlleva unas tensiones concretas. En la bancada también se encuentra una parte de los circuitos de lubricación y refrigeración.

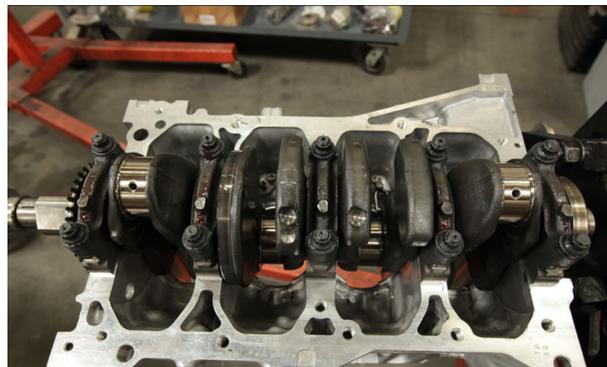


Fig. 2.3: Alojamiento del cigüeñal en la bancada *Imagen: IQ Motor.*

La bancada puede construirse de tal manera que el bloque motor y la bancada sean la misma pieza, o bien que el bloque de cilindros y la bancada estén unidos mediante tornillos.

Al igual que el bloque motor, los materiales de construcción son principalmente hierro fundido y aleaciones de aluminio.

2.1.3 Culata

Es la parte superior del bloque motor. Esta tiene una geometría complicada debido que su función principal es mantener en su sitio elementos como las válvulas, resortes, bujías, además del propio mecanismo pistón-biela-manivela. En la figura 2.4 se puede ver como los distintos elementos mencionados anteriormente se colocan en la culata.



Fig. 2.4: Detalle de la distribución de una bancada en un motor de 8 cilindros en V. *Imagen: hotrod.com*

Además sirve para sellar la parte superior de los cilindros en el MCIA, evitando pérdidas de presión en el interior de la cámara de combustión. Por ello, en su diseño se requiere gran precisión a fin de que cada uno de los componentes mencionados cumpla su función correctamente.

Las culatas son fabricadas teniendo en cuenta los altos niveles de resistencia demandados y facilitando una buena conductividad térmica, de tal manera que se libere calor proveniente de cámara de combustión. Es por ello que se fabrican en fundición gris. Otra solución es la fabricación con aleaciones de aluminio, sin embargo, aunque conduzcan mejor el calor estas últimas resisten peor al desgaste provocado por el rozamiento de los pistones y son más caras. Se tiene en cuenta que componentes como los asientos y guías de válvulas son fabricados en otros materiales distintos a fin de cumplir las diversas exigencias de cada zona de la culata.

La unión de la culata con el bloque motor se realiza mediante una lámina metálica denominada junta de culata.



Fig. 2.5: Junta de culata para un motor de 4 cilindros en línea. *Imagen: ro-des.com*

Esta tiene como principal objetivo asegurar la estanqueidad entre culata y bloque motor. Además facilita también la transferencia de fuerzas entre ambas piezas y así distribuir las tensiones sobre el bloque motor.

Al ser una unión entre el bloque y la culata debe tener los orificios marcados para alojar los cilindros, y orificios también para el alojamiento del circuito de refrigeración, etc (figura 2.6)

La junta de culata se fabrica en materiales con aluminio, cobre o acero; estos tres materiales comparten la alta resistencia mecánica y la correcta disipación del calor generado.

Al contrario que bloque y culata, la lámina debe ser lo suficientemente flexible para poder absorber las deformaciones que se produzcan bien en el bloque o bien en la culata, por muy pequeñas que sean.

2.2 Mecanismo pistón-biela-manivela

Dentro de los distintos elementos constructivos, es en el mecanismo pistón-biela-manivela (figura 2.6) donde recae la función de realizar correctamente el ciclo de trabajo. Principalmente se toman en cuenta las distinciones para el ciclo de trabajo en los motores de encendido por compresión de cuatro tiempos, al ser nuestro campo de estudio. Más adelante se describe cada uno de los componentes que conforma el mecanismo pistón-biela-manivela.



Fig. 2.6: Mecanismo pistón-biela-manivela. *Imagen: motoirun.es*

El ciclo de trabajo, al igual que en el de motores de encendido provocado, se divide en 4 etapas diferentes: etapa de compresión (y admisión), etapa de combustión, etapa de expansión y etapa de escape (y renovación de carga). Estas son explicadas desde el punto de vista del movimiento de los componentes en el mecanismo.

Inicialmente el pistón se encuentra en el punto más alto (denominado punto muerto superior, o “PMS”), donde la biela se encuentra totalmente vertical. En la admisión entra una masa de aire fresco en la cámara de combustión. Debido a esa masa de aire, el pistón se desplaza linealmente haciendo que, mediante la unión pistón-biela-manivela el cigüeñal. Este recorrido del pistón es guiado por los cilindros. Cuando el pistón alcanza el punto más bajo (denominado punto muerto inferior, o PMI) se cierra la válvula de admisión y empieza la etapa de compresión donde se reduce el volumen que queda entre la culata y la cabeza del pistón (haciendo que aumente la presión sobre la cabeza del pistón). En esta etapa el cigüeñal ya ha completado una vuelta.

Cuando de nuevo el pistón vuelve a alcanzar el PMS se produce la inyección de combustible mediante pulverización y, gracias a la elevada presión que se encuentra el fluido dentro de la cámara de combustión desplaza al pistón hacia el PMI. Este fenómeno provoca mayores tensiones que son reflejadas en los elementos del mecanismo. Cuando el pistón llega al PMI de nuevo, el pistón habrá recorrido otra media vuelta más.

En la última fase, se abre la válvula de escape y deja escapar todos los residuos de la combustión para preparar otra admisión y reiniciar el ciclo. Con ello, termina el cigüeñal su 2ª vuelta.

Los elementos que componen este mecanismo pistón-biela-manivela son: el grupo pistón, la biela y el cigüeñal.

2.2.1 El grupo pistón

Cuando se alcanza la mayor compresión de la mezcla, a causa de la reacción entre el combustible pulverizado que se inyecta y la masa de aire fresco comprimido, se libera la energía que hace que el grupo pistón se desplace por el recorrido marcado por los cilindros (realiza un movimiento lineal alternativo). El grupo pistón está formado por el pistón, los segmentos y el bulón.

Su función principal es transmitir los esfuerzos provocados por la combustión al cigüeñal. Además, debe ser capaz de disipar el calor que recibe durante la combustión a las paredes del cilindro. Finalmente tiene que mantener la estanqueidad entre el propio grupo pistón y la cámara de combustión, para que se desaloje todo residuo que hay podido depositarse en cada ciclo y dejar paso a la nueva carga.

Este mecanismo se prepara para trabajar a un rango de presiones y velocidades muy variado. Cada uno de sus componentes demanda una serie de requisitos diferentes unos de otros.

Pistón

El pistón cumple ciertas condiciones de trabajo dadas por el ciclo en concreto. Debe tener alta resistencia a los esfuerzos estáticos (fuerza generada tras la combustión de los gases) y las cargas dinámicas (fuerzas de inercia generadas en el ciclo de trabajo) a altas temperaturas que pueden llegar a los 1300 K. Además evitar la deformación plástica que podría ser causada por dichas temperaturas por lo que es importante que posea bajo coeficiente de dilatación térmica. Debe tener bajo coeficiente de fricción para poder favorecer su deslizamiento por una columna tan estrecha como es el cilindro y evitar el desgaste por el rozamiento con este. A causa de la alta influencia en las fuerzas de inercia (transfiere los esfuerzos directamente al cigüeñal, estáticos y dinámicos) debe poseer masa pequeña.

El pistón se mueve en nuestro mecanismo entre dos posiciones extremas: una superior denominada punto muerto superior (PMS) y otra inferior llamada punto muerto inferior (PMI)

En el pistón se distinguen diversas partes, cada una de las cuales realiza una función distinta. Lo podemos observar en la figura 2.7.



Fig. 2.7: Zonas diferenciadas en el pistón. *Imagen: us.mahle.com*

- En la cabeza se produce directamente la fuerza de los gases de combustión. La geometría de la cabeza puede tomar formas muy variadas dependiendo del tipo de encendido del motor y de la localización de la cámara de combustión. La forma interior de la cabeza del pistón se diseña buscando la mayor resistencia mecánica y una buena disipación del calor.
- Las ranuras labradas en el pistón disipan gran parte del calor a las paredes del cilindro. En estas se colocan los segmentos que aseguran estanqueidad entre los gases de combustión y el aceite.
- El orificio por el cual se introduce el bulón y queda alojado en su interior. Este debe ser totalmente rígido para evitar deformaciones debido a los esfuerzos y las dilataciones por efecto de la temperatura.
- La falda del pistón es la parte que está en contacto con el cilindro, y por tanto es la encargada de guiar el pistón para que realice correctamente su movimiento lineal. Entre el cilindro y la falda debe haber un juego para evitar el gripado del pistón debido a las dilataciones que sufrirá a causa de las altas temperaturas. Sin embargo, este no puede ser muy alto puesto que puede provocarse un cabeceo del pistón. La falda también depende del tipo de encendido del motor, distinguiéndose faldas completas para los MEC. A veces, la falda debe reducirse para que se permita el paso de los contrapesos del cigüeñal cuando el pistón se encuentra en el punto muerto inferior (punto más bajo en el movimiento)

La geometría del pistón puede ser extremadamente variada dependiendo del tipo de motor, las cargas térmicas, la forma de la cámara de combustión, el número de segmentos, la longitud de la falda, etc.

Las soluciones constructivas de los pistones suelen ser de los siguientes materiales:

- Fundición: proporciona elevada resistencia mecánica y la resistencia al trabajo en condiciones de fricción. Su desventaja es el elevado peso, cosa que puede influir neg-

ativamente en el pistón debido al crecimiento de las fuerzas de inercia transmitidas al cigüeñal.

- Acero: posee elevada resistencia mecánica mejorando el peso respecto de la fundición.

Los fabricantes, actualmente, incorporan diversos materiales, optimizando las características mecánicas, la resistencia al desgaste y el ligero peso necesarios para obtener el mayor rendimiento del mecanismo. Aleaciones combinando silicio, que disminuye el coeficiente de dilatación térmica y mejora la resistencia al desgaste; cobre y níquel que mejoran la resistencia térmica y por tanto evita la deformación plástica.

Otra solución muy extendida es utilizar pistones fabricados como partes independientes, usando para la cabeza del pistón acero forjado (debido a la alta resistencia mecánica necesaria) y aleación de aluminio al silicio en la falda.

Segmentos

Se acoplan al pistón en los anillos labrados en el mismo. Sus funciones son la evacuación del calor proveniente del pistón al cilindro para evitar el gripado del componente. Además de ello aseguran la estanqueidad del aceite del cilindro al pistón. Para ello hay dos tipos de segmentos: los segmentos de estanqueidad o compresión y los segmentos rasadores (se llaman así debido a que rascan el aceite de las paredes del cilindro para que no llegue a la cámara de combustión).

Los segmentos suelen estar contruidos con composiciones de carbono, silicio, manganeso y fósforo además de otros metales como cromo, molibdeno, titanio, etc. Sea cual sea la composición debe ser un material homogéneo, puesto que su función es garantizar una presión uniforme sobre las paredes del cilindro para asegurar esa estanqueidad. De cara a aumentar la resistencia al desgaste pueden realizarse tratamientos superficiales como el cromado, que aumenta la dureza superficial del segmento.

Bulón

El último componente que forma parte del grupo pistón es el bulón. Sirve de elemento de unión del pistón con la biela mediante un alojamiento en ambos componentes (véase figura 2.8). Esta es una pieza extremadamente rígida de forma cilíndrica y hueca. Su objetivo principal, por tanto, es facilitar la transmisión de esfuerzos entre los dos componentes.

Los bulones suelen estar contruidos con aceros o bien aleaciones añadiendo cromo y níquel, ambos tipos de aceros son de cementación puesto que poseen mayor resistencia (y por tanto mayor rigidez), además de un bajo desgaste al trabajo por fricción.

Sus dimensiones afectan a la altura del pistón, masa y altura de la biela (esto como se ha visto antes, afecta negativamente a las fuerzas de inercia generadas). A la hora de diseñar el bulón se tiene en cuenta los esfuerzos de flexión y cizalladura en el contacto entre los dos materiales, y la capacidad de resistencia que poseen los materiales elegidos. Al ser un elemento extremadamente importante en la transferencia correcta de esfuerzos, se utilizan técnicas avanzadas de Elementos Finitos para definir el dimensionado final del componente.

Como se puede ver, el diámetro y espesor del componente en MEC (motores de encendido por compresión) son mayores, debido a que las presiones de los gases son mucho

mayores en este tipo de motor.

La solución más extendida en los motores actuales es colocar el bulón flotante en biela y pistón, esto quiere decir que mediante interferencia o tornillo se unen los dos componentes, haciendo posible la transferencia de esfuerzos.

Para evitar el desplazamiento del bulón se coloca en la biela un cojinete de fricción (el cual debe estar convenientemente lubricado), además de un anillo de seguridad que evita desplazamientos axiales. El cojinete suele ser una lámina de acero con una película de cobre. Al calentarse el mecanismo, se ajusta mejor al bulón al tener diferentes coeficientes de dilatación el acero y el cobre, evitando cualquier desplazamiento de este.



Fig. 2.8: Alojamiento del bulón, conexión con pistón y biela. Imagen: cdn2.motorservice.com

Sin embargo, al estar el componente sin sujeción ninguna de forma radial se origina mayor ruido en el funcionamiento en frío. Este problema se va mitigando cuando el sistema se va calentando al poseer distintos coeficientes de dilatación.

2.2.2 Biela

La biela es un componente que tiene como objetivo principal el transmitir los esfuerzos provenientes del pistón a las manivelas del cigüeñal.

Debe ser capaz de aguantar sin desgaste ni excesiva deformación los esfuerzos que se producen sobre ella. Por tanto, se busca el diseño que alcance la máxima rigidez con la mínima masa (disminuyendo así las fuerzas de inercia que afectan al componente). Para ello se utiliza en su construcción aceros al carbono, aceros al cromo-níquel (aumentan la ligereza del mecanismo entero), aleaciones de titanio y aluminio (en especial en el terreno de la competición), etc.

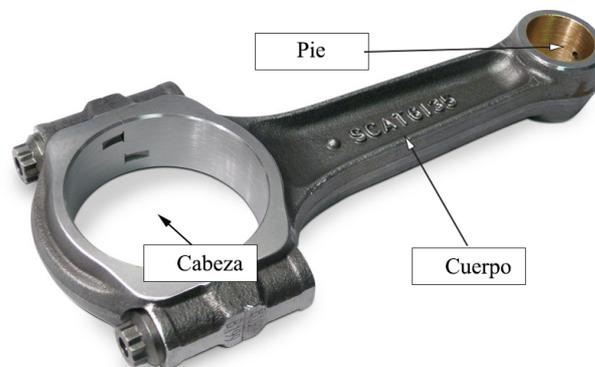


Fig. 2.9: Distribución de la biela. Imagen: gochampion.org

Se divide en tres partes (de la zona superior a la zona más inferior, como se ve en la figura 2.9): pie, cuerpo y cabeza.

- El pie de biela es la zona que une biela y pistón, por medio del bulón. El cojinete de fricción se incorpora en esta parte, para evitar el desplazamiento axial del bulón, junto con el anillo de seguridad. Al poseer el cojinete debe estar esta zona convenientemente lubricada, para ello existen dos soluciones: una a partir de los segmentos rascadores que posibilitan que caiga el aceite por gravedad a través de un orificio en la parte superior del pie de biela y la otra mediante envío de aceite a presión, proveniente de la lubricación del cigüeñal (por un conducto en el interior del cuerpo de la biela).

Las dimensiones del pie de biela afectan a la resistencia mecánica de dicha parte, sobre todo lo que se llama radio de transición que es el que describe la curva que sirve para unir la circunferencia de pie de biela al cuello de la biela. El aumento del radio de transición evita que el cuello de biela actúe como un concentrador de tensiones.

- El cuerpo de biela sirve como zona de transición entre el pie (que conecta con el bulón) y la cabeza (que conecta con el cigüeñal). La biela es un componente que debe poseer gran rigidez con la menor masa posible ya que es afectada por las fuerzas de inercia. Su sección de doble T es escogida debido a la capacidad que tiene esta para evitar pandeo. Este fenómeno puede darse cuando sobre un componente esbelto (longitud mucho más larga que anchura) se aplican elevadas fuerzas de compresión, y como resultado se presenta una gran flexión del componente.

En el diseño de la biela los puntos más críticos son los cambios de sección ya que se pueden producir puntos de concentración de tensiones que pueden llegar a ser fatales en la pieza. Es por eso que la unión con el pie y la cabeza se hacen utilizando los mayores radios de transición posibles.

- La cabeza de biela es la parte inferior del componente, que une la manivela del cigüeñal con la biela. Esta unión es llevada a cabo mediante un cojinete que aguanta las cargas que hace un componente sobre el otro. Las dimensiones que sigue la cabeza de la biela están definidas por la carga que debe (y puede) aguantar dicho cojinete.

La cabeza de biela se construye en dos piezas distintas unidas por tornillos de expansión. Estos están sujetos a cargas de tracción que se producen debido a las fuerzas de inercia transmitidas además de la fuerza centrífuga de la masa de la biela. Al construir la cabeza de biela partida se evita construir el cigüeñal por partes, facilitando el montaje del mismo.

2.2.3 Cigüeñal

El cigüeñal, gracias a la unión con la biela, es el encargado principal de transformar el movimiento alternativo del pistón en un movimiento rotativo que finalmente suministra (con ayuda de los demás mecanismos de pistón-biela-manivela del motor) el par al motor.

La geometría del cigüeñal es definida en las etapas iniciales del diseño del motor. Por ejemplo: cuando se define el diámetro de los cilindros y su separación se está definiendo indirectamente la longitud del cigüeñal. De la misma manera, al definir la carrera que recorrerá el pistón, se está definiendo el radio de la manivela necesario para evitar interferencia entre la falda del pistón y los contrapesos (fenómeno hipotético cuando el pistón se encuentra en el punto muerto inferior). Otros parámetros que son interesantes a la hora de calcular la resistencia del componente son: el diámetro y longitud de las muñequillas, el número de apoyos y la diferencia entre el diámetro de la muñequilla y el diámetro de apoyo (que afecta a la rigidez del componente).

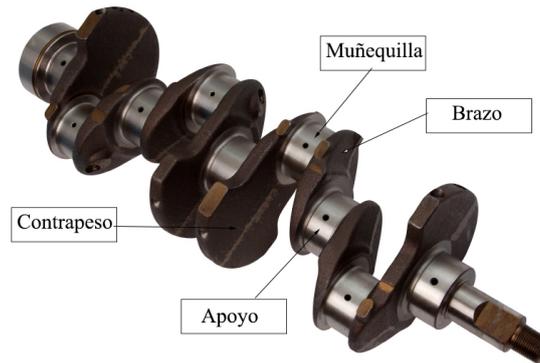


Fig. 2.10: Distribucion del cigüeñal. *Imagen: HT Howard*

El cigüeñal está distribuido en las siguientes partes (figura 2.10):

- **Apoyos:** Es donde se sostiene la estructura del cigüeñal sobre la bancada. El número de apoyos aumenta la rigidez del componente al soportar totalmente la carga; sin embargo encarece el coste global del componente, al requerir el confeccionado de más brazos para unir la estructura global del cigüeñal.
- **Muñequillas:** Son piezas cilíndricas donde se introducen las dos partes de la cabeza de la biela. Es importante que la unión entre muñequilla y apoyo se haga de tal manera que se eviten efectos de concentradores de tensión (mediante un radio de acuerdo). Para reducir también este efecto, una práctica en la industria es realizar un vaciado de las muñequillas, de tal manera que se reduce además la masa rotativa que se necesita equilibrar. Además en el interior de la muñequilla puede circular el aceite que se transporta hasta la biela (en caso de lubricación con aceite a presión), el taladro necesario se debe aplicar en una zona con tensiones relativamente bajas (disminuyendo el efecto del concentrador de tensiones).
- **Brazos:** Unen las diversas muñequillas y apoyos a las distintas secciones del cigüeñal, formando manivelas (una distinta para cada cilindro). De la misma manera que las muñequillas, se pueden adoptar brazos huecos aligerando la estructura completa.
- **Contrapesos:** Se coloca en posición totalmente opuesta a la manivela. Sirven para garantizar el correcto equilibrado del motor. El aumento de contrapesos en el cigüeñal aligera el peso del volante de inercia (sujetado por el apoyo del extremo, en

voladizo), ya que estos mismos actúan como volantes de inercia.

Los materiales con los que se construye el cigüeñal deben estar preparados para crear geometría compleja, por tanto se asocian a los dos tipos de proceso de fabricación: forja y fundición.

Un cigüeñal fabricado por forja suele ser más económico, poseen mejor resistencia a flexión (debido al mejor comportamiento en el proceso de mecanizado de los radios de acuerdo, por ejemplo), poseen mayor ligereza debido a la baja densidad y la posibilidad de construir muñequillas y apoyos vaciados. Por otro lado poseen menor módulo de Young que los fundidos, lo cual los hace menos rígidos y menos resistentes a los esfuerzos mecánicos de torsión. Es por ello que en los MEC se utilizan cigüeñales con materiales de fundición, debido a que las presiones ejercidas por los gases producen unas tensiones mayores que en los MEP.

2.2.4 Cojinetes

Para la unión de todos los elementos del mecanismo biela-pistón-manivela se recurre bien a cojinetes planos o de deslizamiento. Estos tienen buena resistencia a presiones altas y a impactos, además de un fácil montaje en piezas ya de por sí con geometría muy compleja y son de un coste bajo. Sin embargo, la utilización de cojinetes requiere una lubricación debido al nivel de rozamiento tan elevado que se produce.

En el mecanismo pistón-biela-manivela se colocan cojinetes en todas las uniones de componentes: en la articulación del pistón con la biela, en el pie y cabeza de la biela, en los apoyos del cigüeñal a la bancada, etc. El cojinete está definido por su diámetro, longitud y espesor.

Los cojinetes deben garantizar unas propiedades mínimas para ser utilizados en la unión de componentes: gran resistencia mecánica a fatiga, alta resistencia a la deformación plástica (se deforman plásticamente en zonas de presión elevada, sin dejar de adaptarse a la forma del apoyo), resistencia a altas temperaturas y facilidad para disipar el calor generado. Por ello se utilizan acero con capas de cobre y plomo, que unen la resistencia mecánica que ofrece el cobre con las propiedades de resistencia al desgaste que ofrece el plomo. Este material se recubre de una capa fina de metal blanco evitando la tendencia que tiene el plomo a la corrosión.

Introducción al método de elementos finitos (MEF)

3

Contenidos

3.1	Conceptos básicos	17
3.2	Matriz de rigidez de una estructura	18
3.3	Problemas de sólido elástico lineal	19
3.3.1	Relación entre tensión y deformación.	19
3.3.2	Relación entre desplazamientos y deformaciones	20
3.4	Solución de Elementos Finitos. Particularidades	20
3.5	Errores en el MEF	21

3.1 Conceptos básicos

El método de elementos finitos (comúnmente conocido como MEF) tiene gran importancia en los problemas de ingeniería. En este apartado se definen una serie de conceptos básicos para entender su importancia en la resolución de este trabajo, además de nociones de resistencia de materiales esenciales para entender el planteamiento de este documento.

El método de elementos finitos es una técnica utilizada para resolver ecuaciones diferenciales en derivadas parciales dentro de un dominio real. Su funcionamiento se basa en la subdivisión del dominio en elementos (triángulos o cuadriláteros, en el caso de problemas 2D) de tal manera que la unión de todos los elementos formen el dominio del problema. Estos elementos están unidos por nodos (figura 3.1). La solución dentro de cada elemento está constituida por unas funciones polinómicas definidas a priori, denominadas funciones de forma, cuyos coeficientes se obtienen a partir de los valores nodales. Con esto se consigue pasar de un sistema de ecuaciones en derivadas parciales inicial a un problema algebraico en el que las incógnitas son el valor de la solución en los nodos. A partir de este y con ayuda de las funciones de forma se obtiene la solución en cualquier punto del dominio.

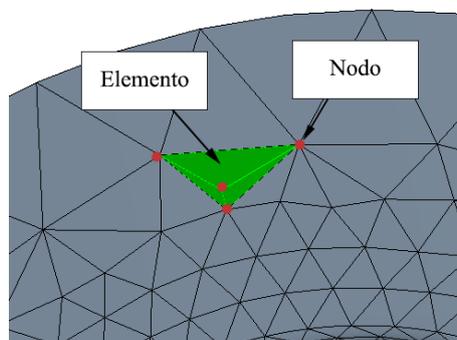


Fig. 3.1: Esquema de un dominio en MEF

En general el método de elementos finitos puede ser útil para todo problema que no tenga una solución analítica sencilla. De esta manera mediante la aplicación de esta técnica se obtiene una solución aproximada (existe un margen de error) tanto para problemas sencillos como la tensión causada por la aplicación de una fuerza sobre una superficie, como problemas complejos como la interacción de un fluido que se encuentra en el interior de una estructura.

En la figura 3.2 se puede visualizar un objeto real, como por ejemplo la biela de un automóvil, y como es su representación por elementos finitos.

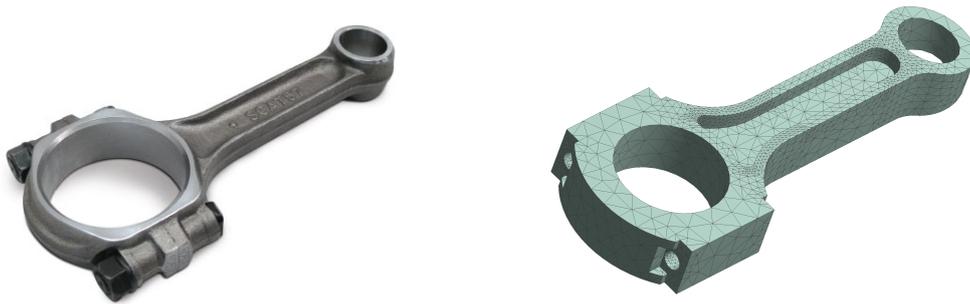


Fig. 3.2: Representación en elementos finitos de la biela de un automóvil. *Imagen: scatcrankshafts.com*

3.2 Matriz de rigidez de una estructura

Grados de libertad

Al dividir el sistema original en subdominios se permite que cada nodo, salvo que se aplique una restricción concreta, se pueda mover en el espacio. Las direcciones en las que puede moverse un nodo definen los grados de libertad de este. Cada nodo, por defecto, posee 3 grados de libertad (siempre que se hable de problemas 3D). El aporte individual de cada nodo define el número de grados de libertad de la estructura. Es decir, el número de grados de libertad de una estructura será tres veces el número de nodos que la formen.

En una estructura se observan dos tipos de grados de libertad: los que tienen algún tipo de restricción y los que tienen desplazamiento libre. Esto quiere decir que se puede imponer una condición para que una serie de nodos del sistema se desplacen de una manera determinada, o en una dirección definida. Como resultado de estas restricciones se pueden obtener los desplazamientos que ocurren en los grados de libertad de desplazamiento libre.

Los desplazamientos son considerados una condición esencial en el método de los elementos finitos porque para poder obtenerse una solución de elementos finitos es necesario tener como mínimo restringidos los movimientos de sólido rígido (6 para un problema 3D: 3 desplazamientos, y 3 rotaciones).

Para obtener el campo de desplazamientos es necesario relacionar la fuerza aplicada con el campo de desplazamientos como incógnita. Para ello se utiliza el concepto de matriz de rigidez de la estructura.

Matriz de rigidez

La matriz de rigidez define las propiedades mecánicas de una estructura, además de explicar como se mueve esta. Es decir, relaciona las fuerzas aplicadas en esta con el desplazamiento que ocurre en los nodos como resultado. Para el número total de elementos de la estructura se define de la siguiente manera:

$$[K]\{U\} = \{F\} \quad (3.1)$$

siendo K la matriz de rigidez del elemento y u los desplazamientos nodales y F las fuerzas nodales.

