

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

ESCOLA POLITECNICA SUPERIOR DE GANDIA

Grado en Ing. Sist. de Telecom., Sonido e Imagen



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA



ESCOLA POLITÈCNICA
SUPERIOR DE GANDIA

“ESTUDIO, ANÁLISIS Y DISEÑO DE LENTES PARA ANTENAS MEDIANTE MATLAB”

TRABAJO FINAL DE GRADO

Autor/a:

Alarcón Vanegas, Juan Gregorio

Tutor/a:

Vico Bondia, Felipe

GANDIA, 2017

AGRADECIMIENTOS

Este documento supone el culmen de una etapa, mi etapa en el Grado en Ingeniería de Sistemas de Telecomunicación, Imagen y Sonido por la Universidad Politécnica de Valencia en el Campus de Gandía.

Han sido 5 años (por suerte y desgracia) en los que he crecido tanto en lo personal como en lo profesional, en los que he tenido la fortuna de conocer gente que me ha aportado tanto que no sabría cómo agradecerlo (espero que este texto aporte un poco), compañeras y compañeros de clase, de estudio y tardes de biblioteca, con las que me he divertido tanto en descansos y que me han ayudado a seguir adelante las largas sesiones de estudio en el CRAI o en la pecera; de piso, con los que hemos lidiado ante problemas de la vida cotidiana preparándonos para el día que echamos a volar y no dependamos de tupperes y ropa sin planchar; y sobre todo de voleibol, ese deporte que me ha ayudado tanto a soportar tanto la presión que he recibido en todo este tiempo, tantos golpes a la pelota desquitándome de algún examen que ha salido mal, de una clase en la que no he entendido nada, o alguna que otra discusión.

Agradecer a todos las profesoras y profesores que han tratado de transmitirme lo máximo que han podido sus conocimientos. A Felipe Vico, muchas por la confianza depositada en mí para poder llevar a cabo este proyecto, y poder ahondar en un tema prácticamente desconocido para mí y del que creo haber sacado bastantes conocimientos.

Y, por último, a Juan José y Luz Mery, gracias por sacrificaros tanto durante estos años, por haber luchado y trabajado por darme un futuro digno, por confiar en mí cada día, por confiar en que lograría tener un camino más fácil que el que habéis recorrido vosotros. Espero que algún día podáis sentiros orgullosos de vuestro hijo tanto como él lo está de vosotros. Os quiere, vuestro hijo.

RESUMEN

Este proyecto se basa en el diseño y caracterización de tres lentes: planoconvexa, heterogénea y lente de Fresnel planoconvexa. Estas forman junto con una antena un sistema para mejorar la directividad y por otra parte realizar la corrección de caminos y obtener un frente de ondas plano. Para ello son modeladas mediante ecuaciones matemáticas, y después transcritas a un código de programación que las evaluará mediante un algoritmo que calculará las distribuciones del campo eléctrico y del frente de ondas dentro de un área delimitada. También se dibujará el diagrama de radiación para analizar los parámetros que se desean mejorar. Después de la caracterización de las lentes, se le aplicará un filtro gaussiano en cada una de las lentes, con tal de mejorar aún más la directividad u otros parámetros y proponiendo una nueva técnica de diseño de lentes, basada en filtrado. La cantidad de variables disponibles para el diseño de antenas deja cabida a realizar futuras ampliaciones a este proyecto con el fin de conseguir mejores sistemas antena-lente.

PALABRAS CLAVE

Lente, foco, corrección de caminos, filtrado gaussiano, electromagnetismo computacional

ABSTRACT

This Project is based on lenses design, three lenses: plane convex, heterogeneous and Fresnel plane convex lens. These are joined in system with an antenna to improve directivity and correction of wave front. First, lenses are modelled by mathematics equations and implemented on a programming code, the finality is an evaluation through algorithm to obtain an electric field distribution on delimited area. Also, is plotted radiation path to analyse it parameters. After characterization, is applied a gaussian filter in each lens, to improve again directivity or other parameters. Finally, another characterization forms are purposed according other parameters, lenses or filters. The number of variables makes possible continue this project in future upgrades to obtain better systems antenna-lenses.

KEYWORDS

Lens, focus, wave front correction, gaussian filter, computational electromagnetism

ÍNDICE DE CONTENIDOS

LISTADO DE FIGURAS	3
LISTADO DE TABLAS.....	5
1. INTRODUCCIÓN	6
1.1. ESTRUCTURA DEL PROYECTO.....	6
2. BASE TEÓRICA.....	7
2.1. PRINCIPIOS FÍSICOS	7
2.1.1.1. REFLEXIÓN INTERNA TOTAL.....	8
2.2. ANTENAS	9
2.2.1.1. PARÁMETROS DEL DIAGRAMA DE RADIACIÓN	11
2.3. LENTES	14
2.3.1. TIPOS DE LENTES.....	14
2.3.2. CORRECCIÓN DE CAMINOS.....	15
2.3.3. LENTES DE FRESNEL	16
2.4. FILTRADO GAUSSIANO Y CONVOLUCIÓN 2D	17
3. ALGORITMO UTILIZADO Y SIMULACIÓN. 	19
3.1. CONDICIONES DE SIMULACIÓN.....	20
4. DISEÑO DE LENTES	20
4.1. LENTE PLANOCONVEXA.....	21
4.2. LENTE HETEROGÉNEA.....	24
4.3. LENTE DE FRESNEL PLANOCONVEXA.....	27
4.3.1. ANÁLISIS DEL ANCHO DE BANDA	28
4.4. COMPARACIÓN ENTRE LENTES	30
5. FILTRADO DE LENTES	31
5.1. LENTE PLANOCONVEXA FILTRADA	33
5.2. LENTE HETEROGÉNEA FILTRADA	36
5.3. LENTE DE FRESNEL PLANOCONVEXA FILTRADA	38
6. EVALUACIÓN DEL FOCO	40
7. LINEAS FUTURAS	42
8. CONCLUSIONES.....	43
9. REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA	44

LISTADO DE FIGURAS

Fig. 1 Reflexión especular (izquierda) y reflexión difusa (derecha).....	8
Fig. 2 Onda incidiendo sobre un medio con ángulo crítico, lo que provoca que se desplace por la superficie del medio.	8
Fig. 3 Rayo incidente sobre un medio con diferente índice de refracción.....	9
Fig. 4 Diferentes tipos de antenas: Bocina rectangular (izquierda), bocina circular con lente (centro) y dipolo (derecha).....	9
Fig. 5 Diagrama de radiación tridimensional omnidireccional	10
Fig. 6 Diagrama de radiación en coordenadas polares vertical (izquierda) y horizontal (derecha)	10
Fig. 7 Diagrama de radiación en coordenadas cartesianas.....	11
Fig. 8 Diagrama de radiación cartesiano con los principales valores a obtener señalados.....	11
Fig. 9 Diagramas de radiación en 3D isotrópico (izquierda), omnidireccional (centro) y directivo (derecha).....	12
Fig. 10 Eficiencia total a partir de la eficiencia de iluminación y desbordamiento para un reflector con $f/Da = 0.25$, cuya mayor eficiencia es 0.5.....	13
Fig. 11 Recorrido de la onda desde el foco hasta la salida de la lente	14
Fig. 12 Lentes planoconvexa (izquierda), biconvexa (centro), cóncavoconvexa (derecha).....	14
Fig. 13 Recorrido de la onda desde el foco hasta la salida de la lente	15
Fig. 14 Lentes planocóncava (izquierda), bicóncava (centro), convexa cóncava (derecha).....	15
Fig. 15 Recorrido de las ondas esféricas hasta verse afectadas por el índice de refracción de la lente, el cual producirá la igualación de caminos.....	16
Fig. 16 Transformación de una lente planoconvexa a una lente de Fresnel.....	17
Fig. 17 Representación en 3D dimensiones de una distribución gaussiana.....	17
Fig. 18 Proceso de convolución bidimensional de dos matrices 3x3.....	18
Fig. 19 Simplificación de la matriz de filtrado a dos matrices unidimensionales.	19
Fig. 20 Lente planoconvexa con los parámetros necesarios para calcular la corrección de caminos.....	21
Fig. 21 Campo eléctrico en el área delimitada para una lente (izquierda) y desplazamiento del frente de ondas (derecha).....	23
Fig. 22 Diagrama de radiación cartesiano de la lente planoconvexa	23
Fig. 23 Permitividad eléctrica en función de la longitud de la lente.....	24
Fig. 24 Lente heterogénea con los parámetros necesarios para calcular la corrección de caminos.....	24
Fig. 25 Campo eléctrico en el área delimitada para la lente (izquierda) y desplazamiento del frente de ondas(derecha).....	25
Fig. 26 Diagrama de radiación cartesiano de la lente heterogénea	26
Fig. 27 Índice de refracción variante según la posición de la lente	26

Fig. 28 Campo eléctrico en el área delimitada para la lente (izquierda) y desplazamiento del frente de ondas (derecha).....	27
Fig. 29 Diagrama de radiación de lente de Fresnel planoconvexa	28
Fig. 30 Valores máximos de directividad para diferentes valores de k , siendo la central 20.	29
Fig. 31 Diagramas de radiación de las tres lentes propuestas.....	30
Fig. 32 Ejemplos de distribuciones gaussianas creadas mediante gausswin. $NN=100$ y $1/\sigma=1$ (izquierda) $NN=100$ y $1/\sigma=100$ (derecha)	31
Fig. 33 Lente planoconvexa sin filtrado (izquierda) y lente filtrada con $NN=10$ y $1/\sigma=2.5$ (derecha).....	32
Fig. 34 Ventana de diálogo para el filtrado gaussiano	32
Fig. 35 Directividades máximas para diferentes valores de filtrado en la lente planoconvexa.....	33
Fig. 36 Diagrama de radiación comparativo entre las lentes filtradas que ofrecen la mayor directividad con la lente sin filtrar	34
Fig. 37 Lentes filtradas $NN=10$, $1/\sigma=2$ (arriba izquierda), $NN=20$, $1/\sigma=5$ (arriba derecha) y lente sin filtrar.....	35
Fig. 38 Directividades máximas para diferentes valores de filtrado en la lente heterogénea.....	36
Fig. 39 Lente heterogénea sin filtrar (izquierda) y lente filtrada para $NN=4$ y $1/\sigma=2$	36
Fig. 40 Comparación de la lente sin filtrar con la lente que ofrece el mejor filtrado	37
Fig. 41 Directividades máximas para diferentes valores de filtrado en la lente de Fresnel	38
Fig. 42 Lente Fresnel sin filtrar y filtrada para $NN=2$ y $1/\sigma=1$	39
Fig. 43 Diagrama de radiación de la lente sin filtrar y la lente filtrada	39
Fig. 44 Diagrama de radiación para distintos focos	40
Fig. 45 Diagramas de radiación para variación del foco.....	41
Fig. 46 Backtracking aplicado al problema de las N-Reinas (izquierda) y antena diseñada mediante algoritmo genético	42

LISTADO DE TABLAS

Tabla 1 Parámetros para calcular lente planoconvexa	22
Tabla 2 Datos del diagrama de radiación de la lente planoconvexa.....	23
Tabla 3 Parámetros predeterminados para la creación de la lente.....	25
Tabla 4 Datos del diagrama de radiación de la lente heterogénea.....	26
Tabla 5 Parámetros predeterminados para la lente de Fresnel.....	27
Tabla 6 Datos del diagrama de radiación de la lente de Fresnel	28
Tabla 7 Directividades máximas en cada lente filtrada en función de NN (filas) y $1/\sigma$ (columnas).....	34
Tabla 8 Directividades máximas en cada lente filtrada en función de NN (filas) y $1/\sigma$ (columnas).....	37
Tabla 9 Directividades máximas en cada lente filtrada en función de NN (filas) y $1/\sigma$ (columnas).....	38

1. INTRODUCCIÓN

Una lente es un sistema óptico con dos superficies refractantes que generalmente posee un índice de refracción diferente al del medio en el que se trabaja por el que puede entrar una onda incidente y ser desviada en diferentes direcciones. Son clasificadas en convergentes y divergentes ([2.3.1](#)), de acuerdo con la forma en la que refractan la onda incidente. Además, las superficies refractantes pueden ser de tres tipos, convexa, cóncava y plana.

Las lentes son usadas en el campo de telecomunicaciones como elementos complementarios a una antena que permiten generar superficies radiantes con campos en fase¹. Un elemento similar a las lentes son los reflectores, elementos que se encargan de recibir una señal y por medio de una reflexión en su superficie enviarla en dirección a una antena receptora. La diferencia principal entre lentes y reflectores es la propiedad física en la que se basan, las primeras en la refracción ([2.1.1](#)), y los segundos en la reflexión ([2.1.2](#)).

En este proyecto se analizarán tres tipos de lentes, planoconvexa, heterogénea y lente de Fresnel, y como su complementación junto con una antena pueden crear un diagrama de radiación ([2.2.3](#)) bastante directivo. Para la simulación y caracterización de las lentes se ha tomado como base un algoritmo (3) programado por el profesor Felipe Vico en MATLAB, un software de cálculo matemático muy utilizado en el campo de la ingeniería. El programa aportado ha sido ampliado y modificado para poder recabar datos y generar gráficas que servirán para analizar el comportamiento de las lentes.

Los cálculos usados en este proyecto se realizan en unidades adimensionales para así tener la mayor escalabilidad posible, siendo el límite la fabricación final de las lentes.

1.1. ESTRUCTURA DEL PROYECTO

Este proyecto se ha llevado a cabo de acuerdo con los siguientes pasos:

- **Estudio de la base teórica ([Apartado 2](#)):** Se ha llevado a cabo un estudio y repaso de conocimientos concernientes a este proyecto, como son óptica geométrica y propagación de ondas electromagnéticas.
- **Estudio del algoritmo ([Apartado 3](#)):** Al usarse un algoritmo de reciente publicación, se ha necesitado un estudio del mismo, así como con el software correspondiente.
- **Creación de lentes ([Apartado 4](#)):** Se han programado 3 tipos de lentes a partir de modelos matemáticos, que son resueltos para poder adaptarlos a su código correspondiente y se han estudiado sus características.

¹ AZNAR CARDAMA. Á. et al. (2002) "Lentes" en *Antenas*. Barcelona: Edicions UPC. Segunda edición. Pág. 299

- **Comparación de lentes (Apartado 4.4):** Las tres lentes son comparadas entre si para estimar cuál de ellas sería más conveniente usar en función del parámetro que se quiera primar.
- **Aplicación de un filtro gaussiano (Apartado 5):** A las lentes se les ha aplicado un filtro gaussiano con el objetivo de suavizar su diseño. Se analizará el efecto de aplicar este filtro a los diferentes elementos creados.
- **Análisis del foco (Apartado 6):** Tras analizar las distintas lentes propuestas, se analiza el impacto sobre la lente planoconvexa al modificar el diagrama de radiación del foco.
- **Líneas futuras (Apartado 7):** Se presentan diferentes propuestas de ampliación o continuación del proyecto.

2. BASE TEÓRICA

2.1. PRINCIPIOS FÍSICOS

2.1.1. REFLEXIÓN

La reflexión es la propiedad física por la cual una onda al incidir sobre un medio diferente al que se desplaza se ve reflejado con el mismo ángulo de incidencia respecto al plano normal².

$$\theta_1 = \theta'_1 \quad (1)$$

Los dos tipos principales de este fenómeno son reflexión especular y reflexión difusa.

