



UNIVERSIDAD
POLITECNICA
DE VALENCIA

TRABAJO FIN DE GRADO

Validación de un modelo de motor
virtual para la simulación de ciclos de
homologación

GRADO EN INGENIERÍA AEROESPACIAL

AUTOR:

Moisés Martínez Ruiz

DIRECTOR:

Francisco José Arnau Martínez

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA DEL DISEÑO
DEPARTAMENTO DE MÁQUINAS Y MOTORES TÉRMICOS
UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE VALENCIA
VALENCIA - SEPTIEMBRE 2017

Validación de un motor virtual para ciclos de homologación

Moisés Martínez Ruiz

Este trabajo va dedicado a todas las personas que me han apoyado a lo largo de mi carrera estudiantil y han creído en mí desde el principio, especialmente mi familia.

Resumen

Actualmente, la automoción está en pleno auge, por lo tanto esto requiere la mejora de todos sus componentes con el fin de poder conseguir unas prestaciones elevadas y de esta forma reducir lo máximo posible la contaminación. Con este objetivo se plantea la idea de desarrollar un motor virtual que pretenda simular ciclos de homologación. Mediante este modelo se quieren analizar las distintas tendencias que se pueden dar en el interior de los componentes sin requerir un elevado coste tanto material como económico.

Las ecuaciones que gobiernan el comportamiento del flujo en el interior de los conductos no tienen solución analítica por tanto para la simulación del flujo se hace uso de diferentes métodos numéricos. Dependiendo si se elige uno u otro se podrá reducir el tiempo de cálculo o ganar precisión en los datos obtenidos. Los métodos de diferencias finitas y de volúmenes finitos son los más utilizados en este contexto. Tradicionalmente se han modelado con métodos de diferencias finitas ya que se supone que requerían menos tiempo de cálculo. Sin embargo se están probando nuevas metodologías de cálculo de volúmenes finitos ya que estos son de carácter conservativo y podrían generar mejores prestaciones.

Otro aspecto importante a considerar es la obtención de las condiciones de contorno, esta se realiza de forma diferente para los métodos de diferencias finitas y de volúmenes finitos. Para los métodos de diferencias finitas se hace uso del método de las características, sin embargo para los de volúmenes finitos se calcula el vector flujo que atraviesa la frontera. Este último es más sencillo de obtener por lo que se reduciría el tiempo de cálculo sobretodo para geometrías complejas.

En el presente trabajo se ha estudiado si los métodos de volúmenes finitos presentan alguna ventaja frente a los de diferencias finitas en cuanto al tiempo de cálculo y a la precisión en los datos obtenidos. Para ello se han empleado distintos casos con diferentes tipos de conductos, estudiándose diferentes variables como son la temperatura, presión y gasto másico en el interior de estos. Así se han conseguido conclusiones bastante interesantes para la simulación del flujo en el interior de los conductos y para la mejora del modelo de motor virtual y su posterior aplicación en ciclos de homologación.

Palabras claves: Métodos numéricos, OpenWAM, Diferencias finitas, Volúmenes finitos, Ecuaciones conservativas, Motor virtual.

Abstract

The process of automotion is thriving at the moment and so it is necessary to ensure improvements in all its aspects, in order to be able to achieve high performance while at the same time reducing environmental pollution as much as possible. These objectives have led to the development of a virtual engine that aims to simulate homologation cycles. The virtual model will enable detailed analysis of all its components, without incurring high material and economic costs.

The equations that model the performance of flow inside the ducts have not been translated into an analytical solution, therefore various mathematical techniques need to be used to simulate flow. Depending on which technique is used, the time used for mathematical analysis can be reduced and accuracy of obtained data can be increased. The techniques used in this context include finite difference method and the finite volumes method. Modelling has traditionally utilised the finite difference method, as this supposedly requires less time for calculations to be carried out. Nevertheless, new methods for calculating finite volumes are being tested and as they are conservative, they could lead to better performance.

Another important aspect to consider is the obtainment of boundary conditions, which is done differently for finite difference and finite volumes methods. The finite difference method uses the method of characteristics, while the finite volumes method calculates vector flow across the border. The latter is easier to obtain, reducing calculation time especially for complex geometries.

This research aims to ascertain if the use of the finite volumes method offers any advantages in comparison with the finite difference method in terms of shortening the calculation time and obtaining more accurate results. A number of case studies of different types of ducts are used to analyse different variables, including temperature, pressure and mass flow inside the ducts. Interesting conclusions are presented regarding flow simulation inside ducts and improvements to virtual modelling and its subsequent application in homologation cycles.

Key words: Numerical methods, OpenWAM, Finite differences, Finite volumes, Conservative equations, Virtual motor.

Agradecimientos

En primer lugar me gustaría mostrar mi agradecimiento a todos aquellos que de un modo u otro han contribuido a que pudiera completar esta memoria. Ante todo, quiero darle las gracias a mi director de proyecto Francisco José Arnau Martínez por darme la oportunidad y facilidades además de sus ideas y sugerencias, para realizar este trabajo. Le agradezco sinceramente los consejos recibidos tanto en su despacho como en el aula del departamento.

Por otro lado quisiera mencionar también a las personas que han participado de forma indirecta en este trabajo como es Juan José García Sanz por sus consejos y su total disposición ante cualquier duda o sugerencia que tuviese. Además agradecer a Enrique Sanchis por su ayuda cuando he tenido algún problema que no lograba solucionar.

Me gustaría acordarme de mis compañeros de carrera con los que he vivido una época de mi vida de la cual espero no olvidarme nunca, hemos pasado momentos muy buenos juntos, hemos disfrutado todo lo que se ha podido a pesar de lo que teníamos que estudiar. Quisiera nombrar especialmente a José Antonio Marín García que no solo ha sido un compañero de carrera sino que también ha sido compañero de piso y un gran apoyo para mí, me gustaría nombrar también a Juan Sánchez Molina, Francisco Sánchez Moreno y Alejandro José Fernández Soler. Muchas gracias a todos por formar parte de esta etapa tan hermosa de mi vida y permitirme formar parte de la vuestra.

Y por último y más importante el apoyo de mi familia en especial a Papá, Mamá, Ana Belén, José Juan y Tata Belén todo lo que he conseguido ha sido gracias a vosotros. Sin vuestro apoyo incondicional y consejos que he recibido dudo que hubiese llegado donde estoy, ya no solo en este trabajo sino en mi vida en general. Gracias por escuchar mis preocupaciones e intentar animarme en los momentos más duros. Muchas gracias de nuevo porque vosotros sois todo lo que tengo en esta vida.

Índice general

Resumen	I
Abstract	III
Agradecimientos	V
Lista de figuras	IX
Lista de tablas	XIII
I Memoria del Proyecto	1
1. Introducción	3
1.1. Motivación del trabajo	3
1.2. Objetivos del trabajo	4
1.3. Viabilidad del trabajo	5
1.4. Estructura del trabajo	5
2. Métodos numéricos	7
2.1. Introducción	7
2.2. Ecuaciones conservativas	7
2.2.1. Ecuaciones para diferencias finitas	7
2.2.2. Ecuaciones para volúmenes finitos	12
2.3. Métodos de diferencias finitas	13
2.3.1. Método de Lax-Friedrichs	15
2.3.2. Método de Leapfrog	15
2.3.3. Método de Lax-Wendroff de dos pasos	16
2.4. Métodos de volúmenes finitos	17
2.4.1. Método de Godunov	18
2.4.2. Método de MUSCL	20
3. Resultados	25
3.1. Introducción	25

3.2. Depósitos simples	26
3.3. Unión de dos tuberías	48
3.4. Cambio de sección en la tubería	56
3.4.1. Caso particular para el método de Godunov con una malla de 500 mm y distintos diámetros de entrada	65
3.5. Cambio de longitud en la tubería	69
3.6. Pulso de presión	74
3.7. Tiempos de cálculo	76
4. Conclusiones y trabajos futuros	79
4.1. Conclusiones	79
4.2. Trabajos futuros	82
Bibliografía	83
II Pliego de condiciones	85
5. Pliego de condiciones	87
5.1. Introducción	87
III Presupuesto	95
6. Presupuesto	97
6.1. Introducción	97
6.2. Presupuesto parcial	97
6.3. Presupuesto global	100

Índice de figuras

2.1.	Volumen de control en un conducto general	8
2.2.	Celda general para las ecuaciones de conservación	14
2.3.	Mallado espacial y temporal del método de Lax-Wendroff	17
2.4.	Discretización para el método de Godunov	19
2.5.	Evolución de las ondas dentro de la celda para esquemas de Godunov en el problema de Riemann	20
2.6.	Reconstrucción de un tramo con función lineal	21
2.7.	Extrapolación de variables dado un problema de Riemann en la interfaz $i + 1/2$	22
2.8.	Reconstrucción de datos que da lugar a oscilaciones espurias	23
3.1.	Esquema de la unión entre una tubería y dos depósitos con distinta presión	26
3.2.	Esquema de la unión entre una tubería y dos depósitos con distinta temperatura	26
3.3.	Esquema de la unión entre una tubería y dos depósitos con distinto volumen	26
3.4.	Variación del gasto másico en distintas posiciones de la tubería para el caso de depósitos con distinta presión	27
3.5.	Variación de la presión en distintas posiciones de la tubería para el caso de depósitos con distinta presión	28
3.6.	Variación de la temperatura en distintas posiciones de la tubería para el caso de depósitos con distinta presión	29
3.7.	Comparación entre los distintos métodos en el gasto másico para el caso de depósitos con distinta presión	30
3.8.	Comparación entre los distintos métodos en la presión para el caso de depósitos con distinta presión	31
3.9.	Comparación entre los distintos métodos en la temperatura para el caso de depósitos con distinta presión	32
3.10.	Variación del gasto másico en distintas posiciones de la tubería para el caso de depósitos con distinta temperatura	34
3.11.	Variación de la presión en distintas posiciones de la tubería para el caso de depósitos con distinta temperatura	35
3.12.	Variación de la temperatura en distintas posiciones de la tubería para el caso de depósitos con distinta temperatura	36

3.13. Comparación entre los distintos métodos en el gasto másico para el caso de depósitos con distinta temperatura	37
3.14. Comparación entre los distintos métodos en la presión para el caso de depósitos con distinta temperatura	38
3.15. Comparación entre los distintos métodos en la temperatura para el caso de depósitos con distinta temperatura	39
3.16. Variación del gasto másico en distintas posiciones de la tubería para el caso de depósitos con distinto volumen	41
3.17. Variación de la presión en distintas posiciones de la tubería para el caso de depósitos con distinto volumen	42
3.18. Variación de la temperatura en distintas posiciones de la tubería para el caso de depósitos con distinto volumen	43
3.19. Comparación entre los distintos métodos en el gasto másico para el caso de depósitos con distinto volumen	44
3.20. Comparación entre los distintos métodos en la presión para el caso de depósitos con distinto volumen	45
3.21. Comparación entre los distintos métodos en la temperatura para el caso de depósitos con distinto volumen	46
3.22. Esquema de la unión entre dos tuberías	48
3.23. Variación del gasto másico en distintas posiciones de las tuberías para el caso de unión entre dos conductos	49
3.24. Variación de presión en distintas posiciones de las tuberías para el caso de unión entre dos conductos	50
3.25. Variación de temperatura en distintas posiciones de las tuberías para el caso de unión entre dos conductos	51
3.26. Comparación entre los distintos métodos para el gasto másico en la primera tubería: caso de unión entre dos conductos	52
3.27. Comparación entre los distintos métodos para la presión en la primera tubería: caso de unión entre dos conductos	53
3.28. Comparación entre los distintos métodos para la temperatura en la primera tubería: caso de unión entre dos conductos	54
3.29. Esquema de la tubería con cambio de sección	56
3.30. Variación de gasto másico en distintas posiciones de la tubería para el caso en el que el conducto cambia de sección	57
3.31. Variación de presión en distintas posiciones de la tubería para el caso en el que el conducto cambia de sección	58
3.32. Variación de temperatura en distintas posiciones de la tubería para el caso en el que el conducto cambia de sección	59
3.33. Comparación entre los distintos métodos en el gasto másico dentro de la primera tubería para el caso en el que el conducto cambia de sección	60
3.34. Comparación entre los distintos métodos en la presión dentro de la primera tubería para el caso en el que el conducto cambia de sección	61

3.35. Comparación entre los distintos métodos en la temperatura dentro de la primera tubería para el caso en el que el conducto cambia de sección	62
3.36. Comparación del método de Godunov para distintos diámetros de entrada en el gasto másico	65
3.37. Comparación del método de Godunov para distintos diámetros de entrada en la presión	66
3.38. Comparación del método de Godunov para distintos diámetros de entrada en la temperatura	67
3.39. Esquema de la tubería con cambio de longitud	69
3.40. Variación de gasto másico para distintas longitudes del conducto	70
3.41. Variación de presión para distintas longitudes del conducto	71
3.42. Variación de temperatura para distintas longitudes del conducto	72
3.43. Presión introducida en el depósito y obtenida en uno de los conductos . . .	74
3.44. Respuesta en frecuencia ante un pulso de presión sinusoidal	75
3.45. Estudio del tiempo de cálculo en función del tamaño de malla y los métodos utilizados.	77

Índice de cuadros

3.1. Posiciones de las medidas a lo largo de las tuberías	48
4.1. Tiempos de cálculo para un tamaño de malla de 20 mm	81
6.1. Presupuesto de la recopilación de información	98
6.2. Presupuesto del preprocesado y cálculo	98
6.3. Presupuesto del postprocesado	99
6.4. Presupuesto de la redacción del documento	99
6.5. Coste del equipo	100
6.6. Amortización de los equipos utilizados	100
6.7. Presupuesto del material de oficina	100
6.8. Presupuesto global	101

Parte I

Memoria del Proyecto

Capítulo 1

Introducción

1.1. Motivación del trabajo

La realización de este trabajo conlleva a destacar dos razones por las cuales se ha llevado a cabo: la primera de carácter académico puesto que es la última actividad que se ha de realizar en este caso antes de finalizar los estudios de grado en Ingeniería Aeroespacial. Y por otro lado otra razón de carácter profesional ya que un trabajo como tal ayuda al autor a adentrarse en parte en el mundo laboral.

Este trabajo en concreto permite conocer y tener contacto con los motores de automoción especialmente con los MCIAs aunque no de manera realista sino mediante la programación de un motor virtual. Estos motores contienen una amplia cantidad de elementos de diferentes tipos como pueden ser mecánicos, eléctricos, electrónicos y químicos.

Hoy en día la industria automovilística está en pleno auge por lo que los motores continúan evolucionando y mejorando cada vez más. Se busca que estos sean más potentes, que consuman menos combustible y sobretodo que emitan menos gases a la atmósfera, ya que la preocupación por el medio ambiente aumenta considerablemente.

La creación de un modelo de simulación presenta numerosas ventajas en el campo de fabricación y desarrollo de motores de combustión interna alternativos. Por una parte, esta tarea ayuda a comprender todos los fenómenos físicos que ocurren dentro del motor y su naturaleza. Y por otra parte se trata de una herramienta muy útil a la hora de realizar investigaciones permitiendo así un gran ahorro tanto en coste económico como temporal puesto que no es necesario ningún gasto material. Además la idea de crear el motor y base principal de este trabajo es poder realizar simulaciones de ciclos de homologación a tiempo real.

Esta tarea se lleva a cabo en la Universidad Politécnica de Valencia, dentro del departamento de CMT - Motores térmicos, para ello se utiliza un software de código libre denominado *OpenWAM* que actualmente se encuentra en desarrollo y simula los fenóme-

nos de ondas en conductos. Para la creación de simulación del motor se han realizado varios grupos que crean el código por separado y posteriormente se une para tener el modelo completo.

1.2. Objetivos del trabajo

El objetivo principal de este trabajo es realizar una comparación entre diferentes métodos numéricos y distintas dimensiones de malla para distintos casos. Se verá también cual de ellos se adapta mejor en cada situación y poder mejorarlos posteriormente.

Todo esto se hará gracias a la herramienta informática de *OpenWAM* que se desarrolla diariamente dentro del departamento CMT-Motores térmicos, de la cual se adquirirán también conocimientos sobre su uso y las posibilidades de cálculo que ofrece.

Para poder cumplir este objetivo principal con satisfacción es necesario realizar una serie de tareas con anterioridad:

1. Buscar e investigar sobre los diferentes métodos numéricos que se utilizan dentro de la herramienta informática *OpenWAM* y así poder comprender mejor como funcionan.
2. Familiarizarse con la programación en *C++* ya que será útil a la hora de generar cada uno de los casos que se van a realizar puesto que el motor virtual que se está desarrollando está basado en este lenguaje.
3. Programar diferentes condiciones de contorno tanto en la interfaz gráfica *WAMer* que pertenece a *OpenWAM* pero que ya ha quedado en desuso como en el código abierto que se desarrolla actualmente. Así se podrán comparar ambos y ver como ha ido mejorando con el tiempo además de poder detectar posibles errores. Dentro de las condiciones de contorno está la variación de sección, longitud, diferente volumen en los depósitos, diferentes presiones, extremos abiertos y cerrados a la atmósfera, unión de tuberías, etc.
4. Estudiar como afecta la dimensión de la malla en cada uno de los casos generados.
5. Ver que método numérico y dimensión de malla es más sensible en cada una de las condiciones utilizadas, para así poder mejorar el código y si es posible reducir el tiempo de cálculo.
6. Realizar un estudio del tiempo de cálculo de cada método.

Una vez nombrados los objetivos que se deben cumplir, si estos se llevan a cabo, los resultados que se obtengan podrán ser bastante útiles a la hora de programar el código abierto del motor virtual. Gracias a esto se producirán mejoras en dicho código ya que se

podrá elegir tanto el método numérico como la dimensión de malla idóneo en cada caso dependiendo de lo que se busque, precisión en los resultados o reducción en el tiempo de cómputo.

Por otro lado, este proyecto ayudará al autor a aprender y familiarizarse con la programación, algunos de los métodos numéricos y el tratamiento de resultados. Además sirve para acabar los estudios en el Grado de Ingeniería Aeroespacial.

1.3. Viabilidad del trabajo

Este trabajo se realiza en la Universidad Politécnica de Valencia, dentro del departamento CMT-Motores térmicos. Este centro cuenta con una tecnología bastante avanzada además de un personal profesional capaz de abordar las dificultades que este proyecto conlleva. Tienen un amplio abanico de programas y sus respectivas licencias necesarios para proceder a los cálculos que sean necesarios.

Durante el presente trabajo se ha utilizado principalmente el programa de *MATLAB*, cuya licencia ha sido proporcionada por la universidad, además también se ha hecho uso de otros programas de licencia gratuita como *SmartGit*, *CMake* y *Microsoft Visual Studio* entre otros. Por otro lado para la obtención de resultados, se ha utilizado una herramienta informática de código abierto que se está programando dentro del departamento y mejorándolo día a día, se trata de *OpenWAM*, este trabajo está basado en validar distintos aspectos de este software.

Por tanto, basándose en todos estos elementos que pueden ofrecer a este proyecto, se trata de un proyecto bastante viable dentro de este departamento.

1.4. Estructura del trabajo

Este proyecto se ha dividido en tres partes diferentes, en las que podemos encontrar: *Memoria del proyecto*, *Pliego de condiciones* y *Presupuesto*.

La parte de *Memoria del proyecto* está dividida en cuatro capítulos donde se explica en que consiste el proyecto. El primero consta de la introducción al motor virtual, en que consiste y como se está llevando a cabo dentro del departamento, además se expone la justificación acerca de la realización de diferentes cálculos para poder mejorar esta simulación del modelo. Por otro lado también se explican los diferentes objetivos que se van a intentar seguir a lo largo del proyecto.

En el segundo capítulo se describen de forma teórica los métodos numéricos más importantes que se van a utilizar a lo largo del trabajo para realizar los diferentes cálculos que son necesarios. Se explican las ventajas e inconvenientes de cada uno de ellos y además

se exponen las diferentes ecuaciones que manejan el comportamiento de un fluido dentro de un conducto.

El tercer capítulo muestra los resultados que se han obtenido tras realizar los diferentes cálculos. Para ello, como se ha indicado anteriormente en los objetivos, ha sido necesario crear diferentes condiciones de contorno y así generar distintos casos como pueden ser uniones de tuberías, tuberías abiertas y cerradas a la atmósfera, cambios de sección en los conductos, etc. Además para cada una de las situaciones se han utilizado los métodos numéricos más comunes y diferentes tamaños de malla.

Para finalizar esta parte del proyecto se expone el último capítulo que consta de las conclusiones obtenidas al realizar el estudio y de las propuestas futuras que se pueden realizar conforme vaya avanzando el código que se desarrolla actualmente para seguir con este trabajo.

La segunda parte se trata del *Pliego de condiciones* donde se recoge la parte burocrática. Aquí se exponen las condiciones que rigen este proyecto y que consejos se deben seguir a lo largo de su realización.

Por último, queda la tercera parte del trabajo el *Presupuesto* donde se indica el coste tanto parcial como global que ha conllevado este proyecto para su realización.

Capítulo 2

Métodos numéricos

2.1. Introducción

La ciencia y la tecnología normalmente describen fenómenos reales mediante modelos matemáticos. Estos fenómenos podrán ser conocidos con mayor profundidad si se realizan estudios sobre los modelos matemáticos además de poder analizar su evolución futura. Sin embargo no siempre se pueden aplicar estos métodos analíticos debido a diferentes inconvenientes:

- Los fenómenos no son adecuados para un modelo concreto.
- El estudio y aplicación del modelo es excesivamente complejo.
- La solución formal es demasiado complicada para cualquier interpretación futura.
- Las soluciones del problema no son capaces de obtenerse mediante los métodos analíticos existentes.

En estos casos son muy útiles los métodos numéricos, que mediante una labor de cálculo más o menos intensa dependiendo del método y el problema, se pueden obtener soluciones aproximadas que serán siempre numéricas. Estos métodos requieren de un importante esfuerzo de cálculo por lo que su uso está ligado a los ordenadores. Por lo que sin el desarrollo que se ha producido en la tecnología actualmente, en concreto en el campo de la informática sería prácticamente imposible utilizar estas técnicas numéricas en ámbitos cada día más diversos.

2.2. Ecuaciones conservativas

2.2.1. Ecuaciones para diferencias finitas

Las ecuaciones conservativas pretenden expresar una variación de una propiedad dentro de un volumen de control teniendo en cuenta el efecto que existe entre el fluido y las

paredes del volumen. La figura 2.1 muestra el esquema de un volumen de control, todas sus variables dependen solamente de la coordenada temporal t y de la coordenada espacial x . Observando el volumen de control mostrado se puede decir que existe una componente radial pero esta se va a suponer despreciable frente a la componente longitudinal y así poder hacer uso de las ecuaciones mostradas a continuación.

Ecuación de continuidad

La ecuación de continuidad o también conocida como ecuación de conservación de la masa, describe la variación de masa en función del tiempo dentro de un volumen de control como el mostrado en la figura 2.1. Esta variación será igual a la diferencia que hay entre la cantidad de flujo que entra y sale de dicho volumen. Considerando dx como la longitud del volumen de control y S como el área transversal de este, la variación de masa puede ser expresada como:

$$\frac{\partial(dm)}{\partial t} = \frac{\partial(\rho \cdot dV)}{\partial t} = \frac{\partial(\rho \cdot S \cdot dx)}{\partial t} \quad (2.1)$$

Teniendo en cuenta que el gasto másico se puede expresar como $\dot{m} = \rho \cdot u \cdot S$, el flujo másico neto quedaría:

$$\frac{\partial(\rho \cdot S \cdot dx)}{\partial t} = \frac{\partial(\rho \cdot u \cdot S)}{\partial x} dx \quad (2.2)$$

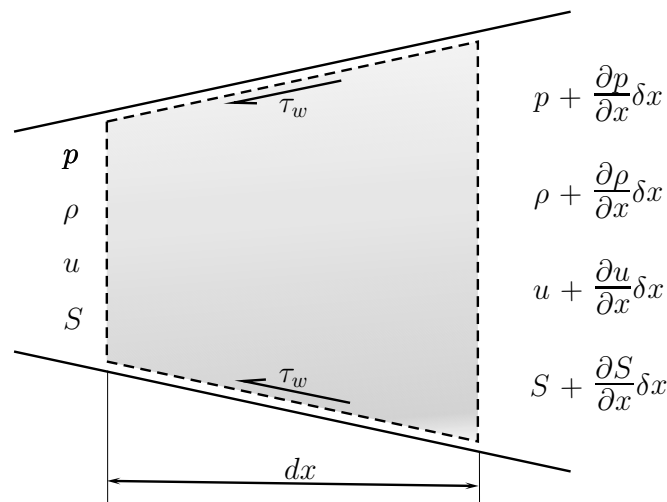


Figura 2.1: Volumen de control en un conducto general

Ecuación del momento

La ecuación de conservación de momento lineal impone que la suma de todas las fuerzas que actúan en la superficie del volumen de control es igual a la suma de la variación

del momento dentro de dicho volumen.

La fuerza resultante generada en el volumen de control es causada por la diferencia de presión entre la entrada y salida del volumen de control y además por la componente en dirección x que ejerce la presión en las paredes laterales cuando existe distinta área transversal a lo largo del conducto. Por tanto la expresión debida a estas dos componentes quedaría:

$$-\frac{\partial(p \cdot S)}{\partial x} dx + p \frac{dS}{dx} dx \quad (2.3)$$

El signo negativo que aparece en la expresión 2.3 surge del criterio de signos que se utiliza, ya que considera positivas las fuerzas que van en la dirección x .

Por otro lado, se ha de considerar las fuerzas tangenciales en el volumen de control, estas son debidas a la fricción que se genera entre el movimiento del fluido y las paredes estacionarias del conducto. Estas se pueden modelar simplemente con un esfuerzo cortante, τ_w , opuesto al movimiento del flujo como se muestra en la figura 2.1. Para el volumen de control infinitesimal que se está considerando la fuerza superficial generada es dada por la expresión 2.4 donde el parámetro D es el diámetro del conducto y A el área de la sección transversal.

$$-\tau_w dA = -\tau_w D \pi dx \quad (2.4)$$

Si se expresa el esfuerzo cortante en términos del factor de fricción, f , quedaría la siguiente expresión:

$$\tau_w = \frac{1}{2} \rho u^2 f \quad (2.5)$$

permitiendo así que la fuerza superficial en el volumen de control se pueda representar como:

$$-\frac{1}{2} \rho u^2 f \pi D dx \quad (2.6)$$

Debido a que las ecuaciones que se utilizan a lo largo del proyecto son simplificaciones para un modelo unidimensional no viscoso, no tiene mucho sentido obtener el término de fricción. Todos los fluidos tienen viscosidad por muy pequeña que sea así que emplear este término es una forma de tenerla en cuenta y así el modelo se asemeje al comportamiento ideal.

Una vez calculadas todas las fuerzas que actúan en el volumen considerado, hay que encontrar una expresión en la que se muestre la variación del momento en el interior del

mismo. En la expresión 2.7 se tiene en cuenta tanto la variación del momento en el interior del volumen de control como el flujo neto que pasa por las superficies de control.

$$\frac{\partial(u\rho Sdx)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho Su^2)}{\partial x} dx \quad (2.7)$$

Por lo tanto la ecuación del momento lineal considerando tanto las fuerzas como la variación del momento queda:

$$-\frac{\partial(p \cdot S)}{\partial x} dx + p \frac{dS}{dx} dx - \frac{1}{2} \rho u^2 f \pi D dx = \frac{\partial(u\rho Sdx)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho Su^2)}{\partial x} dx \quad (2.8)$$

Ecuación de la energía

La ecuación de la energía puede derivarse aplicando el primer principio de la termodinámica para el volumen de control mostrado en la figura 2.1. Un sistema termodinámico puede intercambiar energía con su entorno en forma de calor y trabajo y además este acumula energía en forma de energía interna. La variación de energía interna del sistema es igual a la diferencia entre el calor que intercambia con el entorno y el trabajo generado por el sistema o sobre este, por lo que la expresión queda:

$$Q - W = \Delta U \quad (2.9)$$

Derivando este principio respecto del tiempo se puede obtener la expresión 2.10, en la que E_0 es la energía interna total de parada del volumen de control y H_0 es la entalpía total de parada.

$$\frac{\partial Q}{\partial t} - \frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\partial E_0}{\partial t} + \frac{\partial H_0}{\partial x} dx \quad (2.10)$$

Tanto la energía interna total de parada como la entalpía total de parada se pueden expresar en términos de energía interna específica de parada mediante las siguientes expresiones:

$$\frac{\partial E_0}{\partial t} = \frac{\partial(e_0 \rho S dx)}{\partial t} = \frac{\partial((e + \frac{1}{2}u^2) \rho S dx)}{\partial t} \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial H_0}{\partial x} dx = \frac{\partial(h_0 \rho S u)}{\partial x} dx = \frac{\partial((e_0 + \frac{p}{\rho}) \rho S u)}{\partial x} dx \quad (2.12)$$

El calor total transferido por el volumen de control o hacia este se puede calcular mediante la expresión 2.13, siendo q el calor transferido por unidad de masa de gas.

$$Q = q \rho S dx \quad (2.13)$$

Asumiendo que el trabajo hecho por o sobre el sistema de control es nulo en un conducto ya que no existe desplazamiento de este, por tanto la ecuación de conservación de la energía queda:

$$q\rho S dx = \frac{\partial(e_0\rho S dx)}{\partial t} + \frac{\partial(h_0\rho S u)}{\partial x} dx \quad (2.14)$$

En conclusión, se han obtenido las diferentes ecuaciones que caracterizan un volumen de control con flujo unidimensional para un fluido compresible siendo el área transversal del conducto variable, considerando fricción en la paredes y transferencia de calor. Se puede crear un sistema de ecuaciones en derivadas parciales hiperbólicas no lineales formado por las siguientes ecuaciones:

▪ **Continuidad**

$$\frac{\partial(\rho S)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u S)}{\partial x} = 0 \quad (2.15)$$

▪ **Momento**

$$\frac{\partial(\rho u S)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2 + p)F}{\partial x} - p \frac{dF}{dx} + \frac{1}{2}\rho u^2 f \pi D = 0 \quad (2.16)$$

▪ **Energía**

$$\frac{\partial(\rho e_0 S)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u h_0 S)}{\partial x} - q\rho S = 0 \quad (2.17)$$

Para resolver el sistema, se agrupan las ecuaciones 2.15, 2.16 y 2.17 para que aparezcan en las tres un término temporal, un término espacial, otro que dependa de la variación de la sección y un término fuente (nulo en la ecuación de continuidad):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\rho u}{S} \frac{dS}{dx} = 0 \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2 + p)}{\partial x} + \frac{\rho u^2}{S} \frac{dS}{dx} + \rho G = 0 \quad (2.19)$$

$$\frac{\partial(\rho e_0)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u h_0)}{\partial x} + \frac{\rho u h_0}{S} \frac{dS}{dx} - \rho q = 0 \quad (2.20)$$

donde

$$G = \frac{1}{2}u|u|f \frac{4}{D} \quad (2.21)$$

Este sistema se puede expresar de forma vectorial puesto que las tres ecuaciones cuentan con la misma forma:

$$\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{W})}{\partial x} + \mathbf{C}(\mathbf{W}) = 0 \quad (2.22)$$

donde

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho e_0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}(\mathbf{W}) = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho u h_0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}(\mathbf{W}) = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 \\ \rho u h_0 \end{bmatrix} \frac{1}{S} \frac{dS}{dx} + \begin{bmatrix} 0 \\ \rho G \\ -\rho q \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

siendo \mathbf{W} el vector de estado puesto que a partir de él es posible obtener las demás variables termodinámicas. $\mathbf{F}(\mathbf{W})$ es el vector de flujo y $\mathbf{C}(\mathbf{W})$ el vector que contiene los términos de fricción, transferencia de calor y variación de área del conducto.

Debido a que se tienen 3 ecuaciones pero 5 incógnitas (ρ , u , p , h , e) es necesario conseguir dos condiciones más. Se busca la relación entre la presión y el resto de variables, utilizándose una ecuación de estado. Aparece la temperatura como variable pero se sabe que la energía interna es función de esta variable. Por tanto las dos ecuaciones necesarias para completar el sistema, considerando gas perfecto, son:

$$p = \rho RT \quad (2.24)$$

$$e = c_v T \quad (2.25)$$

En conductos en los que el área transversal varía, el término de área se suele incluir dentro del vector de estado ya que se ha demostrado que la conservación de la masa mejora en métodos de diferencias finitas. Por lo que se multiplican las tres ecuaciones de la conservación por la superficie S obteniéndose la siguiente definición para los vectores:

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \rho S \\ \rho u S \\ \rho e_0 S \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}(\mathbf{W}) = \begin{bmatrix} \rho u S \\ (\rho u^2 + p) S \\ \rho u h_0 S \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}(\mathbf{W}) = \begin{bmatrix} 0 \\ -p \frac{dS}{dx} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \rho G S \\ -\rho q S \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

En ambos casos, el sistema que se debe resolver corresponde con la ecuación 2.22, la única diferencia es la obtención de las variables termodinámicas a partir del vector de estado.

2.2.2. Ecuaciones para volúmenes finitos

Para el estudio de los métodos de volúmenes finitos se hace uso de las ecuaciones de Euler, siendo estas una simplificación de las ecuaciones de flujo no viscoso. Mediante estas ecuaciones se pueden transformar integrales de volumen a integrales de superficie y así

poder simplificar considerablemente los cálculos.

Se tratan de ecuaciones para flujo tridimensional aunque posteriormente serán simplificadas, debido a esto no se puede asumir flujo unidimensional ni tampoco una variación se sección puesto que son aplicadas en un punto concreto dentro del fluido.

Ecuación de continuidad

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho u) = 0 \quad (2.27)$$

Ecuación de momento

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \nabla(\rho u \otimes u) + \nabla p \bar{I} + \rho G = 0 \quad (2.28)$$

Ecuación de la energía

$$\frac{\partial(\rho e_0)}{\partial t} + \nabla(\rho h_0 u) - p q = 0 \quad (2.29)$$

Estas ecuaciones pueden ser simplificadas y obtener las ecuaciones anteriores.

2.3. Métodos de diferencias finitas

Los métodos de diferencias finitas se utilizan para solucionar las ecuaciones diferenciales ordinarias, estos aproximan las derivadas a diferencias finitas.

Existen numerosos métodos de diferencias finitas pero el más representativo dentro de OpenWAM es el método de Lax-Wendroff de dos pasos la formulación de este método está basada en otros dos que son Lax-Friedrichs y Leapfrog. La forma integral a la cual se aproximan todos estos métodos puede ser escrita como:

$$\int_x \int_t \left(\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{W})}{\partial x} + \mathbf{C}(\mathbf{W}) \right) dx dt = 0 \quad (2.30)$$

Esta se obtiene integrando el sistema de ecuaciones 2.22 que se ha definido anteriormente. Posteriormente se calcula cada parte de la ecuación de la siguiente manera:

$$\mathbf{W}_i = \frac{1}{\Delta x} \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} \mathbf{W} dx \quad (2.31)$$

Este término representa el promedio de las variables dependientes de la celda mostrada en la figura 2.2. Por otro lado se tiene el vector \mathbf{F} que representa el flujo promedio que circula a través de los límites de la celda bajo un intervalo de tiempo Δt , este término se calcula como:

$$\mathbf{F}_{i\pm 1/2} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t^n}^{t^{n+1}} \mathbf{F} dt \quad (2.32)$$

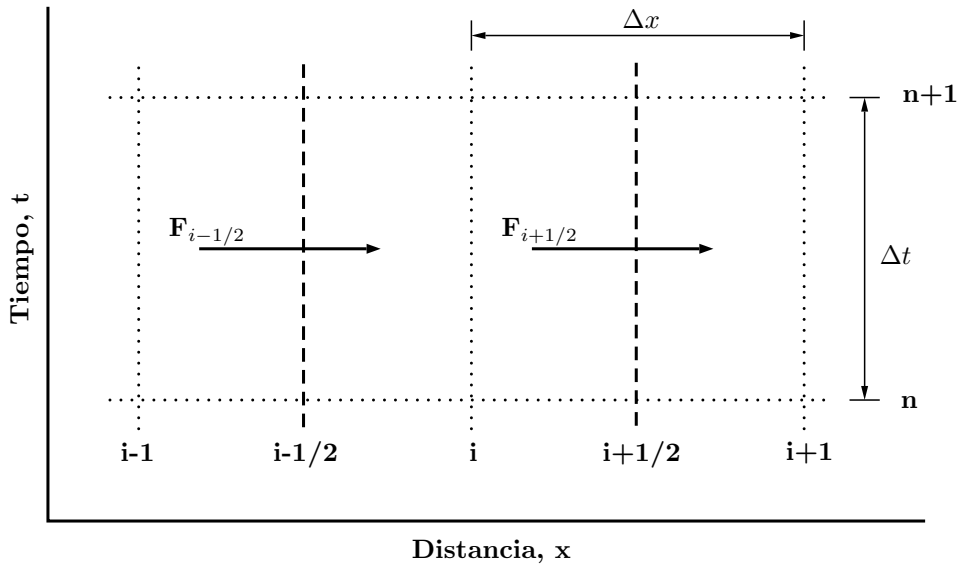


Figura 2.2: Celda general para las ecuaciones de conservación

Si se aplican estas aproximaciones para la integral 2.30 se obtiene la siguiente ecuación, la cual permite resolver varios de los métodos de primer orden:

$$(\mathbf{W}_i^{n+1} - \mathbf{W}_i^n) \Delta x + (\mathbf{F}_{i+1/2}^n - \mathbf{F}_{i-1/2}^n) \Delta t + \mathbf{C}_i^n \Delta x \Delta t = 0 \quad (2.33)$$

donde los superíndices indican el instante temporal y los subíndices la posición en el espacio. En el caso en el que se omite el término fuente la ecuación 2.33 queda reducida a:

$$\mathbf{W}_i^{n+1} = \mathbf{W}_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (\mathbf{F}_{i+1/2}^n - \mathbf{F}_{i-1/2}^n) \quad (2.34)$$

Condiciones de contorno

Los métodos de diferencias finitas como se ha explicado anteriormente se tratan de una discretización infinitesimal dentro de un dominio. Para poder conocer los valores en su totalidad de todas las celdas es necesario obtener información fuera del dominio cosa que no es posible, por tanto debido a esto se hace uso de las condiciones de contorno y

así conocer los valores de los nodos externos de la malla escogida.

