

UNIVERSIDAD POLITECNICA DE VALENCIA

ESCUELA POLITECNICA SUPERIOR DE GANDIA

I.T. Telecomunicación (Sonido e Imagen)



**UNIVERSIDAD
POLITECNICA
DE VALENCIA**



**ESCUELA POLITECNICA
SUPERIOR DE GANDIA**

“Análisis Numérico de Parámetros de Calidad en Haces Focalizados”

TRABAJO FINAL DE CARRERA

Autor/es:
Nuria González Salido

Director/es:
**D. Javier Redondo Pastor
D. Francisco Camarena Femenia**

GANDIA, 2010

ÍNDICE

1. OBJETIVOS.....	5
2. ANTECEDENTES.....	8
3. INTRODUCCIÓN.....	13
3.1. Campo acústico generado por una esfera pulsante	
3.2. Campo acústico generado por un transductor plano.	
3.2.1. Campo lejano. Región de <i>Fraunhofer</i>	
3.2.2. Campo cercano. Aproximación de Fresnel	
3.3. Campo acústico generado por un transductor focalizado.	
3.4. Campo acústico generado por un transductor focalizado de alta potencia.	
3.5. Fuerza de radiación	
3.5.1. Fuerza de radiación en medios elásticos o tejidos biológicos	
3.5.2. Fuerza de radiación en fluidos	
3.6. Parámetro de calidad	
4. CÓDIGO DE SIMULACIÓN: TEXAS-KZK.....	40
4.1. Antecedente: Ecuación de Burguers	
4.2. Ecuación KZK	
4.3. Método numérico	
4.3.1. Haces sonoros no focalizados	
4.3.2. Haces sonoros focalizados	
4.4. Funcionamiento del programa	
5. SIMULACIONES NUMÉRICAS.....	64
5.1. Lista de símbolos	
5.2. Señal entrada: Tono de amplitud uniforme sinusoidal	
5.2.1. Señal de excitación	
5.2.2. Parámetros de la simulación	
5.3. Señal de entrada: Pulso de amplitud modulada	
5.3.1. Señal de excitación	
5.3.2. Parámetros de la simulación	
5.4. Intensidad	

5.5. Fuerza de radiación

5.6. Corrección de la forma de onda

6. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS..... 81

6.1. Presión

6.1.1. Shift no lineal

6.1.2. Influencia de la modulación

6.1.3. Comportamiento temporal

6.2. Intensidad

6.2.1. Shift no lineal

6.2.2. Influencia de la modulación

6.2.3. Comportamiento temporal

6.3. Fuerza de radiación

6.3.1. Shift no lineal

6.3.2. Influencia de la modulación

6.3.3. Comportamiento temporal

6.3.4. Comparación con la fuerza de radiación lineal: Entrada uniforme

6.3.5. Comparación con la fuerza de radiación lineal: Entrada modulada

6.3.6. Fuerza de radiación dinámica

7. CONCLUSIONES..... 114

8. LÍNEAS FUTURAS..... 119

9. BIBLIOGRAFÍA..... 122

10. ANEXO. Imágenes Complementarias..... 125

11. AGRADECIMIENTOS..... 132

1. OBJETIVOS

El presente proyecto aborda desde un punto de vista numérico, el estudio de la viabilidad de la generación de las ondas transversales que se originan durante la propagación de haces focalizados debido a la aparición de una fuerza o presión de radiación producida al transmitir el haz parte de su momento al medio.

El código empleado en el análisis numérico, *texas-KZK*, ha sido contrastado experimentalmente en distintos institutos de investigación, como el *Departamento de física aplicada de la EPSG-UPV*, o la Universidad de Tejas, en Austin, lo que lo convierte en una herramienta fiable para predecir la mayoría de los resultados que se obtendrían en laboratorio.

El estudio sobre la viabilidad de la generación de dichas ondas transversales se ha realizado haciendo uso de un transductor focalizado de cerámica simple, de ganancia 18 y número de Fresnel $N_F = 5.7$, a partir de la caracterización a distintas potencias del campo acústico en términos de presión, intensidad y fuerza de radiación, parámetros cuyo conocimiento es imprescindible para poder establecer la calidad del haz utilizado.

De esta forma, se continúa con la investigación llevada a cabo en estudios previos de la EPSG donde se han caracterizado, en términos de presión e intensidad, los efectos que el incremento de potencia tiene en la propagación de señales de amplitud uniforme. En ellos se ha demostrado, entre otros, la existencia del denominado “*shift no lineal*”, desplazamiento que se produce en la posición del máximo de presión o intensidad en el eje de simetría cuando excitamos el transductor para que trabaje en regímenes no lineales, o la formación de ondas de choque durante la propagación de señales de gran potencia.

Como novedad en estos estudios, se incluye un nuevo enfoque en la caracterización de los campos acústicos generados por transductores focalizados, basado en el estudio de los efectos que la señal de excitación ejerce sobre los distintos parámetros comentados. Para ello se ha modificado la entrada por un pulso de amplitud modulada en AM, para el cual la deformación que se produce durante la propagación en régimen no lineal no es uniforme a lo largo de todo el perfil temporal. Este hecho permite manipular la

posición de los máximos de presión, intensidad y fuerza de radiación durante el tiempo de aplicación.

Los objetivos más importantes de este trabajo son por tanto, constatar numéricamente la existencia de estos efectos comparándolos para ambas señales de entrada, uniforme y modulada, así como la determinación de los rangos dinámicos en los que se producen, lo que nos permitirá diseñar el futuro experimento de manera óptima.

Los principales resultados que se presentan en este proyecto, especialmente los relacionados con la fuerza de radiación y con la posibilidad de manipularla utilizando el desplazamiento no lineal del foco, son completamente novedosos y abren la puerta a aplicaciones como supersonic shear imaging (SSI) o Harmonic Motion Imaging (HMI).

El siguiente paso sería el estudio de estos efectos experimentalmente y en simulaciones que incluyan propagación en tejidos biológicos.

2. ANTECEDENTES

En la actualidad, el uso de ultrasonidos ha tomado gran relevancia en numerosas aplicaciones médicas, como puede ser la detección temprana del cáncer o la cuantificación de la fibrosis hepática, ya que permite inducir movimientos en tejidos caracterizando así sus propiedades elásticas.

Por esta razón, en los últimos años, se han desarrollado numerosas técnicas relacionadas con la elastografía transitoria, que es un método no invasivo basado en el uso de ultrasonidos para generar ondas transversales de baja frecuencia. A partir de la monitorización en tiempo real de las ondas de corte generadas se puede determinar su velocidad de transmisión que varía con la densidad y la elasticidad del medio en el que se propaga, de tal manera que cuanto mayor es la velocidad, mayor es la rigidez del tejido.

Para la generación de dichas ondas de corte, se pueden emplear vibradores mecánicos externos cuyo principal inconveniente radica en que tienen un único patrón de directividad espacial que puede suponer una estimación parcial de la elasticidad, si las ondas de choques generadas no alcanzan toda la imagen durante la propagación.

Frente a estas pesadas fuentes externas, una de las mejores alternativas consiste en la aplicación de haces ultrasónico focalizados. Dichos haces transfieren parte del momento al medio durante su propagación, lo que produce una fuerza o presión de radiación causante de flujos en fluidos y desplazamientos transversales en medios elásticos acuosos, es decir, ondas transversales.

Algunos de los procedimientos habituales en esta técnica consisten en usar la combinación de dos haces focalizados a frecuencias próximas que generan batidos de baja frecuencia fácilmente captables con un micrófono; o en focalizar un haz ultrasónico alrededor de $100\mu s$ para medir los desplazamientos generados en el foco usando técnicas de correlación. Sin embargo estas formas de generar la fuerza de radiación, también tienen sus limitaciones, pues los desplazamientos inducidos dependen de numerosos parámetros que dificultan su correcta medición.

Estos inconvenientes han llevado a la aparición de novedosos procedimientos como la técnica SSI (Supersonic shear imaging) [13] que

proporciona un mapa cuantitativo del módulo de cizalla de un órgano en menos de 30 ms.

Al igual que las técnicas anteriores, se apoya en el uso de la fuerza de radiación acústica para la generación remota de ondas de corte de baja frecuencia en tejidos, lo que se consigue usando el mismo array piezoeléctrico de los escáneres convencionales. Para ello, mediante un escáner ultrarrápido, desarrollado especialmente para esta técnica, se focalizan haces pulsados a diferentes profundidades.

Como la velocidad de los haces es mucho mayor que la de las ondas de corte, la fuerza de radiación generada actúa como una fuente dipolar supersónica de ondas de corte que se propagan transversalmente, interfiriendo constructivamente a lo largo de un cono y causando dos frentes de onda cuasiplanos que se propagan en direcciones opuestas y son progresivamente distorsionadas por los tejidos heterogéneos [fig.1]. El ángulo entre los dos frentes es proporcional a la razón entre la velocidad de las ondas de corte y la velocidad de desplazamiento de las fuentes supersónicas.

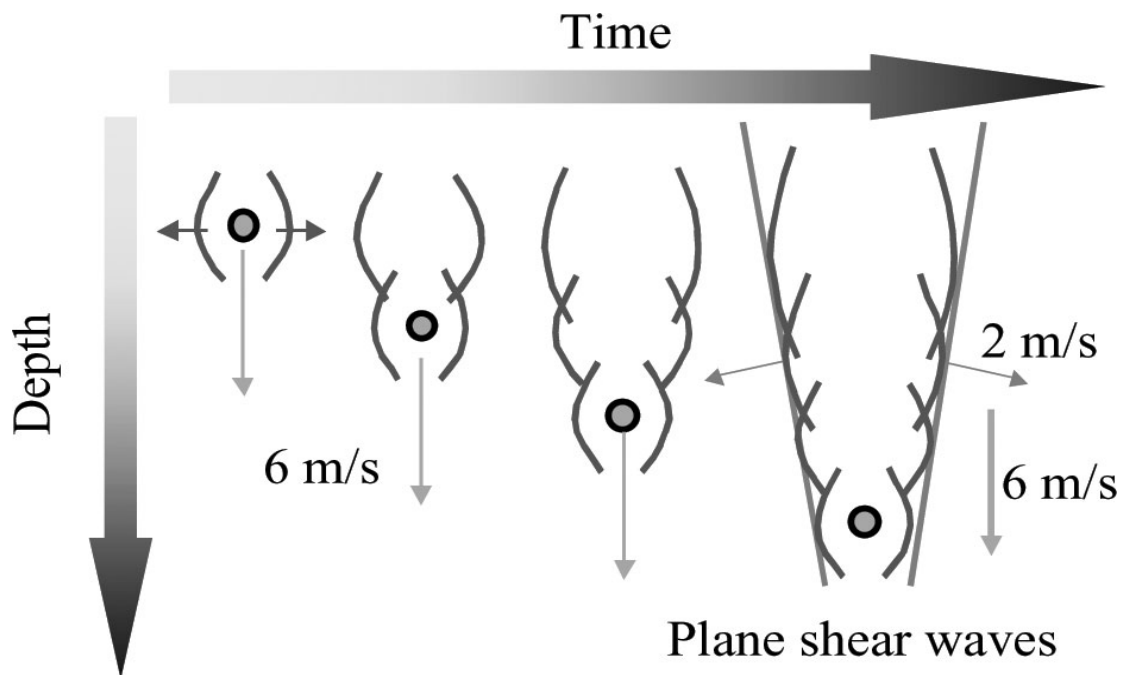


Figura 1. Generación de ondas supersónicas. La fuente se mueve secuencialmente a lo largo del eje creando dos frentes de ondas de corte planas.

Inicialmente se debe tomar una imagen ultrasónica del medio, que se usará como referencia para el cálculo de los desplazamientos inducidos por las ondas de corte. A continuación se toman imágenes entre cada pulso para monitorizar la activación de las fuentes supersónicas y, finalmente, mediante la imagen de propagación de las ondas en la zona libre de fuentes, se estima el módulo de cizalla haciendo uso de algoritmos de inversión lográndose mapear cuantitativamente dicho módulo.

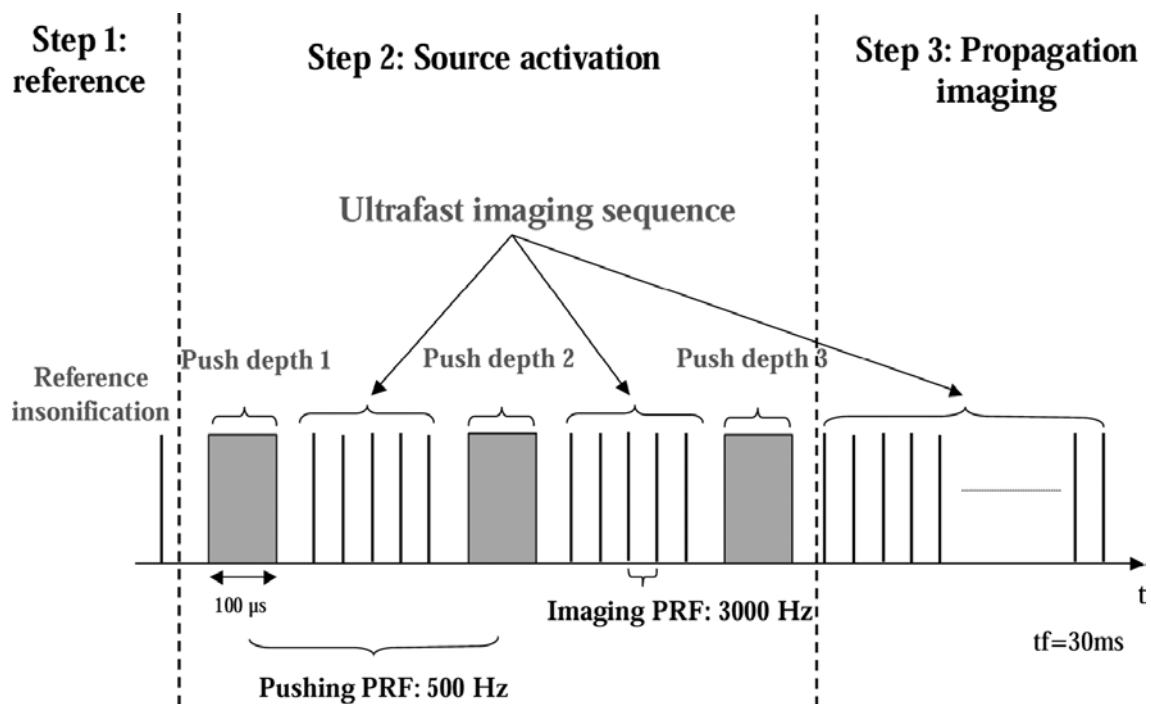


Figura 2. Secuencia de emisión en régimen supersónico.

Uno de los objetivos que queremos conseguir con este proyecto va orientado a la posibilidad de generar ondas supersónicas con un único transductor de elemento simple, en lugar de los arrays empleados hasta el momento.

Como antecedente al empleo de un transductor *single element*, en [2] ya se demostraron las ventajas que ofrece su uso frente a la configuración de doble transductor para generar un haz de amplitud modulada. Esta configuración simple resulta más recomendable porque produce una región focal más estable manteniendo la aplicación de la fuerza de radiación

harmónica espacialmente invariante. Así, este método consigue una fuerza muy localizada y permite mediciones en tiempo real y a bajo coste.

Es por estas razones que en este trabajo se ha decidido analizar las características principales del campo de presión, intensidad y fuerza de radiación generados por un único transductor excitado con una señal de amplitud modulada.

3. INTRODUCCIÓN

En general, la formación del haz acústico se da bajo distintos factores y efectos como la difracción, la no linealidad, la focalización, el campo inicial generado por el transductor, las propiedades del medio de propagación...la cantidad de efectos, principalmente la no linealidad, hace que la descripción analítica del haz sea bastante limitada y por ello es necesario recurrir al modelado numérico.

Es interesante comenzar con una descripción general del campo acústico generado por las distintas fuentes sonoras, y en particular, de la distribución axial de dicho campo, ya que es en esta zona donde se encuentra situada la región focal, principal elemento que caracteriza la estructura del campo en transductores focalizados.

3.1. Campo acústico generado por una esfera pulsante

Para tener una idea más simple de la propagación de las ondas sonoras, por ejemplo en el caso de un fluido, empezaremos estudiando el radiador de sonido más elemental, la esfera pulsante, que consiste en una esfera de radio muy pequeño, menor que un sexto de la longitud de onda, que tiene su centro en el punto cero y que se encuentra en un medio ilimitado, homogéneo, e isótropo que varía su radio provocando perturbaciones en todas las direcciones (radiador isótropo) de forma que todos los puntos del medio que estén a igual distancia del centro presentan la misma amplitud de presión. Si la perturbación es periódica, se formaran sucesivos frente de ondas a donde la perturbación llega a la vez, separados por un número entero de longitud de onda. Cada frente de onda se encuentra en idéntico estado de vibración (igualdad de fase) y cada punto del medio realiza un movimiento vibratorio en la dirección de propagación, perpendicular al frente de ondas. Para hallar el campo acústico producido por este elemento conviene solucionar la ecuación de ondas para la presión en coordenadas polares. La solución armónica obtenida queda de la siguiente forma:

$$p = \frac{A}{r} e^{j(\omega t - kr)} \quad (1)$$

Siendo:

p , presión

$A = \frac{j\rho_0\omega}{4\pi} Q$, con: ρ_0 la velocidad del medio, ω la pulsación de la onda y Q la velocidad volumétrica de la fuente (fortaleza de la fuente) que es igual a $Q = \pi a^2 v_0$ (a , radio y v_0 , amplitud de la velocidad de la pulsación)

r , la distancia a la fuente.

k , el número de onda.

Resulta interesante estudiar el caso en el que la fuente se encuentra montada en la superficie de una pantalla plana infinita radiando únicamente en una de las caras del plano. Por la simetría de este montaje se aprecia que la disposición acústica generada en la cara de la pantalla, en la que la radiación es hemiesférica, es idéntica a la que se produciría en un espacio libre por una fuente esférica que tuviese el mismo radio, frecuencia y amplitud de velocidad.

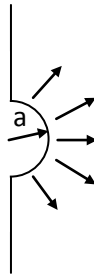


Figura 3. Radiación de una esfera pulsante montada en pantalla infinita

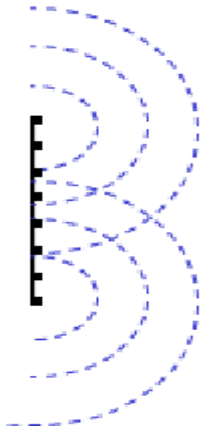
La fortaleza de la fuente hemiesférica es la mitad que la de una fuente esférica que tenga el mismo radio y la misma amplitud de velocidad, o sea $Q_H = Q/2 = \pi a^2 v_0/2$:

$$p = \frac{j\rho_0\omega}{4\pi r} Q e^{j(\omega t - kr)} = \frac{j\rho_0\omega}{2\pi r} Q_H e^{j(\omega t - kr)} \quad (2)$$

Por lo tanto, en el caso de dos fuentes, una puntual y otra hemiesférica, de la misma fortaleza; la presión acústica producida por la fuente hemiesférica en una pantalla infinita es dos veces mayor que la producida por una fuente esférica.

3.2. Campo acústico generado por un pistón plano

Aunque la fuente puntual es ideal, la solución es de suma importancia ya que el resto de fuentes, tales como radiadores planos o curvos, pueden considerarse analíticamente como compuestas por una combinación de fuentes simples, cada una de las cuales tiene su propia velocidad y fase. Así la presión en un punto cualquiera puede obtenerse dividiendo la superficie radiante en pequeños elementos, y considerando cada uno como fuente puntual radiando únicamente hacia delante. De esta forma, el campo total en el punto de interés se aproxima integrando las contribuciones individuales de cada uno de los elementos de la superficie radiante, ya que, según el principio de Huygens las distintas contribuciones pueden ser sumadas teniendo en cuenta la amplitud y fase de cada contribución. En la práctica resulta difícil obtener resultados analíticos incluso para los casos simples, siendo preciso elegir entre cálculos numéricos y soluciones aproximadas a la hora de evaluar el campo acústico



$$p = p_1 + p_2 = \frac{j\rho_0\omega a^2\pi v_0}{2\pi r_1} e^{j(\omega t - kr_1)} + \frac{j\rho_0\omega a^2\pi v_0}{2\pi r_2} e^{j(\omega t - kr_2)} \quad (3)$$

Figura 4. Radiación de una esfera pulsante montada en pantalla infinita

En el caso de un pistón plano circular (aproximación más simple en ultrasonidos para describir la radiación en un medio infinito) situado sobre una pantalla infinita (radiando únicamente en una dirección) con su centro en el eje de coordenadas y excitado con una velocidad de partícula uniforme, es decir, todos los puntos de su superficie realizan un movimiento vibratorio con

velocidad $v = v_0 e^{j\omega t}$, la presión total en el punto P será la integral de dp en toda la superficie completa del pistón.

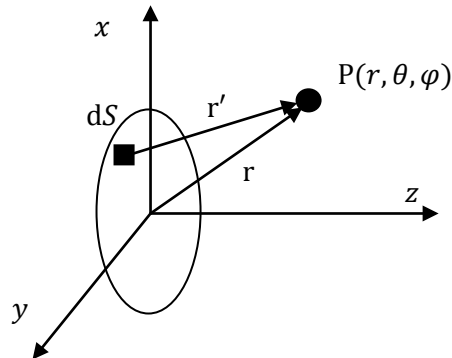


Figura 5. Representación del pistón plano

Cada elemento infinitesimal, \overline{dS} , que forma la superficie total de la fuente, produce un diferencial de presión, dp , en un punto de observación situado a una distancia r' de la fuente.

$$p = \frac{j\rho_0 v_0 k}{2\pi r'} (\vec{v} \overline{dS}) e^{j(\omega t - kr')} \quad (4)$$

Dado que el movimiento de cada elemento es normal a la superficie, dp puede escribirse como

$$dp = \frac{j\rho_0 V_0 k}{2\pi r'} v dS e^{j(\omega t - kr')} \quad (5)$$

La presión total en el punto (r, θ, φ) es la integral de dp en toda la superficie completa del radiador.

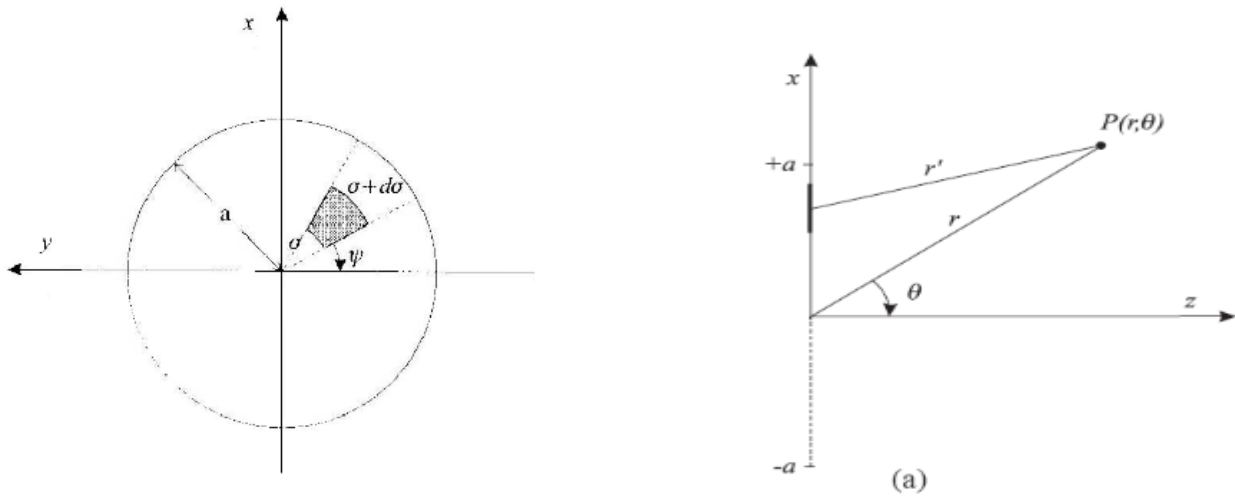


Figura 6. Vista frontal (izquierda) y axial (derecha) del pistón plano

Para integrar necesitamos referenciar r' en función de nuestro eje de coordenadas, por trigonometría obtenemos:

$$r' = \sqrt{r^2 + \sigma^2 - 2r \cos \theta \sin \varphi} \quad (6)$$

Sin embargo, aun suponiendo simetría axial, la expresión de dp no resulta integrable por lo que es necesario realizar dos aproximaciones, una para campo cercano y otra para campo lejano.

3.2.1. Campo lejano (Región de *Fraunhofer*)

En este caso, el punto a evaluar está alejado del transductor y por lo tanto $r \gg a$. Para el cálculo de la amplitud, r' puede expandirse en una saerie de Taylor y:

$$r' = r - \sigma \sin \theta \cos \varphi \quad (7)$$

Resultando:

$$p = \frac{j\rho_0 V_0 k}{2\pi r'} v_0 e^{j(\omega t - kr')} \int_0^a \sigma d\sigma \int_0^{2\pi} e^{jk\sigma \sin \theta \cos \varphi} d\varphi \quad (8)$$

La integral en φ puede expandirse como una serie de potencias e integrales siendo $2\pi J_0(k\sigma \sin \theta)$. Generalizando, la integral se resolvería como:

$$\int x J_0(x) dx = x J_1(x) \quad (9)$$

En nuestro caso, la integral quedaría:

$$2\pi \int_0^a \sigma J_0(k\sigma \sin \theta) d\sigma = 2\pi a^2 \left[\frac{J_1(ka \sin \theta)}{ka \sin \theta} \right] \quad (10)$$

Y, finalmente, la presión resulta:

$$p(r, \theta) = \frac{j \rho_0 \omega v_0 a^2}{2r} e^{j(\omega t - kr)} \left[\frac{2J_1(ka \sin \theta)}{ka \sin \theta} \right] \quad (11)$$

El término entre corchetes, es una aproximación de la función directividad que tiene forma de función de Bessel. Si se expande $J_1(x)$, se puede hallar la aproximación:

$$\frac{2J_1(x)}{x} \approx 1 - \frac{x^2}{8} \quad (12)$$

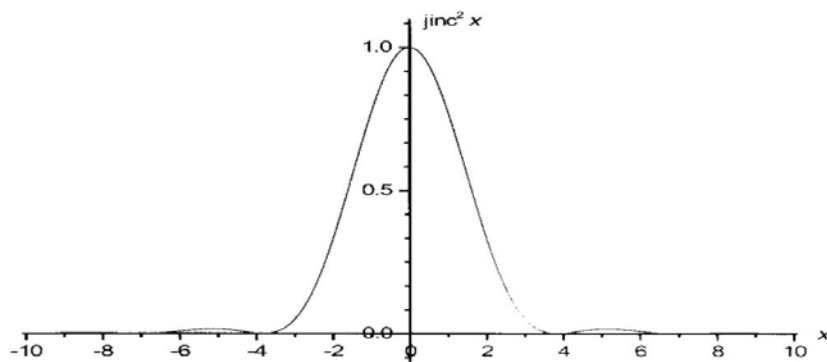
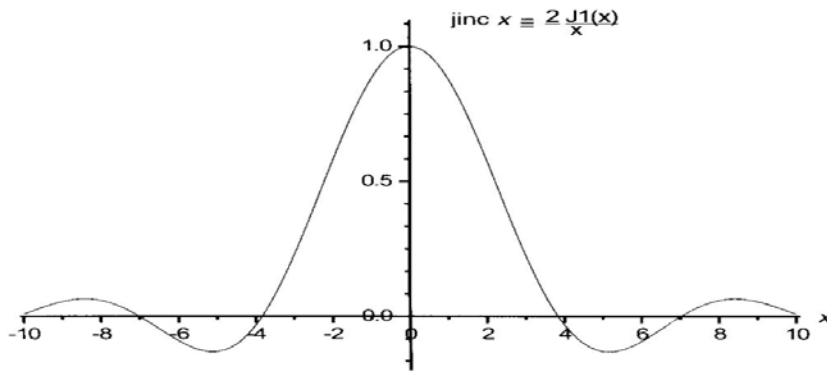


Figura 7. Funciones de Jinc para el radiador circular: a) Presión, b) Intensidad

Para puntos a lo largo del eje $x = 0$, el resultado para la presión, cuando la función directividad toma el valor 1, tiene la misma que el generado por una fuente puntual de área πa^2

El primer cero (θ_1) de la función $jincx$ se da cuando $ka \sin \theta_1 = 3.83$, así:

$$\sin \theta_1 = \frac{3.83}{ka} = 0.61 \frac{\lambda}{a} \quad (13. a)$$

que proporciona una medida angular de la mitad del ancho del lóbulo principal de presión acústica.

El primer lóbulo lateral, está incluido entre los ángulos θ_1, θ_2 , siendo

$$\sin \theta_2 = \frac{7.05}{ka} = 1.12 \frac{\lambda}{a} \quad (13. b)$$

De esta forma, podemos identificar la serie completa de lóbulos secundarios que representan la pérdida de energía del haz principal, fenómeno no deseado debido a que el objetivo principal de un radiador acústico es producir un haz colimado de energía acústica, por lo que es importante la reducción de dichos lóbulos secundarios de forma que no interfieran con el principal.

Podemos observar que la amplitud de los lóbulos secundarios decrecen al alejarnos del eje de radiación, donde se encuentra el lóbulo principal. Cuanto más grande sea el radio del pistón comparado con la longitud de onda, el lóbulo principal es más estrecho y aparecen más lóbulos secundarios. Por el contrario, si el radio del pistón es menor que la longitud de onda, los lóbulos secundarios desaparecen quedando sólo un lóbulo principal muy ancho. En la figura 8 se representa el patrón de radiación en un diagrama polar para los casos $ka = 10$ en línea continua y $ka = 5$ en discontinúa.

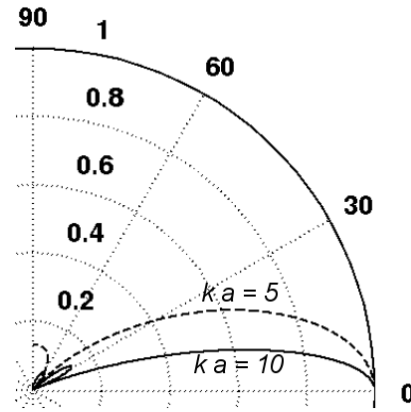


Figura 8. Diagrama polar para los casos $ka = 10$ (línea continua), y $ka = 5$ (línea discontinua).

3.2.2. Campo cercano

Cuando el punto de observación está cerca del transductor, suceden fuertes efectos de interferencia constructiva y destructiva. En este caso sólo existe solución analítica para el estudio en el eje.

3.2.3. Distribucion de la presión en el eje (Aproximación de Fresnel).

Particularizando en el eje ($\theta = 0$), el valor de la presión obtenida para $r' = (r^2 + \sigma^2)^{1/2}$, integrando:

$$p = \frac{j\rho_0 V_0 k}{2\pi r'} v_0 e^{j(\omega t - kr')} \left(\frac{e^{-jk\sqrt{r^2 + \sigma^2}}}{\sqrt{r^2 + \sigma^2}} \right) dS \quad (14)$$

resulta ser (parte real):

$$p(z, 0) = 2\rho_0 c v_0 \sin \left[\frac{1}{2} kz \left(\sqrt{1 + \frac{a^2}{z}} - 1 \right) \right] \quad (15)$$

De esta ecuación se deduce que la presión axial tiene fuertes efectos de interferencia que fluctúan entre 0 y $2\rho_0 c v_0$ conforme z varía entre 0 e infinito. Los extremos de presión se producen en los z tal que:

$$\frac{1}{2}kz \left(\sqrt{1 + \frac{a^2}{z}} - 1 \right) = n \frac{\pi}{2} \text{ Tal que } \begin{cases} \text{si } n \text{ es impar} \Rightarrow \text{MAX} \\ \text{si } n \text{ es par} \Rightarrow \text{MIN} \end{cases} \quad (16)$$

Así:

$$z = \frac{4a^2 - n^2\lambda^2}{4n\lambda} \text{ Siendo } \begin{cases} n = 1,3,5, \dots \text{ para los máximos de presión} \\ n = 2,4,6, \dots \text{ para los mínimos de presión} \end{cases} \quad (17)$$

El último máximo se da cuando $n = 1$ que se corresponde con $z_F = a^2/\lambda$, conocida como distancia de Fresnel, a partir de la cual se establece que el campo cercano se da para $z < z_F$ y el campo lejano $z > z_F$.