- **Reflexión especular:** Este tipo de reflexión se produce cuando la superficie tiene unas variaciones inferiores a la longitud de la onda, esto permite a los rayos reflejados ser paralelos entre si.
- **Reflexión difusa:** Cuando la superficie es rugosa o irregular los rayos reflejados siguen varias direcciones.

² A. SERWAY, R. Y W. JEWETT JR, J. (2009) "Naturaleza de la luz y leyes de óptica geométrica" en *Física para ciencias e ingeniería con Física Moderna*. México D.F.: Cengage Learning Editores. Séptima Edición Vol. 2. Pág. 981-982

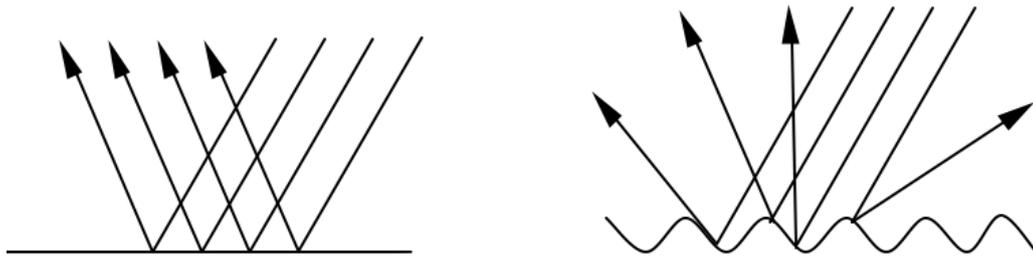


Fig. 1 Reflexión especular (izquierda) y reflexión difusa (derecha)

2.1.1.1. REFLEXIÓN INTERNA TOTAL

Cuando la luz viaja de un medio a otro con menor índice de refracción, hay cierto ángulo, denominado **ángulo crítico**, en el cual el rayo viajará paralelo a la frontera entre ambos medios, además, a partir de dicho ángulo se producirá una reflexión total de la señal sin haber fenómeno de refracción. Para calcular el ángulo crítico n_1 ha de ser mayor a n_2 (4).

$$\text{sen } \theta_c = \frac{n_2}{n_1} \quad (2)$$

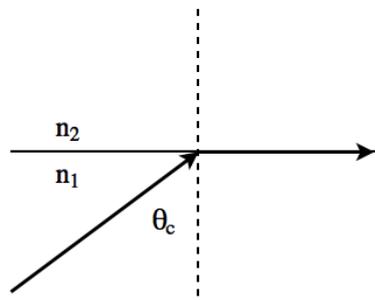


Fig. 2 Onda incidiendo sobre un medio con ángulo crítico, lo que provoca que se desplace por la superficie del medio.

2.1.2. REFRACCIÓN

Cuando una onda viaja por un medio y penetra en un segundo, parte de su energía es reflejada y el resto cambia de dirección entrando en el segundo medio³. El ángulo con el que se produce dicho cambio es llamado ángulo de refracción.

³ SERWAY, op.cit., 2009, Pág. 985.

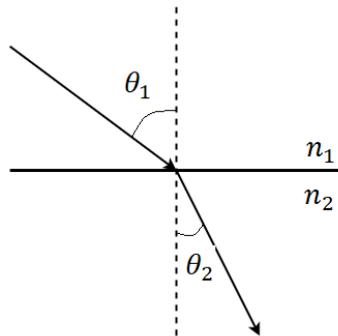


Fig. 3 Rayo incidente sobre un medio con diferente índice de refracción

Para calcular el ángulo de refracción se hace uso de las leyes de Snell, las cuáles relacionan, el ángulo de incidencia, el primero, y los índices de refracción de ambos medios (3). También puede usarse la velocidad para realizar el cálculo, puesto que el índice de refracción es la relación entre la velocidad de la luz en el vacío y la velocidad de la luz en el medio que se esté utilizando (4).

$$\frac{\text{sen } \theta_2}{\text{sen } \theta_1} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{v_2}{v_1} \quad (3)$$

$$n = \frac{c}{v} \quad (4)$$

2.2. ANTENAS

De acuerdo con el *Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE)* (IEEE Std. 145-1993)⁴, una antena es aquella parte de un sistema transmisor o receptor diseñada específicamente para radiar o recibir ondas electromagnéticas. Las formas de una antena pueden ser varias, como pueden ser dipolos, hélices, espiras, bocinas, reflectores o agrupaciones de varias antenas.



Fig. 4 Diferentes tipos de antenas: Bocina rectangular (izquierda), bocina circular con lente (centro) y dipolo (derecha)

⁴ INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERS. (1993) *IEEE Standard Definitions of Terms for Antenas*. IEEE.

2.2.1. DIAGRAMA DE RADIACIÓN

Una antena al radiar una onda, puede no hacerlo de la misma manera en todas las direcciones, para saber o poder visualizar como se produce dicha radiación se recurre a los **diagramas de radiación**, los cuales son la representación gráfica de las propiedades de radiación de una antena en función de las diferentes direcciones del espacio, a una distancia fija.

La representación en coordenadas esféricas (Figura 5) es el más usado en modelos tridimensionales, en los cuales se sitúa la antena en el origen de coordenadas y se expresa el campo eléctrico en función de las variables angulares θ y ϕ .

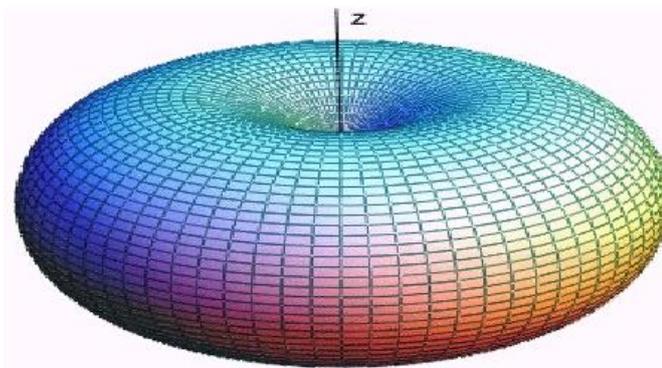


Fig. 5 Diagrama de radiación tridimensional omnidireccional

La información también puede ser presentada en forma de coordenadas polares o cartesianas. En coordenadas polares (Figura 6), el radio representa la intensidad de campo eléctrico o la densidad de potencia radiada y el ángulo la dirección en el espacio; el primer valor en coordenadas cartesianas (Figura 7) se sitúa en el eje de ordenadas, mientras que en el eje de abscisas es representado el ángulo.

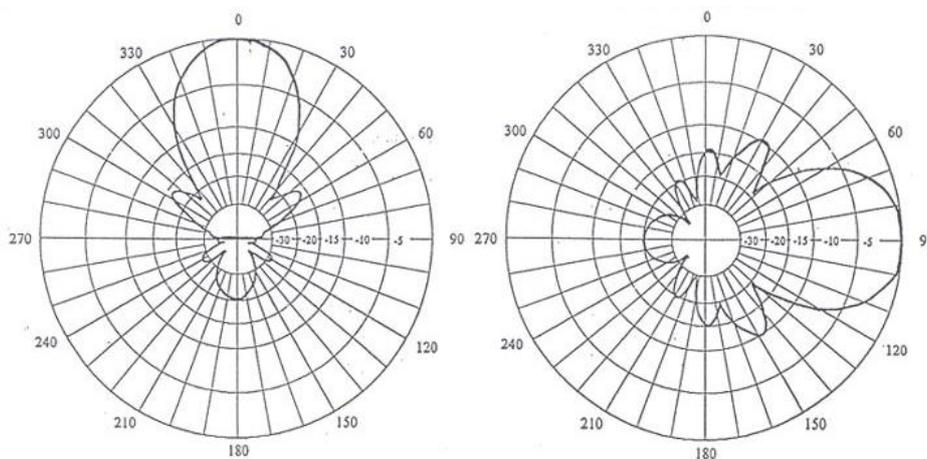


Fig. 6 Diagrama de radiación en coordenadas polares vertical (izquierda) y horizontal (derecha)

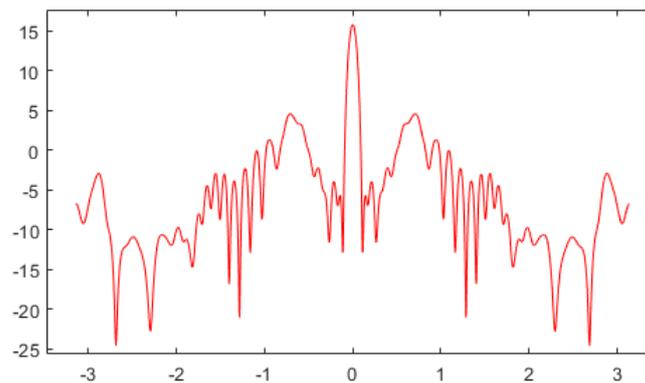


Fig. 7 Diagrama de radiación en coordenadas cartesianas

2.2.1.1. PARÁMETROS DEL DIAGRAMA DE RADIACIÓN

En la figura 8 se encuentran los siguientes parámetros de un diagrama de radiación, los cuales son indicados en la figura

- **Lóbulo principal:** Es el lóbulo que presenta la mayor radiación. (2)
- **Lóbulos secundarios:** Son los lóbulos que tienen mayor radiación después del lóbulo principal. (4)
- **Lóbulo lateral:** Es el lóbulo que está se forma al lado del principal, puede ser también un lóbulo secundario. (6)
- **Lóbulo posterior:** Es el lóbulo situado a 180° del lóbulo principal. (8)
- **Ancho de haz a -3 dB ($\Delta\phi_{-3dB}$):** Es la separación angular de las direcciones en las que el diagrama de radiación toma el valor mitad del máximo. (5)
- **Ancho de haz entre nulos ($\Delta\phi_0$):** Es la separación angular en las que el lóbulo principal toma su menor valor. (7)
- **Nivel de lóbulo principal a secundario (NLPS):** Es la diferencia existente entre el lóbulo con mayor radiación y el segundo lóbulo con mayor radiación. (3)
- **Relación delante-atrás (F/S):** Es la diferencia existente entre el lóbulo principal y el posterior. (1)

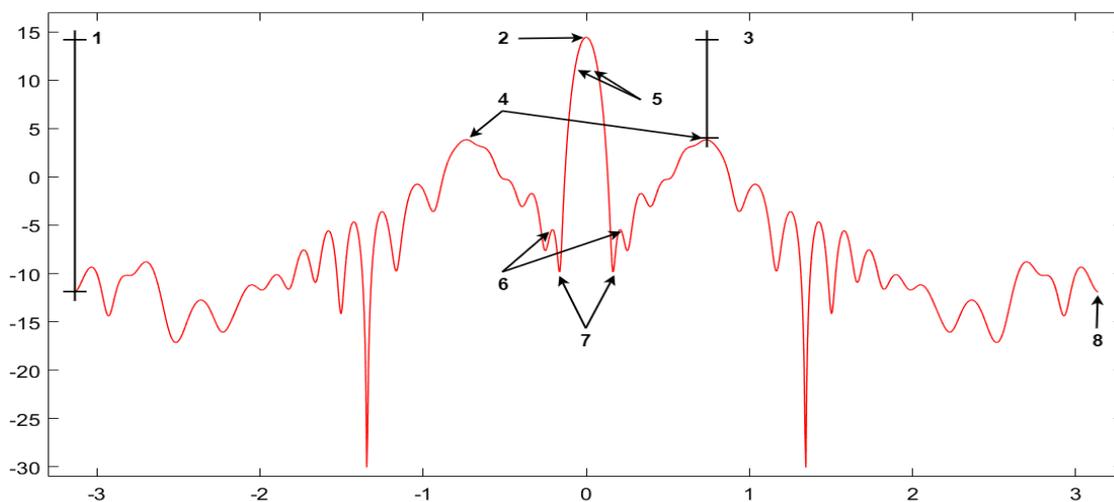


Fig. 8 Diagrama de radiación cartesiano con los principales valores a obtener señalados

2.2.2. DIRECTIVIDAD

La directividad de una antena es la relación entre la densidad de potencia radiada en una dirección a cierta distancia, y la densidad de potencia radiada por una antena isótropa que radia a la misma potencia que la antena⁵ (5).

$$D(\theta, \phi) = \frac{\rho(\theta, \phi)}{P_r/(4\pi r^2)} \quad (5)$$

Si no se especifica la dirección angular, se entiende que la directividad a calcular es la referente a la dirección de máxima radiación (6).

$$D(\theta, \phi) = \frac{\rho_{m\acute{a}x}}{P_r/(4\pi r^2)} \quad (6)$$

Las antenas se pueden llegar a clasificar en 3 tipos según directividad en isotrópica, omnidireccional y directiva.

- **Isotrópica:** Esta antena radia uniformemente en todas las direcciones y presenta, por lo que su directividad en dB es 0. Es una antena ideal
- **Omnidireccional:** Se trata de radiar en el mayor número de direcciones posibles. En uno de los planos, es capaz de emitir o recibir de manera equitativa.
- **Directiva:** Se busca cubrir una región del espacio específicamente, emitiendo lo mínimo en otras zonas.



Fig. 9 Diagramas de radiación en 3D isotrópico (izquierda), omnidireccional (centro) y directivo (derecha)

⁵ Cardama, op.cit, 2002, pág. 22.

2.2.3. EFICIENCIA DE ILUMINACIÓN Y EFICIENCIA DE DESBORDAMIENTO.

Al situar un objeto refractante o reflectante enfrente de una antena, de la potencia radiada (P_r), solo una parte incidirá en el elemento (P_a). La diferencia de entre P_r y P_a no forma parte de la generación del diagrama secundario de radiación, puesto que el diagrama primario es el de la propia antena. El cociente entre ambos valores da como resultado la llamada eficiencia de desbordamiento o de spillover (7).

$$\eta_s = \frac{P_a}{P_r} \quad (7)$$

Un valor bajo de η_s indica que gran parte de P_r está incidiendo sobre el reflector o lente.

Por otra parte, al evitar el desbordamiento se ha de tener en cuenta otro tipo de eficiencia, la de iluminación (η_{il}), la cual relaciona el área efectiva, es decir, la zona donde si hay radiación, con el área geométrica, el tamaño total del elemento usado (8).

$$\eta_{il} = \frac{A_{ef}}{A_{geom}} \quad (8)$$

Ambos parámetros son de uso común reflectores, y también en lentes⁶, para calcular la distancia entre el foco y el elemento reflexivo, y el diámetro de apertura, la distancia entre los extremos de la lente; ambos valores son conocidos como f/D_a .