Para realizar el ensamblado de la matriz de rigidez se toma la aportación de cada elemento por individual, dejando los GDL's no afectados como ceros, para así mantener las dimensiones de la matriz de rigidez de la estructura. Esta debe tener N filas y N columnas, donde N es el número de grados de libertad de la estructura.

Al ensamblar la matriz de rigidez se tiene como única incógnita los desplazamientos libres que ocurren en la estructura.

3.3 Problemas de sólido elástico lineal

Se conocen dos tipos de sólidos, los sólidos rígidos y los sólidos elásticos. El cuerpo rígido es aquel que independientemente de la condición de contorno que se aplique no cambia su geometría original. El cuerpo elástico es el que puede cambiar su geometría respecto de la original.

En un cuerpo elástico actúan fuerzas. Estas, dependiendo de la forma de aplicarse, pueden dividirse en: volumétricas, superficiales y puntuales. Las volumétricas son aquellas que actúan en una unidad de volumen determinada (por ejemplo, las que son debidas a la aceleración centrífuga en un cuerpo o la misma gravedad terrestre), las superficiales actúan en una unidad de superficie (puede ser una presión determinada), las puntuales son un caso particular de fuerzas superficiales aplicadas a una superficie muy pequeña.

Los problemas de elementos finitos aplicados en el área de cálculo de estructuras en un espacio tridimensional son definidos por las siguientes relaciones:

- Relación entre tensión y deformación.
- Relación entre deformación y desplazamiento.
- Ecuaciones de equilibrio

3.3.1 Relación entre tensión y deformación.

Considerando tensión y deformaciones iniciales la ley de Hooke para el caso tridimensional se puede expresar como:

$$\sigma = D(\varepsilon - \varepsilon_0) + \sigma_0 \quad (3.2)$$

donde D representa la matriz que relaciona las tensiones con las deformaciones, $(\varepsilon - \varepsilon_0)$ la deformación del sólido respecto de su longitud original y σ_0 la tensión inicial a la que está sujeto el sistema.

3.3.2 Relación entre desplazamientos y deformaciones

Permite calcular las deformaciones a partir del campo de desplazamientos. Para el caso 2D se muestran en las siguientes ecuaciones:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (3.3)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (3.4)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (3.5)$$

De esta manera las deformaciones (comúnmente denominadas *strains* en los programas de elementos finitos) son las derivadas de los desplazamientos.

En elementos finitos el campo de desplazamientos se relaciona con el campo de deformaciones mediante un operador matricial denominado L , que contiene las ecuaciones 3.3, 3.4 3.5 representadas en forma matricial y extendido a problemas 3-D.

El campo de desplazamientos obtenido de la solución de elementos finitos es el equivalente a las deformaciones producidas en cada uno de los nodos del dominio real.

3.4 Solución de Elementos Finitos. Particularidades

La solución obtenida por elementos finitos se ha descrito anteriormente que no es una solución exacta, sino aproximada. Además de ello tiene unas características determinadas.

Continuidad de desplazamientos

El campo de desplazamientos obtenido es continuo a lo largo de los contornos entre elementos. En cambio el campo de tensiones es discontinuo entre elementos. No obstante a medida que se refina la malla dicho campo de tensiones tiende a ser continuo.

Los programas de elementos finitos como ANSYS tienen mecanismos para, en caso de detectar deformaciones excesivas entre elementos, no generar una solución.

Equilibrio en nodos y en contornos entre elementos

El campo de tensiones que proporciona la solución de elementos finitos es discontinuo, ya que las tensiones son la primera derivada de los desplazamientos (siendo estos de continuidad C^0 , es decir, solo se satisface la continuidad en los desplazamientos). Para obtener una solución más realista del campo de tensiones se utiliza un procedimiento llamado “alisado de tensiones”. Este consiste en medir el valor promedio de tensiones en un nodo que es compartido por diversos elementos. En la figura 3.3 se muestra una solución representada mediante el método de elementos finitos y la misma solución tras aplicarle el “alisado de tensiones”.

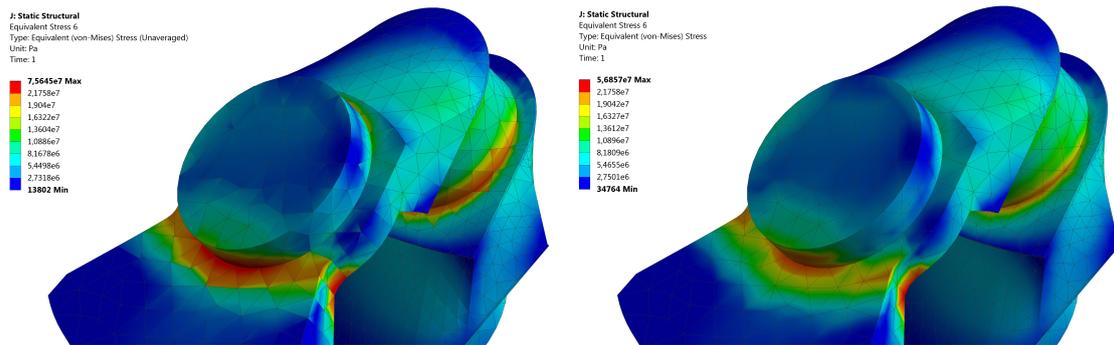


Fig. 3.3: Representación de una solución directa por elementos finitos (valores no-promediados, a la izquierda) y tras aplicar alisado de nodos (valores promediados, a la derecha)

Una solución de elementos finitos reduce al mínimo su error de discretización a medida que la diferencia entre el valor de tensión de elementos finitos y el valor de tensión obtenido según el alisado de nodos es la mínima.

3.5 Errores en el MEF

Es posible que, a la hora de obtener la solución de MEF se vea que los resultados obtenidos no son cercanos a lo que se puede esperar en primer lugar, sobre todo en caso de modelos simples compuestos de elementos barra y poco más. Existen principalmente dos errores que se deben conocer o como mínimo asumir su existencia:

Errores de modelado

Son aquellos que se cometen en el proceso de pasar del modelo físico al modelo matemático. En este paso se intentan plantear hipótesis de cara a simplificar las condiciones para resolver el problema, y es posible que no se estén ajustando bien las características de un material (módulo elástico incorrecto, límites de fluencia y tracción irreales, etc), la aplicación de cargas (incorrecta localización de fuerzas, valor incorrecto, etc), estados o condiciones del material inesperadas (plasticidad, concentradores de tensión, etc). Son por tanto cometidos por el ingeniero cuando se está definiendo el modelo.

Otro caso de aplicación de errores de modelado sería la simplificación excesiva de la geometría del modelo. Esto se debe a que cuando se transforma el sistema real a un

modelo CAD y sobre todo en el caso de modelado de superficies curvas puede aplicarse cambios de sección que en la realidad no existen.

Esto ocurre en la representación de la manivela del cigüeñal donde existen superficies con un tamaño reducido y la interfaz entre la superficie horizontal y la superficie vertical no deja lugar a la aplicación de chaflanes para evitar la concentración de tensiones. Si se observa la construcción de un cigüeñal, en la figura 3.4, se ve como se ha podido aplicar chaflanes en las superficies del contrapeso en el cigüeñal; sin embargo, en la representación simplificada de la manivela, al ser una superficie de tamaño tan reducido no se permite añadir más elementos.



Fig. 3.4: Simplificación del cigüeñal a una manivela en un motor monocilíndrico *Imagen: partsworldperformance.com*

Errores de discretización

Son causados por la discretización de un sólido a un sistema de un número de grados de libertad finito.

Los errores de discretización se pueden clasificar a su vez en errores con efecto local y errores de polución. Los errores con efecto local aparecen debido al tamaño del elemento en la malla. Este error tiende a 0 a medida que se aumenta el número de elementos en el modelo.

Por otro lado, los errores de polución son errores que debido a una mala discretización de la malla en otra área distinta contaminan los resultados de los elementos adyacentes. Si se realiza un procedimiento adaptativo de refinamiento de la malla se puede reducir significativamente este tipo de errores.

En la obtención de una solución por elementos finitos se debe aprender a tratar el software como una herramienta externa, y razonar siempre de antemano qué va a ocurrir en tu modelo. Esto quiere decir que se deben plantear unas hipótesis principales y si en el momento de la obtención de resultados estas no se cumplen debe estudiarse el por qué no o directamente reformular la hipótesis inicial.

Desarrollo del modelo de elementos finitos

4

Contenidos

4.1 ANSYS y ANSYS Workbench	23
4.2 Pre-procesado de modelo	26
4.2.1 Asignación de materiales	26
4.2.2 Geometría	26
4.3 Análisis del problema	27
4.3.1 Metodología utilizada para resolución	27
4.3.2 Parámetros geométricos utilizados en el caso de estudio	28
4.3.3 Cinemática del mecanismo pistón-biela-manivela	30
4.3.4 Dinámica del mecanismo pistón-biela-manivela	33
4.4 Análisis de sólido rígido. <i>Rigid Dynamics</i>	35
4.4.1 Planteamiento del modelo	35
4.4.2 Condiciones de contorno	37
4.4.3 Obtención y análisis de resultados	39
4.5 Análisis de sólido elástico (<i>Static Structural</i>)	42
4.5.1 Planteamiento de modelos	42
4.5.2 Malla de elementos finitos	43
4.5.3 Condiciones de contorno	44

4.1 ANSYS y ANSYS Workbench

ANSYS es uno de los softwares (junto con Abaqus FEA) estándares en la industria para realizar análisis por elementos finitos. Consta de varias herramientas entre las que destaca ANSYS Mechanical APDL y Ansys Workbench. Estos son ampliamente utilizados en la industria del automóvil, aeroespacial, civil, etc. En estos programas se puede resolver problemas relacionados con electricidad, respuesta armónica, difusión térmica, dinámica de sistemas, etc. En general y en este caso, predominan los problemas de cálculo estructural.

Existen dos clases de interfaces al trabajar con ANSYS. Por un lado ANSYS APDL. Esta interfaz suele ser considerada como menos amigable para el usuario medio, porque cada operación que se realice (desde asignar un material a un elemento a refinar la malla) necesita actualizar lo visualizado en pantalla. No posee editor de geometría interno y su compatibilidad con programas CAD es mala a nivel de no poder importar ensamblajes completos con sus localizaciones originales, necesitando un pre-procesado de la geometría antes de crear el ensamblaje de componentes (todos los componentes son colocados en el origen de coordenadas global). Requiere también entender el lenguaje de comandos que utiliza ANSYS y así acceder a las herramientas que posee, puesto que las más avanzadas no se encuentran en ninguna interfaz sino en una guía de lenguaje de programación).

No todo son desventajas ya que, la potencia del cálculo paramétrico, proporciona un control absoluto sobre cualquier parámetro que se quiera utilizar en el modelo (aplicar una condición de contorno a unos nodos en concreto, resultados para cada elemento, etc). También, gracias a estos parámetros se pueden crear macros para obtener resultados específicos, como la tensión en una lámina en un material compuesto, etc.

Por otro lado existe ANSYS Workbench (figura 4.1), sobre el cual se desarrolla este proyecto. Comprende una serie de módulos gracias a los cuales se diferencian totalmente las herramientas posibles en cada análisis. Además posee mejor compatibilidad con los programas CAD a la hora de poder importar ensamblajes enteros. Posee reconocimiento de superficies que ayuda a que la definición de una condición de contorno cualquiera sea sencilla y por tanto la simulación de mecanismos. Sin embargo, si no se recurre a comandos adicionales, ANSYS Workbench no alcanza el nivel de precisión que posee ANSYS APDL en el tratamiento de nodos, elementos, etc.

Independientemente de las acciones que se realizan en el modelo, bien sea en ANSYS APDL o en ANSYS Workbench, no son más que una interfaz de comandos que mandan una orden solver de ANSYS (módulo que se encarga de obtener las soluciones a las ordenes enviadas). Esto quiere decir que realmente se tienen las mismas posibilidades de trabajo en ANSYS APDL como en ANSYS Workbench.

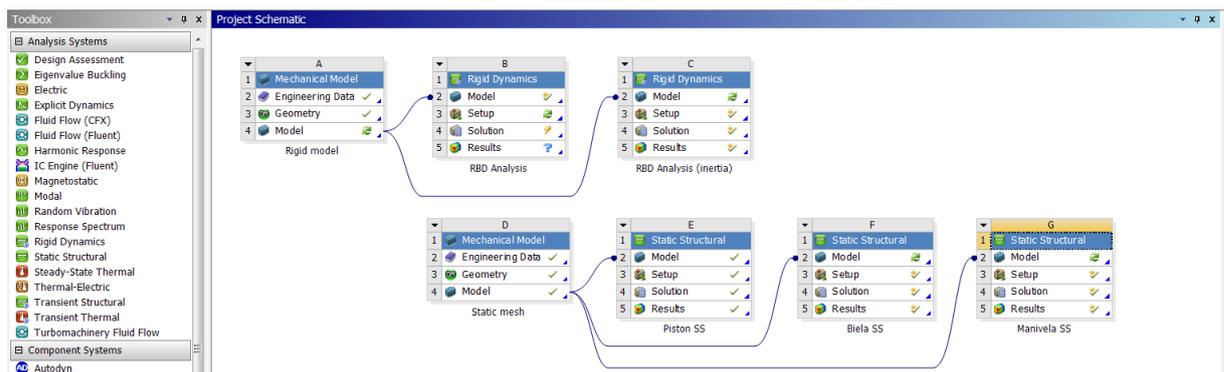


Fig. 4.1: Interfaz de ANSYS Workbench.

En este proyecto se utiliza dos tipos de análisis en concreto: Rigid Dynamics (dinámica del sólido rígido) y Static structural (análisis estático)

- Rigid Dynamics: Este tipo de análisis se utiliza para el cálculo de la respuesta dinámica de un mecanismo unido por *joints* (o pares de movimiento). Con este se obtienen las reacciones entre componentes.
- Static structural: Este tipo de análisis se utiliza para el cálculo de tensiones y deformaciones en modelos en los que los efectos de amortiguamiento no son relevantes. Se asume que las condiciones de carga y respuesta son estables, presentando variaciones lentas en el tiempo de la carga aplicada. En este tipo de análisis si se permite, sin embargo, representar una velocidad o aceleración angulares (ya que también pueden extraerse del análisis de sólido rígido e importarse como cargas). Con este análisis se aplican las cargas en el mecanismo para obtener las tensiones y deformaciones en los puntos de interés.

La mayoría de las herramientas de análisis por elementos finitos dividen sus análisis en pre-procesado, un proceso y un post-procesado. En el caso de Ansys Workbench sigue manteniéndose este esquema general pero se distribuye de manera diferente. Para todo análisis creado con ANSYS Workbench se crean los apartados que se visualizan en la figura 4.2

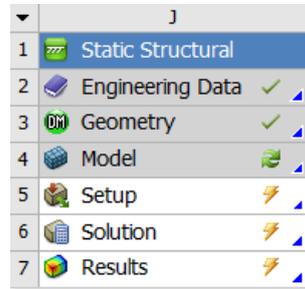


Fig. 4.2: Apariencia de un módulo de análisis en Ansys Workbench

Engineering Data es el primer módulo que se define al crear un modelo de elementos finitos en ANSYS Workbench, y es una de las dos partes importantes en el pre-procesado. En este se recopilan todos los datos de características de un material. Se recopila información de la densidad del material, los coeficientes de difusión térmica, el módulo de Young, coeficiente de Poisson, etc. También se guardan los datos resistentes del material como puede ser el límite de fluencia o límite de rotura.

Estos datos posteriormente se utilizan para asignarle las propiedades correspondientes a cada uno de los componentes. De esta forma se posibilita el cálculo de tensiones, deformaciones, cálculos a fatiga, etc.

La personalización en este módulo permite llegar a definir aspectos como la plasticidad de un material, parámetros de vida útil, etc. En este modelo principalmente se destaca el comportamiento lineal de los materiales por lo que se centra en utilizar parámetros como la densidad (ρ), el módulo de Young (E), la tensión de fluencia (S_y), etc.

La otra parte del pre-procesado consiste en crear el modelo geométrico del problema en el apartado *Geometry*. Para ello ANSYS ofrece dos alternativas: bien se puede importar el sistema de cualquier programa de CAD en alguno de los formatos estándar, o bien utilizar el editor de geometría de ANSYS.

El apartado *Model* engloba todos los pasos necesarios para pasar del modelo geométrico del CAD al modelo matemático que se utiliza para resolver el análisis por elementos finitos. De esta manera, comprende la creación de la malla y por tanto del modelo (asignando las propiedades del material definidas en el pre-procesado), la creación de condiciones de contorno y restricciones necesarias y los ajustes del análisis en concreto que se vaya a realizar.

Finalmente los apartados *Solution* y *Results* permiten escoger las variables que se muestran en pantalla y generar distintas figuras representativas.

4.2 Pre-procesado de modelo

4.2.1 Asignación de materiales

A continuación se resumen en la (figura 4.3) las características asignadas a cada uno de los componentes del modelo, en base a los materiales estándar comentados a lo largo del capítulo 2.

Fig. 4.3: Propiedades principales de materiales importados en Ansys

	Material	ρ <i>Kg * m³</i>	E MPa (<i>10⁶Pa</i>)	S_y MPa (<i>10⁶Pa</i>)	S_u MPa (<i>10⁶Pa</i>)
Pistón	Aleación de aluminio	2700	$7,10E + 10$	$2,80E + 08$	$3,10E + 08$
Bulón	Acero inoxidable	7750	$1,93E + 11$	$2,07E + 08$	$5,86E + 08$
Biela	Acero de fundición	7850	$2,00E + 11$	$5,50E + 08$	$9,00E + 08$
Manivela	Acero de fundición	7850	$1,80E + 11$	$4,20E + 08$	$7,00E + 08$

Las propiedades anteriores son esenciales para estudiar el comportamiento de un cuerpo frente a esfuerzos.

En primer lugar está la densidad del cuerpo (ρ), conceptualmente es la relación entre la masa y el volumen de un cuerpo.

El módulo de Young o módulo elástico (E) que relaciona la tensión aplicada en un cuerpo y la deformación que produce dicho esfuerzo (siempre y cuando se hable de un problema elástico lineal); la tensión de fluencia (S_y) nos da la cantidad de tensión que puede soportar el cuerpo antes de sobrepasar los límites elásticos del material.

Finalmente, la tensión a rotura (S_u) es el valor máximo de tensión que el cuerpo puede soportar antes de que se produzca su fractura. Sin embargo esta última propiedad no debería necesitarse en vista de que se espera un comportamiento lineal además de trabajar en intervalos de tensiones muy lejanos de producirse rotura.

Al ser un mecanismo sometido a un movimiento lineal alternativo durante una serie de ciclos, existe el comportamiento a fatiga. No obstante, en este modelo solo se ha considerado el comportamiento durante un ciclo normal de trabajo y el comportamiento a fatiga queda para futuros trabajos para evaluar su efecto en la resistencia del mecanismo.

4.2.2 Geometría

Si se selecciona el importar geometría de otro programa de CAD se recomienda utilizar `x_t` antes que `.STEP` o `.IGS`, se ha comprobado que al importar un modelo en `.IGS` se genera un mayor número de vértices que cuando se importa en `.x_t`. Este fenómeno equivale a mayor coste computacional en términos de cálculo.

ANSYS también posee un editor de geometría bastante avanzado donde poder cruzar modelos para análisis 2D y 3D y operaciones como revolución o chaflán, propias de cualquier programa de CAD.

Fig. 4.4: Diferencias en la importación de una pieza .IGS a una .x_t

	IGS	.x.t
Faces	207	175
Edges	539	422
Vertices	351	251

En el caso de estudio se ha importado la geometría de un mecanismo pistón-biela-manivela estándar (figura 4.5 desde Solidworks en formato `x_t` (debido a la problemática comentada anteriormente). Se ha generado un modelo formado por cuatro cuerpos: pistón, bulón, biela y manivela.

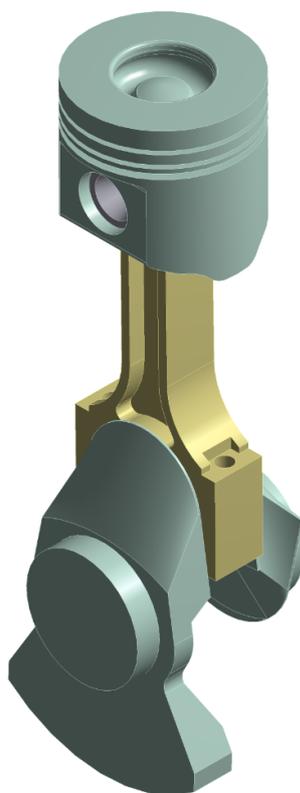


Fig. 4.5: Representación CAD del mecanismo pistón-biela-manivela

4.3 Análisis del problema

4.3.1 Metodología utilizada para resolución

El problema a resolver consta de dos fases: un análisis de sólido rígido (resuelto a través del módulo *Rigid Dynamics* y un análisis de sólido flexible (a través de *Static Structural*).

Análisis de sólido rígido

A partir del ensamblaje completo del mecanismo en su posición inicial ($\alpha = 0^\circ$) se aplican las dos condiciones de contorno del problema: la presión en la cabeza del pistón (variable a medida que avanza el ángulo del cigüeñal) y una velocidad angular constante

en el cigüeñal de 3500 rpm.

Resolviendo este primer análisis se obtiene la evolución instantánea de las reacciones producidas entre componentes para un ciclo de trabajo normal. Estas son debidas a dos factores: la presión ejercida y las fuerzas de inercia (tanto las del movimiento alternativo como las del movimiento rotativo).

Uno de los objetivos a cubrir era categorizar también el efecto de las fuerzas de inercia sobre el mecanismo. Para ello se plantea otro análisis de sólido rígido de la misma manera que el primero, es decir ensamblando el sistema completo en su posición inicial. La única diferencia es que en este caso solo se aplica la velocidad angular constante en el extremo de la manivela. Las fuerzas de inercia en el sistema vendrían impuestas por la naturaleza del movimiento y por la condición de contorno de velocidad angular constante aplicada en la manivela.

Por lo tanto se obtienen los resultados de dos análisis distintos de sólido rígido:

- Uno que representa las condiciones de un ciclo de trabajo normal.
- Otro que representa unicamente el efecto de las fuerzas de inercia sobre el mecanismo.

ANSYS permite exportar las cargas producidas para cada ángulo de giro del cigüeñal. Estas son las reacciones que se producen en las áreas de contacto entre componentes y son las condiciones de contorno utilizadas en los distintos análisis de sólido flexible.

Análisis de sólido flexible

Las cargas obtenidas de los análisis de sólido rígido al ser reacciones solo pueden ser aplicadas en un componente por individual y para un ángulo de giro concreto. Esto quiere decir que para cada ángulo de giro del cigüeñal se tienen valores diferentes de reacciones, extraídas del análisis de sólido rígido, que simulan los esfuerzos provocados sobre dicho componente para un ángulo de giro α .

Los resultados de este tipo de análisis se centran principalmente en la obtención de las deformaciones en un ángulo α debido tanto a esfuerzos combinados (presión e inercia) como al efecto de las fuerzas de inercia en solitario. Al ser las tensiones una variable derivada del campo de desplazamientos obtenido estas se analizan para así tener un conocimiento general de qué efecto tienen estos esfuerzos sobre la resistencia del componente.

Todos los análisis descritos en este apartado son realizados para pistón y biela considerando que el bulón no se deforma en comparación con el resto de componentes del análisis. La manivela es analizada de la misma manera, sin embargo por disponibilidad de tiempo se ha decidido suprimir del estudio puesto que es el elemento más robusto de todo el mecanismo, y en comparación con las deformaciones ocurridas en el resto del mecanismo esta no se deforma.

4.3.2 Parámetros geométricos utilizados en el caso de estudio

Se resuelve en primer lugar los parámetros geométricos básicos para realizar los posteriores análisis cinemáticos y dinámicos a partir de los datos obtenidos de un MEC que gira con una velocidad normal de régimen de 3500 rpm, con un grado de carga del 100%.

Diámetro del cilindro y sección del pistón: Tanto para el diámetro del cilindro (representado por la letra D como para la sección del pistón se toma el diámetro de pistón, este se obtiene a partir del modelo CAD.

El área del pistón es representada como la sección de un círculo sin tener en cuenta la corona interior.

$$A_P = \pi \frac{D^2}{4} \quad (4.1)$$

Longitud de la manivela: Se obtiene del modelo CAD. Es uno de los parámetros necesarios para determinar la relación entre la longitud de la manivela y la longitud de la biela, necesarios en el cálculo del análisis cinemático. Esta es representada por la letra l .

Longitud de la biela: Es obtenida a partir del modelo CAD. Se intenta que la distancia entre los centros sea la mínima para disminuir la altura del motor y la criticalidad de los esfuerzos que se producen en el cuerpo de esta, no obstante debe evitarse la interferencia en el PMI de la falda con el extremo del contrapeso como se puede observar en la figura 4.6.

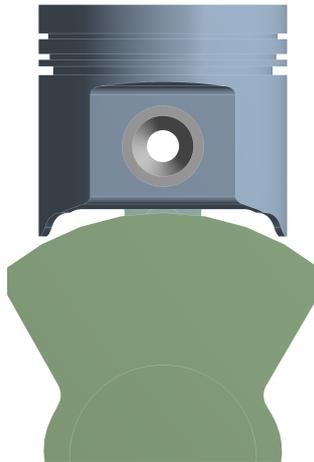


Fig. 4.6: Posición del mecanismo para $\alpha = 180^\circ$

La longitud de la biela es representada mediante la letra L . La longitud de la biela tiene que cumplir la siguiente condición:

$$\lambda = \frac{l}{L} < \frac{1}{2} \quad (4.2)$$

Carrera del pistón: Se llama así a la distancia entre el PMS y el PMI, y por tanto la distancia que recorre el pistón. Es representada mediante la letra S , y corresponde a dos veces la longitud de la manivela del cigüeñal.

$$S = 2l \quad (4.3)$$

Cilindrada unitaria: Se denomina así al volumen que desplazado por el pistón desde el PMS al PMI. Se representa como V_D .

$$V_D = A_p S \quad (4.4)$$

Los parámetros geométricos más importantes del motor son representados en la figura 4.7:

Nombre	Símbolo	Valor	Unidad
Carrera	S	0,094	m
Cilindrada unitaria	V_D	5,33E-04	m^3
Velocidad de régimen	w	3500	rpm
Diámetro del pistón	D	0,085	m
Longitud de manivela	l	0,047	
Longitud de biela	L	0,155	m

Fig. 4.7: Parámetros geométricos del caso de estudio

4.3.3 Cinemática del mecanismo pistón-biela-manivela

Para plantear las fuerzas que se transfieren entre los componentes primero se estudia el análisis cinemático del mecanismo. Con este se determina las posiciones, velocidades y aceleraciones de distintos puntos de interés en el mecanismo. Se estudian estas variables para el extremo de la muñequilla (unión de cigüeñal con biela) representado por el punto A, centro de masas de la biela (punto G) y la unión de la biela por el pie de la misma con el grupo pistón.

