suma+
Artículos
Julio 2015
79
pp. 9-16

El profesor ante la actividad modelizadora en el aula de secundaria

César Gallart Palau
Irene Ferrando Palomares
Lluís M. García-Raffi

La introducción de la modelización en secundaria requiere un replanteamiento de la metodología de enseñanza que promueva y posibilite la actividad modelizadora de nuestros alumnos. En el presente artículo, a través de una experiencia de aula llevada a cabo en tercero de secundaria, analizamos la dinámica de trabajo y el papel del debate y las intervenciones del profesor en el proceso de resolución de las tareas de modelización.

Palabras clave: Experiencia de aula, Secundaria, Modelización, Debate, Rol del profesor.

Teacher's management of the modeling activity in the classroom at secondary level

The introduction of modeling in the secondary level demands the reconsideration about the teaching methodology that promotes and stimulates this activity in classroom. In this paper we present a classroom experience carried out in ninth grade. We analyze the work dynamic and the role of debate and interventions of the teacher in the process of solving the modeling tasks.

Keys words: Classroom observation, Secondary level, Modelling activity, Debate, Role of teacher.

La modelización implica el proceso de resolución de un problema real en el que se ven involucrados conceptos, métodos y resultados propios de las matemáticas (Blum y Niss, 1991). En contraposición a los problemas reales, los problemas verbales estandarizados que dominan los libros de texto, «describen situaciones del mundo real que han sido simplificadas con precisión y modeladas convenientemente» (Verschaffel, 2012, 40). Este tipo de problemas «no facilitan en el alumnado una disposición genuina hacia la modelización matemática ni la resolución de problemas de aplicación práctica, sino que más bien suponen un obstáculo» (Verschaffel, 2012, 29). El aspecto realista queda relegado a la aplicación de una determinada estructura matemática, sin apenas análisis de la situación en la que se enmarca (Peled y Balacheff, 2011).

Los problemas reales (a diferencia de los problemas estandarizados) deben ser matematizados: los objetos, datos y relaciones involucrados en la realidad son trasladados al mundo de las matemáticas, obteniendo así un modelo matemático. Sobre este modelo se aplican los métodos matemáticos que derivarán en una solución matemática, que debe interpretarse y validarse en el mundo real en el que se enmarca el problema, dando lugar a la solución

Artículo recibido en *Suma* en enero de 2014 y aceptado en marzo de 2015

real. Si es necesario el proceso entero debe repetirse, con una modificación total o parcial del modelo. Finalmente, el resultado debe ser comunicado. Este proceso de resolución transita a lo largo de una serie de fases, entre el mundo real y el mundo matemático, que configuran el denominado ciclo de modelización (Borromeo, 2006; Maaß, 2006).

Involucrar a los estudiantes en el desarrollo de la modelización matemática supone un cambio en la enseñanza que trae consigo nuevas demandas sobre el papel del profesor y el alumno (Doerr, 2006). Para afrontar esta situación, Verschaffel y sus colegas hablan de modificar, no solo los problemas de los libros texto, sino también los métodos propios de la enseñanza tradicional de las matemáticas (Verschaffel y otros, 2008). Estos autores proponen complementar los problemas verbales de los libros de texto con otros que describan situaciones del mundo real, en los que sea necesario pensar en la relación entre la situación real y el modelo matemático para resolver el problema y donde dicha relación sea cuestionable y no surja de una deducción inmediata (Verschaffel, 2012).

Las dificultades que supone para los profesores dirigir una actividad de modelización ha sido fuente de numerosas investigaciones (García y Ruíz, 2011; Blomhøj y Kjeldsen, 2006). Diferentes proyectos tienen como objetivo facilitar el cambio en las prácticas docentes que la modelización precisa. En el ámbito europeo podemos encontrar el proyecto LEMA (*Learning and Education in and through Modelling and Applications*, Maaß y Gurlitt, 2011), en EEUU, las MEAs (*Modeling-Eliciting Activities*, ver Lesh y Doerr, 2003), y en España, los PMR (*Proyectos Matemáticos Realistas*, Sol, 2008). En estos proyectos podemos encontrar distintos criterios a partir de los cuales diseñar tareas de modelización: los principios de construcción de las MEAs (en Lesh y otros, 2000), los criterios que permiten identificar las tareas de modelización en el proyecto LEMA (ver su página web <http://www.lema-project.org/web.lemaproject/web/eu/tout.php>), y otros similares en Blomhøj y Kjeldsen (2006) y Maaß (2010). Entre otros aspectos, se señala que las tareas de modelización deben ser auténticas, pertenecientes a un contexto cercano al alumno y abiertas. Además, se destaca lo apropiado del trabajo en pequeño grupo para llevar adelante una actividad de modelización, ya que este tipo de trabajo incentiva la autonomía, iniciativa y responsabilidad de los alumnos, promueve el debate y la reflexión crítica entre iguales y tiene un impacto positivo en el desarrollo de las competencias modelizadoras de los alumnos (Maaß, 2006). Sin embargo, la realización de este tipo de actividades implica un cambio de rol del profesor y del alumno.

