

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE VALENCIA

**Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos,
Canales y Puertos**

**Departamento de Ingeniería Hidráulica y Medio
Ambiente**



**ESTIMACIÓN DE LA PROBABILIDAD DE
SOBREVERTIDO Y CAUDALES MÁXIMOS
AGUAS ABAJO DE PRESAS DE EMBALSE.
EFECTO DEL GRADO DE LLENADO INICIAL**

Valencia, Marzo de 2014

Autor: José Ángel Aranda Domingo

Director: Juan B. Marco Segura

A mi mujer y mis hijos. A mis padres

Índice general

Agradecimientos	xxv
Resumen	xxvii
Abstract	xxix
Resum	xxxI
I Introducción	1
1. Introducción	3
1.1. Presas. Seguridad y riesgo	4
1.2. Propósito, alcance y estructuración de este trabajo	6
2. Legislación de seguridad de presas en España	9
2.1. Evolución de la ley española sobre presas y embalses	9
2.1.1. Las primeras normas	12
2.1.2. Época actual	14
2.2. Descripción de la normativa sobre seguridad de presas	15
2.2.1. Instrucción para el Proyecto, Construcción y Explotación de Grandes Presas de 1967	15
2.2.2. Directriz Básica de Planificación de Protección Civil ante el Riesgo de Inundaciones	15
2.2.3. Reglamento Técnico sobre Seguridad de Presas y Embalses de 1996	17

2.2.4.	Principales diferencias entre el Reglamento Técnico sobre Seguridad de Presas y Embalses y la Instrucción para Grandes Presas	20
2.2.5.	Real Decreto 9/2008 de 11 de enero	24
2.2.6.	Normativa de aplicación y situación del estado actual	24
2.2.7.	Guías Técnicas	26
3.	Análisis de riesgos en presas y embalses	31
3.1.	Introducción al Análisis de Riesgos	31
3.2.	El análisis de Riesgos	32
3.2.1.	Recopilación de información	33
3.2.2.	Inspección de la presa y su zona inundable	36
3.2.3.	Eventos de carga o sollicitaciones	36
3.2.4.	Análisis de modos de fallo potenciales	38
3.2.5.	Respuesta del sistema: probabilidades condicionales de rotura	40
3.2.6.	Estimación de daños y consecuencias	45
3.2.7.	Estimación de riesgo	55
II	Estado del Conocimiento	61
4.	Revisión del estado del conocimiento	63
4.1.	Introducción	63
4.2.	Antecedentes	66
4.3.	Diseño de hidrogramas a partir de la relación entre el caudal pico y el volumen mediante el empleo de funciones de distribución multivariadas	67
4.3.1.	Aportaciones de la metodología del uso de funciones de distribución multivariadas	69
4.3.2.	Comentarios a la metodología del uso de funciones de distribución multivariadas	70
4.4.	Diseño de hidrogramas a partir de la relación entre el caudal pico y el volumen mediante el empleo de cópulas . . .	71
4.4.1.	Aportaciones de la metodología del uso de cópulas	74
4.5.	Metodología de (Mediero, L. et al: , 2010)	74
4.5.1.	Aportaciones de esta metodología	77
4.6.	Determinación de la forma del hidrograma	77

4.6.1.	Hidrograma triangular	77
4.6.2.	Hidrograma de Nash	79
4.6.3.	Hidrograma obtenido a partir de la función Gamma	79
4.7.	Tránsito del hidrograma a través del sistema embalse-presa	81
5.	Teoría básica de las cópulas	83
5.1.	Introducción a la teoría de cópulas	84
5.2.	Teoremas básicos sobre cópulas	84
5.2.1.	El teorema de Sklar	85
5.2.2.	Cotas de Frechet-Hoeffding	86
5.3.	Cópulas y variables aleatorias	87
5.4.	Cópulas de supervivencia	88
5.5.	Generación de variables aleatorias	89
5.6.	Familias de cópulas	91
5.6.1.	Cópulas elípticas	91
5.6.2.	Cópulas Arquimedianas	93
5.6.3.	Cópulas de valor extremo	96
5.7.	Cópulas y medida de dependencia	97
5.7.1.	Coefficiente de correlación de Pearosn	98
5.7.2.	Concepto de concordancia	98
5.7.3.	Tau de Kendall	99
5.7.4.	El coeficiente rho de Sperman	101
5.8.	Medidas gráficas de dependencia	101
5.8.1.	Chi-Plots	101
5.8.2.	K-Plots	103
5.9.	Inferencia estadística para cópulas	105
5.9.1.	Introducción	105
5.9.2.	Método MML: Versión paramétrica	106
5.9.3.	Método MML: Versión semiparamétrica	108
5.9.4.	Estimaciones basadas en el tau de Kendall y rho de Sperman	110
6.	Teoría de valores extremos	111
6.1.	Introducción a la teoría de valores extremos	111
6.2.	El método de máximos por bloques	113
6.3.	Picos sobre un umbral. Excedencias	113

6.4.	Selección del umbral óptimo en la distribución generalizada de Pareto	115
6.4.1.	Métodos gráficos para determinar el valor del umbral	116
6.4.2.	Método de la vida residual media para determinar el valor del umbral	117
6.5.	Estimación de parámetros en la distribución generalizada de Pareto	118
III	Metodología	119
7.	Metodología	121
7.1.	Función de distribución bivariada mediante el empleo de cópulas.	122
7.1.1.	Análisis a nivel anual	123
7.1.2.	Análisis a nivel estacional	125
7.1.3.	Ajuste de los parámetros de la cópula	126
7.1.4.	Generación de muestras aleatorias	126
7.2.	Función de distribución del nivel previo de embalse . . .	127
7.3.	Generación de hidrogramas y tránsito a través del embalse	130
7.3.1.	Método de la superficie libre horizontal	131
7.3.2.	Métodos numéricos para resolver la ecuación de continuidad	132
7.3.3.	Análisis de sensibilidad del tamaño de la muestra	134
7.4.	Función de distribución bivariada de salida (Q_{pico}, V) . .	135
7.4.1.	Empleo de cópulas matemáticas	135
7.4.2.	Uso de interpolación y técnicas de suavizado . . .	136
7.4.3.	Caso particular del análisis estacional	138
IV	Caso de estudio	141
8.	Recopilación de información y contexto	143
8.1.	Descripción del embalse y la presa	145
8.1.1.	Embalse	145
8.1.2.	Presa	145
8.1.3.	Aliviadero	145
8.1.4.	Elementos de desagüe	146

8.1.5. Tomas	148
9. Hidrología de la presa de Cueva Foradada	153
9.1. Ajuste anual del caudal máximo instantáneo mediante el método de bloques	154
9.2. Ajuste anual del caudal máximo instantáneo mediante el método de las excedencias	156
9.3. Cálculo del volumen de los hidrogramas de entrada al embalse	168
9.4. Ajuste del volumen mediante el método de bloques . . .	170
9.5. Ajuste anual del volumen mediante el método de las excedencias	173
9.6. Estacionalidad de la muestra	175
9.7. Ajuste de la muestra INVIERNO	177
9.8. Ajuste de la muestra VERANO	180
10. Simulación de estructuras de dependencia mediante cópulas	189
10.1. Caracterización de la dependencia de la muestra	189
10.2. Elección de la cópula	191
11. Análisis de la variación del nivel de embalse.	205
11.1. Variación anual del nivel de embalse	206
11.2. Variación hiperanual del nivel de embalse	207
12. Simulación del tránsito de avenidas.	213
12.1. Hidrogramas de entrada y nivel previo de embalse	214
12.2. Simulación de la muestra total	214
12.2.1. Comparación entre distintas marginales frente a la misma estructura de la cópula	227
12.3. Simulación de la submuestra de invierno	230
12.4. Simulación de la submuestra de verano	237
12.5. Análisis bivariado de las variables de salida del embalse .	249
12.6. Discusión de los resultados	261

V Conclusiones	263
13. Conclusiones y futuras líneas de investigación	265
13.1. Conclusiones	266
13.2. Aportaciones más relevantes	268
13.3. Futuras líneas de investigación	269

Índice de figuras

2.1. Evolución del número de presas construidas a lo largo de los años	10
2.2. Estado actual de clasificación de presas y embalses. Fecha octubre 2008.	17
2.3. Distribución de las presas de titularidad privada. Fecha de actualización Octubre 2008	18
2.4. Distribución de las presas de titularidad estatal. Fecha de actualización Octubre 2008	19
2.5. Evolución del proceso de aprobación de Planes de Emergencia.	20
2.6. Situación actual de los Planes de Emergencia.	21
3.1. Esquema general, espacial y de funcionamiento, para un determinado sistema presa-embalse. Fuente:Hartford et al (Hartford et al: , 2004) y, posteriormente, en (ICOLD: , 2005).	38
3.2. Modelo funcional teórico para el caso de una presa de materiales sueltos. Fuente: (Hartford: , 2005) y, posteriormente, en (ICOLD: , 2005).	41
3.3. Ejemplo de árbol de fallos para modelar el subsistema <i>compuerta de aliviadero</i> . Fuente: (Hartford: , 2005) y, posteriormente, en (ICOLD: , 2005).	42
3.4. Ejemplo básico de cómo obtener la probabilidad condicional de rotura en el caso de considerar, exclusivamente, las variables aleatorias <i>solicitud</i> y <i>resistencia</i>	43
3.5. Sistema de defensa frente a avenidas en Holanda, representado mediante un árbol de fallos. Fuente: (Vrijling, J.K.: , 2001).	45

3.6. Esquema general para la estimación de la pérdida potencial de vidas humanas. Fuente: (Jonkman et al: , 2006).	47
3.7. Componentes básicos de cualquier modelo de evacuación utilizado en el caso de avenidas; con empleo de sistemas de información geográfica (SIG).	49
3.8. Distribución de los tiempos considerados en un proceso de evacuación para la población en riesgo de avenidas.	50
3.9. Componentes básicos de cualquier modelo para la estimación de la pérdida potencial de vidas humanas utilizado en el caso de avenidas; con empleo de sistemas de información geográfica (SIG).	51
3.10. Componentes básicos de cualquier modelo para la estimación de daños económicos en el caso de avenidas; con empleo de sistemas de información geográfica (SIG). Fuente: (van Gelder et al.; 2003).	52
3.11. Integración de la metodología propuesta por Triana (2007) para la estimación de consecuencias dentro del proceso del análisis de riesgos. Fuente: (Triana et al: , 2006).	54
3.12. Fuentes de información necesarias para llevar a cabo la estimación de las consecuencias que la gestión de la seguridad de presas puede tener sobre sistemas de recursos hídricos. Fuente: Triana et al (Triana et al: , 2006).	55
3.13. Recomendación general para la tolerabilidad de riesgos sobre la población según el U.S. Bureau of Reclamation (eje vertical(f): Probabilidad Anual de Rotura - eje horizontal(N): Pérdida Potencial de Vidas Humanas). Fuente: USBR.	57
3.14. Recomendación general para la tolerabilidad de riesgos sobre la población según el Comité Australiano de Grandes Presas (eje vertical (F): Probabilidad acumulada de obtener pérdidas mayores o iguales que N - eje horizontal (N): Pérdida Potencial de Vidas Humanas). Fuente:(ANCOLD: , 2003).	59
3.15. Fuentes de incertidumbre sobre el modelo de riesgo global en un sistema presa-embalse. Fuente (Chauhan et al: , 2001, 2003).	60

5.1. Ejemplo de una muestra independiente. Los puntos de la muestra son aleatorios. En el chiplot están dentro de las bandas y el kplot los puntos se acomodan sobre la recta $y = x$	104
5.2. Ejemplo de una muestra dependiente. Los puntos de la muestra siguen una función, parabólica en este caso. En el chiplot están fuera de las bandas y en el kplot se observa una concavidad perfecta de los puntos	104
7.1. Esquema del resultado final del evento, una vez ha transitado por el sistema presa-embalse.	128
7.2. Desarrollo de una función de almacenamiento-caudal de salida para tránsito en embalse nivelado con base en las curvas de volumen-elevación y elevación-caudal de salida.	133
7.3. Pasos para definir los incrementos de elevación para el método de Runge-Kutta de cuarto orden	140
8.1. Detalle de la cuenca hidrográfica del río Martín hasta el embalse de Cueva Foradada	144
8.2. Vista aérea general de la presa de Cueva Foradada	149
8.3. Vista general del aliviadero de la presa de Cueva Foradada	150
8.4. Aliviadero en descarga de la presa de Cueva Foradada	150
8.5. Vista del canal de desagüe en sus primeros metros	151
8.6. Vista del punto retorno del aliviadero al río	151
9.1. Ajuste de las funciones de distribución de extremos a los caudales máximos instantáneos anuales. Fuente CEDEX. Estación de aforo de Alcaine. Río Martín. CHE	156
9.2. Representación de los caudales pico mensuales y anuales de la estación de aforo de Alcaine. Río Martín.	161
9.3. Variación de las excedencias en función del tamaño del umbral.	162
9.4. Variación del exceso medio observado en función del umbral.	163
9.5. Variación del factor de forma y de escala en función del umbral.	164

9.6. Ajuste mediante las funciones GPD y GEV a los caudales máximos mensuales de la estación n° 9127 Alcaine, río Martín. Se puede ver como la función GPD presenta un mayor valor del parámetro P-value y se puede decir que es la que mejor se ajusta.	166
9.7. Análisis de sensibilidad para determinar la influencia del valor del umbral en el ajuste de la función de distribución GPD.	167
9.8. Hidrograma recogido en la estación n° 9127 Alcaine. Río Martín, donde se observa la avenida del día 12 de septiembre de 2006	169
9.9. Representación de las parejas de valores caudal pico-volumen de todos los eventos registrados en la estación n° 9127 Alcaine, río Martín, tales que el caudal pico es mayor que el umbral seleccionado, $7.5 \text{ m}^3/\text{s}$	172
9.10. Ajuste de las funciones de distribución de extremos a los volúmenes concomitantes de los caudales máximos anuales. Estación de aforo de Alcaine. Río Martín.	172
9.11. Ajuste total de los volúmenes concomitantes a los caudales máximos instantáneos con valor superior a $7.5 \text{ m}^3/\text{s}$	174
9.12. En esta figura se ver que el mes de septiembre es más típico de la estación de verano que de la de invierno.	176
9.13. Representación de las parejas de valores caudal pico-volumen de todos los eventos registrados en la estación n° 9127 Alcaine, río Martín.	177
9.14. Variación de las excedencias en función del umbral. Estación invierno	178
9.15. Variación del exceso medio observado en función del umbral, para la variable caudal. Estación invierno	178
9.16. Variación del factor de forma y de escala en función del umbral.	179
9.17. Ajuste del caudal para la estación invierno	181
9.18. Ajuste del caudal para la estación invierno, con la función de distribución GPD para distintos valores del umbral	181
9.19. Ajuste de la variable volumen para la estación invierno, con distintas funciones de distribución.	182

9.20. Variación de las excedencias en función del umbral. Estación verano	183
9.21. Variación del exceso medio observado en función del umbral, para la variable caudal. Estación verano	184
9.22. Variación del factor de forma y de escala en función del umbral.	184
9.23. Ajuste del caudal para la estación verano	186
9.24. Ajuste del caudal para la estación invierno, con la función de distribución GPD para distintos valores del umbral . .	186
9.25. Ajuste de la variable volumen para la estación invierno, con distintas funciones de distribución.	187
10.1. Representación gráfica de la medida de dependencia de las parejas de valores caudal pico-volumen para las tres muestras	191
10.2. Representación de una muestra de 50.000 parejas de valores (Q, V) simuladas mediante la cópula Galambos, TEV y Galambos	193
10.3. Comparación entre una muestra de 50.000 parejas de valores (Q, V) simuladas mediante la cópula Husler-Reiss y Galambos para la estación anual.	194
10.4. Comparación entre una muestra de 50.000 parejas de valores (Q, V) simuladas mediante la cópula Gumbel y TEV, para la estación de invierno.	195
10.5. Comparación entre una muestra de 50.000 parejas de valores (Q, V) simuladas mediante la cópula Galambos y Husler-Reiss, para la estación de verano.	196
10.6. Función de densidad sin considerar la estacionalidad. . .	196
10.7. Función de densidad de la estación INVIERNO.	197
10.8. Función de densidad de la estación INVIERNO. Perspectiva de la cola de la función de densidad.	198
10.9. Función de densidad de la estación VERANO.	199
10.10 Función de densidad de la estación VERANO. Perspectiva de la cola de la función de densidad.	200
10.11 Función de probabilidad con la muestra inicial, la cual sirvió de ajuste para la cópula. Estación total, sin considerar la estacionalidad.	201

10.12	Función de probabilidad con la muestra inicial. Se puede apreciar como la muestra se ajusta a la cópula. Estación de invierno.	202
10.13	Función de probabilidad con la muestra inicial. Se puede ver en la figura como la muestra se ajusta a la cópula. Estación de verano.	203
10.14	Períodos de retorno T-OR y T-AND para la estación total, sin tener en cuenta la estacionalidad.	203
10.15	Períodos de retorno T-OR y T-AND para la estación de invierno.	204
10.16	Períodos de retorno T-OR y T-AND para la estación de verano.	204
11.1.	Estacionalidad del embalse de Cueva Foradada. Esta figura muestra una peculiaridad de los embalses de pequeña capacidad, donde la estacionalidad es anual, en contra de los grandes embalses, con una estacionalidad hiperanual.	207
11.2.	Variación del volumen almacenado en función del tiempo. Datos obtenidos del Anuario del CEDEX.	209
11.3.	Histograma del volumen almacenado para la muestra total, invierno y verano.	210
11.4.	Función de distribución de la variación del nivel de embalse para la muestra total, invierno y verano considerando dos series de datos, la total y la obtenida a partir del año 1992, correspondiendo con la corrección de la curva característica.	211
12.1.	Sensibilidad al tamaño de la muestra. A partir de 25.000 valores de la muestra, apenas se observan variaciones en el nivel máximo alcanzado.	216
12.2.	Variación del nivel de embalse e hidrograma de salida para un determinado evento. Nivel inicial se supone a la cota NMN (579.93 msnm)	217
12.3.	Variación del nivel de embalse e hidrograma de salida para el evento de la figura 12.2. Nivel inicial a la cota 575 msnm.	218

12.4. Representación de la función de distribución del nivel máximo de embalse para los tres escenarios contemplados, nivel constante a la cota 578, nivel constante a la cota del NMN y nivel aleatorio. También se ha llevado a cabo el ajuste a los valores extremos de las colas derechas mediante la función GPD.	219
12.5. Distribución de la densidad de probabilidad del nivel alcanzado para los tres escenarios fijados.	220
12.6. Función de distribución del caudal vertido por el embalse para los tres escenarios, nivel previo constante a la cota 578, nivel previo cosntante a la cota NMN y nivel previo aleatorio. Se muestran también los ajustes a los valores extremos de las colas derechas mediante la función GPD.	221
12.7. Distribución de la densidad de probabilidad del caudal de salida para los tres escenarios fijados.	222
12.8. Nivel máximo alcanzado por el evento de entrada en función del nivel previo y de las características del evento.	225
12.9. Caudal máximo vertido por el evento de entrada en función del nivel previo y de las características del mismo.	226
12.10 Comparación de dos muestras generadas con una misma estructura de cópula y distintas marginales para la variable secundaria volumen.	228
12.11 Resultado de la simulación de las dos muestras generadas con distintas marginales y con nivel previo aleatorio. Se puede ver como las diferencias son pequeñas y en ningún momento se observa riesgo de vertido por coronación.	229
12.12 Representación de la función de distribución del nivel de embalse para los dos escenarios, nivel constante (NMN) y nivel variable, de cota de embalse. También se muestran los ajustes a los valores extremos, colas derechas, mediante la función GPD.	232
12.13 Distribución de la densidad de probabilidad del nivel alcanzado para los dos escenarios fijados.	233

12.14	Representación de la función de distribución del caudal de salida para los dos escenarios, nivel constante (NMN) y nivel variable de cota de embalse. También se muestran los ajustes a los valores extremos, colas derechas, mediante la función GPD.	234
12.15	Distribución de la densidad de probabilidad del caudal de salida para los dos escenarios fijados.	235
12.16	Nivel máximo y caudal pico de salida, alcanzado por el evento de entrada en función del nivel previo y de sus características.	236
12.17	Representación de la función de distribución del nivel de embalse para los escenarios, nivel constante (578 y NMN) y nivel variable, de cota de embalse. También se muestran los ajustes a los valores extremos, colas derechas, mediante la función de distribución GPD.	238
12.18	Distribución de la densidad de probabilidad de los niveles alcanzados para los tres escenarios fijados.	239
12.19	Representación de la función de distribución del caudal pico de salida para los tres escenarios supuestos, nivel constante (578 y NMN) y nivel variable, de cota de embalse. También se muestran los ajuste a los valores extremos, colas derechas, mediante la función de distribución GPD.	241
12.20	Distribución de la densidad de probabilidad del caudal de salida para los tres escenarios fijados.	242
12.21	Nivel máximo alcanzado por el evento de entrada en función del nivel previo y de sus características.	244
12.22	Caudal máximo de salida provocado por el evento de entrada en función del nivel previo y de sus características.	245
12.23	Efecto de la estacionalidad sobre el nivel máximo alcanzado.	247
12.24	Efecto de la estacionalidad sobre el caudal máximo desagüado.	248
12.25	Función de densidad bivalente (Q_P, V) correspondiente a la estación del invierno.	251
12.26	Detalle de la función de densidad del invierno.	252
12.27	Función de densidad bivalente (Q_P, V) correspondiente a la estación del verano.	253
12.28	Detalle de la función de densidad del verano.	254

12.29	Función de probabilidad bivalente (Q_P, V) correspondiente a la estación del invierno.	255
12.30	Detalle de la función de probabilidad del invierno.	256
12.31	Función de probabilidad bivalente (Q_P, V) correspondiente a la estación del verano.	257
12.32	Detalle de la función de probabilidad del verano.	258
12.33	Función de probabilidad bivalente (Q_P, V) anual.	259
12.34	Detalle de la función de probabilidad anual.	260

Índice de tablas

2.1.	Ámbito de aplicación de la normativa vigente.(Alonso Franco et al: , 2001).	26
2.2.	Guías Técnicas elaboradas por el Comité Nacional Español de Grandes Presas.	28
2.3.	Guías Técnicas elaboradas por la Dirección General de Obras Hidráulicas y Calidad de Aguas.	28
3.1.	Niveles en la estimación de consecuencias. Fuente: ANCOLD (ANCOLD: , 2003)	46
9.1.	Caudales máximos instantáneos anuales (año hidrológico). Estación nº 9127 Alcaine. Río Martín	155
9.2.	A juzgar por los ajuste, las funciones de distribución que mejor pasan el test son la GEV(PWP) y LPIII(ML). Cualquiera de las dos son buenos ajustes.	156
9.3.	Valores del caudal máximo instantáneo para los diferentes períodos de retorno de la estación nº 9127 Alcaine, río Martín, ajustada mediante la función de distribución GEV por el método de los momentos ponderados.	157
9.4.	Caudales máximos instantáneos mensuales.	161
9.5.	Resultados del test estadístico Kolmogorov-Smirnov aplicado a la función de distribución GPD para distintos valores del umbral.	165
9.6.	Comparación de los cuantiles obtenidos mediante el método de bloques, función GEV, y el método de las excedencias, función GPD, y diferencias entre ellos en porcentaje.	168

9.7. Tabla con los datos del caudal medio diario, volumen medio diario y días en los que se considera la crecida, respecto al caudal base	170
9.8. Parejas de valores correspondientes al caudal pico y volumen de los eventos registrados en la estación n° 9127 Alcaíne, río Martín, tales que el caudal es mayor de $7.5 \text{ m}^3/\text{s}$	171
9.9. A juzgar por los ajustes, la función de distribución que mejor pasa el test es la GEV(ML).	173
9.10. La función de distribución que mejor pasa el test es la LP-III(ML).	173
9.11. Comparación de los cuantiles obtenidos mediante el método de bloques, función GEV, y el método de las excedencias, función GPD, y diferencias entre ellos en porcentaje.	174
9.12. En esta tabla se indica que existe mayor dependencia para la muestra correspondiente al invierno que al verano y por consiguiente a la total.	176
9.13. Tabla con los datos del caudal máximo instantáneo y el volumen de la avenida, para la estación de invierno . . .	180
9.14. A juzgar por los ajustes, el umbral que mejor se ajusta es el correspondiente Umbral= $4.5 \text{ m}^3/\text{s}$, además coincide con el mayor número de valores.	182
9.15. La función de distribución que mejor pasa el test es la LP-III(ML).	183
9.16. Tabla con los datos del caudal máximo instantáneo y el volumen de la avenida, para la estación verano	185
9.17. A juzgar por los ajustes, el umbral que mejor se ajusta es el correspondiente Umbral= $2.5 \text{ m}^3/\text{s}$, además coincide con el mayor número de valores.	187
9.18. La función de distribución que mejor pasa el test es la LP-III(ML).	188
10.1. En la tabla siguiente se aprecia que existe mayor dependencia para la muestra correspondiente al invierno que al verano y por consiguiente a la total.	190

10.2. Valores de los parámetros de las cópulas ajustadas mediante el método de máxima verosimilitud, así como los valores del p-value que ha servido para hacer la elección de la cópula	192
11.1. Datos de aportación media mensual de la estación de aforo nº 9127 Río Martín. Alcaine.	206

Agradecimientos

Esta tesis doctoral, plasma el resultado de muchos años de trabajo e investigación. Durante los mismos la vida ha dado muchos rodeos, tanto en lo profesional como en lo personal de tal forma que han sido muchas las personas que de alguna manera y en algún momento se han visto involucradas en el desarrollo de la misma, a la cuales tengo mucho que agradecer, desde ayuda en los aspectos puramente técnicos hasta el apoyo más humano.