La condición de contorno utilizada es de tipo Dirichlet puesto que es necesario conocer el valor del vector solución en un nodo concreto. Para resolver este tipo de condiciones se utiliza el Método de las Características y gracias a este se podrán incluir las condiciones de contorno dentro del vector de estados ya que esto también conlleva su particular dificultad. El Método de las Características es de primer orden tanto en espacio como en tiempo y está basado en una formulación no conservativa, debido a esto cuando los pulsos enviados llegan al extremo se produce pérdida de información. Este proceso se ralentiza al realizar la interpolación entre el nodo frontera y el contiguo.

Debido a todos estos acontecimientos es necesario el estudio de otros métodos como los de volúmenes finitos ya que estos no utilizan condiciones de contorno basadas en el Método de las Características. Así se podrá observar si presentan alguna ventaja frente a los antiguos respecto al tiempo de cálculo y la precisión de los resultados ya que este es el principal objetivo de este trabajo.

2.3.1. Método de Lax-Friedrichs

Este método es dentro de lo que cabe bastante simple, trata de aproximar las derivadas que se obtienen del sistema de ecuaciones 2.30 a diferencias de primer orden como se muestra en la ecuación 2.33.

Para poder obtener los valores de $F_{i\pm 1/2}$ se debe de promediar los nodos de los lados puesto que solo se tienen valores ahí. Esto se calcula de la siguiente manera:

$$\mathbf{F}_{i\pm 1/2} = \frac{1}{2} [\mathbf{F}(\mathbf{W}_{i\pm 1}) + \mathbf{F}(\mathbf{W}_i)] \quad (2.35)$$

Sustituyendo esto en la ecuación 2.33 se obtiene esta expresión:

$$\mathbf{W}_i^{n+1} = \mathbf{W}_i^n - \frac{\Delta t}{2\Delta x} [\mathbf{F}_{i+1/2}^n - \mathbf{F}_{i-1/2}^n] - \mathbf{C}_i^n \Delta t \quad (2.36)$$

Sin embargo, esto conduce a un método inestable ya que genera numerosas oscilaciones después de un gran número de pasos temporales. Un método estable se obtendría si el término \mathbf{W}_i^n es remplazado por el promedio de los puntos adyacentes, quedando un método de primer orden tanto en espacio como en tiempo. Este es conocido por el método de Lax-Friedrichs:

$$\mathbf{W}_i^{n+1} = \frac{1}{2} [\mathbf{W}_{i+1}^n + \mathbf{W}_{i-1}^n] - \frac{\Delta t}{2\Delta x} [\mathbf{F}_{i+1}^n - \mathbf{F}_{i-1}^n] - \mathbf{C}_i^n \Delta t \quad (2.37)$$

2.3.2. Método de Leapfrog

Otro método que compone el método de Lax-Wendroff es el de Leapfrog que consiste en aproximar las derivadas a diferencias finitas de segundo orden como se muestra en la

siguiente expresión:

$$\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial t} \approx \frac{\mathbf{W}_i^{n+1} - \mathbf{W}_i^{n-1}}{2\Delta t}, \quad \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} \approx \frac{\mathbf{F}_{i+1}^n - \mathbf{F}_{i-1}^n}{2\Delta x} = 0 \quad (2.38)$$

Sustituyendo estas aproximaciones en la expresión 2.33 se obtiene la siguiente ecuación:

$$\mathbf{W}_i^{n+1} = \mathbf{W}_i^{n-1} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [\mathbf{F}_{i+1}^n - \mathbf{F}_{i-1}^n] - 2\mathbf{C}_i^n \Delta t \quad (2.39)$$

Este es el método de Leapfrog, es necesario calcular dos pasos temporales para poder calcular un tercero. Como se ha indicado antes, este método forma la segunda etapa del método de Lax-Wendroff de dos etapas.

2.3.3. Método de Lax-Wendroff de dos pasos

Este método fue propuesto por A. Richtmyer [bibliografía] y trata de combinar los métodos de Lax-Friedrichs y Leapfrog. Se trata de un método de segundo orden por tanto los resultados serán mas precisos que si fuese de primer orden. En un principio, el método primario que presentaron Lax y Wendroff proviene de las ecuaciones de las cuales parte el problema de Euler y están presentadas de forma matricial como se puede observar en las ecuaciones 2.22 y 2.23, resolviendo el sistema de ecuaciones mediante un método basado en el desarrollo de las series de Taylor.

Más tarde, Morton y Richtmyer establecen un nuevo método basado en este esquema pero realizando una mejora, este ahora se resolvería en dos pasos.

El método de Lax-Wendroff de dos pasos es aplicado de la forma como se muestra en la figura 2.3. Se procede con un mallado espacio-temporal donde se tiene una posición $(i\Delta x, n\Delta t)$ a la que se impone un punto (i, n) , posteriormente se calcula el vector \mathbf{W} en la posición $(i, n+1)$ mediante el valor de los vectores \mathbf{W} , \mathbf{F} y \mathbf{C} en las posiciones $(i-1, n)$, (i, n) y $(i+1, n)$.

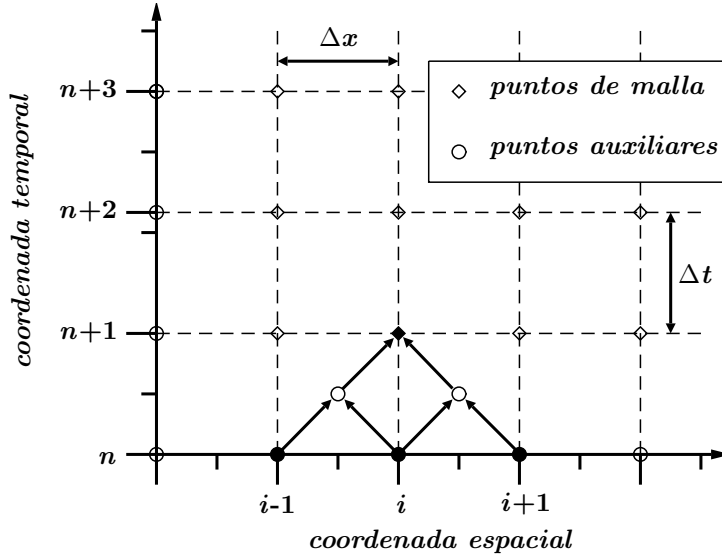


Figura 2.3: Mado espacial y temporal del método de Lax-Wendroff

Antes de calcular estos valores es necesario calcular en un primer paso los puntos $(i - 1/2, n + 1/2)$ y $(i + 1/2, n + 1/2)$:

$$\mathbf{W}_{i-1/2}^{n+1/2} = \frac{1}{2}(\mathbf{W}_i^n + \mathbf{W}_{i-1}^n) - \frac{\Delta t}{2\Delta x}(\mathbf{F}_i^n - \mathbf{F}_{i-1}^n) + \frac{\Delta t}{4}(\mathbf{C}_i^n + \mathbf{C}_{i-1}^n) \quad (2.40)$$

$$\mathbf{W}_{i+1/2}^{n+1/2} = \frac{1}{2}(\mathbf{W}_{i+1}^n + \mathbf{W}_i^n) - \frac{\Delta t}{2\Delta x}(\mathbf{F}_{i+1}^n - \mathbf{F}_i^n) + \frac{\Delta t}{4}(\mathbf{C}_{i+1}^n + \mathbf{C}_i^n) \quad (2.41)$$

Por otro lado, el segundo paso de este método consiste en obtener el valor del vector \mathbf{W} en $(i, n + 1)$:

$$\mathbf{W}_i^{n+1} = \mathbf{W}_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x}(\mathbf{F}_{i+1/2}^{n+1/2} - \mathbf{F}_{i-1/2}^{n+1/2}) + \frac{\Delta t}{2}(\mathbf{C}_{i+1/2}^{n+1/2} + \mathbf{C}_{i-1/2}^{n+1/2}) \quad (2.42)$$

donde \mathbf{W}_i^{n+1} es el valor de \mathbf{W} en el instante $(n + 1)\Delta t$ y en la posición del conducto $i\Delta x$. Por tanto, la estabilidad del resultado viene dada por la siguiente expresión:

$$\max(|c| + a) \frac{\Delta t}{\Delta x} \leq 1 \quad (2.43)$$

donde c es la velocidad del fluido y a se trata de la velocidad del sonido en las condiciones a las que está sometido el conducto.

2.4. Métodos de volúmenes finitos

Los métodos de volúmenes finitos permiten discretizar y resolver de forma numérica ecuaciones diferenciales. Se tratan de métodos distintos a los de diferencias finitas y elementos finitos.

Si se considera una malla de discretización del espacio fluido, en torno a cada punto de esta malla se crea un volumen de control que no coincide con los de los puntos de alrededor. De esta forma el volumen total del fluido será igual a la suma de todos los volúmenes de control considerados.

La ecuación diferencial que se debe resolver se tiene que integrar sobre cada uno de los volúmenes de control, por lo tanto se obtendrá como resultado una versión discretizada de dicha ecuación. Para realizar la integración se requiere especificar perfiles de variación de la variable dependiente entre los puntos de la malla para así poder evaluar las integrales que resultan de esto. Una propiedad que se obtiene del sistema de ecuaciones generado, es que la solución obtenida satisface de forma exacta las ecuaciones de conservación consideradas anteriormente independientemente del tamaño de la malla.

Condiciones de contorno

En el apartado anterior se ha explicado como obtener las condiciones de contorno en los métodos de diferencias finitas, pero para los nuevos métodos utilizados en el código estas condiciones se calculan de forma diferente.

En este caso se hace uso de un tubo virtual que tiene dos celdas y cada una de ellas tiene las condiciones del gas de cada uno de los elementos que une con lo que se resuelve el flujo en la condición de contorno como si fuera el flujo entre dos celdas de un tubo normal. Es decir, aquí no se busca el valor de la frontera sino el flujo que la atraviesa. Por tanto un extremo cerrado se podría decir que es un vector de flujo \mathbf{F} completamente nulo, así que es más fácil de calcular a demás de rápido que con el Método de las Características.

Con esto se puede conseguir un ahorro de tiempo considerable cuando se trata de calcular geometrías complejas puesto que es bastante más sencillo calcular condiciones de contorno mediante los nuevos métodos.

2.4.1. Método de Godunov

En el análisis numérico y la dinámica de fluidos computacional, el esquema de Godunov es un método numérico de conservación, propuesto por Godunov en 1959, empleado para la resolución de ecuaciones diferenciales parciales. Se trata de un método de primer orden tanto en espacio como en tiempo, sin embargo, se puede utilizar como base para el desarrollo de métodos de orden superior.

Se trata de suponer que el vector de parámetros \mathbf{W} se mantiene constante a lo largo de cada volumen de control, existiendo discontinuidades en $x_{i\pm 1/2}$ como se puede observar en la figura 2.4. El tramo constante representa el promedio de los datos iniciales a través del intervalo $x_{i\pm 1/2}$.

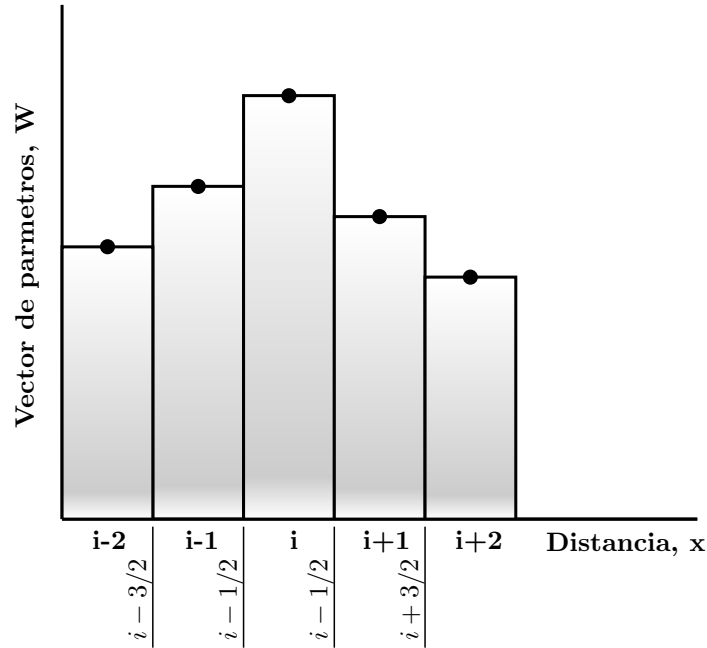


Figura 2.4: Discretización para el método de Godunov

Sin embargo, el problema de calcular los flujos entre las celdas se convierte en una resolución de problemas locales de Riemann formados en cada interfaz de las celdas. Este proceso considera el desarrollo del sistema de ondas generado en cada interfaz por la evolución de cada problema de Riemann local. Para encontrar la solución del nuevo paso temporal, $(n+1)\Delta t$, puede entonces ser representado por una distribución con un tramo constante el cual establece un nuevo conjunto de problemas locales de Riemann y el proceso es repetido. Esta propuesta da una solución exacta para un problema aproximado debido a la reconstrucción del tramo constante de los datos iniciales.

Aproximando la derivada temporal mediante las ecuaciones de Euler alrededor de la región ABCD en la figura 2.5 y despejando \mathbf{W}_i^{n+1} se obtiene:

$$\mathbf{W}_i^{n+1} = \mathbf{W}_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} [\mathbf{F}_{i+1/2}(\mathbf{W}_i^n, \mathbf{W}_{i+1}^n) - \mathbf{F}_{i-1/2}(\mathbf{W}_{i-1}^n, \mathbf{W}_i^n)] \quad (2.44)$$

donde \mathbf{W}_i^n es el valor del tramo constante original de \mathbf{W} en la celda y \mathbf{W}_i^{n+1} es la nueva distribución uniforme después de haber resuelto el problema de Riemann promediando la ecuación 2.31.

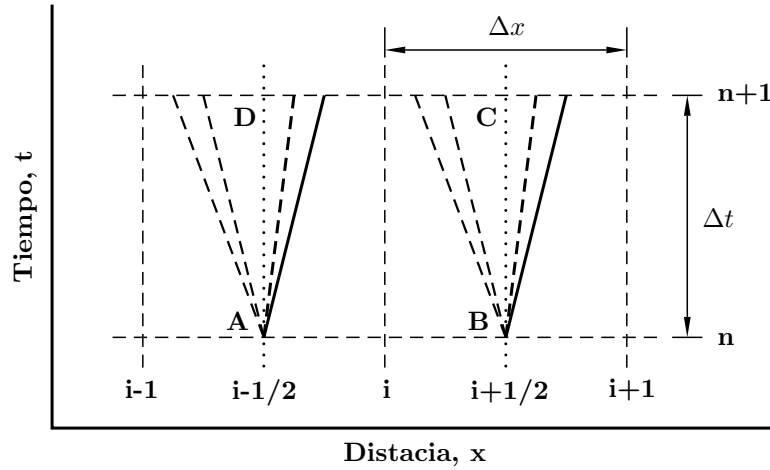


Figura 2.5: Evolución de las ondas dentro de la celda para esquemas de Godunov en el problema de Riemann

La dificultad del método consiste en obtener los valores de $\mathbf{F}_{i\pm 1/2}$. En la figura 2.4 se puede observar como existen discontinuidades en el instante t^n para las interfaces donde se calcula el vector \mathbf{F} . Estos valores son obtenidos resolviendo los problemas de Riemann delimitados por los datos iniciales \mathbf{W}_{i-1} , \mathbf{W}_i y \mathbf{W}_i , \mathbf{W}_{i+1} en las interfaces de las celdas $i - 1/2$ y $i + 1/2$, respectivamente. Los términos $\mathbf{F}_{i\pm 1/2}$ representan en flujo promedio con respecto al intervalo de tiempo, Δt , a través de la ecuación 2.32. Por lo que es necesario conocer la variación de \mathbf{F} entre los instantes t^n y t^{n+1} ya que en ambos lados existen diferentes magnitudes termodinámicas.

Para ver de forma gráfica el problema de Riemann se aporta la figura 2.5, donde se observa que en cada discontinuidad aparecen tres fenómenos diferentes de carácter fluido-dinámico. Estos fenómenos son: ondas de expansión (región entre las líneas discontinuas próximas), discontinuidad de contacto (línea a trazos en negrita) y por último una onda de choque (línea continua).

El principal inconveniente de la solución analítica del problema de Riemann es realizar el cálculo iterativo para así poder obtener una solución exacta. Y este problema se debe resolver en todas las interfaces y además para todos los pasos temporales por lo que se ralentiza este método.

2.4.2. Método de MUSCL

Este esquema denominado en inglés como *monotone upstram scheme for conservative laws*, se trata de un método de segundo orden. Para llevarlo a cabo se realiza una reconstrucción lineal de cada una de las variables en cada celda mediante el valor medio en la celda y del gradiente. Se extrapola linealmente las variables conservadas de los nodos a las aristas.

De una forma más extendida consiste en remplazar los tramos constantes de los tramos por tramos lineales mediante funciones como $w_i(x)$:

$$w_i(x) = w_i^n + (x - x_i) \frac{\Delta_i}{\Delta x} \quad (2.45)$$

como se puede observar en la figura 2.6, $0 < x < \Delta x$, en coordenadas locales el centro de la celda, x_i , que es igual a $\Delta x/2$ y además el valor de $w_i(x_i) = w_i^n$. Para poder evaluar la interacción entre las celdas se resuelven los problemas de Riemann formados por los valores extrapolados de la solución, estos valores son dados por las ecuaciones:

$$w_i^L = w_i^n - \frac{1}{2} \Delta_i \quad (2.46)$$

$$w_i^R = w_i^n + \frac{1}{2} \Delta_i \quad (2.47)$$

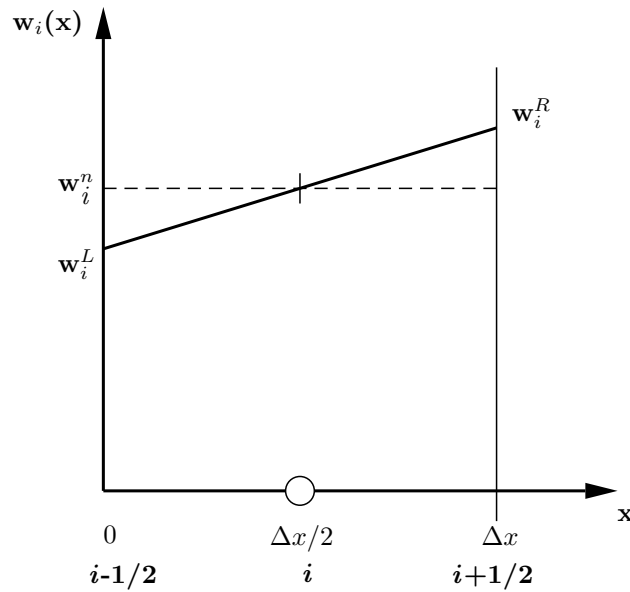


Figura 2.6: Reconstrucción de un tramo con función lineal

Los valores de los términos Δ_i se pueden evaluar mediante la ecuación:

$$\Delta_i = \frac{1}{2}(1 + \omega)[w_i^n - w_{i-1}^n] + \frac{1}{2}(1 - \omega)[w_{i+1}^n - w_i^n] \quad (2.48)$$

$$\Delta_i = \frac{1}{2}(1 + \omega)\Delta_{i-1/2} + \frac{1}{2}(1 - \omega)\Delta_{i+1/2} \quad (2.49)$$

donde $-1 < \omega < 1$.

Si se utiliza $\omega = 1$ para la celda i con la ecuación 2.47 y $\omega = -1$ para $i + 1$ se obtiene:

$$w_i^R = w_i^n + \frac{1}{2}(w_i^n - w_{i-1}^n) \quad (2.50)$$

$$w_{i+1}^L = w_{i+1}^n - \frac{1}{2}(w_{i+2}^n - w_{i+1}^n) \quad (2.51)$$

se produce un problema de Remann en $i + 1/2$, esto se puede observar en la figura 2.7 pero el problema es menor que para el generado con el método de Godunov puesto que las rectas formadas hacen que las discontinuidades disminuyan. El método de Godunov se trata de una particularización de este esquema cuando la pendiente, Δ , es nula.

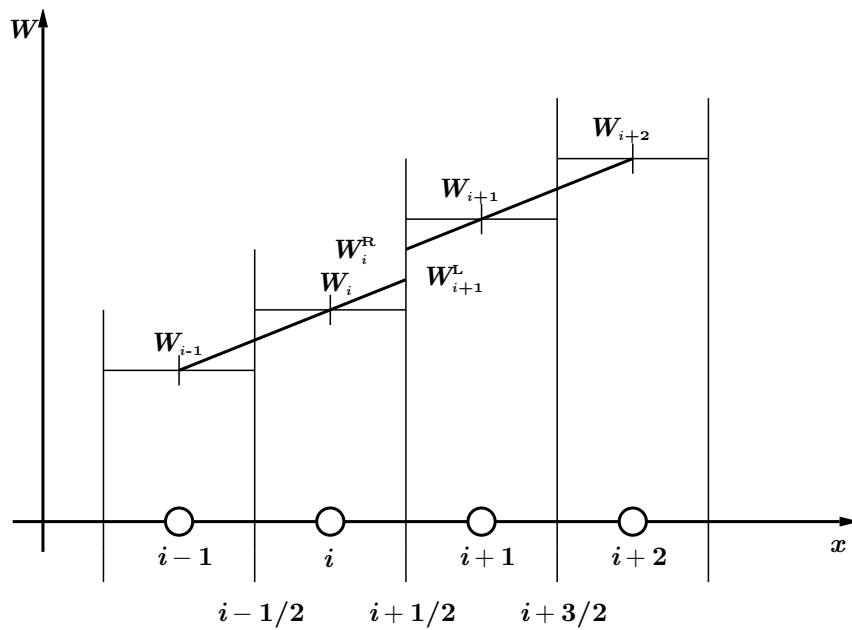


Figura 2.7: Extrapolación de variables dado un problema de Riemann en la interfaz $i + 1/2$

Se podrían dar situaciones como la que se muestra en la figura 2.8 donde se da que $w_i > w_{i-1}$, sin embargo, en la interfaz de $i - 1/2$ el valor de w_i^L es menor que el w_{i-1} por tanto por este motivo se generan oscilaciones espurias similares a las creadas con el esquema de Lax-Wendroff.

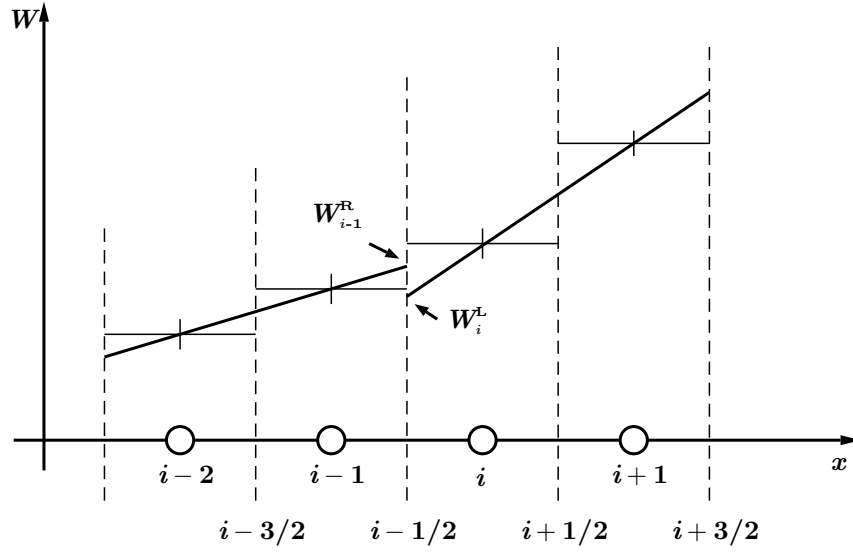


Figura 2.8: Reconstrucción de datos que da lugar a oscilaciones espurias

Debido a este problema, se crean los limitadores de flujo para poder evitar estas situaciones. Estos limitadores hacen que los valores obtenidos se asemejen a los reales limitando las pendientes de las extrapolaciones que se realizan. Pueden ser expresados en términos de proporciones de gradientes consecutivos.

Los limitadores utilizan una función ϕ dando un valor a la pendiente y además relacionan el valor en la celda w_i con las celdas más próximas a esta w_{i-1}^n y w_{i+1}^n . Los valores que limitan la interfaz son dados por:

$$w_i^R = w_i^n + \frac{1}{2}\phi(r_{i-1/2}^+)(w_i^n - w_{i-1}^n) \quad (2.52)$$

$$w_{i+1}^L = w_{i+1}^n - \frac{1}{2}\phi(r_{i+3/2}^-)(w_{i+2}^n - w_{i+1}^n) \quad (2.53)$$

donde

$$r_{i-1/2}^+ = \frac{w_{i+1} - w_i}{w_i - w_{i-1}} \quad (2.54)$$

$$r_{i+3/2}^- = \frac{w_{i+1} - w_i}{w_{i+2} - w_{i+1}} \quad (2.55)$$

Existen una gran variedad de limitadores, que se adaptan más o menos según el tipo de problema que se esté dando, por tanto elegir uno u otro se realiza de forma experimental mediante el método de prueba y error.

Capítulo 3

Resultados

3.1. Introducción

En el capítulo de resultados se va a proceder a generar una serie de casos para observar como se comporta el código libre de *OpenWAM* en cada uno de ellos. Se observará la evolución del gasto másico, la presión y la temperatura en la tubería o las tuberías dependiendo del caso tras la descarga de uno de los depósitos.

Por otro lado, también se quiere comparar a la misma vez como es el comportamiento de los diferentes métodos numéricos *Lax-Wendroff*, *MUSCL* y *Godunov* en la mayoría de los casos para poder ver cual se adapta mejor.

Y por último se va a realizar un estudio de la malla, variando el tamaño de esta para ver cuando se podría aplicar la independencia de malla y ahorra así tiempo computacional a la hora de ejecutar cada uno de los casos.

3.2. Depósitos simples

En este apartado se va a tratar de medir las distintas variables para el caso más simple, donde se puede encontrar un par de depósitos y una única tubería sin cambio de sección. A su vez, el apartado se va a subdividir en tres casos diferentes donde se tratará de variar la presión (figura 3.1), temperatura y volumen de uno de los depósitos para ver como afecta en las variables dentro de la tubería.

Además se verá que método de los tres utilizados es el más adecuado para la realización de este caso y cuando es necesario el aumento del tamaño de malla. Para la toma de datos en las diferentes posiciones de la tubería se ha optado por utilizar el método de MUSCL en los tres casos como se puede observar en las figuras 3.4, 3.5 y 3.6.

■ Caso 1: distinta presión

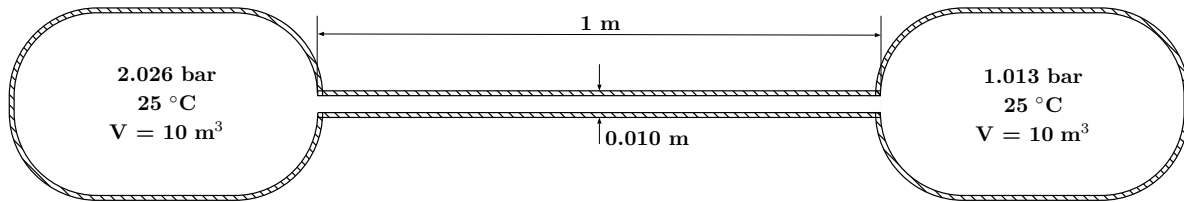


Figura 3.1: Esquema de la unión entre una tubería y dos depósitos con distinta presión

■ Caso 2: distinta temperatura

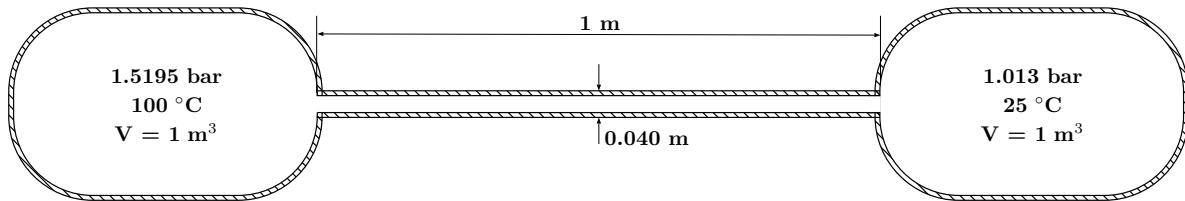


Figura 3.2: Esquema de la unión entre una tubería y dos depósitos con distinta temperatura

■ Caso 3: distinto volumen

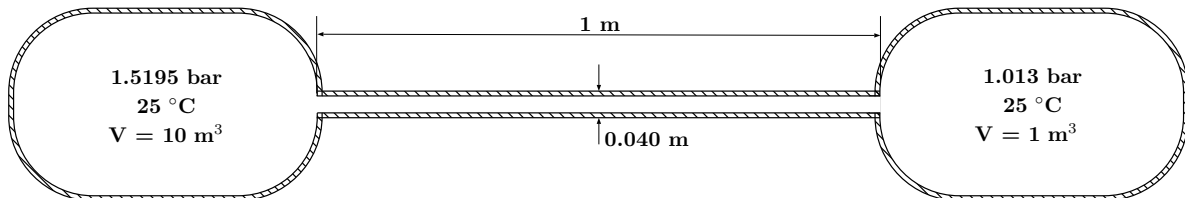
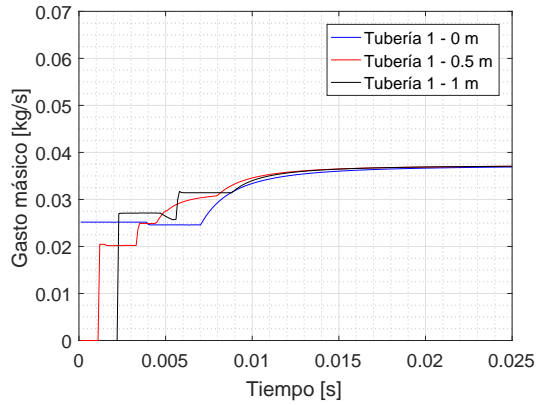
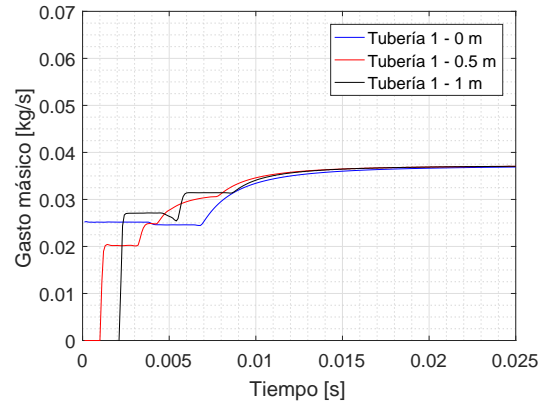


Figura 3.3: Esquema de la unión entre una tubería y dos depósitos con distinto volumen

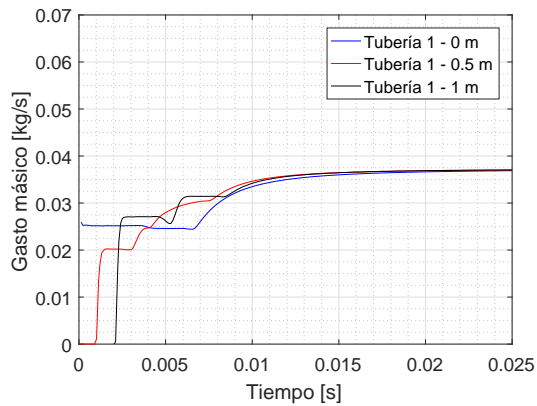
Caso 1: variación de gasto másico



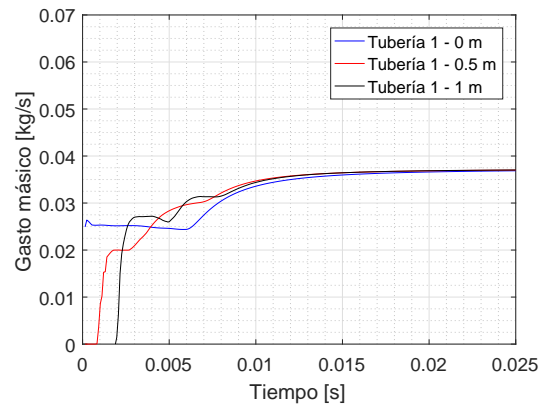
(a) Tamaño de malla: 1 mm



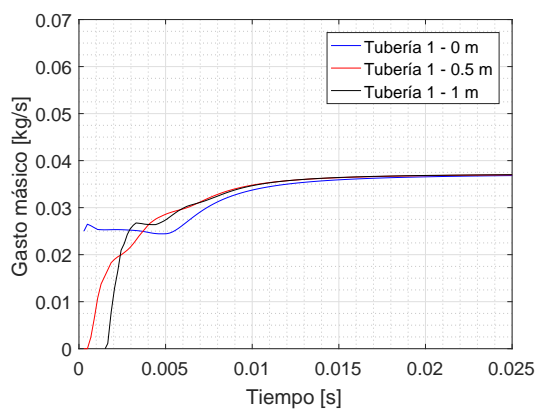
(b) Tamaño de malla: 10 mm



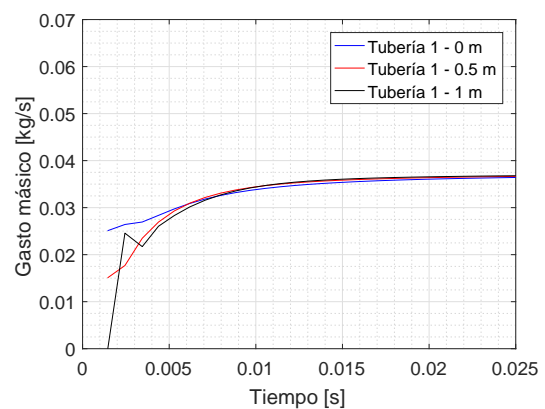
(c) Tamaño de malla: 20 mm



(d) Tamaño de malla: 50 mm



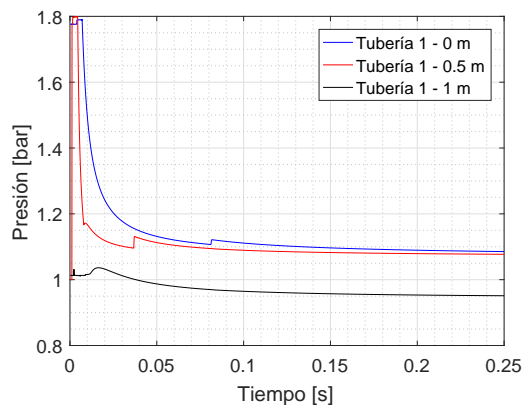
(e) Tamaño de malla: 100 mm



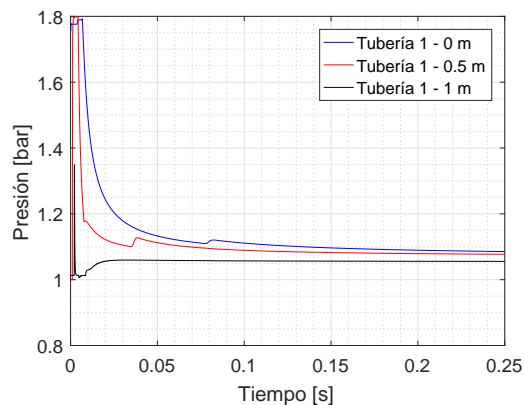
(f) Tamaño de malla: 500 mm

Figura 3.4: Variación del gasto másico en distintas posiciones de la tubería para el caso de depósitos con distinta presión