En la clase tradicional es el profesor el que asume el papel protagonista, transmisor del conocimiento. Los ejercicios y problemas suelen ser rutinarios, y los procesos de resolución, previamente introducidos por el profesor, están debidamente estructurados y cerrados. El alumno asume un papel pasivo y se limita a seguir las indicaciones y orientaciones del profesor para llegar a la solución. Es lo que Burkhardt (2006, 188) denomina «*imitative learning*». En contraposición, en las actividades de modelización, es el alumno quien debe asumir el papel protagonista, tomar el control del proceso, proponiendo sus propias estrategias de resolución. El profesor debe asumir un papel de observador, siguiendo la actividad de sus alumnos, sin interferir ni limitar su autonomía. En Leiß y Wiegand (2011) podemos ver una clasificación de los distintos tipos de intervenciones del profesor. Barbosa (2006, 297) habla de «*interaction spaces*» para referirse, precisamente, a los momentos en que alumnos y profesor interactúan verbalmente durante el proceso de modelización.

Este cambio de rol puede llevar al profesor a un dilema: por una lado, la necesidad de que el alumno sea responsable de su trabajo y tome sus propias decisiones; por otro lado, que las decisiones que tome sean las correctas y le lleven a desarrollar con éxito la actividad. Blomhøj y Jensen

(2006, 48) denominan a esta problemática «*dilema of the teaching directed autonomy*». Gestionar el trabajo de los alumnos en el aula se convierte pues en un elemento clave para su éxito.

En línea con el trabajo de Blomhøj y Kjeldsen (2006), proponemos el uso del debate como elemento fundamental para superar el dilema que plantea el cambio de dinámica de trabajo en la modelización. Con el objetivo de analizar este cambio presentamos la descripción de una actividad de modelización llevada a cabo con alumnos de tercer curso de secundaria.

La experiencia

Esta experiencia se desarrolló durante el curso 2012-13, en tres grupos naturales de tercero de secundaria (14-15 años) de un mismo centro, con un total de 52 alumnos. Estos alumnos no habían trabajado anteriormente la modelización. Los contenidos tratados hasta el momento son los correspondientes al currículo oficial. La actividad, dirigida por uno de los investigadores, que es asimismo el profesor titular de la materia, se desarrolló durante dos semanas a lo largo de seis sesiones de una hora. Su finalidad era analizar las consecuencias de introducir la enseñanza de la modelización y su efecto en el desarrollo de las competencias necesarias para resolver problemas reales, en el sentido PISA (Gallart, Ferrando y García-Raffi, 2014).

Para llevar adelante la actividad se diseñaron diez tareas (algunas adaptadas de otras ya existentes) a partir de los criterios expuestos en la introducción: pertenecer a contextos reales cercanos al alumno, ser de respuesta abierta, abarcar el ciclo completo de modelización y precisar de distinto contenido matemático.

Durante la primera sesión se detallaron las condiciones, metodología y criterios de evaluación de la actividad, poniendo en marcha lo que Blomhøj y Kjeldsen (2006, 168) denominan «*setting the scene*»:

— Se trabajará en grupos de tres miembros (o excepcionalmente de dos), formados libremente por ellos mismos.
— Cada grupo seleccionará una de las diez tareas propuestas para su resolución.
— El profesor supervisará su trabajo, pero los alumnos deben tomar la iniciativa, y en la medida de lo posible, ser autónomos: solo en caso de bloqueo podrán pedir la ayuda del profesor.
— Prepararán una pequeña presentación, describiendo todo el proceso seguido en la resolución de su tarea.
— Se evaluarán aspectos tales como la adecuación de la solución a la situación real, el uso correcto de las matemáticas, la validez y claridad de las explicaciones aportadas, o la iniciativa y autonomía del grupo.