Aunque en ocasiones hay un pequeño descentramiento entre el eje del pistón y el principal del mecanismo este no se incorpora en los cálculos a fin de simplificar lo máximo posible las ecuaciones. Esta distancia de descentramiento suele ser aproximadamente un 1% del diámetro del pistón. Se utiliza para prevenir el choque del pistón contra el cilindro (fenómeno conocido como piston slap). Otra simplificación que se realiza es, de la misma manera que en el modelo que se realiza por elementos finitos, la velocidad angular en el cigüeñal se considera constante e igual a la velocidad de régimen del motor. Con estas simplificaciones, el ciclo se desarrolla de la siguiente manera:

A medida que la manivela gira un ángulo α , el punto B se desplaza desde el PMS al PMI, haciendo que la biela gire un ángulo β respecto de la vertical. Los dos ángulos se relacionan mediante la siguiente igualdad:

$$R \sin \alpha = L \sin \beta \quad (4.5)$$

De esta forma, al ser el ángulo α conocido en todo momento, se halla la relación entre ambos ángulos.

$$\arcsin \beta = \frac{R}{L} \sin \alpha \quad (4.6)$$

Para obtener las aceleraciones del mecanismo se deriva la expresión (1) dos veces, obteniéndose las siguientes expresiones:

$$R \frac{d\alpha}{dt} \cos \alpha = L \frac{d\beta}{dt} \cos \beta \quad (4.7)$$

$$R \frac{d^2\alpha}{dt^2} \cos \alpha - R \left(\frac{d\alpha}{dt} \right)^2 \sin \alpha = L \frac{d^2\beta}{dt^2} \cos \beta - L \left(\frac{d\beta}{dt} \right)^2 \sin \beta \quad (4.8)$$

Si se plantea la velocidad angular en el cigüeñal como constante:

$$\frac{d\alpha}{dt} = \omega \longrightarrow \frac{d^2\alpha}{dt^2} = 0 \quad (4.9)$$

Se obtienen así los valores de velocidad y aceleración angulares de la biela:

$$\frac{d\beta}{dt} = \frac{R\cos\alpha}{L\cos\beta}\omega \quad (4.10)$$

$$\frac{d^2\beta}{dt^2} = \left[\left(\frac{d\beta}{dt} \right)^2 - \omega^2 \right] \tan\beta \quad (4.11)$$

Cinemática de la muñequilla-cabeza de biela (punto A)

La trayectoria de la muñequilla es definida por un círculo que tiene como centro el punto de apoyo del mecanismo (centro del apoyo del cigüeñal) y de radio, la longitud desde el punto de apoyo al centro del extremo de la muñequilla (zona de conexión entre cigüeñal y biela). De esta forma, se identifica la posición, velocidad y aceleración del punto A:

$$x_A = -R\sin\alpha; \quad y_A = R\cos\alpha \quad (4.12)$$

$$v_{xA} = -R\omega\cos\alpha; \quad v_{yA} = -R\omega\sin\alpha \quad (4.13)$$

$$a_{xA} = R\omega^2\sin\alpha; \quad a_{yA} = -R\omega^2\cos\alpha \quad (4.14)$$

Cinemática del centro de masas de la biela (punto G)

El centro de masas se encuentra a una longitud del punto B denominada L_G . La trayectoria de este punto es definida por un movimiento de traslación, debido al movimiento lineal del pistón y otro de rotación, causado por el giro alrededor del bulón. De esta forma, la posición, velocidad y aceleración de dicho punto son los siguientes:

$$x_G = -L_G\sin\beta; \quad y_G = R\cos\alpha + L - L_G\cos\beta \quad (4.15)$$

$$v_{xG} = -L_G\frac{R}{L}\omega\cos\alpha; \quad v_{yG} = -R\omega\sin\alpha \left(1 + \frac{L - L_G}{L} \frac{\tan\beta}{\tan\alpha} \right) \quad (4.16)$$

$$a_{xG} = L_G\frac{R}{L}\omega^2\sin\alpha; \quad a_{yG} = -R\omega^2 \left[\cos\alpha + \frac{L - L_G}{L} \left(\frac{R\cos^2\alpha}{L\cos^3\beta} - \sin\alpha\tan\beta \right) \right] \quad (4.17)$$

Cinemática de pistón-pie de biela (punto B)

El pistón solo se mueve en dirección Y, por lo que no habrá desplazamientos en el eje X. La posición, velocidad y aceleración son las siguientes:

$$x_B = 0; \quad y_B = R\cos\alpha + L\cos\beta \quad (4.18)$$

$$v_{xB} = 0; \quad v_{yB} = -R\omega \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos\beta} \quad (4.19)$$

$$a_{xB} = 0; \quad a_{yB} = -R\omega^2 \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\cos\beta} + \frac{R\cos^2\alpha}{L\cos^3\beta} \quad (4.20)$$

Los datos anteriores se representan en las tablas 8.1, 8.2, 8.3 del Anexo B. En estas se plantea el análisis cinemático para un motor girando a 3500 rpm como velocidad de régimen.

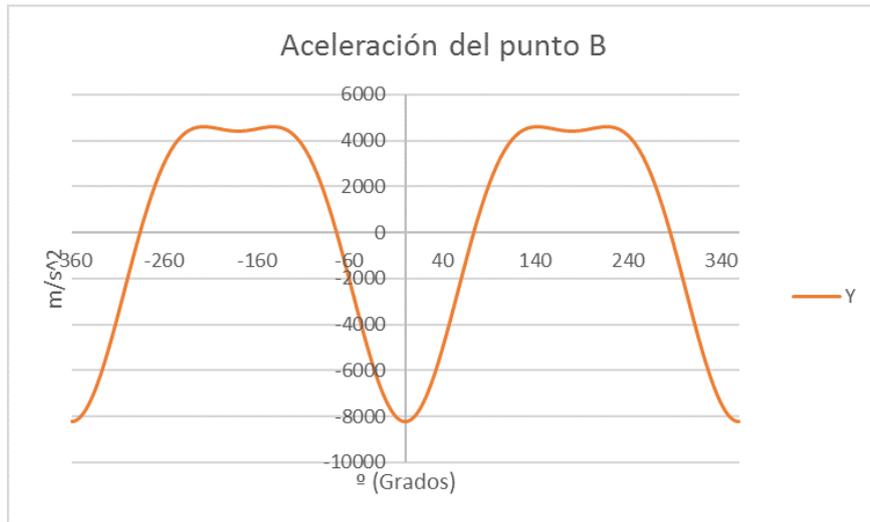


Fig. 4.8: Aceleración del pistón respecto del ángulo del cigüeñal.

En la figura 4.8 se puede ver como la aceleración máxima del pistón se produce en el PMS ($\alpha = 0^\circ$). El valor es mayor que si se desplaza desde el PMS al PMI. Cuando se desplaza hacia el PMS, el mecanismo lleva la propia velocidad de la expansión más la adquirida debido a las fuerzas inerciales del movimiento. Por ello, el mecanismo gana más velocidad cuando se aproxima al PMI, fenómeno que se visualiza en la figura 4.9

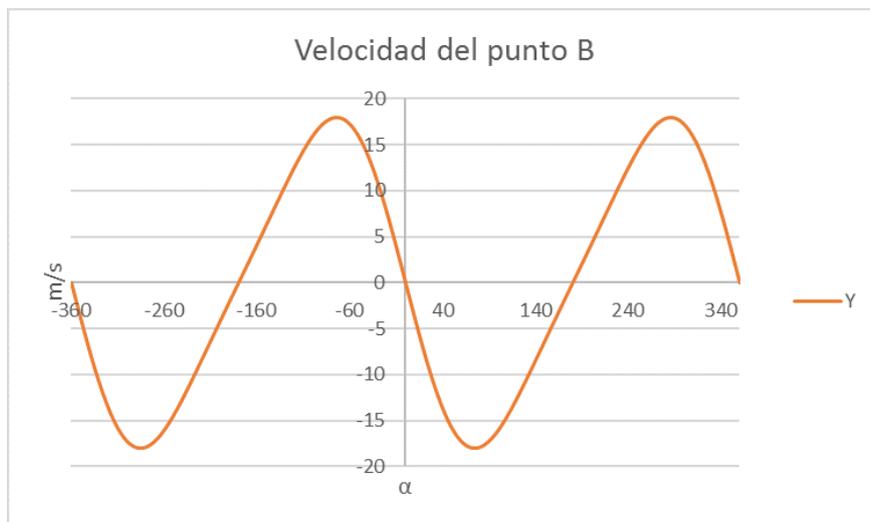


Fig. 4.9: Velocidad lineal del pistón respecto del ángulo del cigüeñal.

4.3.4 Dinámica del mecanismo pistón-biela-manivela

En el mecanismo pistón-biela-manivela se tiene en cuenta que se están produciendo dos fuerzas distintas.

Por una parte, existe la fuerza que se produce sobre la cabeza del pistón cuando se comprime la masa de aire fresco previamente introducida durante la admisión (ya que tanto la válvula de admisión como la de escape se encuentran cerradas) y posteriormente, tras la reacción de combustión desplaza el pistón verticalmente hacia el PMI a una gran velocidad.

Por la otra, debido a esta trayectoria, hace que los componentes conectados giren a gran velocidad provocando una fuerza de inercia sobre el propio componente. La transferencia de fuerzas entre piezas se producen en los puntos en que las piezas se conectan (los pares de movimiento).

En esta sección se calculan las fuerzas que se transfieren entre los componentes del mecanismo. Para ello es necesario tener en cuenta las masas de los distintos componentes, estas son obtenidas del modelo de elementos finitos a partir de la densidad del material y el volumen de la pieza. Son representadas en la figura 4.10:

Fig. 4.10: Datos de masa de los distintos componentes

Componente	Valor	Unidad
Pistón	0,5240	kg
Biela	1,0981	kg
Bulón	0,2202	kg
Manivela	3,3422	kg

Además de ello se tiene en cuenta las velocidades y aceleraciones de los puntos descritos en el anterior análisis cinemático.

Estudio de dinámica del pistón

En el pistón, por lo tanto, existe la componente Y de la fuerza que se transfiere desde el pistón al centro de la biela. Esta es debida a la presión ejercida por los gases. Además existe una fuerza que la biela produce sobre el pistón y una fuerza en la dirección X que ejerce la pared del cilindro sobre el propio pistón.

En base a esto, la fuerza ejercida sobre la biela por parte del pistón será la suma de la fuerza ejercida sobre el pistón por el punto P y la presión ejercida por el gas:

$$Y_{bp}^{\vec{}} = -m_p a_{yB} - Y_{gas}^{\vec{}} \quad (4.21)$$

La variación de la fuerza a medida que gire el ángulo del cigüeñal es obtenida directamente de la definición de presión.

$$P = \frac{F}{A} \longrightarrow F = P * A \quad (4.22)$$

donde A es igual al área de la sección sobre la que se produce la fuerza.

Esta fuerza es de mismo valor pero de signo contrario a la que se produce sobre la biela.

$$Y_{pb}^{\vec{}} = -Y_{bp}^{\vec{}} \quad (4.23)$$

Estudio de dinámica de la biela

Sobre la biela actúan esfuerzos tanto en la zona de la cabeza de la biela (representada por el punto A) y el pie de biela (representado por el punto B). Estas se deben a la transferencia de las fuerzas de la manivela a la biela y del pistón a la biela, respectivamente. Además se añade la componente de las fuerzas de inercia debido a la rotación.

Por tanto, las fuerzas ejercidas en dirección X son la suma de la fuerza ejercida por el punto A de la manivela a la biela y la fuerza por el punto B del pistón sobre la biela:

$$X_{mb}^{\vec{}} + X_{pb}^{\vec{}} = m_b a_{xG} \quad (4.24)$$

Al ser movimientos de rotación, existe una componente análoga Y para la transferencia de fuerzas:

$$Y_{mb}^{\vec{}} + Y_{pb}^{\vec{}} = m_b a_{yG} \quad (4.25)$$

Para plantear las fuerzas de inercia sobre la biela se necesita calcular los momentos para expresar las acciones desde su centro de gravedad respecto del eje Z (eje que define la rotación del cuerpo) De esta forma:

$$-(L - L_G)\cos\beta X_{mb}^{\vec{}} + L_G\cos\beta X_{pb}^{\vec{}} + (L - L_G)\sin\beta Y_{mb}^{\vec{}} - L_G\sin\beta Y_{pb}^{\vec{}} = I_b \frac{d^2\beta}{dt^2} \quad (4.26)$$

Si se resuelven cada una de las reacciones anteriores se obtienen las fuerzas que se aplican sobre cada componente (véase figura 4.11)

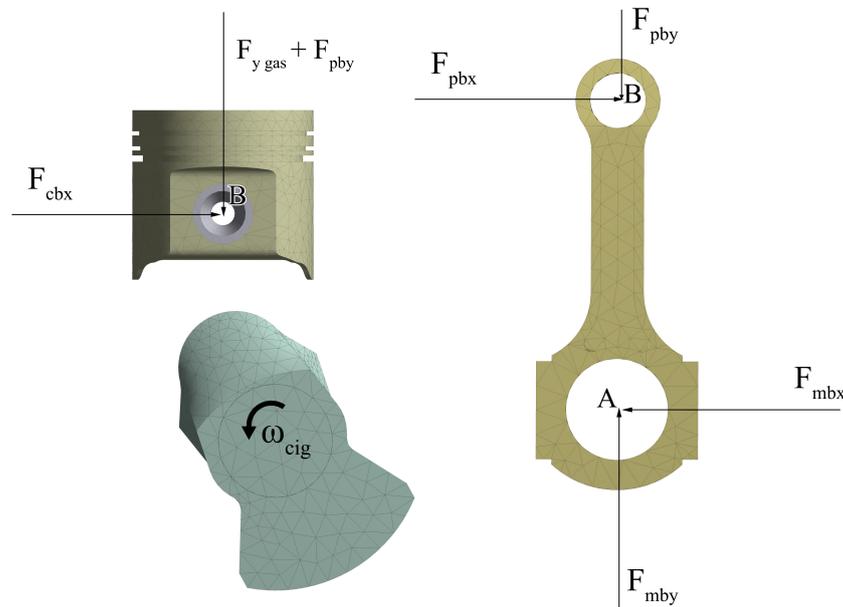


Fig. 4.11: Fuerzas aplicadas en el mecanismo pistón-biela-manivela.

4.4 Análisis de sólido rígido. *Rigid Dynamics*

4.4.1 Planteamiento del modelo

Rigid Dynamics es un módulo que permite calcular la respuesta dinámica de un mecanismo, unido por *joints*. El otro módulo que se encarga de este tipo de análisis se denomina *Transient Structural*. La principal diferencia es que el análisis de *Rigid Dynamics* solo permite el cálculo de cuerpos rígidos, mientras que el segundo permite el cálculo de componentes elásticos y componentes rígidos a la vez.

Otra función del módulo *Rigid Dynamics* es comprobar que el mecanismo puede representar correctamente el ciclo de trabajo sin ningún tipo de interferencia o mal funcionamiento de los *joints* asignados.

Tipos de componentes

En ANSYS existen dos tipos de componentes: los componentes rígidos y los componentes flexibles. Básicamente cuando se asigna un componente como rígido se está representando el cuerpo como un centroide que acumula toda la masa del cuerpo y una serie de elementos en la superficie de contacto con otros cuerpos. Estas simplificaciones conllevan un coste computacional reducido en comparación al tiempo de solución de un sólido deformable.

De esta manera se posibilita la transferencia de fuerzas entre cuerpos. Sin embargo en los componentes rígidos no se crea malla de elementos finitos (al no ser deformables no se puede medir el desplazamiento de nodos), a excepción de elementos en las superficies de contacto entre piezas. Por otra parte, al usar un elemento flexible, se convierte el modelo geométrico al completo en una malla de elementos finitos en las que se puede medir desplazamientos, tensiones, etc.

Sin embargo, representar el modelo mediante componentes rígidos tiene una serie de desventajas. En primer lugar, para un análisis de componentes rígidos no se plantean las mismas condiciones de contorno que para uno de elementos flexibles (por ejemplo, no puede ser aplicada una presión y debe ser sustituida por una fuerza puntual en el centroide); además no se puede modelar el contacto entre superficies (un fenómeno que podría ser crítico ya que nos da una aproximación a las zonas que se debe lubricar con efectividad para evitar el desgaste por rozamiento).

Por ello otra forma de resolver el problema sería mediante el módulo *Transient Structural* y con elementos flexibles. Para el desarrollo de este modelo modificado se necesita un equipo con una alta potencia de cálculo, ya que se tienen en cuenta el cálculo de desplazamientos y los movimientos de sólido rígido para todo el mecanismo en conjunto implicando también un mayor número de elementos en la malla. Esta opción es planteada para ser estudiada en futuros acercamientos a este problema.

Uniones entre piezas: *joints*

Otro de los aspectos clave del modelo es la unión de piezas, sobre todo en mecanismos como este, que se desplazan a lo largo del tiempo. Para ello se utilizan los llamados *joints* que son uniones entre los grados de libertad de los distintos cuerpos. Independientemente del tipo de *joint*, se produce la restricción de un grado de libertad en concreto: los hay de revolución (que permitirá la rotación en torno a un eje pero no permitirá el desplazamiento perpendicular ni en la dirección del eje), traslación (caso contrario en el que permiten los

desplazamientos respecto de una superficie en dirección de un eje pero no las rotaciones alrededor del eje), cilíndricos (se permite tanto el desplazamiento en la dirección del eje y también la rotación), etc.

Para la definición de un *joint* se necesitan dos aspectos principalmente: un cuerpo de referencia y un cuerpo móvil. Esto quiere decir que el cuerpo móvil se mueve en base al sistema de coordenadas del sistema de referencia. El cuerpo de referencia puede ser bien una pieza, o bien el denominado *ground*. Esto es el equivalente a la barra fija en los análisis de máquinas y mecanismos.

En este caso de estudio se identifican los siguientes *joints*:

- **Revolución entre *ground* y cigüeñal:** Se coloca en el apoyo izquierdo del cigüeñal (la zona que conecta con el resto del cigüeñal), siendo este el cuerpo móvil y *ground* el cuerpo de referencia. Con esto crea un sistema de referencia situado en el centro del cilindro tanto en el eje Y como en el eje Z. Este *joint* solo permite la rotación alrededor del eje Z (figura 4.12 - arriba, izquierda).
- **Revolución entre cigüeñal y biela:** En este caso el apoyo situado entre los dos contrapesos es la superficie de referencia, el cuerpo móvil será la superficie interior de la cabeza de la biela (donde iría ubicado el cojinete de fricción). De nuevo, revolución alrededor del eje Z (figura 4.12 - arriba, medio).
- **Revolución entre biela y bulón:** La superficie interior del pie de biela (donde iría ubicado el otro cojinete) forma nuestra superficie de referencia; la superficie móvil sería la superficie exterior del bulón. Esto garantizaría la rotación alrededor del eje Z y anulando todo tipo de desplazamiento y rotación respecto otros ejes. Quiere decir que en el modelo se considera el bulón como flotante respecto de la biela (figura 4.12 - arriba, derecha).
- **Fijación entre pistón y bulón:** Se toma como referencia la superficie exterior del bulón y se obtienen dos superficies que son los dos anillos en los que se inserta el bulón para conectar pistón, bulón y biela. Este *joint* acopla los movimientos (y esfuerzos) del bulón al pistón poseyendo los mismos grados de libertad . Define que el bulón es fijo respecto del pistón (figura 4.12 - abajo, izquierda).
- **Traslación entre pistón y *ground*:** Se coloca en la superficie de la falda del pistón (Figura 4.12 - abajo, derecha) y en las zonas del pistón que rozan también con la superficie del cilindro (es decir las zonas que no son ranuradas para la colocación de los segmentos).

Aunque en este modelo no se crea una malla de elementos finitos, se le asigna una serie de elementos por defecto:

- TARGE170 y CONTA174: Son elementos en los que se representa la superficie de contacto entre piezas. Son útiles en la creación de los *joints*. Se define un punto en el que se unen dos nodos, donde se crea el elemento MPC184 (que define el tipo de

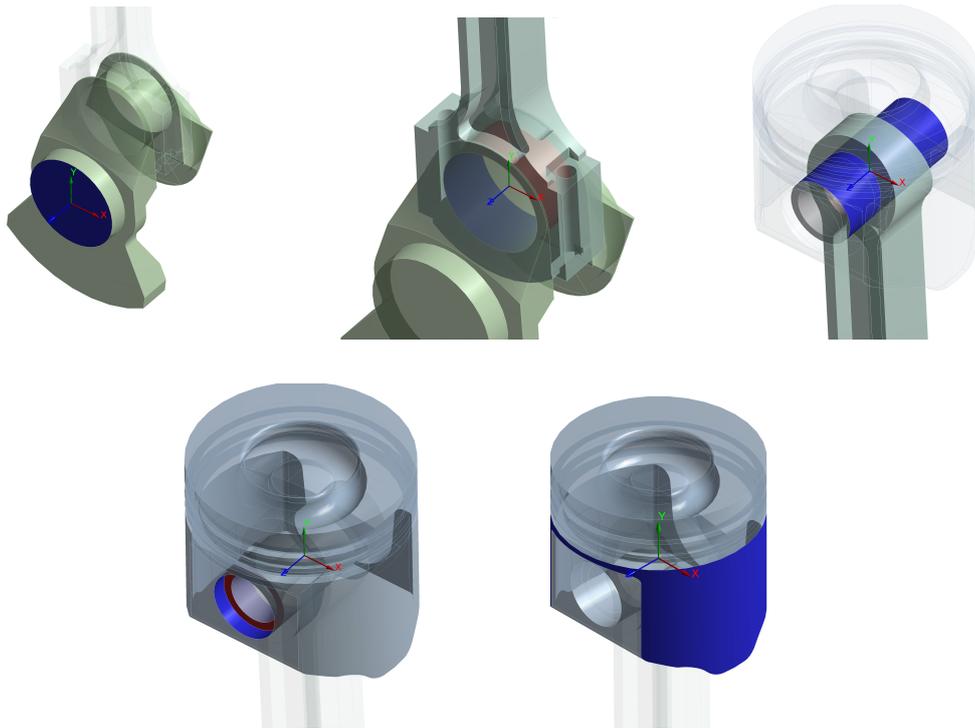


Fig. 4.12: *joints* aplicados en el modelo rígido.

joint dependiendo de la restricción de desplazamiento o de rotación aplicada.

- MPC184 Se usan para aplicar una serie de restricciones a un nodo en concreto (restricción de desplazamientos o rotaciones). Son el fundamento básico de la creación de los *joint*. En el modelo se usa un elemento tipo MPC184 para cada *joint*, por lo que se obtienen 5 elementos MPC184 distintos.

4.4.2 Condiciones de contorno

En el modelo existen dos condiciones de contorno distintas: una que representa el esfuerzo provocado dentro de la cámara de combustión y el otro que representa el giro del cigüeñal a la velocidad de régimen establecida. Estas, trasladadas al entorno de ANSYS son:

H: RBD Analysis
 100
 Time: 3,429e-002 s

■ 100: 2630,3 N
 Components: 0,-2630,3;0, N
 Location: 4,1523e-014, 0,24469, -4,725e-002 m

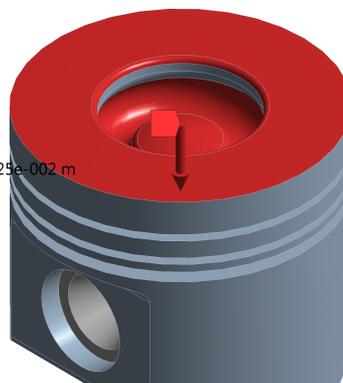


Fig. 4.13: Superficies de aplicación de la fuerza en la cabeza del pistón

- Una fuerza distribuida en la corona exterior e interior de la cabeza del pistón (figura 4.14 en las caras totalmente horizontales (en las caras verticales no provoca esfuerzo ninguno). Esta fuerza simula la presión en la cámara de combustión como consecuencia de la compresión y la reacción de combustión. Es obtenida de un vector de presiones obtenido con ayuda de un transductor de presión. La presión varía respecto del ángulo del cigüeñal en el que se encuentre el mecanismo y la fase del ciclo de trabajo que se esté ejecutando (como se puede ver en la figura 4.14 (o en la tabla 7.1 del Anexo A).

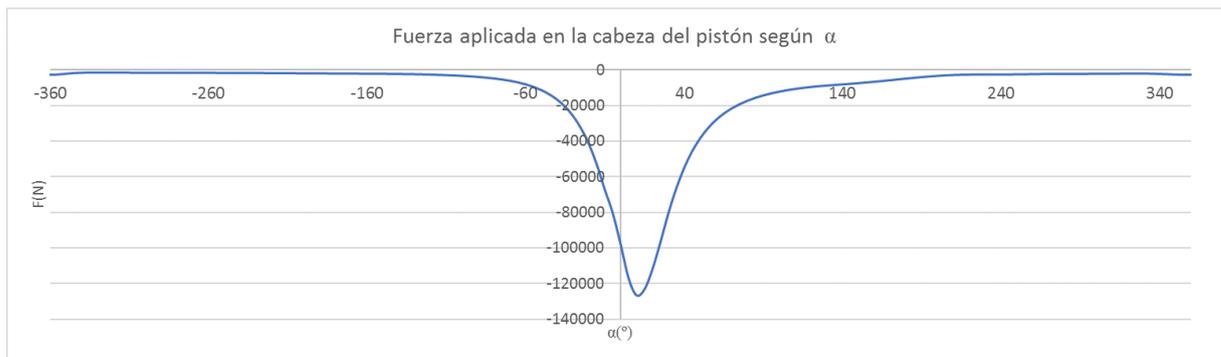


Fig. 4.14: Fuerza aplicada en la cabeza del pistón.

- Una velocidad angular aplicada en el *joint* que une *ground* con el cigüeñal (figura 4.15), de valor 3500 rpm, en sentido anti-horario. Esta velocidad corresponde al giro del cigüeñal, suponiendo que mantiene una velocidad constante durante este, es decir no se cuenta la aceleración y el frenado. Se mantiene constante para todo el ciclo de trabajo.

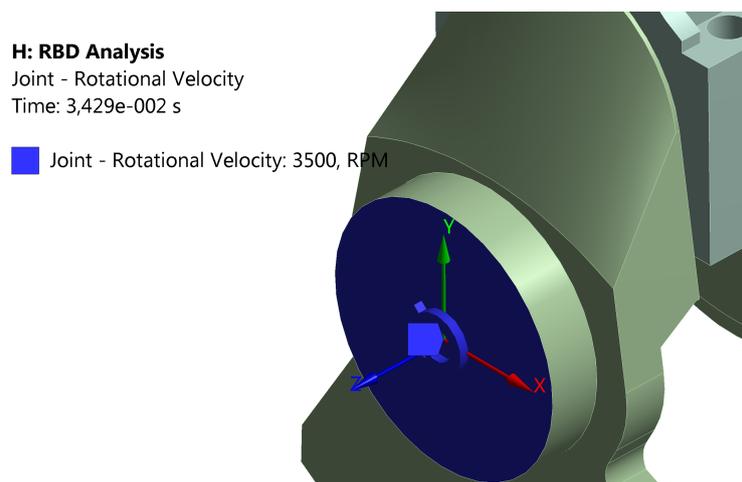


Fig. 4.15: Velocidad angular aplicada en la manivela en sentido anti-horario de valor constante e igual a 3500 rpm.

Si se quiere obtener únicamente el valor de las fuerzas de inercia sobre el mecanismo se plantea este mismo modelo con la modificación de que en este último no se añade la condición de contorno de presión sobre la cabeza. De esta manera, la condición de contorno única es la velocidad angular aplicada en la manivela. Esta condición simula un ciclo de trabajo del motor en vacío, donde las fuerzas que se producen son debido a las inercias de las masas (tanto las que siguen un movimiento lineal como las que siguen un movimiento rotacional)

4.4.3 Obtención y análisis de resultados

Se ejecuta el análisis obteniendo las distintas fuerzas que se producen en las uniones de las piezas, las que se usan posteriormente en el análisis de sólido elástico. Estas son representadas mediante *Joint Probes*. Estos son marcadores que se les asignan a una variable en particular para observar su evolución.

Fuerzas sobre el pie de la biela

Para representar las fuerzas causadas sobre el pie de biela se tiene en cuenta que existe una componente X que es la reacción del cilindro sobre el pistón (que esta a su vez se transfiere a la biela), además de una componente vertical proveniente de la presión que se lleva a cabo en la cámara de combustión. En la figura 4.16 se puede ver la reacción del cilindro sobre el pistón, que es de mismo valor pero de sentido contrario a la reacción que produce el pistón sobre la biela. Este valor permite saber el valor de la fuerza de fricción que se está produciendo entre el cilindro y el pistón. Se puede ver que el efecto de la presión también afecta a la obtención de la fuerza de fricción del pistón sobre el cilindro.

Se observa que el valor máximo de dicha fuerza se obtiene a los 25°, en ese instante ya se ha liberado toda la energía sobre el pistón y este es desplazado hacia el PMI transfiriendo los esfuerzos al resto del mecanismo.