Agradezco sobretodo la orientación y dedicación de mi director de tesis Juan Marco Segura, guía de las ideas a partir de las cuales se ha desarrollado todo el trabajo de esta tesis. Juan, muchas gracias por la buena disposición, dedicación y esfuerzo realizado durante estos años.

Agradezco también el apoyo de Jorge Mateu, sin tus consejos sobre cópulas matemáticas difícilmente hubiéramos conseguido llevar a cabo este trabajo.

No quisiera pasar por alto a Ignacio Escuder y Rafa García Bartual. Con vosotros se inició esta andadura.

Agradecer las opiniones de Antonio Jiménez Álvarez y María Jesús Martín Soldevilla, del CEDEX, por sus amables comentarios, reflexiones y sugerencias.

Así mismo destacar la colaboración de Enrique Castillo Ron, por sus magistrales comentarios sobre la teoría de valores extremos y por su infinita paciencia. Gracias Enrique, gran ingeniero, matemático y sobre todo persona.

Destacar el apoyo facilitado por parte de la Confederación Hidrográfica del Ebro, en lo que respecta a los datos y la información necesaria sobre la presa, sobre todo al Jefe de Explotación de la presa de Cueva Foradada, Mario Carreras Fernández.

He de dar las gracias a mis padres. Vosotros no me habéis podido enseñar hidrología, pero si me habéis **inculcado** los valores sobre los que se apoya esta tesis: el trabajo y el esfuerzo. Gracias por todo.

Finalmente he de dar las gracias a ti Ana, siempre estímulo para seguir adelante. Ya son muchos años juntos compartiendo nuestras vidas. Luego se han unido Beatriz y tú Diego, juntos habéis crecido con estas páginas, gráficas y cálculos. Esta tesis también es vuestra.

Resumen

El análisis sistemático del riesgo de inundación es cada vez más una necesidad y una exigencia en las legislaciones de los países desarrollados. Desde 2006 lo es para todos los países de la Unión Europea. Los procedimientos para ello, se basan en el análisis hidráulico para el caudal máximo correspondiente a un período de retorno dado.

La obtención de este caudal de pico está claramente establecida para cuencas no reguladas. Sin embargo, si existe un embalse aguas arriba y, sobre todo, si dicho embalse tiene una capacidad significativa, el riesgo se ve ampliamente modificado. En efecto, un embalse modifica de diversos modos el riesgo de crecida. En primer lugar, el riesgo se modifica a través del embalse vacío en el momento de iniciarse el evento. Este volumen es, en sí mismo, una variable aleatoria y puede ser muy grande, como sucede en los hiperembalses o en embalses dedicados al regadío que suelen estar muy vacíos al inicio de la temporada de lluvias. Por otro lado, las características hidráulicas del aliviadero, la geometría del vaso por encima del labio de vertido y la existencia o no de compuertas y su estrategia de gestión, modifican el caudal de pico a través de la laminación producida sobre el hidrograma. Para analizar el efecto que produce un embalse es imprescindible no sólo conocer las características estadísticas del caudal de pico, sino también otros atributos del hidrograma y, sobre todo, su volumen.

Caudal pico y volumen de crecida son sin embargo dos variables aleatorias que poseen una función de distribución conjunta bivariada. En este trabajo se presenta una metodología para el análisis del riesgo aguas abajo de una presa, y del propio riesgo de sobrevertido de dicha obra hidráulica.

Para ello, se obtienen en primer lugar las funciones de distribución marginales del caudal pico y del volumen de crecida. Para ello, se uti-

lizan las distribuciones univariadas que resulten más adecuadas. Dichas funciones de distribución marginales son combinadas mediante el empleo de cópulas estadísticas, funciones de distribución bivariadas cuyas marginales están prefijadas y que respetan la estructura de correlación entre las variables. La selección de la cópula a emplear se realiza de acuerdo con técnicas estadísticas.

Ajustadas las distribuciones marginales y la cópula a emplear, se generan una muestra sintética de parejas de valores caudal pico y volumen de crecida por el método de simulación estadística y se asimila el hidrograma de cada una de ellas a una función gamma. Dichos hidrogramas son laminados por los procedimientos habituales a través de los órganos de desagüe de la presa. El estado inicial del embalse se simula también de acuerdo con su distribución empírica de niveles, de forma independiente.

Finalmente, la muestra sintética de hidrogramas laminados se analiza estadísticamente para obtener la probabilidad de nivel máximo, de sobrevertido y la distribución aguas abajo de caudales pico y de volúmenes de crecida.

El procedimiento se ha verificado con los datos del embalse de Cueva Foradada (C.H. del Ebro) en el río Martín, (afluente de la margen derecha del río Ebro) en cuya cola existe una estación de aforos con 44 años completos de datos. La distribución del estado inicial del embalse se ha analizado con los datos de 50 años de explotación.

El análisis ha establecido que es imprescindible un análisis estacional, ya que la correlación entre caudal y volumen es muy diferente en invierno y en verano. De hecho, para el invierno se han utilizado la Cópula TEV y para el verano la de Galambos. Como distribuciones marginales se ha utilizado la distribución generalizada de Pareto (GPD) para el caudal de pico y la Log-Pearson III para el volumen de crecida.

Finalmente se han obtenido una función de distribución bivariada para cada una de las estaciones, de tal forma que la estructura de salida es análoga a la de entrada. Este es hecho es muy importante porque permite el estudio aguas abajo de una presa o de una confluencia de cauces.

Abstract

Systematic analysis of flood risk is becoming a necessity and a requirement in the legislation of developed countries. Since 2006 it is for all the countries of the European Union. The procedures for this purpose, are based on the hydraulic analysis for the maximum flow corresponding to a given return period. Obtaining this peak flow is clearly established for unregulated basins. However, if there is an upstream reservoir and, above all, if the reservoir has a significant capacity, the risk is greatly modified. Indeed, a reservoir modifies flood risk. First, the risk is modified by the empty reservoir capacity at the beginning of the flood event. This volume itself is a random variable. It can be very large, like in reservoirs with significant over-the-year carryover or built for irrigation purposes which are usually quite empty at the beginning of the rainy season. Furthermore, the hydraulic characteristics of the spillway, the geometry of the vessel above the spillway crest, and the existence or not of gates and its management strategy, modify the flow peak by routing the hydrograph. To analyze the effect that produces a reservoir is essential not only to know the statistical characteristics of the peak outflow, but also other attributes of the hydrograph, above all, its volume. Flood peak and volume are however two random variables having a bivariate joint probability distribution function. This dissertation presents a new methodology for dam overtopping, and downstream risk analysis of such hydraulic work. First, suitable marginal probability distribution functions of peak flow and volume are obtained. For this, the most appropriate univariate models can be used. These marginal distribution functions will be combined by using statistical copulas, bivariate distribution functions with prescribed marginal, and respecting the correlation structure between the variables. The selection of the copula is made according with statistical techniques. Once marginal distributions and the copula to be employed are set, a synthetic

sample of pairs of values for peak flow and flood volume are generated by statistical simulation, and the hydrograph of each synthetic event is assimilated to a gamma function. These hydrographs are routed by standard procedures through the dam appurtenances. The initial state of the reservoir is also considered as an independent random variable. It can also be simulated according to its observed empirical distribution. Finally, the synthetic routed hydrographs are statistically analyzed to obtain maximum likelihood estimates of downstream peak flow and flood volume distributions. The method is verified with data from the Cueva Foradada reservoir (C.H. del Ebro) at the Martin River, (Ebro River basin), where a complete set of 50 year of exploitation data are available, and also a river gaging station exists in the tailwater with similar data length. It has been also concluded that correlation structure between flow peak and volume is highly seasonal. It differs greatly from winter when volumes are large and peaks moderate, and summer where the situation is the opposite. Hence the analysis and simulation must also be seasonal.

Resum

L'ànàlisi sistemàtica del risc d'inundació és cada vegada més una necessitat i una exigència en les legislacions dels països desenvolupats. Des del 2006 l'és per a tots els països de la Unió Europea. Els procediments per a això, es basen en l'ànàlisi hidràulica per al cabal màxim corresponent a un període de retorn donat.

L'obtenció d'aquest cabal de punta està clarament establida per a conques no regulades. No obstant això, si hi ha un embassament aigües amunt i, sobretot, si aquest embassament té una capacitat significativa, el risc es veu àmpliament modificat. En efecte, un embassament modifica de diverses maneres el risc de crescudes. En primer lloc, el risc es modifica a través de l'embassament buit en el moment d'iniciar-se l'esdeveniment. Aquest volum és, en si mateix, una variable aleatòria i pot ser molt gran, com passa en els hiperembassaments o en embassaments dedicats al regadiu que solen estar molt buits a l'inici de la temporada de pluges. D'altra banda, les característiques hidràuliques del sobreexidor, la geometria del vas per damunt del llavi de desembassament i l'existència o no de comportes i la seua estratègia de gestió, modifiquen el cabal de punta a través de la laminació produïda sobre l'hidrograma. Per a analitzar l'efecte que produeix un embassament és imprescindible no solament conèixer les característiques estadístiques del cabal de punta, sinó també altres atributs de l'hidrograma i, sobretot, el seu volum.

El cabal de punta i el volum de crescuda són, no obstant això, dues variables aleatòries que tenen una funció de distribució conjunta bivariada. En aquest treball es presenta una metodologia per a l'ànàlisi del risc aigües avall d'una presa i del mateix risc de sobre vessament d'aquesta obra hidràulica.

Amb aquesta finalitat, s'obtiniran en primer lloc les funcions de distribució marginals del cabal de punta i del volum de crescuda. Per a

això, s'utilitzaran les distribucions univariades que resulten més adequades. Aquestes funcions de distribució marginals seran combinades mitjançant l'ús de còpules estadístiques, funcions de distribució bivariades les marginals de les quals estan prefixades i respecten l'estructura de correlació entre les variables. La selecció de la còpula que cal emprar es realitzarà d'acord amb tècniques estadístiques.

Ajustades les distribucions marginals i la còpula que cal emprar, es generarà una mostra sintètica de parelles de valors de cabal de punta i volum de crescuda pel mètode de simulació estadística, i s'assimilarà l'hidrograma de cadascuna a una funció gamma. Aquests hidrogrames són laminats pels procediments habituals a través dels òrgans de desguàs de la presa. L'estat inicial de l'embassament se simularà també d'acord amb la seua distribució empírica de nivells, de forma independent.

Finalment, la mostra sintètica d'hidrogrames laminats s'analitzarà estadísticament per a obtenir la probabilitat de nivell màxim, de sobrepassament i la distribució aigües avall de cabals de punta i de volums de crescuda.

El procediment es verificarà amb les dades de l'embassament de la Cova Foradada (C. H. de l'Ebre) al riu Martín (afluent del marge dret del riu Ebre), a la cua del qual hi ha una estació d'aforaments amb 44 anys complets de dades. La distribució de l'estat inicial de l'embassament s'analitzarà amb les dades de 50 anys d'explotació.

Parte I

Introducción

1

Introducción

En la actualidad existe una tendencia mundial encaminada a mejorar el conocimiento que se tiene sobre las presas, su comportamiento estructural ante eventos, entendiendo por evento una sollicitación que permite determinar un escenario de carga, que ponen en riesgo su seguridad y las posibles consecuencias que pudieran derivarse de su mal funcionamiento o su fallo.

No obstante, el estado del arte en materia de seguridad en presas ha evolucionado notablemente. El enfoque clásico ha permitido hasta el momento llevar a cabo con seguridad el diseño, la construcción y el mantenimiento de una gran cantidad de presas, pero existen hoy nuevos condicionantes que requieren el uso de nuevas herramientas para gestionar la seguridad de presas (Charlwood et al: , 2002) y (G. Membrillera et al:, 2003).

- El envejecimiento del parque de presas (la mayoría de las estructuras superan los treinta años de antigüedad y un porcentaje muy amplio los cincuenta años en explotación)
- La demanda de mayores niveles de seguridad para la población y los bienes ubicados aguas abajo de las presas

- Una mayor sensibilidad en la financiación de los programas de seguridad de presas
- La creciente dificultad para acometer la construcción de nuevas estructuras debido a presiones sociales y medioambientales
- La necesidad de optimizar la gestión de sistemas de recursos hídricos y aumentar la capacidad de regulación de los mismos con objeto de dar respuesta a una demanda creciente de abastecimiento; todo ello en un contexto de aparente incremento de eventos climatológicos extremos (avenidas y sequías)
- Un mayor énfasis hoy en día en el mantenimiento, la seguridad, la reparación y la extensión de la vida útil de las presas, más que en su construcción

1.1. Presas. Seguridad y riesgo

Todas las sociedades reconocen mayoritariamente los extraordinarios beneficios asociados a las grandes presas que, en el caso de los países no desarrollados, constituyen infraestructuras imprescindibles para el desarrollo. Entre otros provechos, las presas aseguran el abastecimiento de recursos hídricos a grandes ciudades, permiten el desarrollo de la agricultura con una comodidad, protegen territorios de los efectos de grandes avenidas, proporcionan energía eléctrica de un gran valor estratégico, facilitan la navegación interior en muchos países del mundo, pueden llegar a establecer nuevos ecosistemas para la flora y fauna, contribuyen al desarrollo de actividades turísticas y de ocio en su entorno, etc.

Puede afirmarse que desde la antigüedad las presas han constituido un bien fundamental para el desarrollo y la vida de los pueblos.

No obstante lo mencionado, desafortunadamente la historia muestra una serie de catástrofes que conmovieron a la comunidad internacional y fueron causa de miles de muertos y enormes daños económicos, sociales y ecológicos.

De acuerdo con los comentarios anteriores, cabe realizar una reflexión sobre la posibilidad de laminación de las presas.

España es un país con un régimen de lluvias muy irregular, caracterizado por inviernos y veranos secos y épocas de otoño y primavera

lluvioso, donde los ríos pueden presentar avenidas muy peligrosas, pudiendo ser provocadas por lluvias tanto de tipo ciclónico como de tipo convectivo. Las lluvias más torrenciales de éste último tipo se presentan principalmente durante el otoño, dando lugar a caudales varios órdenes de magnitud superiores a los caudales medios del río.

Estas avenidas poco frecuentes, pero de gran magnitud, provocan daños incalculables en las poblaciones ribereñas. Los 3000 millones de dólares en daños producidos por las avenidas en España de los años 1982 y 1983 y las más de 1100 vidas humanas sesgadas en la cuenca mediterránea española en los últimos 40 años (Berga, L.: , 1991), no sólo justifican la inversión en medidas estructurales y no estructurales de defensa contra las avenidas, sino que dado el alto coste de dichas inversiones hacen además exigible la realización de un análisis cuidadoso del comportamiento de las avenidas del río de cara al funcionamiento del mismo así como de las presas con las que interfiere.

Pero a pesar de las ventajas que hemos visto, estas obras hidráulicas suponen un riesgo potencial para los asentamientos aguas abajo, ya que una rotura de la presa supone una avenida de magnitud muy superior a la ocasionada sin la existencia de la misma.

Según ICOLD la probabilidad de rotura de una presa era del 2% hasta los años 1950. Este porcentaje se fue reduciendo hasta alcanzar el 0,5% en el período 1951-1986 y finalmente se ha reducido hasta alcanzar el 0,2%.

Si bien este riesgo es pequeño, los daños que estos sucesos pueden provocar son muy grandes. La historia de las presas nos enseña que, aun siendo las roturas esporádicas, suelen resultar gravosas para la vida humana y la economía en su conjunto, tal y como recoge (Sánchez Caro, F.J.: , 2005).

En el ejercicio de la profesión ingenieril, históricamente se ha admitido que el concepto *presa segura* iba unívocamente ligado al de *seguridad absoluta*; y así era asumido igualmente por la sociedad en general. Sin embargo, la aseveración anterior no es defendible y, ciertamente, resulta inviable como objetivo práctico en la gestión de la seguridad. La realidad es que toda presa, por segura que se suponga, siempre conserva una indefectible cuantía de riesgo residual. Sin embargo la sociedad no reclama que la presa se haga bien sino que responda bien, es decir, se demanda

el no riesgo y no el cumplimiento de leyes y/o reglamentos. *La sociedad demanda que las presas sean seguras* (Rodríguez-Trelles et al: , 2003)

Acontecimientos pasados denotan con claridad cómo presas diseñadas y construidas de acuerdo con la buena práctica han sufrido, de igual forma, severos accidentes acompañados de consecuencias catastróficas.

La mayor causa de rotura en presas es debido al vertido por coronación, con un porcentaje que se puede estimar en un 36 %. El 87 % de las roturas debidas a esta causa se ha producido en presas de materiales sueltos.

1.2. Propósito, alcance y estructuración de este trabajo

El objeto del presente trabajo de investigación es realizar una estimación de la probabilidad anual de excedencia de un determinado nivel de embalse.

El nivel de embalse está íntimamente relacionado con la seguridad hidrológica, entendida ésta como la seguridad de una presa frente a episodios de avenida.

Los niveles de lámina de agua a partir de los cuales se analiza la estabilidad de la presa son consecuencia de:

1. Magnitud de la avenida de entrada al sistema
2. Nivel inicial cuando se produce el evento
3. Capacidad y fiabilidad de los órganos de desagüe, compuertas y válvulas de fondo.
4. La estrategia adoptada para laminar avenidas

Los estudios hidrológicos están focalizados al estudio del caudal pico y en algunas aplicaciones ingenieriles puede ser suficiente, como es el caso de una obra de fábrica, un puente o un canal. Sin embargo, ni el volumen ni la duración han sido estudiados de una forma pormenorizada a pesar de que muchas situaciones prácticas así lo exijan, tales como el diseño de una presa, donde todo el hidrograma es de interés, caudal pico, volumen

y tiempo al pico-tiempo base, es decir, que estamos ante una estructura multivariante.

Aquí radica el fundamento de esta tesis, donde para determinar la longitud de un aliviadero tal que tenga una capacidad de desagüe suficiente para que la lámina de agua no alcance un nivel máximo, debemos utilizar todo el hidrograma, caudal pico, volumen y duración y realizar el tránsito de la misma a través del sistema embalse-presa.

Por todo lo anterior, se hace necesario un estudio multivariado, de tal forma, que no sólo se tenga en cuenta el caudal pico, sino también el volumen. Es decir, se necesita una función de distribución bivariada. El tiempo al pico, es una variable, que si bien se podría tener en cuenta, el aporte que supone no es compensado con el incremento en la dificultad que implica su implementación y además se puede obtener a través de las condiciones intrínsecas de la cuenca.

Una vez obtenida la función de distribución bivarida, se generan un conjunto de hidrogramas y se realiza el tránsito a través del sistema presa embalse, obteniendo un conjunto de hidrogramas de salida, de los cuales podemos extraer de nuevo las variables, caudal pico, volumen así como el nivel máximo alcanzado por tales avenidas.

El siguiente paso es ajustar una función de distribución a la variable nivel máximo alcanzado así como al caudal de salida. Con el nivel máximo alcanzado se analiza la seguridad hidrológica de la presa, puesto que la altura máxima alcanzada produce un estado de cargas relacionado con la seguridad de la misma. Respecto al caudal máximo alcanzado, y mediante un estudio hidráulico del cauce aguas abajo, se puede determinar el grado de afección de los terrenos colindantes a dicho cauce.

Finalmente y para concluir con este trabajo, se pretende obtener una función de distribución bivariada a la salida de la presa, de tal forma que tenga la misma naturaleza que los datos de entrada y permitan proseguir el estudio aguas abajo si fuera de interés, por ejemplo porque existiera otra presa.

En aras a la consecución de este objetivo, el presente trabajo se ha estructurado de la siguiente manera:

- En primer lugar una introducción donde se muestra la legislación vigente sobre presas y una introducción al análisis de riesgos.