Para su resolución, los alumnos dispusieron de cuatro sesiones de trabajo en el aula. En la sexta sesión, cada grupo expuso, con ayuda de diapositivas digitales y durante diez minutos, su trabajo al resto de compañeros. En esta sesión participaron las tres clases y tuvo una duración aproximada de tres horas.

En la tabla 1 se recogen tres de las tareas propuestas. Estas son las tareas que utilizaremos, en las siguientes secciones, para analizar el papel del debate y las intervenciones del profesor durante la experiencia.

Tarea 1. Un nuevo comedor Actualmente hay un espacio vacío en el Colegio que pretendemos utilizar como futuro comedor para los alumnos de infantil. ¿Cuántos alumnos pueden comer en este espacio?
Tarea 2. La sombra en el patio de recreo Como os habréis dado cuenta, el picudo ha obligado a talar numerosas palmeras en el patio central del Colegio, con lo que se nos presenta el problema de seleccionar nuevos árboles para plantar en su lugar y de esta manera establecer y mejorar las zonas de sombra de los recreos. Este problema también se plantea a la hora de diseñar un parque o jardín público. ¿Qué decisiones tomarías tú para mejorar la zona de sombra del patio?
Tarea 3. El parque de atracciones La excursión de fin de curso es al parque de atracciones de Terra Mítica, pero necesitamos organizar bien la visita para aprovechar al máximo el tiempo. ¿Cómo lo haríais? ¿Cuánto tiempo necesitaríamos?

Tabla 1. Ejemplo de las tareas de modelización propuestas

El debate intragrupo

Durante el proceso de modelización, hemos alentado el debate entre los alumnos del mismo grupo (debate intragrupo), apoyados, en caso de bloqueo, por el profesor, mediante lo que Blum y Ferri (2009, 52) denominan «*strategic interventions*», y el debate entre alumnos de distintos grupos (debate intergrupo), durante la presentación final, de la que hablaremos en la siguiente sección.

Mediante el debate intragrupo los alumnos establecen sus estrategias de resolución a través del consenso. Durante estos debates el profesor asume el papel de observador y moderador. En nuestra experiencia, especialmente en la etapa inicial, fue frecuente que los alumnos, acostumbrados a una clase tradicional, demandaran la ayuda del profesor en su papel de experto, con preguntas del tipo: *¿Por dónde empezamos? ¿Qué hay que hacer?* En estos casos el profesor dirige su ayuda a través de preguntas que permitan a los alumnos alcanzar una mayor comprensión del problema y/o realizar una selección adecuada de las variables de la realidad relevantes a la hora de establecer su modelo: *¿Qué piden? ¿Cuál es el objetivo? ¿Qué necesitamos para resolverlo?* En todo caso, el objetivo último de estas preguntas es reabrir el debate entre los alumnos. Una vez retomado éste, vuelve a su papel inicial de observador.

Mostramos a continuación un ejemplo de este tipo de intervenciones. El profesor se dirige, durante la primera sesión de trabajo, a un grupo de tres alumnos que han escogido la tarea «Un nuevo comedor»:

> Profesor (P): ¿Qué piden?
> Alumno 1 (A1): Pues mirar el tamaño del comedor y hacer un trabajo de manera que haya más personas y más espacio.
> Alumno 2 (A2): Para optimizar, ¿no?
> Alumno 3 (A3): Averiguar una forma de distribución del comedor.
> P: Vamos a ver. No habla del tamaño. El comedor tiene el tamaño que tiene.
> A2: Es la organización.
> P: Sí. Lo que pregunta es cómo organizarlo.
> A1: Cómo poner más chavales y más espacio… O sea, hacer unas mesas de manera que quepan más chavales y ocupen menos espacio.
> P: ¿Estáis de acuerdo con eso? Hay que definir bien el problema. El comedor tiene el tamaño que tiene. Lo que hay que hacer, ¿qué es exactamente?
> A2: Ver cuánta gente cabe. Niños de infantil.
> A3: Mesas, profesores,… sillas…
> A1 Lo que ocupan las bandejas. El espacio que hay que tener entre comensales.
>
> [La conversación continúa entre los alumnos escogiendo cuáles serán las variables que deberán tener en cuenta a la hora de determinar la distribución óptima del comedor]