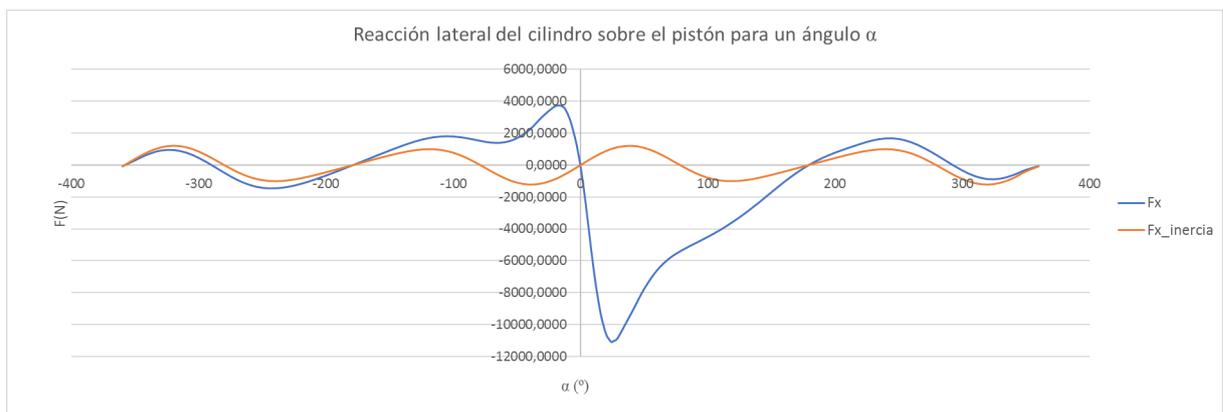


Fig. 4.16: Fuerza de cilindro sobre pistón según un ángulo α (componente x)

Se ve como en el rango de -360° a -180° predomina el esfuerzo de la inercia, incluso hay zonas que hay mayor fuerza en caso de no tomar en cuenta la presión, esto se debe a que la fuerza proveniente de la presión y la aportada por la inercia tienen sentidos opuestos. En el rango de -30° cuando se está empezando a producir la compresión de la masa de aire fresco, comienza a subir la fuerza en el eje X debido a la presión hasta llegar al máximo en $\alpha = 385^\circ$.

En la figura 4.17 se visualiza la fuerza ejercida sobre la biela en el eje Y. Esta fuerza es de mismo valor y sentido contrario a la producida por la biela sobre el pistón.

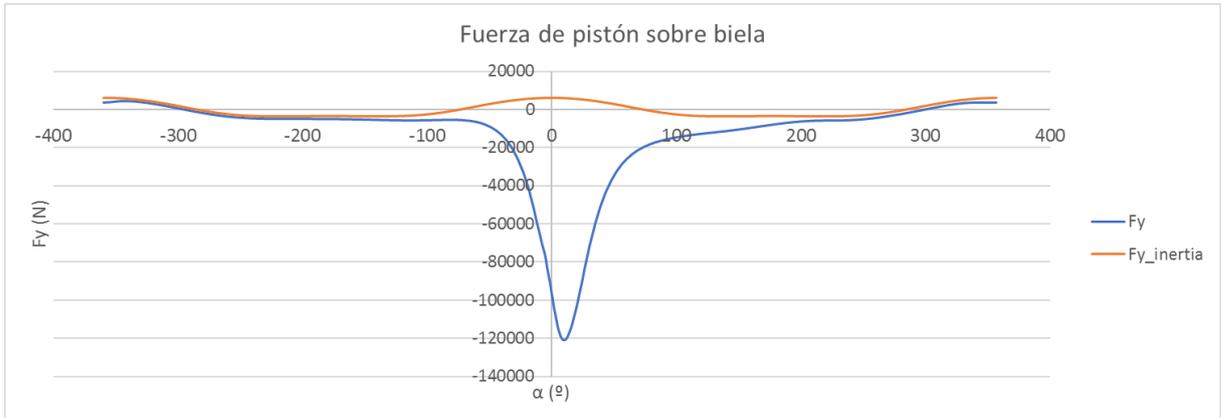


Fig. 4.17: Fuerzas producidas por el pistón sobre la biela para un ángulo α (componente y)

Se puede observar de nuevo como en el rango de -360° a -60° está predominando la fuerza de inercia. Cuando el cigüeñal alcanza $\alpha = -60^\circ$ comienza a comprimirse la masa de aire fresco (y el pistón llega al PMS) y como resultado, comienza a aumentar la fuerza de presión hasta obtener el máximo esfuerzo de presión siendo un pequeño porcentaje la inercia provocada sobre el mecanismo. Además se observa que en ese rango de -15° a 60° la fuerza de inercia posee un sentido opuesto al de la fuerza de gases. Es decir, la fuerza de inercia ayuda a compensar el efecto de la presión sobre el mecanismo.

Se puede ver en la figura 4.18 la magnitud de la fuerza vertical es mucho mayor a la fuerza horizontal producida por el cilindro sobre el pistón.

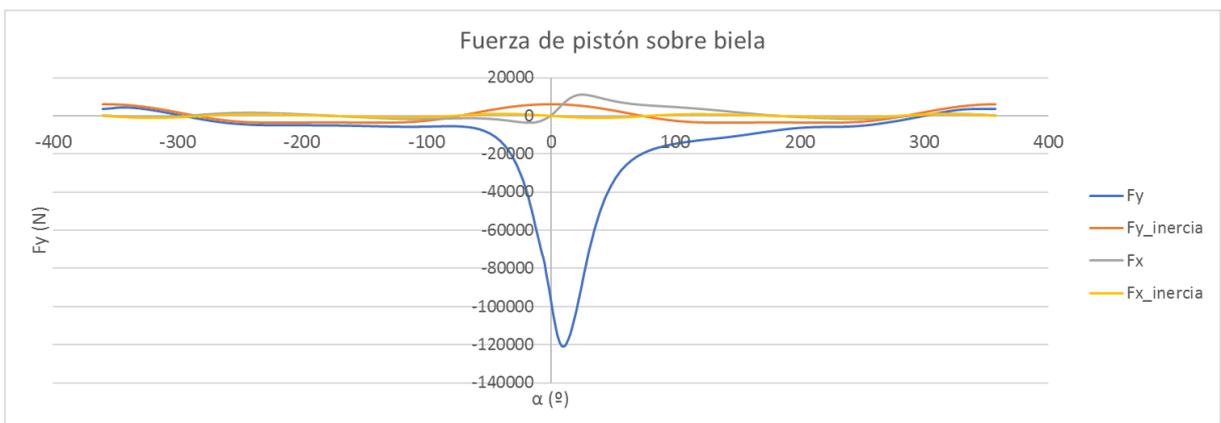


Fig. 4.18: Fuerzas producidas por el pistón sobre la biela para un ángulo α

Para analizar mejor qué fuerza predomina para cada ángulo del ciclo de trabajo en la figura 4.19 se representa la relación (en valor absoluto) entre la fuerza de inercia y la fuerza por el efecto de presión, para ambas componentes.

Como se puede observar en la figura 4.19, las relación de fuerzas de inercia sobre las fuerzas combinadas es máxima en los puntos de inicio del ciclo de trabajo ya que la

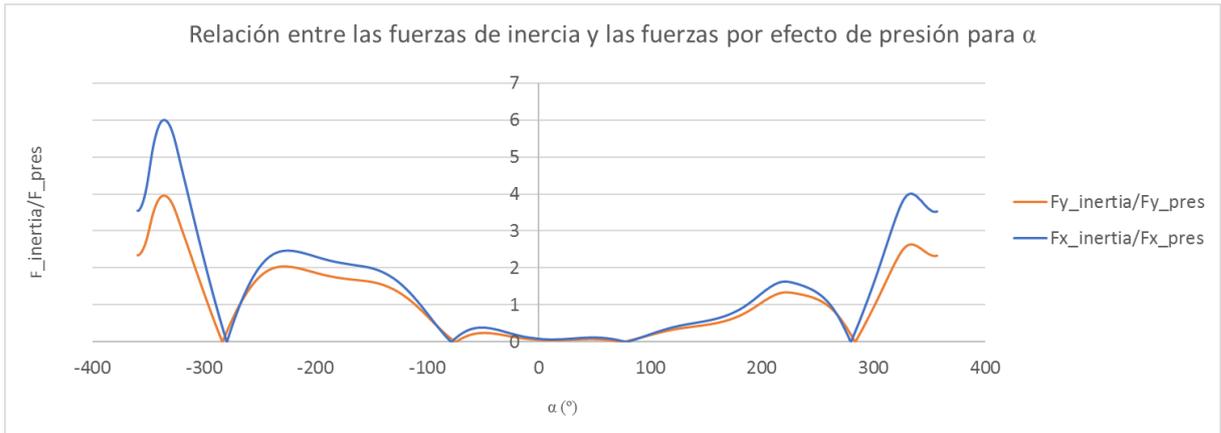


Fig. 4.19: Relación entre las fuerzas de inercia y fuerza por efecto de presión sobre pistón para un ángulo α

presión se debe al esfuerzo residual de la introducción de la masa de aire fresco. A partir de $\alpha = -90^\circ$ comienzan a aumentar las fuerzas de presión sobre la cabeza del pistón debido a que comienza a comprimirse la masa de aire fresco introducida.

En el rango de $\alpha = -60^\circ$ a $\alpha = 60^\circ$ las fuerzas de inercia son minoritarias respecto a las producidas por el efecto de presión. Finalmente, en la zona de $\alpha = 140^\circ$ hasta el final del ciclo de trabajo de nuevo las fuerzas de inercia son predominantes, al reducir la fuerza debido a la presión (el motor tiene abierta la válvula de escape y está liberando los gases de escape).

Fuerzas sobre la cabeza de la biela

Se obtienen las fuerzas sobre la cabeza de biela, puesto se ha observado en el apartado 4.3.3 que la fuerza en los dos tramos de la biela no es la misma y que por tanto depende de la posición de la biela en la que realices la medición.

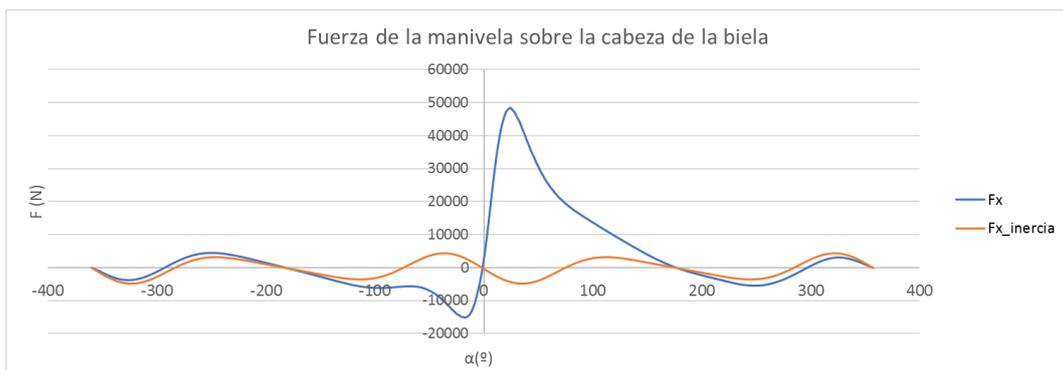


Fig. 4.20: Fuerzas producidas por la manivela sobre la cabeza de la biela para un ángulo α (componente x)

En la figura 4.20 se representa las fuerzas de la manivela sobre la cabeza del cigüeñal. Se observa que en este caso la fuerza en la componente X es es mucho más elevada que la que se produce sobre la componente X del pie de biela.

Se observa en la figura 4.21 que las fuerzas en el eje Y son similares a las vistas an-

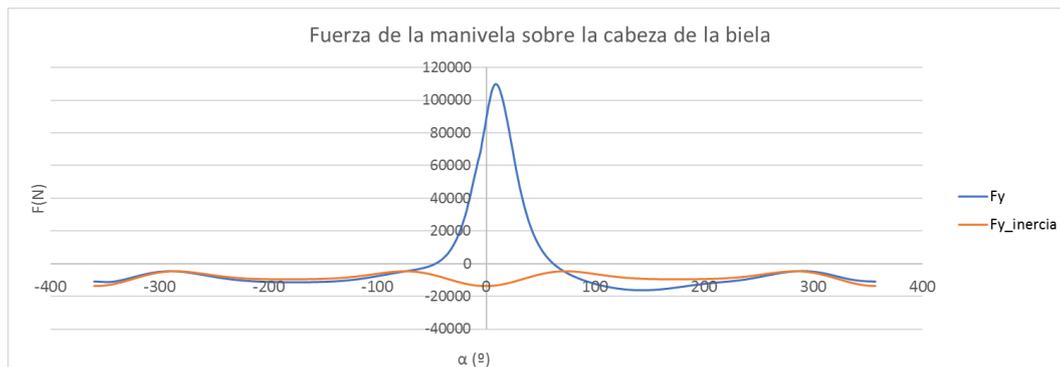


Fig. 4.21: Fuerzas producidas por la manivela sobre la cabeza de la biela para un ángulo α (componente y)

teriormente al representar las fuerzas producidas sobre la cabeza del pistón, sin embargo estas primeras son ligeramente mayores.

Tras obtener la evolución de los resultados para cada ángulo, se procede a exportar las cargas aplicadas. Estas son utilizadas en un posterior análisis elástico. De esta forma y como se explica en el apartado 4.3.1, se toman los resultados cada -330° hasta los -20° . A partir de ese ángulo hasta los 20° se toman los resultados cada 5° . Para cada análisis ANSYS mediante la opción *export motion loads* genera un archivo específico que contiene los parámetros del estado inercial del cuerpo (velocidad y aceleración rotacionales) además de valores y localización de los esfuerzos sobre el cuerpo (fuerzas, momentos).

Se generan dos listados de *motion loads*. En primer lugar, los correspondientes al modelo con ambas condiciones de contorno activas, y luego se genera otro listado con el modelo que lleva activa solo la condición de contorno de la velocidad angular constante aplicada en la manivela del cigüeñal.

4.5 Análisis de sólido elástico (*Static Structural*)

Static structural es un módulo utilizado para calcular la respuesta en modelos en los que la carga varía de forma muy progresiva, por lo que los desplazamientos obtenidos no deben de cambiar significativamente la geometría. No está pensado para efectos que puedan suponer un comportamiento no-lineal en el componente (grandes deformaciones, plasticidad, etc). Además no se introducen efectos de inercia o amortiguación variables en el tiempo.

En este tipo de análisis, no obstante, si se permite la aplicación de efectos inerciales constantes en el tiempo como una velocidad rotacional. Este módulo, en este caso, se utiliza para medir los desplazamientos, deformaciones y tensiones para un ángulo específico de cigüeñal. Para ello se toma como base el fichero de *motion loads* obtenido en el módulo *Rigid Dynamics*.

4.5.1 Planteamiento de modelos

Como se ha especificado en la sección anterior se genera un modelo para cada 30° de rotación del cigüeñal hasta llegar a $\alpha = -15^\circ$, a partir de entonces se genera un modelo cada 5° ya que, teniendo en cuenta la evolución de la presión (figura 4.14) se prevé que

la mayor evolución de deformaciones y tensiones son en el rango de $\alpha = -20^\circ$ a $\alpha = 20^\circ$.

Estos modelos son generados con elementos flexibles, ya que en este caso si nos importa la generación de malla de elementos finitos que permitan visualizar los desplazamientos provocados en los nodos (a diferencia que en el análisis anterior).

Existe una gran diferencia respecto del modelo utilizado en *Rigid Dynamics*. Un requisito para poder utilizar los ficheros exportados del análisis en *Rigid Dynamics* es que solo un componente debe estar activo. Eso significa que no se puede estudiar el comportamiento del sistema al completo, ya que las fuerzas exportadas son las cargas que se transfieren de un componente a otro, de la misma forma que las representa un diagrama de sólido libre en dinámica de cuerpos (página 35, figura 4.11)

4.5.2 Malla de elementos finitos

Al activar los componentes como flexibles se genera la malla de elementos flexibles en los componentes activos. En la malla de elementos finitos puede ajustarse el tipo de elemento, su tamaño y la transición de un elemento a otro; entre otros factores.

Los elementos, dependiendo de la superficie a la que se están acoplando tienen un tamaño específico, hay elementos con 8 o hasta 10 nodos que en ANSYS Workbench son ideales para acoplarse a superficies curvas. Dependiendo del tipo de superficie se aplica un tipo de elemento u otro.

A partir de la malla generada inicialmente en ANSYS se ha realizado una serie de modificaciones. Se refina la malla de elementos finitos en las zonas de cambios de sección, proximidad a posibles concentradores de tensión y en superficies de area reducida.

De esta forma en el pistón se refina la superficie exterior de la cabeza del pistón, en la zona más próxima al cambio de nivel respecto de la corona interior, en todas las caras de la superficie interior de la corona y en las superficies cercanas a la abertura de inserción del bulón. Estos cambios se pueden ver en la figura 4.22.

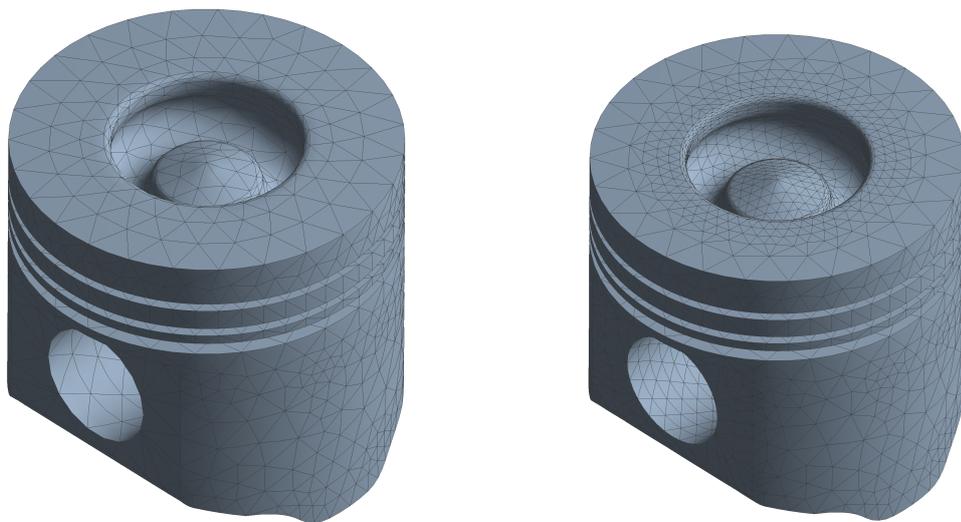


Fig. 4.22: Diferencia entre mallado automático del pistón por ANSYS (izquierda) y malla refinada (derecha)

En la biela se refina la malla en la superficie exterior a la sección de doble T, cercana al cambio de sección; en la superficie que forma la unión de pie y cabeza con el cuerpo de biela, debido a la unión mediante el radio de transición; finalmente en las superficies cercanas a los agujeros de taladro donde se insertan los pernos de sujeción que sujetan las dos partes de la cabeza de la biela.

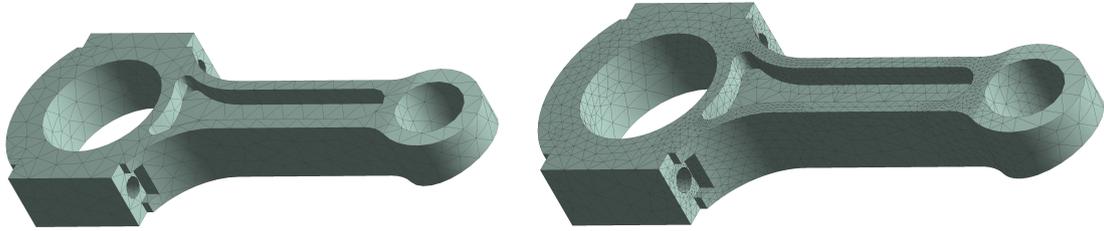


Fig. 4.23: Diferencia entre mallado automático de biela por ANSYS (izquierda) y malla refinada (derecha)

En esta malla solo se encuentra el elemento SOLID 187 (al haber eliminado los elementos de contacto y los *joints*). Se compone de una estructura tetrahédrica y está formado por 10 nodos. Esto le da facilidad para amoldarse a superficies curvas como por ejemplo la falda del pistón, los radios de transición en pie y cabeza de biela etc. Se utiliza en todas las superficies del modelo.

Las características de la malla refinada respecto de la generada por defecto son las siguientes:

	Malla original		Malla refinada	
	Nº nodos	Nº elementos	Nº nodos	Nº elementos
Pistón	29009	18835	87553	60203
Biela	11416	7258	49492	32499

Fig. 4.24: Características mallado original y mallado refinado para pistón y biela

4.5.3 Condiciones de contorno

Las condiciones de contorno son establecidas en base a los archivos que se han exportado en *Rigid Dynamics*.

Condiciones de contorno en el pistón

- Una fuerza en la componente Y que simula la carga axial producida por parte de la biela sobre el pistón.
- Una fuerza en la componente X que simula la carga longitudinal que se produce de la biela al pistón. Esta a su vez hace aparecer la reacción que se produce sobre el cilindro.

Cuando el cuerpo no se encuentra bien restringido en sus desplazamientos puede producirse lo que se denomina “movimientos de cuerpo rígido”. Esto significa que el cuerpo

I: Static Structural
 Remote Force
 Time: 1, s

- A** Remote Force 2: 55,861 N
- B** Fixed Support
- C** Displacement
- D** Remote Force: 1698,6 N

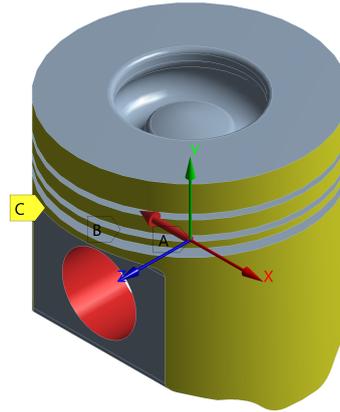


Fig. 4.25: Condiciones de contorno aplicadas al pistón en el módulo *Static Structural*

podrá moverse libremente (sus 6 grados de libertad al ser un objeto 3D) al no haber restringido los grados de libertad mínimos para resolver la matriz de rigidez de la estructura (explicado en el apartado 3.2).

Para evitar estos movimientos de cuerpo rígido se aplican restricciones de desplazamiento en los 3 ejes (denominado *fixed support*) tanto de desplazamientos como de rotaciones. Estas restricciones se aplican en los agujeros donde se inserta el bulón ya que se entiende que al estar el bulón insertado no se produce ninguna deformación.

Finalmente, al estar el pistón insertado dentro del cilindro, solo se deforma en la dirección Y. Para ello se restringen los desplazamientos de las caras que tienen contacto con la camisa del cilindro para que solo puedan desplazarse en el eje Y. Las anteriores condiciones de contorno son representadas en la figura 4.25:

Condiciones de contorno en la biela

El tipo de condiciones de contorno aplicadas en la biela son relativamente las mismos que en el pistón, sin embargo existen diferencias relevantes:

- Existe una velocidad rotacional aplicada en el cuerpo, que es de igual valor y sentido opuesto a la velocidad que posee la biela durante el movimiento (que no será la misma que lleva el cigüeñal). Simula la velocidad de inercia aplicada en el movimiento lineal-alternativo del pie de biela.
- Una fuerza que representa la transferencia de carga de la manivela del cigüeñal a la biela, situada en la cabeza de la biela.
- Una fuerza axial situada en el pie de biela, que representa la transferencia de carga del pistón a la biela.

Además de las anteriores se le aplica finalmente las restricciones de movimiento. En primer lugar no se puede aplicar dos *fixed support* puesto que las cargas producidas sobre la biela serían absorbidas por dicha condición de contorno. Por tanto, se aplica un *fixed support* en el pie de biela, ya que existe la conexión con el bulón (que se ha definido anteriormente como fijo a pistón y a biela).

La otra restricción de movimiento consiste en eliminar los desplazamientos en el eje Z en la cabeza de biela, ya que se entiende que las deformaciones que se producen son en el

eje X y en el eje Y. Las condiciones de contorno en la biela son representadas en la figura 4.26

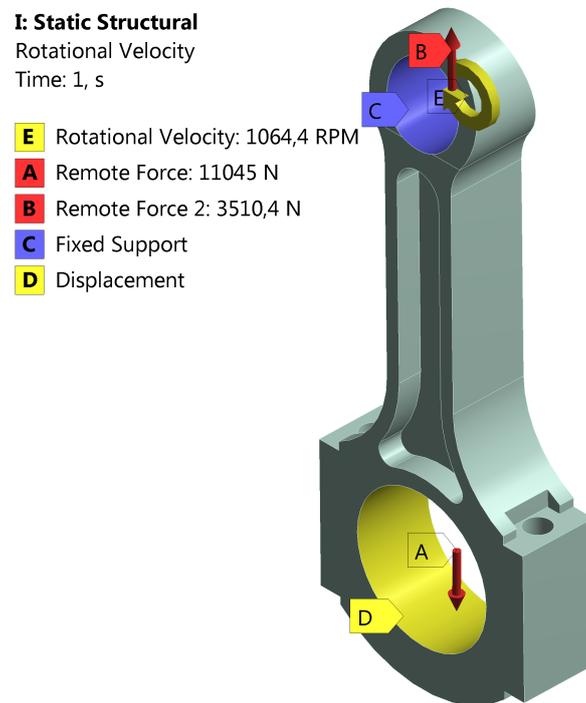


Fig. 4.26: Condiciones de contorno aplicadas a la biela en el módulo *Static Structural*

Análisis de resultados

Contenidos

5.1	Metodología de obtención de resultados	47
5.2	Estudio de las deformaciones según α	48
5.2.1	Desplazamientos sobre pistón	48
5.2.2	Deformaciones sobre biela	53

5.1 Metodología de obtención de resultados

Como se ha descrito en el apartado 4.5.1 se ha generado un análisis distinto para cada ángulo α . Se han distinguido los distintos análisis realizados para pistón y biela (debido a la naturaleza del archivo *motion loads*, como se ha explicado en el apartado 4.4.3). El proceso seguido para la obtención de resultados es repetido para cada ángulo estudiado y cada componente es el siguiente:

- En primer lugar se han transformado pistón y biela a un tipo de componente flexible (para así obtener un resultado sobre una malla de elementos finitos, explicado en el apartado 4.4.1).
- Seguidamente se ha ensamblado el modelo en la posición de interés (ángulo α recorrido por la manivela del cigüeñal, cambiando la orientación del *joint* que une la manivela con *ground*).
- Después se han suprimido todos los componentes excepto el de interés (este paso no se realiza antes ya que se anularía el efecto de *joint*, eliminando la relación entre ángulo recorrido por manivela y ángulo de biela respecto de la vertical).
- Suprimidos los componentes se importan las condiciones de contorno que han sido obtenidas del análisis de *Rigid Dynamics* a través de los distintos ficheros de *motion loads*
- Se añaden las condiciones de contorno para evitar los movimientos libres de cuerpo rígido (explicado en el apartado 4.5.3)

Con ello se estudian las deformaciones en los 3 ejes, para cada uno de los componentes. Se estudian las restricciones que tiene cada componente, y por tanto se define en que direcciones puede desplazarse esa zona concreta del componente. En base a esos datos se crean una serie de puntos de muestreo, en los que se obtiene el desplazamiento en una dirección para una zona concreta del componente.

Después de estudiar las distintas maneras de desplazarse del componente se repite el mismo

proceso para los demás. Seguidamente se recupera el ensamblaje completo para así mantener la naturaleza de movimiento representativa en el mecanismo (relación ángulo de manivela-ángulo de biela) y se sitúa el mecanismo en el siguiente ángulo de interés.

Al ser los *joints* dependientes de la geometría del modelo es importante que todos los pasos se realicen tal cual se indica, de lo contrario, puede suceder que las relaciones de posición de los componentes se vean alteradas (la naturaleza de los *joints* se vea modificada).

5.2 Estudio de las deformaciones según α

5.2.1 Desplazamientos sobre pistón

Se han obtenido las deformaciones en distintas zonas de interés del pistón, representadas en la figura 5.1. Los resultados son registrados en la tabla 9.1 del anexo C .

