



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA



ESCUELA TÉCNICA
SUPERIOR INGENIEROS
INDUSTRIALES VALENCIA

Curso Académico:

INDICE

I.	MEMORIA.....	3
	RESUMEN	4
	1. ANTECEDENTES	6
	2. INTRODUCCIÓN	8
	3. OBJETIVO	10
	4. MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS	12
	4.1 Introducción al Método de Elementos Finitos.....	13
	5. DESCRIPCIÓN BÁSICA DEL SOFTWARE ANSYS®	15
	6. PROCEDIMIENTO PARA MODELAR LA PIEZA EN EL PROGRAMA ANSYS®	17
	6.1 Definición de tipos de elementos y materiales.....	20
	6.2 Definición del modelo geométrico.....	24
	6.3 Generación de la malla.....	31
	6.4 Aplicación de las condiciones de contorno.....	36
	6.5 Resolución.	40
	6.6 Obtención de los resultados.....	41
	6.7 Generación de macro para análisis automático.....	47
	7. ANALISIS DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS.	54
	7.1 Carga Axial.	55
	7.2 Momento en el eje Z.....	58
	7.3 Momento en el eje Y.	60
	7.4 Momento torsor.....	62
	8. AJUSTE DE SUPERFICIE.	75
	8.1 Carga axial.	76
	8.2 Momento en el eje Z.....	82
	8.3 Momento en el eje Y.....	85
	8.4 Momento torsor.....	88
	9. CONCLUSIONES	92
	10. BIBLIOGRAFÍA	94
II.	PRESUPUESTO	96

I. MEMORIA

RESUMEN

RESUMEN

El trabajo describe un método que permite estudiar el comportamiento del factor teórico de concentrador de tensiones K_t para diferentes geometrías de sección rectangular con reducción de sección simétrica en los laterales, mediante el método de los elementos finitos. El objetivo es disponer de expresiones que permitan automatizar procesos de diseño de este tipo de componentes, dado que la evaluación de K_t mediante gráficos elaborados por Peterson dificulta dicha automatización. Para ello, modelaremos la pieza en el software ANSYS® y le aplicaremos cuatro estados de cargas: axial, flectores en dos ejes diferentes y torsor, para obtener la tensión máxima. Con la tensión máxima obtenida por el software y la calculada teóricamente obtendremos el factor teórico de concentración de tensiones para cada configuración geométrica. Los valores K_t se representaran en una gráfica y se compararan con los obtenidos por Peterson. Tras la comparación, ajustaremos la curva mediante el método de mínimos cuadrados y obtendremos una ecuación, en la cual, introduciendo la geometría obtendremos el factor teórico de concentración.

1. ANTECEDENTES

ANTECEDENTES

Cualquier problema de diseño se encuentra sujeto a restricciones. Es difícil proyectar una máquina sin permitir algunos cambios en las secciones rectas de los elementos. Cuando hay variaciones en las secciones de un elemento estructural existen zonas de concentración que se denominan concentradores de tensión. La concentración de tensiones es el aumento local de la distribución de tensiones que se produce en la sección de una pieza en la zona donde hay alguna discontinuidad geométrica o de la carga aplicada.

En todas las referencias consultadas del estudio de la distribución de esfuerzos en las secciones críticas, encontramos que el factor de concentración teórico de esfuerzos depende tanto de la geometría como el tipo de carga aplicada.

En la mayoría de los casos se obliga a que se elaboren estrategias de solución no siempre fiables con el fin de avanzar en el cálculo y diseño mecánico. Esto se debe a que muchos de los criterios presentados por los autores son de difícil implementación.

El método de fotoelasticidad es el método utilizado, entre otros, para la obtención de los factores de concentración de tensiones. Se basa en el uso de luz para dibujar figuras sobre piezas de materiales isótropos, transparentes y continuos, que están siendo sometidos a esfuerzos. Las figuras que se dibujan son semejantes a las mostradas al realizar un análisis de elementos finitos ya que se pueden observar contornos y colores. La medición se logra al evaluar el cambio del índice de refracción de la pieza al someterse a una carga. Por el riesgo que implica la mala predicción de los estados de tensiones, se suele efectuar modelos computacionales de elementos finitos y correlacionarlos con modelos de foto elasticidad a escala o tamaño real.

2. INTRODUCCIÓN

INTRODUCCIÓN

La fatiga de un material se produce cuando dicho material está sometido a cargas cíclicas y variables, aunque el valor de esfuerzo sometido sea inferior al límite elástico. Por tanto es uno de los más complejos fenómenos en el estudio de piezas sometidas a cargas dinámicas.

Uno de los efectos que acentúa el problema de fallo por fatiga es la aparición de entallas. Una entalla o toda aquella discontinuidad geométrica, rugosidad o imperfección que se encuentra en una pieza, se conoce como concentrador de tensiones, y producen el incremento local de la intensidad de las tensiones que se elevan por encima de las nominales.

Debido a la importancia, encontramos gran cantidad de contenido relacionado con los concentradores de tensiones, como diagramas que nos proporcionan un coeficiente de concentración aproximado (K_t) entre otros. Estos diagramas se realizaron por el método de la fotoelasticidad, el cual consiste en realizar un modelo plástico de la pieza y una luz polarizada se investiga la distribución de las tensiones, por tanto, algunos valores están alejados de la realidad y otros no se han podido obtener por su complejidad de mecanizado en plástico.

Por lo tanto, este trabajo presenta un método alternativo al utilizado para realizar las tablas como es el Método de Elementos Finitos (MEF), para la simplificación y obtención de una sola ecuación, que permitirá automatizar los procesos de diseño de componentes que incluyan el tipo de concentrador de tensiones estudiado.

3. OBJETIVO

OBJETIVO

El objetivo principal de este trabajo es conseguir un procedimiento de evaluación adecuado que permita calcular el factor de concentrador de tensiones K_t . No únicamente para las geometrías que se encuentran en prontuarios en formato gráfico, sino ir más allá, y que sirvan para todo tipo de geometrías posibles, además de encontrar una ecuación matemática que obtenga dicho factor en función de los parámetros de la pieza.

Para la verificación de que el procedimiento descrito es el correcto se aplicará a un concentrador de tensiones del que en la actualidad se tiene suficiente conocimiento en lo que se refiere a su concentrador de tensiones. En nuestro caso, el tipo de concentrador de tensiones es el de la figura 3.1 del que se conoce el caso de carga axial y momento flector en el eje Z, es decir, en el plano de la placa. El proceso que se va a describir, puede ser utilizado también para todo tipo de piezas con distintas condiciones de carga, por tanto también se realizará para otros tipos de cargas para los que no se ha estudiado K_t en este tipo de componentes como es el momento en el eje Y, es decir, perpendicular al plano de la placa, y el torsor en X.

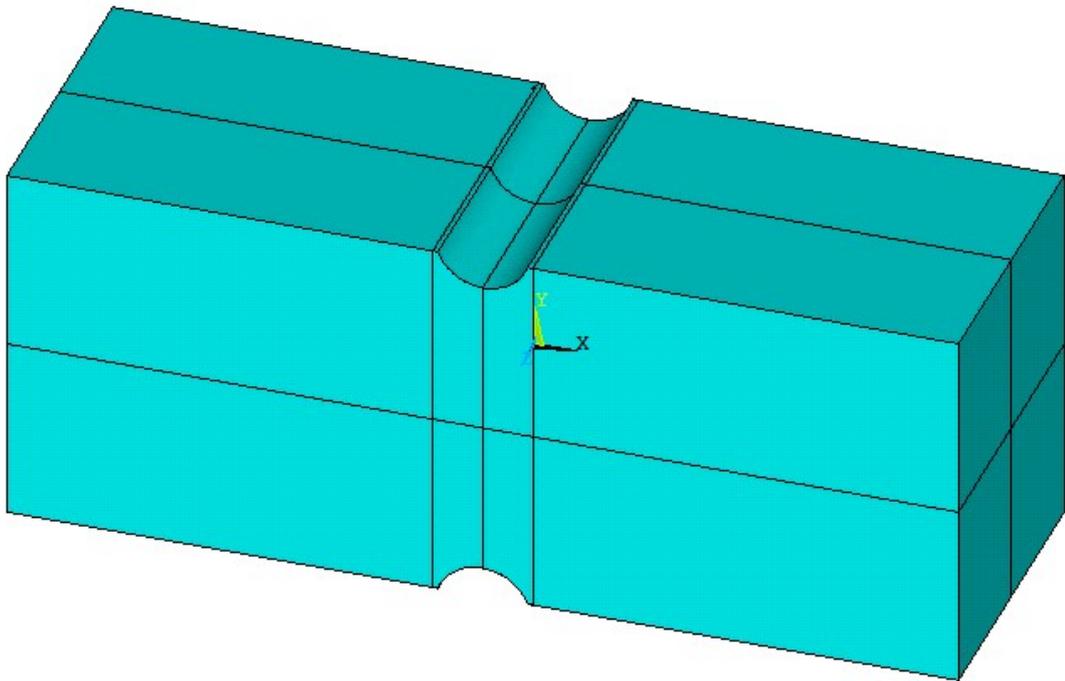


Figura 3.1 Concentrador de tensiones a estudiar.

4. MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

METODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

4.1 Introducción al Método de Elementos Finitos

El Método de Elementos Finitos (MEF) es un método numérico para la solución de problemas de ingeniería hoy comúnmente empleado para la resolución de problemas que involucran un alto grado de complejidad, de matemática aplicada así como las fisicomatemáticas, ya que la gran mayoría de los problemas que se presentan en estas áreas, comúnmente involucran geometrías complejas, cargas complejas y determinación de propiedades de materiales, por lo que generalmente no es posible obtener una solución analítica directamente de expresiones matemáticas.

Entre las áreas de la fisicomatemática y la ingeniería en las que el método de elementos finitos es aplicado, destacan: el análisis de estructura, problemas de transferencia de calor, flujo de fluidos, transporte de masa así como el cálculo de potencial electromagnético.

Se entiende por solución analítica a aquellas expresiones matemáticas que arrojan valores para alguna determinada incógnita, la cual es válida a lo largo del cuerpo estudiado y por tanto, es válida también en cualquier sección del cuerpo en un número infinito de locaciones dentro del cuerpo. Estas soluciones analíticas, generalmente requieren la solución de ecuaciones diferenciales, las cuales, debido a la complejidad de los problemas reales, no son posibles de resolver.

Sin embargo la formulación que se propone por medio del uso del método de elementos finitos, permite que el problema sea planteado como una serie de ecuaciones algebraicas simultáneas, en lugar de requerir la resolución de ecuaciones diferenciales complejas. Dado que el problema tiene que ser “discretizado”, este método numérico, al igual que todos los métodos numéricos, arrojan valores aproximados de las incógnitas en un número finito de locaciones dentro del cuerpo, las cuales dependen directamente, del número de elementos usados para la discretización de la pieza.

Discretización, es el proceso de modelación de un cuerpo que consiste en la división equivalente del mismo, en un sistema conformado por cuerpos más pequeños (elementos finitos) interconectados por medio de puntos comunes o nodos, los cuales forman superficies y se comportan como volúmenes de control independientes, los que a su vez son afectados por las condiciones frontera que afecten al cuerpo estudiado como un todo. Durante la aplicación del método de elementos finitos, en lugar de intentar resolver el problema como un todo en

una sola operación, se divide el cuerpo del problema en un número finito de elementos, los cuales a su vez resuelven simultáneamente y se obtiene el resultado de un todo conformado por los resultados arrojados por el método de los elementos finitos.

5. DESCRIPCIÓN BÁSICA DEL SOFTWARE ANSYS®

DESCRIPCIÓN BÁSICA DEL SOFTWARE ANSYS

Existen en la actualidad numerosos programas de análisis por elementos finitos, tales como ABAQUS, COSMOS, PATRAN, NASTRAN, STRUDL, CAEPIPE, etc.; de todos se ha elegido ANSYS por tratarse de una herramienta versátil de análisis por elementos finitos, teniendo en cuenta la relación entre la calidad del producto y su disponibilidad en la UPV. Este es un programa de "Uso General" quiere decir que, en primer lugar, el programa incluye muchas capacidades generales, tales como funciones de pre-procesador (para generar un modelo), soluciones, post procesador, gráficos, modelado paramétrico y utilidades para que el programa sea fácil de utilizar.

En resumen, no se trata de un programa especializado para resolver exclusivamente un determinado tipo de problemas, sino que nos permitirá satisfacer muchas necesidades complejas de diseño y análisis. Los problemas que incluyen para analizar son: análisis estático / dinámico estructural (tanto lineal y no lineal), la transferencia de calor y problemas de fluidos, así como los problemas acústicos y electro-magnéticos.

En general, la evaluación de una solución de elementos finitos puede ser dividida en las siguientes tres etapas, que representa la pauta general que puede ser utilizado para la creación de cualquier análisis de elementos finitos.

- Pre-procesamiento: la definición del modelo. Los pasos importantes en el pre-procesamiento se indican a continuación:
 - Definir puntos clave / líneas / áreas / volúmenes
 - Definir el tipo de elemento y materiales / propiedades geométricas
 - Mellar Líneas / áreas / volúmenes según sea necesario

- Solución: la asignación de cargas, restricciones y resolver. Aquí especificamos las cargas (punto o presión), restricciones (traslacional y rotacional). Finalmente, se resuelve el conjunto de ecuaciones resultante

- Post-procesamiento: posterior procesamiento y visualización de los resultados. En esta etapa se puede desear ver:
 - Las listas de los desplazamientos nodales
 - Ffuerzas y momentos resultantes en secciones
 - Deformaciones
 - Diagramas de tensiones
 - Etcétera

En los siguientes apartados, a través del estudio del componente analizado, se verá como es su interfaz y como ejecutar cada pauta anteriormente mencionada.

6. PROCEDIMIENTO PARA MODELAR LA PIEZA EN EL PROGRAMA ANSYS®

PROCEDIMIENTO PARA MODELAR LA PIEZA EN EL PROGRAMA ANSYS®

En primer lugar realizaremos la parte simétrica de la pieza en dos dimensiones, la mallaremos, le introduciremos el espesor y finalmente le aplicaremos las cargas.

Los pasos a seguir en el modelo son los siguientes:

1. Definición de tipos de elementos y de materiales.
2. Definición del modelo geométrico.
3. Generación de la malla de elementos finitos.
4. Aplicación de las condiciones de contorno.
5. Resolución.
6. Obtención de resultados.
7. Generación de macro para análisis automático.

Antes de empezar, vamos a plantearnos el problema y parametrizarlo, para que así, después sea más fácil y cómodo introducir los datos al programa e interpretar los resultados. Nuestros parámetros serán: “W” que se refiere a la altura del rectángulo; “d” que es la distancia entre los concentrador de tensiones, es decir, el ancho mínimo en la pieza; “r” que es el valor del radio del concentrador de tensiones; “E” que es el espesor de la pieza.

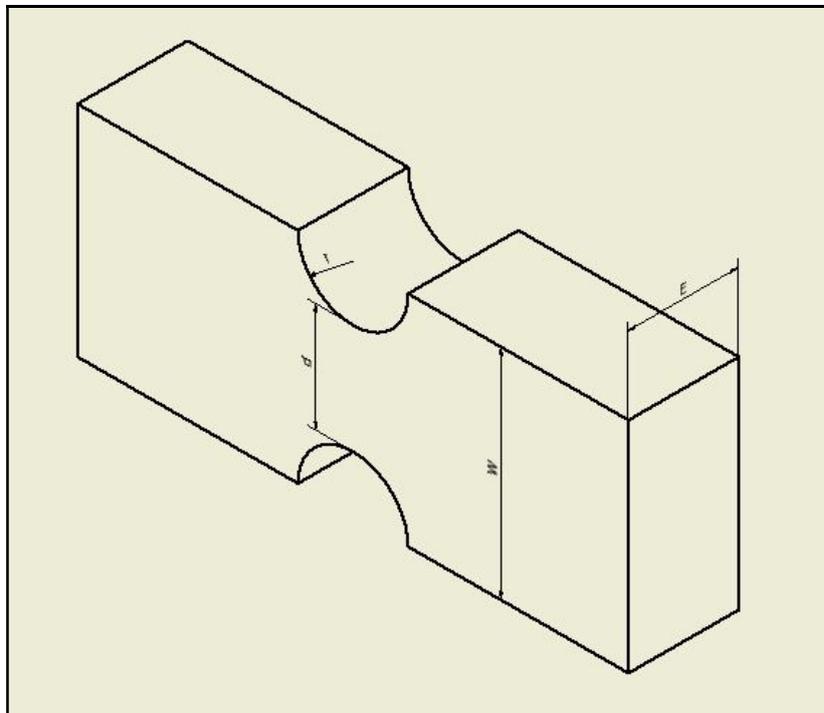


Figura 6.1 Figura a estudiar parametrizada.

Observando la figura, llegamos a la conclusión de que hay dos casos para definir la geometría del concentrador de tensiones. El primer caso ocurre cuando $r + \frac{d}{2} < \frac{W}{2}$ y el segundo caso cuando $r + \frac{d}{2} > \frac{W}{2}$. Es importante diferenciar estos dos casos, ya que la definición del modelo geométrico, no se realizarán del mismo modo. En el primer caso realizaremos la entalla mediante 5 puntos y dos arcos y en el segundo caso realizaremos una operación booleana representando la intersección entre rectángulo y circunferencia

Los datos importantes y con los que vamos a trabajar en la pieza a partir de ahora serán los siguientes: la relación entre el ancho del rectángulo y el ancho mínimo en el concentrador de tensiones (W/d), la relación entre el radio del concentrador de tensiones y el ancho mínimo en el concentrador de tensiones (r/d), la relación entre el espesor y el ancho en el concentrador de tensiones (E/d), y por último el valor del ancho del rectángulo (W), en el cual, a lo largo de este proyecto se tomará siempre de 1 metro.

Teniendo en cuenta los datos con los que vamos a elaborar nuestro modelo geométrico, ya podemos empezar ejecutando el programa ANSYS®, mediante la aplicación ANSYS Mechanical APDL Product Launcher.

Al ejecutar la aplicación aparecerá una ventana en el ordenador donde tendremos que decir donde queremos guardar el documento que vamos a generar y el nombre del documento.

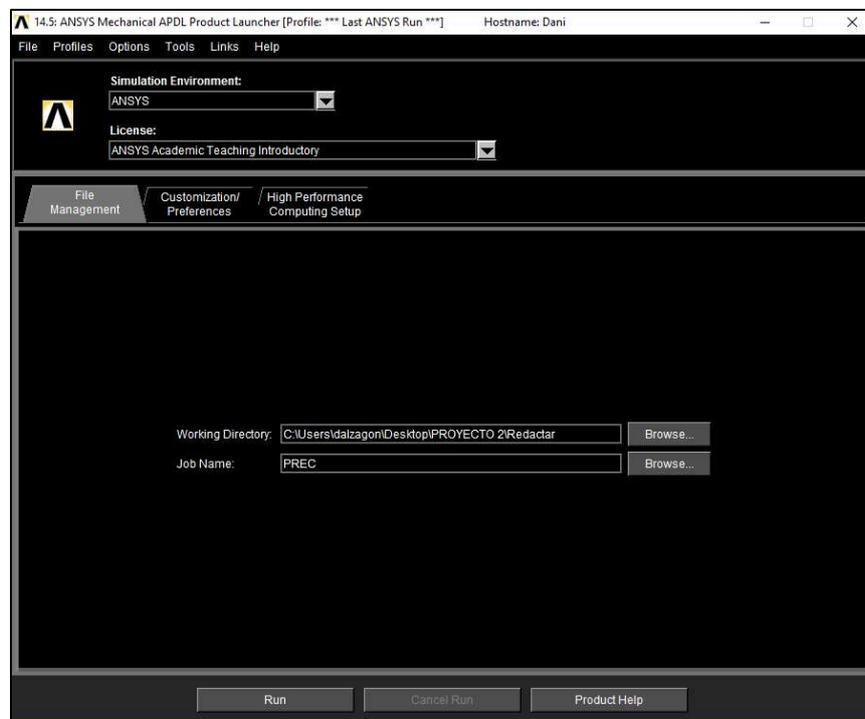


Figura 6.2 Interfaz de ANSYS Mechanical APDL Product Launcher.

En nuestro caso, hemos seleccionado guardarlo en el escritorio con el nombre PREC. Tras introducir dicha información podemos proceder a ejecutar ANSYS pulsando “Run”, situado en la parte inferior de la ventana, el cual ejecutará el programa.

En estos momentos, nos encontramos en la ventana principal del programa ANSYS® que podemos ver en la siguiente figura, donde podremos ver todos los apartados del programa explicados en el apartado 5.

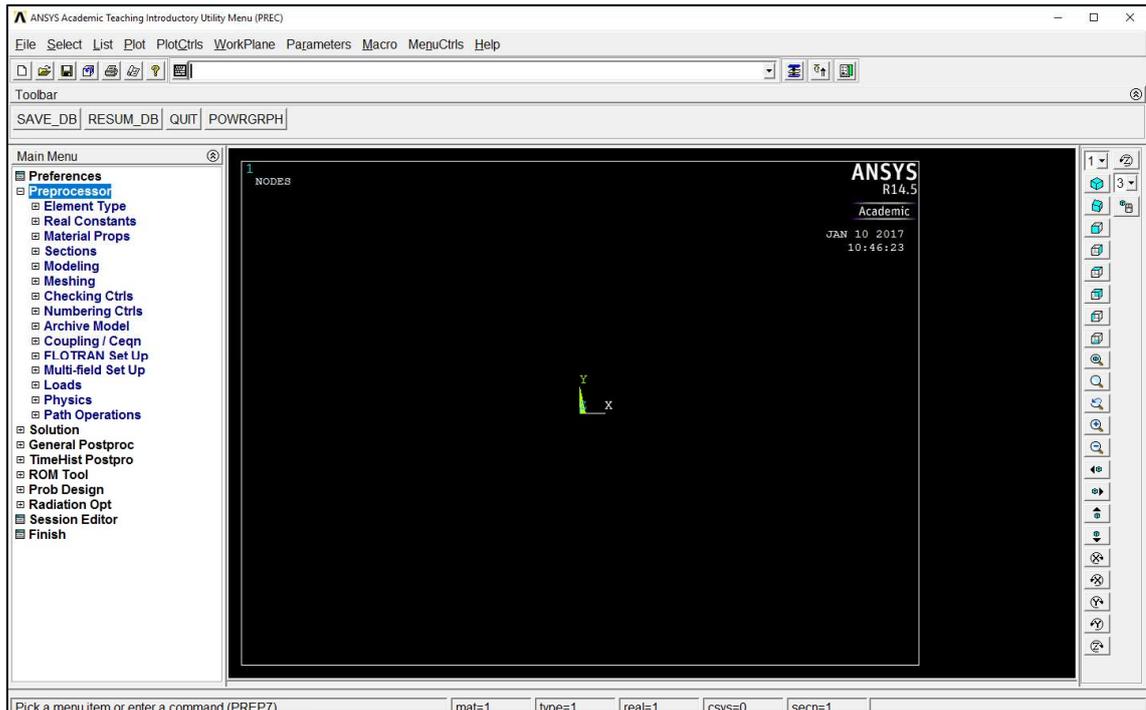


Figura 6.3 Ventana principal del software ANSYS

Para aumentar la seguridad y no perder los datos, al iniciar pulsaremos el botón “SAVE_DB”, (que se encuentra en la barra de herramientas de la parte superior). Cada vez que finalicemos un apartado será recomendable pulsarlo, para asegurarnos que en caso de tener algún problema, no se pierda todo el trabajo realizado.

6.1 Definición de tipos de elementos y materiales

Con el programa ya ejecutado, debemos indicar en primer lugar el tipo de problema que se va a analizar, con el fin de filtrar opciones de la interfaz gráfica y que aparezca únicamente aquello que nos interesa y vayamos a utilizar. Por tanto, pulsamos en “Preferences” del menú principal para que aparece en la figura 6.3 y seleccionamos la opción “Structural” y “h-Method”, como se muestra en la Figura 6.4.

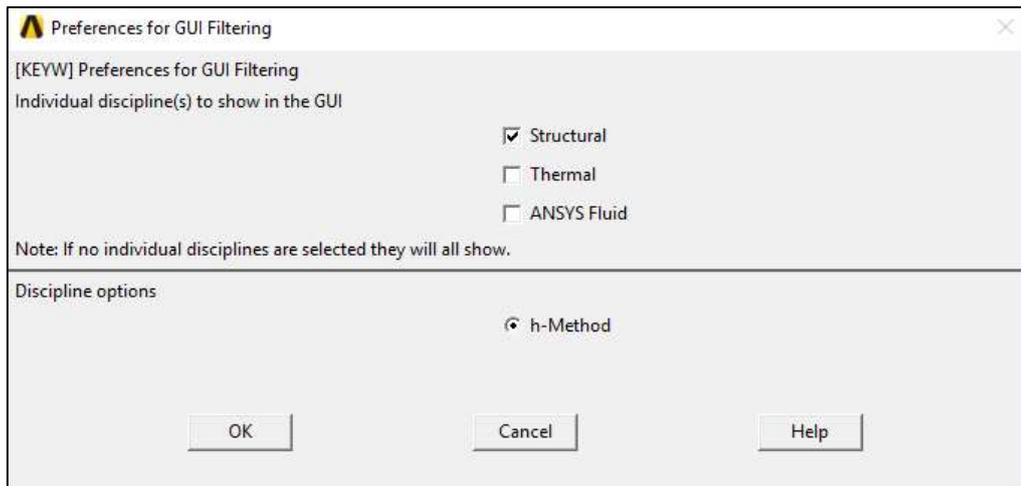


Figura 6.4 Ventana Preferences

Una vez seleccionado nuestro problema, desplegaremos el preprocesador y elegiremos el tipo de elemento finito que vayamos a utilizar. Para ello seleccionamos **Preprocessor > Element Type > Add/Edit/Delete**, con lo que nos aparecerá la figura 6.5.

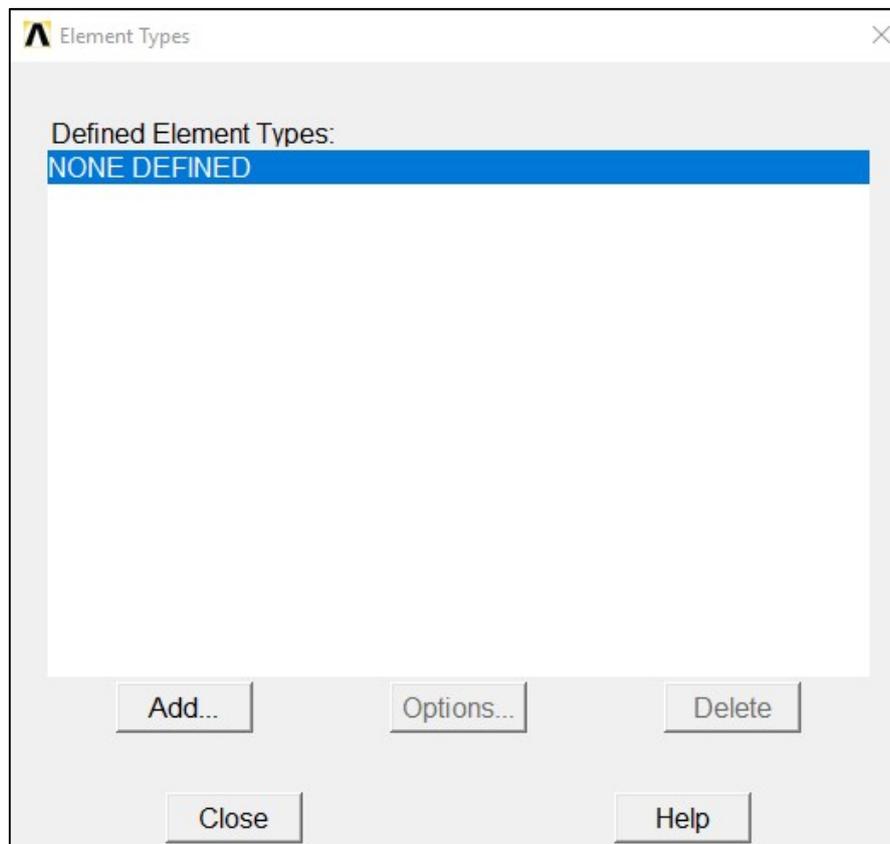


Figura 6.5 Ventana con el tipo de elemento sin definir

Haciendo click en el botón **Add...** entraremos en la librería de tipos de elementos. En ella encontraremos todos los tipos de elementos que tiene el programa.

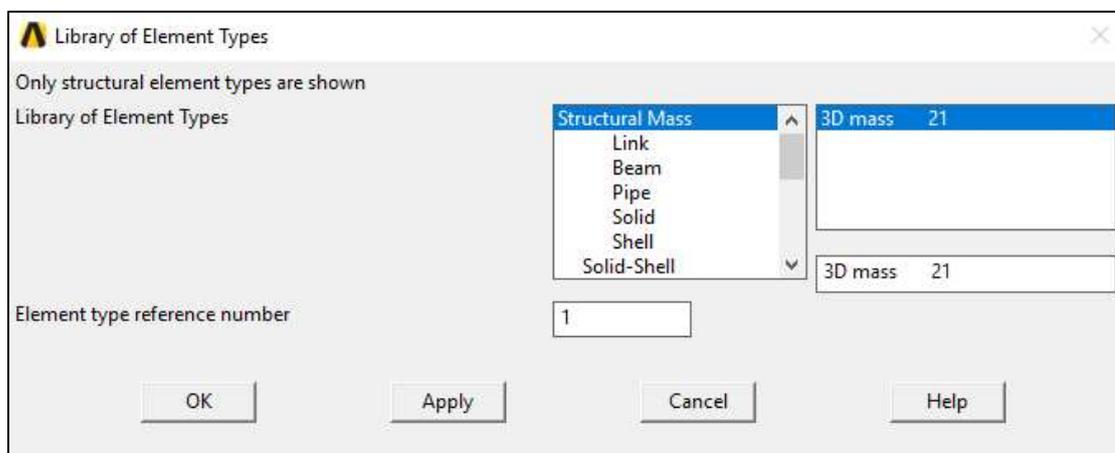


Figura 6.6 Librería de tipos de elementos.