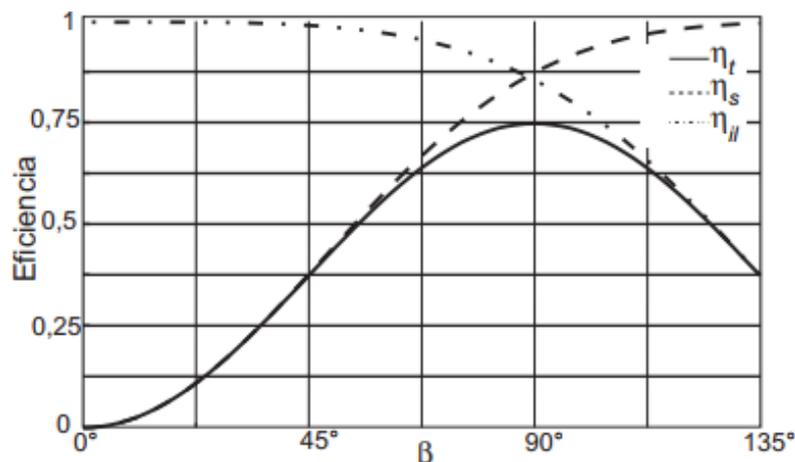


Fig. 10 Eficiencia total a partir de la eficiencia de iluminación y desbordamiento para un reflector con $f/D_a = 0.25$, cuya mayor eficiencia es 0.5

⁶ Ferran, M. y Valero. A. "Lentes" en *Antenas*. Valencia: Universidad Politécnica de Valencia. Pág. 19.

2.3. LENTES

Una lente en el área de telecomunicaciones es un elemento con una constante de propagación distinta al aire que permite realizar una igualación de los caminos procedentes de un punto emisor⁷. El uso de una lente sobre una antena permite concentrar la radiación de la segunda sobre una determinada dirección o región del espacio, es por ello por lo que los elementos refractantes, las lentes, se sitúan en frente del foco radiador.

2.3.1. TIPOS DE LENTES

Las lentes se pueden clasificar según su forma física en dos grupos, **convergentes** y **divergentes**.

- **Convergentes:** Son aquellas que son más anchas por el centro. La onda incide perpendicularmente sobre la lente, refractándose (2.1.2) y concentrándose en el foco (Fig. 11).

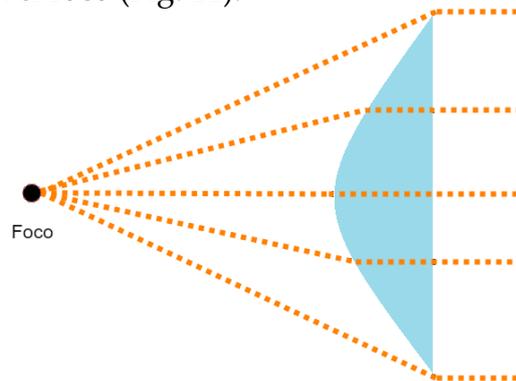


Fig. 11 Recorrido de la onda desde el foco hasta la salida de la lente

Las formas de las lentes convergentes pueden ser planoconvexa, biconvexa o cóncavoconvexa, como las mostradas en la figura 12.

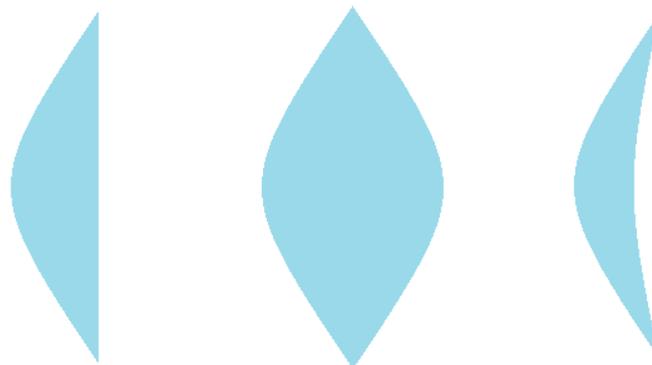


Fig. 12 Lentes planoconvexa (izquierda), biconvexa (centro), cóncavoconvexa (derecha)

⁷ Cardama, op.cit, 2002, pág. 299.

- **Divergentes:** Son aquellas que son más anchas en los extremos.

La onda incide perpendicularmente sobre la lente desde el plano focal, y se refracta en varias direcciones, todas ellas en sentido opuesto al foco (Fig. 13).

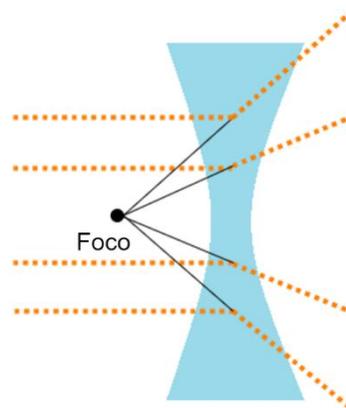


Fig. 13 Recorrido de la onda desde el foco hasta la salida de la lente

Las formas de las lentes divergentes pueden ser planocóncava, bicóncava y convexo-cóncava, como se puede observar en la figura 14.



Fig. 14 Lentes planocóncava (izquierda), bicóncava (centro), convexa cóncava (derecha)

2.3.2. CORRECIÓN DE CAMINOS

Una antena al emitir una señal, esta recorre diferentes distancias hasta incidir en una lente, si trata del tipo convergente, llegará antes al centro que, a los extremos, en caso de un tipo divergente, será, al contrario, primero a los extremos y después al centro.

La lente tiene un índice de refracción mayor al del medio de propagación, por lo que en su interior la onda viajará a una velocidad menor. En las partes en las que es más ancha, la señal, estará más tiempo viajando a una velocidad menor. A la salida, todos los rayos que entraron saldrán perpendiculares al plano normal y paralelos entre si. Además, para que viajen al mismo tiempo, la lente ha de tener unas dimensiones específicas, de acuerdo con el tamaño que se desea que

tenga, la distancia del foco, del índice de refracción y de la forma. En el apartado 4 se diseñarán las lentes para que cumplan dichas especificaciones.

En la figura 15 se observa cómo se produce la igualación de caminos tras pasar el frente de ondas por la lente. En la figura 10 se puede observar también como rayos procedentes de un mismo punto, salen de la lente siguiendo la misma dirección.

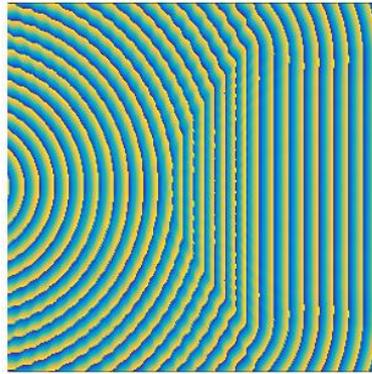


Fig. 15 Recorrido de las ondas esféricas hasta verse afectadas por el índice de refracción de la lente, el cual producirá la igualación de caminos

2.3.3. LENTES DE FRESNEL

En el diseño de lentes se tiene en cuenta también el tamaño de la lente a utilizar, ya que en ocasiones estas podrían tener unas dimensiones demasiado grandes que pueden afectar a la estructura del sistema ideado, ya sea por el volumen o por su peso.

Para solventar dicho problema se puede recortar la lente quitando cilindros del material de diseño con un grosor Δ (9) (10), dejando una distancia entre caminos eléctricos igual a un número entero de longitudes de onda. Esto es posible debido a que la refracción se produce solamente en la superficie de la lente. Este tipo de elementos son conocidos como lentes de Fresnel o escalonadas.

$$\Delta n - \Delta = m\lambda \quad m = 1, 2, \dots \quad (9)$$

$$\Delta = m \frac{\lambda}{n - 1} \quad m = 1, 2, \dots \quad (10)$$

Como se aprecia en la figura 16 se convierte una lente planoconvexa en una lente de Fresnel, primero se calculan grosores, después se elimina el material que no se utilizará quedando las partes que serán colocadas por último en la parte plana. Si se comparan las lentes ambos extremos se puede apreciar una clara reducción del ancho de la lente, y por tanto de su volumen y peso.

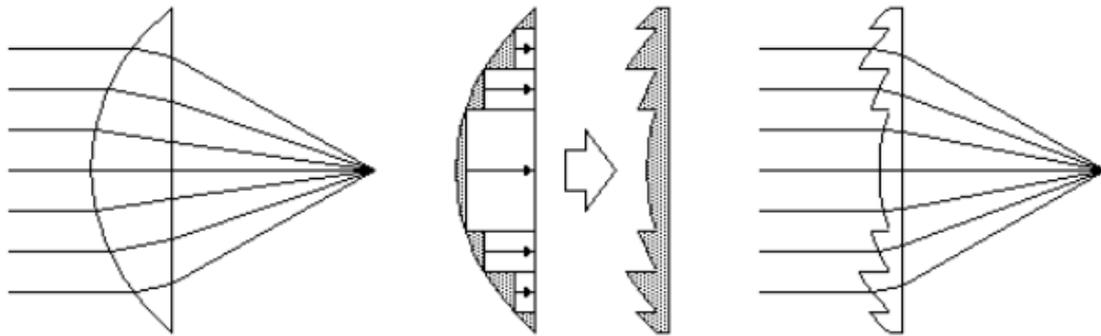


Fig. 16 Transformación de una lente planoconvexa a una lente de Fresnel

2.4. FILTRADO GAUSSIANO Y CONVOLUCIÓN 2D

Las lentes suelen presentar saltos bruscos de índice de refracción al pasar de un medio a otro. Esto puede provocar reflexiones indeseadas, pérdida de directividad y aumento de la relación delante-detrás, por ello se puede realizar una modificación haciendo que la transición de un medio a otro sea más suave.

En el procesamiento digital de una imagen es común el uso de filtros para seleccionar, modificar o eliminar la información contenida. Por ejemplo, para hacer más suave la transición de un color a otro en una imagen se pueden utilizar filtros paso bajo espaciales⁸, un filtro de este tipo es el gaussiano, basado en la distribución gaussiana (11), pero trasladado a dos dimensiones⁹.

$$G(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} \quad (11)$$

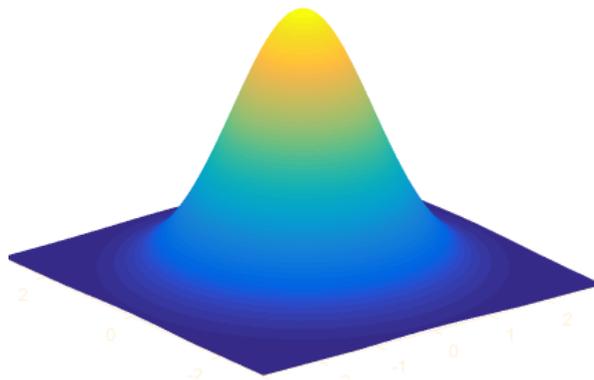


Fig. 17 Representación en 3D dimensiones de una distribución gaussiana

⁸ GIMÉNEZ PALOMARES, F., MONSORIU SERRÁ, J., & ALEMANY MARTÍNEZ, E. (2016). "Aplicación de la convolución de matrices al filtrado de imágenes" en *Modelling in Science Education and Learning*, vol. 9 (1), Pág. 98.

⁹https://www.cs.auckland.ac.nz/courses/compsci373s1c/PracticesLectures/Gaussian%20Filtering_1up.pdf Pág. 22

Para guardar la distribución como un pixel es necesario discretizarla primero en una matriz $n \times n$, después normalizarla para que en los extremos de la matriz valga 1 y por último se enmascara dividiendo la matriz entre la suma de todos los valores. Un ejemplo sería la matriz 5x5 mostrada a continuación.

$$\frac{1}{273} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 & 4 & 1 \\ 4 & 16 & 26 & 16 & 4 \\ 7 & 26 & 41 & 26 & 7 \\ 4 & 16 & 26 & 16 & 4 \\ 1 & 4 & 7 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

Una vez formada la matriz de filtrado, también llamada *kernel*, se realiza una convolución bidimensional con la matriz de la imagen. El proceso consiste en la multiplicación de todas las casillas del kernel por las casillas que le correspondan en la matriz imagen. Se considera la casilla central del kernel la posición que comienza la convolución con la primera casilla de la matriz de imagen, por ello, puede haber elementos de la matriz de filtrado que quedan fuera, estos serán multiplicados por 0. Tras multiplicar todas las posiciones, se suman y se asignan a la posición del elemento central, a continuación, se desplaza de izquierda y de arriba abajo realizando la operación anteriormente mencionada. Este proceso se puede visualizar en la figura 18.

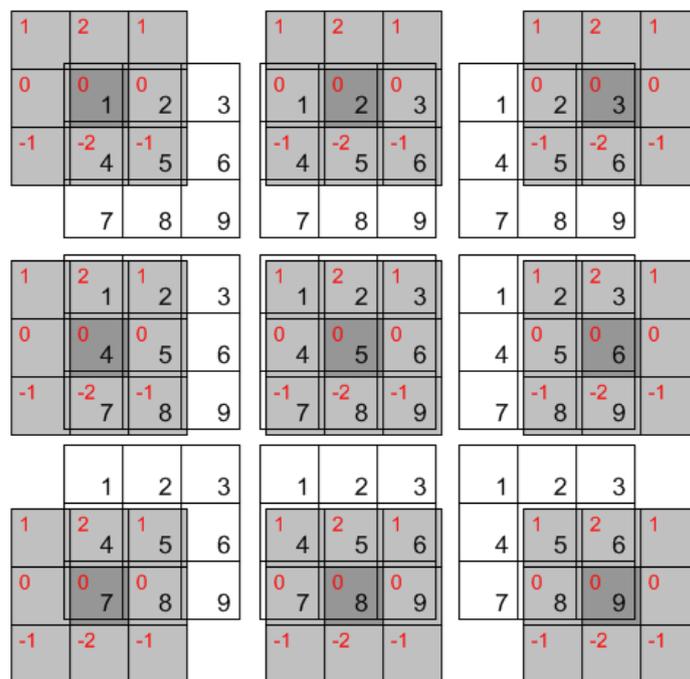


Fig. 18 Proceso de convolución bidimensional de dos matrices 3x3¹⁰

¹⁰ http://www.songho.ca/dsp/convolution/convolution2d_example.html

Por último, se obtendría una matriz de tamaño, $n \times n$ siendo n :

$$n = tam_{out} = tam_q + tam_{gauss} - 1 \quad (12)$$

El filtrado gaussiano presenta las siguientes características:

- Presenta simetría rotacional, lo que implica el mismo efecto en todas las direcciones.
- Un único lóbulo, el cual da mayor peso a los píxeles centrales.
- El grado del filtrado se puede regular mediante σ , es decir, la desviación estándar.
- La matriz de filtrado puede ser separable en dos matrices unidimensionales, lo que hace el computo más sencillo.

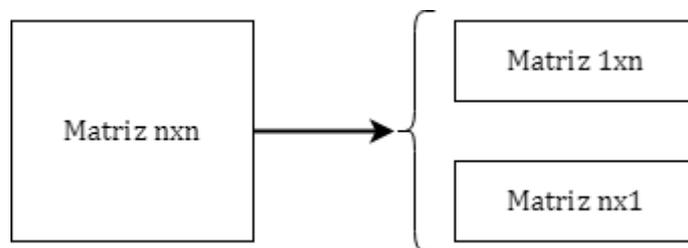


Fig. 19 Simplificación de la matriz de filtrado a dos matrices unidimensionales.

