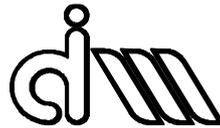


UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Departamento de Ingeniería Mecánica y de Materiales



Trabajo Fin de Máster en Ingeniería Mecánica

VALIDACIÓN MEDIANTE ADAMS/RAIL DE UN MODELO DE COMPORTAMIENTO
DINÁMICO INTEGRAL DE UN VEHÍCULO FERROVIARIO: ESFUERZOS DE GUIADO
EN CURVA

Presentado por: D. Alberto Menéndez Rubiera

Dirigido por: Dr. D. Javier Carballeira Morado

Dr. D. José Martínez Casas

Valencia, Septiembre de 2017

RESUMEN

El presente TFM estará centrado en la validación de una herramienta de cálculo de dinámica ferroviaria al que llamaremos "*modelo propuesto CIIM*" (Centro de Investigación en Ingeniería Mecánica) desarrollado por el grupo de investigación, para lo cual se llevarán a cabo simulaciones de circulación en curva del vehículo, considerando diferentes velocidades, peraltes y radios de curvatura.

Para ello previamente se explicarán unos antecedentes teóricos necesarios para la comprensión total y global del problema, donde se abordarán los problemas dinámicos en la interacción vía-vehículo haciendo un repaso a grandes rasgos de los principales problemas en dinámica ferroviaria, en el dominio de la baja frecuencia y cuando el vehículo negocia una curva.

Se presentará el "*modelo propuesto CIIM*" de interacción vía-vehículo con eje flexible el cuál ha sido desarrollado por el grupo de investigación, donde se resumirá brevemente el modelado del eje ferroviario, de las masas suspendidas y de la vía.

Para la validación del modelo propuesto por CIIM utilizaremos un programa comercial de dinámica ferroviaria llamado ADAMS/Rail mediante el cual simularemos distintos escenarios de circulación en curva a distintas velocidades, considerando diversos peraltes y radios de curvatura, por las cuales circulará como modelo de tren el vehículo 1 definido en el Benchmark de Manchester. Estas mismas simulaciones se realizarán con el "*modelo propuesto CIIM*", mediante el software Matlab compararemos los resultados. Tras los resultados habrá un apartado de conclusiones, donde se detallarán las contribuciones más relevantes del trabajo y se determinará la validación del modelo propuesto en curva.

La idea del desarrollo del "*modelo propuesto CIIM*" es disponer de un modelo integral del comportamiento dinámico del vehículo a baja y alta frecuencia, con el fin de poder abordar los problemas ferroviarios en curva como el ruido de rodadura, los chirridos y la corrugación.

SUMMARY

This End-of-Master's project focuses on the validation of a railway dynamics calculation tool which will be referred hereafter as Proposed Model CIIM (Mechanical Engineering Research Centre) and developed by an research group. To that purpose, various simulations of the vehicle's circulation in curves will be carried out, taking into consideration different speeds, camber curves and radius of curvature.

To that end, there will be some explanations on certain theoretical antecedents that will help us to a better and global understanding. Some of the dynamic problems in terms of vehicle-railway interaction will be tackled, giving an overall view of the main problems within railway dynamics in the domain of low frequencies when the vehicles negotiates a curve.

We will explain the railway-vehicle interaction model on a flexible axle developed by a research group, where we will briefly summarize the modelling of the railway axle, the suspended masses and the railway itself.

Regarding the validation of the Proposed Model, we will be using a commercial program on railway dynamics called Adams Rail. Various curve scenarios and different speeds will be simulated taking into consideration different camber curves and radius of curvature along which a model train vehicle 1 (agreed at Manchester Benchmarks) will run. The same simulations will be carried out using the Proposed Model and the results will be compared using Matlab software. Later on, a conclusions section will be included so as to give further detail of the most relevant contributions of the study and to determine the model's validation itself.

The idea of developing the Proposed Model CIIM arises mainly with the purpose of getting an integral model of the vehicle's behaviour both at low and high frequencies aiming at dealing with some railway problems in curves, such as tread noises, rail squeals and corrugation.

RESUM:

El present TFM es basa en la validació d'una eina del càlcul de dinàmica ferroviaria a la que anomenarem Model Propost CIIM (Centre d'Investigació d'Enginyeria Mecànica) desenvolupat pel grup de investigació. Per a la qual cosa, es portaran a terme simulacions de circulació en corba del vehicle, considerant diferents velocitats, peralts i radis de curvatura.

Amb aquest fi, s'explicaran prèviament alguns atenedents teòrics necessaris per a una comprensió total i global del problema i s'abordaran els problemes dinàmics en la interacció via-vehicle fent un repàs general dels principals problemes en dinàmica ferroviaria, al domini de baixa freqüència i quan el vehicle negocia una corba.

Es presentarà el model d'interacció via-vehicle amd eix flexible que ha sigut desenvolupat pel grup d'investigació. Així, es resumirà breument el modelatge de l'eix ferroviari, de les masses suspendides i de via.

Per a la validació del model propost CIIM farem ús d'un programa comercial de dinàmica ferroviaria anomenat Adams Reil mitjaçant el qual simularem distints escenaris de corba a distintes velocitats, considerant diversos tipus de peralts i radis de curvatura pels que circularà com a model del tren el vehicle número 1 definit al Benchmark de Manchester. Aquestes mateixes simulacions es portaran a terme mitjaçant el model propost CIIM i mitjaçant el software Matlab compararem els resultats. Tot seguit, n'hi haurà un apartat de conclusions on es detallaran les contribucions més relevants del treball i es determinarà la validació del model propost en corba.

La idea del desenvolupament del model propost CIIM es disposar d'un model integral del comportament dinàmic del vehicle a baixa i alta freqüència amd l'objectiu d'abordar els problemes ferroviaris en corba como ara el soroll de la rodadura, els xiscles i la corrugació.

INDICE:

1.Introducción	8
1.1 La modelización dinámica del vehículo ferroviario y su interacción con la vía.....	8
1.1.1 Consideraciones del modelo dinámico:	8
1.1.2 Introducción al modelado y componentes del vehículo:.....	9
1.1.2.1 La caja del coche	10
1.1.2.2 Bastidor del bogie:	12
1.1.2.3 Componentes de la suspensión:	14
1.1.3 Modelos de la vía:	17
1.1.4 Modelos de contacto:	17
1.1.4.1 Teoría de contacto de Hertz:.....	18
1.1.4.2 Métodos Multi-hertzianos:	18
1.1.4.3 Métodos semi-hertzianos:	18
1.1.4.4 Métodos Heurísticos:	19
1.1.4.5 Método CONTACT:	19
1.1.5 Carga y desgaste de la vía:	19
1.2 Problemas dinámicos de baja frecuencia:.....	22
1.2.1 Estabilidad	22
1.2.1.1 Inestabilidad del eje	22
1.2.1.2 Inestabilidad en Caja	27
1.2.2 Comportamiento en curva	27
1.2.2.1 Esfuerzos de guiado en curva.....	28
1.2.2.2 Velocidad de paso por curva	31
1.3 - Problema de guiado en curva:	33
1.3.1 Eje en curva y posición ideal:	33
1.3.2 Equilibrio de Fuerzas:	36
1.3.3 Modelos Dinámicos Simplificados:.....	37
1.3.4 Modelos Avanzados:	38
1.3.5 Seguridad de Rodadura: Criterio de Nadal.....	39
1.3.6 Velocidad de paso por curva:.....	40
1.3.7 Simulación de las fuerzas de contacto rueda-rail:	40
1.3.7.1 La geometría: perfiles de rueda y carril	41
1.3.7.2 El contacto.....	43
1.3.7.3 Las fuerzas.....	44

1.3.7.3.1 Fuerza de rigidez gravitacional.....	44
1.3.7.3.2 Fuerzas de contacto:	45
1.4 Manchester Benchmark:	50
1.4.1 Modelos de vehículo:	50
1.4.1.1 Especificaciones del Vehículo:.....	50
1.4.1.2 Características de la suspensión:	51
1.5.1.3 Características de la amortiguación:	51
1.4.1.3 Dimensiones del vehículo:	52
1.4.1.4 Geometría de la Suspensión:	52
2. Objeto del TFM.....	54
3. Metodología	55
3.1 Adams Rail:.....	55
3.1.1 Creación del modelo	55
3.2 Metodología con Adams Rail:	59
3.3 El modelo propuesto CIIM.....	61
3.3.1 Modelo de interacción vía-vehículo con eje flexible.....	62
3.3.1.1 Introducción	62
3.3.1.2 El modelo de interacción vehículo-vía:	63
3.3.1.2.1 El modelo del vehículo	64
3.3.1.2.2 El modelo de la vía	64
3.3.1.2.3 El modelo de las fuerzas de contacto rueda-carril.....	65
3.3.1.2.4 El modelo de eje flexible	65
3.3.1.2.5 Cálculo de las tensiones en el eje.....	69
3.2.2 Modelo del eje flexible en curva:	70
3.2.2.1 Ecuaciones de movimiento del eje:	70
3.2.2.2 Condiciones de contorno:	76
3.3.3 Modelo de Vía:	77
3.2.4 Cálculo de las fuerzas de contacto entre rueda-carril:	79
3.3.5 Metodología El modelo propuesto CIIM.....	81
3.3.6. Metodología con Matlab.....	81
4. Resultados:.....	83
4.1 Curva 1500m con aceleración compensada nula:	84
4.2 Curva de 1500m con aceleración no compensada de $0,6 \text{ m/s}^2$	87
4.3 Curva de 2500 m con aceleración no compensada nula.....	89
4.4 Curva de 2500 m con aceleración no compensada $0,6 \text{ m/s}^2$	91
5. Conclusiones.....	94

6. Bibliografía 95

1.Introducción

Para la comprensión completa de este TFM es necesario desarrollar previamente unos antecedentes teóricos en los cuales se explicarán la base teórica sobre la cual se sustenta nuestra validación. Por lo que se dividirá en cinco apartados distintos: problemas dinámicos en la interacción vía-vehículo, modelo de interacción vía-vehículo con eje flexible, problemas dinámicos de baja frecuencia, problema de guiado en curva y el modelo Manchester Benchmark.

1.1 La modelización dinámica del vehículo ferroviario y su interacción con la vía

El desarrollo del primer ferrocarril data de finales de siglo XVIII, principios del XIX y básicamente fue impulsado por la revolución industrial inglesa, el cuál permitía un transporte más óptimo y eficiente de mercancías [1]. Pese a ser una tecnología con más de 2 siglos de antigüedad, los primeros programas de cálculo ferroviario no aparecen hasta hace 30 años, lo que nos ha permitido realizar trenes más rápidos, eficientes y confortables.

Lo que antiguamente se realizaba mediante ensayo y error, hoy en día podemos simular un tren determinado en una vía concreta y realizar todo tipo de mediciones, lo cual es sin lugar a dudas un gran avance. Estas herramientas de cálculo han sido desarrolladas por diversas empresas, dando lugar a programas como VAMPIRE, ADAMS/Rail o SIMPACK, entre otros, y pudiéndose realizar análisis de confort, movimiento de lazo o inestabilidad en recta o guiado en curva entre otros.

El modelado y la simulación en el campo de la dinámica ferroviaria es un tema complejo y multidisciplinar. Siempre existirá una necesidad de la mejora de la eficiencia y las condiciones de seguridad y el confort de los vehículos ferroviario, para lo cual se necesitará una definición y descripción más compleja de todos los parámetros que afectan al modelo.

Estos software indicados anteriormente suelen estar bastante optimizados y se centran en el cálculo dinámico a baja frecuencia mediante un planteamiento de multicuerpo, que estará determinado principalmente por el modelado del coche, donde determinaremos todas sus propiedades como puede ser las dimensiones, la masa, el tipo de uniones, las suspensiones y sus características inerciales entre otras.

En estos programas también se deberá modelar el tipo de vía y sus características, además del modelo de contacto rueda-carril (hay varios modelos diferentes, con distintos costes computacionales).

1.1.1 Consideraciones del modelo dinámico:

El potencial y el éxito de las simulaciones dinámicas vehículo-vía depende mucho de lo bien que este el sistema matemáticamente modelado y alimentado con datos de entrada pertinentes. El modelado del sistema implica varios campos de la mecánica y, debido a sus muchas complejidades, es un desafío de la ingeniería.

La elección de modelos para el sistema y sus componentes depende de varios aspectos, principalmente:

- Propósito de las simulaciones, incluidas las cantidades de salida solicitadas y su precisión
- Intervalo de frecuencia de interés
- Acceso a paquetes de simulación apropiados
- Acceso a datos de modelos relevantes

- Tiempo y fondos disponibles

El primer aspecto anterior debería reflejar que modelos bastante toscos pueden ser suficientes para determinados estudios y que, por ejemplo, la suspensión secundaria y las masas suspendidas pueden no necesitar ser modeladas si sólo nos interesan las fuerzas generadas en el contacto rueda-carril.

Respecto a las frecuencias, el rango de frecuencia tradicional de interés es de 0 a 20 Hz, denominado rango de baja frecuencia. Esta frecuencia baja cubre la dinámica fundamental sistema del vehículo-vía. Sin embargo, en este TFM tendremos en cuenta además la alta frecuencia, pues el "*modelo propuesto CIIM*" considera la flexibilidad del eje y de la vía, alcanzando frecuencias del orden de 9 kHz. Los resultados se compararán ADAMS/Rail el cuál únicamente trabaja a bajas frecuencia, pero todo esto será detallado con mayor precisión más adelante.

Normalmente el rango de frecuencias y el modelado deben ampliarse si queremos estudiar los problemas de ruido, como el ruido de rodadura e incluso los chirridos en curvas cerradas. Sin embargo, las frecuencias más altas también son de interés para la evaluación de vibraciones (confort de conducción), el estudio de la fatiga de componentes mecánicos e incluso la corrugación de la vía.

Algunos modelos de componentes pueden ser muy avanzados, y también precisos en sí mismos, pero la falta de datos de entrada apropiados reducen fuertemente su aplicabilidad.

1.1.2 Introducción al modelado y componentes del vehículo:

Los vehículos ferroviarios constan de muchos componentes y para las simulaciones dinámicas estaremos interesados en representar las propiedades mecánicas de los componentes principales [2]. Una subdivisión principal de los componentes del vehículo puede hacerse en componentes del vehículo y componentes de la suspensión.

Los componentes dominantes del vehículo son los bogies y los ejes y son los que principalmente definirán la masa del vehículo (peso). Por lo tanto, las propiedades de inercia de estos elementos serán de gran interés.

Sin embargo, en muchas aplicaciones ferroviarias la flexibilidad estructural del cuerpo también debe ser considerada. Esto es especialmente válido para las carrocerías.

Los principales componentes de la suspensión son varios resortes físicos y amortiguadores cuyas fuerzas están relacionadas con los desplazamientos y velocidades en los componentes. Barras de tracción, topes, barras antivuelco, brazos arrastrantes, enlaces, etc. también pertenecen a este grupo de componentes.

Esta subdivisión de los componentes del vehículo relaciona el modelado del vehículo con la dinámica de multicuerpo. Esto también implica que los grados de libertad del vehículo, o las ecuaciones de movimiento, se asignarán a los movimientos de las diferentes partes del vehículo.

Al estudiar los movimientos de los vehículos ferroviarios a menudo se dividen en dos tipos: grandes, haciendo que el vehículo viaje "de A a B", y pequeños movimientos principalmente asociados a la vibración por la flexibilidad de los componentes.

Los grandes movimientos se conocen debido a la geometría dada por la vía (transición, curvas, etc.) y una velocidad determinada del vehículo. Para estos grandes movimientos de los diferentes componentes, las posiciones nominales de los cuerpos dentro del vehículo son también conocidos.

Para los vehículos que circulan en una vía ferroviaria esta subdivisión de los movimientos es simple ya que los grandes movimientos son dados únicamente por la velocidad del vehículo. Sin embargo, para la inscripción en curvas la cinemática puede ser bastante compleja. La figura 1 ilustra los sistemas de referencia a considerar en la cinemática de los vehículos

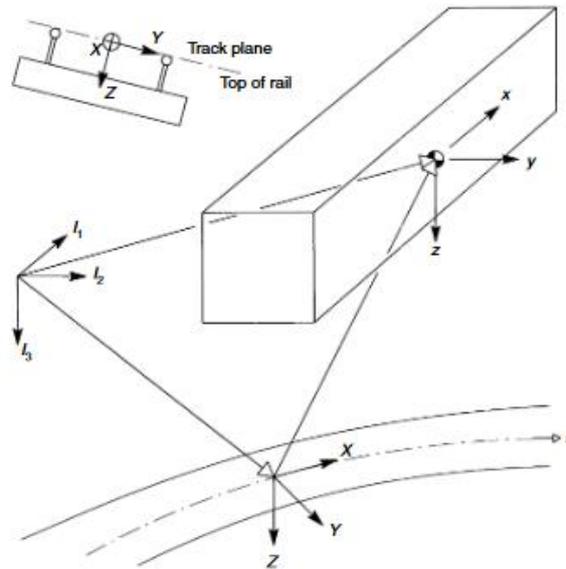


Figura 1. Sistemas de referencia vehículos ferroviarios

En la figura se presenta un sistema de referencia inercial o fijo $I_1 - I_2 - I_3$. Los grandes movimientos del vehículo se representan principalmente siguiendo la dirección de la vía.

Sistema de referencia, X - Y - Z: Es un sistema de trayectoria que va recorriendo el centro de la vía a la velocidad del vehículo. Permite la orientación de la vía en diferentes planos mediante el giro del sistema de trayectoria.

Los movimientos pequeños del cuerpo pueden entonces estar relacionados con un sistema de referencia local del cuerpo, x - y -, por ejemplo, situado en la posición nominal del centro de gravedad del cuerpo y con la misma orientación que el sistema X - Y - Z. Siempre que las traslaciones y rotaciones del cuerpo sean pequeñas, la cinemática lineal es suficiente en la formulación de las ecuaciones del sistema de movimiento.

1.1.2.1 La caja del coche

La caja generalmente tiene la mayor parte de la masa del vehículo. Las propiedades de masa de la estructura de caja de acero / aluminio no son difíciles de calcular: un análisis de ACAD o de elementos finitos (FE) puede dar la masa, centro de gravedad e inercia de la estructura de caja con bastante facilidad [2].

Sin embargo, en muchas ocasiones la estructura de la caja está formada por acero y carbono y supone menos de la mitad de la masa del vehículo. Por ejemplo en el caso de las locomotoras la caja también contiene algunos equipos de tracción, por lo que en ocasiones puede resultar difícil mantener registros precisos de todas las masas y todas sus posiciones.

En muchas simulaciones de dinámicas de vehículos, también se debe considerar la carga útil, es decir, pasajeros o mercancías. La masa correspondiente también podría combinarse con el modelo de estructura de la caja. En la mayoría de las aplicaciones es importante considerar la flexibilidad estructural de la caja para que se representen las vibraciones de la carrocería y su influencia negativa en el confort.

La figura 2 muestra cómo las aceleraciones de la carrocería aumentan en amplitud y frecuencia cuando la flexibilidad estructural de la carrocería se modela en las simulaciones dinámicas del vehículo. Las frecuencias de alrededor de 10 Hz suelen ser prominentes, para las aceleraciones verticales esto puede causar molestias significativas ya que las personas son más sensibles a las aceleraciones verticales de 8 a 10 Hz

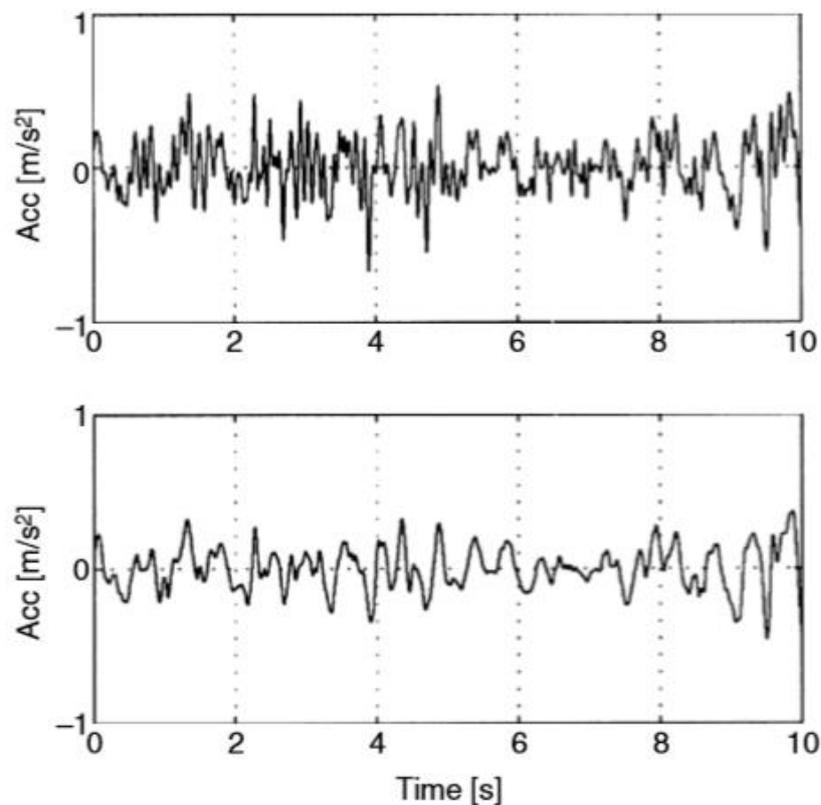


Figura 2. Aceleraciones de la carrocería con flexibilidad estructural y sin ella

De hecho, los valores rms de aceleraciones verticales de confort pueden ser duplicados debido a la flexibilidad estructural de la caja. El coche con estructura de carbono delgada que circulan a velocidad relativamente alta en vías relativamente pobres son los más propensos a este tipo de amplificación de aceleración. En las simulaciones de dinámica de vehículos ferroviarios es deseable representar la flexibilidad estructural de carrocería sólo con un número limitado de grados de libertad, además de los seis grados de libertad del cuerpo rígido (movimientos longitudinales, laterales, verticales, cabeceo, de balanceo y de guiñada).

En la figura 3 se pueden apreciar los 4 modos de vibración a las frecuencias más bajas, las cuales afectan al confort del pasajero.

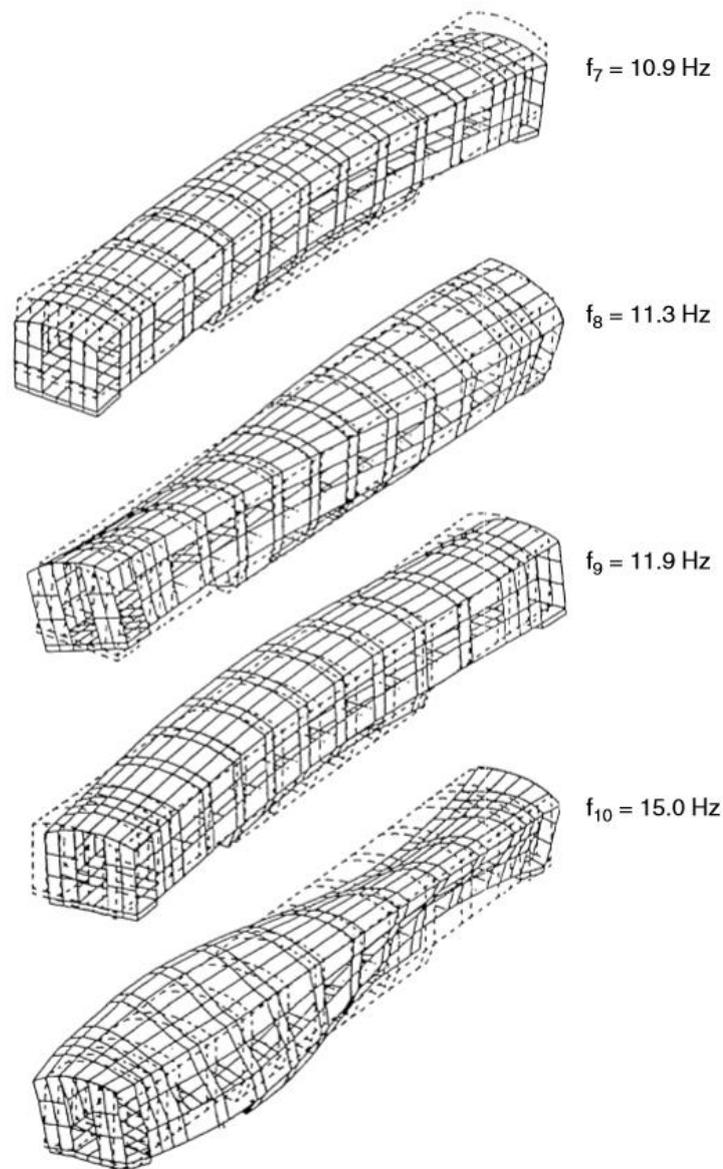


Figura 3. Modos de vibración de la carrocería a baja frecuencia

En el modelado de carrocerías, el equipamiento y los pasajeros pueden ser modelados como cuerpos separados, dependiendo de la estructura del carro. La introducción explícita de asientos y pasajeros en el modelado también permite evaluar la comodidad del cojín del asiento y no sólo en el suelo.

1.1.2.2 Bastidor del bogie:

El bastidor del bogie, será visto como una estructura metálica de una sola pieza, se supondrá como un cuerpo esencialmente rígido, lo que definirá de manera óptima su comportamiento en la mayoría de las aplicaciones [2].

Sin embargo en tranvías de poca altura, sin ejes montados de ruedas tradicionales, necesitan bastidores de bogie especialmente diseñados e incluso si las velocidades son bajas. La

flexibilidad del bastidor del bogie necesita ser considerada en el modelado de la estructura del bogie para los cálculos dinámicos.

La flexibilidad del bastidor del bogie se puede determinar a través del análisis de elementos finitos y puede ser representado en las simulaciones MBD (Multi Body Dynamic) por un conjunto limitado de modos de vibración del bastidor libre. Dicho análisis también puede proporcionar los momentos de inercia y la masa del bastidor del bogie.

Diferentes equipos de frenado, por ejemplo, cilindros de freno, se suelen fijar al bastidor del bogie. Dichos equipos pueden fusionarse con el bastidor en el proceso de modelado. En cuanto al sistema de potencia, los motores de tracción usualmente son apoyados principalmente en el bastidor del bogie. En ciertas aplicaciones los motores pueden ser considerados como cuerpos separados suspendidos.

Por último, pero no menos importante en los bastidores, están los conjuntos de ruedas. Normalmente, suele ser un juego de ruedas sencillo de una unidad sólida con dos ruedas sobre un eje de rueda común. El diámetro de la rueda oscila normalmente de 0,7 a 1,0 m, pero existen ruedas más pequeñas y más grandes. El diámetro del eje es usualmente de 0,15 a 0,20 m. Una masa típica para un conjunto de ejes es de 1000 a 1500 kilogramos.

La masa adicional se puede introducir a través de discos de freno, montado en el eje o las ruedas y el engranaje de tracción (rueda dentada del eje de la rueda y parte del engranaje Vivienda, etc.). Las cajas de grasa, también agregan una cierta masa, pero no deben ser consideradas en el cálculo del momento de inercia de los ejes.

El eje montado se modela principalmente como un sólido rígido, pero la flexibilidad del eje puede afectar significativamente a la dinámica del vehículo. Por ejemplo, la torsión del eje puede causar inestabilidad en la vía, la flexión del eje puede alterar significativamente la parte dinámica de las fuerzas de contacto en las ruedas.

Expresado en términos de frecuencias naturales para un eje libre, pueden incluso estar por debajo de 50 y 60 Hz en torsión y flexión, respectivamente. Pero normalmente, estas frecuencias más bajas están en el rango de 60 a 80 Hz para los diámetros de la rueda superiores, por ejemplo, 1 m. La flexibilidad de la rueda también influye a la dinámica del sistema, incluso para frecuencias por debajo de 100 Hz.

Un ejemplo de modos de vibración y frecuencias naturales para un eje montado se muestra en la figura 4.

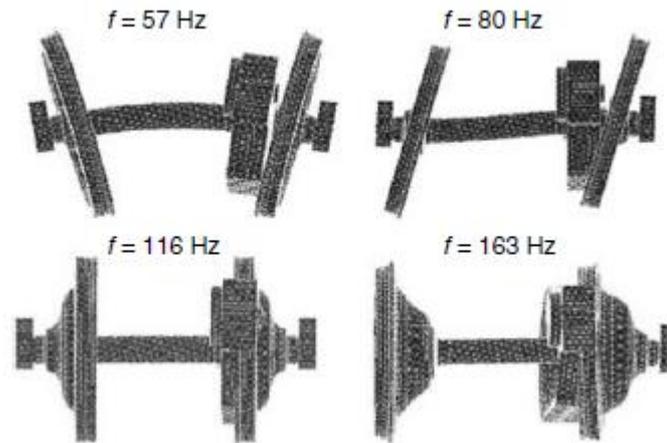


Figura 4. Modos de vibración del eje montado

1.1.2.3 Componentes de la suspensión:

Los componentes de suspensión más comunes en vehículos ferroviarios son muelles helicoidales, resortes de lámina, resortes de caucho, amortiguadores neumáticos, amortiguadores de fricción y amortiguadores hidráulicos. [2] Desempeñan papeles importantes en reduciendo las aceleraciones del bastidor y de la carrocería, así como las fuerzas dinámicas en el contacto rueda carril.

Estos elementos permiten una negociación de curva adecuada, pero una suspensión demasiado blanda causa problemas con el confort del vehículo. Por lo tanto, se pueden introducir barras anti balanceo para mitigar tales problemas. Estas barras reducirán las aceleraciones cuasi estáticas laterales en el suelo del vagón. También es bastante común utilizar barras de tracción como componentes de la suspensión, aunque su principal tarea es transferir fuerzas entre bogie y caja durante la aceleración o frenada.

Se supone que las fuerzas y momentos de la suspensión están relacionados sólo con los movimientos en las uniones con los cuerpos conectados en cuestión. Sin embargo, hay que tener en cuenta que la fuerza estática (vertical) de un muelle de aire puede ser alterado mediante el cambio de la presión de aire sin modificar la altura del resorte.

Las fuerzas estáticas, o precargas, debido al peso de los cuerpos y de la carga útil, son soportadas principalmente por los resortes, muelles de aire, muelles de láminas y resortes de caucho. Los muelles helicoidales conducen las fuerzas de compresión, mientras que los resortes de lámina y muelles de caucho también están sometidos a fuerzas de cizalla y momentos de flexión.

En las simulaciones dinámicas del vehículo, los movimientos de la caja del vehículo son generalmente dados como movimientos relativos al equilibrio estático en la trayectoria tangente y horizontal. El comportamiento estático de los resortes anteriores se puede determinar a través de mediciones de componentes mediante la carga y descarga lenta de estos componentes (para los amortiguadores hidráulicos la presión del aire también se cambia en consecuencia).

La rigidez axial de un solo muelle helicoidal es virtualmente independiente de la carga estática, mientras que la rigidez del muelle hidráulico aumenta casi linealmente con la pretensión.

Las rigideces de caucho y resorte de hoja también aumentan frecuentemente con el aumento de la precarga. Al descargar el muelle helicoidal, el correspondiente gráfico fuerza-desplazamiento coincide con el de la fase de carga, por lo tanto, la disipación de energía o histéresis es muy pequeña.

En contraste, el resorte de lámina sufre una histéresis significativa debido a los movimientos deslizantes de sus hojas. El muelle de aire y resortes de goma también experimentan cierta histéresis debido a la fricción interna de las partes de goma. La histéresis mencionada se debe a la fricción más que a la viscosidad ya que no importa como de lenta sea la carga y descarga.

Para resortes helicoidales y muelles neumáticos la precarga compresiva da lugar a efectos desestabilizadores en el plano horizontal. Una precarga creciente dará como resultado una reducción de la rigidez horizontal (de cizallamiento) para el muelle y menor rigidez horizontal para los amortiguadores neumáticos.

Para mitigar la desestabilización por los resortes helicoidales, se pueden introducir dos o tres muelles uno al lado del otro o dentro de uno al otro. En este último caso, los resortes internos no se pueden activar con precargas bajas. Este método se utiliza con frecuencia en coches de carga y produce una rigidez vertical resultantes progresiva.

Durante cada simulación, la precarga de la suspensión se supone normalmente constante. Para los resortes de suspensión deben definirse una rigidez estática, preferentemente basada en ensayos realizados previamente o en cálculos apropiados. Debido a la inscripción en curva y a las irregularidades de la vía, los muelles se deformarán y las fuerzas de suspensión irá cambiando en cada paso temporal.

Un comienzo razonable para el modelado de la suspensión es asumir modelos que consisten en muelles. El modelo tridimensional más sencillo consiste en tres resortes lineales perpendiculares, pero el efecto de cizallamiento de muelles helicoidales y amortiguadores neumáticos requiere modelos que consideren la precarga de compresión. Las características no lineales debidas, por ejemplo, a las holguras en los juegos de muelles helicoidales o en los topes de amortiguación necesitan una consideración especial.

Deben tratarse los posibles efectos de fricción, que implican modelos no lineales. El stick-slip (los movimientos entre las hojas de los resortes de una ballesta) son probablemente el ejemplo más obvio de efectos de fricción.

El modelo de fricción más común es el sugerido por Coulomb. Para un caso unidimensional tal como el modelado en serie con un muelle lineal, que en conjunto tiene un resorte lineal en paralelo, produce un desplazamiento de fuerza resultante tal como se ejemplifica en la figura. De esta manera obtenemos un paralelogramo con una superficie de $A = 4\mu N(x_0 - \frac{\mu N}{k_s})$ correspondiente a la disipación de energía por ciclo. La amplitud de desplazamientos es x_0 y esta disipación aumentará mientras que la rigidez $S = F_0/x_0$ vaya decreciendo.

Obsérvese que estas dos magnitudes y la propia gráfica son independientes de la frecuencia de excitación.