En nuestro caso, deberemos seleccionar un total de 3 tipos de elementos finitos, en primer lugar seleccionaremos el elemento **8 node 183**, para definir unamalla inicial en 2D, el segundo tipo de elemento **20node 186**, para definir una malla de volumen y por último **3D mass 21**, para poder aplicar adecuadamente cargas puntuales Los cuales se seleccionan como se ve en la siguiente figura:

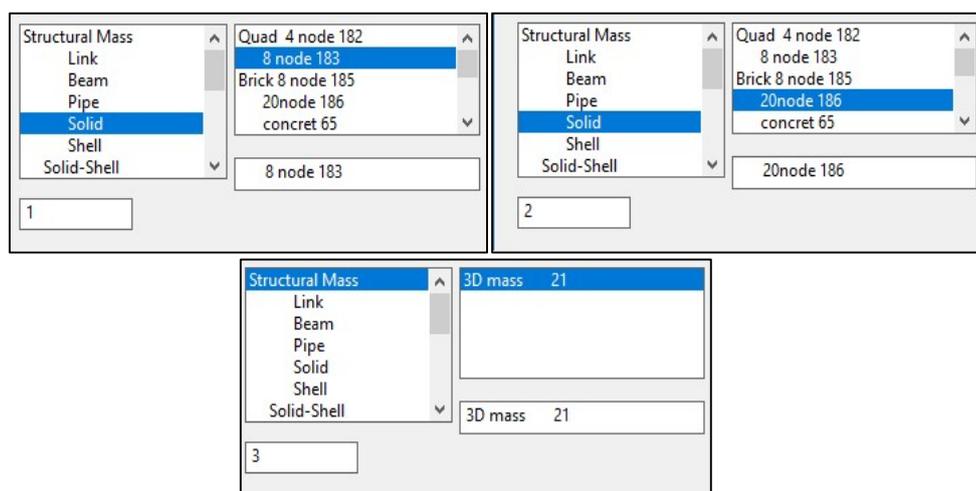


Figura 6.7 Tipos de elementos seleccionados para nuestro problema

En el caso del **3D mass 21** debemos saber que los valores a asignar no pueden ser del todo aleatorios, ya que en el caso de que haya gravedad, podría afectar al resultado final, en nuestro

caso no se ha impuesto gravedad, por lo tanto, no habría ningún problema, no obstante, para evitar posibles errores se impondrá constantes reales nulas, para ello, en la opción **Preprocessor > Real Constants > Add/Edit/Delete** añadiremos mediante el botón **Add...** en el 3D Mass 21, la restricción que se muestra en la figura siguiente:

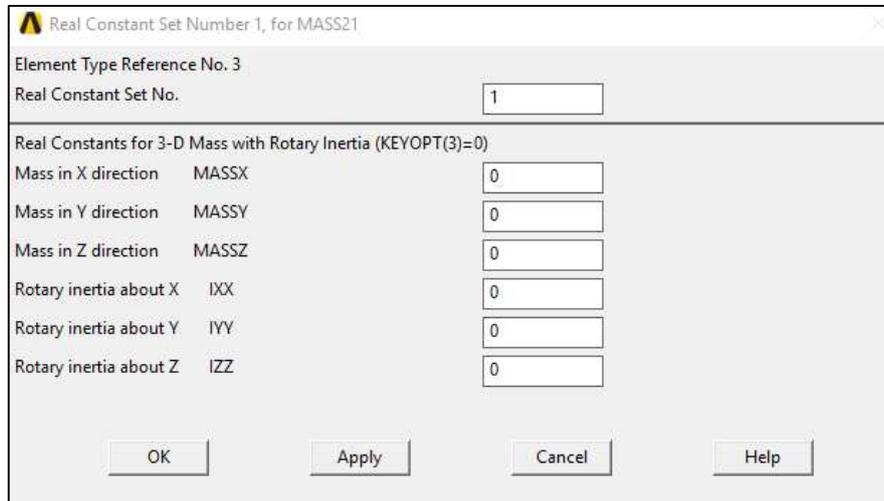


Figura 6.8 Cuadro de diálogo modificación Real Constant para 3D Mass 21.

Y para finalizar este apartado, debemos definir las propiedades del material a emplear, con lo cual, elegiremos la opción **Preprocessor > Material Props > Material Models** y seleccionaremos un material con la siguientes características, Modulo de Young $E=2,1 \cdot 10^{11}$ Pascales y coeficiente de Poisson 0,3. Como se muestra en la figura, al cual se refiere a un acero común. El valor que deseamos evaluar, Kt, no será afectado por estos valores.

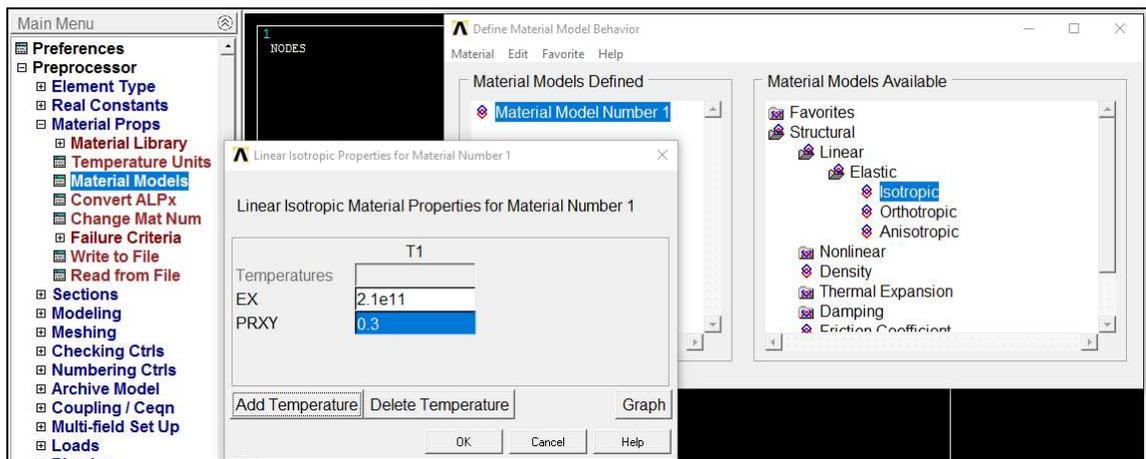


Figura 6.9 Definición datos del material.

6.2 Definición del modelo geométrico

Llegados a este apartado, vamos a introducir las coordenadas de los puntos que van a dar forma a nuestra geometría de la pieza. En la tabla se muestra el Keypoint, seguido de sus coordenadas definidas en función de los parámetros W y r:

Keypoint Numero	Caso 1		Caso 2	
	Coordenada X	Coordenada Y	Coordenada X	Coordenada Y
1	$1.25 \cdot W$	0	$1.25 \cdot W$	0
2	$1.25 \cdot W$	$W/2$	$1.25 \cdot W$	$W/2$
3	$r+(W/8)$	0	$1.05 \cdot r$	$W/2$
4	$r+(W/8)$	$W/2$	$1.05 \cdot r$	0
5	r	$W/2$	$-1.05 \cdot r$	$W/2$
6	r	$(d/2)+r$	$-1.05 \cdot r$	0
7	0	$d/2$	$-1.25 \cdot W$	0
8	-r	$(d/2)+r$	$-1.25 \cdot W$	$W/2$
9	-r	$W/2$	0	$W/2$
10	$-r-(W/8)$	$W/2$	0	0
11	$-r-(W/8)$	0		
12	$-1.25 \cdot W$	0		
13	$-1.25 \cdot W$	$W/2$		
14	0	0		

Tabla 6.1 Definición de los Keypoints parametrizados.

En el caso 1, necesitaremos 14 keypoints para definir la geometría, en cambio, en el caso 2, únicamente utilizaremos 10.

Para explicar los pasos a seguir de la definición geométrica utilizaremos los siguientes valores para cada caso: En el caso 1, la relación de ancho del rectángulo y el ancho mínimo (W/d) será de 1,5, la relación del radio del concentrador y el ancho mínimo (r/d) de 0,15, El ancho del rectángulo (W) de 1 metro y finalmente la relación de espesor con el ancho mínimo (E/d) de 1. En el caso 2, W/d tendrá un valor de 1,1, r/d de 0,15, un metro de ancho del rectángulo y la relación E/d de 1.

Por tanto introduciendo el valor de los parámetros a las coordenadas de los keypoints, finalmente los valores a introducir en el software serán:

Keypoint	Caso 1		Caso 2	
DATOS	W/d=1,5 r/d=0,15 W=1m		W/d=1,1 r/d=0,2 W=1m	
Numero	Coordenada X	Coordenada Y	Coordenada X	Coordenada Y
1	1.25	0	1.25	0
2	1.25	0.5	1.25	0.5
3	0.225	0	0.19091	0.5
4	0.225	0.5	0.19091	0
5	0.1	0.5	-0.19091	0.5
6	0.1	0.43333	-0.19091	0
7	0	0.3333	-1.25	0
8	-0.1	0.43333	-1.25	0.5
9	-0.1	0.5	0	0.5
10	-0.225	0.5	0	0
11	-0.225	0		
12	-1.25	0		
13	-1.25	0.5		
14	0	0		

Tabla 6.2 Definición de los Keypoints.

Hasta la generación de la malla, del apartado 6.3, el procedimiento en los dos casos es distinto. Desde este punto hasta finalizar este apartado (6.2) explicaremos los dos casos por separado y a partir de la generación de la malla solo continuaremos con el procedimiento del caso 1.

Tras la aclaración anterior, y con las coordenadas de los puntos obtenidas, continuamos seleccionando la opción **Preprocessor > Modeling > Create > Keypoint > In active CS** del menú principal, en el que aparecerá un cuadro de diálogo tal como el de la figura 6.10, en el que introduciremos el número del punto y las coordenadas que le corresponden, acordadas en la tabla anterior.

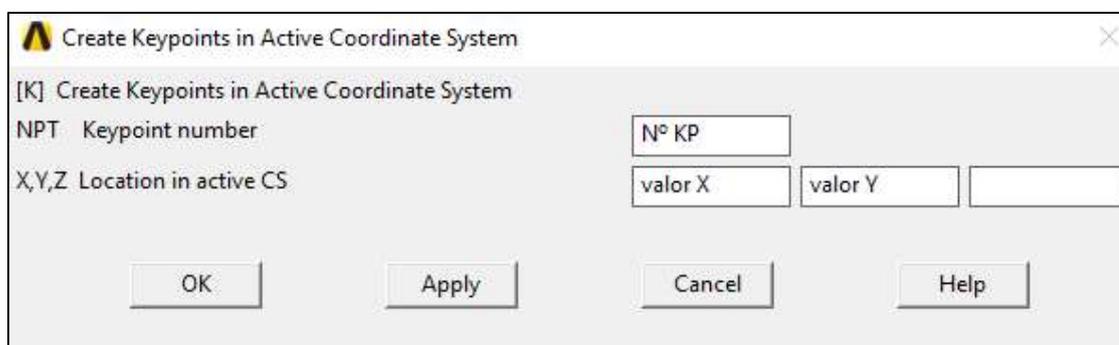


Figura 6.10 Cuadro de diálogo introducción keypoint.

Por ejemplo en el primer Keypoint del caso 1, introduciremos los valores:

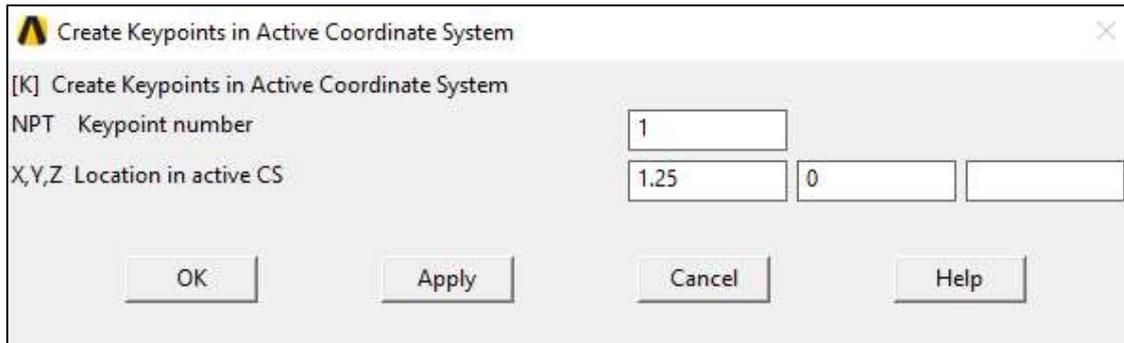


Figura 6.11 Cuadro de dialogo introducción keypoint 1

Tras introducir los datos del caso 1, obtenemos la distribución de puntos tal como la figura siguiente:

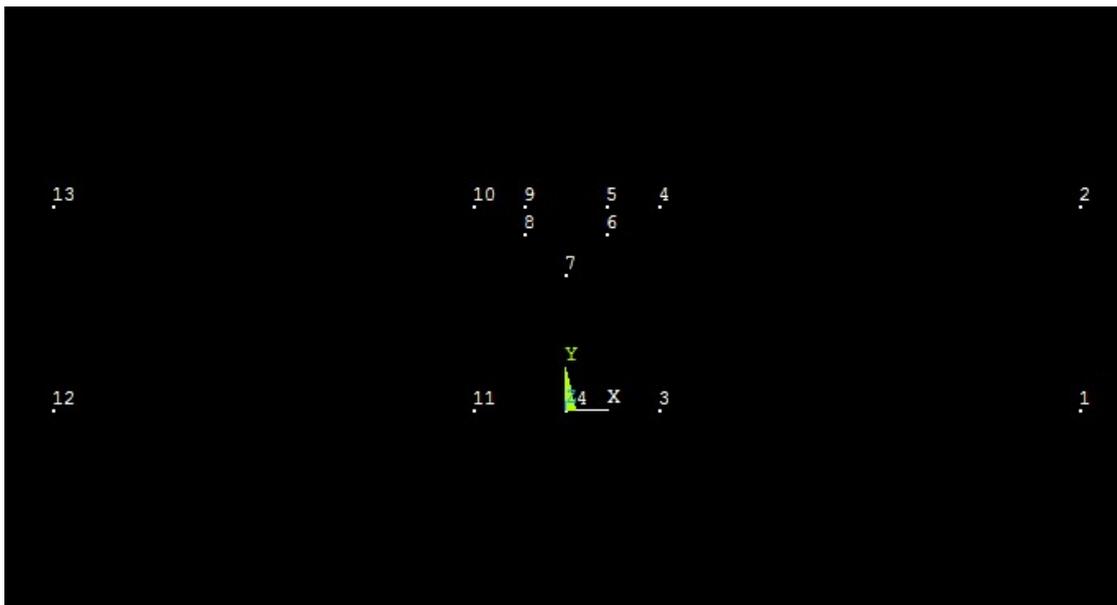


Figura 6.12 Distribución de keypoints en el área de trabajo en el caso 1.

Seguidamente, definiremos las líneas haciendo clic en **Modeling > Create > Lines > Straight Line**, donde nos aparecerá un cuadro de diálogo, el cual deberemos seleccionar el keypoint donde empieza la línea y el keypoint donde finaliza, tras esto, pulsaremos **OK** del cuadro de diálogo obteniendo la siguiente figura:

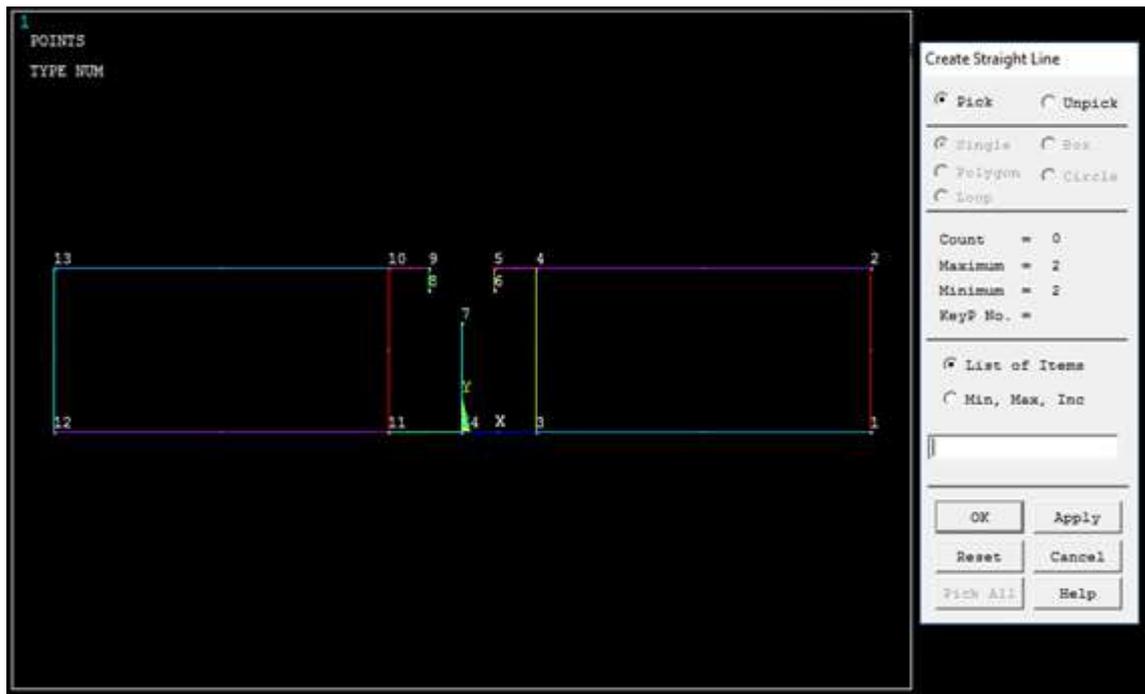


Figura 6.13 Unión de los keypoints mediante líneas. Cuadro de diálogo de creación de Líneas.

El siguiente paso es definir el arco de la circunferencia, para ello, elegimos la opción **Preprocessor > Modeling > Create > Lines > Arcs > By End KPs & Rad**, en el que aparecerá un cuadro de diálogo parecido al de la recta, en este caso, seleccionaremos los puntos 7 y 8, pulsaremos **OK** y seleccionamos el punto 6 y pulsamos nuevamente **OK**, con lo que aparecerá un nuevo diálogo como la siguiente figura, en el que nos pedirá el valor del radio, que en este caso es de 0,1m.

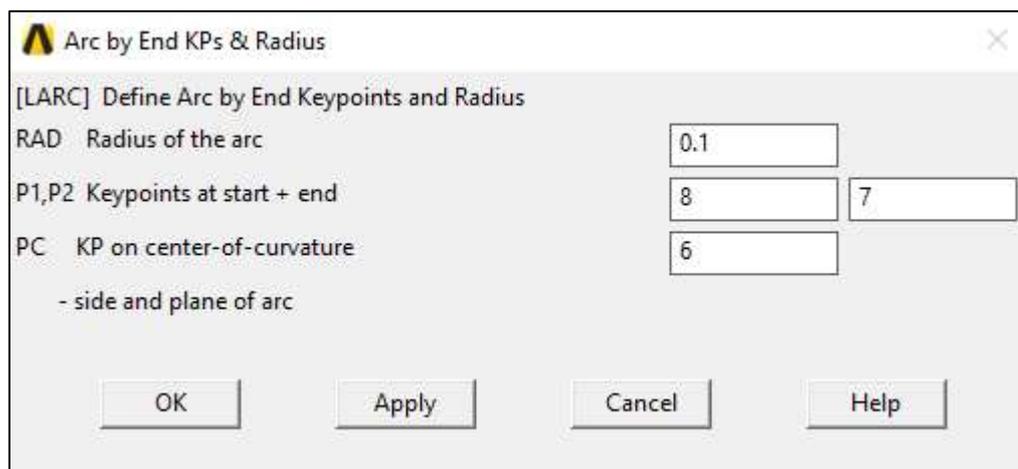


Figura 6.14 Creación de arcos

Para finalizar este apartado en este caso 1, definiremos las áreas en la opción **Preprocessor > Modeling > Create > Arbitrary > By Lines** y elegiremos todas las líneas que conforman nuestras áreas, hasta obtener 4 áreas diferentes como se muestran en la figura 6.15.

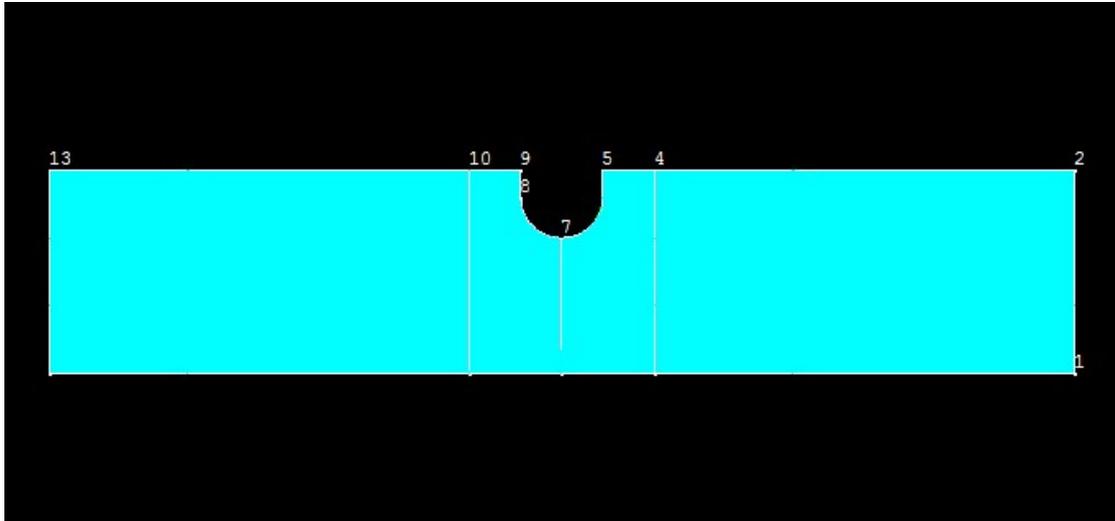


Figura 6.15 Pieza con áreas definidas del caso 1.

Antes de finalizar este apartado y continuar con la generación del mallado, volvemos al caso 2 e introducimos los Keypoints pertenecientes a dicho caso, para obtener la distribución de puntos como la figura que se muestra a continuación:

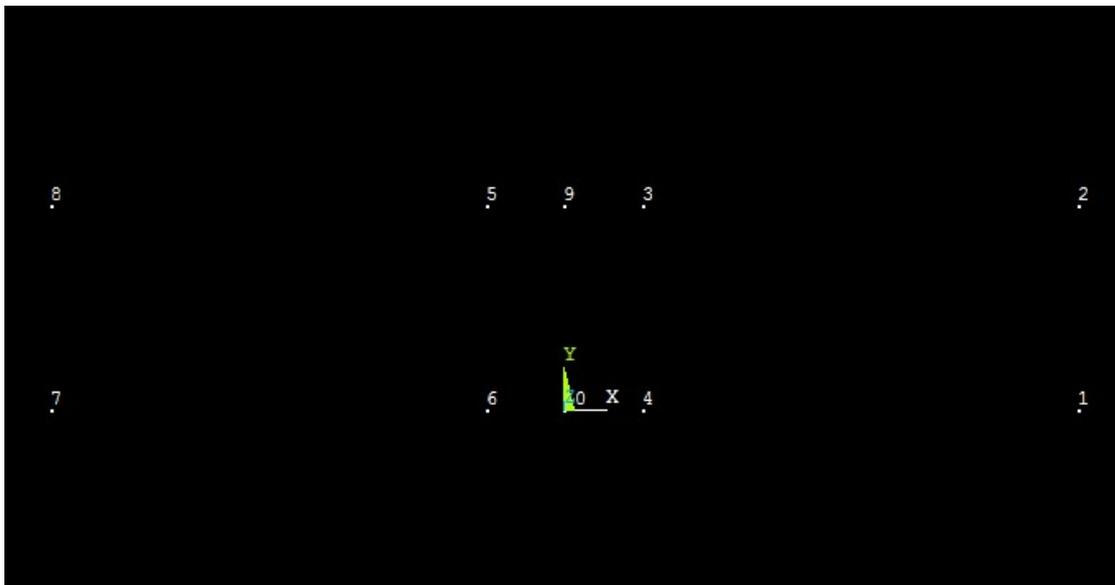


Figura 6.16 Distribución de keypoints en el área de trabajo en el caso 2

Al igual que en el primer caso, creamos las líneas y áreas, hasta obtener un rectángulo como se muestra en la siguiente figura:

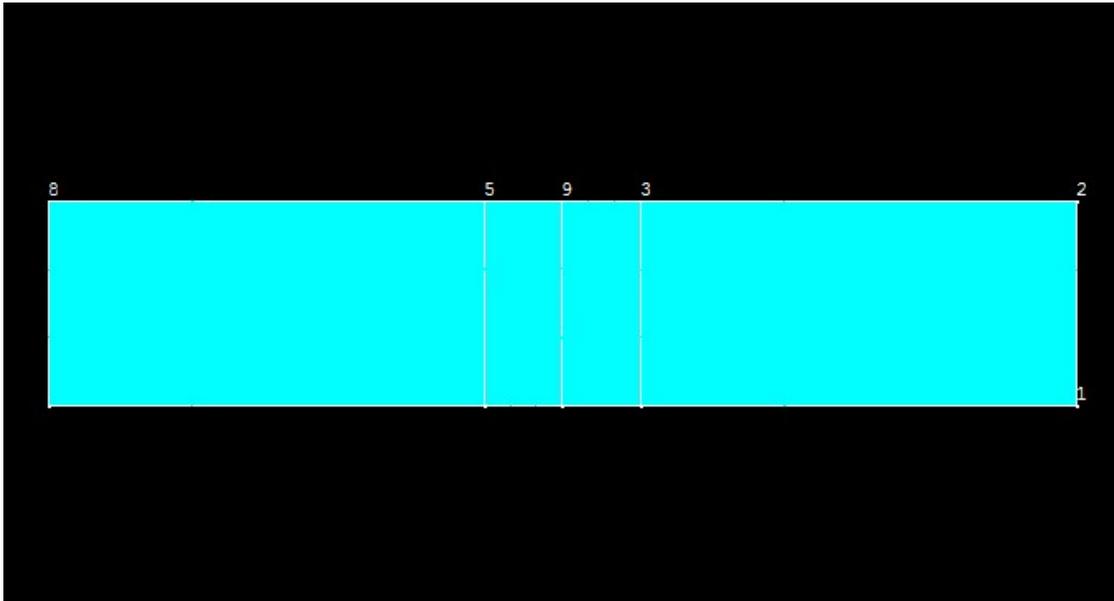


Figura 6.17 Pieza con áreas definidas del caso 2

Teniendo cuenta que en este caso no podemos introducir un arco, ya que la entalla es un poco más abierta, debemos usar operaciones booleanas entre un círculo y el rectángulo para definir la entalla. Para ello, creamos mediante la opción **Preprocessor > Create > Areas > Circle > Solid Circle** un círculo sólido, al seleccionar ese apartado aparecerá un cuadro de diálogo, en el que indicaremos un valor de 0 en la “coordenada X”, un valor de $(d/2)+r$ en la “coordenada Y” y el valor del radio, en este caso es de 0,1818, en el cual introduciremos los valores siguientes como se muestran en la figura:

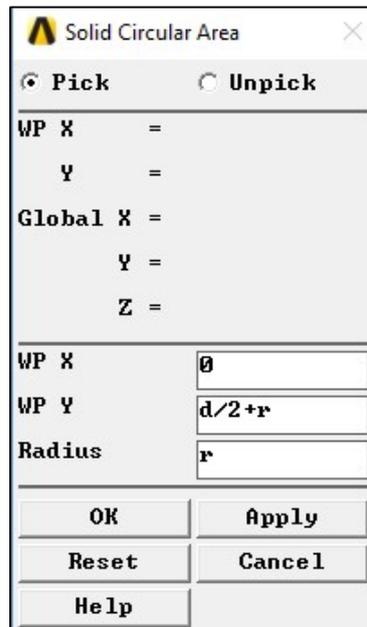


Figura 6.18 Cuadro de diálogo para la creación de un círculo.

Con el que obtendremos un la siguiente figura en nuestra zona de trabajo:

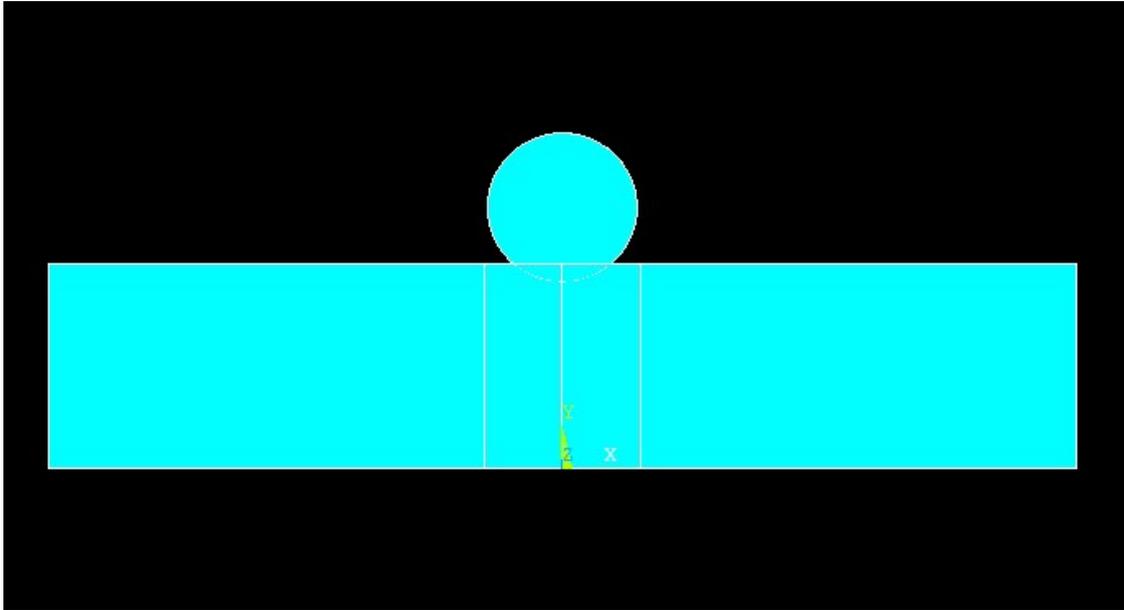


Figura 6.19 Zona de trabajo con todas las áreas representadas

En este momento, debemos eliminar la intersección entre el círculo y el rectángulo creado y el sobrante del círculo que no necesitamos, para ello, elegimos la opción **Preprocessor > Operate > Booleans > Subtract > Areas** del menú principal y nos aparecerá un cuadro de diálogo como el de las líneas. Con el cuadro abierto, elegimos las dos áreas del rectángulo que interseccionan con el círculo y el círculo, y pulsamos el botón **OK**, después únicamente pulsaremos el área del círculo y volveremos a pulsar **OK** para obtener finalmente la siguiente figura:

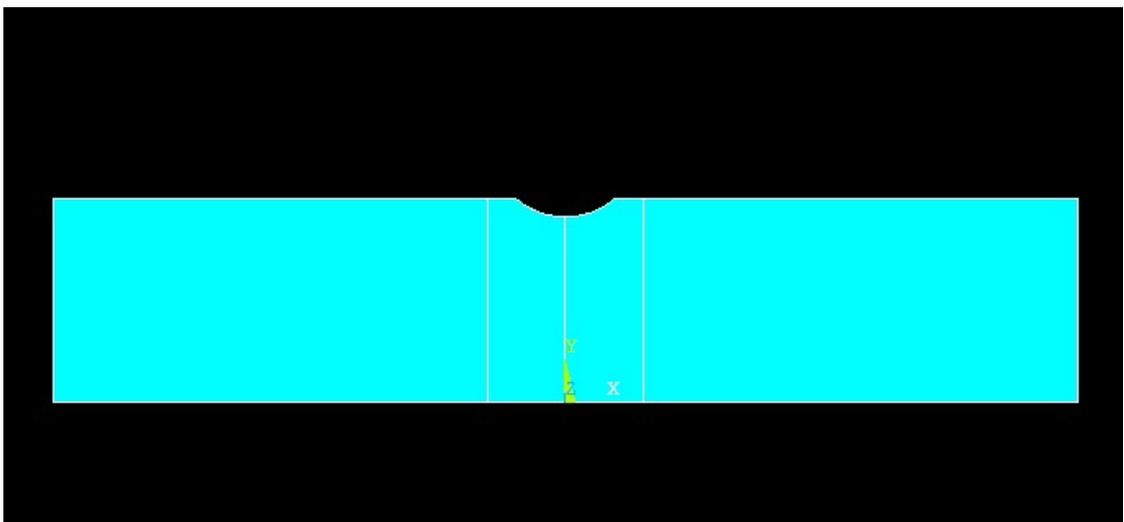


Figura 6.20 Área de trabajo con la operación booleana realizada.