Otras intervenciones del profesor están enfocadas a que los alumnos revisen el proceso de resolución llevado a cabo hasta el momento. Esto les ayudará a reflexionar sobre la adecuación de su modelo y la posibilidad de su reajuste en un nuevo ciclo: *¿Qué has calculado hasta ahora?, ¿Qué desconoces todavía?* Estas intervenciones son aconsejables si los alumnos han realizado parte del trabajo fuera del aula. A continuación mostramos una intervención en la que el profesor, durante la tercera sesión, pregunta a un grupo de tres alumnos sobre el proceso de resolución seguido hasta el momento en la tarea «La sombra en el patio de recreo»:

> P: Centrémonos en la faena. ¿Qué habéis hecho?
> A1: Entonces, lo primero que hicimos fue medir las áreas originales de las formas que habíamos cogido [se refiere a los modelos en 2D con formas geométricas diferentes que han construido para simular la copa de un árbol] que era un rectángulo, un triángulo y una circunferencia. Luego proyectamos la sombra en una hoja cuadriculada [para ello, en el aula, han utilizado un flexo, inclinándolo según el ángulo que proyecta la luz del sol a la hora del recreo, y que han calculado anteriormente en el patio] para hacer, o sea, ¿cómo se dice…?
> A2: Medir la sombra que generaba con 42°…
> A1: … calcándola, y hacer una figura geométrica que se asemejase lo máximo posible a la sombra, y una vez ya hecho eso pues… medir áreas. Primero comenzamos con el círculo, con la circunferencia, y nos salió una circunferencia [se refiere a la forma de la sombra] de un radio de 5,2 centímetros y un área de 84,95 centímetros cuadrados.
> P: ¿Y el área de la figura, de la copa del árbol?
> A1: ¿El original?
> P: Sí.
> A1: El área de la figura original era de 3,25 centímetros de radio, 33,18 centímetros de

área, y había una relación de multiplicar el área original por 2,56, o sea, casi el doble.
P: ¿Y con el resto?

[Los alumnos siguen detallando los datos referidos al triángulo]

P: ¿No se da la misma relación? [Se refiere a la relación obtenida por los alumnos entre el área de la figura original y la de su sombra]
A1: No. También es cierto que la circunferencia no es exactamente la que se generaba [se refiere a la sombra proyectada] aproximadamente, lo más aproximado para que sea exacto.
P: A lo mejor que no sea la misma razón de escala entre una figura y otra se debe precisamente a errores de cálculo.
A1: Puede ser, es que… no son formas regulares las generadas por las sombras…
A3: No creo.
P: Lo que se proyecta no es exactamente una circunferencia.
A1: Óvalo. Es un ovoide.
A3: Es que la figura, o sea la forma original no era un círculo, círculo… Bueno, a ver…
A1: Bueno, a parte que un árbol no tiene una forma regular.
P: ¿Y ahora que os queda por ver?
A1: El rectángulo [se refiere a terminar los cálculos correspondientes a esta forma geométrica], comparar…
A3: Y elegir un árbol… la forma.
P: Y elegir un árbol, la forma. Una vez escogida la forma definitiva, ¿qué vais a hacer?
A1: Escoger arboles con… que tengan esa forma. [Se refiere a la especie de árbol cuya copa se ajuste a la forma seleccionada, que finalmente será el círculo, la que presenta, según sus cálculos, una mayor razón entre su área y la de su sombra]
A3: En qué punto se puede… o sea, en qué punto es mejor ponerlo en el patio.
P: ¿Y ahí qué cosas vais a tener en cuenta?
A3: La sombra que proyecta.
A2: Lo que vamos a hacer es coger el área [se refiere a la del patio de recreo] y dividir esa área por la sombra que proyecta el árbol y ver cuál es el mínimo número de árboles que podemos poner para que proyecte el máximo de sombra.
A3: Pero también debemos tener en cuenta…
P: El máximo depende de lo que vosotros queráis que se proyecte. No se trata de que todo esté sombreado.
A1: Más o menos la mitad del patio.
P: Más o menos la mitad del patio.
A3: Pero también hay que tener en cuenta la sombra que proyecta el edificio.