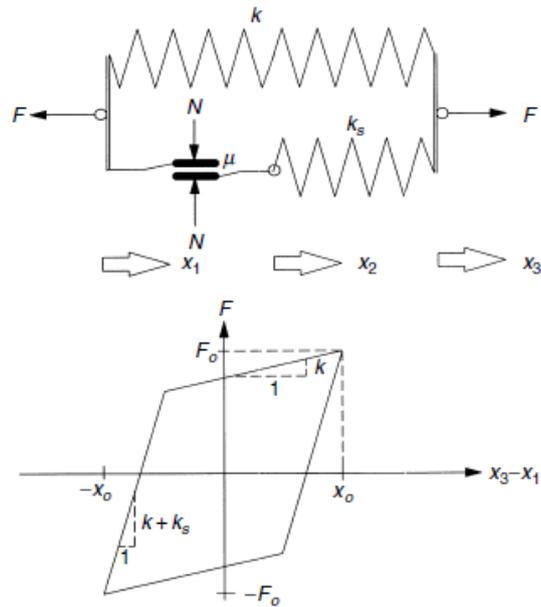


Figura 5. Modelo de fricción sugerido por Coulomb

El modelo que se muestra en la figura 5 puede ser suficiente en algunas situaciones, pero sólo puede representar dos movimientos de fricción distintos por ciclo (en las esquinas superior izquierda e inferior derecha). Sin embargo, en particular, los resortes de hoja tienen en su lugar movimiento de fricción sucesivo y las esquinas mencionadas es más suavizada, como se muestra en la figura 6

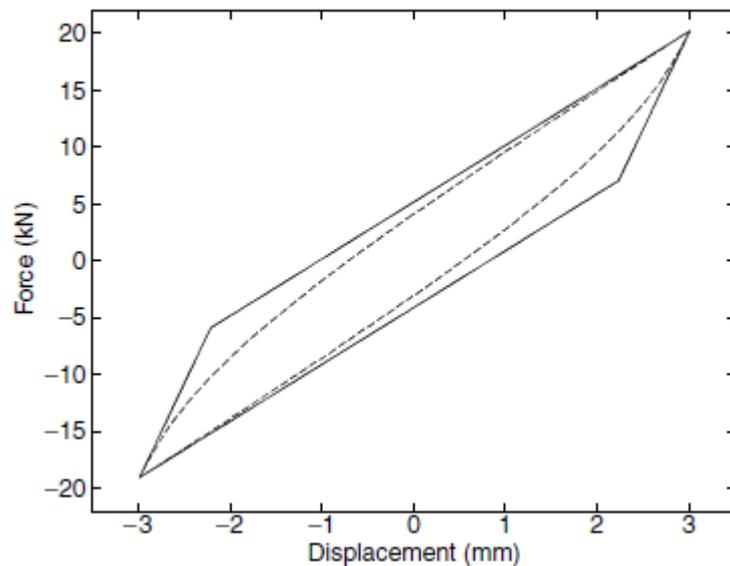


Figura 6. Histéresis debida al desgaste en resortes de ballestas

Además, los resortes de caucho y los muelles neumáticos muestran un comportamiento similar, aunque con histéresis. Por lo tanto, es interesante un modelo de fricción suave.

Si para una amplitud de desplazamiento dada se aumenta la frecuencia de excitación, los gráficos de desplazamiento de ambos resortes de lámina y muelles helicoidales muestran muy poca diferencia. Esto implica que los modelos del tipo anterior deberían ser suficientes.

Sin embargo, para los resortes de caucho los efectos viscosos son significativos sugiriendo así modelos dependientes de la frecuencia. El modelo clásico de un resorte lineal en paralelo con un amortiguador viscoso lineal es suficiente aquí, siempre que el intervalo de frecuencia de interés sea muy limitado. Para mayor frecuencia este modelo proporciona una dependencia de frecuencia demasiado fuerte, dando una rigidez muy significativa a altas frecuencias. Una manera común de evitar esta problemática es considerar el modelo similar al que se ve en la figura anterior.

1.1.3 Modelos de la vía:

La vía es un sistema de grandes dimensiones que puede ser considerado como una estructura infinita soportada por balasto y materiales elastoméricos no lineales. Debido a estas complejas características, en la literatura se encuentran modelos lineales de vías infinitas y modelos no lineales de vías finitas.

Los modelos de vía de longitud infinita se basan en técnicas de propagación de ondas y análisis de Fourier que requieren adoptar hipótesis lineales. Por otra parte, los modelos de vía de longitud finita están muy condicionados por los fenómenos de reflexión de onda que ocurren en el extremo del carril. Si la distancia del vehículo al extremo del carril no es lo suficientemente grande, la onda generada en el carril por la interacción con el vehículo puede reflejarse en el extremo del carril e interactuar en la dinámica del vehículo.

Por lo tanto, es necesario modelar longitudes de vía considerables, aumentando el coste computacional. Además, los intervalos temporales de integración deben ser considerablemente menores que el tiempo necesario para recorrer la vía. Para evitar estos inconvenientes citados anteriormente, en el "*modelo propuesto CIIM*" se ha adoptado un modelo de vía cíclica desarrollada en [35].

Este modelo cíclico puede considerar elementos no lineales, evita fenómenos de reflexión de ondas y la longitud de la vía no depende del intervalo temporal de integración. Se detallará su formulación matemática más adelante.

1.1.4 Modelos de contacto:

El análisis del contacto entre la rueda y el carril es lo primero que debemos dejar determinado en un análisis computacional, dependiendo del método que utilicemos tendremos diferentes tamaños y formas de la zona de contacto. En función de esta zona de contacto así será la fuerza de contacto rueda-carril.

En muchos casos la forma del perfil de la rueda y del carril pueden llegar a ser muy complejas, lo cual hace que sea difícil determinar con precisión lo que ocurre en el contacto rueda carril. Hay diversos modelos de contactos, que nos permiten calcular el tamaño de la zona de contacto, las fuerzas normales y tangenciales en el mismo, cada uno con un coste computacional diferente.

1.1.4.1 Teoría de contacto de Hertz:

Una de las teorías más típicas y clásicas fue desarrollada por Hertz en 1882, cuando apenas tenía 24 años [2-3]. Demostró que el contacto de dos cuerpos de revolución no conformes, podría ser elíptica, desarrolló un método para calcular los semiejes de esta elipse y su distribución de presiones.

La teoría de Hertz está restringida para superficies sin fricción y sólidos completamente elásticos, pero aun así sirve para obtener valores iniciales para la mayoría de problemas de contacto, así que suele ser incluido en la mayoría de programas con interacción rueda-carril.

Algunos softwares usan la teoría de Hertz para establecer una huella de contacto elíptica alrededor del punto de contacto. El cálculo de la carga normal en el punto de contacto suele ser iterativa para poder hallar todos los puntos de contacto y la distribución de carga correcta.

Cuando el radio de curvatura de la rueda cambia lenta y suavemente, la huella de la zona de contacto se aproxima bastante bien a la forma elíptica de Hertz, sin embargo, si se producen cambios bruscos en el radio de curvatura, debido por ejemplo a la pestaña de la rueda, la zona de contacto no será elíptica y por lo tanto el método de Hertz no será válido.

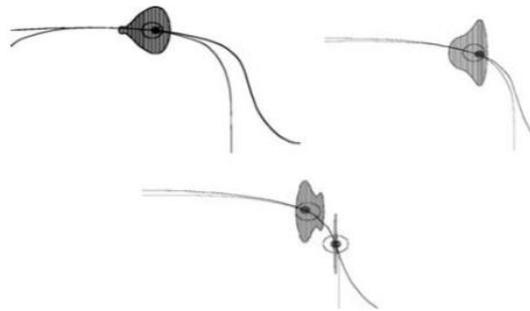


Figura 7. Distintos puntos de contacto y campos de presiones para diferentes posiciones de rueda-carril

Para resolver esto en 1985 Knothe y Hung desarrollaron un método no numérico, para poder calcular tensiones tangenciales en contactos no elípticos

1.1.4.2 Métodos Multi-hertzianos:

Los métodos multi-Hertzianos, consisten en dividir la huella de contacto en diferentes zonas e ir aplicando el método de Hertz en cada zona, en ocasiones será necesaria alguna iteración para establecer la correcta distribución de la carga normal a través de toda el área de contacto.

Pascaland Sauvage desarrolló un método usando una elipse equivalente que primero calculó el contacto multi-hertziano y luego lo reemplazaría por una sola elipse que da fuerzas equivalentes. En los métodos desarrollados por Kik y Piotrowski se utiliza un método aproximado de un solo paso.

1.1.4.3 Métodos semi-hertzianos:

En los métodos semi-hertzianos desarrollados por Ayasse el contacto se trata como Hertziano para las curvaturas longitudinales (a lo largo del carril) y no hertziano para las curvaturas laterales (a través del carril).

1.1.4.4 Métodos Heurísticos:

Los métodos heurísticos fueron desarrollados para predecir la fuerza de fluencia por Vermeulen y Johnson. Basados en la acubicequación para la fluencia desarrollado por Shen es ampliamente utilizado y es muy rápido, pero los resultados son aproximados y no son muy precisos cuando la rotación relativa sobre el eje normal es alta.

Polach sin embargo desarrolló un que funciona bien a altos niveles de arrastre y rotación y también incluye que el valor del coeficiente de fricción vaya descendiendo a medida que aumenta la velocidad de deslizamiento.

1.1.4.5 Método CONTACT:

Kalker produjo varios algoritmos informáticos para el cálculo de las fuerzas de fluencia mediante la aplicación de su teoría. CONTACT el programa basado en la teoría "exacta" de Kalker, que incluye contacto no-Hertziano, es relativamente lento y no es muy práctico para el uso real ya que invierte excesivo tiempo en cada paso del tiempo en la integración numérica. Existen rutinas de interpolación de tabla, tales como USETAB, que interpolan entre valores de fuerza de contacto calculados previamente por CONTACT.

FASTSIM se basa en la "teoría simplificada" de Kalker, que asume una huella elíptica de contacto con una capa flexible entre los dos cuerpos rígidos. Mediciones experimentales realizadas por Brickle con plataforma de disco y Illingworth con una plataforma de rodillo validaron los resultados de Kalker siempre que las superficies en contacto estuvieran libres de contaminación.

Hobbs propuso que los coeficientes de Kalker sean factorizados en 0,6 para tener en cuenta los niveles normales de contaminación. Cuando los efectos de la rugosidad de la superficie son significativos, la fluencia de la línea de arrastre afecta a los resultados y Bucher han propuesto métodos para hacer frente a esta situación.

1.1.5 Carga y desgaste de la vía:

Para la carga en las fuerzas individuales entre la rueda y el carril en una dirección vertical y lateral son evaluadas como: fuerza de guía lateral Y y fuerza vertical Q [2].

Los valores límite se refieren tanto al estado estacionario como al dinámico. Con respecto a las fuerzas dinámicas entre la rueda y el carril, el valor límite sólo se da para la fuerza vertical en UIC 51866 y EN 14363,67 y considerando únicamente frecuencias de hasta 20 Hz.

Para las fuerzas de estado estacionario según UIC 518 y EN 14363 se aplican los valores límite siguientes: Fuerza de guía $Y \leq 60$ kN y la fuerza vertical del tren de rodadura $Q \leq 145$ kN. Los valores límite dados se refieren a vías férreas con carga máxima admisible de 22,5 t por eje y teniendo en cuenta los carriles con un peso mínimo de 46 kg por metro y el valor mínimo de la resistencia del carril de 700 N/mm². Para vías con mayores cargas de ejes y mayores valores de capacidad de carga también serán aceptados.

La fuerza de guía Y logra valores elevados, particularmente en curvas con radios pequeños, cuando el clima sea seco y con vehículos pesados tales como locomotoras. La fuerza de guía aumenta de manera significativa reduciendo el radio de la curva. El aumento de la aceleración lateral no compensada conduce a un ligero aumento de la fuerza de guía. En la figura 8 se comparan dos versiones de bogie:

- Diseño de bogie convencional con guía de eje rígido longitudinal
- Bogie auto guiado con guía longitudinal de eje muy suave y acoplamiento cruzado

El bogie auto direccional presenta una buena eficiencia hasta un pequeño radio de la curva. En radios de curvas muy pequeñas, aproximadamente por debajo de 250 m, las fuerzas de deslizamiento no pueden superar la reacción de la guía del eje, y la fuerza de guía es prácticamente la misma para ambas versiones.

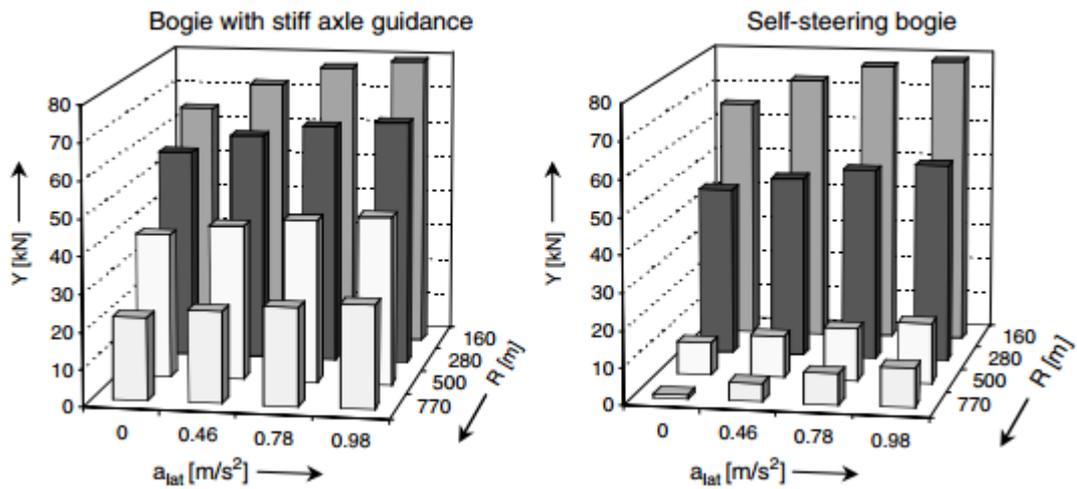


Figura 8. Diferentes fuerzas en función del tipo de bogie, radio de curva y fuerza lateral

. Se ha utilizado un nivel de irregularidades bajo. Las fuerzas verticales son altas principalmente para grandes aceleraciones laterales no compensadas y vehículos pesados como locomotoras. El desgaste de la rueda y del raíl en curvas representa un aspecto importante con respecto al vehículo y el mantenimiento de la vía. Con el fin de permitir una evaluación simplificada del desgaste, el trabajo de fricción efectuado AR (El denominado índice de desgaste) se calcula como la suma de los productos de las fuerzas de contacto y el deslizamiento:

$$A_R = |F_x s_x| + |F_y s_y| + |\Theta \omega|$$

El último término mencionado, causado por el giro ω y el momento θ alrededor de la normal a la superficie de contacto, es muy limitada durante el contacto de la banda de rodadura de la rueda y por lo general puede ser despreciada.

Más sujeto al desgaste es la superficie de la pestaña de la rueda delantera exterior. El desgaste es extremadamente dependiente del Y aumenta significativamente en radios de curvas muy estrechas (véase la figura 9)

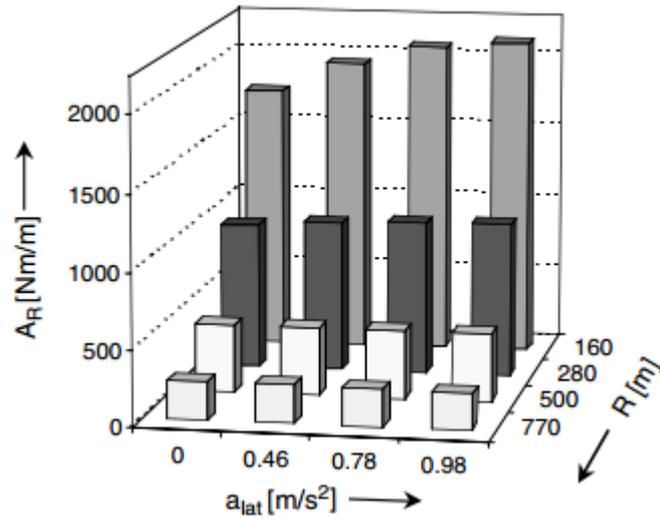


Figura 9. Fuerzas de la rueda lateral exterior

El ciclo de vida de las ruedas no sólo es influenciado por el trabajo de fricción total, sino significativamente por la distribución del desgaste sobre el perfil de rueda lateral. La alteración de la rueda

1.2 Problemas dinámicos de baja frecuencia:

En este apartado se describirán los problemas de baja de frecuencia asociados a un vehículo ferroviario y su comportamiento dinámico [5]. Hay que tener en cuenta que el vehículo ferroviario se considerará como un sistema multicuerpo por lo que dentro del rango de la baja frecuencia aparecerán los siguientes problemas:

- Problemas de vibraciones debido a las distintas interacciones entre los cuerpos que conforman el vehículo, que suelen estar unidos mediante distintos enlaces elásticos y suspensiones. Esto generará unas frecuencias propias y distintos modos de vibración que deberán ser estudiados adecuadamente.
- Problemas referentes a los movimientos de baja frecuencia de la caja, los cuales son limitados por el gálibo de la vía.

Existen más problemas dinámicos a tener en cuenta de gran importancia en la dinámica ferroviaria que son la estabilidad y el guiado en curva, los cuales están relacionados directamente con el tipo de rodadura guiada mediante carriles que usan los vehículos ferroviarios.

Estos dos tipos de problemas estarán muy relacionados entre sí y se deberá llegar solución de compromiso en el diseño del vehículo, ya que algunos parámetros inerciales, geométricos o elásticos producen efectos contrarios sobre las distintas posibles soluciones.

A pesar del amplio conocimiento que tenemos hoy en día de estos problemas, el compromiso de diseño que debemos establecer estará entre el guiado en curva y la estabilidad en recta para obtener un vehículo con un comportamiento óptimo.

1.2.1 Estabilidad

Las fuerzas que aparecen en el contacto rueda-carril son fuerzas no conservativas y por tanto podrán transferir la energía del movimiento de avance a hacia otros movimientos parásitos del sistema. De esta manera cuando se alcanza una determinada velocidad denominada velocidad crítica el eje se volverá inestable y cualquier mínima perturbación sobre el mismo originará una oscilación o movimiento de lazo que únicamente estará limitada por la pestaña del eje, este fenómeno es conocido también como hunting.

Además del problema de inestabilidad del eje, también deberemos de tener en cuenta un fenómeno de inestabilidad de la caja, esta inestabilidad se origina por la transmisión de energía desde los movimientos de los bogies y el eje hacia la caja a través de las uniones.

1.2.1.1 Inestabilidad del eje

Este problema aparece debido a una realimentación del movimiento de lazo del eje, al igual que la forma de rieles y ruedas permite la inscripción en curva también generará esta inestabilidad en recta a partir de cierta velocidad. Para describir este comportamiento se usará un modelo lineal del eje. En la figura siguiente se mostrarán el tipo de fuerzas que intervienen en el movimiento de lazo [5-6].

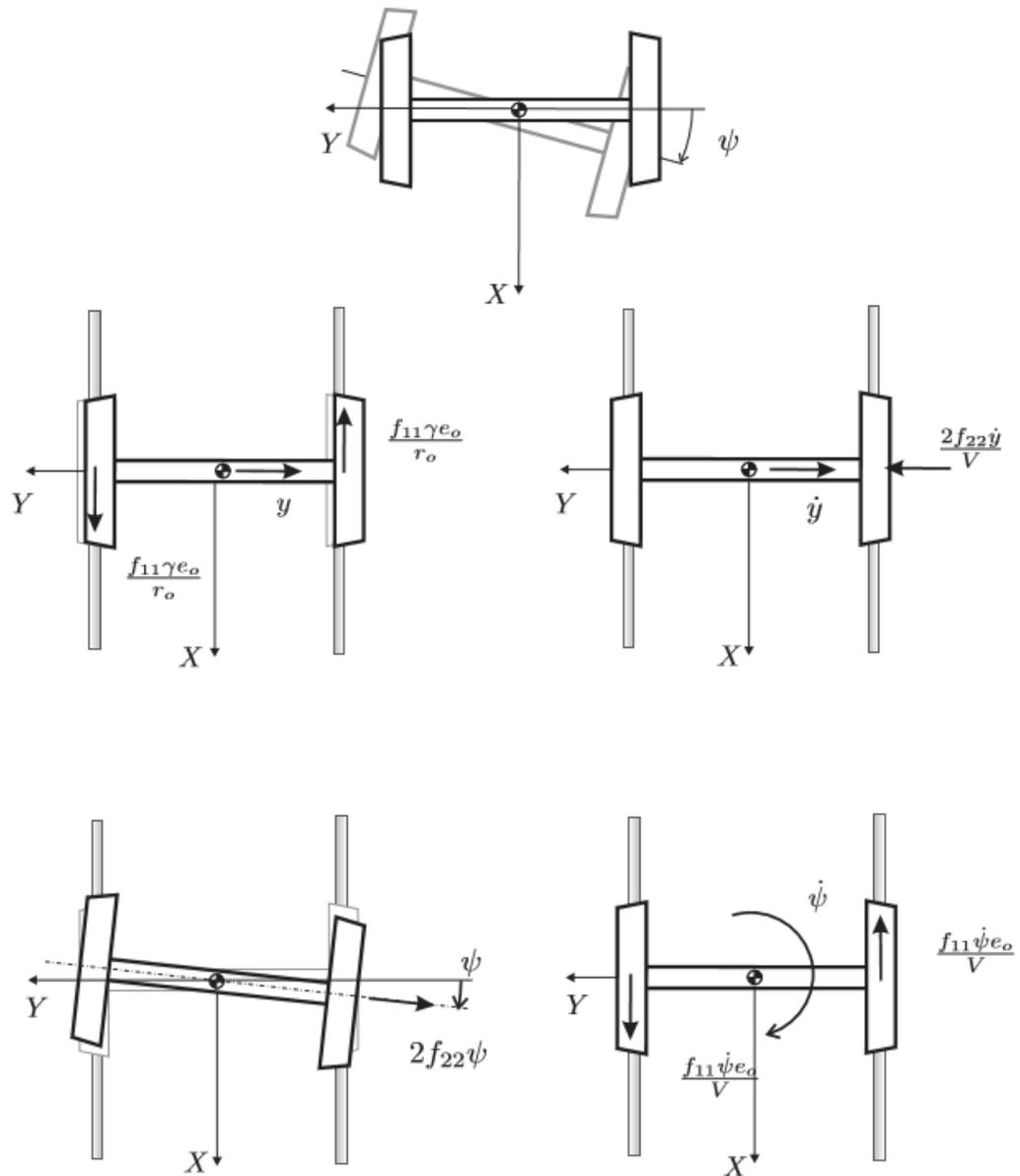


Figura 10. Fuerzas producidas por los pseudodeslizamientos debidos al movimiento de lazo del eje

Siendo u el desplazamiento lateral, ψ el ángulo de giro respecto a la dirección vertical o ángulo de guiñada y ε_x , ε_y , las velocidades de pseudodeslizamiento según la teoría lineal de Kalker.

Si el eje se encuentra sobre su posición de equilibrio, es decir centrado en la vía, las dos ruedas tendrán el mismo radio, sin embargo, si el eje se desplaza lateralmente esto provocará una diferencia de radios que será lo que permitirá al eje girar e inscribirse en curva. Debido a que el eje es solidario en ambas ruedas las velocidades en los puntos de contacto serán distintas en cada rueda por lo que esto generará un pseudodeslizamiento en la dirección longitudinal, ε_x , por lo tanto, se generaran fuerzas de contacto en la dirección longitudinal, X .

Dichas fuerzas provocarán un momento que originarán un movimiento de lazo que será proporcional al desplazamiento lateral del eje, a la conicidad equivalente y al coeficiente que relaciona ε_x y X que lo llamaremos f_{11} . Este par provocará que el eje regrese a su posición de equilibrio de esta forma conseguiremos el auto guiado del eje.

Debido a este ángulo de lazo también aparecerá una fuerza lateral sin embargo esta fuerza lateral será distinta a la longitudinal por lo tanto se genera un sistema no conservativo, lo que originará una retroalimentación del movimiento de lazo dando así lugar a la inestabilidad del eje.

Este fenómeno se podrá desarrollar matemáticamente mediante la segunda ley de Newton y se expresará de la siguiente forma:

$$m\ddot{u} = T^{izq} + T^{der} = -2f_{22} \frac{\xi_y}{V} = -2f_{22} \left(\frac{\dot{u}}{V} - \psi \right)$$

$$I_z \ddot{\psi} = (X^{der} - X^{izq}) e_o = (\xi_x^{izq} - \xi_x^{der}) \frac{f_{11} e_o}{V} = 2 \left(-\dot{\psi} e_o - \frac{\gamma V}{r_o} y \right) \frac{f_{11} e_o}{V}$$

Si escribiésemos estas 2 ecuaciones de forma matricial observaríamos que:

- La matriz de amortiguamiento tenderá a cero con la velocidad, con lo cual es lógico que aparezca una velocidad crítica a partir de la cual el sistema no este lo suficientemente amortiguado, es decir a mayor velocidad menos disipación de energía
- La matriz de rigidez no es simétrica por lo que no se conservará la energía, es decir que el sistema podrá introducir energía sobre los grados de libertad u y ψ .

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & I_z \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{\psi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{2f_{22}}{V} & 0 \\ 0 & \frac{2f_{11}e_o^2}{V} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{\psi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -2f_{22} \\ \frac{2\gamma f_{11}e_o}{r_o} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ \psi \end{Bmatrix} = 0$$

Observando estas ecuaciones deducimos a que a baja velocidad el sistema no tendrá ningún problema en disipar la energía de cualquier perturbación, pero a medida que aumenta la velocidad la misma perturbación inicial puede provocar una inestabilidad debido al aumento de la amplitud del movimiento. El eje por tanto oscilará a una frecuencia proporcional a la velocidad por lo que a baja velocidad las fuerzas de inercia serán pequeñas y a altas velocidades dichas fuerzas dominarán sobre el resto. Debido a la velocidad se reducirá la capacidad de disipación de energía de las fuerzas de contacto provocando un aumento de amplitudes mantenido en el tiempo. Por lo tanto, habrá una velocidad a partir de la cual aparecerá este fenómeno que denominaremos velocidad crítica.

Debido a la estructura del eje montado en el bogie con una suspensión aparecerá otra velocidad denominada velocidad crítica del bogie, la cual aparece por la excitación del movimiento de lazo debido a la coincidencia con la frecuencia de lazo del eje y la frecuencia propia del modo de lazo del bogie.

Si tenemos en cuenta estas aproximaciones lineales, se puede apreciar que el comportamiento del eje dependerá básicamente de la velocidad, pero si realizamos un análisis más detallista del eje en la cual aparezca una teoría de contacto no lineal se verá claramente la naturaleza no lineal de este fenómeno. Por tanto, la velocidad ya no será el único factor que influya en el comportamiento del eje, sino que también habrá que tener en cuenta la perturbación lateral.

Para determinadas variaciones de estas variables se obtendrán comportamientos totalmente distintos, lo cual es una característica típica de los sistemas no lineales. Esto es conocido como bifurcación en la dinámica de los sistemas no lineales.

Definiremos por tanto la velocidad crítica como la velocidad máxima a que puede llevar el eje sin que entre en lazo, V_{cr} .

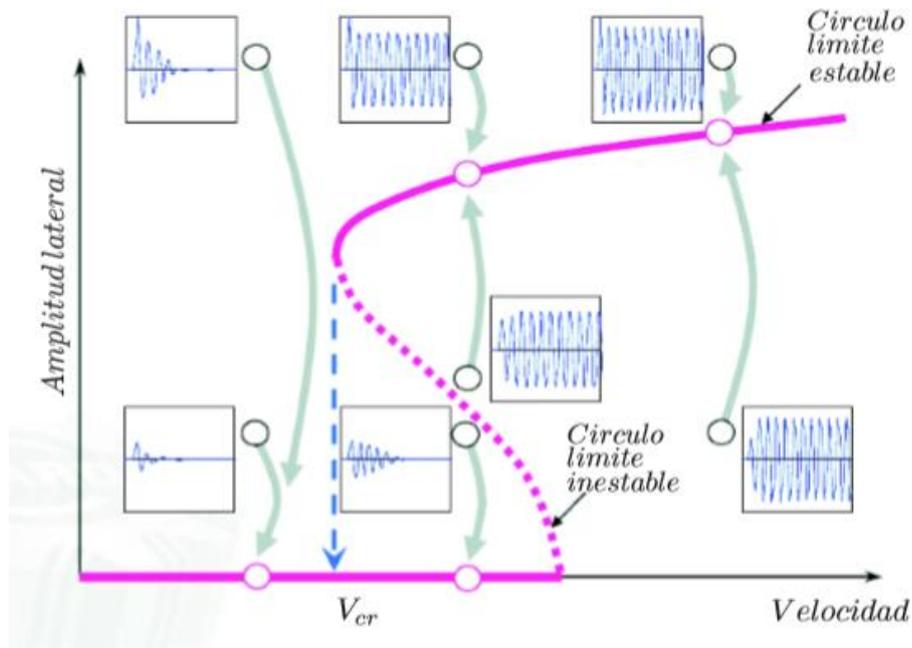


Figura 11. Comportamiento no lineal de la velocidad crítica en vehículos ferroviarios

En la figura 11 podemos apreciar la bifurcación del sistema, dejando ver claramente el carácter no lineal del mismo. La velocidad crítica irá variando de forma no lineal a la vez que modificamos la amplitud lateral, pudiendo llegar a tener zonas con una velocidad crítica más alta con una cierta amplitud lateral que en zonas con amplitud cero.

Para poder obtener en las simulaciones este carácter no lineal es importante realizar el menor número de linealizaciones posibles como podría ser trabajar con la conicidad equivalente en vez del perfil real de la rueda y el carril.

En estos sistemas es típico encontrar dos tipos de bifurcaciones, supercríticas y subcríticas. En las supercríticas la velocidad crítica será similar a la obtenida de forma lineal, por lo que la velocidad real será mayor cuando consideremos las no linealidades del vehículo sin embargo las subcríticas la velocidad crítica obtenida mediante aproximaciones lineales sobreestima la velocidad crítica real obtenida mediante las no linealidades.

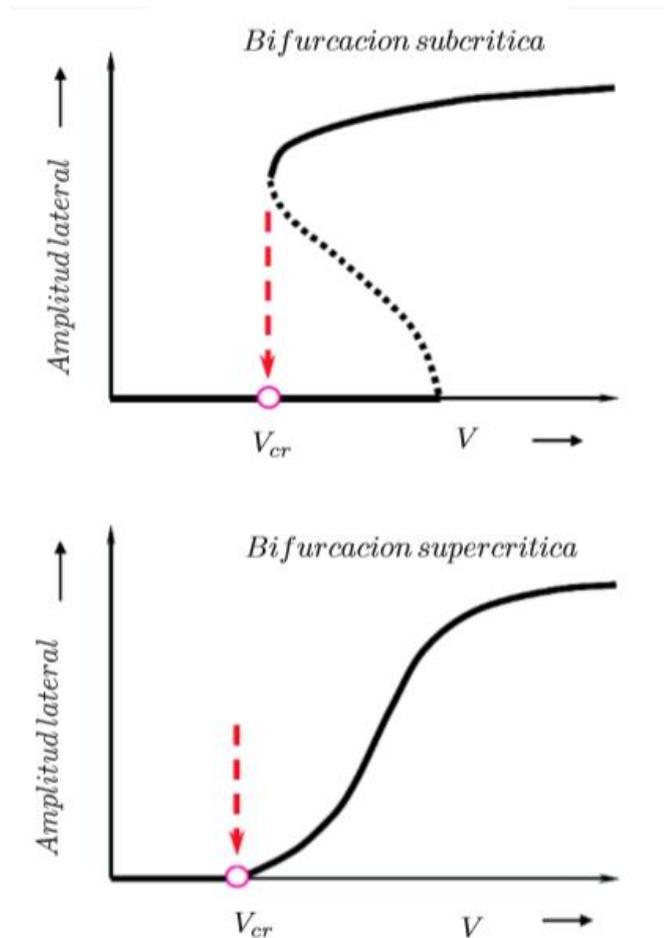


Figura 12. Tipos de bifurcaciones en el análisis no lineal

Para realizar estos análisis no lineales se realizan mediante un software de simulación en la cual se realiza un barrido de velocidades y amplitudes laterales observándose así si entra en lazo o se estabiliza. En la figura 13 vemos un ejemplo de este barrido manteniendo la perturbación lateral y aumentando a velocidad progresivamente, se puede apreciar que partir de 180 aparece hunting en el eje y cuanto mayor sea la velocidad mayor es la amplitud de ese hunting llegando a un límite en 280 que estará limitado por la pestaña del eje.

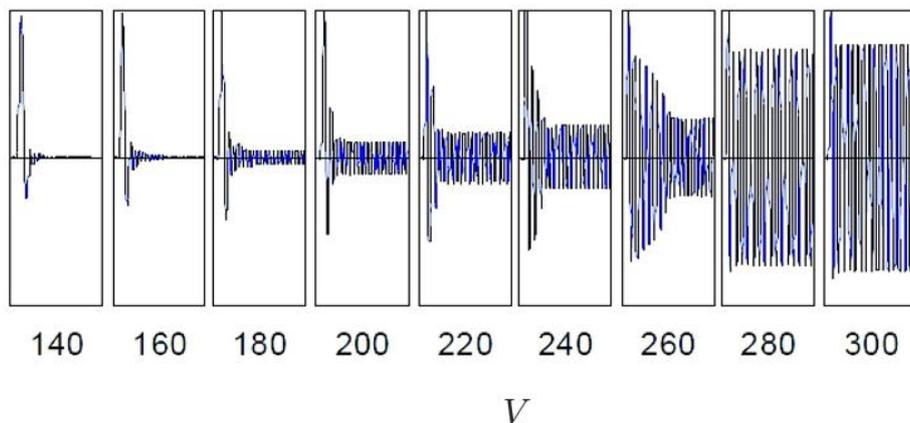


Figura 13. Determinación de la velocidad crítica mediante simulación

1.2.1.2 Inestabilidad en Caja

La inestabilidad de la caja el pasajero la percibirá como un aumento notable en los movimientos de la caja tanto verticales como laterales por lo que podremos considerarlo un problema principalmente de confort. Hay diversos motivos por los cuales pueda aparecer esta inestabilidad y los más comunes son la coincidencia de alguna frecuencia natural entre caja bogie o caja y eje o por un acoplamiento entre el movimiento del bogie y de la caja lo cual suele deberse a una mala elección de las uniones caja-bogie con unos valores de rigidez y amortiguamiento inadecuados.

En el primero de los casos se trata de un típico fenómeno de resonancia por que se podría solucionar cambiando las frecuencias naturales y no haciéndolas coincidir, por ejemplo con incremento de la masa en algunas de las partes aunque esta solución no es muy eficiente por lo que se suele optar por modificar la tasa de amortiguamiento, lo que aumenta la transmisibilidad de las vibraciones de alta frecuencia por lo que se deberá llegar a un compromiso ingenieril para no producir una pérdida del confort.

El segundo caso es solucionado con suspensiones secundarias con baja rigidez lateral y con sistemas de transmisión de esfuerzos longitudinales caja-bogie que no permitan el acoplamiento de sus movimientos laterales.

Si la unión transversal entre el bogie y la caja es excesivamente rígida, esta inestabilidad podría llegar a producir un descarrilamiento, sin embargo, la mayoría de trenes de pasajeros van equipados con una suspensión secundaria adecuada transforma este problema en un problema de confort más que de seguridad. Un amortiguamiento mínimo del 10% será suficiente para tratar estos problemas.

En la inestabilidad de la caja intervienen un gran número de parámetros por lo que es un problema realmente complejo en el cual habrá que llegar a una solución que no perjudiquen otros aspectos del vehículo. Suele bastar evitar una baja conicidad equivalente y un bajo coeficiente de fricción, también influyen las rigideces de la suspensión secundaria y la unión caja-bogie.