6.3 Generación de la malla.

Procedemos a la generación del mallado de la pieza. Cabe destacar que realizaremos una malla en dos dimensiones y tras ello, realizaremos las operaciones pertinentes para que finalmente obtengamos toda la pieza en 3 dimensiones mallada, con lo cual, el tiempo de generación de la malla es muy bajo. Debemos de tener precaución con el tamaño de mallado, ya que en la resolución puede ocasionarnos un gran coste de tiempo de cálculo.

Es recomendable realizar los tamaños de malla pequeños en zonas próximas al lugar donde creamos que se encontrará la mayor variación de tensión, es decir, el lugar que nos interesa estudiar, en este caso, la entalla.

Los tamaños de la malla se establecen en la tabla siguiente, y todos ellos están relacionados con el ancho de la pieza.

Area	1	2	3	4
<i>Tamaño</i>	$\frac{W}{10}$	$\frac{W}{25}$	$\frac{W}{25}$	$\frac{W}{10}$

Keypoint	6	7	8
<i>Tamaño</i>	$\frac{W}{100}$	$\frac{W}{100}$	$\frac{W}{100}$

Linea	16	17
<i>Tamaño</i>	$\frac{W}{100}$	$\frac{W}{100}$

Tabla 6.3 Tamaño de mallado que se va a definir.

Siendo en nuestro, las líneas y áreas que se especifican a continuación:

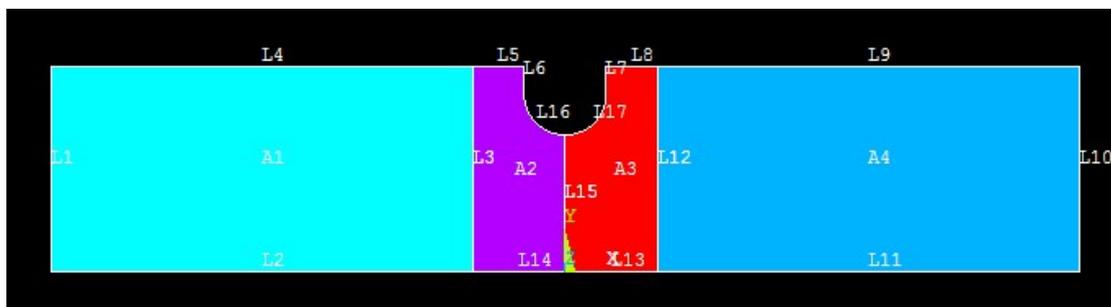


Figura 6.21 Especificación numérica de las áreas y líneas.

Para introducir el tamaño de la malla utilizaremos la herramienta **Mesh Tool**, que se encuentra en **Preprocessor > Meshing > MeshTool**, en el cual, tras hacer clic, aparece un cuadro de herramientas, en el que iremos eligiendo que tamaño de malla queremos mediante el botón **Set**.

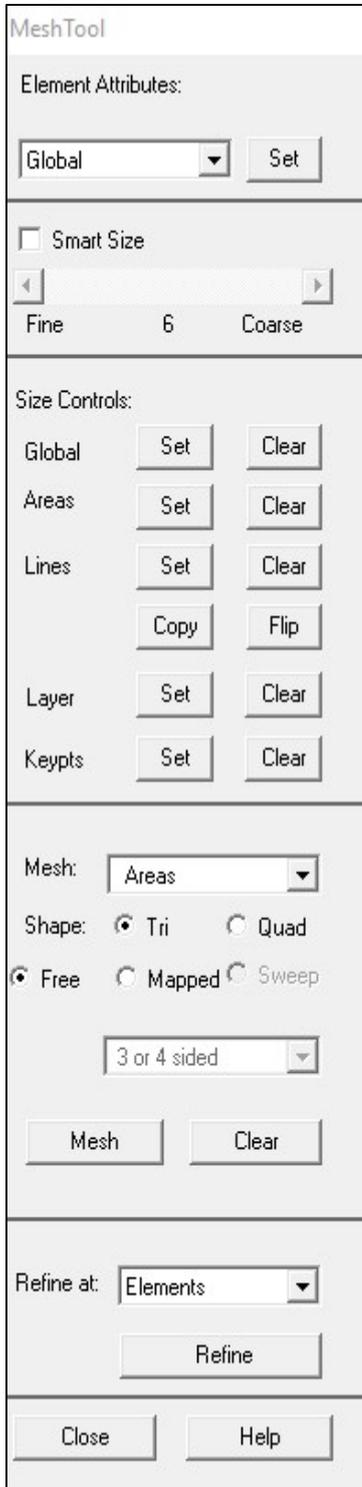


Figura 6.232 Cuadro de diálogo de Mesh Tool

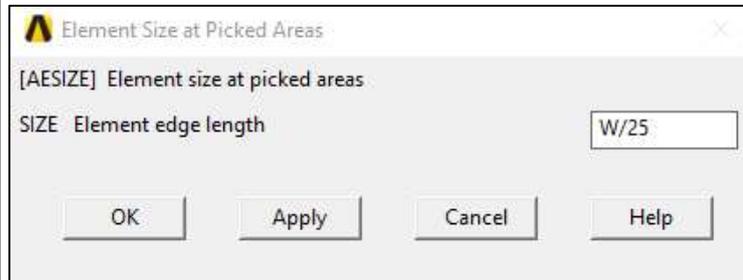


Figura 6.223 Tamaño de malla para áreas.

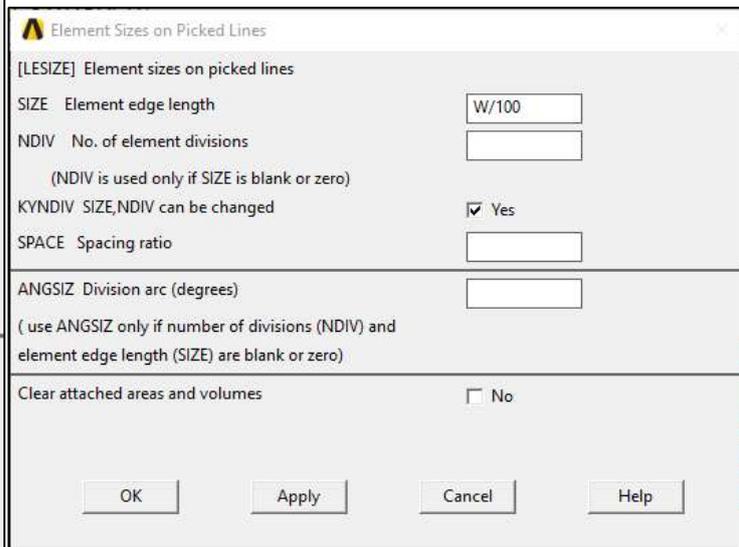


Figura 6.24 Tamaño de malla para líneas

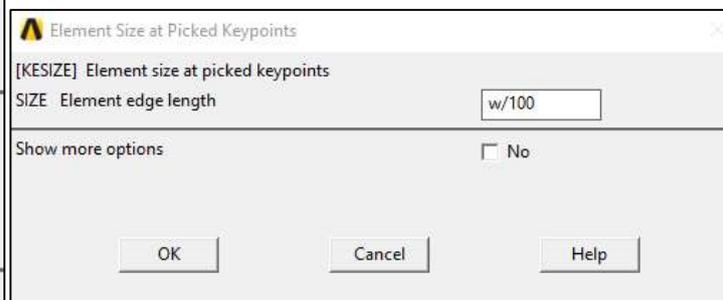


Figura 6.25 Tamaño de malla para puntos

Finalmente, para mallar toda la pieza en dos dimensiones, elegiremos mallar las áreas de la pieza, pulsaremos el botón **Mesh** y seleccionaremos todas las áreas de la pieza, para obtener la figura mallada que se muestra en la figura:

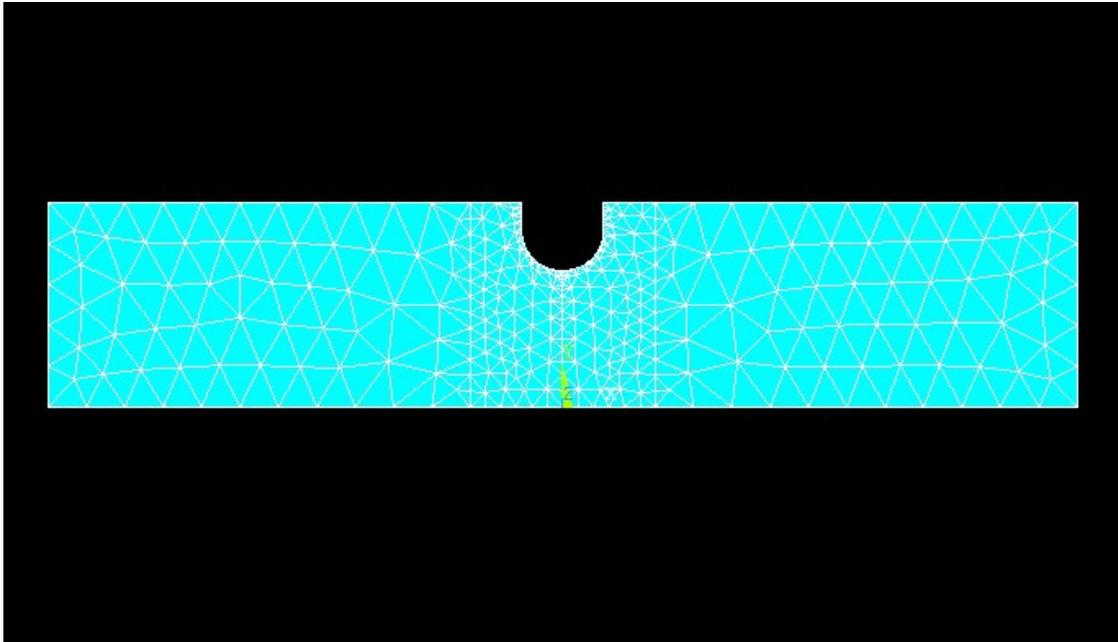


Figura 6.26 Pieza con la malla generada

En este momento disponemos de una pieza en dos dimensiones, muy diferente a la que deseamos obtener, pero con unos sencillos pasos, obtendremos definitivamente nuestra pieza.

Para obtener la parte simétrica, elegiremos la opción **Preprocessor > Modeling > Reflect > Areas** y elegiremos todas las áreas de la pieza. Pulsaremos **OK** y aparecerá el cuadro de herramientas que se muestra en la figura, en el que deberemos de seleccionar que refleje copiando las áreas y el mallado respecto el plano Y.

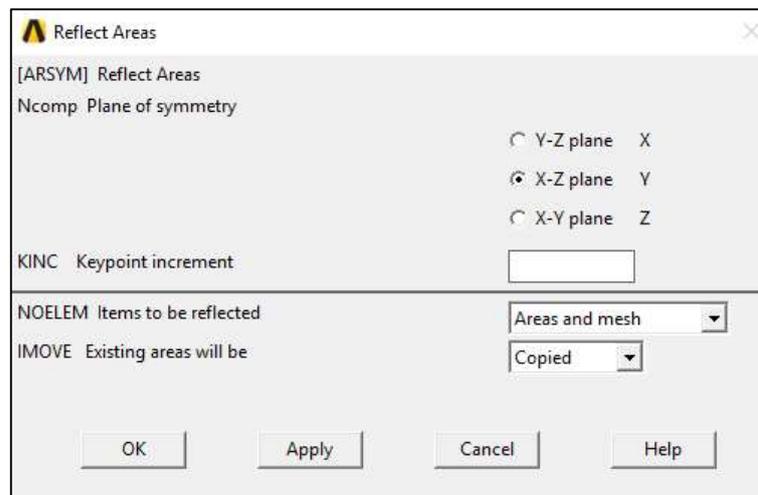


Figura 6.27 Creación de un área simétrica

Para asegurarnos ahora de que toda la pieza que tenemos en el área de trabajo sea única, es decir, no sean dos independientes, eliminaremos mediante una herramienta todos aquellos puntos, líneas y nodos que estén situado en el misma coordenada, **Preprocessor > Numbering Ctrl's > Merge Items** en el que indicaremos que una todas las coincidencias como se muestra en la figura 6.28:

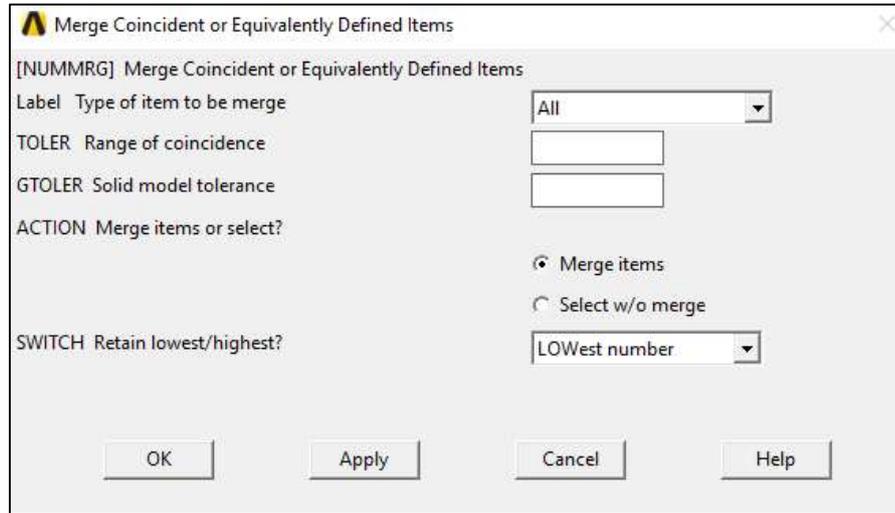


Figura 6.28 Cuadro diálogo para indicar coincidencias

Finalmente para terminar con nuestra pieza en 3 dimensiones y mallada, vamos a crear dos nuevos puntos, como se ha explicado en el apartado anterior:

<i>Numero de punto</i>	Coordenada X	Coordenada Y	Coordenada Z
15	0	0	E/2
16	0	0	-E/2

Tabla 6.4 Nuevos puntos a añadir.

Y crearemos dos líneas nuevas que unan el punto del origen de coordenadas (en nuestro caso el 14) con los dos nuevos puntos.

Seleccionamos la opción **Preprocessor > Modeling > Operate > Extrude > Elem Ext Opts** en el que se abrirá un nuevo cuadro de herramientas como se muestra en la siguiente figura, en la que introduciremos los que nos divida en 10 partes la extrusión que realizaremos y que cada vez la distancia entre las partes sea más pequeña, a fin de que los elementos sean más pequeños cerca de la superficie lateral.

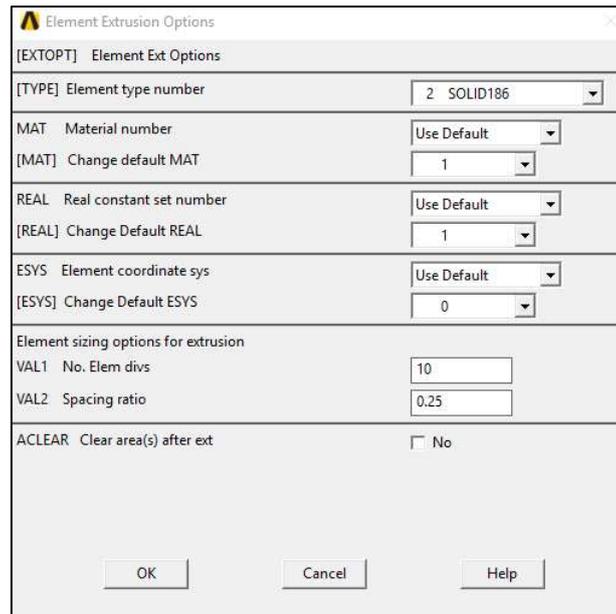


Figura 6.29 Opciones de extrusión de la pieza

Tras introducirle esta información al programa, procedemos a la opción para extruir la pieza, que se encuentra en **Preprocessor > Modeling > Operate > Extrude > Areas > Along Lines** e elegiremos las áreas que tenemos pulsamos **OK** seguido de las dos últimas líneas creadas. Y finalmente obtendremos nuestra pieza en tres dimensiones mallada:

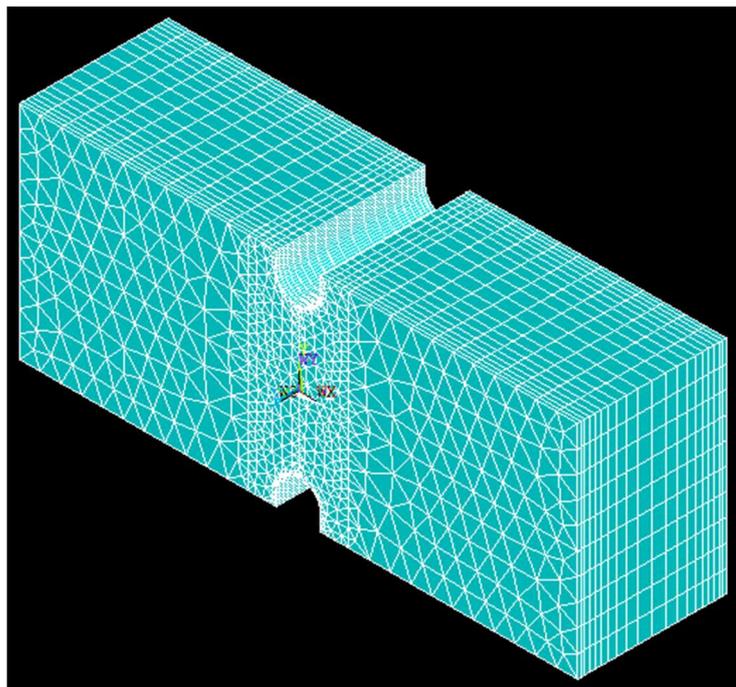


Figura 6.30 Pieza mallada y extruida

6.4 Aplicación de las condiciones de contorno

En este apartado, tendrá sentido el elemento “3D mass 21” añadido en el apartado 6.1, ya que se tiene que incluir un elemento que tenga en cuenta las rotaciones entre sus grados de libertad. Para ello tras incluirlo se deberá añadir una masa puntual sobre el keypoint situado en el centro de la sección. Los valores a asignar no pueden ser del todo aleatorios ya que en el caso de que haya gravedad afectaría al resultado final, para evitar posibles errores se han impuesto constantes reales nulas como se observa en la figura 6.8

Por tanto, el primer paso es mallar el punto en el que introduciremos la carga, este paso no lo hemos realizado en el apartado anterior ya que hasta no tener claro las condiciones de contorno no podremos proceder a mallar el punto. Por tanto, volvemos a abrir la herramienta **Mesh Tool** y pulsamos a la opción de mallar solamente un Keypoint y elegimos nuestro punto 1:

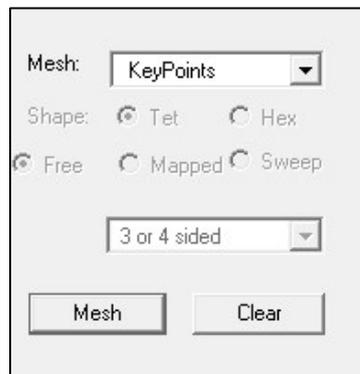


Figura 6.31 Mallado de un keypoint

Procedemos a la introducción de región sólida. Para una fácil utilización de esta herramienta, utilizaremos **Select Entities** que se encuentra en la parte superior de la barra de herramientas. En la que elegiremos las áreas en las que se encuentra el punto y los nodos que pertenecen a esta área, hasta obtener en nuestra área de trabajo la siguiente figura:

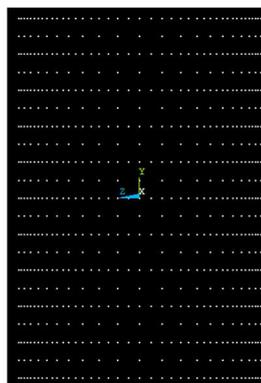


Figura 6.32 Representación de los nodos seleccionados

A continuación, elegiremos la opción **Preprocessor > Coupling / Ceqn > Rigid Region** en el que seleccionaremos el punto central de los nodos que tenemos representados (que coincide con el keypoint 1) pulsaremos **OK** y tras aparecer nuevamente el cuadro pulsaremos la opción **Pick All** para aparecer la siguiente figura, la cual tras revisar que la primera casilla ponga **All applicable**, pulsaremos en **OK**.

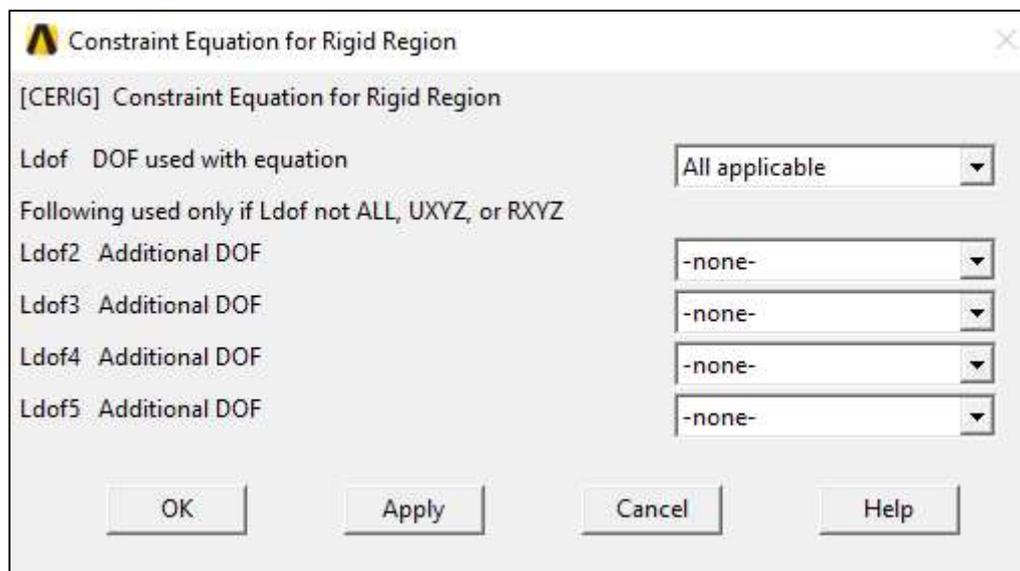


Figura 6.33 Opciones herramienta Rigid Region

Tras este paso, ya tendremos nuestra área rígida, lo cual significa que la carga aplicada al Keypoint 1, se transmitirá a toda la sección para cargar adecuadamente el componente.

Para volver a seleccionar toda nuestra pieza, seleccionaremos **Select Everything**, que se encuentra nuevamente en la parte superior de la barra de herramientas.

Como en nuestro trabajo vamos a realizar 4 estados de carga por separado, realizaremos este trabajo mediante LS Files del apartado **Solution**, esto significa, que primero introduciremos la carga y restricciones, guardaremos en un archivo y borraremos las cargas para introducir los estados de la siguiente carga, así sucesivamente con los 4.

Definimos primero mediante **Preprocessor > Loads > Define Loads > Apply > Structural > Displacement > On Areas**, la restricción de pieza empotrada en la cara opuesta al keypoint 1, seleccionaremos dicha área y rellenaremos el cuadro que aparezca como indica en la figura:

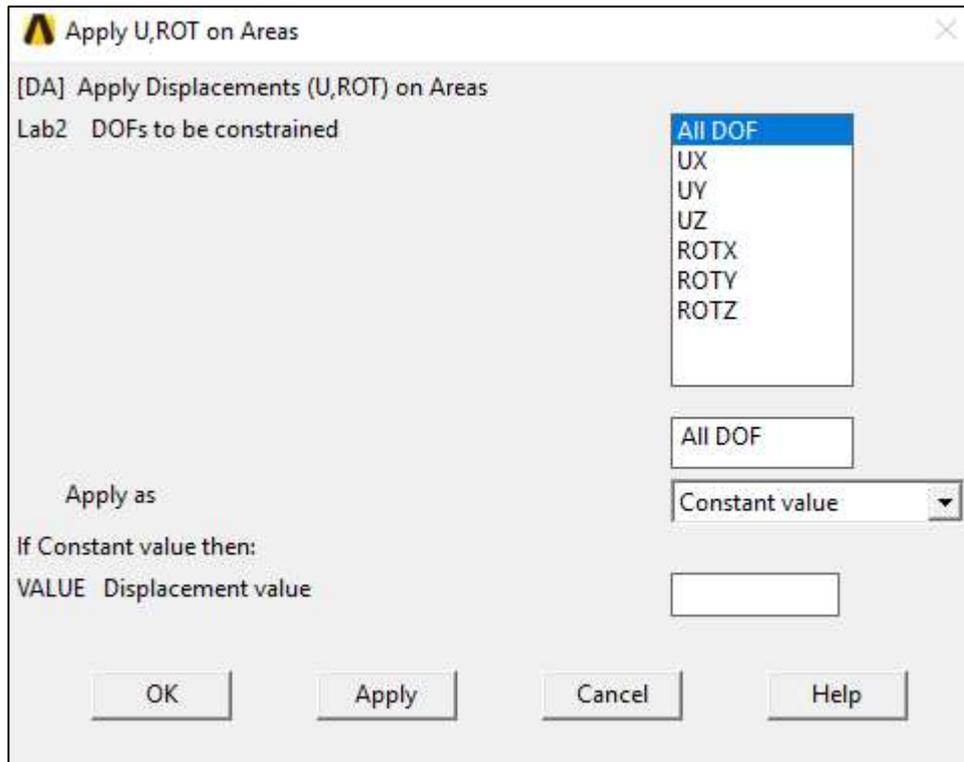


Figura 6.34 Aplicación restricción de desplazamiento

Nuestro primer estado de carga es el axial, por tanto, introduciremos una carga mediante **Preprocessor > Loads > Define Loads > Apply > Structural > Force/Moment > On Keypoint** y elegiremos el Keypoint 1 una fuerza en el sentido del eje X de 100, como se muestra en la figura:

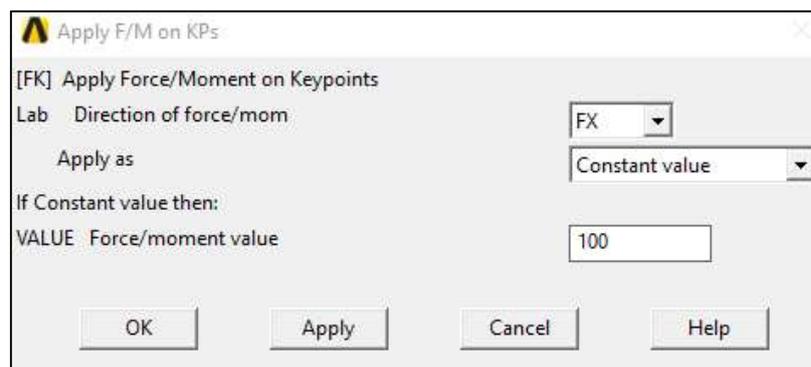


Figura 6.35 Aplicación carga en un punto

Ahora, procedemos a guardar en un archivo LS este estado de carga mediante **Preprocessor > Loads > Load Step Opts > Write LS File** e introduciremos que es nuestro archivo número 1.

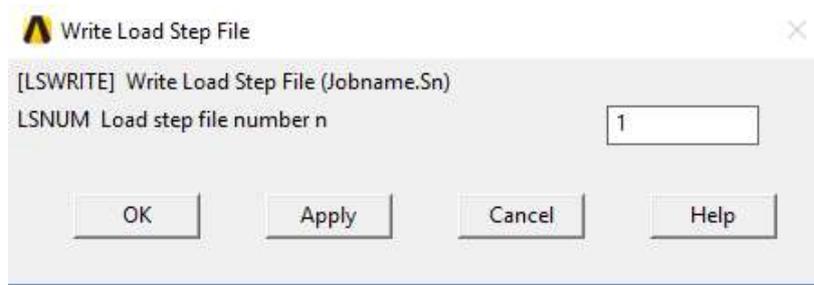


Figura 6.36 Creación archivo LS.

Obteniendo finalmente la pieza de la figura 6.37:

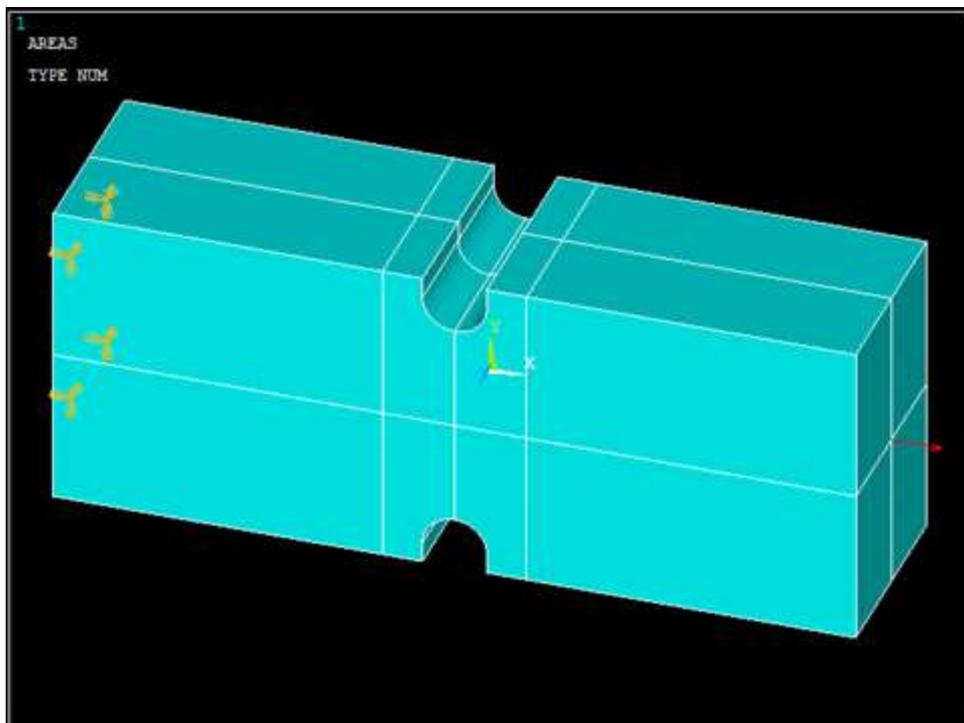


Figura 6.37 Pieza con las cargas aplicadas.

Esto significa que nuestro archivo LS número uno es el estado de carga axial. A continuación debemos borrar la fuerza axial e introducir nuestra siguiente carga, que es el momento en el eje Z, que definirá nuestro número dos. La número tres será el momento en el eje X y finalmente nuestro cuarto y último estado de carga será el momento en el eje X, que representará el momento torsor.

6.5 Resolución.

Este es el último paso a realizar en el programa ANSYS®, y según el tamaño de la malla, posiblemente el que más tiempo se necesite esperar en todo nuestro proyecto.

