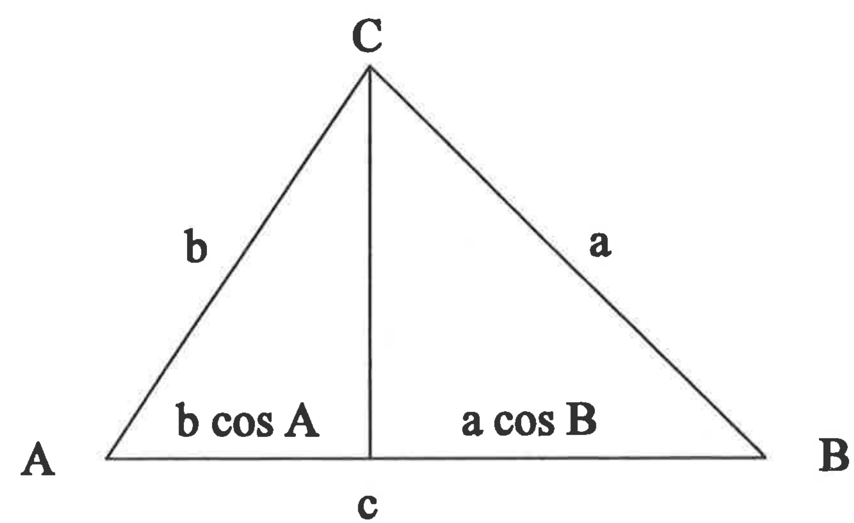
SOCIEDAD «PUIG ADAM» DE PROFESORES DE MATEMATICAS



BOLETIN N.° 47
OCTUBRE DE 1997

ESTE BOLETIN SE DISTRIBUYE GRATUITAMENTE ENTRE LOS SOCIOS DE LA SOCIEDAD "PUIG ADAM" DE PROFESORES DE MATEMATICAS.

NO SE VENDE NI SE ADMITEN SUSCRIPCIONES.

La confección de este número ha estado a cargo de Eugenio Roanes

ISSN: 1135-0261

Depósito Legal: M-7762-1995

Gráficas Loureiro, S.L.- San Pedro, 23 bis -28917 Leganés (Madrid).
Teléf.: 611 59 88

La portada de este número reproduce la figura del artículo titulado "Una demostración del teorema del coseno", contenido en este número 47 de nuestro Boletín.

Toda la correspondencia deberá dirigirse a la sede de nuestra sociedad:

SOCIEDAD «PUIG ADAM» DE PROFESORES DE MATEMATICAS
Facultad de Educación (despacho 3517)
Paseo Juan XXIII, s/n
Ciudad Universitaria
28040 - Madrid
Telf. (91) 394 6248

ÍNDICE

[20] I. SHARIGUIN: *Problemas de Geometría,* Mir, Moscu, 1986.
[21] O. T. O. MEARA: "Introduction to Quadratic Forms", *Springer-Verlag,* NY, 1973.
[22] W. SCHARLAU: "Quadratic and Hermitians forms", *Springer-Verlag,* Berlin, 1978.
[23] J. BOSCO ROMERO MÁRQUEZ: "Problem 80G", *The Mathematical Gazette, Problem corner,* pp. 131-3, Leicester, 1996.

Una demostración del teorema del coseno

Juan Carlos Cortés López

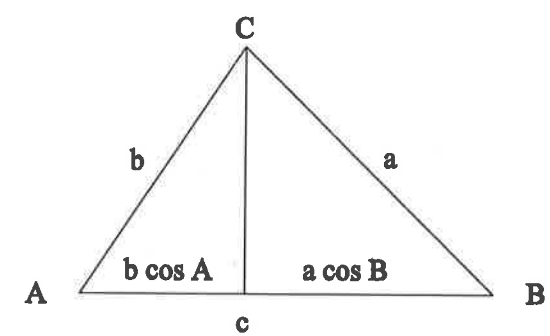
I.E.S. Bonifacio Sotos. Casas Ibáñez (Albacete)

Abstract

In this note, Pythagoras' Generalized theorem or the better known Cosinus theorem is proved. The proof developed here is interesting because it is completely different to the usual one. Cramer's rule is used in this work.