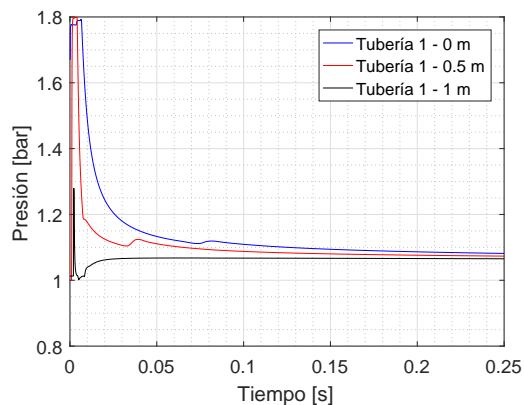
Caso 1: variación de presión



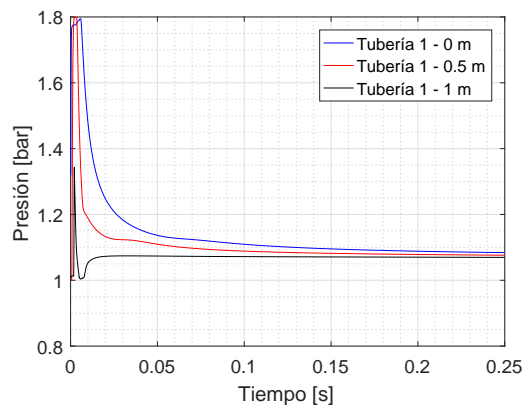
(a) Tamaño de malla: 1 mm



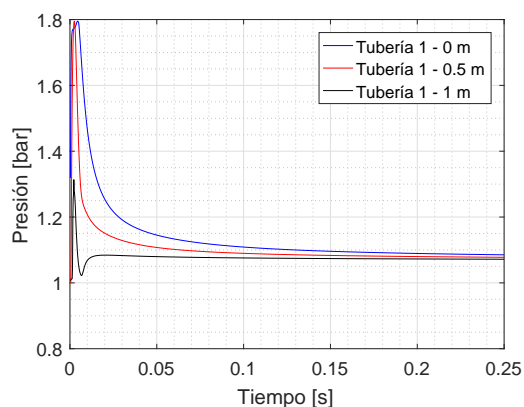
(b) Tamaño de malla: 10 mm



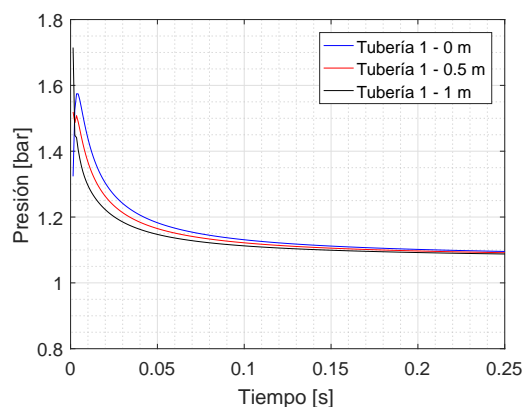
(c) Tamaño de malla: 20 mm



(d) Tamaño de malla: 50 mm



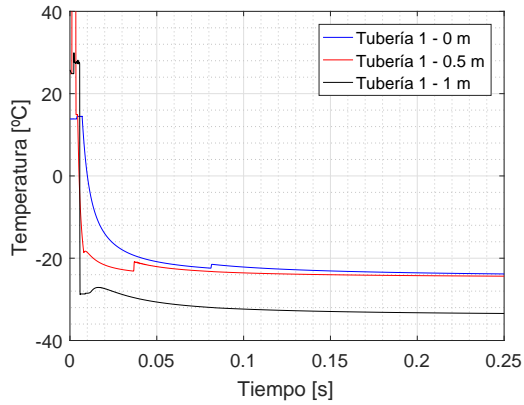
(e) Tamaño de malla: 100 mm



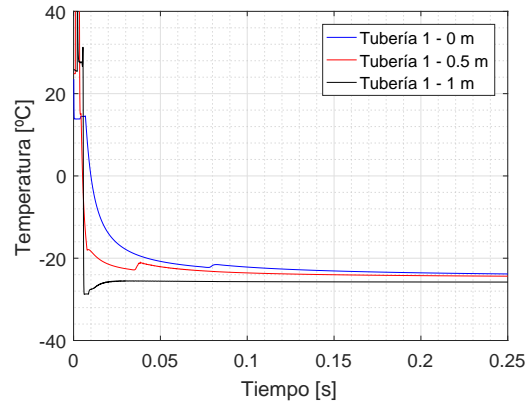
(f) Tamaño de malla: 500 mm

Figura 3.5: Variación de la presión en distintas posiciones de la tubería para el caso de depósitos con distinta presión

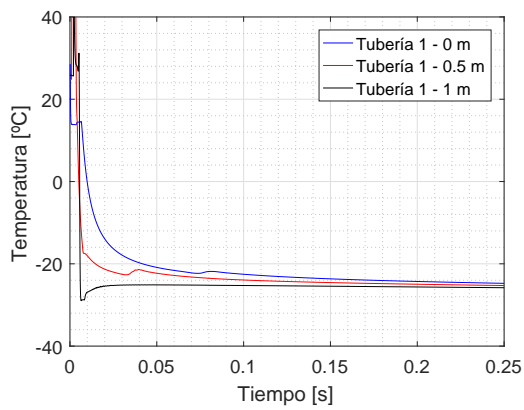
Caso 1: variación de temperatura



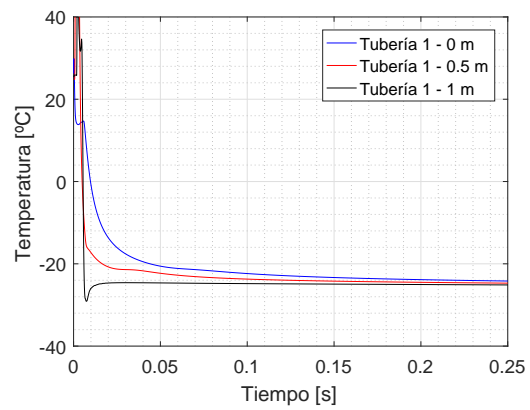
(a) Tamaño de malla: 1 mm



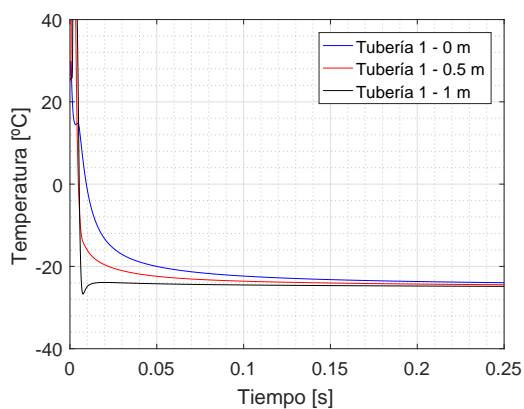
(b) Tamaño de malla: 10 mm



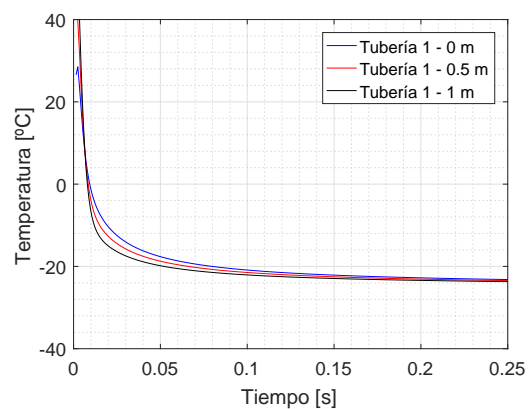
(c) Tamaño de malla: 20 mm



(d) Tamaño de malla: 50 mm



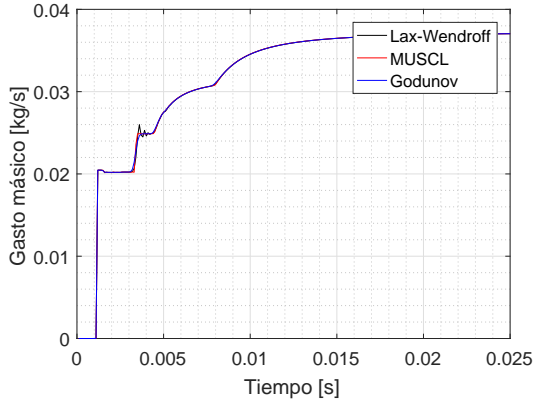
(e) Tamaño de malla: 100 mm



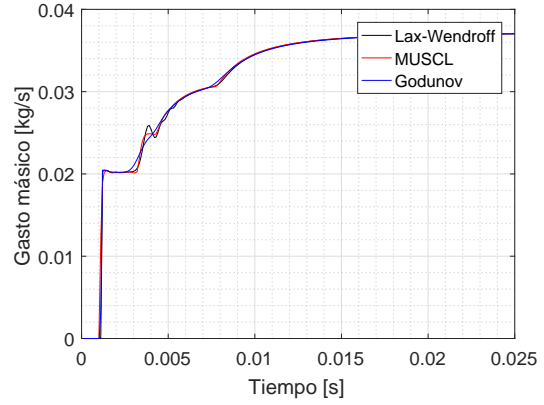
(f) Tamaño de malla: 500 mm

Figura 3.6: Variación de la temperatura en distintas posiciones de la tubería para el caso de depósitos con distinta presión

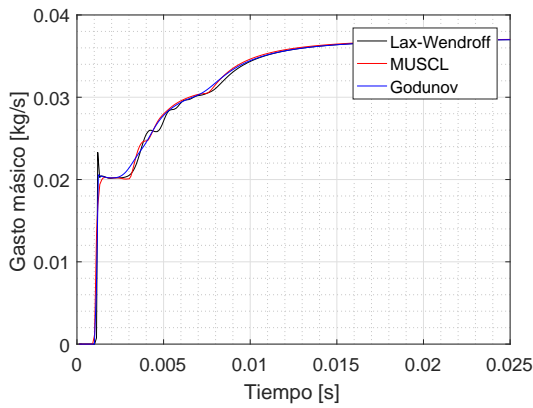
Caso 1: comportamiento de los métodos en el gasto másico



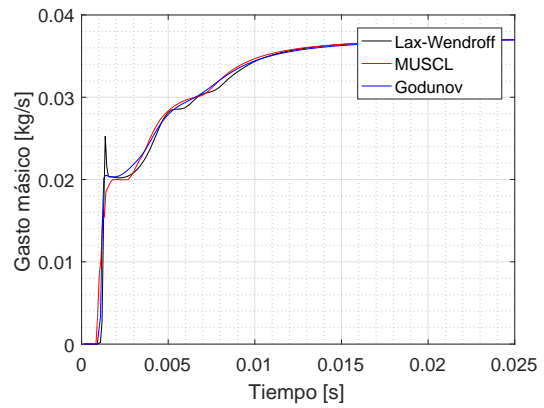
(a) Tamaño de malla: 1 mm



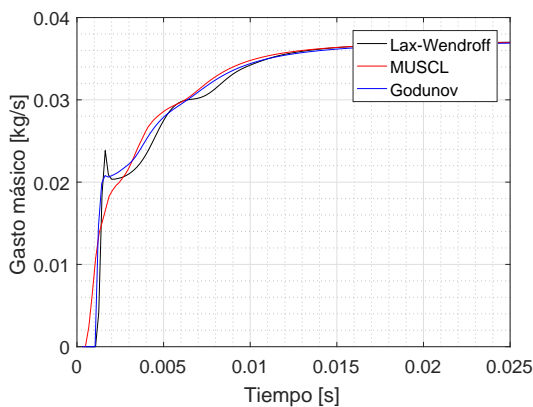
(b) Tamaño de malla: 10 mm



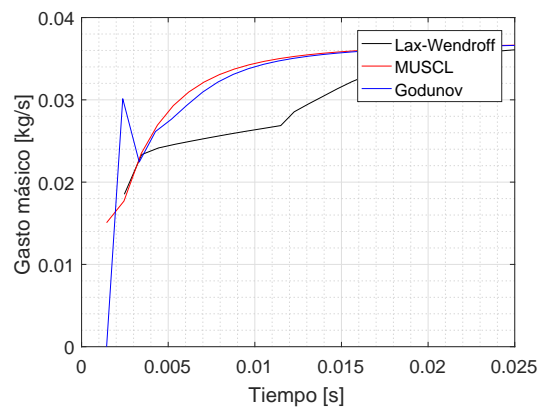
(c) Tamaño de malla: 20 mm



(d) Tamaño de malla: 50 mm

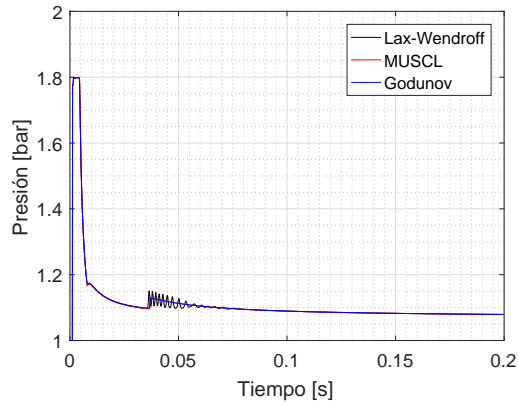


(e) Tamaño de malla: 100 mm

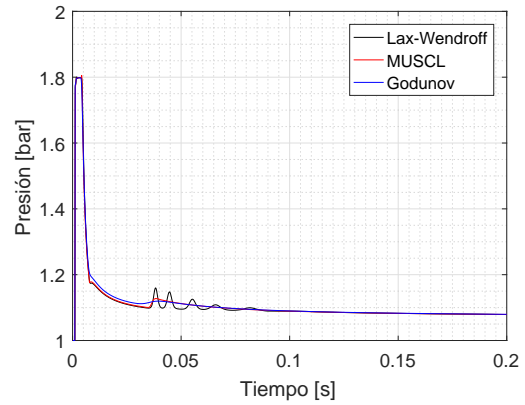


(f) Tamaño de malla: 500 mm

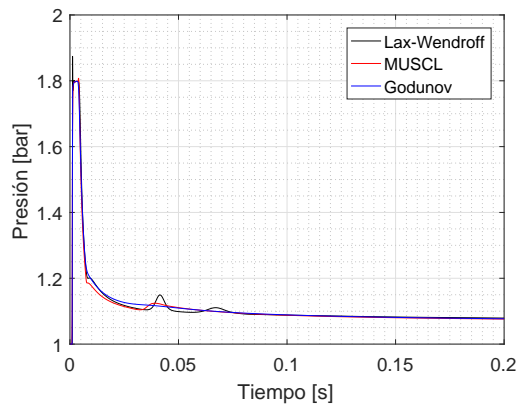
Figura 3.7: Comparación entre los distintos métodos en el gasto másico para el caso de depósitos con distinta presión

Caso 1: comportamiento de los métodos en la presión

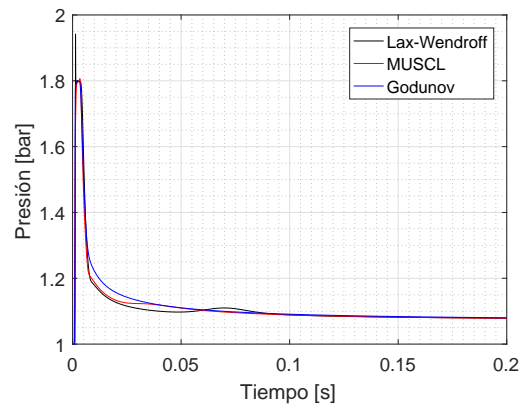
(a) Tamaño de malla: 1 mm



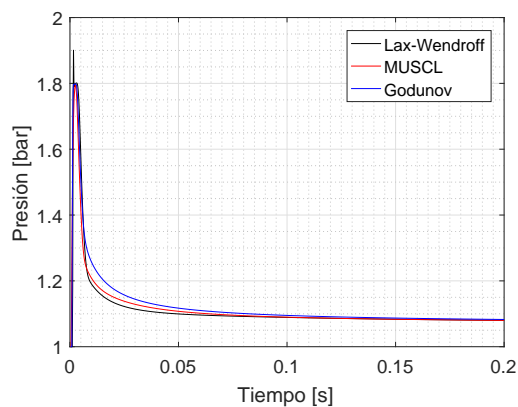
(b) Tamaño de malla: 10 mm



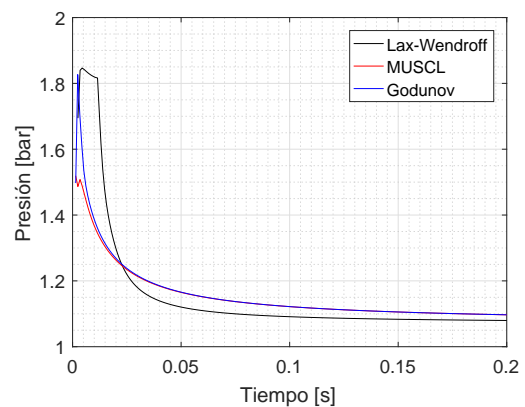
(c) Tamaño de malla: 20 mm



(d) Tamaño de malla: 50 mm



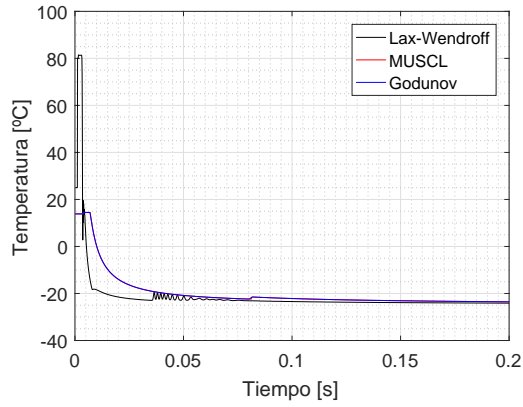
(e) Tamaño de malla: 100 mm



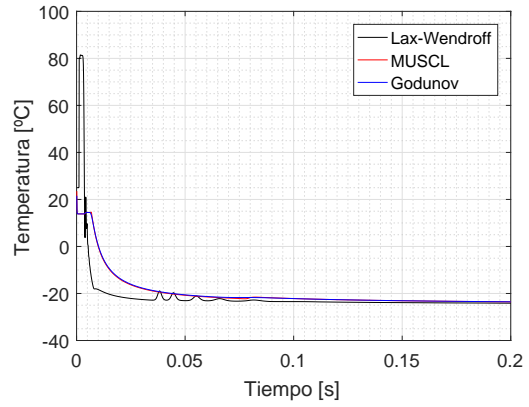
(f) Tamaño de malla: 500 mm

Figura 3.8: Comparación entre los distintos métodos en la presión para el caso de depósitos con distinta presión

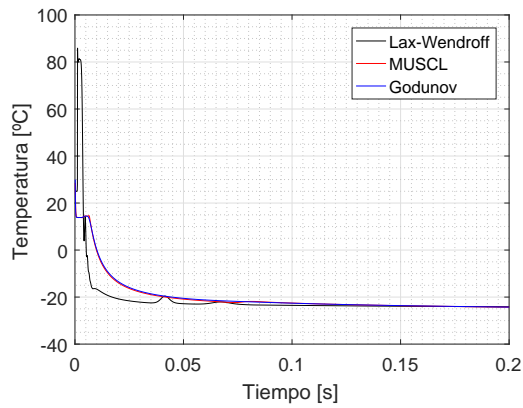
Caso 1: comportamiento de los métodos en la temperatura



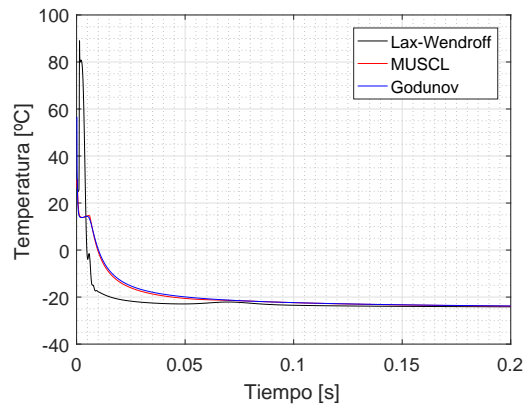
(a) Tamaño de malla: 1 mm



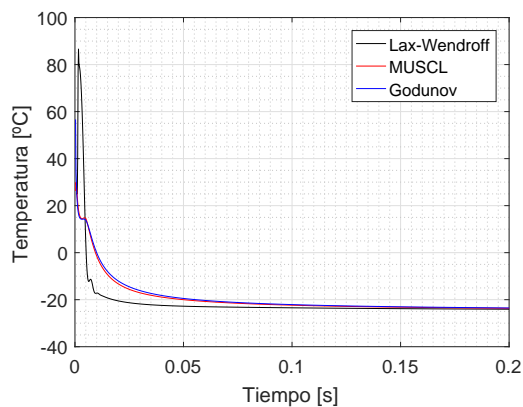
(b) Tamaño de malla: 10 mm



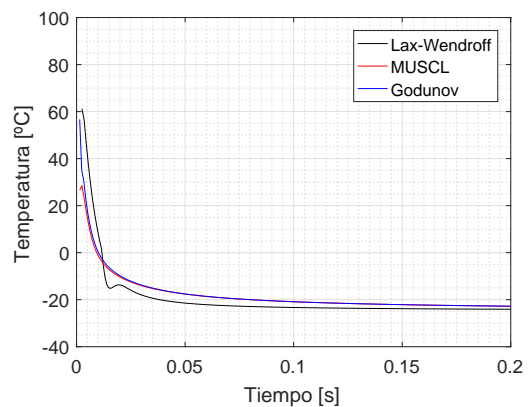
(c) Tamaño de malla: 20 mm



(d) Tamaño de malla: 50 mm



(e) Tamaño de malla: 100 mm



(f) Tamaño de malla: 500 mm

Figura 3.9: Comparación entre los distintos métodos en la temperatura para el caso de depósitos con distinta presión

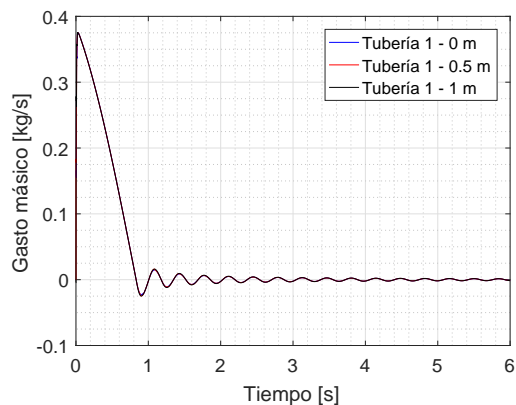
Análisis del caso 1

Para este caso se han utilizado dos depósitos con un volumen muy grande por lo que el gasto másico se estabiliza en un cierto valor que es de 0,037 kg/s. Al comienzo de la descarga el gasto difiere en las tres partes de la tubería en las que se toma la medida pero logra estabilizarse en un tiempo de 0,025 segundos, esto es debido a que tienen diferente presión como se puede observar en la figura 3.5. La presión se estabiliza en un valor de 1,08 bares y en un tiempo de 0,25 segundos.

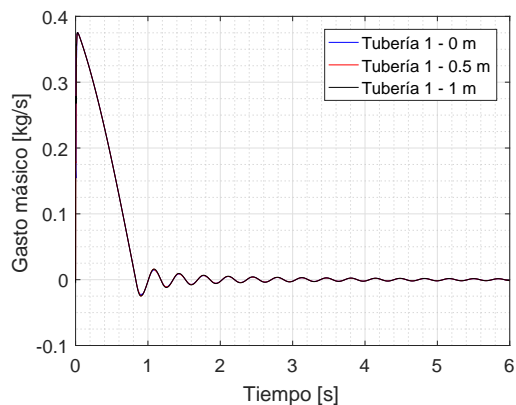
Conforme se aumenta el tamaño de malla las tres partes del conducto parecen aproximarse a un mismo valor en cada instante de tiempo pero esto provoca que los resultados sean menos precisos. Respecto a la temperatura ocurre exactamente lo mismo que con la presión, esta se estabiliza en -23°C aproximadamente. Se obtiene un valor negativo de temperatura debido a la fuerte expansión que se produce al generar la descarga del depósito pues existe una diferencia grande de presión.

Analizando los resultados obtenidos en los que se comparan los tres métodos se observa como conforme disminuye el tamaño de malla hace que los nuevos métodos se aproximen al antiguo, varían al inicio de la descarga pero con el paso del tiempo logran estabilizarse a un mismo valor. Además se pueden ver las características oscilaciones que provoca el método de Lax Wendroff, estas se aprecian mejor en la figura 3.9 con la temperatura y disminuyen al aumentar el tamaño de malla. Por otro lado el método de Godunov muestra una disipación respecto a los otros dos ya que se trata de un método de primer orden.

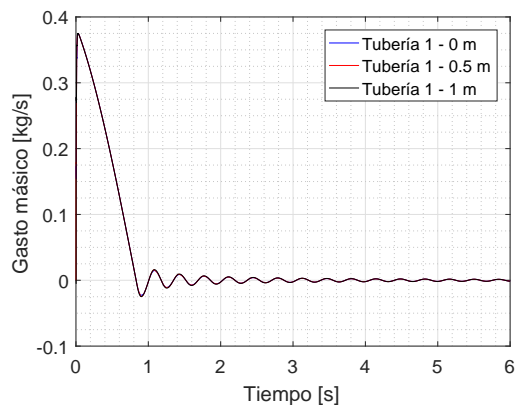
Caso 2: variación de gasto



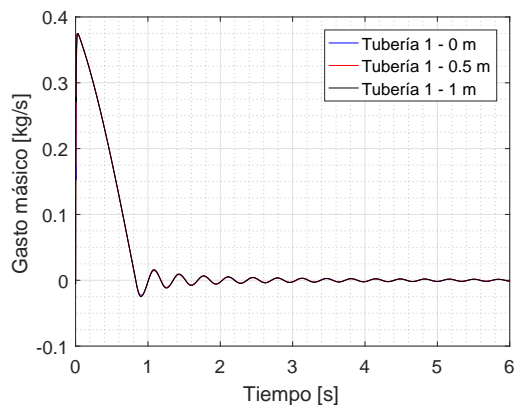
(a) Tamaño de malla: 1 mm



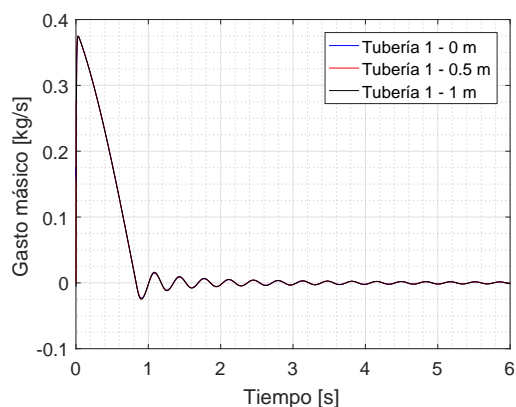
(b) Tamaño de malla: 10 mm



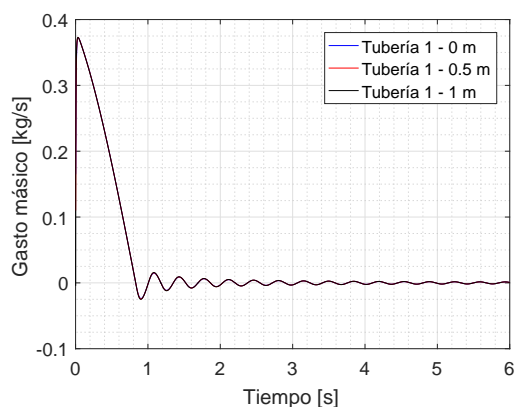
(c) Tamaño de malla: 20 mm



(d) Tamaño de malla: 50 mm



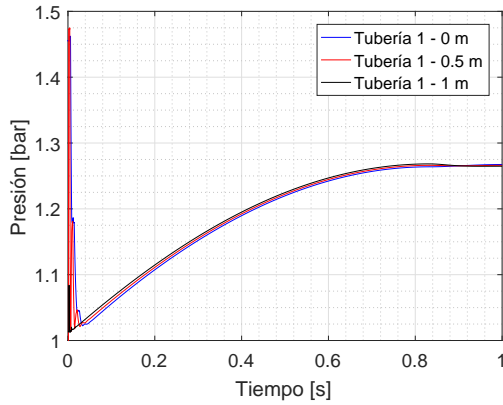
(e) Tamaño de malla: 100 mm



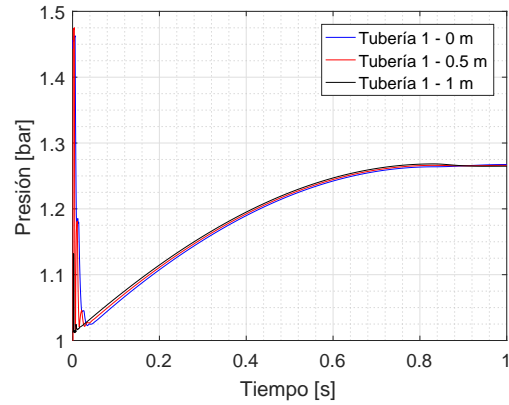
(f) Tamaño de malla: 500 mm

Figura 3.10: Variación del gasto másico en distintas posiciones de la tubería para el caso de depósitos con distinta temperatura

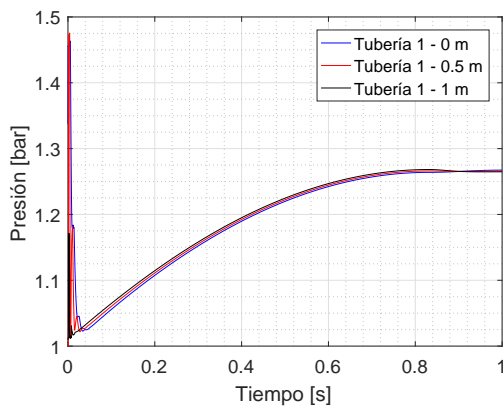
Caso 2: variación de presión



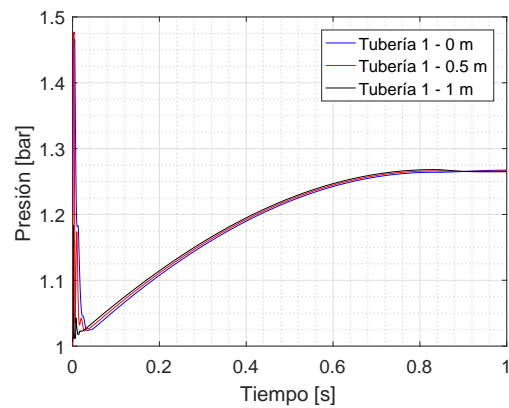
(a) Tamaño de malla: 1 mm



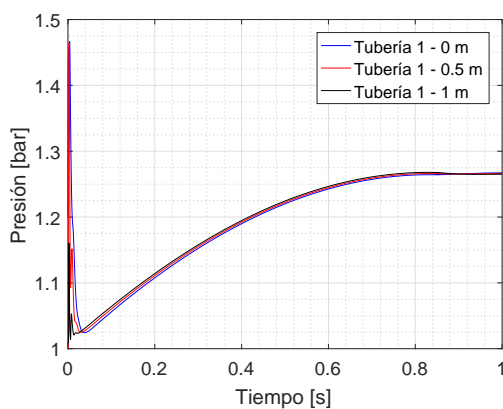
(b) Tamaño de malla: 10 mm



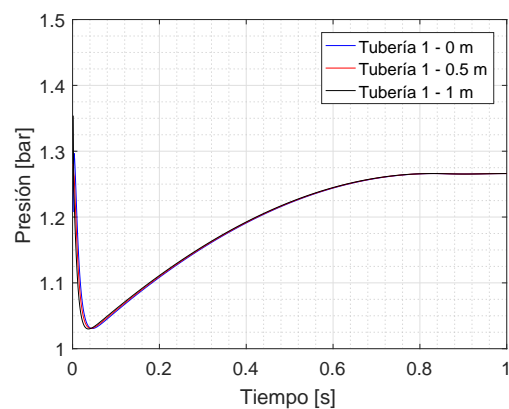
(c) Tamaño de malla: 20 mm



(d) Tamaño de malla: 50 mm



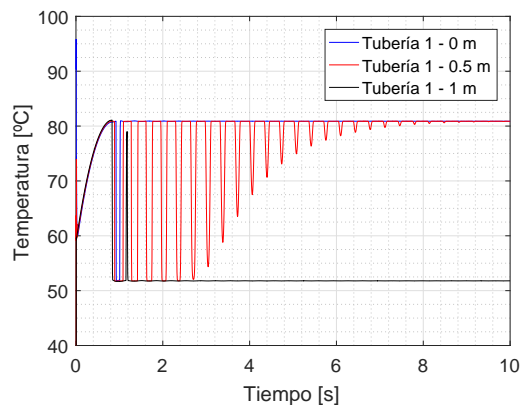
(e) Tamaño de malla: 100 mm



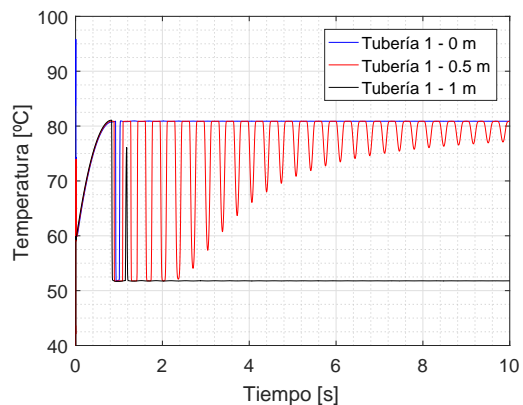
(f) Tamaño de malla: 500 mm

Figura 3.11: Variación de la presión en distintas posiciones de la tubería para el caso de depósitos con distinta temperatura