- Una segunda parte donde se plasma el estado del arte o conocimiento actual que trata de mostrar las herramientas para abordar la seguridad hidrológica de las presas así como sus avances. Fundamentalmente se basa en el uso de cópulas y la teoría de valores extremos. Para concluir se lleva a cabo una revisión del estado del arte.
- Una segunda parte donde se plasma el estado del arte o conocimiento actual que trata de mostrar las herramientas para abordar la seguridad hidrológica de las presas así como sus avances. Fundamentalmente se basa en el uso de cópulas y la teoría de valores extremos. Para concluir se lleva a cabo una revisión del estado del arte.
- Una tercera parte trata de indicar la metodología propuesta para llevar a cabo los objetivos indicados anteriormente. Esta parte constituye el alma del presente trabajo de investigación, indicándose todos los pasos necesarios para obtener el objetivo perseguido.
- En la cuarta parte se procede a plasmar en un caso concreto la metodología planteada en la parte anterior.
- Finalmente en una quinta parte se plantean las conclusiones y se indican las futuras líneas de investigación que servirán de base a futuras tesis doctorales.

2

Legislación de seguridad de presas en España

2.1. Evolución de la ley española sobre presas y embalses

A la hora de exponer cuál ha sido la evolución histórica de la normativa en materia de seguridad en presas, resulta interesante establecer su paralelismo con las catástrofes ocurridas; éstas han constituido impulsos que contribuyeron por un lado al desarrollo del conocimiento y por otro sensibilizaron a la sociedad y por ende a los responsables políticos de cada época para implantar controles, elaborar normativa técnica y para la asignación de medios y recursos que contribuyeran a mejorar la seguridad de las presas. No obstante, los efectos revulsivos que lleva asociado todo acontecimiento desgraciado se han visto sucedidos por períodos de relajación hasta la ocurrencia de un nuevo accidente (Rubín de Célix Caballero, M: , 2003).

En el último Registro Mundial de Grandes Presas de ICOLD del año 2003 había 1270 grandes presas en España (1240 en explotación y 28 en

construcción). Esto representa alrededor de 30 grandes presas por millón de habitantes, uno de los valores más elevados del mundo. En la Figura 2.1 se representa el número de presas construidas en España en diferentes épocas.

Con este gran número de presas, España ocupa el primer puesto entre los países europeos en el número de presas construidas y explotadas, y un lugar destacado en el ranking mundial, sólo superado por tres países: EE.UU., China e India.

Este hecho, junto a unos comienzos tempranos en su construcción, ha propiciado que España haya figurado en el grupo de países pioneros en la promulgación de normativa técnica para el proyecto, construcción y conservación de sus presas.

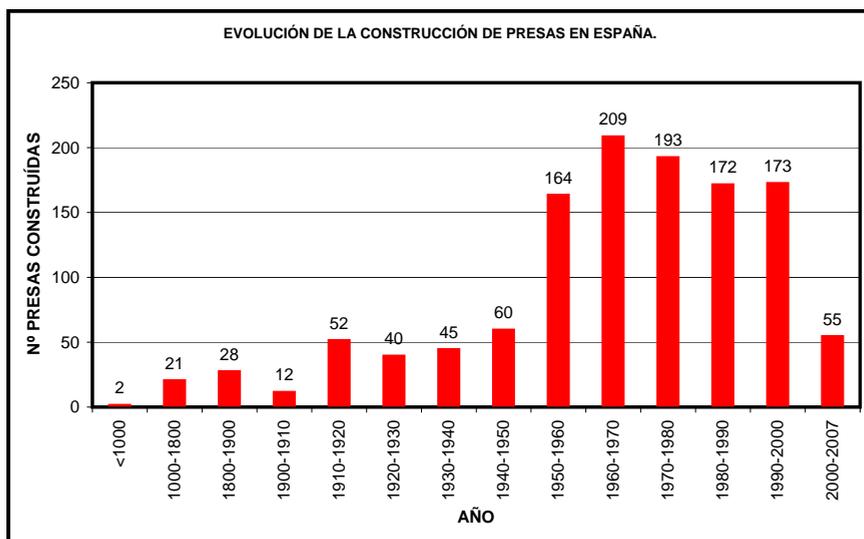


Figura 2.1. Evolución del número de presas construidas a lo largo de los años

La legislación española para presas y embalses es amplia y data de finales del siglo XIX:

- 1879. Ley de Aguas. Se aprueba en España la 1ª Ley de Aguas.
- 1905. Una comisión del denominado Ministerio de Fomento elabora la Instrucción para los Proyectos de Pantanos.
- 1959. Rotura de la presa de Ribadelago (río Tera). Ocasiónó 144 víctimas mortales. Este hecho motivó:
 - La creación de la Unidad de Vigilancia de Presas.
 - El restablecimiento de las Comisarías de Aguas.
 - El inicio de los trabajos para redactar una nueva Instrucción.
 - La creación de una Comisión de Normas de Grandes Presas en 1960.
- 1967. Aprobación de la Instrucción para el Proyecto, Construcción y Explotación de Grandes Presas.
- 1982. Rotura de la presa de Tous en 1982. Pone de manifiesto la necesidad de actualización de la normativa.
- 1985. Ley de Aguas.
- 1992. La Dirección General de Obras Hidráulicas encarga la redacción de una nueva normativa sobre seguridad a la Comisión de Normas para Grandes Presas.
- 1995. Entra en vigor la Directriz Básica de Planificación de Protección Civil ante el Riesgo de Inundaciones.
- 1996. Se publica el definitivo Reglamento Técnico sobre seguridad de Presas y Embalses, recogiendo los trabajos de la Comisión antes citados así como las exigencias de la Directriz.
- 2006. Presentación del borrador de una nueva Ley de Seguridad de Presas en Sevilla.
- 2008. REAL DECRETO 9/2008, de 11 de enero, por el que se modifica el Reglamento del Dominio Público Hidráulico, aprobado por el Real Decreto 849/1986, de 11 de abril.

Al margen de este repaso, las bases vigentes de la normativa española en materia de gestión de seguridad de presas y embalses son las siguientes (Escuder et al, 2005a):

- Clasificación de las presas en función del riesgo potencial, aunque realmente la clasificación se basa en el daño potencial.
- Plan de puesta en carga para las presas recién construidas.
- Normas de Explotación y Plan de Emergencia en las presas con mayores daños potenciales por su rotura.
- Revisiones periódicas de seguridad para todas las presas.
- Informes anuales.
- Constitución del Archivo Técnico de la presa.

2.1.1. Las primeras normas

La Ley de Aguas de 1879 trata temas referentes a los recursos, al Dominio Público Hidráulico, planificación hidrológica, etc. En ella no hace ninguna mención a la infraestructura presa, pero sí a todo lo relativo al recurso agua, a la planificación hidrológica, etc.

La Instrucción para el proyecto de Pantanos de 1905, aprobada por Orden Ministerial el 30 de octubre del referido año, fue redactada por una comisión, presidida por don Carlos Cardenal, de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos del entonces Ministerio de Fomento. Fue la primera normativa que hubo en Europa, anterior en 20 años a la primera norma italiana promulgada con motivo de la rotura de la presa de Gleno. En aquel momento existían en España unos 64 embalses. Cabe destacar que esta instrucción, de 9 capítulos y unos 100 apartados, es una norma de carácter abierto, acorde con la singularidad que en ese momento representaban para los Ingenieros las presas como estructura. Esa singularidad se anunciaba en su introducción, en la que se decía:

Las reglas, prescripciones y programas contenidos (en el proyecto) no han de considerarse como una pauta invariable a la que necesariamente habrán de sujetarse todos los proyectos de pantanos. Los Ingenieros

quedan en libertad para introducir las modificaciones que consideren necesarias o que hagan indispensables las circunstancias especiales en cada caso.

La rotura de la presa de contrafuertes Vega de Tera (de 33.5 m de altura y 8 hm³ de volumen de embalse), ocurrida en la madrugada del 9 de enero de 1959 durante su primer llenado, causó un total de 144 víctimas en el pueblo de Ribadelago, situado en la margen derecha del río Tera. En ese mismo año fue creada la Comisión Permanente de Normas de Grados Presas; también este hecho llevó a la Administración a crear el Servicio de Vigilancia de Presas dependiente de la Comisaría Central de Aguas. Este servicio redactó las Normas Transitorias sobre Vigilancia de Presas. En sus 26 artículos plantea una filosofía sobre la seguridad de las presas en sus distintas fases y llega a mencionar el riesgo potencial.

En 1960 los ingenieros de la Sección de Vigilancia de Presas redactaron las Normas Transitorias para Grandes Presas, que constituyeron la base para que, en 1962, la Comisión Permanente de Normas de Grandes Presas publicara la Instrucción para el proyecto, construcción y explotación de grandes presas. Esta se aprobó con carácter provisional en 1962, y, después de analizar las sugerencias y observaciones efectuadas por diversos organismos oficiales, instituciones privadas y de la experiencia obtenida por los usuarios, de manera definitiva, en 1967: Instrucción para el Proyecto, Construcción y explotación de Grandes Presas. En aquel momento el número de presas en explotación en nuestro país ascendía ya a unas 527. Esta Instrucción, aún vigente, ha sido la única norma durante 30 años que ha prestado una gran ayuda a los técnicos de una época en la que la construcción de presas alcanzó máximos históricos.

El 20 de octubre de 1982 se produce la rotura por vertido por coronación de la presa de Tous, de materiales sueltos, 71 m de altura y que cerraba un embalse de 45 hm³. La rotura no motivó ni la preparación de una nueva normativa ni la revisión de la existente, sino la puesta en marcha de un Programa de Seguridad y Explotación, aplicable a las presas explotadas por el Estado, que estaba evaluado económicamente en 120 millones de euros, a aplicar a 243 presas en explotación y 53 en construcción. Este Programa constaba de una serie de fases o subprogramas, entre los que se encontraba la elaboración de las Normas de Explotación de las presas y los Documentos XYZT en los que se recopilaría la información

principal relativa al proyecto, construcción y explotación de cada presa, incluidos los datos de auscultación.

En octubre de 1977 se plantea una revisión de fondo de la Instrucción; se trataba de resaltar la importancia de las fases de puesta en carga y de explotación y, posteriormente prestar atención a los depósitos de otro tipo. La referida revisión de la Instrucción fue ampliamente debatida durante muchos años y en muy diversos foros, entre los que destacan las universidades.

2.1.2. Época actual

El día 9 de diciembre de 1994, por acuerdo del Consejo de Ministros y con base en el desarrollo de la Ley 2/1985 sobre Protección Civil, fue aprobada la Directriz básica de planificación de Protección Civil ante el riesgo de inundaciones.

Surge con una filosofía inspirada en la prevención de riesgos, la Directriz básica identifica las presas por su riesgo potencial, con independencia de dónde se hallen ubicadas, del fluido almacenado y de quién ostente su titularidad. Establece la Directriz básica la obligatoriedad de clasificar las presas en función de su riesgo potencial A, B y C y de la implantación de los correspondientes planes de seguridad en los casos correspondientes a las dos primeras categorías.

El 30 de marzo de 1996 fue aprobado mediante Orden Ministerial el Reglamento técnico sobre seguridad de presas y embalses. En el apartado segundo del mismo se establece que en el ámbito de aplicación del Reglamento se incluyen todas aquellas presas cuyo titular sea el Ministerio de Obras Públicas, Transportes y Medio Ambiente o los organismos autónomos dependientes de dicho departamento ministerial conforme a lo dispuesto en la Ley 29/1985 de 2 de agosto de Aguas y aquellas otras asociadas a concesiones con fechas de otorgamiento posteriores a la entrada en vigor del Reglamento.

El actual RD 9/2008 por el que se modifica el Reglamento del Dominio Público Hidráulico aprobado en Abril de 1986, en su Capítulo VII, trata de la seguridad de Presas, Embalses y Balsas y tipifica también la elaboración de las revisiones de seguridad.

2.2. Descripción de la normativa sobre seguridad de presas

2.2.1. Instrucción para el Proyecto, Construcción y Explotación de Grandes Presas de 1967

La Instrucción de 1967 es una norma técnica muy detallada y rígida que impide recoger en los proyectos de las nuevas presas las novedades de todo tipo (métodos de cálculo, procesos constructivos, nuevos materiales, etc.) que iban apareciendo a medida que avanzaba el número de las que se construían tanto en España como en el resto del mundo, y se profundizaba en el conocimiento de su comportamiento y en el de su cimiento.

La Instrucción está pensada, fundamentalmente, para proyectar y construir. Únicamente se aplica a las Grandes Presas, es decir, todas las presas de más de 15 m de altura o las presas entre 10 y 15 m de altura que respondan a una, al menos, de las condiciones siguientes:

1. Capacidad de embalse superior a 100.000 m³.
2. Características excepcionales de cimientos o cualquier otra circunstancia que permita calificar la obra como importante para la seguridad o economía pública.

2.2.2. Directriz Básica de Planificación de Protección Civil ante el Riesgo de Inundaciones

El objeto de la Directriz es establecer los requisitos mínimos que deben cumplir los correspondientes Planes Especiales de Protección Civil, en cuanto a fundamentos, estructura, organización y criterios operativos y de respuesta, para ser homologados e implantados en su correspondiente ámbito territorial, con la finalidad de prever un diseño o modelo nacional mínimo que haga posible, en su caso, una coordinación y actuación de los distintos servicios y Administraciones implicadas.

Plantea una nueva filosofía en la gestión de la seguridad de las presas. Por una parte, y con independencia de quién es el titular, establece la obligatoriedad de clasificar todas las presas españolas en función de su riesgo potencial en caso de rotura o funcionamiento incorrecto en una de las tres siguientes categorías:

1. Categoría A. Corresponde a las presas cuya rotura o funcionamiento incorrecto puede afectar gravemente a núcleos urbanos o servicios esenciales, o producir daños materiales o medio ambientales muy importantes. Son aquellas que si se rompen causan muchas víctimas.
2. Categoría B. Corresponde a las presas cuya rotura o funcionamiento incorrecto puede ocasionar daños materiales o medioambientales importantes o afectar a un reducido número de viviendas. Con probabilidad no despreciable puede provocar víctimas mortales.
3. Categoría C. Corresponde a las presas cuya rotura o funcionamiento incorrecto puede producir daños materiales o medioambientales de moderada importancia y sólo accidentalmente pérdida de vidas humanas. En todo caso, a esta categoría pertenecerán todas las presas no incluidas en las Categorías A o B.

A continuación se presenta en la Figura 2.2 el estado actual del global clasificado, así como su distribución.

A continuación, se muestra en las Figuras 2.3 y 2.4 la situación actual de los Planes de Emergencia de las presas en función de su titularidad.

Además establece que todas las presas que hayan sido clasificadas, de acuerdo con su riesgo potencial, en las categorías A o B deberán disponer de su correspondiente Plan de Emergencia ante el riesgo de avería grave o rotura, siendo la responsabilidad de su elaboración del titular de la misma.

Si bien el comienzo de estos Planes fue difícil, se puede concluir que hoy en día avanzan a muy buen ritmo, como se puede ver en la Figura 2.5.

En la Figura 2.6 se muestra el estado actual en el que se encuentra los distintos Planes de Emergencia para recabar el correspondiente informe favorable, requisito previo e indispensable antes de proceder a su aprobación por parte de la Dirección General del Agua.

Uno de los aspectos más importantes a desarrollar en el Plan de Emergencia de una presa es el análisis de su seguridad que debe incluir la definición de indicadores para poder realizar una identificación fiable, y con el tiempo de antelación suficiente, de las diversas emergencias posibles que se puedan presentar. Para la definición de estos umbrales se tiene

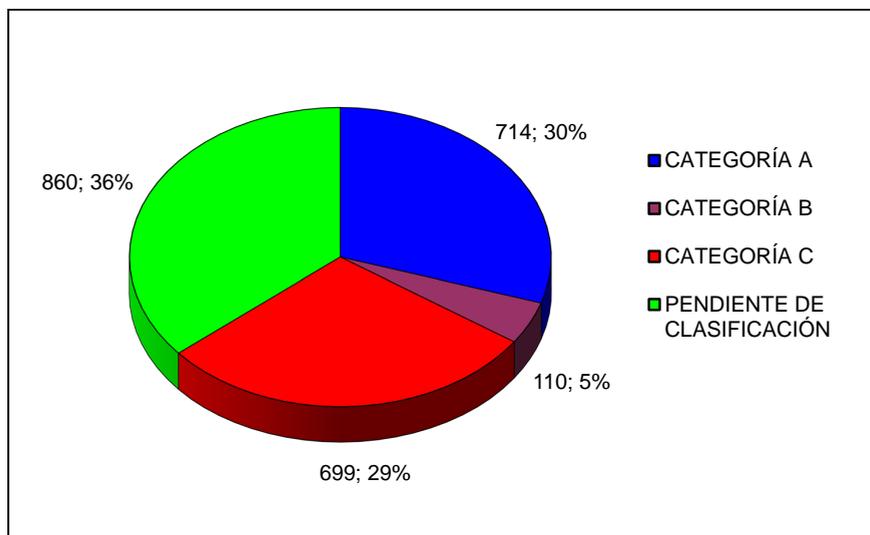


Figura 2.2. Estado actual de clasificación de presas y embalses. Fecha octubre 2008.

en cuenta la historia del comportamiento de la presa, con los datos de auscultación, los fenómenos naturales que ha soportado (avenidas y sismos) y los parámetros y reglas indicados en las Normas de Explotación. En este contexto los sistemas de auscultación y el análisis de los datos proporciona una evaluación del comportamiento de la presa y la selección de los indicadores más importantes (SPANCOLD, 2008).

2.2.3. Reglamento Técnico sobre Seguridad de Presas y Embalses de 1996

De acuerdo con lo que es la tendencia mundial en la materia, el Reglamento Técnico no establece soluciones técnicas concretas en cada una de las fases de desarrollo y utilización de las presas y embalses, que son

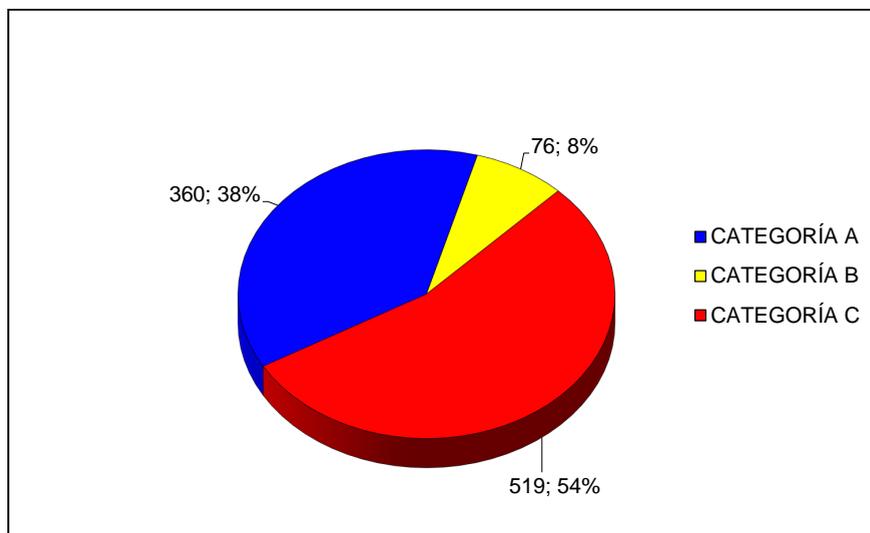


Figura 2.3. Distribución de las presas de titularidad privada. Fecha de actualización Octubre 2008

responsabilidad específica del titular de la presa, sino que procede a fijar los criterios de seguridad que han de tenerse en cuenta para prevenir y limitar social y ambientalmente los riesgos potenciales que estas infraestructuras pueden representar.

El Reglamento se planteó como una norma de seguridad de carácter abierto, fijándose en él las condiciones de seguridad que deben observarse en las diversas etapas de la vida de una presa: proyecto, construcción, puesta en carga, explotación y puesta fuera de servicio. En él se insiste, de manera especial, en la necesidad de realizar un mantenimiento adecuado de las presas, de efectuar inspecciones periódicas y de evaluar de manera continua la seguridad.

Este cambio de normativa ha supuesto una óptica diferente para la gestión de la seguridad de las presas. En vez de centrarse en el diseño y construcción, el Reglamento presta una mayor atención a su explotación

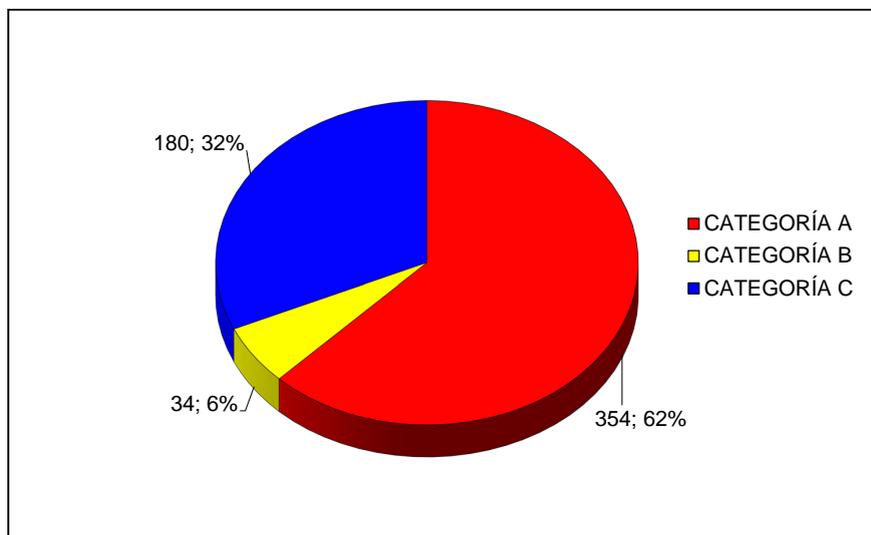


Figura 2.4. Distribución de las presas de titularidad estatal. Fecha de actualización Octubre 2008

y mantenimiento, dado que son muy pocas las que se van a construir en el futuro (De Cea Azañedo, 2002). El objetivo fundamental de este Reglamento es mejorar la seguridad de las presas españolas, tanto de nueva construcción como existentes. Para ello, el Reglamento y la Directriz consideran el riesgo potencial en función de los daños que puedan derivarse de la rotura de la presa, clasificándolas en tres categorías A, B y C (riesgo alto, significativo y bajo) e impone criterios de seguridad más estrictos en las presas de mayor riesgo potencial (las de categoría A).