En este breve trabajo se demuestra el *Teorema Generalizado de Pitágoras* o más conocido por *Teorema del Coseno.* La demostración que aquí desarrollamos es interesante porque difiere notablemente de la que comúnmente conocemos. La prueba que aquí presentamos hace uso de la Regla de Cramer.

Consideremos el triángulo



Comencemos observando que, descomponiendo el lado c como suma de las proyecciones de los lados a y b sobre el lado c, se deduce que

$$b \cos A + a \cos B = c$$

Razonando análogamente, pero intercambiando los papeles de a, b y c, llegamos a las tres relaciones siguientes

$$\left.\begin{array}{llll} c\cos A & & +a\cos C = b \\ b\cos A & +a\cos B & = c \\ & c\cos B & +b\cos C = a \end{array}\right\} \qquad (1)$$

Consideramos el sistema de tres ecuaciones (1) tomando cos A, cos B y cos C como incógnitas. Como se cumple que

$$\begin{vmatrix} c & 0 & a \\ b & a & 0 \\ 0 & c & b \end{vmatrix} = 2abc \neq 0$$

pues, a, b y c son no nulos por representar los lados del triángulo, el sistema (1) es de Cramer, por lo que aplicando la regla de Cramer podemos resolverlo, obteniendo

$$\cos A = \frac{\begin{vmatrix} b & 0 & a \\ c & a & 0 \\ a & c & b \end{vmatrix}}{2abc} = \frac{a(b^2 + c^2 - a^2)}{2abc} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \qquad (2)$$

Ahora basta despejar y obtenemos el teorema del coseno en una de sus tres versiones

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

Del mismo modo que en (2), pero despejando las incógnitas cos B y cos C, podemos deducir las otras dos versiones del teorema del coseno:

$$\left.\begin{array}{l} b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B \\ c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C \end{array}\right\}$$

Presencia de la matemática discreta en las competiciones deportivas

María Candelaria Espinel Febles

Univ. de La Laguna (mespinel@ull.es)

Abstract

This paper presents three graphs in sporting events: 1. Graph in tree that specifies how the teams or players can be compared to choose a winner. In a knockout tournament games are played until all but one player have been eliminated. 2. Complete graph for scheduling the matches in a round robin tournament. A league is a partition of graph in rounds. 3. Digraph known as a tournament for the ranks of the players.

Introducción

Es bien sabido lo poco atrayentes que resultan las matemáticas para muchos alumnos. Uno de los problemas didácticos en la enseñanza obligatoria es llegar al alumno. Conseguir que se vea la matemática como una herramienta útil en diversos ámbitos de la vida diaria. Los eventos deportivos y las competiciones estilo torneo proporcionan excelentes oportunidades para construir modelos matemáticos y utilizar la metodología básica de la matemática discreta desde un punto de vista práctico. En concreto la teoría de grafos resulta muy útil para modelizar la organización de eventos deportivos y para establecer jerarquías entre los que compiten. Aquí abordamos estos temas de una forma somera y sin la profundidad que el complejo problema requiere. Sólo se pretende dar una primera aproximación al tema.

Algunas cuestiones se pueden encontrar de forma separada en la bibliografía que se cita al final del artículo. El libro *Mathematic and Sports* [5], presenta algunos modelos matemáticos sobre varios aspectos deportivos. En concreto, dedica un capítulo a la organización de competiciones donde trata: el sistema olímpico o de eliminatorias, el sistema de todos contra todos y los cuadrados latinos para la planificación de estos últimos torneos. El texto de Ore [4], pretende divulgar algunas de las aplicaciones de los grafos, es un clásico en su edición inglesa. En el capítulo de emparejamientos en grafos, el autor describe un