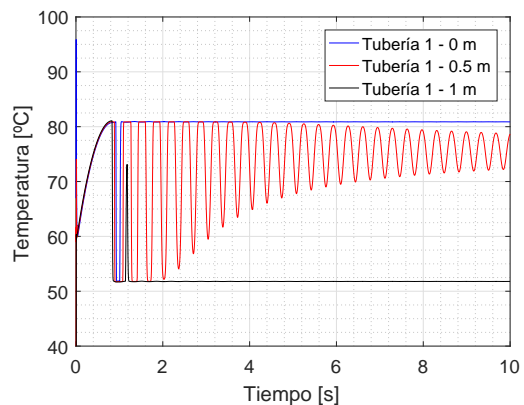
Caso 2: variación de temperatura



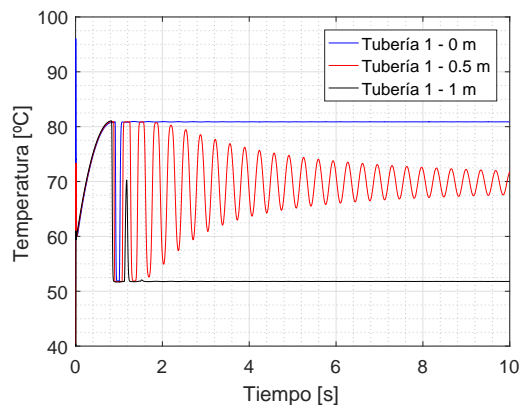
(a) Tamaño de malla: 1 mm



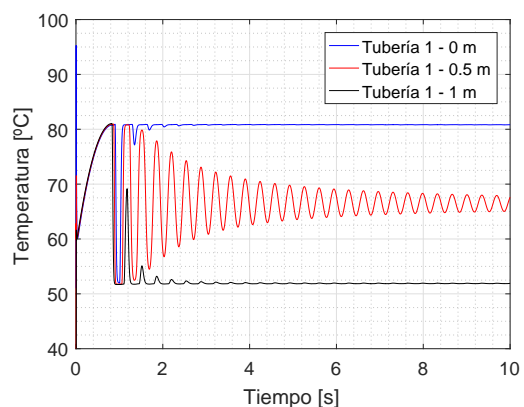
(b) Tamaño de malla: 10 mm



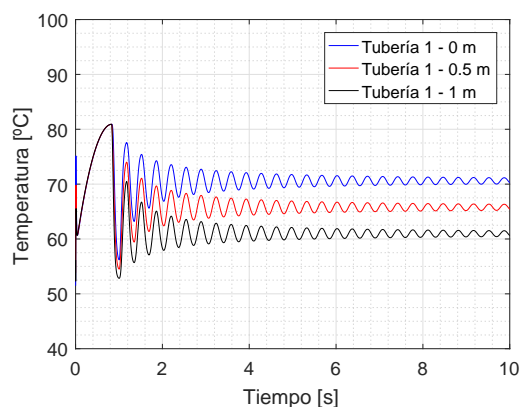
(c) Tamaño de malla: 20 mm



(d) Tamaño de malla: 50 mm



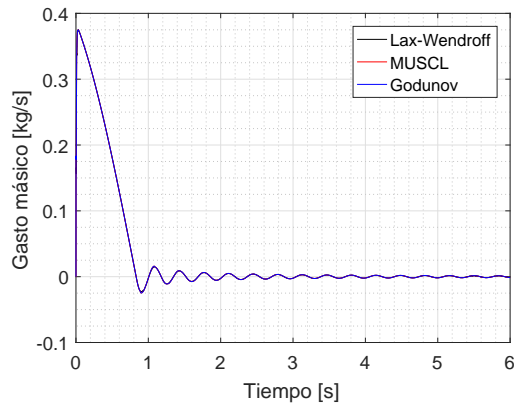
(e) Tamaño de malla: 100 mm



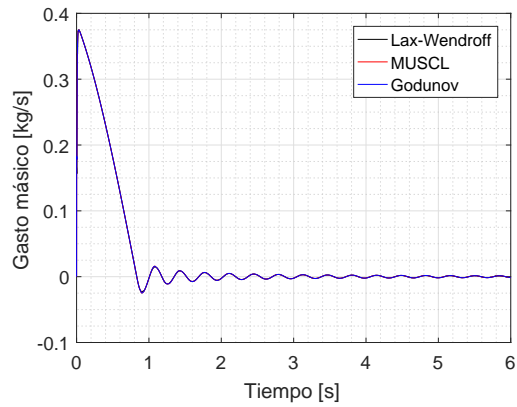
(f) Tamaño de malla: 500 mm

Figura 3.12: Variación de la temperatura en distintas posiciones de la tubería para el caso de depósitos con distinta temperatura

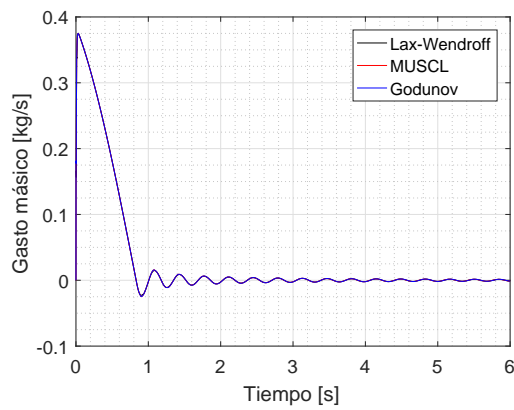
Caso 2: comportamiento de los métodos en el gasto másico



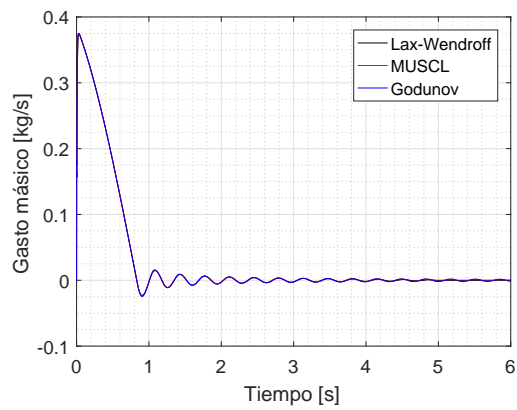
(a) Tamaño de malla: 1 mm



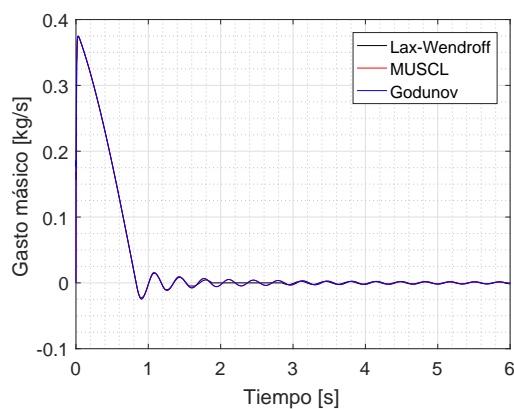
(b) Tamaño de malla: 10 mm



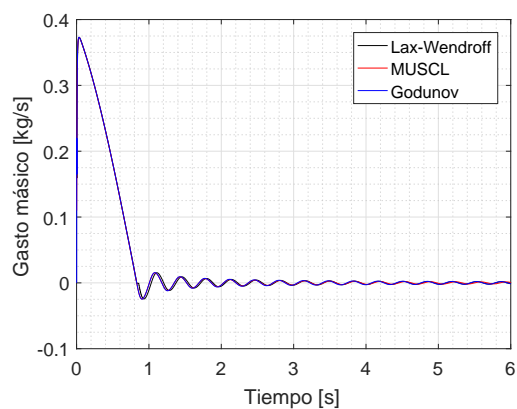
(c) Tamaño de malla: 20 mm



(d) Tamaño de malla: 50 mm



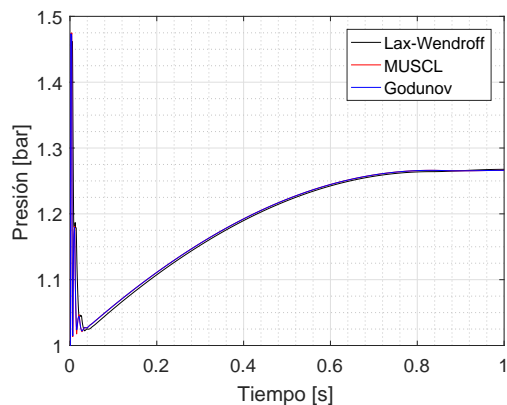
(e) Tamaño de malla: 100 mm



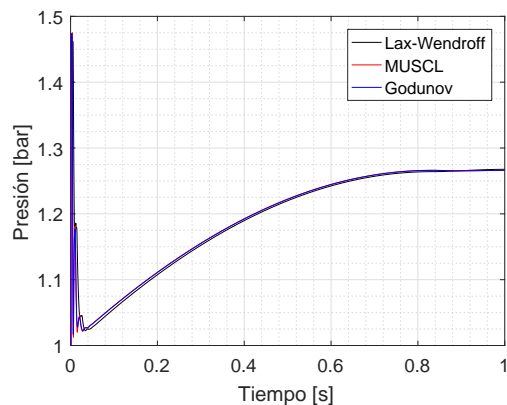
(f) Tamaño de malla: 500 mm

Figura 3.13: Comparación entre los distintos métodos en el gasto másico para el caso de depósitos con distinta temperatura

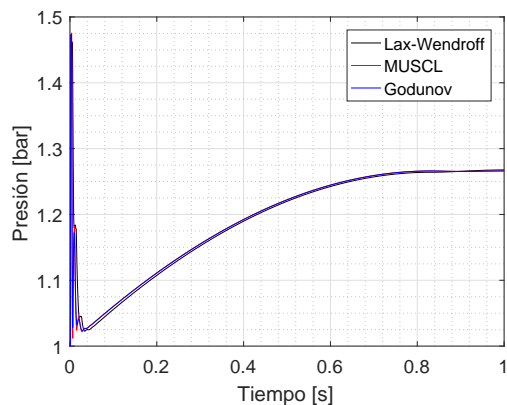
Caso 2: comportamiento de los métodos en la presión



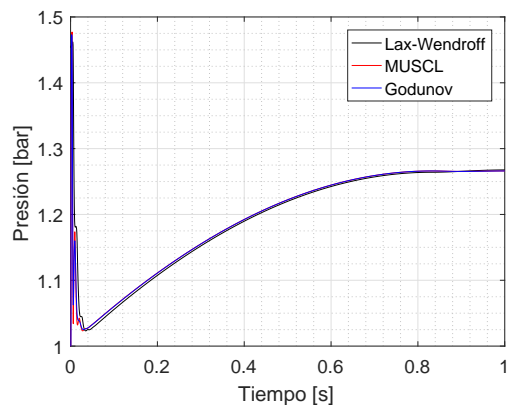
(a) Tamaño de malla: 1 mm



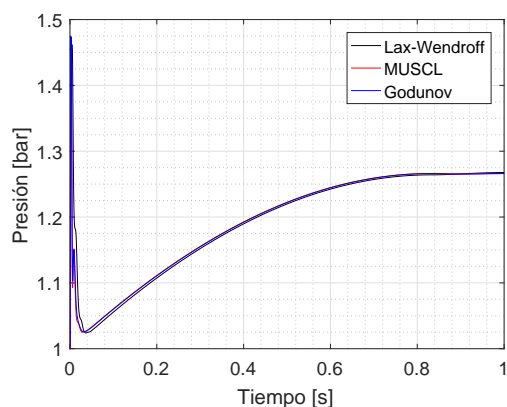
(b) Tamaño de malla: 10 mm



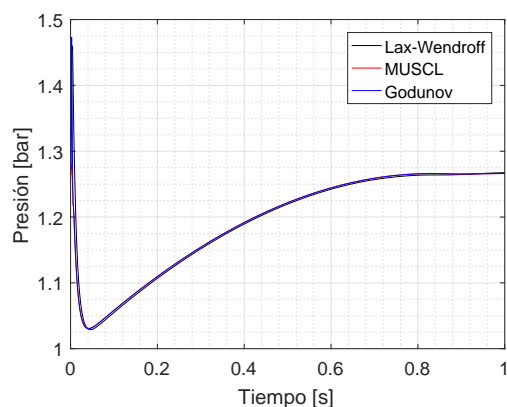
(c) Tamaño de malla: 20 mm



(d) Tamaño de malla: 50 mm



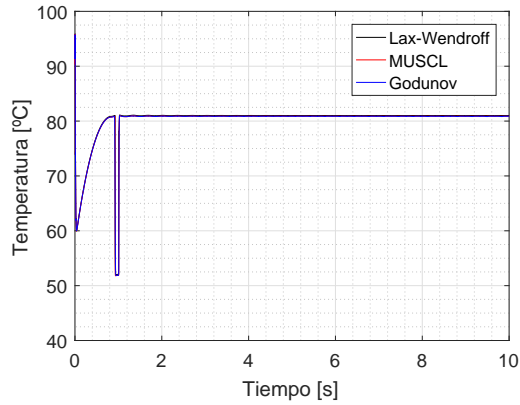
(e) Tamaño de malla: 100 mm



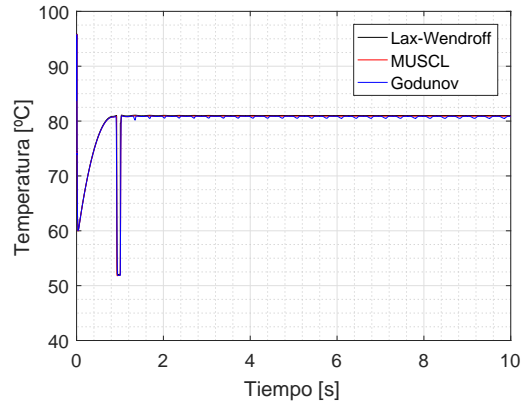
(f) Tamaño de malla: 500 mm

Figura 3.14: Comparación entre los distintos métodos en la presión para el caso de depósitos con distinta temperatura

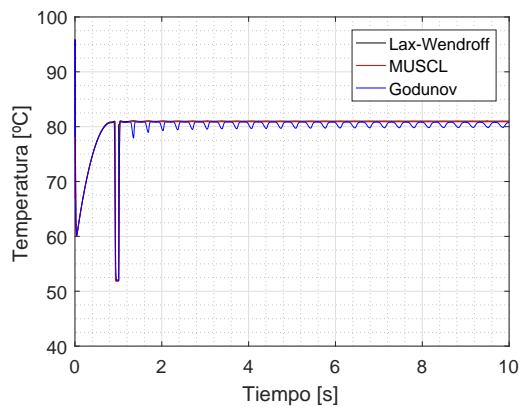
Caso 2: comportamiento de los métodos en la temperatura



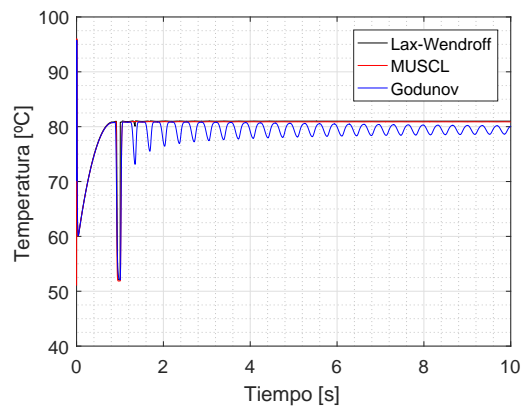
(a) Tamaño de malla: 1 mm



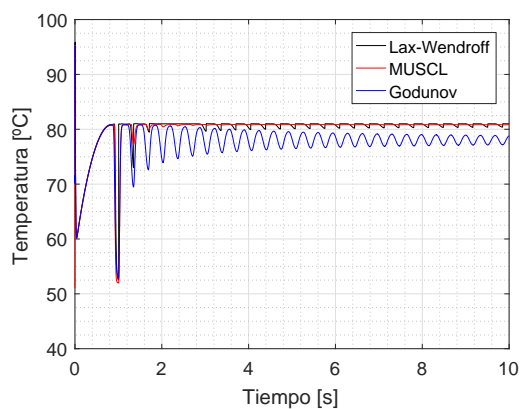
(b) Tamaño de malla: 10 mm



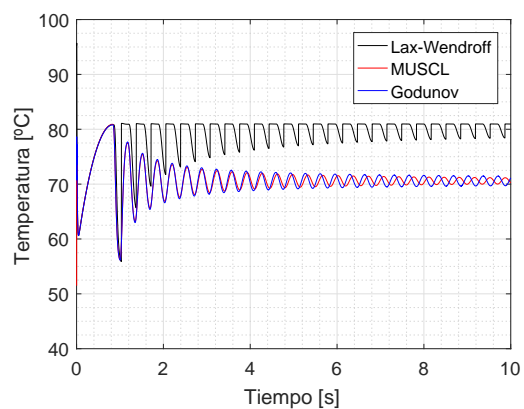
(c) Tamaño de malla: 20 mm



(d) Tamaño de malla: 50 mm



(e) Tamaño de malla: 100 mm



(f) Tamaño de malla: 500 mm

Figura 3.15: Comparación entre los distintos métodos en la temperatura para el caso de depósitos con distinta temperatura

Análisis del caso 2

A la hora de simular este caso se han empleado dos depósitos con un volumen menor que en el caso anterior. Como consecuencia de esto, el gasto másico llega a estabilizarse en un valor nulo ya que se provoca la descarga total del depósito durante un periodo corto de tiempo como se muestra en la figura 3.10. El gasto es independiente de la sección de la tubería en la que se realiza la medida puesto que en las tres partes se genera el mismo gasto.

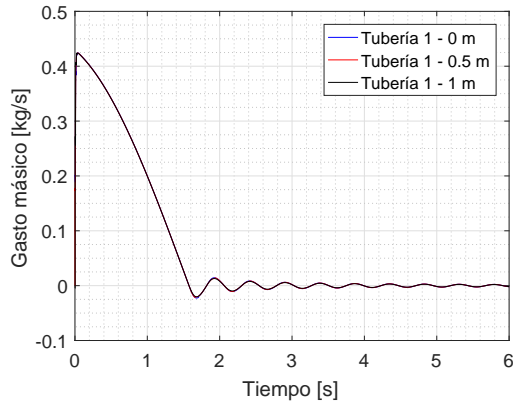
Respecto a la presión, al iniciar la descarga del depósito se generan pequeñas oscilaciones en un periodo corto de tiempo, además se crea una bajada de presión brusca provocada por la expansión del fluido. Sin embargo la presión vuelve a estabilizarse llegando a un valor intermedio de los dos depósitos, este valor es de aproximadamente 1.27 bares. Conforme se aumenta el tamaño de malla, las oscilaciones provocadas se van atenuando pero esto conlleva una disminución de precisión en los datos tomados.

Debido a la expansión brusca del gas, se produce un pico de temperatura donde esta disminuye, esto da lugar a reflujos dentro del conducto.

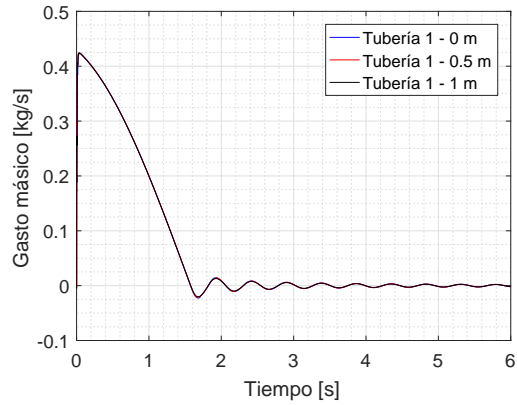
Analizando los distintos métodos se observa que apenas existe diferencia entre ellos a la hora de obtener el gasto másico. Por otro lado, en la medida de la presión los métodos nuevos si que difieren del antiguo puesto que este último no crea oscilaciones al inicio pero los tres se estabilizan de forma similar.

Por último, comparando los tres métodos tras su comportamiento frente a la temperatura se aprecia que la temperatura desciende al inicio debido a la expansión del gas sin embargo se estabiliza en un valor cercano a los 80°C. Conforme se aumenta el tamaño de malla empiezan a generarse oscilaciones, en primer lugar con el método de Godunov debido a que este es de primer orden. Posteriormente comienza a afectar al método de Lax Wendroff y por último a MUSCL. Se observa que para un tamaño de malla de 500 mm los nuevos métodos se estabilizan en un valor intermedio entre las dos temperaturas de los depósitos que es de 75°C. En cambio, Lax Wendroff a pesar de generar oscilaciones se estabiliza en la misma temperatura a la que se estabilizaba con el tamaño de malla de 1 mm.

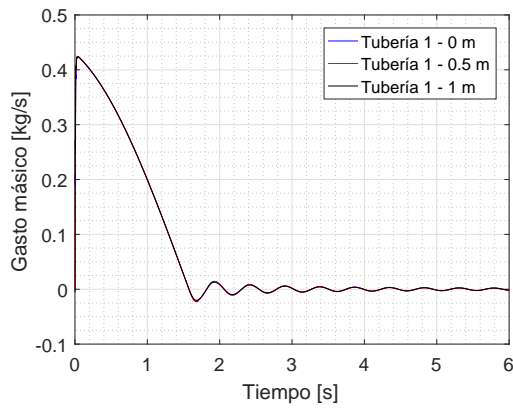
Caso 3: variación de gasto



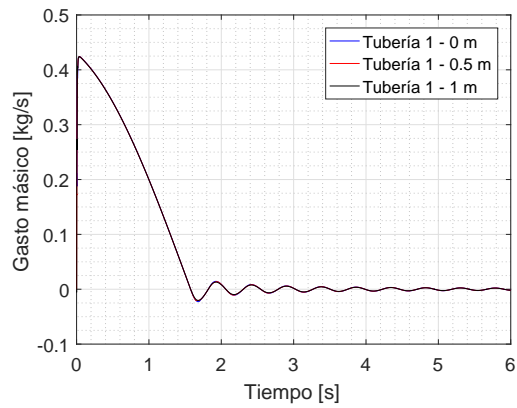
(a) Tamaño de malla: 1 mm



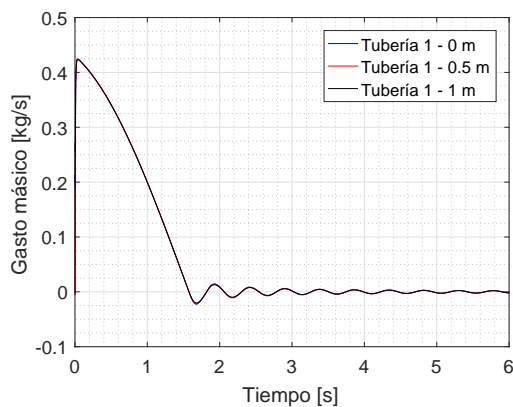
(b) Tamaño de malla: 10 mm



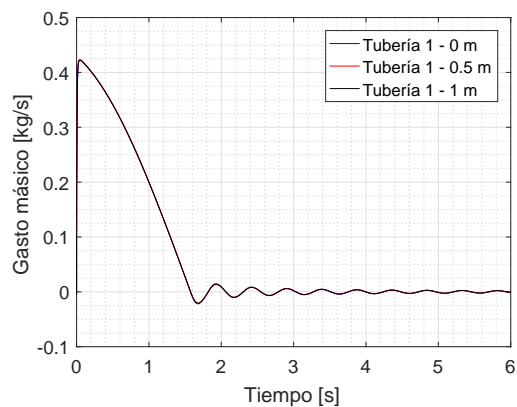
(c) Tamaño de malla: 20 mm



(d) Tamaño de malla: 50 mm



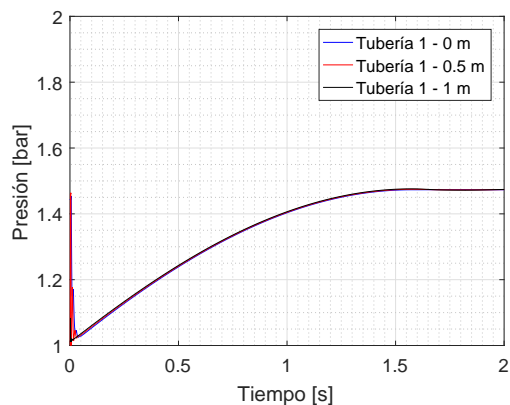
(e) Tamaño de malla: 100 mm



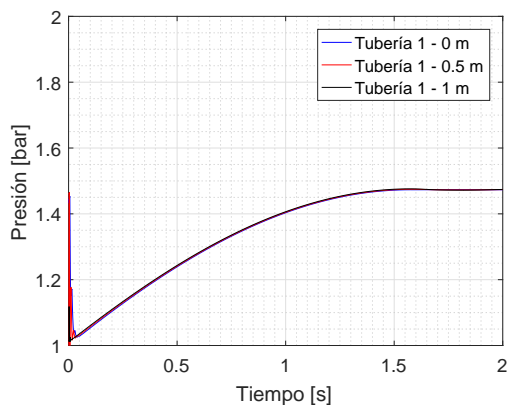
(f) Tamaño de malla: 500 mm

Figura 3.16: Variación del gasto másico en distintas posiciones de la tubería para el caso de depósitos con distinto volumen

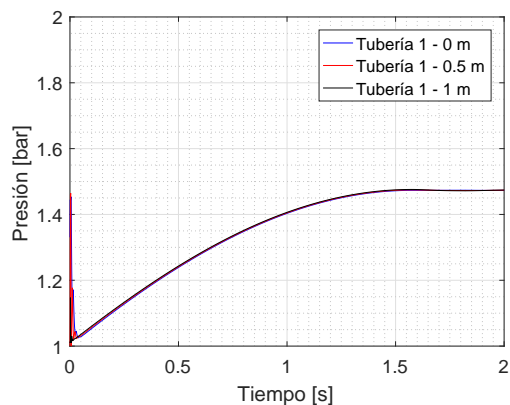
Caso 3: variación de presión



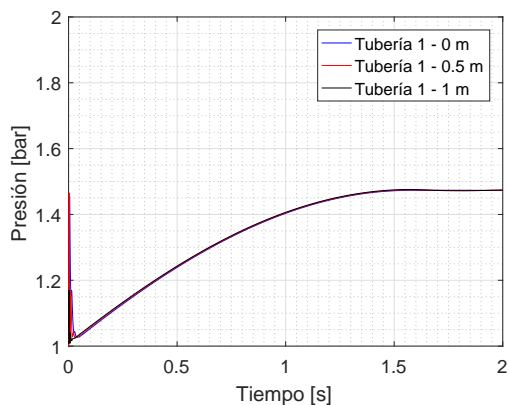
(a) Tamaño de malla: 1 mm



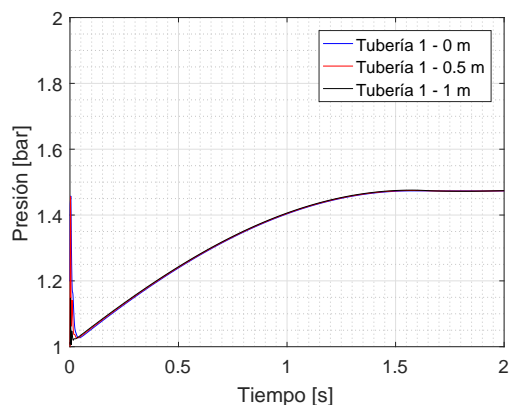
(b) Tamaño de malla: 10 mm



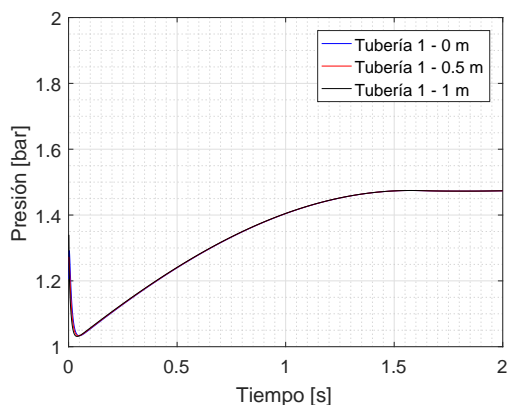
(c) Tamaño de malla: 20 mm



(d) Tamaño de malla: 50 mm



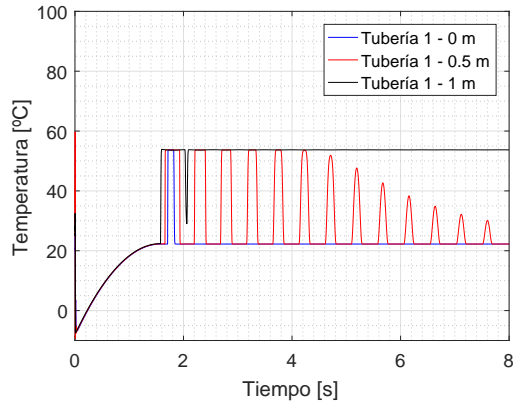
(e) Tamaño de malla: 100 mm



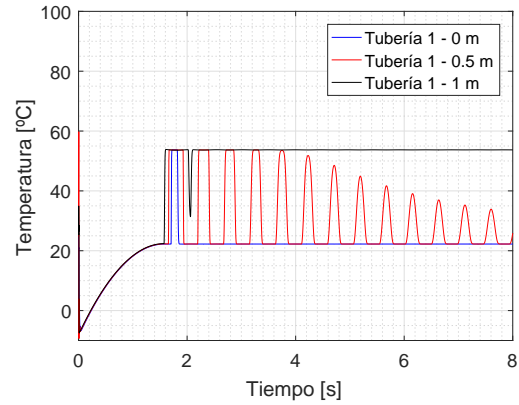
(f) Tamaño de malla: 500 mm

Figura 3.17: Variación de la presión en distintas posiciones de la tubería para el caso de depósitos con distinto volumen

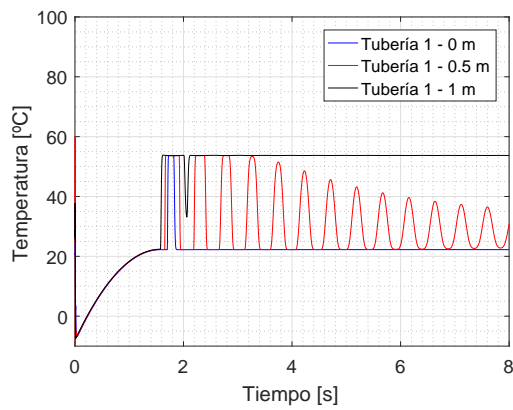
Caso 3: variación de temperatura



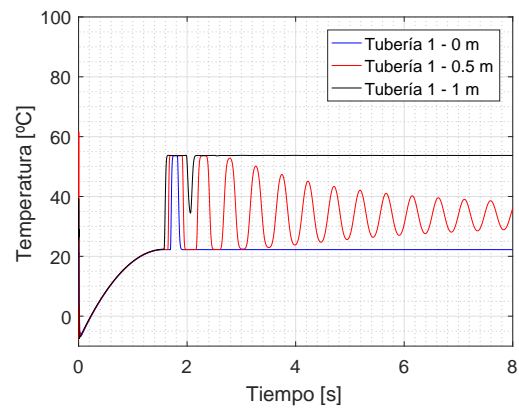
(a) Tamaño de malla: 1 mm



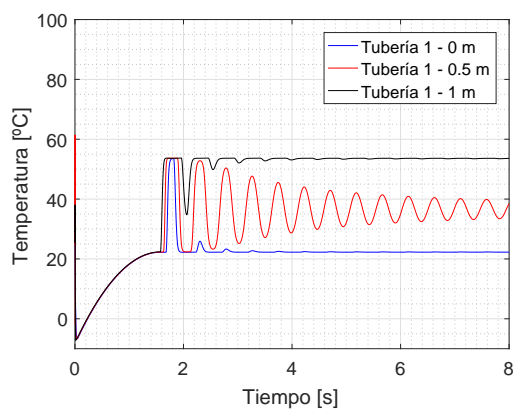
(b) Tamaño de malla: 10 mm



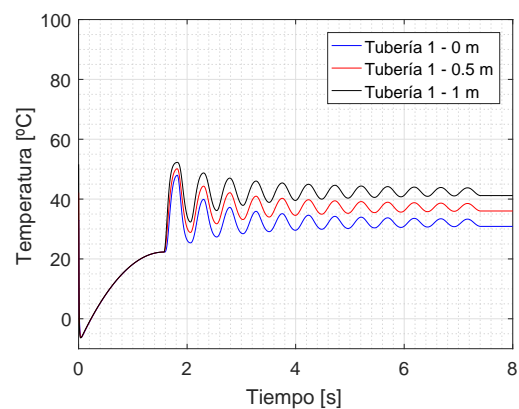
(c) Tamaño de malla: 20 mm



(d) Tamaño de malla: 50 mm



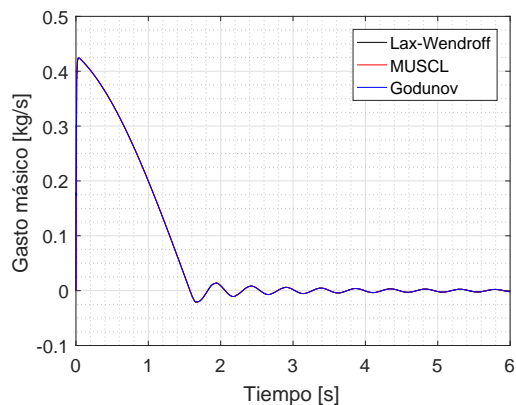
(e) Tamaño de malla: 100 mm



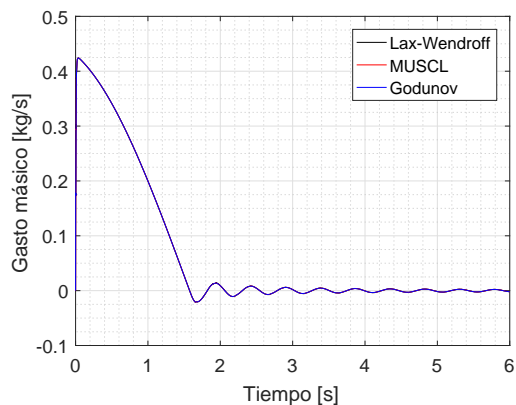
(f) Tamaño de malla: 500 mm

Figura 3.18: Variación de la temperatura en distintas posiciones de la tubería para el caso de depósitos con distinto volumen

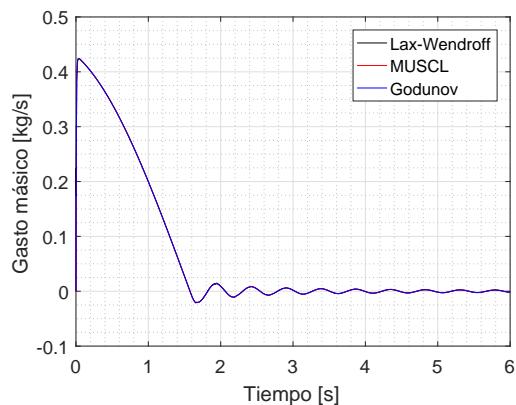
Caso 3: comportamiento de los métodos en el gasto másico



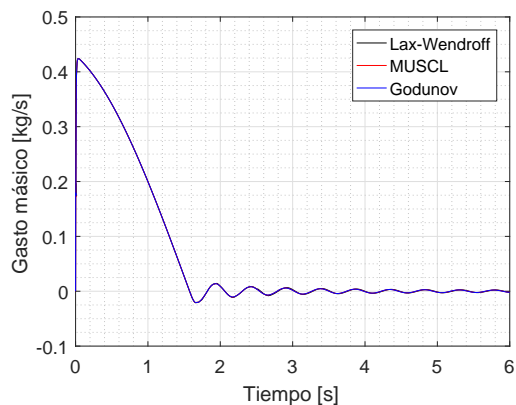
(a) Tamaño de malla: 1 mm



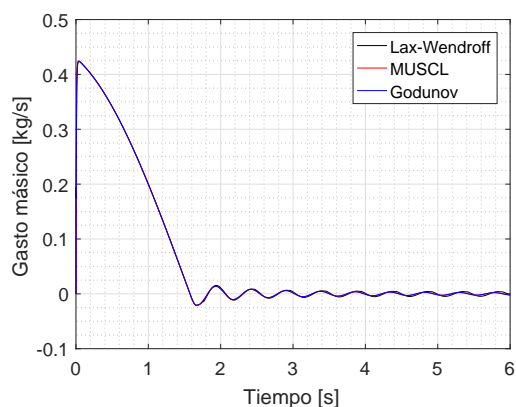
(b) Tamaño de malla: 10 mm



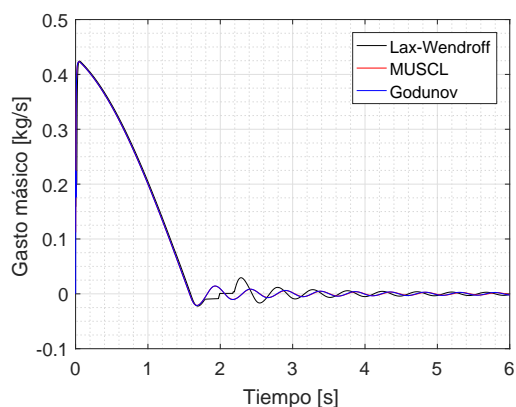
(c) Tamaño de malla: 20 mm



(d) Tamaño de malla: 50 mm



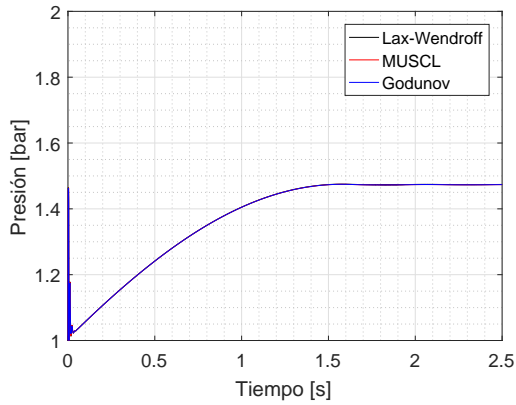
(e) Tamaño de malla: 100 mm



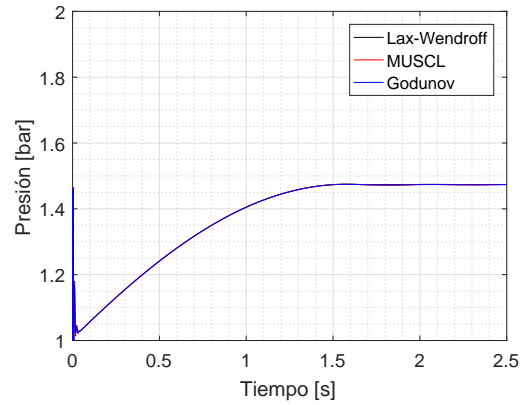
(f) Tamaño de malla: 500 mm

Figura 3.19: Comparación entre los distintos métodos en el gasto másico para el caso de depósitos con distinto volumen