1.2.2 Comportamiento en curva

Cuando un vehículo ferroviario se inscribe en curva aparecerán una serie de esfuerzos que permiten que el vehículo se mantenga en curva, estos esfuerzos serán objeto de estudio de una manera más completa en el apartado 1.4 de este trabajo, por lo que en este apartado presentaremos una introducción al problema.

También es importante establecer un límite de aceleración lateral que podrá percibir el pasajero por lo que además de un problema de seguridad también será un problema de confort. En esta aceleración intervendrán componentes de la media-alta frecuencia, alta debida a las irregularidades de la vía y la rueda y más bajas frecuencias debida a la oscilación de la caja.

A grandes rasgos se podrá dividir el problema en esfuerzos de guiado en curva y velocidad de paso de curva.

1.2.2.1 Esfuerzos de guiado en curva

Las fuerzas de guiado originadas entre la rueda y el carril pueden llegar a tener una magnitud considerable por lo que habrá que procurar que se encuentre entre unos valores óptimos para la explotación del vehículo. Si los valores son muy altos se producirá un desgaste en la vía y las ruedas que dará lugar a problemas de mantenimiento, además de poder sobrecargar los elementos de sujeción de la vía, desgastando la superficie de los carriles y haciendo disminuir la calidad de rodadura. Un esquema bastante típico para representar estos esfuerzos es dividir las fuerzas en vertical y horizontal Q y Y respectivamente como se aprecia en la figura 14.

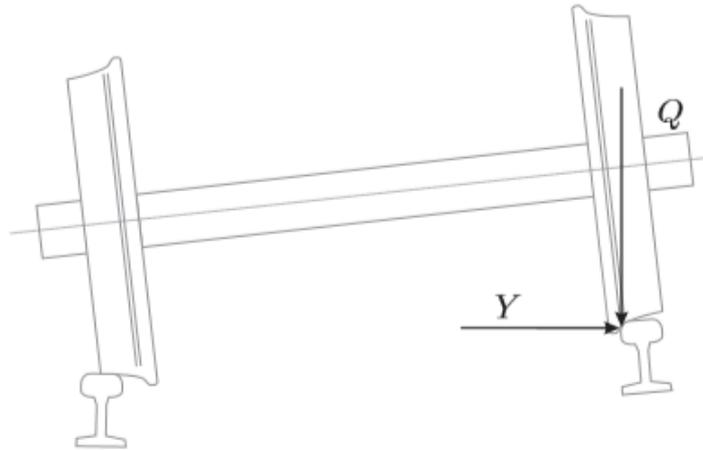


Figura 14. Representación de las fuerzas Y y Q en un eje

Un modelo clásico y muy utilizado para medir el índice de descarrilo de un vehículo ferroviario es el criterio de Nadal, según el cual podemos hallar un coeficiente entre la fuerza vertical y la horizontal por debajo del cual no se producirá descarrilo. La ecuación usada para este criterio es la siguiente:

$$\frac{Y}{Q} = \frac{tg(\gamma) - \mu}{1 + \mu tg(\gamma)}$$

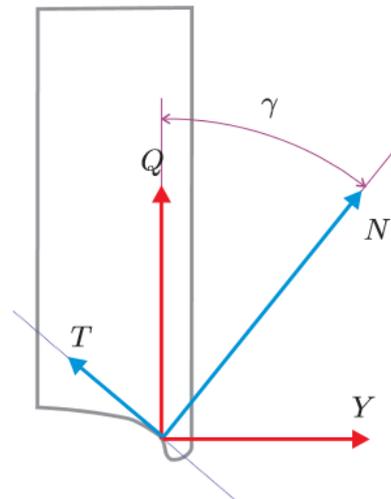


Figura 15. Criterio de Nadal y su representación gráfica

Como se puede apreciar en la figura 15, μ es el coeficiente de fricción, N será la fuerza normal al contacto, T la fuerza tangencial al contacto en dirección transversal y por tanto Y será el ángulo de contacto entre Q y N .

Los esfuerzos de guiado estarán determinados por numerosas variables como pueden ser la velocidad, las características geométricas de la curva, riel o rueda o por ejemplo las propiedades inerciales de los sólidos del vehículo.

Realizando una primera sencilla aproximación supondremos que el eje es empujado hacia el exterior de la curva debido a la fuerza centrífuga, lo cual hará que el eje se desplace y este desplazamiento será limitado por la rigidez gravitacional y por las fuerzas de contacto. Cuando la fuerza centrífuga es muy alta el desplazamiento del eje estará limitado por la pestaña de la rueda, por lo que la pestaña será la encargada de contrarrestar la fuerza centrífuga, tal y como se muestra en la siguiente figura.

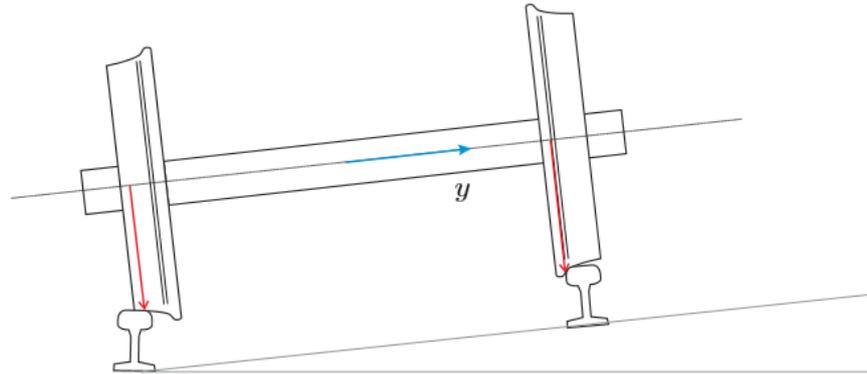


Figura 16. Eje montado sobre una curva peraltada

Sin embargo, esta aproximación inicial se contradice con lo que realmente ocurre ya que desde el inicio del ferrocarril se han documentado descarrilamientos a baja velocidad que según nuestra aproximación anterior nunca deberían ocurrir. Estos descarrilamientos son debido a un mal diseño de las suspensiones y las uniones entre los ejes y el bogie. Si se realizan de una manera excesivamente rígida no se permitirá al eje que se inscriba en curva provocando fuerzas que son capaces de hacer que el eje remonte el carril.

El desplazamiento y el giro del eje en la curva provocarán la aparición de pseudodeslizamiento por lo que las fuerzas de contacto equilibrarán las fuerzas de la suspensión. Si las fuerzas de contacto son muy grandes y superan la fuerza de rozamiento máxima, el eje se deslizará hasta tocar con la pestaña en el carril.

Si desarrollamos una suspensión muy rígida con una gran rigidez para el movimiento de lazo, resultará contraproducente para la inscripción en curva y si realizamos una suspensión muy blanda con una gran capacidad de inscripción en curva se verá afectada negativamente la estabilidad en recta por lo que habrá que llegar a un compromiso de diseño entre ambas.

Durante el trazado de una curva el vehículo es guiado por las fuerzas entre la rueda y el carril en la dirección lateral [2]. Estas fuerzas de guiado pueden alcanzar valores muy altos, particularmente en vehículos pesados con curvas estrechas. Por ejemplo, la figura 16 muestra las fuerzas laterales transmitidas entre la rueda y el carril al Bogie de la locomotora cuando se negocia con aceleración lateral no compensada de $1,1 \text{ m/s}^2$ a través de una curva con un radio de 300 m.

El vehículo es guiado en la dirección de la curva principalmente por la fuerza lateral en la pestaña de la rueda delantera exterior en cada bogie. Una fuerza lateral opuesta, menor existe en la rueda interior del eje delantero. La siguiente figura muestra una fuerza típica en la

distribución de fuerzas de un bogie con eje con ruedas caladas en una curva con un radio pequeño.

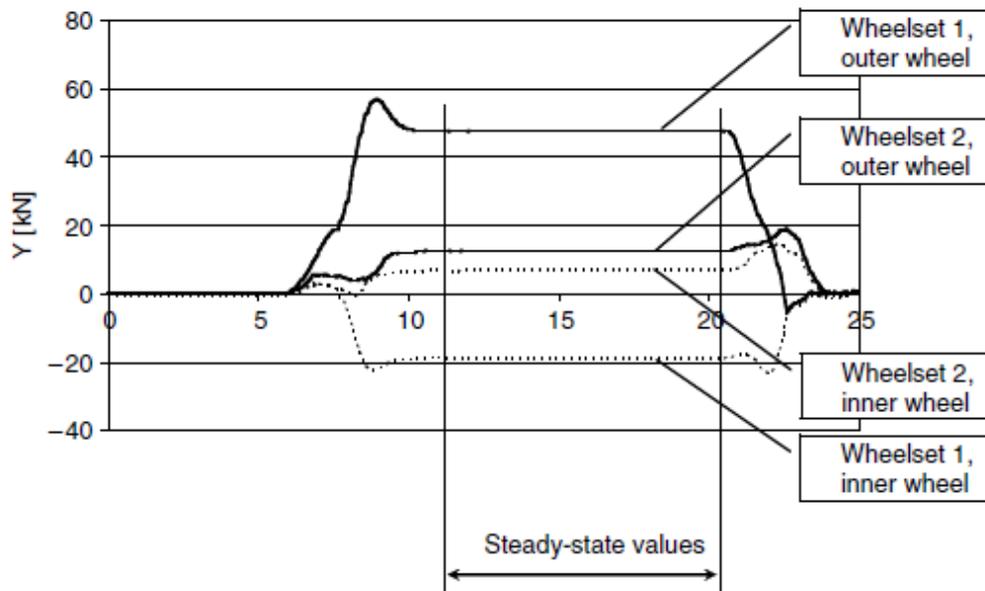


Figura 17. Representación de fuerzas laterales en una curva de radio pequeño para las cuatro ruedas de un bogie

La curvatura en estado estacionario puede ser resuelta de manera eficiente mediante herramientas o rutinas especiales para los sistemas cuasiestáticos, se podrán realizar múltiples análisis, si tales rutinas están disponibles en la herramienta de simulación. También se pueden calcular por el tiempo de integración, realizando una simulación sobre una vía ideal sin irregularidades desde una recta a una transición de curva y finalmente una curva con radio constante.

Sin embargo, los valores de estado estacionario también se pueden calcular a partir de una simulación con irregularidades medidas, calculando los valores medios (50% - valores) de las fuerzas dinámicas de la misma manera que se evalúan en las mediciones. Tomando irregularidades en la pista, las fuerzas se superponen por efectos dinámicos como puede verse en la figura 17.

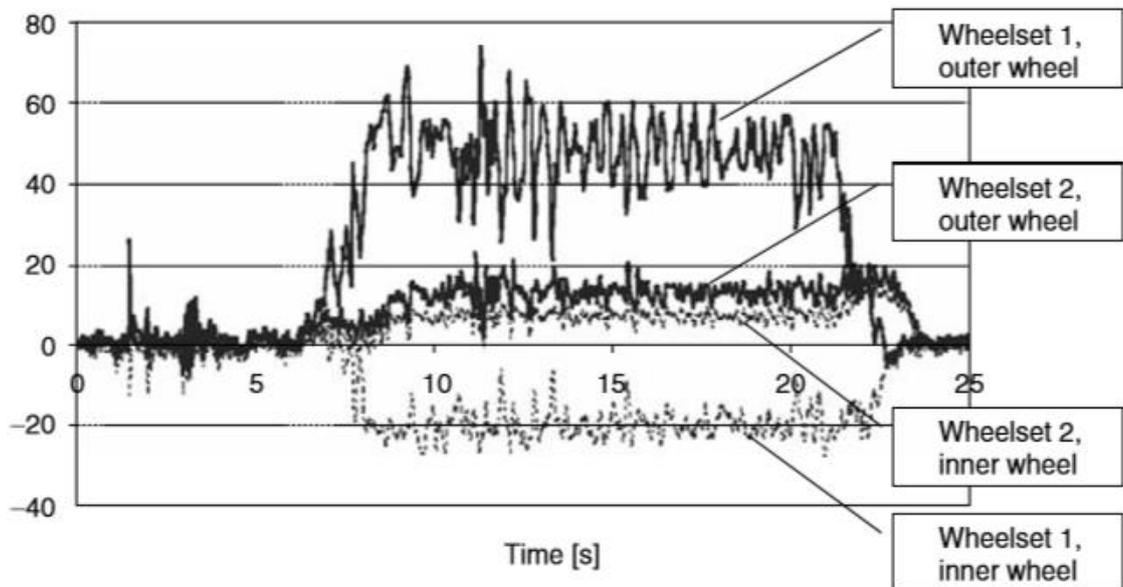


Figura 18. Fuerzas laterales teniendo en cuenta las irregularidades

La siguiente presentación de los análisis de curvas está orientada a los criterios Estándares donde se especifican los límites tanto para los valores de dinámica como para los de estado estacionario.

Las fuerzas aumentan con el coeficiente de fricción cada vez mayor, las condiciones secas de contacto rueda-carril se utilizan para simulaciones. Dependiendo del diseño del bogie y del vehículo, los resultados pueden ser sensibles a la geometría del contacto rueda-carril. Para probar las condiciones de los peores casos con respecto al contacto rueda-carril, los perfiles de los carriles desgastados de las curvas deben usarse. Para las investigaciones sobre la carga de las vías, se debe tener en cuenta el vehículo con carga útil, mientras que para las investigaciones de seguridad de descarrilamientos un vehículo vacío es el caso más crítico.

1.2.2.2 Velocidad de paso por curva

Otro punto importante relacionado con el comportamiento en curva de un vehículo ferroviario será la velocidad de paso por curva ya que de ella dependerá la sensación de aceleración lateral que percibe el pasajero, por lo que habrá que limitarla para no perjudicar el confort. Será un problema relacionado con la dinámica de baja frecuencia.

Para disminuir la aceleración lateral percibida por el pasajero se le pondrá un pequeño peralte a la curva, de esta forma el pasajero estará sometido a una aceleración no compensada que seguirá la siguiente expresión:

$$a_{nc} = \frac{v^2}{R_c} \cos \alpha_j^x - g \cdot \sin \alpha_j^x$$

Donde a_{nc} es la aceleración no compensada, v es la velocidad de circulación del vehículo, R_c es el radio de la curva, α_j^x es ángulo del peralte y g es la aceleración de la gravedad.

Suele ocurrir en curva un efecto adverso debido a este peralte, debido a que la caja está apoyada sobre la suspensión secundaria encima de bogie, la caja tenderá a inclinarse en sentido apuesto al peralte por lo que se reducirá la mejora aportada por el peralte. Este fenómeno es conocido como coeficiente *souplesse*, *S*, que aumenta la aceleración percibida por el pasajero. Un valor normal de este coeficiente es 0,4.

$$a_{real} = (1 + S) a_{nc}$$

Un límite que se suele usar como aceleración máxima en curva suele ser de entre 0,65-0,8 m/s². Para poder aumentar la velocidad de paso por curva sin sobrepasar esta aceleración máxima se han desarrollado trenes que basculan su caja para que el pasajero perciba una aceleración menor.

1.3 - Problema de guiado en curva:

El guiado en curva es un problema relativamente complejo de la dinámica ferroviaria que se puede abordar de diferentes formas, comenzaremos este apartado desde un punto de vista geométrico y trigonométrico del trazado de una curva de un eje ideal sobre una vía ideal [7-8].

1.3.1 Eje en curva y posición ideal:

Vamos a suponer una vía ideal de radio constante R y un ancho de vía $2a$, tendremos que el radio interior de la curva será $R-a$ y el radio exterior será $R+a$.

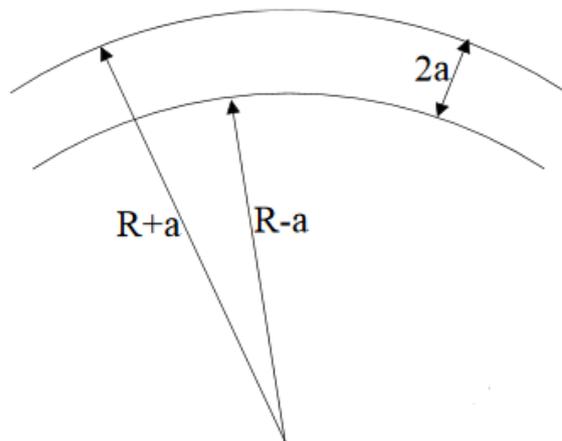


Figura 19. Esquema simplificado radio de curva

En cuanto al eje montado podremos definir las siguientes medidas dentro del mismo:

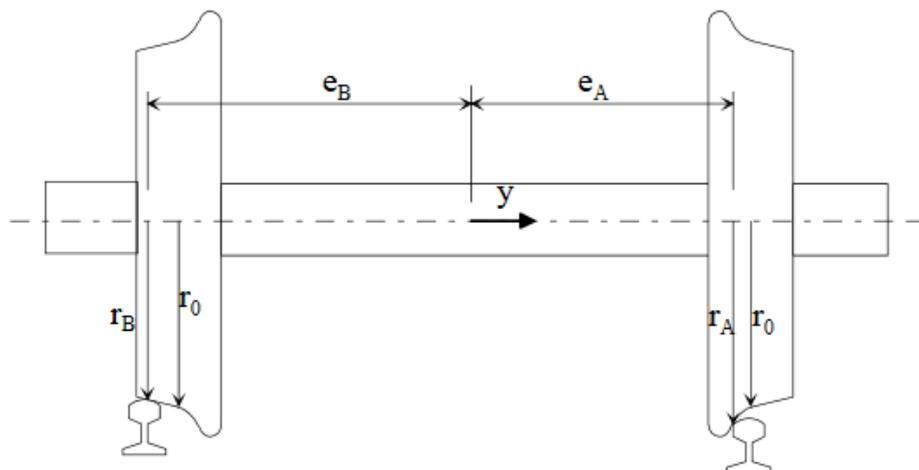


Figura 20. Eje montado

Siendo r_0 el radio de contacto del eje con la vía en su posición ideal, r_B el radio de contacto en la rueda derecha cuando el eje está desplazado de la zona de equilibrio y r_A el radio en la rueda izquierda. Por tanto y será el desplazamiento lateral respecto a su posición de equilibrio y e_B y e_A la distancia horizontal desde el centro del eje hasta la zona de contacto de cada rueda.

Teniendo nuestros 2 elementos bien definidos geoméricamente vamos a suponer que el eje está recorriendo la curva en régimen permanente, en una posición general, desplazado y , y girado un ángulo α . Nos referiremos a la rueda externa con el subíndice A y a la rueda interior con el subíndice B.

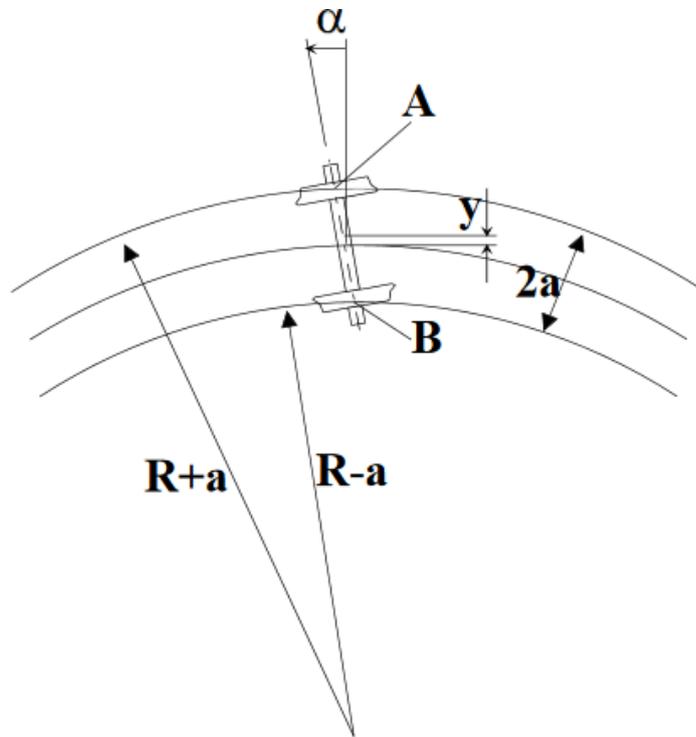


Figura 21. Eje montado circulando sobre nuestro esquema de curva

Por lo que a nivel cinemático podremos desarrollar el siguiente esquema, sabiendo que φ es el ángulo de revolución del eje y que su velocidad V será tomada desde el punto medio del eje:

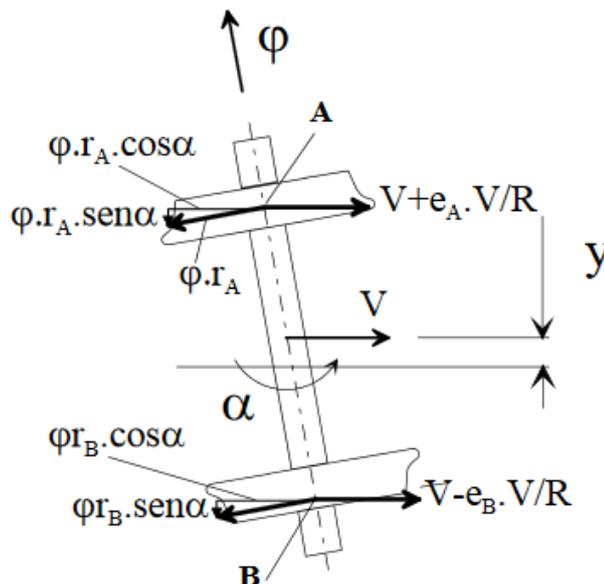


Figura 22. Esquema cinemático del eje montado en circulación en curva

Si descomponemos de forma vectorial esquema anterior podremos obtener la velocidad en los distintos puntos de contacto A y B:

$$\vec{V}_A = \left(V + \frac{V}{R} e_A \right) \vec{i} - \dot{\phi} r_A \cos \alpha \vec{i} - \dot{\phi} r_A \sin \alpha \vec{j}$$

$$\vec{V}_B = \left(V - \frac{V}{R} e_B \right) \vec{i} - \dot{\phi} r_B \cos \alpha \vec{i} - \dot{\phi} r_B \sin \alpha \vec{j}$$

Para que exista una rodadura pura V_A al igual que V_B deberá de ser cero tanto en su componente vector i como en la componente vectorial j , por lo que deducimos que:

$$\dot{\phi} r_A \sin \alpha = 0 \quad \dot{\phi} r_B \sin \alpha = 0 \quad \longrightarrow \quad \boxed{\alpha = 0}$$

Igualando la componente j a cero obtenemos que el ángulo $\alpha=0$ y por tanto igualando la componente i obtendremos lo siguiente:

$$V \left(1 + \frac{e_A}{R} \right) - \dot{\phi} r_A \cos \alpha = 0 \quad V \left(1 - \frac{e_B}{R} \right) - \dot{\phi} r_B \cos \alpha = 0$$

$$\dot{\phi} = \frac{V}{r_A + r_B} \left[2 + \frac{e_A - e_B}{R} \right] \cong \frac{2V}{r_A + r_B}$$

$$\longrightarrow \quad r_A - r_B = \frac{V}{\dot{\phi}} \frac{e_A + e_B}{R} \cong \frac{r_A + r_B}{2} \frac{e_A + e_B}{R}$$

Realizando unas pequeñas aproximaciones geométricas para simplificar las expresiones como:

$$e_A + e_B \cong 2e_o$$

$$r_A + r_B \cong 2r_o$$

Sustituyendo con estas aproximaciones anteriores podemos finalmente obtener una expresión para el desplazamiento lateral de la posición de equilibrio del eje.

$$r_A - r_B = 2\delta \cdot y \cong \frac{2e_o r_o}{R} \quad \longrightarrow \quad \boxed{y = \frac{e_o r_o}{R \delta}}$$

Sustituyendo en esta ecuación podremos saber el desplazamiento lateral necesario del eje para inscribirse en una curva de cierto radio y saber por tanto si será posible esa inscripción o no. Un ejemplo práctico sería suponer datos habituales para $e_0 = 0.75\text{m}$, $r_0 = 0.5\text{m}$ y $\delta = 0.05$, por lo que podremos deducir que:

$$R=100 \text{ m} \rightarrow y= 75 \text{ mm} \quad (\text{imposible})$$

$$R=1500 \text{ m} \rightarrow y= 5 \text{ mm} \quad (\text{holgura disponible})$$

1.4.2 Equilibrio de Fuerzas:

Para establecer el equilibrio de fuerzas en el eje, tendremos que representar en el todas las fuerzas a las que está sometido en una curva en régimen permanente, las cuales serán: el peso propio del eje (W), el momento de rotación del eje (M), las fuerzas centrífugas que expulsan el eje hacia fuera de la curva (WV^2/gR) y por últimos las fuerzas generadas en el contacto rueda carril que estarán determinadas por la conicidad equivalente en el punto de contacto (δ), que será función del desplazamiento lateral del eje, es decir de y .

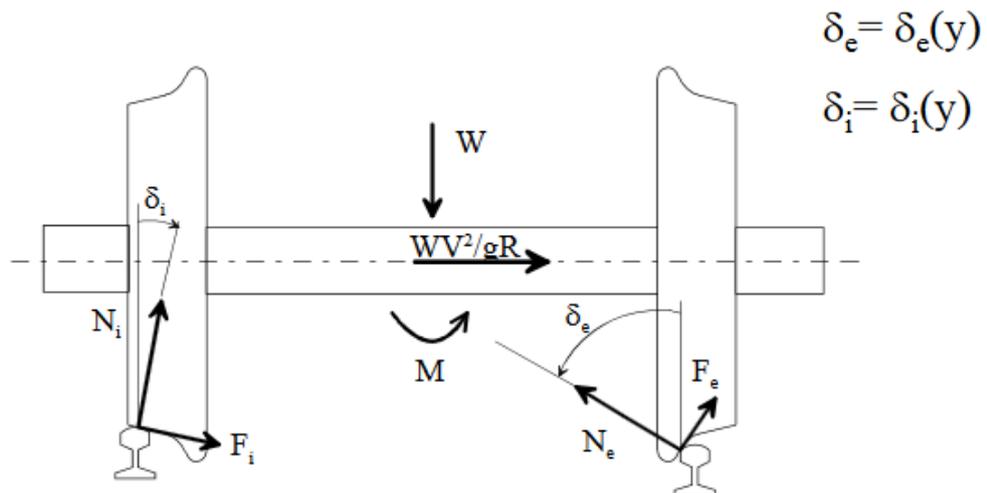


Figura 23. Esquema dinámico del eje montado en circulación en curva

Para que sea una rodadura pura se debe cumplir que $F_i = F_e = 0$, teniendo así el siguiente equilibrio de fuerzas:

$$N_e \text{ sen } \delta_e - N_i \text{ sen } \delta_i = \frac{W}{g} \frac{V^2}{R}$$

$$N_e \text{ cos } \delta_e + N_i \text{ cos } \delta_i = W$$

$$N_e e_e \text{ cos } \delta_e - N_i e_i \text{ cos } \delta_i = -M$$

Tendremos por tanto 3 ecuaciones y 3 incógnitas, dos de ellas bien definidas N_e y N_i y otras 2 que son las conicidades equivalentes de cada punto que son función de γ . Como hemos bien hemos deducido anteriormente también contamos con la siguiente ecuación.

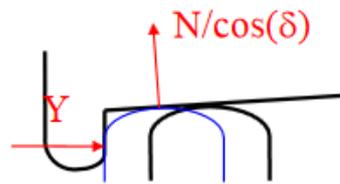
$$y = \frac{e_o r_o}{\gamma R}$$

Por lo tanto, tenemos un sistema de 4 ecuaciones y tres incógnitas para el solo existe una solución para una velocidad V a la cual se satisfagan todas las ecuaciones simultáneamente.

1.3.3 Modelos Dinámicos Simplificados:

Suponiendo distinta hipótesis podremos simplificar la realidad y por lo tanto crear un modelo simplificado, con unos cálculos más sencillos. Para el modelo se desarrollará a continuación se supondrán las siguientes hipótesis:

- Ruedas cónicas
- Cargas constantes
- Saturación del rozamiento
- Pestañas verticales



De esta forma simplificamos de manera notable lo que ocurre en la zona de contacto rueda carril, ya que se ha simplificado el perfil de la rueda y la interacción entre la rueda y carril.

Suponiendo que un eje con conicidad δ circula por una curva de radio constante R , y un ancho de vía de $2e_o$, con el eje girado un ángulo α y desplazado de su posición de equilibrio una distancia γ . Tendrán unas fuerzas de rozamiento en la rueda interior de F_{pi} y en la exterior F_{pe} que tendrán un ángulo β respecto del eje. Por tanto, se nos presenta un esquema similar al de la figura inferior.

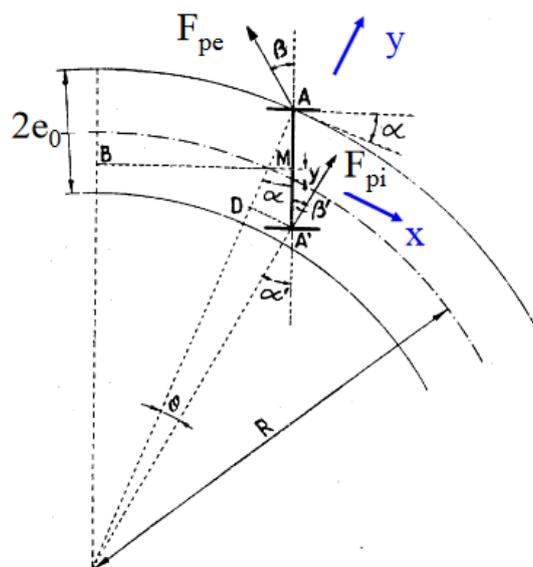


Figura 24. Esquema dinámico y cinemático del modelo simplificado

Usando las hipótesis y ecuaciones deducidas en apartados anteriores llegaremos a las siguientes velocidades de deslizamiento:

$$\vec{V}_A \cong \left[V \frac{e_o}{R} - \frac{V}{r_o} \delta \cdot y \right] \vec{i} - V \alpha \vec{j} \quad \vec{V}_B \cong \left[-V \frac{e_o}{R} + \frac{V}{r_o} \delta y \right] \vec{i} - V \alpha \vec{j}$$

Y gracias a las simplificaciones anteriores de la zona de contacto, podremos deducir de manera sencilla unas fuerzas de rozamiento, refiriéndose el subíndice "e" y el subíndice "i" a si son de la rueda exterior o interior y los subíndices "y" y "x" en que eje esta medida dicha fuerza:

$$F_{xe} = -\mu N \text{ sen } \beta \quad F_{ye} = -\mu N \text{ co}$$

$$F_{xi} = \mu N \text{ sen } \beta \quad F_{yi} = -\mu N \text{ co}$$

$$\tan \beta \cong -\tan \beta' \cong \frac{1}{\alpha} \left[\frac{e_o}{R} - \frac{\delta y}{r_o} \right]$$

Como podemos deducir de la expresión anterior, la orientación de estas fuerzas de rozamiento dependerán de la posición del eje que vendrá determinada por las variables "y" y α .

1.3.4 Modelos Avanzados:

En los modelos avanzados, al contrario que los modelos simplificados no se realizarán simplificaciones usarán perfiles reales tanto de rueda como carril, además se tendrán en cuenta las fuerzas de contacto tanto normales como tangenciales, así como las fuerzas de inercia. Para poder realizar un modelo con estas hipótesis necesitaremos la teoría de Kalker.

Por lo tanto, para cada rueda tendremos una "e" (distancia en el eje Y desde el punto medio hasta la zona de contacto rueda-carril), una conicidad δ , un radio r, 2 fuerzas de contacto tangencial F_y y F_x y una fuerza de contacto normal N. También tendremos para el eje un ángulo de guiñada φ un peso propio W, distintos momentos (M) en x y z, las distintas fuerzas de inercia respectivas. Por lo tanto, tendremos un modelo similar al de la siguiente figura:

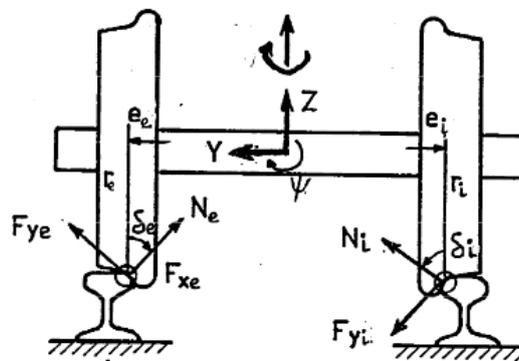


Figura 25. Esquema de fuerzas en el modelo simplificado

Aplicando equilibrio de fuerzas en los distintos ejes Z Y X respectivamente obtendremos que:

$$\begin{aligned} N_e \cos \delta_e + F_{ye} \sin \delta_e + N_i \cos \delta_i - F_{yi} \sin \delta_i &= W \\ -N_e \sin \delta_e + F_{ye} \cos \delta_e + N_i \sin \delta_i + F_{yi} \cos \delta_i &= ma_c - Y \\ F_{xe} + F_{xi} &= -X \end{aligned}$$

Aplicando equilibrio de momentos en los distintos ejes Z Y X respectivamente obtendremos que:

$$\begin{aligned} -F_{xe} e_e + F_{xi} e_i &= -M_z + I \frac{V}{r_0} \dot{\psi} \\ -F_{xe} r_e - F_{xi} r_i &= -M_y \end{aligned}$$

$$N_e [e_e \cos \delta_e - r_e \sin \delta_e] + F_{ye} [e_e \sin \delta_e + r_e \cos \delta_e] + N_i [-e_i \cos \delta_i + r_i \sin \delta_i] + F_{yi} [e_i \sin \delta_i + r_i \cos \delta_i] = -I \frac{V^2}{r_0 R} - M_x$$

Gracias a las relaciones geométricas podremos deducir la posición exacta del eje y mediante la teoría de Kalker podremos obtener las incógnitas que nos sean desconocidas:

$$(e_e, r_e, \delta_e, e_i, r_i, \delta_i) = f(y, \alpha)$$

$$(F_{xe}, F_{ye}) = f'(v_{xe}, v_{ye}, \phi_e, a_e, b_e) = f''(y, \alpha, N_e)$$

$$(F_{xi}, F_{yi}) = f'(v_{xi}, v_{yi}, \phi_i, a_i, b_i) = f''(y, \alpha, N_i)$$

1.3.5 Seguridad de Rodadura: Criterio de Nadal

Este modelo ha sido explicado anteriormente en el apartado 1.3 pero es el criterio más importante a la hora de estudiar la circulación en curva ya que definirá el intervalo de velocidad a las cuales es seguro circular. Por lo que se volverá a comentar de forma breve [1].