3. ALGORITMO UTILIZADO Y SIMULACIÓN

Para calcular los efectos que tiene la distribución de un campo de electromagnético procedente de un foco emisor en el exterior e interior de una lente, se recurre a un algoritmo llamado Fast convolution with free-space Green's functions¹¹, el cual permite calcular el campo difractado por la lente 2D (z invariante) mediante la resolución de una ecuación integral. Dicha ecuación integral se resuelve de manera iterativa mediante el algoritmo BiCG-stab¹². Cada iteración consiste en una convolución que se realiza empleando la FFT, esto además reduce el tiempo de cálculo ya que la FFT en Matlab está optimizada mediante el algoritmo FFTW (Fastest Fourier Transform in the West)¹³.

¹¹ VICO, F. et al (2016) "Fast convolution with free-space Green's functions" en Journal of Computational Physics. vol. 323, p. 191-203

¹² CAMBRIDGE, "Iterative Krylov methods for large linear systems" en Cambridge Monographs on Applied and Computational Mathematics. Pág. 133.

¹³ <https://es.mathworks.com/help/matlab/ref/fft.html>

3.1. CONDICIONES DE SIMULACIÓN

Dependiendo del software y del hardware utilizado, la simulación puede diferir tanto en resultado como en tiempo de simulación para obtener una solución, siendo la segunda parte más sensible a variaciones debido a la dependencia del hardware.

Las simulaciones están hechas sobre el siguiente banco de trabajo:

- MATLAB 2016b
- Windows 10 – 64 bits
- Intel Core i5-3317U @ 1.70 GHz
- 8 GB memoria RAM
- Tarjeta gráfica NVIDIA GT 620M @1 GB DDR3 NO

Se recomienda usar la versión de Matlab utilizada en este proyecto para evitar posibles problemas con las funciones utilizadas y que si van implementadas en la versión mencionada.

4. DISEÑO DE LENTES

Se han diseñado tres lentes, que realizan la corrección de caminos de distintas maneras: lente planoconvexa, lente heterogénea y lente de Fresnel planoconvexa. Todas ellas tienen situado el foco fuera del plano de simulación, debido a que al estar la fuente de emisión, genera un campo electromagnético mucho mayor que el que se tiene en la lente, lo cual, al representarlas, haría que no se apreciarían correctamente.

Para la simulación de las lentes, se ha creado una función llamada `disenyaLente`, a la cual se le indica el tipo de lente a ejecutar, la frecuencia y el número de muestras, al indicar dichos parámetros la función preguntará por un nombre de archivo de guardado y ejecutará el algoritmo. Tras su ejecución se muestra la distribución del campo eléctrico en el exterior de la lente, la corrección de caminos, el campo en el interior de la lente y el diagrama de radiación a la salida de la lente. Además, se guardan dos archivos con el mismo nombre, el indicado previamente.

- **Archivo de figuras (`.fig`):** Se guardan las figuras anteriormente mencionadas. Cuando se realice el filtrado se guardarán además otro tipo de gráficas (5).
- **Archivo de datos (`.mat`):** Guarda diferentes valores necesarios para la obtención de las figuras, la matriz con los índices de refracción, y algunos valores útiles para evaluar el funcionamiento del algoritmo. Este archivo puede utilizarse para generar otros tipos de gráficas o análisis.

Los cálculos de las lentes son realizados en la función q_2D_limpio , es decir el planteamiento y resolución de las ecuaciones que las crean e indican su índice de refracción (ϵ)

4.1. LENTE PLANOCONVEXA

Se ha planteado una lente planoconvexa genérica y resuelto para que cumpla con la igualdad de caminos. Se mantiene fijo el radio D de la lente. Esta lente basa la igualdad de camino en función de su anchura respecto al eje y , siendo el máximo ancho el centro de lente para reducir la velocidad durante más tiempo ya que se recorrer menos espacio que en los extremos.

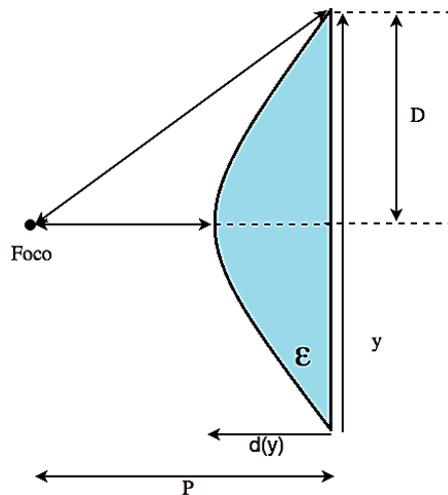


Fig. 20 Lente planoconvexa con los parámetros necesarios para calcular la corrección de caminos

En los vértices la onda incide y se desvía sin llegar a entrar a la lente, solo la toca, por lo que el tiempo que se tarda desde el foco hasta ese extremo es

$$t_{ext} = \frac{s}{v} = \frac{\sqrt{P^2 + D^2}}{c_o} \quad (13)$$

Mientras, en el resto de la lente los rayos si inciden y son retardados debido a que existe un valor de ϵ mayor que en el exterior. El tiempo que tarda en atravesar la lente la señal se divide en dos partes, cuando pasa por el centro, y cuando pasa por el resto de la lente

$$t_{int} = t_1 + t_2 = \frac{\sqrt{y^2 + (P - d(y))^2}}{c_o} + \frac{d(y)}{c_o} \cdot \sqrt{\epsilon} \quad (14)$$

el tiempo en los extremos ha de ser igual que en el interior de la lente, por lo que ambas fórmulas pueden ser igualadas

$$t_{ext} = t_{int} \quad (15)$$

$$\frac{\sqrt{P^2 + D^2}}{\epsilon_{\bar{\theta}}} = \frac{\sqrt{y^2 + (P - d(y))^2}}{\epsilon_{\bar{\theta}}} + \frac{d(y)}{\epsilon_{\bar{\theta}}} \cdot \sqrt{\epsilon} \quad (16)$$

y, además, despejando la velocidad y considerando que

$$\sqrt{P^2 + D^2} = T \quad (17)$$

se puede resolver la siguiente ecuación tras trasponer términos

$$(T - d(y)\sqrt{\epsilon})^2 = \left(\sqrt{y^2 + (P - d(y))^2} \right)^2 \quad (18)$$

$$\begin{aligned} T^2 + d(y)^2\epsilon - 2 \cdot T \cdot d(y)\sqrt{\epsilon} \\ = y^2 + P^2 + d(y)^2 - 2P \cdot d(y) \end{aligned} \quad (19)$$

Ordenando términos se llega a la siguiente ecuación de segundo grado

$$d(y)^2 \cdot (\epsilon - 1) + d(y) \cdot (2P - 2T\sqrt{\epsilon}) + T^2 - y^2 - P^2 = 0 \quad (20)$$

Se definen unos parámetros fijos, los necesarios para poder calcular la lente:

Posición del foco	x= -0.1 y= 0.5
ϵ	2
Radio de la lente	0.375
Distancia al foco	0.75

Tabla 1 Parámetros para calcular lente planoconvexa

Tras implementar la ecuación en `q_2D_limpio` se genera una matriz de mallado y se resuelve la ecuación de segundo grado la cual indica los puntos donde existe la lente dentro de la malla. Las partes donde no existe se consideran con $\epsilon = 0$, y donde si, 1; esto se debe a que a toda la matriz se le resta 1 para normalizar a 0 el medio de propagación.

A continuación, tras obtener la matriz con los índices de refracción es simulado el sistema para $k= 20$ y $N= 300$, obteniendo la figura 21 en la que se puede observar el campo eléctrico en el área delimitada y la igualación de caminos tras incidir la onda en la lente.

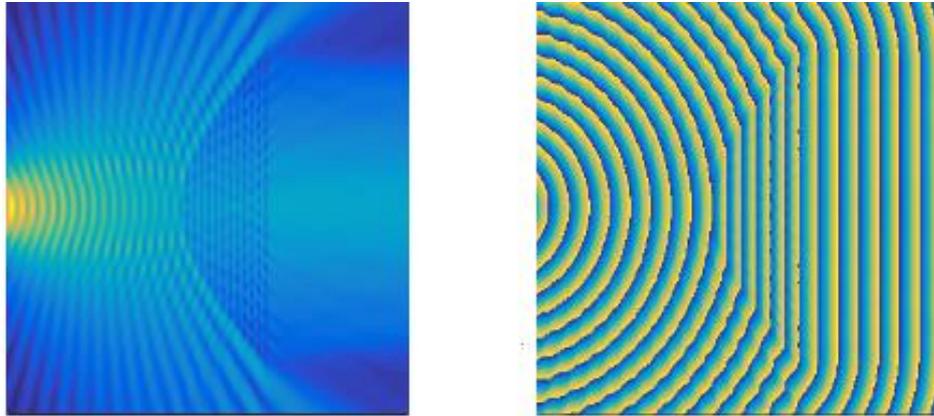


Fig. 21 Campo eléctrico en el área delimitada para una lente (izquierda) y desplazamiento del frente de ondas (derecha)

Se dibuja además el diagrama de radiación a la salida de la lente (Fig. 22) comparado con el del foco. Se puede ver como se genera un sistema más directivo, ganando hasta poco más de 17 dB de acuerdo con la tabla 2, en la cual se recogen más datos sobre el entorno creado.

Lóbulo principal	17.1246 dB
Lóbulo secundario	4.816 dB
NLPS	- 12.3dB
$\Delta\phi_{-3dB}$	0.07 rad= 4°
$\Delta\phi_0$	0.18 rad= 9.6°
F/S	-25.45 dB

Tabla 2 Datos del diagrama de radiación de la lente planoconvexa

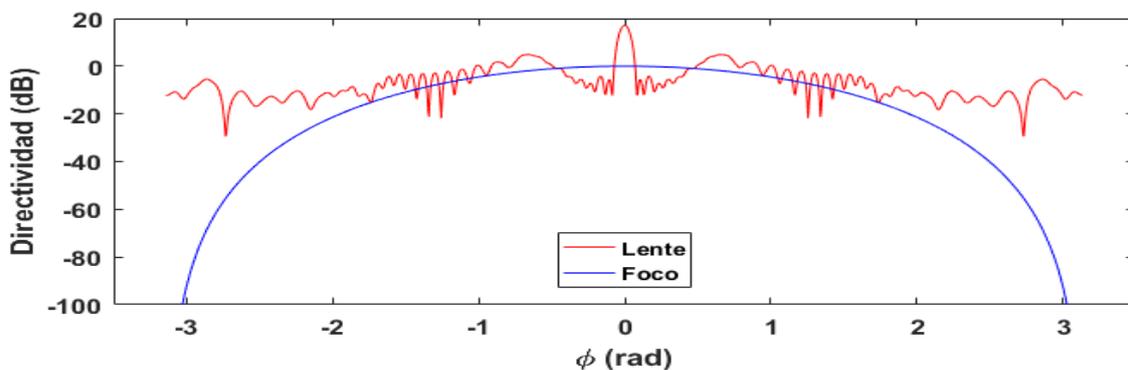


Fig. 22 Diagrama de radiación cartesiano de la lente planoconvexa

4.2. LENTE HETEROGÉNEA

A parte de la forma de la lente, la corrección de caminos también se puede conseguir mediante la variación del índice de refracción a lo largo de la lente, teniendo un valor mayor en el centro que en los extremos (Figura 23).

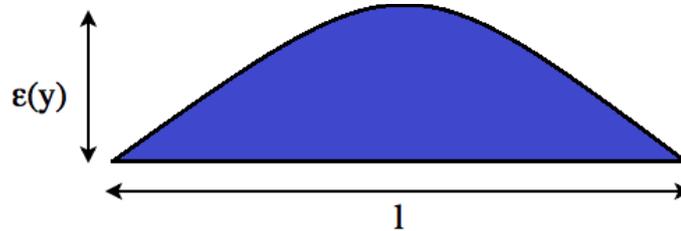


Fig. 23 Permitividad eléctrica en función de la longitud de la lente

Para poder simular dicha lente en el algoritmo es necesario plantear una ecuación que pueda calcular el valor que tomará el índice de refracción en función de la altura de la lente, los cuales son tomados de la figura 24

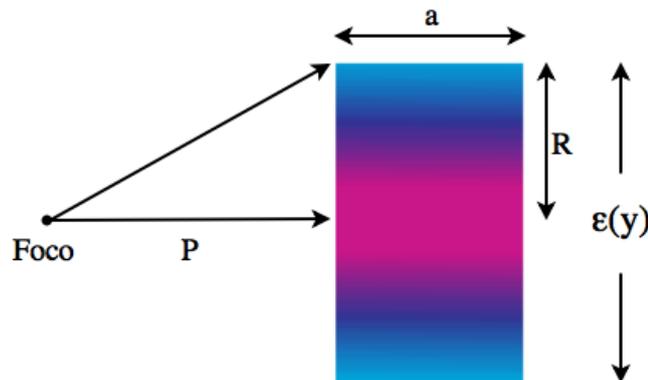


Fig. 24 Lente heterogénea con los parámetros necesarios para calcular la corrección de caminos

Como en el caso anterior, se tiene en cuenta que la onda tenga a la salida de la lente los caminos corregidos. En los extremos la permitividad eléctrica será mínima siendo igual al del medio propagación previo a la lente por lo que no es necesario introducirlo en la ecuación.

Se procede al planteamiento de las ecuaciones para la corrección de caminos.

$$t_{ext} = \frac{\sqrt{P^2 + R^2}}{c_0} + \frac{a}{c_0} \quad (21)$$

En el interior de la lente, de acuerdo con su radio la variación de ϵ se produce del centro a los extremos.

$$t_{int} = t_1 + t_2 = \frac{\sqrt{P + (y - y_0)^2}}{c_0} + \frac{a\sqrt{\epsilon(y)}}{c_0} \quad (22)$$

Una vez más se necesita igualar los tiempos en los extremos como en el interior de la lente.

$$\frac{\sqrt{P^2 + R^2}}{\epsilon_{\text{tr}}} + \frac{a}{\epsilon_{\text{tr}}} = \frac{\sqrt{p + (l - y_o)^2}}{\epsilon_{\text{tr}}} + \frac{a\sqrt{\epsilon(y)}}{\epsilon_{\text{tr}}} \quad (23)$$

Se reordenan términos para calcular el valor que tomará ϵ en cada punto y se resta 1 para normalizar en el exterior de la lente a 0.

$$\epsilon(y) = \left(\frac{\sqrt{P^2 + R^2} + a - \sqrt{p + (Y - y_o)^2}}{a} \right)^2 - 1 \quad (24)$$

La última ecuación se pasa a código MATLAB para su resolución dentro de la función *q_2D_limpio*, al igual que con la lente anterior. Se definen los siguientes parámetros fijos:

Posición del foco	x= -0.1 y0.5
Distancia al foco	0.8
Radio de la lente	0.4
Ancho de la lente	0.25

Tabla 3 Parámetros predeterminados para la creación de la lente

Se crea la matriz donde se situarán los valores del índice de refracción variable. Tras resolver la ecuación 24 se han de eliminar valores que no están dentro de los límites de la lente. A dichos valores se les asigna un valor 0.

Así se obtiene la matriz final que será analizada mediante el algoritmo y que calculará los valores de campo eléctrico, así como en la corrección de caminos para su posterior representación visual (Fig. 25).