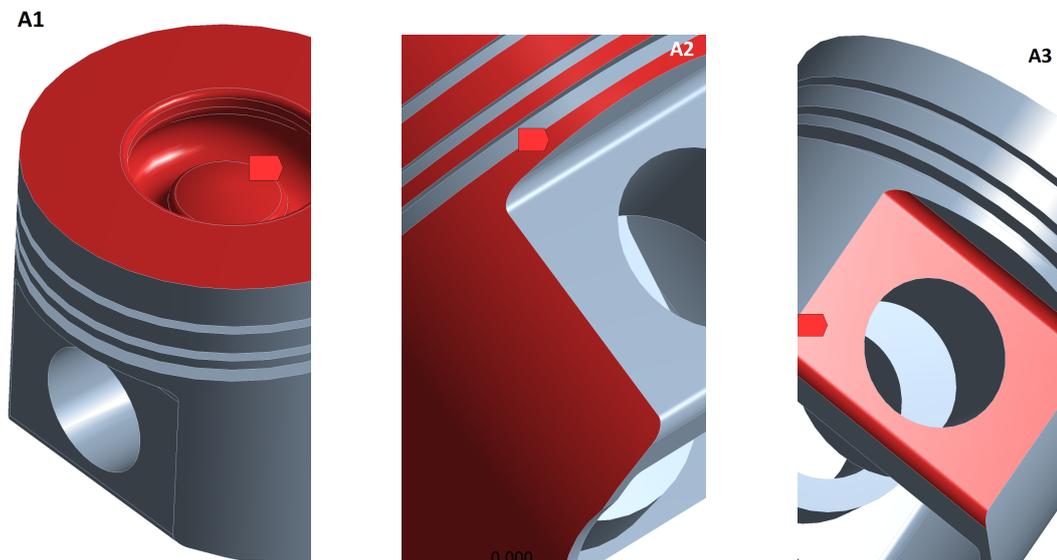


Fig. 5.1: Zonas de interés utilizadas en el análisis para el pistón

Teniendo en cuenta la dirección de las fuerzas sobre el pistón y las restricciones de movimiento sobre este(indicadas en el apartado 4.5.3) se ha supuesto lo siguiente:

- Las zonas de la cabeza (A1) principalmente se deforman en el eje Y debido al efecto de compresión que se produce al aplicar la fuerza de presión. Se espera además desde $\alpha = 0^\circ$ a $\alpha = 60^\circ$ un esfuerzo de tracción. Este último fenómeno se debe a que de $\alpha = 0^\circ$ a $\alpha = 60^\circ$ la fuerza de inercia predomina sobre la de presión y esta primera tiene el sentido opuesto al de la fuerza de presión.
- La falda (A2) también se deforma en el eje Y, ya que existe la camisa del cilindro que evita que se deforme en el eje X o Z, por lo tanto el resultado de esta deformación es constante.
- La zona de la hendidura (A3) donde se inserta el bulón se deforma en dos direcciones, ya que debido al efecto de compresión la pieza tiende a comprimirse verticalmente en el eje Y, y por tanto extender su área en el eje Z.

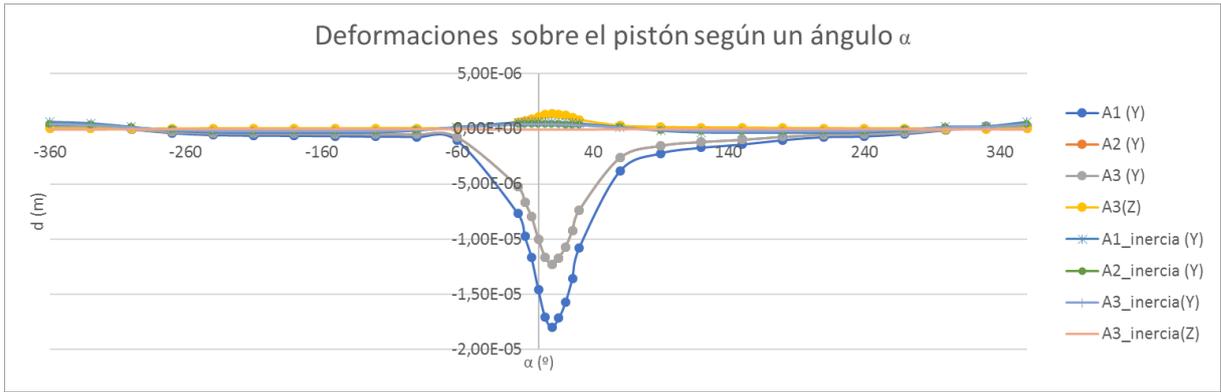


Fig. 5.2: Deformaciones del pistón según un ángulo α

En la figura 5.2 se representan las deformaciones en el eje Y y en el eje Z, que llegan a un punto máximo en $\alpha = 10^\circ$, tras la reacción de combustión.

Se puede observar que las deformaciones en el eje Y son mayoritarias respecto de las producidas en el eje Z que son producidas en el área del ranurado (A3). Por otro lado el valor de las deformaciones causadas por la fuerza de inercia es irrelevante si se comparan con las producidas debido al efecto de la presión. Por tanto se representan las deformaciones máximas tanto para eje Y como para eje Z (figura 5.3).

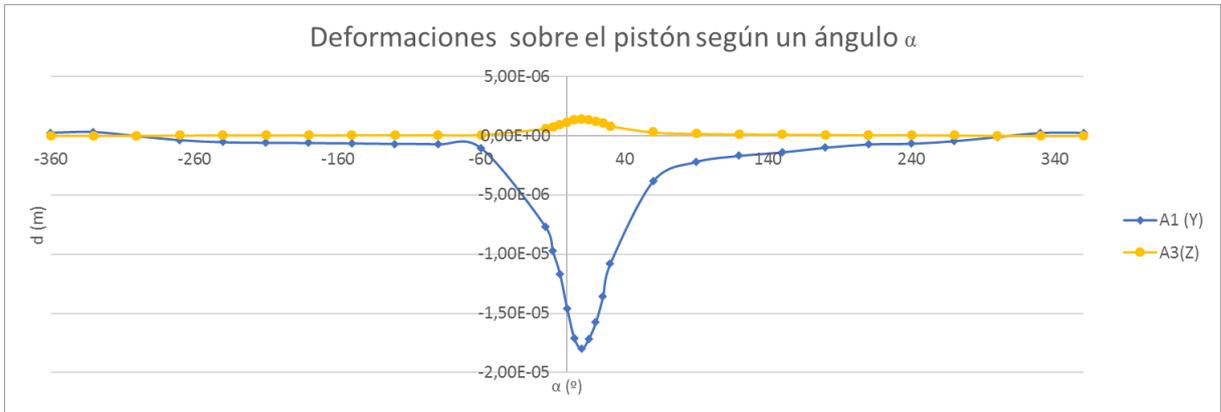


Fig. 5.3: Deformaciones máximas del pistón según un ángulo α

Los ejes de referencia utilizados para el cálculo de deformaciones son indicados en la figura 5.4.

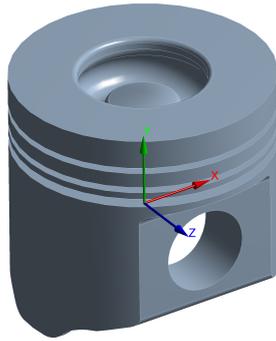


Fig. 5.4: Ejes de referencia utilizados para el cálculo de deformaciones en el pistón

Como se puede comprobar, las deformaciones en el eje Y son mucho más representativas que las que ocurren en el eje Z por parte de la hendidura lateral. Además, se ha comprobado que los esfuerzos iniciales de tracción se pueden despreciar si se compara con el valor de deformaciones en $\alpha = 10^\circ$. También se observa que todos los esfuerzos en el eje Y como se ha supuesto son de compresión, y debido a ello, el esfuerzo en el eje Z es de tracción.

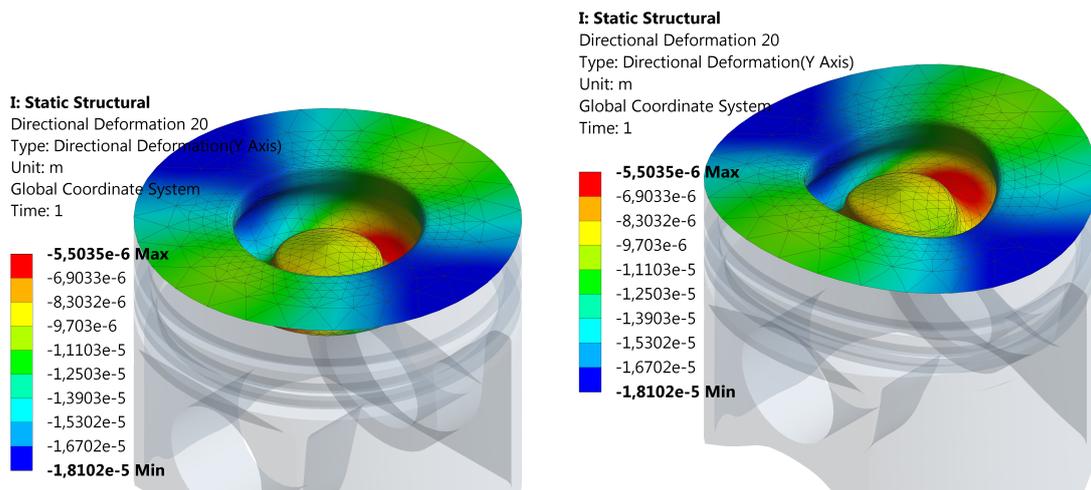


Fig. 5.5: Deformaciones en el eje Y de la cabeza del pistón. Escala de deformaciones 1:1 (izquierda), 2:1 (derecha)

En la figura 5.5 se representan las deformaciones en la cabeza (se ha duplicado la escala de muestreo de deformaciones para que se pueda observar su efecto). Se puede observar que los mayores deformaciones en módulo se producen en las zonas que poseen menor material. Este fenómeno se observa en referencia a la figura 5.6. En esta se puede ver una vista inferior del pistón, y se puede comprobar que en el agujero de inserción de bulón existen dos superficies sólidas para sujetar el bulón al pistón. Ese material extra aporta rigidez al pistón y disminuye la deformación en dicho área.

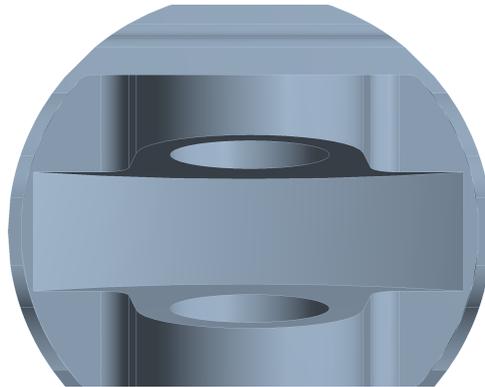


Fig. 5.6: Deformaciones en el eje Y de la falda del pistón. Escala de deformaciones 1:1

En la figura 5.7 se muestran las deformaciones de la falda. Como se ha comentado anteriormente, al estar restringida en las direcciones X,Z su deformación es constante en toda la sección y única en el eje Y al no presentar ningún cambio de sección en toda la superficie de la falda.

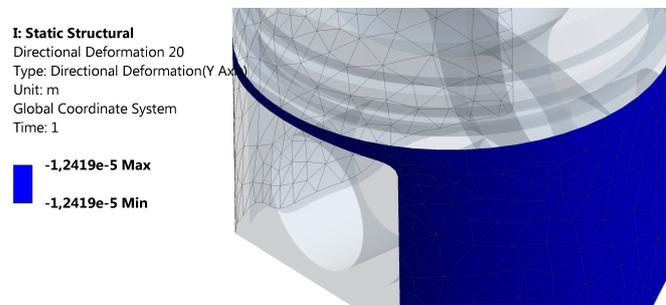


Fig. 5.7: Deformaciones en el eje Y de la falda del pistón. Escala de deformaciones 1:1

En la figura 5.8 se muestra el desplazamiento de la hendidura en el eje Z. Como se ha comentado, por una parte se comprime verticalmente la hendidura debido al efecto de la presión, y por otra tiende a variar su geometría horizontal traccionando la parte superior de la superficie y comprimiendo la inferior (sin embargo esta tracción se desprecia respecto la compresión vertical).

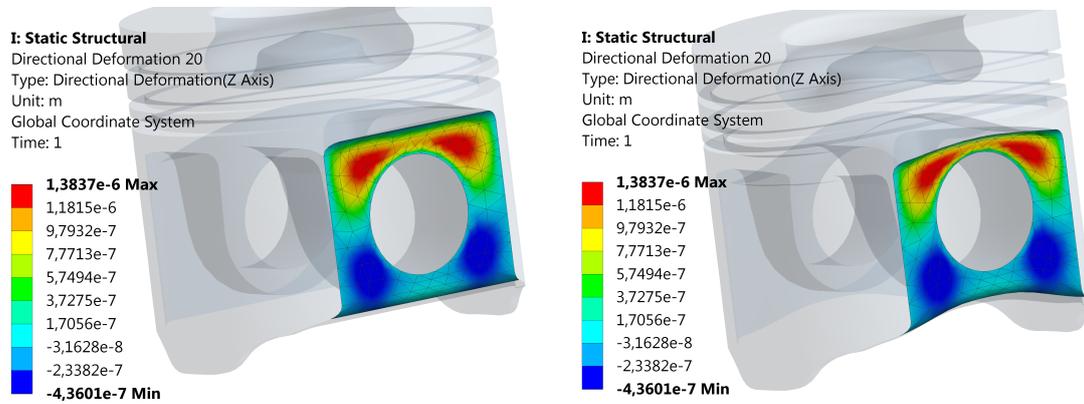


Fig. 5.8: Deformaciones en los ejes Y,Z de la hendidura en el pistón. Escala de deformaciones 1:1 (izquierda), 2:1 (derecha)

Deformaciones producidas por las fuerzas de inercia

Se observan en la figura 5.9 las deformaciones del pistón considerando que no se aplica la fuerza en la cabeza del pistón, por lo que solo están actuando como esfuerzos las fuerzas de inercia calculadas en el apartado 4.4.3. Los datos son registrados en la tabla 9.2

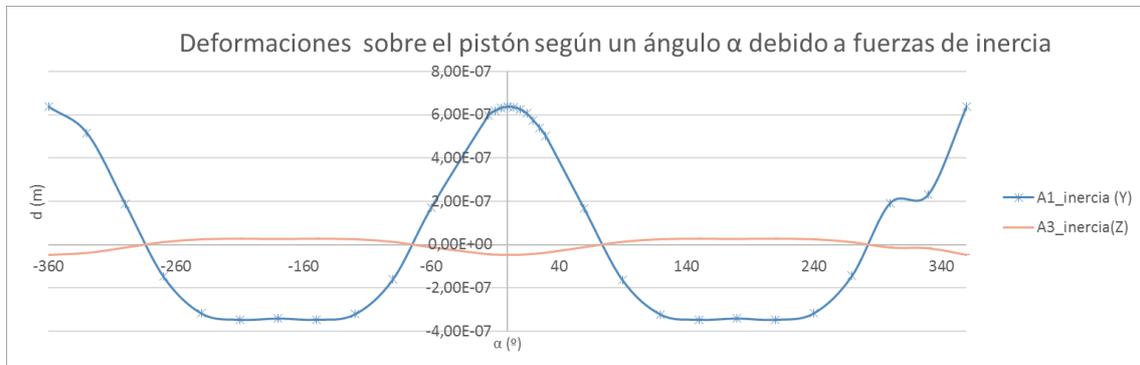


Fig. 5.9: Deformaciones del pistón según un ángulo α producidos por la fuerza de inercia

Se observa que las deformaciones en la cabeza del pistón son de tracción hasta $\alpha = -270^\circ$, después alcanzan la máxima compresión en $\alpha = -180^\circ$ y comienzan a traccionar de nuevo hasta alcanzar el máximo de nuevo en $\alpha = 0^\circ$, en el PMS. Estos valores evolucionan de la misma manera hasta el final del tiempo de cálculo. Los esfuerzos son de tracción ya que como se ha explicado anteriormente la fuerza de inercia posee el sentido opuesto al de la fuerza aplicada por la presión. Las fuerzas de inercia máximas son producidas cuando el cigüeñal se encuentra completamente vertical, sea en el PMS o en el PMI, mientras que los puntos en los que el cigüeñal se encuentra horizontal se convierten en puntos de deformación nula.

Se observa en la figura 5.10 que, a diferencia de lo que ocurre bajo esfuerzos combinados,

debido a la inercia la cabeza del pistón se ve traccionada disminuyendo el volumen hasta el PMS.

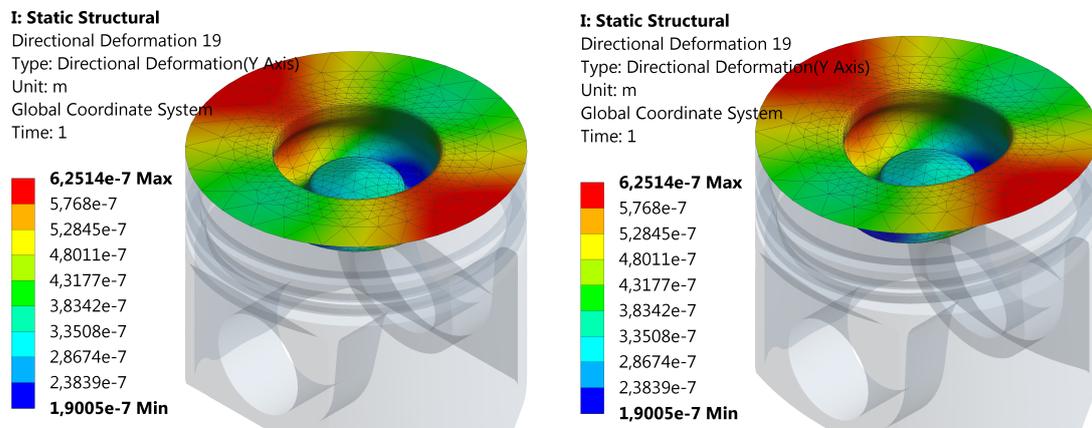


Fig. 5.10: Deformaciones en el eje Y de la cabeza del pistón debido a fuerzas de inercia. Escala de deformaciones 1:1 (izquierda), 2:1 (derecha)

Se observa que en el caso de las deformaciones de la hendidura, en el eje Z se puede comprobar que las deformaciones mayoritarias se producen en la dirección opuesta. Por lo tanto la hendidura tiende a traccionar en el eje Y y en el eje Z a comprimirse si solo son aplicadas las fuerzas de inercia, como se puede observar en la figura 5.11.

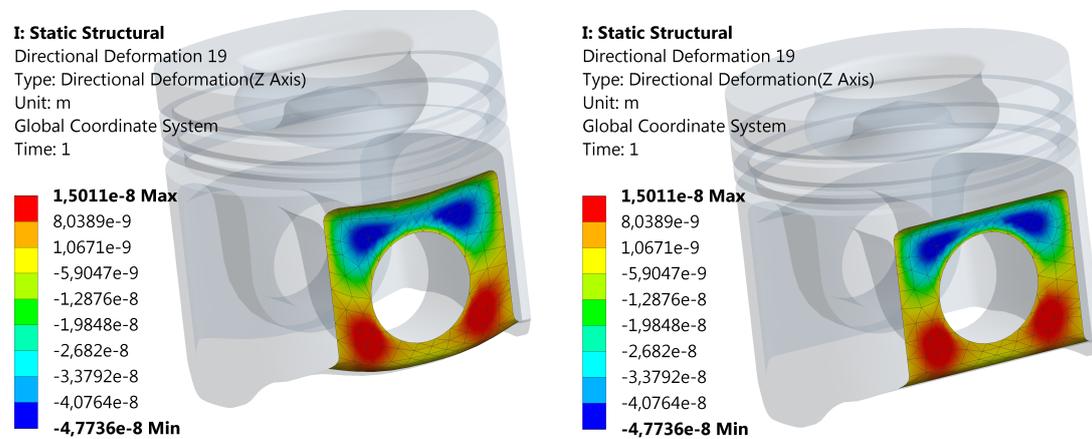


Fig. 5.11: Deformaciones en el eje Y de la cabeza del pistón debido a fuerzas de inercia. Escala de deformaciones 1:1 (izquierda), 2:1 (derecha)

5.2.2 Deformaciones sobre biela

Referente al modelo se ha tenido en cuenta los siguientes aspectos:

- Existe una restricción en el pie de biela que evita que el interior de este se deforme. Esto se debe a que se debe restringir los 6 grados de libertad de la estructura.
- De la misma manera, el interior de la cabeza se ha restringido los desplazamientos en Z, quedando libre de deformarse en X e Y

- En el componente está actuando una fuerza de compresión que favorece las deformaciones en el eje X e Y, mientras que las fuerzas de inercia del movimiento alternativo y movimiento circular aplican deformaciones en el eje X principalmente.

De la misma manera que en el pistón se han representado una serie de zonas de interés en la biela, donde se han calculado las deformaciones en las 3 direcciones, estas zonas pueden observarse en la figura 5.12. Los resultados de este apartado se encuentran registrados en la tabla 9.3.

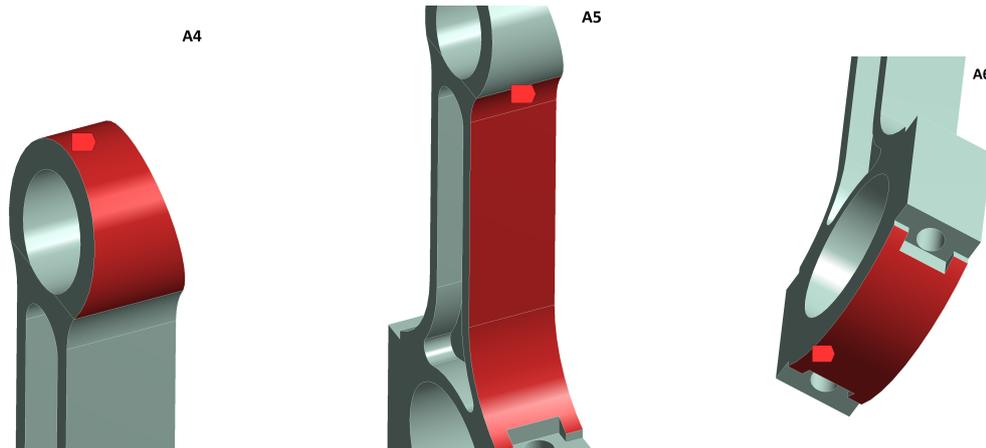


Fig. 5.12: Zonas de interés de la biela

Se representan en la figura 5.13 e 5.14 las deformaciones en los ejes X e Y.

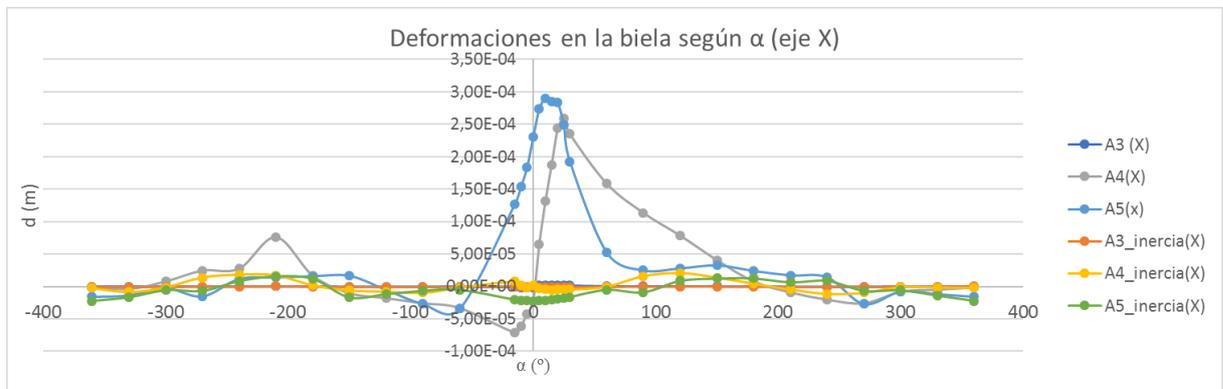


Fig. 5.13: Deformaciones en el eje X de la biela según un ángulo α

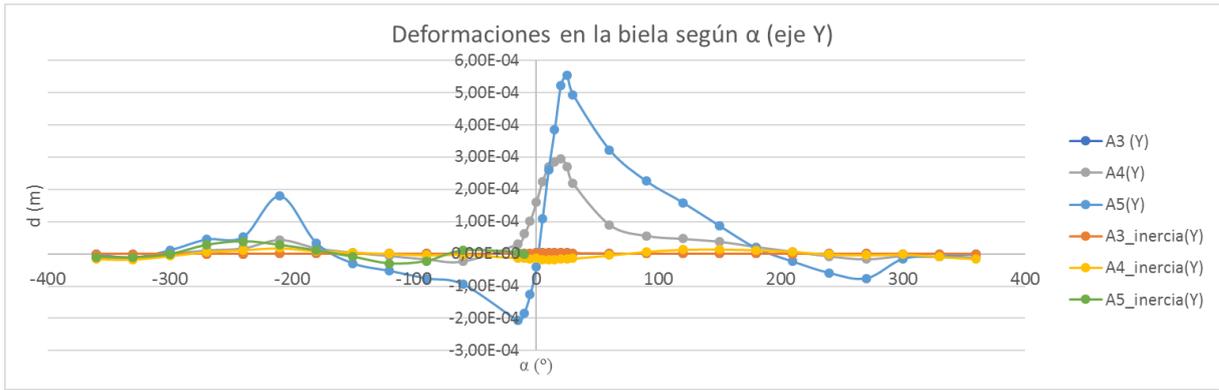


Fig. 5.14: Deformaciones en el eje Y de la biela según un ángulo α

Los ejes de referencia utilizados para el cálculo de deformaciones son indicados en la figura 5.15:

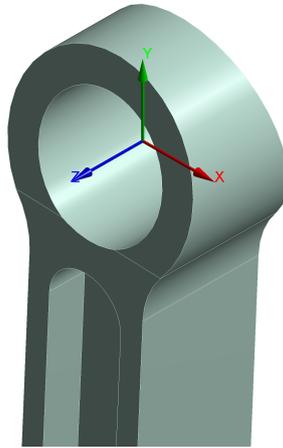


Fig. 5.15: Ejes de referencia utilizados en el cálculo de deformaciones en la biela

En un rápido vistazo a las deformaciones en el eje X y en el eje Y, tanto las debidas a esfuerzos combinados como solo al efecto de las fuerzas de inercia se puede comprobar que, aunque sea cierto que las estas últimas también provocan deformaciones sobre los elementos de la biela, estos esfuerzos son despreciables en comparación con los producidos debido a la presión sobre la cabeza del pistón. Se observa que, del mismo modo, las deformaciones en la cabeza son también de un valor reducido en comparación con las presentes en el cuerpo de la biela (A5) o en la parte inferior de la cabeza de la biela (A6). Puede deberse a la forma de realizar el análisis estático puesto que se ha fijado el interior del pie de biela, de lo contrario el análisis no podría resolverse al no restringir los grados de libertad mínimos.

Para representar las deformaciones de una manera más concisa se simplifica la figuras 5.13 y 5.14 representando solamente las mayores deformaciones en el eje Y y en el eje X (figura 5.16), que son presentadas en la zona inferior de la cabeza (A5). Sin embargo estas son también elevadas en la zona del cuerpo de la biela. En conclusión las deformaciones en el cuerpo de la biela serán afectadas por las deformaciones en la zona inferior de la cabeza de esta.

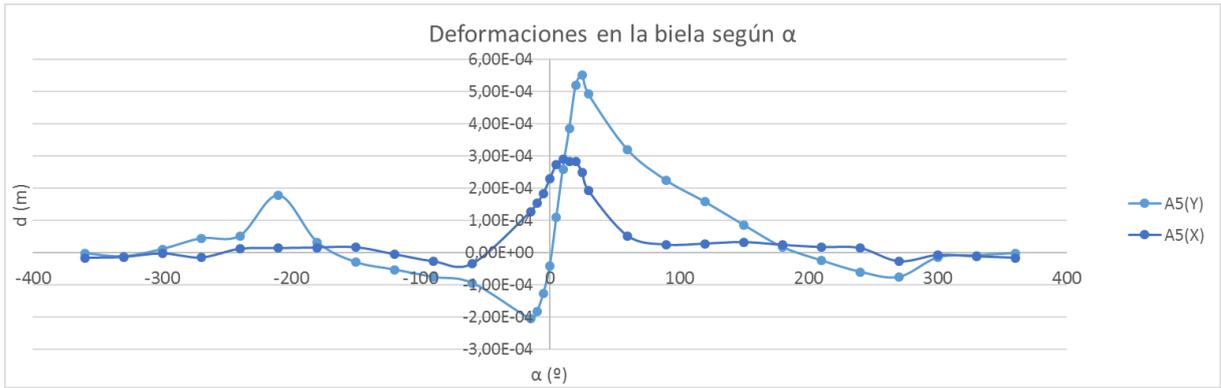


Fig. 5.16: Deformaciones máximas de la biela según un ángulo α

Durante el PMS ($\alpha = -360$) las deformaciones son en el sentido negativo de X e Y. Esto se debe a que la manivela está estirando de la biela debido a que la carga de la manivela sobre la biela es mayor y en sentido negativo. En la figura 5.17 se puede observar las condiciones de contorno para $\alpha = -360$.