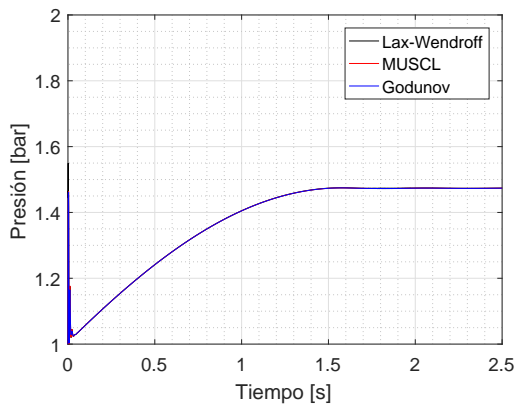
Caso 3: comportamiento de los métodos en la presión



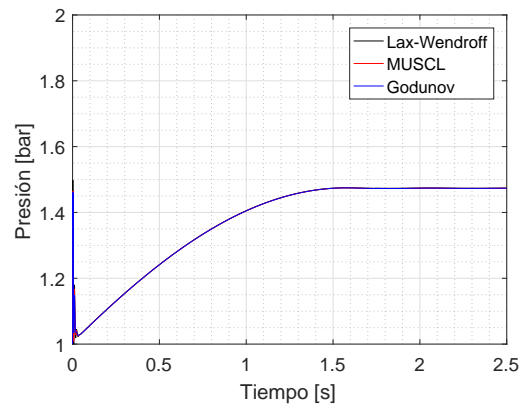
(a) Tamaño de malla: 1 mm



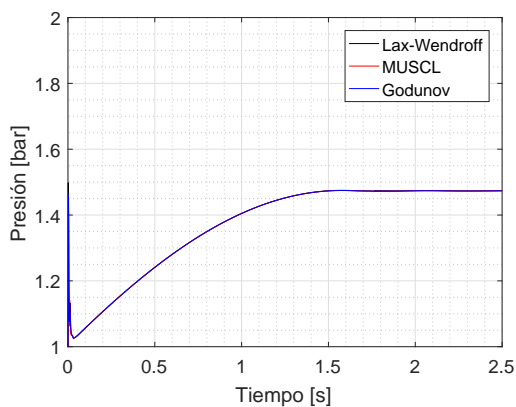
(b) Tamaño de malla: 10 mm



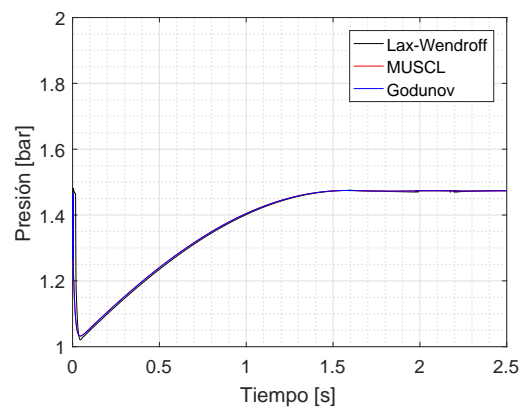
(c) Tamaño de malla: 20 mm



(d) Tamaño de malla: 50 mm



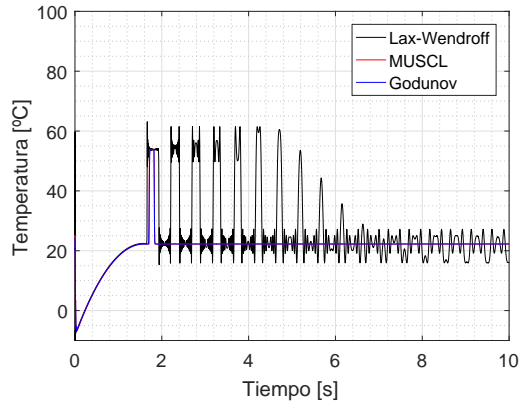
(e) Tamaño de malla: 100 mm



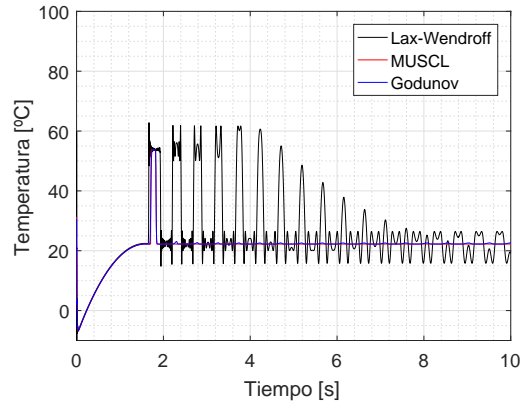
(f) Tamaño de malla: 500 mm

Figura 3.20: Comparación entre los distintos métodos en la presión para el caso de depósitos con distinto volumen

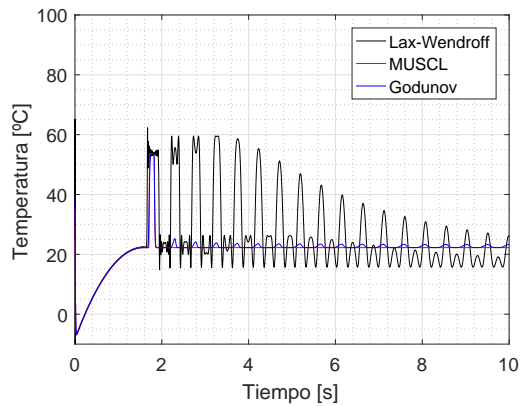
Caso 3: comportamiento de los métodos en la temperatura



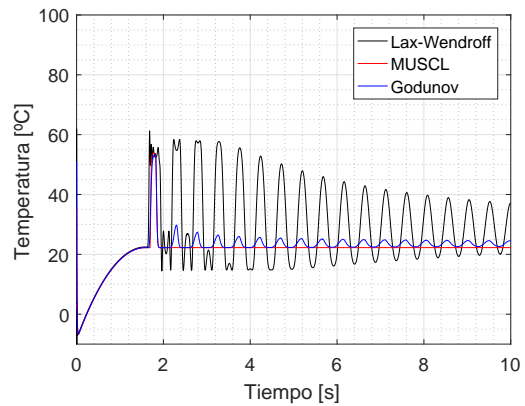
(a) Tamaño de malla: 1 mm



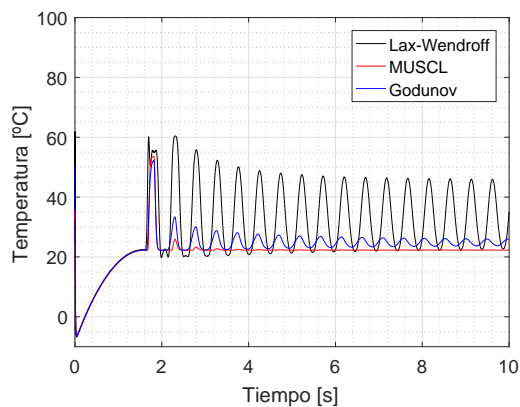
(b) Tamaño de malla: 10 mm



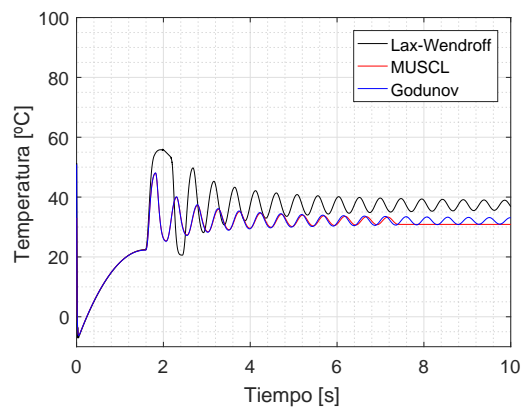
(c) Tamaño de malla: 20 mm



(d) Tamaño de malla: 50 mm



(e) Tamaño de malla: 100 mm



(f) Tamaño de malla: 500 mm

Figura 3.21: Comparación entre los distintos métodos en la temperatura para el caso de depósitos con distinto volumen

Análisis del caso 3

La geometría de este caso como se puede apreciar en la figura 3.3 se trata de dos depósitos con diferente volumen. Debido a que el segundo depósito tiene un volumen 10 veces menor que el primero se observa en la figura 3.16 donde se representa el gasto que este se estabiliza en un valor nulo para un tiempo de aproximadamente 6 segundos. Además el tamaño de malla no afecta a los valores del gasto de la misma forma que la posición en donde se mide este tampoco, se consigue el mismo valor de gasto. Esto se debe tener en cuenta puesto que una malla de 500 mm requiere un tiempo de cálculo mucho menor que una de 1 mm por tanto se podría reducir el tiempo considerablemente.

Respecto a la presión, como se ha indicado en el caso 2 en el que se tenían dos depósitos pequeños, al tener en este caso un depósito pequeño en concreto el segundo la presión llega a estabilizarse en un valor razonable. En la figura 3.20 se observa como la presión se estabiliza en un valor de 1.48 bares, no se trata de un valor intermedio debido al volumen del primer depósito. Siguen existiendo algunas oscilaciones al inicio de la descarga pero estas van disminuyendo al aumentar el tamaño de malla.

La temperatura si que muestra diferencias respecto a los demás casos, se observa como al final de la tubería la temperatura aumenta considerablemente, esto es debido al incremento de temperatura que sufre el segundo depósito puesto que al tener menor volumen el gas es comprimido. Ese aumento de temperatura provoca reflujos en la tubería, esto explica las oscilaciones mostradas en la figura 3.18.

Por último comparando los tres métodos numéricos utilizados se observa que en el flujo es independiente el método utilizado puesto que los tres son similares, para el caso de la presión ocurre exactamente lo mismo, no se aprecian apenas diferencia entre ellos. Sin embargo para la temperatura si que muestra diferencia sobretodo para el método de Lax Wendroff donde se observan numerosas oscilaciones de más alta frecuencia debidas a que se trata de un método de segundo orden no TVD.

3.3. Unión de dos tuberías

Este es un caso donde se muestra la unión entre dos conductos de diferentes diámetro. Ambos conductos tienen en su extremo opuesto un depósito donde se introduce tanto la presión como la temperatura pero se mantiene un volumen infinito a lo largo de todo el caso.

Con estas condiciones de contorno se va a tratar de medir las diferentes variables como son el gasto másico, la temperatura y la presión en distintos puntos de ambas tuberías. Además se van a comparar los tres métodos numéricos más utilizados. Por otro lado, en los dos casos se estudiará la influencia que tiene utilizar distintos tamaños de malla.

En la figura 3.22 se pueden observar la posición donde se van a realizar las medidas de las diferentes variables para ver como evolucionan a lo largo de la tubería y en función del tiempo. Para la obtención de los resultados mostrados en las figuras 3.30, 3.24 y 3.25 se ha utilizado el esquema numérico de MUSCL.

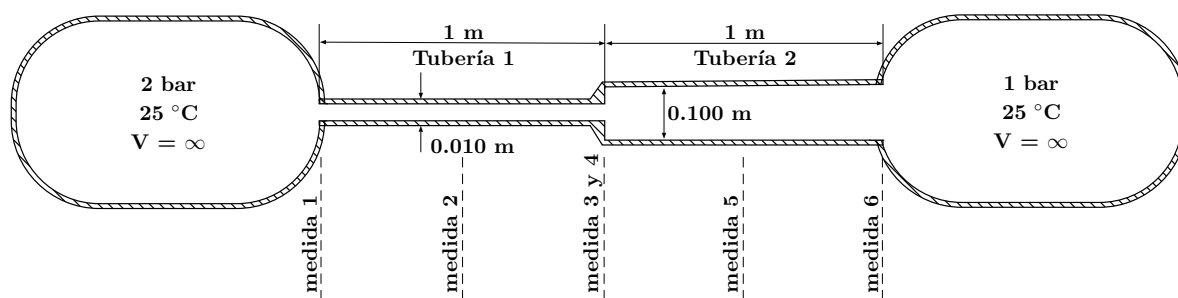
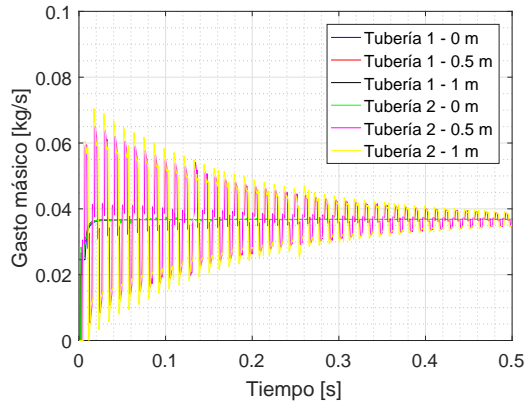


Figura 3.22: Esquema de la unión entre dos tuberías

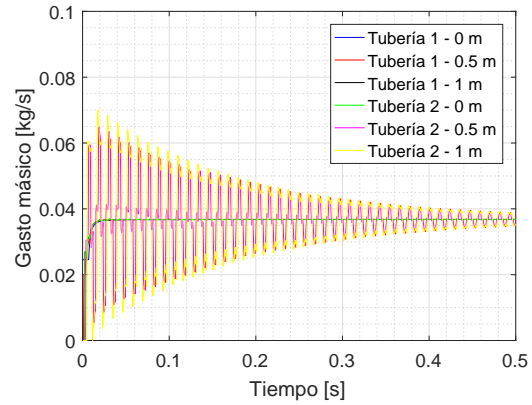
Medida	Tubería	Posición
1	1	0,0 m
2	1	0,5 m
3	1	1,0 m
4	2	0,0 m
5	2	0,5 m
6	2	1,0 m

Cuadro 3.1: Posiciones de las medidas a lo largo de las tuberías

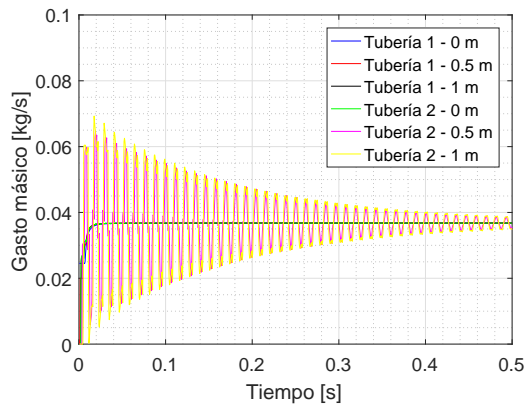
Variación del gasto másico



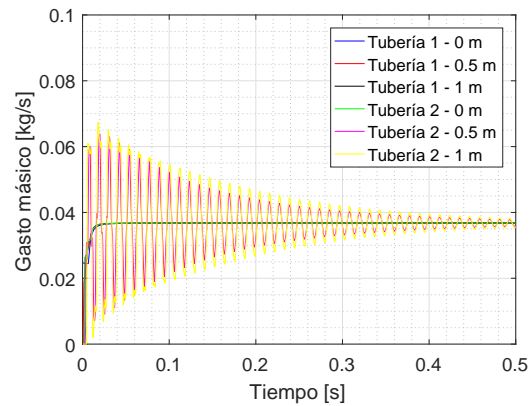
(a) Tamaño de malla: 1 mm



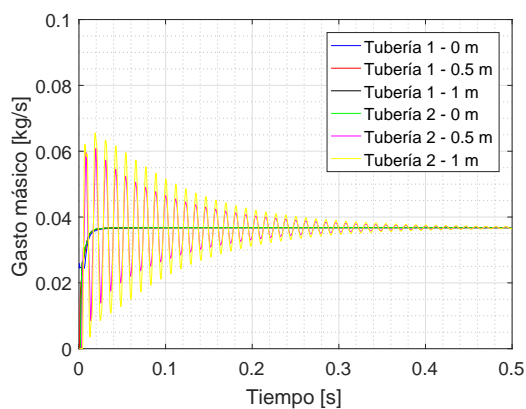
(b) Tamaño de malla: 10 mm



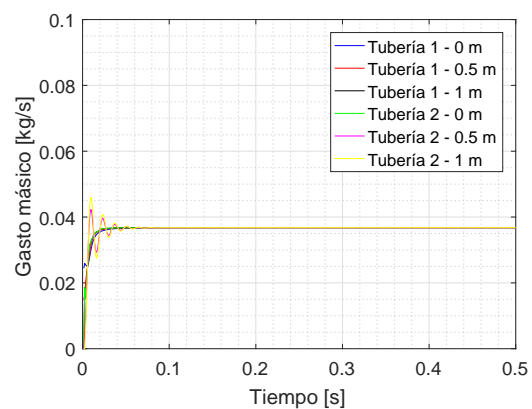
(c) Tamaño de malla: 20 mm



(d) Tamaño de malla: 50 mm



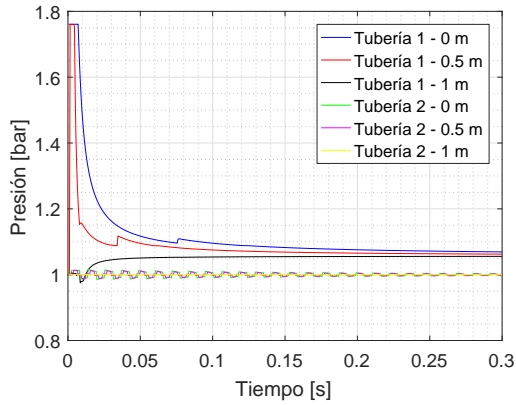
(e) Tamaño de malla: 100 mm



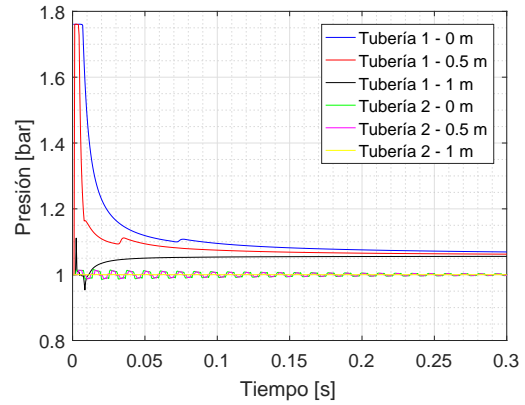
(f) Tamaño de malla: 500 mm

Figura 3.23: Variación del gasto másico en distintas posiciones de las tuberías para el caso de unión entre dos conductos

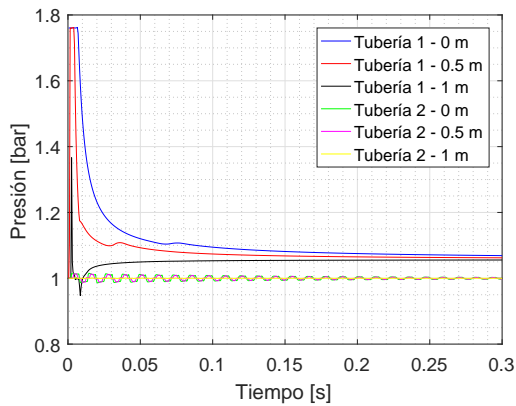
Variación de la presión



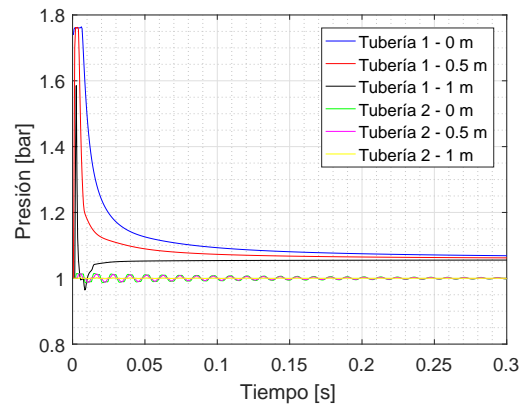
(a) Tamaño de malla: 1 mm



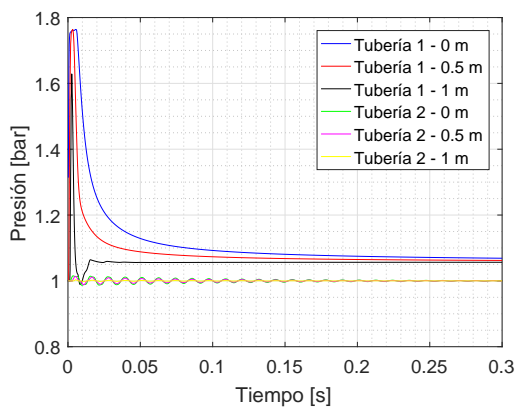
(b) Tamaño de malla: 10 mm



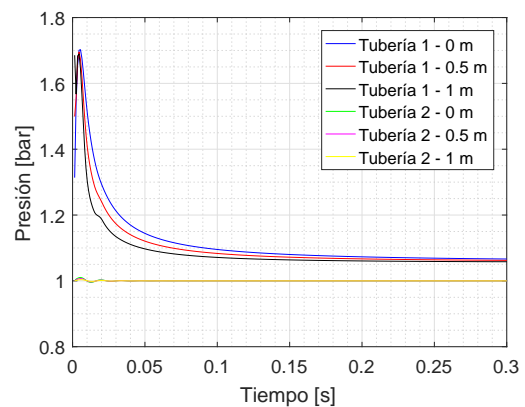
(c) Tamaño de malla: 20 mm



(d) Tamaño de malla: 50 mm



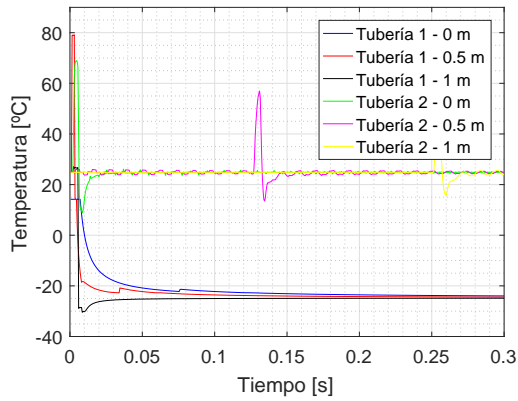
(e) Tamaño de malla: 100 mm



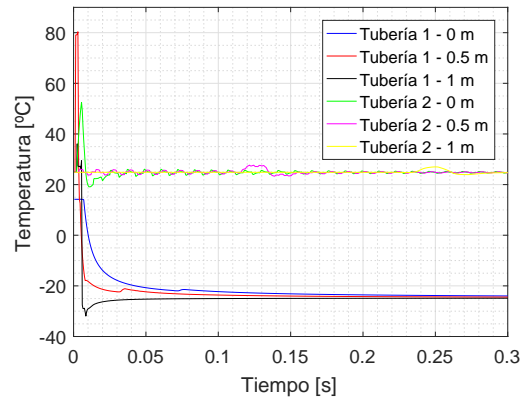
(f) Tamaño de malla: 500 mm

Figura 3.24: Variación de presión en distintas posiciones de las tuberías para el caso de unión entre dos conductos

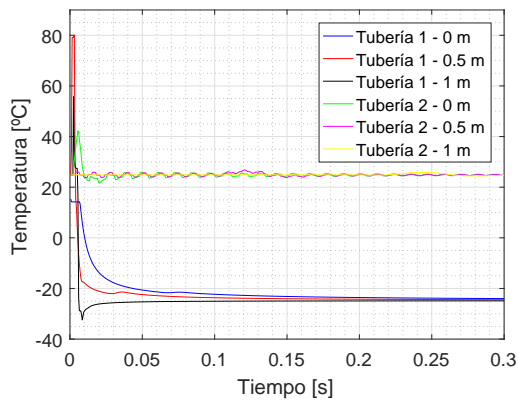
Variación de la temperatura



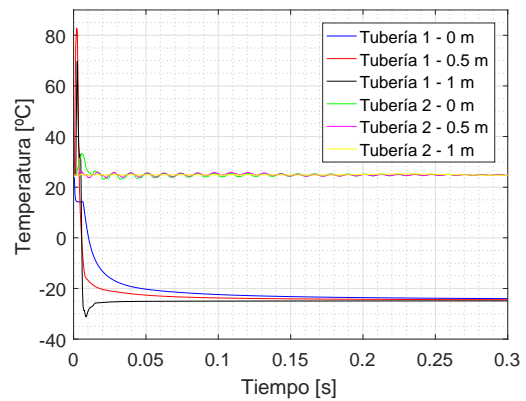
(a) Tamaño de malla: 1 mm



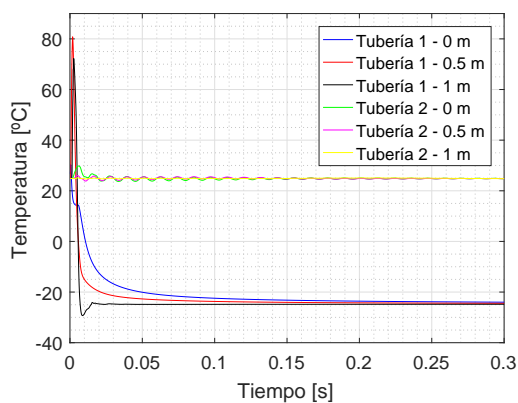
(b) Tamaño de malla: 10 mm



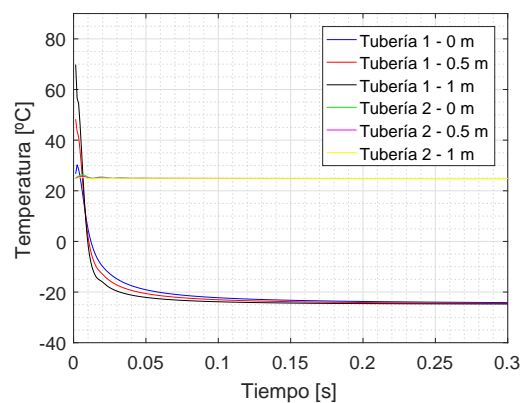
(c) Tamaño de malla: 20 mm



(d) Tamaño de malla: 50 mm



(e) Tamaño de malla: 100 mm



(f) Tamaño de malla: 500 mm

Figura 3.25: Variación de temperatura en distintas posiciones de las tuberías para el caso de unión entre dos conductos

Comportamiento de los métodos en el gasto másico

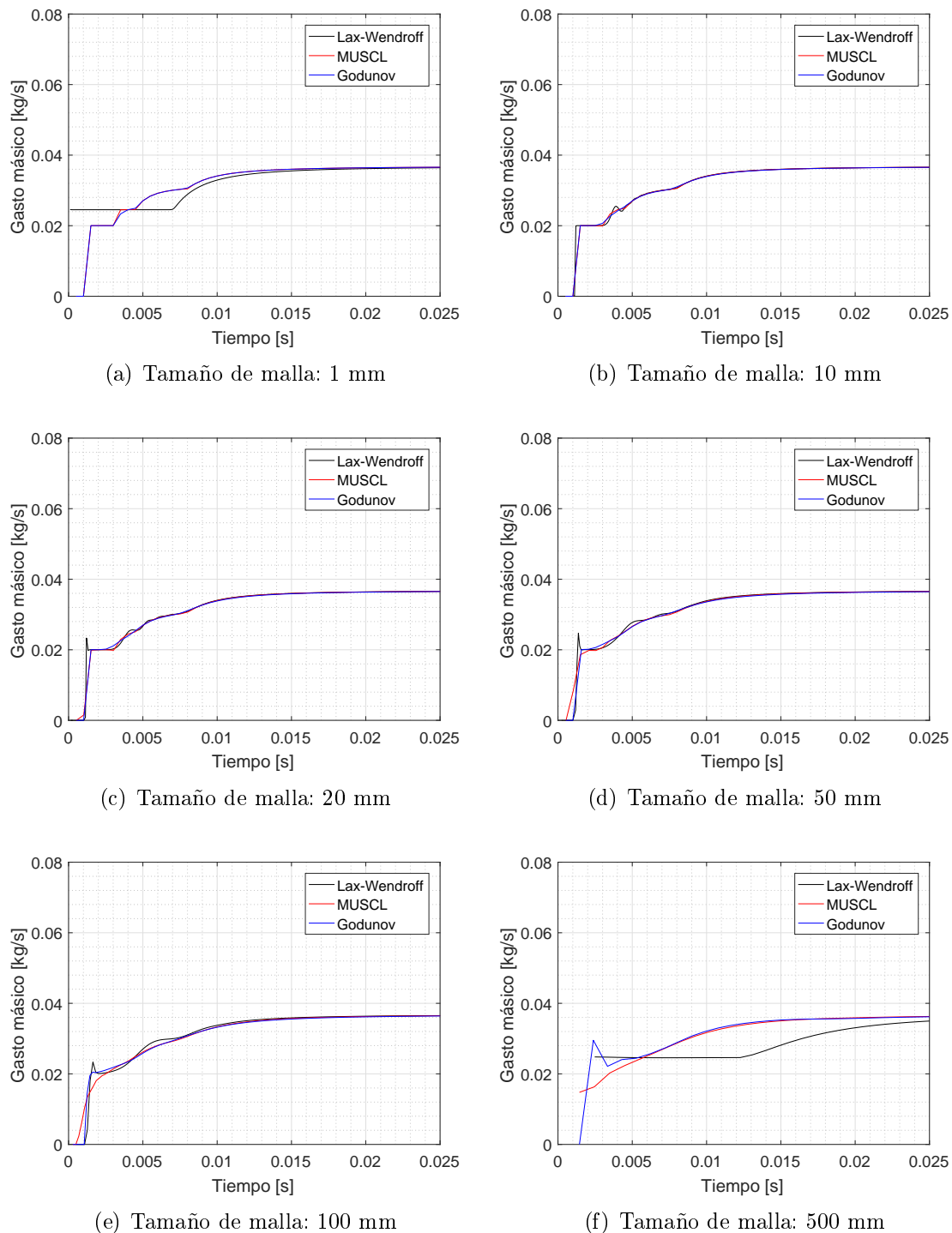
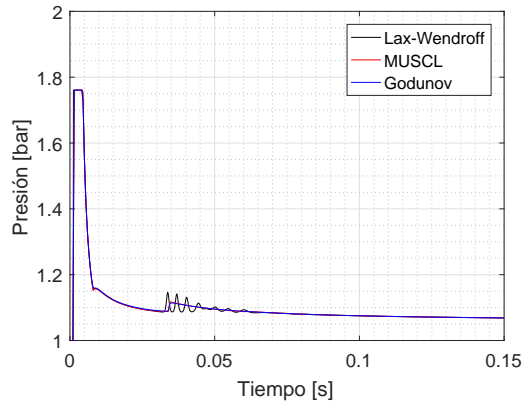
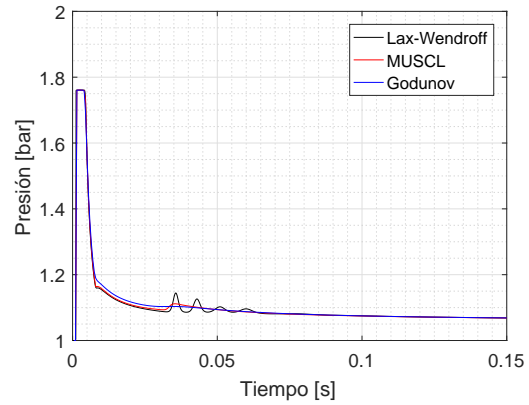


Figura 3.26: Comparación entre los distintos métodos para el gasto másico en la primera tubería: caso de unión entre dos conductos

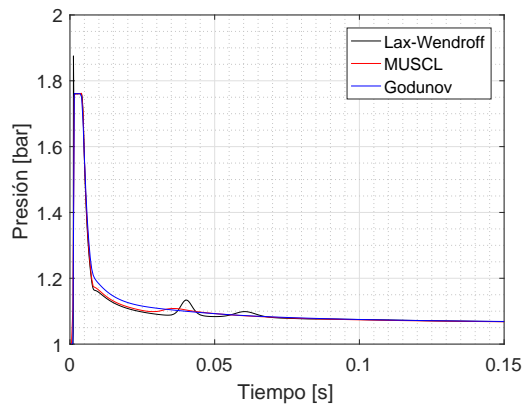
Comportamiento de los métodos en la presión



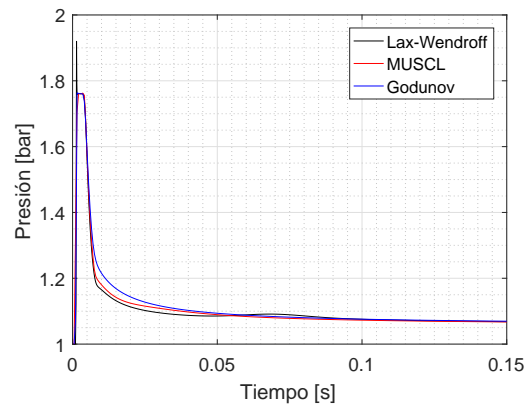
(a) Tamaño de malla: 1 mm



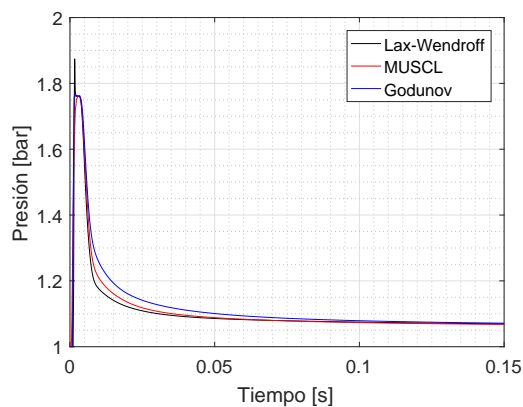
(b) Tamaño de malla: 10 mm



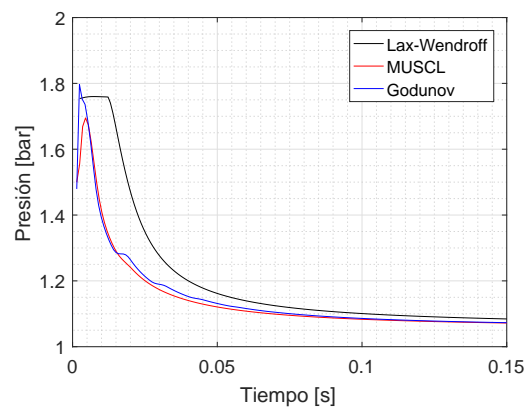
(c) Tamaño de malla: 20 mm



(d) Tamaño de malla: 50 mm



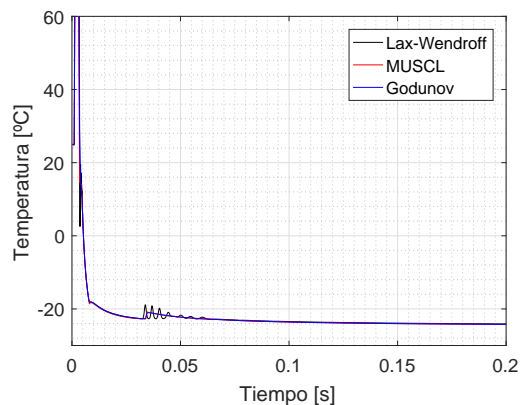
(e) Tamaño de malla: 100 mm



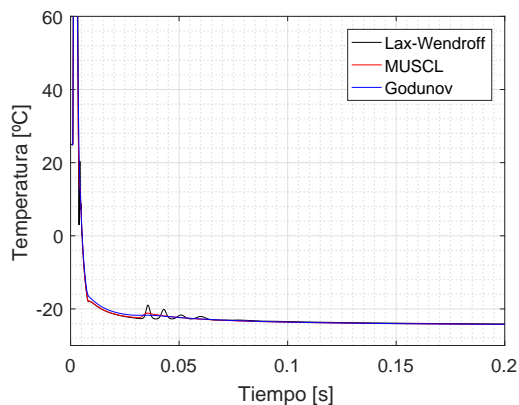
(f) Tamaño de malla: 500 mm

Figura 3.27: Comparación entre los distintos métodos para la presión en la primera tubería: caso de unión entre dos conductos

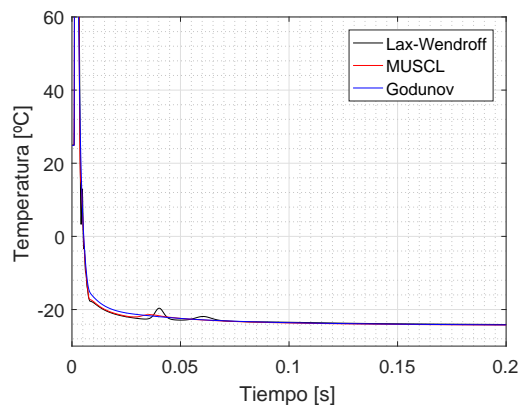
Comportamiento de los métodos en la temperatura



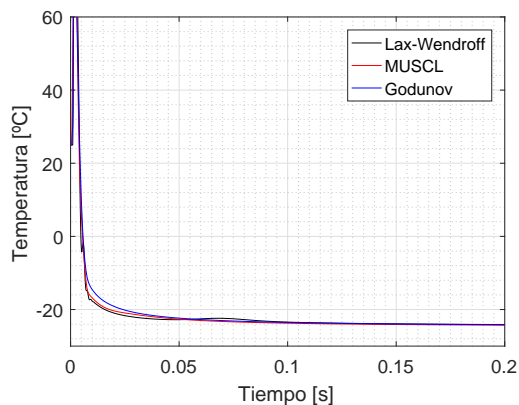
(a) Tamaño de malla: 1 mm



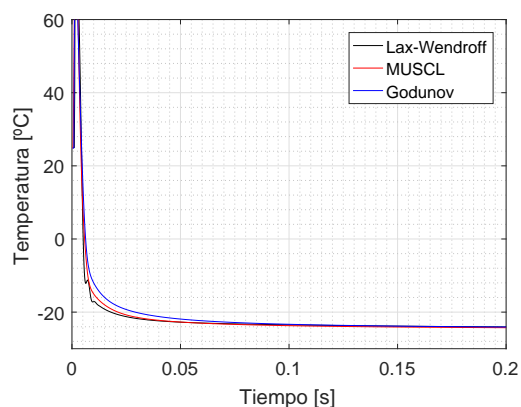
(b) Tamaño de malla: 10 mm



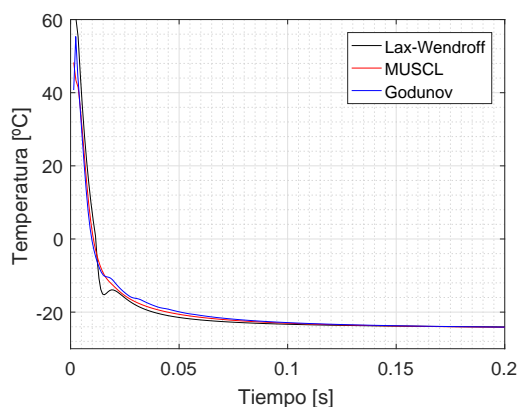
(c) Tamaño de malla: 20 mm



(d) Tamaño de malla: 50 mm



(e) Tamaño de malla: 100 mm



(f) Tamaño de malla: 500 mm

Figura 3.28: Comparación entre los distintos métodos para la temperatura en la primera tubería: caso de unión entre dos conductos

Análisis de la unión entre dos tuberías

En este apartado se ha realizado un ensanchamiento de la tubería aumentando así su diámetro en un 10 %, además se ha supuesto que los depósitos tienen un volumen infinito por lo que esto no afectará a las medidas tomadas. Si se observa la figura 3.30 se ve que existen unas series de oscilaciones en el gasto másico provocadas en la segunda tubería. Estas oscilaciones son debidas al a ensanchamiento. Sin embargo, el gasto en la primera tubería se mantiene constante a lo largo de la tubería y del tiempo. Tanto en la primera como en la segunda tubería el gasto logra estabilizarse en un valor concreto que en este caso es de 0.037 kg/s. El tamaño de malla como era de esperara hace que disminuyan las oscilaciones comentadas hasta llegar al punto en que con un tamaño de 500 mm solo se aprecian al inicio de la descarga.