Por lo tanto en el eje tenemos:

$$p(z, 0) = \begin{cases} 2\rho_0 cv_0 \sin \left[\frac{1}{2}kz \left(\sqrt{1 + \frac{a^2}{z}} - 1 \right) \right] & \text{para campo cercano} \\ 2\rho_0 cv_0 \sin \frac{ka^2}{4z} \approx \frac{ka^2}{2z} \rho_0 cv_0 & \text{para campo lejano} \end{cases} \quad (18)$$

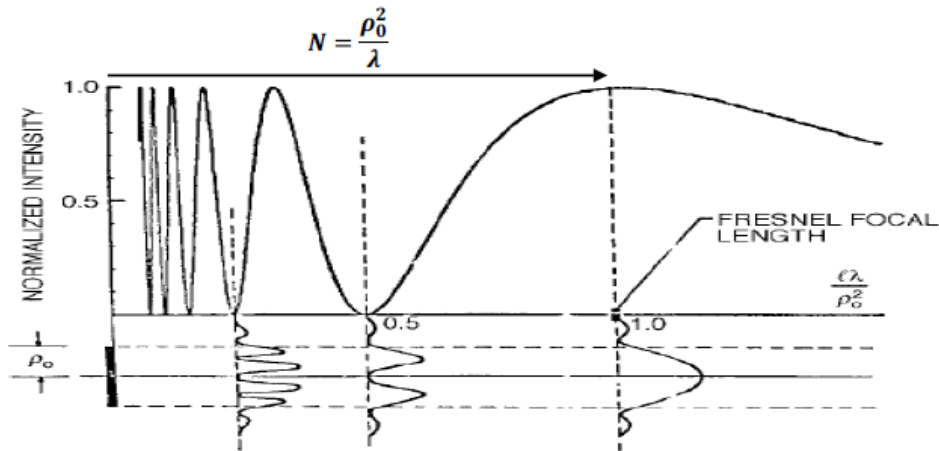


Figura 9. Distribución axial y radial de la intensidad generada por un transductor circular de radio ρ_0 en función de la distancia

Como podemos observar la radiación del pistón plano no responde a los modelos de onda esférica u onda plana, si no que se debe distinguir entre dos zonas diferenciadas, el campo cercano y el lejano. El campo cercano se caracteriza por fuertes interferencias que producen zonas de máximos y mínimos muy cercanas, lo que es debido a que cerca del transductor un pequeño desplazamiento a lo largo del eje produce un gran cambio de fase,

porque la onda proviene de un elemento superficial del transductor y por ello son notables las interferencias entre un elemento y el resto. En el campo lejano, el cambio de fase es gradual y monótono para todos los elementos, por lo que el transductor a grandes distancias actúa como una fuente puntual, siendo la radiación como la de una onda esférica (decrece con la inversa de la distancia) acotada en directividad.

En el pistón plano el máximo de presión se encuentra a la distancia de Fresnel z_F , donde la presión es el doble que en la superficie del transductor. En la zona focal, el ancho del haz es aproximadamente igual que el ancho del transductor.

3.3. Campo acústico generado por un transductor focalizado:

El tratamiento más simple de las ondas acústicas focalizadas es la teoría de rayos de óptica geométrica, por lo que podemos considerar que, para un radiador esférico focalizado, la energía se concentra en el centro de curvatura del transductor (focalización).

En una mejor aproximación se debe tener en cuenta la difracción del haz, de la misma forma en la que se tiene en cuenta en el caso de radiadores planos. Así se demuestra, que el punto focal no es un punto infinitesimal, pero si depende del orden de magnitud de la longitud de onda. Esto nos lleva al concepto de zona focal y resolución lateral.

Por otra parte, debido al aumento de intensidad que se produce en la zona focal, aparecen fenómenos no lineales en la propagación que habría que considerar. El principal efecto es la aparición de armónicos de la frecuencia de trabajo en la zona focal.

Sin embargo, en el caso del régimen lineal, la distribución del haz radiado por un transductor focalizado, está principalmente afectado por la acción opuesta de los dos primeros efectos: focalización y difracción.

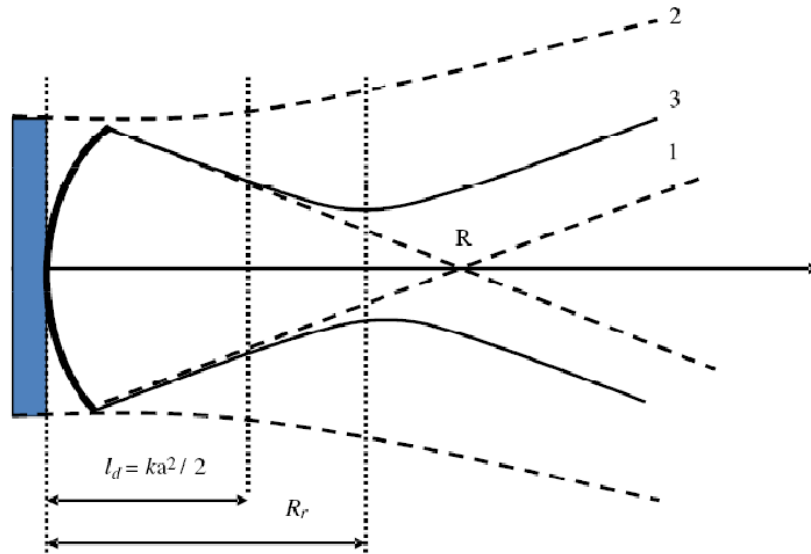


Figura 10. Interpretación geométrica del fenómeno del shift focal

En la figura 10, podemos observar cómo afectan los dos efectos a la estructura del haz:

(1) Representa la convergencia geométrica: trayectoria de los rayos que determinan la focal geométrica, por ser un sistema focalizado.

(2) Representa la divergencia que sufren los rayos como causa de la difracción que se produce en los bordes del transductor, si éste no fuera focalizado.

(3) Muestra el perfil del haz focalizado y difractado en el que se aprecia el *shift* que sufre la zona focal con respecto al foco geométrico R.

Normalmente, se define la ganancia de este tipo de sistemas, como: $G = \frac{L_d}{R}$, siendo R el radio de curvatura y $L_d = \frac{ka^2}{2}$ la distancia de Rayleigh. Sin embargo, dado que la región focal se encuentra más adelantada que el foco geométrico del sistema, en general este cociente subestima su valor real, siendo $G_r > G$.

Por esta razón, en [4] se introduce un parámetro nuevo para caracterizar este tipo de transductores focalizados, el número de Fresnel, usado habitualmente en sistemas ópticos, pero que es aplicable también a fuentes acústicas. La teoría de la difracción fija los conceptos de zonas y número de

Fresnel. Las primeras son las zonas anulares en el frente de ondas interpretadas en términos de interferencias debidas a las diferencias de caminos de la onda desde las distintas zonas del transductor. El número de Fresnel, N_F , se define como el número de zonas Fresnel limitadas por la apertura difractante desde el punto de observación, siendo en el caso de una onda plana de longitud de onda λ y una apertura circular de radio a , observada desde un punto del eje a distancia z :

$$N_F = \frac{a^2}{\lambda z} \quad (19)$$

Para el punto $z = z_0$, distancia a la que se cumple $N_F(z_0) = 1$, se determina la frontera entre la región de difracción de Fresnel ($z < z_0, N_F(z) > 1$) en la que se mantiene el tamaño de la sección transversal del haz pero su amplitud en el eje sufre grandes oscilaciones, y la de Fraunhofer ($z > z_0, N_F(z) < 1$), en la que el haz se expande transversalmente y su amplitud decrece de manera monótona.

En el caso de haces focalizados existe un punto axial de referencia, la focal geométrica, por lo que para caracterizar el sistema tenemos que para $z = R$:

$$N_F(z = R) = \frac{a^2}{\lambda R} = \frac{L_d}{\pi R} = \frac{G}{\pi} \quad (20)$$

y el valor del número de Fresnel caracteriza también la influencia relativa entre los efectos difractivos y los de focalización. Formalmente N_F da cuenta del número de zonas que encajan en la apertura AB, y puede ser interpretado, en términos de media longitud de onda, como la “profundidad” del transductor.

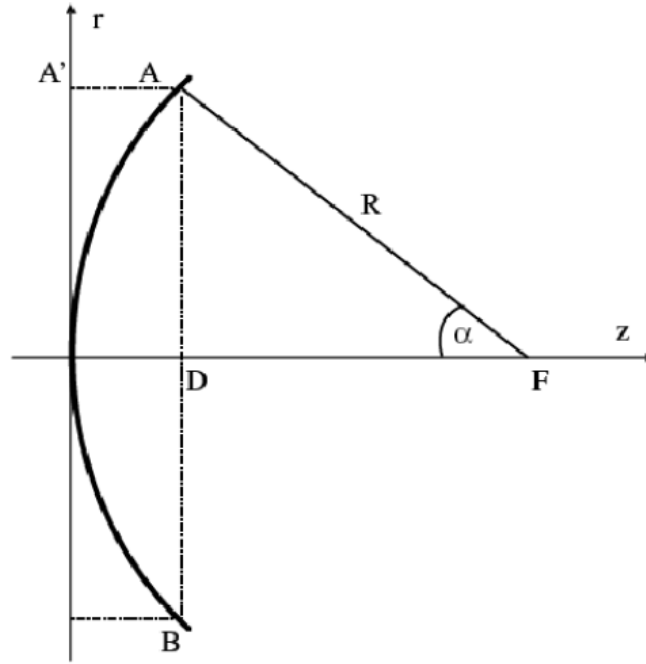


Figura 11. Esquema de un transductor focalizado con sus parámetros básicos

Así, en términos de media longitud de onda:

$$N_F = \frac{AA'}{\lambda/2} \quad (21)$$

donde la profundidad $AA' = AF - DF$ es la diferencia de camino hasta llegar a un punto axial desde la apertura plana o desde la superficie cóncava. En la aproximación de Fresnel (transductor focalizado con ángulo de apertura menor que 20°) la profundidad del transductor puede evaluarse como:

$$AA' = R - \sqrt{R^2 - a^2} \approx \frac{a^2}{2R} \quad (22)$$

Para evaluar la distribución de campo acústico en el eje, se considera la solución analítica exacta para la amplitud de la presión compleja determinada por la ecuación de ondas en aproximación paraxial:

$$A(r, z) = -\frac{ik}{z} e^{\left(\frac{ik}{2z}r^2\right)} \int_0^a e^{\left(\frac{ik}{2z}r'^2\right)} J_0\left(\frac{k}{z}rr'\right) A(r', 0) r' dr' \quad (23)$$

La presión acústica total viene dada por $p(r, z, t) = A(r, z)e^{ikz - i\omega t}$ y la condición inicial, considerando el caso más sencillo, en el que la presión a lo

largo del transductor es constante, y suponiendo un término de fase parabólico que representa el efecto de focalización, es $A(r', 0) = p_0 e^{\left(-\frac{ik}{2R}r'^2\right)}$.

La resolución analítica de la Ecuación 23 permite representar la distribución espacial de presión y la amplitud de presión en el eje:

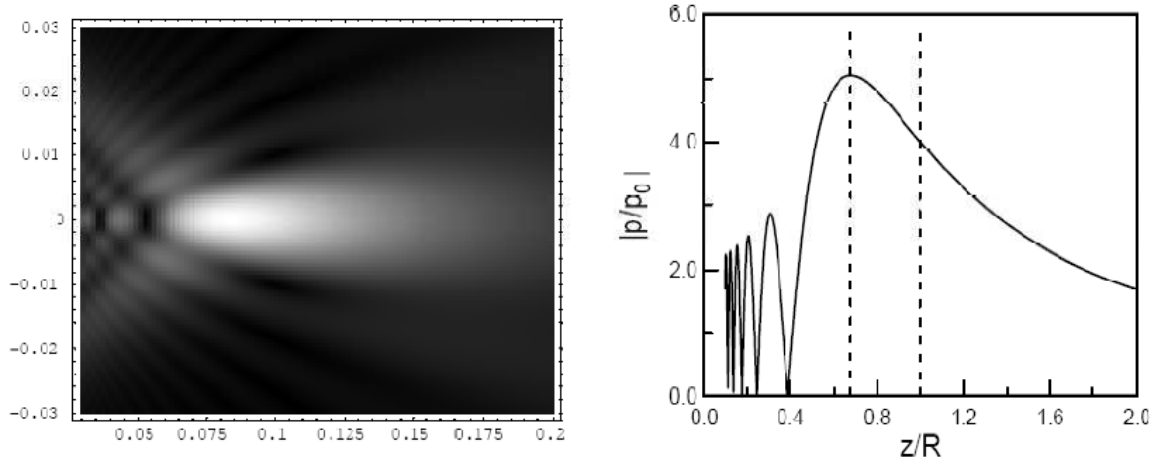


Figura 12. Distribución espacial (izquierda) y axial (derecha), del campo de presión generado por un transductor focalizado

La presión a lo largo del eje z para una distribución de presión uniforme en el transductor será:

$$\left| \frac{p(0, \tilde{z})}{p_0} \right| = \left| \frac{2}{1 - \tilde{z}} \sin \left(\frac{\pi N_F (1 - \tilde{z})}{2\tilde{z}} \right) \right| \quad (24)$$

siendo p_0 la presión constante a lo largo del eje del transductor y $\tilde{z} = z/R$ una coordenada adimensional que sitúa el foco geométrico en $\tilde{z} = 1$.

La coordenada \tilde{z}_{max} de estos máximos define el valor del shift focal como $\Delta\tilde{z}_{max} = 1 - \tilde{z}_{max}$ y puede determinarse haciendo cero la derivada con respecto a \tilde{z} de la ecuación anterior, obteniéndose la siguiente ecuación trascendental:

$$\frac{\tan(X)}{X \left(\frac{2X}{\pi N_F} + 1 \right)} = 1 \quad (25)$$

que puede reescribirse como:

$$\frac{\sin(X)}{X} = \left(\frac{2X}{\pi N_F} + 1 \right) \cos(X) \quad (26)$$

a partir de la cual se obtiene la siguiente ecuación cuadrática para la evaluación de \tilde{z}_{max} :

$$24\tilde{z}^2 = \pi^2 N_F^2 (3 - 4\tilde{z} + \tilde{z}^2) \quad (27)$$

cuya solución nos da la dependencia de la localización \tilde{z}_{max} de el máximo de presión en el eje con el número de Fresnel N_F :

$$\tilde{z}_{max} = \frac{3\pi N_F}{2\pi N_F + \sqrt{\pi^2 N_F^2 + 72}} \quad (28)$$

Esta solución de la distribución de presión en el eje, se pueden extender a la intensidad definida como:

$$I_T(\tilde{z}) = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \frac{p(t, \tilde{z})^2}{\rho_0 c_0} dt \quad (29)$$

donde $\rho_0 c_0$, es la impedancia acústica del medio, y T , el periodo. En este caso, la intensidad en cualquier punto $I_T(\tilde{z})$ es proporcional al cuadrado de la distribución de los máximos de presión, y por lo tanto los máximos de presión de intensidad se sitúan en la misma posición axial.

La principal conclusión de este resultado [4] es que para transductores de alta focalización (alto número de Fresnel, $N_F > 6$), el máximo de presión e intensidad se encuentra próximo al foco geométrico, mientras que para los de baja focalización (bajo número de Fresnel, $N_F < 3$), la diferencia entre ambos puntos axiales puede ser grande y la posición del máximo se desplaza considerablemente hacia el transductor.

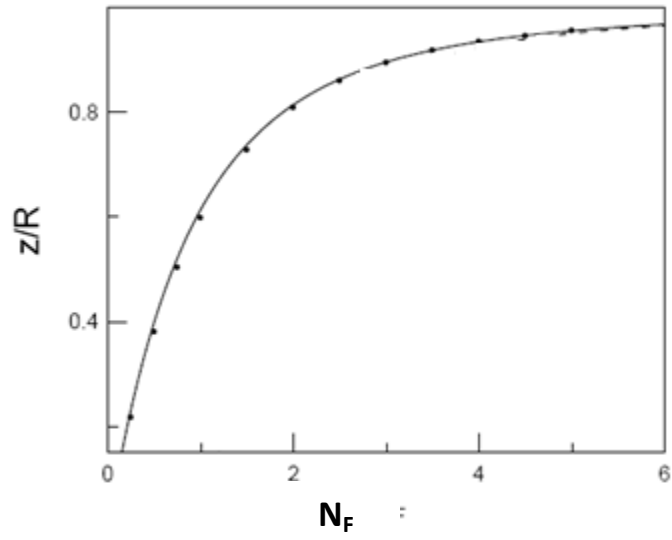


Figura 13. Shift lineal en función del Número de Fresnel

3.4 Campo acústico generado por un transductor focalizado de alta potencia:

Hasta el momento se ha analizado el campo acústico de transductores focalizados en régimen lineal, en el cual existe un shift lineal que depende del número de Fresnel del sistema:

- Bajo número de Fresnel ($N_F < 2$) [5]: existe un shift o desplazamiento del punto o desplazamiento del máximo de presión de mayor amplitud, alejándose de la focal geométrica y por tanto acercándose al transductor.
- Alto número de Fresnel ($N_F > 2$) [5]: En este caso el shift es de menor amplitud, y por lo tanto el máximo de presión se acerca a la focal geométrica del transductor.

En el caso de los dispositivos HIFU (ultrasonidos focalizados de alta intensidad) se generan ondas focalizadas de ultrasonidos que son emitidas desde el transductor y absorbidas en un área objetivo, produciendo efectos mecánicos, cavitación y efectos térmicos (intensa elevación térmica local) sin lesionar los tejidos que se encuentran interpuestos entre el emisor y el objetivo, en el camino del ultrasonido. Estos dispositivos son empleados como técnica terapéutica ya que al ser aplicados en tejidos, cuando alcanza suficiente energía en el foco se produce destrucción celular (necrosis coagulativa) de las células del área objetivo por elevación de la temperatura de forma que los tejidos colindantes no quedan afectados. Su uso está muy generalizado en hospitales para el tratamiento de tumores sólidos, cánceres y otras patologías como los fibromas uterinos.

En estos casos, y como se ha demostrado en trabajos anteriores [4],[5],[6] donde se analizan dispositivos FUS (focused ultrasound) de menor focalización que los HIFU, la potencia aplicada al transductor afecta al punto donde se deposita la energía, efecto conocido con shift no-lineal, que es de mayor amplitud que en el caso de los HIFU.

En estos estudios se demuestra que en dispositivos de baja focalización, y por lo tanto bajo número de Fresnel, al entrar en régimen no lineal aparecen

efectos no lineales de desplazamiento del máximo que se suman a los efectos lineales explicados anteriormente. Se pueden distinguir dos situaciones:

- *Bajo régimen no lineal:* Inicialmente, el punto de máxima presión se sitúa más cercano al transductor. A medida que crece el carácter no lineal de la onda, comienza a producirse una distorsión del perfil temporal de la onda, y antes de llegar a darse el efecto de absorción no lineal, aparecen armónicos superiores de la frecuencia de trabajo produciéndose una subida de la frecuencia efectiva del haz, por lo que decrece el fenómeno de difracción, resultando un número de Fresnel virtual más alto, y por lo tanto, el máximo de presión se aproxima aún más a la focal.

- *Alto régimen no lineal:* El aumento de potencia va acompañado de la formación y desarrollo de frentes de choque en la forma de onda (distorsión del perfil de onda hacia un perfil diente de sierra), que producen la aparición de una alta absorción, conocida como absorción no lineal de altas frecuencias (que afecta a cada componente espectral de manera exponencial, con los coeficientes de absorción aumentando con el orden de los armónicos, y no está determinada por el coeficiente de absorción termoviscoso, sino que excede notablemente su influencia). Esta absorción de los armónicos superiores tiene un efecto opuesto al anterior, por lo que decrece la frecuencia efectiva del haz, aumentando el fenómeno de difracción y alejando, por tanto, el máximo de presión de la focal geométrica acercándolo a la posición que ocupaba en régimen lineal.

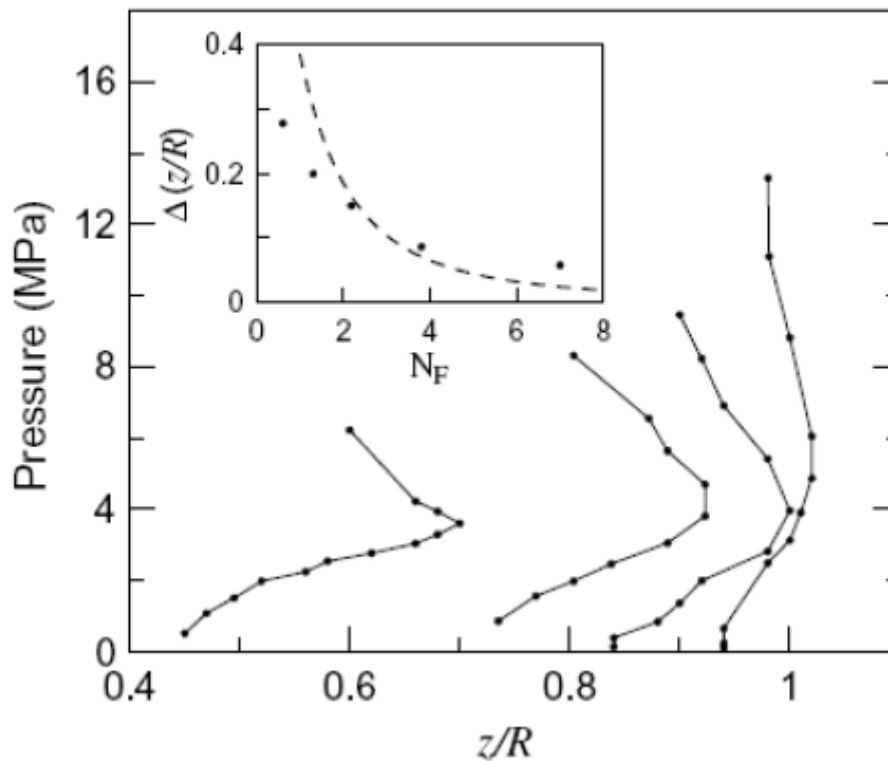


Figura 14. Shift no lineal correspondiente al aumento de potencia en transductores de distinto número de Fresnel obtenido mediante simulación con KZK-Texas

En la figura 14 se muestra el estudio experimental llevado a cabo en [4], donde se observa que para sistemas poco focalizados, con bajo número de Fresnel, el shift no lineal es mucho más notable, ya que en este caso es mayor el shift lineal, por lo que el máximo de presión está inicialmente más alejado de la focal geométrica y mayor es el recorrido del máximo al aumentar la potencia.

Para sistemas muy focalizados, de alto número de Fresnel, el shift lineal es muy pequeño, e inicialmente, antes del régimen no lineal, el máximo de presión se sitúa cerca de la focal. En recientes investigaciones [12] se ha verificado experimentalmente que en ellos, también se produce este cambio de posición de la focal en régimen no lineal llegando incluso a sobrepasar la focal geométrica del sistema y el intervalo en el que se desplaza el máximo de presión al variar la potencia (shift no lineal) es mucho menor que en los haces generados con sistemas de bajo número Fresnel.

En el caso de la intensidad, tiene una notable influencia el carácter especial de la deformación no lineal de los perfiles temporales. El rápido crecimiento del pico del perfil junto con su rápido estrechamiento conlleva una deceleración en el incremento del área encerrada bajo ese pico, ya que el crecimiento de la parte negativa está también decelerado, y por lo tanto, la intensidad (que es el cuadrado del área total encerrado bajo el perfil de la curva (figura 14)) se ralentiza en comparación con el crecimiento del valor del pico de presión. Esto conlleva una relajación del shift no lineal del máximo de intensidad comparado con el del máximo de presión:

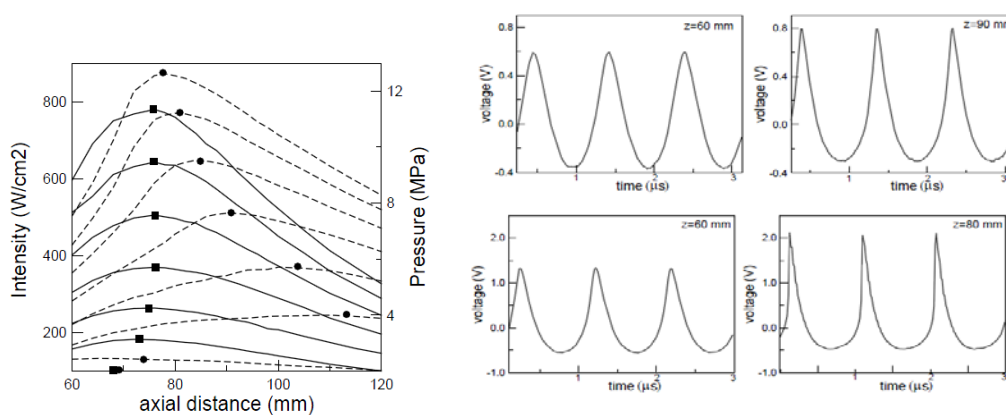


Figura 15. Shift no lineal de presión (línea discontinua) e intensidad (línea continua) y formas de onda para distintos voltajes y distinta posición.

En estas figuras se muestran los resultados obtenidos en [4] para un transductor de focal 11.7 cm, diámetro 3 cm, número de fresnel 1.28 y sumergido en agua a una frecuencia de trabajo 1MHz

En la figura 15 izquierda se representa en línea discontinua las curvas de presión en el eje, y en continuo las curvas de intensidad, para distintas tensiones de entrada (200, 250, 300, 350, 400, 450, 500 Vpp desde la parte inferior a la superior.), donde se observa las diferencias entre el shift no lineal de presión y el de intensidad.

En la figura 15 derecha se representa la forma de onda de la presión en dos posiciones del eje , $z = 60\text{ mm}, z = 90\text{ mm}$ para una tensión de entrada $V = 250\text{ Vpp}$, (primera fila), y para $z = 60\text{ mm}, z = 80\text{ mm}$, para $V = 500\text{ Vpp}$, donde se aprecia como varía la distorsión en el perfil de onda con la distancia al transductor, y con la tensión de entrada, siendo mayor en las proximidades del punto de máxima presión a mayor tensión de entrada.

3.5. Fuerza de radiación:

La fuerza de radiación se define generalmente como la fuerza promediada en un periodo ejercida en un medio por una onda sonora [9].

Su estudio ha sido objeto de interés a lo largo de los años y los distintos aspectos de este fenómeno en los fluidos han sido discutidos por distintos autores comenzando por *Lord Rayleigh* y terminando por *Ostrovsky* [10][11]. En fluidos homogéneos, uno de los principales estudios fue el llevado a cabo por *Eckart*, quien dedujo las ecuaciones para la fuerza promedio y el movimiento resultante en un fluido viscoso. Demostró que para un haz sonoro armónico uniforme en un fluido homogéneo, sólo la componente rotacional de la fuerza de radiación puede crear movimiento en los fluidos, lo que es debido a la presencia de la atenuación (Viscosidad). Además, demostró que la parte potencial de la fuerza promedio (presión acústica) provoca compresión estática. Posteriormente, se demostró que en el caso de un haz sonoro modulado, la fuerza potencial puede crear sonido de baja frecuencia, lo que actualmente es usado, por ejemplo, en las técnicas de diagnóstico basadas en Harmonic Motion Imaging

En la actualidad, existe un gran número de literatura sobre la fuerza de radiación, también llamada presión de radiación, tanto en fluidos como en sólidos. En general está dirigida al estudio de la fuerza normal (presión de radiación) actuando en objetos parcialmente reflectantes y/o en cuerpos difusores (esferas, burbujas, etc). Por ejemplo, en el citado documento de *Eckart*, se considera la fuerza solenoidal, que es debida a la atenuación de los ultrasonidos en el medio y genera flujos acústicos.

3.5.1. Fuerza de radiación en medios elásticos o tejidos biológicos

En medios elásticos acuosos, tales como los tejidos biológicos, en los que el módulo de cizalla es finito, pero pequeño en comparación con el módulo de compresión, la acción de la fuerza de radiación puede generar importantes desplazamientos transversales. Este fenómeno está siendo investigado ampliamente en la actualidad en aplicaciones médicas relacionadas con la evaluación a distancia de las propiedades viscoelásticas de los tejidos internos y fluidos corporales. Los desplazamientos de baja frecuencia generados por ultrasonidos focalizados se han convertido en la base de numerosas técnicas emergentes de diagnóstico, como las imágenes supersónicas, o la vibroacustografía. La medición de los desplazamientos transversales producidos por haces ultrasónicos puede realizarse utilizando resonancia magnética y técnicas de rayos X o escaneados tipo B con ultrasonidos (SCAN-B).

En el caso de la fuerza de radiación ejercida sobre un cuerpo o tejido viscoso, (como los tejidos biológicos), se acepta que en régimen lineal, dicha fuerza es proporcional a la potencia de la onda. En [9] se demuestra que cuando un haz paralelo de ondas planas de potencia W y sección transversal A , incide en un objeto absorbente situado en un medio sin pérdidas de densidad ρ se produce un movimiento de materia hacia fuera del haz que evita que el valor medio de presión sea nulo, por lo que esta transferencia de la cantidad de movimiento es la única causa de la fuerza de radiación.

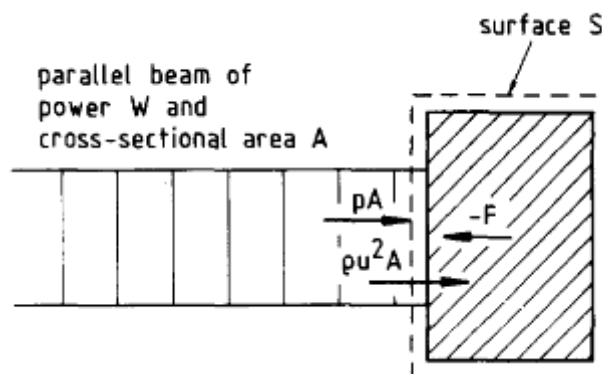


Figura 16. Fuerza de radiación ejercida por una haz ultrasónico en un objeto absorbente

Si el objeto y el medio constituyen un sistema cerrado, en el que el momento $\rho u^2 A$ es transferido sólo en una dirección y en el que la fuente experimenta una fuerza de radiación en la dirección opuesta al haz, existe en un tiempo promedio, un gradiente de P entre el líquido interior al haz y el exterior, de esta forma $\bar{F} = \overline{\rho u^2} A$, y en términos de energía, $\bar{F} = \bar{E} A$, siendo la energía, $E = \frac{W}{cA}$.

Por esta razón, generalmente se acepta en régimen lineal, que la fuerza F , ejercida en un objeto totalmente absorbente por un haz ultrasónico de potencia W , viene dado por la ecuación:

$$F = \frac{W}{c} \quad (30)$$

Sin embargo, al salir del régimen lineal, nos encontramos con que aún quedan importantes problemas sin resolver, ya que por ejemplo, se desconoce el efecto que puede tener la distorsión del perfil de onda lineal en la fuerza de radiación, salvo en el caso en el que se alcanzan las ondas de choque (cuyo perfil es el diente de sierra), y en muchos tejidos biológicos, el medio puede sufrir significativas distorsiones no lineales sin llegar a formarse ondas de choque. Por otro lado, también en tejidos biológicos, el coeficiente de absorción es típicamente lineal, en lugar de cuadrático, es decir, depende linealmente de la frecuencia, lo que no puede ser descrito por los modelos con constante viscosa.

Uno de los estudios interesado en la resolución de esos problemas es el realizados por los autores de [10],[11], donde únicamente se considera la fuerza de radiación senoidal en haces ultrasónicos focalizados no lineales con distintos tipos de pérdida, considerando un modelo analítico simplificado que permite obtener la comprensión de las características cualitativas del proceso, y está basado en la descripción del vector fuerza de radiación como el promedio en un periodo de la derivada espacial del tensor de esfuerzos

$$\phi = \left\langle \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} \right\rangle \quad (31)$$

siendo la parte solenoidal de la fuerza, ϕ_s , la que induce los desplazamientos transversales, que en medios acuosos y fluidos prevalecen

sobre las compresiones-rarefacciones. Así, se denota la fuerza de radiación como:

$$RF = \frac{\phi_s}{\rho} \quad (32)$$

donde ρ es la densidad del medio.

En general esta fuerza puede mantener una dependencia temporal, en cuyo caso se puede considerar como una fuerza dinámica capaz de excitar flujos en fluidos y movimientos de ondas transversales de baja frecuencia en medios elásticos acuosos o en tejidos biológicos. En el caso particular de haces de pequeño ángulo, la componente principal se dirige a lo largo del eje x.

Los resultados obtenidos en este estudio son válidos en todo el haz antes de la formación de las ondas de choque, en cuyo caso debe ser tratado numéricamente, y concluyen que la fuerza de radiación, responsable de la generación de flujos en fluidos y desplazamientos transversales en medios elásticos acuosos, es fundamentalmente dependiente de la tasa de distorsión no lineal en el haz ultrasónico primario, así como de los mecanismos de disipación del medio. Además, en el caso del agua y otros medios con viscosidad clásica, la no linealidad en el haz incrementa el valor de dicha fuerza de radiación, mientras que para las pérdidas proporcionales a la frecuencia, características de muchos tejidos biológicos, este incremento no es tan fuerte pero sí significativo.

3.5.2. Fuerza de radiación en fluidos

Si nos centramos únicamente en el estudio de los efectos que un haz sonoro tiene directamente sobre los fluidos (agua) (donde aunque se produzcan esfuerzos transversales, las ondas que producen son despreciables), nos es suficiente con caracterizar las fuerzas internas que se producen a partir del estudio de la presión, sin necesidad de definir todas las componentes del tensor de esfuerzos.

Según [8] la generación de streamings o flujos en fluidos son debidos a que durante la propagación, el haz cambia las propiedades de parte del medio

en el que se localiza y la velocidad sonora pasa a depender de los valores instantáneos de las perturbaciones. Este cambio en la velocidad sonora corresponde a una distribución de la velocidad de transmisión, la cual está determinada por la distribución de la amplitud de la onda sonora. El incremento en la velocidad implica un incremento en la dispersión y la desfocalización del haz.