El criterio de Nadal es por tanto un modelo típico para analizar el descarrilamiento de vehículos ferroviarios. Este modelo consiste en analizar el cociente entre la fuerza lateral y la fuerza vertical y compararlo con el valor obtenido mediante la siguiente ecuación:

$$\frac{Y}{Q} = \frac{\tan \delta - \mu}{1 + \mu \tan \delta}$$

Siendo la Y y la Q las fuerzas de contacto expresadas según sus componentes lateral y vertical respectivamente, μ el coeficiente de rozamiento y δ es ángulo de contacto. Hay que ser conscientes que Y y Q no son fuerzas aplicadas directamente si no que son la descomposición vertical y lateral de las fuerzas tangenciales y normales de la zona de contacto. Esto se puede apreciar bien en la siguiente figura, siendo N la fuerza normal y T la tangencial.

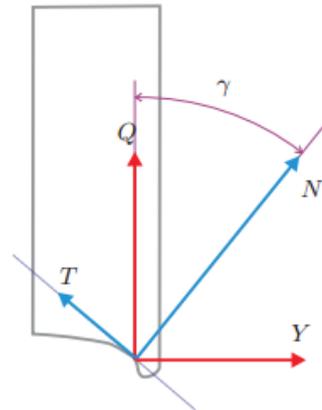


Figura 26. Esquema dinámico del criterio de Nadal

Podemos suponer como inicio al problema que el eje dentro de una curva se desplazará lateralmente debido a la acción de la fuerza centrífuga, este desplazamiento lo limitará la rigidez gravitacional y las fuerzas de contacto. Cuando la fuerza centrífuga alcanza un valor muy alto la pestaña de la rueda será la que permitirá que el eje siga en la curva.

1.3.6 Velocidad de paso por curva:

La velocidad máxima de paso por curva no estará determinada por el criterio de Nadal, si no que vendrá limitada de manera general por el confort del pasajero, el nivel de aceleración que tendrá el vehículo en una curva influirá sobre el confort del pasajero, por lo que habrá que determinar una aceleración máxima admisible. Un recurso muy utilizado para disminuir esta aceleración es el uso de peraltes, gracias a los cuales el pasajero sufrirá una aceleración no compensada que es la aceleración lateral total menos la componente lateral de la aceleración compensada de la gravedad.

$$a_{nc} = \frac{v^2}{R_c} \cos \alpha_j^x - g \cdot \text{sen} \alpha_j^x$$

Siendo a_{nc} la aceleración lateral no compensada, v la velocidad del vehículo, R_c es el radio de la curva, α_j^x es ángulo del peralte y g la aceleración de la gravedad. El peralte no podrá ser muy pronunciado debido a que si se realiza una parada de emergencia dentro de una curva peraltada esta deberá de ser seguro sin riesgo de vuelco ni de descarrilamiento.

Además, debido a la flexibilidad de la suspensión la caja tenderá a inclinarse en el sentido opuesto al peralte por lo que se perderá parte de la mejora aportada por el mismo. Este fenómeno es medido mediante el coeficiente de souplesse. Un valor de la aceleración máxima percibida por los pasajeros vehículos convencionales será entre 0,65-0,8 m/s^2

1.3.7 Simulación de las fuerzas de contacto rueda-rail:

Todas las fuerzas que soportan y guían a un vehículo ferroviario deben transmitirse a través de la huella de contacto entre las ruedas y los rieles. Comprender cómo se generan estas fuerzas y el efecto que tienen sobre el comportamiento del vehículo se ha desarrollado a partir de pruebas basadas en el ensayo y error en los primeros años. El uso de computadoras para resolver las complejas ecuaciones desarrolladas en los años sesenta fue un gran avance en este

campo que permitió un cambio de metodología. Una comprensión de la geometría de la rueda y de la vía son los fundamentos de este campo.

1.3.7.1 La geometría: perfiles de rueda y carril

Las fuerzas entre las ruedas ferroviarias y los raíles se rigen por la geometría de la rueda y el carril. En particular la geometría de una sección transversal vertical del carril y una la sección transversal radial de la rueda es crítica [3-9].

Las ruedas de ferrocarril más tempranas eran cilíndricas y circulaban sobre vías con pequeñas deformaciones con forma abobadas. Ambas ruedas podían girar independientemente. Añadiendo una pequeña cantidad de conicidad a las ruedas se consiguió una mejora del guiado y el cambio que transformó su dinámica fue cuando ambas ruedas fueron conectadas por un eje fijo además y de ser fijado a la carrocería del vehículo.

Si un eje de rodadura se aleja del centro de la vía la conicidad en las ruedas provocará que el radio sea mayor en un lado que en el otro. Como las ruedas están rígidamente unidas a torsión tienen que tener la misma velocidad de rotación y el conjunto de ruedas es obligado a realizar un ángulo de guiñada alrededor del eje vertical. Este ángulo de guiñada tiende a forzar un retroceso de la rueda hacia la línea central de la rueda y por tanto el eje se desplazará naturalmente de nuevo hacia el centro de la pista.

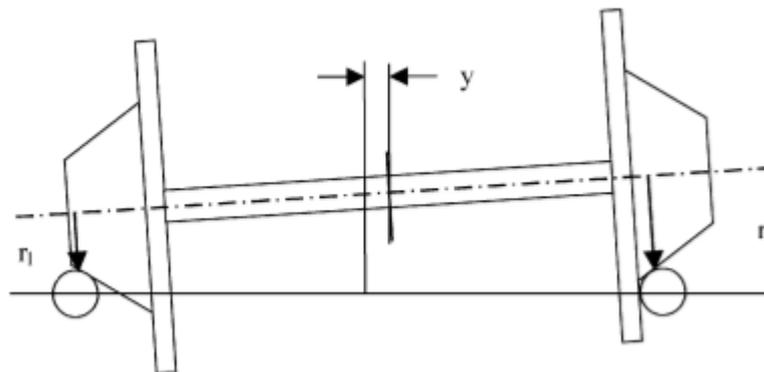


Figura 27. Esquema simplificado de inscripción en curva

Coincidirá con la velocidad de guiñada necesaria para la curva como se puede ver en la figura 27. Este desplazamiento lateral se conoce como desplazamiento de la línea de balanceo y el eje se inclinará perfectamente mientras haya suficiente holgura para el movimiento lateral requerido. Si se alcanza el juego máximo de la pestaña antes de la posición ideal del eje, entonces no será posible un trazado perfecto de la curva. La siguiente ecuación enlaza el desplazamiento lateral, y , y el radio de la curva R :

$$\frac{r_0 - \lambda y}{r_0 + \lambda y} = \frac{R - l_0}{R + l_0},$$

Y por lo tanto el desplazamiento de la línea de balanceo será:

$$y = \frac{r_0 l_0}{R \lambda},$$

Donde r_0 es el radio en el punto de contacto cuando el eje se encuentra en su posición central, l_0 representa la mitad de la longitud del empate, R el radio de la curva y λ es la conicidad efectiva. De hecho, el conjunto de ruedas tenderá a sobrepasar su posición de equilibrio (debido al ángulo de guiñada desarrollado) y aparecerá una oscilación conocida como oscilación cinemática. Esta oscilación cinemática también se observa en recta después de cualquier desviación de la posición de equilibrio del eje.

Esta oscilación fue observada por George Stephenson en 1827 y analizado por Klingel en 1873. La frecuencia angular de la oscilación cinemática se puede hallar asumiendo que se trata de un movimiento sinusoidal:

$$\omega = v \sqrt{\frac{\lambda}{r_0 l_0}}$$

Donde v es la velocidad lineal del conjunto de ruedas.

Cuanto mayor sea la conicidad del eje, menor será el radio de la curva para el cual será posible un trazado de curva perfecto sin llegar a tocar la pestaña de la rueda. El otro lado de este compromiso de ingeniería es que cuanto mayor es la conicidad, menor es la velocidad crítica a la cual aparece la oscilación cinemática. Esta inestabilidad es causada por que el conjunto de ruedas sobrepasa la línea de balanceo y es conocido movimiento de lazo. El movimiento de lazo estará limitado por el contacto de la pestaña de la rueda, pero puede provocar un descarrilamiento. La velocidad a la que se produce el movimiento de lazo es conocida como la velocidad crítica y los diseñadores del vehículo ferroviario deben asegurarse de que la velocidad crítica está por encima de la velocidad de funcionamiento. De hecho, este comportamiento cinemático es limitado por las fuerzas de contacto, que se discuten a continuación.

La mayoría de las organizaciones ferroviarias usan un ángulo de conicidad pequeño y de forma que la fuerza normal del conjunto de ruedas dirige al eje a la posición central de la vía.

El desgaste en la rueda tiende a cambiar la banda de rodadura de la rueda desde un cono hasta una forma cóncava más compleja. Muchas compañías han diseñado perfiles "desgastados", destinados a mantener una geometría constante cuando la rueda lleve un desgaste considerable. En el Reino Unido se construyó el perfil P8 de un perfil medio desgastado y se muestra en la figura 28.

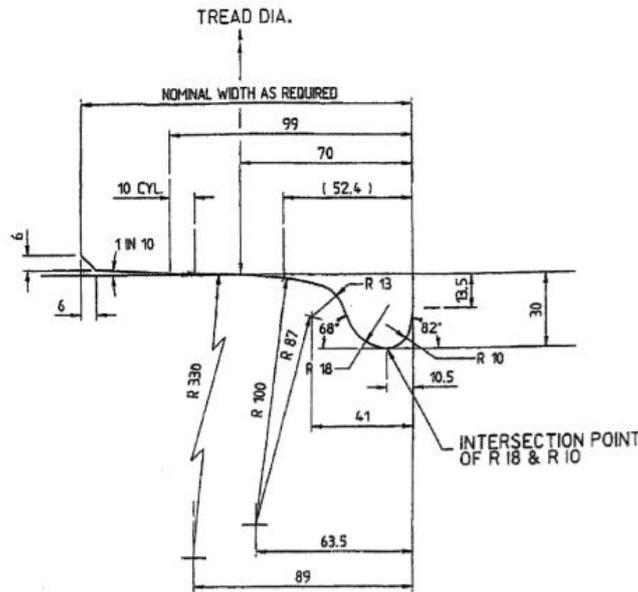


Figura 28. Perfil de rueda P8 construido en Reino Unido

En uso, la rueda y el carril se desgastarán y los perfiles cambiarán por lo que será complejo obtener información geométrica precisa. Esto puede hacerse con una precisión razonable con dispositivos láser y la figura 29 muestra una medición típica rueda y carril con este tipo de sistemas.

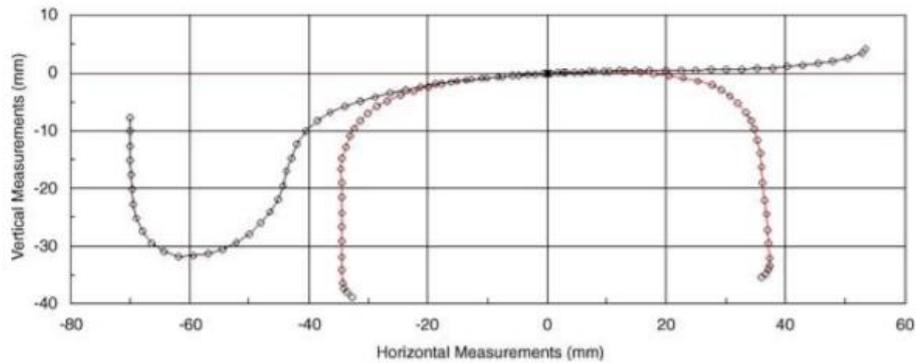


Figura 29. Posiciones de contacto rueda carril mediante dispositivos laser

1.3.7.2 El contacto

En el punto o puntos en los que la rueda entra en contacto con el carril se desarrolla en el área de contacto. El tamaño y la forma de este contacto puede calcularse a partir de la fuerza normal, las propiedades y la geometría de la rueda y del riel de la vía. Como la rueda y el carril son cuerpos de revolución ambos es posible describir esta geometría usando Los radios de curvatura en la dirección de rodadura y para la sección transversal.

Para hallar el área de contacto, se suele utilizar la teoría de Hertz basada en las propiedades completamente elásticas uniformes de los cuerpos de revolución en contacto y suponiendo una huella de contacto con forma elíptica con semiejes que se pueden calcular. Aunque esto es una aproximación basado en que los cuerpos sean completamente elásticos es ampliamente utilizado y generalmente da resultados aceptables. Una alternativa es dividir la zona de contacto en tiras y evaluar el contacto, las condiciones y el esfuerzo de contacto para

cada tira y finalmente garantizar un equilibrio entre la carga de la rueda y la fuerza normal en la zona de contacto.

1.3.7.3 Las fuerzas

Las fuerzas que actúan en la zona de contacto se pueden dividir en normales y tangenciales. La fuerza tangencial se divide generalmente en longitudinalmente (en la dirección del eje del carril) y lateral (en el plano normal al eje del carril). La fuerza normal y la fuerza tangencial pueden ser sustituidas por una fuerza vertical y lateral donde la vertical la fuerza es totalmente vertical al plano horizontal y la fuerza lateral actúa en el plano horizontal. Estas fuerzas son conocidas como V (o Q) vertical y L (o Y) lateral y la relación L / V o Y / Q es a menudo utilizado como indicador de la cercanía al descarrilamiento.

1.3.7.3.1 Fuerza de rigidez gravitacional:

A medida que el eje se mueve lateralmente la dirección de normal entre el contacto de rueda y carril y un componente de esta fuerza se dirige hacia la línea central de la vía y ayuda a centrar el conjunto de ruedas. Este efecto se conoce como la rigidez gravitatoria y la fuerza depende de la rigidez lateral del desplazamiento y el ángulo de rodadura del conjunto de ruedas.

Cuando el desplazamiento lateral es pequeño, la fuerza de rigidez gravitatoria puede calcularse ignorando las diferencias de conicidad en las distintas ruedas:

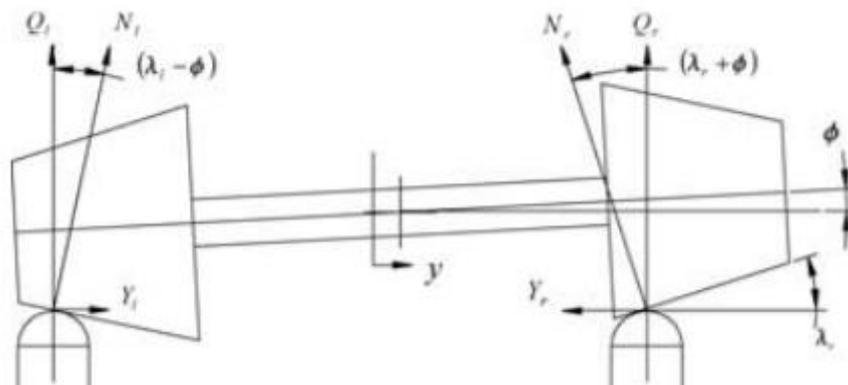


Figura 30. Análisis dinámico del eje para el cálculo de la rigidez gravitatoria

$$Y_l = N_l \sin(\lambda_l - \phi),$$

$$Y_r = N_r \sin(\lambda_r + \phi),$$

Donde Y_l , Y_r son las fuerzas laterales, N_l , N_r son las fuerzas normales, λ_l , λ_r representan la conicidad en la rueda izquierda y derecha y ϕ ángulo de rodadura del conjunto de ruedas.

Igualando las fuerzas verticales:

$$N_l \cos(\lambda_l - \phi) = Q_l,$$

$$N_r \cos(\lambda_r + \phi) = Q_r,$$

Obtenemos que la fuerza lateral total será:

$$Y_w = Y_r - Y_l = [Q_l \tan(\lambda_l - \phi) - Q_r \tan(\lambda_r + \phi)],$$

Para ángulos pequeños se podrá simplificar que:

$$Y_w = -W\phi,$$

Donde tenemos que $W = Q_l + Q_r$ es decir será el total de las fuerzas laterales que actúan en el conjunto de ruedas, usando la definición del ángulo de rotación obtenemos la siguiente ecuación que define las fuerzas laterales.

$$\phi = \frac{r_r - r_l}{2l_0} = \frac{\lambda y}{l_0}, \quad Y_w = -\frac{W\lambda y}{l_0}.$$

1.3.7.3.2 Fuerzas de contacto:

Cuando una rueda del vehículo deja de realizar una rodadura pura es debido a la aceleración, el frenado, el trazado de una curva, cuando las fuerzas laterales se transmiten través de la suspensión, o cuando las fuerzas tangenciales y las fuerzas normales son transmitidos al carril a través de las zonas de contacto. Estas son las llamadas fuerzas de contacto y se deben a pequeñas deformaciones o fluencia en el área de contacto. Si una rueda cilíndrica rueda a lo largo de una vía recta y plana sin ningún tipo de fuerza tangencial que se transmite entre la rueda y el carril la distancia horizontal que recorre en una revolución de la rueda será exactamente igual a su circunferencia.

Si, sin embargo, se aplica un par de torsión al eje para acelerar la rueda, entonces se verá que en una revolución el movimiento horizontal es menor que la circunferencia de la rueda. Esto se debe al comportamiento del material en la zona de contacto, como el material se comprime en la entrada antes de sección donde se produce la adhesión y luego una sección donde el material se desliza fuera de la compresión y finalmente sale con tensiones de tracción.

Carter fue el primero en estudiar el deslizamiento en las ruedas, estudió el trabajo anterior de Reynolds de esfuerzos en correa. Consideró que la rueda era un cilindro grueso que rodaba sobre una placa plana y sólo examinó la deformación en el sentido longitudinal. Él asumió sin experimentación previa que el área de adhesión estaba en el borde delantero del contacto parche. Esto fue extendido por Johnson al caso tridimensional de dos esferas rodantes en contacto que incluyó considerar el arrastre lateral y longitudinal. Asumió el contacto elíptico de Hertz y predijo una región de adhesión elíptica dentro de este. Sólo se produjo el deslizamiento en el área entre las dos regiones. Como resultado del trabajo de Johnson y Vermeulen esta teoría fue extendida para cuerpos no esféricos y se calcularon fuerzas tangenciales en la zona de contacto con un error menor que el 25%.

En una rueda de ferrocarril se puede calcular el deslizamiento del conjunto de ruedas y las fuerzas de contacto resultantes pueden entonces ser evaluadas. La relación entre el deslizamiento y las fuerzas de contacto ha sido estudiada a fondo por Kalker y sus ecuaciones se utilizan en casi todas las simulaciones.

La teoría de deslizamiento de la rueda del carril fue considerada en tres dimensiones por primera vez por Johnson que incluyó el giro de la rueda alrededor de un eje vertical. Kalker desarrolló un método numérico para la predicción de las fuerzas de contacto y spin arbitrario, fue la primera teoría para predecir estas fuerzas. Esto fue posteriormente verificado experimentalmente por Brickle quien también estudió el resultado de tener una elipse de contacto estrecha como es el caso durante el contacto de la pestaña. De esta obra Kalker ha

desarrollado una teoría numérica exacta y una teoría lineal para su uso cuando el deslizamiento y el spin son pequeños. Él tiene también desarrollo varios programas informáticos para el cálculo de las fuerzas de contacto el deslizamiento y el spin.

El deslizamiento ocurre en las tres direcciones en las cuales puede aparecer movimiento relativo y se definen como:

$$\gamma_1 = \frac{v'_1 - v_1}{v}, \quad \gamma_2 = \frac{v'_2 - v_2}{v}, \quad \omega_3 = \frac{\Omega'_3 - \Omega_3}{v},$$

Siendo γ_1 el deslizamiento en la dirección uno o dirección longitudinal de la vía, γ_2 el deslizamiento en la dirección 2 o dirección lateral y por último ω_3 el deslizamiento del spin. Donde v_1 , v_2 y Ω_3 son las velocidades reales de la rueda y v'_1 , v'_2 y Ω'_3 son las diferentes velocidades (velocidad cuando no se produce deslizamiento a la misma velocidad directa) calculadas a partir de la velocidad de rodadura y de la velocidad de avance del conjunto de ruedas.

El deslizamiento se puede calcular a partir de la geometría del eje de rodadura utilizando ecuaciones basadas en la geometría y derivadas por Wickens.

Las velocidades de la rueda pueden ser derivadas respecto al desplazamiento lateral tomando como referencia su centro de gravedad y el ángulo de guiñada puede ser derivado también tomando como referencia la línea media del eje.

$$\begin{array}{ll} v_{1r} = v \frac{r_r}{r_0} & v_{1l} = v \frac{r_l}{r_0} \\ v_{2r} = -\dot{y} + v\psi & v_{2l} = -\dot{y} + v\psi \\ v_{3r} = 0 & v_{3l} = 0 \\ \Omega_{3r} = \phi\lambda + \dot{\psi} & \Omega_{3l} = -\phi\lambda + \dot{\psi} \\ v'_{1r} = v \frac{-2l_0}{2R} - l_0\dot{\psi} & v'_{1l} = v \frac{-2l_0}{2R} + l_0\dot{\psi} \\ v'_{2r} = 0 & v'_{2l} = 0 \\ v'_{3r} = 0 & v'_{3l} = 0 \\ \Omega'_{3r} = 0 & \Omega'_{3l} = 0 \end{array}$$

El subíndice r y el subíndice l se refieren a right y left, es decir rueda derecha y rueda izquierda, siendo y y la derivada de y respecto al tiempo, el desplazamiento lateral y la velocidad lateral del eje y ψ , la derivada de ψ respecto al tiempo son el ángulo de guiñada del eje y su velocidad. Por último, tenemos que ϕ es el ángulo de giro de la rueda por lo tanto su derivada respecto al tiempo será la velocidad angular del eje ($= V/r_0$).

Si se considera que la vía se considera más flexible que rígida puede haber una componente lateral de la velocidad de la trayectoria a considerar. Estas velocidades pueden entonces ser usadas en las ecuaciones anteriores para obtener los deslizamientos para ambas ruedas:

$$\begin{aligned}\gamma_{1r} &= -\frac{l_0\dot{\psi}}{v} - \frac{\lambda y}{r_0} - \frac{l_0}{R} & \gamma_{1l} &= +\frac{l_0\dot{\psi}}{v} + \frac{\lambda y}{r_0} + \frac{l_0}{R} \\ \gamma_{21r} &= \frac{\dot{y}}{v} - \psi & \gamma_{21l} &= \frac{\dot{y}}{v} - \psi \\ \omega_{3r} &= -\frac{\lambda}{r_0} - \frac{\dot{\psi}}{v} & \omega_{3l} &= \frac{\lambda}{r_0} - \frac{\dot{\psi}}{v}.\end{aligned}$$

Después de determinar los deslizamientos es necesario encontrar las fuerzas de contacto. Para valores pequeños de deslizamiento la relación puede considerarse lineal y se pueden utilizar en los cálculos coeficientes lineales. Sin embargo, a valores mayores de deslizamiento, por ejemplo, durante el contacto de la pestaña, la relación se convierte en una fuerza no lineal y se aproxima a un valor límite determinado por la fuerza normal y el coeficiente de fricción en la zona de contacto. Cuando se trabaja en esta región es necesario utilizar un método de cálculo diferente.

Puede ser apropiado utilizar uno de los programas basados en la teoría de Kalker descrita anteriormente (por ejemplo, Duvorol, Contact y Fastsim), pero también se puede usar un método más sencillo basado en la teoría de saturación cúbica de Johnson y Vermeulen con buenos resultados en general. Este es un método heurístico y consiste en calcular la fuerza de fluencia esperada del coeficiente lineal y modificarlo por medio de este valor dividido por la fuerza límite de fluencia. La exactitud de este método ha sido demostrada por Shen, Hedrick y Elkins con un 10% de error cuando se comparó con Duvorol con valores bajos de deslizamiento de spin y menos del 18% para cualquier valor de deslizamiento de spin.

La relación deslizamiento y fuerzas de contacto se complica aún más por el hecho de que los tres deslizamientos no actúan de manera independiente. Kalker ha demostrado que las fuerzas de contacto dependen de los deslizamientos de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}Fx &= -f_{11}\gamma_1\theta, \\ Fy &= -f_{22}\gamma_2 - f_{23}\omega_3, \\ Mz &= f_{23}\gamma_2 - f_{33}\omega_3,\end{aligned}$$

Donde f_{11} , f_{22} , f_{23} y f_{33} , son coeficientes de lineales de deslizamiento.

Las ecuaciones se Johnson y Vermeulen tras modificar las fuerzas tangenciales obtenemos que:

$$Fx' = \frac{Fx}{Fs} \left[\frac{Fs}{\mu N} - \frac{1}{3} \left(\frac{Fs}{\mu N} \right)^2 + \frac{1}{27} \left(\frac{Fs}{\mu N} \right)^3 \right] \mu N$$

(for $Fs \leq 3\mu N$),

$$Fx' = \mu N \frac{Fx}{Fs} \quad (\text{for } Fs > 3\mu N),$$

$$Fs = (Fx'^2 + Fy'^2)^{\frac{1}{2}},$$

μ es el coeficiente de fricción en el parche de contacto y N es la fuerza normal en zona de contacto y similarmente para F_Y de F_X . Los coeficientes lineales de fluencia se calculan de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}f_{11} &= E(a, b)C_{11}, \\f_{22} &= E(a, b)C_{22}, \\f_{23} &= E(a, b)^{3/2}C_{23}, \\f_{33} &= E(a, b)^2C_{33},\end{aligned}$$

Donde E es el módulo de Young, a y b representan los semiejes de la elipse de la huella de contacto y C_{11} , C_{22} , C_{23} , C_{33} , son constantes que se calculan de forma aproximada mediante la fórmula dada por Kalker.

Las fuerzas de contacto halladas de esta forma para las fuerzas laterales y longitudinales se combinarán en cada rueda para obtener una fuerza lateral y un par de giro que actuará sobre cada eje.

$$\begin{aligned}Y_w &= -2f_{22} \left(\frac{\dot{y}}{v} - \psi \right) - f_{23} \frac{\dot{\psi}}{v} \\M_w &= 2f_{23} \left(\frac{\dot{y}}{v} - \psi \right) - 2f_{33} \frac{\dot{\psi}}{v} - \frac{2f_{11}l_0^2\dot{\psi}}{v} - \frac{2f_{11}l_0\lambda y}{r_0}.\end{aligned}$$

Esta ecuación se puede ver para explicar el movimiento observado del conjunto de ruedas descrito anteriormente. La fuerza de fluencia lateral es proporcional al ángulo de guiñada del conjunto de ruedas y el par de giro que actúa sobre el conjunto de ruedas alrededor de un eje vertical y es proporcional a su desplazamiento lateral. El efecto de este es dirigir el conjunto de ruedas hacia el centro de la pista en respuesta a las oscilaciones, hasta una velocidad crítica en el que las oscilaciones continúan lateralmente y en guiñada. A Mayor velocidad el comportamiento es inestable y las oscilaciones aumentan hasta limitarse por el contacto de la pestaña.

Las ecuaciones para la fuerza de contacto y las fuerzas de deslizamiento derivadas anteriormente pueden combinarse para dar una ecuación general del movimiento. El conjunto de ruedas se toma como teniendo los dos grados de libertad de movimiento, lateral y guiñada.

$$\begin{aligned}m\ddot{y} + 2f_{22} \left(\frac{\dot{y}}{v} - \psi \right) + f_{23} \frac{\dot{\psi}}{v} + \frac{W\lambda y}{l_0} &= 0 \\I_z\ddot{\psi} - 2f_{23} \left(\frac{\dot{y}}{v} - \psi \right) + 2f_{33} \frac{\dot{\psi}}{v} + \frac{2f_{11}l_0^2\dot{\psi}}{v} + \frac{2f_{11}l_0\lambda y}{r_0} &= 0.\end{aligned}$$

Estas son las ecuaciones usadas para la simulación completa de vehículos ferroviarios.

Nota de aproximación:

Se hacen aproximaciones importantes debido a la teoría de contacto de Hertz, debido al cambio de la huella de contacto y el cambio en el ángulo del plano de contacto. También es posible que entre la rueda y el carril se generen contactos múltiples durante algunas combinaciones de perfil de carril y el de la rueda. Éstos pueden ocurrir en el contacto de la pestaña y las teorías de Brickle tratan esto de una manera más completa.

Los métodos de Kalker son ampliamente utilizados en los ordenadores mediante los paquetes de simulación, pero tienden a ser complicados, un nuevo modelo heurístico ha sido propuesto por Shen que es mucho más sencillo de evaluar y se está haciendo cada vez más popular.

1.4 Manchester Benchmark:

Los siguientes datos fueron acordados en el Taller Internacional 'Simulación por computadora de la dinámica de vehículos ferroviarios' en Manchester Metropolitan Universidad los días 23 y 24 de junio de 1997. El objetivo de la obtención de estos puntos de referencia es el desarrollo de vehículos ferroviarios, diseñadores e investigadores que investigan el comportamiento dinámico del vehículo para de los distintos softwares de simulación dinámica.

La intención no es proporcionar una validación precisa del software, aunque la comparación de los resultados debería resultar útil para evaluar las diversas técnicas y aproximaciones realizadas. Los modelos de referencia han sido elegidos para representar vehículos típicos y casos que proporcionan ejemplos útiles y reales de las tareas de modelado que a menudo se llevan a cabo. Los vehículos son simplificados, pero todavía contienen partes de elementos más complejos. Los métodos de modelado exactos no se especifican, se dejó a libre elección de los modelistas. La flexibilidad se extiende también al modelado de las ruedas, los diversos métodos utilizados en este aspecto serán también clave para la simulación de una vía de ferrocarril.

Con este pequeño concurso se pretendía que, si los puntos de referencia resultaban útiles, el proceso continuará con la adición de nuevos vehículos o cajas que reflejasen los requisitos actuales de modelado.

1.4.1 Modelos de vehículo:

El vehículo de referencia y los diversos casos de prueba han sido cuidadosamente elegidos para representar vehículos típicos y casos de seguimiento que están siendo modelados por diseñadores e investigadores [10]. Los modelos de vehículos no están destinados a representar vehículos reales. El vehículo de referencia 1 es un vagón de pasajeros general con dos bogies y una suspensión primaria simple. El vehículo de referencia 2 es un vehículo de carga de dos ejes con amortiguación por fricción dependiente de la carga. Todos los cuerpos deben considerarse rígidos. En nuestro caso usaremos para el modelo número 1 por lo que nos centraremos en explicar el modelado del mismo.

1.4.1.1 Especificaciones del Vehículo:

Este vehículo está basado en el ERRI B176, sin amortiguadores para la guiñada y con las siguientes simplificaciones:

- Una suspensión primaria simple
- Haciendo el vehículo simétrico
- Sin sistema de suspensión inclinado o con cierto ángulo

Masas e Inercias:

Eje y ruedas:

- Masa = 1813 Kg
- Inercia eje de balanceo = 1120 Kgm²
- Inercia eje de cabeceo = 112 Kgm²
- Inercia eje de guiñada = 1120 Kgm²

Bogies:

- Masa = 2615 Kg
- Inercia eje de balanceo = 1722 Kgm²
- Inercia eje de cabeceo = 1476 Kgm²
- Inercia eje de guiñada = 3067 Kgm²

Caja:

- Masa = 32000 Kg
- Inercia eje de balanceo = 56800 Kgm²
- Inercia eje de cabeceo = 1970000 Kgm²
- Inercia eje de guiñada = 1970000 Kgm²

1.4.1.2 Características de la suspensión:

Suspensión primaria (4 por bogie):

- Rigidez longitudinal = 32391 kN/m
- Amortiguación nominal en paralelo longitudinal = 15 kNs/m
- Rigidez del amortiguador longitudinal = 60000 kN/m
- Rigidez lateral = 3884 kN/m
- Amortiguación nominal en paralelo lateral = 2 kNs/m
- Rigidez del amortiguador lateral = 7500 kN/m
- Rigidez vertical = 1220 kN/m

Suspensión secundaria (2 por bogie):

- Rigidez a cizalladura longitudinal = 160
- Rigidez a cizalladura longitudinal = 160
- Rigidez vertical = 430
- Rigidez de flexión = 10.5 kNm/rad

Barra antivuelco (una barra por bogie):

- Rigidez = 940 kNm/rad

Barra de tracción secundaria (una por bogie)

- Rigidez = 5000 kN/m
- Amortiguación nominal en paralelo = 25 kNs/m
- Rigidez de la amortiguación = 10000 kN/m

Bumpstop lateral secundario (1 por bogie):

- Características simétricas

0	25	30	35	40	45	50	55	60	65	/mm
0	0	0.60	1.76	3.73	6.87	11.58	17.17	29.2	230.0	/kN

1.5.1.3 Características de la amortiguación:

Amortiguadores primarios verticales (4 por bogie):

- Amortiguación Nominal = 4 kNs/m

- Rigidez = 1000 kN/m

Amortiguadores secundarios laterales (2 por bogie):

- Amortiguación Nominal = 32 kNs/m
- Rigidez = 6000 kN/m

Amortiguadores secundarios verticales (2 por bogie):

- Amortiguación Nominal = 20 kNs/m
- Rigidez = 6000 kN/m

1.4.1.3 Dimensiones del vehículo:

- Semidistancia entre bogies: 9500 mm
- Semidistancia entre ejes: 1280 mm
- Radio de la rueda: 460 mm
- Altura de c.g. del bogie medido desde el rail: 600 mm
- Altura de c.g. de la caja medida desde el rail: 1800 mm
- C.g. centrado en el eje longitudinal y lateral

1.4.1.4 Geometría de la Suspensión:

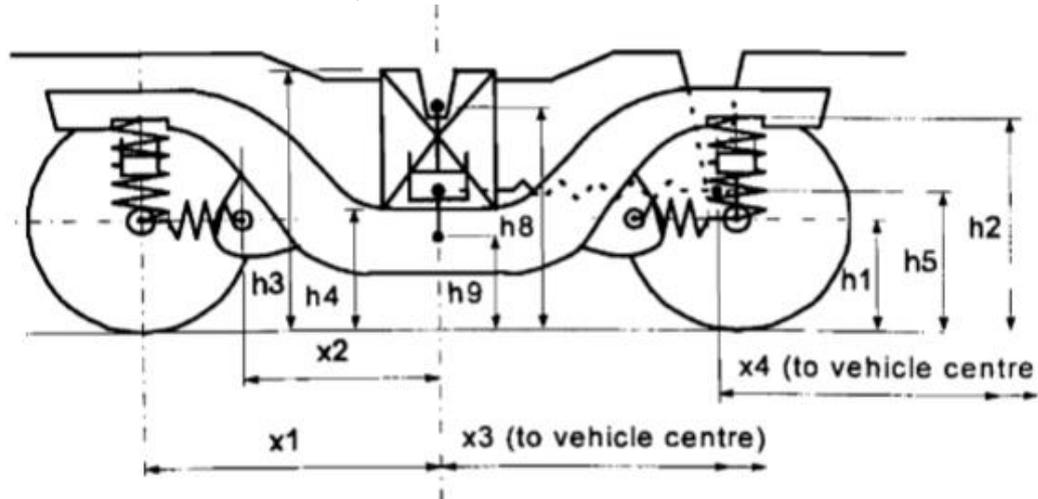


Figura 31. Esquema del Bogie

$x1 = 1280$ mm	$y1 = 1000$ mm	$h1 = 460$ mm
$x2 = 830$ mm	$y2 = 600$ mm	$h2 = 880$ mm
$x3 = 9500$ mm	$y3 = 1000$ mm	$h3 = 1130$ mm
$x4 = 8300$ mm	$y4 = 665$ mm	$h4 = 525$ mm
	$y5 = 230$ mm	$h5 = 600$ mm
	$y6 = 1300$ mm	$h6 = 650$ mm
		$h7 = 700$ mm
		$h8 = 925$ mm
		$h9 = 400$ mm

Tabla 1. Medidas del Bogie Manchester Benchmark

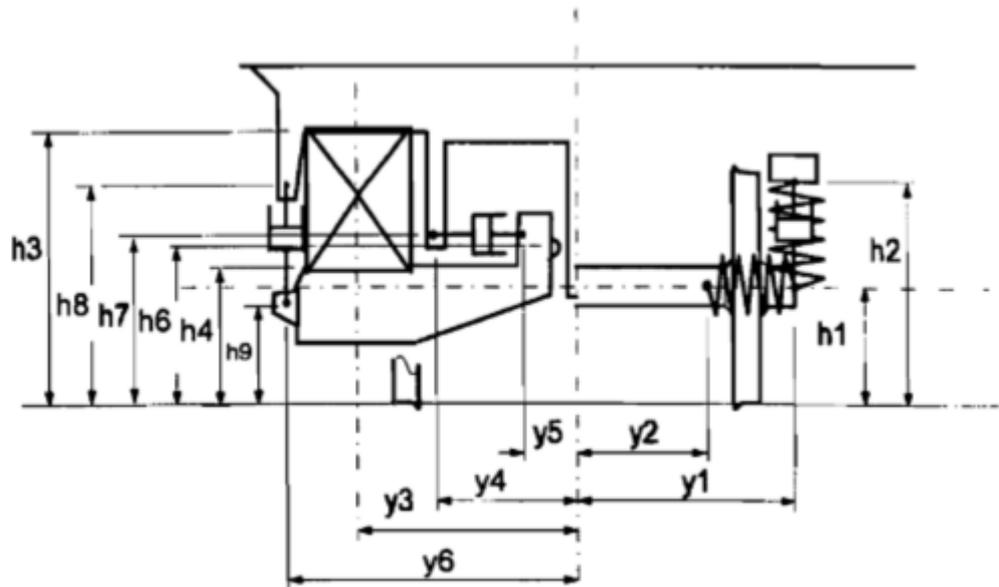


Figura 32. Esquema de la suspensión lateral

2. Objeto del TFM

Hoy en día existen numerosos programas para cálculo de sistemas multicuerpo, por lo que existe una gran competencia entre diversas empresas por desarrollar el software más exacto, más rápido y más económico. Para ello estos programas utilizan diversas rutinas de cálculo que optimizan su funcionamiento. También realizan numerosas linealizaciones y simplificaciones que hacen que el coste computacional sea menor, de forma que cualquier ordenador actual con una potencia media puede realizar estos cálculos.