Respecto a la presión se observa que disminuye en las tres partes de la primera tubería debido a la expansión del gas que se genera en el ensanchamiento hasta estabilizarse en un valor 1.06 bares. En cambio en la segunda la presión permanece constante en un valor de 1 bar, existen pequeñas oscilaciones probablemente generadas debidas al cambio de sección pero se disipan rápidamente.

Por otro lado se tiene la temperatura en ambas tuberías, en la primera se observa como se produce un descenso brusco de temperatura llegando a valores negativos, esto es debido a la fuerte expansión que sufre el gas tras atravesar el ensanchamiento. Con el paso del tiempo esta temperatura llega a estabilizarse en un valor de -25°C . En la segunda tubería la temperatura permanece constante al igual que la presión, además también existen pequeñas oscilaciones que se disipan conforme aumenta el tamaño de malla.

Si se comparan los métodos se puede observar como en el gasto másico para un tamaño de malla de 1 mm los métodos nuevos son prácticamente iguales. Sin embargo el método de Lax Wendroff difiere de los otros pero solamente al inicio de la descarga una vez estabilizado se obtiene el mismo valor. Si se aumenta el tamaño de malla si que se observan diferencias entre los métodos de Godunov y MUSCL pero Lax Wendroff se acerca más a estos excepto para tamaños de malla bastante grandes. Ocurre exactamente lo mismo con la presión. En la temperatura también afecta la malla y que si es muy pequeña los tres métodos son prácticamente iguales aunque en el antiguo se generan las oscilaciones características. Pero conforme se aumenta la malla los nuevos métodos si que son iguales pero el antiguo difiere considerablemente. Aunque se ha de indicar que todos convergen a un mismo valor que es lo que realmente interesa.

3.4. Cambio de sección en la tubería

Para este caso se van a obtener de nuevo la variables de presión, temperatura y gasto másico a lo largo de la tubería. Por otro lado, de la misma forma que en los casos anteriores, se va a proceder a examinar el comportamiento de los distintos métodos utilizados en cada una de estas variables.

El caso consta de dos depósitos y una tubería. La particularidad de este es que la sección de la tubería varía linealmente con la longitud desde una sección mayor a una menor, por tanto se trata de una tubería convergente. La esquematización del caso se puede observar mejor en la figura 3.39.

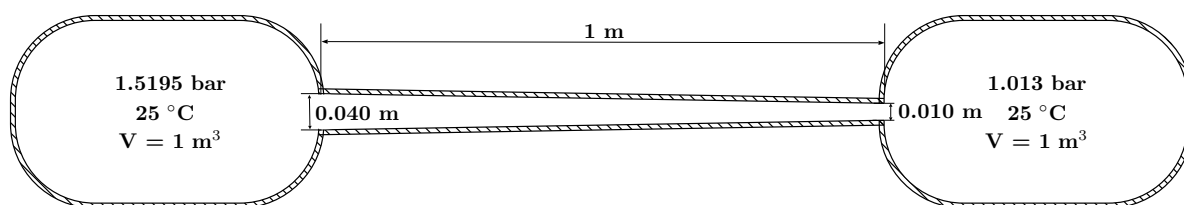
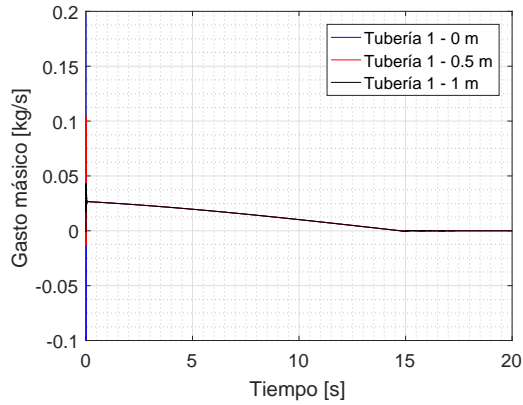


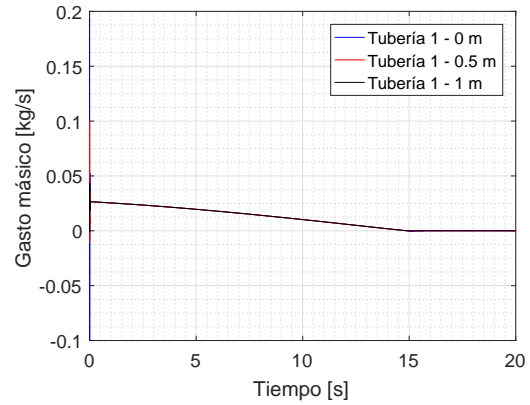
Figura 3.29: Esquema de la tubería con cambio de sección

Existe una divergencia con el método de Godunov para este caso cuando se emplea una malla de 500 mm. Cuando el diámetro de entrada es tres veces (o más) más grande que el de salida aparece dicha divergencia, esto se puede observar mejor en el apartado 3.4.1.

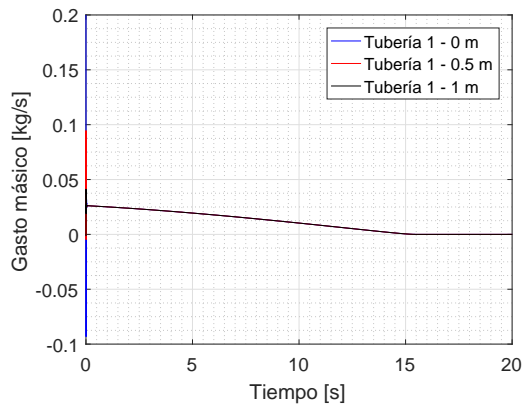
Variación del gasto másico



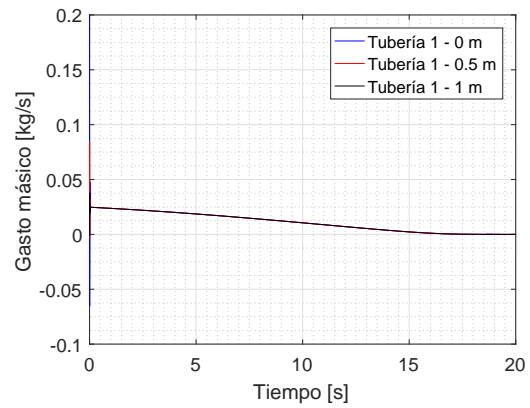
(a) Tamaño de malla: 1 mm



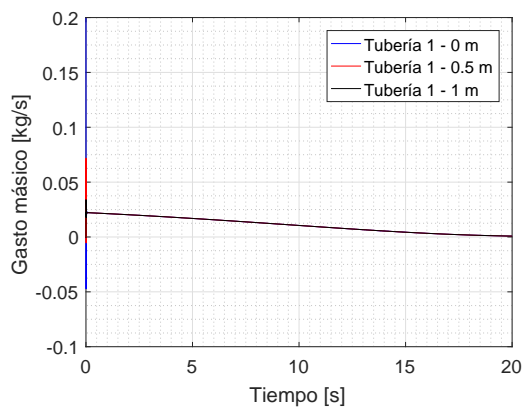
(b) Tamaño de malla: 10 mm



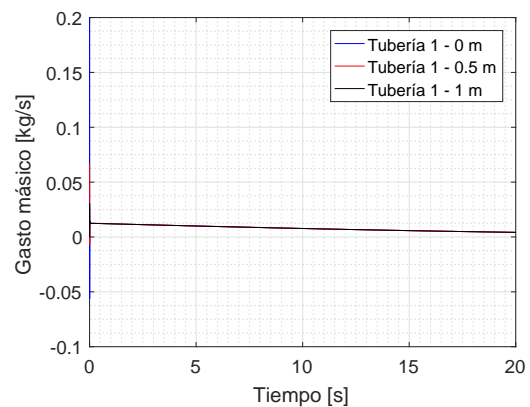
(c) Tamaño de malla: 20 mm



(d) Tamaño de malla: 50 mm



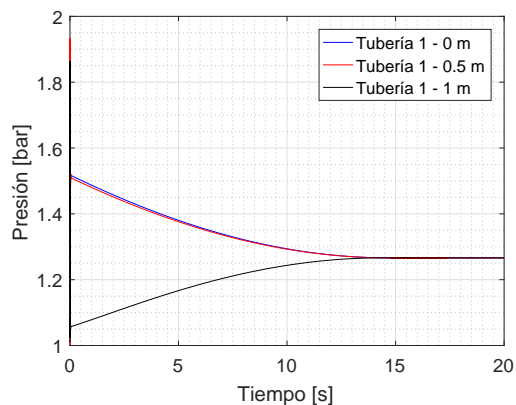
(e) Tamaño de malla: 100 mm



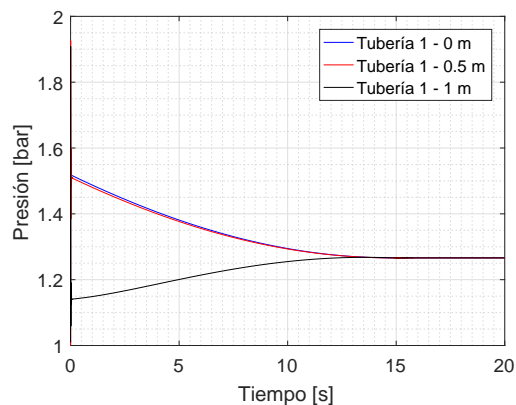
(f) Tamaño de malla: 500 mm

Figura 3.30: Variación de gasto másico en distintas posiciones de la tubería para el caso en el que el conducto cambia de sección

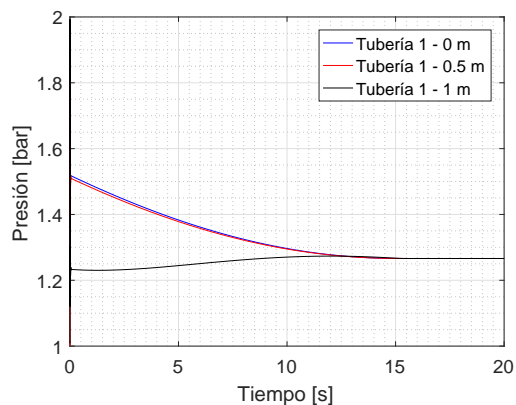
Variación de la presión



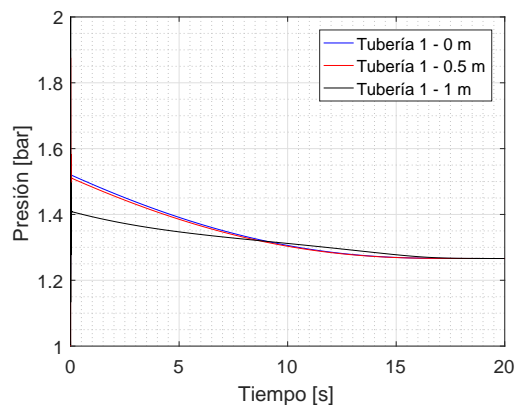
(a) Tamaño de malla: 1 mm



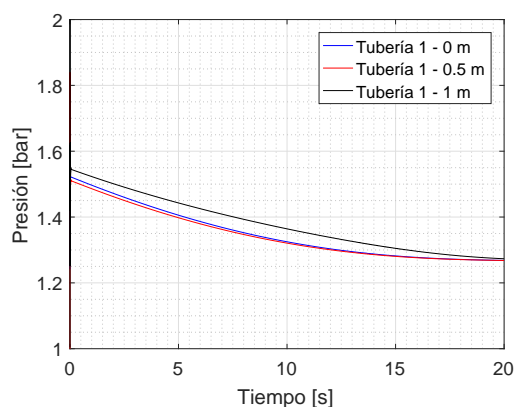
(b) Tamaño de malla: 10 mm



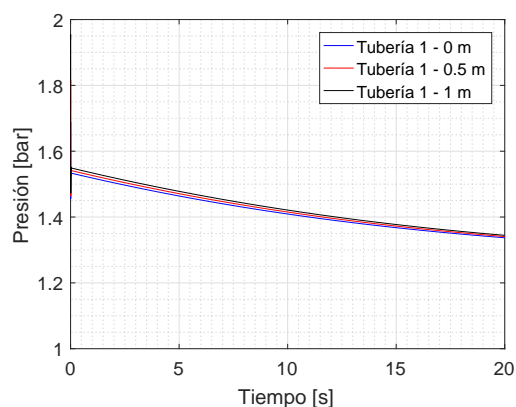
(c) Tamaño de malla: 20 mm



(d) Tamaño de malla: 50 mm



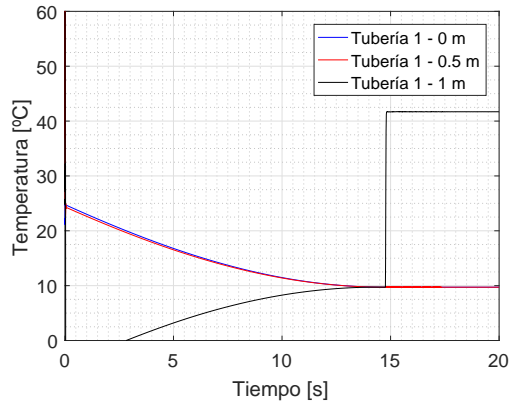
(e) Tamaño de malla: 100 mm



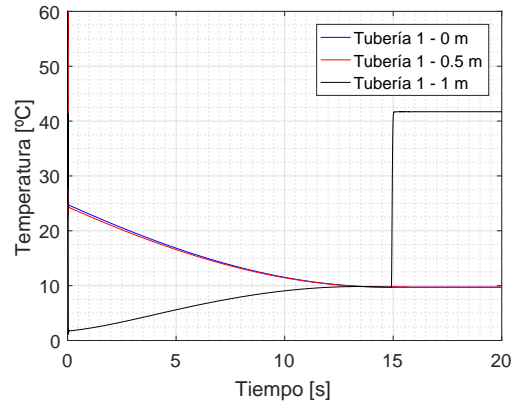
(f) Tamaño de malla: 500 mm

Figura 3.31: Variación de presión en distintas posiciones de la tubería para el caso en el que el conducto cambia de sección

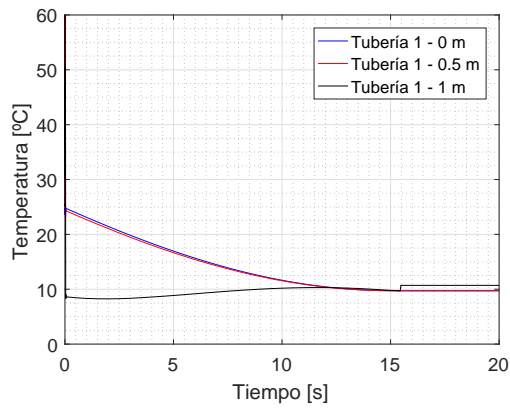
Variación de la temperatura



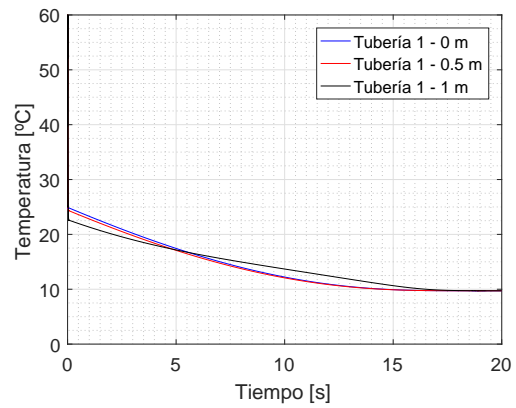
(a) Tamaño de malla: 1 mm



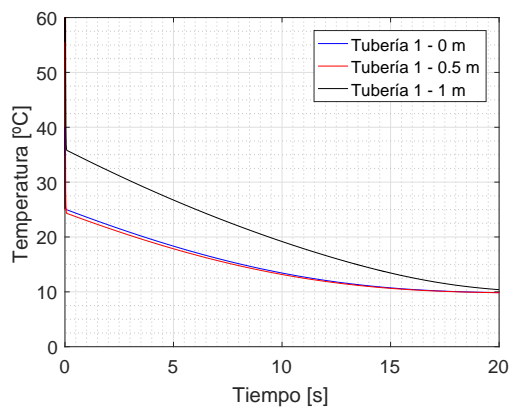
(b) Tamaño de malla: 10 mm



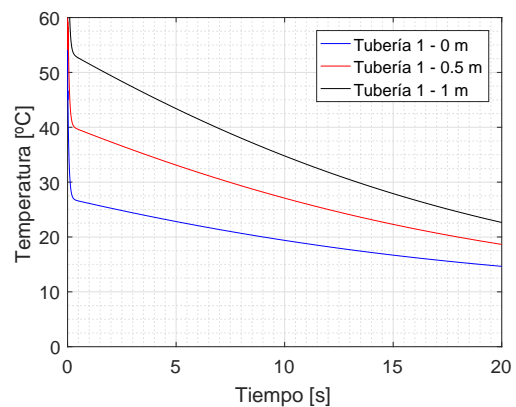
(c) Tamaño de malla: 20 mm



(d) Tamaño de malla: 50 mm



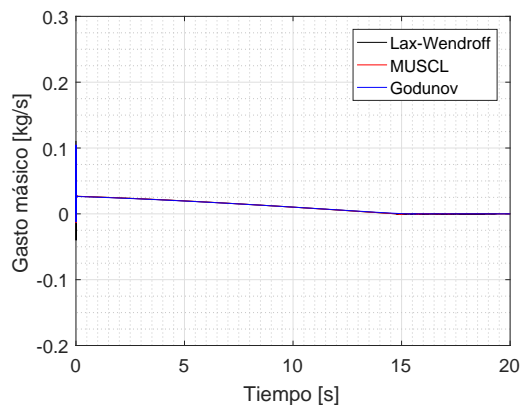
(e) Tamaño de malla: 100 mm



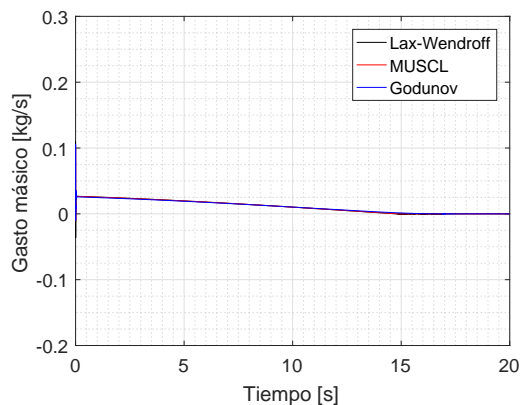
(f) Tamaño de malla: 500 mm

Figura 3.32: Variación de temperatura en distintas posiciones de la tubería para el caso en el que el conducto cambia de sección

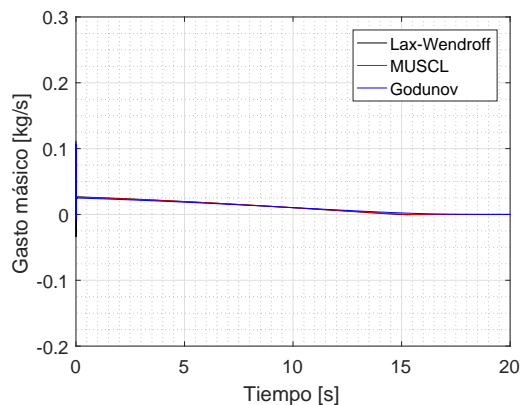
Comportamiento de los métodos en el gasto másico



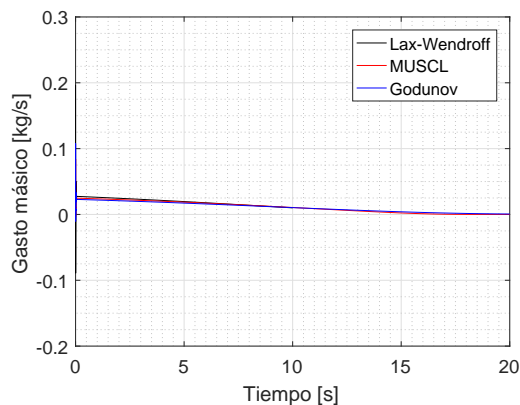
(a) Tamaño de malla: 1 mm



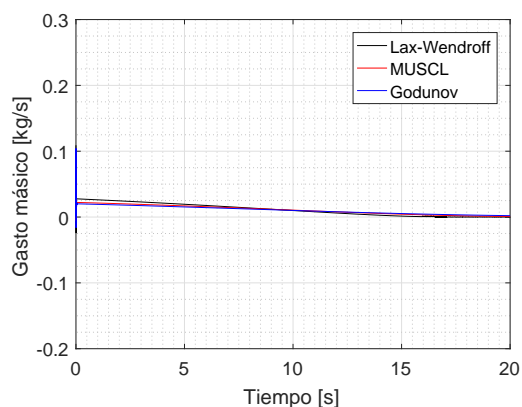
(b) Tamaño de malla: 10 mm



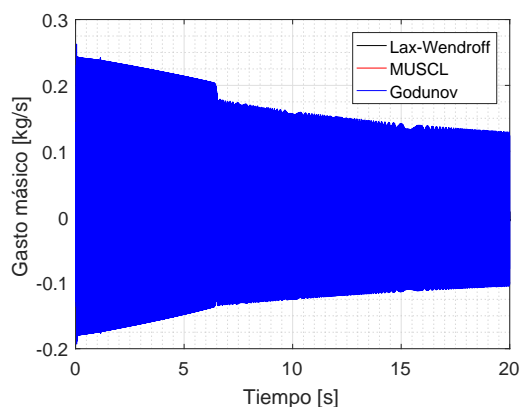
(c) Tamaño de malla: 20 mm



(d) Tamaño de malla: 50 mm



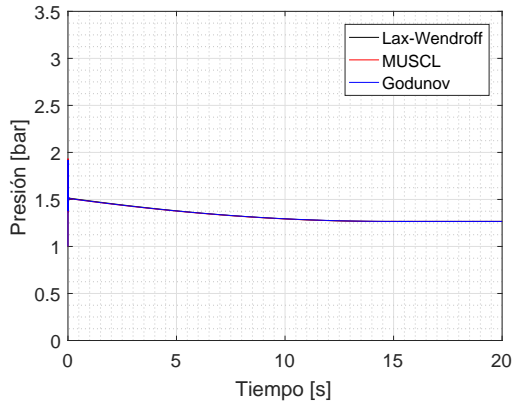
(e) Tamaño de malla: 100 mm



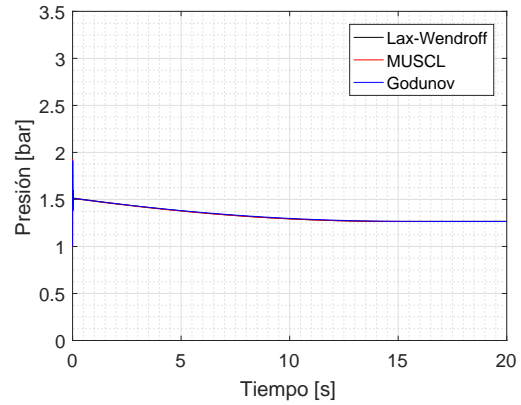
(f) Tamaño de malla: 500 mm

Figura 3.33: Comparación entre los distintos métodos en el gasto másico dentro de la primera tubería para el caso en el que el conducto cambia de sección

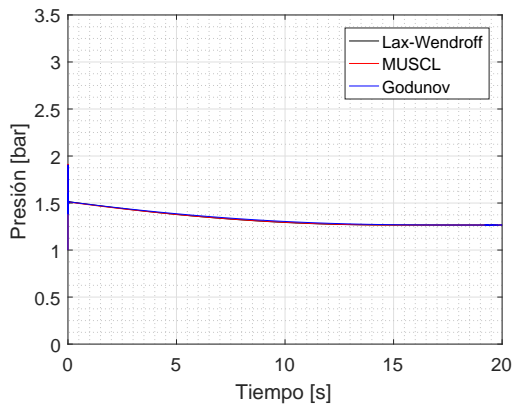
Comportamiento de los métodos en la presión



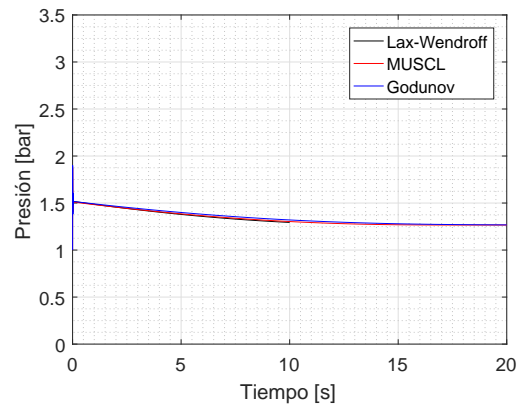
(a) Tamaño de malla: 1 mm



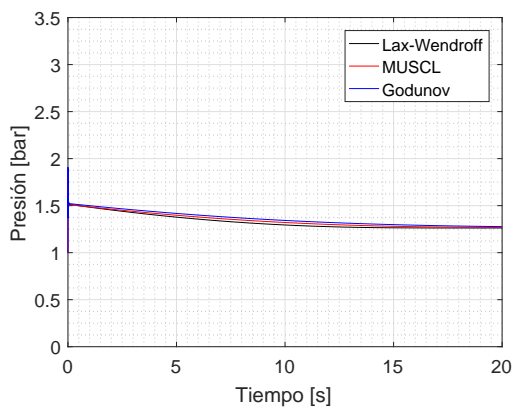
(b) Tamaño de malla: 10 mm



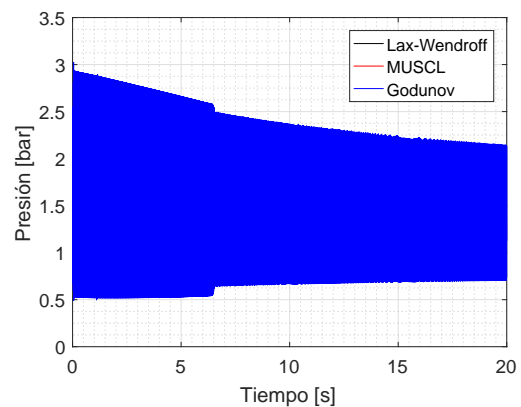
(c) Tamaño de malla: 20 mm



(d) Tamaño de malla: 50 mm



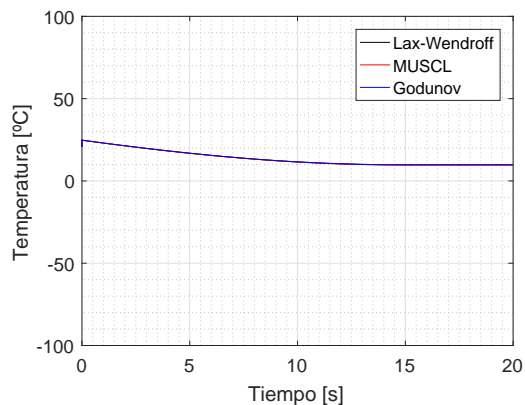
(e) Tamaño de malla: 100 mm



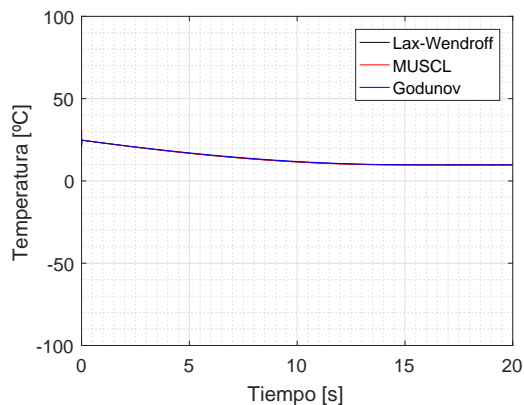
(f) Tamaño de malla: 500 mm

Figura 3.34: Comparación entre los distintos métodos en la presión dentro de la primera tubería para el caso en el que el conducto cambia de sección

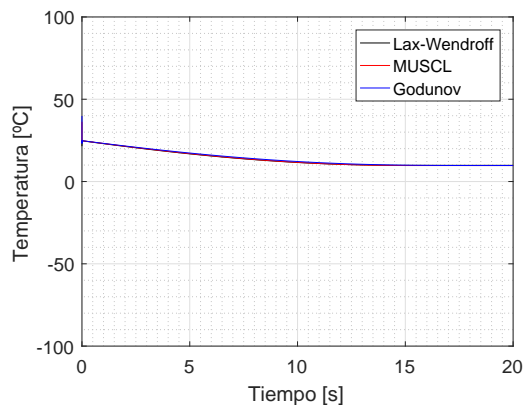
Comportamiento de los métodos en la temperatura



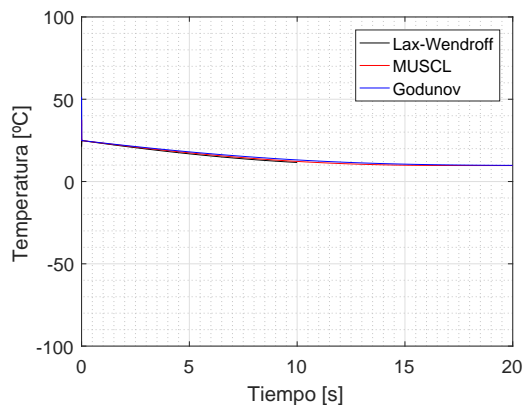
(a) Tamaño de malla: 1 mm



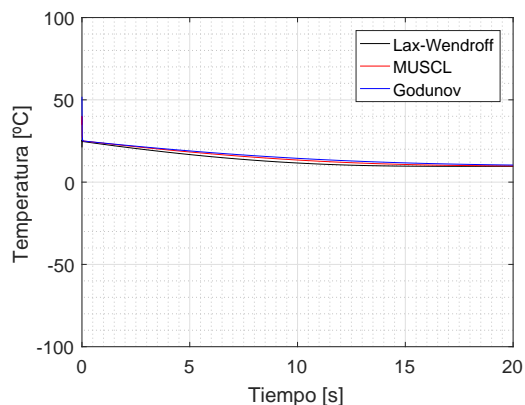
(b) Tamaño de malla: 10 mm



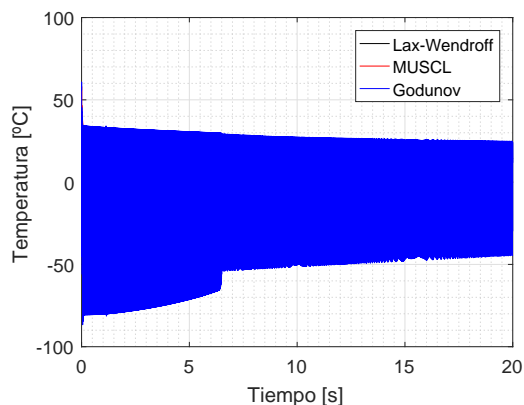
(c) Tamaño de malla: 20 mm



(d) Tamaño de malla: 50 mm



(e) Tamaño de malla: 100 mm



(f) Tamaño de malla: 500 mm

Figura 3.35: Comparación entre los distintos métodos en la temperatura dentro de la primera tubería para el caso en el que el conducto cambia de sección

Análisis del caso con cambio de sección en la tubería

En este caso como se ha indicado anteriormente se ha utilizado una tubería con un cambio de sección. Se trata de una tubería convergente. Observando los resultados obtenidos para el gasto másico apenas se aprecia diferencia entre las medidas tomadas en las tres partes de la tubería ni existe diferencia al cambiar el tamaño de malla, las tres partes convergen a un valor concreto que en este caso es nulo debido a que se trata de depósitos pequeños.

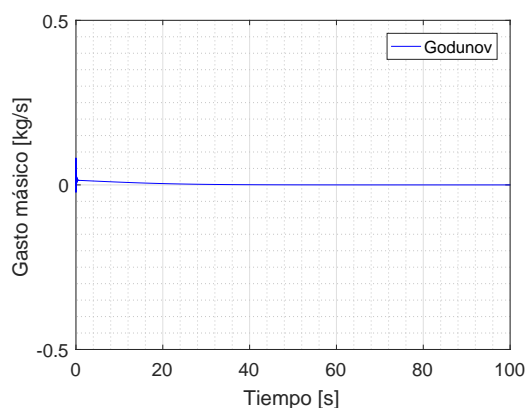
Por otro lado representando la presión se obtiene que para la medida tomada al principio de la tubería y la mitad apenas existe distinción, la presión disminuye debido a la expansión del gas pero no de forma brusca. Sin embargo la presión al final de la tubería aumenta con el tiempo puesto que el gas se comprime debido al cambio lineal de la sección. Si se aumenta la malla la presión en las tres partes de la tubería comienzan a parecerse hasta llegar a 500 mm de malla que son prácticamente iguales, esto es debido a que los datos son menos precisos incluso erróneos.

Como se puede observar en la figura 3.31 al iniciarse la descarga del depósito aparece una expansión en el conducto, esta expansión provoca la disminución de temperatura. En la figura 3.32 se observa como baja la temperatura pero al comprimirse el gas en el segundo depósito tras tener la tubería convergente, se genera un aumento de presión al final de la tubería y por consiguiente un aumento de temperatura.