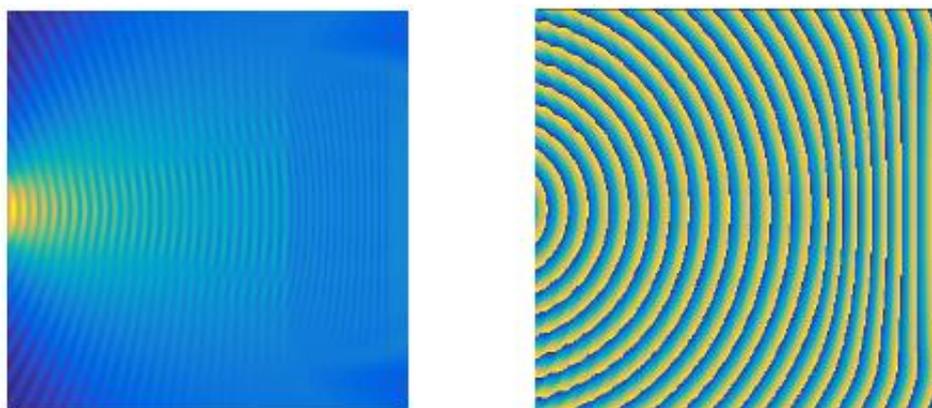


Fig. 25 Campo eléctrico en el área delimitada para la lente (izquierda) y desplazamiento del frente de ondas(derecha)

Se obtiene el diagrama de radiación del sistema lente junto con el del foco (Fig. 26), por lo que se puede ver como al utilizar la lente, se gana directividad, pero se pierde del cual se recogen los siguientes datos (Tabla 4):

Lóbulo principal	17.7172 dB
Lóbulo secundario	4.82 dB
NLPS	- 12.9dB
$\Delta\phi_{-3dB}$	0.055 rad= 3.17°
$\Delta\phi_0$	0.13 rad= 7.2°
F/S	-20.74 dB

Tabla 4 Datos del diagrama de radiación de la lente heterogénea

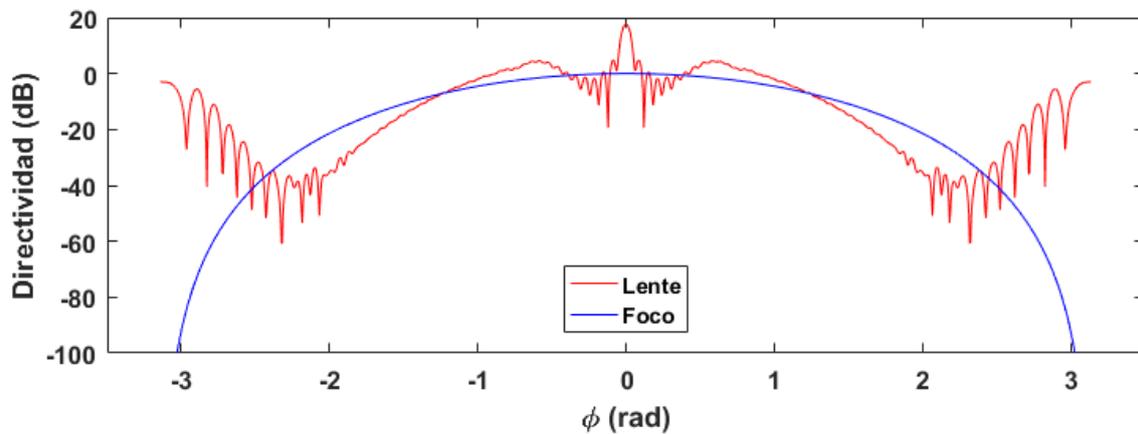


Fig. 26 Diagrama de radiación cartesiano de la lente heterogénea

Además, se representa una figura que muestra como varía ϵ (Figura 27) respecto a los puntos de resolución, teniendo el máximo en el centro y los mínimos en los extremos, la forma de la gráfica es similar a la de una lente planoconvexa.

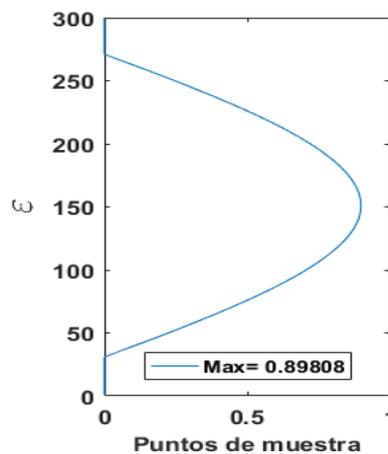


Fig. 27 Índice de refracción variante según la posición de la lente

4.3. LENTE DE FRESNEL PLANOCONVEXA

Debido a las propiedades mecánicas, el diseño final de una lente puede dar como resultado un elemento muy pesado que sería inviable para su utilización. Se decide recurrir a las lentes de Fresnel (2.3.3), las cuales permiten reducir el peso y grosor de la lente, así pues, se calculan los radios a partir de los cuales la lente mantiene un grosor igual a una longitud de onda, posteriormente esos radios, son calculados de manera similar a la lente planoconvexa en *param2* dentro de la función *q_2D_limpio*.

Posición del foco	x= -0.1 y0.5
Distancia al foco	0.8
Radio de la lente	0.4
Ancho de la lente	0.25

Tabla 5 Parámetros predeterminados para la lente de Fresnel

A pesar de haber eliminado parte de la lente, se puede ver en la figura 28 como se produce la igualación de caminos, aunque se aprecian ciertos desfases en el frente de ondas que se van desplazando hacia los extremos conforme avanza este último.

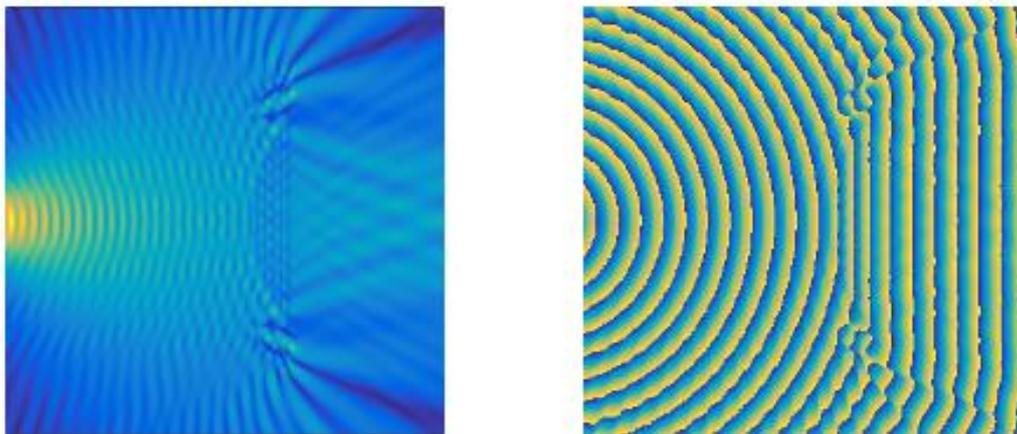


Fig. 28 Campo eléctrico en el área delimitada para la lente (izquierda) y desplazamiento del frente de ondas (derecha)

Se extrae del diagrama de radiación (Fig. 29, rojo) la tabla 6, en la que se recogen sus principales parámetros. Se puede observar como esta lente escalonada permite mejorar también el diagrama de radiación del foco. Se aprecia un NLPS bastante alto, lo cual no puede interesar y causar interferencias en zonas donde no se quiera radiar.

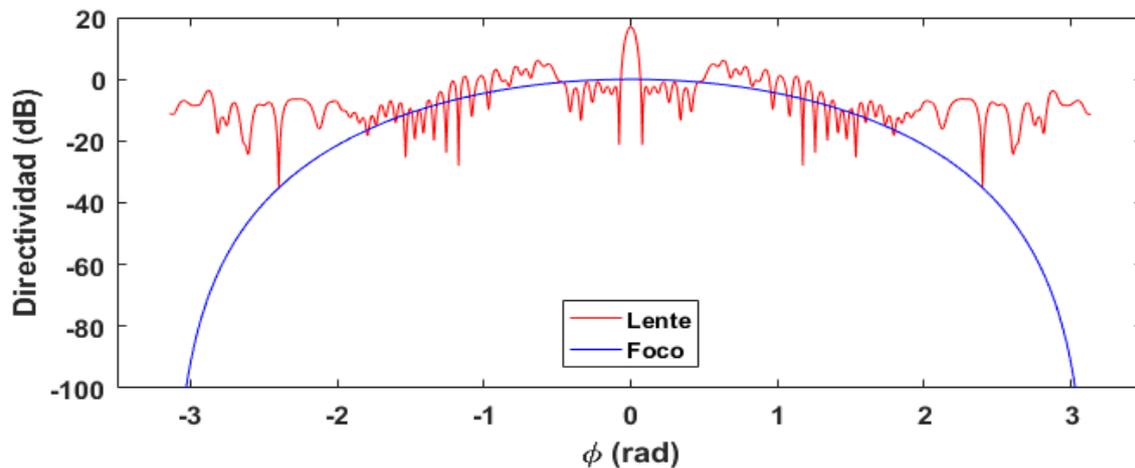


Fig. 29 Diagrama de radiación de lente de Fresnel planoconvexa

Lóbulo principal	16.9397 dB
Lóbulo secundario	6.113 dB
NLPS	- 10.8267 dB
$\Delta\phi_{-3dB}$	0.065 rad= 3.72°
$\Delta\phi_0$	0.16 rad= 9°
F/S	-28.1 dB

Tabla 6 Datos del diagrama de radiación de la lente de Fresnel

4.3.1. ANÁLISIS DEL ANCHO DE BANDA

Debido a que las lentes de Fresnel funcionan a una frecuencia determinada, la cual es usada para obtener las zonas donde se generan los escalones, se necesita calcular como varia la directividad a frecuencias cercanas a la de trabajo, para ello se mantiene la lente calculada en la función q_2D_limpio para la frecuencia central, y posteriormente al utilizar el algoritmo que analiza sus características se le dan diferentes frecuencias, todas ellas entorno a la central. Para cada una de las frecuencias se generan las imágenes de la distribución del campo eléctrico, la forma de la lente, y como se produce la igualación de caminos, por ello, se guardan todas en un archivo *.fig*.

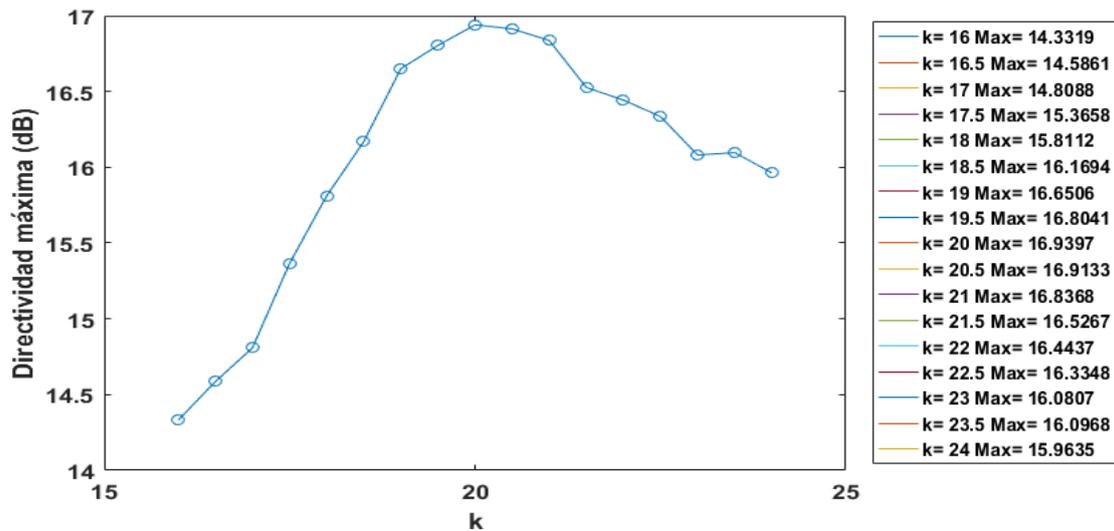


Fig. 30 Valores máximos de directividad para diferentes valores de k , siendo la central 20.

Se representa el valor máximo de directividad en cada uno de los diagramas de radiación para cada una de las frecuencias simuladas. En este caso la frecuencia central se sitúa en $k=20$.

Se observa que a frecuencias más bajas que la de diseño la directividad cae más rápidamente, mientras que a frecuencias mayores disminuye más suavemente. A la hora de elegir un ancho de banda máximo se ha de considerar más restrictiva la frecuencia inferior debido a que toma valores más bajos que la frecuencia superior.

4.4. COMPARACIÓN ENTRE LENTES

Tras haber diseñado y analizado las 3 lentes, se puede decir que la mejor lente en cuestión de directividad es la heterogénea, 17.7172 dB, teniendo más de 0.5 dB de diferencia con las otras lentes en su lóbulo principal.

Las lentes planoconvexa (4.1) y de Fresnel (4.3), basada en una planoconvexa, poseen unos lóbulos laterales y secundarios con valores bastante altos hasta que apenas se atenúan con respecto al principal, mientras que la heterogénea (4.2) desciende hasta casi 3 órdenes de magnitud por debajo del lóbulo primario. La de Fresnel es la que ofrece el peor NLPS.

En cuanto al ancho de banda a mitad de potencia, todas las lentes presentan un ángulo muy bajo, 4 o menos, lo mismo sucede con el ancho entre nulos, que es menor a 10, por lo que se pueden considerar unos sistemas focales muy directivos.

Por último, a pesar de tener la mejor directividad, la lente heterogénea, presenta la relación delante-detrás más baja, -20.74 dB, ya que la potencia radiada a π radianes es bastante alta, pudiendo llegar a ser objeto de problema.

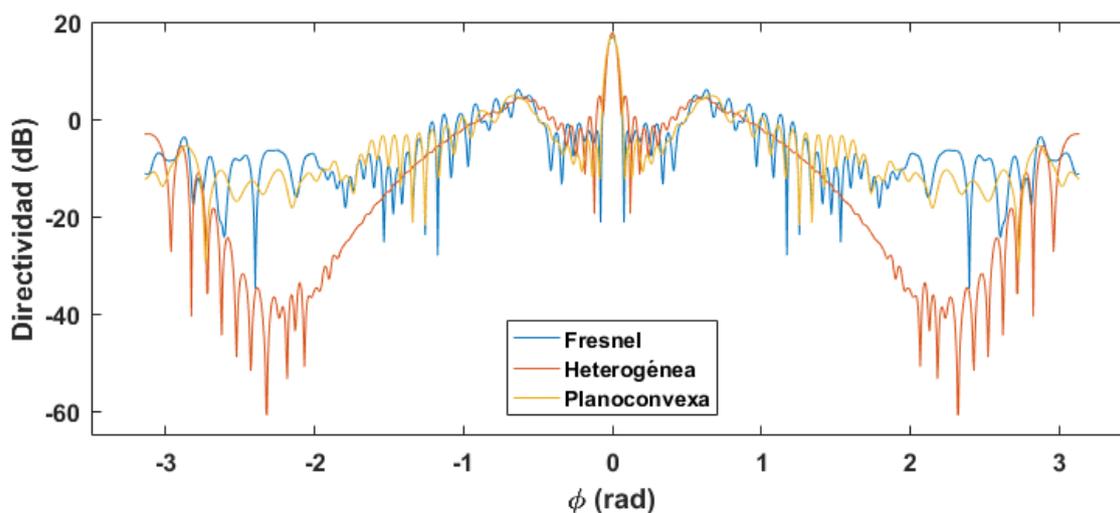


Fig. 31 Diagramas de radiación de las tres lentes propuestas

5. FILTRADO DE LENTES

Debido a que las lentes pueden presentar bordes abruptos, se opta por suavizarlas tratando de conservar o mejorar su directividad. En este caso se ha optado por un filtro gaussiano (2.5). Para implementarlo se ha creado una función que realiza dicho proceso tratando la lente como si fuera una imagen, la cual contiene los valores del índice de refracción de la lente.