El Reglamento también indica que el titular de la presa será responsable del cumplimiento de las normas de seguridad en todas y cada una de las fases de experiencia de la presa. A tal fin deberá disponer de todos los medios humanos y materiales que exijan el cumplimiento y mantenimiento de las condiciones de seguridad. Otros aspectos relevantes dentro de este Reglamento son los siguientes: las inspecciones de seguridad, en

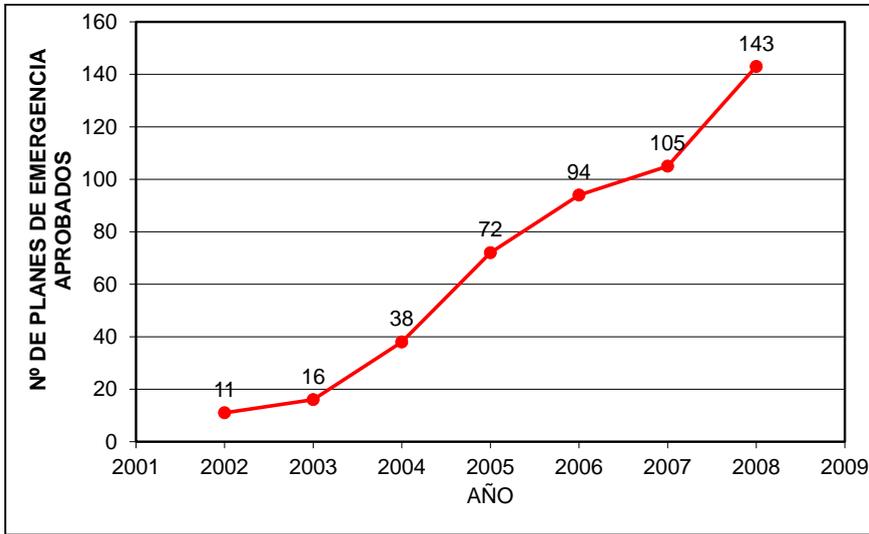


Figura 2.5. Evolución del proceso de aprobación de Planes de Emergencia.

todas las fases de la presa, corresponden a la Administración hidráulica; las revisiones periódicas serán realizadas por un equipo de expertos independientes del titular; se presta una especial atención al primer llenado de la presa y se pone el mayor énfasis en la fase de explotación de la presa.

2.2.4. Principales diferencias entre el Reglamento Técnico sobre Seguridad de Presas y Embalses y la Instrucción para Grandes Presas

El mayor problema que existe en la actualidad para gestionar y evaluar la seguridad de las presas es la existencia de una doble normativa (Reglamento e Instrucción) con diferentes niveles de exigencia en función de quién es el titular de la presa, motivo por el cual se hace cada vez más

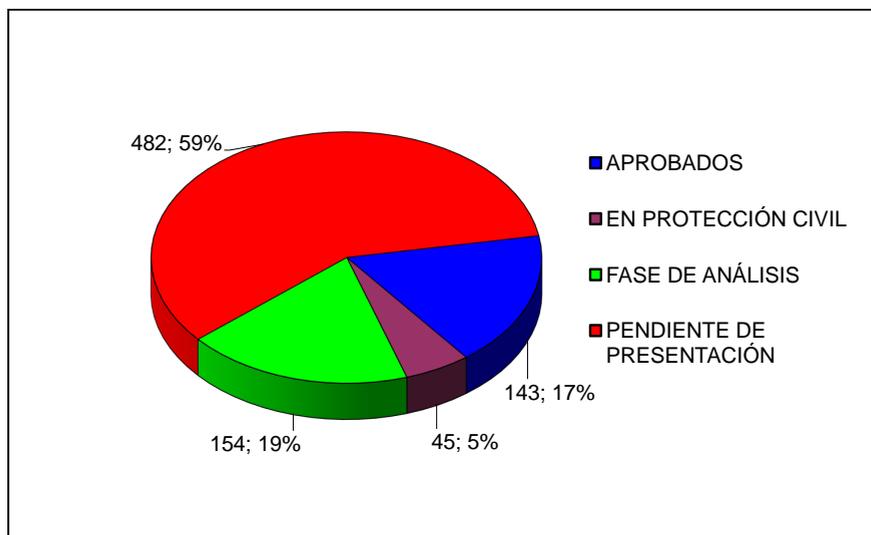


Figura 2.6. Situación actual de los Planes de Emergencia.

necesario y urgente la unificación de criterios en una norma única. Ambas normas presentan grandes diferencias. Lógicas por otra parte, porque en ambos casos, y en el momento de su redacción, trataron de ajustarse a lo demandado por la sociedad en ese instante. A continuación se indican las diferencias existentes:

- La Instrucción de 1967 es una norma técnica de difícil aplicabilidad, dada su rigidez para atender a las nuevas orientaciones científicas y técnicas, la rapidez con que evolucionan los métodos y programas de cálculo, los nuevos procesos constructivos y nuevos materiales. Además, no permite recoger en tiempo real las novedades técnicas que aparecen en el campo de las presas. Esto es debido a no haber sido revisada desde su aprobación en 1967. La mayor ocupación de los cauces; nuevos conceptos de seguridad más exigentes; una sociedad más sensibilizada que demanda una mayor calidad de vida,

seguridad de las personas y protección de la naturaleza, son circunstancias que han contribuido a que los técnicos demanden una normativa con un enfoque distinto. Por el contrario, el Reglamento es una norma-marco que señala criterios que deben tenerse en cuenta en cada una de las etapas de la presa.

- La Instrucción se dirige hacia el Proyecto y la Construcción mientras el Reglamento lo hace más hacia las fases de Explotación y Manteamiento. Ello parece lógico dado que las presas construidas son numerosas frente a una ínfima cantidad por construir, siendo muchas de ellas antiguas, donde su lógico proceso de envejecimiento hace necesario un mayor control y mantenimiento.
- Mientras que la Instrucción buscaba alcanzar la máxima seguridad para la presa, el Reglamento mantiene ese mismo criterio pero relacionándolo con las consecuencias que la rotura o el fallo de la presa pueden ocasionar aguas abajo.
- Por primera vez en España, el Reglamento obliga a clasificar todas las presas en función del riesgo potencial que pueda derivarse de su posible rotura o de su funcionamiento incorrecto, en concordancia con lo establecido en la Directriz. La clasificación se hace en tres categorías de mayor a menor riesgo; A, B, o C, teniendo en cuenta la afección a núcleos urbanos o servicios esenciales, los daños materiales y los daños medioambientales.
- En función del riesgo potencial, es decir según la clasificación de la presa, las prescripciones o requisitos que señala el Reglamento se deben adecuar a las características que concurren en cada caso, justificándolo en el proyecto. La Instrucción se fija solamente en la altura y en el tipo de la presa, fábrica o materiales sueltos, independientemente de su emplazamiento.
- Las normas y criterios que contiene la Instrucción son de aplicación únicamente para las Grandes Presas. El Reglamento legisla para todas las presas, sean grandes o pequeñas, siempre que éstas últimas estén clasificadas como A o B.
- El Reglamento dedica el capítulo II a la organización del control de la seguridad, y lo hace con meticulosidad. Define con claridad

la figura del titular, al que hace responsable de la seguridad de la presa en cada una de las fases de existencia. El titular puede ser la Administración General del Estado, cualquier ente público y persona física o jurídica. Todas las actuaciones, estudios, trabajos y planes dedicados a la seguridad son de la responsabilidad del titular. En cambio, la Instrucción trata este tema con ambigüedad y cierta confusión.

- El Reglamento define claramente cuáles son los cometidos del Órgano de Control de Vigilancia e Inspección de Presas.
- Toda presa mal documentada no puede considerarse segura. El Reglamento, como gran novedad, menciona con reiteración el Archivo Técnico y obliga al titular a su elaboración y actualización periódica.
- Además de las inspecciones rutinarias realizadas por el equipo de explotación, el Reglamento obliga a realizar periódicamente otras inspecciones o revisiones programadas para el análisis de la seguridad de la presa y el embalse. Dichas revisiones deben ser realizadas por técnicos especializados distintos del equipo de explotación. Este tema es novedoso y de un gran interés.
- Otro aspecto novedoso del Reglamento es que establece la obligatoriedad de redactar los Planes de Emergencia ante el riesgo de rotura o accidente grave de la presa para todas las clasificadas en las categorías A y B, las de mayor riesgo potencial. Por lo tanto se debe tener implantado el correspondiente Plan de Emergencia, cuyo contenido mínimo se fija en la Directriz Básica de Protección Civil ante el Riesgo de Inundaciones. En esa misma línea, el Reglamento establece la imposibilidad de poner en carga ninguna presa en tanto no esté aprobado e implantado el Plan de Emergencia.
- En el Reglamento las avenidas se estiman según el riesgo potencial asumible aguas abajo, fijándose: Avenida de Proyecto y Avenida Extrema. Los niveles de embalse y los resguardos se justificarán en el Proyecto y en las Normas de Explotación. El concepto de seguridad hidrológica adquiere una gran relevancia. En la Instrucción se

definen dos avenidas, la de Proyecto y la Normal, ambas se determinan por su periodo de recurrencia, 500 y 50 años respectivamente.

2.2.5. Real Decreto 9/2008 de 11 de enero

En 2008 se aprueba el Real Decreto 9/2008 de 11 de enero por el que se modifica el Reglamento del Dominio Público Hidráulico, aprobado por el Real Decreto 849/1986 de 11 de abril. Esta modificación, en su exposición de motivos indica textualmente:

“La gestión del riesgo, uno de los aspectos fundamentales que debe abordar un país moderno, es el hilo común de esta modificación (...)”.

La modificación comprende aspectos como la clasificación de presas y embalses (art. 358), la definición de las fases de la vida de la presa (art. 359), las competencias en materia de seguridad (art. 360), la creación de una Comisión Técnica de Seguridad de Presas (art. 361), las actividades relativas al control de la seguridad de la presa y embalse (art. 362) y el establecimiento de un Registro de Seguridad de Presas y Embalses (art. 363). Mención especial merece el apartado destinado a las Normas Técnicas de Seguridad de Presas y Embalses (art. 364), donde se establece que el criterio básico para determinar las exigencias de seguridad será el riesgo potencial que pueda derivarse de la rotura o el funcionamiento incorrecto de la presa. Finalmente, se establece la figura de las Entidades Colaboradoras en materia de control de la seguridad de presas y embalses (art. 365), los sujetos obligados en materia de seguridad de presas y embalse (art. 366), las obligaciones del titular (art. 367) y el régimen sancionador (art. 368).

2.2.6. Normativa de aplicación y situación del estado actual

Las normas que están en vigor actualmente son:

- La Instrucción para el Proyecto, Construcción y Explotación de Grandes Presas.
- La Directriz de Planificación de Protección Civil ante el Riesgo de Inundaciones.

- El Reglamento Técnico sobre Seguridad de Presas y Embalses.
- Real Decreto 9/2008 de 11 de enero.

A partir de las normativas sobre Seguridad de Presas, mencionadas anteriormente, se puede deducir su propio ámbito de aplicación en función de las siguientes particularidades (Soriano Peña et al., 2008):

- Según la categoría de la presa (A, B o C) en función del riesgo potencial.
- Si la fecha de entrada en explotación es anterior o posterior al 1 de Abril de 1996.
- Si la titularidad es estatal o existe concesión administrativa.
- Si su altura, longitud de coronación, capacidad de embalse, capacidad de sus órganos de desagüe o la existencia de dificultades especiales han determinado su consideración como Gran Presa.

A continuación se explica la aplicación de la normativa vigente para distintos casos:

1. Directriz de 1995. Se trata de una norma de aplicación universal. Obliga a todas las presas a clasificarlas frente al riesgo potencial. El término presa no está aclarado para: balsas, depósitos, etc.
2. No se puede aplicar la Instrucción de 1967 ni el Reglamento de 1996 a las presas que:
 - (a) No hayan tenido que ser clasificadas según su riesgo.
 - (b) Hayan sido clasificadas como C, no presentan *dificultades especiales* y su altura sea menor que 10 m o si tiene una altura entre 10-15 m si la capacidad es menor que 100.000 m³.
3. Sólo se aplica la Instrucción de 1967 para las presas que hayan sido clasificadas como C, no presentan *dificultades especiales* y su altura sea menor que 10 m o si tiene una altura entre 10-15 m si la capacidad es menor que 100.000 m³.

4. Se aplica la Instrucción de 1967 y se debe tener implantado el correspondiente Plan de Emergencia a las presas que:
 - (a) Sean de titularidad no estatal o con concesión anterior al 1 de Abril de 1996.
 - (b) Hayan sido clasificadas como A o B, con altura mayor a 15 m o si se encuentran entre 10-15 m si la capacidad es mayor que 100.000 m³.
5. Se aplica el Reglamento de 1996 para las presas que sean de titularidad estatal o con concesión a partir del 1 de abril de 1996.

En la actualidad el número de presas que se rigen por la Instrucción es superior a las que quedan dentro del ámbito del Reglamento, tal como se refleja en la tabla 2.1, con la particularidad de que el titular de las primeras tiene la obligación de acomodar el contenido del Archivo Técnico de la presa a lo dispuesto en el Reglamento, así como proponer la clasificación de la presa en función de su riesgo potencial en las categorías A, B o C, (Alonso Franco et al: , 2001).

	Reglamento Técnico 1996	Instrucción 1967
En construcción	16	9
En explotación	334	840
Totales	350	849

Tabla 2.1. Ámbito de aplicación de la normativa vigente.(Alonso Franco et al: , 2001).

2.2.7. Guías Técnicas

Al tener el Reglamento un carácter de norma-marco con contenido tan abierto, tanto la Dirección General de Obras Hidráulicas del Ministerio de Medio Ambiente como el Comité Nacional Español de Grandes Presas han tenido que desarrollar en los últimos años una serie de Guías Técnicas de acompañamiento, con carácter de recomendaciones, para facilitar el trabajo de los técnicos proyectistas, constructores y directores

de la explotación de las presas. Cada Guía cubre un aspecto de la seguridad, pero todas ellas están coordinadas y dirigidas a un único objetivo: intentar aumentar la seguridad actual y futura de las presas de embalses.

Las Guías Técnicas se han desarrollado como complemento del articulado del Reglamento. **No son de obligación, sino de recomendación y no forman parte de texto legal alguno, aunque todo el mundo las sigue.** En la praxis, estas guías son como si fuera legislación. En la práctica estas guías nos llevan a:

- Mantener los mismos cálculos.
- Mantener los mismos coeficientes de seguridad que en la Instrucción de 1967.
- Aumentar los periodos de retorno.

2.2.6.1 Guías Técnicas de seguridad elaboradas por el Comité Nacional Español de Grandes Presas

Dado el carácter de norma marco que tiene el Reglamento, se ha creído conveniente redactar unas guías técnicas con carácter de recomendaciones que faciliten el trabajo a los técnicos proyectistas y directores de la construcción y explotación de las presas y embalses. Las guías seleccionadas hasta el momento se recogen en las tablas 2.2 y 2.3.

Cada Guía cubre un aspecto de la Seguridad, pero todas ellas están coordinadas y dirigidas a un único objetivo: intentar aumentar la seguridad actual y futura de las presas de embalse.

Estas guías permitirán recoger en tiempo real los nuevos conocimientos técnicos y posibilitarán la utilización de nuevos materiales y de procesos constructivos modernos, sin necesidad de modificar el Reglamento. Estos documentos, que exponen y reflejan, de manera detallada, pero precisa, el estado de la técnica actual en cada tema, se han organizado en texto, anejos y apéndices, haciendo referencia a los artículos y aspectos del mismo que se pretende aclarar o ampliar.

Título	Año publicación
Seguridad de Presas	2005
Criterios de Proyectos de Presas y sus Obras Anejas	2002
Estudios Geológico-Geotécnicos y de prospección de materiales	1999
Avenida de Proyecto	1997
Aliviaderos y Desagües	1997
Construcción de Presas y Control de Calidad	1999
Auscultación de las Presas y sus Cimientos	2006
Explotación y conservación	Pendiente
Aspectos ambientales	Pendiente

Tabla 2.2. Guías Técnicas elaboradas por el Comité Nacional Español de Grandes Presas.

Título	Año publicación
Clasificación de presas en función del riesgo potencial	1996
Elaboración de Planes de Emergencia de Presas	2001
Normas de explotación	Pendiente
Informe anual	Pendiente
Revisión de la seguridad	Pendiente

Tabla 2.3. Guías Técnicas elaboradas por la Dirección General de Obras Hidráulicas y Calidad de Aguas.

2.2.6.2 Guías redactadas por la Dirección General de Obras Hidráulicas y Calidad de Aguas

Con el fin de facilitar a los titulares de presas la elaboración de los documentos que señala el Reglamento Técnico, y cuyo plazo comenzó con su aprobación en marzo de 1996, la Dirección General de Obras Hidráulicas y Calidad de Aguas (D.G.O.H.C.A.) ha promovido la redacción de las guías:

- Guía técnica para la clasificación de las presas en categorías en función del riesgo potencial (1996).
- Guía técnica para elaboración de los Planes de Emergencia de Presas (2001).
- Guía técnica para la elaboración de Normas de Explotación de Presas y Embalses (pendiente).
- Guía técnica para la redacción del Informe Anual (pendiente).

Ninguna de ellas tiene carácter normativo, su finalidad es señalar los criterios y las metodologías que pueden emplearse en la elaboración de los documentos correspondientes, para lograr un desarrollo homogéneo de los mismos.

3

Análisis de riesgos en presas y embalses

3.1. Introducción al Análisis de Riesgos

El análisis de riesgos (*AR*) puede definirse como la información disponible para estimar el riesgo que sobre la población, las propiedades o el medio ambiente puede representar un evento con un potencial de causar daños.

La evaluación de la seguridad de presas puede ser manejada desde dos perspectivas:

- La primera es el planteamiento tradicional en la cual se supone que no existe un riesgo de fallo de la presa ya que se ha construido bajo el cumplimiento de las normas de buena práctica y el estado del arte.
- La segunda está orientada al riesgo que asume la posibilidad de fallo de la presa, que puede ser determinado, evaluado y manejado.

En aquellos aspectos en que ha sido utilizado el enfoque tradicional, el análisis de riesgos permite mejorar y ofrecer más información para el proceso de toma de decisiones (ANCOLD: , 2003).

3.2. El análisis de Riesgos

El análisis de riesgos aplicado a la seguridad de presas y embalses tiene por objeto solventar una serie de aspectos sugeridos con anterioridad. En general, el proceso del *AR* implica las siguientes actividades (Hartford et al: , 2004) y (USBR: , 2003):

- Definir el alcance, plazos y presupuesto del trabajo
- Recopilar la información necesaria
- Identificar y definir las solicitudes o cargas
- Analizar la probabilidad de ocurrencia de las solicitudes
- Identificar los modos de fallo o rotura
- Analizar la respuesta de la presa y las probabilidades de rotura
- Estimar las consecuencias provocadas por cada uno de los eventos de rotura
- Estimar el riesgo existente
- Llevar a cabo un análisis de sensibilidad e incertidumbre
- Crear un informe documentado
- Revisar y verificar el informe con ayuda de asesores expertos, si es posible
- Actualizar el análisis, si es necesario

A continuación se detallan brevemente, según el estado del arte, las diferentes tareas que componen el *análisis de riesgos* aplicado a la seguridad de presas y embalses.

3.2.1. Recopilación de información

Esta actividad es ineludible en cualquier tipo de estudio y condiciona enormemente las posibilidades de los mismos. El *Comité Australiano de Grandes Presas* recoge de forma detallada el tipo de aportación ingenieril y la naturaleza de la información que se precisa en función del nivel con que se esté desarrollando el Análisis de Riesgos (ANCOLD: , 2003):

- *Nivel Básico:*

- Recopilar información sobre el proyecto, la construcción, la seguridad y la auscultación.
- Usar y adaptar los estudios hidrológicos y sísmicos existentes
- Utilizar los estudios existentes sobre la estabilidad de la presa o utilizar juicio ingenieril, para presas de materiales sueltos (PMS).
- Comprobar la idoneidad de los filtros y la opción de sifonamiento en función de los datos disponibles en PMS.
- Comprobar la posibilidad de licuefacción en función de los datos disponibles y con juicio en PMS.
- Comprobar la estabilidad de presas de gravedad (PG) en función de los datos disponibles, mediante juicio ingenieril o con ayuda de cálculos básicos.
- Comprobar la fiabilidad de los equipos hidromecánicos y compuertas mediante juicio ingenieril.

- *Nivel Moderado:*

- Efectuar una búsqueda detallada para recopilar información sobre el proyecto, la construcción, la seguridad y la auscultación.
- Efectuar un estudio hidrológico con los estándares del momento así como uno sísmico específico para la presa.
- Recalcular la estabilidad de la presa, en PMS, con los datos disponibles.

- Comprobar la idoneidad de los filtros y la opción de sifonamiento con detalle, en función de los datos disponibles o con nueva información de forma limitada en PMS.
 - Comprobar la posibilidad de licuefacción aplicando un método reconocido para obtener una probabilidad anual de excedencia en función de los datos disponibles o con nueva información de forma limitada en PMS.
 - Comprobar la estabilidad de presas de gravedad bajo el evento hidrológico utilizando el análisis convencional con propiedades estimadas para el cuerpo de presa y cimiento. Para el evento sísmico utilizar los métodos pseudoestáticos.
 - Comprobar la fiabilidad de los equipos hidromecánicos y compuertas mediante juicio ingenieril e información histórica sobre su rendimiento.
- *Nivel Avanzado:*
- Efectuar una búsqueda detallada para recopilar información sobre el proyecto, la construcción, la seguridad y la auscultación.
 - Efectuar un estudio hidrológico con los estándares del momento así como uno sísmico específico para la presa.
 - Recalcular la estabilidad de la presa en PMS teniendo en cuenta las deformaciones plásticas en rotura con detalle, con nuevas prospecciones y datos si es necesario.
 - Comprobar la idoneidad de los filtros y la opción de sifonamiento con detalle, en función de los datos disponibles o con nueva información procedente de ensayos sobre el material del cuerpo de presa si es preciso. Llevar a cabo ensayos de erosionabilidad del filtro si es necesario en PMS.
 - Comprobar la posibilidad de licuefacción aplicando un método reconocido para obtener una probabilidad anual de rotura mientras se produce licuefacción y después de haberse producido, en función de los datos disponibles o con nueva información si es preciso en PMS.

- Comprobar la estabilidad de presas de gravedad bajo el evento hidrológico utilizando el análisis convencional con propiedades estimadas o inferidas de ensayos para el cuerpo de presa, las subpresiones y el cimiento en detalle. Para el evento sísmico utilizar el método de Newmark.
 - Comprobar la fiabilidad de los equipos hidromecánicos y compuertas mediante análisis de fiabilidad básico.
- *Nivel Muy avanzado:*
- Efectuar una búsqueda detallada para recopilar información sobre el proyecto, la construcción, la seguridad y la auscultación.
 - Efectuar un estudio hidrológico con los estándares del momento así como uno sísmico específico para la presa.
 - Recalcular la estabilidad de la presa, en PMS, teniendo en cuenta las deformaciones plásticas en rotura con detalle, con nuevas prospecciones y datos si es necesario.
 - Comprobar la idoneidad de los filtros y la opción de sifonamiento con detalle, en función de los datos disponibles o con nueva información procedente de ensayos sobre el material del cuerpo de presa si es preciso. Llevar a cabo ensayos de erosionabilidad del filtro si es necesario en PMS.
 - Comprobar la posibilidad de licuefacción aplicando un método reconocido para obtener una probabilidad anual de rotura mientras se produce licuefacción y después de haberse producido, en función de los datos disponibles o con nueva información si es preciso en PMS.
 - Comprobar la estabilidad de presas de gravedad bajo el evento hidrológico utilizando el análisis convencional con propiedades estimadas o inferidas de ensayos para el cuerpo de presa, las subpresiones y el cimiento en detalle. Para el evento sísmico utilizar el método de Newmark, modelizando la incertidumbre en los parámetros. Si es necesario utilizar modelos numéricos dinámicos lineales o no lineales.