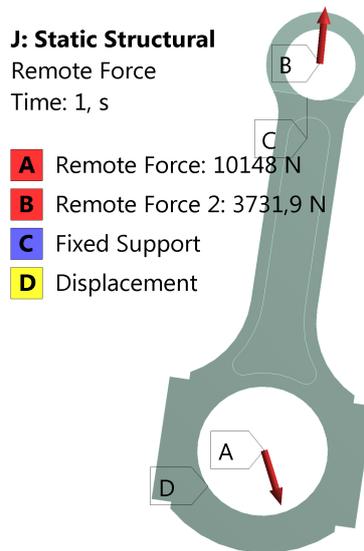


Fig. 5.17: Condiciones de contorno aplicadas en biela para $\alpha = -330$

La biela como consecuencia elonga su longitud como se observa en la figura 5.18, además de flexionar la biela en la dirección que lleva la manivela.

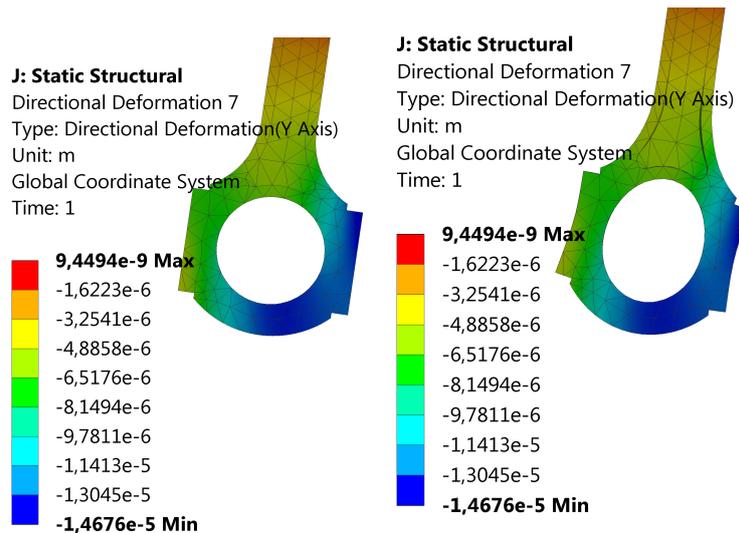


Fig. 5.18: Representación de deformaciones en $\alpha = -330^\circ$. Escala de deformaciones 1:1 (izquierda), 2:1 (derecha)

Esto quiere decir que de $\alpha = -360^\circ$ a $\alpha = -330^\circ$ la biela está flexionando en sentido negativo del eje X, mientras que de $\alpha = -330^\circ$ en adelante esta flexionando en sentido positivo del eje X.

En $\alpha = -60^\circ$ se observa como se alcanzan unas deformaciones máximas durante la etapa de compresión ya que tanto la manivela como la biela están haciendo un esfuerzo para comprimir la masa de aire fresco en la cámara, antes de la reacción de combustión.

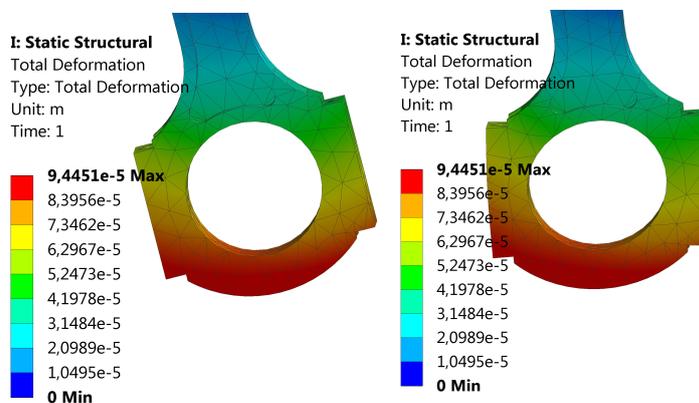


Fig. 5.19: Representación de deformaciones en $\alpha = -60^\circ$

Esta masa de aire hace un esfuerzo en sentido negativo que supera al valor de la fuerza de inercia, por lo que tiende a comprimir la biela (figura 5.19), debido a que comienza a producirse una fuerza de compresión sobre el pie de biela mayor que la fuerza de tracción producida sobre la cabeza (figura 5.20).

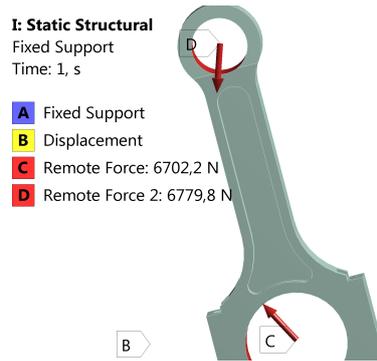


Fig. 5.20: Condiciones de contorno aplicadas en $\alpha = -60^\circ$

En el PMS ($\alpha = 10^\circ$) se alcanzan las mayores deformaciones en X y en Y, debido a las condiciones de contorno aplicadas en ese ángulo (figura 5.21)

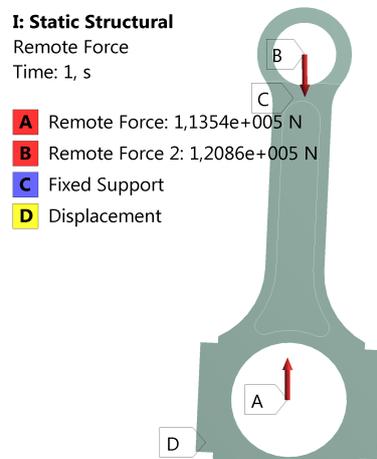


Fig. 5.21: Condiciones de contorno aplicadas en $\alpha = 10^\circ$

La biela alarga su longitud en $\alpha = 10^\circ$ tras la reacción de combustión (figura 5.22). Por otra parte en el eje X se adquiere la mayor deformación en ese mismo ángulo, puesto que el esfuerzo de compresión conlleva una flexión que, en caso de diseño de sección incorrecto, puede derivar en esfuerzos que provoquen pandeo sobre el cuerpo de la biela.

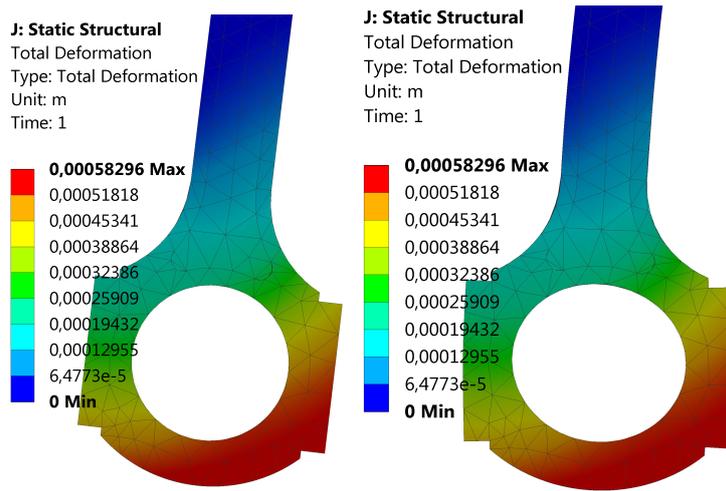


Fig. 5.22: Representación de deformaciones en $\alpha = 10^\circ$

Al llegar de nuevo al PMI cesan los esfuerzos de tracción sobre la pieza y comienza a comprimir la longitud de la biela, sin embargo aproximadamente a $\alpha = 270^\circ$ la válvula de escape ya se encuentra abierta (para eliminar los gases de la combustión) y por lo tanto ya no existe un esfuerzo de presión que haga que la biela comprima su longitud, por lo tanto al tratarse de un problema elástico lineal recupera su longitud inicial al cesar el esfuerzo.

6

Conclusiones y futuros trabajos

Contenidos

6.1 Conclusiones	60
6.2 Futuros trabajos	61

6.1 Conclusiones

En el siguiente apartado se exponen las conclusiones obtenidas a lo largo del desarrollo de este documento.

- En primer lugar se ha obtenido, a partir de la técnica de Elementos Finitos y gracias a la herramienta ANSYS Workbench un modelo con el cual obtener las deformaciones mecánicas en los distintos componentes. Este análisis ha sido compuesto de una parte de dinámica del sólido rígido (con la que se obtienen las fuerzas en las áreas de contacto entre componentes) y una parte de sólido estático para así, finalmente, medir los desplazamientos.

Con este procedimiento se han podido obtener los distintos desplazamientos en cada componente para cada ángulo en el ciclo de trabajo:

- En el pistón los desplazamientos se producen tanto en el eje Y como en el eje Z. En el eje Y son mayoritarios en la cabeza del pistón, obteniéndose una compresión máxima en el PMS. En el eje Z los desplazamientos se producen próximos a la hendidura donde se inserta el bulón, desplazándose en la dirección positiva del eje Z. Las fuerzas de inercia tienen un sentido opuesto al movimiento y por tanto se puede observar una tracción en la cabeza del pistón en el PMS y una compresión en el ranurado.
- En la biela los desplazamientos mayoritarios se producen en la zona del cuerpo. Esta se desplaza en los ejes X e Y, siendo mayores en el eje Y. Sin embargo, se producen deformaciones debido a la flexión en el eje X que bajo un diseño incorrecto de la pieza podría derivar en condición de pandeo. En el diseño de elementos esbeltos como la biela debe garantizarse su resistencia a esfuerzos de pandeo.
- Finalmente, por falta de tiempo, se ha decidido eliminar la manivela del cálculo en vista de que al ser el elemento más robusto del mecanismo apenas se deforma; además de ello el modelo representado es una gran simplificación del cigüeñal, por lo que no puede extrapolarse su comportamiento.

En base a los objetivos establecidos al inicio del proyecto se puede concluir que estos han sido cumplidos de manera satisfactoria. Sin embargo, a lo largo del desarrollo del proyecto se han visto distintos factores que pueden abrir diversas líneas de investigación.

6.2 Futuros trabajos

Con el desarrollo del presente modelo se abren diversas vías de investigación que toman este documento como base.

Ensayo de deformaciones mecánicas de biela.

La técnica de elementos finitos es útil para todo tipo de problemas, sin embargo, no deja de ser una técnica que adquiere una solución aproximada y tiene cierto margen de error, a veces, difícil de calcular. La mejor manera, por tanto, para estudiar las deformaciones sobre la biela es colocar una serie de galgas extensiométricas. De esta manera, si se compara el valor obtenido del ensayo con el modelo, puede obtenerse un factor de error del modelo sobre la realidad y por tanto poder validar los resultados obtenidos con este.

Modelo de deformaciones mecánicas extendido a un MCIA.

En primer lugar, se ha estudiado el comportamiento de solo dos de los elementos que forman parte del mecanismo pistón-biela-manivela. Si bien es cierto que se ha despreciado el bulón debido a la restricción de deformaciones al estar insertado dentro del pistón, no es posible despreciar el efecto del cigüeñal. En este caso no se ha tomado en cuenta su comportamiento porque se está hablando de una sola manivela, por lo que no puede extrapolarse al comportamiento que sucede en un cigüeñal completo.

Por ello, el desarrollo de un modelo de elementos finitos que tenga como fin la posibilidad de estudiar un cigüeñal completo y los mecanismos pistón-biela-manivela individuales sería una línea de trabajo adecuada.

Efecto del cálculo a fatiga sobre las deformaciones mecánicas del sistema

Por otro lado se ha estudiado las deformaciones según un ciclo de trabajo normal. Los componentes del mecanismo pistón-biela-manivela siguen un número alto de ciclos durante cada fase de funcionamiento, por lo que es interesante realizar el análisis del sistema a fatiga y ver como afecta este a las deformaciones del mecanismo.

Modelo de deformaciones mecánicas sobre sobre sistema multi-cuerpo flexible.

El análisis del modelo se ha basado en un estudio combinado: por una parte existía el estudio del sólido rígido para así obtener las fuerzas de transferencia entre componentes para cada ángulo del mecanismo. Luego, a partir de esas fuerzas, se ha generado un análisis para cada ángulo de funcionamiento.

Sin embargo, ANSYS permite representar un análisis multi-cuerpo con elementos flexibles. De esta manera, en vez de aplicar el módulo *Rigid Dynamics* se podría haber utilizado *Transient Structural*. Habría hecho falta restringir los desplazamientos en las zonas de unión entre piezas para así evitar los movimientos de cuerpo rígido libre. Este tipo de análisis requieren una potencia de cálculo inmensa, por ello en el momento del análisis no se pudo plantear esta alternativa.

Bibliografía

- [1] ANSYS, Inc. *ANSYS Mechanical APDL Multibody Guide*.
- [2] ANSYS, Inc. *ANSYS Meshing User's Guide*.
- [3] ANSYS, Inc. *ANSYS Mechanical User's Guide*.
- [4] Julia Cano López. Determinación de deformación mecánica en un motor de combustión interna alternativo. Master's thesis, Universidad de Castilla-La Mancha, 2005.
- [5] Prof.J.M.Desantes Prof.F.Payri. *Motores de combustión interna alternativos*. UPV Editorial, Editorial Reverté, 2011.
- [6] P S Shenoy y A. Fatemi. Dynamic analysis of loads and stresses in connecting rods. *Institution of Mechanical Engineers (IMechE)*, 2006.
- [7] R. Zienkiewicz, O.C. y Taylor. *El Método de los Elementos Finitos*, volume 1. McGraw-Hill, 4a edición (1989).

7

Anexo A: Datos del problema

Tabla 7.1: Distribución de presión sobre la cabeza del pistón para α

$\alpha(^{\circ})$	P (Pa)	F (N)
-360	3,34E+05	-2614,29
-359	3,34E+05	-2614,29
-355	3,12E+05	-2439,6
-350	2,58E+05	-2020,18
-345	2,10E+05	-1641,66
-340	1,86E+05	-1453,28
-335	1,74E+05	-1358,67
-330	1,69E+05	-1319,81
-325	1,70E+05	-1331,36
-320	1,75E+05	-1368,31
-315	1,78E+05	-1395,7
-310	1,82E+05	-1424,34
-305	1,85E+05	-1449,33
-300	1,88E+05	-1467,93
-295	1,89E+05	-1482,36
-290	1,91E+05	-1492,97
-285	1,92E+05	-1498,72
-280	1,92E+05	-1502,89
-275	1,93E+05	-1509,03
-270	1,94E+05	-1516,72
-265	1,95E+05	-1522,64
-260	1,95E+05	-1526,28
-255	1,96E+05	-1530,15
-250	1,96E+05	-1536,87
-245	1,98E+05	-1547,22
-240	2,00E+05	-1561,27
-235	2,02E+05	-1579,61
-230	2,05E+05	-1602,19
-225	2,08E+05	-1627,75
-220	2,12E+05	-1654,86
-215	2,15E+05	-1683,02
-210	2,19E+05	-1712,18
-205	2,23E+05	-1741,88
-200	2,26E+05	-1771,74
-195	2,30E+05	-1801,25
-190	2,34E+05	-1829,73
-185	2,37E+05	-1856,48
-180	2,40E+05	-1881,56
-175	2,44E+05	-1906,13
-170	2,47E+05	-1931,52
-165	2,50E+05	-1958,03
-160	2,54E+05	-1985,69
-155	2,58E+05	-2014,89

Continúa en la siguiente página

Tabla 7.1: Distribución de esfuerzos sobre la cabeza del pistón para α

$\alpha(^{\circ})$	P (Pa)	F (N)
-150	2,62E+05	-2051,16
-145	2,68E+05	-2097,94
-140	2,76E+05	-2155,61
-135	2,84E+05	-2224,58
-130	2,95E+05	-2306,63
-125	3,07E+05	-2403,41
-120	3,22E+05	-2517,69
-115	3,39E+05	-2652,34
-110	3,59E+05	-2811,13
-105	3,83E+05	-2999,32
-100	4,12E+05	-3222,62
-95	4,46E+05	-3488,77
-90	4,87E+05	-3807,82
-85	5,36E+05	-4193,56
-80	5,96E+05	-4661,81
-75	6,69E+05	-5236,3
-70	7,60E+05	-5947,53
-65	8,74E+05	-6836,58
-60	1,02E+06	-7960,42
-55	1,20E+06	-9398,27
-50	1,44E+06	-11261,5
-45	1,74E+06	-13622,1
-40	2,13E+06	-16632
-35	2,63E+06	-20595,1
-30	3,30E+06	-25839,6
-25	4,19E+06	-32745,6
-20	5,32E+06	-41650,3
-15	6,80E+06	-53232,6
-10	8,59E+06	-67198,2
-5	1,03E+07	-80335,1
0	1,25E+07	-97906,3
5	1,49E+07	-116906
10	1,62E+07	-126457
15	1,57E+07	-123140
20	1,43E+07	-111869
25	1,24E+07	-96876,5
30	1,03E+07	-80638
35	8,51E+06	-66602,9
40	7,03E+06	-54999
45	5,84E+06	-45717,2
50	4,92E+06	-38455,6
55	4,17E+06	-32634,9
60	3,59E+06	-28078,7
65	3,13E+06	-24464,7
70	2,75E+06	-21508,1
75	2,45E+06	-19139,9
80	2,19E+06	-17172,1
85	1,99E+06	-15536,1
90	1,82E+06	-14200,9
95	1,67E+06	-13051,2
100	1,54E+06	-12072,7
105	1,44E+06	-11248,7
110	1,35E+06	-10552,4
115	1,27E+06	-9961,81

Continúa en la siguiente página

Tabla 7.1: Distribución de esfuerzos sobre la cabeza del pistón para α

$\alpha(^{\circ})$	P (Pa)	F (N)
120	1,21E+06	-9459,52
125	1,15E+06	-9032,03
130	1,11E+06	-8666,64
135	1,07E+06	-8333,02
140	1,02E+06	-8006,19
145	9,80E+05	-7668,91
150	9,34E+05	-7310,97
155	8,86E+05	-6929,73
160	8,34E+05	-6525,31
165	7,79E+05	-6098,63
170	7,23E+05	-5653,04
175	6,65E+05	-5199,9
180	6,07E+05	-4751,62
185	5,52E+05	-4316,96
190	4,99E+05	-3903,36
195	4,51E+05	-3525,44
200	4,09E+05	-3200,46
205	3,76E+05	-2938,69
210	3,50E+05	-2738,23
215	3,32E+05	-2594,85
220	3,21E+05	-2509,06
225	3,17E+05	-2480,34
230	3,17E+05	-2482,52
235	3,17E+05	-2483,06
240	3,15E+05	-2468,16
245	3,11E+05	-2435,74
250	3,05E+05	-2388,31
255	2,98E+05	-2329,38
260	2,89E+05	-2263,08
265	2,81E+05	-2196,44
270	2,74E+05	-2140,78
275	2,69E+05	-2106,57
280	2,68E+05	-2095,08
285	2,68E+05	-2094,82
290	2,67E+05	-2092,34
295	2,66E+05	-2083,66
300	2,64E+05	-2067,79
305	2,61E+05	-2040,59
310	2,56E+05	-2000,53
315	2,50E+05	-1955,85
320	2,45E+05	-1916,22
325	2,42E+05	-1891,13
330	2,43E+05	-1903,4
335	2,53E+05	-1978,75
340	2,71E+05	-2119,78
345	2,94E+05	-2296,39
350	3,16E+05	-2474,69
355	3,33E+05	-2606,23
360	3,36E+05	-2630,29

Anexo B: Resultados de análisis de sólido rígido

8

Tabla 8.1: Resultados de análisis cinemático del pistón según un ángulo α

$\alpha(^{\circ})$	$v_{xB}(ms^{-1})$	$v_{yB}(ms^{-1})$	v_{yB} ANSYS (ms^{-1})	$a_{xB}(ms^{-2})$	$a_{yB}(ms^{-2})$	a_{yB} ANSYS (ms^{-2})
-360	0	0	0,61661	0	-8234,51	-8229,4
-350		-3,8887	-3,3037		-8014,88	-8087,7
-340		-7,5852	-7,059		-7375,69	-7543,2
-330		-10,9091	-10,464		-6372,91	-6630,4
-320		-13,7041	-13,355		-5090,54	-5409,6
-310		-15,8496	-15,605		-3629,24	-3965
-300		-17,2708	-17,13		-2094,68	-2400,8
-290		-17,9451	-17,902		-587,279	-832,13
-280		-17,904	-17,944		805,7884	628,85
-270		-17,2264	-17,332		2016,264	1889,3
-260		-16,0254	-16,178		2998,55	2890,5
-250		-14,4299	-14,61		3731,618	3614,4
-240		-12,5662	-12,76		4219,122	4081,5
-230		-10,5427	-10,738		4487,632	4339
-220		-8,4417	-8,6311		4582,773	4446,5
-210		-6,3173	-6,497		4562,917	4462,9
-200		-4,1984	-4,3667		4490,383	4437,6
-190		-2,0939	-2,2509		4420,885	4407,1
-180		0	-0,1464		4393,101	4393,2
-170		2,0939	1,9573		4420,885	4403,8
-160		4,1984	4,0711		4490,383	4433
-150		6,3173	6,1996		4562,917	4460,9
-140		8,4417	8,3345		4582,773	4453
-130		10,5427	10,448		4487,632	4361,6
-120		12,5662	12,486		4219,122	4128,7
-110		14,4299	14,367		3731,618	3694
-100		16,0254	15,981		2998,55	3007,8
-90		17,2264	17,201		2016,264	2045,2
-80		17,904	17,896		805,7884	818,19
-70		17,9451	17,95		-587,279	-619,78
-60		17,2708	17,283		-2094,68	-2179,9
-50		15,8496	15,862		-3629,24	-3751,7
-40		13,7041	13,709		-5090,54	-5219,6
-30		10,9091	10,901		-6372,91	-6477,2
-20		7,5852	7,5582		-7375,69	-7437,1
-15		5,7727	5,7355		-7745,01	-7784,5
-14		5,4009	5,3616		-7807,16	-7842,5
-13		5,0264	4,985		-7865,28	-7896,7
-12		4,6494	4,6059		-7919,3	-7946,9
-11		4,2702	4,2246		-7969,19	-7993,2
-10		3,8887	3,8411		-8014,88	-8035,5
-9		3,5054	3,4556		-8056,36	-8073,8
-8		3,1203	3,0685		-8093,56	-8108

Continúa en la siguiente página

$\alpha(^{\circ})$	v_{xB} (m)	v_{yB} (m)	v_{yB} ANSYS (ms^{-1})	a_{xB} (ms^{-1})	a_{yB} (ms^{-2})	a_{yB} ANSYS (ms^{-2})
-7		2,7337	2,6797		-8126,48	-8138,2
-6		2,3457	2,2897		-8155,06	-8164,3
-5		1,9565	1,8985		-8179,29	-8186,3
-4		1,5664	1,5063		-8199,14	-8204,2
-3		1,1755	1,1134		-8214,61	-8218
-2		0,784	0,71994		-8225,66	-8227,6
-1		0,3921	0,3261		-8232,3	-8233,1
0		0	-0,06791		-8234,51	-8234,4
1		-0,3921	-0,46187		-8232,3	-8231,7
2		-0,784	-0,85561		-8225,66	-8224,7
3		-1,1755	-1,2489		-8214,61	-8213,7
4		-1,5664	-1,6416		-8199,14	-8198,5
5		-1,9565	-2,0334		-8179,29	-8179,2
6		-2,3457	-2,4243		-8155,06	-8155,8
7		-2,7337	-2,8139		-8126,48	-8128,3
8		-3,1203	-3,2021		-8093,56	-8096,7
9		-3,5054	-3,5887		-8056,36	-8061,1
10		-3,8887	-3,9735		-8014,88	-8021,4
11		-4,2702	-4,3563		-7969,19	-7977,7
12		-4,6494	-4,7369		-7919,3	-7930,1
13		-5,0264	-5,1151		-7865,28	-7878,5
14		-5,4009	-5,4908		-7807,16	-7822,9
15		-5,7727	-5,8637		-7745,01	-7763,5
16		-6,1416	-6,2337		-7678,87	-7700,3
17		-6,5075	-6,6006		-7608,8	-7633,2
18		-6,8702	-6,9641		-7534,87	-7562,4
19		-7,2295	-7,3242		-7457,15	-7487,9
20		-7,5852	-7,6807		-7375,69	-7409,7
21		-7,9372	-8,0333		-7290,57	-7327,9
22		-8,2852	-8,3819		-7201,87	-7242,5
23		-8,6292	-8,7263		-7109,66	-7153,6
24		-8,9689	-9,0664		-7014,02	-7061,3
25		-9,3042	-9,402		-6915,03	-6965,5
26		-9,6349	-9,733		-6812,78	-6866,5
27		-9,9609	-10,059		-6707,36	-6764,2
28		-10,282	-10,38		-6598,84	-6658,7
29		-10,5981	-10,696		-6487,33	-6550
30		-10,9091	-11,007		-6372,91	-6438,4
40		-13,7041	-13,795		-5090,54	-5171,9
50		-15,8496	-15,923		-3629,24	-3698,6
60		-17,2708	-17,319		-2094,68	-2125,3
70		-17,9451	-17,96		-587,279	-567,6
80		-17,904	-17,882		805,7884	864,41
90		-17,2264	-17,167		2016,264	2083
100		-16,0254	-15,931		2998,55	3036
110		-14,4299	-14,306		3731,618	3713
120		-12,5662	-12,418		4219,122	4139,7
130		-10,5427	-10,376		4487,632	4366,8
140		-8,4417	-8,261		4582,773	4454,4
150		-6,3173	-6,126		4562,917	4460,3
160		-4,1984	-3,998		4490,383	4431,9
170		-2,0939	-1,8847		4420,885	4403
180		0	0,21886		4393,101	4393,2
190		2,0939	2,3236		4420,885	4407,9
200		4,1984	4,4399		4490,383	4438,7
210		6,3173	6,5706		4562,917	4463,2

Continúa en la siguiente página

$\alpha(^{\circ})$	v_{xB} (m)	v_{yB} (m)	v_{yB} ANSYS (ms^{-1})	a_{xB} (ms^{-1})	a_{yB} (ms^{-2})	a_{yB} ANSYS (ms^{-2})
220		8,4417	8,7044		4582,773	4444,7
230		10,5427	10,809		4487,632	4333
240		12,5662	12,827		4219,122	4069,2
250		14,4299	14,67		3731,618	3593,9
260		16,0254	16,225		2998,55	2860,6
270		17,2264	17,363		2016,264	1850
280		17,904	17,954		805,7884	581,38
290		17,9451	17,888		-587,279	-885,02
300		17,2708	17,09		-2094,68	-2455,5
310		15,8496	15,539		-3629,24	-4017,4
320		13,7041	13,265		-5090,54	-5455,9
330		10,9091	10,354		-6372,91	-6667,4
340		7,5852	6,9344		-7375,69	-7568,4
350		3,8887	3,1702		-8014,88	-8099,5
360		0	0,58134		-8234,51	-8230

Tabla 8.2: Resultados de análisis cinemático sobre el centro de masas de la biela según un ángulo α