Si representamos la velocidad $v(v_x, v_y)$ en forma de una suma de un término constantes $v_0(u_0, \omega_0)$ y un término variable $v_{ak}(u, \omega)$ con $v_x = u_0 + u$ y $v_y = \omega_0 + \omega$, y asumiendo que u_0 es una cantidad pequeña que cambia lentamente y que la componente transversal de la velocidad del flujo $\omega_0 = 0$ en el eje, mientras que la región paraxial sea pequeña, podemos obtener a partir de una simplificación de las ecuaciones de la hidrodinámica de un líquido viscoso, las expresiones para la componente constante:

$$\text{div}\left(v_0 + \frac{\rho' v_{ak}}{\rho_0}\right) = 0 \quad (33)$$

$$\frac{\partial u_0}{\partial t} + u_0 \frac{\partial u_0}{\partial x} + \omega_0 \frac{\partial u_0}{\partial t} = F_x - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\eta}{\rho_0} \Delta u_0 \quad (34)$$

$$\frac{\partial \omega_0}{\partial t} + u_0 \frac{\partial \omega_0}{\partial x} + \omega_0 \frac{\partial \omega_0}{\partial t} = F_r - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\eta}{\rho_0} \Delta \omega_0 \quad (35)$$

donde p es la presión y F_x, F_r son la componente longitudinal y transversal del campo de fuerzas creado por la onda sonora:

$$-F = \frac{1}{2} \overline{\nabla v_{ak}^2} + \frac{(\gamma - 2)c_0^2}{2\rho_0^2} \overline{\nabla \rho'^2} + \left(\zeta + \frac{\eta}{3}\right) \frac{1}{\rho_0^2} \overline{\nabla \nabla \rho' v_{ak}} + \left(\zeta + \frac{4\eta}{3}\right) \frac{1}{\rho_0^2} \overline{\rho' \Delta v_{ak}} \quad (36)$$

A partir de (34)(36), obtenemos la expresión para la presión de radiación para un medio viscoso termo-conductor, empleada en el presente trabajo. Teniendo en cuenta que se puede ignorar la componente transversal de la fuerza F_r (por ser despreciable en comparación con la componente longitudinal F_x), y asumiendo que los desplazamientos de las partículas ocurren sólo a lo largo del eje z (manifestándose más fuertemente en el eje del haz ($r = 0$)), la fuerza de radiación puede escribirse como [3]:

$$F_z = \frac{b}{c_0^5 \rho_0^3} \overline{\left(\frac{\partial p}{\partial t}\right)^2} \quad (37)$$

donde c_0 , es la velocidad de las ondas longitudinales, p es la presión acústica, $b = \zeta + \frac{4}{3}\eta + \kappa\left(\frac{1}{c_v} - \frac{1}{c_p}\right)$, es el coeficiente de disipación, con ζ, η las viscosidades volumétricas y de corte, κ el coeficiente de conductividad térmico, y C_p, C_v , los calores específicos a presión y volumen constante, y la barra significa promediada en un periodo.

En régimen lineal, para un medio disipativo, es habitual considerar la fuerza de radiación como:

$$F_z = \frac{\alpha 2I}{\rho_0 c_0} \quad (38)$$

donde $\alpha = \frac{b\omega^2}{2\rho_0 c_0^3}$ es el coeficiente de absorción ultrasónica, e I la intensidad.

Esto es fácilmente demostrable cuando a la entrada tenemos un pulso senoidal $p = p_0 \sin \omega t$, a partir de lo cual obtenemos :

$$\overline{\left(\frac{\partial p}{\partial t}\right)^2} = \overline{(p_0 \omega \cos \omega t)^2} = I \omega^2 \rho_0 c_0 \quad (39)$$

En este proyecto se pretende verificar numéricamente como sólo en régimen lineal la fuerza obtenida a partir de ambas expresiones coincide, y no únicamente para una entrada uniforme.

4. CÓDIGO DE SIMULACIÓN: TEXAS-KZK

En la actualidad el uso de pulsos acústicos de gran intensidad es habitual en numerosas aplicaciones, tanto médicas como en los sistemas sonar. A menudo, el uso de estos pulsos conduce a efectos debidos a su amplitud finita que la teoría acústica lineal no puede predecir. Además, las fuentes reales tienen dimensiones finitas, lo que conlleva la difracción de la radiación de los haces sonoros, que en medios conductores térmicos y con viscosidad produce la atenuación de la onda.

La investigación de la propagación de ondas de amplitud finita en fluidos termoviscosos generadas por fuentes finitas requiere la consideración de los efectos combinados de difracción, absorción y no linealidad.

Aunque se han dedicado muchos estudios teóricos a resolver dichos problemas, la mayoría de los códigos informáticos que modelan esta situación se basan en la descomposición espectral del campo sonoro, lo que requiere gran cantidad de tiempo para la resolución de la mayoría de los pulsos de interés práctico. Por esta razón, en este trabajo se ha escogido el algoritmo desarrollado por el doctor en Física, *Yang-Sub Lee de la University of Texas at Austin*, y desarrollado en [1] que ha sido el primero en tomar en cuenta con precisión, realizando los cálculos exclusivamente en el dominio temporal, los efectos combinados de difracción, absorción y no linealidad, por lo que proporciona una alternativa eficiente a los métodos espectrales.

4.1 Antecedentes: Ecuación de Burguers

La propagación de las ondas planas en medios sin pérdidas está descrita con exactitud por la solución analítica implícita de Poisson y es válida para cualquier forma de onda de entrada. Sin embargo, esta solución al no dar cuenta de los numerosos mecanismos de pérdidas que existen en los medios reales, predice que cualquier forma de onda eventualmente agudiza en una onda de choque llegando a ser multivalor, resultado que carece de sentido tras la formación de ondas choque.

Aunque existen otras teorías que logran solucionar esta situación, tienen también sus limitaciones en determinados medios, por lo que puede decirse que es la ecuación de Burguers la que proporciona el modelo más apropiado para explicar la propagación de las ondas planas de amplitud finita en fluidos termoviscosos ya que considera la absorción termoviscosa que es en realidad el mecanismo físico que equilibra los efectos de la amplitud finita dando lugar a las ondas de choque sin conllevar la formación de ondas multivalor. Si en la ecuación de Burguers (40), el término de la absorción toma el valor cero, se obtiene la solución de Poisson.

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{D}{2c_0^3} \frac{\partial^2 p}{\partial t'^2} + \frac{\beta}{2\rho_0 c_0^3} \frac{\partial^2 p^2}{\partial t'} \quad (40)$$

En general, la solución de la ecuación de Burguers para condiciones de entrada arbitrarias viene expresada en forma integral y, si además modificamos dicha ecuación para incluir los efectos de la propagación esférica, obtenemos que carece de solución analítica y únicamente puede resolverse mediante cálculo numérico, para lo cual se han desarrollado numerosos métodos como el de Fenlon, que resolvió la ecuación general numérica de Burguers en el dominio de la frecuencia mediante una expansión de series de Fourier reduciéndola a un conjunto de ecuaciones diferenciales para cada amplitud espectral que pueden ser resueltas mediante las técnicas convencionales como el método de Runge-Kutta. Este método fue desarrollado posteriormente por otros autores como Korpel que lo generalizó para fluidos que poseen tanto dispersión como absorción. Sin embargo, estos métodos, aunque efectivos para algunas formas de onda, requieren un considerable tiempo de computación para pulsos, ruido u otras complejas ondas de entrada.

Otro algoritmo más eficiente es el conocido como algoritmo de Pestorius, en el cual, cada forma de onda es distorsionada en pasos de rango incremental mediante la modificación de la fase de cada transformada wavelet de acuerdo a la solución de Poisson. Esta distorsión de la forma de onda temporal, se transforma al dominio de la frecuencia incluyendo los efectos de disipación y dispersión en los mismos pasos incrementales de acuerdo a la teoría clásica de capa límite de Kirchoff, independiente de los efectos no lineales. Posteriormente la forma de onda vuelve a transformarse al dominio del tiempo,

repitiéndose este proceso en cada paso incremental. Se ha demostrado que este método es muy satisfactorio a la hora de modelar el ruido de amplitud finita y es usado por los investigadores actualmente para el estudio de la propagación de ondas planas sinusoidales de amplitud finita en medios disipativos.

4.2. Ecuación KZK

En el caso de fuentes acústicas finitas radiando en espacio libre, deben considerarse también los efectos de la difracción. La ecuación KZK (Khokhlov-Zabolotskaya-Kuznetsov) es una ecuación de onda parabólica no lineal empleada para describir muy detalladamente la propagación de un haz sónico de amplitud finita, incluyendo los efectos de difracción (debidos a las fuentes finitas), absorción (debido a medios termoviscosos) y no linealidad que la acústica lineal no puede predecir. Khokhlov y Zabolotskaya dedujeron las pérdidas para la ecuación KZK, llamada en ocasiones ecuación KZ y Kuznetsov incluyó los efectos de la absorción termoviscosa.

En la deducción de la ecuación se asume que las ondas forman un haz directivo, lo que permite una aproximación parabólica hecha para incorporar los términos que hacen referencia a la difracción. Dicha aproximación conlleva errores en los puntos alejados del eje acústico (para ángulos mayores de 20°) y en localizaciones próximas a la fuente. Sin embargo estas restricciones son débiles en las prácticas y la mayoría de las regiones de interés de un haz directivo se modelan bastante bien con la ecuación KZK.

La ecuación KZK para un haz sonoro axisimétrico que se propaga en la dirección positiva del eje z puede ser escrita en términos de la presión acústica p de la siguiente forma:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial z \partial t'} = \underbrace{\frac{c_0}{2} \left(\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} \right)}_{\text{difracción}} + \underbrace{\frac{D}{2c_0^3} \frac{\partial^3 p}{\partial t^3}}_{\text{absorción}} + \underbrace{\frac{\beta}{2\rho_0 c_0^3} \frac{\partial^2 p^2}{\partial t^2}}_{\text{no linealidad}} \quad (41)$$

donde:

$t' = t - z/c_0$, es la variable temporal retardada, con t el tiempo y c_0 la velocidad sonora para pequeña señal.

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$, es la distancia radial medida desde el eje z

$\partial^2/\partial r^2 + (1/r)\partial/\partial r$, es el operador laplaciano transversal

ρ_0 , es la densidad ambiental del fluido

$D = \rho_0^{-1}[(\zeta + 4\eta/3)] + \kappa(1/c_v + 1/c_p)$, es la difusividad sonora del medio termoviscoso, siendo ζ la viscosidad aparente, η la viscosidad transversal, κ la conductividad térmica, y c_v, c_p el calor específico de volumen y de presión respectivamente.

$\beta = 1 + B/2A$, es el coeficiente de no linealidad, donde B/A es el parámetro de no linealidad del medio.

El primer término de la parte derecha de esta ecuación da cuenta del efecto de difracción, el segundo de la absorción y el último refleja la no linealidad. En la derivación de esta ecuación se realizan dos aproximaciones, se asume que las ondas sonoras son colimadas respecto al eje z y se ignoran los efectos no lineales locales, como los debidos a los desplazamientos de la fuente finita. Con estas aproximaciones, es consistente usar la relación de impedancia de ondas planas lineales, $p = \rho_0 c_0 u$, donde u es la componente z de la velocidad de las partículas, así, las condiciones fuentes, que suelen ser prescritas en términos de la velocidad normal en el plano fuente, pueden transformarse simplemente en términos de la presión sonora sin pérdida de precisión.

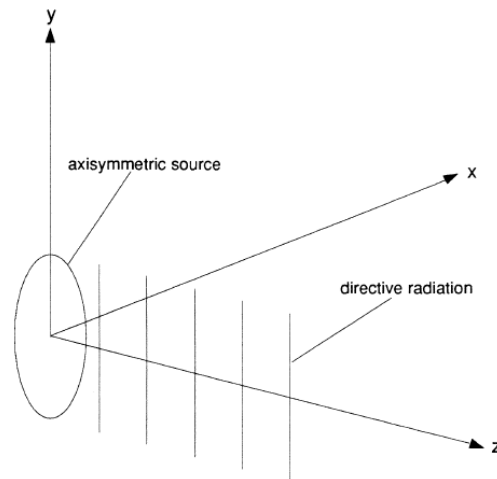


Figura 17. Geometría de radiación para una fuente sonora axisimétrica localizada en el plano $z=0$

Hasta la fecha, no existen soluciones analíticas explícitas para la ecuación KZK (aunque recientemente Cates y Crighton presentaron una solución implícita similar de la ecuación KZ). En su lugar, se desarrollaron inicialmente soluciones analíticas cuasilineales para los casos de débil no linealidad, basadas en la suposición de que las soluciones de segundo orden (e.j. armónicos de segundo orden o diferentes componentes frecuenciales) son pequeñas correcciones de la teoría lineal correspondiente. Sin embargo, la teoría cuasilineal no describe la generación de las componentes armónicas de orden mayor ni la formación de ondas de choque.

Para entender los efectos de la fuerte no linealidad en los haces sonoros, se deben obtener soluciones completamente no lineales de la ecuación KZK, pero como no existen soluciones analíticas de la ecuación KZK completa, es necesario desarrollar métodos numéricos. Los más conocidos son los métodos espectrales similares al usado por Fenlon para resolver la ecuación generalizada de Burgers, en los que se sustituye la ecuación KZK por un conjunto de ecuaciones diferenciales parciales, resolviendo el sistema resultante mediante varios regímenes de diferencias finitas. El más popular de todos ellos está basado en el algoritmo desarrollado por Aanonsen y Coworkers, que está limitado al campo cercano de un pistón circular monofrecuencia y que se ha ido modificando permitiendo la investigación del

campo lejano, de fuentes focalizadas y bifrecuenciales y de fuentes rectangulares.

Otros métodos a destacar, relacionados con el desarrollado por Yang-Sub Lee, son el algoritmo numérico de McKendree que resuelve la ecuación incluyendo la no linealidad en el dominio del tiempo, de acuerdo a la solución de Poisson, y la absorción y la difracción en el dominio de la frecuencia o el de Too y Ginsberg que desarrollaron un algoritmo en el dominio temporal para resolver la ecuación de onda parabólica no lineal (NPE) que es similar a la ecuación KZ y que es muy adecuado para la investigación de pulsos sonoros porque realiza todos los cálculos en el dominio del tiempo, pero está limitado por la ausencia del término de la absorción en la NPE a casos en los que la atenuación sea mínima.

Es por estas razones que se ha escogido el algoritmo desarrollado por Yang-Sub Lee para la simulación del campo acústico de transductores focalizados en fluidos termoviscosos expuesto en este trabajo. Este algoritmo, desarrollado en el dominio del tiempo, resuelve la ecuación de onda parabólica no lineal para haces sonoros pulsados de amplitud finita y asimétricos, tomando distribuciones espaciales arbitrarias de amplitud y fase en la fuente. Al realizar todos los cálculos en el tiempo, se evitan los problemas asociados al uso de las series de Fourier truncadas en los cálculos en el dominio de la frecuencia. La ecuación diferencial resultante, se resuelve en cada paso del rango espacial mediante el cálculo separado de los efectos de difracción, absorción y no linealidad, asumiendo que cada efecto opera independientemente de los otros siempre que el paso sea suficientemente pequeño. Primero, se integra el término de la difracción en cada incremento espacial con el método de diferencias finitas implícito. A continuación se incluye la energía de disipación que acompaña a la propagación en cada paso incremental mediante la integración del término de absorción también por el método de diferencias finitas implícitas. Finalmente, se incluye la no linealidad en cada paso espacial mediante la implementación de un resultado analítico que se obtiene al ignorar los términos de absorción y difracción. Este proceso se repite en cada paso espacial sucesivo hasta que se alcanza la distancia de propagación especificada.

4.3. Método Numérico

En este apartado se desarrollara de forma más detallada el algoritmo empleado en el presente trabajo. Como ya se ha dicho, se trata de un algoritmo numérico en el dominio del tiempo que resuelve la ecuación KZK para haces sonoros pulsados axisimétricos y de amplitud finita en medios fluidos termoviscosos y homogéneos. En su inicio se desarrolló para haces sonoros radiados por fuentes no focalizadas, modificándose posteriormente para facilitar también el cálculo de las focalizadas. En el primer caso se debe realizar una transformación de coordenadas para mejorar la eficiencia computacional en campo lejano que no es necesaria en el caso de los haces focalizados. En cualquier caso, la ecuación KZK resultante contiene tres términos individuales que dan cuenta de la difracción, absorción y no linealidad y se resuelve secuencialmente integrando en cada paso de forma independiente tal y como se ha explicado anteriormente.

4.3.1. Haces sonoros no focalizados:

En este caso, se aplica la siguiente transformación de variables:

$$\sigma = z/z_0 \quad (42)$$

$$\rho = \frac{r/a}{1 + \sigma} \quad (43)$$

$$\tau = \omega_0 t' + \frac{(r/a)^2}{1 + \sigma} \quad (44)$$

$$P = (1 + \sigma) p/p_0 \quad (45)$$

donde a es el radio característico de la fuente, $\sigma = z/z_0$ es el rango de la coordenada adimensional en términos de la distancia de Rayleigh $z_0 = \omega_0 a^2 / 2c_0$ a la frecuencia angular característica ω_0 , ρ es la coordenada adimensional transversal, τ es la dimensión temporal adimensional retardada, y p_0 es amplitud de presión fuente característica. Para $\sigma \gg 1$, ρ es proporcional a $r/z = \tan\theta$, donde θ es el ángulo respecto al eje del haz. Así por ejemplo:

$$\tan \theta = \frac{2}{ka} (1 + \sigma^{-1}) \rho, \quad (46)$$

$$\tan \theta \approx \frac{2\rho}{ka}, \sigma \gg 1 \quad (47)$$

De esta forma, la coordenada transversal ρ proporciona la adecuada geometría para la dispersión sonora esférica en campo lejano. Para $\sigma \gg 1$, τ se reduce a $\omega_0(t - z/c_0 - r^2/2c_0z)$, lo que describe una superficie de fase constante, y dentro de la aproximación parabólica, una esfera centrada en el origen $(r, z) = (0,0)$. Esta coordenada temporal, es por lo tanto conveniente para el seguimiento de pulsos localizados en el tiempo, así puede usarse una ventana temporal de longitud razonable para englobar los puntos de fuera del eje en la computación numérica. La transformada adimensional de la presión P tiene el factor de dispersión esférico factorizado $1/z$.

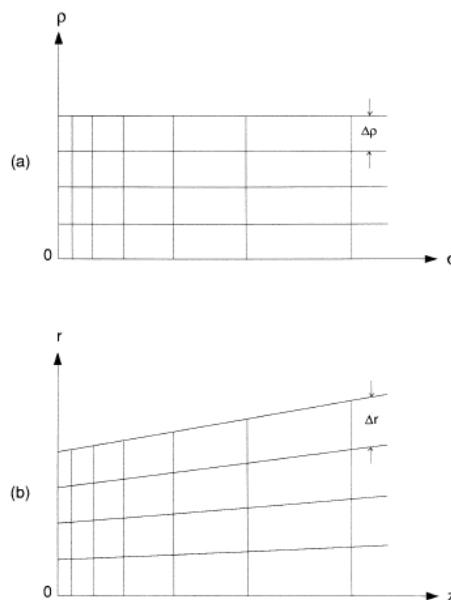


Figura 18. Rejillas de las diferencias finitas en las coordenadas del sistema (a) transformadas y (b) sin transformar.

Como vemos, al sistema transformado le corresponde una región rectangular mientras que sin transformar, la región es trapezoidal. El tamaño de los pasos aumenta con la distancia, ya que se requieren pequeños incrementos axiales de menor tamaño (mayor precisión) en campo cercano debido al comportamiento altamente oscilatorio de la presión sonora en esa zona. En campo lejano, donde desaparece ese comportamiento y la presión se comporta

como una onda esférica, pueden usarse incrementos más grandes para ahorrar tiempo computacional. Hay que notar también, que el tamaño del incremento transversal $\Delta\rho$ es en el sistema transformado y se corresponde al incremento Δr transversal que aumenta con z en el sistema no transformado, sin embargo en campo lejano se necesita menor resolución transversal ya que el haz tiene una distribución angular constante, por lo que también por esto es más adecuado el sistema transformado.

Con estas transformaciones, la ecuación KZK en forma integral puede escribirse como:

$$\frac{\partial P}{\partial \sigma} = \frac{1}{4(1 + \sigma)^2} \int_{-\infty}^{\tau} \left(\frac{\partial^2 P}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial \rho} \right) d\tau' + A \frac{\partial^2 P}{\partial \tau^2} + \frac{NP}{(1 + \sigma)} \frac{\partial P}{\partial \tau} \quad (48)$$

donde $A = \alpha_0 z_0$ es el parámetro de absorción, con α_0 el coeficiente de atenuación, y $N = z_0/\bar{z}$ el parámetro de linealidad, donde z_0 es la distancia de Rayleigh y $\bar{z} = \rho_0 c_0^3 / \beta \omega_0 p_0$, la distancia de formación de ondas de choque planas. Ambos parámetros se definen en término de la frecuencia angular característica ω_0 , y se puede comprobar cómo un valor de $A = 1$ indica que la longitud de absorción característica es igual a la distancia de Rayleigh, y un valor de $N = 1$ indica que la distancia de formación de ondas de choque planas es igual a la distancia de Rayleigh. Incrementar o decrementar A o N equivale a incrementar o decrementar la absorción y la no linealidad respectivamente. Podemos definir la cantidad

$$\Gamma = \frac{N}{A}, \quad (49)$$

conocida como número de Gol'dberg, como la relación entre la no linealidad y los efectos termoviscosos.

La condición fuente se escribe como

$$p = p_0 f(t) g(r) \quad (50)$$

donde $f(t)$ es la dependencia temporal y $g(r)$ la dependencia de amplitud en el plano fuente. En término de la transformación, resulta

$$P = f(\tau + \rho^2) g(\rho) \text{ en } \sigma = 0 \quad (51)$$

para la que, en el caso de un pistón circular excitado uniformemente, $g(\rho) = 1, 0 \leq \rho \leq 1; g(\rho) = 0, \rho > 1$. Aunque por defecto se utiliza esta distribución de amplitud, el algoritmo puede ser modificado para cualquier distribución arbitraria, como por ejemplo una distribución Gaussiana, siempre que se cumplan los criterios $ka \gg 1$, donde a caracteriza la escala longitudinal de la distribución fuente.

Como se estudia la propagación de pulsos de duración finita radiados por una fuente finita, la integración numérica de la ecuación (48) requiere dominios finitos tanto para la coordenada temporal τ como para la coordenada transversal ρ . Así, el dominio de integración queda restringido a $\tau_{min} < \tau < \tau_{max}$ y $0 < \rho < \rho_{max}$, y en los cálculos numéricos se fijan las siguientes condiciones límites :

$$P(\sigma, \tau_{min}, \rho) = 0, \quad (52)$$

$$P(\sigma, \tau_{max}, \rho) = 0, \quad (53)$$

$$P(\sigma, \tau, \rho_{max}) = 0 \quad (54)$$

Los valores específicos de $\tau_{min}, \tau_{max}, \rho_{max}$ deben escogerse cuidadosamente dependiendo del caso de interés, en orden a minimizar los errores numéricos. Otra condición límite, consecuencia de la condición fuente asimétrica es:

$$\frac{\partial P}{\partial \rho} = 0, \rho = 0 \quad (55)$$

La presión P es discretizada en ambos espacios (ρ, σ) y en el tiempo (τ) y su valor en cualquier punto se expresa como:

$$P_{i,j}^k = P(\sigma_k, \tau_{min} + i\Delta\tau, j\Delta\rho) \quad (56)$$

donde $\Delta\tau$ es el tamaño del paso en la dirección τ y los índices i, j varían como

$$0 \leq i \leq i_{max} \leftrightarrow \tau_{min} \leq \tau \leq \tau_{max} \quad (57)$$

$$0 \leq j \leq j_{max} \leftrightarrow 0 \leq \rho \leq \rho_{max} \quad (58)$$

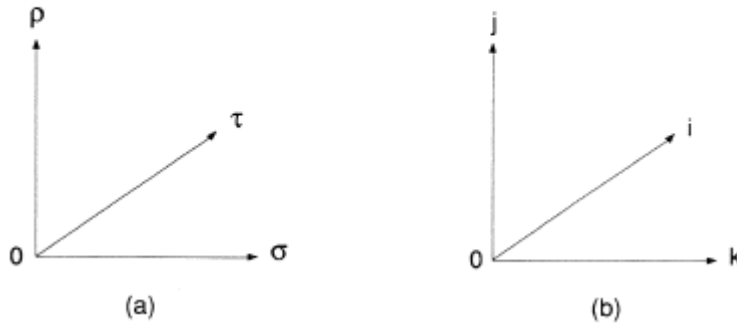


Figura 19. (a) Coordenadas transformadas y (b) los índices correspondientes

La forma discretizada de las condiciones de contorno es:

$$P_{0,j}^k = 0, \quad (59)$$

$$P_{i_{max},j}^k = 0, \quad (60)$$

$$P_{i,j_{max}}^k = 0 \quad (61)$$

Se debe indicar que en general $\sigma_k \neq k\Delta\sigma$, ya que el $\Delta\sigma$ permite incrementar como una función de la distancia a la fuente (fig.18.a). Esta variación está hecha explícitamente por los subíndices del tamaño del paso como sigue: $\Delta\sigma \rightarrow (\Delta\sigma)_k$. Así, la discretización de la coordenada axial está definida por:

$$\sigma_k = \sum_{l=0}^{k-1} (\Delta\sigma)_l \quad (62)$$

El plano fuente $\sigma = 0$ corresponde a $k = 0$, y el primer paso desde el plano fuente es $(\Delta\sigma)_0$, así, por ejemplo, $\sigma_1 = (\Delta\sigma)_0$. En cada paso del cálculo de las distintas ecuaciones diferenciales finitas del método, la solución es conocida (porque ha sido previamente calculada) en todos los puntos anteriores incluido σ_k por lo que únicamente se calcula para la solución desconocida de la siguiente posición, σ_{k+1}

a) Difracción

Si sólo se considera la difracción, la ecuación (48) se reduce a:

$$\frac{\partial P}{\partial \sigma} = \frac{1}{4(1 + \sigma)^2} \int_{-\infty}^{\tau} \left(\frac{\partial^2 P}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial \rho} \right) d\tau' \quad (63)$$

Esta ecuación se integra numéricamente mediante aproximaciones de diferencias finitas de las derivadas respecto a σ, ρ y se usa la regla trapezoidal para la integración en τ' . La principal condición fuente de interés es la de pistón uniforme, es decir, la amplitud modelada por la función escalonada para $g(\rho)$. La discontinuidad en la función escalonada produce oscilaciones numéricas en el campo próximo a la fuente.

En esta región cercana, se usa un método de diferencias finitas hacia atrás (IBFD, implicit backward finite difference) que es efectivo en la amortiguación de las oscilaciones. Este método con una aproximación de primer orden en $\Delta\sigma$, requiere pequeños pasos para producir resultados exacto, y aproxima las derivadas de la ecuación (63) con un error total de truncado del orden de $[\Delta\sigma + (\Delta\tau)^2 + \Delta\rho]$.

Tras la región oscilatoria, se usa el método de diferencias finitas de Crank-Nicolson (CNFD), con aproximaciones de segundo orden en $\Delta\sigma$ lo que permite alargar el tamaño de los pasos. Este método aproxima las derivadas de la ecuación (63) con un error total de truncado del orden de $[(\Delta\sigma)^2 + (\Delta\tau)^2 + \Delta\rho]$.

La transición entre ambos métodos se suele hacer en $\sigma \approx 0.1$ y en ambos casos, el sistema tridiagonal obtenido se resuelve directamente mediante el algoritmo de Thomas.

b) Absorción

Si sólo se considera la absorción, la ecuación (48) se reduce a:

$$\frac{\partial P}{\partial \sigma} = A \frac{\partial^2 P}{\partial \tau^2} \quad (64)$$

Aunque el método CNFD es mejor en este caso pues el error por el truncado cometido en σ es del orden de $(\Delta\sigma)^2$, mientras que con el método

IBFD, el error es del orden de $(\Delta\sigma)$, por analogía con el caso de la difracción, se emplea en cada caso el mismo método que para ésta, es decir, cuando se usa el método IBFD para integrar la difracción también se usa para la absorción, y del mismo modo, cuando se usa el método CNFD para la difracción, se emplea también para la absorción. Del mismo modo que antes, la resolución del sistema tridiagonal obtenido se realiza mediante el algoritmo de Thomas.

c) No linealidad

Cuando sólo se considera el término de la no linealidad, la ecuación (48) se reduce a:

$$\frac{\partial P}{\partial \sigma} = \frac{NP}{(1 + \sigma)} \frac{\partial P}{\partial \tau} \quad (65)$$

En este caso, se puede conocer la presión a la distancia $\sigma + \Delta\sigma$, cuando se conoce la presión a una distancia arbitraria σ , resolviendo la ecuación anterior analíticamente para cada punto de la cuadrícula radial desde $j = 0$ hasta $j = j_{max} - 1$. El coeficiente variable $(1 + \sigma)$ impide que se pueda usar una solución estándar de Poisson por lo que se introduce una nueva variable reescribiendo la ecuación:

$$\frac{d\zeta}{d\sigma} \frac{\partial P}{\partial \zeta} = \frac{NP}{(1 + \sigma)} \frac{\partial P}{\partial \tau}, \text{ con } \frac{d\zeta}{d\sigma} = \frac{1}{1 + \sigma} \quad (66)$$

por lo que la ecuación (66) toma la forma:

$$\frac{\partial P}{\partial \zeta} = NP \frac{\partial P}{\partial \tau} \quad (67)$$

cuya solución implícita exacta es

$$P(\zeta, \tau) = F(\tau + NP\zeta), \quad (68)$$

donde $F(\tau)$ es una función arbitraria del tiempo. Para escribir la solución en términos de σ , deshacemos el cambio anterior ($\zeta = \ln(1 + \sigma)$), resultando

$$P(\sigma, \tau) = F[\tau + NP \ln(1 + \sigma)] \quad (69)$$

Para una dependencia temporal explícita $F(\tau)$ en $\sigma = 0$ esta ecuación proporciona una solución implícita para la forma de onda distorsionada en un punto arbitrario $\sigma > 0$ y no predice la formación de ondas de choque por lo que se necesita para el código de diferencias finitas una solución en $\sigma + \Delta\sigma$ términos de la forma de onda conocida en σ , por lo que se debe reemplazar σ por $\sigma + \Delta\sigma$ obteniéndose, una vez eliminado el campo F:

$$P[\sigma + \Delta\sigma, \tau] = P\left[\sigma, \tau + NP \ln\left(1 + \frac{\Delta\sigma}{1 + \sigma}\right)\right] \quad (70)$$

que es una relación exacta basada en la ecuación (65) para una longitud arbitraria de $\Delta\sigma$ y está probado que no predice formas de ondas multivalor.

Esta ecuación se resuelve mediante la transformada wavelet, por un procedimiento similar al algoritmo de distorsión usado por Pestorius y Blackstock en su modelo numérico para ondas planas. Para combinar este procedimiento con los otros algoritmos de diferencias finitas usados en la absorción y la difracción se debe remuestrear la forma de onda en cada aplicación en orden a obtener iguales pasos temporales. Este remuestreo de la forma de onda se realiza mediante una interpolación lineal cometiendo un error del orden de $(\Delta\tau)^2$.

d) Minimización del error

Este algoritmo tiene tres fuentes de error

1. Debido a las aproximaciones de las diferencias finitas de los términos de absorción y difracción. El error de truncamiento en el método IBFD usado hasta $\sigma \approx 0.1$ es del orden de $[\Delta\sigma + (\Delta\tau)^2 + \Delta\rho]$, y el del método CNFD usado a partir de $\sigma > 0.1$ es del orden de $[(\Delta\sigma)^2 + (\Delta\tau)^2 + \Delta\rho]$.

2. Debido al remuestreo de la forma de onda temporal por la interpolación lineal en la rutina de la distorsión no lineal que es del orden de $(\Delta\tau)^2$.

3. Debido a la inclusión de la difracción, absorción y no linealidad, independientemente en cada paso incremental $\Delta\sigma$. El error cometido en este caso es del orden de $(\Delta\sigma)^2$.

Considerando las tres fuente de error y asumiendo que son aditivos, se estima que el error total del algoritmo completo es del orden de $[\Delta\sigma + (\Delta\tau)^2 + \Delta\rho]$ cuando se usa el esquema IBFD y de $[(\Delta\sigma)^2 + (\Delta\tau)^2 + \Delta\rho]$ cuando se usa el esquema CNFD.

Para minimizar el error se deben seleccionar apropiadamente los valores de $\rho_{max}, \tau_{min}, \tau_{max}, \Delta\tau, \Delta\rho, \Delta\sigma$ dependiendo de distintos factores como la absorción A , la no linealidad N , la forma de onda de entrada $f(\tau)$ y el rango máximo donde se calcula el campo sonoro.

El valor de ρ_{max} debe ser suficientemente grande para que la inevitable reflexión causada por las condiciones límites artificiales no introduzca errores significativos en las soluciones numéricas en los puntos del campo de interés. El rango $8 \leq \rho_{max} \leq 12$ satisface los criterios para los pistones no focalizados.