- Comprobar la fiabilidad de los equipos hidromecánicos y compuertas mediante análisis de fiabilidad detallado.

3.2.2. Inspección de la presa y su zona inundable

Resulta también imprescindible acometer una inspección concienzuda y detallada de la presa y su zona inundable. Pueden encontrarse las claves para actividades posteriores del *Análisis de Riesgo* y es fundamental para poder estimar las consecuencias de una eventual rotura o fallo.

Algunos autores inciden en la necesidad de elaborar fichas que incluyan una lista detallada de los aspectos a revisar y, poco tiempo después de llevar a cabo la inspección, documentarlas mediante un informe (DEFRA: , 2002).

3.2.3. Eventos de carga o solicitaciones

Se entiende por *carga* las fuerzas que pueden actuar sobre la presa, su cimiento y los equipos hidromecánicos debido a solicitaciones externas. En particular, se considera las condiciones normales del embalse, el evento hidrológico, el sismo y cualesquiera acciones naturales o especiales que puedan incidir sobre la presa y su embalse (hielo, sedimentos, avalanchas, deslizamientos de ladera en el vaso, etc.).

Además de las anteriores, también se debe tener en cuenta otras solicitaciones no directamente ligadas a una fuerza o esfuerzo, pero que pueden actuar sobre la presa y derivar, según la respuesta de la presa y las acciones tomadas, en la rotura. Estas otras solicitaciones pueden ser (Hartford et al: , 2004):

- Procesos de operación: respuesta de equipos, errores humanos, etc.
- Procesos de tipo interno: reacciones álcali-árido del hormigón, corrosión, fatiga, sifonamiento, erosión interna, etc. (DEFRA: , 2002)
- Acciones antrópicas: vandalismo, atentados, actos de guerra, etc.

Entre todas estas solicitaciones, las de naturaleza hidrológica son las más importantes, en general, y siempre son consideradas en los estudios. Su caracterización suele realizarse mediante el ajuste de los datos reales

disponibles, bien sean datos de precipitaciones o datos de caudales procedentes de una estación de aforo. Cuando no se dispongan de datos de caudales, se obtendrán los datos de lluvias de las estaciones más cercanas y se procederá a un ajuste de función de extremos. Si posteriormente se maneja un modelo hidrometeorológico para estimar los caudales resultantes, se asigna a estos últimos la misma probabilidad anual de excedencia que las precipitaciones de partida (véase, por ejemplo, (CNGP: , 1997)).

Sin constituir por sí misma una solicitud¹, la fiabilidad de las compuertas de aliviadero para funcionar cuando se las requiere constituye un aspecto que determina enormemente la magnitud final de las cargas de naturaleza hidrológica. Siendo un campo relativamente novedoso en el contexto de la seguridad de presas, un primer esfuerzo por cuantificar la fiabilidad de las compuertas de aliviadero fue realizado por (Lewin et al: , 2003) en el año 2003. Más recientemente, (Barker et al: , 2005) han aplicado con éxito un completo estudio de fiabilidad en el marco de unas obras de emergencia para recrecer un aliviadero en Australia.

En cualquier caso, las cargas o solicitudes que pueden crear riesgo en el sistema de la presa han de ser identificadas y seleccionadas mediante un proceso iterativo de cribado. Además, en estudios cuantitativos, es prescriptivo definir escenarios de carga (en general, diferentes de los escenarios de rotura) de la siguiente forma:

- Producir curvas de frecuencia, que enfrentan probabilidad anual de excedencia con una determinada magnitud, para definir un dominio de solicitudes
- Dividir ese dominio de solicitudes en intervalos de carga que serán utilizados numéricamente en el Análisis de Riesgos

El primero de los anteriores aspectos también es común al enfoque tradicional de la seguridad en presas y embalses.

En función de la forma en que se efectúe la partición del dominio de cargas se puede afectar la exactitud de los cálculos posteriores y, habida cuenta de la notable incertidumbre que se introduce en el análisis, todos los autores coinciden en la conveniencia de evitar errores computacionales durante el proceso.

¹Ni tampoco un modo de rotura.

Finalmente se indica en la Figura 3.1 algunas cargas discutidas sobre un esquema conceptual de un sistema presa-embalse.

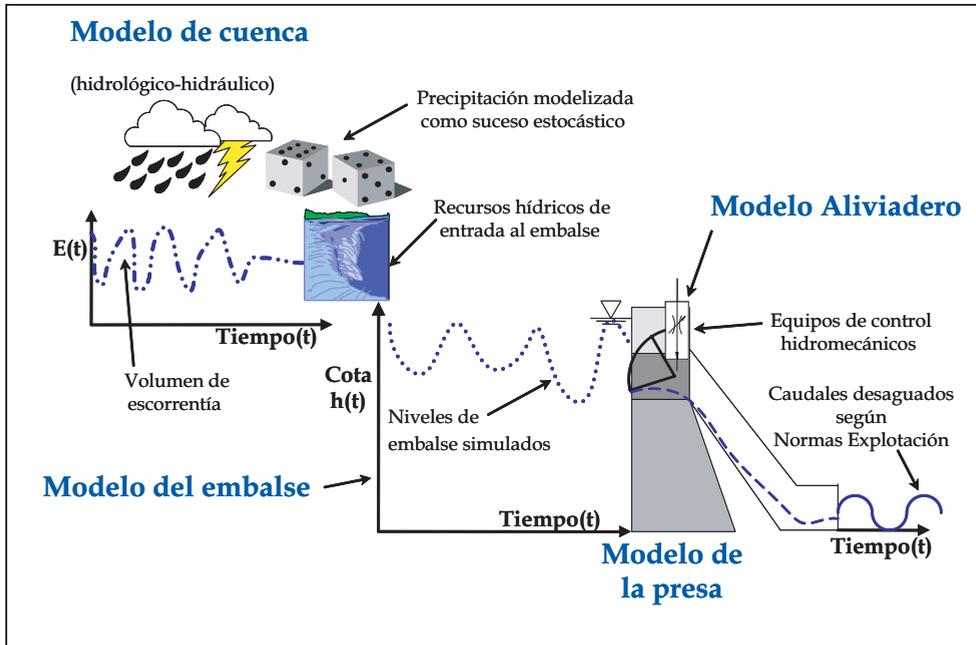


Figura 3.1. Esquema general, espacial y de funcionamiento, para un determinado sistema presa-embalse. Fuente: Hartford et al (Hartford et al: , 2004) y, posteriormente, en (ICOLD: , 2005).

3.2.4. Análisis de modos de fallo potenciales

La identificación de los modos de fallo o rotura es otro de los pasos esenciales del *AR* debido a que sienta las bases para el resto del proceso (Hartford et al (Hartford et al: , 2004)).

Dicha búsqueda obliga a una revisión rigurosa y sistemática del sistema presa-embalse a fin de averiguar la forma en que ésta, su cimentación o los equipos hidromecánicos pueden dejar de prestar sus servicios o romper bajo las cargas o sollicitaciones impuestas.

A continuación se señalan las pautas a seguir:

- Revisiones de seguridad que aporten información específica de la presa, el cimiento y la zona inundable aguas abajo
- Consideración de casos históricos de rotura o información sobre incidentes en presas similares
- Realizar una lista de todas las causas de inicio de rotura y modos de fallo contemplados en la normativa o directrices vigentes
- Elaborar matrices sencillas donde se combine las solicitaciones o amenazas principales sobre el sistema presa-embalse con modos de fallo potenciales
- Efectuar consultas y preguntas específicas a las personas que explotan habitualmente la presa o las que han realizado el proyecto
- Realizar árboles de eventos o árboles de fallo sencillos a partir de esquemas espaciales o funcionales del sistema presa-embalse

Por otra parte, no todos los modos de rotura poseen igual importancia en el marco del *análisis de riesgos*. Como la propia definición de riesgo implica, teniendo en cuenta el segundo componente del mismo existen diferentes grados de fallo en función de la severidad de las consecuencias, la magnitud de los caudales provocados aguas abajo de forma incontrolada y el coste de las reparaciones precisas ((ANCOLD: , 2003), (Douglas et al: , 1998) y (Foster et al: , 1998)).

Un proceso sistemático y establecido para analizar los modos de rotura lo constituye el *FMEA*² (“*Failure Modes and Effects Analysis*”) o el *FMECA* (“*Failure Modes, Effects and Criticality Analysis*”). El último añade al primero un tipo de jerarquización de los modos de fallo en función de su verosimilitud y la severidad de sus consecuencias sobre el sistema y, por tanto, suele efectuarse en *AR* cualitativos³.

Además de la anterior metodología, son notables los esfuerzos llevados a cabo en otros países para intentar profundizar en el conocimiento que se tiene de los mecanismos de rotura en presas de diversas tipologías

²En ocasiones, denominado como PFMA simplemente, es decir, *Potential Failure Mode Analysis*.

³En los análisis de riesgos cuantitativos se evalúa, tanto la verosimilitud como la severidad, de forma explícita y detallada en las actividades siguientes del proceso

mediante la experimentación con modelos físicos (véase, p. ej., (Wang et al: , 2006) e (IMPACT: , 2004)).

En cualquier caso, tal y como desarrolla (Sánchez Caro, F.J: , 2007), para ahondar en el conocimiento de los modos de fallo y poder detectarlos es necesario recurrir a la información proporcionada por la auscultación que, por tanto, debe ser recopilada adecuadamente y, sobre todo, analizada posteriormente.

3.2.5. Respuesta del sistema: probabilidades condicionales de rotura

El análisis de la respuesta del sistema implica modelizar el comportamiento de la presa frente a todos los escenarios de sollicitación definidos anteriormente. Para ello son necesarios los siguientes pasos (ICOLD: , 2005):

- Desarrollar un modelo adecuado a los requerimientos del estudio y determinar la información necesaria para emplearlo (Escuder, I.: , 2001); véase, por ejemplo, el mostrado en la Figura 3.2 para uno de los subsistemas de una presa de materiales sueltos
- Hacer funcionar el modelo para los diversos escenarios de carga establecidos
- Descomponer, en la medida de lo posible, el mecanismo de la rotura en elementos singulares o, en su caso, desarrollar un modelo global y complejo del sistema. Para ello puede utilizarse esquemas lógicos como los árboles de eventos o los árboles de fallo, de los que se muestra un ejemplo en la Figura 3.3

Existen tres enfoques para estimar las probabilidades condicionales de rotura en una presa, a saber:

Análisis cuantitativo Consiste en realizar un modelo del problema a tratar e introducir en él la incertidumbre de todos los parámetros que intervengan, obteniendo como resultado una función de probabilidad.

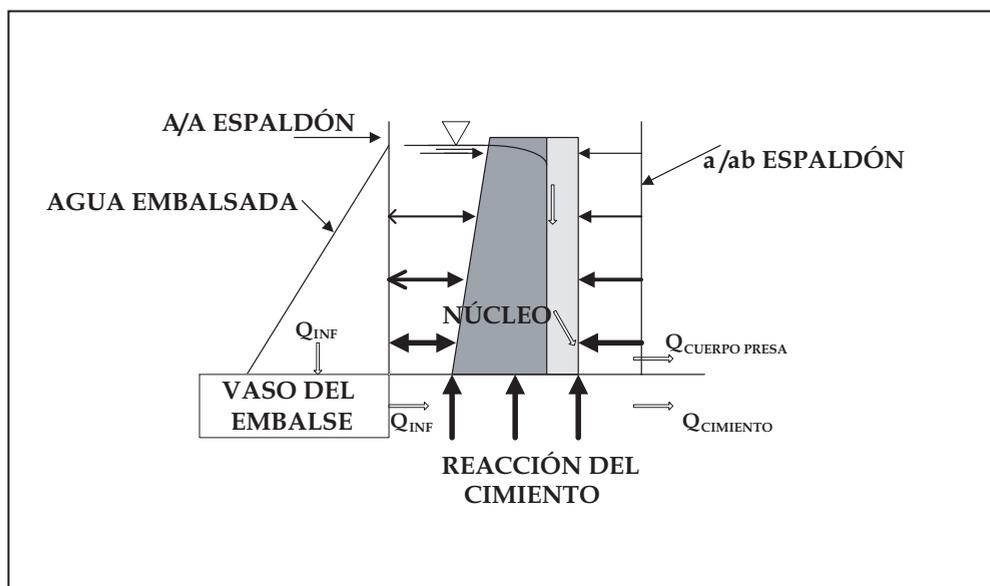


Figura 3.2. Modelo funcional teórico para el caso de una presa de materiales sueltos. Fuente: (Hartford: , 2005) y, posteriormente, en (ICOLD: , 2005).

Por ejemplo, en el caso del modo de fallo de desbordamiento por coronación se podría plantear el problema sólo en términos del caudal punta de la avenida. Aún con esa grave limitación, habría que estimar la probabilidad anual de que la *carga*, la avenida, supere la *resistencia*, la capacidad de evacuación.

Este esquema se indica en la Figura 3.4, y con él se puede calcular la probabilidad anual de rotura o si se desea, integrándola a lo largo de la vida útil, la probabilidad total de fallo.

Este cálculo necesita la definición de una estructura probabilística no sólo de la acción sino también de la resistencia, ya que la capacidad del aliviadero es también un dato que no se conoce con precisión.

Juicio de Experto Es la opinión, sobre la verosimilitud de un evento, emitida por un ingeniero entrenado para ello y en condiciones controladas y específicas. Siempre satisface los axiomas de la probabilidad e incluye habitualmente los descriptores verbales de proba-

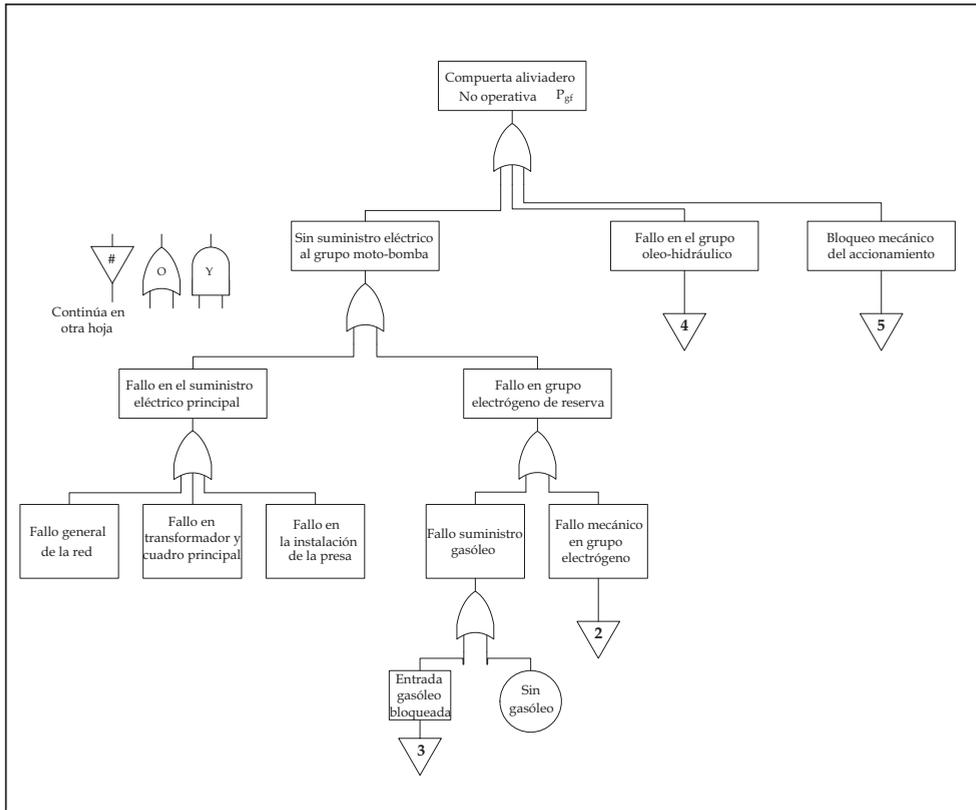


Figura 3.3. Ejemplo de árbol de fallos para modelar el subsistema *compuerta de aliviadero*. Fuente: (Hartford: , 2005) y, posteriormente, en (ICOLD: , 2005).

bilidad (véase, entre otros, (Bedford et al: , 2001), (Morgan, M.G. et al:, 1990), (Rosqvist, T.:, 2003) y (G. Membrillera et al: , 2005)).

Referencias históricas Procedentes de otras presas similares en el pasado dado que, a pesar de que cada presa es única, cuando los métodos históricos se basan en una población numerosa de embalses y se ajustan en función de la edad de la presa analizada y sus condiciones constituyen una herramienta útil en estudios preliminares o como orden de magnitud.

De las técnicas anteriores, en el momento actual sólo se considera las dos primeras para generar una probabilidad de manera consistente y, por

tanto, serían empleadas en un *AR* cuantitativo. El resto no pueden dar como resultado esa probabilidad, aunque resultan siempre una ayuda a lo largo de todo el proceso.

En general, la probabilidad de rotura se obtiene integrando en el dominio de rotura la función de densidad conjunta de todas las variables aleatorias involucradas en el problema. Ello implica la necesidad de definir dicho dominio, que en el caso de sistemas presa-embalse suele englobar, como mínimo, al conjunto de posibles eventos sísmicos y los niveles de embalse, que incluirían asimismo los escenarios de explotación ordinaria, los eventos hidrológicos y las distintas opciones de funcionamiento en compuertas.

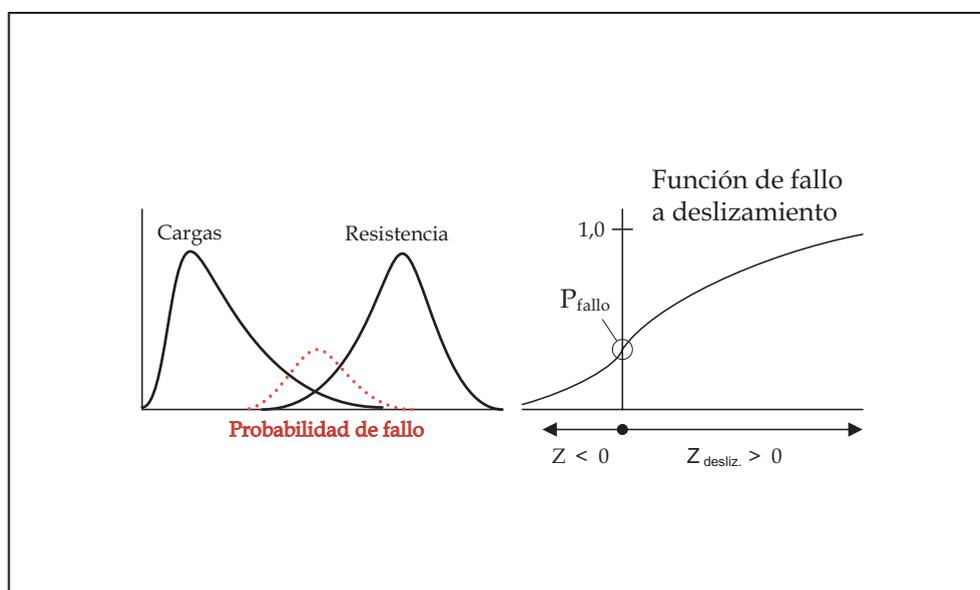


Figura 3.4. Ejemplo básico de cómo obtener la probabilidad condicional de rotura en el caso de considerar, exclusivamente, las variables aleatorias *solicitud* y *resistencia*.

El concepto de sistema, en este caso, puede referirse a una única presa junto con su correspondiente embalse y, teniendo en cuenta la segunda componente del riesgo, habrá de incluir igualmente el territorio aguas abajo de la estructura de cierre o cualesquiera dentro de la influencia de la presa o el embalse. A su vez, partes concretas de este sistema más

general pueden ser modeladas como subsistemas que, dependiendo del tipo de análisis, adoptarán diversas formas (geométricas, matemáticas, etc.).

El objetivo de los modelos es simplificar el sistema de manera que resulte tratable el cálculo de la respuesta, pero intentando representar de forma realista la lógica del sistema, las influencias sobre el mismo y las incertidumbres presentes.

Volviendo a la definición de una probabilidad condicional de rotura, debe reseñarse que, en el caso de sistemas presa-embalse, se ha utilizado habitualmente una única carga crítica que remite directamente a la probabilidad anual de ocurrencia de la solicitación que provoca dicha rotura⁴ (Kreuzer: , 2000). Esta aproximación es válida únicamente cuando se cumple lo siguiente:

- Se analiza un único mecanismo de rotura
- Existe mínima incertidumbre en la magnitud de la carga que provoca la rotura
- Existe mínima incertidumbre en la respuesta de la presa

Entre las aplicaciones presentes en la literatura especializada pueden destacarse los trabajos desarrollados en los Países Bajos para estudiar y modelar los modos de rotura asociados a las estructuras marinas de defensa y sus diques, ver Figura 3.5

En otro orden de cosas, diversos autores destacan la conveniencia de efectuar análisis de incertidumbre y sensibilidad a los resultados ((AN-COLD: , 2003) y (Hartford et al: , 2004)). De esta manera, se puede establecer el grado de confianza en las estimaciones efectuadas. El matiz entre ambos análisis se puede deducir a partir de las definiciones respectivas:

⁴La anterior aproximación ha sido empleada, sobre todo, para el modo de fallo por sobrevertido dado que permite deducir empíricamente cuándo sobreviene el fallo. Este último planteamiento, de forma implícita, está considerando un único punto en la integral de la función de densidad conjunta al igualar la probabilidad anual de rotura con la probabilidad de aparición de la *avenida crítica*. De la función de densidad que representa la respuesta de la presa, sólo considera que la probabilidad de rotura toma el valor uno cuando aparece la solicitación asociada a esa *avenida crítica*. Este planteamiento subestima la probabilidad de rotura para cargas ligeramente menores que la crítica y sobrestima la probabilidad para la propia *avenida crítica*.

Análisis de incertidumbre Determinación de la variación en la imprecisión de los resultados del modelo como resultado de llevar a cabo una variación conjunta de todos los parámetros involucrados.

Análisis de sensibilidad Determinación del cambio en la respuesta del modelo como consecuencia de variaciones en un parámetro concreto o en el modelo mismo.