Con la ayuda de la función *gausswin*¹⁴, la cual crea una distribución gaussiana, se eligen los coeficientes del filtro y un valor llamado α , que es la inversa de la desviación estándar σ ($1/\alpha$). El primer valor indica cuantos coeficientes se escogerán, y el segundo cuáles, ya que, a mayor desviación estándar, mayor estrechamiento y viceversa (Fig. 32). Para evitar tener dos valores máximos en la distribución, al llamar al comando, el valor dado se multiplica por 2 y se le suma 1, esto garantiza tener valores desde 3, ya que 2 es un número par y 1 no genera ninguna función. Por lo tanto, al llamar al indicar valores a la función, los tomará como: *gausswin*($2NN+1, 1/\sigma$).

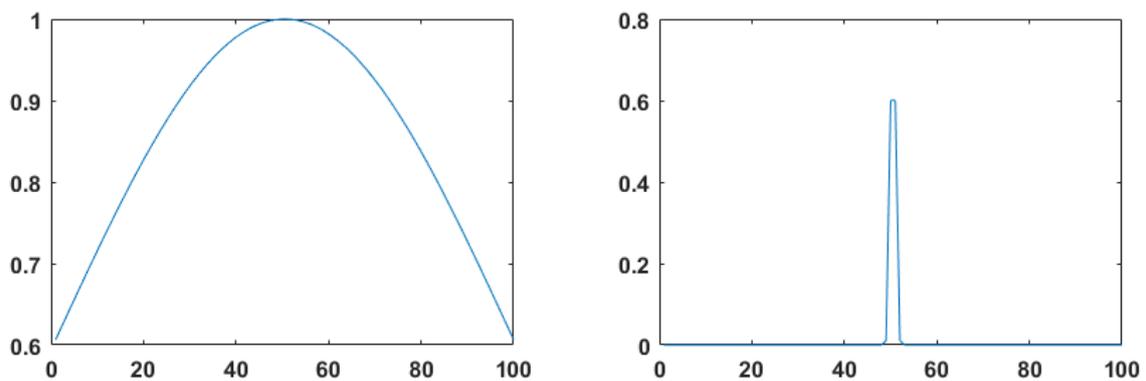


Fig. 32 Ejemplos de distribuciones gaussianas creadas mediante *gausswin*. $NN=100$ y $1/\sigma=1$ (izquierda)
 $NN=100$ y $1/\sigma=100$ (derecha)

Tras escogerlos se guardan en una matriz columna, después se divide entre la suma de todos los valores y se multiplica por su matriz traspuesta, generando así una matriz $n \times n$. A continuación, se realiza una convolución 2D mediante la función *conv2*¹⁵ con el parámetro q de la lente previamente generada, obteniendo una matriz del tamaño de la suma de ambas menos 1 (12) que es normalizada al tamaño de q . El filtro es aplicado sobre la lente cuando esta es diseñada, posteriormente se le aplica el algoritmo ya mencionado (3) para que así todos los cálculos se hagan en torno a los datos de la lente filtrada.

¹⁴ https://es.mathworks.com/help/signal/ref/gausswin.html?s_tid=doc_ta

¹⁵ <https://es.mathworks.com/help/matlab/ref/conv2.html>

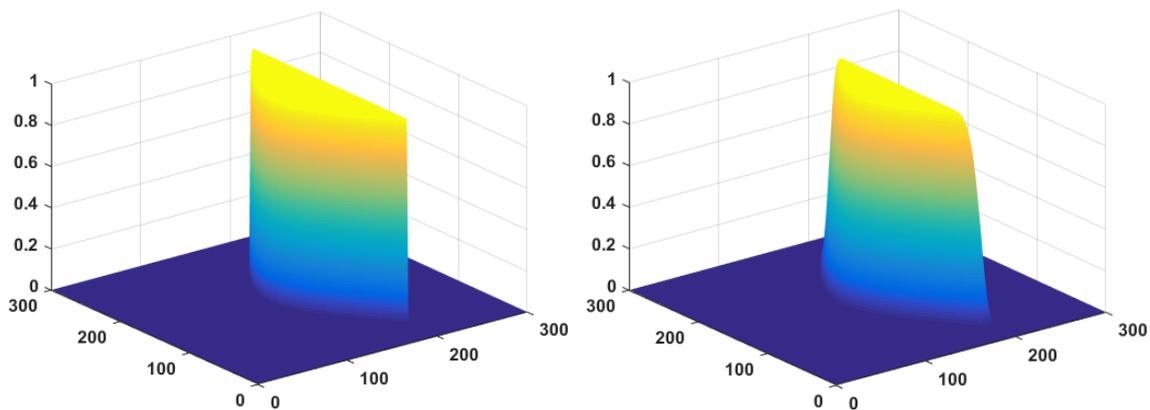


Fig. 33 Lente planoconvexa sin filtrado (izquierda) y lente filtrada con $NN=10$ y $1/\sigma=2.5$ (derecha)

Para poder realizar diferentes tipos de análisis en el filtrado a los nombres de las lentes anteriores se les añade el prefijo *fga-*, la función *diseñaLente* lanzará una ventana de diálogo en la que se pueden elegir el número de coeficientes, primera línea, y la desviación estándar, segunda línea, pudiendo introducirse varios valores en ambas líneas, para así poder analizar diferentes valores a la vez. En la tercera línea se indicará el nombre de guardado de las figuras creadas, así como el archivo donde se guardarán (Fig. 34).

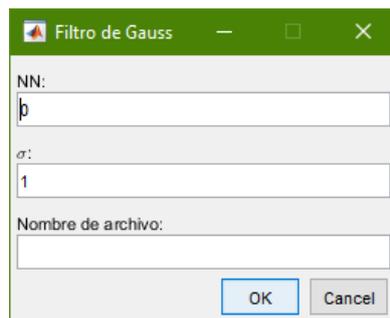


Fig. 34 Ventana de diálogo para el filtrado gaussiano

Tras llamar a la anterior función se puede hacer un análisis de diferentes lentes filtradas con diferentes coeficientes y desviaciones estándar se ha desarrollado una función llamada *compPunSigma* que distingue las posibles combinaciones de análisis:

- **Un solo valor para NN y σ :** Se muestra el diagrama de radiación, la lente original sin filtrar en 3D, la lente filtrada y la representación de los campos eléctricos junto con la corrección de caminos. En un archivo *.fig* se guardan todos los datos previamente mencionados.
- **Un solo valor para NN y varios para σ :** Se muestra una figura con los valores máximos de directividad por cada σ y la lente original sin filtrar. En un archivo *.fig* se guardan todos los datos previamente mencionados, junto con la representación de los diagramas de radiación, las lentes filtradas y la representación del campo eléctrico y la igualación de caminos.

- **Varios valores para NN y uno para σ :** Se muestra una figura con los valores máximos de directividad por cada NN y la lente original. En un archivo *.fig* se guardan todos los datos previamente mencionados, junto con la representación de los diagramas de radiación, las lentes filtradas y la representación del campo eléctrico y la igualación de caminos.
- **Varios valores para NN y varios para σ :** Se muestra una figura por cada NN y en ellas se almacenan los diagramas de radiación por cada σ , una figura con los valores máximos de directividad en forma de gráfica y otra en forma de tabla, por último, se muestra la lente original. En un archivo *.fig* se guardan todos los datos previamente mencionados, además de las lentes filtradas en 3D y la representación del campo eléctrico y la igualación de caminos.

Los valores simulados son los que son los marcados como asterisco, las rectas son productos de la interpolación entre puntos hecha por MATLAB, por lo que la hacer una simulación entre dos puntos, como por ejemplo $NN= 13$, entre 10 y 15, se tendrá un valor de directividad máxima al reflejado en las gráficas de directividades.

Una solución óptima para ambos valores (NN y $1/\sigma$) es posible, pero debido a que la técnica es novedosa no se pueden elegir unos valores de referencia a partir de los cuáles comenzar el estudio. Por ello se deciden usar valores enteros, con los que se podrán realizar acotaciones en más profundidad.

5.1. LENTE PLANOCONVEXA FILTRADA

Se aplica el filtro a la lente planoconvexa (4.1) (Fig. 33 a la izquierda) dando valores a NN comprendidos entre 1 y 30, y a $1/\sigma$ entre 1 y 5 (Fig. 34). Se puede ver como que a medida que aumentan NN y $1/\sigma$ aumenta la directividad ligeramente, pero llega un momento, en el que el primer valor hace descender la directividad, sobre todo para valores grandes de desviación.

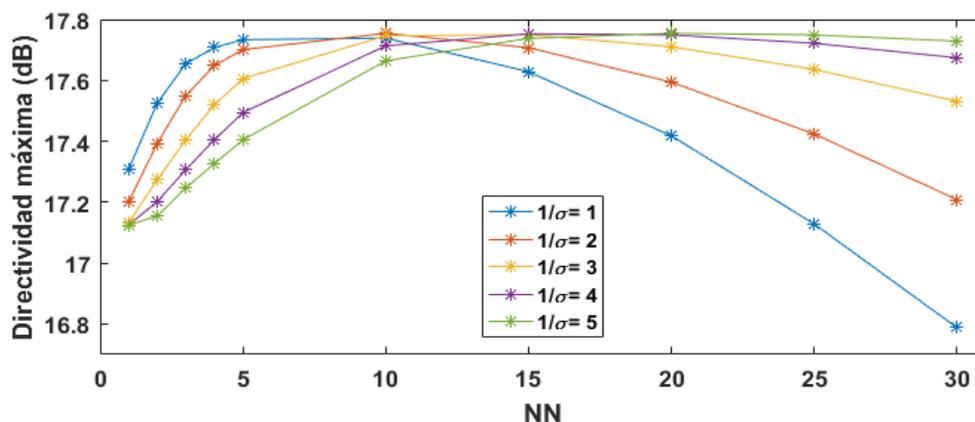


Fig. 35 Directividades máximas para diferentes valores de filtrado en la lente planoconvexa

Como se obtienen demasiados valores de máxima directividad, se guardan en la tabla 6, para una mejor interpretación numérica. Consultándola, se obtiene que la máxima directividad de la simulación está en 2 lentes, la primera está con $NN= 10$, $1/\sigma= 2$ y la segunda $NN= 20$, $1/\sigma=5$.

	1	2	3	4	5
1	17.3081	17.2012	17.1327	17.1248	17.1246
2	17.5247	17.3929	17.2734	17.2017	17.1544
3	17.6546	17.5497	17.4042	17.3065	17.2464
4	17.7077	17.6482	17.5196	17.4046	17.3263
5	17.7335	17.7009	17.6055	17.4940	17.4046
10	17.7388	17.7544	17.7462	17.7131	17.6638
15	17.6284	17.7072	17.7500	17.7528	17.7377
20	17.4178	17.5940	17.7103	17.7492	17.7544
25	17.1284	17.4239	17.6360	17.7217	17.7491
30	16.7880	17.2083	17.5311	17.6740	17.7288

Tabla 7 Directividades máximas en cada lente filtrada en función de NN (filas) y $1/\sigma$ (columnas)

Como se puede observar en la figura 36, a pesar de tener la misma directividad las lentes filtradas, se obtienen diagramas de radiación distintos, apreciando mayor diferencia en los extremos. También se puede observar que, comparadas con la lente original, la relación delante-detrás, así como la directividad en los lóbulos laterales, son los parámetros que más se consiguen mejorar a parte de la directividad máxima.

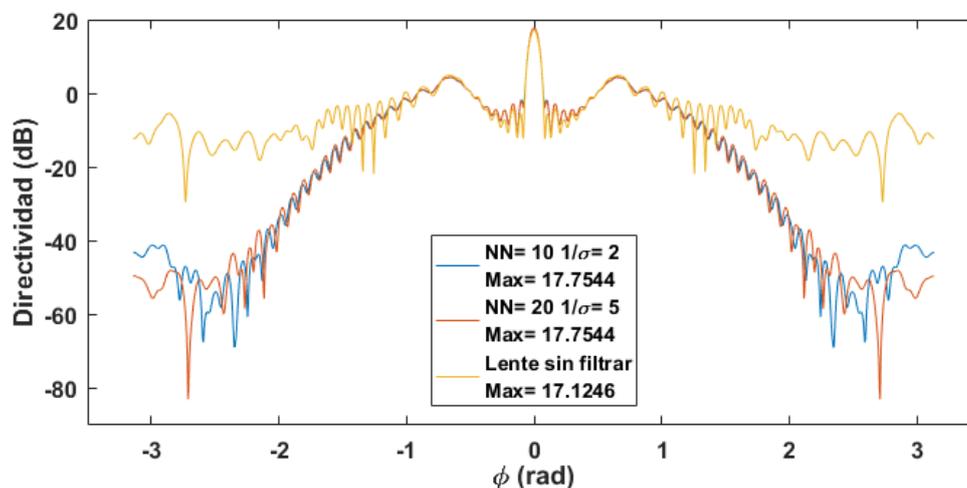


Fig. 36 Diagrama de radiación comparativo entre las lentes filtradas que ofrecen la mayor directividad con la lente sin filtrar

En la figura 37, obtenida en 3D, pero rotada para una mejor observación se ve como varía el índice de refracción en las lentes en los bordes, pero al tener una mayor desviación estándar que la otra, el tránsito de 0 a 1 se hace con más suavidad. En la lente original no existe tal cambio suavizado de medio, es decir, cuando se pasa de un medio a otro, se pasa de 0 a 1 instantáneamente.