Es más delicado determinar el tamaño de la ventana (τ_{min}, τ_{max}) . Ésta debe ser grande para abarcar la forma de onda a lo largo de toda la simulación. En principio parece que debiera ser infinita para incluir el borde de la onda cerca de la fuente, sin embargo se obtienen resultados bastante exactos con una ventana de tamaño finito, excepto en los puntos muy cercanos a la fuente. Además, como la absorción causa el incremento de la duración de la onda a medida que se propaga, la ventana debe ser grande también para incluir este efecto. La ventana típica para un pistón no focalizado es:

$$\tau_{min} = -(\omega_0 T_0 + 10\pi), \quad (71)$$

$$\tau_{max} = \omega_0 T_0 + 20\pi \quad (72)$$

donde T_0 es la duración de la forma de onda, con los valores distintos de cero de $f(\tau)$ centrados alrededor de $\tau = 0$

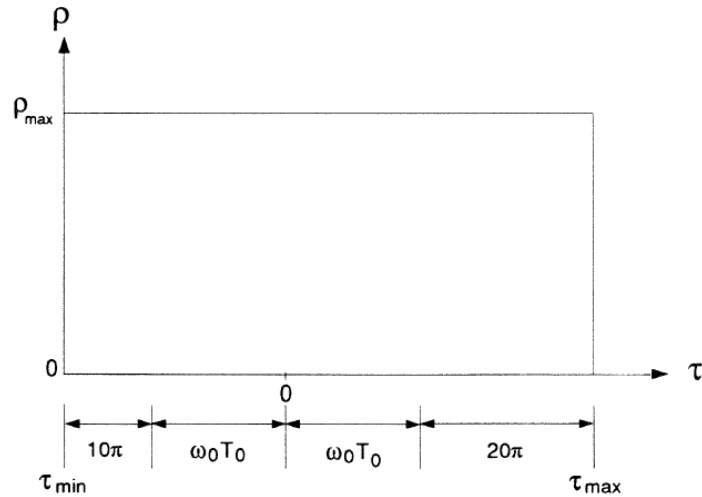


Figura 20. Ventana temporal típica para un pistón plano no focalizado.

Ya que las variaciones de la presión son normalmente suaves en el campo lejano, se puede usar un tamaño de paso grande $(\Delta\sigma)_k$ sin pérdida de exactitud en comparación con la necesaria en campo cercano donde la presión varía rápidamente. El tamaño típico del paso $(\Delta\sigma)_k$ se incrementa con el σ_k conforme a la regla:

$$(\Delta\sigma)_k = 0.001 \times (1 + \sigma_k)^2, \sigma_k \leq 0.1 \text{ (IBFD)} \quad (73)$$

$$(\Delta\sigma)_k = 0.0035 \times (1 + \sigma_k)^2, \sigma_k > 0.1 \text{ (CNFD)} \quad (74)$$

El tamaño del paso transversal es normalmente $\Delta\rho \approx 0.03$, que es similar al usado en los métodos espectrales.

La elección de $\Delta\tau$ está fuertemente influenciada por el valor de $\Gamma = N/A$. Una fuerte no linealidad ($\Gamma \gg 1$) conduce a formas de ondas empinadas que requieren más precisión. El tamaño de $\Delta\tau$ debe escogerse lo suficientemente pequeño para resolver con exactitud la estructura de choque. Para pistones planos se usan las siguientes relaciones:

$$\Delta\tau = 2\pi/60, \quad \Gamma < 1 \quad (75)$$

$$\Delta\tau = 2\pi/120, \quad 1 \leq \Gamma < 10 \quad (76)$$

$$\Delta\tau = 2\pi/240, \quad 10 \leq \Gamma < 200 \quad (77)$$

4.3.2. Haces sonoros focalizados:

En este caso se modifica el algoritmo anterior para adaptarlo a las fuentes focalizadas. Una ganancia alta de focalización requiere pasos muy pequeños para obtener resultados numéricos exactos en la región prefocal, por lo que este algoritmo se centra principalmente en sistemas de ganancia moderada ($G \leq 20$). El algoritmo para haces focalizados es esencialmente el mismo que el desarrollado para haces no focalizados excepto por unas mínimas modificaciones. Como en este caso el uso del sistema transformado solo aporta una pequeña reducción del cálculo computacional, por simplicidad se resuelve la ecuación KZK sin transformar.

En lugar de los parámetros del caso no focalizado, ahora tenemos:

$$\sigma = z/d \quad (78)$$

$$\rho = r/a \quad (79)$$

$$\tau = w_0 t' \quad (80)$$

$$P = p/p_0 \quad (81)$$

donde d define la distancia focal de la fuente y las otras cantidades adimensionales han sido definidas con anterioridad.

Sustituyendo en la forma integral de la ecuación KZK obtenemos:

$$\frac{\partial P}{\partial \sigma} = \frac{1}{4G} \int_{-\infty}^{\tau} \left(\frac{\partial^2 P}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial \rho} \right) d\tau' + A \frac{\partial^2 P}{\partial \tau^2} + NP \frac{\partial P}{\partial \tau} \quad (82)$$

donde

$$A = \alpha_0 d, \quad (83)$$

$$N = d/\bar{z}, \quad (84)$$

$$G = z_0 d \quad (85)$$

con $z_0 = \omega_0 a^2 / 2c_0$ igual a la distancia de Rayleigh y $\bar{z} = \rho_0 c_0^3 / \beta \omega_0 p_0$, la distancia de formación de ondas de choque planas. Como puede comprobarse, la única diferencia con la ecuación (48) es que la ganancia G sustituye al factor

$(1 + \sigma)^2$ en el término de la difracción y el factor $(1 + \sigma)$ no aparece en el término no lineal.

La condición fuente para un haz asimétrico de débil focalización puede escribirse con la aproximación parabólica de la siguiente forma:

$$p = p_0 f(t + r^2/2c_0d)g(r), \quad z = 0 \quad (86)$$

donde $g(r)$ es de nuevo la distribución de la amplitud. Para $d < 0$ se obtiene una fuente sin focalización.

En términos de las coordenadas adimensionales, la condición fuente se escribe como:

$$P = f(\tau + G\rho^2)g(\rho), \quad \sigma = 0 \quad (87)$$

Supondremos un pistón focalizado uniformemente con $g(\rho)$ igual a la definida en el caso no focalizado, y en este caso, el algoritmo propuesto es bastante similar al método no focalizado por lo que sólo se comentaran las diferencias.

a) Difracción

Para el caso de la difracción, la ecuación (82) se reduce a

$$\frac{\partial P}{\partial \sigma} = \frac{1}{4G} \int_{-\infty}^{\tau} \left(\frac{\partial^2 P}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial \rho} \right) d\tau' \quad (88)$$

La única diferencia con el caso no focalizado (ecuación 63), es que G sustituye a $(1 + \sigma)^2$. La resolución se hace de la misma forma que antes, empleando el método IBFD cerca de la fuente para suprimir las oscilaciones y le CNFD para el resto del campo.

b) Absorción

Cuando sólo se considera la absorción, la (82) se reduce a:

$$\frac{\partial P}{\partial \sigma} = A \frac{\partial^2 P}{\partial \tau^2}, \quad (89)$$

que es idéntica al caso no focalizado (ecuación 64) resolviéndose de igual forma con los métodos IBFD y CNFD.

c) No linealidad

En este caso, la ecuación (82) se reduce a:

$$\frac{\partial P}{\partial \tau} = NP \frac{\partial P}{\partial \tau} \quad (90)$$

que es idéntica al caso no focalizado (65) pero donde ζ es sustituido por σ . Así, la solución general puede escribirse como:

$$P(\sigma + \Delta\sigma, \tau) = P(\sigma, \tau + NP\Delta\sigma), \quad (91)$$

que se resuelve también mediante una transformación de la base temporal. La forma de onda se remuestrea mediante interpolación lineal en orden a restablecer iguales incrementos temporales $\Delta\tau$, siguiendo en todo momento el mismo procedimiento que las fuentes no focalizadas.

d) Minimización del error

En general, los comentarios hechos para fuentes no focalizadas son válido también para fuentes focalizadas. Las únicas diferencias (asumiendo que $G < 20$) son las siguientes.

El tamaño de la ventana transversal es $\rho_{max} = 4$, y el paso transversal, $\Delta\rho \simeq 0.01$.

Los tamaños habituales de los pasos axiales en las distintas etapas son:

$$(\Delta\sigma)_k = 0.001, \quad \sigma_k \leq 0.1 \text{ (IBFD)} \quad (92)$$

$$(\Delta\sigma)_k = 0.0025, \quad \sigma_k > 0.1 \text{ (CNFD)} \quad (93)$$

La ventana típica para haces focalizados es:

$$\tau_{min} = -(G + \omega_0 T_0 + 10\pi), \quad (94)$$

$$\tau_{max} = \omega_0 T_0 + 20\pi \quad (95)$$

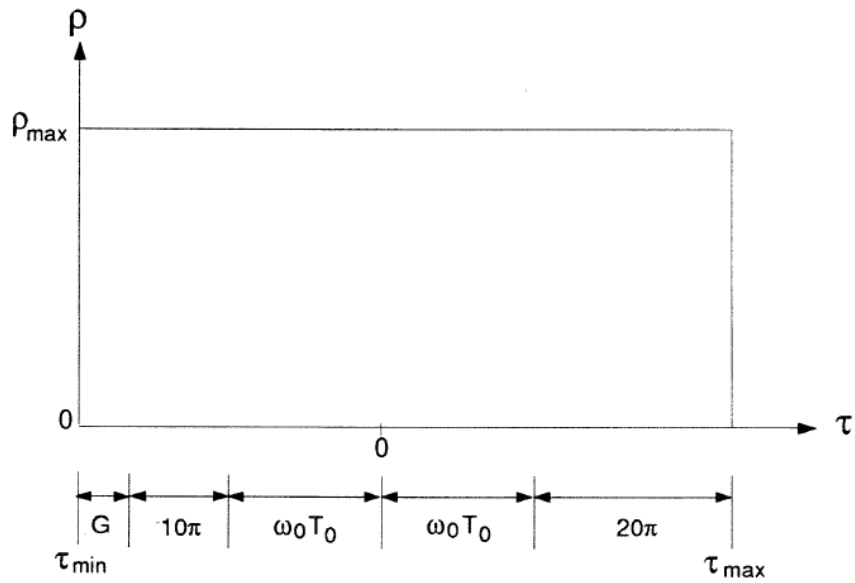


Figura 21. Ventana temporal típica para un pistón plano focalizado.

donde T_0 es de nuevo la duración de la excitación.

En el caso de trabajar con transductores muy focalizados, de ganancias superiores a 20, habría que considerar otros valores, ya que influye en los valores apropiados de $\rho_{max}, \Delta\tau, \Delta\rho, (\Delta\sigma)_k$.

4.4. Funcionamiento del programa

En este apartado se desarrollara de forma más detallada el funcionamiento del programa con el que se ha trabajado que emplea el algoritmo anteriormente descrito para realizar la simulación de la propagación de las ondas generadas por un transductor focalizado en un medio termoviscoso, en este caso, el agua.

El código de computación KZKPULSE fue implementado en su inicio en Fortran 77 (y posteriormente compilado a C++) por Yang-Sub Lee y reformateado subsecuencialmente por Charles Vanelli , también de la universidad de Texas en Austin. Consiste en una rutina principal *MainPulse* y 9 subrutinas (*Input*, *Initialize*, *Exec*, *IBFDdiffract*, *CNFDdiffract*, *CNFDabsorb*, *Nonlinear* y *Tridiag*).

Como datos de entrada se requiere:

- Archivo de entrada *.wvf* donde se describe la forma de onda de entrada con la que se excita el transductor. Este archivo se escribe mediante una función de *Matlab* a la que se ha llamado *createInitial*. Aunque el algoritmo puede adaptarse a cualquier condición fuente asimétrica que pueda ser modelada apropiadamente por la ecuación KZK, inicialmente el código de computación está escrito especialmente para un pistón circular que genera ondas en $z = 0$ definidas por:

$$p/p_0 = \exp[-(\omega_0 t/n\pi)^{2m}] \sin(\omega_0 t), \quad r \leq a \quad (96)$$

$$p/p_0 = 0, \quad r > a \quad (97)$$

donde a es el radio de la fuente, y m, n son enteros positivos. Se puede variar la forma de onda usando diferentes valores de m y n . Por ejemplo, un pulso Gaussiano se obtiene con $m = 1$, y un pulso rectangular perfecto con $m \rightarrow \infty$. El número n denota el número aproximado de ciclos a la frecuencia ω_0 contenidos en el pulso (el número de ciclos es exacto cuando $m = \infty$). A esta función se le deben realizar las transformaciones descritas anteriormente, y puede adaptarse para un transductor focalizado como se ha indicado anteriormente en el apartado 4.3.2 por lo que la forma de onda descrita en el

createInitial para un pulso rectangular en el caso de un transductor focalizado una vez transformada, resulta:

$$p/p_0 = \exp[-((\tau + G\rho^2)/n\pi)^{2m}] \sin(\tau + G\rho^2), \quad \rho \leq 1 \quad (98)$$

$$p/p_0 = 0, \quad \rho > 1 \quad (99)$$

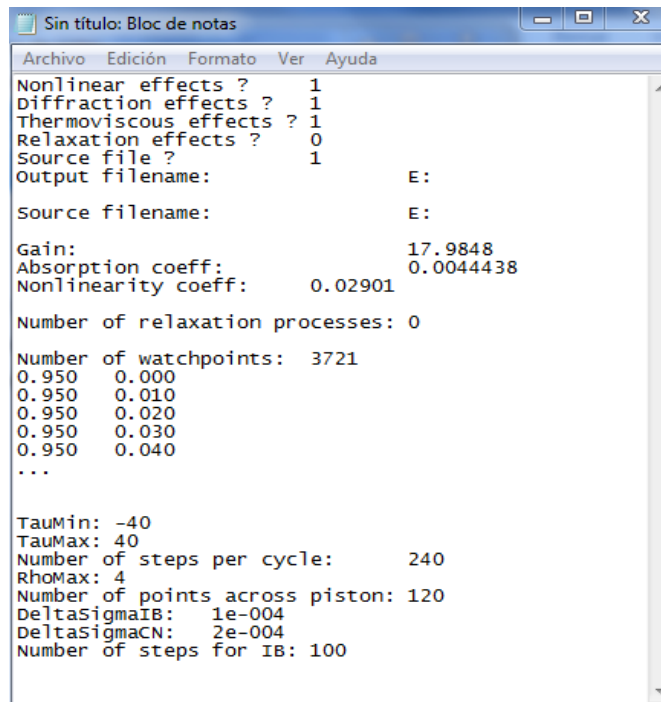
siendo G la ganancia del transductor y τ la variable transformada del tiempo y ρ la coordenada transversal adimensional. Esta función se define para todos los puntos del pistón $\rho < 1$ y para todo el intervalo temporal transformado $[\tau_{min}, \tau_{max}]$

- Archivo de datos *.cfg* creado directamente con el bloc de notas y que presenta el aspecto de la figura 22 donde puede observarse que se requieren:

- ✓ los efectos a considerar en la simulación
- ✓ la dirección donde se encuentra la onda de entrada *.wvf*
- ✓ la de salida, donde se guardará la simulación, también en *.wvf*
- ✓ la ganancia del transductor
- ✓ el coeficiente de absorción y no linealidad
- ✓ el número de procesos de relajación (este efecto no es necesario tenerlo en cuenta en este proyecto, por lo que no se habla de él)
- ✓ el número de puntos donde desea visualizarse el resultado (aunque la solución se calcula para todos los puntos del plano entre $\sigma \in (0, \sigma_{max}), \rho \in (0, \rho_{max})$ se pueden guardar sólo los que interesen de la simulación). En la primera columna se escribe σ y en la segunda ρ , en orden ascendente, definiéndose para cada σ , todos los ρ .

- ✓ el intervalo temporal de la señal de entrada $[\tau_{min}, \tau_{max}]$
- ✓ el número de pasos por ciclo
- ✓ ρ_{max}
- ✓ el número de puntos que definen el pistón
- ✓ el valor del incremento $\Delta\sigma$ en los dos método IBFD, CNFD

- ✓ el número de pasos durante los que se emplea el método IBFD.



```
Sin título: Bloc de notas
Archivo Edición Formato Ver Ayuda
Nonlinear effects ? 1
Diffraction effects ? 1
Thermoviscous effects ? 1
Relaxation effects ? 0
Source file ? 1
output filename: E:
Source filename: E:
Gain: 17.9848
Absorption coeff: 0.0044438
Nonlinearity coeff: 0.02901
Number of relaxation processes: 0
Number of watchpoints: 3721
0.950 0.000
0.950 0.010
0.950 0.020
0.950 0.030
0.950 0.040
...
TauMin: -40
TauMax: 40
Number of steps per cycle: 240
RhoMax: 4
Number of points across piston: 120
DeltaSigmaIB: 1e-004
DeltaSigmaCN: 2e-004
Number of steps for IB: 100
```

Figura 22. Ejemplo de datacard (.cfg) que contiene los datos de entrada de la simulación.

Como resultado se obtiene otro archivo .wvf que contiene la información de la presión en todos los instantes de tiempo y en todos los puntos definidos en el datacard (*watchpoints*). Este archivo puede ser leído mediante Matlab y sus datos almacenados como matrices para su posterior visualización y manipulación.

5. SIMULACIONES NUMÉRICAS

En todos los casos, la fuente sonora considerada ha sido un pistón focalizado uniforme de radio igual a 35 mm y focal geométrica $F=144$ mm, lo que se corresponde con un número de Fresnel $N_F = 5.7$

Se observa, que dicho transductor es simétrico respecto al eje z , por lo que los campos de presión, intensidad, y fuerza de radiación serán simétricos respecto a z , siendo máximos en ese eje de simetría. Dicha simetría respecto al eje permite realizar la simulaciones mediante el código empleado, ya que se trata de un requisito indispensable para el código KZK.

La onda de entrada considerada inicialmente es un pulso uniforme sinusoidal de frecuencia $f_0 = 1$ MHz, que se modifica posteriormente pasando a ser un pulso de amplitud sinusoidal de frecuencia $f_0 = 1$ MHz modulado a una frecuencia $f_m = 25$ kHz. La señal resultante responde a la ecuación $P(t) = P_0[1 + m \sin(2\pi f_0 t)] \sin(2\pi f_m t)$, donde el índice de modulación m se ha escogido de valor $m = 50$ (sobremodulación) para producir una oscilación de la presión acústica a la frecuencia moduladora f_m en el foco.

En ambos casos, se presentan resultados para distintas potencias, en régimen lineal y no lineal, alcanzándose incluso la formación de ondas de choque, para lo cual se varía la presión inicial en el transductor P_0 en un rango entre 1000 y 300000 kPa. Se pretende analizar y comparar las características más significativas del campo sonoro para ambas señales de entrada, como puede ser el desplazamiento del máximo de presión e intensidad debido al aumento de potencia (shift no lineal), así como la influencia del aumento del régimen no lineal en la fuerza de radiación.

5.1. Lista de símbolos:

Se detallan a continuación, por orden alfabético, los parámetros necesarios en las distintas simulaciones y los símbolos empleados para describirlos:

$A = \alpha_0 d$, parámetro de absorción adimensional

$a = 35 \text{ mm}$, radio característico de la fuente

$c_0 = 1486 \text{ m/s}$ velocidad sonora en el agua

$D = 5.13 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, difusividad sonora del agua

$d = 144 \text{ mm}$, focal geométrica del transductor

$G = \omega_0 a^2 / 2c_0 d = 17.9848$, ganancia lineal del transductor

$k = \omega / c_0$, número de onda

$N = d / \bar{z}$, parámetro de no linealidad adimensional

$P = p / p_0$, presión acústica adimensional

p , presión acústica

p_0 , amplitud máxima de presión en la fuente sonora

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$, distancia radial desde el eje z

t , tiempo

$t' = t - z / c_0$, tiempo retardado

x, y , coordenadas transversales

z , coordenada axial del eje

$z_0 = \omega_0 a^2 / 2c_0$, distancia de Rayleigh

$\bar{z} = \rho_0 c_0^3 / \beta \omega_0 p_0$ distancia de formación de choque de una onda plana

$\alpha_0 = D \omega_0^2 / 2c_0^3 = 0.031 \text{ Np/m}$, coeficiente de absorción a $\omega_0 = 1 \text{ MHz}$

$\beta = 3.5$, coeficiente de no linealidad

$\Gamma = 1 / \alpha_0 \bar{z} = N / A$, numero de Gol'dberg

$\rho = r / a$, coordenada transversal adimensional

$\rho_0 = 998 \text{ Kg/m}^3$, densidad ambiental

$\sigma = z/d$, rango adimensional

$\tau = \omega_0 t'$, retardo temporal adimensional

ω_0 , frecuencia angular.

5.2. Señal de entrada: Tono de amplitud uniforme sinusoidal

Inicialmente se ha excitado el sistema con un tono de amplitud uniforme sinusoidal con el fin de realizar un estudio del campo acústico de presión y de intensidad, analizando su comportamiento tanto en régimen lineal como no lineal mediante la comprobación del shift no lineal que se produce en los haces focalizados al incrementar la potencia suministrada al transductor.

5.2.1. Señal de excitación:

En este caso, al tratarse de un transductor uniforme la condición fuente $p = p_0 f(t)g(r)$, se reduce a $p = p_0 f(t)$, ya que la distribución de amplitud en el pistón toma el valor descrito en 2.3.2, $g(r) = 1, -a \leq r \leq a; g(r) = 0, r \notin [-a, a]$, donde a es la amplitud del pistón. Para este apartado se ha escogido la dependencia temporal de la ecuación (50) como:

$$f(t) = \exp\left[-\left(\frac{\omega_0 t}{20\pi}\right)^{10}\right] \sin(\omega_0 t) \quad (100)$$

resultando como señal de entrada ($m = 5, n = 20$):

$$p = p_0 \exp\left[-\left(\frac{\omega_0 t}{20\pi}\right)^{10}\right] \sin(\omega_0 t), \quad (101)$$

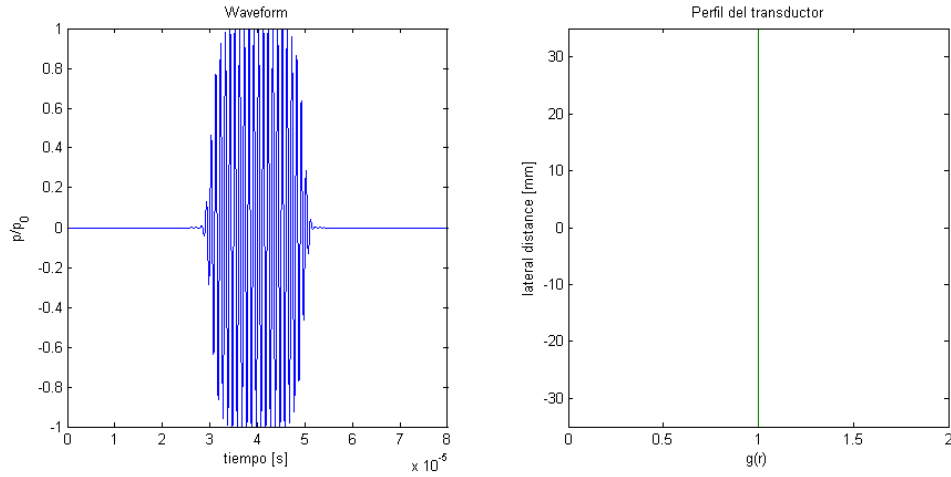


Figura 23. (izquierda) Señal de entrada uniforme normalizada. (Derecha) Perfil plano del transductor.

Respecto a cada punto del pistón, la señal de entrada (ecuación 96 y 97) resultante queda:

$$p/p_0 = \exp \left[- \left(\frac{\omega_0(t + r^2/2c_0d)}{20\pi} \right)^{10} \right] \sin(\omega_0(t + r^2/2c_0d)), \quad r \in [-a, a]$$

$$p/p_0 = 0, \quad r \notin [-a, a]$$

(102)

donde, la señal original se retarda temporalmente una cantidad dependiente de r para que llegue simultáneamente a cada punto del pistón focalizado.

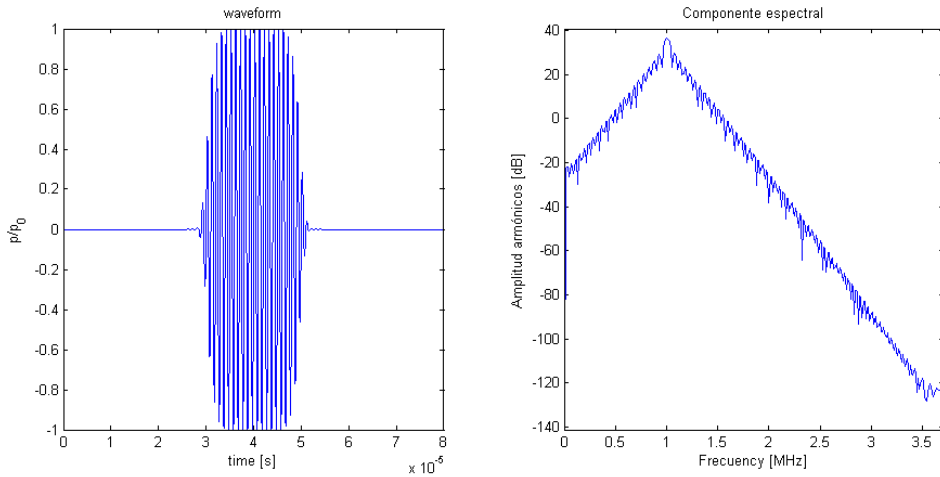


Figura 24. (izquierda) Señal de entrada uniforme normalizada. (Derecha) Componente espectral de la onda de entrada.

5.2.2. Parámetros de la simulación:

A continuación, se detalla el valor de los parámetros comunes a todas las simulaciones requeridos en el datacard (figura22) y en la onda de entrada. Cómo únicamente se varia la potencia del transductor, mediante el incremento de la amplitud de presión en el transductor, p_0 , los parámetros modificados son \bar{z}, N, Γ , que se indican posteriormente:

Parámetros del transductor	
Ganancia G	17.9848
Número de Fresnel N_F	5.7
Parámetro de absorción A	0.0044438
Frecuencia de trabajo f_0	1 MHz
Focal geométrica d	144 mm
Radio del transductor	35 mm

Para minimizar el error del algoritmo, tal y como se indica en 4.3.2.d se ha escogido como parámetros propios de la simulación:

Parámetros del algoritmo	
τ_{min}	-40
τ_{max}	40
$(\Delta\sigma)_k$ (IBFD)	0.0001
$(\Delta\sigma)_k$ (CNFD)	0.0002
ρ_{max}	4
$\Delta\rho$	0.0083
$\Delta\tau$	$2\pi/240$

El aumento de resolución en el paso axial, en comparación con el citado en el apartado 4.3.2 (ecuaciones 92,93), es debido a la necesidad surgida a la hora de visualizar con exactitud el ligero desplazamiento que sufre el máximo de presión debido al aumento de potencia. El valor de $\tau_{max} - \tau_{min} = 80$, indica el número de periodos totales en cada punto respecto a τ .

Se han realizado en total 15 simulaciones modificándose la potencia del transductor mediante la variación de la presión máxima inicial en el transductor p_0 , hasta alcanzar la formación de ondas de choque. Los parámetros característicos de estas simulaciones se detallan a continuación ($A = 0.0044438$):

p_0 (kPa)	N	$\Gamma=N/A$
1	9	0.0009669
10		0.0096699
20		0.01934
30		0.02901
40		0.03868
50		0.04835
60		0.05802
70		0.06769
80		0.077359
90		0.087029
100		0.096699
150		0.14505
200		0.1934
250		0.24175
300		0.2901

Para la correcta visualización de los resultados se ha adaptado en cada caso el intervalo de puntos de representación:

- siendo en las 10 primeras simulaciones:

$$\sigma \rightarrow [0.95:0.001:1.01]; \rho \rightarrow [0:0.0083:0.6],$$

$$z(mm) \rightarrow [136.8:0.144:145.4]; r(mm) \rightarrow [0:0.29:21]$$

- y en las 5 restantes de:

$$\sigma \rightarrow [0.95: 0.001: 1.05]; \rho \rightarrow [0: 0.0083: 0.6],$$

$$z(mm) \rightarrow [136.8: 0.144: 151.2]; r(mm) \rightarrow [0: 0.29: 21]$$

Para cada una de ellas se ha obtenido:

- Posición del máximo de presión en el eje
- Posición del máximo de presión en cada periodo de τ
- Posición del máximo de presión en cada periodo de t

5.3. Señal de entrada: Pulso de amplitud modulada.

Se ha realizado a continuación la simulación de los casos anteriores variando la onda de entrada para analizar las diferencias que conlleva la excitación modulada respecto a la entrada simple.

5.3.1. Señal de excitación:

Se ha modificado la señal de entrada para que responda a la ecuación $P(t) = P_0[1 + m \sin(2\pi f_m t)] \sin(2\pi f_0 t)$, donde el índice de modulación m se ha escogido de valor $m = 50$ para que haya sobremodulación y producir una oscilación de la presión acústica a la frecuencia moduladora f_m en el foco, según se indica en [2] La frecuencia fundamental sigue siendo $f_0 = 1MHz$ y la frecuencia de la portadora se ha escogido $f_m = 25 kHz$, de forma que hay 40 ciclos de la fundamental por cada ciclo de portadora. El perfil del transductor se mantiene uniforme.

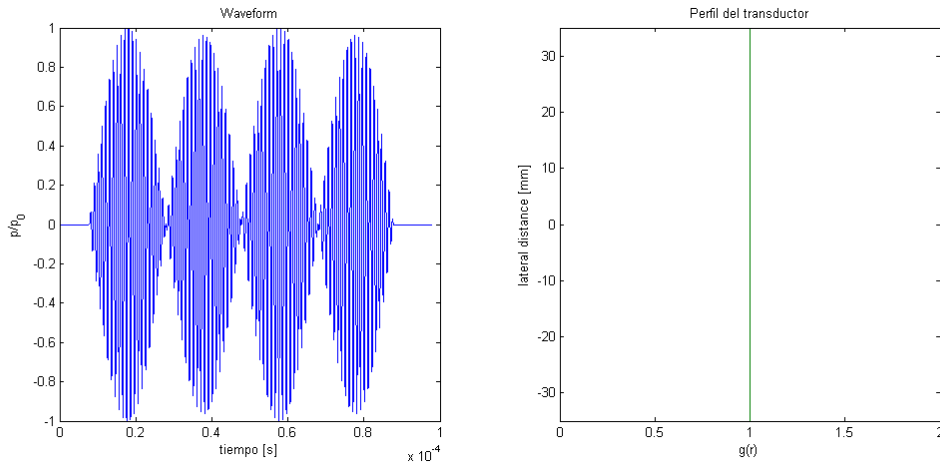


Figura 25. (izquierda) Señal de entrada modulada en AM normalizada. (Derecha) Perfil plano del transductor.

Es importante resaltar el hecho de que la amplitud de los cuatro pulsos varía, siendo el valor máximo igual a $51P_0$ para el primer y tercer paquete, y $49P_0$ para el segundo y tercero. Este resultado deberá tenerse en cuenta a la hora de evaluar el comportamiento de las distintas partes de la señal.

Respecto a cada punto del pistón, la señal de entrada resultante queda:

$$p = p_0 \sin(t + r^2/2c_0d)[1 + m \sin((f_m/f_0)(t + r^2/2c_0d))], \quad r \in [-a, a]$$

$$p = 0, \quad r \notin [-a, a]$$

(103)

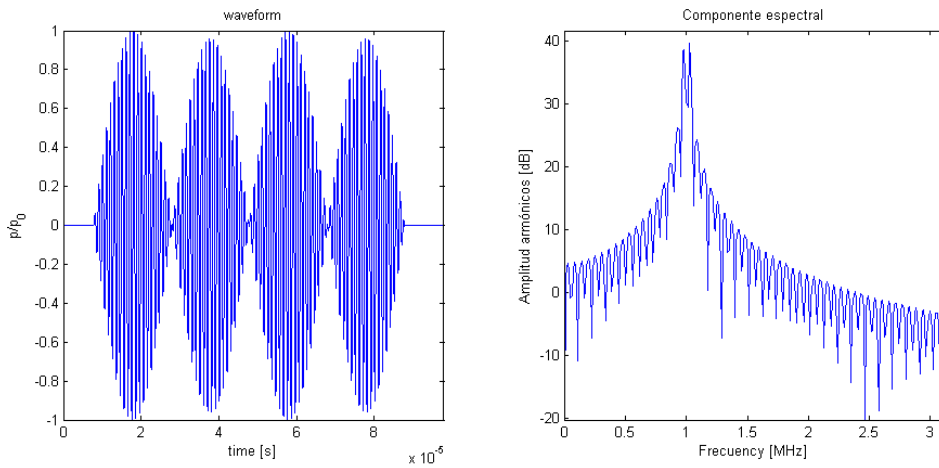


Figura 26. (izquierda) Señal de entrada modulada en AM normalizada. (Derecha) Componente espectral de la señal de entrada

5.3.2. Parámetros de la simulación:

Como se mantiene el mismo transductor y la frecuencia fundamental, los parámetros descritos anteriormente no cambian:

Parámetros del transductor	
Ganancia G	17.9848
Número de Fresnel N_F	5.7
Parámetro de absorción A	0.0044438
Frecuencia fundamental f_0	1 MHz
Frecuencia portadora f_m	25 kHz
Índice de la modulación	50
Focal geométrica d	144 mm
Radio del transductor	35 mm

La principal modificación realizada es el tamaño de la ventana temporal que se ha readaptado para que se incluyan 4 ciclos de portadora junto con los nulos requeridos en 4.3.2 (figura 21)

Parámetros del algoritmo	
τ_{min}	-47.8624
τ_{max}	50
$(\Delta\sigma)_k$ (IBFD)	0.0001
$(\Delta\sigma)_k$ (CNFD)	0.0002
ρ_{max}	4
$\Delta\rho$	0.0083
$\Delta\tau$	$2\pi/240$

Así, el número de periodos en τ en este caso es de aproximadamente 97 periodos.