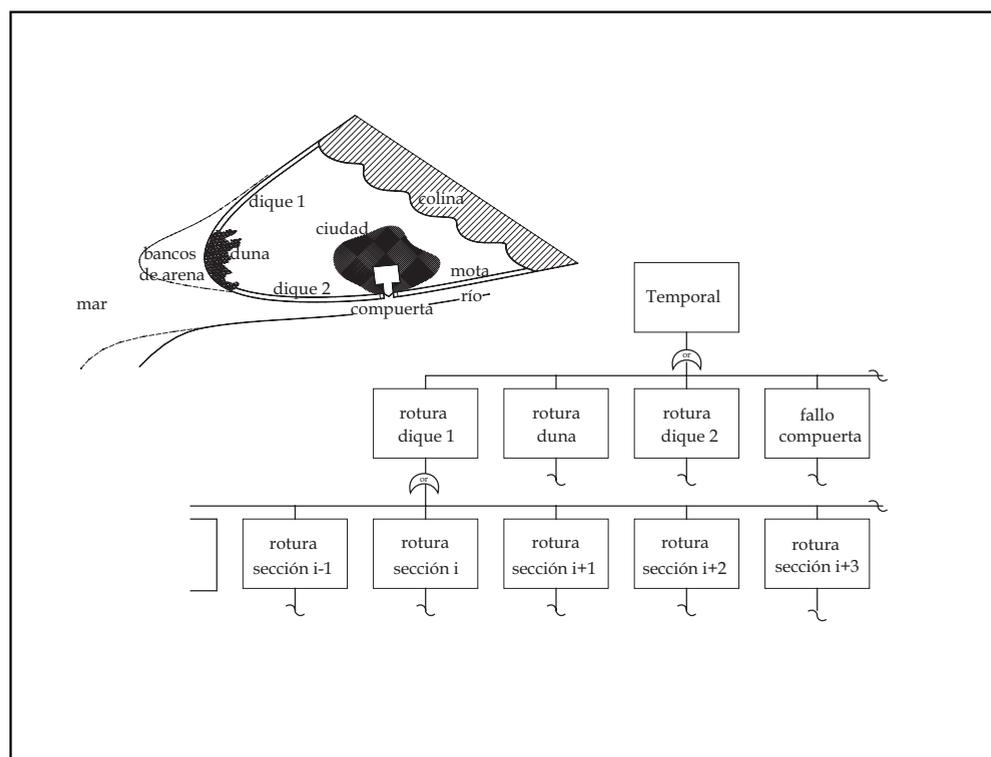


Figura 3.5. Sistema de defensa frente a avenidas en Holanda, representado mediante un árbol de fallos. Fuente: (Vrijling, J.K.: , 2001).

3.2.6. Estimación de daños y consecuencias

El análisis de las consecuencias provocadas por la rotura de una presa implica la estimación de las pérdidas directas e indirectas. En general, se

trata de identificar las pérdidas potenciales y estimar su magnitud mediante una descripción probabilística, si es posible, y teniendo en cuenta la evolución temporal en las características del área potencialmente inundable.

Nivel	Escenario de rotura	Valoración de inundación aguas abajo	Valoración de consecuencias sobre la vida	Valoración de consecuencias económicas
Básico	Un día soleado y su inundación relacionada	Aplicable. La modelación hidrológica es reemplazada por métodos empíricos	Aplicable	Aplicable
Moderado	Uno o más escenarios para componentes importantes de la presa y niveles de embalse	Aplicable	Aplicable	Aplicable
Avanzado	Uno o más escenarios para componentes importantes de la presa y escenarios de embalse	Aplicable	Aplicable	Aplicable
Muy Avanzado	Más de un escenario para componentes importantes de la presa y escenarios de embalse	Aplicable	Aplicable. Incluir los modelos de evaluación resulta preceptivo	Aplicable

Tabla 3.1. Niveles en la estimación de consecuencias. Fuente: ANCOLD (ANCOLD: , 2003)

Tal y como se muestra en la tabla 3.1, la estimación de consecuencias puede desarrollarse a distintos niveles y, siendo muy habitual evaluar las consecuencias económicas, los mayores esfuerzos se han realizado para modelar la pérdida potencial de vidas humanas. Tal y como mencionan Jonkman y Lentz en el borrador (Jonkman et al: , 2006), para estimar la pérdida potencial de vidas humanas como consecuencia de una avenida es necesario utilizar un modelo que incluya las principales variables. La razón estriba en la complejidad del fenómeno y las grandes incertidumbres presentes.

Los pasos involucrados en cualquier modelo encaminado a cuantificar la pérdida potencial de vidas humanas en un evento catastrófico de avenida se muestran en el esquema de la Figura 3.6, donde los tres elementos principales son:

1. Efectos físicos relacionados con la avenida (calado, velocidad, duración) y el territorio afectado
2. Población expuesta en el territorio afectado, teniendo en cuenta los posibles mecanismos de aviso y evacuación (véase también la Figura 3.7)
3. Mortandad entre la población finalmente expuesta

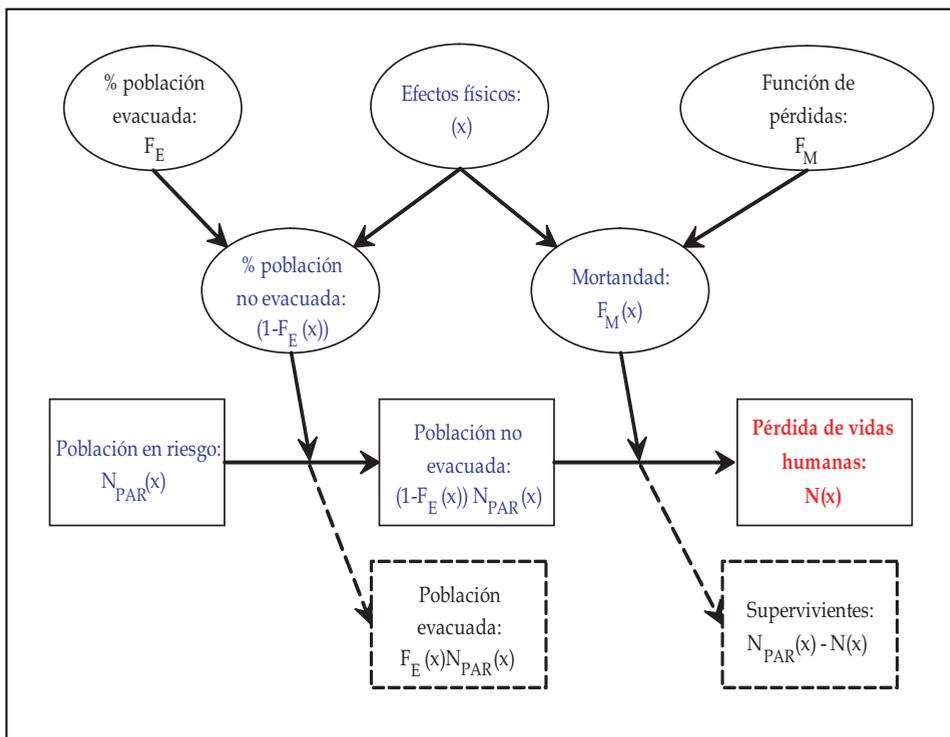


Figura 3.6. Esquema general para la estimación de la pérdida potencial de vidas humanas. Fuente: (Jonkman et al. , 2006).

En primer lugar, se produce la rotura del sistema presa-embalse, que tiene asociados unos efectos físicos representados mediante un vector \mathbf{x} . Por otra parte, la población expuesta a los efectos de la avenida dependerá de la población total dentro del territorio afectado, $N_{PAR}(\mathbf{x})$, y el porcentaje de personas que se haya podido evacuar $F_E(\mathbf{x})$. Finalmente,

suele utilizarse una función de daños $F_M(\mathbf{x})$ (de mortandad aquí) que proporciona la pérdida de vidas humanas, $N(\mathbf{x})$, en función de los efectos físicos. De esta manera, la pérdida de vidas humanas puede estimarse en un determinado escenario mediante la expresión recogida por (Lentz et al: , 2004):

$$N(\mathbf{x}) = F_M(\mathbf{x}) \cdot (1 - F_E(\mathbf{x})) \cdot N_{PAR}(\mathbf{x}) \quad (3.1)$$

En general, la población en riesgo (N_{PAR}) dentro de un determinado escenario de rotura no coincide con la población censada (N_{POB}), dado que, por ejemplo, la gente se traslada a los centros de trabajo en horas laborales, puede estar inmersa en atascos durante las horas punta, o encontrarse en una segunda vivienda durante las épocas de vacaciones.

La población expuesta, N_{exp} , a los efectos dañinos de la avenida es aquella que no ha podido ser evacuada o escapar antes de la llegada de la onda hidráulica, según:

$$N_{exp} = (1 - F_E(\mathbf{x})) \cdot N_{PAR} \quad (3.2)$$

Por otra parte, la probabilidad de lograr evacuar a la población se determina comparando el tiempo disponible (T_D) hasta la ocurrencia de la rotura de la presa y el tiempo necesario para llevar a cabo la evacuación de la población (T_{evac}). En este sentido, la probabilidad de tener éxito, $F_E(\mathbf{x})$, en la evacuación de una determinada fracción de población, y en un escenario dado, viene dada por:

$$F_E(\mathbf{x}) = P(T_{evac}(\mathbf{x}) \leq T_D(\mathbf{x})) \quad (3.3)$$

En la Figura 3.8 se muestra con claridad los diferentes tiempos involucrados en el proceso⁵ donde, además del T_D y T_{evac} , se requiere un tiempo previo (T_{pre}) para poder predecir, detectar y determinar el escenario de

⁵Se analiza exclusivamente el proceso de evacuación en fenómenos de avenidas, naturales o provocadas por la rotura de una presa. Las variables e incertidumbres del problema cambian notablemente si se considera otro tipo de eventos catastróficos; como los accidentes de aviación, la seguridad en túneles o las catástrofes nucleares.

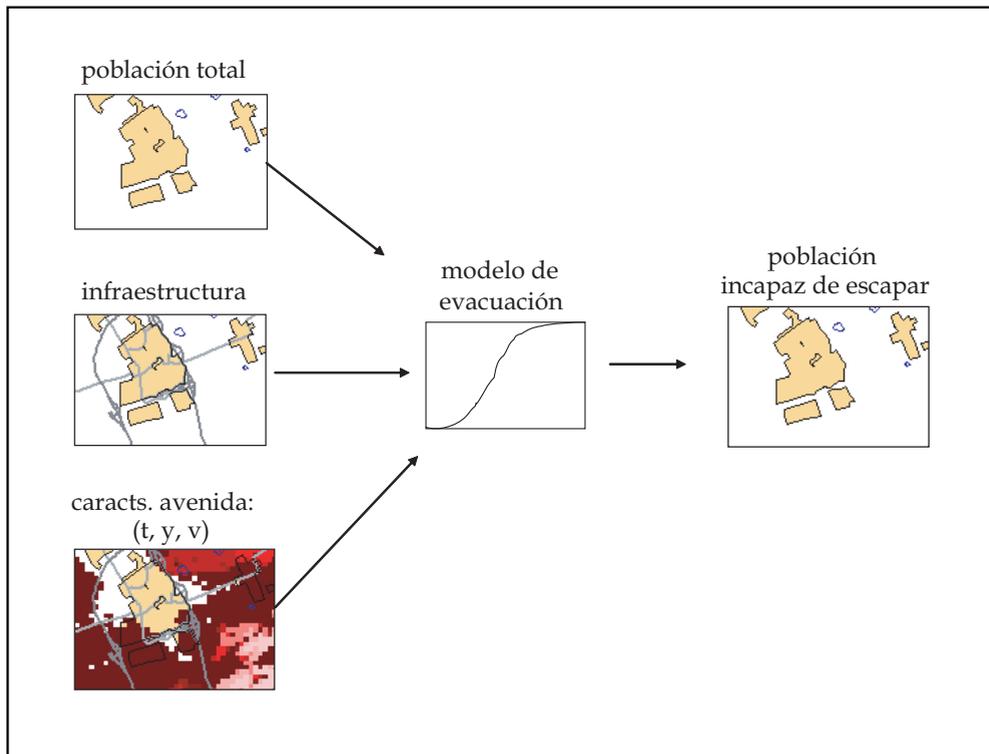


Figura 3.7. Componentes básicos de cualquier modelo de evacuación utilizado en el caso de avenidas; con empleo de sistemas de información geográfica (SIG).

emergencia y, de esta forma, avisar a la población. A su vez, existe otro retardo (T_{aviso}) entre la emisión del aviso y la recepción del mismo por parte de la población en riesgo y, finalmente, otro tiempo (T_{resp}) para que ésta reaccione y responda a la señal. En todos estos procedimientos, debe modelarse también las probabilidades de que el sistema de aviso falle o, incluso, que población avisada no resulte evacuada.

Para estimar la mortandad resultante puede desarrollarse una modelación a nivel individual o con pequeños grupos aislados de población, que requerirá después una integración laboriosa. Otra alternativa más común es manejar unos umbrales generales que dependan de las condiciones físicas de la avenida y aplicar una función de daños (F_M) sobre la población no evacuada en cada uno de los elementos en que se haya discretizado el sistema físico; tal y como se muestra en el esquema de

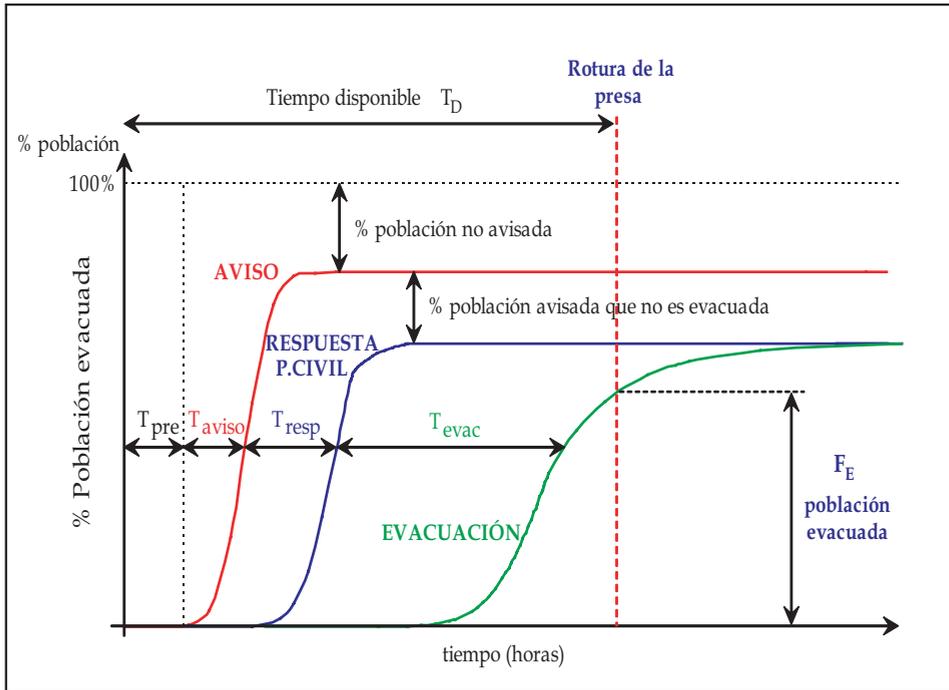


Figura 3.8. Distribución de los tiempos considerados en un proceso de evacuación para la población en riesgo de avenidas.

la Figura 3.9. (Jonkman: , 2005), por ejemplo, propone una función de tipo exponencial, mientras que (Triana, E.: , 2007) utiliza la función de daños elaborada en el ámbito de la Comunidad Valenciana por el Plan de Acción Territorial de carácter sectorial sobre prevención del Riesgo de Inundación en la Comunidad Valenciana (*PATRICOVA*).

La integración de las anteriores expresiones a lo largo de todos los escenarios proporciona el *valor esperado de la pérdida potencial de vidas humanas* $E(N)$, según:

$$E(N) = \int_0^{\infty} f_S(\mathbf{x})F_M(\mathbf{x})(1 - F_E(\mathbf{x}))N_{PAR}(\mathbf{x})d\mathbf{x} \quad (3.4)$$

donde:

f_S : función de densidad para la ocurrencia de los efectos físicos \mathbf{x} ,
 F_M : función de daños (mortandad),

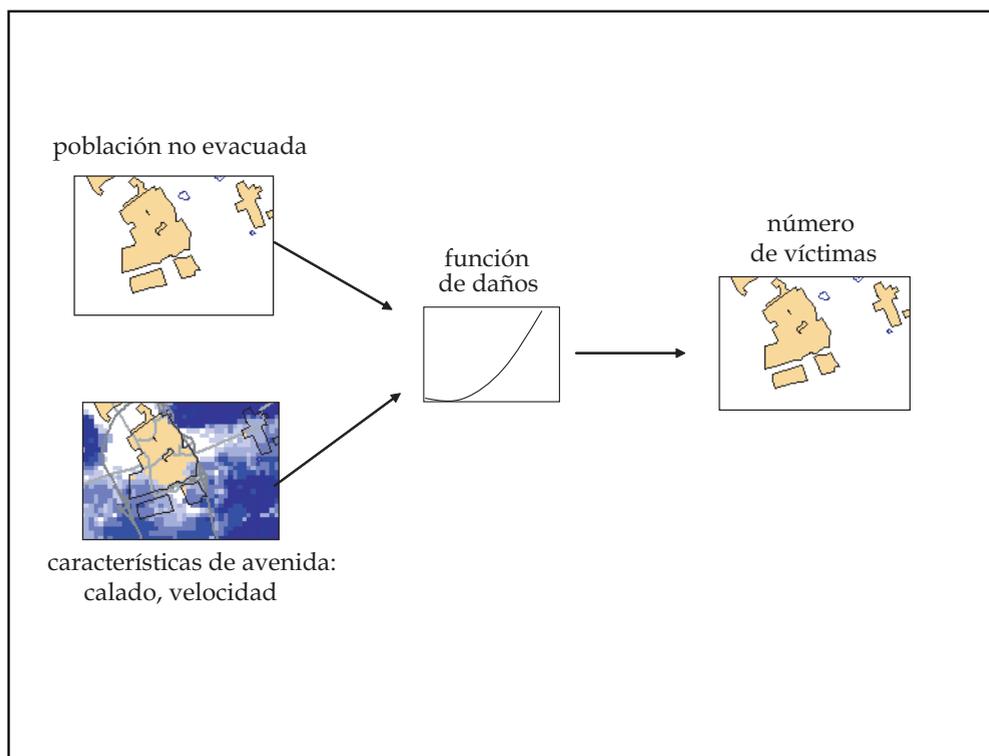


Figura 3.9. Componentes básicos de cualquier modelo para la estimación de la pérdida potencial de vidas humanas utilizado en el caso de avenidas; con empleo de sistemas de información geográfica (SIG).

F_E : función de evacuación,
 N_{PAR} : población en riesgo.

Por otra parte, en la Figura 3.10 se muestra un esquema formal muy similar que, en este caso, serviría para estimar los daños económicos asociados a un evento de avenida.

Respecto a las aplicaciones concretas en el ámbito de la seguridad de presas, el Bureau of Reclamation planteó en el año 1999 una metodología para estimar la pérdida potencial de vidas humanas elaborada por McClelland sobre una base empírica. Sigue siendo utilizada de forma directa por el propio (USBR: , 1999) y otros autores la han empleado como partida para realizar ligeras modificaciones después; como, por ejemplo,

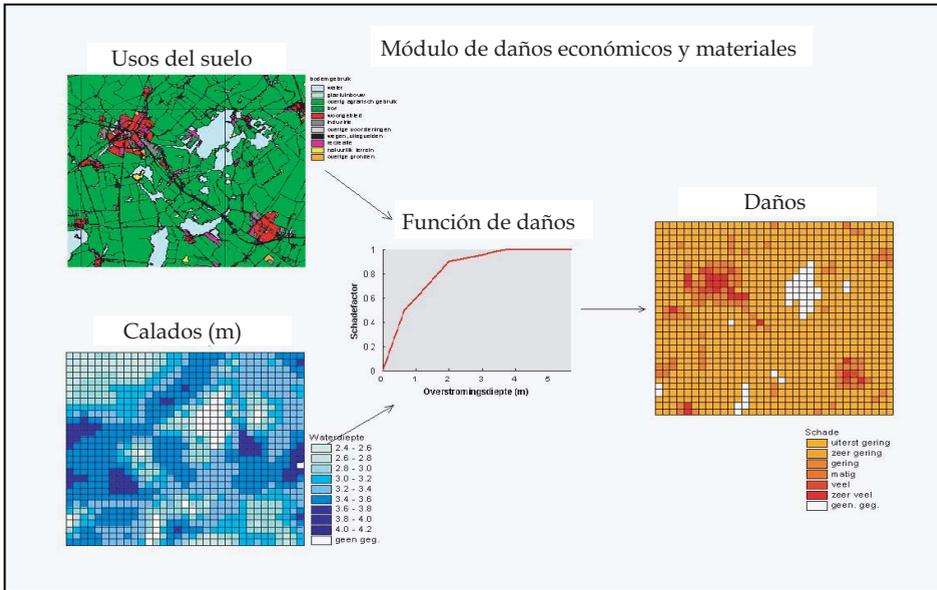


Figura 3.10. Componentes básicos de cualquier modelo para la estimación de daños económicos en el caso de avenidas; con empleo de sistemas de información geográfica (SIG). Fuente: (van Gelder et al.; 2003).

un proyecto piloto desarrollado en Finlandia (Maijala, T.: , 2001). Esta metodología implica los siguientes pasos:

1. Determinar los escenarios de rotura que debe evaluarse
2. Determinar el área inundada para cada uno de los escenarios de rotura
3. Determinar si el número de personas expuestas a la avenida provocada por la rotura está afectado por el momento del día, la semana o el año en que se produce
4. Estimar los rangos esperables de población en riesgo para cada escenario
5. Determinar cuándo se iniciarán los mecanismos de aviso en relación al tiempo que tardará la onda de avenida en llegar a los lugares donde existe población en riesgo

6. Aplicar las ecuaciones empíricas o los algoritmos que estiman las muertes esperables en función de la población en riesgo, la intensidad de la avenida y los tiempos de aviso
7. Documentar la pérdida potencial de vidas humanas tratando de incorporar la incertidumbre existente

Al margen de la metodología del USBR, el principal modelo elaborado para estimar consecuencias en sistemas presa-embalse realizando un análisis de incertidumbre fue concluido en el año 2004 por (Aboleata et al: , 2002, 2003, 2004). Su desarrollo fue esponsorizado por el U.S. Army Corps of Engineers y el ANCOLD australiano, constituyendo un modelo capaz de simular dinámicamente eventos de avenida en el espacio y que precisa información catastral y geográfica disponible en la actualidad en países desarrollados. El modelo *LIFESim* está construido en base a módulos que giran en torno a una base de datos creada en entorno *SIG*, siendo los principales:

1. *Módulo de tránsito hidráulico*, que conecta con un modelo hidráulico para crear capas con los calados y velocidades estimados en toda el área analizada y durante todo el evento de avenida.
2. *Módulo de pérdida de protección*, que simula las condiciones de protección física que las personas pueden tener durante las avenidas; desde áreas críticas donde resulta fácil ser arrastrado por las aguas o morir ahogado, pasando por zonas comprometidas donde la protección es mínima debido a los daños sufridos, y terminando en áreas completamente seguras.
3. *Módulo de aviso y evacuación*, que simula la redistribución espacial de la población tras la emisión de un aviso; incluyendo evacuaciones en el sentido horizontal, huyendo a pie o con vehículos, o en el sentido vertical, buscando cobijo en zonas más altas de edificios seguros o el propio terreno.
4. *Módulo de pérdida de vidas humanas*, que se basa en las áreas identificadas previamente por los otros módulos, la redistribución final de la población y unas funciones de mortandad.