[La conversación continua al respecto de las mediciones que les faltan por hacer, la posibilidad de repetir el experimento en el propio patio, para contrastar los resultados obtenidos en el aula con el flexo, realizar un esquema con la situación de los árboles, y la distancia que deben guardar entre sí]

El debate intergrupo

Durante la sesión de presentación se plantean preguntas, se intercambian ideas y se establecen debates respecto a los distintos enfoques seguidos en la resolución de las tareas. La finalidad de esta exposición pública es posibilitar la evaluación del trabajo mediante el contraste de opiniones entre iguales, especialmente entre alumnos de distintos grupos que han realizado, de forma independiente, la misma tarea. El papel del profesor es alentar a que estas discusiones se apoyen en argumentos matemáticos y no sólo en base a criterios de gusto u opinión. Estas son algunas de las cuestiones sobre las que el profesor debe centrar este debate: *¿Se reconocen las entidades matemáticas subyacentes a la realidad necesarias para resolver el problema? ¿La solución matemática obtenida es adecuada? ¿Se dan argumentos válidos para justificar el proceso de resolución? ¿El modelo planteado es generalizable y reutilizable en otras situaciones similares a la original?*

Veamos, a través de una discusión surgida durante la presentación de las resoluciones, en qué sentido debe orientarse este debate. La tarea «El parque de atracciones» fue resuelta, de forma independiente, por dos grupos de alumnos (que denominaremos A y B). En esta tarea deben organizar la próxima excursión a «Terra Mítica», aprovechando al máximo el tiempo disponible. Ambos grupos fijan las siguientes variables relevantes: la duración de las atracciones, la duración de las colas en las atracciones, el tiempo necesario para ir de una atracción a otra, el tiempo que necesitan para comer y descansar, y la asistencia de público al parque. El grupo A introduce también como variable la popularidad de las atracciones, distinguiendo así cuatro niveles para la duración de las colas en función de la popularidad: nivel A, 5 minutos; nivel B, 10 minutos; nivel C, 15 minutos y nivel D, 25 minutos (el grupo B no tiene en cuenta la popularidad de las atracciones y la duración de las colas es la misma en todas ellas). Ambos grupos recogen esta información en tablas (ver tablas 2 y 3) que muestran a sus compañeros durante la exposición pública. El grupo B proporciona una solución que se corresponde con la duración de la visita a partir de las atracciones que ellos han escogido, organizada en tres tablas, según sea alta, media o baja la asistencia al parque ese día. El grupo A presenta una expresión (ver tabla 4) mediante la cual, seleccionando las atracciones que se quieren visitar y con los datos que se recogen en su tabla (ver tabla 2), se puede obtener el tiempo necesario para realizar una *ruta personalizada*, según sus propias palabras:

> Alumno grupo A: Con nuestra tabla cada uno puede organizar la visita al parque escogiendo las atracciones que más le gusten y calcular el tiempo que necesitará para hacerlo a partir de la fórmula que damos.

Atracción	*Duración de la atracción*	*Duración de la cola*	*Tiempo entre atracciones*
Cataratas del Nilo	5 min	C	5 min
Laberinto del minotauro	5 min	A	2 min
Sínkope	5 min	A	1 min
Titánide	5 min	C	1 min
Templo de kinetos	20 min	C	2 min
Furia de tritón	5 min	B	5 min
Los íkaros	5 min	A	5 min
Espectáculo conquista	30 min	A	5 min
Magnus Colossus	5 min	D	1 min

Tabla 2. Fragmento de la tabla presentada por los alumnos del grupo A

Atracción	*Nombre*	*Espera*	*Atracción*	*Desplazamiento de atraccion 1 a N*	*Tiempo*	*Tiempo*
N		*(min)*	*(min)*	*(m)*	*(sg)*	*(min)*
1	Templo De Kinetos	30	6	54	324	5,4
2	Cataratas Del Nilo	30	5	75,6	453,6	7,56
3	Syncope	30	8	43,2	259,2	4,32
4	Laberinto Del Minotauro	30	8	15,6	93,6	1,56
5	Titánide	30	3	10,8	64,8	1,08
6	La Furia Del Tritón	30	5	32,4	194,4	3,24
7	Los Ícaros	30	8	54	324	5,4
8	Magnus Colossus	30	4	64,8	388,8	6,48
9	Inferno	30	2	43,2	259,2	4,32
10	El Vuelo Del Fénix	30	2	64,8	388,8	6,48
11	La Cólera De Akiles	30	5	10,8	64,8	1,08
12	Rápidos De Argos	30	8	21,6	129,6	2,16
13	Arietes	30	4	27	162	2,7
14	Salida			10,8	64,8	1,08
Total		*390*	*68*	*528,6*	*3171,6*	*52,86*