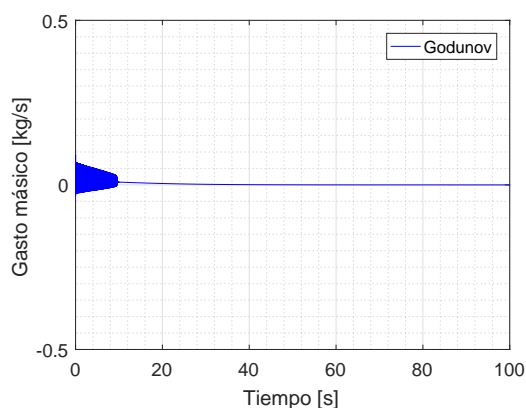
Respecto a los métodos utilizados se observa que todos son iguales en las tres variables calculadas por tanto es considerable coger el que menos tiempo de cálculo requiera ya que se va a obtener un valor similar. Para un tamaño de malla de 500 mm el método de Godunov comienza a generar oscilaciones sin llegar a converger por tanto en el siguiente apartado se va a explicar que es lo que sucede.

3.4.1. Caso particular para el método de Godunov con una malla de 500 mm y distintos diámetros de entrada

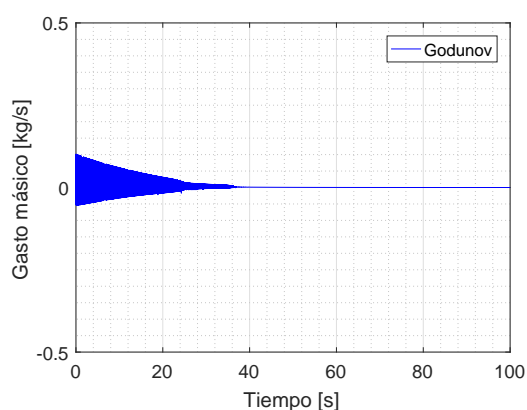
Evolución del gasto másico



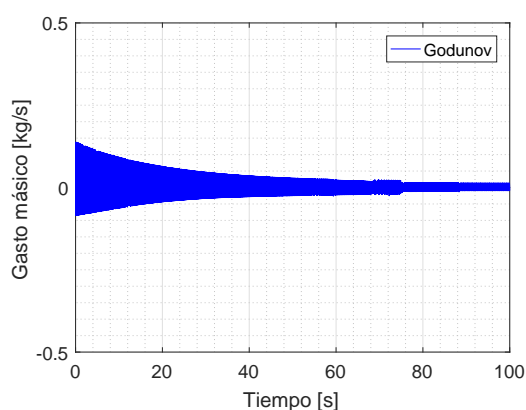
(a) Diámetro entrada: 30 mm



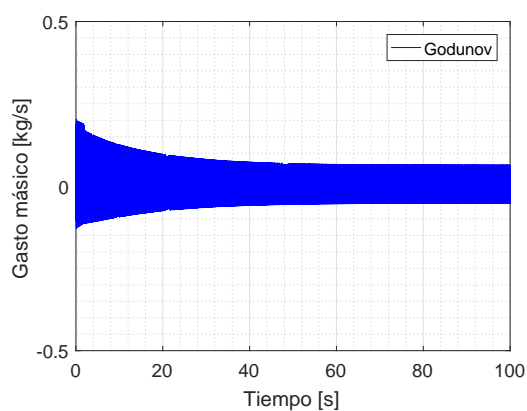
(b) Diámetro entrada: 32 mm



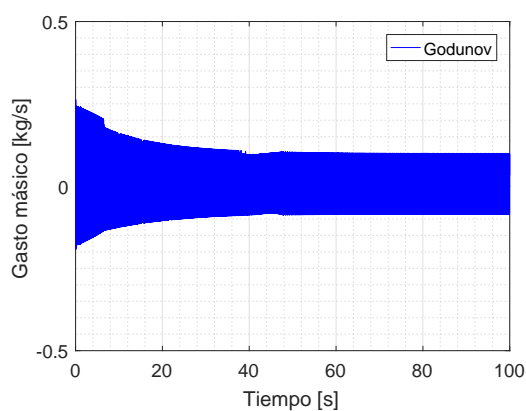
(c) Diámetro entrada: 34 mm



(d) Diámetro entrada: 36 mm



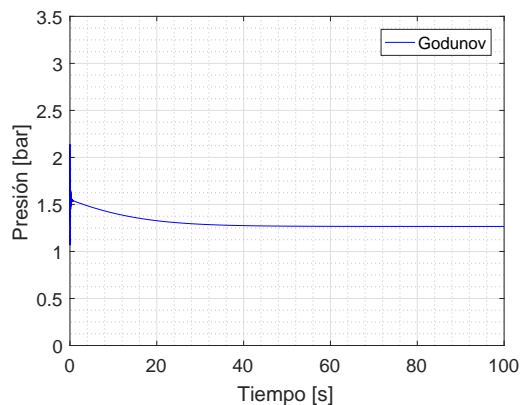
(e) Diámetro entrada: 38 mm



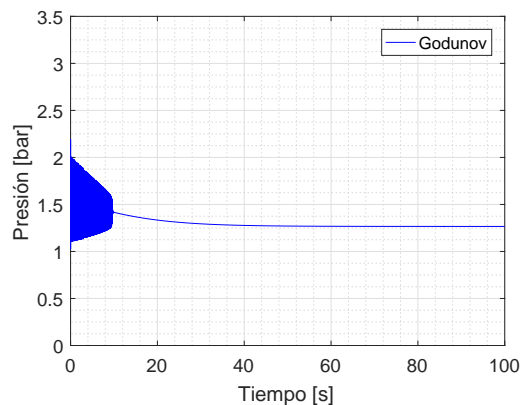
(f) Diámetro entrada: 40 mm

Figura 3.36: Comparación del método de Godunov para distintos diámetros de entrada en el gasto másico

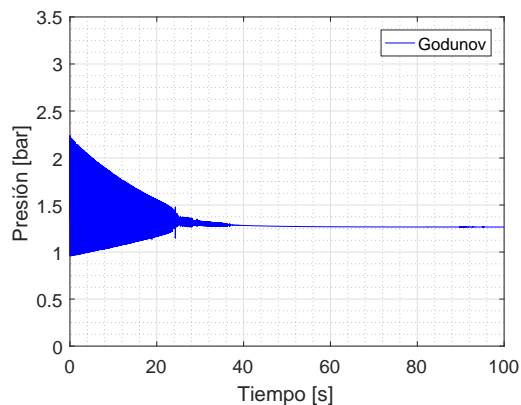
Evolución de la presión



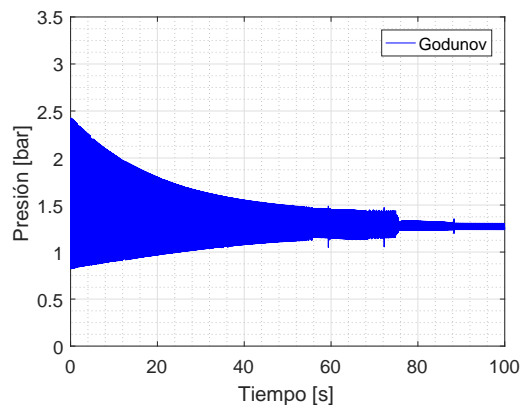
(a) Diámetro entrada: 30 mm



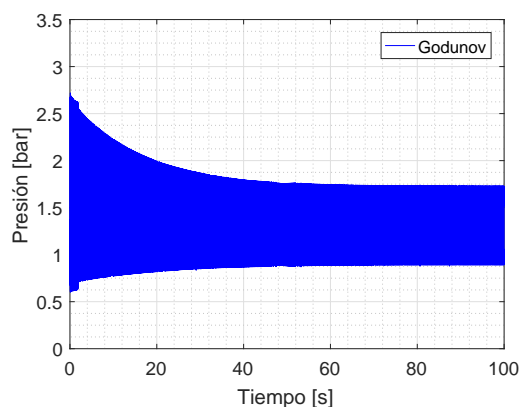
(b) Diámetro entrada: 32 mm



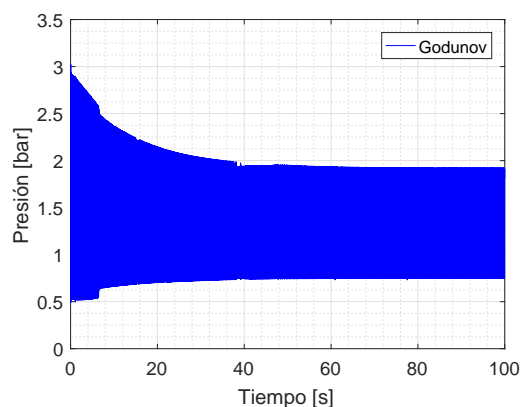
(c) Diámetro entrada: 34 mm



(d) Diámetro entrada: 36 mm



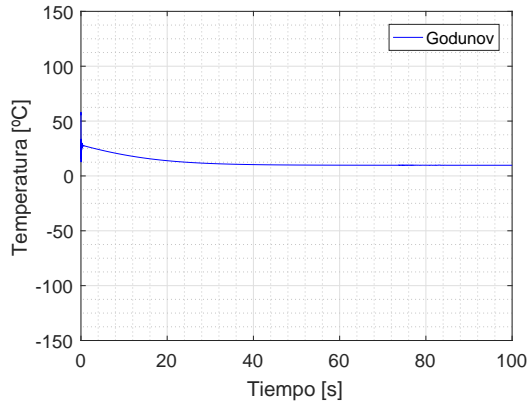
(e) Diámetro entrada: 38 mm



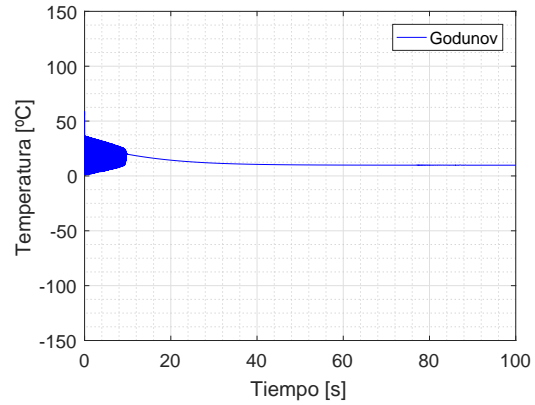
(f) Diámetro entrada: 40 mm

Figura 3.37: Comparación del método de Godunov para distintos diámetros de entrada en la presión

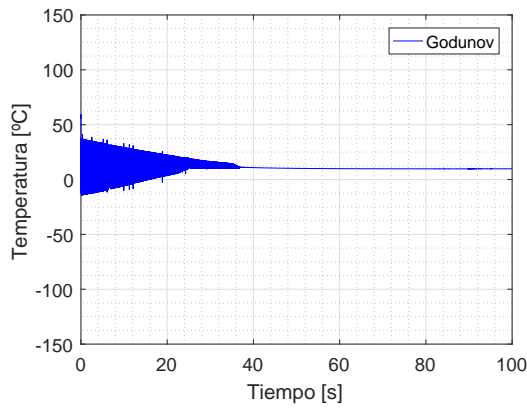
Evolución de la temperatura



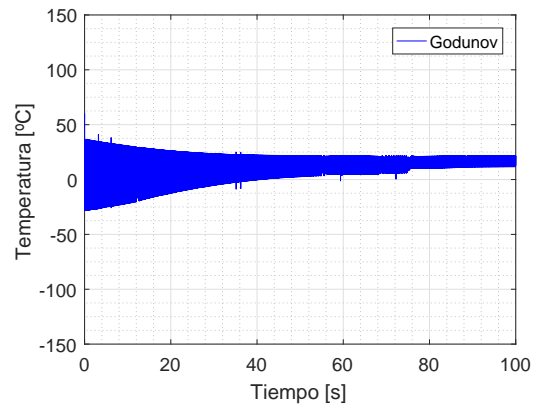
(a) Diámetro entrada: 30 mm



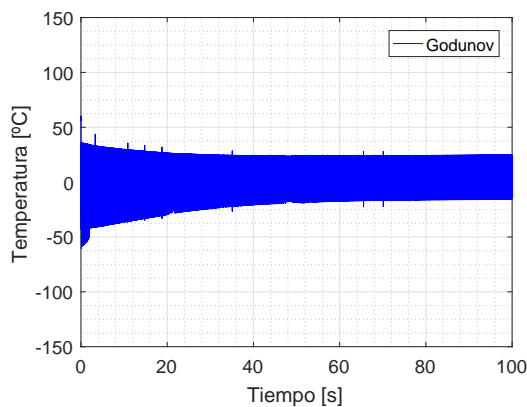
(b) Diámetro entrada: 32 mm



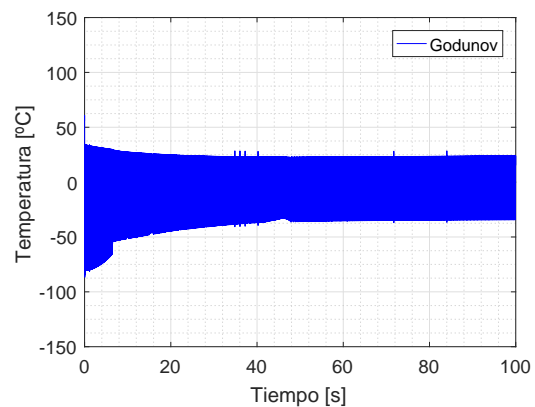
(c) Diámetro entrada: 34 mm



(d) Diámetro entrada: 36 mm



(e) Diámetro entrada: 38 mm



(f) Diámetro entrada: 40 mm

Figura 3.38: Comparación del método de Godunov para distintos diámetros de entrada en la temperatura

En este apartado se trata de un caso particular que ocurre cuando se utiliza un tamaño de malla de 500 mm y la tubería tiene un diámetro de entrada tres veces menor que el de salida. Se puede observar como conforme se aumenta el tamaño del diámetro de salida, empiezan a aparecer oscilaciones en los resultados. Para tamaños pequeños de diámetro la solución llega a converger sin embargo si se aumenta el tamaño demasiado puede que la solución diverja como ocurre para tamaños mayores de 36 mm.

Este suceso ocurre solamente con el método de Godunov debido a que es un método de primer orden por lo que los errores son mayores. Pero también es probable que existan errores en el código por eso ocurre este suceso. Por lo que es necesario revisarlo de nuevo y realizar los arreglos convenientes.

3.5. Cambio de longitud en la tubería

Del mismo modo que se ha procedido a realizar el cálculo para un cambio de sección en el apartado 3.39, en este se va a ver como afecta la longitud de la tubería en las distintas variables y para distintos tamaños de malla.

Se trata también de un caso simple en el que básicamente se cambia la longitud de la tubería que hay entre los dos depósitos, para ello se ha utilizado el método de Godunov puesto que es el que menos tiempo tarda en realizar el cálculo.

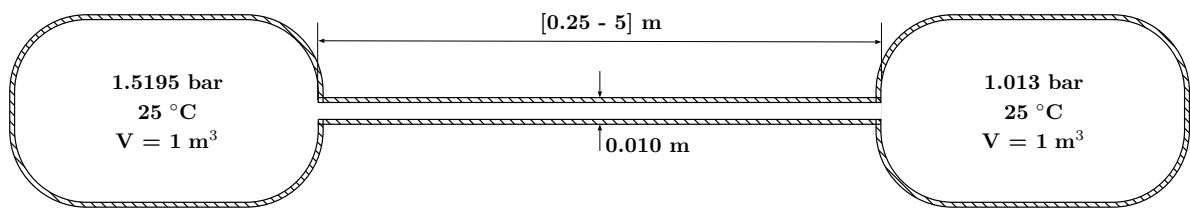
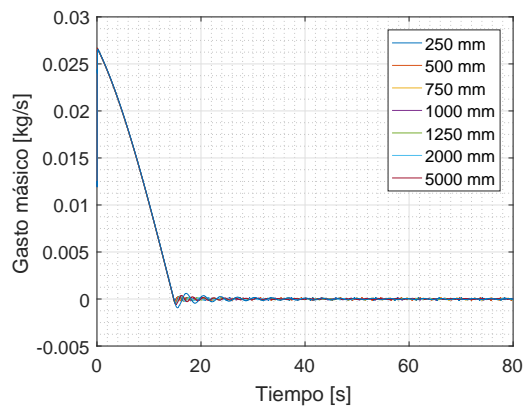
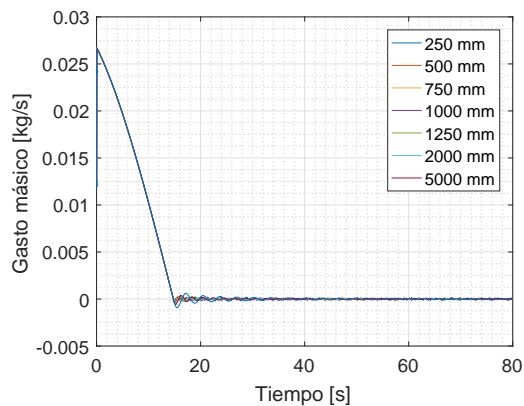


Figura 3.39: Esquema de la tubería con cambio de longitud

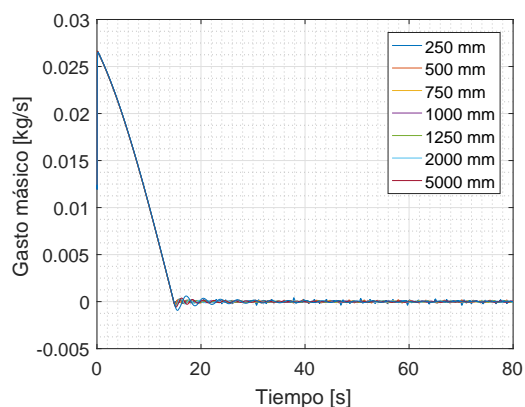
Variación del gasto másico



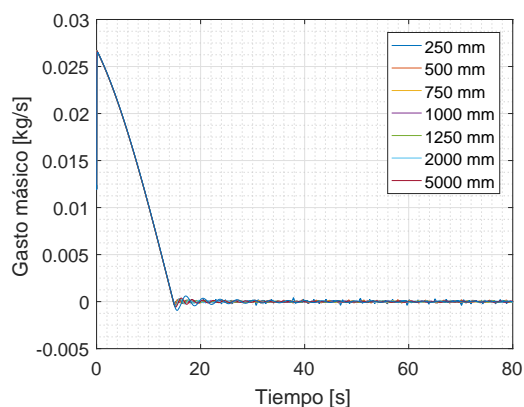
(a) Tamaño de malla: 1 mm



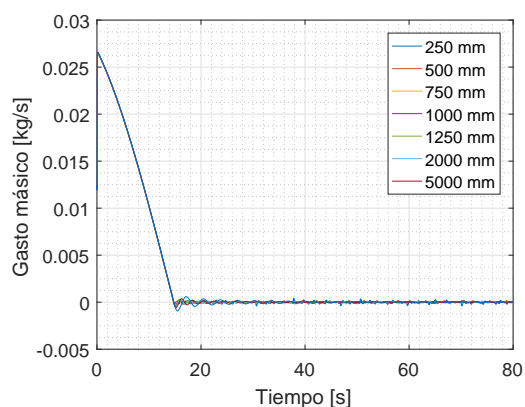
(b) Tamaño de malla: 10 mm



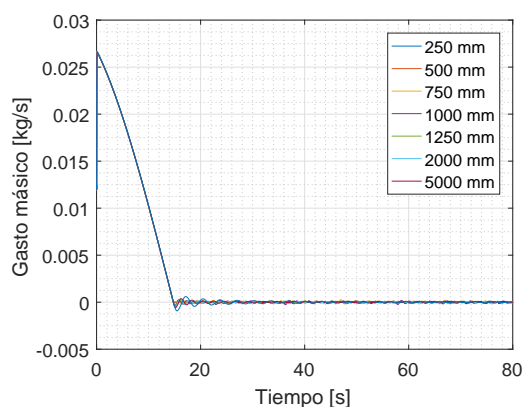
(c) Tamaño de malla: 20 mm



(d) Tamaño de malla: 50 mm



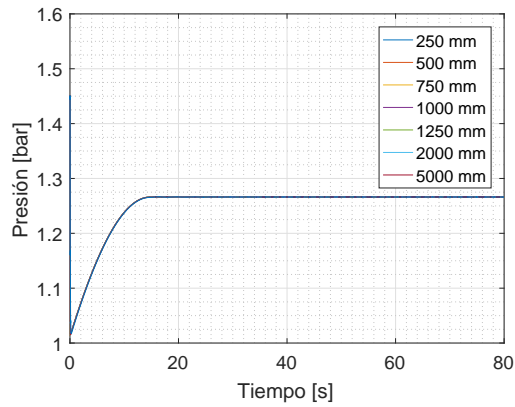
(e) Tamaño de malla: 100 mm



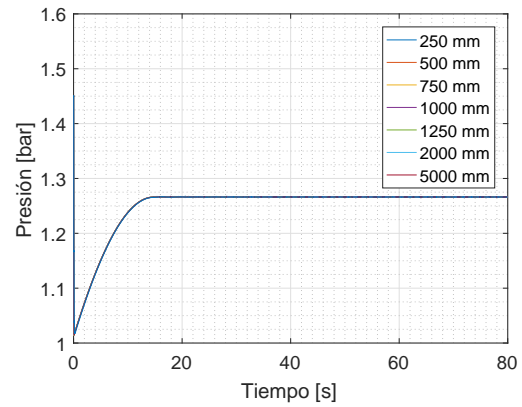
(f) Tamaño de malla: 500 mm

Figura 3.40: Variación de gasto másico para distintas longitudes del conducto

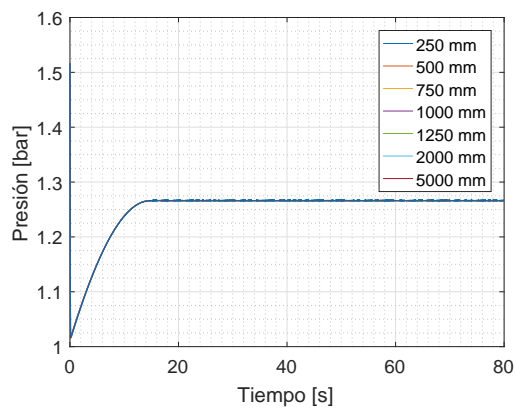
Variación de la presión



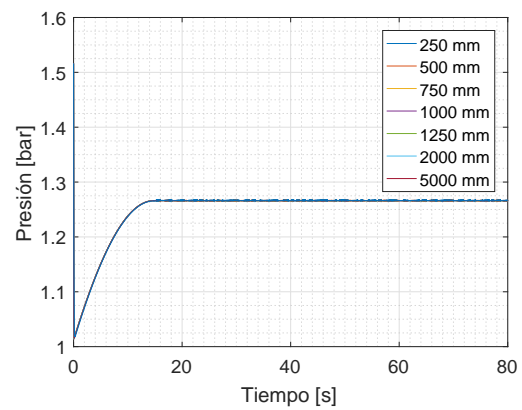
(a) Tamaño de malla: 1 mm



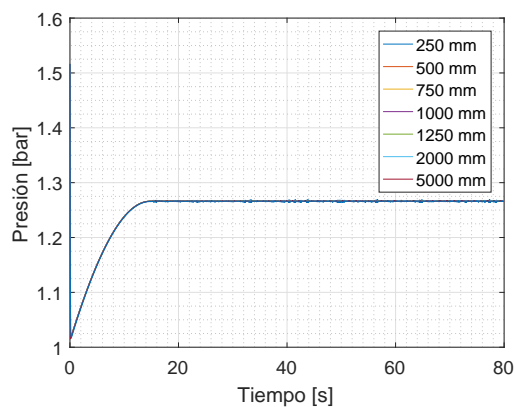
(b) Tamaño de malla: 10 mm



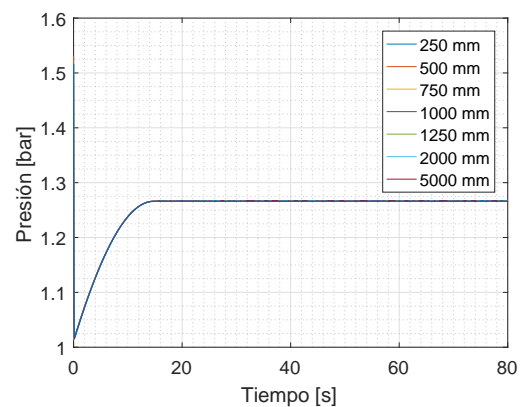
(c) Tamaño de malla: 20 mm



(d) Tamaño de malla: 50 mm



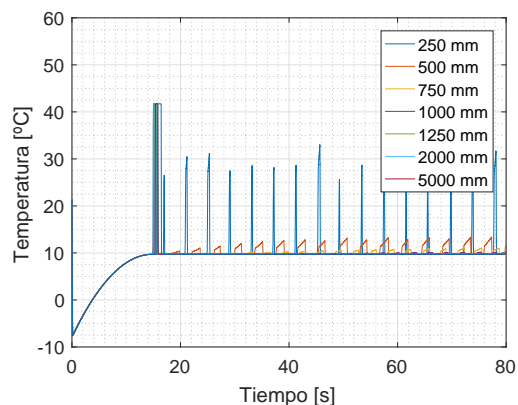
(e) Tamaño de malla: 100 mm



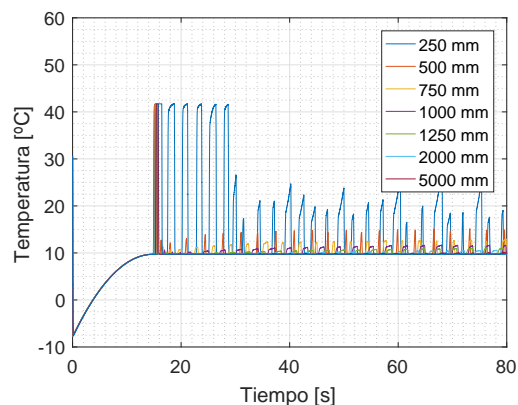
(f) Tamaño de malla: 500 mm

Figura 3.41: Variación de presión para distintas longitudes del conducto

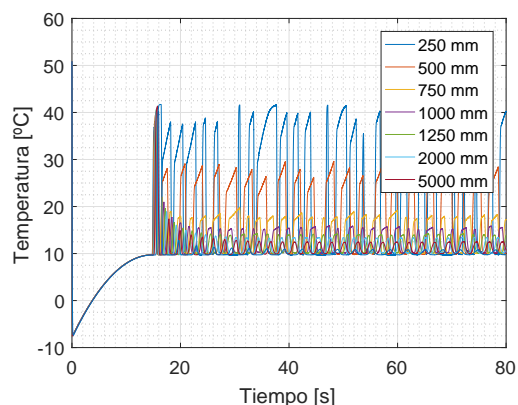
Variación de la temperatura



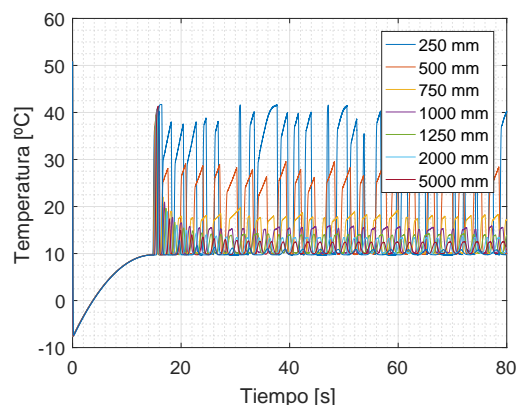
(a) Tamaño de malla: 1 mm



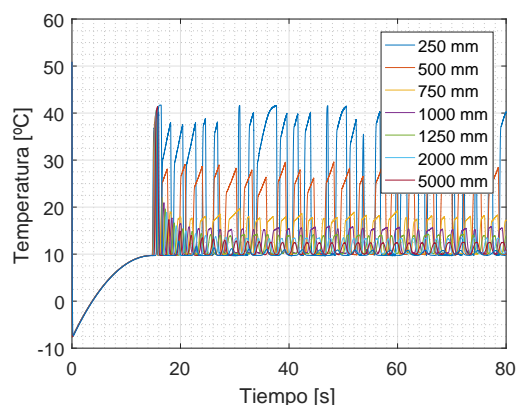
(b) Tamaño de malla: 10 mm



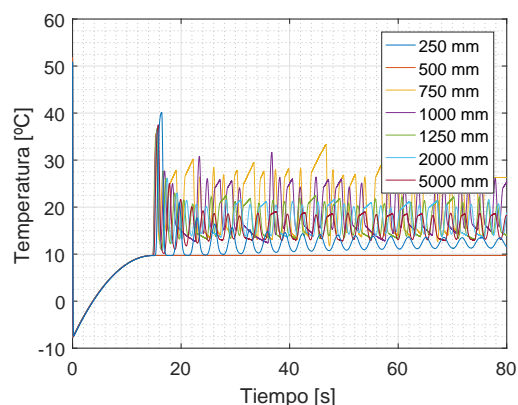
(c) Tamaño de malla: 20 mm



(d) Tamaño de malla: 50 mm



(e) Tamaño de malla: 100 mm



(f) Tamaño de malla: 500 mm

Figura 3.42: Variación de temperatura para distintas longitudes del conducto

Análisis del caso

Para este caso se ha variado la longitud del conducto que une los dos depósitos. Ambos depósitos no son de gran volumen por lo que si se observa el gasto másico se puede apreciar como llega a estabilizarse en un valor nulo para todas las longitudes de la tubería. Analizando las gráficas 3.40, 3.41 y 3.42 se puede ver que la longitud del conducto apenas afecta a las variables.

Para el caso del gasto másico hay un aumento brusco de este tras iniciar la descarga del depósito pero tras el transcurso del tiempo el gasto llega a estabilizarse en un valor nulo una vez se ha descargado el depósito al completo. Si que es cierto que conforme se aumenta la longitud de la tubería las oscilaciones creadas tienen mayor amplitud y esto provoca que tarde más en estabilizarse. El tamaño de malla no afecta en absoluto en esta variable.

Por otro lado se ha calculado la presión, aquí no se diferencia una longitud de otra por lo que no afecta la longitud en la presión ocurriendo lo mismo con el tamaño de malla. Existe una disminución de presión debida a la expansión que sufre el gas al inicio de la descarga pero más tarde logra estabilizarse en un valor intermedio que en este caso es de 1.27 bares.

Y por último la temperatura. En este caso si que se aprecia bastante la diferencia entre las longitudes de los conductos sobretodo aumentando el tamaño de malla. La temperatura sigue una tendencia intentando estabilizarse en un valor de 10°C, pero se observan oscilaciones de gran amplitud para longitudes de tuberías pequeñas. Estas oscilaciones pueden ser debidas al reflujó que sufre el gas debido al cambio de temperatura que existe al expandirse el gas de forma brusca. Con el paso del tiempo este valor irá aumentando como se puede apreciar en la figura 3.42 sin embargo no llega a estabilizarse por completo para longitudes pequeñas.

3.6. Pulso de presión

El principal objetivo de este apartado como en varios de los anteriores es comparar los distintos métodos. Para ello se va a introducir un pulso de presión a una frecuencia y amplitud determinada en uno de los depósitos, a continuación se obtendrá el pulso de presión que se genera en el conducto y del cual se verán las diferencias entre los métodos.

Se intenta simular las frecuencias que se producen en un motor por lo que el pulso introducido tiene una frecuencia de 133 Hz y una forma sinusoidal como se puede observar en la figura 3.43.

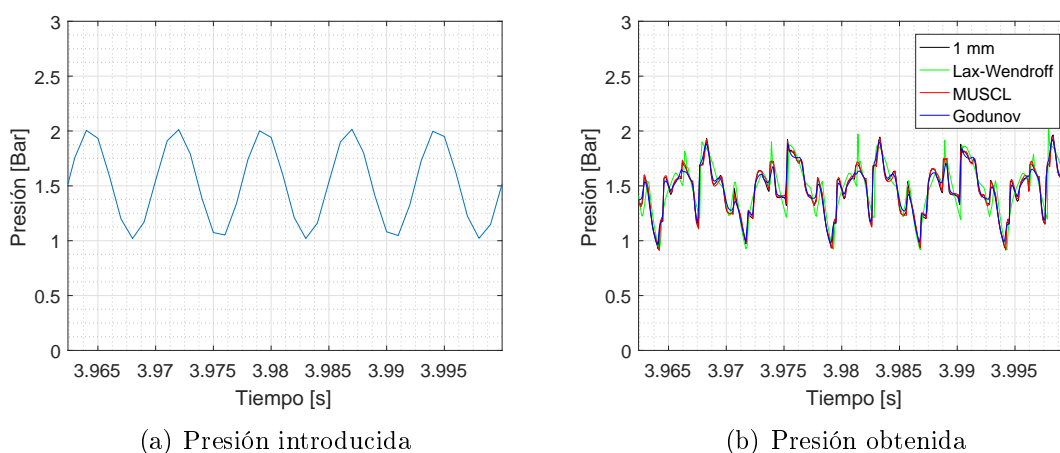
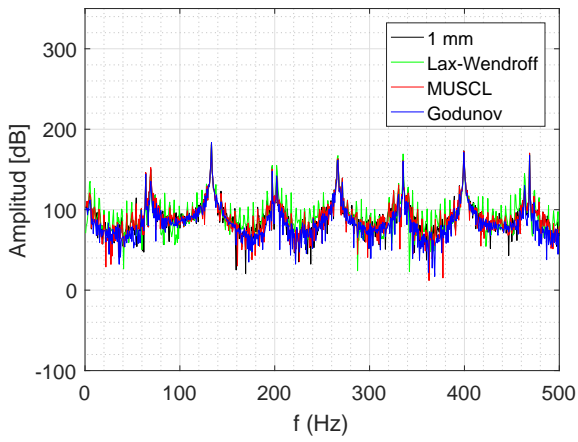


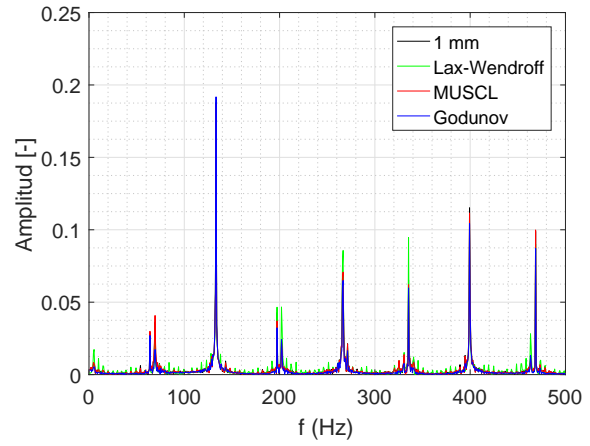
Figura 3.43: Presión introducida en el depósito y obtenida en uno de los conductos

Como se puede apreciar existe un desfase claro entre las dos señales obtenidas, los tres métodos se comportan de forma parecida. Godunov disminuye la amplitud ya que se trata de un método disipativo y probablemente por ser de primer orden.

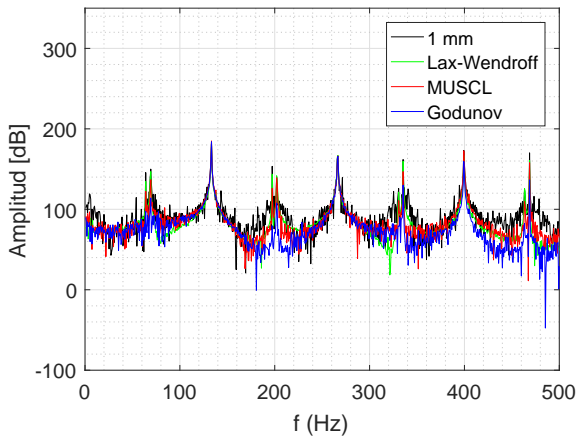
Por otro lado se ha representado la respuesta en frecuencia de la señal obtenida que se puede ver en la siguiente figura. Puesto que no se cuenta con resultados experimentales una forma de ver si se aproximan los métodos es obtener una señal mediante uno de los métodos que en este caso se trata de Godunov pero con un tamaño de malla de 1 mm. No será como un resultado experimental pero al tener una malla de tamaño tan pequeño se aproximará. Se opta por este método puesto que es el que menos tarda en calcularse.