Trabajo final de Grado: Diseño y simulación de lentes

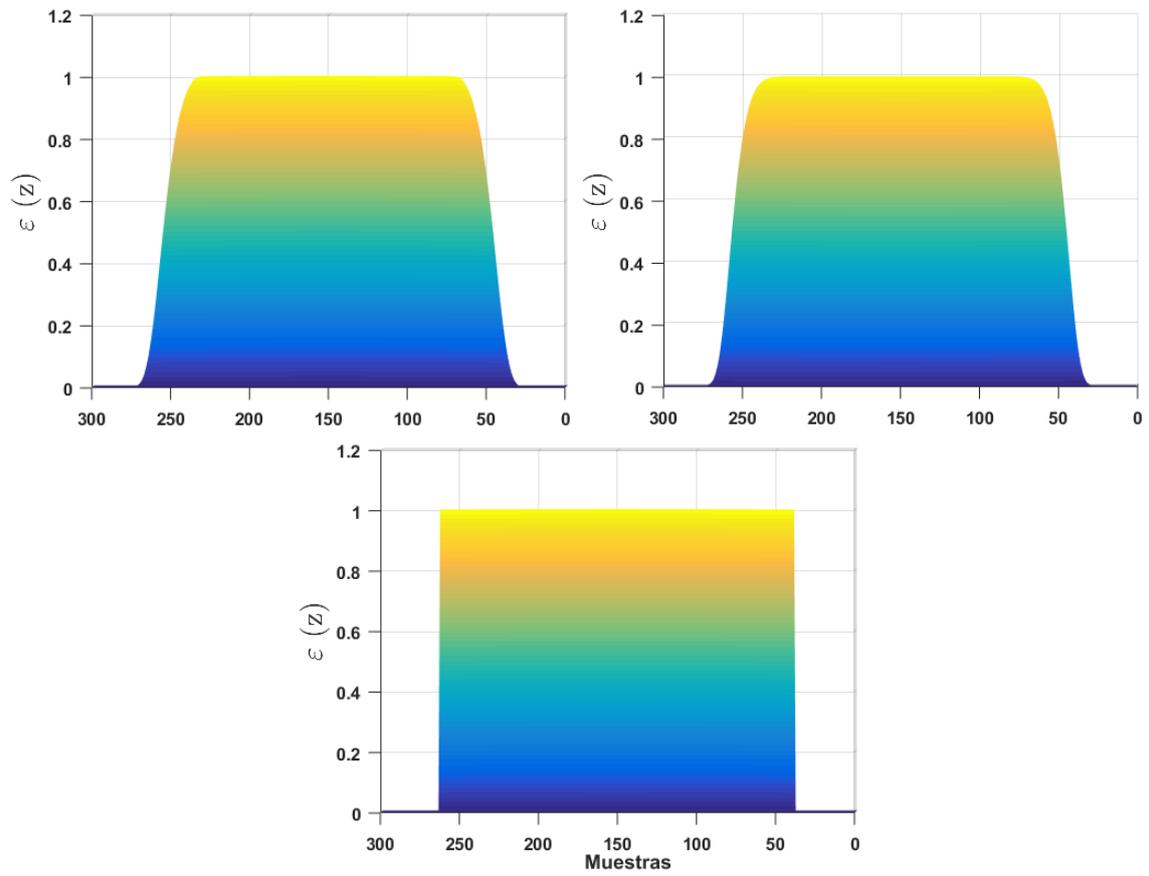


Fig. 37 Lentes filtradas $NN= 10, 1/\sigma= 2$ (arriba izquierda), $NN= 20, 1/\sigma= 5$ (arriba derecha) y lente sin filtrar

5.2. LENTE HETEROGÉNEA FILTRADA

Se aplica el filtro a la lente heterogénea (4.2) (Fig.35 izquierda). dando valores a NN comprendidos entre 1 y 30, y a $1/\sigma$ entre 1 y 5 (Fig. 34). Se puede como si NN se mantiene entre 10 y 20, apenas aumenta la directividad, aunque cambie σ . Solamente, cuando el número de coeficientes es muy grande, a partir de $NN=25$, empieza a decaer la directividad para una desviación estándar de 1, el resto de lentes han variado en torno a 17.85 dB desde 10 a 30 coeficientes

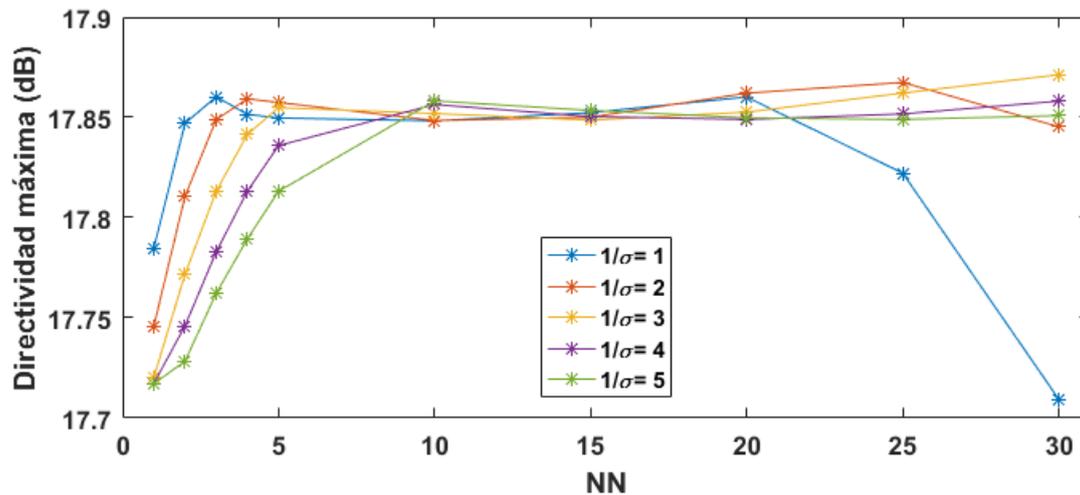


Fig. 38 Directividades máximas para diferentes valores de filtrado en la lente heterogénea

Se aprecia ligeramente como en desde la base hasta la parte superior de la lente existe una ligera pendiente que indica la variación de ϵ , la cual no existe en la original.

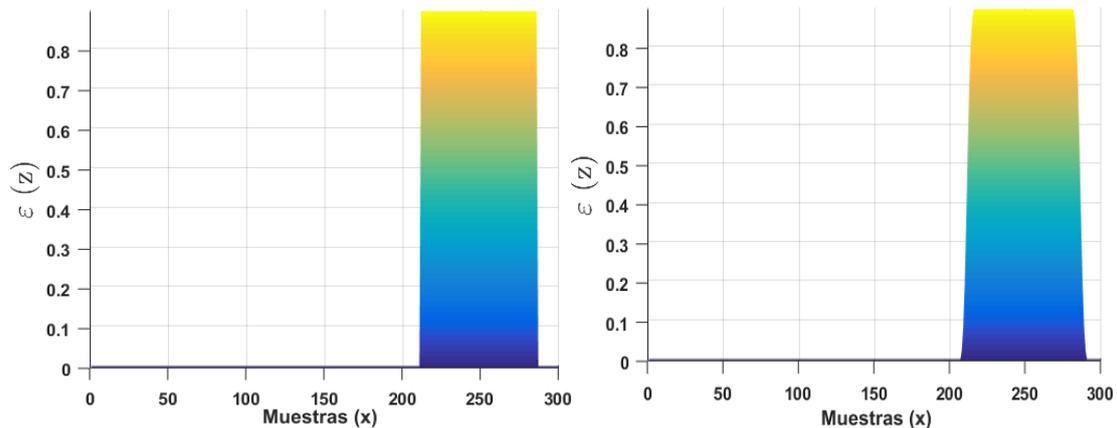


Fig. 39 Lente heterogénea sin filtrar (izquierda) y lente filtrada para $NN=4$ y $1/\sigma=2$

Observar las lentes desde el eje Y puede ser más complicado debido a que la lente heterogénea en su propia definición ya toma en cuenta la variación del índice de refracción, y en este caso se ha situado en dicho eje.

Para mayor comodidad en la tabla 7 se recogen los valores máximos de directividad, y obteniendo como valor máximo 17.8593 dB para $NN= 4$ y $1/\sigma= 2$.

	1	2	3	4	5
1	17.7847	17.7458	17.7202	17.7173	17.7172
2	17.8470	17.8106	17.7717	17.7460	17.7284
3	17.8602	17.8489	17.8131	17.7829	17.7622
4	17.8515	17.8593	17.8415	17.8132	17.7894
5	17.8497	17.8574	17.8549	17.8359	17.8132
10	17.8483	17.8484	17.8519	17.8564	17.8582
15	17.8523	17.8501	17.8486	17.8504	17.8535
20	17.8602	17.8621	17.8526	17.8490	17.8498
25	17.8222	17.8674	17.8621	17.8517	17.8490
30	17.7094	17.8453	17.8713	17.8581	17.8509

Tabla 8 Directividades máximas en cada lente filtrada en función de NN (filas) y $1/\sigma$ (columnas)

A continuación, se simula la mejor lente filtrada por separado y se compara con la original (Fig. 40) para comprobar los efectos del suavizado, estos son una ligera mejora de la directividad, 0.15 dB, junto con aumento de casi 20 dB de la relación delante-detrás, Entre -2 y 2 radianes se puede observar que la directividad apenas varía, habiendo una diferencia casi inexistente.

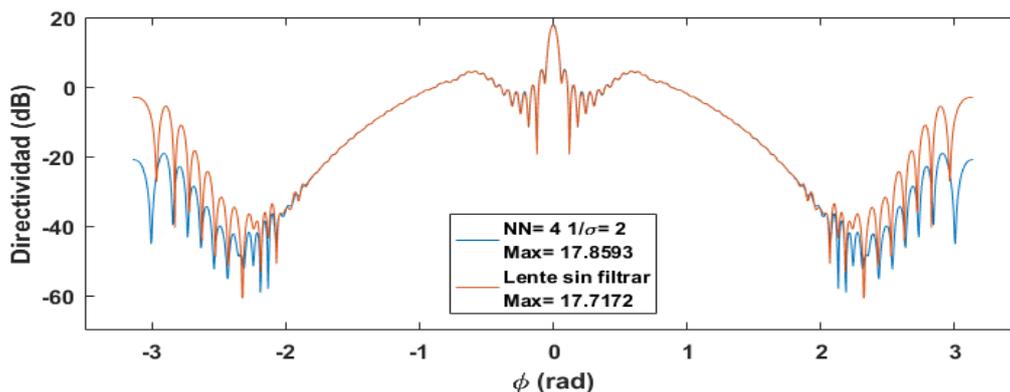


Fig. 40 Comparación de la lente sin filtrar con la lente que ofrece el mejor filtrado

5.3. LENTE DE FRESNEL PLANOCONVEXA FILTRADA

Se utilizan los mismos valores utilizados de filtrado, NN entre 1 y 30 anteriormente para simular la lente de Fresnel (4.3) (Fig. 41). Se observa como a partir de NN= 10 las directividades empiezan a descender para cualquier valor de desviación estándar dado.

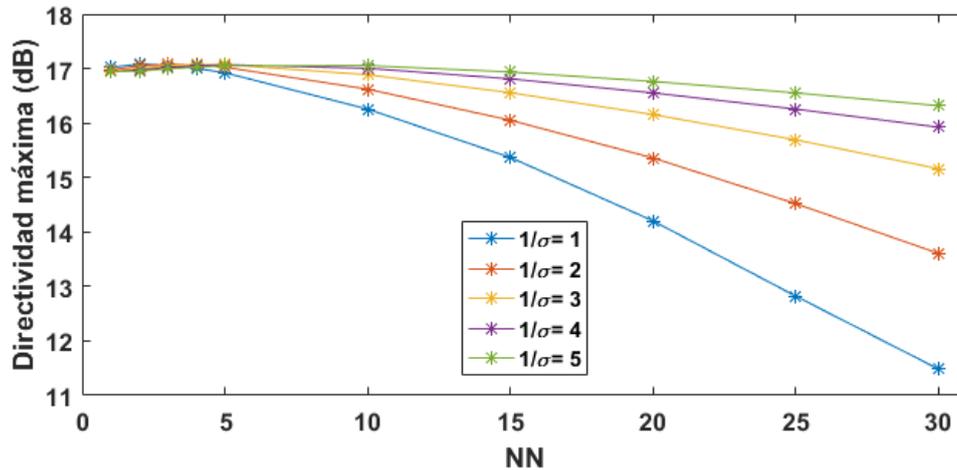


Fig. 41 Directividades máximas para diferentes valores de filtrado en la lente de Fresnel

En la Tabla 8 se ven las directividades máximas en las lentes simuladas, teniendo como máximo la lente filtrada con NN= 2 y 1/σ=1. Se aprecia mejor que en la gráfica el descenso de la directividad máxima en función de los coeficientes.

	1	2	3	4	5
1	17.0203	16.9747	16.9435	16.9398	16.9397
2	17.0807	17.0477	17.0053	16.9750	16.9536
3	17.0653	17.0783	17.0501	17.0180	16.9942
4	17.0034	17.0645	17.0736	17.0501	17.0252
5	16.9227	17.0234	17.0733	17.0700	17.0501
10	16.2560	16.6217	16.8857	17.0043	17.0542
15	15.3676	16.0506	16.5562	16.8104	16.9367
20	14.2017	15.3570	16.1541	16.5526	16.7629
25	12.8203	14.5191	15.6903	16.2547	16.5526
30	11.4811	13.6057	15.1598	15.9229	16.3169

Tabla 9 Directividades máximas en cada lente filtrada en función de NN (filas) y 1/σ (columnas)

Se simula la lente con mejorar directividad máxima y se compara con la lente original para apreciar los cambios producidos tras filtrar. En la figura 42 se ve como se crea cierta separación entre los máximo valores del índice de refracción, lo que implica que en esas partes se colocará un elemento de menor índice.

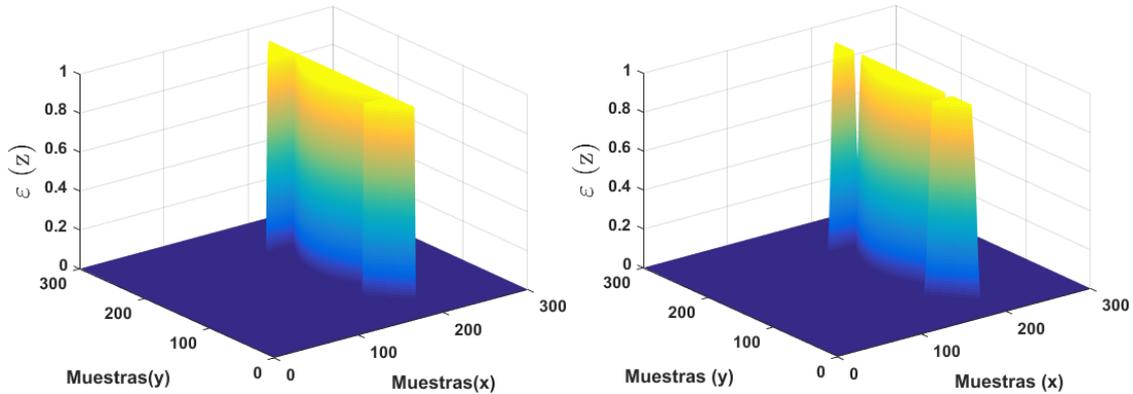


Fig. 42 Lente Fresnel sin filtrar y filtrada para $NN=2$ y $1/\sigma=1$

Al observar la figura 43 se puede ver como el diagrama a grandes rasgos no ha sufrido muchos cambios, la directividad no ha llegado a mejorar ni 0.1 dB, y el NLPS junto con F/S se mantienen si sufrir grandes cambios. Esto indica que aplicar un proceso de filtrado a la lente de Fresnel puede no se llegar a ser útil, debido a la complejidad que requeriría diseñar este tipo de lentes.