Figura 2 Tabla presentada por los alumnos del grupo B, correspondiente a la visita que han organizado para un día con una media afluencia de público. Presentan dos tablas más, para una baja y una alta asistencia, en las que varía únicamente la columna correspondiente al tiempo de espera de las atracciones, con 15 minutos para la baja y 60 minutos para la alta asistencia

Tiempo Total = Suma duración atracciones) + + (1/2 para baja, 1 para media o 2 para alta asistencia × duración de cola A/B/C/D) + + (40min = tiempo total que se tarda en recorrer toda la ruta) + (1hora para comer)

Tabla 4. Fórmula presentada por los alumnos del grupo A mediante la que se puede obtener el tiempo de la visita según las atracciones escogidas y a partir de los datos recogidos en la tabla 2

Estas diferencias entre un grupo y otro son señaladas y debatidas por los alumnos durante la sesión de presentación de los trabajos. En este caso el debate se centra en la posibilidad de reutilizar y generalizar el modelo. Los alumnos del grupo A argumentan que su solución es mejor que la del grupo B pues tiene en consideración la popularidad de las atracciones y no solo la afluencia al parque el día de la visita. Además, destacan que permite diseñar una visita personalizada (es un modelo flexible) mientras que la solución aportada por el grupo B está cerrada ya que la ruta está fijada de antemano y no es posible adaptarla al gusto de los demás (es un modelo rígido):

> Alumno grupo A: En vuestra solución no se pueden escoger las atracciones para visitar y en la nuestra sí.

Conclusiones

El debate intragrupo cumple varias funciones en el desarrollo de una tarea de modelización:

1. Establecer mecanismos de comunicación entre los miembros de un grupo e informar al profesor acerca de sus progresos y dificultades.
2. Confrontar los conocimientos matemáticos y experiencias previas de cada uno de los miembros del equipo y establecer consensos.

3. Reflexionar, para lo cual la intervención del profesor sirve de guía en su papel de experto.
4. Incentivar el pensamiento autónomo a través del dialogo entre profesor y alumnos, promoviendo el avance y la exploración de nuevas vías de resolución.

El papel del profesor es posibilitar que este debate se dé, rompiendo los bloqueos que puedan surgir a través de preguntas que promuevan la reflexión sobre el proceso seguido.

El debate intergrupo repercute tanto en la evaluación formativa, a través de la exposición y argumentación de las distintas estrategias seguidas por los grupos en la misma tarea, que posibilita una revisión crítica y comparada entre los modelos utilizados, sus alcances y limitaciones, y también en la evaluación sumativa: la propia validación del proceso se establece mediante la aceptación social de la solución entre iguales y no sólo por la aceptación del profesor. En una tarea de modelización no hay necesariamente matemáticas establecidas a priori. La utilización de determinados elementos matemáticos debe ser justificada a través de su adecuación en la construcción de la solución. Por ello es posible que para una misma tarea diferentes grupos adquieran puntos de vista matemáticamente distintos. Nos enfrentamos aquí a una situación nueva al respecto de los problemas tradicionales, ya que ahora las soluciones no son simplemente correctas o incorrectas sino que hay soluciones que se aproximan mejor que otras al problema real. El establecimiento del nivel de adecuación de unas frente a otras puede ser abordado mediante este debate de ideas.

El cambio de rol de profesores y alumnos es fundamental si se quiere implementar con éxito una actividad de modelización en el aula. El proceso de adaptación de unos y otros hacia una enseñanza más «*realista*» no es fácil y debe ser «*progresiva en el tiempo*», como señala Planas (2011, 82). Un primer paso en esta adaptación consiste en reconducir el papel del alumno a posturas más activas y participativas. Es papel del profesor asegurar que esto se logre, no sólo a través de la selección y diseño de tareas de modelización que permitan poner en contexto los contenidos y procedimientos matemáticos aprendidos, posibilitando un aprendizaje más significativo, sino también promoviendo los espacios de interacción entre los alumnos durante todo el proceso de resolución.

Referencias bibliográficas

Barbosa, J. (2006), «Mathematical modelling in classroom: a social-critical and discursive perspective», *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik,* n.º 38(2), 293-301.