$\alpha(^{\circ})$	v_{xG} (ms^{-1})	$v_{xG}ANSYS$ (ms^{-1})	v_{yG} (ms^{-1})	$v_{yG}ANSYS$ (ms^{-1})	a_{xG} (ms^{-2})	$a_{xG}ANSYS$ (ms^{-2})	a_{yG} (ms^{-2})	$a_{yG}ANSYS$ (ms^{-2})
-360	-12,2845	-12,2800		0,5141	0,0000	-100,3200	-6864,8175	-6861,7000
-350	-12,0979	-12,1500	-3,2488	-2,7584	781,8508	663,6300	-6737,8879	-6773,5000
-340	-11,5436	-11,6480	-6,3776	-5,9279	1539,9454	1430,5000	-6362,7933	-6433,2000
-330	-10,6387	-10,7880	-9,2718	-8,8771	2251,2496	2153,4000	-5756,5678	-5856,3000
-320	-9,4105	-9,5978	-11,8278	-11,4990	2894,1507	2810,3000	-4947,3293	-5069,7000
-310	-7,8963	-8,1127	-13,9574	-13,7010	3449,1145	3381,0000	-3973,4883	-4110,9000
-300	-6,1422	-6,3788	-15,5933	-15,4130	3899,2787	3848,0000	-2881,9575	-3026,7000
-290	-4,2015	-4,4491	-16,6917	-16,5860	4230,9652	4196,9000	-1724,9536	-1869,4000
-280	-2,1332	-2,3829	-17,2342	-17,1990	4434,0961	4417,0000	-555,3889	-692,9800
-270	0,0000	-0,2436	-17,2264	-17,2540	4502,4992	4501,7000	578,4262	452,7100
-260	2,1332	1,9031	-16,6952	-16,7770	4434,0961	4448,2000	1637,3727	1526,7000
-250	4,2015	3,9915	-15,6833	-15,8090	4230,9652	4258,2000	2593,9436	2499,8000
-240	6,1422	5,9574	-14,2437	-14,4040	3899,2787	3937,7000	3431,8477	3354,4000
-230	7,8963	7,7406	-12,4350	-12,6200	3449,1145	3496,3000	4143,3833	4081,8000
-220	9,4105	9,2862	-10,3181	-10,5180	2894,1507	2947,6000	4725,9816	4679,2000
-210	10,6387	10,5470	-7,9546	-8,1624	2251,2496	2308,6000	5179,2637	5146,0000
-200	11,5436	11,4840	-5,4060	-5,6144	1539,9454	1598,7000	5503,2791	5482,2000
-190	12,0979	12,0690	-2,7339	-2,9368	781,8508	839,7000	5697,8808	5687,8000
-180	12,2845	12,2840	0,0000	-0,1920	0,0000	54,9940	5762,7931	5762,5000
-170	12,0979	12,1210	2,7339	2,5570	-781,8508	-731,4000	5697,8808	5706,1000
-160	11,5436	11,5870	5,4060	5,2478	-1539,9454	-1495,4000	5503,2791	5518,7000
-150	10,6387	10,6980	7,9546	7,8176	-2251,2496	-2213,4000	5179,2637	5200,6000
-140	9,4105	9,4799	10,3181	10,2040	-2894,1507	-2863,6000	4725,9816	4752,0000
-130	7,8963	7,9713	12,4350	12,3440	-3449,1145	-3425,9000	4143,3833	4172,8000
-120	6,1422	6,2181	14,2437	14,1770	-3899,2787	-3883,2000	3431,8477	3463,4000
-110	4,2015	4,2741	15,6833	15,6390	-4230,9652	-4221,2000	2593,9436	2626,3000
-100	2,1332	2,1990	16,6952	16,6710	-4434,0961	-4429,8000	1637,3727	1668,8000
-90	0,0000	0,0565	17,2264	17,2190	-4502,4992	-4502,5000	578,4262	607,4000
-80	-2,1332	-2,0878	17,2342	17,2400	-4434,0961	-4437,0000	-555,3889	-530,5100
-70	-4,2015	-4,1681	16,6917	16,7050	-4230,9652	-4235,5000	-1724,9536	-1705,5000
-60	-6,1422	-6,1204	15,5933	15,6090	-3899,2787	-3903,9000	-2881,9575	-2868,6000
-50	-7,8963	-7,8850	13,9574	13,9700	-3449,1145	-3452,6000	-3973,4883	-3966,3000
-40	-9,4105	-9,4077	11,8278	11,8330	-2894,1507	-2895,4000	-4947,3293	-4945,5000
-30	-10,6387	-10,6420	9,2718	9,2642	-2251,2496	-2249,4000	-5756,5678	-5758,5000

Continúa en la siguiente página

$\alpha(^{\circ})$	v_{xG} (ms^{-1})	$v_{xGANSYS}$ (ms^{-1})	v_{yG} (ms^{-1})	$v_{yGANSYS}$ (ms^{-1})	a_{xG} (ms^{-2})	$a_{xGANSYS}$ ((ms^{-2})	a_{yG} (ms^{-2})	$a_{yGANSYS}$ (ms^{-2})
-20	-11,5436	-11,5490	6,3776	6,3545	-1539,9454	-1534,3000	-6362,7933	-6366,5000
-15	-11,8659	-11,8720	4,8355	4,8040	-1165,3325	-1157,7000	-6580,5610	-6584,3000
-14	-11,9196	-11,9250	4,5213	4,4881	-1089,2531	-1081,2000	-6616,9287	-6620,6000
-13	-11,9696	-11,9750	4,2054	4,1705	-1012,8419	-1004,4000	-6650,8601	-6654,4000
-12	-12,0160	-12,0210	3,8879	3,8513	-936,1222	-927,2900	-6682,3397	-6685,8000
-11	-12,0588	-12,0640	3,5690	3,5307	-859,1173	-849,8800	-6711,3533	-6714,7000
-10	-12,0979	-12,1030	3,2488	3,2088	-781,8508	-772,2100	-6737,8879	-6741,0000
-9	-12,1332	-12,1380	2,9273	2,8856	-704,3460	-694,3000	-6761,9315	-6764,8000
-8	-12,1649	-12,1690	2,6048	2,5614	-626,6268	-616,1700	-6783,4732	-6786,2000
-7	-12,1929	-12,1970	2,2813	2,2362	-548,7166	-537,8600	-6802,5033	-6804,9000
-6	-12,2172	-12,2210	1,9570	1,9102	-470,6393	-459,3800	-6819,0134	-6821,2000
-5	-12,2377	-12,2410	1,6320	1,5835	-392,4187	-380,7600	-6832,9961	-6834,8000
-4	-12,2546	-12,2570	1,3063	1,2562	-314,0785	-302,0300	-6844,4449	-6846,0000
-3	-12,2677	-12,2700	0,9801	0,9284	-235,6426	-223,2000	-6853,3549	-6854,5000
-2	-12,2770	-12,2780	0,6536	0,6002	-157,1350	-144,3000	-6859,7221	-6860,5000
-1	-12,2826	-12,2830	0,3269	0,2719	-78,5794	-65,3540	-6863,5435	-6863,9000
0	-12,2845	-12,2850	0,0000	-0,0566	0,0000	13,6090	-6864,8175	-6864,8000
1	-12,2826	-12,2820	-0,3269	-0,3851	78,5794	92,5680	-6863,5435	-6863,0000
2	-12,2770	-12,2760	-0,6536	-0,7134	157,1350	171,5000	-6859,7221	-6858,7000
3	-12,2677	-12,2660	-0,9801	-1,0414	235,6426	250,3800	-6853,3549	-6851,9000
4	-12,2546	-12,2520	-1,3063	-1,3690	314,0785	329,1800	-6844,4449	-6842,4000
5	-12,2377	-12,2340	-1,6320	-1,6962	392,4187	407,8800	-6832,9961	-6830,4000
6	-12,2172	-12,2130	-1,9570	-2,0227	470,6393	486,4500	-6819,0134	-6815,9000
7	-12,1929	-12,1880	-2,2813	-2,3484	548,7166	564,8700	-6802,5033	-6798,8000
8	-12,1649	-12,1590	-2,6048	-2,6733	626,6268	643,1200	-6783,4732	-6779,1000
9	-12,1332	-12,1260	-2,9273	-2,9971	704,3460	721,1800	-6761,9315	-6756,9000
10	-12,0979	-12,0900	-3,2488	-3,3199	781,8508	799,0100	-6737,8879	-6732,2000
11	-12,0588	-12,0500	-3,5690	-3,6414	859,1173	876,5900	-6711,3533	-6705,0000
12	-12,0160	-12,0060	-3,8879	-3,9615	936,1222	953,9100	-6682,3397	-6675,3000
13	-11,9696	-11,9580	-4,2054	-4,2801	1012,8419	1030,9000	-6650,8601	-6643,1000
14	-11,9196	-11,9070	-4,5213	-4,5972	1089,2531	1107,6000	-6616,9287	-6608,4000
15	-11,8659	-11,8520	-4,8355	-4,9125	1165,3325	1184,0000	-6580,5610	-6571,2000
16	-11,8086	-11,7940	-5,1480	-5,2260	1241,0570	1260,0000	-6541,7733	-6531,7000
17	-11,7477	-11,7320	-5,4585	-5,5376	1316,4034	1335,6000	-6500,5834	-6489,7000
18	-11,6832	-11,6660	-5,7670	-5,8470	1391,3488	1410,8000	-6457,0100	-6445,3000
19	-11,6152	-11,5970	-6,0734	-6,1543	1465,8703	1485,6000	-6411,0730	-6398,5000
20	-11,5436	-11,5240	-6,3776	-6,4593	1539,9454	1559,9000	-6362,7933	-6349,3000
21	-11,4686	-11,4470	-6,6794	-6,7619	1613,5514	1633,7000	-6312,1931	-6297,9000
22	-11,3900	-11,3670	-6,9787	-7,0620	1686,6659	1707,1000	-6259,2957	-6244,1000
23	-11,3079	-11,2840	-7,2755	-7,3595	1759,2666	1779,9000	-6204,1253	-6188,0000
24	-11,2224	-11,1970	-7,5695	-7,6542	1831,3314	1852,1000	-6146,7075	-6129,7000
25	-11,1335	-11,1070	-7,8608	-7,9460	1902,8384	1923,8000	-6087,0687	-6069,1000
26	-11,0412	-11,0130	-8,1492	-8,2349	1973,7657	1994,9000	-6025,2368	-6006,3000
27	-10,9456	-10,9160	-8,4346	-8,5208	2044,0918	2065,4000	-5961,2403	-5941,3000
28	-10,8466	-10,8150	-8,7169	-8,8035	2113,7953	2135,2000	-5895,1093	-5874,2000
29	-10,7443	-10,7120	-8,9960	-9,0829	2182,8549	2204,4000	-5826,8744	-5805,0000
30	-10,6387	-10,6040	-9,2718	-9,3590	2251,2496	2272,9000	-5756,5678	-5733,7000
40	-9,4105	-9,3598	-11,8278	-11,9140	2894,1507	2916,2000	-4947,3293	-4914,2000
50	-7,8963	-7,8279	-13,9574	-14,0360	3449,1145	3470,1000	-3973,4883	-3930,1000
60	-6,1422	-6,0559	-15,5933	-15,6560	3899,2787	3917,4000	-2881,9575	-2829,3000
70	-4,2015	-4,0981	-16,6917	-16,7330	4230,9652	4244,6000	-1724,9536	-1664,9000
80	-2,1332	-2,0146	-17,2342	-17,2480	4434,0961	4441,6000	-555,3889	-490,4200
90	0,0000	0,1307	-17,2264	-17,2090	4502,4992	4502,3000	578,4262	645,4500
100	2,1332	2,2720	-16,6952	-16,6430	4434,0961	4424,9000	1637,3727	1703,7000
110	4,2015	4,3436	-15,6833	-15,5950	4230,9652	4211,7000	2593,9436	2657,2000

Continúa en la siguiente página

$\alpha(^{\circ})$	v_{xG} (ms^{-1})	$v_{xG}ANSYS$ (ms^{-1})	v_{yG} (ms^{-1})	$v_{yG}ANSYS$ (ms^{-1})	a_{xG} (ms^{-2})	$a_{xG}ANSYS$ ((ms^{-2})	a_{yG} (ms^{-2})	$a_{yG}ANSYS$ (ms^{-2})
120	6,1422	6,2820	-14,2437	-14,1190	3899,2787	3869,3000	3431,8477	3490,0000
130	7,8963	8,0276	-12,4350	-12,2750	3449,1145	3408,2000	4143,3833	4195,0000
140	9,4105	9,5270	-10,3181	-10,1250	2894,1507	2842,6000	4725,9816	4769,7000
150	10,6387	10,7340	-7,9546	-7,7317	2251,2496	2189,7000	5179,2637	5213,8000
160	11,5436	11,6120	-5,4060	-5,1567	1539,9454	1469,7000	5503,2791	5527,3000
170	12,0979	12,1330	-2,7339	-2,4629	781,8508	704,5300	5697,8808	5710,2000
180	12,2845	12,2830	0,0000	0,2871	0,0000	-82,2080	5762,7931	5762,1000
190	12,0979	12,0550	2,7339	3,0305	-781,8508	-866,4300	5697,8808	5682,9000
200	11,5436	11,4580	5,4060	5,7047	-1539,9454	-1624,1000	5503,2791	5472,8000
210	10,6387	10,5090	7,9546	8,2472	-2251,2496	-2331,9000	5179,2637	5132,0000
220	9,4105	9,2374	10,3181	10,5950	-2894,1507	-2968,2000	4725,9816	4660,8000
230	7,8963	7,6828	12,4350	12,6870	-3449,1145	-3513,4000	4143,3833	4058,9000
240	6,1422	5,8924	14,2437	14,4590	-3899,2787	-3950,8000	3431,8477	3327,0000
250	4,2015	3,9212	15,6833	15,8500	-4230,9652	-4267,0000	2593,9436	2468,2000
260	2,1332	1,8297	16,6952	16,8020	-4434,0961	-4452,3000	1637,3727	1491,3000
270	0,0000	-0,3179	17,2264	17,2610	-4502,4992	-4501,0000	578,4262	414,2100
280	-2,1332	-2,4557	17,2342	17,1870	-4434,0961	-4411,7000	-555,3889	-733,2800
290	-4,2015	-4,5182	16,6917	16,5550	-4230,9652	-4186,9000	-1724,9536	-1909,9000
300	-6,1422	-6,4421	15,5933	15,3630	-3899,2787	-3833,8000	-2881,9575	-3065,6000
310	-7,8963	-8,1684	13,9574	13,6330	-3449,1145	-3363,0000	-3973,4883	-4146,3000
320	-9,4105	-9,6440	11,8278	11,4150	-2894,1507	-2789,0000	-4947,3293	-5099,9000
330	-10,6387	-10,8240	9,2718	8,7804	-2251,2496	-2129,5000	-5756,5678	-5879,8000
340	-11,5436	-11,6720	6,3776	5,8217	-1539,9454	-1404,6000	-6362,7933	-6449,0000
350	-12,0979	-12,1610	3,2488	2,6466	-781,8508	-636,7000	-6737,8879	-6780,8000
360	-12,2845	-12,2800	0,0000	0,4847	0,0000	-116,5100	-6864,8175	-6862,0000

Tabla 8.3: Resultados de análisis cinemático de la manivela según un ángulo α

$\alpha(^{\circ})$	v_{xA} (ms^{-1})	$v_{xA}ANSYS$ (ms^{-1})	v_{yA} (ms^{-1})	$v_{yA}ANSYS$ (ms^{-1})	a_{xA} (ms^{-2})	$a_{xA}ANSYS$ ((ms^{-2})	a_{yA} (ms^{-2})	$a_{yA}ANSYS$ (ms^{-2})
-360	-17,2264	-13,2534	0,0000	-2,3441	0,0000	-23,8440	-6313,8053	-6313,8000
-350	-16,9647	-13,1495	-2,9913	-3,0185	1096,3808	1078,2000	-6217,8844	-6221,1000
-340	-16,1875	-12,6766	-5,8918	-6,0256	2159,4486	2147,1000	-5933,0362	-5937,5000
-330	-14,9185	-11,8365	-8,6132	-8,9612	3156,9026	3150,1000	-5467,9157	-5471,8000
-320	-13,1962	-10,6392	-11,0729	-11,7669	4058,4358	4056,5000	-4836,6554	-4838,2000
-310	-11,0729	-9,1151	-13,1962	-14,4170	4836,6554	4838,5000	-4058,4358	-4056,2000
-300	-8,6132	-7,3479	-14,9185	-17,0987	5467,9157	5472,0000	-3156,9026	-3149,8000
-290	-5,8918	-5,8578	-16,1875	-22,9365	5933,0362	5937,7000	-2159,4486	-2146,7000
-280	-2,9913	-1,8905	-16,9647	-13,2395	6217,8844	6221,1000	-1096,3808	-1077,8000
-270	0,0000	0,0000	-17,2264	-16,1417	6313,8053	6313,8000	0,0000	24,2570
-260	2,9913	2,2369	-16,9647	-16,3534	6217,8844	6212,7000	1096,3808	1125,5000
-250	5,8918	4,4225	-16,1875	-15,6790	5933,0362	5921,0000	2159,4486	2192,3000
-240	8,6132	6,4595	-14,9185	-14,4319	5467,9157	5447,7000	3156,9026	3191,7000
-230	11,0729	8,3015	-13,1962	-12,7591	4836,6554	4807,2000	4058,4358	4093,3000
-220	13,1962	9,9210	-11,0729	-10,7436	4058,4358	4019,3000	4836,6554	4869,3000
-210	14,9185	11,2865	-8,6132	-8,4244	3156,9026	3108,0000	5467,9157	5495,9000
-200	16,1875	12,3455	-5,8918	-5,8225	2159,4486	2101,4000	5933,0362	5953,8000
-190	16,9647	13,0258	-2,9913	-2,9820	1096,3808	1030,3000	6217,8844	6229,2000
-180	17,2264	13,2590	-1,2340	-1,2340	0,0000	-72,3560	6313,8053	6313,4000
-170	16,9647	13,0185	2,9913	2,9797	-1096,3808	-1172,8000	6217,8844	6203,9000
-160	16,1875	12,3365	5,8918	5,8165	-2159,4486	-2237,3000	5933,0362	5904,1000
-150	14,9185	11,2845	8,6132	8,4206	-3156,9026	-3233,1000	5467,9157	5423,2000
-140	13,1962	9,9352	11,0729	10,7593	-4058,4358	-4129,8000	4836,6554	4775,9000

Continúa en la siguiente página

$\alpha(^{\circ})$	v_{xA} (ms^{-1})	$v_{xA}ANSYS$ (ms^{-1})	v_{yA} (ms^{-1})	$v_{yA}ANSYS$ (ms^{-1})	a_{xA} (ms^{-2})	$a_{xA}ANSYS$ ((ms^{-2})	a_{yA} (ms^{-2})	$a_{yA}ANSYS$ (ms^{-2})
-130	11,0729	8,3388	13,1962	12,8256	-4836,6554	-4899,7000	4058,4358	3982,0000
-120	8,6132	6,5213	14,9185	14,5988	-5467,9157	-5519,4000	3156,9026	3066,0000
-110	5,8918	4,5011	16,1875	16,0243	-5933,0362	-5969,7000	2159,4486	2056,0000
-100	2,9913	2,3087	16,9647	17,0170	-6217,8844	-6236,8000	1096,3808	982,8400
-90	0,0000	0,0000	17,2264	17,4736	-6313,8053	-6312,7000	0,0000	-120,4500
-80	-2,9913	-2,3304	16,9647	17,2258	-6217,8844	-6194,8000	-1096,3808	-1220,0000
-70	-5,8918	-4,7272	16,1875	17,0833	-5933,0362	-5886,9000	-2159,4486	-2282,2000
-60	-8,6132	-6,8365	14,9185	15,5254	-5467,9157	-5398,4000	-3156,9026	-3274,4000
-50	-11,0729	-8,7431	13,1962	13,6415	-4836,6554	-4744,3000	-4058,4358	-4166,1000
-40	-13,1962	-10,3541	11,0729	11,3536	-4058,4358	-3944,6000	-4836,6554	-4929,9000
-30	-14,9185	-11,6260	8,6132	8,7542	-3156,9026	-3023,9000	-5467,9157	-5542,6000
-20	-16,1875	-12,5378	5,8918	5,9409	-2159,4486	-2010,4000	-5933,0362	-5985,2000
-15	-16,6394	-12,8559	4,4585	4,4812	-2055,5739	-1905,2000	-5969,8202	-6019,5000
-14	-16,7147	-12,9083	4,1674	4,1863	-1951,0731	-1799,3000	-6004,7856	-6052,0000
-13	-16,7849	-12,9571	3,8751	3,8906	-1845,9780	-1692,9000	-6037,9220	-6082,6000
-12	-16,8500	-13,0022	3,5816	3,5941	-1740,3206	-1586,0000	-6069,2192	-6111,4000
-11	-16,9099	-13,0437	3,2870	3,2969	-1634,1330	-1478,5000	-6098,6676	-6138,2000
-10	-16,9647	-13,0815	2,9913	2,9990	-1527,4477	-1370,7000	-6126,2583	-6163,2000
-9	-17,0143	-13,1156	2,6948	2,7006	-1420,2972	-1262,4000	-6151,9828	-6186,3000
-8	-17,0588	-13,1461	2,3975	2,4018	-1312,7139	-1153,7000	-6175,8335	-6207,5000
-7	-17,0980	-13,1728	2,0994	2,1024	-1204,7308	-1044,7000	-6197,8029	-6226,8000
-6	-17,1320	-13,1959	1,8006	1,8026	-1096,3808	-935,3000	-6217,8844	-6244,1000
-5	-17,1608	-13,2153	1,5014	1,5027	-987,6967	-825,6500	-6236,0718	-6259,6000
-4	-17,1844	-13,2311	1,2017	1,2024	-878,7119	-715,7500	-6252,3597	-6273,1000
-3	-17,2028	-13,2432	0,9016	0,9020	-769,4593	-605,6300	-6266,7431	-6284,7000
-2	-17,2159	-13,2516	0,6012	0,6013	-659,9724	-495,3200	-6279,2176	-6294,3000
-1	-17,2238	-13,2563	0,3006	0,3006	-550,2844	-384,8600	-6289,7793	-6302,1000
0	-17,2264	-13,2573	0,0200	0,0200	-440,4288	-274,2800	-6298,4251	-6307,8000
1	-17,2238	-13,2548	-0,3006	-0,3006	-330,4390	-163,6200	-6305,1524	-6311,7000
2	-17,2159	-13,2484	-0,6012	-0,6011	-220,3486	-52,9020	-6309,9591	-6313,6000
3	-17,2028	-13,2385	-0,9016	-0,9015	-110,1911	57,8280	-6312,8436	-6313,5000
4	-17,1844	-13,2248	-1,2017	-1,2016	0,0000	168,5400	-6313,8053	-6311,6000
5	-17,1608	-13,2074	-1,5014	-1,5014	110,1911	279,2000	-6312,8436	-6307,6000
6	-17,1320	-13,1864	-1,8006	-1,8008	220,3486	389,7700	-6309,9591	-6301,8000
7	-17,0980	-13,1617	-2,0994	-2,0999	330,4390	500,2300	-6305,1524	-6294,0000
8	-17,0588	-13,1333	-2,3975	-2,3984	440,4288	610,5300	-6298,4251	-6284,2000
9	-17,0143	-13,1012	-2,6948	-2,6964	550,2844	720,6400	-6289,7793	-6272,5000
10	-16,9647	-13,0653	-2,9913	-2,9937	659,9724	830,5300	-6279,2176	-6258,9000
11	-16,9099	-13,0258	-3,2870	-3,2905	769,4593	940,1700	-6266,7431	-6243,4000
12	-16,8500	-12,9827	-3,5816	-3,5865	878,7119	1049,5000	-6252,3597	-6226,0000
13	-16,7849	-12,9357	-3,8751	-3,8816	987,6967	1158,5000	-6236,0718	-6206,6000
14	-16,7147	-12,8850	-4,1674	-4,1758	1096,3808	1267,2000	-6217,8844	-6185,3000
15	-16,6394	-12,8306	-4,4585	-4,4691	1204,7308	1375,5000	-6197,8029	-6162,2000
16	-16,5591	-12,7727	-4,7482	-4,7615	1312,7139	1483,3000	-6175,8335	-6137,1000
17	-16,4737	-12,7108	-5,0365	-5,0527	1420,2972	1590,7000	-6151,9828	-6110,1000
18	-16,3833	-12,6454	-5,3233	-5,3427	1527,4477	1697,6000	-6126,2583	-6081,3000
19	-16,2879	-12,5762	-5,6084	-5,6315	1634,1330	1804,0000	-6098,6676	-6050,6000
20	-16,1875	-12,5032	-5,8918	-5,9190	1740,3206	1909,9000	-6069,2192	-6018,0000
21	-16,0822	-12,4266	-6,1734	-6,2050	1845,9780	2015,1000	-6037,9220	-5983,6000
22	-15,9720	-12,3462	-6,4531	-6,4895	1951,0731	2119,7000	-6004,7856	-5947,3000
23	-15,8570	-12,2621	-6,7309	-6,7725	2055,5739	2223,7000	-5969,8202	-5909,3000
24	-15,7371	-12,1743	-7,0066	-7,0538	2159,4486	2327,0000	-5933,0362	-5869,3000
25	-15,6124	-12,0827	-7,2802	-7,3333	2262,6654	2429,6000	-5894,4450	-5827,6000
26	-15,4830	-11,9875	-7,5516	-7,6111	2365,1931	2531,4000	-5854,0583	-5784,1000
27	-15,3488	-11,8885	-7,8206	-7,8869	2467,0003	2632,4000	-5811,8884	-5738,8000

Continúa en la siguiente página

$\alpha(^{\circ})$	v_{xA} (ms^{-1})	$v_{xA}ANSYS$ (ms^{-1})	v_{yA} (ms^{-1})	$v_{yA}ANSYS$ (ms^{-1})	a_{xA} (ms^{-2})	$a_{xA}ANSYS$ ((ms^{-2})	a_{yA} (ms^{-2})	$a_{yA}ANSYS$ (ms^{-2})
28	-15,2100	-11,7859	-8,0873	-8,1607	2568,0560	2732,7000	-5767,9481	-5691,8000
29	-15,0665	-11,6793	-8,3515	-8,4322	2668,3294	2817,2000	-5722,2509	-5650,5000
30	-14,9185	-11,5694	-8,6132	-8,7017	2767,7901	2817,2000	-5674,8106	-5650,5000
40	-13,1962	-10,2774	-11,0729	-11,2499	2866,4076	2915,8000	-5625,6417	-5600,2000
50	-11,0729	-8,6431	-13,1962	-13,4484	2964,1520	3013,6000	-5574,7592	-5548,2000
60	-8,6132	-6,6995	-14,9185	-15,1366	3060,9935	3110,4000	-5522,1785	-5494,5000
70	-5,8918	-4,4138	-16,1875	-15,6451	3156,9026	3206,3000	-5467,9157	-5439,1000
80	-2,9913	-2,4279	-16,9647	-18,1989	4058,4358	4106,1000	-4836,6554	-4796,2000
90	0,0000	0,0000	-17,2264	-17,7966	4836,6554	4880,0000	-4058,4358	-4006,2000
100	2,9913	2,3213	-16,9647	-17,1766	5467,9157	5504,2000	-3156,9026	-3093,3000
110	5,8918	4,5109	-16,1875	-16,1067	5933,0362	5959,5000	-2159,4486	-2085,4000
120	8,6132	6,5237	-14,9185	-14,6377	6217,8844	6231,9000	-1096,3808	-1013,6000
130	11,0729	8,3344	-13,1962	-12,8409	6313,8053	6313,2000	0,0000	89,2640
140	13,1962	9,9263	-11,0729	-10,7627	6217,8844	6200,8000	1096,3808	1189,4000
150	14,9185	11,2743	-8,6132	-8,4195	5933,0362	5898,1000	2159,4486	2253,1000
160	16,1875	12,3276	-5,8918	-5,8151	5467,9157	5414,5000	3156,9026	3247,7000
170	16,9647	13,0120	-2,9913	-2,9792	4836,6554	4764,8000	4058,4358	4142,6000
180	17,2264	13,2551	-1,4235	-1,4235	4058,4358	3968,9000	4836,6554	4910,4000
190	16,9647	13,0242	2,9913	2,9825	3156,9026	3051,2000	5467,9157	5527,6000
200	16,1875	12,3458	5,8918	5,8240	2159,4486	2040,0000	5933,0362	5975,2000
210	14,9185	11,2880	8,6132	8,4250	1096,3808	966,1300	6217,8844	6239,4000
220	13,1962	9,9230	11,0729	10,7393	0,0000	-137,3600	6313,8053	6312,3000
230	11,0729	8,3022	13,1962	12,7415	-1096,3808	-1236,6000	6217,8844	6191,5000
240	8,6132	6,4571	14,9185	14,3884	-2159,4486	-2298,0000	5933,0362	5880,8000
250	5,8918	4,4159	16,1875	15,5901	-3156,9026	-3288,8000	5467,9157	5389,6000
260	2,9913	2,2278	16,9647	16,1842	-4058,4358	-4178,7000	4836,6554	4733,1000
270	0,0000	1,2536	17,2264	15,8059	-4836,6554	-4940,5000	4058,4358	3931,4000
280	-2,9913	-1,7862	16,9647	12,2401	-5467,9157	-5550,7000	3156,9026	3009,0000
290	-5,8918	-6,2924	16,1875	24,3943	-5933,0362	-5990,5000	2159,4486	1994,4000
300	-8,6132	-7,5798	14,9185	17,4883	-6217,8844	-6246,6000	1096,3808	918,5700
310	-11,0729	-9,2954	13,1962	14,6076	-6313,8053	-6311,1000	0,0000	-185,4400
320	-13,1962	-10,7791	11,0729	11,8676	-6217,8844	-6181,9000	-1096,3808	-1283,8000
330	-14,9185	-11,9361	8,6132	9,0112	-5933,0362	-5863,1000	-2159,4486	-2342,7000
340	-16,1875	-12,7360	5,8918	6,0457	-5467,9157	-5364,4000	-3156,9026	-3329,8000
350	-16,9647	-13,1707	2,9913	3,0229	-4836,6554	-4701,1000	-4058,4358	-4214,7000
360	-17,2264	-13,2438	0,0000	0,0000	-4058,4358	-3893,6000	-4836,6554	-4970,3000