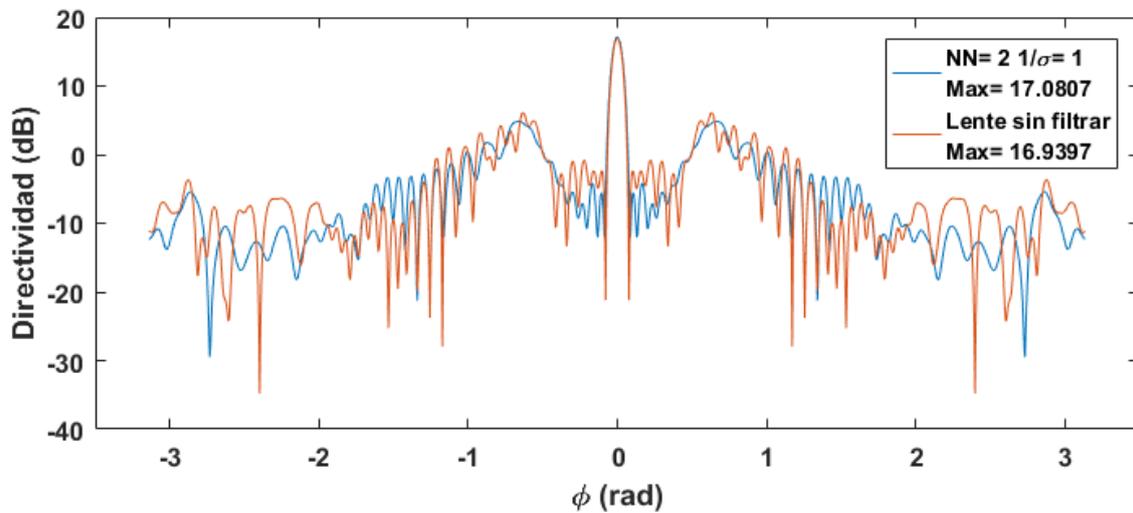


Fig. 43 Diagrama de radiación de la lente sin filtrar y la lente filtrada

6. EVALUACIÓN DEL FOCO

En todas las simulaciones se ha mantenido el foco invariante, para así tener la mejor comparación posible entre lentes. Uno de los parámetros del foco más importantes es el exponente de la función que determina su diagrama de radiación.

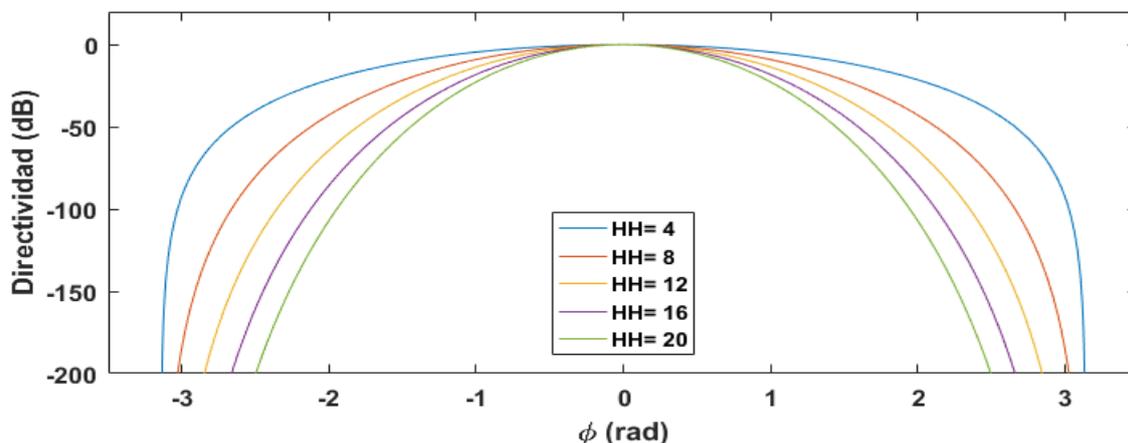


Fig. 44 Diagrama de radiación para distintos focos

Las pruebas anteriores han sido realizadas con un exponente de valor 4, el valor por defecto. Tras haber hecho diversas modificaciones en la lente, se varía el diagrama de radiación del foco, para ver cómo afecta a una lente planoconvexa, para ello, se varía el exponente, llamado en su correspondiente script, *diagrama_foco*, *HH*.

Se dan valores más elevados y se realizan diversas simulaciones para estimar donde se encontraría el máximo. Finalmente se acota una zona desde 4 hasta 25, que es simulada con saltos de tres en tres. Al haber elevado tanto HH se necesita que el diagrama final necesite más puntos de muestra, si previamente se usaban 1200 muestras para dibujar el diagrama, ahora se necesitan 2400.

Se puede ver como los mejores valores para *HH* se encuentran entre 13 y 19, alcanzando un máximo en 16 (Fig. 45). La existencia de un número mayor es posible debido a que dicha variable puede ser un número real no negativo, dando cabida a realizar búsquedas con mayor precisión alrededor de ciertos valores.

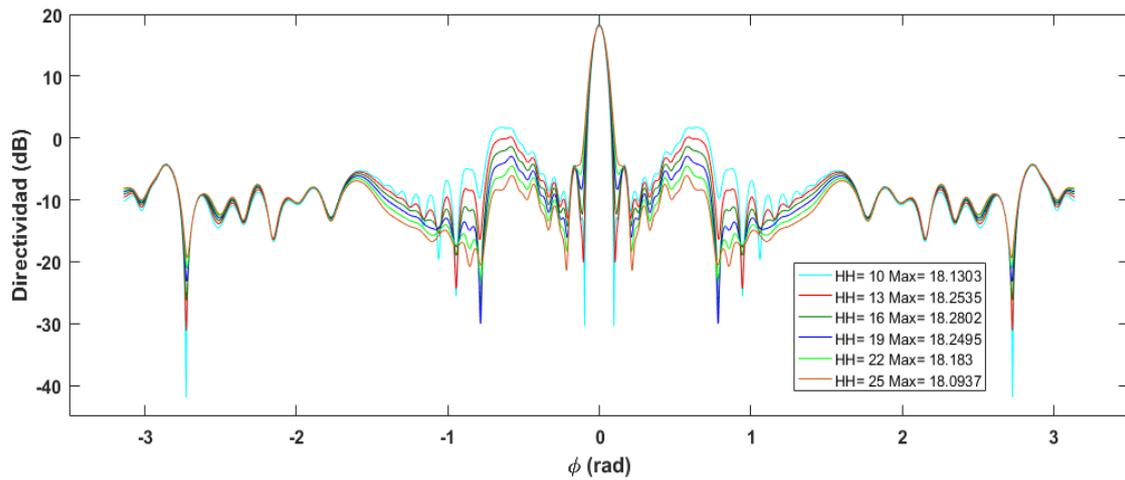


Fig. 45 Diagramas de radiación para variación del foco

El hecho de aumentar HH hace que se radie más potencia hacia el centro, puesto que el haz del foco se estrecha, como se ha podido ver en la figura 44. Llega un momento en el cual el haz se estrechado tanto que la eficiencia de iluminación (η_i) ha disminuido, además, las pérdidas producidas por la eficiencia de desbordamiento (η_s) serían bajas. Esto sería una analogía a cuando el foco se encuentra dentro de la parábola de un reflector, no se estaría aprovechando bien el elemento diseñado.

7. LINEAS FUTURAS

Debido a la cantidad de variables que pueden ser modificadas en la parte de la lente, queda abierta la posibilidad de seguir mejorando la directividad en base al cambio de otros parámetros como pueden ser el tamaño de la lente, su índice de refracción, la distancia al foco, usar otro tipo de lentes convergentes (2.3.1). También cabría la posibilidad de cambiar el filtro gaussiano por algún otro, como puede ser un filtro de media o filtro binomial.

Podrían diseñarse además lentes negativas, es decir, lentes con índice de refracción (n) menores que 1. Estas lentes se pueden conseguir mediante dieléctricos artificiales, los cuales no tienen equivalentes ópticos.

Como pueden combinarse todos los parámetros anteriores, sería factible incluso el desarrollo de una IA que diseñe las lentes, pudiendo usar métodos como el *backtracking*¹⁶ o el uso de un algoritmo genético¹⁷ que permitan la optimización de las lentes expuestas en este proyecto.

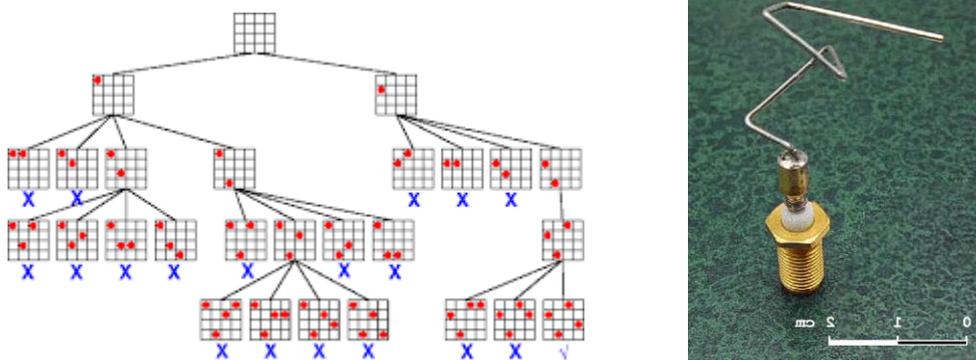


Fig. 46 *Backtracking* aplicado al problema de las N-Reinas (izquierda) y antena diseñada mediante algoritmo genético

Además, el diseño de lentes y simulación de lentes puede ser realizado mediante un análisis 3D a través de la simetría de revolución, pero hay que tener en cuenta que la adición de una dimensión más requiere un coste computacional mucho mayor.

Por último, y relacionado con el filtrado de lentes, para que tengan un determinado índice de refracción variable a la hora de su fabricación se les puede realizar una serie de agujeros espaciados de una forma determinada que afectan directamente al parámetro anteriormente mencionado¹⁸. Este proceso se encuentra aún en fases de experimentación para diseño de lentes. Así pues,

¹⁶ <https://www.cis.upenn.edu/~matuszek/cit594-2012/Pages/backtracking.html>

¹⁷ <https://es.mathworks.com/help/gads/what-is-the-genetic-algorithm.html>

¹⁸ Imbert i Villà, Marc (2016) "Inhomogeneous Dielectric Flat Lens Principles and Design" en *Design and Performance Evaluation of Millimeter-Wave Flat Lens Antennas for Communications, Radar and Imaging Applications*. Barcelona: Universitat Politècnica de Catalunya. Págs 26-33

realizando diferentes incisiones en distintas partes de la lente, se consigue el índice de refracción no sea uniforme en todo su conjunto, teniendo por tanto una lente heterogénea.

8. CONCLUSIONES

Los objetivos fijados en este proyecto fueron el desarrollo de 3 tipos de lentes, modeladas a partir de modelos matemáticos que cumplieran con la corrección de caminos. Todas ellas fueron evaluadas mediante el algoritmo (3) *Fast convolution with free-space Green's functions* en combinación con un programa que permitió el análisis de los datos recabados, tales como la forma de la lente, almacenada en una matriz, tiempos de cómputo, distribución de los campos eléctricos, corrección de caminos, formación de los distintos diagramas de radiación y las comparaciones necesarias para destacar una lente sobre otra o saber si el modelado había sido el adecuado o no. Para permitir un análisis y sin necesitar una segunda ejecución del código, se almacenar los parámetros esenciales para recrear de nuevo las lentes o elementos deseados.

Se ha observado y analizado como varía el diagrama de radiación en función de un elemento debido a que la forma de igualación de caminos se basa en diferentes parámetros, en la lente planoconvexa depende de la curvatura de la lente, la lente heterogénea, del índice de refracción, y la lente de Fresnel de la frecuencia de trabajo a partir de una planoconvexa, debido a esa dependencia, se analizó su comportamiento, para así estimar un correcto ancho de banda.

Posteriormente, se ha procedido a utilizar una técnica de filtrado espacial sobre las lentes, de la cual no hay constancia previa al momento de la redacción. Este proceso hace que el cambio de medio sea una transición más suave, a partir de variar el índice de refracción poco a poco. Como el filtro puede ser modificado, las combinaciones posibles son infinitas. En este filtrado se ha primado por observar los elementos que han ofrecido una mejor directividad máxima, en cambio también es posible que lo que se busque sea mejorar otro parámetro, como pueden ser la separación entre el lóbulo principal y el secundario, NLPS, los anchos de haz, la relación delante-detrás o alguno de los otros parámetros mencionados en el apartado 2.2.1.1.

Por último, se han propuesto una serie de líneas futuras de investigación en el campo de lentes aplicadas a antenas, ya que son diversas las formas en las que puede seguir este proyecto, desde buscar nuevas formas de lentes a usar técnicas distintas de filtrado, así como tratar de automatizar el proceso de búsqueda de lentes óptimas a partir de IAs, e incluso a utilizar métodos fabricación aún en fase de investigación que permitan desarrollar lentes más complejas en cuanto a diseño se refiere.

9. REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA

- AZNAR CARDAMA. Á. et al. (2002) *Antenas*. Barcelona: Edicions UPC. Segunda edición.
- A. SERWAY, R. Y W. JEWETT JR, J. (2009) “La onda bajo ref” *Física para ciencias e ingeniería con Física Moderna*. México D.F.: Cengage Learning Editores. Séptima Edición Vol. 2.
- INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERS. (1993) *IEEE Standard Definitions of Terms for Antenas*. IEEE.
- VICO, F. et al (2016) “Fast convolution with free-space Green’s functions” en *Journal of Computational Physics*. vol. 323, p. 191-203
- GIMÉNEZ PALOMARES, F., MONSORIU SERRÁ, J., & ALEMANY MARTÍNEZ, E. (2016). “Aplicación de la convolución de matrices al filtrado de imágenes” en *Modelling in Science Education and Learning*, vol. 9 (1), p. 97-108.
- MATHWORKS. *Gausswin*.
<https://es.mathworks.com/help/signal/ref/gausswin.html?s_tid=doc_ta> [Consulta:10 de septiembre]
- MATHWORKS. *Preallocate Arrays of Graphics Objects*.
<https://es.mathworks.com/help/matlab/creating_plots/preallocate-arrays.html> [Consulta: 10 de septiembre]
- MATHWORKS. *Conv2*
<https://es.mathworks.com/help/matlab/ref/conv2.html?s_tid=doc_ta> [Consulta: 10 de septiembre]
- PLATERO C. (2010) *Apuntes de visión artificial*. Madrid: Dpto. Electrónica, Automática e Informática Industrial. p. 124-130
- UNIVERSITY OF AUCKLAND. (2010) *Gaussian Filtering*.
<https://www.cs.auckland.ac.nz/courses/compsci373s1c/PatricesLectures/Gaussian%20Filtering_1up.pdf> [Consulta: 10 de septiembre]
- UNIVERSIDAD DE SEVILLA. *Procesamiento en el dominio espacial (Parte 2)*. Sevilla: Dpto. Matemática Aplicada I
- MATHWORKS. *What it’s a genetic algorithm*.
<https://es.mathworks.com/help/gads/what-is-the-genetic-algorithm.html>
- IMBERT I VILLÀ, MARC (2016) “Inhomogeneous Dielectric Flat Lens Principles and Design” en *Design and Performance Evaluation of Millimeter-Wave Flat Lens Antennas for Communications, Radar and*

Trabajo final de Grado: Diseño y simulación de lentes

Imaging Applications. Barcelona: Universitat Politècnica de Catalunya. Págs. 26-33