Blomhøj, M., y T. H. Jensen (2006), «What's all the fuss about competencies?», en W. Blum, P.L. Galbraith, y M. Niss (eds.), *Modeling and Applications in Mathematics Education. The 14th ICMI Study*, Springer, Heidelberg, 45-56.

— (2006), «Teaching Mathematical Modelling through project work», *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik,* n.º 38(2), 163-177.

Blum, W., y B. Ferri (2009), *Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt?*, Journal of Mathematical Modelling and Application, n.º 1(1), 45-58.

Blum, W., y M. Niss, (1991), «Applied Mathematical Problem Solving, Modeling, Applications, and Links to other Subjects – State, Trends and Issues in Mathematics Instruction», *Educational Studies in Mathematics,* n.º 22, 37-68.

Borromeo, R. (2006), *«Theorical and empirical differentiations of phases in the modeling process», Zentralblatt für Didaktik der Mathematik,* n.º 41, 453-465.

Burkhardt, H. (2006), «Modelling in Mathematics Classrooms: reflections on past developments and the future», *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik,* n.º 38(2), 178-195.

Doerr, H. (2006), *Teachers' Ways of Listening and Responding to Students' Emerging Mathematical Models*, Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, n.º 38(3), 255-268.

Gallart, C., I. Ferrando y L. M. García-Raffi (2014), «Implementación de tareas de modelización abiertas en el aula de secundaria, Análisis previo», en M. T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII,* SEIEM, Salamanca, 327-336.

García, F. J., y L. Ruíz, (2011), «Modifying teachers' practices: The case of a european training course on modelling and applications», en G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo y G. Stillman (eds.), *Trens in Teaching and Learning of Mathematical Modelling,* Springer, Dordrecht, Heidelberg, Londres, Nueva York, 569-578.

Leiß, D., y B. Wiegand, (2011), «Are integrated thinkers better able to intervene adaptively? A case study in a mathematical modeling environment», en M. Pytlak, T. Rowland y E. Swoboda (eds.), *CERME 7 - Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education,* University of Rzeszow, 927-936.

Lesh, R., y H. Doerr (2003), «Foundations of a models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem-solving», en R. Lesh y H. Doerr (eds.), *Beyond Constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching,* Lawrence Erlbaum & Associates, Mahwah, New Jersey, 3-34.

Lesh, R., Hoover, M., Hole, B., Kelly, A., y T. Post (2000), «Principles for Developing Thought-Revealing Activities for Students and Teachers», en A. Kelly y R. Lesh (eds.), *Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education,* Lawrence Erlbaum & Associates, Mahwah, New Jersey, 591-645.

Maaß, K. (2006), «What are modeling competencies?» *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik,* n.º 38(2), 113-142.

Maaß, K. (2010), *Classification scheme for modeling task*, Journal für Didaktik Didaktik, n.º 31, 285-311.

Maaß, K., y J. Gurlitt (2011), «LEMA-Professional development of teachers in relation to mathematical modeling», en G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo y G. Stillman (eds.), *Trens in Teaching and Learning of Mathematical Modelling,* Springer, Dordrecht, Heidelberg, Londres, Nueva York, 629-639.

Peled, I., y N. Balacheff, (2011), *Beyond realistic considerations: modeling conceptions and controls in task examples with simple word problems*, Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, n.º 43, 307-315.

Planas, N. (2011), «Buenas prácticas en la enseñanza de las Matemáticas en secundaria y bachillerato», en J. M. Goñi (coord.), *Matemáticas. Investigación, innovación y buenas prácticas,* Graó, Barcelona, 57-160.

Sol, M. (2008), *Projectes matemàtics a l'Educació Secundària Obligatioria*, Tesis Doctoral.

Verschaffel, L. (2012), «Los problemas aritméticos verbales y la modelización matemática», en N. Planas, (coord.), *Teoría, crítica y práctica de la educación matemática*, Graó, Barcelona, 27-42.

Verschaffel, L., S. Vicente y W. Van Dooren (2008), «Usar las matemáticas para resolver problemas reales», *Cultura y Educación,* n.º 20(4), 391-406.

César Gallart Palau
Universidad Cardenal Herrera CEU, Valencia

Irene Ferrando Palomares
Dpto. de Didáctica de las Matemáticas
Universidad de Valencia
Miembro de SEIEM y RSME

Lluís M. García-Raffi
Instituto de Matemática Pura y Aplicada
Universidad Politécnica de Valencia
miembro de la Comisión de Educación de RSME