Los parámetros característicos a cada simulación son los mismos que para el caso uniforme:

p_0 (kPa)	N	$\Gamma=N/A$
1	9	0.2176
10		2.1760
20		4.3521
30		6.5282
40		8.7043
50		10.8803
60		13.0564

70	0.06769	15.2325
80	0.077359	17.4083
90	0.087029	19.5844
100	0.096699	21.7604
150	0.14505	32.6410
200	0.1934	43.5213
250	0.24175	54.4016
300	0.2901	65.2820

El intervalo de puntos de representación es, para todas las potencias

$$\sigma \rightarrow [0.9:0.001:1.09]; \rho \rightarrow [0:0.0167:0.5],$$

$$z(mm) \rightarrow [129.6:0.144:157]; r(mm) \rightarrow [0:0.58:17.5].$$

Las representaciones obtenidas son las mismas que para la excitación uniforme.

5.4. Intensidad:

Para ambas señales de excitación, se ha obtenido la intensidad en cada punto a partir de la ecuación (29) como:

$$\bar{I} = \frac{\frac{1}{T} \int_0^T p^2(t) dt}{Z} \quad (104)$$

donde, $Z = 1.48 \times 10^6 \text{ rayls}$, es la impedancia acústica del agua.

Al tratarse de una simulación, disponemos de una señal discreta, por lo que para cada punto, en cada instante i la intensidad será:

$$I(i) = \frac{\text{sum}(p(i:i + \text{period} - 1)^2)}{\text{period} * Z} \quad (105)$$

Donde $\text{period} = 240$, es el periodo discreto correspondiente en este caso.

Para cada una de ellas se ha obtenido:

- Posición del máximo de intensidad en el eje
- Posición del máximo de intensidad en cada periodo de τ
- Posición del máximo de intensidad en cada periodo de t

5.5. Fuerza de Radiación:

Como ya se ha visto en 3.5.2, para el caso de fluidos, la presión o fuerza de radiación se obtiene como (ecuación 37):

$$F_z = \frac{b}{c_0^5 \rho_0^3} \overline{\left(\frac{\partial p}{\partial t}\right)^2}$$

Donde $b = 0.0051$ representa el coeficiente de disipación del agua, $c_0 = 1486 \text{ m/s}$ la velocidad del sonido y $\rho_0 = 998 \text{ Kg/m}^3$ la densidad volumétrica.

De la misma forma que para la intensidad, al tratarse de una señal discreta, se ha obtenido el promedio para cada punto, en cada instante i como:

$$prom(i) = \frac{sum(dp(i:i + period - 1))}{period} \quad (106)$$

Donde dp representa la derivada temporal de la presión, y $period = 240$, continua siendo el periodo discreto de la señal.

En régimen lineal, la fuerza de radiación debería coincidir aproximadamente con (ecuación 38):

$$F_z^{lin} = \frac{2\alpha I}{\rho_0^2 c_0^2}$$

siendo $\alpha = 0.031 \text{ Np/m}$, el coeficiente de absorción del agua.

En este caso se ha obtenido:

- Posición del máximo de la fuerza de radiación en el eje
- Posición del máximo en cada periodo de τ

- Posición del máximo en cada periodo de t
- Máximos en el plano definido por (z, r)
- Comparación de la fuerza de radiación con F_z^{lin}
- Evolución de la fuerza de radiación dinámica (entrada modulada)

5.6. Corrección de la forma de onda:

Los resultados obtenidos en las simulaciones se pueden leer directamente mediante MaTLAB obteniéndose las siguientes matrices de datos:

- Presión normalizada: Matriz cuyas filas se corresponden con la forma de onda sin los retardos temporales en cada punto del plano positivo simulado, y las columnas almacenan los distintos valores temporales para cada forma de onda.

- Sigma: Vector que almacena las coordenadas axiales normalizadas

- Rho: Vector que almacena las coordenadas radiales normalizadas

- Tau: Vector que almacena los distintos valores del retardo temporal adimensional:

$$\tau = \omega_0 t' = \omega_0 (t - z / c_0)$$

Al eliminar los retardos temporales, la forma de onda en cada punto debería estar en fase, es decir, los valores máximos en cada punto deberían coincidir al representarlos respecto a la variable tau. Sin embargo se observa un ligero desfase entre dichas formas de onda:

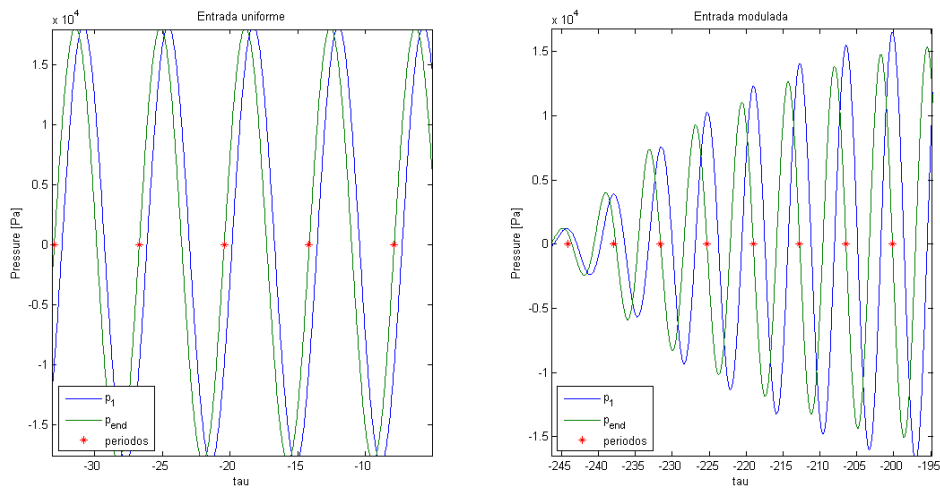


Figura 27.a. Desfase en tau de la señal de entrada uniforme (izquierda) y modulada (derecha). Se representa en azul la forma de onda en el primer punto del eje simulado y en verde la del último punto del eje.

Para ambos casos, la forma de onda en azul corresponde al primer punto del eje, y en verde al último. Para el resto de puntos del eje, la onda en cada uno de ellos está comprendida entre estas dos. Los puntos en rojo, marcan la división de tau en periodos de 240 muestras. Se observa que dicha división encaja perfectamente con la forma de onda del último punto del eje.

Como uno de los objetivos principales de este proyecto es analizar las diferencias correspondientes a la localización de los máximos de presión en los distintos periodos para la señal uniforme y la modulada, se hace necesario corregir este desfase para no llegar a resultados equívocos. Así, se ha ajustado la forma de onda en cada punto, de manera que coincida la posición de los máximos en cada periodo, obteniéndose:

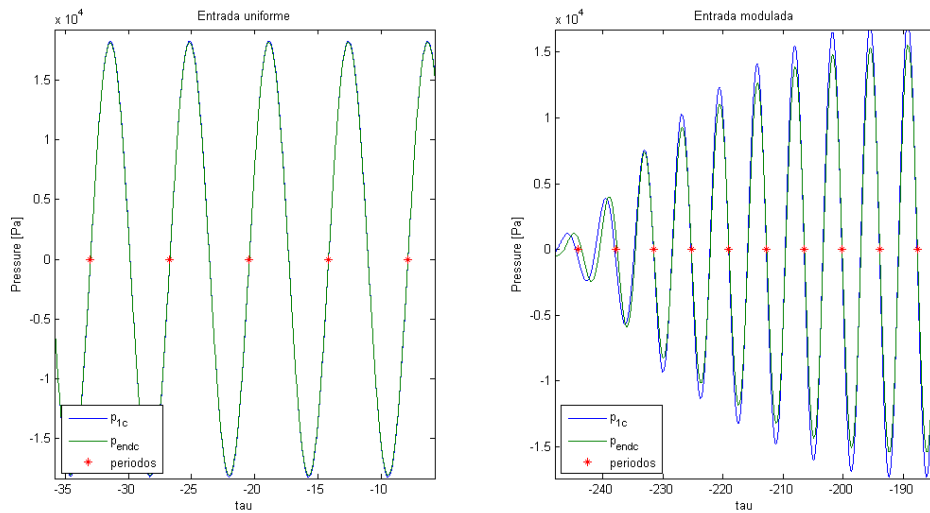


Figura 27.b. Corrección en tau de la señal de la entrada uniforme (izquierda) y modulada (derecha).

Los únicos periodos en los que no ajustan perfectamente, es al inicio del primer paquete de la señal modulada, pero como la amplitud es prácticamente despreciable, los posibles errores en la localización del máximo en ese periodo, no influyen en la obtención de los resultados buscados.

6. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

6.1. Presión:

6.1.1. Shift no lineal

Como ya se ha comentado, el fenómeno conocido como *desplazamiento no lineal* hace referencia al desplazamiento de la posición del máximo de presión en el eje de un haz acústico focalizado debido a la propagación de la onda en régimen no lineal.

En la figura 28 se representa la variación del máximo de presión axial para las 15 potencias simuladas, en verde se representa el shift no lineal para la excitación uniforme, en azul para la excitación modulada. La línea continua negra, en todas las imágenes, representa la focal geométrica del transductor.

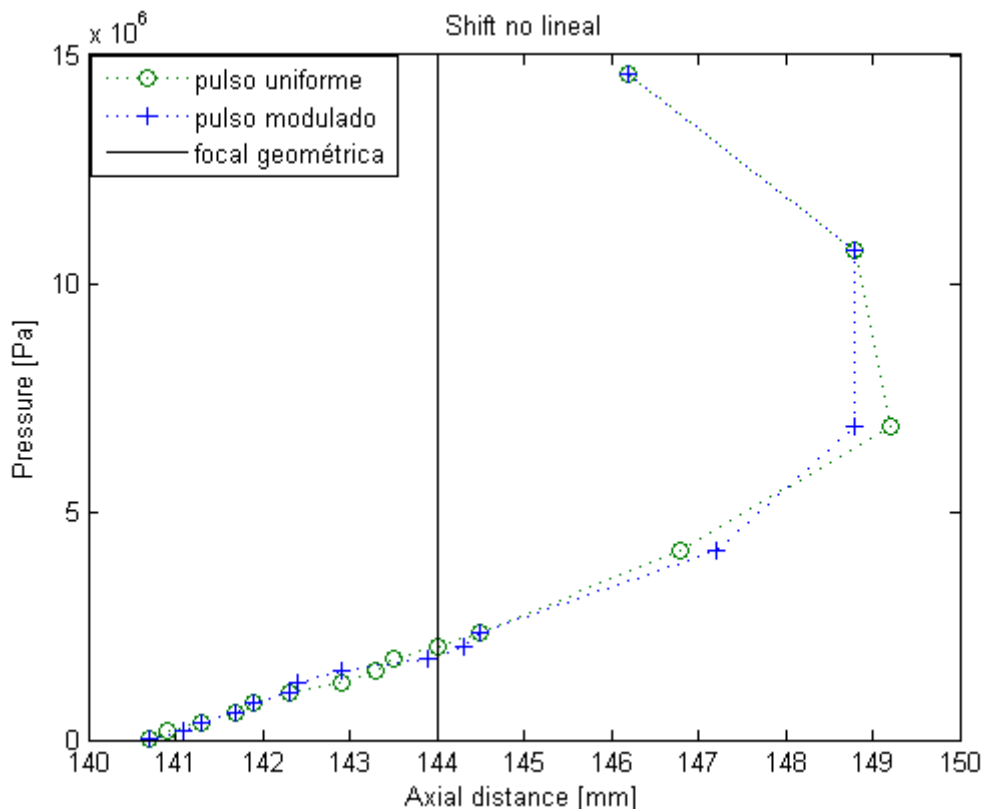


Figura 28. Desplazamiento no lineal del máximo de presión para la entrada uniforme (verde) y modulada (azul)

Se observa como para ambos casos, en régimen lineal ($p_0 = 1kPa, \Gamma = 0.21$), el máximo de presión se sitúa más cercano al transductor, dándose un cambio de posición en la focal a medida que aumenta el régimen no lineal, y llegando incluso a sobrepasar la focal geométrica del sistema, resultado que concuerda con los experimentos realizados en [4] correspondientes a transductores de alta focalización. Asimismo, observamos un retroceso a partir de $p_0 = 200 kPa$.

El desplazamiento del máximo de presión hacia la focal geométrica se produce por la aparición de armónicos superiores, al aumentar el régimen no lineal de propagación con el incremento de la potencia inicial del transductor, que suben la frecuencia efectiva del haz. El retroceso de la posición del máximo hacia el transductor, es debido al inicio de la formación de las ondas de choque; la aparición de la absorción no lineal contrarresta los efectos anteriores al atenuar fuertemente los armónicos y reducir consecuentemente la frecuencia efectiva del haz. Si analizamos la forma de onda y su componente espectral, en dicha posición del máximo, a distintas potencias podemos observar estos fenómenos.

A la vista de la figura 28 se ha escogido como potencias representativas $p_0 = 1 kPa, 80kPa, 150kPa$ y $300 kPa$

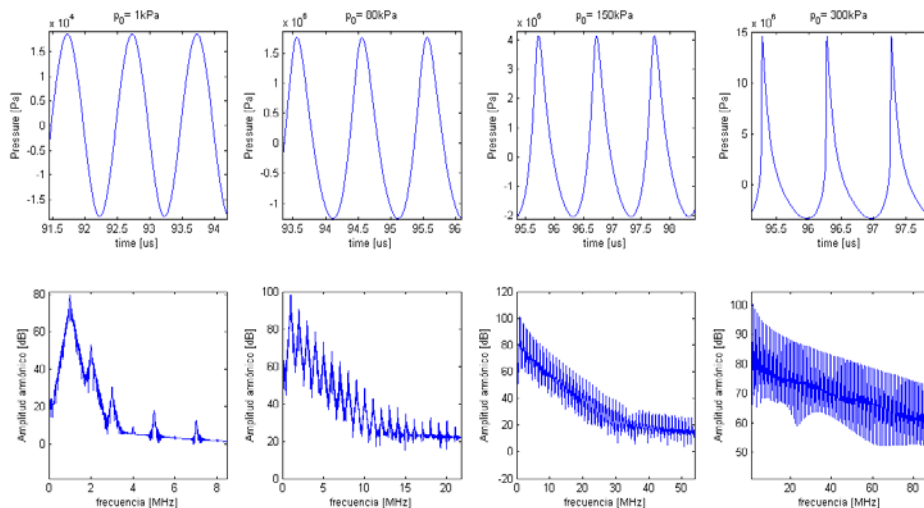


Figura 29. Forma de onda en la focal de presión (imágenes superiores) y su componente espectral (imag. inferior) para la excitación uniforme, referencia 1 Pa

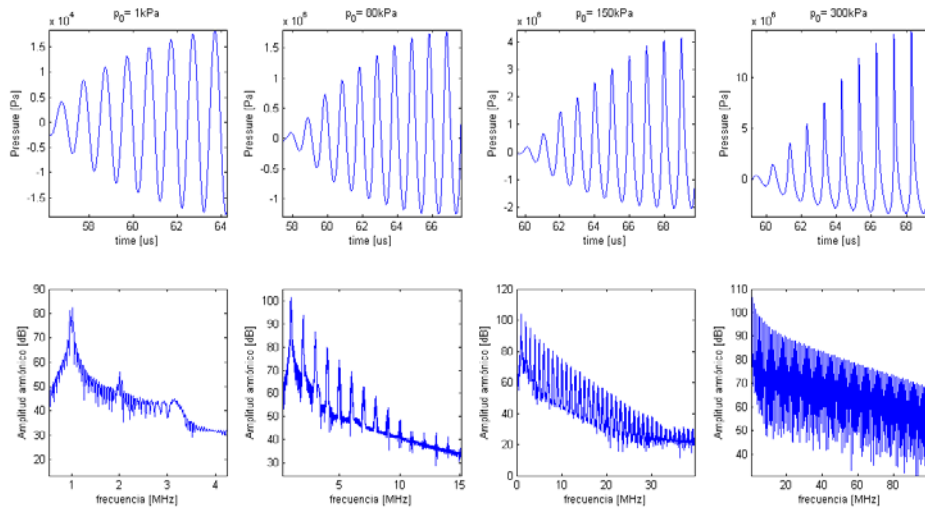


Figura 30. Forma de onda en la focal de presión (imágenes superiores) y su componente espectral (imag. inferior) para la excitación modulada, referencia 1Pa

Se puede apreciar cómo comienzan a aparecer armónicos incluso en $p_0 = 1kPa$, aunque en ese caso son despreciables frente al de la frecuencia fundamental, por lo que en adelante tomaremos esa potencia como representativa del caso lineal.

Además es interesante resaltar como, en el caso de la excitación de amplitud uniforme, se distorsionan por igual todos los periodos de la señal, mientras que el caso modulado, al ser mucho menor la amplitud en los extremos del paquete, sólo se comienzan a producir ondas de choque en los periodos de mayor presión, es decir, el régimen no lineal no afecta por igual a todas las partes de la señal.

6.1.2. Efectos de la modulación

Por los motivos expuestos anteriormente, resulta interesante analizar la posición del máximo de presión en cada periodo de la señal, eliminando los retardos temporales para poder estudiar donde focalizan los distintos periodos de la señal:

Señal de excitación: **pulso uniforme:**

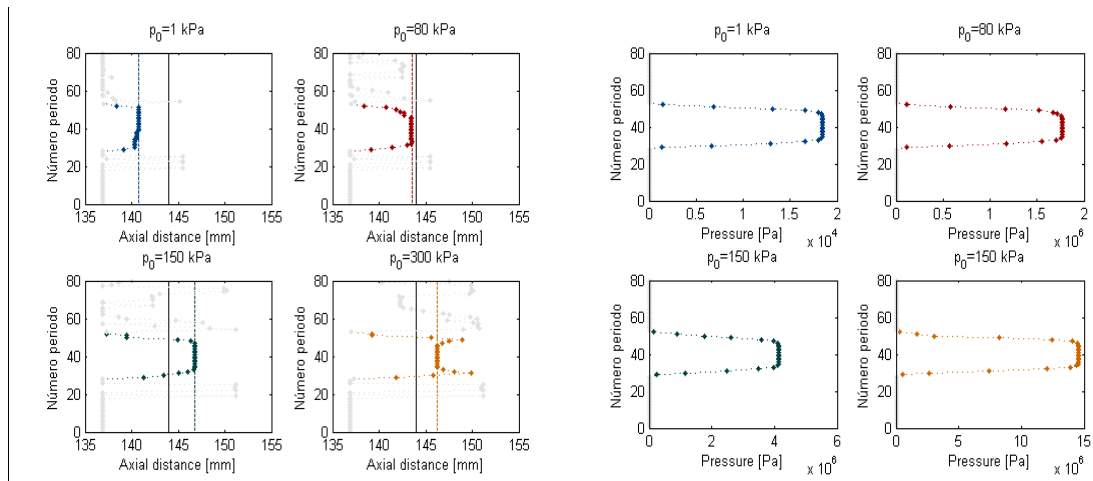


Figura 31. Posición de los máximos de presión en cada periodo en tau (izquierda), y presión de dichos máximos (derecha), para la excitación uniforme.

Se ha difuminado la posición de los máximos en los periodos en los que la señal vale aproximadamente cero, ya que en esos intervalos al no haber señal, carece de importancia dicha posición. Las líneas discontinuas en color, en éstas y el resto de imágenes, representan la focal real correspondiente a cada caso representado (presión, intensidad o fuerza de radiación).

El máximo de presión se localiza, para toda la parte de señal de amplitud significativa, en el mismo punto (que se corresponde con la focal obtenida para cada potencia), debido a que los efectos de la propagación son idénticos para todos los periodos.

Señal de excitación: **pulso modulado:**

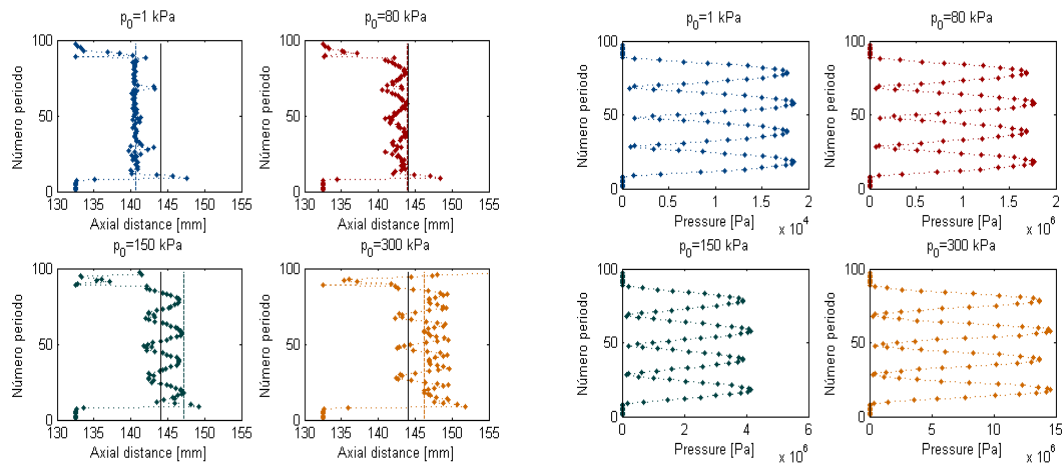


Figura 32. Posición de los máximos de presión en cada periodo en tau (izquierda), y presión de dichos máximos (derecha), para la excitación modulada.

Como la amplitud de la onda varía a lo largo de cada paquete, los efectos de la propagación difieren para las distintas partes de la señal dependiendo de la potencia suministrada al transductor.

A baja potencia ($p_0 = 1 \text{ kPa}$), como en ningún periodo se alcanza una amplitud considerable, los efectos de propagación son uniformes en toda la señal, y la focalización se produce siempre alrededor del mismo punto.

A medida que aumenta la potencia se va haciendo notable la diferencia de amplitud entre los distintos periodos y así, los efectos en la propagación varían a lo largo de la señal. El perfil temporal de la onda comienza a deformarse principalmente en la zona central de cada paquete donde aparecen armónicos superiores que suben la frecuencia efectiva del haz (sólo en esos periodos), focalizando en puntos más próximos a la focal geométrica,

De la misma forma, a muy alta potencia, el desarrollo de los frentes de choque sólo se da en los periodos de máximo amplitud (fig.30) y vienen acompañados de una absorción no lineal que baja la frecuencia efectiva del haz en esa zona, por lo que en esos periodos se produce un retroceso en el punto de focalización

6.1.3. Análisis temporal

Por último, para conocer dónde se sitúa realmente el máximo de presión, se representa la focal en cada periodo, ahora sí teniendo en cuenta el tiempo de retardo con el que la señal llega a cada punto. De esta forma conocemos, dónde se está aplicando mayor presión en cada periodo.

Señal de excitación: **pulso uniforme:**

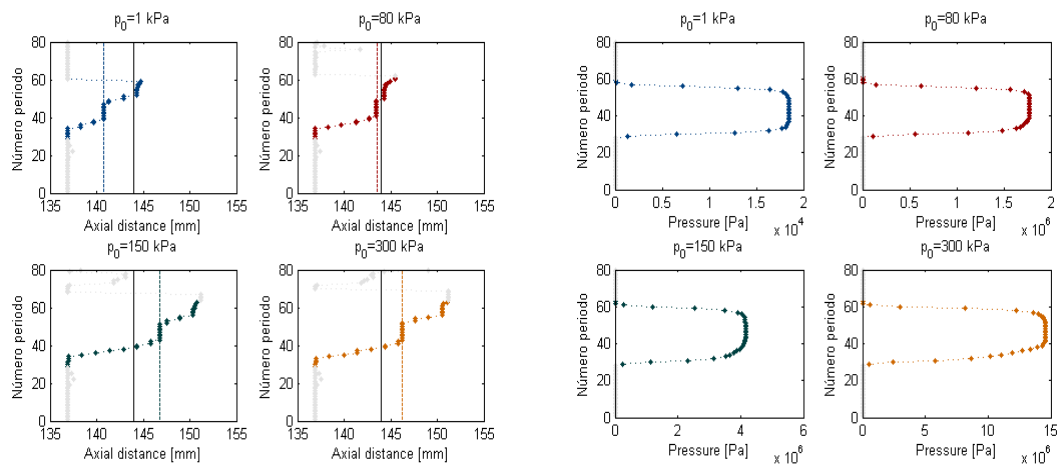


Figura 33. Posición de los máximos de presión en cada periodo en tiempo (izquierda), y presión de dichos máximos (derecha), para la excitación uniforme.

Como es lógico el máximo de presión progresa con el tiempo a medida que avanza la onda, y permanece estable durante unos cuantos periodos. Se observa que a medida que aumenta la potencia, su recorrido es mayor.

Señal de excitación: **pulso modulado**:

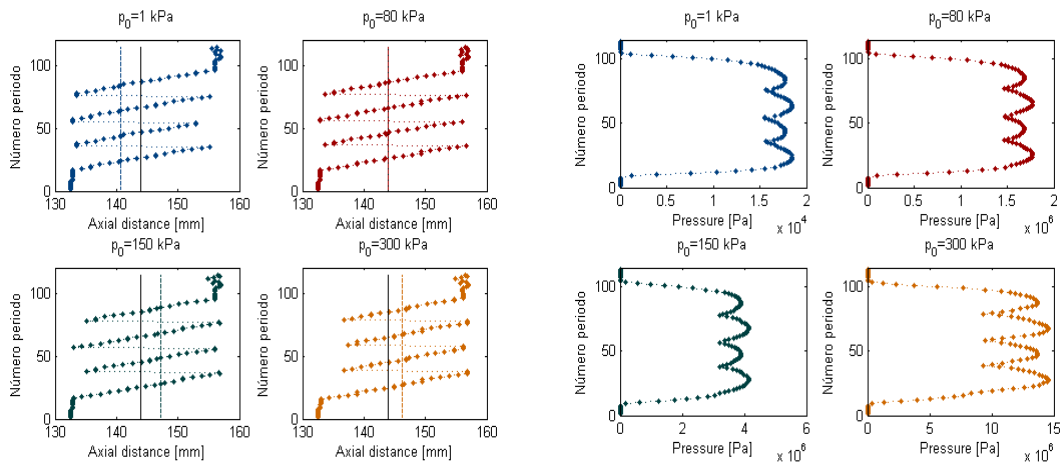


Figura 34. Posición de los máximos de presión en cada periodo en tiempo (izquierda), y presión de dichos máximos (derecha), para la excitación modulada.

En este caso, el máximo progresa en cada paquete alcanzando la focal real en el periodo de amplitud máxima. A medida que aumenta la potencia, el retroceso, al final de cada paquete, es menor.

6.2 Intensidad

6.2.1. Shift no lineal

En la siguiente figura se muestran una comparación entre el shift no lineal de intensidad para ambas señales de excitación:

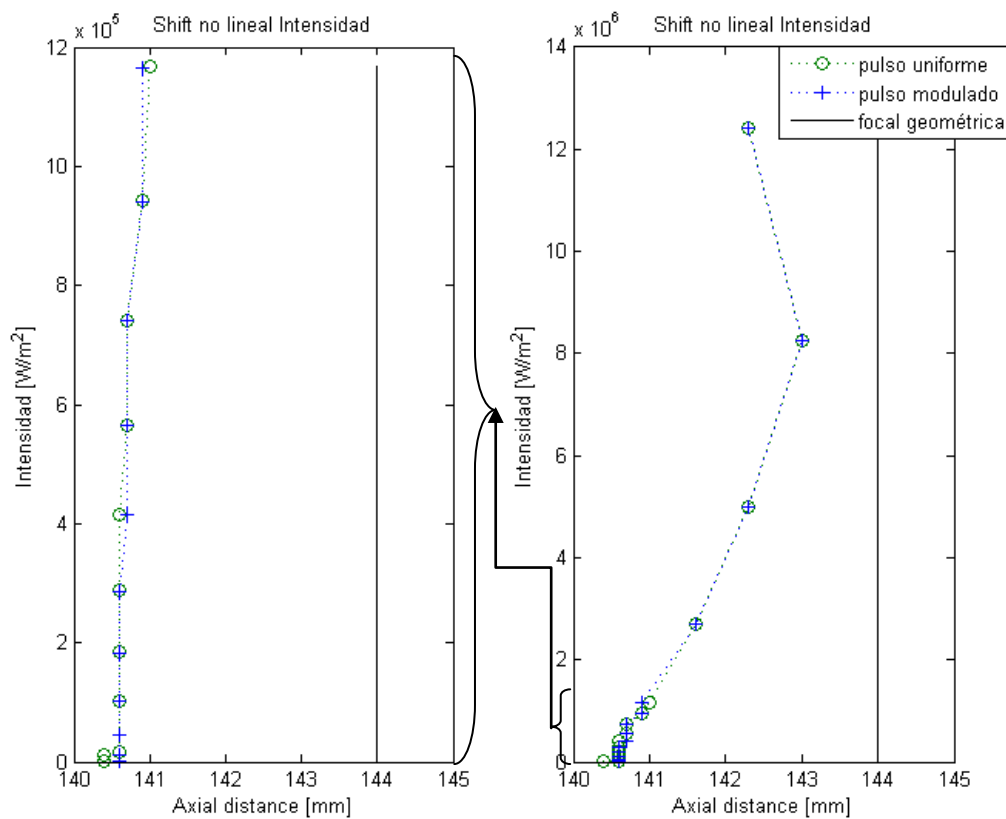


Figura 35. Comparación de la posición de los máximos de intensidad para la entrada uniforme (verde) y modulada (azul).

El aumento de potencia también conlleva un cambio en la posición del máximo intensidad, que se hace especialmente notable a alta potencia. Así mismo se comprueba que la formación de ondas de choque en la zona focal, trae consigo una reducción del área encerrada bajo el perfil temporal disminuyendo la intensidad y produciéndose un retroceso en la posición del máximo en torno a la potencia correspondiente a $p_0 = 300 \text{ kPa}$.

Se observa además, que el uso de una excitación u otra no repercute demasiado en la posición global del máximo de intensidad, especialmente a alta potencia, ya que los efectos que conlleva la modulación se hacen realmente notables cuando se realiza un análisis instantáneo o por periodos como el que se presenta en 5.2.2.

En comparación con el shift no lineal de presión tenemos:

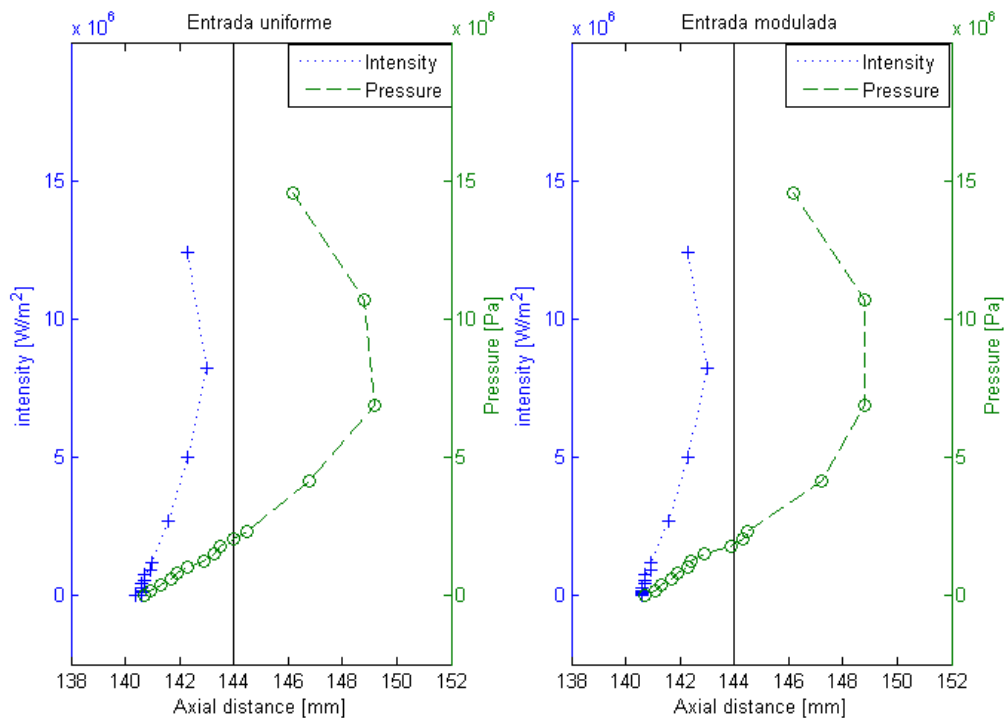


Figura 36. Comparación del shift no lineal de presión (verde) e intensidad (azul) para la entrada uniforme (izquierda) y modulada (derecha).

Para ambas entradas, se verifica que el shift no lineal de intensidad es mucho más moderado que el de presión, y no llega a sobrepasar la focal geométrica.

En régimen lineal la intensidad es proporcional al cuadrado de la distribución de los máximos de presión, y por lo tanto los máximos de presión e intensidad están localizados en la misma posición axial.

A medida que se incrementa la distorsión no lineal del perfil temporal en la zona focal, sin formarse aún ondas de choque (figuras 29,30), disminuye el área encerrada bajo la forma de onda (por el rápido aumento del pico del perfil y su rápido estrechamiento), lo que ralentiza el crecimiento de la intensidad, y consecuentemente su shift no lineal.

Con la aparición en el perfil de frentes de choque, esa reducción del área es mucho más notable en la zona focal que en los caso anteriores y es la causa del retroceso que sufre la posición del máximo de intensidad, en torno a $p_0 = 300 \text{ kPa}$.