Seleccionamos **Solution > Solve > From LS Files** e introducimos que calcule el programa desde nuestro archivo LS 1 hasta el 4, como se ve en la figura siguiente:

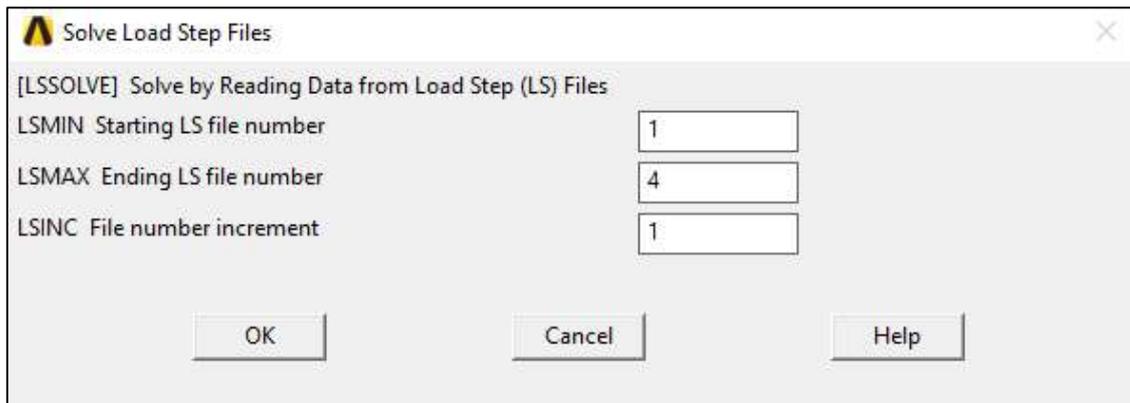


Figura 6.38 Ejecución de Solve mediante LS files

Y tras pulsar **OK**, el programa procederá al cálculo, el cual puede durar desde unos pocos segundos hasta incluso horas en el caso de que la malla sea muy fina. Una vez termine, aparecerá un cuadro de diálogo en el que nos informará de que ha terminado el proceso de cálculo y ya ha obtenido la solución.

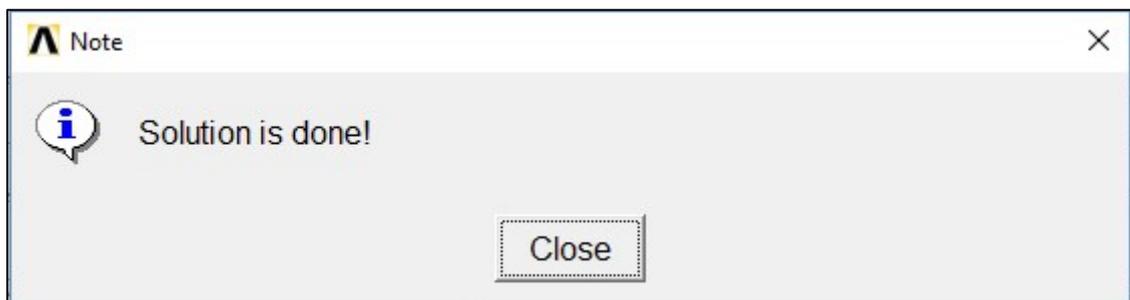


Figura 6.39 Cuadro de información de la finalización del cálculo

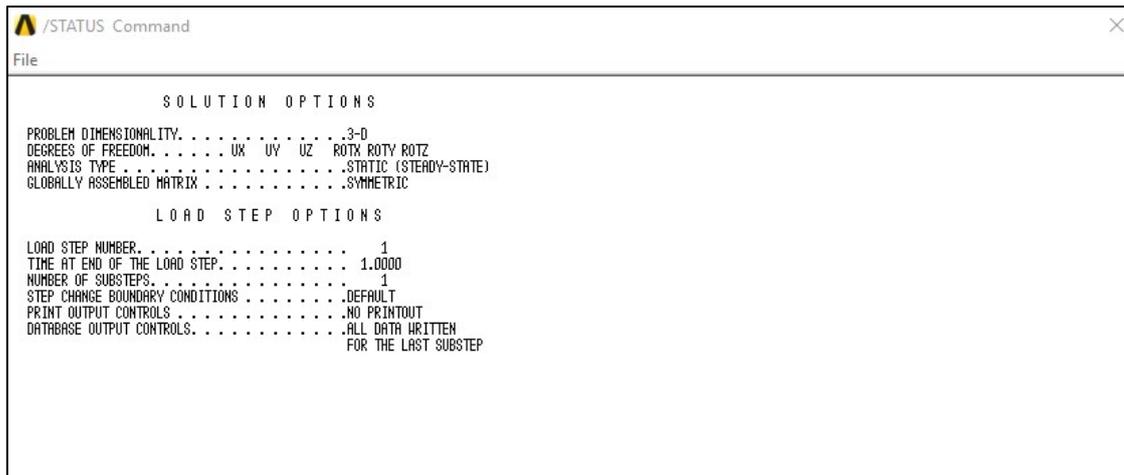


Figura 6.40 Cuadro de información de la finalización del cálculo 2

6.6 Obtención de los resultados.

Primero, tenemos que definir los estados de carga y numerarlos. Para ello, con la pestaña de **General Postproc** abierta, introduciremos en el cuadro de comandos situado en la parte superior, LCDEF,1,1 y pulsaremos el botón **Enter**, esto significa que el primer estado de carga que hemos introducido, es decir, el axial, es nuestro estado de carga 1. Volveremos a introducir el comando para el segundo estado, que será LCDEF,2,2 y pulsaremos el botón **Enter** nuevamente, así sucesivamente hasta introducir nuestros cuatro estados de carga.

Ahora el programa sabe qué estado de carga es cada uno. Por tanto para empezar con el caso de carga axial introduciremos en la barra superior de comandos LCASE,1.

Para saber si el tamaño de elemento ha sido el adecuado para nuestro cálculo, vamos a obtener el porcentaje de error, mediante la herramienta **General Postproc > List Results > Percent Error**, en el que nos aparecerá en un cuadro de texto el valor en tanto por cien. Para el caso analizado en la memoria se han obteniendo errores que se muestran en la tabla 6.5.

ESTADO DE CARGA	ERROR
AXIAL	3,1836 %
MOMENTO EN Z	3,9414 %
MOMENTO EN Y	3,4693 %
TORSOR	2,8090 %

Tabla 6.5 Errores en cada estado de carga.

Como todos nuestros porcentajes de error son menor del 5%, podemos considerar que nuestro tamaño de malla es el adecuado para el estudio.

Todos los resultados que nos interesan los encontraremos en el apartado **General Postproc > Plot Results > Contour Plot > Nodal Solu**, en el que encontraremos una larga lista de los resultados obtenidos:

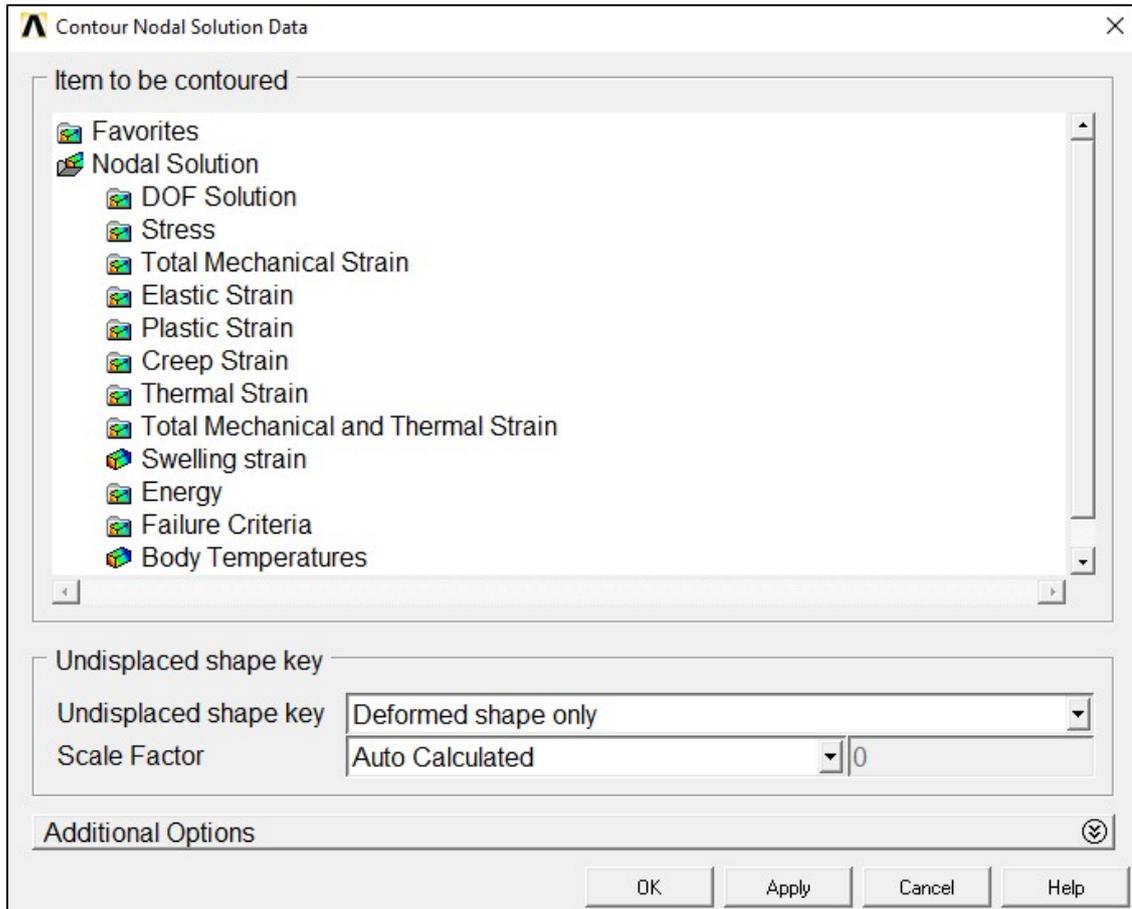


Figura 6.41 Cuadro de Nodal Solution

Nuestros resultados más importantes se encuentran en **Nodal Solution > Stress > Von Mises stress, Stress intensity** y **1st Principal stress**, los cuales tendremos en cuenta en cuanto al criterio a elegir.

Para poder guardar las imágenes, pulsaremos en la barra superior de herramientas la opción **PlotCtrls > Write Metafile > Invert White / Black** y elegiremos la carpeta para guardarlo.

Los resultados obtenidos se observan en las figuras 6.42, 6.43 y 6.44 correspondientes a la carga axial en los tres criterios, figuras 6.45, 6.46 y 6.47 correspondientes al momento flector en el eje Z, figuras 6.48, 6.49 y 6.50 correspondientes al momento en el eje Y, y finalmente, figuras 6.51, 6.52 y 6.53 correspondientes al torsor en los tres criterios.

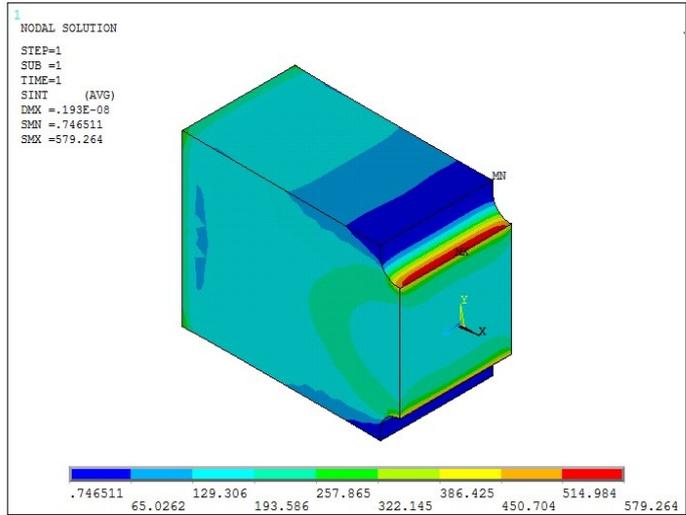


Figura 6.42 Distribución de tensiones aplicando carga axial por el criterio de Von Mises.

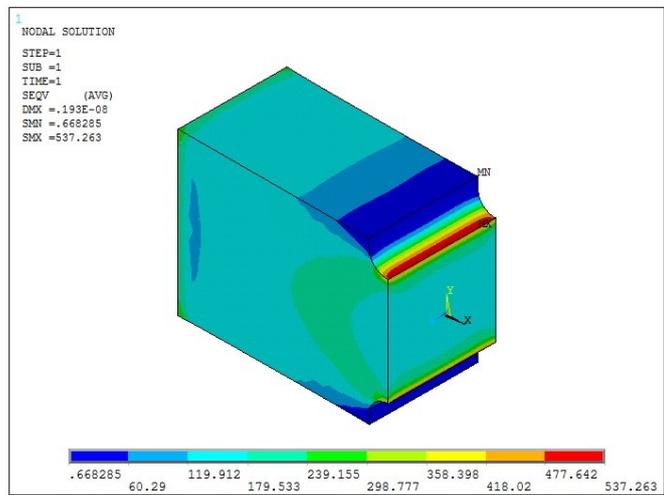


Figura 6.43 Distribución de tensiones aplicando carga axial por el criterio de Tresca.

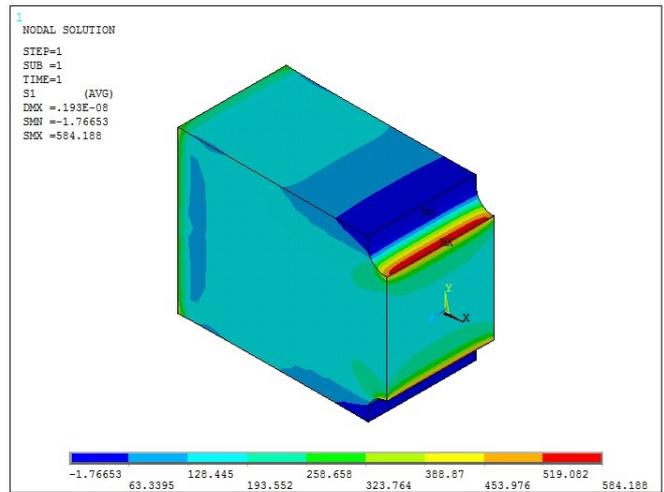


Figura 6.44 Distribución de tensiones aplicando carga axial por el criterio de Tensión Principal 1

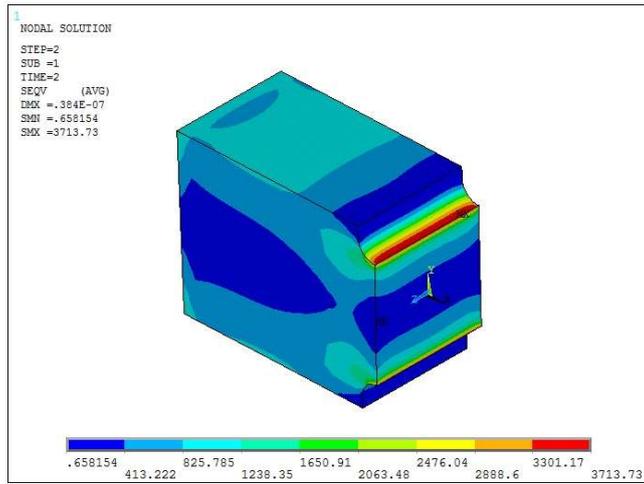


Figura 6.45 Distribución de tensiones aplicando momento en el eje Z por el criterio de Von Mises

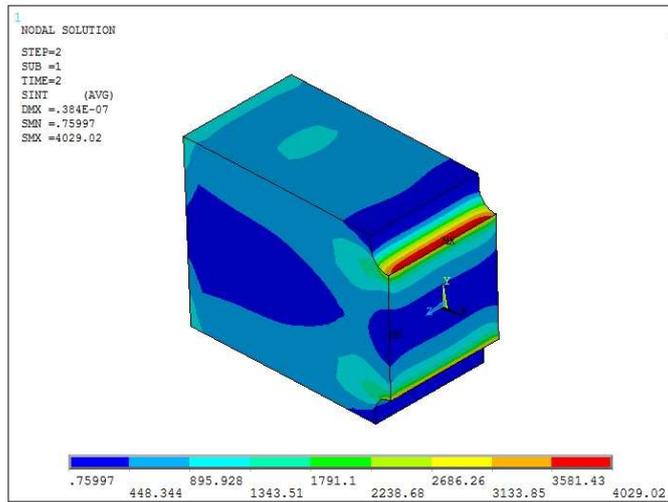


Figura 6.46 Distribución de tensiones aplicando momento en el eje Z por el criterio de Tresca

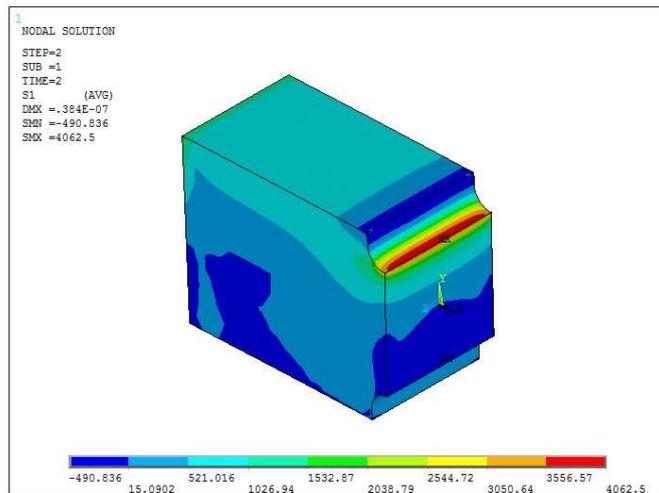


Figura 6.47 Distribución de tensiones aplicando momento en el eje Z por el criterio de Tensión Principal 1

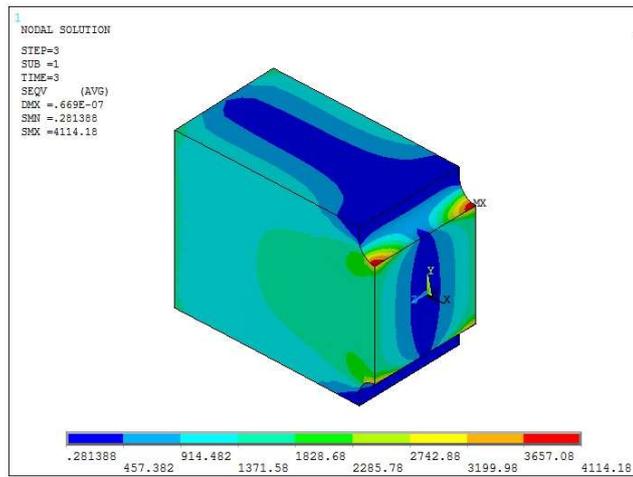


Figura 6.48 Distribución de tensiones aplicando momento en el eje Y por el criterio de Von Mises

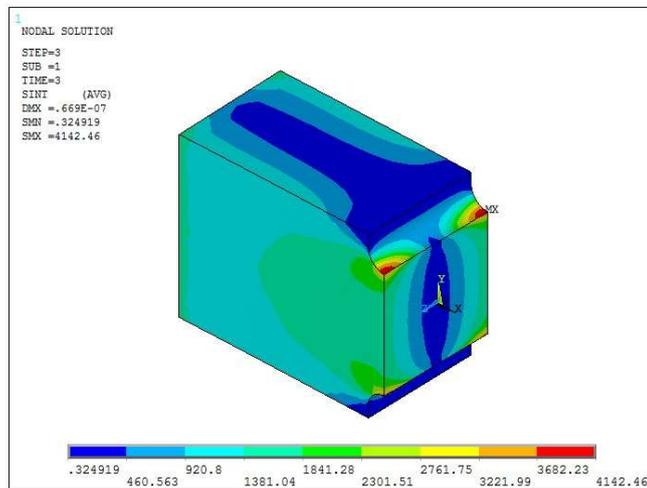


Figura 6.49 Distribución de tensiones aplicando momento en el eje Y por el criterio de Tresca

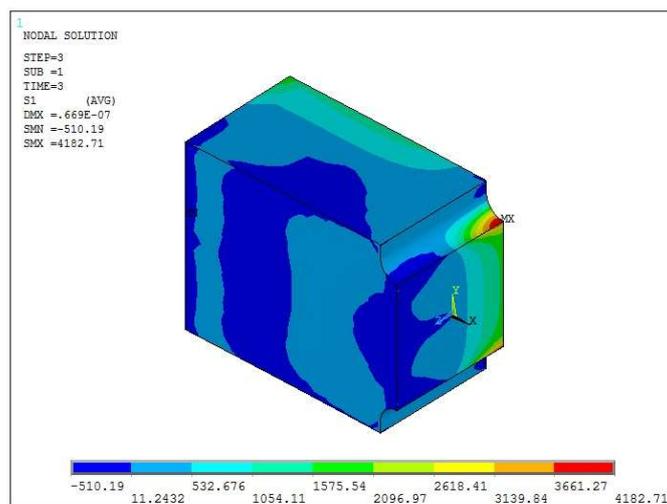


Figura 6.50 Distribución de tensiones aplicando momento en el eje Y por el criterio de Tensión Principal 1

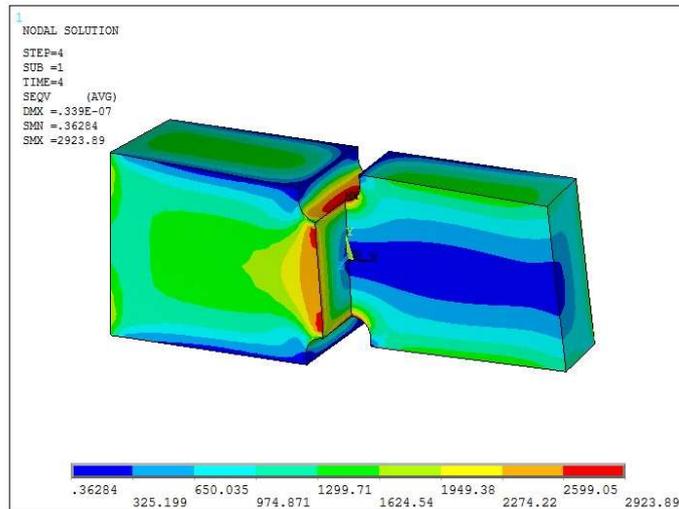


Figura 6.51 Distribución de tensiones aplicando momento torsor por el criterio de Von Mises

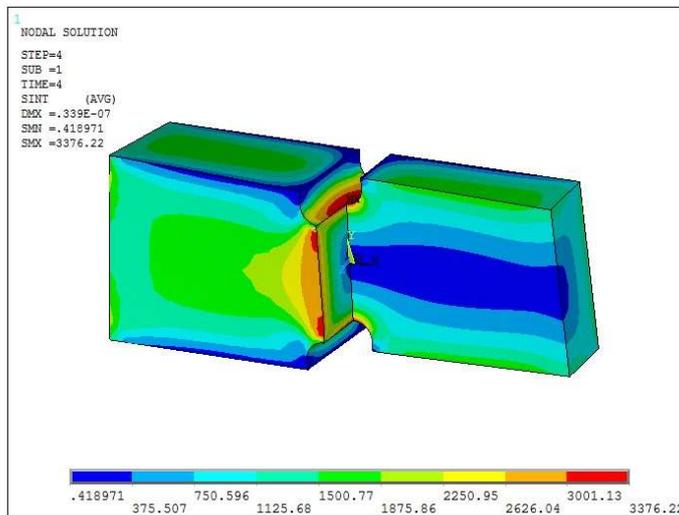


Figura 6.52 Distribución de tensiones aplicando momento torsor por el criterio de Tresca

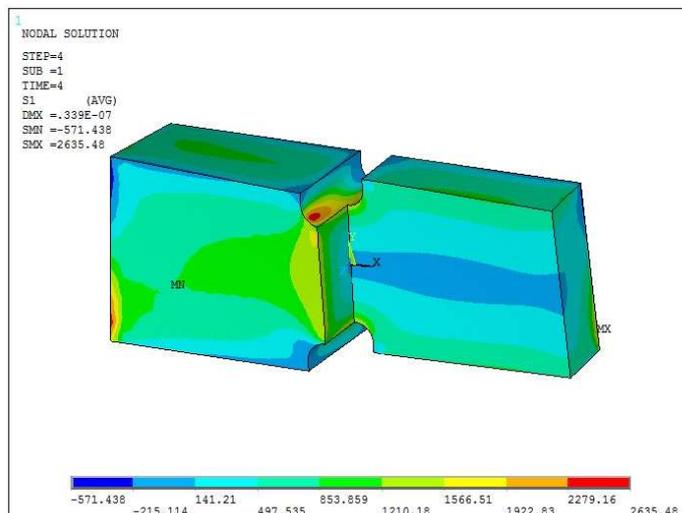


Figura 6.53 Distribución de tensiones aplicando momento torsor por el criterio de Tensión Principal 1

6.7 Generación de macro para análisis automático.

Nuestro objetivo es obtener gráficamente el cálculo de la Kt con diferentes valores de W/d, r/d y E/d, la mejor opción para ahorrar tiempo en la modelización de la pieza en el software es la creación de una macro.

Una macro es una serie de instrucciones que se almacenan para que se puedan ejecutar de manera secuencial mediante una orden de ejecución. La creación de la macro conlleva unos costes de tiempo elevados, pero una vez finalizada correctamente, su uso nos ayudará a acelerar el proceso de modelación de piezas. Además estaremos seguros de no olvidarnos de ningún paso de los anteriores mencionados.

Tras finalizar la pieza en ANSYS, buscaremos la carpeta donde hemos guardado todo el proyecto, y encontraremos un archivo .log en nuestro caso PREC.log, en el cual, encontraremos todos los comandos que hemos introducido en el programa. Abriremos este archivo y modificaremos todos los valores introducidos manualmente por los parámetros y generaremos bifurcaciones en el proceso para considerar los dos posible tipos de geometría hasta obtener nuestra macro que se muestra a continuación:

1.	WD=ARG1	25.	K,6,R,(D/2)+R,0,
2.	RD=ARG2	26.	K,7,0,D/2,0,
3.	W=ARG3	27.	K,8,-R,(D/2)+R,0,
4.	ED=ARG4	28.	K,9,-R,W/2,0,
5.	MAG=100	29.	K,10,-X3,W/2,0,
6.	D=W/WD	30.	K,11,-X3,0,0,
7.	R=D*RD	31.	K,12,-1.25*W,0,0,
8.	X3=R+(W/8)	32.	K,13,-1.25*W,W/2,0,
9.	E=ED*D	33.	K,14,0,0,0,
10.	VAL1=R+(D/2)	34.	LSTR, 13, 12
11.	VAL2=W/2	35.	LSTR, 12, 11
12.	*IF,VAL1,LT,VAL2,THEN	36.	LSTR, 11, 10
13.	/PREP7	37.	LSTR, 10, 13
14.	ET,1,PLANE183	38.	LSTR, 10, 9
15.	ET,2,SOLID186	39.	LSTR, 9, 8
16.	MPTEMP,,,,,,,,	40.	LSTR, 6, 5
17.	MPTEMP,1,0	41.	LSTR, 5, 4
18.	MPDATA,EX,1,,2.1E11	42.	LSTR, 4, 2
19.	MPDATA,PRXY,1,,0.3	43.	LSTR, 2, 1
20.	K,1,1.25*W,0,0,	44.	LSTR, 1, 3
21.	K,2,1.25*W,W/2,0,	45.	LSTR, 3, 4
22.	K,3,X3,0,0,	46.	LSTR, 3, 14
23.	K,4,X3,W/2,0,	47.	LSTR, 14, 11
24.	K,5,R,W/2,0,	48.	LSTR, 14, 7

49. LARC,8,7,6,R,
50. LARC,7,6,8,R,
51. FLST,2,4,4
52. FITEM,2,1
53. FITEM,2,4
54. FITEM,2,3
55. FITEM,2,2
56. AL,P51X
57. FLST,2,6,4
58. FITEM,2,3
59. FITEM,2,5
60. FITEM,2,6
61. FITEM,2,16
62. FITEM,2,15
63. FITEM,2,14
64. AL,P51X
65. FLST,2,6,4
66. FITEM,2,15
67. FITEM,2,17
68. FITEM,2,7
69. FITEM,2,8
70. FITEM,2,12
71. FITEM,2,13
72. AL,P51X
73. FLST,2,4,4
74. FITEM,2,9
75. FITEM,2,12
76. FITEM,2,10
77. FITEM,2,11
78. AL,P51X
79. K,15,0,0,E/2,
80. K,16,0,0,-E/2,
81. /VIEW,1,1,2,3
82. /ANG,1
83. /REP,FAST
84. LSTR, 14, 15
85. LSTR, 14, 16
86. ET,3,MASS21
87. R,1,0,0,0,0,0,
88. FLST,5,4,4,ORDE,4
89. FITEM,5,6
90. FITEM,5,-7
91. FITEM,5,16
92. FITEM,5,-17
93. CM,_Y,LINE
94. LSEL, , , ,P51X
95. CM,_Y1,LINE
96. CMSEL, , ,_Y
97. LESIZE,_Y1,1/100, , , , , , ,1
98. FLST,5,3,3,ORDE,2
99. FITEM,5,6
100. FITEM,5,-8
101. CM,_Y,KP
102. KSEL, , , ,P51X
103. CM,_Y1,KP
104. CMSEL,S,_Y
105. CMSEL,S,_Y1
106. KESIZE,ALL,1/100
107. CMSEL,S,_Y
108. CMDELE,_Y1
109. CMDELE,_Y
110. FLST,2,2,5,ORDE,2
111. FITEM,2,2
112. FITEM,2,-3
113. AESIZE,P51X,1/25,
114. FLST,2,2,5,ORDE,2
115. FITEM,2,1
116. FITEM,2,4
117. AESIZE,P51X,1/10,
118. MSHAPE,1,2D
119. MSHKEY,0
120. APLOT
121. FLST,5,4,5,ORDE,2
122. FITEM,5,1
123. FITEM,5,-4
124. CM,_Y,AREA
125. ASEL, , , ,P51X
126. CM,_Y1,AREA
127. CHKMSH,'AREA'
128. CMSEL,S,_Y
129. AMESH,_Y1
130. CMDELE,_Y
131. CMDELE,_Y1
132. CMDELE,_Y2
133. FLST,3,4,5,ORDE,2
134. FITEM,3,1
135. FITEM,3,-4
136. ARSYM,Y,P51X, , , ,0,0
137. NUMMRG,ALL, , , ,LOW
138. TYPE, 1
139. EXTOPT,ESIZE,10,0.25,
140. EXTOPT,ACLEAR,0
141. EXTOPT,ATTR,0,0,0
142. MAT,1