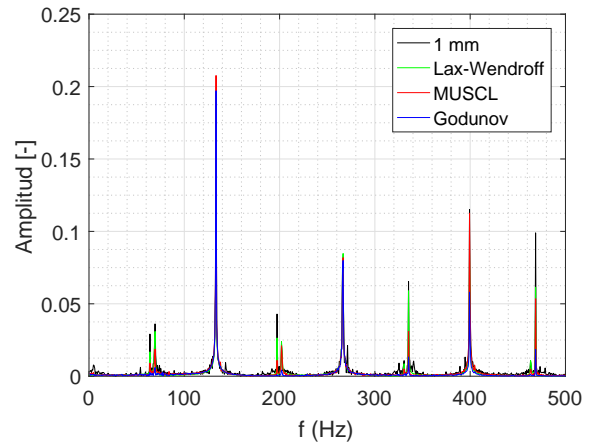
(a) Respuesta en frecuencia en dB para 5 mm



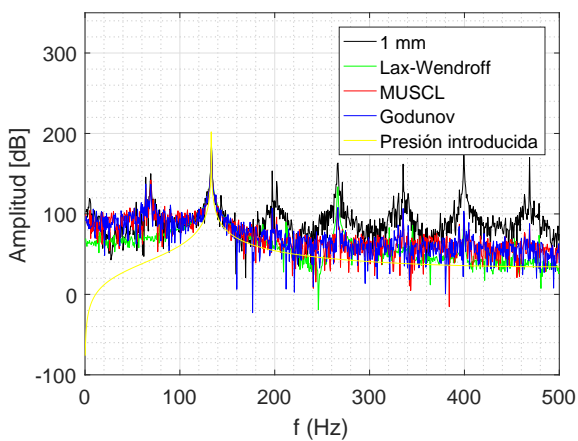
(b) Respuesta en frecuencia adimensional para 5 mm



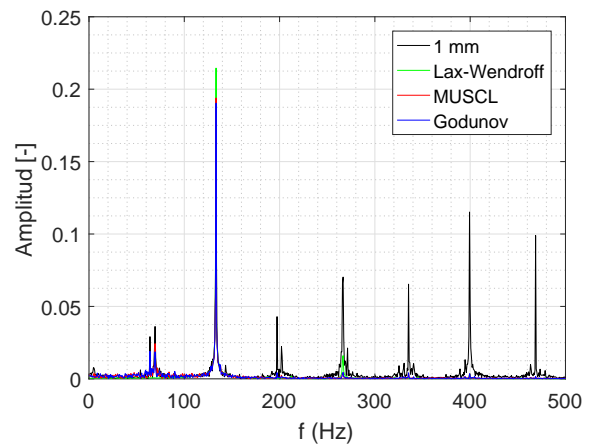
(c) Respuesta en frecuencia en dB para 50 mm



(d) Respuesta en frecuencia adimensional para 50 mm



(e) Respuesta en frecuencia en dB para 500 mm



(f) Respuesta en frecuencia adimensional para 500 mm

Figura 3.44: Respuesta en frecuencia ante un pulso de presión sinusoidal

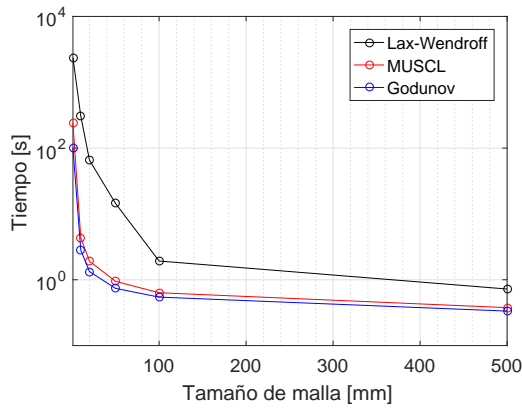
Observando los gráficos obtenidos se aprecia que todos los métodos proporcionan resultados muy similares sobretodo cuando se acercan a los armónicos. Es cierto que para tamaños de malla pequeños como es el caso de 5 mm en la figura 3.44 a) el método de Godunov y de MUSCL son prácticamente iguales al de 1 mm, sin embargo el método de Lax Wendroff genera amplitudes más grandes a lo largo de todo el espectro de presión, esto puede ser por las oscilaciones que genera.

Por otro lado al aumentar la malla a 50 mm en las figuras 3.44 c) y d), las oscilaciones que se creaban con el método de Lax Wendroff disminuyen, pero por otro lado se aprecian diferencias más elevadas respecto a los demás métodos sobretodo al pasar el primer armónico en 133 Hz. El método de Godunov es demasiado disipativo para tamaños de malla de este tipo a pesar de ser un método conservativo. Lax Wendroff y MUSCL se adaptan bastante bien a los armónicos por lo que se optaría por uno de ellos en este caso, especialmente por el método de MUSCL ya que además de ser conservativo, su tiempo de calculo disminuye considerablemente.

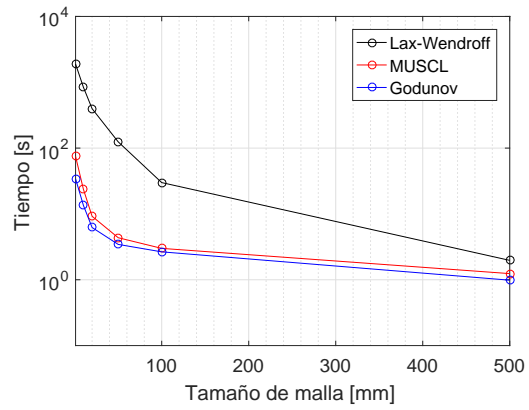
Por último se tienen las gráficas calculadas con un tamaño de malla de 500 mm las cuales se muestran en la figura 3.44 e) y f). En estas últimas se aprecia la mayor diferencia donde todos los métodos difieren del calculado con 1 mm tras pasar el primer armónico. Esto se debe a que al ser tan grande la malla solo se aprecia el primer armónico y la señal tiende a parecerse a la presión introducida con una sola frecuencia.

3.7. Tiempos de cálculo

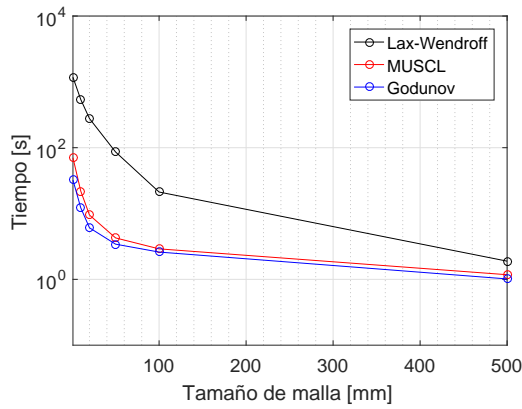
Para completar el presente trabajo se va a realizar un estudio de tiempos de cálculo puesto que se están probando nuevos métodos de cálculo para un modelo que pretenda simular ciclos de homologación. Este estudio se ha llevado a cabo para los distintos casos que se han probado a lo largo del proyecto, en él se tienen en cuenta los diferentes tamaños de malla además de los tres métodos utilizados.



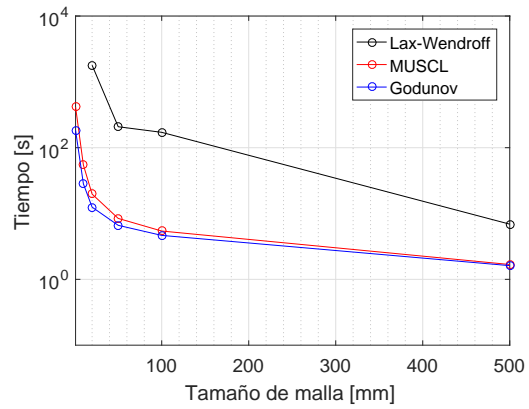
(a) Distinta presión en los depósitos



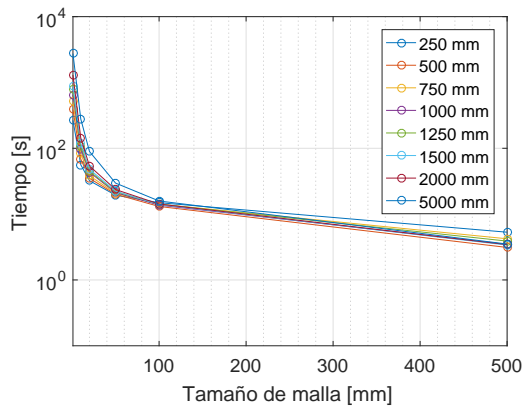
(b) Distinta temperatura en los depósitos



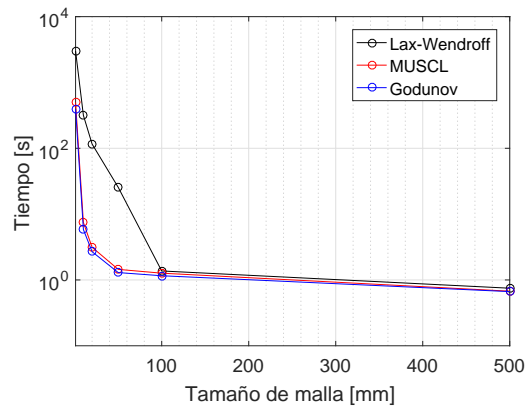
(c) Distinto volumen de los depósitos



(d) Tubería convergente



(e) Tuberías con diferente longitud



(f) Unión de dos tuberías de distinto diámetro

Figura 3.45: Estudio del tiempo de cálculo en función del tamaño de malla y los métodos utilizados.

Observando las gráficas obtenidas en los diferentes casos se puede ver como para tamaños pequeños de malla la tendencia del tiempo de cálculo es de forma parabólica sobretodo esto se cumple para los métodos de volúmenes finitos como era de esperara. Sin embargo, conforme se incrementa el tamaño de la malla el tiempo de cálculo disminuye y va tomando una forma más lineal.

La diferencia que se observa entre el método de Lax Wendroff y los otros dos es debida principalmente a que se trata de un método de diferencias finitas y esto aumenta el tiempo de cálculo. Pero el código utilizado para obtener todos los cálculos también influye considerablemente ya que para el método de Lax Wendroff se ha utilizado un código antiguo y para Godunov y MUSCL se ha utilizado el código actual con sus correspondientes mejoras.

Se ha incluido también un estudio del tiempo para las diferentes longitudes de la tubería como se puede observar en la figura 3.45 e). En esta figura se muestra el tiempo que tarda en calcularse el método de Godunov para las distintas longitudes. Un aumento de tamaño del conducto conlleva un aumento de tiempo de cálculo. Existe un tamaño de malla que es de 100 mm en el que el tiempo de cálculo es muy parecido independientemente de la longitud del conducto.

El caso en que más tiempo de cálculo conlleva es el de la figura 3.45 d). Es debido a que no se trata de una tubería con la pared constante sino que cambia su sección por tanto el flujo no avanza solamente de forma axial sino que también de forma axial y esto requiere un mayor tiempo para poder calcularse.

Capítulo 4

Conclusiones y trabajos futuros

Esta parte del trabajo, es sin duda una de las más importantes puesto que se muestra de forma compactada todas las conclusiones que se obtienen tras la realización de este proyecto. El capítulo se va a dividir en dos partes: una primera parte donde se incluirán de forma resumida las distintas conclusiones que se han llevado a cabo en base a los resultados obtenidos; y una segunda parte en la que se indicarán distintas formas de poder continuar con este trabajo y así poder conseguir un mayor garantía de calidad para su uso en los correspondientes ciclos de homologación.

4.1. Conclusiones

En esta sección del trabajo se pretende mostrar las conclusiones que se han podido extrapolar a partir de los resultados obtenidos en los diferentes casos estudiados. Además se va a verificar que se cumplen todos los objetivos planteados al inicio del proyecto de una forma satisfactoria.

Tras el estudio del comportamiento del flujo en los diferentes casos estudiados y sus respectivas variables termodinámicas como son presión, temperatura y gasto másico se afirma que al aumentar el tamaño de malla los resultados son similares unos a otros en la mayoría de los casos, sin embargo son menos precisos como es de esperar. El método de Godunov, a diferencia de los otros dos se trata de un método de primer orden por lo que es más disipativo a pesar de ser conservativo.

Los resultados obtenidos dependen en gran parte del tamaño de los depósitos que se utilizan ya que para el gasto másico si se utilizan depósitos muy grandes o incluso de un volumen infinitos este no llega a ser nulo a lo largo del tiempo sino que se estabiliza en un valor concreto. No ocurre lo mismo si se utilizan depósitos pequeños puesto que el segundo depósito se llena en un periodo pequeño de tiempo y el gasto másico se hace nulo. Al producirse fuertes variaciones de presión se crean cambios de temperatura bruscos que generan reflujos en el gas, esto puede ser perjudicial para el modelo ya que esas oscilaciones pueden hacer reaccionar contaminantes o producir vibraciones en el motor

cosa que se pretende evitar.

Como lo que se pretende con este proyecto es comparar la forma de resolver el flujo en diferentes elementos y situaciones ya que la idea es utilizarlo para simular motores donde el flujo es claramente pulsante es importante analizar tanto el dominio de tiempo como en frecuencia. Debido a esto se ha realizado un pequeño estudio de como se comporta el flujo tras introducir un pulso de presión en uno de los depósitos. La conclusión que se ha obtenido es que si se quiere utilizar un tamaño de malla pequeño para conseguir mayor precisión los métodos de volúmenes finitos son una buena elección ya que el de Lax Wendroff genera muchas oscilaciones. En cambio si no se necesita precisión puesto que se quieren representar tendencias, el tamaño de malla puede ser mayor, por tanto se podría utilizar el método de diferencias finitas de Lax Wendroff ya que las oscilaciones disminuyen considerablemente aunque su tiempo de cálculo sea mayor. Sin embargo, para tamaños de malla grandes no se recomienda el método de Godunov puesto que es demasiado disipativo como se aprecia en los resultados obtenidos.

Lax Wendroff se trata de un método de segundo orden pero no es TVD por lo que al hacer uso de este, se crean oscilaciones sin ningún sentido físico que se pueden observar en numerosas gráficas del capítulo de resultados. Estas oscilaciones se generan al producirse grandes variaciones tanto de presión como de temperatura. Por tanto, esto es un gran inconveniente para el método puesto que al calcular por ejemplo ciertos gases o componentes químicos fácilmente inflamables puede hacer que los componentes reaccionen al producirse una pequeña variación de temperatura o presión; cosa que en condiciones normales esto no sucedería. De esta manera se produciría una mala predicción de estos compuestos y llevaría al modelo del motor virtual a error.

Uno de los parámetros que se ha obtenido en el presente trabajo es el tiempo de cálculo de cada uno de los métodos utilizados para cada caso contemplado. Este estudio trata de completar el proyecto ya que se han probado nuevas metodologías de cálculo para un modelo que pretende simular ciclos de homologación donde el tiempo es una variable fundamental. En la siguiente tabla 4.1 se muestran los diferentes tiempos calculados para un tamaño de malla de 20 mm.

Casos	Métodos		
	Godunov	MUSCL	Lax Wendroff
Diferente presión	1,331 s	1,912 s	65,595 s
Diferente temperatura	6,218 s	9,210 s	397,008 s
Diferente volumen	6,069 s	9,485 s	277,007 s
Unión de dos tuberías	2,686 s	3,133 s	115,992 s
Cambio de sección	12,501 s	19,729 s	1791,799 s

Cuadro 4.1: Tiempos de cálculo para un tamaño de malla de 20 mm

Por tanto como se ha indicado anteriormente el método de diferencias finitas, Lax Wendroff, es el que más tiempo tarda en dar un resultado y es aproximadamente 50 veces más lento que el método de Godunov. Esto no es solamente debido al avance de la informática sino que gran parte se debe al cálculo de las condiciones de contorno de los métodos de volúmenes finitos ya que se obtienen de forma más rápida y no es necesario utilizar el método de las características. Por otro lado, Godunov es más rápido que MUSCL principalmente porque es un método de primer orden. Hay que destacar el caso del cambio de sección puesto que se trata de una geometría más compleja por lo que requiere un tiempo de cálculo mayor.

Dependiendo del uso que se le quiera dar se podría escoger un método u otro, si se quiere obtener una tendencia de cualquier variable no es necesario utilizar un tamaño de malla pequeño, un tamaño de 50 - 100 mm sería asequible ya que conforme disminuya el tamaño aumenta el tiempo de cálculo. Godunov sería el método idóneo para llevar a cabo el estudio puesto que es el que menos tiempo requiere ya que es de primer orden y con él se obtienen resultados muy similares a los de los otros métodos; además de conservar las propiedades termodinámicas ya que se trata de un método de volúmenes finitos.

Por otro lado, si se quieren obtener resultados más precisos como estudiar diferentes modificaciones en la geometría del motor, es recomendable hacer uso de métodos de segundo orden y reducir el tamaño de malla. Se han probado dos métodos de segundo orden y el que menos tiempo tarda en calcularse es el de MUSCL por lo que se podría utilizar este. Además como se ha indicado antes si se quiere realizar un estudio de los contaminantes como puede ser en la tobera no es recomendable utilizar el método de Lax Wendroff debido a las oscilaciones que provoca sino que es mejor utilizar un método que sea TVD.

4.2. Trabajos futuros

El trabajo realizado ha sido completado con éxito puesto que se han cumplido los objetivos planteados al inicio de este de forma satisfactoria, sin embargo, se podría completar de diversas formas.

El propósito del proyecto además de estudiar el flujo es comparar los nuevos métodos (Godunov, MUSCL) respecto a los antiguos (Lax Wendroff), para completar se podría introducir más métodos y ver como se comportan frente a los parámetros termodinámicos.

Por otro lado, todos los resultados obtenidos se mueven respecto a un código inicial que día a día se está mejorando e incluyendo nuevos parámetros y componentes, por tanto es posible que existan errores en dicho código que son necesarios solventar. Durante la realización del trabajo se han descubierto errores, algunos se han resuelto al instante y otros no ha sido posible por lo que otra forma de completarlo sería obtener los resultados que no se han podido mostrar debido a esto.

Las condiciones de contorno utilizadas en los métodos de diferencias finitas mediante el método de las características hacen que estos no sean conservativos y que el tiempo de cálculo sea mayor, por tanto sería bastante interesante plantear condiciones de contorno similares a las de los métodos de volúmenes finitos. Con esto serían conservativos y se podrían comparar con los métodos de volúmenes finitos tanto en tiempo como en precisión.

Bibliografía

[1] [On-line] CMT-Motores Térmicos, “*OpenWAM – The opensource 1D gas-Dynamic code.*” <http://www.cmt.upv.es/OpenWam.aspx>, 2017.

[2] D.E. Winterbone y R. J. Pearson, *Theory of Engine Manifold Design: wave action methods for IC engines*. Professional Engineering Publishing, 2000.

[3] M. E. Vázquez, *Introducción al método de volúmenes finitos*. Universidad de Santiago de Compostela publicaciones. pp. 70-80, 2008.

[4] R. Alegre, *Modelo de motor virtual: Optimización del proceso de cálculo*. Trabajo de fin de grado. 2016.

Parte II

Pliego de condiciones

Capítulo 5

Pliego de condiciones

5.1. Introducción

Se van a dictar a continuación los artículos que pertenecen al pliego de condiciones relacionados con las obligaciones de los trabajadores, la higiene y seguridad dentro del ambiente de trabajo. Solo se va a nombrar esta parte de la normativa puesto que la base del trabajo ha sido totalmente teórica sin ningún ensayo experimental.

Artículo I: Obligaciones y derechos de los trabajadores

Incumbe a los trabajadores, la obligación de cooperar en la prevención de riesgos profesionales en la empresa y el mantenimiento del máximo higiene en la misma, a cuyos fines deberán cumplir fielmente los preceptos de esta Ordenanza y de sus instrucciones complementarias, así como las órdenes e instrucciones, que a tales efectos les sean dados por sus superiores.

Los trabajadores, expresamente, están obligados a:

- Recibir las enseñanzas sobre materia en Seguridad e Higiene y sobre salvamento y socorrismo en los centros de trabajo que les sean facilitados por la empresa o en las instrucciones del Plan Nacional.
- Usar correctamente los medios de protección personal y cuidar de su perfecto estado de conservación.
- Dar cuenta inmediatamente a sus superiores de las averías y las deficiencias que puedan ocasionar peligros en cualquier centro o puesto de trabajo.
- Cuidar y mantener su higiene personal para evitar enfermedades contagiosas o molestias a los compañeros de trabajo.

- Someterse a los reconocimientos médicos preceptivos y vacunaciones o inmunizaciones ordenados por las Autoridades Sanitarias competentes o por el Servicio Médico de las Empresas.
- No introducir bebidas u otras sustancias no autorizadas en los centros de trabajo. Tampoco se podrá presentar o permanecer en los mismos en estado de embriaguez o de cualquier otro género de intoxicación.
- Cooperar en la extinción de siniestros y en el salvamento de las víctimas de accidentes de trabajo en las condiciones que, en cada caso, fueren racionalmente exigibles.

Todo trabajador, después de solicitar de su inmediato superior medios de protección personal de carácter preceptivo para la realización de su trabajo, queda facultado para demostrar la ejecución de éste, en tanto no le sean facilitados dichos medios, si bien deberá dar cuenta del hecho al Comité de Seguridad e Higiene o a uno de sus compañeros, sin perjuicio, además de ponerlo en conocimiento de la Inspección Provincial de Trabajo.

Artículo II: Seguridad estructural

Todos los edificios permanentes o provisionales, serán de construcción segura y firme para evitar riesgos de desplome y los derivados de los fenómenos atmosféricos. Por este motivo los cimientos, pisos y demás elementos de los edificios ofrecerán resistencia suficiente para sostener y suspender con seguridad, las cargas para los que han sido calculados.

Además, para preservar esta seguridad, se indicará por medio de rótulos o inscripciones las cargas que los locales pueden soportar o suspender, quedando totalmente prohibido sobrecargar los pisos y plantas de los edificios.

Artículo III: Superficies y cubicación

Los locales de trabajo reunirán las siguientes condiciones mínimas:

- Tres metros de altura desde el piso al techo.
- Dos metros cuadrados de superficie por cada trabajador.
- Diez metros cúbicos para cada trabajador.

No obstante, en los establecimientos comerciales, de servicios y locales destinados a oficinas y despachos la altura a que se refiere el apartado 1 podrá quedar reducida hasta 2.5 m, pero respetando la cubicación que se establece en el tercer apartado y siempre que el aire se renueve suficientemente.

Para el cálculo de la superficie y el volumen, no se tendrá en cuenta los espacios ocupados por máquinas, aparatos, instalaciones y materiales.

Artículo IV: Suelos, techos y paredes

El pavimento constituirá un conjunto homogéneo, llano y liso, sin soluciones de continuidad; será de material consistente, no resbaladizo o susceptible de serlo con el uso y además de fácil limpieza. Estará al mismo nivel, y de no ser así, se salvarán las diferencias de altura por medio de rampas con pendientes no superiores al 10 %.

Por otro lado, tanto los techos como las paredes, deberán reunir las condiciones suficientes para resguardar a los trabajadores de las inclemencias del tiempo. Si han de soportar o suspender cargas deberán reunir las condiciones que se establezcan para estos en el artículo segundo.

Artículo V: Disposiciones generales

Todos los lugares de trabajo o tránsito tendrán iluminación natural, artificial o mixta, pero en cualquier caso apropiado a las operaciones que en ellos se esté realizando. Aunque la luz, como se acaba de comentar puede ser natural o artificial, se intentará en la medida de lo posible que ésta sea natural.

Se deberá intensificar la iluminación en máquinas peligrosas, lugares de tránsito con riesgo de caídas, escaleras y salidas de urgencia.

Artículo VI: Iluminación de emergencia

En todos los centros de trabajo, se dispondrá de medios de iluminación de emergencia adecuados a las dimensiones de los locales y al número de trabajadores ocupados simultáneamente, capaces de mantener al menos durante una hora la intensidad de cinco luxes y mediante una fuente de energía que será independiente del sistema normal de iluminación.

Artículo VII: Ventilación, temperatura y humedad

En los lugares de trabajo y sus anexos se mantendrá, por medios naturales o artificiales, unas condiciones atmosféricas adecuadas, evitando el aire viciado, exceso de calor o de frío, humedad o sequía y los olores desagradables.

En ningún caso, el anhídrido carbónico ambiental, podrá sobrepasar la proporción de 50/10000, y el monóxido de carbono, la de 1/10000.

En los locales de trabajo cerrados, el suministro de aire fresco y limpio por hora y por trabajador, será al menos de 30 metros cúbicos, salvo que se efectúe una renovación total del aire varias veces por hora, no inferior a seis veces para trabajos sedentarios, ni a diez veces para trabajos que exijan un esfuerzo físico superior al normal. En el otro extremo, la circulación de aire en locales cerrados se acondicionará de modo que los trabajadores no estén expuestos a corrientes molestas y que la velocidad del aire no exceda de 15 metros

por minuto con temperatura normal, ni de 45 metros por minuto en ambientes extremadamente calurosos.

En los centros de trabajo expuestos a altas y bajas temperaturas, serán evitadas las variaciones bruscas por el medio que se considere más eficaz. Cuando la temperatura sea extremadamente distinta entre los lugares de trabajo, deberán existir locales de paso para que los operarios se adapten gradualmente de unas condiciones a las otras.

De acuerdo con todo lo anterior, se fijan como límites de temperatura y humedad en locales y para los distintos trabajos, siempre que el procedimiento de fabricación lo permita, los siguientes:

- Para trabajos sedentarios: de 17 a 22 °C.
- Para trabajos ordinarios: de 15 a 18 °C.
- Para trabajos que exija acusado esfuerzo muscular: de 12 a 15 °C.

A pesar de estas limitaciones, todos los trabajadores estarán debidamente protegidos contra las irradiaciones directas y excesivas de calor. La humedad relativa de la atmósfera oscilará del 40 al 60 %, salvo en instalaciones que haya peligro de generarse electricidad estática, en cuyo caso este valor se deberá limitar necesariamente por debajo del 50 %.

En aquellos trabajos, en los que por exigencias del proceso los locales están sometidos a un calor o frío extremo, se eliminará la permanencia de los operarios estableciendo, en cada caso, los turnos adecuados.

Artículo VIII: Ruidos, vibraciones y trepidaciones

Este artículo no es necesario incluirlo en este trabajo puesto que en el ambiente de trabajo no existen ruidos ni vibraciones procedentes de maquinaria que disturben al personal trabajador.

Artículo IX: Protección contra contactos en equipos eléctricos

En las instalaciones y equipos eléctricos, para la protección de las personas contra los contactos con partes habitualmente en tensión, se adoptarán alguna de las siguientes prevenciones:

- Se alejarán las partes activas de la instalación a distancia suficiente del lugar donde las personas habitualmente se encuentran o circulan, para evitar un contacto fortuito o por la manipulación de objetos conductores, cuando éstos puedan ser utilizados cerca de estas partes activas de la instalación.

- Se recubrirán las partes activas con el aislamiento apropiado, que permita conservar indefinidamente las propiedades del conductor y que limiten la corriente de contacto a un valor inocuo para las personas.
- Se interpondrán obstáculos que impidan todo contacto accidental con las partes activas de la instalación. Los obstáculos de protección deben estar fijados en forma segura y ser capaces de resistir los esfuerzos mecánicos usuales. Para la protección contra los riesgos de contacto con las masas de las instalaciones que puedan quedar accidentalmente con tensión, se adoptarán, en corriente alterna uno o varios de los siguientes dispositivos de seguridad:
 - Puesta a tierra de las masas. Las masas deben estar unidas eléctricamente a una toma de tierra o a un conjunto de tomas de tierra interconectadas, que tengan una resistencia apropiada. Las instalaciones, tanto con neutro aislado como con neutro unido a tierra, deben estar permanentemente controladas por un dispositivo que indique automáticamente la existencia de cualquier defecto de aislamiento, o que separe automáticamente al instalación o parte de la misma, en la que esté el defecto de la fuente de energía de la que alimenta.
 - Dispositivos de corte automático o de aviso, sensibles a la corriente de defecto (interruptores diferenciales), o a la tensión de defecto (relés de tierra).
 - Unión equipotencial o por superficie aislada de tierra o de las masas (conexiones equipotenciales).
 - Separación de los circuitos de utilización de las fuentes de energía, por medio de transformadores o grupos convertidores, manteniendo aislados de tierra todos los conductores del circuito de utilización, incluso el neutro.
 - Poner doble aislamiento de los equipos y máquinas eléctricas.

En el caso de que existan en la empresa circuitos alimentados mediante corriente continua, se adoptarán sistemas de protección adecuados para cada caso, similares a los que se acaban de mencionar para la corriente alterna.

Artículo X: Electricidad estática

Este artículo no se va a tener en cuenta en el trabajo puesto que no existe ningún elemento donde se pueda acumular electricidad estática en el puesto de trabajo.

Artículo XI: Recomendaciones sobre materias inflamables

De la misma manera, este artículo tampoco se expone en el trabajo debido a que no hay riesgo de explosión por materias inflamables en el lugar de trabajo.

Artículo XI: Prevención y extinción de incendios

En los centros de trabajo que ofrezcan peligro de incendios, con o sin explosión, se adoptarán las prevenciones que se indican a continuación, combinando su empleo con la protección general más próxima que puedan prestar los servicios públicos contra incendios:

1. Donde existan conducciones de agua a presión, se instalarán suficientes tomas o bocas de agua a distancia conveniente entre sí y cercanas a los puestos fijos de trabajo y lugares de paso personal, colocando junto a tales tomas las correspondientes mangueras, que tendrán la sección y resistencia adecuadas para soportar la presión.
2. Cuando se carezca normalmente de agua a presión o ésta sea insuficiente, se instalarán depósitos con un volumen suficiente para poder combatir los posibles incendios.
3. En los incendios provocados por líquidos, grasas, pinturas inflamables o polvos orgánicos, solo se deberá emplear agua, y esta deberá estar además muy pulverizada.
4. No se empleará agua para extinguir fuegos en polvos de aluminio o magnesio en presencia de carburo de calcio u otras sustancias que al contacto con el agua produzcan explosiones, gases inflamables o incluso nocivos.
5. En incendios que afecten a instalaciones eléctricas con tensión, se prohibirá el empleo de extintores de espuma química, soda ácida o agua.
6. En la proximidad a los puestos de trabajo con mayor riesgo de incendio, se dispondrán, colocados en sitio visible y accesible fácilmente, extintores portátiles o móviles sobre ruedas, de espuma física o química, mezcla de ambas o polvos secos, anhídrido carbónico o agua, según convenga a la causa determinante del fuego a extinguir que sea más probable que haga su aparición.
7. Cuando se empleen distintos tipos de extintores serán rotulados con carteles indicadores del lugar o clase de incendio en el que deban emplearse. Estos extintores serán revisados periódicamente y cargados según las normas de las casas constructoras inmediatamente después de usarlos.
8. Se instruirá al personal, cuando sea necesario, del peligro que presenta el empleo de tetracloruro de carbono y cloruro de metilo en atmósferas cerradas y de las reacciones químicas peligrosas que puedan producirse en los locales de trabajo entre los líquidos extintores y las materias sobre las que puedan proyectarse.
9. En las dependencias con alto riesgo de incendio, queda terminantemente prohibido fumar o introducir cerillas, mecheros o útiles de ignición. Esta prohibición se indicará con carteles visibles a la entrada y en los espacios libres de las paredes de tales dependencias.

10. Se prohíbe igualmente al personal introducir o emplear útiles de trabajo, no autorizados por la empresa que puedan ocasionar chispas por contacto o proximidad a sustancias inflamables.
11. Es obligatorio el uso de guantes, manoplas, mandiles o trajes ignífugos, y de calzado especial contra incendios, que las empresas facilitarán a los trabajadores para uso individual.

Parte III
Presupuesto

Capítulo 6

Presupuesto

6.1. Introducción

En primer lugar es conveniente indicar que para la elaboración de este documento tanto el análisis económico como el cálculo del presupuesto que se va a llevar a cabo estará destinado a cubrir los costes asociados a las licencias de software informático, puesto que no se ha realizado ningún análisis de forma real.

Se trata de un documento que detalla la inversión necesaria para llevar a cabo las actividades que comprenden el trabajo. Debido a que únicamente se hace uso de software el presupuesto no va a ser muy excesivo ya que muchos de los programas utilizados tienen licencia gratuita.

6.2. Presupuesto parcial

Se va a llevar a cabo el desglose de las tareas y el coste correspondiente a cada una de ellas que se han realizado para la implementación de este proyecto. La unidad monetaria que se utiliza es el euro (€).

Los recursos humanos necesarios para la realización de las distintas actividades son:

- Director del proyecto. Es el tutor encargado de supervisar el trabajo de fin de grado y además está trabajando en la realización del motor virtual. El coste estimado por hora para la supervisión de este proyecto es de 100 €/h.
- Ingeniero graduado. Se trata del autor del proyecto de fin de grado y para tener en cuenta su presupuesto se podría considerar como un ingeniero graduado, cuyo valor del tiempo dedicado a la realización del trabajo es de 27.59 €/h.

Búsqueda de información

La búsqueda de información ha consistido en la recopilación de los diferentes métodos numéricos que se han llevado a cabo en el presente trabajo, observando sus ventajas y desventajas en los diferentes casos que se han implementado. Por otro lado la bibliografía no ha generado ningún coste puesto que formaba parte tanto del CMT como de la universidad.

Concepto	Unidades	Coste unitario	Importe
	[h]	[€/h]	[€]
Ingeniero de grado	35	27,59	965,65
Bibliografía	-	-	0
Subtotal			965,65

Cuadro 6.1: Presupuesto de la recopilación de información

Preproceso y cálculo

Una vez reconocidos los métodos numéricos que se han de utilizar, es necesario crear los archivos `.xml` que conforman los distintos casos implementados y las características de cada uno (geometrías, condiciones de contorno, tipo de fluido, etc). Para ello se ha utilizado programas con licencia libre como *SmartGit*, *Visual Studio* y *CMake*. Además para esta tarea se ha utilizado el software de *Matlab* pero con licencia para investigar, cuyo presupuesto se ha repartido entre esta tarea y la de postprocesado.

Concepto	Unidades	Coste unitario	Importe
	[h]	[€/h]	[€]
Ingeniero de grado	100	27,59	2759,00
Licencias de Software	-	-	500
Subtotal			3259,00

Cuadro 6.2: Presupuesto del preprocesado y cálculo

Postproceso

Al implementar los códigos generados en el preproceso se obtiene un fichero de datos `.dat` donde se recogen todos los valores que interesan graficar. Como es necesario leer estos ficheros mediante un software informático, se ha optado por leerlos con *Matlab* puesto

que requiere mayor facilidad.

Concepto	Unidades	Coste unitario	Importe
	[h]	[€/h]	[€]
Ingeniero de grado	120	27,59	3310,80
Licencias de Software	-	-	500
Subtotal			3810,80

Cuadro 6.3: Presupuesto del postprocesado

Redacción del documento

Aquí se recogen las horas y el coste dedicado a la redacción del trabajo de fin de grado. Para ello se ha utilizado un software libre denominado *TexMaker*, por tanto no requiere coste alguno, solamente la dedicación a esta tarea.

Concepto	Unidades	Coste unitario	Importe
	[h]	[€/h]	[€]
Ingeniero de grado	90	27,59	2483,10
Licencias de Software	-	-	0
Subtotal			2483,10

Cuadro 6.4: Presupuesto de la redacción del documento

Recursos comunes

A continuación se presentan los gastos asociados a la amortización de los equipos donde se puede asumir un periodo de amortización de 5 años aproximadamente como se puede observar en la tabla 6.6. Además se va a tener en cuenta el material de oficina utilizado durante la realización del trabajo mostrado en la tabla 6.8.

Concepto	Importe
	[€]
Equipo portátil	910,00
Subtotal	910,00

Cuadro 6.5: Coste del equipo

Concepto	
Periodo de amortización	5 años
Periodo amortizado	7 meses
Coste mensual amortizado	31,33 €
Subtotal	219,31

Cuadro 6.6: Amortización de los equipos utilizados

Concepto	Unidades	Coste unitario	Importe
	[h]	[€/ud]	[€]
Papel	200	0,04	8,00
Bolígrafos	3	0,70	2,10
		Subtotal	10,10

Cuadro 6.7: Presupuesto del material de oficina

6.3. Presupuesto global

A continuación se va a mostrar el coste total que ha requerido el presente trabajo realizando la suma del coste de las diferentes actividades además del coste de los materiales utilizados.

Tarea	Importe [€]
Búsqueda de información	965,65
Preproceso y cálculo	3259,00
Postproceso	3810,80
Redacción del documento	2483,10
Recursos comunes	229,41
Coste bruto	10747,96
IVA (21 %)	2257,07
Coste neto	13005,03

Cuadro 6.8: Presupuesto global

A si que el presupuesto global para el proyecto *Validación de un motor virtual para ciclos de homologación* asciende a una cantidad de:

Trece mil cinco euros con tres céntimos