5. *Módulo de incertidumbre*, que permite llevar a cabo análisis de incertidumbre con las variables aleatorias consideradas.

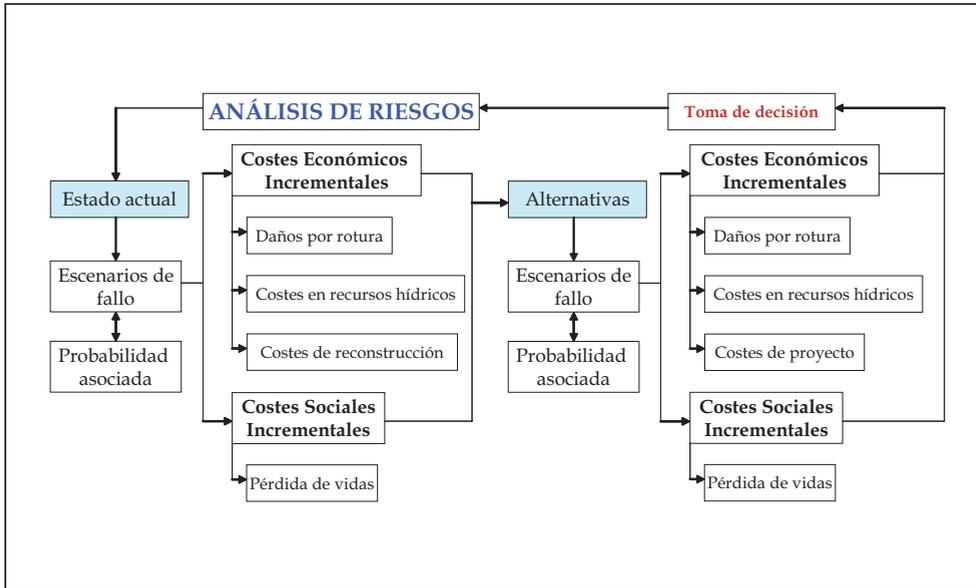


Figura 3.11. Integración de la metodología propuesta por Triana (2007) para la estimación de consecuencias dentro del proceso del análisis de riesgos. Fuente: (Triana et al: , 2006).

(Triana, E.: , 2007), (Triana et al: , 2006) y (Triana et al: , 2006) propone igualmente una metodología, cuyo esquema general se muestra en la Figura 3.11, que parte de las estimaciones empíricas de McClelland para la cuantificación de pérdidas humanas. Además, incluye aspectos novedosos para estimar los daños sobre la economía pues tiene en cuenta consecuencias que afectan no sólo la zona inundada, sino también al territorio afectado por la disminución en la disponibilidad de recursos hídricos y el periodo de tiempo en el que persiste esta consecuencia. Esta metodología, partiendo de la información recogida en la Figura 3.12, hace uso del análisis de sistemas de recursos hídricos y los conceptos de valoración económica del agua.

Por último, en el ámbito holandés destaca el caso de estudio presentado por (Jonkman et al: , 2002), donde se aplica distintas métricas de

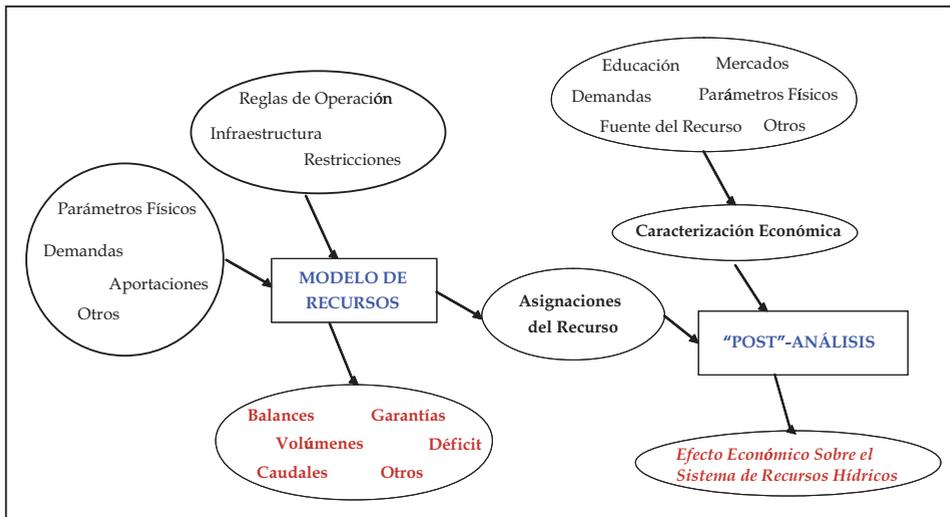


Figura 3.12. Fuentes de información necesarias para llevar a cabo la estimación de las consecuencias que la gestión de la seguridad de presas puede tener sobre sistemas de recursos hídricos. Fuente: Triana et al (Triana et al: , 2006).

riesgo (individual, social y económico) a uno de los grandes diques de defensa situados en la costa holandesa. Un énfasis especial ponen (van Gelder et al:, 2003) en la estimación de daños económicos en el caso de diques marinos y fluviales de protección. Así mismo, (Gautam et al: , 2003) realizan un completo repaso a las técnicas empleadas para analizar los daños medioambientales causados por eventos de avenida.

3.2.7. Estimación de riesgo

La Estimación de riesgo constituye la última actividad relacionada con el Análisis de Riesgo, dado que las siguientes fases del proceso de la *DR* pertenecen a la *evaluación de riesgos*. Dependiendo del nivel del análisis, la estimación de riesgo asociado al *AR* proporcionará información sobre una, varias, o todas las categorías siguientes (Hartford et al: , 2004)):

- Riesgo individual para las personas físicas
- Riesgo social para la comunidad

- Riesgo laboral sobre los trabajadores
- Riesgo sobre el medio ambiente
- Riesgo comercial
- Riesgo social y económico

Por otra parte, los resultados de la Estimación de riesgo deben quedar perfectamente estructurados para facilitar posteriormente la reducción de riesgo y el seguimiento del mismo.

La forma habitual de representar los riesgos sobre la vida humana es a través de:

- Puntos discretos en una gráfica $f - N$; donde se representa en un eje la pérdida potencial de vidas humanas asociadas a un determinado modo de rotura o escenario, y en el otro, la probabilidad anual de ocurrencia del correspondiente modo de fallo o escenario (ver Figura 3.13).
- Curvas en una gráfica $F - N$, que integra los puntos de la anterior gráfica y representa la pérdida potencial de vidas humanas frente a la probabilidad acumulada de ocurrencia (ver Figura 3.14).

Aunque existen descriptores diversos para calcular el riesgo de forma cualitativa, en el análisis cuantitativo es habitual representar un árbol de eventos simplificado que incluya los modos de fallo principales y las consecuencias derivadas para consignar, finalmente, el riesgo total (USBR: , 2003).

Por tanto, el riesgo se estima combinando las probabilidades de ocurrencia de los escenarios de sollicitación, las probabilidades condicionales de rotura, y la magnitud de las consecuencias y sus distribuciones de probabilidad correspondientes. De forma esquemática, también puede representarse por su valor esperado:

$$\mathcal{R} \approx \sum [P(\text{eventos de carga}) \cdot P(\text{rotura}|\text{eventos}) \cdot P(\text{consecuencias}|\text{eventos})] \quad (3.5)$$

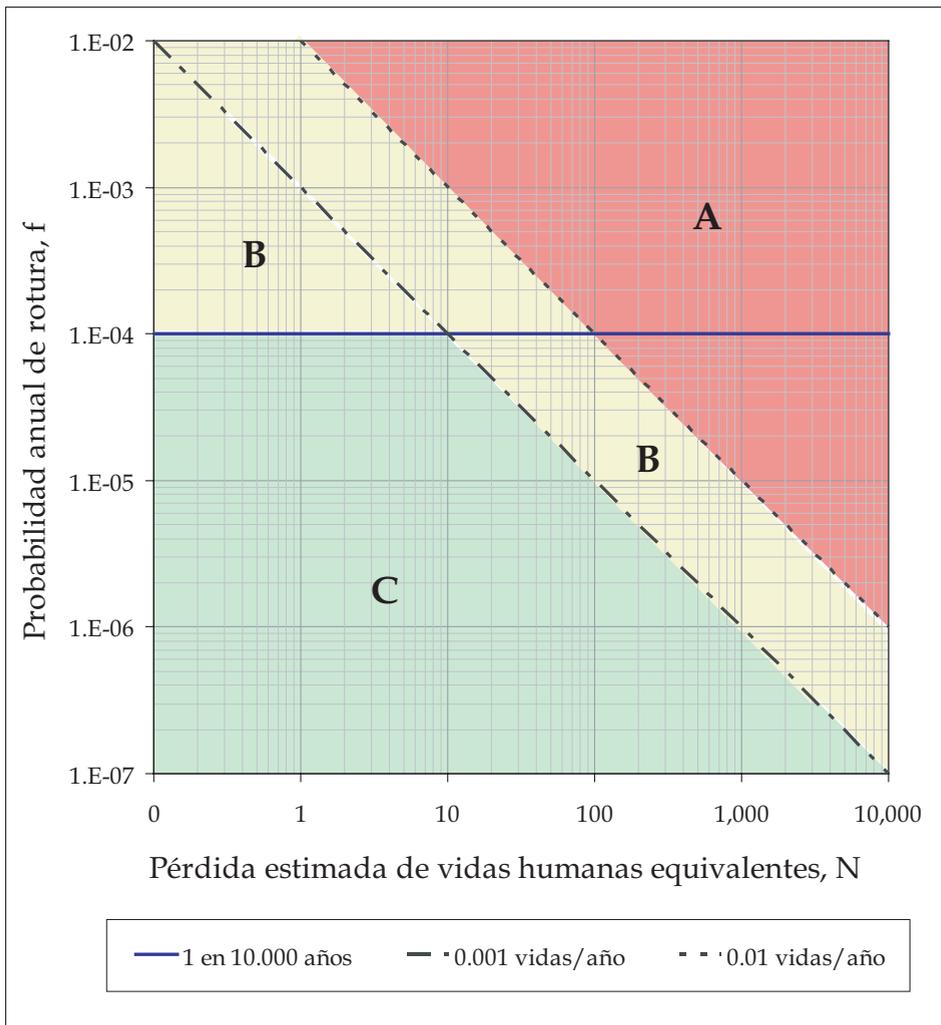


Figura 3.13. Recomendación general para la tolerabilidad de riesgos sobre la población según el U.S. Bureau of Reclamation (eje vertical(f): Probabilidad Anual de Rotura - eje horizontal(N): Pérdida Potencial de Vidas Humanas). Fuente: USBR.

donde \mathcal{R} representa el riesgo, $P(X)$ es la probabilidad condicional estimada para el suceso X , y la expresión $P(X | Y)$ expresa la probabilidad condicional del suceso X dado el suceso Y .

No obstante, la estimación rigurosa del riesgo implica el cálculo de la integral, sobre el dominio de rotura, de la función de densidad conjunta $f(\mathbf{x}) = f_{X_1, X_2, \dots, X_n}(x_1, x_2, \dots, x_n)$ de todas las variables aleatorias que intervienen en el problema analizado, mediante la expresión:

$$p_f = \int_{g(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0} f_{X_1, X_2, \dots, X_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n. \quad (3.6)$$

La integral resultante es bastante difícil de estimar debido a dos razones principales; lo complicado de la función de densidad $f(\mathbf{x})$, y la complejidad de la región de fallo $g(\mathbf{x}) \leq 0$. Por consiguiente, el uso de métodos numéricos se hace imprescindible.

Si a lo largo de todo el proceso del *análisis de riesgos* se ha tenido en cuenta las diferentes incertidumbres presentes (véase la Figura 3.15), bien aleatorias o epistémicas, y se las ha modelizado de forma adecuada, todas se encontrarán integradas en el resultado de la expresión 3.6. En la situación ideal, la incertidumbre del modelo quedará representada mediante funciones de probabilidad asignadas a cada una de las variables relevantes.

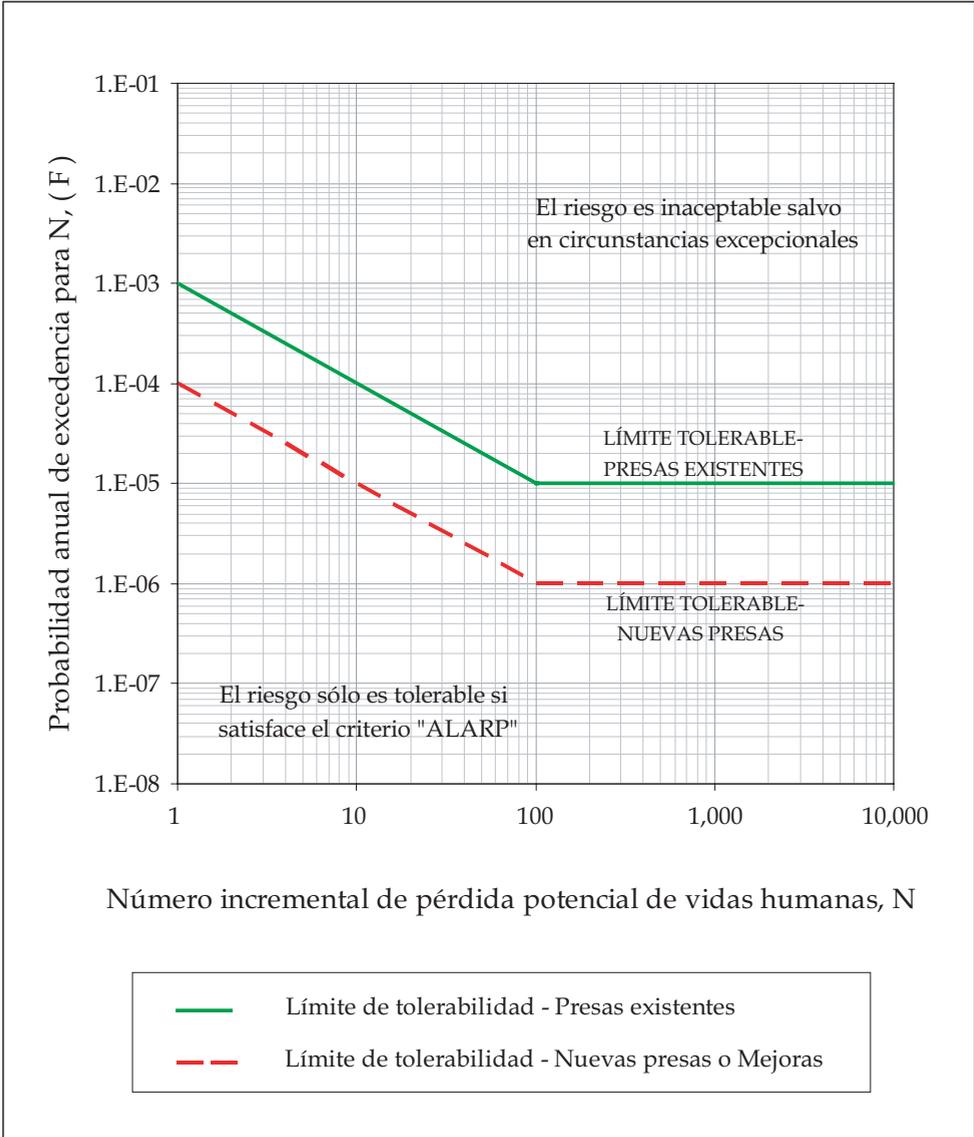


Figura 3.14. Recomendación general para la tolerabilidad de riesgos sobre la población según el Comité Australiano de Grandes Presas (eje vertical (F): Probabilidad acumulada de obtener pérdidas mayores o iguales que N - eje horizontal (N): Pérdida Potencial de Vidas Humanas). Fuente:(ANCOLD: , 2003).

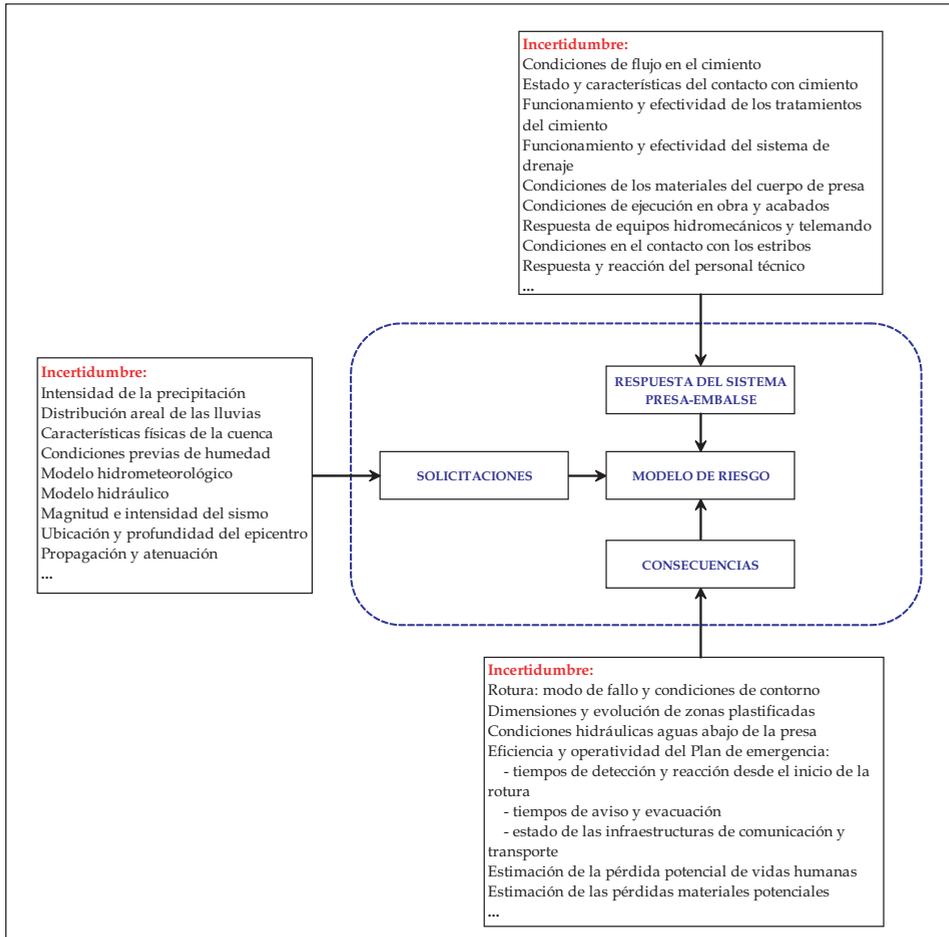


Figura 3.15. Fuentes de incertidumbre sobre el modelo de riesgo global en un sistema presa-embalse. Fuente (Chauhan et al. ; 2001, 2003).

Parte II

Estado del Conocimiento

4

Revisión del estado del conocimiento

4.1. Introducción

La seguridad hidrológica de presas, escenario en el que se enmarca esta tesis, ha pasado por distintas fases, tal y como indican (Rodríguez-Trelles et al: , 2003) y a continuación enumeramos:

1. Etapa de los gurús. Éstos eran una especie de visionarios, que se basaban únicamente en el saber empírico y la comprensión intuitiva, capaces de innovar y crear estructuras, de las cuales algunas han llegado en explotación hasta nuestros días.
2. Etapa de los inventores. Etapa que se inicia a partir del Renacimiento hasta el desarrollo industrial. Se caracteriza porque prevalece el crecimiento sobre cualquier otra cosa. Se entienden los accidentes como consecuencia del progreso y por tanto no hay responsabilidad humana individual. Socialización de los daños.

3. Etapa de los técnicos. Aquí se empiezan a buscar las causas de los accidentes como instrumento básico de conocimiento que debe permitir su reducción. Esta época de enfoques racionales, conduce a la elaboración de leyes y códigos que deben ser cumplidas para reducir el riesgo. El ingeniero tiene el convencimiento de que el cumplimiento de las reglas expresas evita situarse en precario respecto a la demanda social o jurídica.
4. Etapa de los gestores. Etapa actual en la que el ciudadano ha pasado a ser un cliente que ya no exige el cumplimiento de unas determinadas normas, sino que el resultado sea seguro. Es decir, desde el punto de vista de la seguridad, se demanda el no-riesgo frente al cumplimiento de ciertos reglamentos.

La pregunta que cabe hacer después de los comentarios anteriores, es la siguiente: ¿en qué fase estamos ahora?

La respuesta es en todas.

Sin embargo, cabe decir que esta tesis se encuentra dentro de la etapa de los técnicos apoyándose en los avances producidos hasta nuestros días, de cara a reducir el riesgo y ser al mismo tiempo una herramienta para los gestores.

Puesto que estamos enmarcados dentro de la etapa de los técnicos, y dentro de esta etapa se desarrollaron las normativas bajo las cuales se han llevado a cabo la casi totalidad del parque presístico mundial, no quiero pasar por alto algunos comentarios sobre ellas.

En primer lugar, destacar que la seguridad hidrológica de presas todavía es entendido por una gran mayoría de gestores, como el establecimiento de un período de retorno asociado a la avenida de proyecto.

De tal forma que la mayoría de las presas construidas se han obtenido a partir de un estudio hidrometeorológico, calibrado o no, en función de la existencia de una estación de aforo aguas abajo o a través de un estudio regional.

Respecto de los estudios hidrometeorológicos, cabe mencionar que están sometidos a los siguientes problemas:

- Tratamiento estadístico de las precipitaciones
- Establecimiento del estado previo de saturación de la cuenca

- Tratamiento de la distribución espacial de las precipitaciones
- Tratamiento de la distribución temporal del aguacero
- Definición de la duración pésima del aguacero y su probabilidad
- Tratamiento de los embalses situados aguas arriba y de su capacidad de laminación
- Situación del nivel de embalse en el momento de presentación de la avenida
- Tratamiento de resguardos destinados a avenidas.

De lo anterior se desprende que si en lugar de utilizar el método hidrometeorológico se trabaja directamente con los datos de aforos, una gran parte de los problemas anteriores quedan resueltos porque los lleva implícitos los propios datos de aforos.

Para finalizar con esta introducción, no se debería pasar por alto que la fase que hemos llamado de los técnicos conjuntamente con la de los gestores, ha dado muy buen resultado, debido a que el porcentaje de fallos que se han ido produciendo en las presas se ha reducido considerablemente. Basta con decir que el porcentaje de fallos hasta la primera mitad del siglo XX era del 2.3 % y en las presas construídas entre 1950-1982 se redujo este porcentaje hasta el 0.2 %. Finalmente el porcentaje de fallo que hay desde 1982 hasta ahora es aproximadamente de 0.09 %, lo que supone una reducción muy importante que refleja los avances en materia de seguridad hidrológica de presas, ya que conviene insistir, que el 40 % de los fallos que se producen en las presas son debidos al vertido por coronación.