En nuestro caso concreto hablamos del ADAMS/Rail un programa comercial de cálculo de dinámica multicuerpo orientado hacia la industria del ferrocarril. Una de las simplificaciones que realiza este software es trabajar en el rango de la baja frecuencia entre 0 y 20 Hz, sin tener en cuenta los efectos de la alta frecuencia pues hace uso de un planteamiento multicuerpo. Los fenómenos de baja son importantes desde el punto de vista de la seguridad en marcha e inscripción en curva.

Los fenómenos de media y alta frecuencia son importantes si tenemos en cuenta el confort y el desgaste de ruedas y carriles así como el análisis del ruido radiado, de los chirridos y fatiga de componentes. Para poder incluir la media y alta frecuencia en nuestros cálculos es necesario realizar un modelo que incorpore la flexibilidad del eje montado, de los carriles y de su subestructura. Este modelo ya ha sido desarrollado mediante el Matlab por el grupo de investigación CIIM, por lo que surge la necesidad de validar este modelo.

Para esto utilizaremos el software comercial ADAMS/Rail e iremos comparando los resultados con el "*modelo propuesto CIIM*" en diferentes situaciones como puede ser inestabilidad en recta o inscripción en curva. Se utilizará un modelo basado en el Benchmark para esta validación.

En concreto este TFM se centrará en la validación de la inscripción en curva, por lo que se crearán diversos modelos de curvas con diferentes radios, peraltes y velocidades de paso del vehículo y se irá estudiando los diferentes resultados con ambos modelos.

3. Metodología

3.1 Adams Rail:

El software de simulación ADAMS / Rail, es desarrollado por MSC. Software Corporation se especializa en el análisis de vehículos ferroviarios, así como subsistemas que constituyen el modelo [11].

Para crear un modelo de Adams / Rail, debe definir los diversos subsistemas que forma, por ejemplo, los bogies (cada uno compuesto de ruedas por la suspensión primaria y buffers secundarios, etc.) y coche de ferrocarril. Estos subsistemas pueden ser creados usuario, utilizando las plantillas de modo de creación, o puede usar plantillas predefinidas programa, facilitando el uso de este software.

Adams / Rail es una herramienta apropiada para estudiar y entender el comportamiento de modelo, facilitando el intercambio de propiedades diferentes componentes que es, mirando esto la mejor solución posible, por lo tanto, ADAMS / Rail permiten:

- Mejorar el diseño antes de construir el prototipo físico.
- Analizar los cambios de diseño mucho más rápido ya menor costo usando física prototipos
- Tenga en cuenta una variedad de análisis, mucho más fácil que el cambio de la instrumentación requerida en un modelo real

3.1.1 Creación del modelo

Es necesario crear una plantilla en la que construir piezas de bogie. Debería asignar a la plantilla un rol importante como una plantilla de engranaje en ejecución, porque un papel importante define la función que la plantilla sirve para el vehículo.

Para crear una plantilla de bogie es en el menú *Archivo* y seleccione el *New*, y el nuevo cuadro de diálogo Plantilla aparece como más adelante se puede ver:

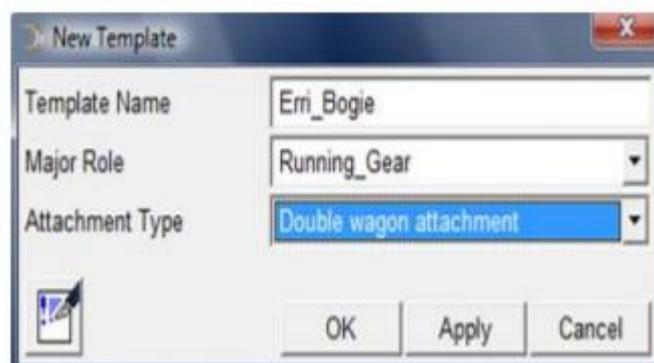


Figura 33. Cuadro de dialogo para la creación de una plantilla

El bogie con el que trabajaremos nos será proporcionado por el tutor del TFM y como se explica anteriormente en el apartado 1.5 es extraído del modelo Benchmark.



Figura 34. Creación del bogie

En cuanto a la generación de un vagón estándar, la carrocería del coche se compondrá de los siguientes objetos:

- Una parte que define la parte del cuerpo.
- Una parte sin masa que define la geometría del cuerpo.
- Una unión fija entre las dos partes.

ADAMS/Rail crea el cuerpo del vagón de una manera tal como para tener el mismo marco de referencia, y establece la orientación sea del bogie.

. Se puede expresar la ubicación del centro-de-masa (CM) en la referencia local del mismo elemento de tal forma que la orientación es siempre igual a la orientación de la pieza.

Para crear un elemento del cuerpo de la caja en el Generador de plantilla, se pueden especificar los siguientes parámetros:

- Marco de referencia que define la posición de la pieza y su geometría
- CM ubicación con respecto a la parte (en tres direcciones: x, y, y z)
- Propiedades de masa e inercia de la parte de la carrocería

Al igual que el bogie el vagón será facilitado por el Tutor del TFM y es obtenido del modelo benchmark

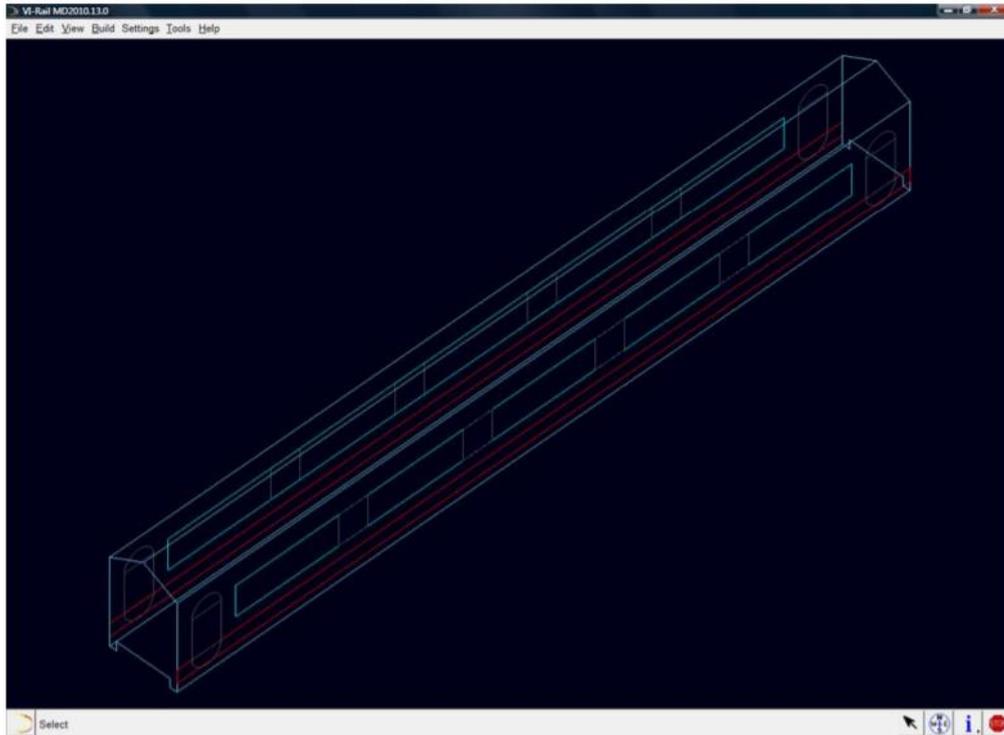


Figura 35. Creación de vagón

Es posible crear un conjunto de bogie-caja completo. Utilizando ADAMS Rail, se puede agrupar subsistemas separados en un conjunto, esta agrupación simplifica la apertura y el ahorro de los subsistemas. Se construye un conjunto de carril-vehículo completo que contiene las siguientes partes:

- bogies delanteros y traseros
- caja del ferrocarril

Para generar un conjunto de bogie-caja completo: desde el menú archivo, seleccione New y, a continuación, seleccione Wagon Assembly, a continuación, aparece el cuadro de diálogo New Wagon Assembly:

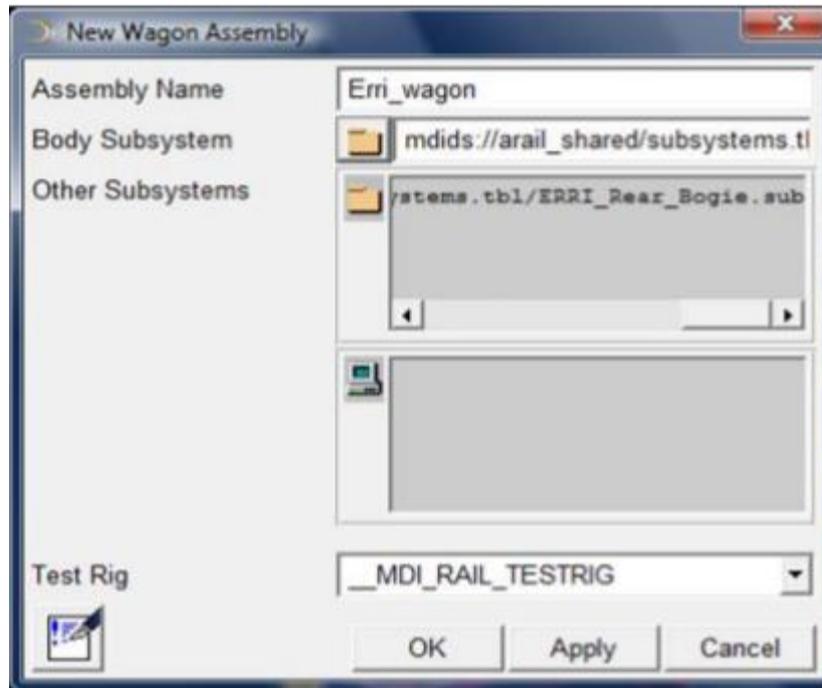


Figura 36. Cuadro de diálogo para la creación de ensamblaje

Por último, se puede ver el conjunto del vehículo completo más abajo. En esta vista, es posible ver cada elemento del vagón creado, tanto bogies (delantero y trasero) y la carrocería del coche. También se puede apreciar el conjunto completo.

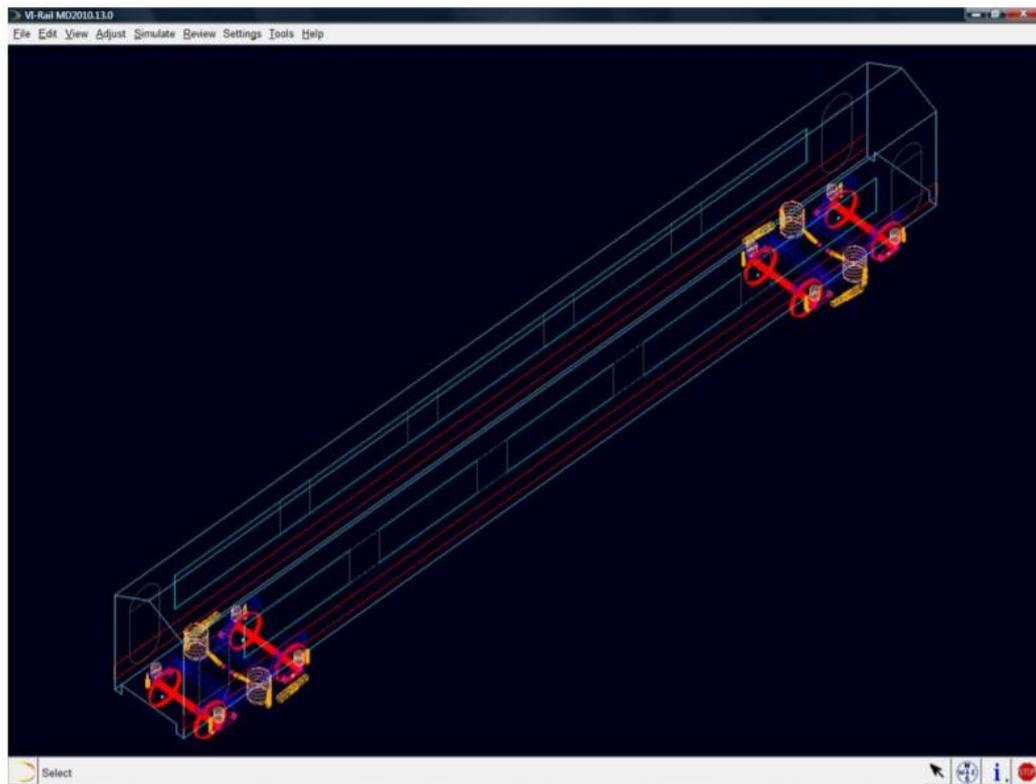


Figura 37. Vista isométrica del vehículo ensamblado

3.2 Metodología con Adams Rail:

ADAMS/Rail como se explica en el apartado anterior es un software de cálculo de dinámica multicuerpo, especializado en la dinámica de los vehículos ferroviarios, mediante el cual podremos realizar múltiples simulaciones como por ejemplo esfuerzo en curvas, inestabilidad en recta etc. Para ello deberemos introducir el modelo calcular y deberemos determinar múltiples variables como métodos de contacto, tipo de vía, modelado del vehículo...

En nuestro caso los pasos a seguir para desarrollar los cálculos serán los siguientes:

En primer lugar, debemos iniciar el programa en el modo Standard Interface, con el cual seleccionaremos un modelo prediseñado y nos permitirá realizar pequeñas variaciones, al contrario que el modo Profesional Interface nos permitirá a realizar prácticamente cualquier característica del modelo. En nuestro caso con el modo Standard Interface será suficiente.



El próximo paso a seguir será realizar un cambio de directorio a donde tengamos suficiente espacio para guardar todos los cálculos que realicemos, en estos programas de cálculo de dinámica multicuerpo es común que los resultados sean archivos bastante pesados. A continuación, seleccionaremos el modelo de vehículo que vamos a usar en nuestro caso está basado en el ERRI B176 del Manchester Benchmark, este modelo está explicado anteriormente, pero deberemos realizarle pequeñas modificaciones.

Para modificar las características del vehículo, utilizamos el menú "Adjust" en el "Standard interface". Hay que hacer hasta 3 modificaciones para equiparar el vehículo en ADAMS con el vehículo implementado el programa propuesto CIIMM.

- Modificar radio nominal y propiedades inerciales de los ejes: se realiza con la opción "Double Wheelset" - "Rolling radius" de 0.46 a 0.445, a continuación, se les dará a las variables "Mass", "Ixx", "Iyy" y "Izz", a los valores de "1388.3", "525.4761", "525.4761" y "100.9459", respectivamente.
- Modificar altura de los sistemas de referencia de los sólidos por encima de los ejes: se realizará mediante la opción "Shift" - "Down Translation", hay que bajar la caja y los dos bogies 0.015 m para que no queden levitando debido a la modificación del radio de las ruedas.
- Modificar los amortiguadores del vehículo para hacerlos lineales: esto se puede hacer mediante la opción "Damper" - "Damping Type", hay que ponerlo a "Linear". Esto es un poco tedioso porque hay bastantes amortiguadores.

Una vez hechas todas estas modificaciones, hay que guardar el vehículo en la base de datos "Private" con el comando "Save as..." del menú "File". A partir de entonces, el resto de ensayos se deberán hacer con el modelo de esta base de datos. Es bueno comprobar cada vez que se cargue que está correctamente guardado, se puede ver esto mediante la opción "Tools" - "Entity info", donde veremos la información para los bogies y se puede comprobar que las propiedades son correctas.

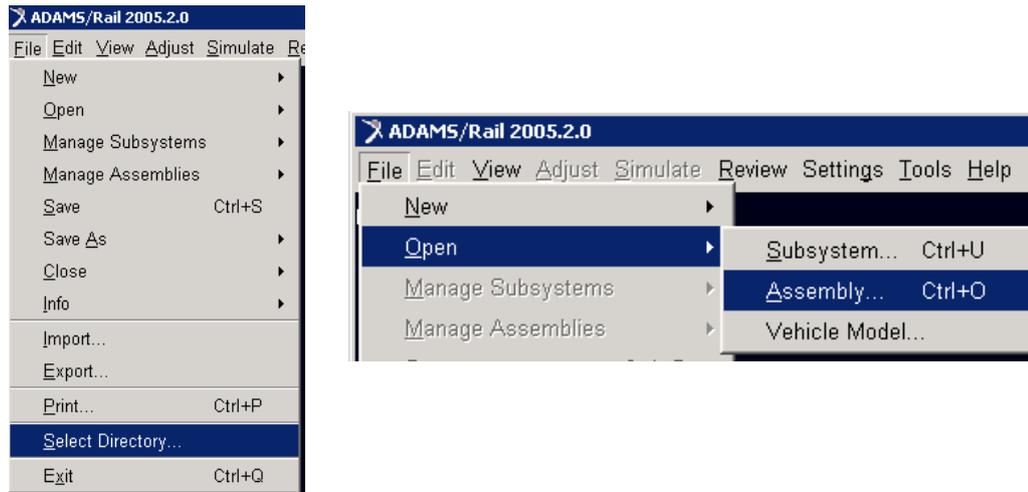


Figura 38. Como abrir el assembly una vez guardado

Antes de realizar cualquier análisis dinámico deberemos realizar una preload para cargar los muelles y amortiguadores con el peso propio del vagón, si no se hace este cálculo previo tendríamos muelles y suspensiones con unas longitudes y valores erróneos. Este cálculo será denominado como t0.

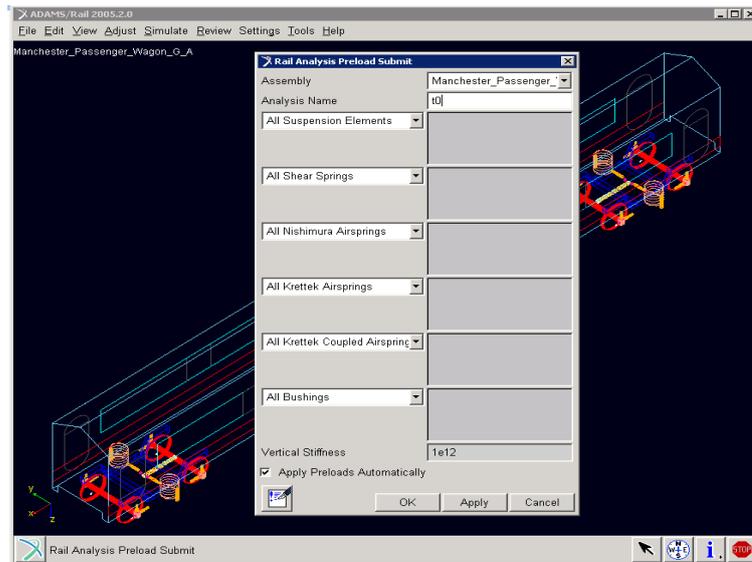


Figura 39. Preload previo a la simulación dinámica

Una vez realizados estos pasos anteriores podremos empezar con los cálculos dinámicos, en programa nos pedirá que le demos distintos parámetros como: tipo de vía, método de contacto usado, flexibilidad de la vía y velocidad inicial. En nuestro caso usaremos como método de contacto Polach, que ha sido explicado anteriormente en este documento, en cuanto a la flexibilidad de la vía usaremos un fichero de bloc de notas donde se definirán sus características. Este fichero ha sido facilitado por el profesor Javier Carballeira.

En cuanto al tipo de vía se realizará varios cálculos con diferentes vías, que tendrán 3 partes diferenciadas: una primera parte que será una línea recta, una segunda parte que será una zona de transición donde irá variando el radio de curva hasta alcanzar la tercera parte donde el radio de curva es constante. Como necesitaremos diferentes vías tendremos un fichero de bloc de notas que iremos modificando para poder cambiar estas variables de longitud. Variando este bloc de notas también podremos cambiar otras características de la vía como el peralte y la rugosidad.

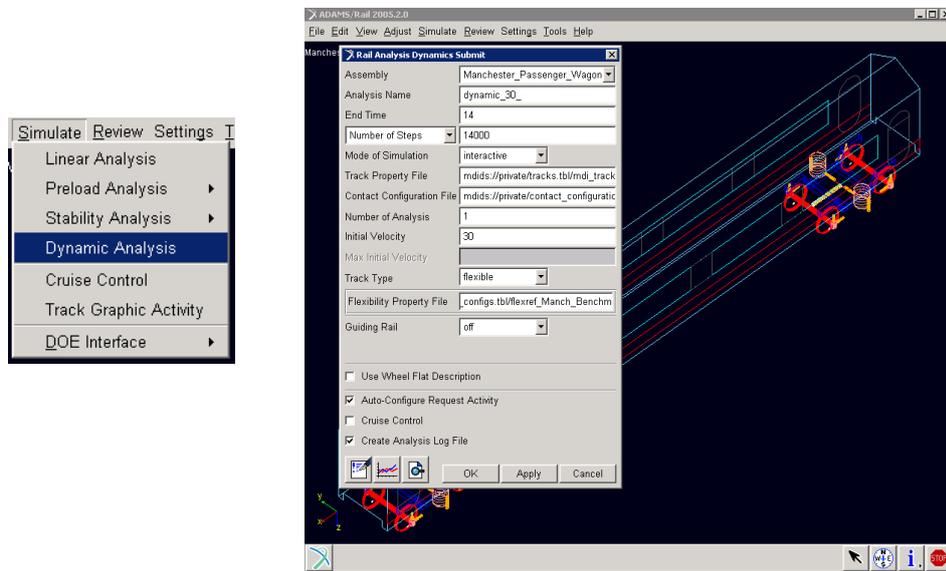


Figura 40. Analisis dinámico

Para cada escenario de curva iremos incorporando diferentes velocidades para así generar dos tipos de aceleraciones no compensada, una nula y otra de $0,6\text{m/s}^2$. Se usaron en total dos escenarios de curva, los cuales vienen desglosados y explicados en el apartado 4 de resultados.

Una vez definido todos los parámetros necesarios simplemente iremos realizando las simulaciones las cuales tardará cada una entre doscientos y trescientos, pulsando F8 o entrando en Proprocesing Window podremos acceder a todos los cálculos realizados por el ADAMS/Rail y representar las gráficas necesarias para nuestra validación.

3.3 El modelo propuesto CIIM

Como es ya conocido la interacción tren-vía consiste en la vibración acoplada del conjunto completo del vehículo o tren ferroviario y de una vía flexible, siendo este acoplamiento entre estos dos subsistemas proporcionado por las fuerzas de contacto rueda-carril y por las imperfecciones superficiales en el carril y en las ruedas como puede ser rugosidad de la vía o fallo de redondez de la rueda [12]. La interacción tren-vía conduce a generar tensiones dinámicas en las vías y del conjunto de ruedas por lo que deberán ser cuidadosamente calculados para evitar fallos debido a fatiga en el material.

En un principio solo tenía en cuenta la masa del eje descansando sobre una rigidez hertziana sin embargo con el tiempo se ha ido dando la necesidad de ampliar la gama de frecuencias del análisis, por lo que llevo a modelos de flexibilidades más realistas para poder estudiar estas altas frecuencias. Un rango de frecuencias de interés a estudiar será hasta 1 kHz

Como se ha comentado en apartados anteriores cuando un vehículo ferroviario atraviesa una curva, existen dos fenómenos que influyen mutuamente y se producen en contacto con el carril de rueda: por un lado, los parámetros de contacto tales como la posición del punto de contacto, las fuerzas normales y de fluencia y los deslizamientos evolucionan lentamente como respuesta a la inscripción en curva; Por otra parte, también están sujetas a cambios más rápidos debido a la alta frecuencia mediante la interacción de los cuerpos flexibles en contacto. Debido a la falta de linealidad del problema, los dos efectos no pueden superponerse y es necesario implementar un enfoque más amplio.

Para esto se ha desarrollado un modelo matemático que llamaremos El modelo propuesto CIIM que calculará la dinámica de un rodamiento flexible que interactúa con una vía de vehículo flexible y tendrá en cuenta las no linealidades debidas al contacto rueda-carril. Se introducirán un conjunto de coordenadas de trayectoria que permite describir grandes desplazamientos del conjunto de ruedas a lo largo de la pista curvada y los pequeños movimientos relativos del conjunto de ruedas con respecto a la trayectoria se describen mediante coordenadas modales Eulerianas introducidas con respecto a un conjunto de formas modales obtenidas a partir de un modelo de elementos finitos del eje.

Este modelo tendrá en cuenta los perfiles reales tanto de rueda como de carril. Los elementos del carril serán modelados como elementos viga de Timoshenko, lo que limitará el rango de validez de frecuencias hasta 1,5 kHz.

3.3.1 Modelo de interacción vía-vehículo con eje flexible

El diseño de fatiga de los ejes ferroviarios exige que las tensiones que surgen en el eje en servicio real sean cuantificadas. En este apartado se describe un método para calcular las tensiones dinámicas que surgen en los ejes ferroviarios, así como el efecto de la interacción tren-vía, basado en la simulación numérica de la interacción dinámica entre un juego de ruedas flexible y una pista flexible [4].

El eje está modelado como un cuerpo giratorio flexible utilizando una aproximación Euleriana, mientras que la vía se considera como un sistema periódico infinito con el módulo ferroviario como una viga de Timoshenko que descansa sobre soportes elásticos discretos, considerando la inercia asociada con las traviesas.

3.3.1.1 Introducción

La durabilidad de los ejes ferroviarios es un problema clave en el mantenimiento de los vehículos ferroviarios, para garantizar el cumplimiento de las normas y, al mismo tiempo, optimizar el ciclo de vida reduciendo los costes desde el punto de vista del sistema, es decir, no considerando únicamente el vehículo, sino también la infraestructura que interactúa.

Desde el punto de vista de la resistencia a la fatiga, lo óptimo visto desde el punto de vista del diseño es aumentar el tamaño para reducir las tensiones, pero también se deberá reducir al máximo su tamaño para minimizar su peso y reducir así la generación de la fuerza dinámica en el contacto rueda carril.

Los ejes de los trenes en la actualidad están diseñados para vida de fatiga infinita, sin embargo, en ocasiones pequeños fallos en el eje pueden llevar a consecuencias catastróficas. Una de las razones que se han propuesto para explicar estos fallos observados es que las cargas asumidas por la norma para la verificación del diseño de la fatiga no reflejan las cargas de servicio del vehículo que dependen de numerosos parámetros de diseño del vehículo (por

ejemplo, masas no suspendidas, coeficientes de amortiguación, etc.) y sobre el perfil de servicio del vehículo.

El conocimiento preciso de las cargas de servicio también es crucial para la definición de los intervalos adecuados para la inspección no destructiva de los ejes, hoy en día es un procedimiento estándar la retirada del servicio de ejes agrietados antes del fallo. A menudo se obtiene información detallada sobre las cargas de servicio en trenes de ruedas de forma experimental, utilizando instrumentados

También se suelen usar procedimientos basados en el uso de modelos multibody de un vehículo o tren, para proporcionar una estimación numérica de las cargas en servicio. Este enfoque puede utilizarse para complementar, las condiciones de servicio no cubiertas por las pruebas experimentales y proporcionar así una mejor comprensión física de los factores que afectan el diseño del vehículo. Estos enfoques han sido hasta ahora desarrollados teniendo en cuenta el eje como un cuerpo rígido. Por lo tanto, las tensiones del eje se pueden calcular correctamente sólo en el rango de baja frecuencia (aproximadamente 0-20 Hz), mientras que el rango de alta frecuencia, están excluidos del análisis.

En este apartado se definirá un método para establecer numéricamente los esfuerzos en un eje ferroviario, incluidos los parámetros que son función de la vía, del vehículo y de las condiciones de marcha del vehículo. Con este fin, se trabajará con un modelo de un conjunto de ruedas flexible que interactuará con una vía flexible con las condiciones de un vehículo típico de alta velocidad.

El eje está modelado como un cuerpo giratorio flexible, se utiliza un enfoque euleriano para tomar ventaja de la simetría axial y síntesis modal para reducir el tamaño del problema. La pista es modelada como un sistema periódico infinito, con el carril modelado como una viga de Timoshenko apoyada sobre soportes elásticos discretos, relacionados con la inercia asociada con las traviesas. La simulación numérica considera el efecto de las irregularidades geométricas que aparecen en las superficies del carril y de la rueda. A continuación, se desarrollará un enfoque de modelización y simulación específicamente adaptada a la predicción de las tensiones del eje.

3.3.1.2 El modelo de interacción vehículo-vía:

En la siguiente figura, se define una técnica de sub-estructuración, según la cual el todo el sistema se divide en subestructuras: el vehículo, los raíles y los soportes del raíl. Para cada subestructura, las ecuaciones de movimiento se escriben por separado, y los efectos de interacción entre el vehículo y la vía están representadas por las fuerzas de contacto rueda-carril y por las fuerzas generadas en las almohadillas de carril. La simulación se desarrolla considerando el movimiento del eje tangente a la pista.

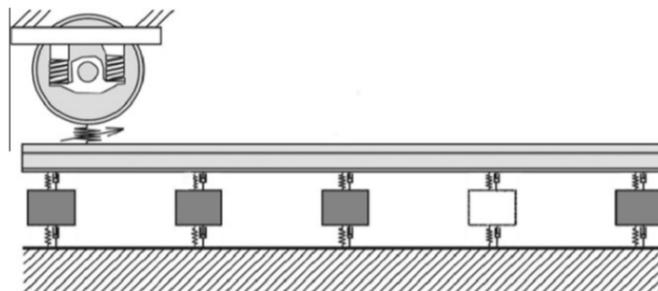


Figura 41. Modelado de la interacción vehículo-vía

Dada la gama de frecuencias atendidas, el modelo de vehículo estará simplificado a un juego de ruedas con suspensión primaria. La vibración del conjunto de ruedas flexible se expresa utilizando coordenadas eulerianas modales, aprovechando la simetría del cuerpo. Además, se elige el enfoque modal para describir el movimiento del conjunto de ruedas con el fin de minimizar el esfuerzo requerido para la simulación.

La pista se modela por medio de un enfoque cíclico, que ofrece beneficio con respecto a la modelización clásica finita. La técnica de subestructuración se sigue adoptando aquí para simplificar el modelado del sistema.

3.3.1.2.1 El modelo del vehículo

Las tensiones dinámicas que surgen en el eje del eje giratorio son en su mayoría efectos de la interacción tren-vía de frecuencias por encima de 20 Hz, que son excitados con longitudes de onda cortas debido a imperfecciones en los perfiles de rueda y carril y por singularidades tales como irregularidades de rieles y las ruedas.

En esta gama de frecuencias, la dinámica de las masas suspendidas (bogie y la carrocería) están efectivamente aislados del movimiento (ejes y cajas de ejes) a causa del filtro mecánico introducido por las suspensiones. Por lo tanto, el vehículo utilizado en este apartado considera un solo eje, modelado como un cuerpo elásticamente flexible, y la suspensión primaria, representada mediante elementos visco elásticos agrupados. La carga estática asociada con las fuerzas gravitatorias que el bogie y en las masas de la carrocería está representado por dos fuerzas estáticas aplicadas a través de la suspensión primaria en los dos lados del conjunto de ruedas.

3.3.1.2.2 El modelo de la vía

La pista se modela por medio de un enfoque cíclico, donde se define una sección finita de la pista, introduciendo límites cíclicos en las condiciones de contorno en los extremos del modelo, por lo tanto, la pista, puede interpretarse como una pista infinita, transitada por un conjunto de vehículos idénticos, distribuidos uniformemente de tal forma que cada vehículo se establece a una distancia constante L del vehículo posterior. Debido a la periodicidad de la estructura y de la carga el estudio se reduce a una sección única de longitud finita L , cuyo valor se establece lo suficientemente grande como para evitar la interacción entre los vehículos.