143.	REAL,1		188.	FITEM,2,12
144.	ESYS,0		189.	/GO
145.	FLST,2,8,5,ORDE,2		190.	FK,P51X,FX,-100
146.	FITEM,2,1		191.	LSWRITE,1,
147.	FITEM,2,-8		192.	FLST,2,1,3,ORDE,1
148.	VDRAG,P51X, , , , , , 19		193.	FITEM,2,12
149.	FLST,2,8,5,ORDE,2		194.	FKDELE,P51X,ALL
150.	FITEM,2,1		195.	FLST,2,1,3,ORDE,1
151.	FITEM,2,-8		196.	FITEM,2,12
152.	VDRAG,P51X, , , , , , 18		197.	!*
153.	FLST,5,84,5,ORDE,2		198.	/GO
154.	FITEM,5,1		199.	FK,P51X,MZ,100
155.	FITEM,5,-84		200.	LSWRITE,2,
156.	ASEL,S, , ,P51X		201.	FLST,2,1,3,ORDE,1
157.	ESLA,S		202.	FITEM,2,12
158.	EPLOT		203.	FKDELE,P51X,ALL
159.	FLST,2,8,5,ORDE,2		204.	FLST,2,1,3,ORDE,1
160.	FITEM,2,1		205.	FITEM,2,12
161.	FITEM,2,-8		206.	/GO
162.	ACLEAR,P51X		207.	FK,P51X,MY,100
163.	APLOT		208.	LSWRITE,3,
164.	ALLSEL,ALL		209.	FLST,2,1,3,ORDE,1
165.	/USER, 1		210.	FITEM,2,12
166.	/VIEW, 1, -0.491507977775 ,		211.	FKDELE,P51X,ALL
	0.447383254762 ,		212.	FLST,2,1,3,ORDE,1
	0.747173427755		213.	FITEM,2,12
167.	/ANG, 1, -26.9967421549		214.	!*
168.	/REPLO		215.	/GO
169.	FLST,5,4,5,ORDE,4		216.	FK,P51X,MX,-100
170.	FITEM,5,9		217.	LSWRITE,4,
171.	FITEM,5,32		218.	FINISH
172.	FITEM,5,47		219.	/SOL
173.	FITEM,5,70		220.	LSSOLVE,1,4,1,
174.	ASEL,S, , ,P51X		221.	FINISH
175.	NSLA,S,1		222.	/POST1
176.	CERIG,2,ALL,ALL		223.	LCDEF,1,1
177.	ALLSEL,ALL		224.	LCDEF,2,2
178.	KMESH, 12		225.	LCDEF,3,3
179.	ALLSEL,ALL		226.	LCDEF,4,4
180.	FLST,2,4,5,ORDE,4		227.	/VIEW,1,1,2,3
181.	FITEM,2,27		228.	/ANG,1
182.	FITEM,2,44		229.	/REP,FAST
183.	FITEM,2,65		230.	LCASE,1
184.	FITEM,2,82		231.	FLST,5,8,6,ORDE,8
185.	/GO		232.	FITEM,5,2
186.	DA,P51X,ALL,		233.	FITEM,5,-3
187.	FLST,2,1,3,ORDE,1		234.	FITEM,5,6

```

235. FITEM,5,-7
236. FITEM,5,10
237. FITEM,5,-11
238. FITEM,5,14
239. FITEM,5,-15
240. VSEL,S,,P51X
241. ESLV,S
242. /AUTO,1
243. /REP,FAST
244. /VIEW,1,1,2,3
245. /ANG,1
246. /REP,FAST
247. /AUTO,1
248. /REP,FAST
249. /EFACET,1
250. PLNSOL,S,EQV,0,1.0
251. /UI,COPY,SAVE,JPEG,GRAPH,COLOR,
    NORM,LANDSCAPE,NO,100
252. PLNSOL,S,INT,0,1.0
253. /UI,COPY,SAVE,JPEG,GRAPH,COLOR,
    NORM,LANDSCAPE,NO,100
254. PLNSOL,S,1,0,1.0
255. /UI,COPY,SAVE,JPEG,GRAPH,COLOR,
    NORM,LANDSCAPE,NO,100
256. LCASE,2
257. PLNSOL,S,EQV,0,1.0
258. /UI,COPY,SAVE,JPEG,GRAPH,COLOR,
    NORM,LANDSCAPE,NO,100
259. PLNSOL,S,INT,0,1.0
260. /UI,COPY,SAVE,JPEG,GRAPH,COLOR,
    NORM,LANDSCAPE,NO,100
261. PLNSOL,S,1,0,1.0
262. /UI,COPY,SAVE,JPEG,GRAPH,COLOR,
    NORM,LANDSCAPE,NO,100
263. LCASE,3
264. PLNSOL,S,EQV,0,1.0
265. /UI,COPY,SAVE,JPEG,GRAPH,COLOR,
    NORM,LANDSCAPE,NO,100
266. PLNSOL,S,INT,0,1.0
267. /UI,COPY,SAVE,JPEG,GRAPH,COLOR,
    NORM,LANDSCAPE,NO,100
268. PLNSOL,S,1,0,1.0
269. /UI,COPY,SAVE,JPEG,GRAPH,COLOR,
    NORM,LANDSCAPE,NO,100
270. LCASE,4
271. PLNSOL,S,EQV,0,1.0
272. /UI,COPY,SAVE,JPEG,GRAPH,COLOR,
    NORM,LANDSCAPE,NO,100
273. PLNSOL,S,INT,0,1.0
274. /UI,COPY,SAVE,JPEG,GRAPH,COLOR,
    NORM,LANDSCAPE,NO,100
275. PLNSOL,S,1,0,1.0
276. /UI,COPY,SAVE,JPEG,GRAPH,COLOR,
    NORM,LANDSCAPE,NO,100
277. *ELSE
278. /BATCH
279. /COM,ANSYS RELEASE 14.5.7
    UP20130316 11:17:04
    12/06/2013
280. /input,menust,tmp,"
281. /GRA,POWER
282. /GST,ON
283. /PLO,INFO,3
284. /GRO,CURL,ON
285. /CPLANE,1
286. /REPLOT,RESIZE
287. WPSTYLE,,,,,,,,0
288. /REPLOT,RESIZE
289. !*
290. /NOPR
291. KEYW,PR_SET,1
292. KEYW,PR_STRUC,1
293. KEYW,PR_THERM,0
294. KEYW,PR_FLUID,0
295. KEYW,PR_MULTI,0
296. /GO
297. !*
298. /COM,
299. /COM,Preferences for GUI filtering
    have been set to display:
300. /COM, Structural
301. !*
302. /PREP7
303. !*
304. ET,1,PLANE183
305. !*
306. ET,2,SOLID186
307. !*
308. !*
309. ET,3,MASS21
310. R,1,0,0,0,0,0,0,
311. MPTEMP,,,,,,,,
312. MPTEMP,1,0

```

313. MPDATA,EX,1,,2.1E11
314. MPDATA,PRXY,1,,0.3
315. K,1,1.25*W,0,,
316. K,2,1.25*W,W/2,,
317. K,3,1.05*R,W/2,,
318. K,4,1.05*R,0,,
319. K,5,-1.05*R,W/2,,
320. K,6,-1.05*R,0,,
321. K,7,-1.25*W,0,,
322. K,8,-1.25*W,W/2,,
323. K,9,0,W/2,,
324. K,10,0,0,,
325. LSTR, 1, 2
326. LSTR, 2, 3
327. LSTR, 3, 4
328. LSTR, 4, 1
329. LSTR, 4, 10
330. LSTR, 10, 9
331. LSTR, 9, 3
332. LSTR, 9, 5
333. LSTR, 5, 6
334. LSTR, 6, 10
335. LSTR, 6, 7
336. LSTR, 7, 8
337. LSTR, 8, 5
338. FLST,2,4,4
339. FITEM,2,12
340. FITEM,2,13
341. FITEM,2,9
342. FITEM,2,11
343. AL,P51X
344. FLST,2,4,4
345. FITEM,2,8
346. FITEM,2,9
347. FITEM,2,6
348. FITEM,2,10
349. AL,P51X
350. FLST,2,4,4
351. FITEM,2,6
352. FITEM,2,3
353. FITEM,2,7
354. FITEM,2,5
355. AL,P51X
356. FLST,2,4,4
357. FITEM,2,2
358. FITEM,2,4
359. FITEM,2,3
360. FITEM,2,1
361. AL,P51X
362. CYL4,0,(D/2)+R,R
363. FLST,2,3,5,ORDE,3
364. FITEM,2,2
365. FITEM,2,-3
366. FITEM,2,5
367. ASBA,P51X, 5
368. K,11,0,0,E/2,
369. K,12,0,0,-E/2,
370. /VIEW,1,1,2,3
371. /ANG,1
372. /REP,FAST
373. LSTR, 10, 12
374. LSTR, 10, 11
375. APLOT
376. FLST,5,2,4,ORDE,2
377. FITEM,5,20
378. FITEM,5,22
379. CM,_Y,LINE
380. LSEL, , , P51X
381. CM,_Y1,LINE
382. CMSEL,,_Y
383. LESIZE,_Y1,1/100, , , , , , 1
384. FLST,5,3,3,ORDE,2
385. FITEM,5,14
386. FITEM,5,-16
387. CM,_Y,KP
388. KSEL, , , P51X
389. CM,_Y1,KP
390. CMSEL,S,_Y
391. CMSEL,S,_Y1
392. KESIZE,ALL,1/100
393. CMSEL,S,_Y
394. CMDELE,_Y1
395. CMDELE,_Y
396. FLST,2,2,5,ORDE,2
397. FITEM,2,6
398. FITEM,2,-7
399. AESIZE,P51X,1/25,
400. FLST,2,2,5,ORDE,2
401. FITEM,2,1
402. FITEM,2,4
403. AESIZE,P51X,1/10,
404. MSHAPE,1,2D
405. MSHKEY,0
406. FLST,5,4,5,ORDE,4

407. FITEM,5,1
408. FITEM,5,4
409. FITEM,5,6
410. FITEM,5,-7
411. CM,_Y,AREA
412. ASEL, , , ,P51X
413. CM,_Y1,AREA
414. CHKMSH,'AREA'
415. CMSEL,S,_Y
416. AMESH,_Y1
417. CMDELE,_Y
418. CMDELE,_Y1
419. CMDELE,_Y2
420. NPLOT,1
421. APLOT
422. FLST,3,4,5,ORDE,4
423. FITEM,3,1
424. FITEM,3,4
425. FITEM,3,6
426. FITEM,3,-7
427. ARSYM,Y,P51X, , , ,0,0
428. NUMMRG,ALL, , , ,LOW
429. TYPE, 1
430. EXTOPT,ESIZE,10,0.25,
431. EXTOPT,ACLEAR,0
432. EXTOPT,ATTR,0,0,0
433. MAT,1
434. REAL,1
435. ESYS,0
436. FLST,2,8,5,ORDE,2
437. FITEM,2,1
438. FITEM,2,-8
439. VDRAG,P51X, , , , , 6
440. FLST,2,8,5,ORDE,2
441. FITEM,2,1
442. FITEM,2,-8
443. VDRAG,P51X, , , , , 7
444. FLST,5,76,5,ORDE,2
445. FITEM,5,1
446. FITEM,5,-76
447. ASEL,S, , ,P51X
448. ESLA,S
449. EPLOT
450. FLST,2,8,5,ORDE,2
451. FITEM,2,1
452. FITEM,2,-8
453. ACLEAR,P51X
454. APLOT
455. ALLSEL,ALL
456. /USER, 1
457. /VIEW, 1, -0.446671080403 ,
0.468255460142 ,
0.762379019897
458. /ANG, 1, -27.4684048390
459. /REPLO
460. KMESH, 7
461. FLST,5,4,5,ORDE,4
462. FITEM,5,9
463. FITEM,5,16
464. FITEM,5,43
465. FITEM,5,50
466. ASEL,S, , ,P51X
467. NSLA,S,1
468. CERIG,1,ALL,ALL
469. ALLSEL,ALL
470. FLST,2,4,5,ORDE,4
471. FITEM,2,18
472. FITEM,2,25
473. FITEM,2,52
474. FITEM,2,59
475. /GO
476. DA,P51X,ALL,
477. FLST,2,1,3,ORDE,1
478. FITEM,2,7
479. /GO
480. FK,P51X,FX,-100
481. LSWRITE,1,
482. FLST,2,1,3,ORDE,1
483. FITEM,2,7
484. FKDELE,P51X,ALL
485. FLST,2,1,3,ORDE,1
486. FITEM,2,7
487. /GO
488. FK,P51X,MZ,100
489. LSWRITE,2,
490. FLST,2,1,3,ORDE,1
491. FITEM,2,7
492. FKDELE,P51X,ALL
493. FLST,2,1,3,ORDE,1
494. FITEM,2,7
495. /GO
496. FK,P51X,MY,100
497. LSWRITE,3,
498. FLST,2,1,3,ORDE,1

```

499. FITEM,2,7
500. FKDELE,P51X,ALL
501. FLST,2,1,3,ORDE,1
502. FITEM,2,7
503. /GO
504. FK,P51X,MX,-100
505. LSWRITE,4,
506. FINISH
507. /SOL
508. LSSOLVE,1,4,1,
509. FINISH
510. /POST1
511. LCDEF,1,1
512. LCDEF,2,2
513. LCDEF,3,3
514. LCDEF,4,4
515. /VIEW,1,1,2,3
516. /ANG,1
517. /REP,FAST
518. LCASE,1
519. VSLA,S
520. FLST,5,8,6,ORDE,4
521. FITEM,5,5
522. FITEM,5,-8
523. FITEM,5,13
524. FITEM,5,-16
525. VSEL,S, , ,P51X
526. ESLV,S
527. /AUTO,1
528. /REP,FAST
529. /AUTO,1
530. /REP,FAST
531. /VIEW,1,1,2,3
532. /ANG,1
533. /REP,FAST
534. /AUTO,1
535. /REP,FAST
536. /EFACET,1
537. PLNSOL, S,EQV, 0,1.0
538. /UI,COPY,SAVE,JPEG,GRAPH,COLOR,
NORM,LANDSCAPE,NO,100
539. PLNSOL, S,INT, 0,1.0
540. /UI,COPY,SAVE,JPEG,GRAPH,COLOR,
NORM,LANDSCAPE,NO,100
541. PLNSOL, S,1, 0,1.0
542. /UI,COPY,SAVE,JPEG,GRAPH,COLOR,
NORM,LANDSCAPE,NO,100
543. LCASE,2
544. PLNSOL, S,EQV, 0,1.0
545. /UI,COPY,SAVE,JPEG,GRAPH,COLOR,
NORM,LANDSCAPE,NO,100
546. PLNSOL, S,INT, 0,1.0
547. /UI,COPY,SAVE,JPEG,GRAPH,COLOR,
NORM,LANDSCAPE,NO,100
548. PLNSOL, S,1, 0,1.0
549. /UI,COPY,SAVE,JPEG,GRAPH,COLOR,
NORM,LANDSCAPE,NO,100
550. LCASE,3
551. PLNSOL, S,EQV, 0,1.0
552. /UI,COPY,SAVE,JPEG,GRAPH,COLOR,
NORM,LANDSCAPE,NO,100
553. PLNSOL, S,INT, 0,1.0
554. /UI,COPY,SAVE,JPEG,GRAPH,COLOR,
NORM,LANDSCAPE,NO,100
555. PLNSOL, S,1, 0,1.0
556. /UI,COPY,SAVE,JPEG,GRAPH,COLOR,
NORM,LANDSCAPE,NO,100
557. LCASE,4
558. PLNSOL, S,EQV, 0,1.0
559. /UI,COPY,SAVE,JPEG,GRAPH,COLOR,
NORM,LANDSCAPE,NO,100
560. PLNSOL, S,INT, 0,1.0
561. /UI,COPY,SAVE,JPEG,GRAPH,COLOR,
NORM,LANDSCAPE,NO,100
562. PLNSOL, S,1, 0,1.0
563. /UI,COPY,SAVE,JPEG,GRAPH,COLOR,
NORM,LANDSCAPE,NO,100
564. *ENDIF

```

Guardaremos el archivo creado con el nombre que deseemos y con la extensión .mac. A partir de ahora, cada vez que queramos realizar la pieza introduciremos el nombre del archivo en la barra de comandos superior seguido de los parámetros y el programa automáticamente nos realizará todo el procedimiento. La macro se encontrará en la carpeta adjunta a este proyecto.

7. ANALISIS DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS.

ANALISIS DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS

7.1 Carga Axial.

En cuanto a la información sobre la carga axial respecto a nuestro concentrador de tensiones disponemos de la gráfica de Peterson que mostramos en la figura 7.1:

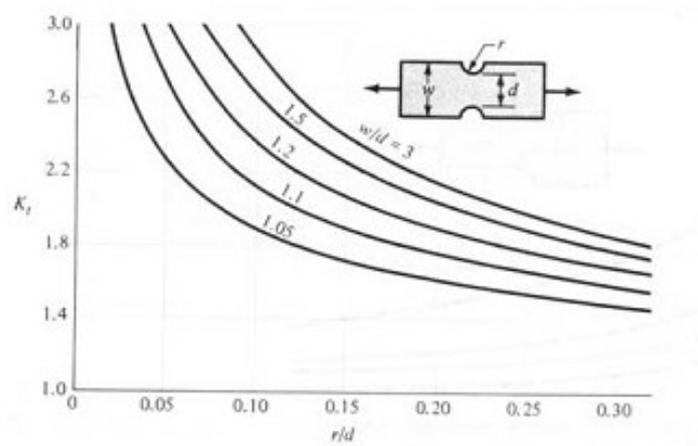


Figura 7.1 Gráfica de Peterson estado de carga axial.

Gráfica que tendremos en cuenta en el momento de representar nuestras curvas.

Con la tensión máxima obtenida gracias al software ANSYS®, procedemos a calcular la tensión nominal:

$$\sigma_n = \frac{F}{d \cdot E} \quad (7.1)$$

Para nuestro trabajo hemos aplicado una fuerza axial de 100 N y para la explicación de la obtención del factor de concentrador utilizaremos los parámetros del caso 1 explicado anteriormente, por tanto la tensión nominal es de:

$$\sigma_n = \frac{100}{0,66667 \cdot 0,66667} = 225 \text{ Pa} \quad (7.2)$$

En nuestro caso, hemos obtenido unas tensiones máximas con el software ANSYS de:

CRITERIO	VON MISES	TRESCA	TENSIONES PRINCIPALES
TENSION MÁXIMA	539,344 Pa	582,399 Pa	583,169 Pa

Tabla 7.1 Tensiones máximas en carga axial en los distintos criterios.

Finalmente, dividiremos el valor obtenido de tensión máxima con la nuestra nominal obteniendo la tabla 7.2:

CRITERIO	VON MISES	TRESCA	TENSIONES PRINCIPALES
K_T	2,397	2,588	2,591

Tabla 7.2 K_T obtenida en carga axial en los distintos criterios.

Seleccionamos el valor que proporciona la tensión principal porque la elevación de tensiones afecta a las tensiones en dirección X que en la zona del concentrador de tensiones coincidirán con la de la tensión principal 1

Tras realizar el cálculo detallado con una pieza, procedemos a realizar todas las necesarias para la representación gráfica, por tanto, con la ayuda de la macro obtenida en el apartado anterior y el programa Excel para la presentación de los puntos, hemos realizado un conjunto de 7 puntos por cada línea, un total de 6 relaciones de W/d y en un total de 7 relaciones E/d, obteniendo un total de 294 piezas realizadas en ANSYS®. Debido al gran número de ecuaciones a representar, explicaremos únicamente el caso 1 con una relación E/d=1, y los demás resultados se encontrarán en un archivo Excel incluido en el CD que acompaña el trabajo.

S1		AXIAL					
W/d	r/d	3	1,5	1,2	1,1	1,05	1,02
0,3		2,047	1,995	1,809	1,643	1,487	1,322
0,25		2,213	2,128	1,913	1,717	1,541	1,357
0,2		2,442	2,317	2,050	1,824	1,615	1,405
0,15		2,786	2,592	2,255	1,976	1,726	1,473
0,1		3,366	3,059	2,608	2,246	1,914	1,590
0,05		4,801	4,159	3,447	2,900	2,362	1,865
0,03		6,166	5,345	4,267	3,552	2,907	2,149

Tabla 7.3 K_T obtenidas en los distintos parámetros en el criterio de Tensiones principales (S1).

Cabe destacar que los resultados son en función del espesor, habiéndose comprobado que puede haber diferencias en el valor de K_t de casi un 8% en función del espesor, que tendrían que tenerse en cuenta y que las gráficas de Peterson no las contemplan. La mayor influencia del espesor se da para relaciones W/d altas y r/d bajas.

También destacamos que con niveles de precisión similares de la solución de elementos finitos los resultados se acercan a las curvas de Peterson más para W/d bajas, lo que podría indicar defectos en la experimentación de Peterson para valores de W/d altos.

Con los valores obtenidos de K_t , procedemos a representarlos gráficamente y compararlos con los obtenidos por Peterson, mediante el software Excel, en el cual, de fondo pondremos la gráfica de Peterson y se comprobará con mayor facilidad cual es el criterio que más se ajusta.

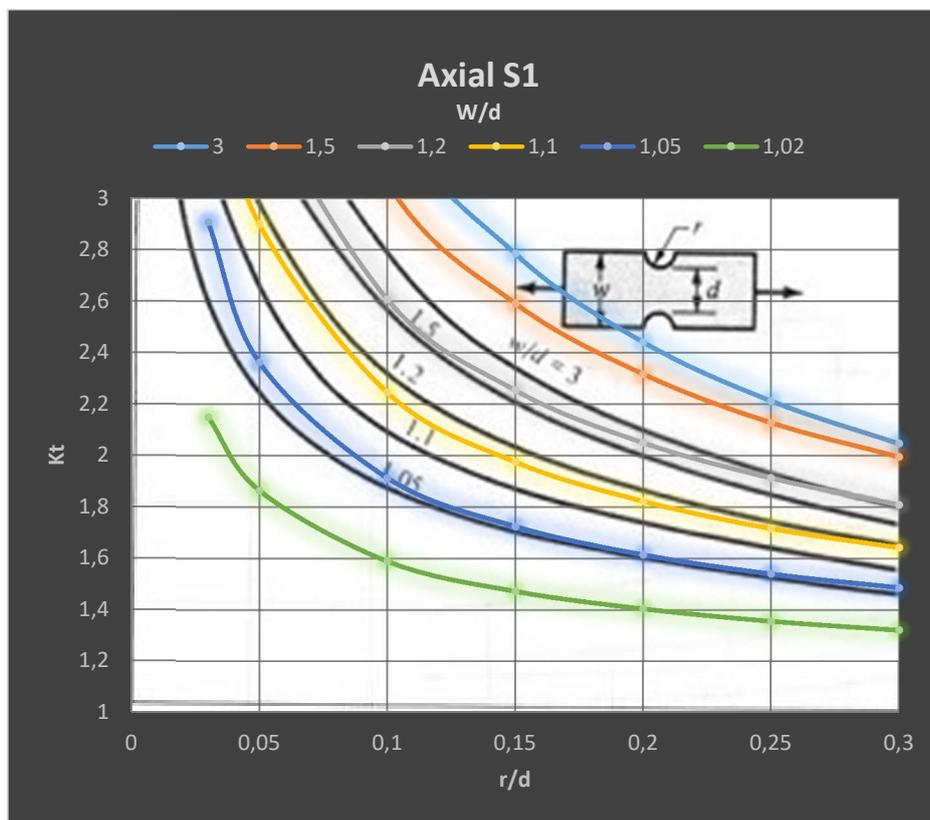


Figura 7.2 Gráfica de carga axial criterio de Tensiones principales (S1)

En la memoria únicamente encontraremos y realizaremos las gráficas pertenecientes a la relación espesor distancia mínima entre radios de valor 1, el resto se encontrará en una carpeta titulada apartado 7, en el que se encontrarán todos los resultados obtenidos mediante el programa ANSYS y un Excel con todos los espesores y sus respectivas gráficas.

7.2 Momento en el eje Z

La información obtenida respecto al momento, en nuestro caso en el eje Z, es la gráfica de Peterson siguiente:

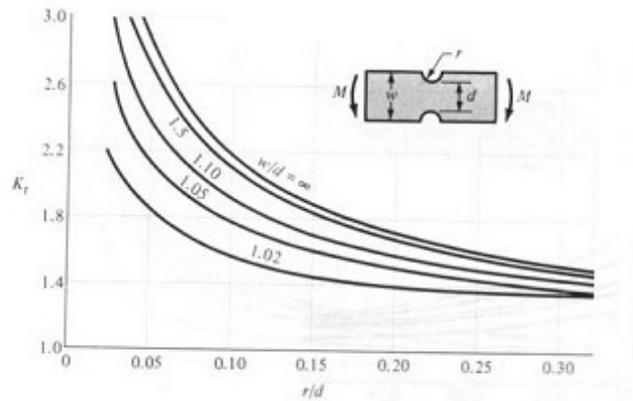


Figura 7.3 Gráfica de Peterson estado de momento en el eje Z

Con la tensión máxima obtenida gracias al software ANSYS®, procedemos a calcular la tensión nominal:

$$\sigma_n = \frac{M_z \cdot \frac{d}{2}}{\frac{1}{12} \cdot E \cdot d^3} \quad (7.3)$$

Aplicando un momento de valor 100 N·m y los parámetros del caso 1 explicado anteriormente, obtendremos:

$$\sigma_n = \frac{100 \cdot \frac{0.66667}{2}}{\frac{1}{12} \cdot 0.66667 \cdot 0.66667^3} = 2025 \text{ Pa} \quad (7.4)$$

Para el Momento en el eje Z, hemos obtenido unas las tensiones máximas:

CRITERIO	VON MISES	TRESCA	TENSIONES PRINCIPALES
TENSION MÁXIMA	3723,4 Pa	4044,83 Pa	4049,74 Pa

Tabla 7.4 Tensiones máximas en momento en el eje Z en los distintos criterios.

Que dividiendo los valores de la tabla anterior obtenidos con los obtenidos por la tensión nominal del flector:

CRITERIO	VON MISES	TRESCA	TENSIONES PRINCIPALES
K_T	1,838	1,997	1,999

Tabla 7.5 K_t obtenida en momento en el eje Z en los distintos criterios.

Dado que el axial genera tensiones en dirección X, la tensión de comparación será la calculada mediante tensiones principales en este caso. Las tensiones máximas en todos los parámetros, obteniendo para todas las geometrías proporcionarán los siguientes valores de K_t

S1		AXIAL					
W/d		3	1,5	1,2	1,1	1,05	1,02
r/d							
	0,3	1,607	1,595	1,538	1,472	1,390	1,281
	0,25	1,703	1,683	1,618	1,534	1,439	1,314
	0,2	1,837	1,811	1,724	1,625	1,507	1,360
	0,15	2,045	2,000	1,884	1,757	1,608	1,426
	0,1	2,405	2,329	2,167	1,990	1,781	1,538
	0,05	3,330	3,123	2,846	2,563	2,196	1,804
	0,03	4,232	3,993	3,516	3,138	2,702	2,079

Tabla 7.6 K_t obtenidas en los distintos parámetros en el criterio de Tensiones Principales (S1).

Los cuales, representados gráficamente junto con las gráficas de Peterson, se muestran en la Figura 7.9:

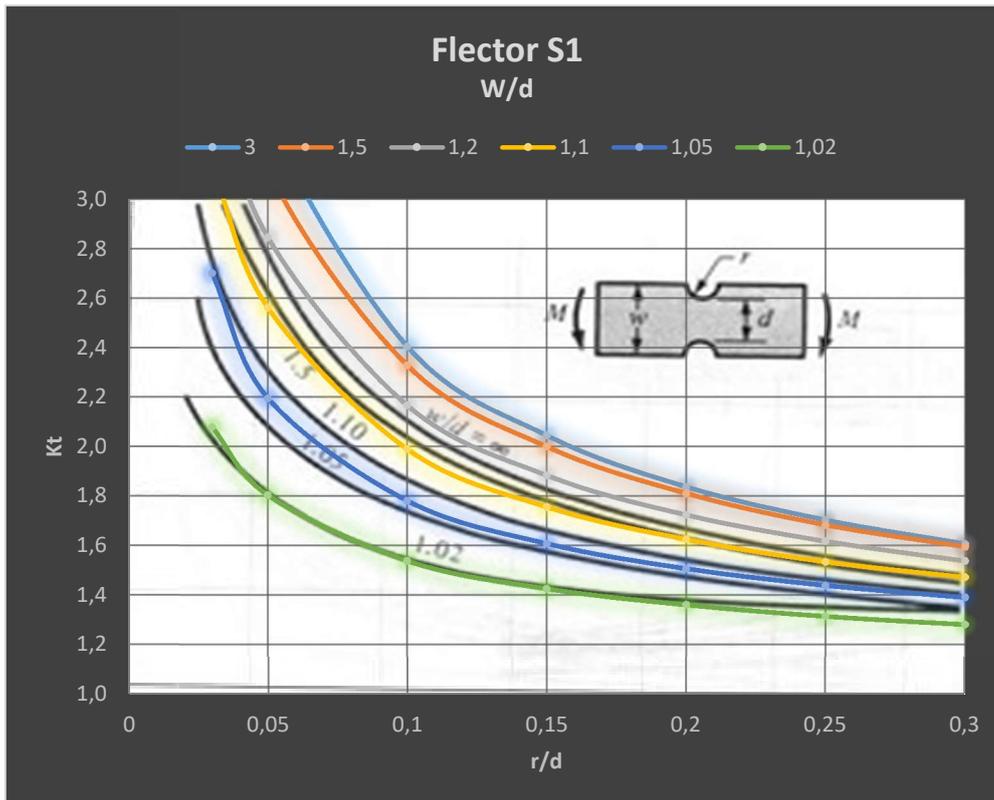


Figura 7.4 Gráfica de momento en el eje Z criterio de Tensión principal (S1)

7.3 Momento en el eje Y.

En este estado de carga, no disponemos de ningún tipo de información, observando que en los dos estados de carga anteriores hemos obtenido un resultado aproximado a las tablas de Peterson, podemos afirmar que el procedimiento descrito es correcto y por tanto los datos obtenidos siguiendo el procedimiento lo serán.

En este caso la tensión nominal:

$$\sigma_n = \frac{M_z \cdot \frac{E}{2}}{\frac{1}{12} \cdot d \cdot E^3} \quad (7.5)$$

Aplicando nuevamente nuestra carga de 100 N·m y los valores del caso 1:

$$\sigma_n = \frac{100 \cdot \frac{0.66667}{2}}{\frac{1}{12} \cdot 0.66667 \cdot 0.66667^3} = 2025 \text{ Pa} \quad (7.6)$$

En el programa ANSYS hemos obtenido unas tensiones máximas:

CRITERIO	VON MISES	TRESCA	TENSIONES PRINCIPALES
TENSION MÁXIMA	4128,66 Pa	4167,69 Pa	4174,85 Pa

Tabla 7.7 Tensiones máximas en momento en el eje Y en los distintos criterios.

Los cuales divididos entre la tensión nominal:

CRITERIO	VON MISES	TRESCA	TENSIONES PRINCIPALES
K_T	2,038	2,058	2,061

Tabla 7.8 K_t obtenida en momento en el eje Y en los distintos criterios.

Al igual que en los anteriores estados de carga, se seleccionará el caso de tensiones principales

Tras obtener todas las K_t en la relación $E/d=1$, obtenemos:

S1		AXIAL					
W/d		3	1,5	1,2	1,1	1,05	1,02
r/d							
0,3		1,650	1,615	1,542	1,456	1,362	1,252
0,25		1,766	1,711	1,626	1,520	1,408	1,279
0,2		1,928	1,851	1,737	1,612	1,477	1,322
0,15		2,181	2,062	1,907	1,749	1,582	1,389
0,1		2,636	2,439	2,210	1,993	1,762	1,511
0,05		3,860	3,381	2,964	2,609	2,198	1,773
0,03		5,030	4,440	3,727	3,228	2,723	2,044

Tabla 7.9 K_t obtenidas en los distintos parámetros en el criterio de Tensiones principales (S1).