Tabla 8.4: Reacción lateral de cilindro sobre pistón según un ángulo α

α	F_{xcp}	$F_{xcp_{in}}$	$F_{xcp_{pres}}$	$\frac{F_{xcp_{in}}}{F_{xcp_{pres}}}$
-360	55,861	77,691	-21,83	3,5589
-350	-320,41	-410,94	90,53	4,5393
-340	-692,74	-833,69	140,95	5,9148
-330	-927,94	-1122	194,06	5,7817
-320	-963,38	-1228,2	264,82	4,6379
-310	-800,37	-1134,8	334,43	3,3932
-300	-464,94	-860,34	395,4	2,1759
-290	-16,03	-457,6	441,57	1,0363
-280	467,01	-2,9996	470,0096	0,0064
-270	906,37	421,98	484,39	0,8712
-260	1232,4	751,38	481,02	1,5621
-250	1411,1	949,18	461,92	2,0549
-240	1443,4	1012,1	431,3	2,3466
-230	1351,7	961,63	390,07	2,4653
-220	1167,1	830,29	336,81	2,4652
-210	921,04	650,19	270,85	2,4006
-200	638,57	445,72	192,85	2,3112
-190	335,88	231,72	104,16	2,2247
-180	22,11	15,107	7,003	2,1572
-170	-297,35	-201,61	-95,74	2,1058
-160	-618,3	-416,25	-202,05	2,0601
-150	-933,96	-622,73	-311,23	2,0009
-140	-1234,4	-807,47	-426,93	1,8913
-130	-1499,3	-947,4	-551,9	1,7166
-120	-1701,8	-1011,2	-690,6	1,4642
-110	-1811,1	-965,75	-845,35	1,1424
-100	-1810,8	-787,22	-1023,58	0,7691
-90	-1713,3	-474,77	-1238,53	0,3833
-80	-1556,6	-59,724	-1496,88	0,0399
-70	-1425,5	395,49	-1820,99	0,2172
-60	-1444,6	810,38	-2254,98	0,3594
-50	-1706,7	1106,6	-2813,3	0,3933
-40	-2239,7	1227,1	-3466,8	0,354
-30	-3058,1	1148,5	-4206,6	0,273
-20	-3710,2	883,27	-4593,47	0,1923
-15	-3730,5	693,45	-4423,95	0,1567
-10	-3204,6	475,49	-3680,09	0,1292
-5	-1917,1	238,28	-2155,38	0,1106
0	86,044	-8,5597	94,6037	0,0905
5	3067,7	-255,05	3322,75	0,0768
10	6356,7	-491,24	6847,94	0,0717
15	8988,3	-707,54	9695,84	0,073
20	10577	-895,11	11472,11	0,078
25	11091	-1046,2	12137,2	0,0862
30	10734	-1154,5	11888,5	0,0971
40	9263,6	-1226,2	10489,8	0,1169
50	7757,7	-1099	8856,7	0,1241

Continúa en la siguiente página

α	Fxcp	$Fxcp_{in}$	$Fxcp_{pres}$	$\frac{Fxcp_{in}}{Fxcp_{pres}}$
60	6598,2	-797,64	7395,84	0,1078
70	5829,4	-379,99	6209,39	0,0612
80	5317,4	75,128	5242,272	0,0143
90	4900,9	487,52	4413,38	0,1105
100	4489,5	795,68	3693,82	0,2154
110	4043,1	969,45	3073,65	0,3154
120	3531,5	1010,7	2520,8	0,4009
130	2966,6	943,65	2022,95	0,4665
140	2346,4	801,69	1544,71	0,519
150	1689	615,87	1073,13	0,5739
160	1044,7	408,94	635,76	0,6432
170	455,73	194,16	261,57	0,7423
180	-48,105	-22,583	-25,522	0,8848
190	-459,1	-239,16	-219,94	1,0874
200	-794,37	-452,99	-341,38	1,3269
210	-1084,1	-656,92	-427,18	1,5378
220	-1345,8	-835,8	-510	1,6388
230	-1571,9	-964,91	-606,99	1,5897
240	-1692,6	-1012	-680,6	1,4869
250	-1656,4	-944,67	-711,73	1,3273
260	-1446,8	-742,1	-704,7	1,0531
270	-1086,4	-408,62	-677,78	0,6029
280	-635,43	18,622	-654,052	0,0285
290	-143,35	472,82	-616,17	0,7674
300	320,6	872,33	-551,73	1,5811
310	679,47	1141,2	-461,73	2,4716
320	862,9	1227,8	-364,9	3,3648
330	834,25	1114,9	-280,65	3,9726
340	611,08	821,01	-209,93	3,9109
350	285,02	394,75	-109,73	3,5975
360	52,544	73,251	-20,707	3,5375

Tabla 8.5: Fuerza de pistón sobre biela según un ángulo α

α	Fxcp	$Fxcp_{in}$	$Fxcp_{pres}$	$\frac{Fxcp_{in}}{Fxcp_{pres}}$
-360	3510,000	6124,300	-2614,300	-0,427
-350	4013,200	6032,200	-2019,000	-0,335
-340	4211,800	5670,100	-1458,300	-0,257
-330	3714,400	5048,200	-1333,800	-0,264
-320	2794,800	4189,300	-1394,500	-0,333
-310	1671,500	3135,400	-1463,900	-0,467
-300	431,060	1951,900	-1520,840	-0,779
-290	-831,440	725,780	-1557,220	-2,146
-280	-2019,500	-444,560	-1574,940	3,543
-270	-3060,100	-1467,500	-1592,600	1,085
-260	-3878,400	-2278,000	-1600,400	0,703
-250	-4455,600	-2850,200	-1605,400	0,563
-240	-4819,600	-3198,500	-1621,100	0,507

Continúa en la siguiente página

α	$Fxcp$	$Fxcp_{in}$	$Fxcp_{pres}$	$\frac{Fxcp_{in}}{Fxcp_{pres}}$
-230	-5017,300	-3366,200	-1651,100	0,490
-220	-5100,700	-3409,300	-1691,400	0,496
-210	-5119,400	-3382,900	-1736,500	0,513
-200	-5117,300	-3331,900	-1785,400	0,536
-190	-5123,800	-3287,800	-1836,000	0,558
-180	-5153,900	-3269,300	-1884,600	0,576
-170	-5220,100	-3282,800	-1937,300	0,590
-160	-5323,200	-3323,400	-1999,800	0,602
-150	-5455,500	-3374,400	-2081,100	0,617
-140	-5612,900	-3406,200	-2206,700	0,648
-130	-5759,700	-3375,500	-2384,200	0,706
-120	-5860,600	-3228,700	-2631,900	0,815
-110	-5873,100	-2909,000	-2964,100	1,019
-100	-5790,600	-2370,700	-3419,900	1,443
-90	-5665,600	-1594,300	-4071,300	2,554
-80	-5592,900	-599,820	-4993,080	8,324
-70	-5810,300	553,040	-6363,340	-11,506
-60	-6773,300	1775,600	-8548,900	-4,815
-50	-9089,900	2969,500	-12059,400	-4,061
-40	-13675,000	4045,500	-17720,500	-4,380
-30	-22743,000	4935,300	-27678,300	-5,608
-20	-38715,000	5593,600	-44308,600	-7,921
-19	-40778,000	5645,600	-46423,600	-8,223
-18	-42994,000	5695,000	-48689,000	-8,549
-17	-45748,000	5741,800	-51489,800	-8,968
-16	-48194,000	5785,900	-53979,900	-9,330
-15	-50728,000	5827,500	-56555,500	-9,705
-14	-53411,000	5866,300	-59277,300	-10,105
-13	-56536,000	5902,500	-62438,500	-10,578
-12	-59213,000	5936,100	-65149,100	-10,975
-11	-61887,000	5966,900	-67853,900	-11,372
-10	-64539,000	5995,100	-70534,100	-11,765
-9	-67212,000	6020,600	-73232,600	-12,164
-8	-70143,000	6043,400	-76186,400	-12,607
-7	-72473,000	6063,400	-78536,400	-12,953
-6	-74790,000	6080,800	-80870,800	-13,299
-5	-77683,000	6095,400	-83778,400	-13,745
-4	-81825,000	6107,400	-87932,400	-14,398
-3	-85452,000	6116,600	-91568,600	-14,971
-2	-88925,000	6123,100	-95048,100	-15,523
-1	-92544,000	6126,800	-98670,800	-16,105
0	-96760,000	6127,900	-102887,900	-16,790
1	-100640,000	6126,200	-106766,200	-17,428
2	-104720,000	6121,700	-110841,700	-18,106
3	-107880,000	6114,600	-113994,600	-18,643
4	-111370,000	6104,700	-117474,700	-19,243
5	-114480,000	6092,200	-120572,200	-19,791
6	-116680,000	6076,800	-122756,800	-20,201
7	-118640,000	6058,800	-124698,800	-20,581

Continúa en la siguiente página

α	F_{xcp}	F_{xcpin}	F_{xcpres}	$\frac{F_{xcpin}}{F_{xcpres}}$
8	-119970,000	6038,100	-126008,100	-20,869
9	-120680,000	6014,600	-126694,600	-21,065
10	-120860,000	5988,500	-126848,500	-21,182
11	-120590,000	5959,700	-126549,700	-21,234
12	-119860,000	5928,100	-125788,100	-21,219
13	-118540,000	5893,900	-124433,900	-21,112
14	-117060,000	5857,000	-122917,000	-20,986
15	-115380,000	5817,500	-121197,500	-20,833
16	-113440,000	5775,300	-119215,300	-20,642
17	-111000,000	5730,500	-116730,500	-20,370
18	-108350,000	5683,000	-114033,000	-20,066
19	-105920,000	5632,900	-111552,900	-19,804
20	-103270,000	5580,300	-108850,300	-19,506
30	-72498,000	4915,100	-77413,100	-15,750
40	-49219,000	4018,600	-53237,600	-13,248
50	-34839,000	2936,900	-37775,900	-12,863
60	-26203,000	1739,200	-27942,200	-16,066
70	-21136,000	515,650	-21651,650	-41,989
80	-18104,000	-635,150	-17468,850	27,504
90	-16133,000	-1624,900	-14508,100	8,929
100	-14750,000	-2394,600	-12355,400	5,160
110	-13727,000	-2925,900	-10801,100	3,692
120	-12881,000	-3239,100	-9641,900	2,977
130	-12166,000	-3381,000	-8785,000	2,598
140	-11451,000	-3408,300	-8042,700	2,360
150	-10628,000	-3374,800	-7253,200	2,149
160	-9725,200	-3323,000	-6402,200	1,927
170	-8777,400	-3282,500	-5494,900	1,674
180	-7864,200	-3269,400	-4594,800	1,405
190	-7045,200	-3288,200	-3757,000	1,143
200	-6443,300	-3332,200	-3111,100	0,934
210	-6093,900	-3382,400	-2711,500	0,802
220	-5949,700	-3406,700	-2543,000	0,746
230	-5917,100	-3359,900	-2557,200	0,761
240	-5736,700	-3187,100	-2549,600	0,800
250	-5300,800	-2832,200	-2468,600	0,872
260	-4595,300	-2252,800	-2342,500	1,040
270	-3664,800	-1436,000	-2228,800	1,552
280	-2602,900	-408,650	-2194,250	5,370
290	-1414,900	763,220	-2178,120	-2,854
300	-142,170	1987,800	-2129,970	-1,072
310	1134,900	3167,100	-2032,200	-0,642
320	2278,500	4215,100	-1936,600	-0,459
330	3116,600	5067,200	-1950,600	-0,385
340	3470,300	5682,300	-2212,000	-0,389
350	3486,800	6037,600	-2550,800	-0,422
360	3494,400	6124,700	-2630,300	-0,429

Anexo C: Resultados de análisis de elementos finitos

9

Tabla 9.1: Desplazamientos del pistón según un ángulo α .

α (°)	A1 (Y) m	A2(Y) m	A3 (Y) m	A3 (Z) m
-360	2,5089E-07	1,7211E-07	1,7211E-07	5,9945E-09
-330	3,1996E-07	2,1842E-07	2,1842E-07	7,6246E-09
-300	-3,2322E-08	-2,1354E-08	-2,1354E-08	2,4155E-09
-270	-3,7310E-07	-2,5416E-07	-2,5416E-07	2,8158E-08
-240	-5,5012E-07	-3,7524E-07	-3,7524E-07	4,1571E-08
-210	-6,0026E-07	-4,1097E-07	-4,1097E-07	4,5374E-08
-180	-6,1530E-07	-4,2010E-07	-4,2010E-07	4,7803E-08
-150	-6,4685E-07	-4,4103E-07	-4,4103E-07	5,0127E-08
-120	-6,9455E-07	-4,7194E-07	-4,7194E-07	5,3487E-08
-90	-7,3217E-07	-4,9672E-07	-4,9672E-07	5,6220E-08
-60	-1,0482E-06	-7,1288E-07	-7,1288E-07	8,0855E-08
-15	-7,6918E-06	-5,2487E-06	-5,2487E-06	5,9696E-07
-10	-9,7371E-06	-6,6460E-06	-6,6460E-06	7,5604E-07
-5	-1,1681E-05	-7,9739E-06	-7,9739E-06	9,0723E-07
0	-1,4575E-05	-9,9937E-06	-9,9937E-06	1,1019E-06
5	-1,7087E-05	-1,1665E-05	-1,1665E-05	1,3271E-06
10	-1,8004E-05	-1,2289E-05	-1,2289E-05	1,3980E-06
15	-1,7169E-05	-1,1715E-05	-1,1715E-05	1,3324E-06
20	-1,5750E-05	-1,0744E-05	-1,0744E-05	1,2217E-06
25	-1,3574E-05	-9,2559E-06	-9,2559E-06	1,0521E-06
30	-1,0830E-05	-7,4133E-06	-7,4133E-06	8,1865E-07
60	-3,8376E-06	-2,6190E-06	-2,6190E-06	2,9001E-07
90	-2,2182E-06	-1,5118E-06	-1,5118E-06	1,6761E-07
120	-1,7037E-06	-1,1635E-06	-1,1635E-06	1,2876E-07
150	-1,4078E-06	-9,6420E-07	-9,6420E-07	1,0642E-07
180	-1,0137E-06	-6,9207E-07	-6,9207E-07	7,8748E-08
210	-7,3837E-07	-5,0337E-07	-5,0337E-07	5,7207E-08
240	-6,7790E-07	-4,6052E-07	-4,6052E-07	5,2183E-08
270	-4,5750E-07	-3,1033E-07	-3,1033E-07	3,5120E-08
300	-1,1394E-07	-7,7340E-08	-7,7340E-08	8,8535E-09
330	2,3104E-07	1,5685E-07	1,5685E-07	-1,7764E-08
360	2,4857E-07	1,7052E-07	1,7052E-07	5,9390E-09

Tabla 9.2: Desplazamientos del pistón debido a fuerzas de inercia según un ángulo α .

α	A1 (Y) m	A2(Y) m	A3 (Y) m	A3 (Z) m
-360	6,3695E-07	4,3676E-07	4,3676E-07	-4,8194E-08
-330	5,1501E-07	3,5190E-07	3,5190E-07	-3,8956E-08
-300	1,8812E-07	1,2742E-07	1,2742E-07	-1,4252E-08
-270	-1,4738E-07	-1,0027E-07	-1,0027E-07	1,1170E-08
-240	-3,1793E-07	-2,1662E-07	-2,1662E-07	2,4099E-08
-210	-3,4610E-07	-2,3686E-07	-2,3686E-07	2,6182E-08
-180	-3,4000E-07	-2,3316E-07	-2,3316E-07	2,5786E-08
-150	-3,4584E-07	-2,3675E-07	-2,3675E-07	2,6225E-08
-120	-3,2150E-07	-2,1912E-07	-2,1912E-07	2,4370E-08
-90	-1,5958E-07	-1,0855E-07	-1,0855E-07	1,2066E-08
-60	1,7094E-07	1,1570E-07	1,1570E-07	-1,2919E-08
-15	5,9839E-07	4,0986E-07	4,0986E-07	-4,5378E-08
-10	6,1898E-07	4,2423E-07	4,2423E-07	-4,6941E-08
-5	6,3197E-07	4,3331E-07	4,3331E-07	-4,7928E-08
0	6,3734E-07	4,3703E-07	4,3703E-07	-4,8223E-08
5	6,3460E-07	4,3512E-07	4,3512E-07	-4,8016E-08
10	6,2416E-07	4,2783E-07	4,2783E-07	-4,7224E-08
15	6,0604E-07	4,1519E-07	4,1519E-07	-4,5852E-08
20	5,7451E-07	3,9326E-07	3,9326E-07	-4,3565E-08
25	5,4060E-07	3,6968E-07	3,6968E-07	-4,0990E-08
30	5,0029E-07	3,4171E-07	3,4171E-07	-3,7841E-08
60	1,6665E-07	1,1280E-07	1,1280E-07	-1,2625E-08
90	-1,6253E-07	-1,1055E-07	-1,1055E-07	1,2318E-08
120	-3,2237E-07	-2,1971E-07	-2,1971E-07	2,4436E-08
150	-3,4582E-07	-2,3672E-07	-2,3672E-07	2,6162E-08
180	-3,4000E-07	-2,3316E-07	-2,3316E-07	2,5786E-08
210	-3,4609E-07	-2,3688E-07	-2,3688E-07	2,6243E-08
240	-3,1696E-07	-2,1597E-07	-2,1597E-07	2,4025E-08
270	-1,4430E-07	-9,8186E-08	-9,8186E-08	1,0911E-08
300	1,9241E-07	1,3032E-07	1,3032E-07	-1,4543E-08
330	2,3221E-07	1,5833E-07	1,5833E-07	-1,7602E-08
360	6,3699E-07	4,3679E-07	4,3679E-07	-4,8197E-08

Tabla 9.3: Desplazamientos de la biela según un ángulo α .

α	A4 (Y) m	A4(X) m	A5 (Y) m	A5 (X) m	A6 (Y) m	A6 (X) m
-360	-1,2165E-07	-7,6324E-08	-1,1433E-05	-1,8445E-06	-1,8340E-06	-1,5777E-05
-330	-1,3541E-07	-8,3716E-08	-1,2854E-05	-3,9458E-06	-1,1390E-05	-1,3538E-05
-300	-3,4635E-08	1,2175E-08	1,5890E-07	7,6812E-06	1,1154E-05	-2,2923E-06
-270	9,5043E-08	8,6662E-08	1,1152E-05	2,4412E-05	4,4387E-05	-1,5108E-05
-240	1,4486E-07	1,2393E-07	1,7537E-05	2,7512E-05	5,2234E-05	1,1932E-05
-210	1,8202E-07	1,6708E-07	4,3529E-05	7,6160E-05	1,7855E-04	1,4038E-05
-180	1,5971E-07	1,1859E-07	1,7699E-05	1,6857E-05	3,3011E-05	1,6143E-05
-150	1,7159E-07	-1,2517E-07	4,2757E-06	-1,0333E-05	-2,9656E-05	1,6785E-05
-120	1,6889E-07	-1,3801E-07	-6,0322E-06	-1,8210E-05	-5,2789E-05	-5,0425E-06
-90	1,6619E-07	-1,5085E-07	-1,6340E-05	-2,6087E-05	-7,5921E-05	-2,6870E-05
-60	2,0249E-07	-1,6862E-07	-2,2785E-05	-3,3476E-05	-9,4394E-05	-3,4352E-05
-15	1,5313E-06	-1,0345E-06	3,1300E-05	-7,1217E-05	-2,0579E-04	1,2731E-04
-10	1,9519E-06	-1,2860E-06	6,1487E-05	-6,0547E-05	-1,8315E-04	1,5374E-04
-5	2,3564E-06	-1,5088E-06	1,0233E-04	-4,2523E-05	-1,2601E-04	1,8403E-04
0	2,9490E-06	-1,8288E-06	1,6017E-04	-2,2289E-05	-4,0113E-05	2,3032E-04
5	3,4972E-06	2,1689E-06	2,2445E-04	6,5387E-05	1,0989E-04	2,7414E-04
10	3,6930E-06	2,3577E-06	2,6984E-04	1,3195E-04	2,6028E-04	2,9054E-04
15	3,5203E-06	2,3118E-06	2,8536E-04	1,8724E-04	3,8558E-04	2,8476E-04
20	3,2351E-06	2,1836E-06	2,9549E-04	2,4360E-04	5,2139E-04	2,8324E-04
25	2,7784E-06	1,9256E-06	2,7049E-04	2,5923E-04	5,5307E-04	2,4889E-04
30	2,1853E-06	1,5528E-06	2,1837E-04	2,3535E-04	4,9262E-04	1,9286E-04
60	7,6120E-07	6,2760E-07	8,9552E-05	1,5890E-04	3,2083E-04	5,2704E-05
90	4,6028E-07	4,1603E-07	5,6066E-05	1,1356E-04	2,2492E-04	2,5067E-05
120	3,7755E-07	3,2026E-07	4,6850E-05	7,8494E-05	1,5826E-04	2,8256E-05
150	3,2816E-07	2,4067E-07	3,7987E-05	4,0562E-05	8,6082E-05	3,2919E-05
180	2,5145E-07	1,5610E-07	2,1671E-05	7,6201E-06	1,7362E-05	2,4309E-05
210	1,1244E-07	-1,3727E-07	7,2469E-06	-9,2563E-06	-2,4100E-05	1,7399E-05
240	1,7401E-07	-1,4631E-07	-7,2870E-06	-2,0562E-05	-5,9512E-05	1,4441E-05
270	1,6619E-07	-1,5085E-07	-1,6340E-05	-2,6087E-05	-7,5921E-05	-2,6870E-05
300	-2,0538E-08	-1,0888E-08	-6,4604E-06	-8,4091E-06	-1,5298E-05	-7,5096E-06
330	-7,0764E-08	-4,3423E-08	-8,8562E-06	-5,0366E-06	-8,3044E-06	-1,1622E-05
360	-1,2099E-07	-7,5958E-08	-1,1252E-05	-1,6641E-06	-1,3108E-06	-1,5735E-05

Tabla 9.4: Desplazamientos de la biela debido a fuerzas de inercia según un ángulo α .

α	A4 (Y) m	A4(X) m	A5 (Y) m	A5 (X) m	A6 (Y) m	A6 (X) m
-360	-2,0191E-07	-1,2475E-07	-1,6134E-05	-2,2804E-06	-2,0302E-06	-2,2200E-05
-330	-1,7434E-07	-1,1250E-07	-1,7099E-05	-8,4276E-06	-2,0967E-05	-1,6558E-05
-300	-7,6396E-08	-4,0846E-08	-6,3441E-06	-1,1721E-06	-7,1713E-06	-5,4485E-06
-270	5,0517E-08	4,6566E-08	5,7511E-06	1,3634E-05	2,2652E-05	-6,5035E-06
-240	9,8491E-08	8,4999E-08	1,2014E-05	1,7948E-05	3,2736E-05	8,7475E-06
-210	1,5971E-07	1,1859E-07	1,7699E-05	1,6857E-05	3,3011E-05	1,6143E-05
-180	1,0713E-07	6,7880E-08	9,2249E-06	1,8151E-06	2,2281E-06	1,2448E-05
-150	1,0957E-07	-8,0386E-08	4,2874E-06	-5,9652E-06	-1,6861E-05	-1,6861E-05
-120	8,1540E-08	-6,4880E-08	1,9480E-07	-7,7458E-06	-2,0014E-05	-1,1659E-05
-90	5,3509E-08	-4,9373E-08	-3,8978E-06	-9,5263E-06	-2,3166E-05	-6,4565E-06
-60	-7,1757E-08	3,6994E-08	-2,8952E-06	-1,6263E-06	4,4064E-06	-4,8983E-06
-15	-1,9852E-07	1,2620E-07	-1,3125E-05	7,6514E-06	-2,0364E-05	-2,0364E-05
-10	-2,0229E-07	-1,1637E-07	-1,4427E-05	2,1300E-06	4,9401E-06	-2,1334E-05
-5	-2,0346E-07	-1,2137E-07	-1,5563E-05	-1,5026E-06	1,9214E-06	-2,1984E-05
0	-1,9979E-07	-1,2392E-07	-1,4409E-05	2,5009E-06	5,8105E-06	-2,2216E-05
5	-1,9965E-07	-1,2694E-07	-1,7154E-05	-3,5509E-06	-6,2701E-06	-2,2077E-05
10	-1,9941E-07	-1,2726E-07	-1,7538E-05	-4,5393E-06	-9,2723E-06	-2,1536E-05
15	-1,9666E-07	-1,2584E-07	-1,7614E-05	-5,4237E-06	-1,1938E-05	-2,0632E-05
20	-1,9143E-07	-1,2069E-07	-1,5579E-05	-3,8153E-06	-7,7942E-06	-1,9408E-05
25	-1,8288E-07	-1,1553E-07	-1,5129E-05	-4,4043E-06	-9,7886E-06	-1,7870E-05
30	-1,7189E-07	-1,0861E-07	-1,4369E-05	-4,7300E-06	-1,1152E-05	-1,6133E-05
60	-6,8742E-08	-3,6310E-08	-4,6730E-06	-1,7954E-07	-1,3988E-06	-4,8938E-06
90	5,5383E-08	5,1451E-08	6,9510E-06	1,5653E-05	2,7451E-05	-8,7727E-06
120	1,0127E-07	8,7891E-08	1,3282E-05	2,0264E-05	3,8633E-05	9,1334E-06
150	1,0918E-07	8,1972E-08	1,4003E-05	1,3388E-05	2,7515E-05	1,2569E-05
180	1,0929E-07	6,8895E-08	1,1558E-05	4,3299E-06	1,0189E-05	1,2840E-05
210	1,1244E-07	-7,9257E-08	6,8492E-06	-4,4545E-06	-9,4085E-06	6,8573E-06
240	9,9451E-08	-8,4614E-08	-1,6657E-06	-1,1070E-05	-3,0434E-05	9,0485E-06
270	5,3509E-08	-4,9373E-08	-3,8978E-06	-9,5263E-06	-2,3166E-05	-6,4565E-06
300	-7,9794E-08	4,1168E-08	-2,2171E-06	-6,7012E-07	1,0156E-05	-5,7275E-06
330	-1,4075E-07	8,2919E-08	-9,0831E-06	-1,3693E-06	4,3778E-06	-1,3962E-05
360	-2,0171E-07	1,2467E-07	-1,5949E-05	-2,0684E-06	-1,4005E-06	-2,2196E-05