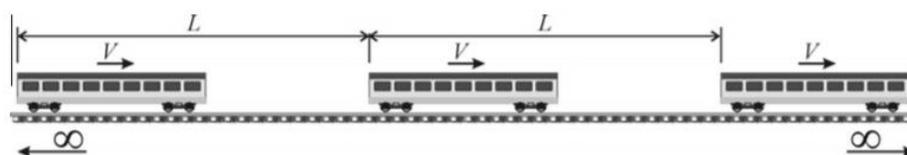


Figura 42. Enfoque cíclico de la vía

El modelo adoptado para los diferentes componentes de la vía es ilustrado en la figura superior: los carriles se modelan como vigas de Timoshenko, incluyendo deformaciones de flexión en dirección vertical / lateral, así como deformaciones a torsión. La vibración del carril se introduce en términos de superposición modal para el carril sin restricciones con condiciones de contorno, resultando por lo tanto en un conjunto de acoplamiento de un grado de libertad. Además, debido a la simetría del subsistema con respecto a la línea central de la vía, sólo se modeliza un carril. Los soportes discretos del raíl se introducen en forma de sistemas de parámetros, ver figura inferior.

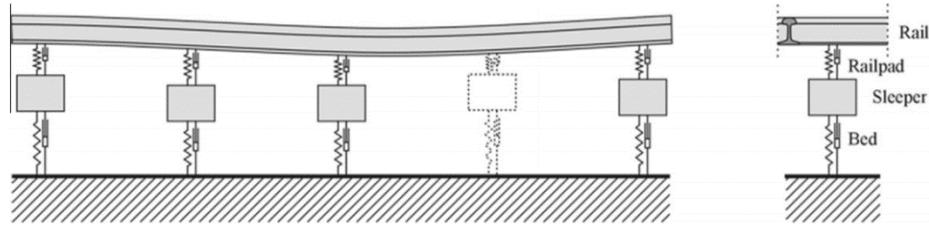


Figura 43. Modelado de la vía

Los soportes de la vía son modelados como elementos visco elásticos aglomerados que generan las fuerzas de interacción entre el rail y las traviesas, representadas como masas agrupadas. La dinámica del balasto se descuida aquí, no siendo relevante para el estrés en el eje de rodadura, pero la rigidez y la amortiguación equivalente se introduce mediante un resorte con muelle y amortiguador t_1 y como se muestra en la figura superior.

3.3.1.2.3 El modelo de las fuerzas de contacto rueda-carril

El modelo de vía está acoplado con el conjunto de ruedas flexible a través de las fuerzas de contacto entre la rueda y el riel, que se expresan en el deslizamiento de la rueda y la velocidad en la zona de contacto. En el modelo numérico usado, se emplea la teoría de Hertz para definir el componente de fuerza de contacto normal y FAST-SIM se utiliza para definir las fuerzas de contacto tangenciales como función de la fuerza de contacto normal y de las componentes del deslizamiento.

En cada incremento de tiempo, el desplazamiento y la velocidad de la rueda en el punto de contacto se obtiene usando la siguiente ecuación evaluada en la posición del punto de contacto entre rueda y carril.

$$\mathbf{r} = \mathbf{u} + \mathbf{w}(\mathbf{u}, t)$$

3.3.1.2.4 El modelo de eje flexible

Con el fin de modelar la cinemática del eje flexible, se definen dos configuraciones (indeformable y deformable). La configuración indeformable está asociada con la velocidad de rotación del eje montado (constante de velocidad angular Ω). La configuración deformable considera la flexibilidad y pequeños desplazamientos del sólido rígido. El campo de desplazamiento relaciona la configuración deformable con la configuración indeformable a partir de la ecuación anterior, tal y como se mostrará a continuación.

Las coordenadas que se implementan en el modelo del eje no siguen los puntos materiales del sólido que es el procedimiento más común en mecanismos, sin embargo, están asociados con puntos espaciales (Enfoque euleriano). Sea \mathbf{u} un vector de coordenadas euleriano en un sistema de referencia fijo. Cualquier propiedad del sólido $\varphi(\mathbf{u}, t)$ corresponde a un punto material del sólido, cuya configuración indeformable está en el punto \mathbf{u} espacial en el instante t . Siguiendo este criterio, el campo de desplazamiento se define mediante la fórmula anterior.

Donde \mathbf{r} es la posición final de la partícula y \mathbf{w} es el desplazamiento asociado a la flexibilidad del eje y a los pequeños desplazamientos del cuerpo rígido.

El sistema de referencia es escogido de tal manera que la rotación del eje coincida con el segundo eje, por lo tanto, se definirán las siguientes matrices:

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{E} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Y el tensor de la velocidad angular verifica que:

$$\tilde{\boldsymbol{\Omega}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \Omega \\ 0 & 0 & 0 \\ -\Omega & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \tilde{\boldsymbol{\Omega}}\tilde{\boldsymbol{\Omega}} = -\Omega^2\mathbf{E}.$$

La velocidad debida a la rotación del cuerpo rígido será:

$$\mathbf{v} = (v_1 \quad v_2 \quad v_3)^T = \tilde{\boldsymbol{\Omega}}\mathbf{u} = \Omega\mathbf{J}\mathbf{u} = \Omega\tilde{\mathbf{u}},$$

Y siendo $\tilde{\mathbf{u}}$ el siguiente vector:

$$\tilde{\mathbf{u}} = (u_3 \quad 0 \quad -u_1)^T$$

La velocidad de la partícula es hallada mediante la derivada del tiempo con respecto a \mathbf{r} , de tal manera que tendremos que:

$$\begin{aligned} \frac{D\mathbf{r}}{Dt} &= \frac{D\mathbf{u}}{Dt} + \frac{D\mathbf{w}}{Dt} = \sum_i v_i \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial u_i} + \dot{\mathbf{w}} + \sum_i v_i \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial u_i} \\ &= \Omega\mathbf{J}\mathbf{u} + \dot{\mathbf{w}} + \Omega \sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial u_i}. \end{aligned}$$

En lugar de calcular la energía cinética del sólido se hallará el cuadrado de la velocidad de la partícula, obteniendo, por tanto:

$$\begin{aligned} \frac{D\mathbf{r}^T}{Dt} \frac{D\mathbf{r}}{Dt} &= \Omega^2 \mathbf{u}^T \mathbf{E} \mathbf{u} + \dot{\mathbf{w}}^T \dot{\mathbf{w}} + \Omega^2 \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \mathbf{w}^T}{\partial u_i} \right) \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial u_i} \right) \\ &\quad + 2\Omega \dot{\mathbf{w}}^T \mathbf{J} \mathbf{u} + 2\Omega^2 \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \mathbf{w}^T}{\partial u_i} \right) \mathbf{J} \mathbf{u} \\ &\quad + 2\Omega \dot{\mathbf{w}}^T \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial u_i} \right). \end{aligned}$$

Se realizará por tanto la siguiente aproximación modal:

$$\mathbf{w}(\mathbf{u}, t) = \boldsymbol{\Phi}(\mathbf{u})\mathbf{q}(t)$$

Siendo $\boldsymbol{\Phi}(\mathbf{u})$ la matriz de la función de forma de los grados de libertad del eje. Los pequeños desplazamientos del sólido son considerados en este enfoque como modos rígidos

del eje. Debe señalarse que las funciones de forma no dependen del tiempo ya que la rotación del sólido no cambia las funciones de formas en coordenadas fijas, debido a la simetría axial del conjunto de ruedas. El uso de la función de forma en coordenadas fijas como función de base cuando el sólido está en movimiento se denomina enfoque modal Euleriano. Utilizando las dos ecuaciones anteriores, podremos hallar la expresión de la energía cinética del sistema.

$$\begin{aligned}
E_k &= \frac{1}{2} \int_{Vol} \rho \frac{D\mathbf{r}^T}{Dt} \frac{D\mathbf{r}}{Dt} dv \\
&= \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \int_{Vol} \rho \Phi^T \Phi dv \dot{\mathbf{q}} + \frac{1}{2} \Omega^2 \int_{Vol} \rho \mathbf{u}^T \mathbf{E} u dv + \frac{1}{2} \Omega^2 \mathbf{q}^T \\
&\quad \times \int_{Vol} \rho \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \Phi^T}{\partial u_i} \right) \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \Phi}{\partial u_i} \right) dv \mathbf{q} + \Omega \dot{\mathbf{q}}^T \int_{Vol} \rho \Phi^T \mathbf{J} u dv \\
&\quad + \Omega^2 \mathbf{q}^T \int_{Vol} \rho \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \Phi^T}{\partial u_i} \right) \mathbf{J} u dv + \Omega \dot{\mathbf{q}}^T \\
&\quad \times \int_{Vol} \rho \Phi^T \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \Phi}{\partial u_i} \right) dv \mathbf{q}.
\end{aligned}$$

Utilizando las ecuaciones de Lagrange podemos obtener lo siguiente:

$$\begin{aligned}
\frac{D}{Dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right)^T &= \int_{Vol} \rho \Phi^T \Phi dv \dot{\mathbf{q}} + \Omega \int_{Vol} \rho \Phi^T \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \Phi}{\partial u_i} \right) dv \dot{\mathbf{q}} - \Omega^2 \\
&\quad \times \int_{Vol} \rho \Phi^T \mathbf{E} u dv + \Omega \int_{Vol} \rho \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \Phi^T}{\partial u_i} \right) \Phi dv \dot{\mathbf{q}} \\
&\quad + \Omega \int_{Vol} \rho \Phi^T \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \Phi}{\partial u_i} \right) dv \dot{\mathbf{q}} + \Omega^2 \\
&\quad \times \int_{Vol} \rho \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \Phi^T}{\partial u_i} \right) \mathbf{J} u dv - \Omega^2 \\
&\quad \times \int_{Vol} \rho \Phi^T \left(\sum_{i=1,3} u_i \frac{\partial \Phi}{\partial u_i} \right) dv \mathbf{q} + \Omega^2 \\
&\quad \times \int_{Vol} \rho \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \Phi^T}{\partial u_i} \right) \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \Phi}{\partial u_i} \right) dv \mathbf{q} + \Omega^2 \\
&\quad \times \int_{Vol} \rho \Phi^T \left(\sum_j \sum_i \tilde{u}_i \tilde{u}_j \frac{\partial^2 \Phi}{\partial u_i \partial u_j} \right) dv \mathbf{q}, \\
\left(\frac{\partial E_k}{\partial \mathbf{q}} \right)^T &= \Omega^2 \int_{Vol} \rho \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \Phi^T}{\partial u_i} \right) \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \Phi}{\partial u_i} \right) dv \mathbf{q} + \Omega^2 \\
&\quad \times \int_{Vol} \rho \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \Phi^T}{\partial u_i} \right) \mathbf{J} u dv \\
&\quad + \Omega \int_{Vol} \rho \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \Phi^T}{\partial u_i} \right) \Phi dv \dot{\mathbf{q}}.
\end{aligned}$$

Finalmente hallaremos la ecuación final de movimiento:

$$\begin{aligned}
\frac{D}{Dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right)^T - \left(\frac{\partial E_k}{\partial \mathbf{q}} \right)^T &= \dot{\mathbf{q}} + 2\Omega \int_{Vol} \rho \Phi^T \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \Phi}{\partial u_i} \right) dv \dot{\mathbf{q}} + \Omega^2 \\
&\times \int_{Vol} \rho \Phi^T \left(\sum_j \sum_i \tilde{u}_i \tilde{u}_j \frac{\partial^2 \Phi}{\partial u_i \partial u_j} \right) dv \mathbf{q} \\
&- \Omega^2 \int_{Vol} \rho \Phi^T \left(\sum_{i=1,3} u_i \frac{\partial \Phi}{\partial u_i} \right) dv \mathbf{q} - \Omega^2 \\
&\times \int_{Vol} \rho \Phi^T \mathbf{E} u dv.
\end{aligned}$$

Las propiedades modales son obtenidas mediante un modelo de elementos finitos, por lo tanto, es conveniente usar la metodología de elementos finitos para hallar la ecuación de movimiento numéricamente. Las funciones de forma se calculan en el elemento e-ésimo mallado en elementos finitos de la siguiente forma:

$$\Phi(\mathbf{u}) = \mathbf{N}^e(\mathbf{u}) \Phi_{FE}^e.$$

Siendo $\mathbf{N}^e(\mathbf{u})$ la base de la matriz del elemento e-ésimo y Φ_{FE}^e las funciones de forma calculadas en los nodos del elemento e-ésimo del modelo de elementos finitos.

En primer lugar, en elementos finitos se calcula la integral de volumen del sólido como la suma de las integrales de volumen de los elementos finitos, por lo que:

$$\int_{Vol} \cdot dv = \sum_{elements} \int_{Vol^e} \cdot dv.$$

Este enfoque puede ser planteado siempre y cuando los límites de integración coincidan con los límites del elemento. Una vez realizado este cálculo, se obtendrán las matrices de los elementos. Estas matrices son ensambladas en matrices globales tal y como se suele hacer en elementos finitos. La primera matriz es obtenida mediante la ecuación de movimiento y las funciones de forma de tal manera que tendremos lo siguiente:

$$\begin{aligned}
2\Omega \int_{Vol^e} \rho \Phi^T \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \Phi}{\partial u_i} \right) dv &= 2\Omega \Phi_{FE}^{eT} \\
&\times \int_{Vol^e} \rho \mathbf{N}^{eT} \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \mathbf{N}^e}{\partial u_i} \right) dv \Phi_{FE}^e,
\end{aligned}$$

Siendo definida \mathbf{V}^e como la correspondiente matriz del elemento, que es:

$$\mathbf{V}^e = \int_{Vol^e} \rho \mathbf{N}^{eT} \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \mathbf{N}^e}{\partial u_i} \right) dv$$

Siguiendo el mismo procedimiento obtendremos las restantes matrices de los elementos:

$$\mathbf{A}^e = \int_{Vol^e} \rho \mathbf{N}^{eT} \left(\sum_j \sum_i \tilde{u}_i \tilde{u}_j \frac{\partial^2 \mathbf{N}^e}{\partial u_i \partial u_j} \right) dv,$$

$$\mathbf{C}^e = \int_{Vol^e} \rho \mathbf{N}^{eT} \left(\sum_{i=1,3} u_i \frac{\partial \mathbf{N}^e}{\partial u_i} \right) dv,$$

$$\mathbf{c}^e = \int_{Vol^e} \rho \mathbf{N}^{eT} \mathbf{E} \mathbf{u} dv.$$

El termino donde aparecer \mathbf{V}^e se puede definir como la fuerza inercial debida a la aceleración de Coriolis que está asociada con la velocidad convectiva, la matriz \mathbf{A}^e está relacionada con la aceleración convectiva, la matriz \mathbf{C}^e está asociada con las fuerzas centrífugas que aparecen tras la deformación del sólido. Finalmente, la matriz columna \mathbf{c}^e será la constante de la fuerza centrífuga. Estas ecuaciones se integrarán numéricamente mediante la cuadratura de Gauss.

La presencia de la segunda derivada en la ecuación de \mathbf{A}^e no garantiza la convergencia de la integral (porque hay continuidad en C^0 entre los elementos finitos del sistema). Sin embargo, la convergencia se podría asegurar si se realiza una integral por partes.

Los términos de las ecuaciones de Lagrange relacionan las fuerzas no conservativas y la energía elástica y son operadas mediante aproximaciones modales estándar (ya que los desplazamientos eulerianos y los desplazamientos virtuales no dependen del tiempo). Las matrices de los elementos son ensambladas en matrices globales y se aplicará la siguiente ecuación de movimiento.

$$\ddot{\mathbf{q}} + 2\Omega \Phi_{FE}^T \mathbf{V} \Phi_{FE} \dot{\mathbf{q}} + (\mathbf{D} + \Omega^2 \Phi_{FE}^T (\mathbf{A} - \mathbf{C}) \Phi_{FE}) \mathbf{q} = \Omega^2 \Phi_{FE}^T \mathbf{c} + \mathbf{Q}$$

Siendo \mathbf{Q} las fuerzas generalizadas y \mathbf{D} una matriz diagonal que contiene el cuadrado de las frecuencias naturales sin amortiguar de los grados de libertad del sólido.

3.3.1.2.5 Cálculo de las tensiones en el eje

La simulación de la interacción vía-eje finalizará en este apartado describiendo el cálculo de las tensiones dinámicas generadas en el eje. Para definir el cálculo de las tensiones en primer lugar deberemos señalar las secciones de interés del eje donde nos interesará conocer sus valores. Estas secciones son escogidas en zonas donde no haya cerca ningún cambio de sección, para así evitar concentradores de tensiones los cuales no pueden ser estudiados de forma óptima con la malla simple que se utiliza para el cálculo.

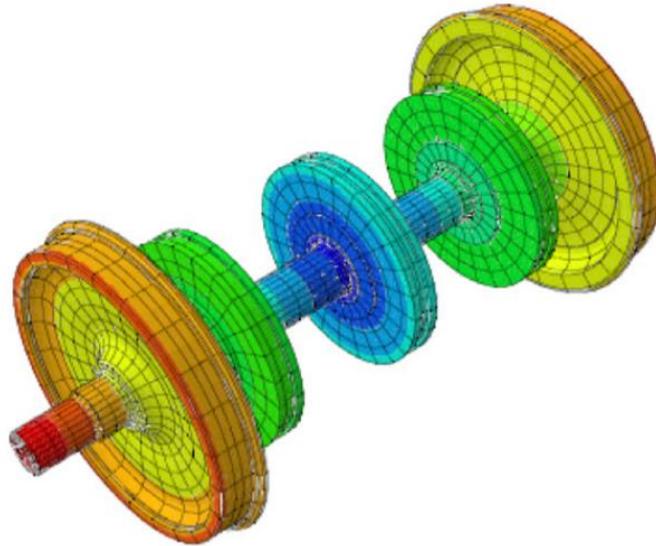


Figura 44. Modelado de elementos finitos del eje flexible

Los resultados obtenidos serán de una sola sección del eje, que se establece a media distancia entre el disco de freno central y uno de los discos de freno laterales.

3.2.2 Modelo del eje flexible en curva:

Pese a que en nuestro modelo usaremos un bogie completo de dos ejes, para simplificar la explicación teórica, expondremos las ecuaciones desde el punto de vista de un único eje, las ecuaciones y teorías que expliquemos a continuación serán extrapolables a un bogie completo.

El efecto de la dinámica de curvatura de baja frecuencia del vehículo completo debe incluirse en el modelo, con el fin de obtener valores medios adecuados para las líneas de arrastre y las fuerzas de contacto, que afectan también a la frecuencia de las ruedas acopladas. Esto se logra prescribiendo las fuerzas aplicadas por la suspensión primaria al eje en el plano vertical y la rotación de guiñada del bogie en la suspensión primaria

3.2.2.1 Ecuaciones de movimiento del eje:

La siguiente figura muestra los ejes de referencia y los vectores usados para describir el movimiento de un eje en una curva, para modelar un eje flexible utilizaremos 2 sistemas de referencia. En primer lugar, tendremos un sistema de referencia inercial, $X_0 Y_0 Z_0$, que estará fijado en un punto aleatorio. En segundo lugar, tendremos otro sistema de referencia que seguirá la trayectoria del conjunto de ruedas $X_T Y_T Z_T$.

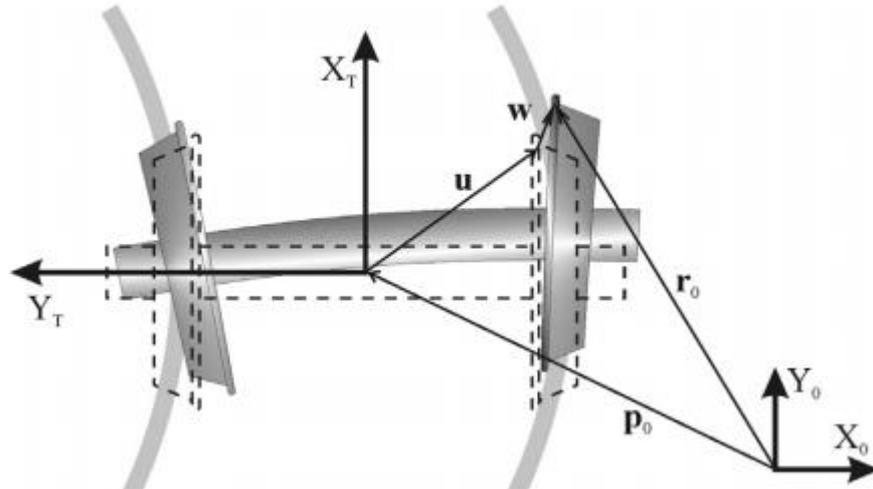


Figura 45. Sistemas de referencia que utiliza el modelo propuesto CIIM

Este sistema de referencia estará centrado en el eje, X_T será paralelo a la velocidad de avance, Y_T paralelo al eje del conjunto de ruedas y Z_T estará en apuntando hacia la caja. Las coordenadas que se implementan en el modelo de ruedas no siguen los puntos materiales del sólido que es el procedimiento más común en Mecánica, si no que están asociados con puntos espaciales (enfoque Euleriano). El vector de posición \mathbf{r}_0 de una partícula de material que está en la posición espacial \mathbf{u} en el instante t para la configuración no deformada se definirá mediante la siguiente fórmula:

$$\mathbf{r}_0 = \mathbf{p}_0 + \mathbf{T}(\mathbf{u} + \mathbf{w}(\mathbf{u}, t)),$$

Donde \mathbf{p}_0 es el vector de posición de la referencia de la trayectoria, \mathbf{w} es el desplazamiento vectorial debido a la deformación elástica y el pequeño desplazamiento del sólido rígido y \mathbf{T} es la matriz de rotación que relaciona la trayectoria de referencia del eje con eje de referencia.

Considerando lo anterior el sistema de coordenadas escogido es tal que la rotación del spin Ω estará contenida en el segundo eje Y_T y la velocidad angular del spin será definida como tensor tal que:

$$\tilde{\Omega} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \Omega \\ 0 & 0 & 0 \\ -\Omega & 0 & 0 \end{bmatrix} = \Omega \mathbf{J}; \text{ and } \mathbf{J} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

La velocidad debida al spin en un cuerpo rígido será:

$$\mathbf{v} = (v_1 \quad v_2 \quad v_3)^T = \tilde{\Omega} \mathbf{u} = \Omega \mathbf{J} \mathbf{u} = \Omega \hat{\mathbf{u}},$$

$$\hat{\mathbf{u}} = (u_3 \quad 0 \quad -u_1)^T$$

La velocidad de una partícula en este sistema de referencia es calculada como la derivada del vector \mathbf{r}_0 en la trayectoria y será:

$$\begin{aligned}\frac{D\mathbf{r}}{Dt} &= \mathbf{T}^T \dot{\mathbf{p}}_0 + \mathbf{T}^T \dot{\mathbf{T}} (\mathbf{u} + \mathbf{w}) + \dot{\mathbf{w}} + \sum_i v_i \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial u_i} + \sum_i v_i \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial u_i} \\ &= \dot{\mathbf{p}} + \tilde{\omega} (\mathbf{u} + \mathbf{w}) + \dot{\mathbf{w}} + \Omega \mathbf{J} \mathbf{u} + \Omega \sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial u_i},\end{aligned}$$

Donde $\dot{\mathbf{p}}$ es la velocidad del centro del eje (expresado en el sistema de referencia $X_0 Y_0 Z_0$) y $\tilde{\omega} = \mathbf{T}^T \dot{\mathbf{T}}$ la velocidad angular de la matriz en sistema de referencia del eje. Las primeras dos velocidades están asociadas con la traslación y rotación del eje respectivamente, $\dot{\mathbf{w}}$ representa la velocidad del punto debido a la flexibilidad, el término $\Omega \mathbf{J} \mathbf{u}$ es la velocidad debida a la rigidez de spin del cuerpo y el último término es la velocidad convectiva asociada con el sistema de coordenadas euleriano.

Con el fin de obtener la expresión de la energía cinética para el eje, se obtiene el cuadrado de la velocidad de la partícula, que será la siguiente:

$$\begin{aligned}\frac{D\mathbf{r}^T}{Dt} \frac{D\mathbf{r}}{Dt} &= \dot{\mathbf{p}}^T \dot{\mathbf{p}} + 2\dot{\mathbf{p}}^T \tilde{\omega} (\mathbf{u} + \mathbf{w}) + 2\Omega \dot{\mathbf{p}}^T \mathbf{J} \mathbf{u} + 2\dot{\mathbf{p}}^T \dot{\mathbf{w}} + 2\Omega \dot{\mathbf{p}}^T \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial u_i} \right) \\ &\quad + (\mathbf{u}^T + \mathbf{w}^T) \tilde{\omega}^T \tilde{\omega} (\mathbf{u} + \mathbf{w}) + 2(\mathbf{u}^T + \mathbf{w}^T) \tilde{\omega}^T \dot{\mathbf{w}} + 2\Omega (\mathbf{u}^T + \mathbf{w}^T) \tilde{\omega}^T \mathbf{J} \mathbf{u} \\ &\quad + 2\Omega \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \mathbf{w}^T}{\partial u_i} \right) \tilde{\omega} (\mathbf{u} + \mathbf{w}) + \dot{\mathbf{w}}^T \dot{\mathbf{w}} + 2\Omega \dot{\mathbf{w}}^T \mathbf{J} \mathbf{u} + 2\Omega \dot{\mathbf{w}}^T \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial u_i} \right) \\ &\quad + \Omega^2 \mathbf{u}^T \mathbf{J}^T \mathbf{J} \mathbf{u} + 2\Omega^2 \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \mathbf{w}^T}{\partial u_i} \right) \mathbf{J} \mathbf{u} + \Omega^2 \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \mathbf{w}^T}{\partial u_i} \right) \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial u_i} \right).\end{aligned}$$

Debido a la geometría de revolución del eje, el vector desplazamiento \mathbf{w} puede ser calculado mediante la superposición de los distintos modos de la trayectoria no giratoria del eje de referencia fijo.

$$\mathbf{w}(\mathbf{u}, t) = \Phi(\mathbf{u}) \mathbf{q}(t),$$

Donde $\Phi(\mathbf{u})$ es la matriz de funciones de forma de modo del conjunto de ruedas libre y $\mathbf{q}(t)$ es la coordenada Euleriana-modal descrita como un vector. Los pequeños desplazamientos rígidos del cuerpo del sólido se consideran en este enfoque a través de los de los cuerpos rígidos del conjunto de ruedas. Debe señalarse que las funciones de forma de modo no dependen del tiempo puesto que la rotación del sólido no cambia las funciones de formas de modo en coordenadas espaciales, debido a la simetría axial del conjunto de ruedas. Se han considerado 200 modos de vibración del conjunto de ruedas, cubriendo una gama de frecuencias de hasta 4,3 kHz, para obtener resultados precisos en el rango de validez del modelo de pista, que es de hasta 1,5 kHz. Debe tenerse en cuenta que el conjunto de ruedas es un sólido muy rígido, por consiguiente, se requieren pocos modos por encima de la frecuencia máxima de estudio para minimizar los errores debido al truncamiento modal.

Aplicando esta última expresión en las halladas anteriormente podremos hallar la energía cinética de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
E_K &= \frac{1}{2} \int_{\text{vol}} \frac{\mathbf{D}\mathbf{r}^T}{Dt} \frac{\mathbf{D}\mathbf{r}}{Dt} \rho dv = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{p}}^T \dot{\mathbf{p}} m_w + \dot{\mathbf{p}}^T \tilde{\omega} \int_{\text{vol}} \rho \mathbf{u} dv + \dot{\mathbf{p}}^T \tilde{\omega} \int_{\text{vol}} \rho \Phi dv \mathbf{q} + \Omega \dot{\mathbf{p}}^T \mathbf{J} \int_{\text{vol}} \rho \mathbf{u} dv \\
&\quad + \dot{\mathbf{p}}^T \int_{\text{vol}} \rho \Phi dv \dot{\mathbf{q}} + \Omega \dot{\mathbf{p}}^T \int_{\text{vol}} \rho \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \Phi}{\partial u_i} \right) dv \mathbf{q} + \frac{1}{2} \int_{\text{vol}} \rho \mathbf{u}^T \tilde{\omega}^T \tilde{\omega} \mathbf{u} dv \\
&\quad + \int_{\text{vol}} \rho \mathbf{u}^T \tilde{\omega}^T \tilde{\omega} \Phi dv \mathbf{q} + \frac{1}{2} \mathbf{q}^T \int_{\text{vol}} \rho \Phi^T \tilde{\omega}^T \tilde{\omega} \Phi dv \mathbf{q} + \int_{\text{vol}} \rho \mathbf{u}^T \tilde{\omega}^T \Phi dv \dot{\mathbf{q}} \\
&\quad + \mathbf{q}^T \int_{\text{vol}} \rho \Phi^T \tilde{\omega}^T \Phi dv \dot{\mathbf{q}} + \Omega \int_{\text{vol}} \rho \mathbf{u}^T \tilde{\omega}^T \mathbf{J} \mathbf{u} dv + \Omega \mathbf{q}^T \int_{\text{vol}} \rho \Phi^T \tilde{\omega}^T \mathbf{J} \mathbf{u} dv \\
&\quad + \Omega \mathbf{q}^T \int_{\text{vol}} \rho \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \Phi^T}{\partial u_i} \right) \tilde{\omega} \mathbf{u} dv + \Omega \mathbf{q}^T \int_{\text{vol}} \rho \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \Phi^T}{\partial u_i} \right) \tilde{\omega} \Phi dv \mathbf{q} \\
&\quad + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \dot{\mathbf{q}} + \Omega \dot{\mathbf{q}}^T \int_{\text{vol}} \rho \Phi^T \mathbf{J} \mathbf{u} dv + \Omega \dot{\mathbf{q}}^T \int_{\text{vol}} \rho \Phi^T \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \Phi}{\partial u_i} \right) dv \mathbf{q} \\
&\quad + \frac{1}{2} \Omega^2 \int_{\text{vol}} \rho \mathbf{u}^T \mathbf{E} \mathbf{u} dv + \Omega^2 \mathbf{q}^T \int_{\text{vol}} \rho \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \Phi^T}{\partial u_i} \right) \mathbf{J} \mathbf{u} dv \\
&\quad + \frac{1}{2} \Omega^2 \mathbf{q}^T \int_{\text{vol}} \rho \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \Phi^T}{\partial u_i} \right) \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \Phi}{\partial u_i} \right) dv \mathbf{q}.
\end{aligned}$$

Una vez conocida la energía cinética, los 2 términos lagrangianos de la ecuación serán desarrollados de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
\left(\frac{\partial E_K}{\partial \mathbf{q}} \right)^T &= \int_{\text{vol}} \rho \Phi^T dv \tilde{\omega}^T \dot{\mathbf{p}} + \Omega \int_{\text{vol}} \rho \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \Phi^T}{\partial u_i} \right) dv \dot{\mathbf{p}} + \int_{\text{vol}} \rho \Phi^T \tilde{\omega}^T \tilde{\omega} \mathbf{u} dv \\
&\quad + \int_{\text{vol}} \rho \Phi^T \tilde{\omega}^T \tilde{\omega} \Phi dv \mathbf{q} + \int_{\text{vol}} \rho \Phi^T \tilde{\omega}^T \Phi dv \dot{\mathbf{q}} + \Omega \int_{\text{vol}} \rho \Phi^T \tilde{\omega}^T \mathbf{J} \mathbf{u} dv \\
&\quad + \Omega \int_{\text{vol}} \rho \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \Phi^T}{\partial u_i} \right) \tilde{\omega} \mathbf{u} dv + \Omega \int_{\text{vol}} \rho \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \Phi^T}{\partial u_i} \right) \tilde{\omega} \Phi dv \mathbf{q} \\
&\quad + \Omega \int_{\text{vol}} \rho \Phi^T \tilde{\omega}^T \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \Phi}{\partial u_i} \right) dv \mathbf{q} + \Omega \int_{\text{vol}} \rho \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \Phi^T}{\partial u_i} \right) \Phi dv \dot{\mathbf{q}} \\
&\quad + \Omega^2 \int_{\text{vol}} \rho \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \Phi^T}{\partial u_i} \right) \mathbf{J} \mathbf{u} dv + \Omega^2 \int_{\text{vol}} \rho \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \Phi^T}{\partial u_i} \right) \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \Phi}{\partial u_i} \right) dv \mathbf{q}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{D}{Dt} \left(\frac{\partial E_K}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right)^T &= \int_{\text{vol}} \rho \Phi^T dv \ddot{\mathbf{p}} + \int_{\text{vol}} \rho \Phi^T \dot{\tilde{\omega}} \mathbf{u} dv + \int_{\text{vol}} \rho \Phi^T \dot{\tilde{\omega}} \Phi dv \mathbf{q} + \int_{\text{vol}} \rho \Phi^T \tilde{\omega} \Phi dv \dot{\mathbf{q}} \\
&+ \ddot{\mathbf{q}} + \Omega \int_{\text{vol}} \rho \Phi^T \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \Phi}{\partial u_i} \right) dv \dot{\mathbf{q}} + \Omega \int_{\text{vol}} \rho \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \Phi^T}{\partial u_i} \right) dv \dot{\mathbf{p}} \\
&+ \Omega \int_{\text{vol}} \rho \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \Phi^T}{\partial u_i} \right) \tilde{\omega} \mathbf{u} dv + \Omega \int_{\text{vol}} \rho \Phi^T \tilde{\omega} \mathbf{J} \mathbf{u} dv \\
&+ \Omega \int_{\text{vol}} \rho \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \Phi^T}{\partial u_i} \right) \tilde{\omega} \Phi dv \mathbf{q} + \Omega \int_{\text{vol}} \rho \Phi^T \tilde{\omega} \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \Phi}{\partial u_i} \right) dv \mathbf{q} \\
&+ \Omega^2 \int_{\text{vol}} \rho \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \Phi^T}{\partial u_i} \right) \mathbf{J} \mathbf{u} dv - \Omega^2 \int_{\text{vol}} \rho \Phi^T \mathbf{E} \mathbf{u} dv \\
&+ \Omega^2 \int_{\text{vol}} \rho \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \Phi^T}{\partial u_i} \right) \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \Phi}{\partial u_i} \right) dv \mathbf{q} - \Omega^2 \int_{\text{vol}} \rho \Phi^T \left(\sum_{i=1,3} u_i \frac{\partial \Phi}{\partial u_i} \right) dv \mathbf{q} \\
&+ \Omega^2 \int_{\text{vol}} \rho \Phi^T \left(\sum_i \sum_j \tilde{u}_i \tilde{u}_j \frac{\partial^2 \Phi}{\partial u_i \partial u_j} \right) dv \mathbf{q},
\end{aligned}$$

Siendo $\mathbf{E} = -\mathbf{J}\mathbf{J}$ que será una matriz de ceros de 3x3 excepto en el término 1x1 y el 3x3 que llevarán un uno. La ecuación de movimiento del conjunto de ruedas flexible y giratorio se obtiene por medio de la ecuación de Lagrange. Considerando el desarrollo anterior) y teniendo en cuenta que la matriz $\tilde{\omega}$ es anti-simétrica, se obtiene la siguiente ecuación: debido al truncamiento modal.

$$\begin{aligned}
&\ddot{\mathbf{q}} + \left[2 \Omega \int_{\text{vol}} \rho \Phi^T \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \Phi}{\partial u_i} \right) dv + 2 \int_{\text{vol}} \rho \Phi^T \tilde{\omega} \Phi dv \right] \dot{\mathbf{q}} \\
&+ \left[\Omega^2 \int_{\text{vol}} \rho \Phi^T \left(\sum_i \sum_j \tilde{u}_i \tilde{u}_j \frac{\partial^2 \Phi}{\partial u_i \partial u_j} \right) dv - \Omega^2 \int_{\text{vol}} \rho \Phi^T \left(\sum_{i=1,3} u_i \frac{\partial \Phi}{\partial u_i} \right) dv \right. \\
&+ \left. 2 \Omega \int_{\text{vol}} \rho \Phi^T \tilde{\omega} \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \Phi}{\partial u_i} \right) dv + \int_{\text{vol}} \rho \Phi^T \dot{\tilde{\omega}} \Phi dv - \int_{\text{vol}} \rho \Phi^T \tilde{\omega}^T \tilde{\omega} \Phi dv \right] \mathbf{q} \\
&= \Omega^2 \int_{\text{vol}} \rho \Phi^T \mathbf{E} \mathbf{u} dv - 2 \Omega \int_{\text{vol}} \rho \Phi^T \tilde{\omega} \mathbf{J} \mathbf{u} dv - \int_{\text{vol}} \rho \Phi^T \dot{\tilde{\omega}} \mathbf{u} dv \\
&+ \int_{\text{vol}} \rho \Phi^T \tilde{\omega}^T \tilde{\omega} \mathbf{u} dv - \int_{\text{vol}} \rho \Phi^T dv \mathbf{T}^T \ddot{\mathbf{p}}_0 + \mathbf{Q}.
\end{aligned}$$

Las propiedades modales se calculan a partir de un modelo de elementos finitos (FE), por lo que es adecuado utilizar la metodología FE para calcular la ecuación del movimiento numéricamente. Las funciones de forma de modo se obtienen en el elemento e-ésimo de la malla FE como sigue:

$$\Phi(\mathbf{u}) = \mathbf{N}^e(\mathbf{u}) \Phi_{FE}^e,$$

Donde $\mathbf{N}^e(\mathbf{u})$ es la matriz de funciones de base del elemento e-ésimo y Φ_{FE}^e las formas de modo calculadas en los nodos del e-ésimo elemento a través del modelo FE. Este enfoque permite obtener las matrices de la ecuación de movimiento por medio de las matrices de los elementos. Estas Las matrices tienen que ser ensambladas en matrices globales siguiendo la técnica de montaje estándar de FE. La primera matriz se obtiene mediante el enfoque de la ecuación anterior y se desarrolla tal que así:

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{V}} &= \int_{\text{vol}} \rho \Phi^T \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \Phi}{\partial u_i} \right) dv = \sum_{e=1}^{n_e} \int_{\text{vol}^e} \rho \Phi_{FE}^e T \mathbf{N}^{eT} \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \mathbf{N}^e}{\partial u_i} \right) \Phi_{FE}^e dv \\ &= \Phi_{FE}^T \left(\sum_{e=1}^{n_e} \int_{\text{vol}^e} \rho \mathbf{N}^{eT} \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \mathbf{N}^e}{\partial u_i} \right) dv \right) \Phi_{FE},\end{aligned}$$

Donde n_e es el número de elementos en la malla del FE, vol es el volumen del sólido indeformado y vol^e es el volumen de los e-ésimos elementos.