Cabe destacar, que las diferencias entre los shifts de presión e intensidad para ambas señales son también mínimas cuando se analiza en conjunto toda la señal.

6.2.2. Efectos de la modulación

Si representamos la posición de los máximos de intensidad en cada periodo (referente a la variable tau) tenemos:

Señal de excitación: **pulso uniforme:**

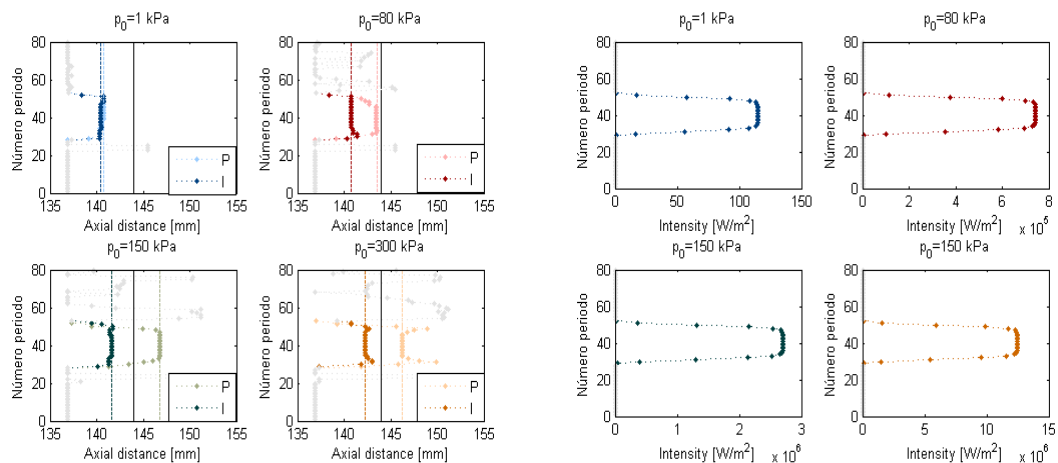


Figura 37. Posición de los máximos de intensidad en color intenso, comparado con los de presión (difuminado) en cada periodo en tau, e intensidad de dichos máximos, para la excitación uniforme.

Al ser un pulso uniforme, los efectos de la propagación son iguales para todos los periodos, por lo que no hay cambios en la posición del máximo de intensidad, obtenida a partir del promedio del cuadrado de la presión en cada periodo. Es decir, la amplitud de la intensidad no varía a lo largo de toda la señal.

Señal de excitación: **pulso modulado**:

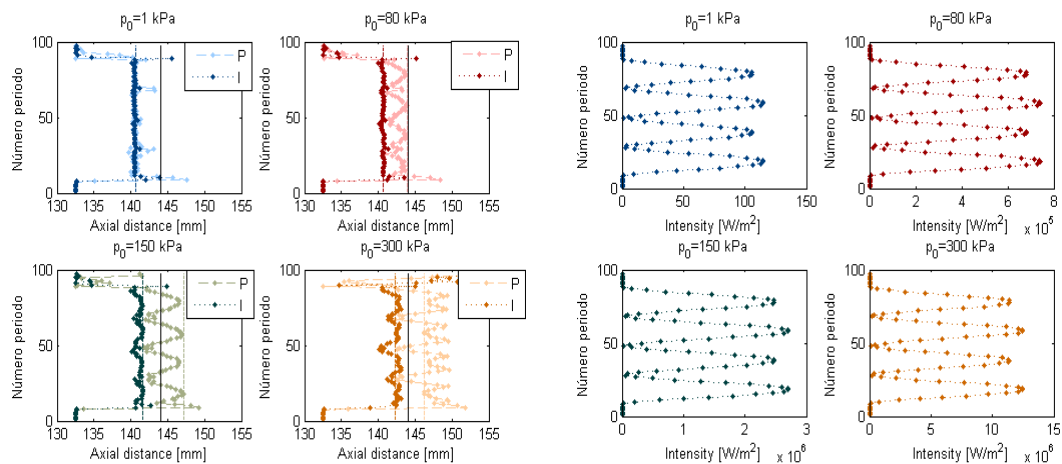


Figura 38. Posición de los máximos de intensidad en color intenso, comparado con los de presión (difuminado) en cada periodo en tau, e intensidad de dichos máximos, para la excitación modulada.

En el caso de la entrada modulada, se observan efectos combinados comentados en las figuras 32 y 36, y se aprecia que el shift no lineal de intensidad es mucho más moderando que el de presión.

En régimen lineal al no haber prácticamente deformación de la onda durante la propagación, se mantiene la forma sinusoidal y todos los periodos, tanto de presión como intensidad, focalizan en torno al mismo punto.

Se necesita aplicar suficiente potencia para empezar a apreciar un cambio significativo en la posición de la focal de intensidad, y es con el inicio de la aparición de perfiles de choque en los periodos de máxima amplitud, donde se produce de forma más significativa, ya que cómo se ha explicado anteriormente (figura 36), el área encerrada bajo la curva disminuye considerablemente respecto al resto de periodos, por lo que la posición de las

focales de intensidad en esa zona sufre un retroceso acercándose de nuevo al transductor.

6.2.3. Análisis temporal

Señal de excitación: **pulso uniforme:**

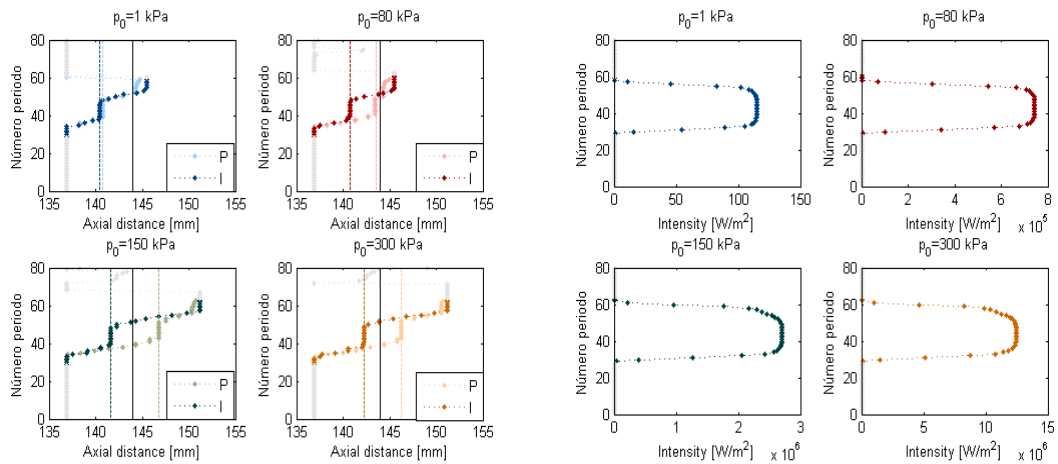


Figura 39. Posición de los máximos de intensidad en color intenso, comparado con los de presión (difuminados) en cada periodo en tiempo, e intensidad de dichos máximos, para la excitación uniforme.

Como cabía esperar, en el régimen lineal, $p_0 = 1$ kPa donde tenemos un pulso senoidal, el comportamiento temporal de la intensidad y la presión coinciden, y se van distanciando a medida que aumenta la potencia. De igual forma, se observa que la intensidad también permanece estable durante cierto tiempo en el mismo punto.

Señal de excitación: **pulso modulado**:

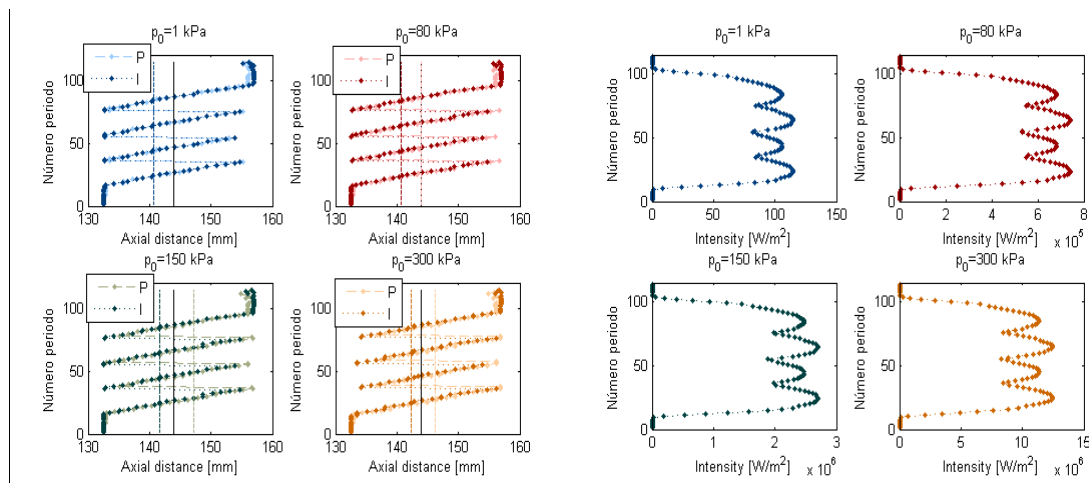


Figura 40. Posición de los máximos y valor de intensidad en color intenso, comparado con los de presión (difuminados) en cada periodo para la señal modulada.

La intensidad mantiene la tendencia de la presión pero ligeramente retardada en el espacio.

6.3. Fuerza de radiación

La fuerza de radiación es producida al comunicar una onda cantidad de movimiento al medio en que se propaga. Esto es posible si el medio tiene heterogeneidades, si hay un cambio en el medio, o si la onda se propaga en régimen no lineal. En la década de los 90 se demostró que un haz modulado a baja frecuencia podía producir una oscilación del tejido localizado en el foco de un haz ultrasónico a la frecuencia de modulación. Esto permitía generar ondas secundarias, principalmente ondas Shear, que permitirían caracterizar la zona del tejido localizada en el foco.

Diversos centros de investigación en la actualidad tratan de aplicar dicho fenómeno para el diagnóstico médico de algunos tipos de enfermedades: como el cáncer. En particular, ARFI, HMI, Supersonic shear wave imaging o USAE hacen uso de la fuerza de radiación. Sin embargo, este fenómeno sigue siendo

poco comprendido, principalmente el efecto que la no linealidad provoca en la fuerza de radiación en tejidos biológicos.

Este es uno de los objetivos principales de este capítulo, el estudio en agua del efecto de la no linealidad sobre la Fuerza de Radiación.

Se presenta a continuación los resultados obtenidos en las simulaciones efectuadas, que reflejan un incremento del valor de la fuerza relacionado con la generación de las ondas de choque.

Además se analizan los efectos que conlleva el uso de una excitación uniforme y modulada.

Por último se ha comprobado que en el caso del pulso uniforme, la fuerza de radiación generada es proporcional a la intensidad de la onda.

6.3.1. Shift no lineal

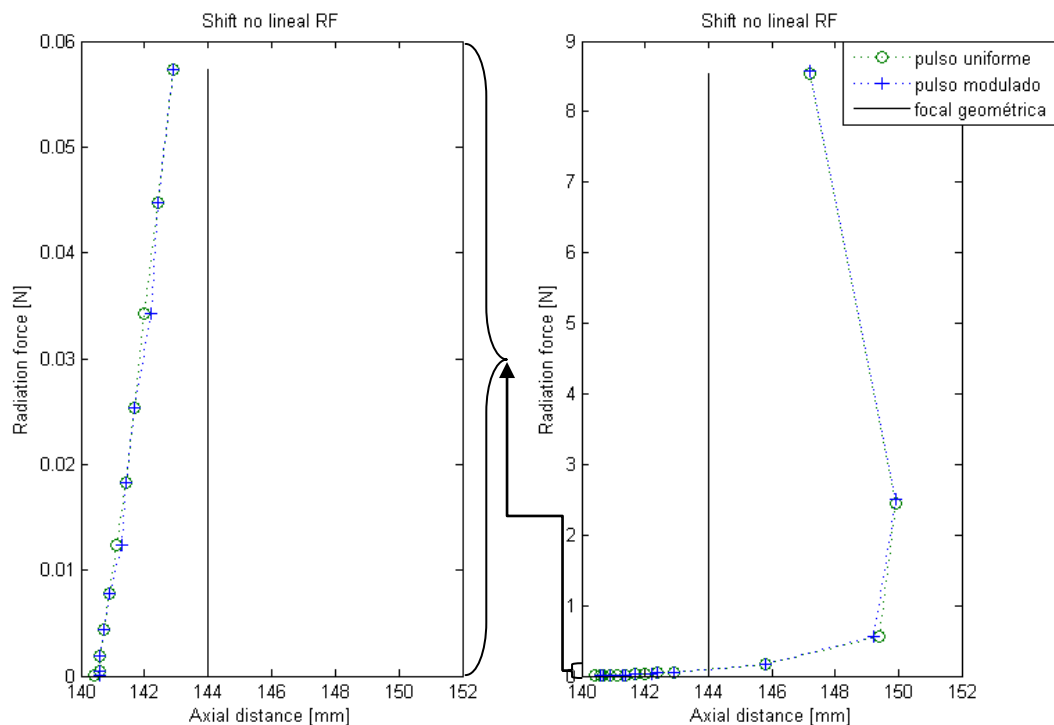


Figura 41. Derecha: Comparación de la posición de los máximos de intensidad para la entrada uniforme (verde) y modulada (azul). Izquierda: Ampliación de la imagen para las simulaciones comprendidas entre $p_0=1$ kPa y $p_0=100$ kPa.

El efecto del incremento de potencia, antes de alcanzarse la formación de ondas de choque (en torno a $p_0 = 200kPa$), es únicamente notable en el desplazamiento de la posición del máximo, ya que en módulo, el aumento de la fuerza es casi inapreciable. Sin embargo, como se esperaba comprobar, es, una vez sobrepasada dicha potencia, cuando el valor de la fuerza crece considerablemente. Además se verifica una vez más el retroceso que se produce a elevadas potencias, al igual que ocurría con la presión y con la intensidad.

En las siguientes figuras, se representan conjuntamente los shifts de presión y fuerza de radiación, y de intensidad y fuerza de radiación. Se puede apreciar como nuevamente, las diferencias entre los shifts no lineales de ambas señales son mínimas.

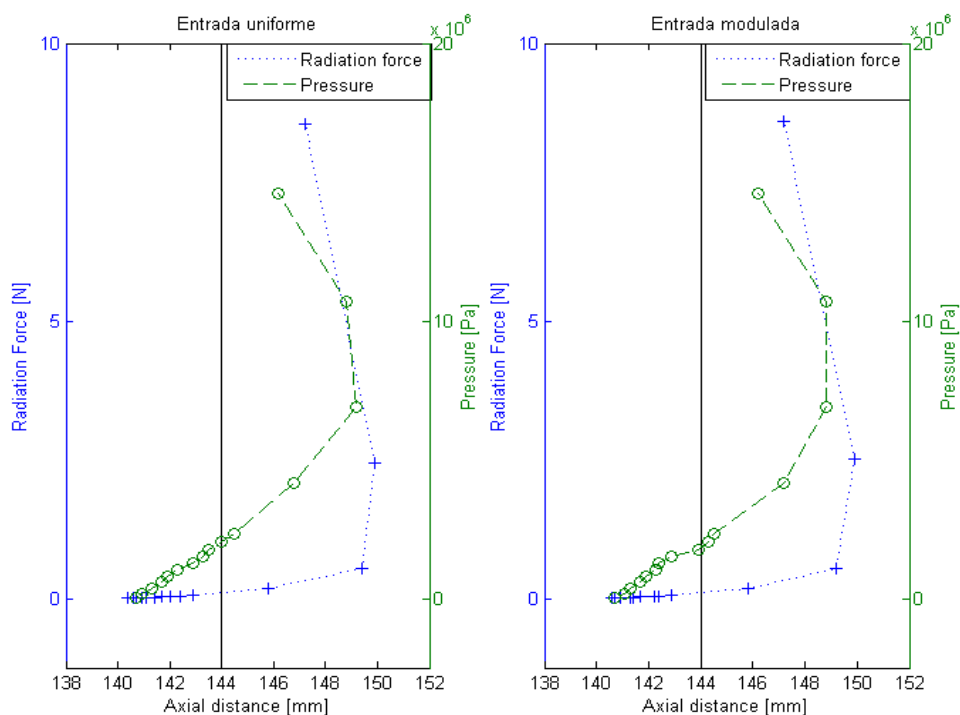


Figura 42. Comparación del desplazamiento no lineal de presión (verde) y de la fuerza de radiación (azul) para la entrada uniforme (izqda) y modulada (dcha).

Respecto a la presión observamos que el desplazamiento del máximo de la fuerza es similar pero ligeramente retardado a baja potencia. Mientras la

distorsión del perfil no es demasiado brusca, la fuerza (obtenida a partir del promedio de la derivada temporal al cuadrado) no se ve demasiado afectada y el desplazamiento del máximo es mucho más moderado. Cuando la deformación de la forma de onda es considerable, y la variación de la presión respecto al tiempo se hace significativa, la posición del máximo de la fuerza adelanta al de presión (en torno a $p_0 = 200 \text{ kPa}$). Con el inicio de la formación de ondas de choque, la derivada aumenta pero el área disminuye, por lo que se repite el retroceso de la posición del máximo de la fuerza a esa potencia.

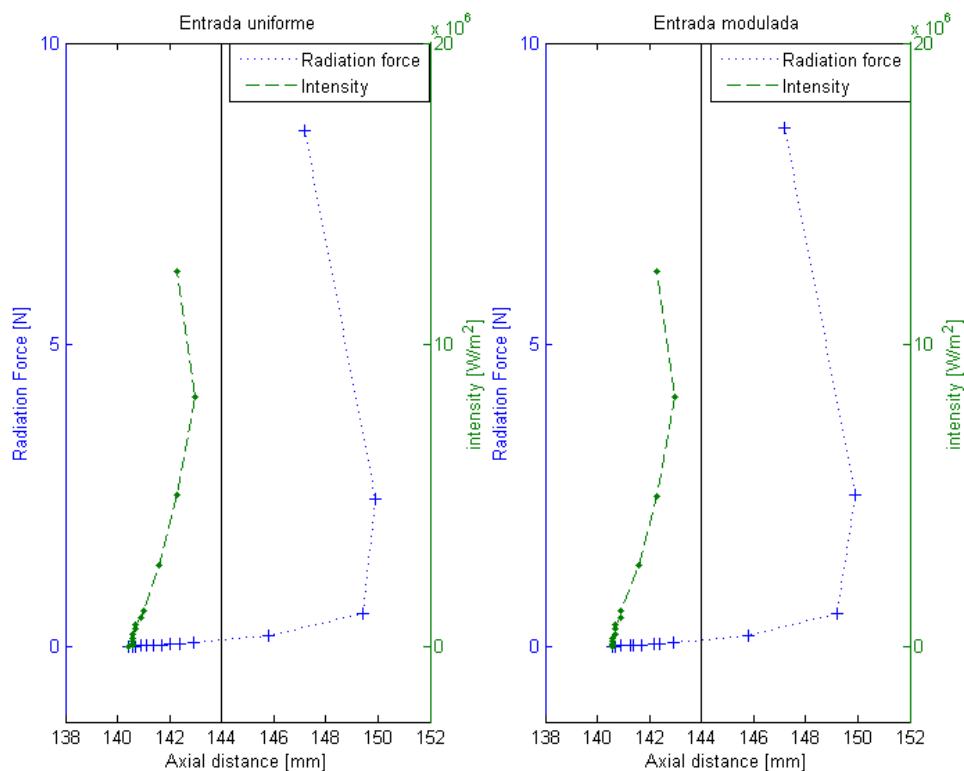


Figura 43. Comparación del desplazamiento no lineal de intensidad (verde) y de la fuerza de radiación (azul) para la entrada uniforme (izqda) y modulada (dcha).

Respecto a la intensidad, se observa que sólo en régimen lineal coincide la posición de ambos máximos, y se van distanciando a medida que aumenta la potencia.

6.3.2 Efectos de la modulación

Señal de excitación: **pulso uniforme:**

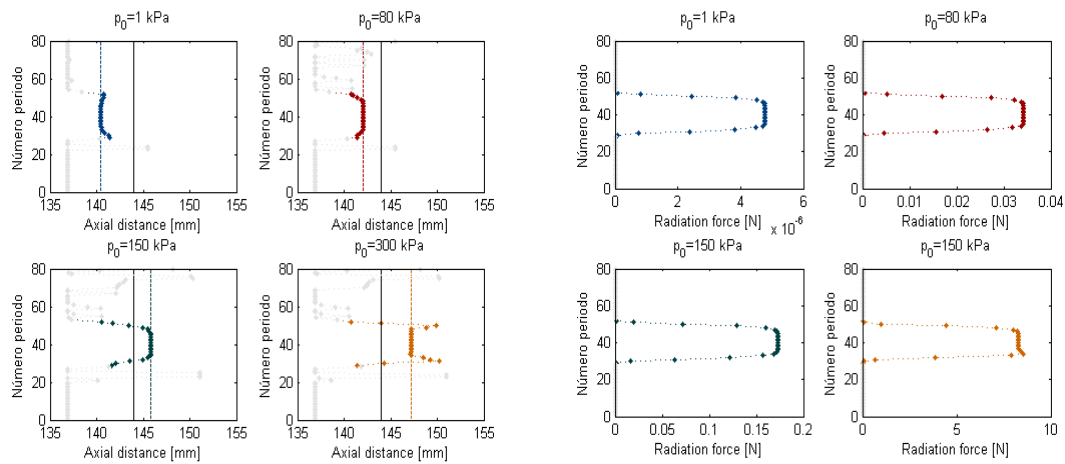


Figura 44. Posición de los máximos de la fuerza de radiación respecto cada periodo en tau para la excitación uniforme.

Todos los periodos de la fuerza focalizan en el mismo punto, y su módulo permanece constante a lo largo de toda la señal, ya que en este caso se trata de una fuerza de radiación estática.

Si la comparamos con la presión y la intensidad obtenemos:

Señal de excitación: **pulso uniforme:**

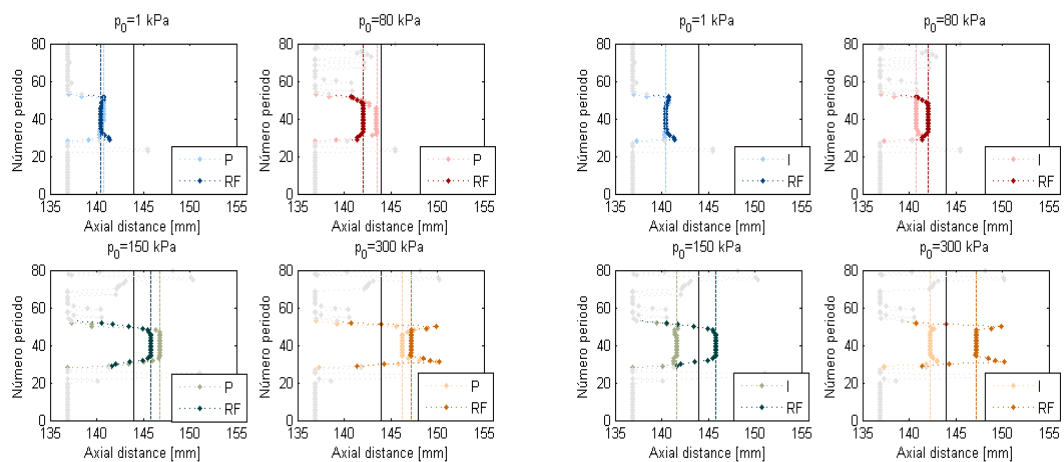


Figura 45. Comparación de la posición de los máximos de la fuerza de radiación en cada periodo, con la presión (izqda) y con la intensidad (dcha)

Tanto presión, intensidad y fuerza, focalizan de forma uniforme para todos los periodos de la señal, siendo la única diferencia el punto en el cual focalizan, que depende de la potencia aplicada.

Señal de excitación: **pulso modulado**:

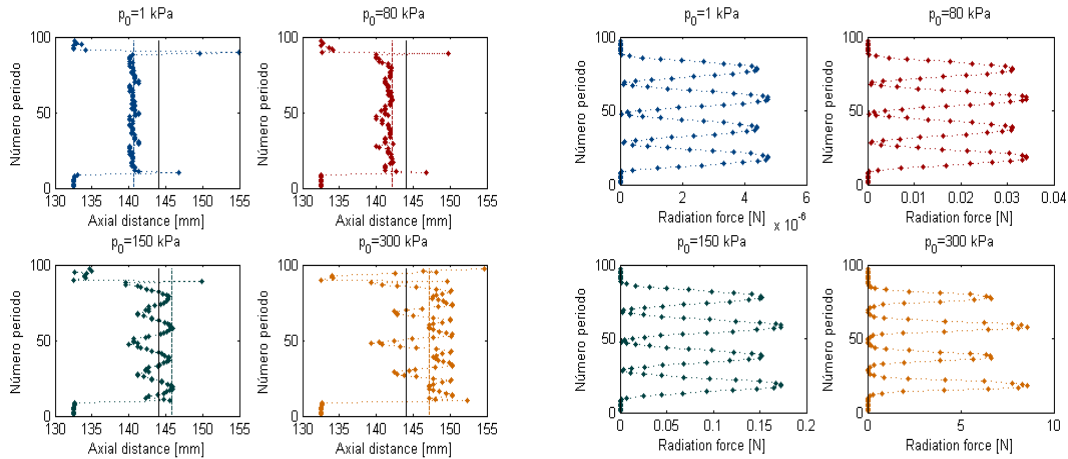


Figura 46. Posición de los máximos de la fuerza de radiación respecto cada periodo en tau para la excitación modulada.

En este caso tenemos una fuerza de radiación dinámica, cuyo módulo varía a lo largo de la señal. En régimen lineal obtenemos una fuerza estable cuyos periodos focalizan todos en el mismo punto, y a medida que aumenta el régimen no lineal se va perdiendo dicha estabilidad, debido a los efectos, anteriormente explicados (fig.32), que tiene la propagación en los distintos periodos según el valor de su amplitud, y que lógicamente, afectan a la posición del máximo de la fuerza.

Si lo comparamos con la presión y la intensidad obtenemos:

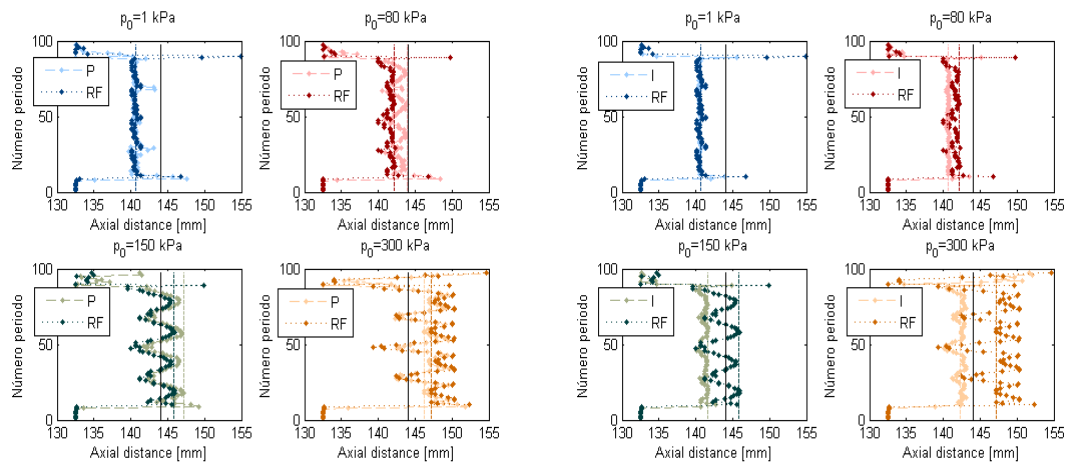


Figura 47. Comparación de la posición de los máximos de la fuerza de radiación en cada periodo, con la presión (izqda) y con la intensidad (dcha)

En régimen lineal presión, intensidad y fuerza de radiación, mantienen la misma tendencia de focalización, en cada periodo la posición de todos los máximos coincide y se mantiene estable durante toda la señal. A medida que aumenta la amplitud inicial de la entrada, se observa que en la propagación, los efectos sobre las distintas partes de la fuerza van asemejándose a los efectos sobre la presión, y el retroceso, cuando se alcanza la formación de las ondas de choque se produce en las zonas de mayor amplitud, siendo mucho más notable que en el caso de la intensidad.

6.3.3. Análisis temporal

Mediante este análisis podemos conocer, en cada periodo temporal, donde es más intensa la fuerza de radiación y el valor de su módulo.

Señal de excitación: **pulso uniforme:**

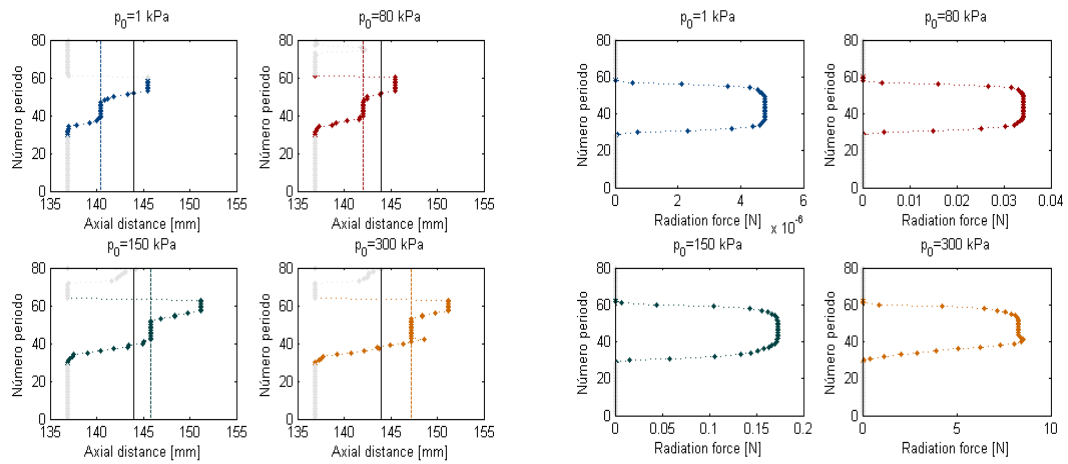


Figura 48. Posición de los máximos de la fuerza en tiempo y módulo de dichos máximos, para la excitación uniforme.

Estas imágenes nos muestran que en tiempo, la fuerza de radiación estática permanece estable durante cierto intervalo de tiempo en un mismo punto.

En comparación con la presión y la intensidad, tenemos:

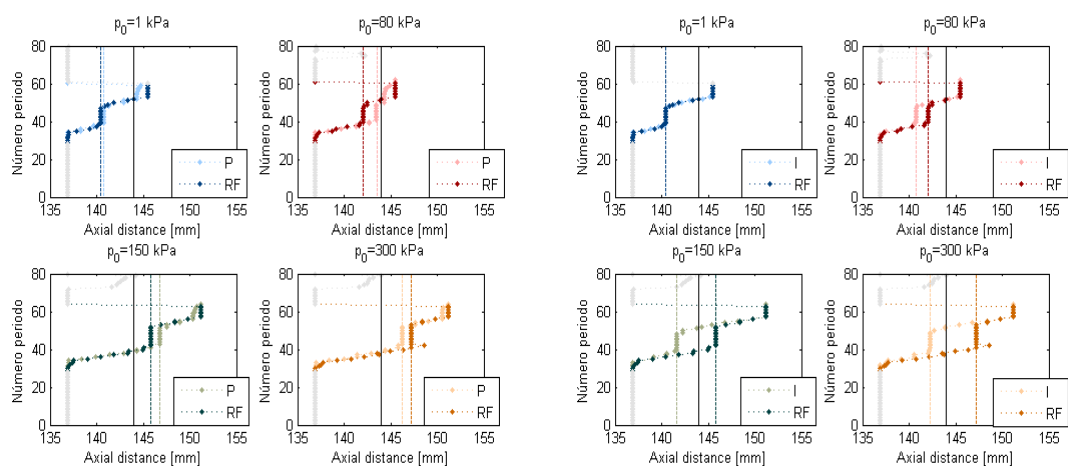


Figura 49. Comparación de la posición de los máximos de la fuerza de radiación en cada periodo de tiempo, con la presión (izqda) y con la intensidad (dcha)

En tiempo, presión, intensidad y fuerza de radiación, también focalizan de forma similar, variando únicamente su punto de aplicación.

Señal de excitación: **pulso modulado:**

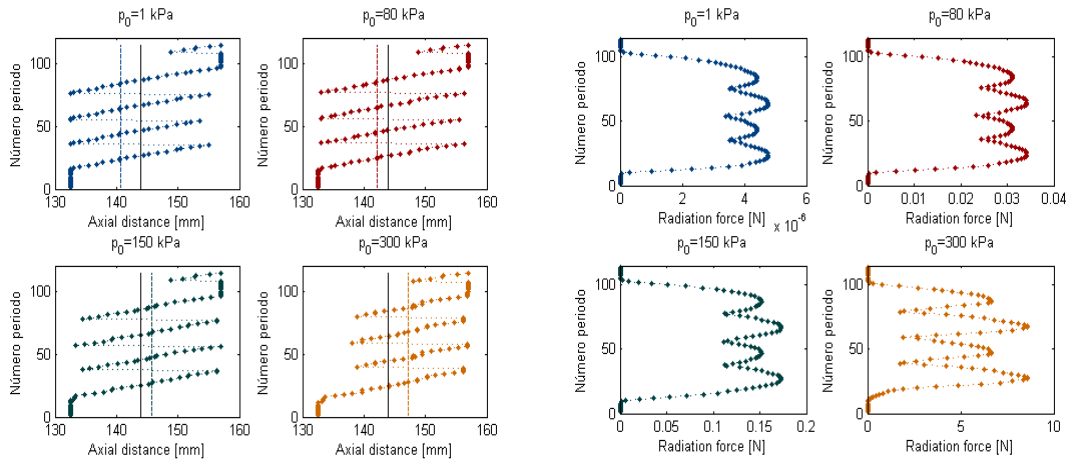


Figura 50. Posición de los máximos de la fuerza en cada periodo de tiempo, y módulo de dichos máximos, para la excitación modulada.