Con lo que representando gráficamente los valores de K_t , obtenemos:

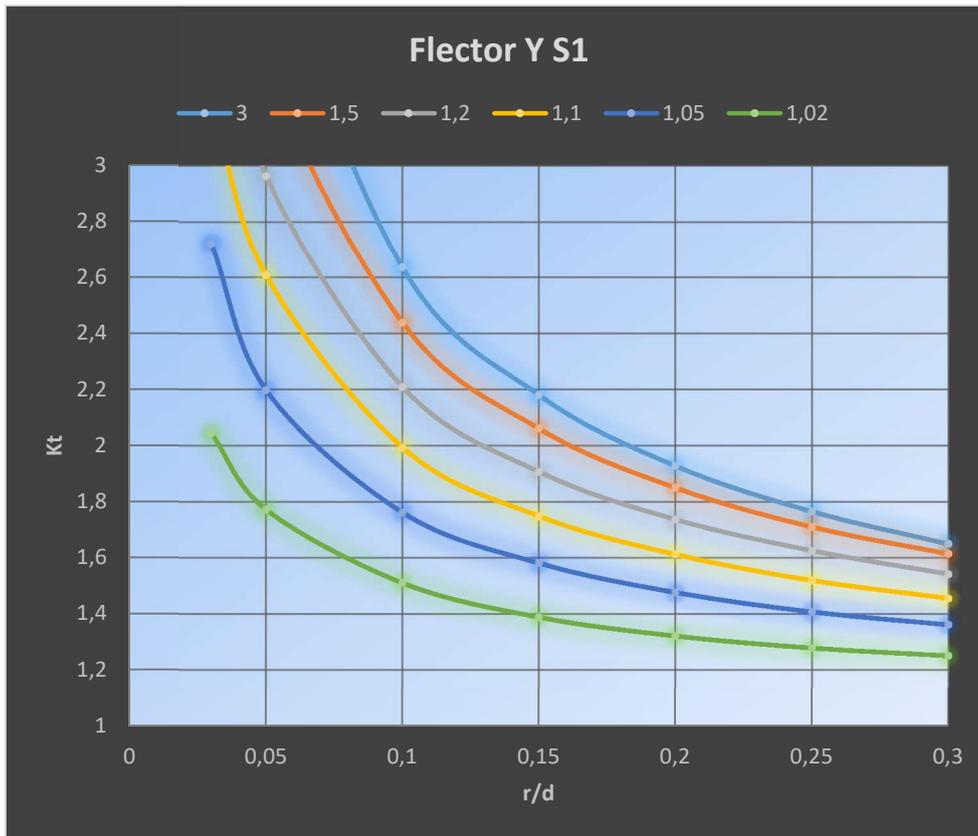


Figura 7.5 Gráfica de momento en el eje Y criterio de Tensiones Principales (S1)

En este estado de carga, eliminaremos debido a los resultados los valores pertenecientes a la $E/d=0,01$, debido al estado de tensión plana no se consigue obtener los resultados. Por tanto para el posterior estudio de la ecuación de superficie, dispondremos de todos los espesores excepto el dicho anteriormente.

7.4 Momento torsor.

Nuevamente nos encontramos en un estado de carga en el que no disponemos de ningún tipo de información referente al coeficiente de concentrador de tensiones. Procedemos pues, como en los anteriores casos a calcular la tensión nominal.

Para este estado de carga, buscando en información referente al cálculo en estado de carga de torsión, encontramos una ecuación para el cálculo de la tensión máxima en un rectángulo con dicha carga aplicada, que mostramos en la siguiente figura:

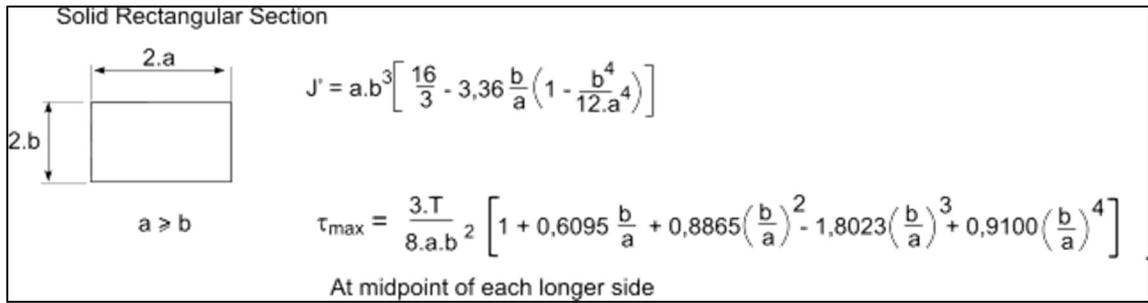


Figura 7.6 Ecuación para la obtención de la tensión nominal

Debemos tener en cuenta, que en el caso de torsión, los resultados de ANSYS son tensiones tangenciales, por lo que a la hora de calcular Kt, debemos seguir las siguientes ecuaciones según el criterio.

CRITERIOS	VON MISES	TRESCA	S1
TENSIÓN NOMINAL	$\sqrt{3} \cdot \tau$	$2 \cdot \tau$	τ

Tabla 7.10 Tabla equivalencias en criterios con la carga de torsión..

Además, como se puede observar en la figura anterior, la tensión máxima se encontrará en la cara más larga, por tanto, como nuestro estudio tiene en cuenta la parte donde se encuentra el concentrador de tensiones y todo aquello que no dependa del concentrador de tensiones no es importante, eliminaremos todas las relaciones de espesor menores a la unidad, pues la tensión máxima se encontrará en la cara de la pieza donde no estamos estudiando.

Procediendo al cálculo de las tensiones nominales obtenemos la siguiente tabla para nuestro caso estudiado:

CRITERIO	VON MISES	TRESCA	TENSIONES PRINCIPALES
TENSION NOMINAL	2812,411	3247,4925	1623,746

Tabla 7.11 Tensiones nominales obtenidas en los distintos criterios.

Siendo la siguiente tabla los resultados obtenidos en el software:

CRITERIO	VON MISES	TRESCA	TENSIONES PRINCIPALES
TENSION MÁXIMA	2900,02	3448,65	2439,65

Tabla 7.12 Tensiones máximas en momento en el eje Y en los distintos criterios.

Obtenemos unos valores de K_t para cada tipo de tensión:

CRITERIO	VON MISES	TRESCA	TENSIONES PRINCIPALES
K_T	1,031	1,061	1,502

Tabla 7.13 K_t obtenida en carga de torsión en los distintos criterios.

Obteniendo todos los valores de K_t en la relación de $E/d=1$:

VON MISES r/d \ D/d	AXIAL					
	3	1,5	1,2	1,1	1,05	1,02
0,3	1,020	0,955	1,042	1,096	1,115	1,106
0,25	1,038	0,954	1,068	1,122	1,137	1,121
0,2	1,083	0,983	1,107	1,158	1,167	1,141
0,15	1,175	1,031	1,167	1,214	1,212	1,173
0,1	1,453	1,128	1,275	1,311	1,290	1,226
0,05	1,962	1,411	1,548	1,549	1,474	1,350
0,03	2,597	1,821	1,834	1,805	1,664	1,465

Tabla 7.14 K_t obtenidas en los distintos parámetros en el criterio de Von Mises.

TRESCA r/d \ D/d	AXIAL					
	3	1,5	1,2	1,1	1,05	1,02
0,3	1,485	1,175	1,050	1,096	1,115	1,106
0,25	1,619	1,248	1,075	1,122	1,137	1,121
0,2	1,812	1,343	1,111	1,158	1,167	1,141
0,15	2,115	1,502	1,169	1,214	1,212	1,173
0,1	2,660	1,794	1,275	1,311	1,290	1,226
0,05	3,810	2,580	1,548	1,549	1,474	1,350
0,03	5,194	3,336	1,866	1,805	1,664	1,465

Tabla 7.15 K_t obtenidas en los distintos parámetros en el criterio de Tresca.

S1		AXIAL					
D/d	r/d	3	1,5	1,2	1,1	1,05	1,02
0,3		1,650	1,615	1,542	1,456	1,362	1,252
0,25		1,766	1,711	1,626	1,520	1,408	1,279
0,2		1,928	1,851	1,737	1,612	1,477	1,322
0,15		2,181	2,062	1,907	1,749	1,582	1,389
0,1		2,636	2,439	2,210	1,993	1,762	1,511
0,05		3,860	3,381	2,964	2,609	2,198	1,773
0,03		5,030	4,440	3,727	3,228	2,723	2,044

Tabla 7.16 Kt obtenidas en los distintos parámetros en el criterio de Tensiones Principales (S1).

Y finalmente, representando nuestros resultados en formato de gráfica:

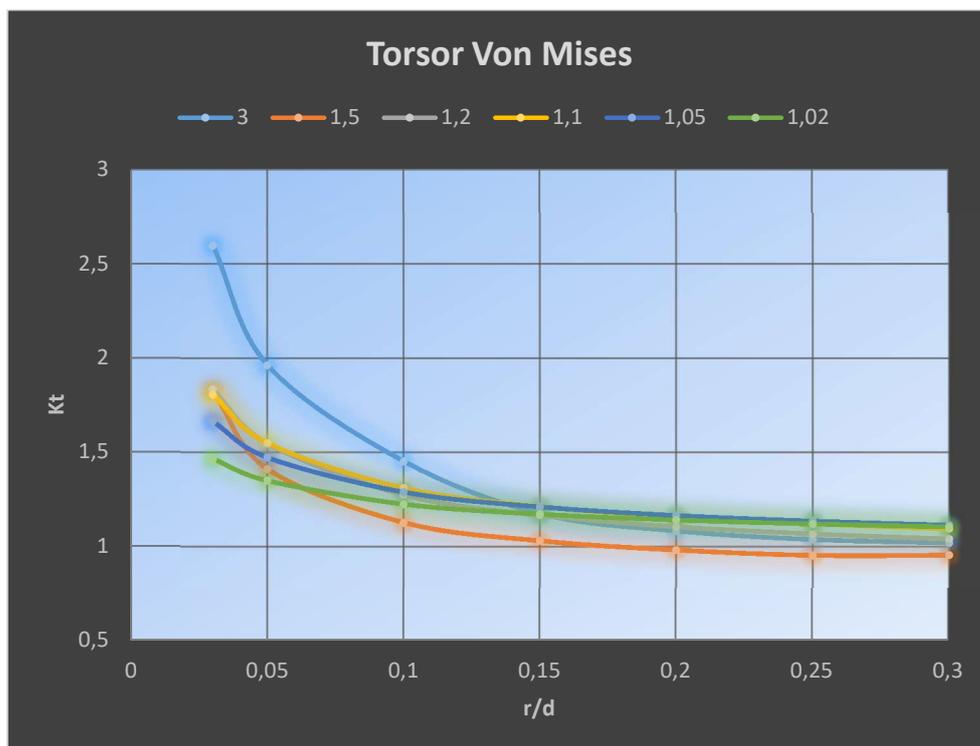


Figura 7.7 Gráfica del momento torsor en el criterio de Von Mises

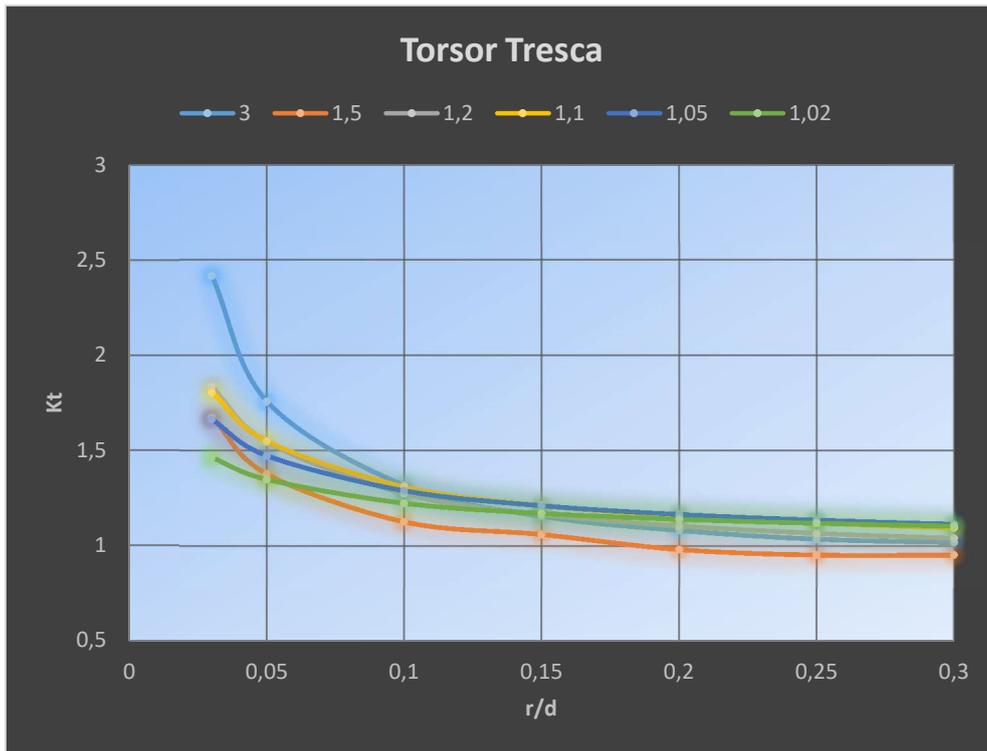


Figura 7.8 Gráfica del momento torsor en el criterio de Tresca

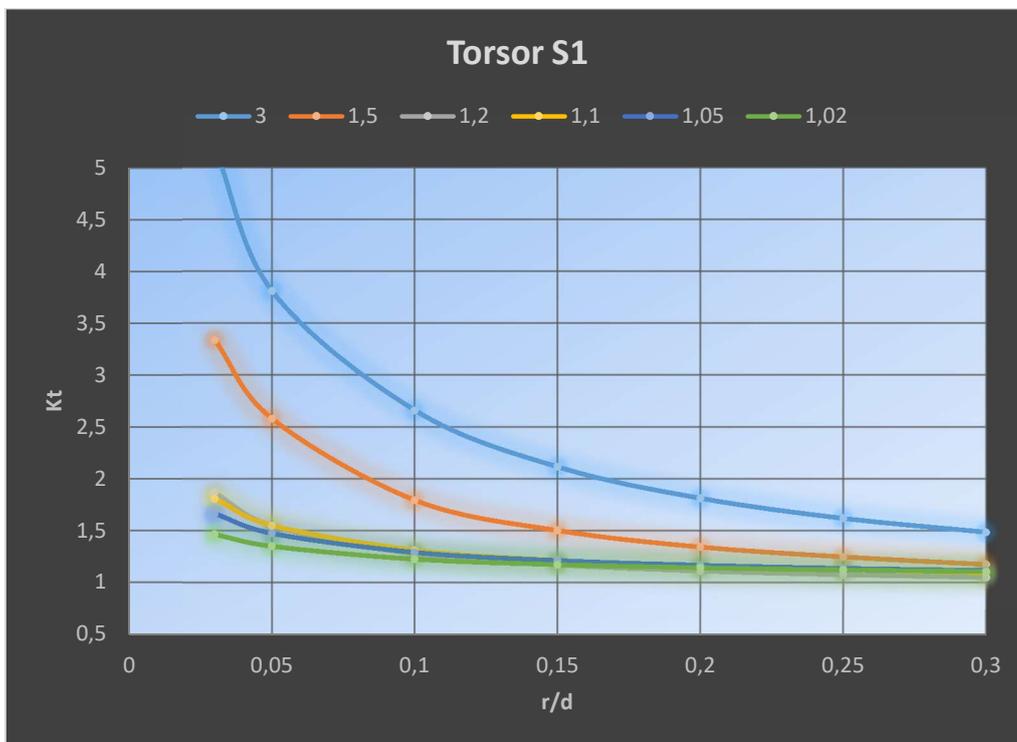


Figura 7.9 Gráfica del momento torsor en el criterio de Tensiones Principales (S1)

En todos los estados de carga anteriores, los resultados del coeficiente de concentrador de tensiones han sido mayores a la unidad, nunca por bajo, con lo cual siempre han sido razonables todos los resultados obtenidos. Pero en este estado de carga, en ocasiones obtenemos unos valores por debajo de la unidad. En la relación $E/d=1$, no son tantos los casos, pero si realizamos el estudio para una relación $E/d=3$, en los tres criterios aparecen cifras inferiores, como se puede observar en las siguientes figuras:

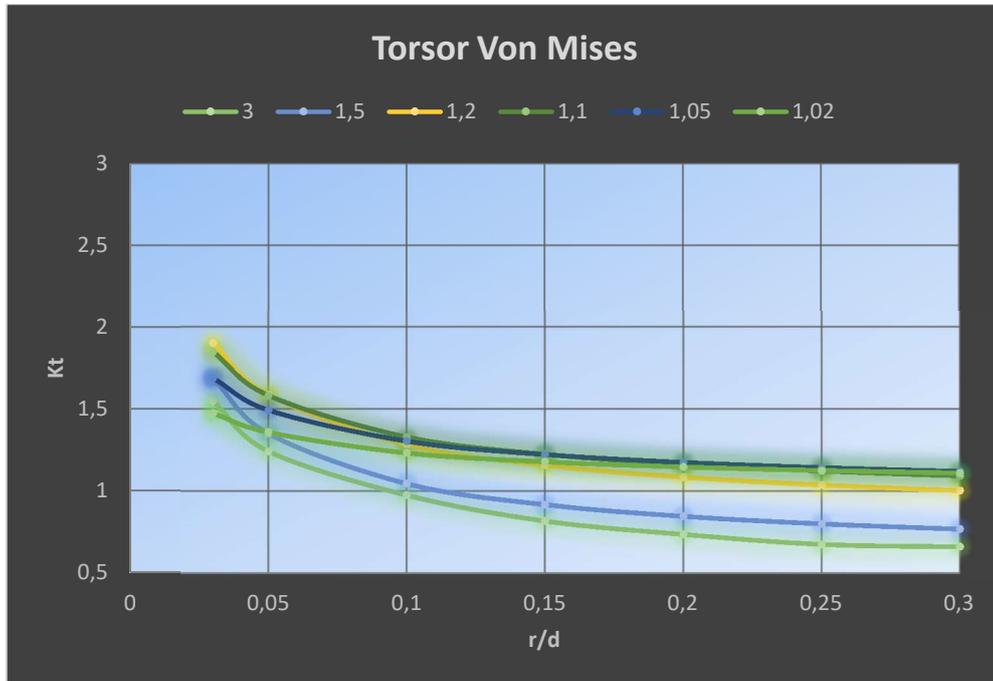


Figura 7.20 Gráfica del momento torsor en el criterio de Von Mises en $E/d=3$.

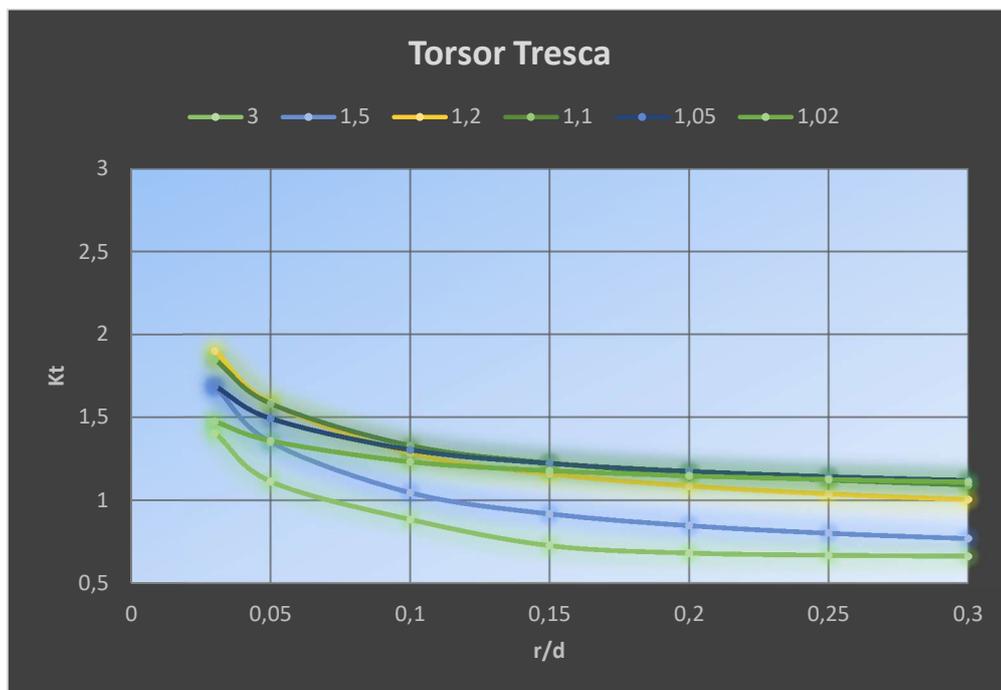


Figura 7.31 Gráfica del momento torsor en el criterio de Tresca en $E/d=3$

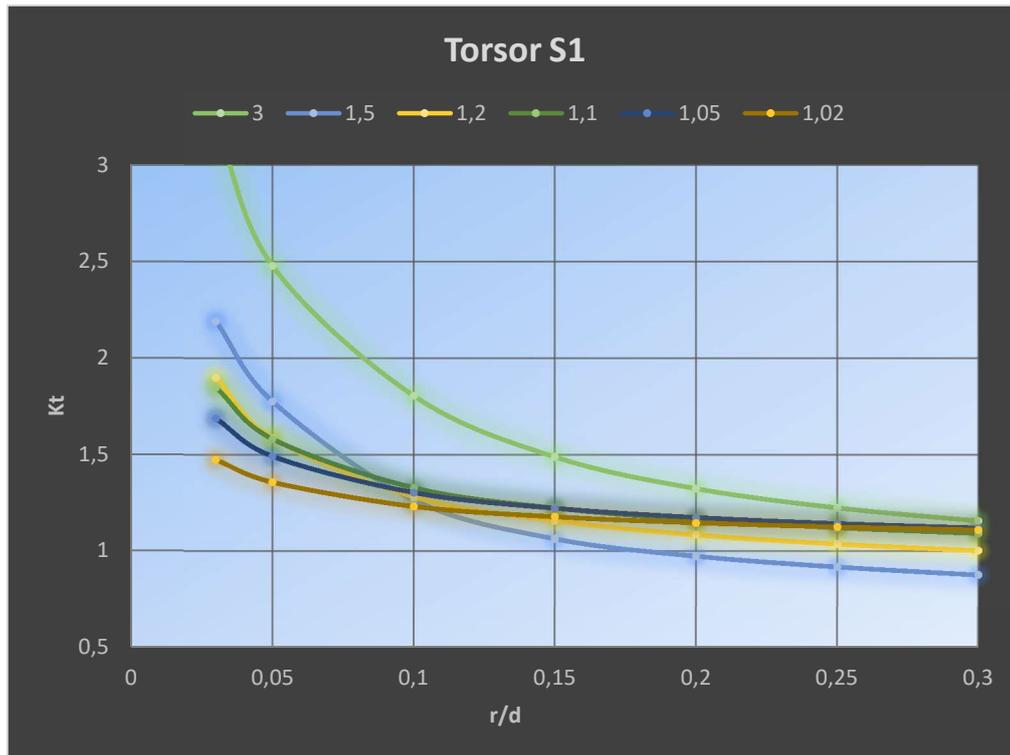


Figura 7.42 Gráfica del momento torsor en el criterio de Tensiones Principales (S1) en $E/d=3$

Dado que los resultados obtenidos no son los esperados, vamos a estudiar con detalle este estado de carga.

Para ello, el primer paso es realizar mediante el mismo procedimiento explicado anteriormente el estudio de un rectángulo macizo con una carga de la misma magnitud del torsor, con la finalidad de comparar los resultados y obtener una conclusión de los resultados obtenidos. Además, podremos comprobar si nuestras tensiones nominales obtenidas mediante la ecuación de la figura 7.13 son ciertas.

En la primera columna de las siguientes tablas (7.15, 7.16, 7.17 y 7.18) se mostrarán las capturas obtenidas de un concentrador de tensiones con su factor de concentración menor a la unidad, correspondiente a los valores $E/d=3$, $r/d=0,25$, $W/d=1,5$ $r/d=0,25$, en la columna central se mostrarán los resultados obtenidos con el rectángulo sin concentrador de tensiones con $W/d=1,5$ y $E/d=3$ y por último, en la tercera los resultados obtenidos con una geometría con el factor de concentrador de tensiones mayor a la unidad correspondientes a $E/d=3$, $r/d=0,05$, $W/d=1,5$ y $r/d=0,05$

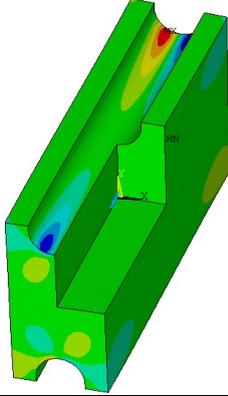
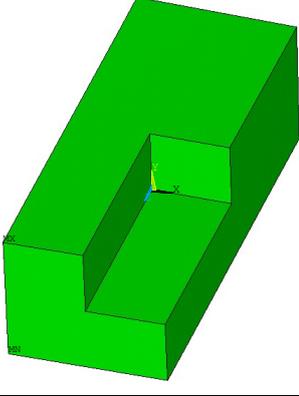
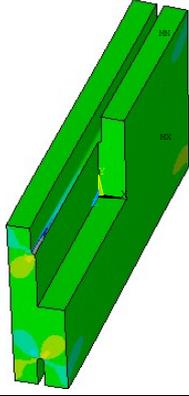
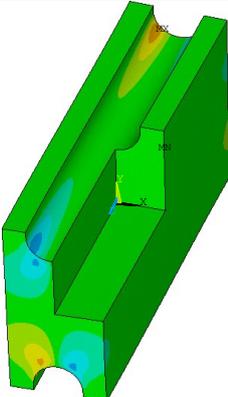
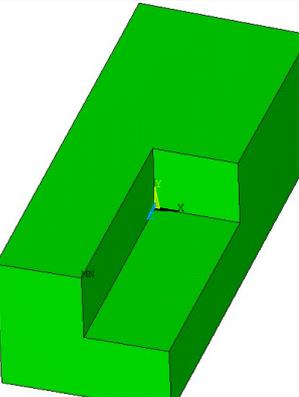
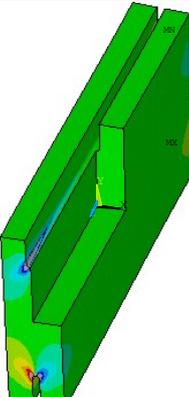
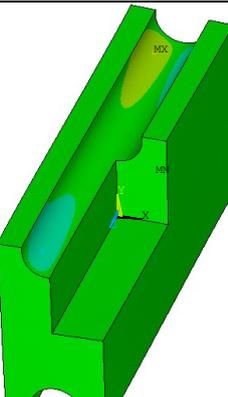
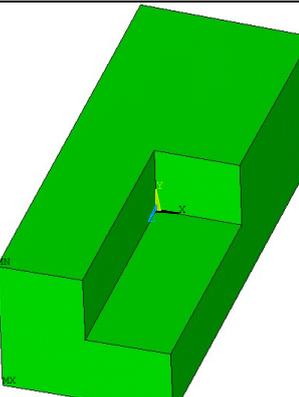
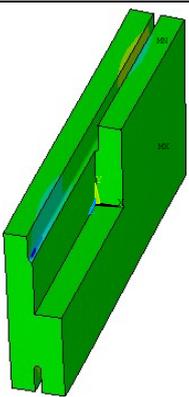
	Caso E/d=3 r/d=0,25 W/d=1,5 Kt<1	Caso sin concentrador de tensiones E/d=3 W/d=1.5	Caso E/d=3 r/d=0,05 W/d=1,5 Kt>1
SX			
	$\sigma_{\min}=-249,667 \text{ MPa}$ $\sigma_{\max}=249,667 \text{ MPa}$	$\sigma_{\min}=-10,02 \text{ MPa}$ $\sigma_{\max}=10,02 \text{ MPa}$	$\sigma_{\min}=-473,152 \text{ MPa}$ $\sigma_{\max}=473,152 \text{ MPa}$
SY			
	$\sigma_{\min}=-183,607 \text{ MPa}$ $\sigma_{\max}=183,607 \text{ MPa}$	$\sigma_{\min}=-4,35339 \text{ MPa}$ $\sigma_{\max}=3,71739 \text{ MPa}$	$\sigma_{\min}=-669,688 \text{ MPa}$ $\sigma_{\max}=669,688 \text{ MPa}$
SZ			
	$\sigma_{\min}=-86,2573 \text{ MPa}$ $\sigma_{\max}=86,2573 \text{ MPa}$	$\sigma_{\min}=-4,02016 \text{ MPa}$ $\sigma_{\max}=4,02016 \text{ MPa}$	$\sigma_{\min}=-239,956 \text{ MPa}$ $\sigma_{\max}=239,956 \text{ MPa}$
			

Tabla 7.17 Distribución de tensiones obtenidas en SX, SY y SZ.

	Caso E/d=3 r/d=0,25 W/d=1,5 Kt<1	Caso sin concentrador de tensiones E/d=3 W/d=1.5	Caso E/d=3 r/d=0,05 W/d=1,5 Kt>1
SXY			
	$\sigma_{\min}=-274,413 \text{ MPa}$ $\sigma_{\max}=274,443 \text{ MPa}$	$\sigma_{\min}=-319,634 \text{ MPa}$ $\sigma_{\max}=319,634 \text{ MPa}$	$\sigma_{\min}=-403,655 \text{ MPa}$ $\sigma_{\max}=403,655 \text{ MPa}$
SYZ			
	$\sigma_{\min}=-217,712 \text{ MPa}$ $\sigma_{\max}=217,797 \text{ MPa}$	$\sigma_{\min}=-0,633073 \text{ MPa}$ $\sigma_{\max}=0,818445 \text{ MPa}$	$\sigma_{\min}=-491,547 \text{ MPa}$ $\sigma_{\max}=479,796 \text{ MPa}$
SXZ			
	$\sigma_{\min}=-356,567 \text{ MPa}$ $\sigma_{\max}=356,562 \text{ MPa}$	$\sigma_{\min}=-421,394 \text{ MPa}$ $\sigma_{\max}=421,394 \text{ MPa}$	$\sigma_{\min}=-711,269 \text{ MPa}$ $\sigma_{\max}=709,29 \text{ MPa}$
<p>-432 -336 -240 -144 -48 48 144 240 336 432</p>			

Tabla 7.18 Distribución de tensiones obtenidas en SXY, SYZ y SXZ.

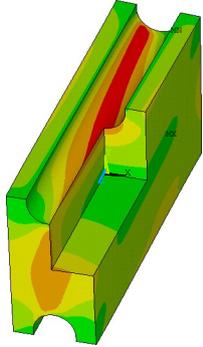
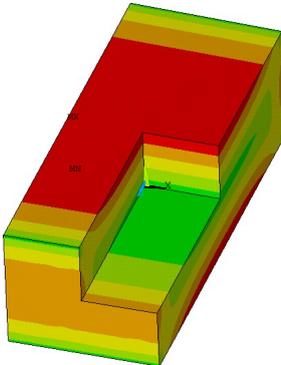
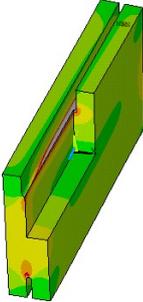
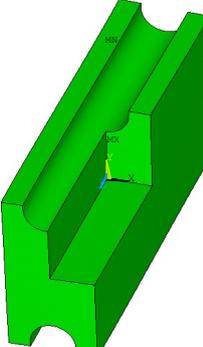
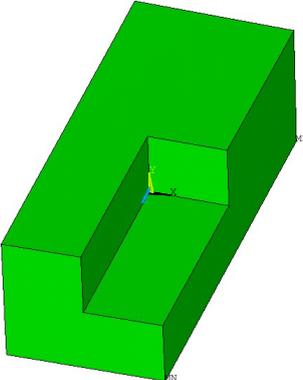
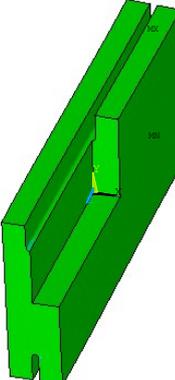
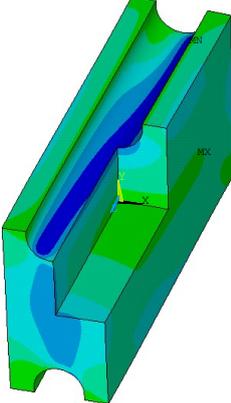
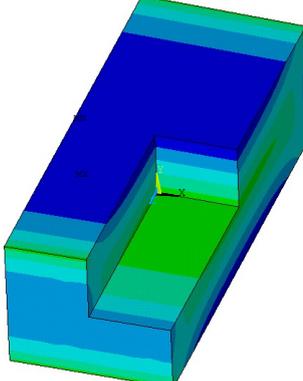
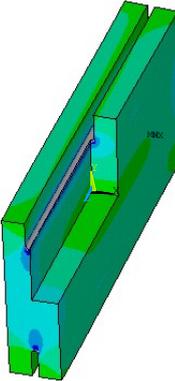
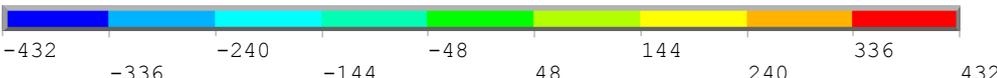
	Caso E/d=3 r/d=0,25 W/d=1,5 Kt<1	Caso sin concentrador de tensiones E/d=3 W/d=1.5	Caso E/d=3 r/d=0,05 W/d=1,5 Kt>1
S1			
	$\sigma_{\min}=-4,10907 \text{ MPa}$ $\sigma_{\max}=410,119 \text{ MPa}$	$\sigma_{\min}=0 \text{ MPa}$ $\sigma_{\max}=421,394 \text{ MPa}$	$\sigma_{\min}=-65,3741 \text{ MPa}$ $\sigma_{\max}=921,232 \text{ MPa}$
S2			
	$\sigma_{\min}=-17,1303 \text{ MPa}$ $\sigma_{\max}=17,1303 \text{ MPa}$	$\sigma_{\min}=-3,17817 \text{ MPa}$ $\sigma_{\max}=3,17817 \text{ MPa}$	$\sigma_{\min}=-115,197 \text{ MPa}$ $\sigma_{\max}=115,197 \text{ MPa}$
S3			
	$\sigma_{\min}=-410,119 \text{ MPa}$ $\sigma_{\max}=4,10907 \text{ MPa}$	$\sigma_{\min}=-421,394 \text{ MPa}$ $\sigma_{\max}=0 \text{ MPa}$	$\sigma_{\min}=-921,232 \text{ MPa}$ $\sigma_{\max}=65,3741 \text{ MPa}$
			

Tabla 7.19 Distribución de tensiones obtenidas en S1, S2 y S3.