Definimos los e-ésimos elementos de la matriz \mathbf{V}^e como:

$$\mathbf{V}^e = \int_{\text{vol}^e} \rho \mathbf{N}^{eT} \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \mathbf{N}^e}{\partial u_i} \right) dv$$

De la expresión anterior podremos obtener su expresión compacta $\tilde{\mathbf{V}}$:

$$\tilde{\mathbf{V}} = \Phi_{FE}^T \left(\sum_{e=1}^{n_e} \mathbf{V}^e \right) \Phi_{FE}$$

Siguiendo el mismo procedimiento podremos obtener todas las matrices de las ecuaciones de movimiento, resultando finalmente la siguiente ecuación general del movimiento para un eje en curva:

$$\ddot{\mathbf{q}} + (2 \Omega \tilde{\mathbf{V}} + 2 \tilde{\mathbf{P}}) \dot{\mathbf{q}} + (\Omega^2 (\tilde{\mathbf{A}} - \tilde{\mathbf{C}}) + 2 \Omega \tilde{\mathbf{S}} + \tilde{\mathbf{R}} - \tilde{\mathbf{B}} + \tilde{\mathbf{D}}) \mathbf{q} = \Omega^2 \tilde{\mathbf{c}} - 2 \Omega \tilde{\mathbf{U}} - \tilde{\mathbf{H}} + \tilde{\mathbf{N}} - \tilde{\mathbf{G}} + \mathbf{Q}_c + \mathbf{Q}_s.$$

Donde:

- Las matrices $\tilde{\mathbf{V}}$ y $\tilde{\mathbf{P}}$ están asociadas con la fuerza de inercia debida a la aceleración de Coriolis originada por la rotación del eje y al trazado de la vía
- La matriz $\tilde{\mathbf{A}}$ está relacionada con la fuerza debida a la aceleración convectiva
- $\tilde{\mathbf{C}}$ es la matriz de rigidez relacionada con la fuerza centrífuga
- $\tilde{\mathbf{S}}$ es la matriz que introduce la fuerza inercial debida a la aceleración convectiva y la velocidad angular sobre la vía
- La matriz $\tilde{\mathbf{R}}$ tiene en cuenta la fuerza debida a la aceleración tangencial del eje que está asociado a la configuración deformada
- La matriz $\tilde{\mathbf{B}}$ considera el efecto centrífugo debido a la deformación del sólido que está asociado con la rotación del eje
- $\tilde{\mathbf{D}}$ es la matriz de rigidez modal del eje, su diagonal está formada por las raíces cuadradas de las frecuencias naturales sin amortiguar del cuerpo libre del eje

- $\tilde{\mathbf{c}}$ es el vector de fuerza modal debido al efecto centrífugo asociado con la rotación del eje en su configuración indeformada
- $\tilde{\mathbf{U}}$ es el vector que contiene las constantes de las fuerzas asociadas con el efecto Coriolis
- $\tilde{\mathbf{H}}$ es el vector que tiene en cuenta las fuerzas debidas a la aceleración tangencial del eje asociado con la configuración indeformada
- $\tilde{\mathbf{N}}$ es un vector de fuerzas generalizado de las fuerzas centrífugas de rotación relacionadas con el eje
- $\tilde{\mathbf{G}}$ es un vector que tiene en cuenta los efectos centrífugos debidos a la traslación del eje
- Los vectores \mathbf{Q}_c y \mathbf{Q}_s contienen las fuerzas generalizadas que actúan en el eje flexible, respecto las fuerzas contacto rueda carril que actúan en la zona de contacto y que también son aplicadas desde la suspensión primaria

3.2.2.2 Condiciones de contorno:

Mientras transcurre una curva, el conjunto de ruedas desarrolla valores de estado estacionario de deslizamiento y fuerzas de contacto que son sustancialmente diferentes en función del tipo de vía que se está ejecutando. Debido a la no linealidad del contacto entre la rueda y el carril, estas fuerzas de contacto en estado estacionario y estos deslizamientos afectan fuertemente la dinámica de la trayectoria del conjunto de ruedas acoplada en toda la gama de frecuencias abordada por el estudio y por lo tanto deben tenerse en cuenta en el procedimiento de la simulación numérica. También vale la pena notar que el acoplamiento elástico de diferentes ruedas en el vehículo, normalmente a través de las suspensiones primarias y el bastidor del bogie, afecta a las fuerzas de contacto en estado estacionario y a los deslizamientos.

Para asegurar que las fuerzas de contacto y los deslizamientos están correctamente inicializadas, las fuerzas iniciales en el estado estacionario serán aplicadas sobre el conjunto de ruedas en el bogie través de la suspensión primaria a lo largo de los ejes Z_T e Y_T de coordenadas que van sobre eje. Se prescriben en la ecuación general para que coincida con los valores obtenidos en la simulación de baja frecuencia: de este modo, la componente Z_T en régimen permanente de las fuerzas de contacto sobre las dos ruedas y la suma de las fuerzas de contacto en estado estacionario a lo largo del eje Y_T son reproducidas correctamente por el modelo flexible del eje-pista. Además, la rigidez longitudinal de la suspensión primaria se introduce en la ecuación general y los desplazamientos longitudinales (dirigidos a lo largo del eje X_T) del bogie en la suspensión primaria se prescriben para que coincidan con los valores obtenidos a partir de la simulación de baja frecuencia. De este modo, las fuerzas longitudinales y laterales de fluencia en estado estacionario sobre ambas ruedas se inicializan correctamente en el modelo de alta frecuencia.

Todas las condiciones de contorno descritas anteriormente se aplican en el modelo de conjunto de ruedas flexible de la ecuación general configurando apropiadamente los términos en vector \mathbf{Q}_s . Éstas consisten en las fuerzas generalizadas asociadas con las coordenadas modales de las fuerzas concentradas aplicadas en los asientos de la caja del eje, definidas como se ha explicado anteriormente en esta sección.

3.3.3 Modelo de Vía:

El modelo de vía se ha adoptado consiste en una curva con radio constante en la cual habrá previamente una transición, por lo que se pasará por una recta, una curva de radio constante que irá variando progresivamente desde infinito (radio de la recta) hasta el radio de curva en el que queremos trabajar, todo esto deberemos definirlo en el código interno del programa.

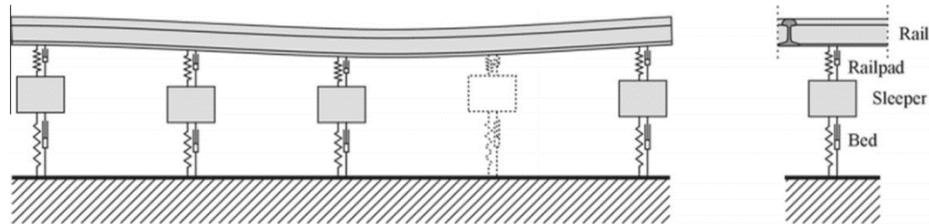


Figura 46. Modelo de la vía

El enfoque adopta una técnica de subestructuración donde los carriles y los durmientes se tratan por separado. Los carriles son modelados como vigas de Timoshenko, incluyendo deformaciones de flexión en direcciones verticales / laterales, así como deformaciones de torsión como se aprecia en la figura 46. Dado que el modelo se dirige a curvas con radio en el rango de cientos de metros o más, la curvatura de los carriles se descuida en la formulación del haz.

La vibración del carril se introduce en términos de superposición modal para el carril sin restricciones con condiciones de límite cíclico, resultando por lo tanto en un conjunto de ecuaciones de diferenciales ordinarias de grado desacopladas. El modelo de carril basado en un único haz de Timoshenko es válido hasta 1,5 kHz para la vibración del carril lateral y hasta 2 kHz en la vertical para la vibración vertical. Dado que la vibración del carril lateral es importante para la interacción de la trayectoria del eje en la curva, se supone que el rango de frecuencia de validez para el modelo de la pista es de aproximadamente 1,5 kHz. Con el fin de minimizar los errores causados por el truncamiento modal, se consideraron todos los modos de vibración de los carriles que estén por debajo de 8 kHz.

Los soportes de carril discretos se introducen en forma de sistemas de parámetros agrupados. Las almohadillas del carril se modelan como elementos visco elásticos aglomerados que generan las fuerzas de interacción entre los carriles y las traviesas, son representadas como masas agrupadas.

La dinámica del balastro se descuida aquí, no siendo relevante para el comportamiento dinámico del eje, pero la rigidez equivalente del balastro y el amortiguamiento son contabilizados por medio del resorte y de los elementos conectados a los asientos.

Los desplazamientos laterales y verticales del eje del carril son:

$$w^y(x, t) = \sum_r W_r^y(x) q_r^y(t),$$

$$w^z(x, t) = \sum_r W_r^z(x) q_r^z(t),$$

Y la rotación y torsión de la sección transversal del carril será:

$$\psi^x(x, t) = \sum_r \Psi_r^x(x) q_r^x(t),$$

$$\psi^y(x, t) = \sum_r \Psi_r^y(x) q_r^y(t),$$

$$\psi^z(x, t) = \sum_r \Psi_r^z(x) q_r^z(t),$$

Donde $W_r^y(x)$, $W_r^z(x)$, $\Psi_r^x(x)$, $\Psi_r^y(x)$ y $\Psi_r^z(x)$ son las funciones modales de la viga periódica de Timoshenko y $q_r^x(t)$, $q_r^y(t)$ y $q_r^z(t)$ son las coordenadas modales asociadas con la torsión y con las vibraciones laterales y verticales respectivamente.

El resultado de la ecuación de movimiento para el modelo de vía en coordenadas modales tendrá la siguiente forma:

$$\ddot{q}_r + 2 \xi_r \omega_r \dot{q}_r + \omega_r^2 q_r = f_r,$$

Siendo ω_r la frecuencia sin amortiguamiento y ξ_r el coeficiente de amortiguamiento modal. Las fuerzas modales f_r son calculadas mediante las fuerzas de contacto entre el rail y el eje.

De esta manera, los desplazamientos del carril en el punto de contacto se pueden evaluar a partir de los desplazamientos y rotaciones del eje del carril como sigue:

$$\mathbf{x}_{r,j} = \mathbf{E}_j (w_j^y \quad w_j^z \quad \psi_j^x \quad \psi_j^y \quad \psi_j^z)^T,$$

Donde $\mathbf{x}_{r,j}$ es el vector de los desplazamientos en los puntos de contacto en el rail y \mathbf{E}_j describe los desplazamientos en el rail y los puntos de contacto

El modelo de las fuerzas de contacto rueda-rail:

La ecuación general y la ecuación de comportamiento modal se acoplan mediante las fuerzas de contacto de la rueda-carril, que pueden definirse como una función de las coordenadas modales \mathbf{q} de las ruedas y sus derivadas de tiempo $\dot{\mathbf{q}}$ de los desplazamientos \mathbf{x}_r de la pista junto con sus derivadas temporales $\dot{\mathbf{x}}_r$. El cálculo de las fuerzas de contacto se realiza dentro de la integración de las etapas de movimiento del eje para el conjunto de ruedas y la pista. En primer lugar, se determina el movimiento (posición y velocidad) de los puntos de contacto sobre las superficies de la rueda y del carril, se calculan las fuerzas normales y tangenciales del contacto rueda-carril en función del movimiento relativo del carril en el punto de contacto. Las fuerzas en el vehículo y las coordenadas de la pista se definen sobre la base del principio del trabajo virtual.

Contacto cinemático:

Usando el principio de superposición modal, los vectores $\mathbf{r}_{w,j}$ del desplazamiento en el punto de contacto del eje (con $j=1,2$ representando izquierda y derecha del eje) se desarrollarán como:

$$\mathbf{r}_{w,j} = \Phi(\mathbf{u}_{w,j}) \mathbf{q}(t) + \mathbf{r}_{w,j}^{(irr)}(t),$$

con \mathbf{u}_{wj} la posición de del punto de contacto en el eje y $\mathbf{r}_{wj}^{(irr)}(t)$ un vector que explica el efecto de la rueda fuera de redondez, que se define como una función periódica del tiempo. De la misma manera, los vectores "velocidad material" $\dot{\mathbf{r}}_{wj}^{(M)}$ de la rueda en el punto de contacto, indican la velocidad del punto material en cada rueda instantáneamente en contacto con el raíl y se definen como:

$$\dot{\mathbf{r}}_{wj}^{(M)} = \Phi(\mathbf{u}_{wj}) \dot{\mathbf{q}}(t) + \Omega \left(\sum_i \tilde{u}_i \frac{\partial \Phi}{\partial u_i} \right) \mathbf{q}(t).$$

Los desplazamientos del carril de la parte izquierda y derecha \mathbf{r}_{rj} , son obtenidos siguiendo la siguiente expresión:

$$\mathbf{r}_{rj} = \mathbf{X}_{rj}(t) + \mathbf{r}_{rj}^{(irr)}(t),$$

Donde $\mathbf{r}_{rj}^{(irr)}(t)$ es un vector que explica el efecto de las imperfecciones geométricas en la pista debido a la irregularidad ya la rugosidad del carril, mientras que la velocidad del material de los carriles en los puntos de contacto se calcula como:

$$\dot{\mathbf{r}}_{rj}^{(M)} = \dot{\mathbf{x}}_{rj}^{(M)} = \mathbf{E}_j (\dot{w}_j^y \quad \dot{w}_j^z \quad \dot{\psi}_j^x \quad \dot{\psi}_j^y \quad \dot{\psi}_j^z)^T + V \mathbf{E}_j \frac{\partial}{\partial x} (w_j^y \quad w_j^z \quad \psi_j^x \quad \psi_j^y \quad \psi_j^z)^T,$$

Siendo V la velocidad del eje de ruedas.

3.2.4 Cálculo de las fuerzas de contacto entre rueda-carril:

El modelo de contacto rueda-carril utilizado para reproducir el acoplamiento dinámico entre el vehículo y la pista es un pretablado, multi-hertziano. Antes de la simulación, la geometría del contacto de la rueda-carril se procesa a partir de los perfiles medidos o teóricos de la rueda y del carril y los parámetros del contacto requeridos para calcular las fuerzas del contacto de la rueda-carril se almacenan en una tabla del contacto. De acuerdo con este procedimiento, el cambio en la posición del punto de contacto debido a la deformación instantánea del conjunto de ruedas es descuidado en el cálculo de las fuerzas de contacto. Esta simplificación se justifica porque la magnitud de la deformación elástica de la rueda (en el orden de $1-10 \cdot 10^{-5}$ m) es mucho menor que el movimiento lateral rígido del conjunto de ruedas respecto a la pista, que está entre $5 \cdot 10^{-3}$ y 10^{-2} m, dependiendo del ancho de vía, perfiles de carril, perfil de rueda.

Un enfoque alternativo sería calcular la posición del punto de contacto y los parámetros de contacto en cada paso de tiempo de la integración numérica, considerando también la deformación del eje. Sin embargo, este enfoque implicaría un cálculo mucho más intensivo de la CPU, mientras que el objetivo de este trabajo es mantener el esfuerzo computacional lo más bajo posible, manteniendo en el modelo los principales efectos de la flexibilidad del eje para el problema estudiado.

Los parámetros almacenados en la tabla de contacto son el ángulo de contacto, la variación del radio de rodadura de la rueda con respecto a la nominal, las curvaturas de los perfiles de rueda y carril en la zona del punto de contacto y una distancia no deformada igual a cero para el punto de contacto geométrico y mayor que cero para los otros puntos de contacto potenciales.

Con el fin de calcular las fuerzas de contacto en el instante t , se calcula el desplazamiento lateral relativo del carril de rueda y se interpolan las tablas de contactos, encontrándose los parámetros de contacto para uno o más puntos de contacto de potencial de carril de rueda. Entonces, para cada i -ésimo punto de contacto potencial de la pareja de rueda-carril j -ésimo se soluciona el denominado "problema normal". Para ello, la penetración se calcula proyectando los desplazamientos relativos del carril de la rueda en el punto de contacto a lo largo de la dirección normal al plano de contacto, que se define por el parámetro de ángulo de contacto en la tabla de contacto. Para considerar el cambio con el tiempo de la dirección normal, la penetración se calcula de acuerdo con una definición incremental, de modo que la penetración $p_{ij}^{(t)}$ donde t se define como la suma de la penetración en el paso anterior $t-\Delta t$ más la penetración incremento.

$$p_{ij}^{(t)} = p_{ij}^{(t-\Delta t)} + \mathbf{n}_i^T ((\mathbf{r}_{wj}^{(t)} - \mathbf{r}_{wj}^{(t-\Delta t)}) - (\mathbf{r}_{rj}^{(t)} - \mathbf{r}_{rj}^{(t-\Delta t)})) - (\delta_{ij}^{(t)} - \delta_{ij}^{(t-\Delta t)}),$$

Donde \mathbf{n}_i es el vector que define la dirección normal para el contacto i -ésimo, δ_{ij} es la distancia invariable i -ésimo para el contacto del j -ésimo rueda-carril y los subíndices (t) y $(t-\Delta t)$ definen las cantidades evaluadas en momento actual y el paso anterior.

La fuerza normal $N_{ij}^{(t)}$ es definida como una función de la penetración elástica acorde con la formulación de Hertz usando las curvaturas del perfil que son recuperadas de la tabla de contacto.

$$\begin{cases} N_{ij}^{(t)} = 0 & \text{if } p_{ij}^{(t)} \leq 0 \\ N_{ij}^{(t)} = C_{ij} (p_{ij}^{(t)})^{3/2} & \text{if } p_{ij}^{(t)} > 0 \end{cases}$$

Las fuerzas de contacto son definidas como una función de los deslizamientos, acorde con la formula heurística de Shen, los deslizamientos longitudinales y transversales, ε_{Lij} y ε_{Tij} respectivamente son computadas como:

$$\varepsilon_{Lij} = \frac{\mathbf{l}_i^T (\dot{\mathbf{r}}_{wj}^{(M)} - \dot{\mathbf{r}}_{rj}^{(M)})}{V} - \frac{\Delta R_{ij}}{R_0} + \frac{s}{R_0} (-1)^j,$$

$$\varepsilon_{Tij} = \frac{\mathbf{t}_i^T (\dot{\mathbf{r}}_{wj}^{(M)} - \dot{\mathbf{r}}_{rj}^{(M)})}{V} - \sigma_j \cos(\gamma_j),$$

Con \mathbf{l}_i y \mathbf{t}_i los vectores que definen la dirección longitudinal y transversal para el i -ésimo contacto, R_0 el radio de la curva, V la velocidad del eje, ΔR_{ij} la variación del radio de balanceo para el punto de contacto considerado, σ_j el ángulo de ataque de la rueda, s media distancia entre los círculos nominales de la rueda y γ_j el ángulo de contacto de la rueda en el punto de contacto real.

Finalmente, las fuerzas normales y de fluencia obtenidas en cada punto de contacto i -ésimo de rueda-riel se proyectan a lo largo del eje de trayectoria $\mathbf{X}_T \mathbf{Y}_T \mathbf{Z}_T$ y se suman sobre todos los contactos activos que ocurren en el mismo par de carriles de rueda y los componentes de las

fuerzas de contacto resultantes a lo largo de las coordenadas modales q se derivan por aplicación estándar del principio de trabajo virtual, proporcionando el vector Q_c .

3.3.5 Metodología El modelo propuesto CIIM

La metodología con El modelo propuesto CIIM no es realizada por el alumno si no que todo cálculo realizado con este programa será realizado por el profesor José Martínez y esto es debido diversos motivos.

- El modelo propuesto CIIM está desarrollado mediante el programa matemático Matlab y no es un programa comercial por lo que su uso puede resultar verdaderamente complejo, debido a la cantidad de líneas de código y variables que utiliza. Es necesario conocer todo el código a la perfección para poder usarlo
- Debido a esta complejidad en su código consta de un coste computacional altísimo, por lo que un ordenador ordinario no podría realizar un cálculo sencillo en menos de una semana.

Debido a esto solo se trabajará con resultados directamente en forma de vectores los cuales habrá que pasar por Matlab para representarlos gráficamente frente a los resultados de Adams.

3.3.6. Metodología con Matlab

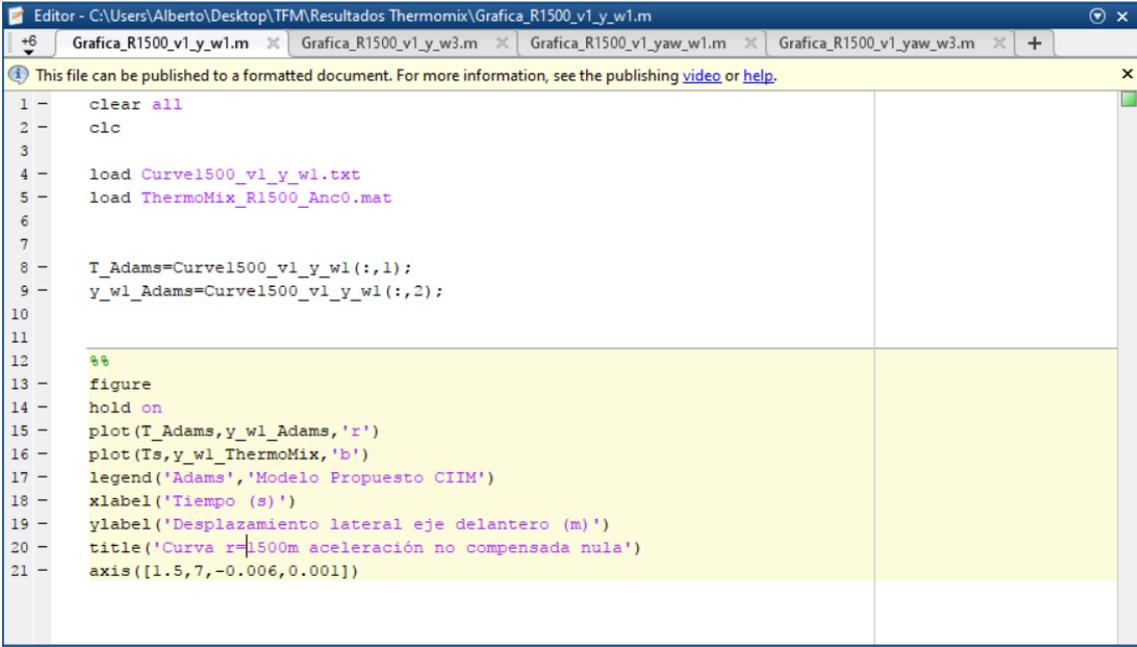
Una vez tenemos los resultados en ADAMS/Rail en el modelo propuesto CIIM será necesario realizar una pequeña en Matlab para poder comparar los resultados de las 2 herramientas. Para ello deberemos extraer las gráficas generadas por ADAMS/Rail en forma de tabla, con los valores de desplazamiento lateral del eje y de ángulo de ataque en una columna y en otra columna el tiempo en el cual se da cada valor anterior.

Realizar esto no es una tarea compleja tras haber realizado la simulación correspondiente, simplemente entrando en la pestaña de Postprocessing Window de Adams Rail, generaremos la gráfica de los valores necesario y a continuación entrando en la pestaña View tendremos una opción para extraer estos valores en forma de tabla en formato std.

Esto nos generara un archivo con todos los datos el cual se puede abrir con el clásico block de notas de Windows. Si lo abrimos podremos apreciar que la primera fila es una frase explicando que son los datos de la misma hoja, es necesario borrar esta línea de texto para que Matlab pueda trabajar correctamente con este archivo, será necesario que nuestro archivo solo contenga números.

En cuanto a los resultados de El modelo propuesto CIIM es posible que el procedimiento sea algo más complejo sin embargo al ser realizados estos cálculos por el profesor José Martínez simplemente nos facilitará un archivo punto mat en el cual viene los datos formados por dos vectores uno de ellos el tiempo y otro el valor a estudiar.

Una vez que tenemos los dos valores de los dos programas hay que realizar una pequeña rutina con Matlab como la que se muestra a continuación



```

1 - clear all
2 - clc
3
4 - load Curve1500_v1_y_w1.txt
5 - load ThermoMix_R1500_Anc0.mat
6
7
8 - T_Adams=Curve1500_v1_y_w1(:,1);
9 - y_w1_Adams=Curve1500_v1_y_w1(:,2);
10
11
12 %%
13 - figure
14 - hold on
15 - plot(T_Adams,y_w1_Adams,'r')
16 - plot(Ts,y_w1_ThermoMix,'b')
17 - legend('Adams','Modelo Propuesto CIIM')
18 - xlabel('Tiempo (s)')
19 - ylabel('Desplazamiento lateral eje delantero (m)')
20 - title('Curva r=1500m aceleración no compensada nula')
21 - axis([1.5,7,-0.006,0.001])

```

Figura 47. Rutina de Matlab necesaria para comparar los resultados

En la primera parte borramos todos los valores anteriores ya que realizaremos muchas gráficas que tendrán varias variables con el mismo nombre. A continuación, preparamos los vectores de cada herramienta una será punto mat y el otro un bloc de notas de Windows.

Por último, solo habrá que representar conjuntamente las dos gráficas, darles un nombre y un color a cada una para diferenciarlas fácilmente, darles un nombre adecuado a los ejes y es coger unos valores en los cuales se aprecien de la mejor posible ambas gráficas.

4. Resultados:

Para realizar la validación de nuestro programa el modelo propuesto CIIM como se ha explicado en otros apartados utilizaremos el programa comercial ADAMS/Rail utilizaremos un modelo similar al del Benchmark. Para asegurarnos de los resultados son fiables trabajaremos con diferentes escenarios de curva.

Usaremos dos tracks distintos para crear 2 curvas, una de un radio de 1500m y otra de un radio de 2500m, con las siguientes características que se muestran en la tabla inferior.

Radio de la curva (m)	Longitud de recta (m)	Longitud de la transición (m)	Longitud de la curva (m)	Peralte (mm)
1500	75	55	375	50
2500	85	25	430	20

Tabla 2. Escenarios de curvas

Emplearemos dos velocidades diferentes para cada curva de tal forma que generemos en una aceleración compensada debida al peralte de 0 m/s^2 y $0,6 \text{ m/s}^2$. Los valores de las velocidades se muestran en la tabla inferior. También se indica la deficiencia del peralte que es el peralte extra necesario para conseguir una aceleración compensada nula, como la aceleración compensada máxima es de $0,6 \text{ m/s}^2$ la deficiencia de peralte máxima será similar en las dos curvas.

Radio de la curva (m)	Velocidad (km/h)	Deficiencia de peralte (mm)	Aceleración compensada (m/s^2)
1500	79,73	0	0
1500	134,3635	92	0,6
2500	65,0993	0	0
2500	153,8763	92	0,6

Tabla 3. Velocidades de circulación en curva

El modelo del Benchmark como se ha explicado en apartados anteriores consta de cuatro ejes y dos bogies, escogeremos como objeto de estudio los ejes delanteros de ambos bogies ya que sufrirán mayores fuerzas y por lo tanto mayores desplazamientos, debido a que son los ejes que conducen al bogie.

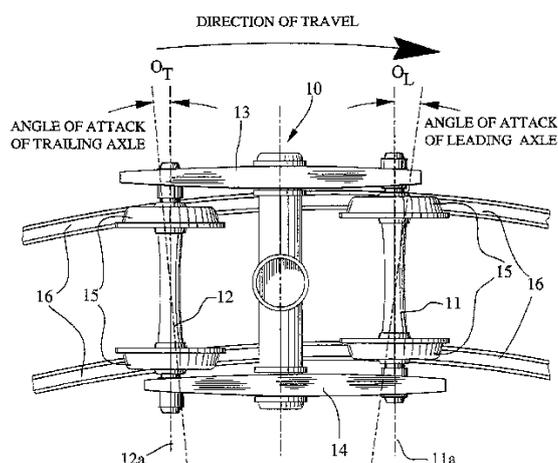


Figura 48. Angulo de ataque

Los parámetros de estudio serán el desplazamiento horizontal del eje y el ángulo de ataque. El ángulo de ataque viene explicado en la figura.

4.1 Curva 1500m con aceleración compensada nula:

El coche en estas simulaciones circulara por la vía curva de 1500m de radio y a una velocidad a la cual la aceleración compensada sea nula, es decir entre el peralte y la curva la aceleración esta compensada y un pasajero no percibiría ninguna fuerza lateral. La velocidad a la cual se da esta condición es de 79,93 Km/h.

En la primera gráfica representaremos el desplazamiento lateral del eje delantero del primer bogie, el cual está sometido a mayores esfuerzos que el eje posterior debido a que es el eje conductor. Al inscribirse en curva debido a la fuerza centrífuga el eje se desplazará hacia el exterior de la curva, dada la conicidad del perfil de las ruedas este desplazamiento es necesario para la adecuada inscripción en curva. Este desplazamiento siempre es de un orden bajo, en este caso el desplazamiento máximo no sobrepasa los 6 mm en ninguna de nuestras herramientas de cálculo.

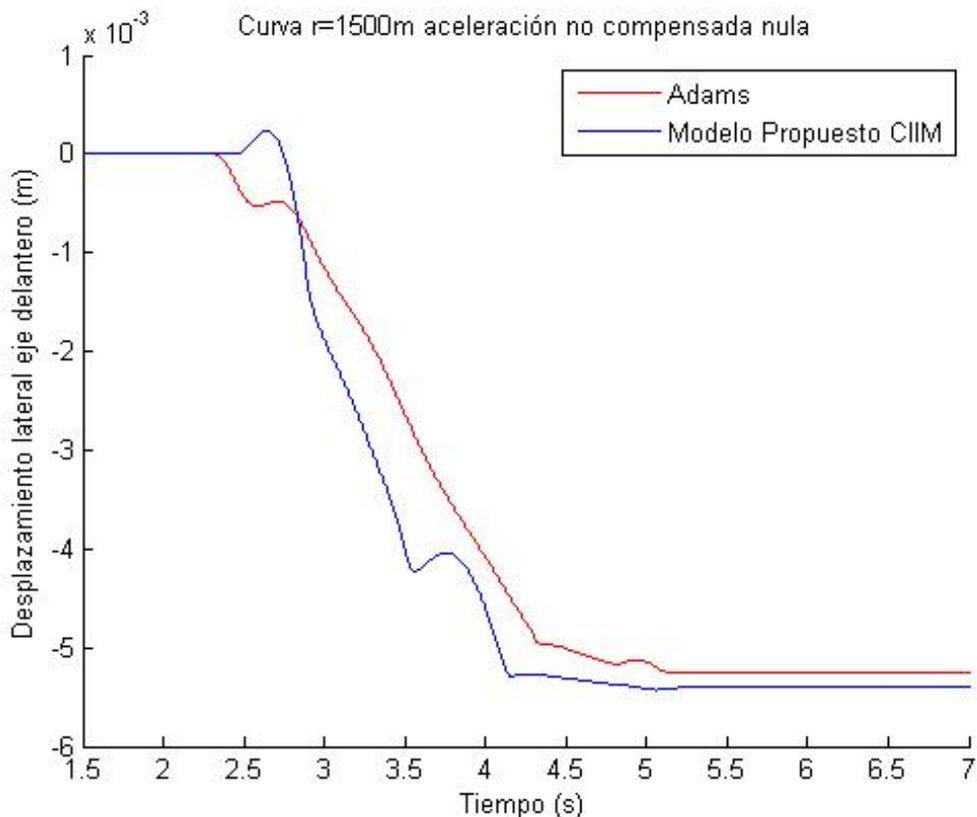


Figura 49. Curva de radio 1500m con aceleración no compensada nula, desplazamiento eje delantero

A grandes rasgos las gráficas son muy similares, se puede apreciar que ADAMS/Rail desplaza el eje unos 0,14 segundos antes que El modelo propuesto CIIM, esto se apreciará en todas las simulaciones realizadas. Se pueden apreciar en ambas gráficas tres zonas diferenciadas:

- La primera zona corresponde a la recta inicial, donde se puede apreciar que no hay desplazamiento en el eje

- La segunda zona es una etapa de transición que va desde un desplazamiento nulo hasta 5 mm
- La tercera zona y última zona que será a partir de los 5 segundos aproximadamente, el eje se encuentra desplazado 5 mm y ya estamos en régimen permanente y el eje está totalmente inscrito en curva.