En el caso de la entrada modulada, se logra ejercer sobre el medio, una fuerza dinámica, que cambia en posición y módulo a lo largo del tiempo.

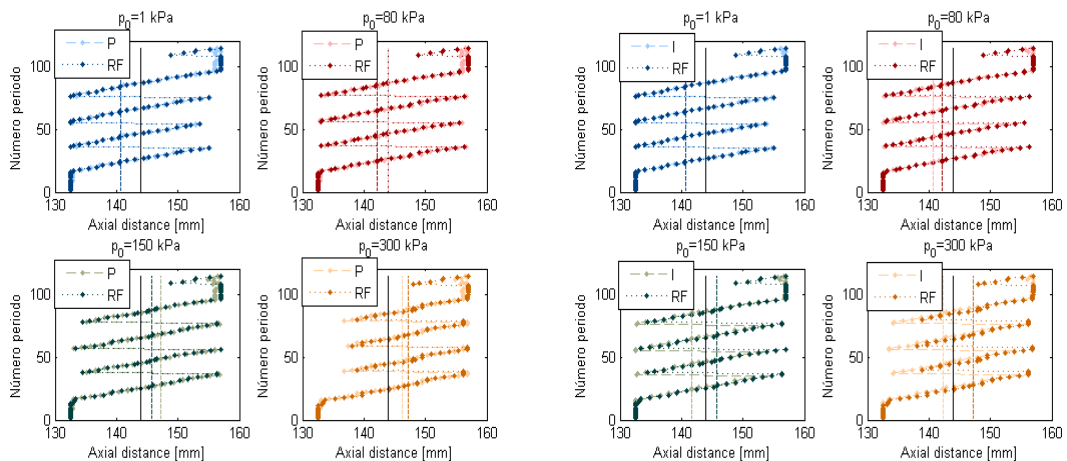


Figura 51. Comparación de la posición temporal de los máximos de la fuerza de radiación con los de presión (izquierda) y con los de intensidad (derecha)

Al igual que para la entrada uniforme, el comportamiento temporal de la fuerza de radiación es similar a la intensidad y a la presión en régimen lineal; y se va asemejando más a la presión a medida que aumenta el régimen no lineal. Aunque en ambos casos, las diferencias entre las localizaciones de los máximos temporales son prácticamente inapreciables.

6.3.4 Comparación con la fuerza de radiación lineal: Entrada uniforme

Comprobamos ahora que la fuerza de radiación es proporcional en régimen lineal a la intensidad según la ecuación (38). Se llamará RF_{lin} a la fuerza calculada a partir de la ecuación (38), y RF a la fuerza calculada a partir de la ecuación (37)

Señal de excitación: **pulso uniforme:**

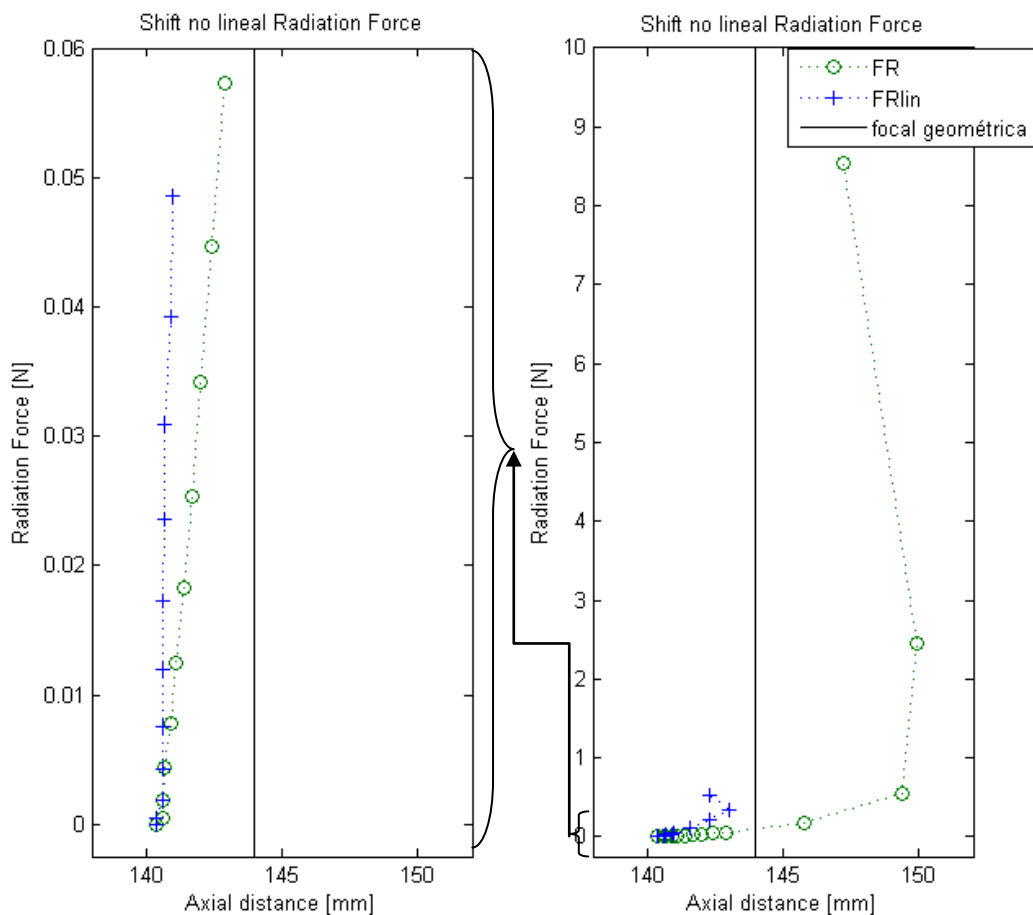


Figura 52. Comparación de la fuerza de radiación RF y la fuerza de radiación lineal RF_{lin} , y ampliación de la imagen para las simulaciones comprendidas entre 1 y 100 kPa. Entrada uniforme.

Se verifica que la posición de ambos máximo coincide únicamente durante el régimen lineal. Con el aumento de potencia y la consiguiente

deformación de la forma de onda, la derivada temporal de la presión deja de corresponderse con la intensidad, y tanto en módulo como en la localización del máximo, las diferencias entre ambas se hacen notables.

La figura 52 refleja uno de los resultados más importantes, pues demuestra que usar la expresión de la intensidad (ecuación 38) para calcular la fuerza de radiación no es correcto fuera del régimen lineal.

Analizando las diferencias por periodos tenemos:

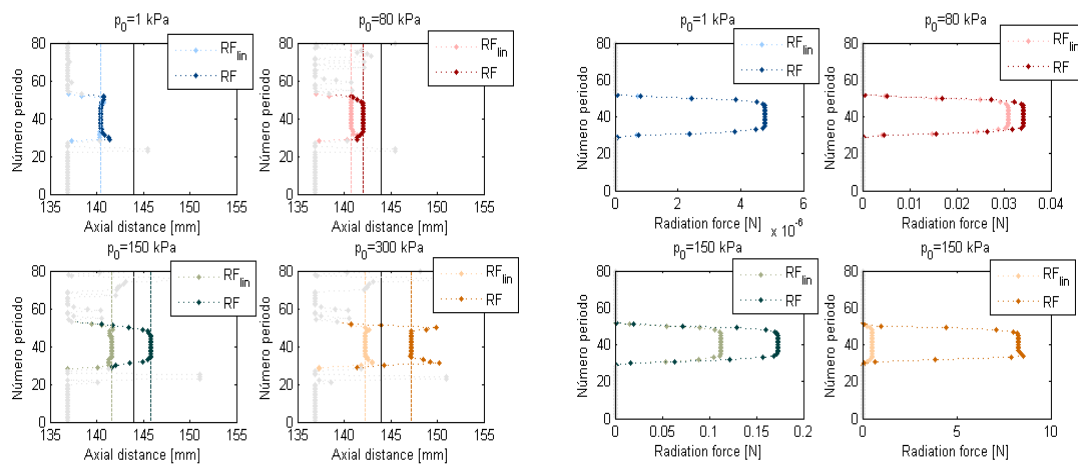


Figura 53. Comparación entre la posición de los máximos de la fuerza de radiación y la fuerza de radiación lineal en cada periodo de τ , y módulo de dichos máximos. Entrada uniforme.

El módulo y la posición del máximo de ambas fuerzas sólo coincide en régimen lineal. Con el aumento de potencia, los máximos de la fuerza de radiación se van distanciando ligeramente de los calculados mediante la expresión lineal, tanto en posición como en módulo. Este distanciamiento se hace considerable una vez alcanzada la formación de ondas de choque, especialmente en su módulo.

Análisis Numérico de Parámetros de Calidad en Haces Focalizados

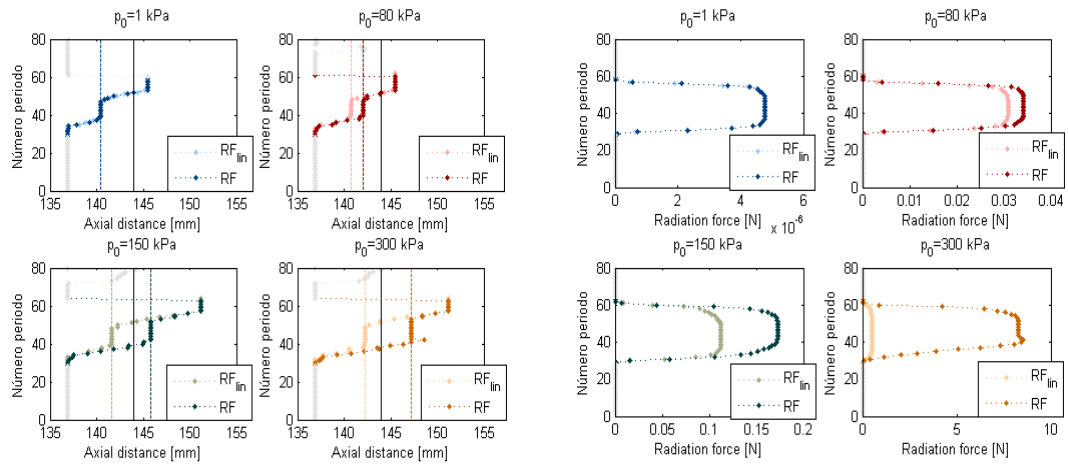


Figura 54. Comparación entre la posición temporal de los máximos de la fuerza de radiación y la fuerza de radiación en cada periodo y módulo de dichos máximos. Entrada uniforme.

En el tiempo se obtienen las misma conclusiones que para la fig. 53

Las diferencias entre como se distancia la fuerza de radiación respecto a la obtenida para el régimen lineal, también quedan plasmadas en la distribución de la fuerza a lo largo del plano (z,r) o a lo largo del eje:

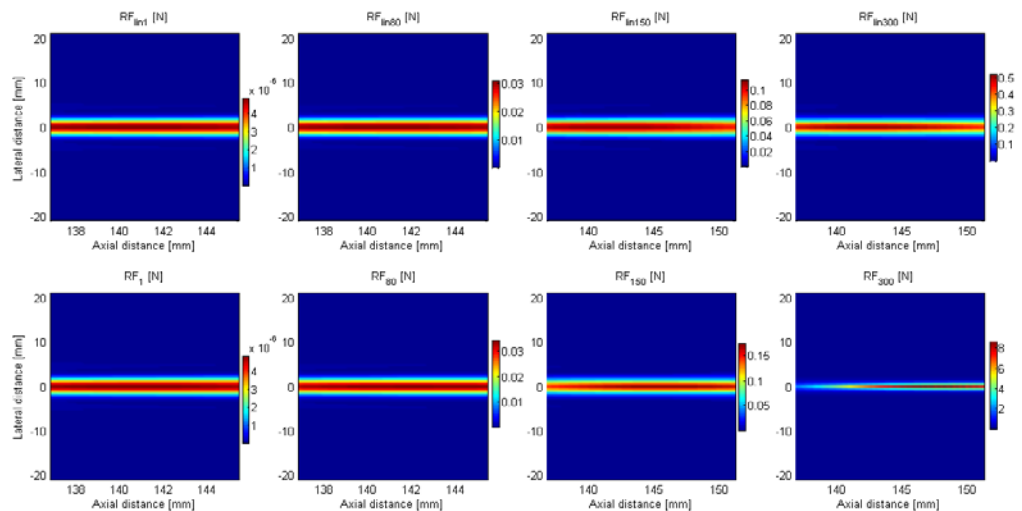


Figura 55. Distribución de la fuerza de radiación (fila inferior) y de la fuerza de radiación lineal (fila superior) en el plano (z,r) para la entrada uniforme

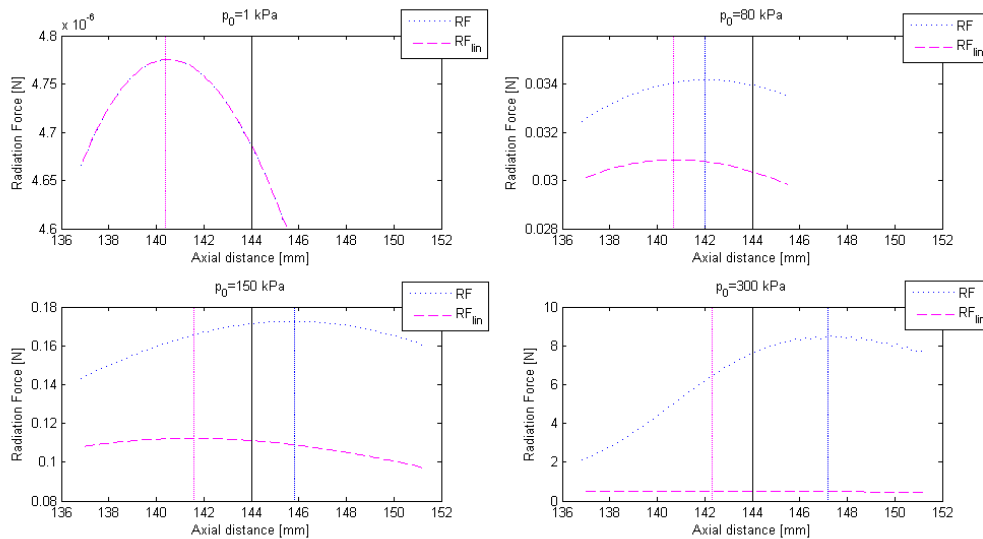


Figura 56. Distribución de la fuerza de radiación y de la fuerza de radiación lineal en el eje para la entrada uniforme

En ambas figuras, podemos comprobar cómo en régimen lineal la fuerza de radiación y la fuerza de radiación lineal (proporcional a la intensidad) coinciden tanto en módulo como en distribución. A medida que aumentamos la potencia, la fuerza de radiación focaliza en puntos más alejados del transductor, y su módulo comienza a aumentar ligeramente hasta que al llegar a muy alta potencia, se produce un cambio brusco llegando a ser casi 20 veces mayor que el módulo de la lineal.

Además, en la fig. 55 se observa que también a medida que aumenta la potencia, el campo de fuerzas se estrecha, especialmente a altas potencias donde se concentra mayoritariamente en el eje del transductor.

6.3.5 Comparación con la fuerza de radiación lineal: Entrada modulada

Como la expresión analítica para la fuerza de radiación es difícil de obtener para el caso modulado, resulta aún más interesante que en el caso anterior comprobar mediante el análisis numérico si también se sigue cumpliendo que en régimen lineal la fuerza de radiación es proporcional a la

intensidad. En la fig.47 se demuestra que al menos la posición de los máximos de intensidad y fuerza coinciden para todos los periodos.

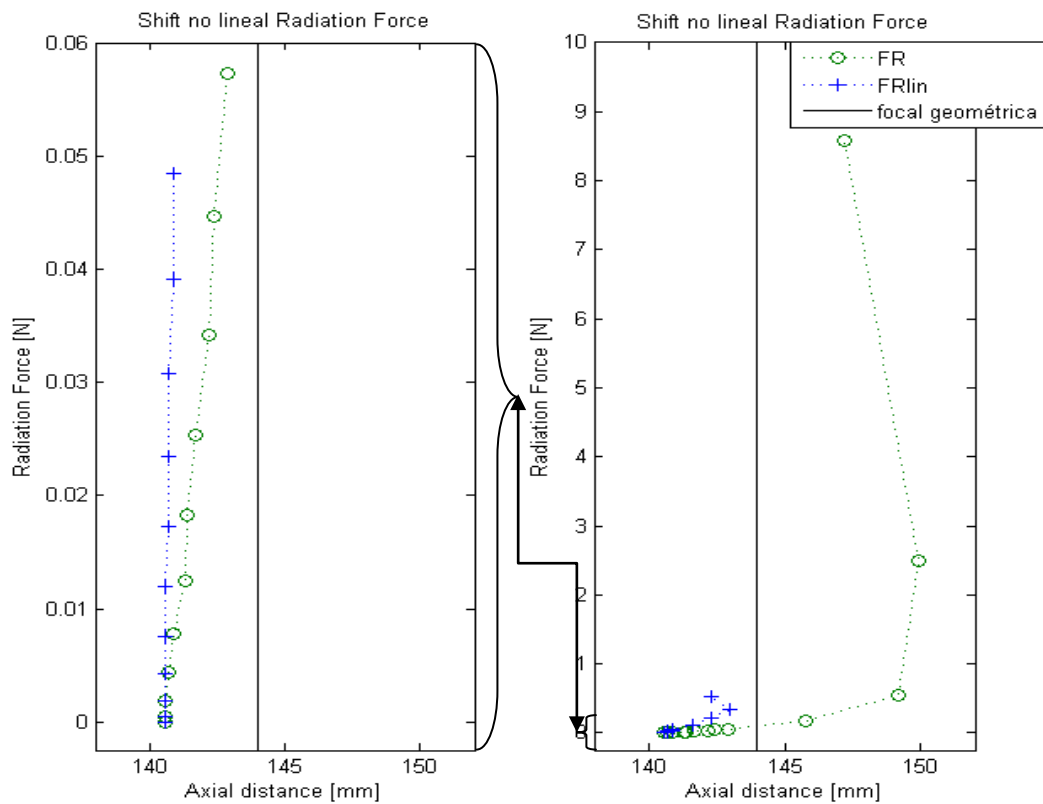


Figura 57. Comparación de la fuerza de radiación RF y la fuerza de radiación lineal RF_{lin} , y ampliación de la imagen para las simulaciones comprendidas entre 1 y 100 kPa. Entrada modulada.

La posición y el módulo del máximo global de ambas fuerzas coincide hasta $p_0 = 20 \text{ kPa}$, y al igual que para el caso uniforme, las diferencias no son notables hasta que no se llega a muy alta potencia, en torno a $p_0 = 150 \text{ kPa}$, donde el módulo de la fuerza crece considerablemente respecto al de la fuerza calculada mediante la expresión lineal.

Representando la posición de los máximo por periodos tenemos:

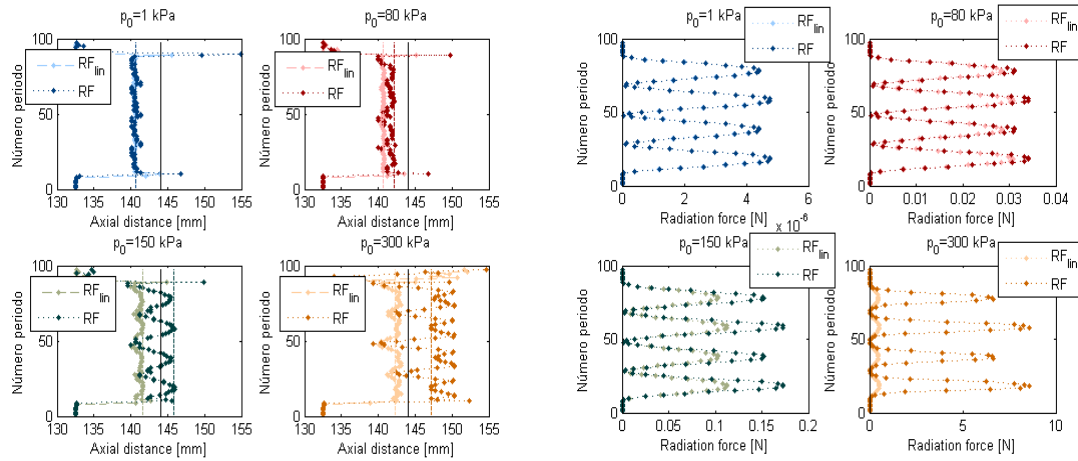


Figura 58. Comparación entre la posición de los máximos de la fuerza de radiación y la fuerza de radiación lineal en cada periodo de τ , y módulo de dichos máximos. Entrada modulada.

Se verifica que para la señal modulada en régimen lineal, la posición y módulo de los máximos de la fuerza de radiación en cada periodo son los mismos que si se calculan mediante la expresión lineal (ecuación 38).

Mientras que en el caso uniforme la diferencia a alta potencia es únicamente la posición y amplitud del máximo, en el caso modulado, también influye la diferencia de amplitud de las distintas partes de la señal por lo que los máximos de la fuerza no focalizan donde la intensidad, sino que lo hacen siguiendo la tendencia de la presión.

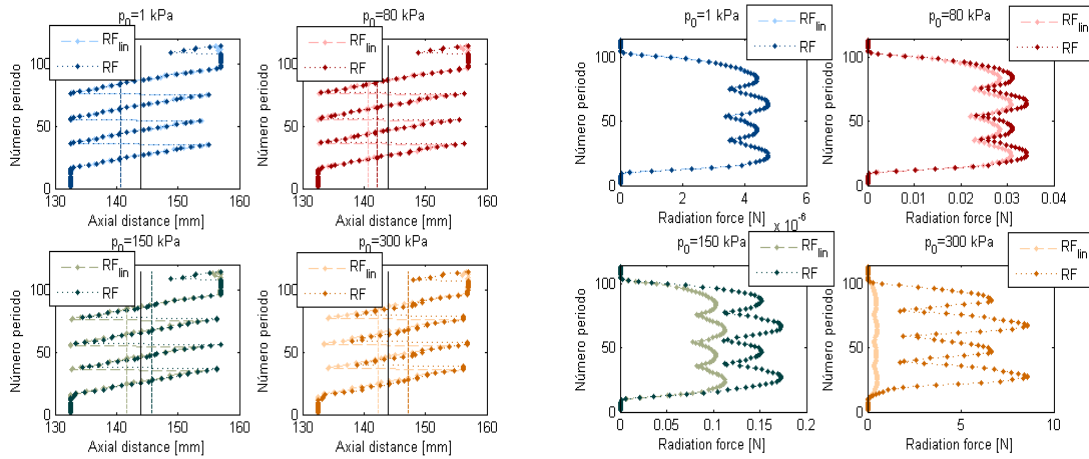


Figura 59. Comparación entre la posición temporal de los máximos de la fuerza de radiación y la fuerza de radiación en cada periodo y módulo de dichos máximos. Entrada modulada.

En tiempo, se aprecia especialmente las diferencias a alta potencia, donde el retroceso de la fuerza en cada paquete es mucho menor que en el caso de la fuerza calculada a partir de la intensidad.

Al igual que para el pulso uniforme, se representa a continuación la comparación de la distribución de los máximos de la fuerza de radiación y la fuerza de radiación lineal (proporcional a la intensidad) en el plano (z,r) y en el eje:

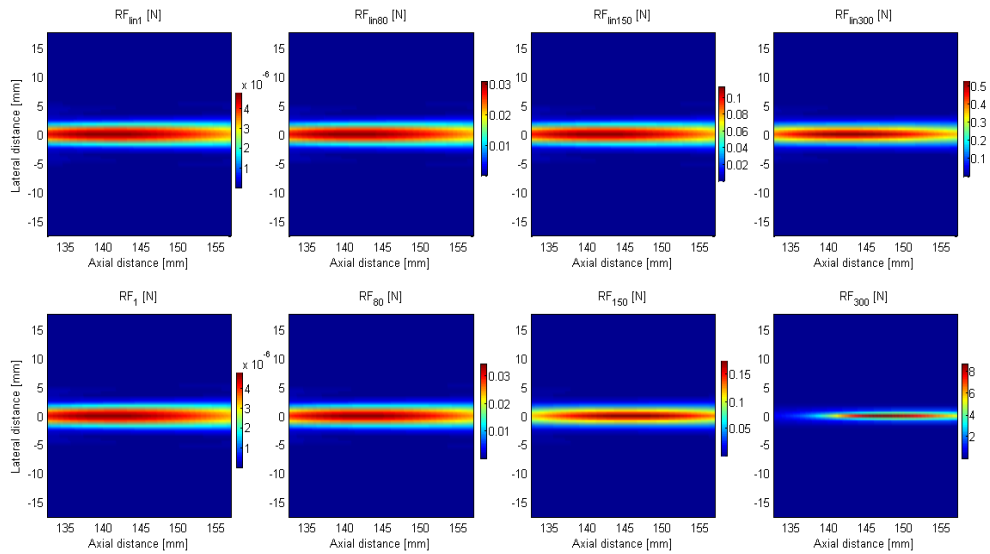


Figura 60. Distribución de la fuerza de radiación (fila inferior) y de la fuerza de radiación lineal (fila superior) en el plano (z,r) para la entrada modulada

Como se esperaba, en régimen lineal la distribución del campo de fuerzas coincide para ambas expresiones, y es similar en todos los casos a los de la entrada uniforme (figura 55).

De la distribución en el eje podemos obtener idénticas conclusiones:

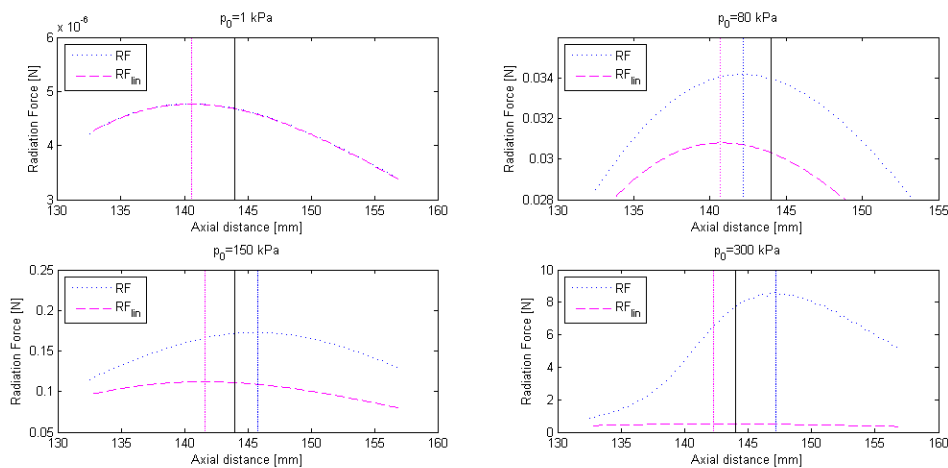


Figura 61. Distribución de la fuerza de radiación y de la fuerza de radiación lineal en el eje para la entrada modulada

6.3.6 Evolución de la fuerza de radiación dinámica (Entrada modulada)

Las representaciones anteriores (figura 60, 61) no muestran el carácter dinámico de la fuerza de radiación generada por un pulso modulado.

Ya se ha visto en la figura 46 que los distintos periodos de la fuerza focalizan en puntos distintos debido a las diferencias de amplitud de la señal y a los distintos que la propagación tiene sobre ellos. Por esto, en este último apartado se representa el campo de fuerzas cada $5\mu s$, es decir, teniendo en cuenta que la frecuencia portadora es $f_m = 25\text{ kHz}$, se han realizado 5 cortes equiespaciados, desde el periodo central del primer paquete de mayor amplitud hasta el periodo central del siguiente paquete (que por ser una modulación AM tiene menor amplitud):

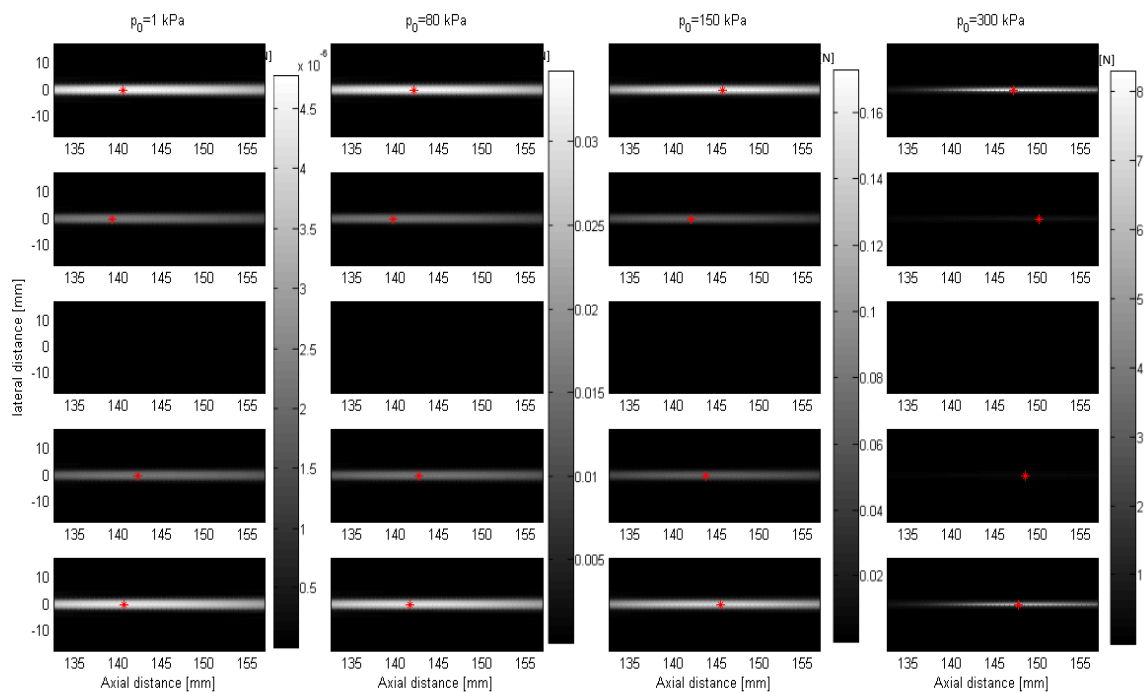


Figura 62. Cortes cada $5\mu s$ (de arriba a abajo) de la fuerza de radiación modulada a 25 kHz en el plano (z,r) . Se indica en rojo la posición del máximo en cada caso.

Podemos comprobar cómo va variando la posición del máximo en función de la amplitud y de la potencia inicial.

Además se observa que el campo de fuerzas se va estrechando a medida que aumentamos la potencia, lo que podemos comprobar representando cortes transversales en el punto de valor máximo de la fuerza de radiación, para las mismas potencias y los mismos tiempos:

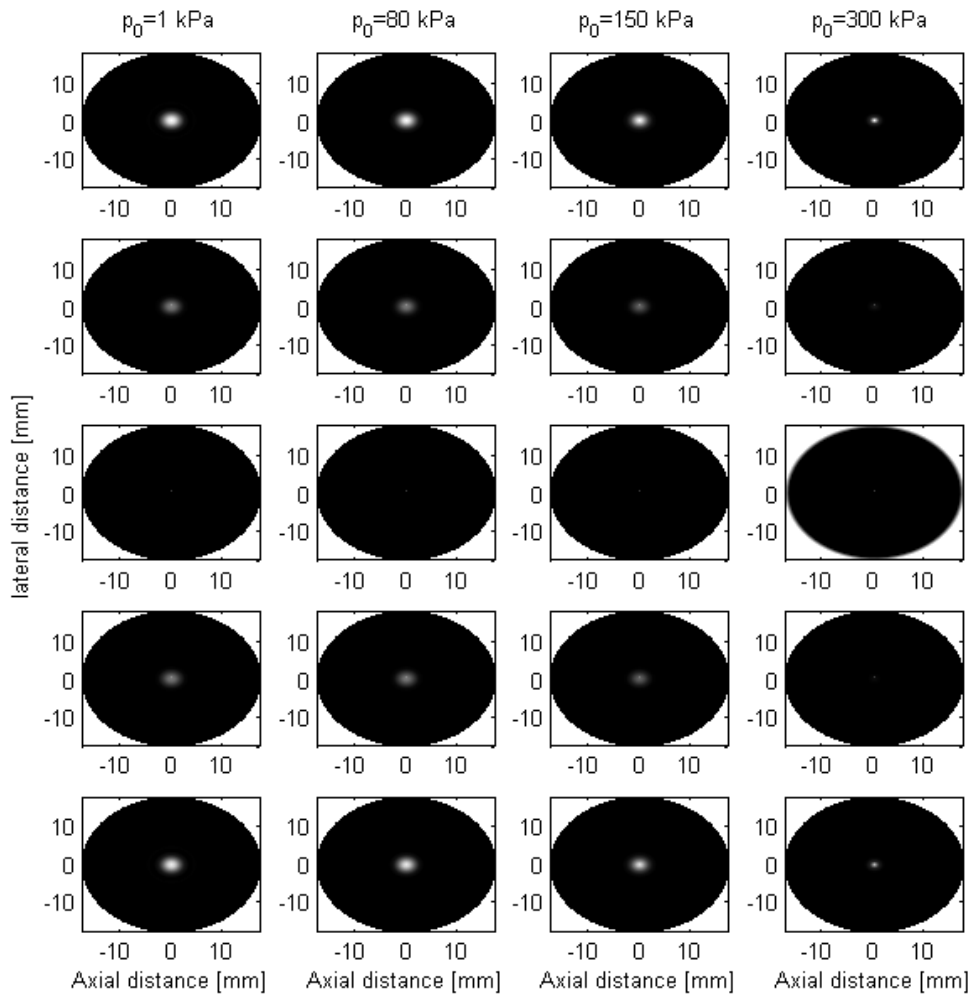


Figura 62. Representación de la fuerza de radiación modulada en planos transversales al punto máximo, en intervalos de $5\mu\text{s}$ (de arriba a abajo), empleando en cada caso la misma escala que en la figura 61.