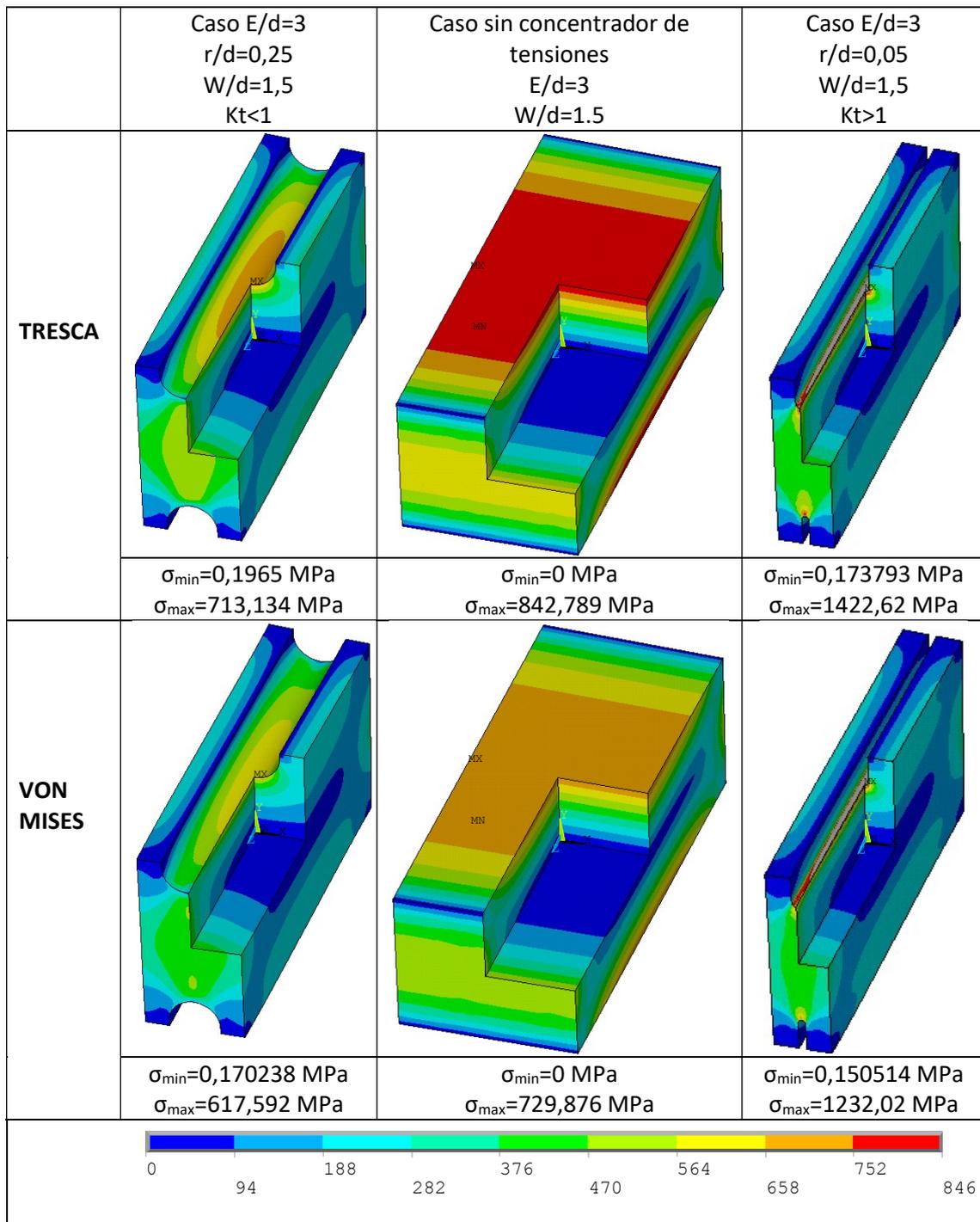


Tabla 7.20 Distribución de tensiones obtenidas en Tresca y Von Mises.

Observando y estudiando detalladamente las cuatro tablas anteriores, llegamos a la conclusión de que aplicando una carga de torsión en un concentrador de tensiones de estas características, ocurre una redistribución de tensiones, por tanto, da lugar a un descenso de

tensión máxima en algunas geometrías y que consecuentemente tiene un valor menor a la unidad en el coeficiente de concentración de tensiones.

En cuanto al criterio a elegir para realizar nuestra ecuación de superficie, será uno distinto a los tres criterios que estábamos comparando. Sabiendo que el momento se encuentra en dirección del eje X, que nuestra tensión máxima se encuentra en el eje Z y observando también el tensor de tensiones de la siguiente figura 6.54, tendremos en cuenta para este estado de carga finalmente el esfuerzo cortante en XZ, es decir, el que se muestra en la tabla anterior como SXZ.

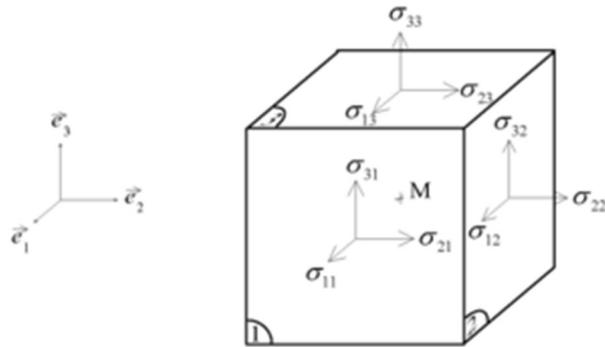


Figura 7.13 Tensor de tensiones

Así pues, se realizará nuevamente todo el procedimiento teniendo en cuenta el esfuerzo cortante XZ, obteniendo en $E/d=1$ la siguiente gráfica:

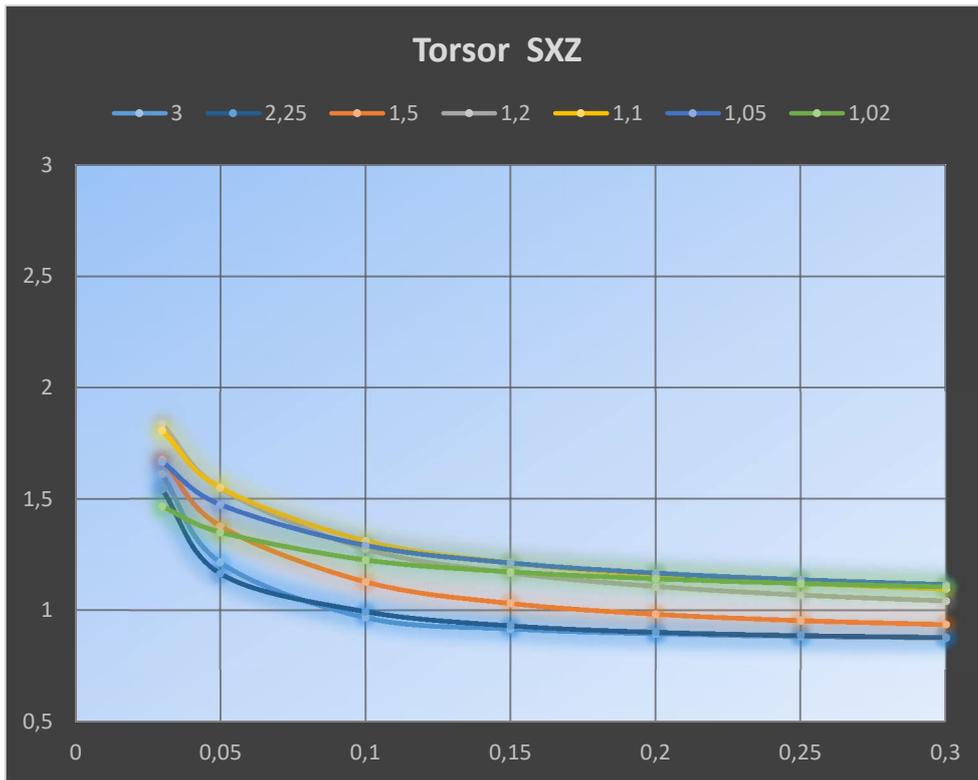


Figura 7.14 Gráfica del momento torsor en el cortante XZ (SXZ) en E/d=1

Y en el caso de E/d=3:

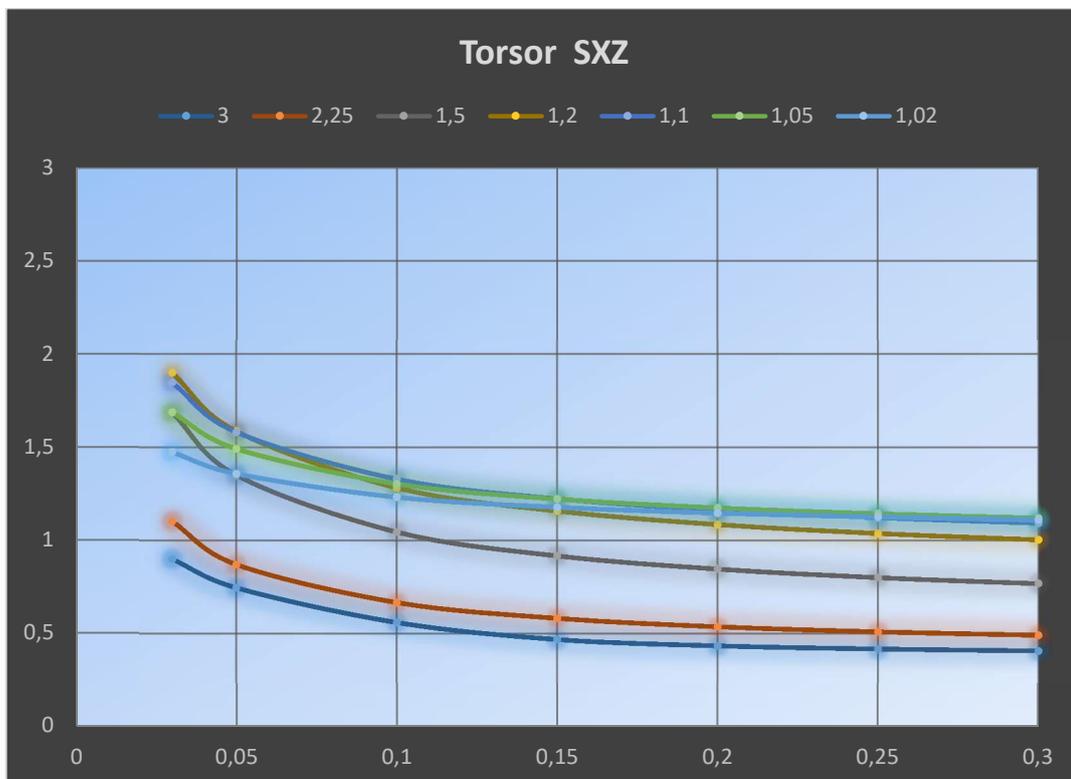


Figura 7.15 Gráfica del momento torsor en el cortante XZ (SXZ) en E/d=3

8. AJUSTE DE SUPERFICIE.

AJUSTE DE SUPERFICIE

Llegados a este punto, necesitaremos para finalizar el trabajo obtener la ecuación de una superficie que se ajuste a nuestros resultados. Con la ecuación obtenida, únicamente introduciremos los datos y nos proporcionará el valor de Kt correspondiente.

8.1 Carga axial.

Realizaremos con la ayuda de Matlab la implementación de un programa en el cual mediante el método de mínimos cuadrados obtengamos los coeficientes de la superficie.

Implementaremos un primer programa con el nombre de "Polinomio", el cual, nos servirá para todos estados de carga, en el que indicaremos el grado de la superficie y sus componentes. Para nuestro caso bastará con un polinomio de segundo grado con los siguientes componentes:

```
function P = Polinomio (X,Y,Z)
P=[ones (size (X,1) ,1) ...
   X      Y      Z ...
   X.^2  X.*Y    Y.^2    Y.*Z    Z.^2  X.*Z];
```

Figura 8.1 Programa Polinomio en Matlab

Donde las componentes x, y, z corresponden a r/d, D/d y E/d respectivamente, y representan la siguiente ecuación:

$$K_t \left(\frac{r}{d}, \frac{W}{d}, \frac{E}{d} \right) = a_0 + a_1 \cdot \frac{r}{d} + a_2 \cdot \frac{W}{d} + a_3 \cdot \frac{E}{d} + a_4 \cdot \left(\frac{r}{d} \right)^2 + a_5 \cdot \frac{r}{d} \cdot \frac{W}{d} + a_6 \cdot \left(\frac{W}{d} \right)^2 + a_7 \cdot \frac{W}{d} \cdot \frac{E}{d} + a_8 \cdot \left(\frac{E}{d} \right)^2 + a_9 \cdot \frac{r}{d} \cdot \frac{E}{d} \tag{8.1}$$

El siguiente programa a implementar en Matlab nos permitirá finalmente obtener los coeficientes de la ecuación de la superficie, además nos representará la superficie en los distintos valores de E/d para analizar, observar si estos valores son los correctos y nos calculará el coeficiente de correlación de nuestros resultados obtenidos para conocer si son correctos.

Tras la implementación del programa, variaremos los componentes de la ecuación de superficie para obtener finalmente una superficie con un coeficiente de correlación de casi la unidad y una representación que se ajuste a nuestros puntos obtenidos mediante ANSYS.

```

function a=coefaxial(rd,Wd,Ed,Kt)
close all
Dd=Wd
rd2=[rd*ones(1,(size(Kt,2)))] ;
Dd2=[ones(size(Kt,1),1)*Dd,ones(size(Kt,1),1)*Dd,ones(size(Kt,1),1)*
Dd,ones(size(Kt,1),1)*Dd,ones(size(Kt,1),1)*Dd,ones(size(Kt,1),1)*Dd
,ones(size(Kt,1),1)*Dd,ones(size(Kt,1),1)*Dd];
Ed2=[Ed(1,1)*ones(size(Kt,1),6),Ed(1,2)*ones(size(Kt,1),6),Ed(1,3)*o
nes(size(Kt,1),6),Ed(1,4)*ones(size(Kt,1),6),Ed(1,5)*ones(size(Kt,1)
,6),Ed(1,6)*ones(size(Kt,1),6),Ed(1,7)*ones(size(Kt,1),6),Ed(1,8)*on
es(size(Kt,1),6)];
rd2=reshape(rd2,[],1);
Dd2=reshape(Dd2,[],1);
Ed2=reshape(Ed2,[],1);
Kt2=reshape(Kt,[],1);
X=(rd2);
Y=(Dd2);
Z1=(Ed2);
Kt20=(Kt2);
P=Polinomio(X,Y,Z1);
M=P'*P;
B=P'*Kt20;
a=M\B;
Z=P*a;
R=sum(abs(Z-Kt20)./Kt20)/length(Z)
n=length(Z);
SumZ=sum(Z); SumKt=sum(Kt20);
SumZ2=sum(Z.^2); SumKt2=sum(Kt20.^2);
SumZKt=sum(Z.*Kt20);
CoefCorr=(n*SumZKt-SumZ*SumKt)/( (n*SumZ2-SumZ^2)^0.5 * (n*SumKt2-
SumKt^2)^.5)
NumEDs=size(rd,1);
Num=length(Ed);
NumDd=length(Dd);
X0=reshape(rd2,NumEDs,[]);
Y0=reshape(Dd2,NumEDs,[]);
Ed0=reshape(Ed2,NumEDs,[]);
Kt0=reshape(Kt2,NumEDs,[]);
for iED=1:Num;
subplot(3,3,iED);
plot3(...
reshape(X0(1:7,1+NumDd*(iED-1):NumDd*iED),[],1),...
reshape(Y0(1:7,1+NumDd*(iED-1):NumDd*iED),[],1),...
reshape(Kt0(1:7,1+NumDd*(iED-1):NumDd*iED),[],1),'*');
hold on
x=0.03:(0.3-0.03)/25:0.3;
y=1.02:(3-1.02)/25:3;
[x,y]=meshgrid((x)',(y)');
x2=reshape(x,[],1);
y2=reshape(y,[],1);
Z2=(Polinomio(x2,y2,(ones(size(x2,1),1)*Ed(iED))))*a);
ZZ=reshape(Z2,size(x,1),[]);
surf(x,y,(ZZ));
end

```

Figura 8.2 Implementación del programa inicialmente en Matlab

En el programa implementado anterior, deberemos introducir una matriz de filas Wd, con sus correspondientes valores, la matriz columna rd con las relaciones de diámetro, la matriz de filas Ed con todas las relaciones de espesor diámetro y finalmente una matriz de todas las Kt del criterio de tensiones principales obtenidas mediante ANSYS de 7x48 en el caso de carga axial.

$$rd = \begin{bmatrix} 0,3 \\ 0,25 \\ 0,2 \\ 0,15 \\ 0,10 \\ 0,05 \\ 0,03 \end{bmatrix} \quad (8.2) \quad Wd = [3 \quad 1,5 \quad 1,2 \quad 1,1 \quad 1,05 \quad 1,02] \quad (8.3)$$

$$Ed = [0,01 \quad 0,03 \quad 0,1 \quad 0,3 \quad 1 \quad 1,5 \quad 2,15 \quad 3] \quad (8.4)$$

Con lo que escribiendo `coefaxial(rd,Wd,Ed,Kt)` se obtendrá: un coeficiente de correlación de 0,94 y un error relativo del 11,46%. Por tanto estos coeficientes no serán apropiados para nuestra superficie, deberemos modificar los componentes de la ecuación.

Tras cambiar los componentes e ir observando el resultado del coeficiente de correlación, obtenemos nuestra ecuación óptima que será la que será del resultado de la siguiente implementación:

```
function a=coefaxial(rd,Wd,Ed,Kt)
close all
Dd=Wd
rd2=[rd*ones(1,(size(Kt,2)))] ;
Dd2=[ones(size(Kt,1),1)*Dd,ones(size(Kt,1),1)*Dd,ones(size(Kt,1),1)*
Dd,ones(size(Kt,1),1)*Dd,ones(size(Kt,1),1)*Dd,ones(size(Kt,1),1)*Dd
,ones(size(Kt,1),1)*Dd,ones(size(Kt,1),1)*Dd];
Ed2=[Ed(1,1)*ones(size(Kt,1),6),Ed(1,2)*ones(size(Kt,1),6),Ed(1,3)*o
nes(size(Kt,1),6),Ed(1,4)*ones(size(Kt,1),6),Ed(1,5)*ones(size(Kt,1)
,6),Ed(1,6)*ones(size(Kt,1),6),Ed(1,7)*ones(size(Kt,1),6),Ed(1,8)*on
es(size(Kt,1),6)];
rd2=reshape(rd2,[],1);
Dd2=reshape(Dd2,[],1);
Ed2=reshape(Ed2,[],1);
Kt2=reshape(Kt,[],1);
X=log(rd2);
Y=1./log(Dd2);
Z1=1./(Ed2);
Kt20=1./(Kt2);
P=Polinomio(X,Y,Z1);
M=P'*P;
B=P'*Kt20;
a=M\B;
Z=P*a;
```

Figura 8.3 Implementación finalizada programa en Matlab para carga axial

```

R=sum( abs(Z-Kt20)./Kt20 )/length(Z)
n=length(Z);
SumZ=sum(Z); SumKt=sum(Kt20);
SumZ2=sum(Z.^2); SumKt2=sum(Kt20.^2);
SumZKt=sum(Z.*Kt20);
CoefCorr=(n*SumZKt-SumZ*SumKt)/( (n*SumZ2-SumZ^2)^0.5 * (n*SumKt2-SumKt^2)^.5)
NumEDs=size(rd,1);
Num=length(Ed);
NumDd=length(Dd);
X0=reshape(rd2,NumEDs,[]);
Y0=reshape(Dd2,NumEDs,[]);
Ed0=reshape(Ed2,NumEDs,[]);
Kt0=reshape(Kt2,NumEDs,[]);
for iED=1:Num;
subplot(3,3,iED);
plot3(...
    reshape(X0(1:7,1+NumDd*(iED-1):NumDd*iED),[],1),...
    reshape(Y0(1:7,1+NumDd*(iED-1):NumDd*iED),[],1),...
    reshape(Kt0(1:7,1+NumDd*(iED-1):NumDd*iED),[],1),'*');
hold on
x=0.03:(0.3-0.03)/25:0.3;
y=1.02:(3-1.02)/25:3;
[x,y]=meshgrid((x)',(y)');
x2=reshape(x,[],1);
y2=reshape(y,[],1);
Z2=(Polinomio(log(x2),1./log(y2),1./((ones(size(x2,1),1)*Ed(iED)))))*
a);
ZZ=reshape(Z2,size(x,1),[]);
surf(x,y,1./(ZZ));
end

```

Figura 8.4 Implementación finalizada programa en Matlab para carga axial (continuación)

De la que obtendremos un coeficiente de correlación de 0,9976 y un error relativo del 2,26%, que son unos buenos resultados de la ecuación obtenidos. Llegando a la conclusión que nuestra ecuación de superficie es:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{K_t} = & a_0 + a_1 \cdot \ln\left(\frac{r}{d}\right) + a_2 \cdot \frac{1}{\ln\left(\frac{W}{d}\right)} + a_3 \cdot \frac{1}{\left(\frac{E}{d}\right)} + a_4 \cdot \left[\ln\left(\frac{r}{d}\right)\right]^2 + a_5 \cdot \ln\left(\frac{r}{d}\right) \\
 & \cdot \frac{1}{\log\left(\frac{W}{d}\right)} + a_6 \cdot \left[\frac{1}{\ln\left(\frac{W}{d}\right)}\right]^2 + a_7 \cdot \frac{1}{\ln\left(\frac{W}{d}\right)} \cdot \frac{1}{\left(\frac{E}{d}\right)} + a_8 \cdot \left[\frac{1}{\left(\frac{E}{d}\right)}\right]^2 + a_9 \\
 & \cdot \ln\left(\frac{r}{d}\right) \cdot \frac{1}{\left(\frac{E}{d}\right)}
 \end{aligned} \tag{8.5}$$

Siendo los componentes de la ecuación la siguiente matriz obtenida mediante Matlab:

$$a = \begin{bmatrix} 0,690899780314344 \\ 0,186400511983423 \\ 0,0125840014345864 \\ 0,000291193276775519 \\ 0,00865393998389671 \\ -0,000355502093706258 \\ -0,000145027389847172 \\ -1,57194398488934e - 06 \\ -1,22900750043255e - 06 \\ 2,60466443861388e - 05 \end{bmatrix} \quad (8.6)$$

Obteniendo finalmente nuestra ecuación de superficie para la carga axial.

$$\frac{1}{K_t} = 0,690 + 0,186 \cdot \ln\left(\frac{r}{d}\right) + 0,012 \cdot \frac{1}{\ln\left(\frac{W}{d}\right)} + 0,0002 \cdot \frac{1}{\left(\frac{E}{d}\right)} + 0,008 \cdot \left[\ln\left(\frac{r}{d}\right)\right]^2 - 0,0003 \cdot \frac{\ln\left(\frac{r}{d}\right)}{\ln\left(\frac{W}{d}\right)} - 0,0001 \cdot \left[\frac{1}{\ln\left(\frac{W}{d}\right)}\right]^2 - 1,571 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{1}{\ln\left(\frac{W}{d}\right) \cdot \left(\frac{E}{d}\right)} - 1,229 \cdot 10^{-6} \cdot \left[\frac{1}{\left(\frac{E}{d}\right)}\right]^2 + 2,604 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{\ln\left(\frac{r}{d}\right)}{\left(\frac{E}{d}\right)} \quad (8.7)$$

Con su superficie representada en sus distintos valores de E/d :

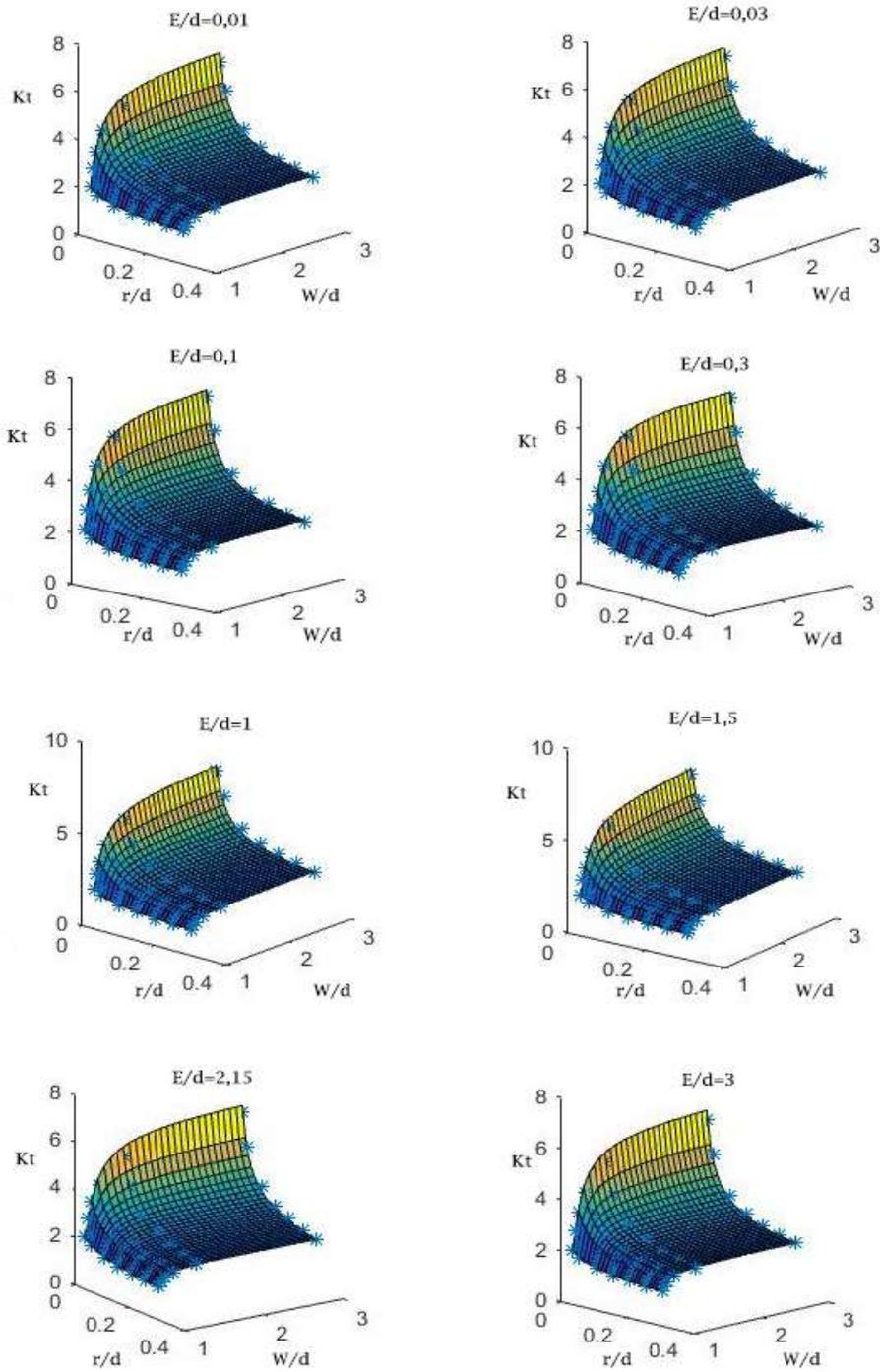


Figura 8.5 Plano de la superficie de carga axial en los distintos espesores

8.2 Momento en el eje Z

En el caso del momento en el eje Z, seguiremos los mismos pasos que con la carga axial y utilizando el mismo polinomio. Las entradas al programa implementado serán las mismas modificando la matriz de Kt. Obteniendo finalmente la misma ecuación:

```
function a=coeflector(rd,Wd,Ed,Kt)
close all
Dd=Wd
rd2=[rd*ones(1,(size(Kt,2)))]];
Dd2=[ones(size(Kt,1),1)*Dd,ones(size(Kt,1),1)*Dd,ones(size(Kt,1),1)*
Dd,ones(size(Kt,1),1)*Dd,ones(size(Kt,1),1)*Dd,ones(size(Kt,1),1)*Dd
,ones(size(Kt,1),1)*Dd,ones(size(Kt,1),1)*Dd];
Ed2=[Ed(1,1)*ones(size(Kt,1),6),Ed(1,2)*ones(size(Kt,1),6),Ed(1,3)*o
nes(size(Kt,1),6),Ed(1,4)*ones(size(Kt,1),6),Ed(1,5)*ones(size(Kt,1)
,6),Ed(1,6)*ones(size(Kt,1),6),Ed(1,7)*ones(size(Kt,1),6),Ed(1,8)*on
es(size(Kt,1),6)];
rd2=reshape(rd2,[],1);
Dd2=reshape(Dd2,[],1);
Ed2=reshape(Ed2,[],1);
Kt2=reshape(Kt,[],1);
X=log(rd2);
Y=1./log(Dd2);
Z1=1./(Ed2);
Kt20=1./(Kt2);
P=Polinomio(X,Y,Z1);
M=P'*P;
B=P'*Kt20;
a=M\B;
Z=P*a;
R=sum(abs(Z-Kt20)./Kt20)/length(Z)
n=length(Z);
SumZ=sum(Z); SumKt=sum(Kt20);
SumZ2=sum(Z.^2); SumKt2=sum(Kt20.^2);
SumZKt=sum(Z.*Kt20);
CoefCorr=(n*SumZKt-SumZ*SumKt)/((n*SumZ2-SumZ^2)^0.5*(n*SumKt2-
SumKt^2)^0.5)
NumEDs=size(rd,1);
Num=length(Ed);
NumDd=length(Dd);
X0=reshape(rd2,NumEDs,[]);
Y0=reshape(Dd2,NumEDs,[]);
Ed0=reshape(Ed2,NumEDs,[]);
Kt0=reshape(Kt2,NumEDs,[]);
for iED=1:Num;
subplot(3,3,iED);
plot3(...
reshape(X0(1:7,1+NumDd*(iED-1):NumDd*iED),[],1),...
reshape(Y0(1:7,1+NumDd*(iED-1):NumDd*iED),[],1),...
reshape(Kt0(1:7,1+NumDd*(iED-1):NumDd*iED),[],1),'*');
```

Figura 8.6 Implementación finalizada programa en Matlab para momento flector

```

    reshape(Kt0(1:7,1+NumDd*(iED-1):NumDd*iED), [], 1), '*' );
hold on
x=0.03:(0.3-0.03)/25:0.3;
y=1.02:(3-1.02)/25:3;
[x,y]=meshgrid((x)', (y)');
x2=reshape(x, [], 1);
y2=reshape(y, [], 1);
Z2=(Polinomio(log(x2), 1./log(y2), 1./((ones(size(x2,1),1)*Ed(iED)))) *
a);
ZZ=reshape(Z2, size(x,1), []);
surf(x, y, 1./(ZZ));
end

```

Figura 8.7 Implementación finalizada programa en Matlab para momento flector (continuación)

Obteniendo en este caso un coeficiente de correlación de 0,9987, un error relativo del 1,26% y la matriz de componentes:

$$a = \begin{bmatrix} 0,844307112603706 \\ 0,194730110177840 \\ 0,00573017194430591 \\ 0,000305798670575745 \\ 0,00504160631124653 \\ -0,000853002666797096 \\ -6,76383531519534e - 05 \\ -1,97076562205228e - 06 \\ -1,11094437108829e - 06 \\ 2,83092136413685e - 05 \end{bmatrix} \quad (8.8)$$

Obteniendo finalmente nuestra ecuación de superficie para el flector en el eje Z.