Podemos apreciar en la etapa final que hay una ligera diferencia en el desplazamiento final entre Adams y “el modelo propuesto CIIM”, debido principalmente a que se consideran modelos de contacto ligeramente diferentes.

A continuación, mediremos el desplazamiento del eje delantero del segundo bogie, los resultados obviamente serán bastante similares a los del otro eje.

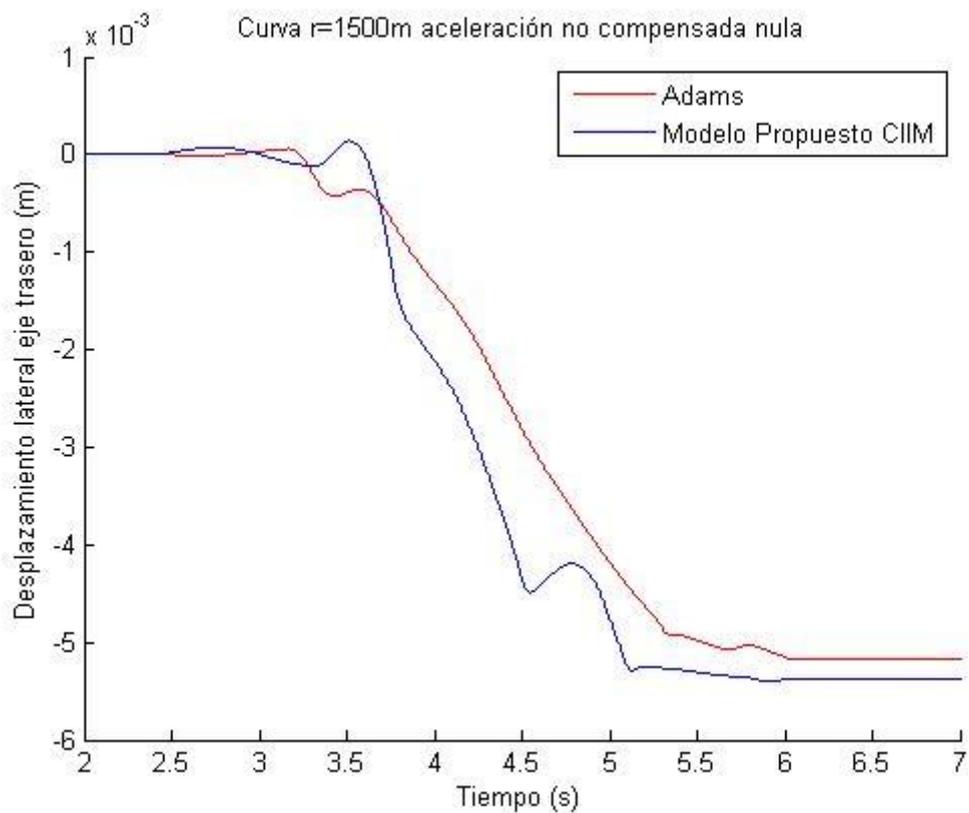


Figura 50. Curva de radio 1500m con aceleración no compensada nula, desplazamiento eje trasero

Se puede apreciar como en torno a 2,4 segundos comienza el desplazamiento del eje, pero de una forma muy leve, esto es debido a que ha entrado en ese instante el eje delantero en la transición de curva, en torno a 3,2 segundos ambas herramientas de cálculo nos muestran un desplazamiento mayor que irá aumentando hasta quedar en régimen permanente en torno a 6 segundos, ligeramente más tarde en el eje delantero.

Por lo tanto, podemos apreciar que en las gráficas del eje trasero encontraremos 4 zonas diferenciadas:

- Primera etapa en la cual discurre por la línea recta en la cual no hay desplazamiento

- Segunda etapa, el eje delantero entra en la zona de transición de curva y surgen los primeros desplazamientos
- Tercera etapa en la cual el eje trasero entra en curva y comienza a desplazarse
- Cuarta etapa, el eje está en régimen permanente, el desplazamiento máximo es muy parecido al del eje delantero.

En la siguiente gráfica veremos la variación del ángulo de ataque a lo largo de la misma curva evaluada que las gráficas anteriores, todo esto será medido en el eje delantero del primer bogie. El ángulo de ataque es un ángulo directriz del eje montado por lo tanto estará estrechamente relacionado con el desplazamiento lateral del eje.

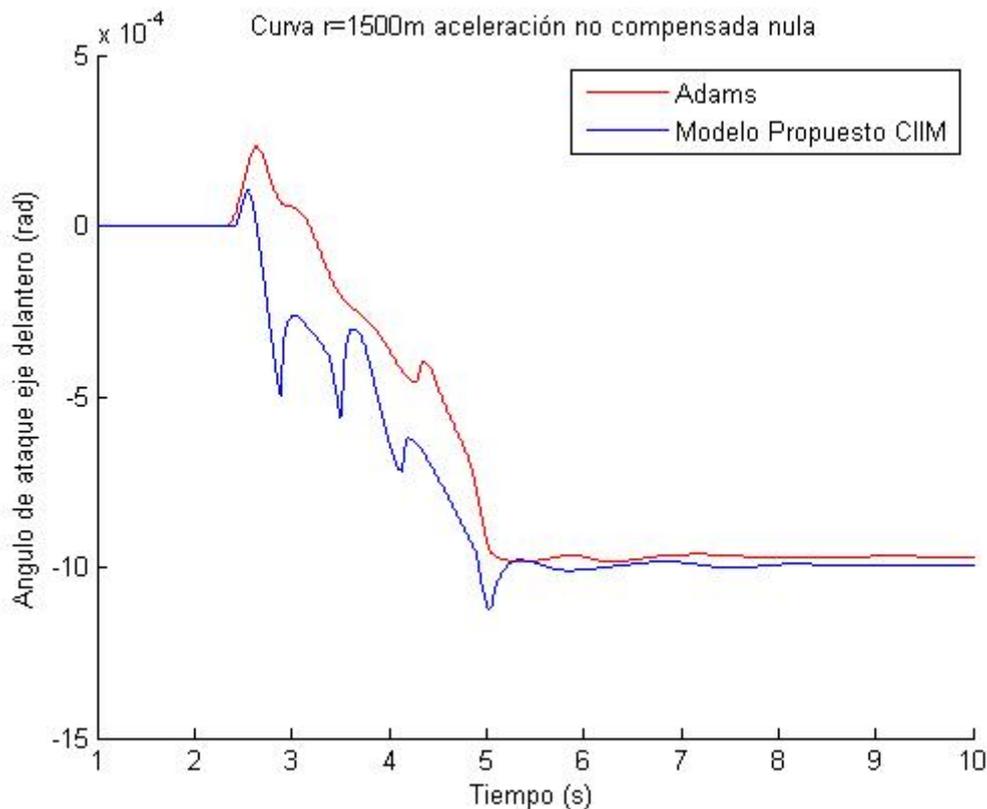


Figura 51. Curva de radio 1500m con aceleración no compensada nula, ángulo de ataque eje delantero

Podemos apreciar las mismas 3 etapas que se veían en el desplazamiento del eje delantero, recta, transición y régimen permanente. La mayor diferencia que vemos en esta gráfica entre Adams y el modelo propuesto CIIM es que el modelo propuesto CIIM realiza pequeñas oscilaciones hasta llegar a la zona de régimen permanente, mientras que Adams se desplaza de una forma más estable y casi sin oscilar. Estas pequeñas desviaciones se deben a ligeras diferencias en el modelo de contacto y de suspensión primaria.

Al igual que en otras gráficas Adams comienza a desplazarse unas décimas de segundo primero que el modelo propuesto CIIM, pese a estas diferencias en régimen estable la diferencia entre las dos herramientas es muy pequeña, de unos $0,25 \times 10^{-4}$ radianes.

En cuanto a la variación del ángulo de ataque de eje trasero, será un resultado muy similar al del eje delantero, con pequeñas oscilaciones por parte del modelo propuesto CIIM y

las 4 fases que veíamos en el desplazamiento del eje trasero. Sin embargo, no vemos desfase temporal en el inicio del movimiento entre ambas herramientas.

La diferencia en régimen permanente al igual que en el eje delantero es pequeña, más que en el caso anterior no llegando a $0,12 \times 10^{-4}$ radianes.

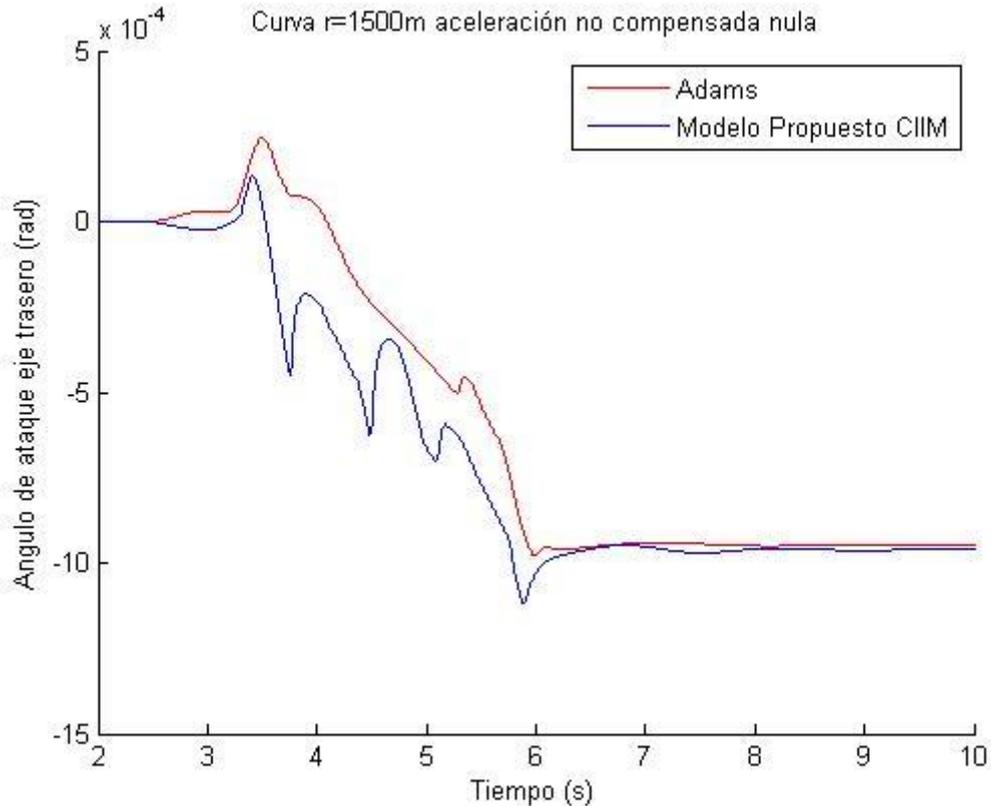


Figura 51. Curva de radio 1500m con aceleración no compensada nula, ángulo de ataque eje trasero

4.2 Curva de 1500m con aceleración no compensada de $0,6 \text{ m/s}^2$.

Para alcanzar esta aceleración no compensada se aumentará la velocidad de circulación del vehículo hasta 134,3635 Km/h y mantendremos el mismo escenario de curva. Como es lógico las gráficas deberán tener una forma parecida pero los desplazamientos y debido a la mayor velocidad sucederán antes.

En la gráfica siguiente representamos los desplazamientos laterales del eje delantero tanto en Adams como en El modelo propuesto CIIM

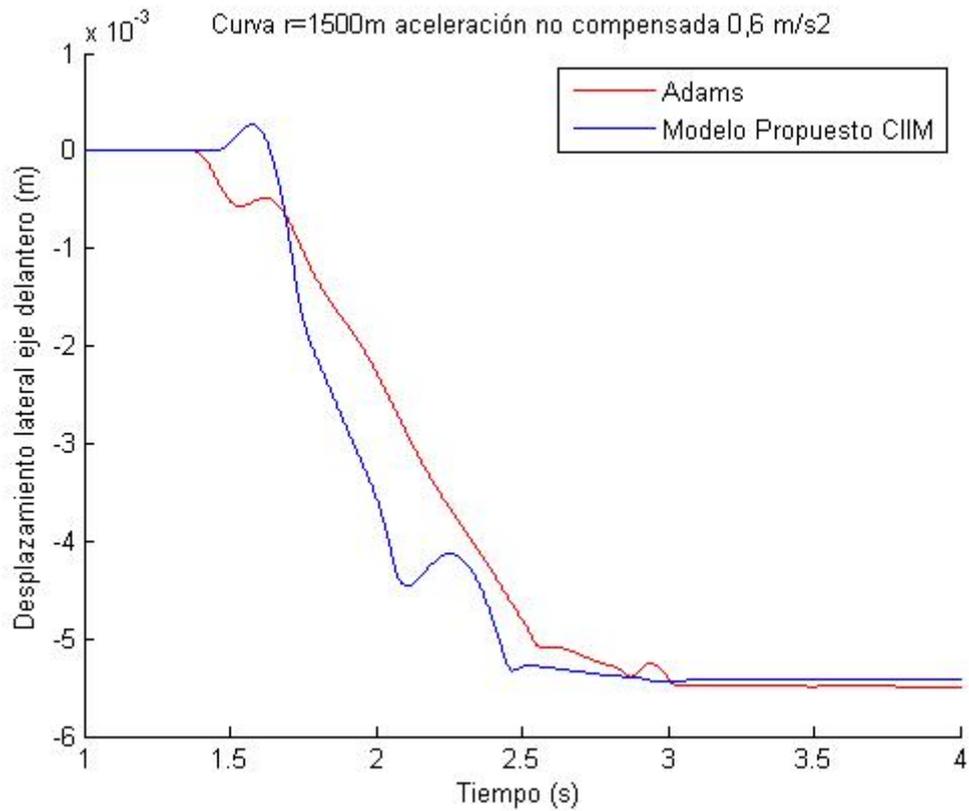


Figura 52. Curva de radio 1500m con aceleración no compensada de 0,6 m/s², desplazamiento eje delantero

Podemos volver apreciar las 3 etapas descritas en gráficas anteriores, pero en esta ocasión sucederán ligeramente antes debido a la mayor velocidad del vehículo, a destacar que el desfase temporal entre las dos herramientas ha disminuido bajando hasta 0,07 segundos por lo que podríamos concluir que este desfase no es un valor constante si no que depende de la velocidad del vehículo, debido posiblemente a una ligera diferencia en el modelo geométrico de la vía.

Otro detalle importante que no se había visto en gráficas anteriores es que el modelo propuesto CIIM en régimen permanente da un valor inferior al de Adams, sin embargo, la diferencia entre ambas es más reducida a esta velocidad que a una velocidad más baja, siendo la diferencia de 0,07 mm, lo que supondría un error de menos del 1,3% suponiendo que Adams nos da un valor exacto.

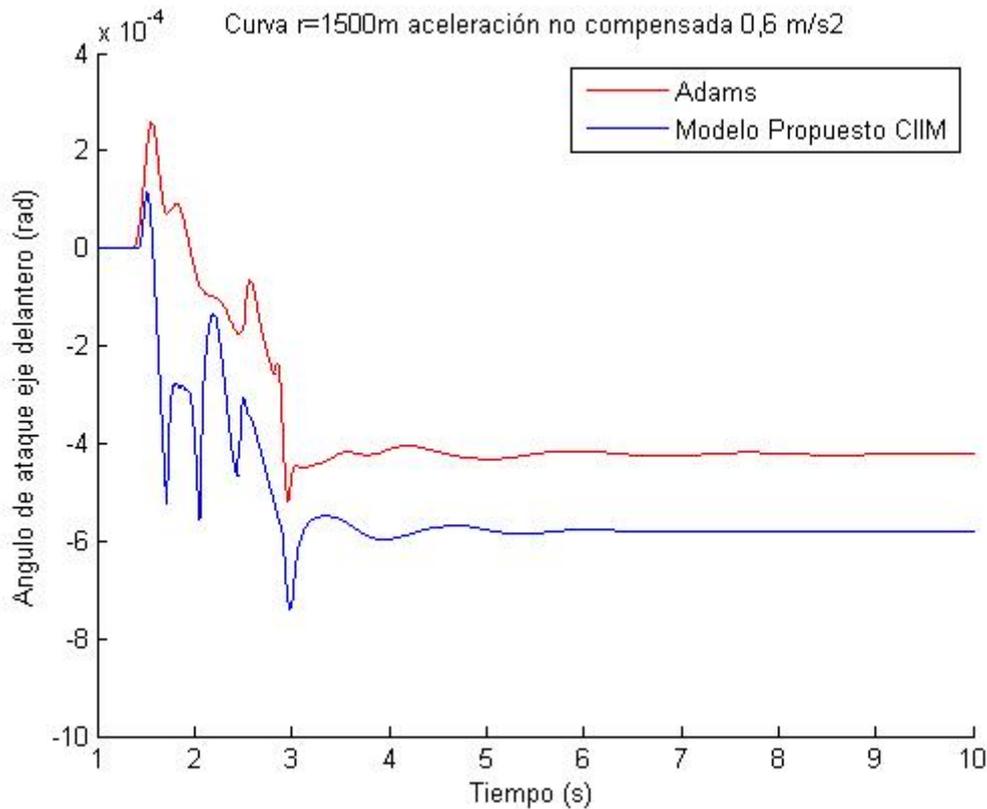


Figura53. Curva de radio 1500m con aceleración no compensada de 0,6 m/s², ángulo de ataque eje delantero

Esta es una de las gráficas en la que más difiere Adams y El modelo propuesto CIIM, siendo esta diferencia bastante clara en régimen permanente, llegando a ser de $1,5 \times 10^{-4}$ radianes. También se observa que el programa el “*modelo propuesto CIIM*” realiza pequeñas oscilaciones que el ADAMS/Rail también presenta de una forma más atenuada. Seguimos pudiendo observar el pequeño desfase temporal al inicio de la simulación.

4.3 Curva de 2500 m con aceleración no compensada nula

Para estas simulaciones utilizaremos el escenario de curva de radio de 2500 metros presentado en la tabla inicial, la velocidad de circulación del vehículo será de 69,0993 km/h que es a la velocidad a la cual no habrá aceleración no compensada.

Para esta situación analizaremos los esfuerzos sobre el eje delantero del bogie delantero y obtendremos las siguientes gráficas.

La gráfica del desplazamiento del eje es muy similar a la de 1500 m y aceleración nula, se puede apreciar el desfase temporal inicial, las 3 fases diferenciables (recta, transición y régimen permanente) y el “*modelo propuesto CIIM*” presentar discrepancias reducidas debido a que no consideran los mismos modelos de contacto.

En cuanto a la gráfica del ángulo de ataque podemos observar el mismo desfase temporal que es similar en ambas gráficas en torno a una décima de segundo. Podemos volver apreciar las ligeras oscilaciones que realiza el “*modelo propuesto CIIM*” frente a la transición más suave de Adams hasta el régimen permanente. En esta ocasión Adams da un valor mayor en régimen permanente que el “*modelo propuesto CIIM*”. A destacar también que en el segundo

cinco el “*modelo propuesto CIIM*” realiza un mínimo de 8×10^{-4} radianes, mientras que el mínimo en Adams es de 6×10^{-4} radianes, lo cual es una diferencia sustancial del 25%.

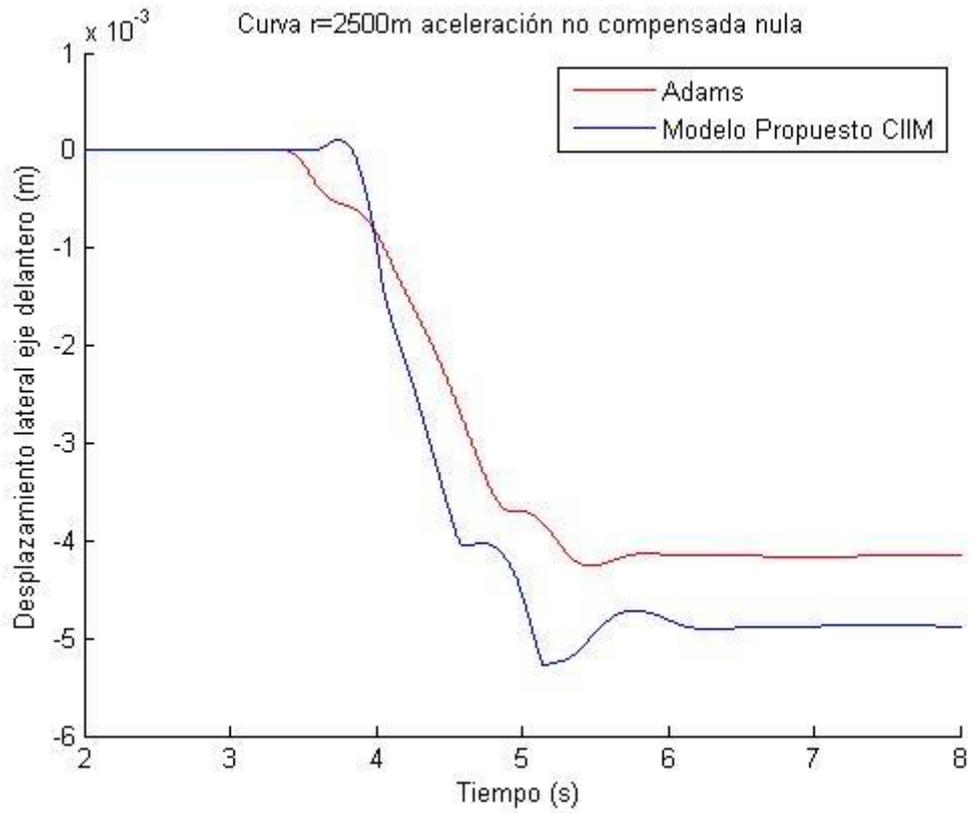


Figura 54. Curva de radio 2500m con aceleración no compensada nula, desplazamiento eje delantero

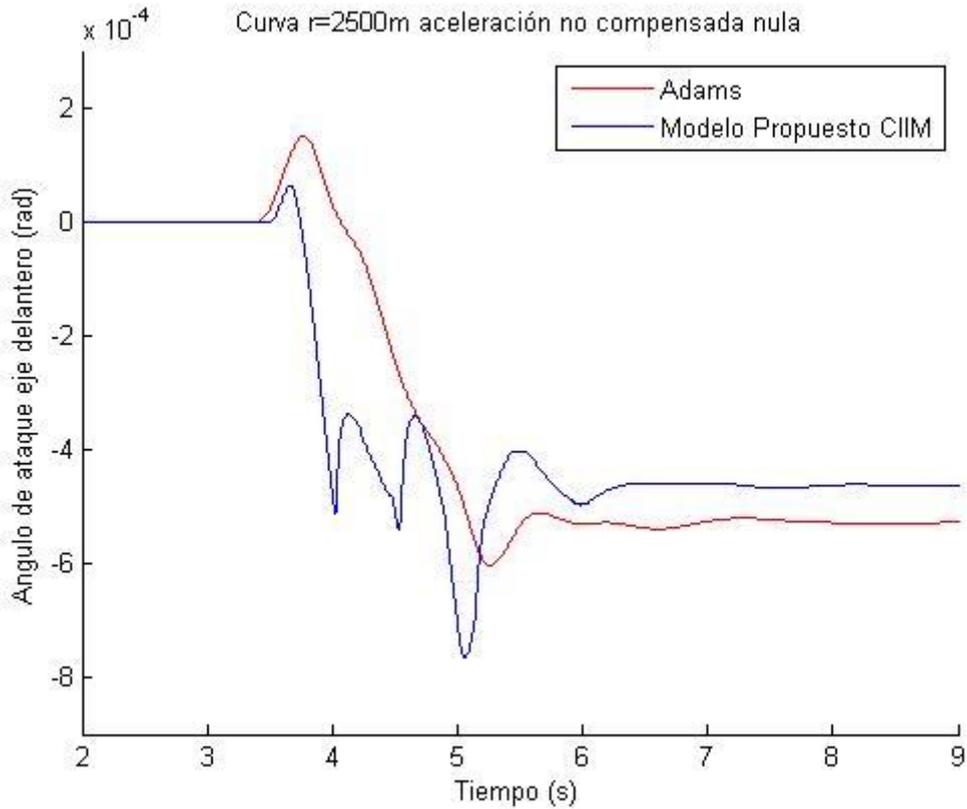


Figura 55. Curva de radio 2500m con aceleración no compensada nula, ángulo de ataque eje delantero

El valor máximo sin embargo lo dará Adams con casi 2×10^{-4} radianes en torno al segundo cuatro frente a unos escasos $0,65 \times 10^{-4}$ de El modelo propuesto CIIM. En cuanto al régimen permanente la diferencia entre ambos será de $0,65 \times 10^{-4}$ radianes.

4.4 Curva de 2500 m con aceleración no compensada $0,6 \text{ m/s}^2$

En esta ocasión analizaremos los desplazamientos del eje delantero del segundo bogie, para ir variando de eje y así obtener diversos resultados. Por lo que obtendremos los siguientes resultados. Utilizaremos una velocidad constante de $153,87 \text{ km/h}$ por lo que esta será la simulación de mayor velocidad realizada.

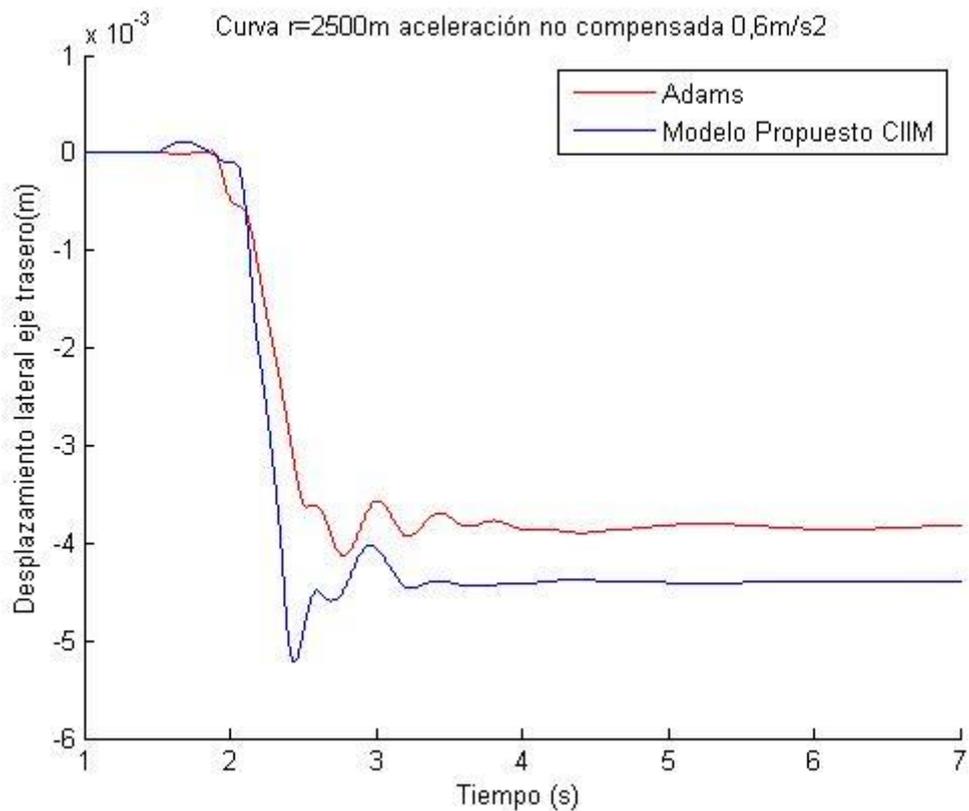


Figura 56. Curva de radio 2500m con aceleración no compensada de 0,6 m/s², desplazamiento eje trasero

Al llevar una velocidad mayor que otras simulaciones podemos observar mayores oscilaciones antes de entrar en régimen permanente, ya que al vehículo le llevará más tiempo atenuar estas perturbaciones.

Debido a la mayor velocidad el desfase temporal disminuye, pero sigue apareciendo. El modelo propuesto CIIM vuelve a discrepar ligeramente respecto a ADAMS/Rail, debido a las razones indicadas anteriormente. También se observa que la pendiente de la zona de transición es mayor que en graficas anteriores.

En cuanto al ángulo de ataque las dos herramientas de cálculo generan gráficas bastante dispares las cuales acaban aproximándose en régimen permanente. En esta ocasión El modelo propuesto CIIM alcanza régimen permanente mucho antes que Adams el cual sigue oscilando levemente incluso diez segundos después del inicio de la simulación. Sin embargo, en finalmente la diferencia entre ambas no es superior a $0,4 \times 10^{-4}$ radianes

Como grandes diferencias en esta gráfica son los valores máximos y mínimos que da cada herramienta llegando a generar un mínimo de -6×10^{-4} radianes El modelo propuesto CIIM frente a $-1,8 \times 10^{-4}$ de Adams, al igual que Adams genera un máximo de $2,2 \times 10^{-4}$ radianes y contraposición de $1,5 \times 10^{-4}$ de El modelo propuesto CIIM

[1]

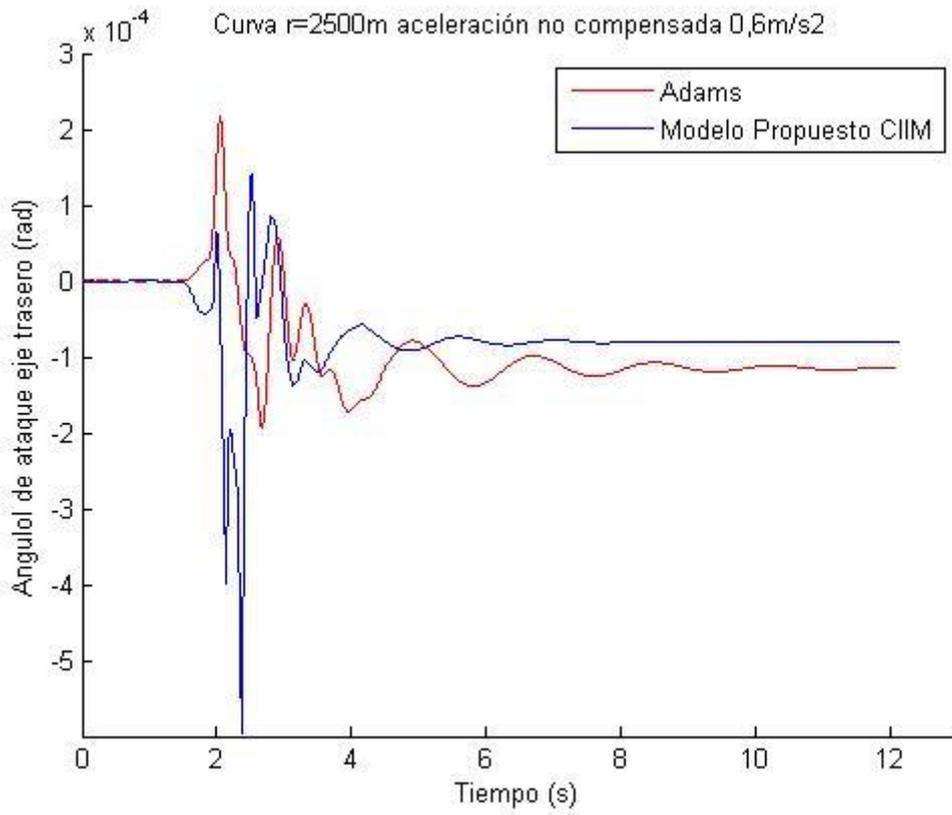


Figura 57. Curva de radio 2500m con aceleración no compensada 0,6 m/s², ángulo de ataque eje trasero

5. Conclusiones

Durante la realización del TFM, se han llevado a cabo diversas simulaciones dinámicas con dos modelos diferentes, el modelo propuesto CIIM y el software comercial ADAMS/Rail, En las simulaciones se han considerado diferentes velocidades del vehículo, diferentes radios de curvatura de la vía y diferentes peraltes.

A partir de los resultados analizados de desplazamiento lateral y ángulo de ataque de diversos ejes, se ha observado que el Modelo Propuesto CIIM predice comportamientos dinámicos muy similares a los mostrados por ADAMS/Rail, con pequeñas diferencias.

Tales discrepancias en los resultados se deben a que ambos modelos consideran teorías de contacto ligeramente diferentes, al igual que ocurre en la suspensión. Concluir definitivamente que el Modelo Propuesto CIIM queda validado frente a ADAMS/Rail en el rango de la baja frecuencia.

6. Bibliografía

La información obtenida para la redacción de este documento ha sido facilitada en su gran mayoría por los tutores del trabajo fin de máster, dentro de estos documentos podemos encontrar diversos artículos, así como la misma tesis de los mismos. Estos documentos son los siguientes:

- [1] K. Knothe y F. Böhm “History of Stability of Railway and Road Vehicles” *Introduction 1* (1999) 283-284.
- [2] Simon Iwnicki, Oldrich Polach, Mats Berg “Handbook of Railway Vehicle Dynamics”, *Simulation 12* (2006) 359-406.
- [3] Simon Iwnicki “Simulation of wheel-rail contact forces” (2003) 887-893.
- [4] José Martínez-Casas, Egidio Di Gialleonardo, Stefano Bruni, Luis Baeza “A comprehensive model of the railway wheelset-track interaction in curves” (2014) 19-22.
- [5] Javier Carballeira “Modelado y simulación del comportamiento dinámico a baja frecuencia de trenes articulados” *Fundamentos de dinámica ferroviaria en baja frecuencia 3* (2012) 66-77.
- [6] O. Polach y I. Kaiser “Comparison of Methods Analyzing Bifurcation and Hunting of Complex Rail Vehicle Models” (2012) 1-3.
- [7] Material con fines académicos creado por el profesor Javier Carballeira sobre guiado en curva
- [8] Material académico redactado por Javier Carballeira sobre geometría de la vía
- [9] O. Polach “On non-linear methods of bogie stability assessment using computer simulations” *Comparison of the methods on selected examples of wheel/rail contact geometry 3* (2005) 17-18.
- [10] Manchester Benchmarks for Rail Vehicle Simulation User’s (2012)
- [11] Beatriz Tena Villar “Railway design, simulation and analysis by ADAMS-Rail” *design the template 4* (2011) 17-47.
- [12] José Martínez-Casas, Laura Mazzola, Stefano Bruni, Luis Baeza “Numerical estimation of stresses in railway axles using train-track interaction model” (2013) 18-30.