7. CONCLUSIONES

A modo de resumen, se detallan las principales conclusiones alcanzadas en la realización del presente trabajo, donde se ha analizado numéricamente el campo acústico en el agua generado por un transductor de alto número de fresnel $N_f = 5.7$ y ganancia $G = 18$, excitado inicialmente con un pulso sinusoidal de amplitud uniforme y frecuencia 1 MHz y posteriormente con 2 ciclos (4 paquetes) de una señal modulada en amplitud con índice de modulación 50, frecuencia central 1 MHz y frecuencia portadora 25 kHz.

La validez del método numérico ha sido demostrada experimentalmente con anterioridad en trabajos como [1],[5],[12], por lo que se constituye como una herramienta fiable para predecir la mayoría de los resultados que se obtendrían en el laboratorio.

En primer lugar, se han demostrado los efectos que el incremento de la potencia suministrada conlleva en la localización de la posición del máximo de presión, intensidad y fuerza de radiación. En general, los resultados obtenidos respecto a dichos cambios son similares para ambas señales de excitación.

En régimen lineal, donde no hay distorsiones de la forma de onda durante la propagación, los tres parámetros estudiados presentan el mismo comportamiento y focalizan alrededor del mismo punto, en torno a 140.6 mm del transductor.

En el caso de la presión, en [12] ya se probó experimentalmente la existencia de un shift no lineal en transductores de alto número de Fresnel, más moderado que para el caso de los de bajo número de Fresnel. El intervalo en el que se desplaza dicho máximo, en torno a 8 mm, concuerda con los resultados experimentales previos. Se verifica que a medida que aumentamos la potencia, el máximo de presión se aleja del transductor, llegando incluso a sobrepasar la focal geométrica en casi 5 mm, y retrocediendo unos 2.5mm cuando se alcanza un alto régimen no lineal, donde la deformación que sufre el perfil temporal del haz durante la propagación da lugar a la formación de frentes de choque en la zona previa a la focal.

En el caso de la intensidad, los resultados obtenidos muestran también la existencia de un ligero desplazamiento del máximo de intensidad, en torno a 2.5 mm, alejándose del transductor. Dicho desplazamiento es mucho más moderado que el del máximo de presión y comienza a ser apreciable sólo en alta potencia, ya que hasta $p_0 = 100 \text{ kPa}$, el desplazamiento es de tan sólo 0.3 mm. En este caso, no se llega a sobrepasar la focal geométrica pero sí que se obtiene un retroceso de 0.7 mm con la aparición de los frentes de onda.

Uno de los resultados, predichos por primera vez en este proyecto, es el que nos muestra la existencia de un desplazamiento del máximo de la fuerza de radiación debido al aumento de potencia. Dicho desplazamiento comienza siendo moderado a baja potencia, de forma similar a lo que ocurre con la intensidad, y se observa que posteriormente, cuando la deformación de la onda durante la propagación se hace notable, la posición del máximo de la fuerza llega incluso a sobrepasar al de presión y consecuentemente a la focal geométrica alrededor de 5.5 mm. El intervalo en el cual se desplaza está en torno a 9 mm, siendo menor de 3 mm durante las simulaciones comprendidas entre 1kPa y 100 kPa. Este hecho nos demuestra que usar la expresión de la intensidad para calcular la fuerza de radiación fuera del régimen lineal no es correcto

En segundo lugar, se ha estudiado los efectos que conlleva el uso de una excitación de amplitud modulado respecto a un pulso uniforme, donde al mantenerse constante la amplitud, los efectos de la propagación son similares en toda la forma de onda. Estos resultados tampoco han sido predichos con anterioridad, y son difíciles de evaluar en el laboratorio, por lo que su estimación resulta de gran interés para poder tomarlos en cuenta en posteriores investigaciones.

Se ha concluido que el cambio de amplitud a lo largo del perfil temporal trae consigo diferencias notables a la hora de evaluar los efectos que la propagación tiene sobre la forma de onda.

En régimen lineal y baja potencia, no hay prácticamente deformación de la onda durante la propagación, por lo que todos los periodos, para los tres

parámetros estudiados, focalizan en el mismo punto, que coincide con la focal obtenida para el pulso uniforme.

A medida que se incrementa la potencia se obtiene que durante la propagación sólo los periodos de máxima amplitud (correspondientes a la zona central de cada paquete) se distorsionan debido a los efectos no lineales como la aparición de armónicos o la formación de frentes de choque, por lo que sólo esos periodos focalizan de forma similar a como lo hace un pulso uniforme. En los extremos, la amplitud no varía demasiado aunque aumente la potencia, por lo que se propaga siempre en régimen lineal, focalizando en la posición correspondiente a baja potencia.

Este efecto se produce tanto en la presión, como en la intensidad como en la fuerza de radiación. El caso más significativo es el de muy alta potencia ($p_0 = 300 \text{ kPa}$), donde se observa en un mismo paquete cómo los distintos periodos focalizan según el pulso uniforme de amplitud correspondiente.

Así, en el caso de la presión, los periodos externos del paquete focalizan próximos al transductor, los periodos intermedios lo hacen sobrepasando la focal geométrica, y en los periodos centrales, de máxima amplitud, se observa el retroceso descrito anteriormente, focalizando de nuevo más próximos al transductor.

En el caso de la intensidad, se observa el mismo efecto en cada periodo, siendo la variación de la posición mucho más moderada, sin llegar a sobrepasar la focal geométrica.

En el caso de la fuerza de radiación, se produce el mismo efecto, siendo incluso más brusco el cambio de la posición entre las distintos periodos que en la presión, ya que como se ha comentado anteriormente, el shift no lineal de la fuerza es suave a baja potencia y mucho más pronunciado a alta. Debido a esto, es importante también destacar, que en este sentido, el comportamiento de la fuerza a baja potencia es similar al de la intensidad y a muy alta potencia, al de presión.

Por último, el resultado de mayor importancia debido al abanico de posibilidades que presenta dentro del campo de aplicaciones médicas, y teniendo en cuenta que en la mayoría de los estudios médicos se considera que la fuerza de radiación es proporcional a la intensidad, se ha demostrado en este trabajo que la fuerza de radiación, para ambos casos planteados, sólo es proporcional a la intensidad en régimen lineal y, en todo caso, se puede aproximar a partir de ésta (según la ecuación 38) sólo a baja potencia, donde las diferencias en la distribución del campo de fuerzas y el valor del módulo son prácticamente inapreciables.

Por otro lado, se ha obtenido que el módulo de la fuerza para ambas señales, no varía demasiado (menos de 0.1 N entre las simulaciones comprendidas entre 1kPa y 150 kPa) durante el bajo régimen lineal. Sin embargo, a muy alta potencia, con la aparición de las ondas de choque, el módulo de la fuerza crece considerablemente, alcanzando un valor máximo de 8N para la simulación correspondiente a 300 kPa.

Los resultados en cuanto a la dependencia de la fuerza de radiación con el voltaje de excitación del transductor, en particular a la posibilidad de focalizar el transductor a distintas profundidades simplemente manipulando la forma de la onda aplicada al transductor, abre la puerta a la utilización de transductores de cerámica simple en técnicas como generación de ondas transversales supersónicas. Esta técnica se basa en la focalización a distintas profundidades del cuerpo humano mediante el uso de arrays de transductores. Los resultados de este trabajo predicen la posibilidad de seguir este procedimiento mediante el uso de transductores de cerámica simple.

8. LINEAS FUTURAS

Tener un buen conocimiento previo del comportamiento del campo acústico generado por un transductor es fundamental a la hora de predecir los resultados, y reducir costes en la inversión del material técnico, transductores, hidrófonos, amplificadores..., necesario para desarrollar un experimento. Por ejemplo el conocimiento de la posición del máximo a distintas potencias, facilita la mejora de muchos procesos físicos inducidos por el campo radiado. En el caso de la intensidad, el conocimiento de este shift no lineal es indispensable en determinadas aplicaciones médicas, donde se requiere grandes concentraciones de energía en pequeñas zonas, ya que donde se sitúe el máximo será donde se produzca el mayor calentamiento de la zona. Se hace por lo tanto necesario, analizar y comprender los comportamientos de cada uno de los parámetros descritos, ya que como se ha podido comprobar, la presión, la intensidad y la fuerza de radiación se comportan de manera distinta, y en función siempre de la potencia suministrada al transductor.

Por otro lado, la comprensión del comportamiento de la fuerza de radiación dinámica generada por un transductor de cerámica simple, facilita el camino para el estudio de su comportamiento en tejidos biológicos, donde aún se conoce poco acerca de dicho fenómeno, especialmente el efecto que en ella provoca el régimen no lineal.

En la actualidad, se está tratando de aplicar la generación de ondas transversales mediante la fuerza de radiación en numerosas aplicaciones médicas, como el diagnóstico temprano de tejidos cancerosos, a través de distintas técnicas como HMI, ARFI o SSWI, donde se suelen usar arrays similares a los empleados en los escáner convencionales, de más difícil manejo que un transductor de cerámica simple. Por lo que la posibilidad de sustituir dicho arrays, para la generación de la fuerza de radiación, facilitaría en gran medida el estudio y aplicación de las distintas técnicas mencionadas.

Finalmente, la línea futura inmediata que queda abierta es contrastar experimentalmente estos resultados obtenidos mediante simulación, que nos permitirán optimizar el experimento que tiene pensado llevarse a cabo en una posterior investigación.

Otra línea que queda abierta, se centra en estudiar, a nivel numérico, la posibilidad de sustituir la propagación en agua por propagación en tejidos biológicos, y posteriormente realizar los mismos estudios de presión, intensidad y sobre todo fuerza de radiación para dicho caso, donde se espera que el efecto del shift no lineal será de menor importancia.

Se pretende también estudiar la viabilidad de implementar el efecto del shift no lineal técnicamente. Par ello deberá estudiarse el rango de potencias en que el desplazamiento de foco será útil y los efectos que podría producir en el tejido, por ejemplo, la aparición del fenómeno de la cavitación, que podrían reducir sus posibilidades de aplicación.

Por último, la implementación de un dispositivo de laboratorio para la comprobación experimental de estos resultados es el siguiente paso en la línea de caracterización de transductores focalizados. Una vez comprobados los efectos en agua, se pretende llevar a cabo un experimento en los denominados phantoms, siliconas cuya absorción y velocidad de propagación es semejante a la de los tejidos biológicos y que nos permitiría observar si el shift no lineal es capaz de generar ondas shear supersónicas.

9. BIBLIOGRAFÍA

- [1] **“Numerical solution of the KZK equation for pulsed finite amplitude sound beams in thermoviscous fluids”**. Yang-Sub Lee
The university of Texas at Austin, 1993
Makov , V.J. Sánchez-Morcillo, F. Camarena , V. Espinosa.2008
- [2] **“Single-Element focused ultrasound transducer method for harmonic motion imaging”**. C. Maleke, M. Pernot, E. E. Konofagou
- [3] **“Increase in the efficiency of the shear wave generation In gelatin due to the nonlinear absorption of a Focused Ultrasonic Beam”**. Yu. A. Pishchalnikov, O. A. Sapozhnikov, and T. V. Sinilo
Acoustical Physics, Vol. 48, No. 2, 2002, pp. 214–219
- [4] **“Nonlinear change of on-axis pressure and intensity máxima positions and its relation with the linear focal shift effect”**. Yu. N. Makov , V.J. Sánchez-Morcillo, F. Camarena , V. Espinosa.2008
- [5] **“Strong on-axis focal shift and its nonlinear variation in low-Fresnel number ultrasound beams”**. Y. N. Makov, V. Espinosa, V. J. Sánchez-Morcillo, J. Ramis, J. Cruaños, and F. Camarena.2006
- [6] **“Focal shift in high intensity focused ultrasound”**. Yu. N. Makov , V.J. Sánchez-Morcillo, F. Camarena , V. Espinosa.2007
- [7] **“Transductores ultrasónicos focalizados con bajo número de fresnel”**. Sanchez-Morcillo, Victor; Espinosa, Victor; Camarena, Francisco y Makov, Yuri.
- [8] **“Nonlinear Theory of Sound Beams”** N.S. Bakavalov, Ya.M. Zhileikin, E.A. Zabolotskaya.
(Eds.).American Institute of Physics Translation Series, 1987.
- [9] **“The acoustic radiation force”**,G.R. Torr,1982
Am.J.Phys., Vol. 52, No. 5, May 1984
- [10] **“Radiation force and shear motions in inhomogeneous media”**. L. Ostrovsky, A. Sutin, Y. Il’inskii, O. Rudenko, A. Sarvazyan
J. Acoust. Soc. Am., Vol. 121, No. 3, March 2007.
- [11] **“Radiation force in nonlinear, focused beams (L)”**. L. Ostrovsky
J. Acoust. Soc. Am., Vol. 124, No. 3, September 2008
- [12] **“Caracterización de Haces Ultrasónicos Focalizados de Alto Número de Fresnel “”**. Silvia Adrián Martínez.

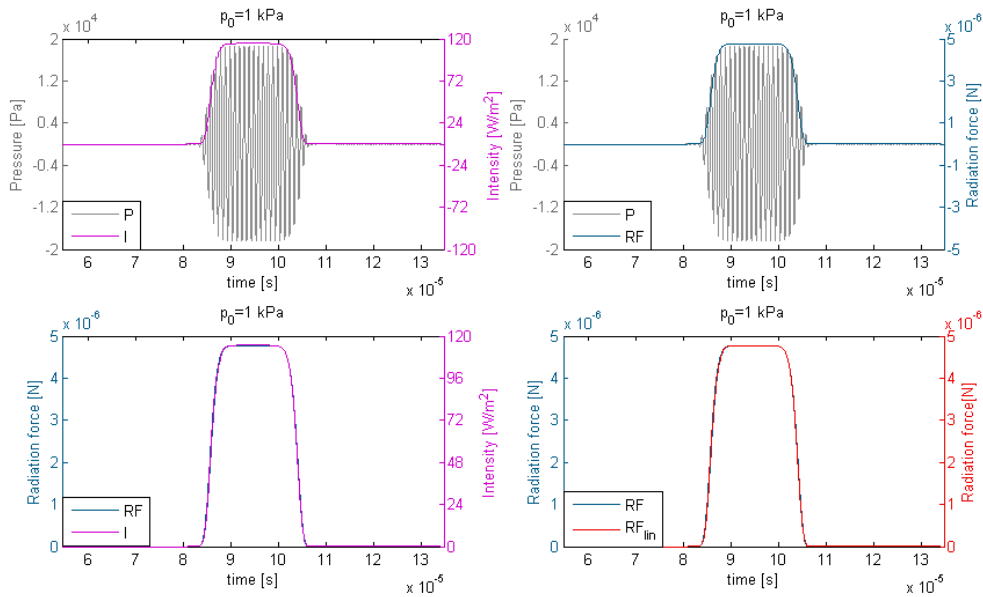
- [13] **“Supersonic Shear Imaging: A New Technique for Soft Tissue Elasticity Mapping”**. Jeremy Bercoff, Mickael Tanter, Mathias Fink. IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control, vol. 51, no. 4, april 2004

10. Anexos: Imágenes complementarias

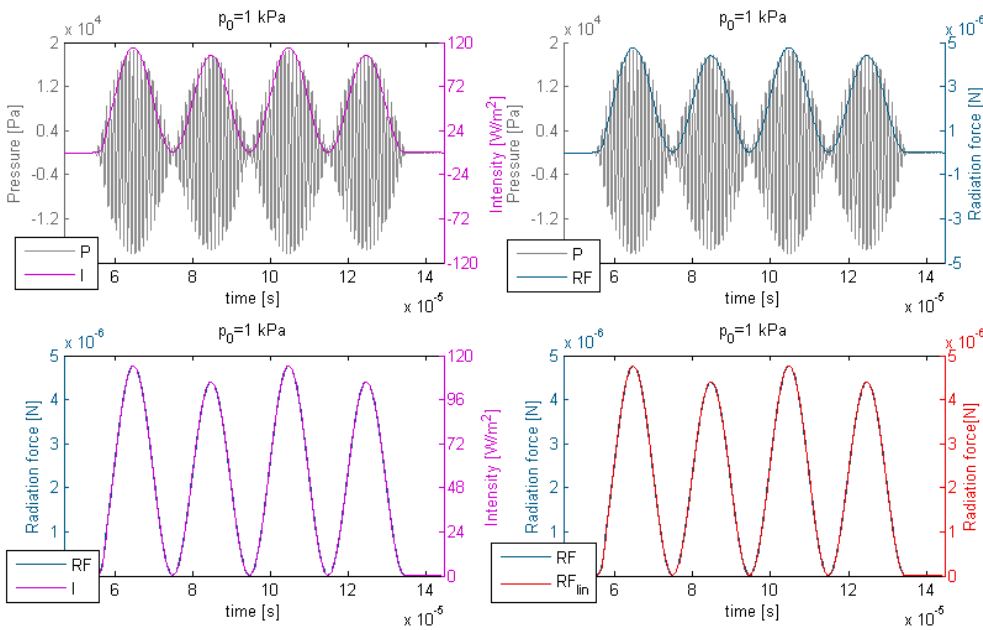
• **FORMAS DE ONDA: PRESIÓN, INTENSIDAD Y FUERZA DE RADIACIÓN:**

A continuación se muestran las formas de onda de presión, intensidad, y fuerza de radiación en las focales de presión obtenida, para las potencias correspondientes a $p_0 = 1 \text{ kPa}$, $p_0 = 80 \text{ kPa}$, $p_0 = 150 \text{ kPa}$, $p_0 = 300 \text{ kPa}$.

➤ **$p_0 = 1 \text{ kPa}$**

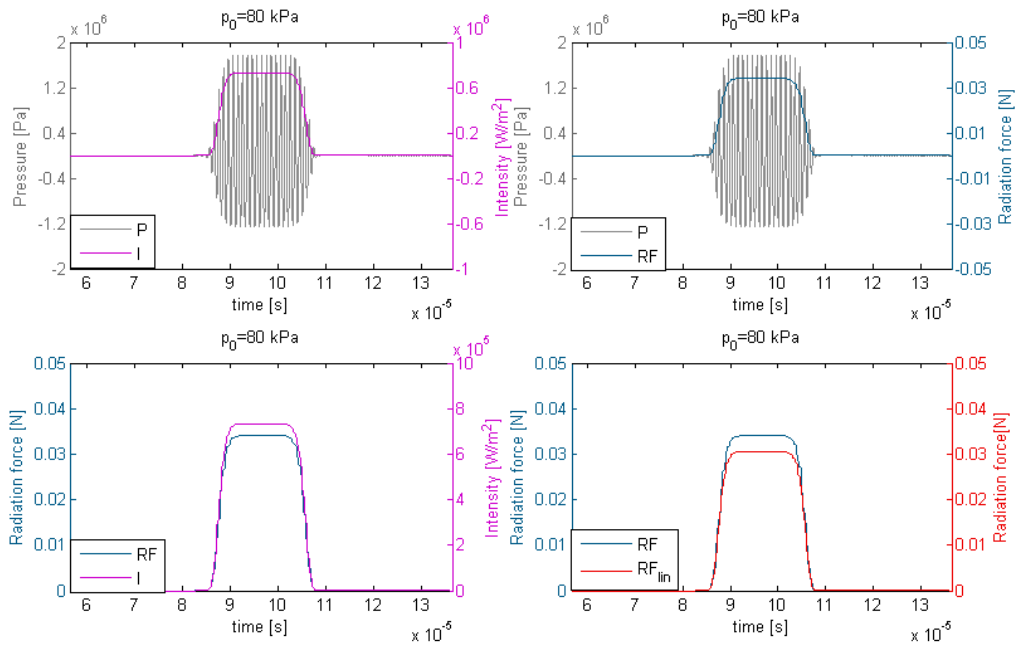


Señal de entrada: pulso de amplitud uniforme

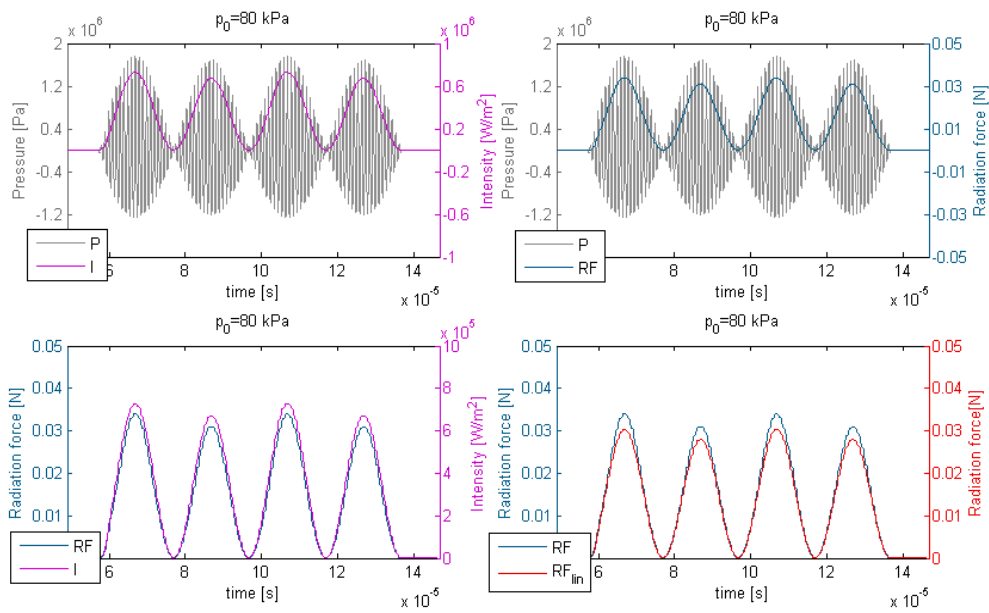


Señal de entrada: pulso de amplitud modulada

➤ $p_0 = 80 \text{ kPa}$

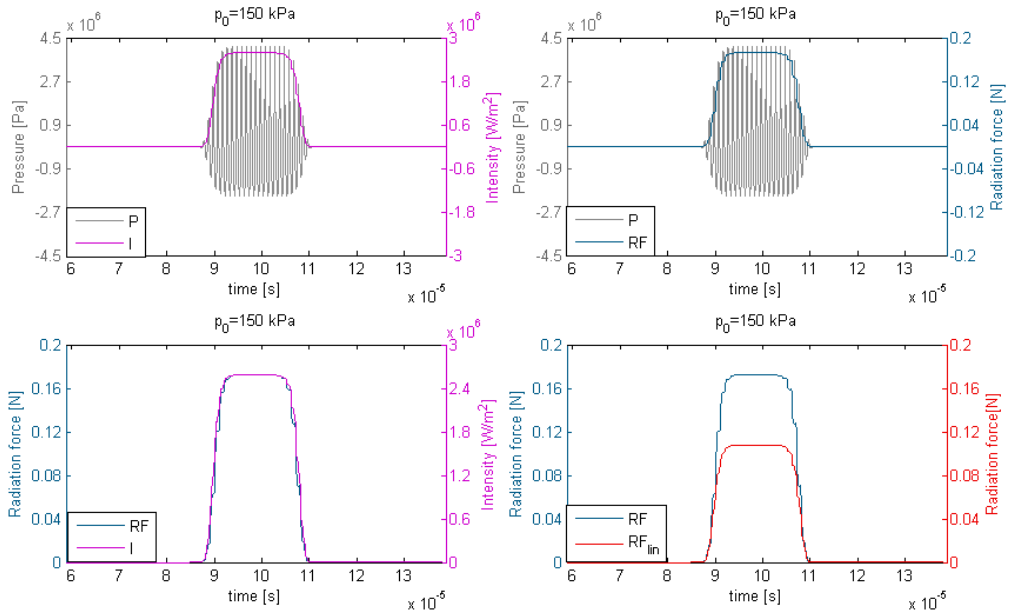


Señal de entrada: pulso de amplitud uniforme

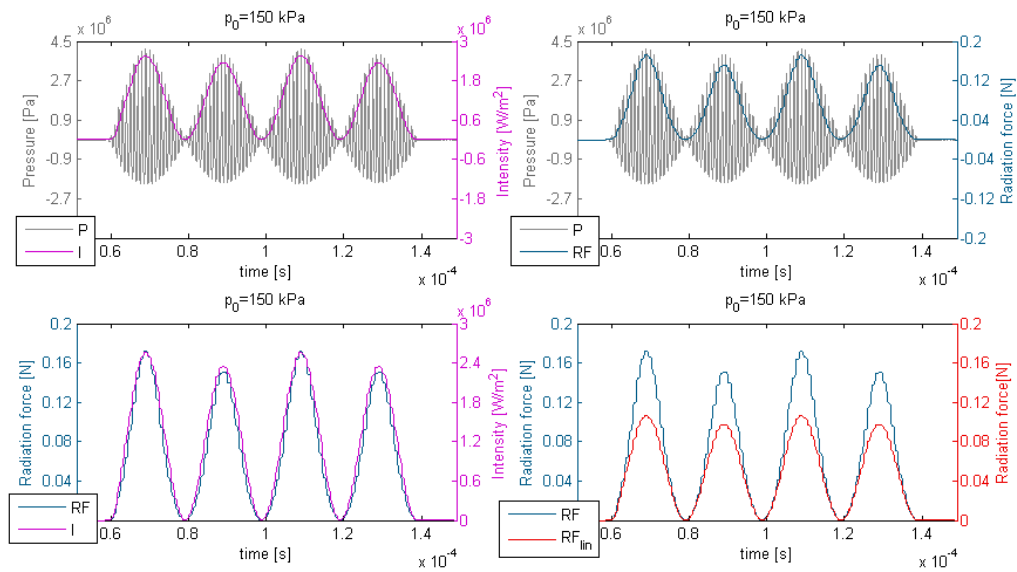


Señal de entrada: pulso de amplitud modulada

➤ $p_0 = 150 \text{ kPa}$

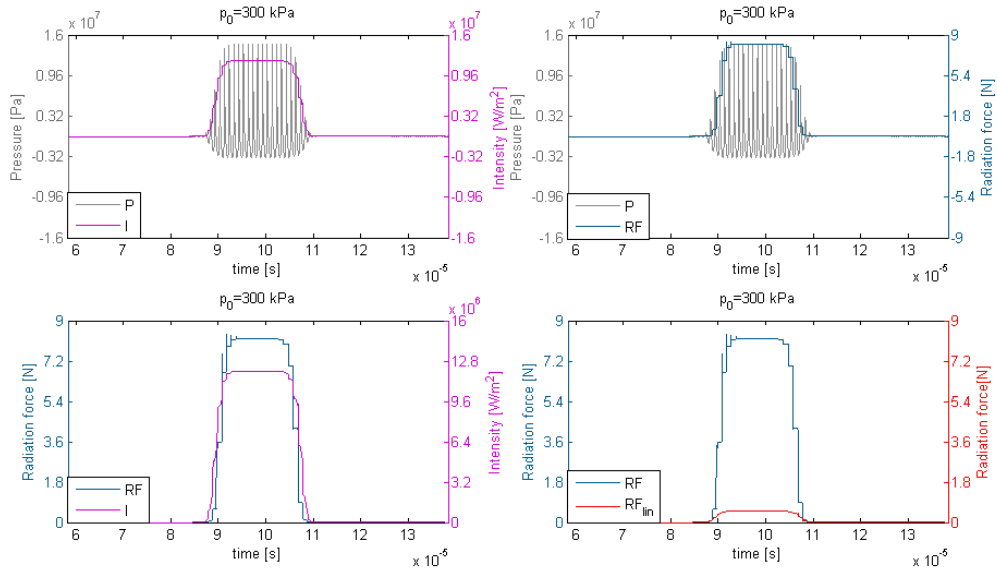


Señal de entrada: pulso de amplitud uniforme

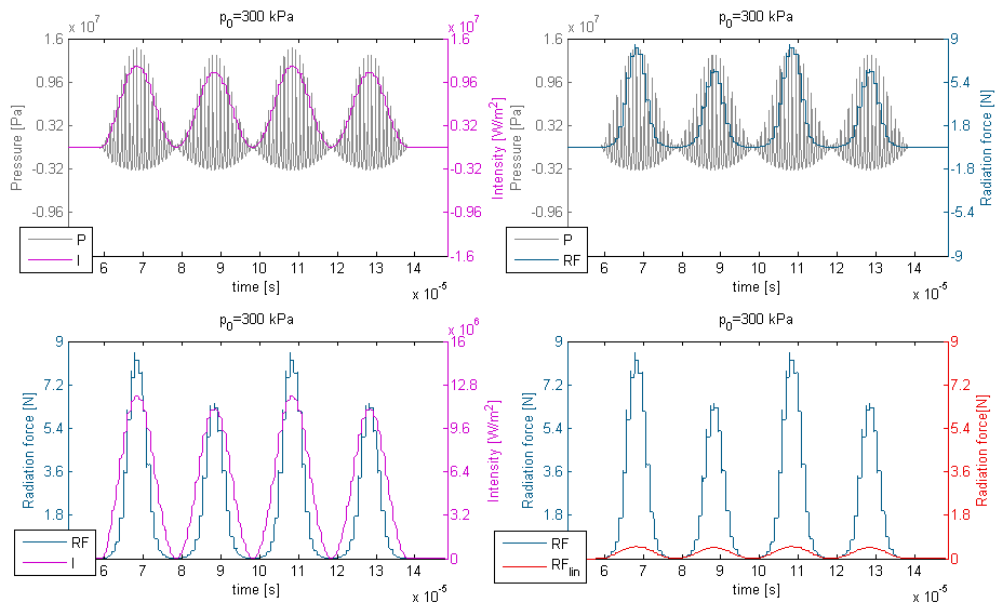


Señal de entrada: pulso de amplitud modulada

➤ $p_0 = 300 \text{ kPa}$



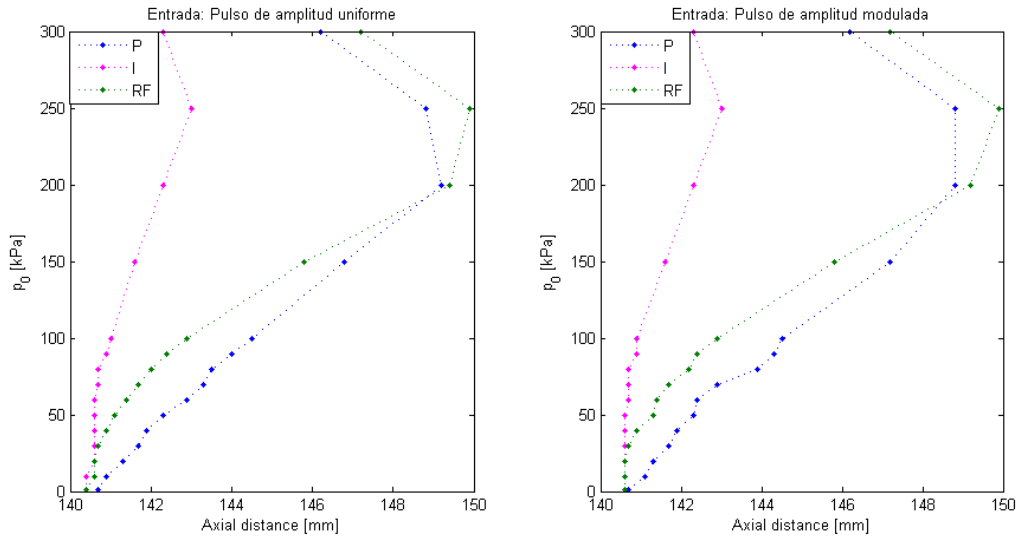
Señal de entrada: pulso de amplitud uniforme



Señal de entrada: pulso de amplitud modulada

- **DESPLAZAMIENTO DE LOS MÁXIMOS RESPECTO A LA POTENCIA**

Por último se representa la posición de las focales de presión, intensidad y fuerza de radiación en función de la potencia suministrada al transductor para ambas señales de entrada.



11. AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, deseo agradecer a Paco Camarena y Javier Redondo la confianza depositada en mí durante todo este tiempo. Gracias por brindarme la oportunidad de realizar este proyecto e introducirme en el mundo de la investigación, en el que deseo continuar mi camino

A Noé Jiménez, por su gran implicación y ayuda durante todo el trabajo.

A mis padres, por despertar mi amor por la ciencia

Este trabajo ha sido subvencionado por el Programa de Apoyo a la Investigación y el Desarrollo de la Universidad Politécnica de Valencia (PAID-05-09)(002-618), y (PAID-00-10) en su apartado de Ayudas para estancias de personal docente e investigador de la U.P.V. en centros de investigación de prestigio.