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{K_t} = & 0,844 + 0,194 \cdot \ln\left(\frac{r}{d}\right) + 0,005 \cdot \frac{1}{\ln\left(\frac{W}{d}\right)} + 0,0003 \cdot \frac{1}{\left(\frac{E}{d}\right)} + 0,005 \cdot \left[\ln\left(\frac{r}{d}\right)\right]^2 - 0,0008 \\
 & \cdot \frac{\ln\left(\frac{r}{d}\right)}{\ln\left(\frac{W}{d}\right)} - 6,763 \cdot 10^{-5} \cdot \left[\frac{1}{\ln\left(\frac{W}{d}\right)}\right]^2 - 1,970 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{1}{\ln\left(\frac{W}{d}\right) \cdot \left(\frac{E}{d}\right)} \\
 & - 1,110 \cdot 10^{-6} \cdot \left[\frac{1}{\left(\frac{E}{d}\right)}\right]^2 + 2,83 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{\ln\left(\frac{r}{d}\right)}{\left(\frac{E}{d}\right)}
 \end{aligned}$$

(8.9)

Y la representación de la superficie en los distintos valores de espesor:

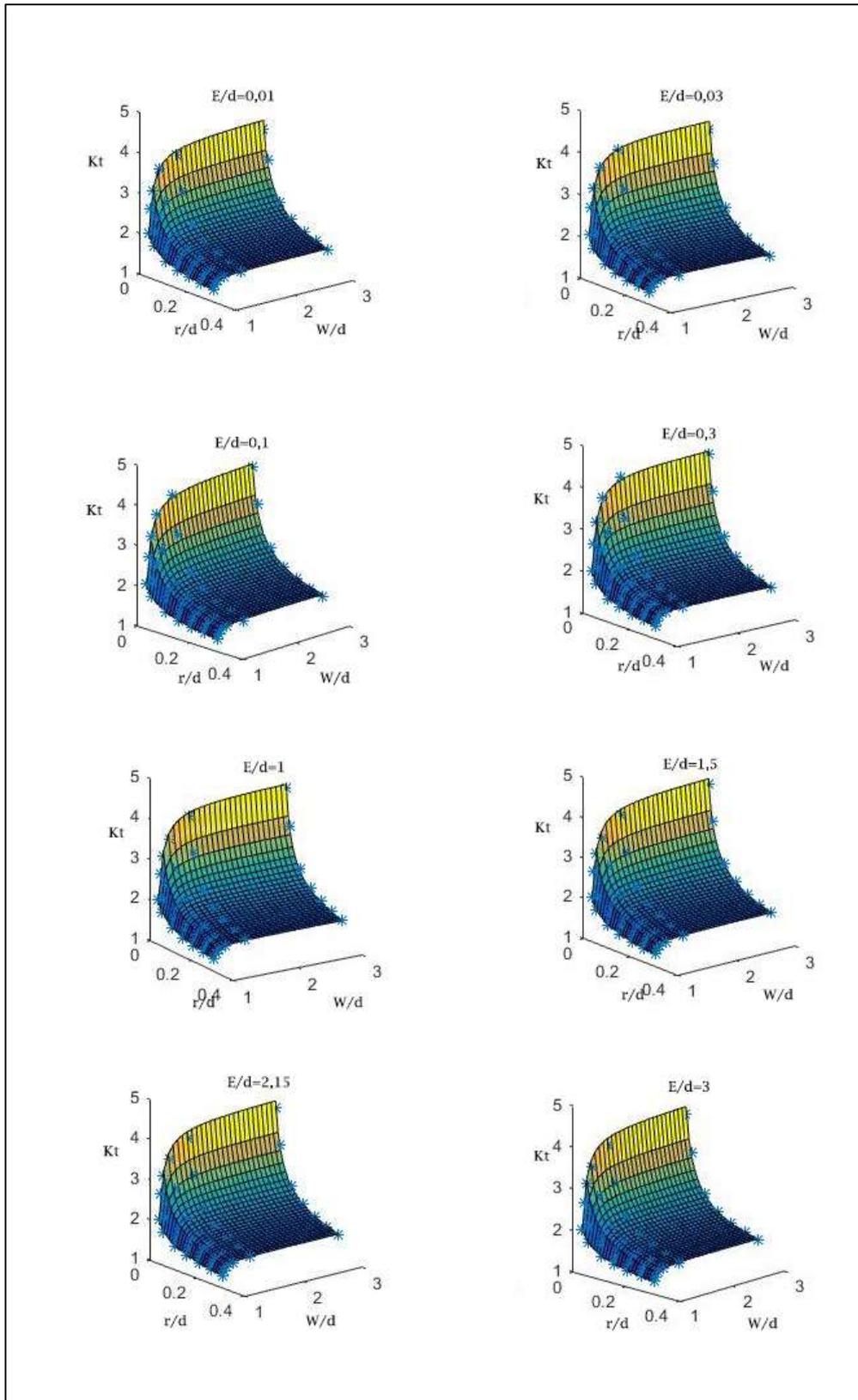


Figura 8.8 Plano de la superficie de momento flector en los distintos espesores

8.3 Momento en el eje Y

En este estado de carga, recordemos que anteriormente hemos eliminado el espesor $E/d=0,01$ por los problemas de tener un espesor tan pequeño.

Por tanto para la implementación del programa de Matlab tendrá una pequeña modificación de la matriz Ed y como en todos los casos, de la Kt que en este caso tendrá una dimensión de 7×42 .

$$Ed1=[0,03 \quad 0,1 \quad 0,3 \quad 1 \quad 1,5 \quad 2,15 \quad 3] \quad (8.10)$$

Y el programa implementado finalizado será:

```
function a=coefflectory(rd,Wd,Ed,Kt)
close all
Dd=Wd
rd2=[rd*ones(1,(size(Kt,2)))] ;
Dd2=[ones(size(Kt,1),1)*Dd,ones(size(Kt,1),1)*Dd,ones(size(Kt,1),1)*
Dd,ones(size(Kt,1),1)*Dd,ones(size(Kt,1),1)*Dd,ones(size(Kt,1),1)*Dd
,ones(size(Kt,1),1)*Dd,];
Ed2=[Ed(1,1)*ones(size(Kt,1),6),Ed(1,2)*ones(size(Kt,1),6),Ed(1,3)*o
nes(size(Kt,1),6),Ed(1,4)*ones(size(Kt,1),6),Ed(1,5)*ones(size(Kt,1)
,6),Ed(1,6)*ones(size(Kt,1),6),Ed(1,7)*ones(size(Kt,1),6)];
rd2=reshape(rd2,[],1);
Dd2=reshape(Dd2,[],1);
Ed2=reshape(Ed2,[],1);
Kt2=reshape(Kt,[],1);
X=log(rd2);
Y=1./log(Dd2);
Z1=1./(Ed2);
Kt20=1./(Kt2);
P=Polinomio(X,Y,Z1);
M=P'*P;
B=P'*Kt20;
a=M\B;
Z=P*a;
R=sum(abs(Z-Kt20)./Kt20)/length(Z)
n=length(Z);
SumZ=sum(Z); SumKt=sum(Kt20);
SumZ2=sum(Z.^2); SumKt2=sum(Kt20.^2);
SumZKt=sum(Z.*Kt20);
CoefCorr=(n*SumZKt-SumZ*SumKt)/( (n*SumZ2-SumZ^2)^0.5 * (n*SumKt2-
SumKt^2)^.5)
NumEDs=size(rd,1);
NumDd=length(Dd);
X0=reshape(rd2,NumEDs,[]);
Y0=reshape(Dd2,NumEDs,[]);
Ed0=reshape(Ed2,NumEDs,[]);
Kt0=reshape(Kt2,NumEDs,[]);
```

Figura 8.9 Implementación finalizada programa en Matlab para momento flector en el eje Y

```

for iED=1:7;
subplot(3,3,iED);
plot3(...
    reshape(X0(1:7,1+NumDd*(iED-1):NumDd*iED), [], 1), ...
    reshape(Y0(1:7,1+NumDd*(iED-1):NumDd*iED), [], 1), ...
    reshape(Kt0(1:7,1+NumDd*(iED-1):NumDd*iED), [], 1), '*');
hold on
x=0.03:(0.3-0.03)/25:0.3;
y=1.02:(3-1.02)/25:3;
[x,y]=meshgrid((x)', (y)');
x2=reshape(x, [], 1);
y2=reshape(y, [], 1);
Z2=(Polinomio(log(x2), 1./log(y2), 1./((ones(size(x2,1),1)*Ed(iED)))) *
a);
ZZ=reshape(Z2, size(x,1), []);
surf(x, y, 1./(ZZ));
end

```

Figura 8.10 Implementación finalizada programa en Matlab para momento flector en el eje Y (continuación)

Obteniendo en este caso un coeficiente de correlación de 0,9987, un error relativo del 1,26% y la matriz de componentes:

$$a = \begin{bmatrix} 0,783889498880417 \\ 0,184872796591558 \\ 0,00882949869556000 \\ 0,0177689802696253 \\ 0,00196703149146360 \\ -0,00100279840403488 \\ -0,000116598387066549 \\ -3,79474555478648e - 05 \\ -0,000379659082139358 \\ -0,000216140274569977 \end{bmatrix} \quad (8.11)$$

Obteniendo finalmente nuestra ecuación de superficie para el flector en el eje Z. (8.12)

$$\frac{1}{K_t} = 0,783 + 0,184 \cdot \ln\left(\frac{r}{d}\right) + 0,008 \cdot \frac{1}{\ln\left(\frac{W}{d}\right)} + 0,017 \cdot \frac{1}{\left(\frac{E}{d}\right)} + 0,001 \cdot \left[\ln\left(\frac{r}{d}\right)\right]^2 - 0,001 \cdot \frac{\ln\left(\frac{r}{d}\right)}{\ln\left(\frac{W}{d}\right)} - 0,0001 \cdot \left[\frac{1}{\ln\left(\frac{W}{d}\right)}\right]^2 - 3,794 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{1}{\ln\left(\frac{W}{d}\right) \cdot \left(\frac{E}{d}\right)} - 0,0003 \cdot \left[\frac{1}{\left(\frac{E}{d}\right)}\right]^2 - 0,0002 \cdot \frac{\ln\left(\frac{r}{d}\right)}{\left(\frac{E}{d}\right)}$$

Y la representación de la superficie en los distintos valores de espesor:

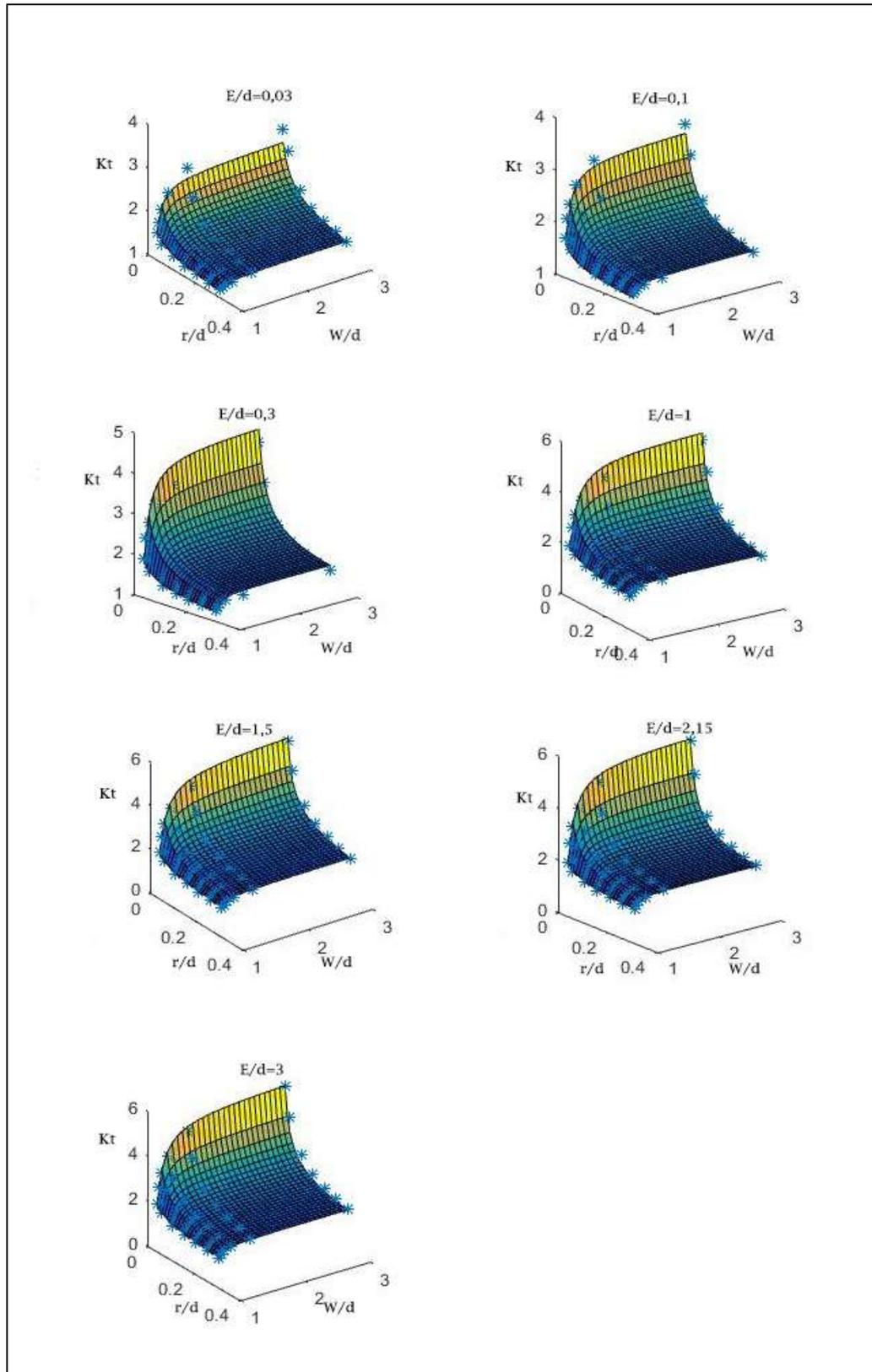


Figura 8.11 Plano de la superficie de momento flector en el eje Y en los distintos espesores

8.4 Momento torsor

En el caso de Carga de torsión deberemos modificar nuevamente la introducción de la matriz E_d , ya que, como se comentó en el apartado anterior, únicamente se tendrá en cuenta a partir de $E/d=1$. Por tanto la matriz E_d será:

$$E_d = [1 \quad 1,5 \quad 2,15 \quad 3] \quad (8.13)$$

Además, ya que hay mucha distancia entre W/d , añadiremos una nueva entre 3 y 1,5. Obteniendo la nueva matriz:

$$W_d = [1,02 \quad 1,05 \quad 1,1 \quad 1,2 \quad 1,5 \quad 2,25 \quad 3] \quad (8.14)$$

Y la matriz K_t , estará compuesta de 7 filas y 24 columnas. Además se realizará una modificación en el programa implementado llamado Polinomio, y será la de añadirle más componentes a la ecuación de superficie, para obtener una superficie que se ajuste mucho más a los resultados.

```
function P = Polinomio2 (X,Y,Z)
P=[ones(size(X,1),1) ...
   X      Y      Z ...
   X.^2  X.*Y    Y.^2    Y.*Z    Z.^2  X.*Z ...
   X.^3  X.^2.*Y X.*Y.^2  Y.^3  Y.^2.*Z  Y.*Z.^2  Z.^3
   Z.^2.*X Z.*X.^2 X.*Y.*Z];
```

Figura 8.12 Programa Polinomio en Matlab para el caso de torsor

Donde las componentes x, y, z corresponden nuevamente a r/d, D/d y E/d respectivamente, y representan la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned}
 K_t \left(\frac{r}{d}, \frac{W}{d}, \frac{E}{d} \right) = & a_0 + a_1 \cdot \frac{r}{d} + a_2 \cdot \frac{W}{d} + a_3 \cdot \frac{E}{d} + a_4 \cdot \left(\frac{r}{d} \right)^2 + a_5 \cdot \frac{r}{d} \cdot \frac{W}{d} + \\
 & + a_6 \cdot \left(\frac{W}{d} \right)^2 + a_7 \cdot \frac{W}{d} \cdot \frac{E}{d} + a_8 \cdot \left(\frac{E}{d} \right)^2 + a_9 \cdot \frac{r}{d} \cdot \frac{E}{d} + a_{10} \cdot \left(\frac{r}{d} \right)^3 \\
 & + a_{11} \cdot \left(\frac{r}{d} \right)^2 \cdot \frac{W}{d} + a_{12} \cdot \frac{r}{d} \cdot \left(\frac{W}{d} \right)^2 + a_{13} \\
 & \cdot \left(\frac{W}{d} \right)^3 + a_{14} \cdot \left(\frac{W}{d} \right)^2 \cdot \frac{E}{d} + a_{15} \cdot \frac{W}{d} \cdot \left(\frac{E}{d} \right)^2 \\
 & + a_{16} \cdot \left(\frac{E}{d} \right)^3 + a_{17} \cdot \left(\frac{E}{d} \right)^2 \cdot \frac{r}{d} + a_{18} \cdot \frac{E}{d} \cdot \left(\frac{r}{d} \right)^2 \\
 & + a_{19} \cdot \frac{r}{d} \cdot \frac{W}{d} \cdot \frac{E}{d}
 \end{aligned}$$

(8.15)

Obteniendo el programa implementado:

```

function a=coeftorsor(rd,Wd,Ed,Kt)
close all
Dd=Wd
rd2=[rd*ones(1,(size(Kt,2)))];
Dd2=[ones(size(Kt,1),1)*Dd,ones(size(Kt,1),1)*Dd,ones(size(Kt,1),1)*
Dd,ones(size(Kt,1),1)*Dd,ones(size(Kt,1),1)*Dd,ones(size(Kt,1),1)*Dd
,ones(size(Kt,1),1)*Dd,ones(size(Kt,1),1)*Dd];
Ed2=[Ed(1,1)*ones(size(Kt,1),6),Ed(1,2)*ones(size(Kt,1),6),Ed(1,3)*o
nes(size(Kt,1),6),Ed(1,4)*ones(size(Kt,1),6),Ed(1,5)*ones(size(Kt,1)
,6),Ed(1,6)*ones(size(Kt,1),6),Ed(1,7)*ones(size(Kt,1),6),Ed(1,8)*on
es(size(Kt,1),6)];
rd2=reshape(rd2,[],1);
Dd2=reshape(Dd2,[],1);
Ed2=reshape(Ed2,[],1);
Kt2=reshape(Kt,[],1);
X=(rd2);
Y=(Dd2);
Z1=1./(Ed2);
Kt20=1./(Kt2);
P=Polinomio2(X,Y,Z1);
M=P'*P;
B=P'*Kt20;
a=M\B;
Z=P*a;
R=sum(abs(Z-Kt20)./Kt20)/length(Z)

```

Figura 8.13 Implementación finalizada programa en Matlab para el torsor

```

n=length(Z);
SumZ=sum(Z);      SumKt=sum(Kt20);
SumZ2=sum(Z.^2);  SumKt2=sum(Kt20.^2);
SumZKt=sum(Z.*Kt20);
CoefCorr=(n*SumZKt-SumZ*SumKt)/( (n*SumZ2-SumZ^2)^0.5 * (n*SumKt2-SumKt^2)^.5);
NumEDs=size(rd,1);
Num=length(Ed);
NumDd=length(Dd);
X0=reshape(rd2,NumEDs,[]);
Y0=reshape(Dd2,NumEDs,[]);
Ed0=reshape(Ed2,NumEDs,[]);
Kt0=reshape(Kt2,NumEDs,[]);
for iED=1:Num;
subplot(3,3,iED);
plot3(...
    reshape(X0(1:7,1+NumDd*(iED-1):NumDd*iED),[],1),...
    reshape(Y0(1:7,1+NumDd*(iED-1):NumDd*iED),[],1),...
    reshape(Kt0(1:7,1+NumDd*(iED-1):NumDd*iED),[],1),'*');
hold on
x=0.03:(0.3-0.03)/25:0.3;
y=1.02:(3-1.02)/25:3;
[x,y]=meshgrid((x)','(y)');
x2=reshape(x,[],1);
y2=reshape(y,[],1);
Z2=(Polinomio(x2,y2,(1./(ones(size(x2,1),1)*Ed(iED))))*a);
ZZ=reshape(Z2,size(x,1),[]);
surf(x,y,1./(ZZ));
end

```

Figura 8.14 Implementación finalizada programa en Matlab para el torsor (continuación)

Obteniendo un error relativo del 3,45%, un coeficiente de correlación del 0,9947 y la matriz a:

$$a = \begin{bmatrix} 0,809274606059367 \\ 0,0965910676100267 \\ -1,44261442809986 \\ 1,86513812108461 \\ -21,5497252289485 \\ 7,35825531130451 \\ 1,05451134926133 \\ -1,31318676671875 \\ -0,945222794003987 \\ -1,09798170452261 \\ 43,5775163300190 \\ -7,13892637946349 \\ -0,590734144730785 \\ -0,168848950727272 \\ -0,0466482832597315 \\ 0,865718621705724 \\ -0,186137291142443 \\ 1,87312951421242 \\ 3,78394185281950 \\ -2,57912805838769 \end{bmatrix} \quad (8.16)$$

Cuya ecuación de superficie es la siguiente:

$$\begin{aligned} \frac{1}{K_t} = & 0,809 + 0,096 \cdot \frac{r}{d} - 1,442 \cdot \frac{W}{d} + 1,865 \cdot \frac{d}{E} - 21,549 \cdot \left(\frac{r}{d}\right)^2 + 7,358 \cdot \frac{r}{d} \cdot \frac{W}{d} \\ & + 1,054 \cdot \left(\frac{W}{d}\right)^2 - 1,313 \cdot \frac{W}{d} \cdot \frac{d}{E} - 0,945 \cdot \left(\frac{d}{E}\right)^2 - 1,097 \cdot \frac{r}{d} \cdot \frac{d}{E} \\ & + 43,577 \cdot \left(\frac{r}{d}\right)^3 - 7,138 \cdot \left(\frac{r}{d}\right)^2 \cdot \frac{W}{d} - 0,590 \cdot \frac{r}{d} \cdot \left(\frac{W}{d}\right)^2 - 0,168 \\ & \cdot \left(\frac{W}{d}\right)^3 - 0,046 \cdot \left(\frac{W}{d}\right)^2 \cdot \frac{d}{E} + 0,865 \cdot \frac{W}{d} \cdot \left(\frac{d}{E}\right)^2 - 0,186 \cdot \left(\frac{d}{E}\right)^3 \\ & + 1,873 \cdot \left(\frac{d}{E}\right)^2 \cdot \frac{r}{d} + 3,783 \cdot \frac{d}{E} \cdot \left(\frac{r}{d}\right)^2 - 2,579 \cdot \frac{r}{d} \cdot \frac{W}{d} \cdot \frac{d}{E} \end{aligned}$$

(8.17)

Y las superficies en los distintos espesores:

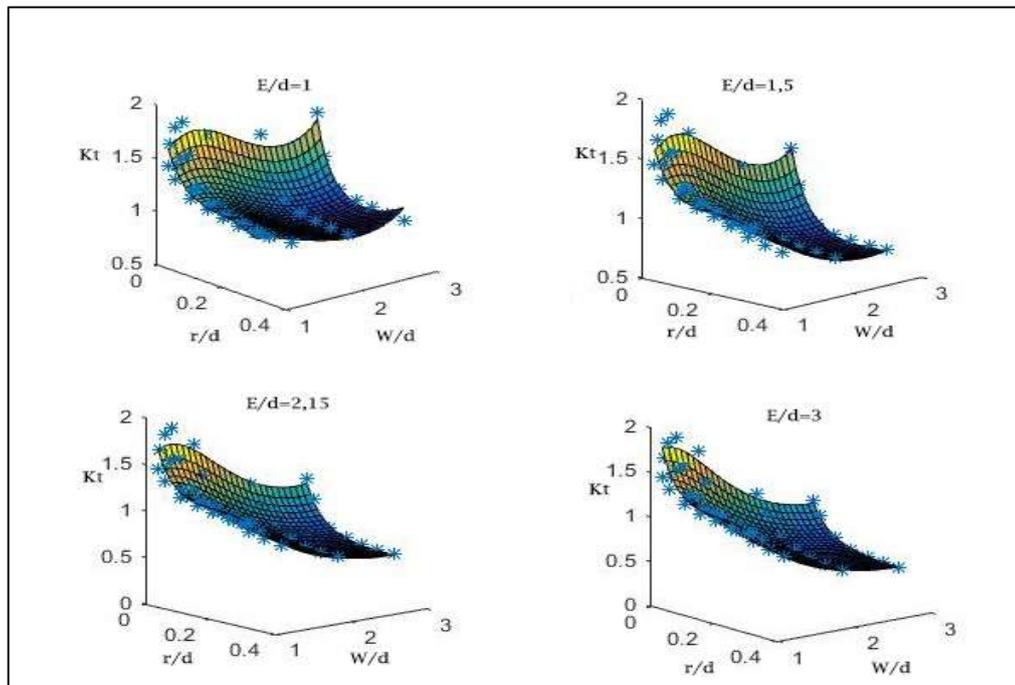


Figura 8.15 Plano de la superficie de torsor en los distintos espesores

9. CONCLUSIONES

CONCLUSIONES

La principal finalidad de este trabajo es encontrar un procedimiento de evaluación que permita calcular el factor de concentrador de tensiones, no solo para la geometría de este trabajo estudiado, sino para cualquiera tipo de geometría aunque no se pueda encontrar en los prontuarios. Tras el estudio realizado se puede afirmar que nuestro procedimiento descrito es totalmente válido.

Destacar la importancia de modelizar bien la pieza en ANSYS, y realizar bien todos los pasos descritos anteriormente, puesto que un simple error de mallado o de esfuerzos, puede llevar a cabo a la obtención de un resultado erróneo.

El principal objetivo ha sido cumplido con la obtención de una ecuación de superficie, en la que introduciendo los parámetros indicados (W/d , r/d y E/d) nos proporcione un factor de concentraciones específico. En el caso de torsor es más difícil su utilización, pero realizando un sencillo software nos puede ayudar.

Se ha visto que el proceso permite tener en cuenta aspectos no considerados por Peterson, que darían diferencias cercanas al 10% como el efecto del espesor.

Los análisis de elementos finitos se han realizado mediante la versión educacional de ANSYS, que limita el número de nodos y elementos a 32000. Esto es una limitación de este estudio ya que si se hubiesen podido usar más nodos y elementos, se podría haber ajado el error de la solución de elementos finitos. Este tipo de análisis podría ser un trabajo futuro a desarrollar.

Realizando análisis con mayor precisión, nuestra ecuación nos proporcionaría valores con mayor precisión que los obtenidos de los gráficos de Peterson, ya que el procedimiento basado en elementos finitos seguido garantiza la convergencia a la solución exacta resultando más exacto que procesos experimentales de utilizados por Peterson.

10. BIBLIOGRAFÍA

BIBLIOGRAFIA

- [1] “Introducción a la Ciencia e Ingeniería de los Materiales” (I,II) W.D. CALUSTER, Jr. Editorial Reverté, S.A. (2003).
- [2] “Mecánica de materiales”. R.C.Hibbeler
- [3] “Tensiones localizadas producidas por discontinuidades geométricas combinadas”: *Revista de Ingeniería*, 2(2):43-48, 2011
- [4] CÁLCULO ESTRUCTURAL “Método de los Elementos Finitos” Javier Fuenmayor Fernández, Juan José Rondeas García, José Enrique Tarancón Caro, Manuel Tur Valiente y Ana Vercher Martínez.
- [5] Anderson, T.L. *Fracture Mechanics. Fundamentals and applications*. Third edition. Boca Ratón, Florida USA: Editorial CRC Press. 2005. ISBN 10:0-8493-1656-1.

II. PRESUPUESTO

PRESUPUESTO

El presente presupuesto pretende manifestar en unidades monetarias el trabajo realizado durante el desarrollo del presente proyecto. Por ello, se tendrá en consideración las horas dedicadas en el proyecto.

Como unidad para cuantificar el trabajo invertido se utilizará la hora de trabajo (€/h).

Las actividades llevadas a cabo en este trabajo son:

1. Planteamiento de los objetivos
2. Lectura y estudio de material relacionado con el trabajo
3. Modelización en ANSYS
4. Introducción y estudio de datos en Excel
5. Ajuste e introducción de datos en MATLAB
6. Redacción de la memoria

Seguidamente, se muestran las horas empleadas en cada actividad:

ACTIVIDAD	HORAS
Planteamiento de los objetivos	8
Lectura y estudio del material	25
Modelización en ANSYS	90
Introducción y estudio de datos en Excel	45
Ajuste superficie e introducción de datos en Matlab	47
Redacción de la memoria	85

Invirtiendo el ingeniero un total de 300 horas, siendo 28,75€ la hora, se obtiene un coste de 8625€.

A continuación se procederá al cálculo de los costes del software y equipos.

El equipo informático portátil, tanto en el que se ha utilizado el software ANSYS, como el de MATLAB y Excel, no se tendrá en cuenta, ya que se considerará amortizado. Tanto el software ANSYS como el de Matlab han sido utilizados en su licencia educativa y el software de Windows Office se considerará también amortizado por el uso en otros proyectos. Teniendo en cuenta las observaciones anteriores obtenemos:

PRODUCTO	COSTE
Actividad Ingeniero	8625 €
Licencia ANSYS educacional	100 €
Licencia Matlab educacional	40 €
Costes de impresión	35 €
Presupuesto Total de ejecución	8800 €
IVA (21%)	1848 €
PRESUPUESTO TOTAL	10648 €

Asciende el presupuesto genera a la cantidad de **DIEZ MIL SEISCIENTOS CUARENTA Y OCHO EUROS.**