Esta tesis se enmarca en esta dirección: seguir aportando nuevos conocimientos que contribuyan a la seguridad de presas, apoyándonos en toda la información disponible que se ha ido generando hasta nuestros días, bien procedentes de la recolección de datos, bien de las experiencias de los gestores de las mismas y por los avances que han ido sucediendo en el estado del conocimiento y que en este apartado vamos a repasar.

4.2. Antecedentes

Los análisis de frecuencia hidrológicos han estado orientados en una sola variable, normalmente el caudal pico. Y en algunas casos es suficiente con este estudio univariado, como puede ser el estudio hidráulico de un canal, el dimensionamiento de una obra de fábrica de una obra lineal, etc. Sin embargo desde el punto de vista de la seguridad de presas, interesa realizar el tránsito a lo largo del sistema embalse-presa del hidrograma, obteniendo el hidrograma laminado y definir el aliviadero a partir de éste último. En definitiva, en hidrología de presas, no es suficiente con saber el caudal pico del hidrograma, sino que todo en su conjunto es necesario, el caudal pico así como su volumen y el tiempo transcurrido hasta el pico o tiempo al pico, y el tiempo base, o tiempo transcurrido desde el inicio de la escorrentía hasta el final.

Con todo lo anterior se quiere resaltar que se debe pasar de un modelo univariado a un modelo multivariado, donde el hidrograma de diseño no se obtenga a partir de una sola variable, sino a partir de otras variables como son el volumen y el tiempo al pico.

Durante los últimos 15 años ha habido un gran avance en lo que se refiere al diseño de hidrogramas. Éstos se obtienen a partir no sólo del caudal pico sino también a partir del volumen, pasando de un modelo univariado que no refleja la naturaleza del mismo a un modelo multivariado.

La evolución que ha habido en este sentido consiste en el empleo de funciones de distribuciones bivariadas o trivariadas y posteriormente, en los últimos 10 años mediante el empleo de cópulas matemáticas.

El capítulo está organizado cronológicamente, por lo que el hilo conductor que lo estructura será el tiempo. Las publicaciones se irán describiendo y comentando conforme fueron divulgadas en los distintos medios.

4.3. Diseño de hidrogramas a partir de la relación entre el caudal pico y el volumen mediante el empleo de funciones de distribución multivariadas

Haciendo una revisión bibliográfica, cabe destacar uno de los primeros artículos, de los autores (Askhar, F. et al: , 1982); éstos emplearon una función multivariada, donde las variables a estudiar fueron el caudal pico, el volumen y la duración.

(Krstanovic, P. F. et al:, 1987) utilizaron una función de distribución gaussiana bivariada, con distribuciones marginales exponenciales donde las variables analizadas fueron el caudal pico y el volumen, basándose en el principio de máxima entropía para llevar a cabo el ajuste de la función bivariada.

(Correia, F. N.: , 1987) dedujo una distribución conjunta de las variables caudal pico y duración mediante el uso de series de duración parcial asumiendo que ambas variables, caudal pico y duración siguen una distribución exponencial y que la distribución condicionada del caudal pico dada una determinada duración es un distribución normal.

(Goel et al: , 1998) utilizaron una distribución normal bivariada para las variables caudal pico y volumen, tras llevar a cabo la normalización de las mismas a partir de dos transformaciones Box-Cox, de cara a reducir el coeficiente de asimetría a valores cercanos al cero y reducir el coeficiente de curtosis con un valor próximo a tres.

La transformación Box-Cox tiene la siguiente forma:

$$Y_i = \begin{cases} \frac{(X_i^\lambda - 1)}{\lambda} & \text{si } \lambda > 0 \\ \log(X_i) & \text{si } \lambda = 0 \end{cases} \quad (4.1)$$

donde X_i es la variable aleatoria de la serie dada, e Y_i es la variable aleatoria transformada (normalizada) y λ la constante de transformación. Dicha constante de transformación puede ser estimada mediante ensayo y error hasta conseguir que el valor del coeficiente de asimetría sea próximo a cero. También se puede llevar a cabo la determinación del valor de λ mediante métodos numéricos. En este artículo se llevó a cabo mediante esta segunda opción utilizando el método de Newton-Raphson.

La mayoría de los estudios antes mencionados utilizan la distribución normal bivariada para describir las distribuciones conjuntas de caudal pico, el volumen y la duración. El uso de la distribución normal bivariada requiere la transformación previa de la serie de datos (normalización) ya que las variables que intervienen habitualmente no son normales. Sin embargo un gran inconveniente de esto, es que tras llevar a cabo la transformación de los datos, no se puede asegurar que el resultado final sigue la distribución normal.

Esto se hizo así debido a que una distribución normal bivariada con marginales normales, resultan ser expresiones matemáticas que se puede manejar con cierta facilidad; sin embargo cuando las marginales no son normales las expresiones matemáticas que tienen lugar son de tal envergadura que difícilmente se pueden abordar.

(Yue, S. et al: , 1999), salvaron el escollo anterior, suponiendo que las variables caudal pico, volumen y duraciones, siguen una distribución de Gumbel. En su artículo proponen el uso del modelo de Gumbel bivariado con marginales Gumbel, para analizar la distribución de probabilidad conjunta de los caudales pico y los volúmenes, y la distribución de probabilidad conjunta de los volúmenes y duraciones. En base a las distribuciones marginales de estas variables aleatorias, las distribuciones conjuntas, las funciones de probabilidad condicionales y los períodos de retorno asociados son evaluados. El modelo fue probado y validado con los datos observados en la cuenca del río Ashuapmushuan en la provincia de Quebec, Canadá. Los resultados concluyen que el modelo es adecuado para representar las distribuciones conjuntas de las puntas de crecida y los volúmenes, así como los volúmenes y duraciones.

A continuación se muestran las expresiones utilizadas en la función de distribución bivariada propuesta por (Gumbel, E.J.: , 1960):

$$F(x, y) = F(x) \cdot F(y) \exp \left\{ -\theta \left[\frac{1}{\ln F(x)} + \frac{1}{\ln F(y)} \right]^{-1} \right\} \quad (4.2)$$

donde $0 \leq \theta \leq 1$, siendo $F(x)$ y $F(y)$ las funciones de distribución marginales de las variables aleatorias X e Y, que en este caso toman el valor:

$$F(x) = \exp[-\exp(-x)] \quad (4.3)$$

$$F(y) = \exp[-\exp(-y)] \quad (4.4)$$

siendo θ el parámetro que determina el mayor o menor grado de dependencia de las variables X e Y .

El valor de θ se puede obtener a partir de la expresión siguiente obtenida por (Oliveria, J.T.D.: , 1975) y (Oliveria, J.T.D.: , 1982):

$$\theta = 2 \left[1 - \cos\left(\pi \sqrt{\frac{\rho}{6}}\right) \right] \quad (4.5)$$

para $0 \leq \rho \leq 2/3$, siendo ρ ,

$$\rho = \frac{E[(X - \mu_x)(Y - \mu_y)]}{\sigma_x \cdot \sigma_y} \quad (4.6)$$

En el caso que $\rho = 0$ el parámetro de dependencia θ toma el valor 0, lo que supone que las variables son independientes y la función de distribución conjunta se puede expresar de la siguiente forma:

$$F(x, y) = F(x) \cdot F(y) \quad (4.7)$$

Cuando $\rho = 2/3$ el parámetro de dependencia θ toma el valor 1. Si $\rho > 2/3$, el modelo no es válido, por lo que esta función de distribución bivariada sólo puede ser usada cuando el coeficiente de correlación de las variables X e Y varía entre: $0 \leq \rho \leq 2/3$.

(Yue, S. et al: , 2001a) y (Yue, S. et al: , 2001b) desarrolló una función de distribución bivariada de valores extremos y una función bivariada log-normal para llevar a cabo un análisis de frecuencias multivariado. A pesar del cambio de las funciones de distribución bivariadas, todavía seguía teniendo esta metodología el mismo inconveniente, que las marginales de las distintas variables tenían que ser iguales. Esto era una restricción importante ya que todas las variables que intervienen, caudal pico, volumen y duración no tienen porqué seguir la misma función de distribución.

4.3.1. Aportaciones de la metodología del uso de funciones de distribución multivariadas

Esta metodología supuso un avance muy importante tanto como el paso del tratamiento univariado al estudio multivariado de las variables que intervienen en la hidrología de presas.

Los estudios y avances que se han ido produciendo en los años siguientes en esta disciplina, de la seguridad hidrológica de presas, se apoyan en la idea del tratamiento multivariado sobre todo del caudal y volumen.

4.3.2. Comentarios a la metodología del uso de funciones de distribución multivariadas

Esta metodología de abordar la seguridad hidrológica de presas, que como ya se ha indicado marcó un nuevo rumbo sobre el estado de la cuestión, no está exenta de limitaciones que a continuación vamos a enumerar:

1. Las variables que toman parte en un hidrograma, caudal pico, volumen y duración, tienen que seguir una misma función de distribución. Esto no sucede así en la realidad. Las variables anteriores pueden tener un comportamiento diferente.
2. Las variables anteriores se supone siguen una distribución normal. Si bien es cierto y se puede demostrar que existe una dependencia entre dichas variables, éstas no siguen una distribución normal en términos generales, a menos que se haga una transformación previa, como se vio anteriormente.
3. El punto anterior está justificado por la complejidad que suponía no utilizar una función de distribución bivariada normal con marginales normales. Cualquier expresión que no fuera como las indicadas anteriormente suponían unas expresiones matemáticas difíciles de usar.

Estos inconvenientes han sido subsanados con el empleo de cópulas como se ve en el siguiente punto.

4.4. Diseño de hidrogramas a partir de la relación entre el caudal pico y el volumen mediante el empleo de cópulas

En la mayoría de los estudios hechos sobre casos reales, la mejor distribución marginal que se ajusta al caudal pico, volumen y duración no tienen porqué ser normales ni iguales entre si.

Para relajar las dificultades anteriores, surge el concepto de cópula, introducido por (Sklar, A.:, 1959) y (Nelsen, R. B.: , 1999), y que se ha utilizado recientemente en el análisis de frecuencia de crecidas para modelar la dependencia entre el caudal pico, el volumen y la duración, independientemente de los tipos de las distribuciones marginales que sigan. A través de esta metodología la modelización de la distribución conjunta con el uso de cópulas, relaja la limitación del análisis tradicional de frecuencia en lo referente a que todas las variables deben seguir la misma función de distribución.

A continuación se procede a enunciar y desarrollar los artículos, en orden cronológico y de importancia, sobre el empleo de cópulas para analizar la estructura multivariada del problema en cuestión.

En primer lugar destacar la aportación de (Favre, A. C.: , 2004), donde se analizan dos aplicaciones hidrológicas. La primera de ellas trata de obtener el caudal pico aguas abajo de una presa pero al que se le une una cuenca de 3133 km³, es decir, una combinación de flujo. La suma de caudales pico lo hace de forma aritmética, $Z = X + Y$, siendo X el caudal de salida de una presa e Y el caudal de la cuenca intermedia. Para ello se analizan cuatro tipos de cópulas: Farlie-Gumbel-Morgenstern, Independiente, Frank y Clayton. Tras el ajuste de las marginales se procede a la determinación de los parámetros de dependencia de las cópulas y finalmente se concluye que no hay apenas diferencias significativas en la utilización de una u otra. Cabe destacar que la dependencia entre los caudales pico, variables X e Y es baja, lo que a priori puede ser un aspecto a tener en cuenta en las escasas diferencias en el modelo.

La otra aplicación presentada por los autores en el artículo trata la relación de dependencia entre caudal y volumen. En este caso utilizan tres tipos de cópulas, las mismas que en el caso anterior exceptuando la FGM. Una vez ajustadas las marginales, Gumbel para el caudal pico

y Gamma para el volumen, se procede al ajuste de la cópula. En este caso si que existen variaciones importantes entre las familias de Frank y Clayton respecto a la cópula independiente a favor de las primeras. Entre la cópulas de Frank y Clayton apenas hay diferencias.

La siguiente aportación en lo que respecta a las cópulas viene dada por (De Michele, C., 2005). En él se emplea una cópula 2D, a partir de las variables caudal pico y volumen. Se ajusta una función de distribución General Extreme Value para ambas variables. La cópula utilizada es una Gumbel, que como se verá posteriormente es una cópula que trata la dependencia de sendas variables atendiendo de forma mas acuciada los valores extremos.

No obstante, una de las aportaciones más importantes que hacen los autores es la comparación entre el concepto de período de retorno entre el caso univariado clásico y los casos bivariados.

Como hemos comentado anteriormente, el criterio más extendido para el diseño de una presa, está basado en el concepto de período de retorno para un determinado cuantil, normalmente en España, el período de retorno de 1.000 años, y en otros países oscila entre 1.000, 5.000 o 10.000 años. Con ello se obtiene el caudal pico correspondiente a tal período de retorno.

No obstante, como venimos indicando a lo largo de esta tesis doctoral, las variables caudal pico y volumen tienen una determinada dependencia, mayor o menor según los casos, por lo que se debería considerar el período de retorno de ambas variables, considerando la variabilidad conjunta y no cada una de ellas por separado.

Es ahora cuando nos surge la siguiente pregunta, ¿cuál es el período de retorno asociado a la pareja de variables Q y V ? Para contestar a esta pregunta hay que tener en cuenta que dado un período de retorno T para el caso univariado, éste tendría asociado unos valores q_T y v_T para cada una de las variables, sin embargo el tratamiento multivariado se puede expresar de la siguiente forma y por tanto dar contestación a la pregunta anterior:

1. El caso denominado OR, donde $Q_{pico} > q_T$ o $V > v_T$. Es decir:

$$E_{or} = \{Q_{pico} > q_T \text{ or } V > v_T\} \quad (4.8)$$

2. El caso denominado AND, donde $Q_{pico} > q_T$ y $V > v_T$. Es decir:

$$E_{and} = \{Q_{pico} > q_T \text{ y } V > v_T\} \quad (4.9)$$

Es decir, que para que suceda el caso E_{or} o bien Q_{pico} o V deben exceder de un determinado umbral, mientras que para el caso E_{and} , Q_{pico} y V deben exceder de dicho umbral.

Todo lo anterior se puede escribir de forma algebraica de la siguiente forma:

$$T_{or} = \frac{1}{P[Q_{pico} > q_T \text{ o } V > v_T]} = \frac{1}{1 - C_\delta(u_T, z_T)} \quad (4.10)$$

$$T_{and} = \frac{1}{P[Q_{pico} > q_T \text{ y } V > v_T]} = \frac{1}{1 - u_T - z_T + C_\delta(u_T, z_T)} \quad (4.11)$$

donde, $u_T = F_{Q_{pico}}(q_T)$ y $z_T = F_V(v_T)$. Para el caso de cópulas arquimedianas, $C_\delta(x, x) < x$, entonces necesariamente se tiene que

$$T_{or} < T < T_{and} \quad (4.12)$$

La desigualdad anterior tiene consecuencias importantes, ya que si se adopta el período de retorno T como valor de diseño, E_{or} , sucedería con mayor frecuencia que T , $T_{or} < T$, y E_{or} no sería un evento bivariado con una frecuencia de ocurrencia asociada a un período de retorno T . En este caso, o bien los cuantiles q_T y v_T deberían ser incrementados o se estaría ante un escenario infradimensionado.

Análogamente se puede proceder con E_{and} , pero en este caso E_{and} , sucedería con menor frecuencia que T , $T_{and} > T$, E_{and} no sería un evento bivariado con una frecuencia de ocurrencia asociada a un período de retorno T . En este caso, o bien los cuantiles q_T y v_T deberían ser disminuidos so pena de estar ante un escenario sobredimensionado.

Para finalizar con esta cuestión, indicar que para el caso de tres variables, las expresiones anteriores se pueden ver en (Zhang, L., 2007).

4.4.1. Aportaciones de la metodología del uso de cópulas

Ya hemos comentado que una cópula puede representar la estructura de dependencia de dos variables aleatorias, por lo que haciendo uso de ellas podríamos obtener un modelo que describa el comportamiento conjunto de ambas.

Esta metodología ha supuesto un cambio de rumbo no sólo en hidrología, sino en otros campos, como las finanzas, donde intervienen estructuras multivariantes.

Los estudios y avances que se han ido produciendo en los años siguientes en esta disciplina, de la seguridad hidrológica de presas, se apoyan en la idea del tratamiento multivariado sobre todo del caudal y volumen y algunos autores han introducido alguna variable más como la duración.

Las cópulas permiten representar funciones de distribución conjuntas así como distinguir el comportamiento de las marginales, a partir del patrón de dependencia que representa la cópula en si misma. Esto es de gran utilidad tanto en la fase de modelización como en la de simulación. Restringen las hipótesis de los métodos tradicionales anteriores que exigían la normalidad de las variables que las integraban así como la necesidad de utilizar las mismas marginales para todas las variables que intervenían.

Finalmente indicar que todo lo anterior se consigue con unas expresiones matemáticas que son fácilmente manejables, por lo que la aportación de las cópulas ha supuesto un avance considerable.

4.5. Metodología de (Mediero, L. et al: , 2010)

No quisiera pasar por alto la metodología presentada por (Mediero, L. et al: , 2010), donde se expone un procedimiento para caracterizar la probabilidad conjunta de (Q, V) . Los autores quieren presentar una metodología sencilla, de fácil aplicación y que además supere los inconvenientes que presentan el uso de funciones de distribución multivariadas sin tener que recurrir a las cópulas.

Dicha metodología la aplican a tres embalses situados en España, concretamente en la cuenca del río Tajo, Entrepeñas, Santillana y Buendía.

Los datos iniciales corresponden a las estaciones de aforo situadas aguas arriba de los citados embalses. Se toman los caudales máximos anuales así como su volumen concomitante. Una vez se disponen de las parejas (Q, V) se procede a un análisis individual así como regionalizado a partir de un estudio previo en el que se había dividido España en 30 regiones homogéneas. Se ajusta una función de distribución a cada una de las variables; en este caso la función de distribución que mejor se ajustó fue la General Extreme Value (GEV). Se analizó la dependencia entre el caudal máximo y el volumen para estimar la distribución conjunta. Se encontró una relación lineal en el espacio logarítmico, tanto para cada estación como a escala regional (dentro de cada una de las 30 regiones homogéneas). La relación entre el caudal y el volumen a nivel individual de cada embalse se obtiene mediante:

$$V_{i,j} = 10^{a_j} \cdot Q_{i,j}^{b_j} \quad (4.13)$$

donde a_j es el valor de la ordenada cuando la recta de regresión intercepta el eje del volumen para cada estación j , b_j la pendiente de la recta de regresión para la estación j , $Q_{i,j}$ los i caudales pico anuales para cada estación j y $V_{i,j}$ los i volúmenes concomitantes a los caudales anteriores, $Q_{i,j}$.

Visto lo anterior, se propone analizar la relación entre (Q, V) en el espacio de los logaritmos, pero surge un problema de escala, debido a la disparidad de las cuencas de los embalses que se están tratando, grandes cuencas como Entrepeñas y Buendía, frente a pequeñas cuencas como Santillana, lo que da lugar a concentración de parejas de valores en el lado izquierdo, Santillana, y concentración de valores en el lado derecho, Entrepeñas y Buendía.

Para soslayar lo anterior, se lleva a cabo una estandarización de los valores, es decir, se divide cada una de las variables por el valor medio en cada caso, es decir:

$$q_{i,j} = \frac{Q_{i,j}}{Q_j} \quad (4.14)$$

$$v_{i,j} = \frac{V_{i,j}}{V_j} \quad (4.15)$$

donde \overline{Q}_j es el valor medio del caudal máximo anual para la estación j y \overline{V}_j es el valor medio del volumen concomitante a los caudales pico anteriores para la estación j . Para obtener el volumen, se debe deshacer la estandarización anterior, es decir:

$$V_{i,j} = \left[10^{a_R} \cdot q_{i,j}^{b_R} \right] \overline{V}_j \quad (4.16)$$

donde a_R y b_R son el valor de la ordenada cuando la recta de regresión a nivel regional intercepta el eje del volumen y la pendiente de la recta de regresión regional respectivamente.

Las ecuaciones de regresión se ajustaron en cada caso de estudio y en toda la región en cuestión. La variabilidad entre los caudales picos y los volúmenes se puede considerar como la incertidumbre en la estimación de la ecuación de regresión, y se obtiene mediante la varianza residual, cuyas expresiones se indican a continuación tanto para el caso local como regional:

$$\sigma_{reg,j} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n_j} (\log_{10} V_{i,j} - \log_{10} V_{i,j}^*)^2}{n_j - p - 1}} \quad (4.17)$$

$$\sigma_{reg,R} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n_j} (\log_{10} V_{i,j} - \log_{10} V_{i,j}^*)^2}{\sum_{j=1}^N n_j - p - 1}} \quad (4.18)$$

siendo $V_{i,j}$ y $V_{i,j}^*$ los volúmenes máximos observados en el año i y en la estación j y los volúmenes máximos estimados mediante la ecuación de regresión lineal para el año i y en la estación j , n_j la longitud de la serie en la estación j y p el número de variables en la ecuación de regresión, que para el caso que nos ocupa es igual a uno.

La novedad que introducen para obtener una colección de parejas (Q, V) consisten en descomponer esa caracterización en dos partes. En primer lugar, se obtiene el caudal pico, ya que su distribución marginal de probabilidad es bien conocida, y por otro lado determinar la distribución de probabilidad condicionada de V respecto a Q .

Esta última función de distribución del volumen condicionada al caudal pico se considera normal en el espacio de los logaritmos. Donde sus parámetros (media y desviación típica) se obtienen a partir del ajuste de una recta de regresión entre el $\log(Q)$ y $\log(V)$. El valor proporcionado

por dicha recta para un determinado valor de Q proporciona el valor de la media de la distribución de V , y la desviación típica del conjunto de datos respecto a dicha recta proporciona la desviación típica.

La validez de utilizar una distribución normal en el espacio de los logaritmos viene avalada por el hecho de que los residuos obtenidos al ajustar la recta de regresión están normalmente distribuidos.

4.5.1. Aportaciones de esta metodología

Este procedimiento es una opción válida que ofrece un procedimiento operativo para generar parejas de valores (Q, V) que respetan la estructura de probabilidad real, además de poder llevar a cabo la caracterización matemática de la estructura de probabilidad conjunta de (Q, V) .

Evidentemente, tiene limitaciones respecto a otros procedimientos, como las cópulas, mucho más versátiles para representar la estructura de probabilidad real, aunque también aquellos son más complejos.

4.6. Determinación de la forma del hidrograma

Es objeto de este apartado hacer una revisión de los métodos existentes para obtener un hidrograma a partir de los datos caudal pico y volumen.

A continuación se presentan tres métodos muy extendidos entre la comunidad científica.

4.6.1. Hidrograma triangular

Consiste en la obtención de un hidrograma triangular a partir de la pareja de valores caudal pico y volumen. Esta metodología fue desarrollada por el (Soil Conservation Service: , 1972) y (Chow, V. T. et al , 1988) y a continuación se resume.

Geoméricamente hablando un triángulo queda definido por su base (tiempo base), altura (caudal pico) y la distancia al punto más alto (tiempo al pico). De los tres datos, uno es inmediato, el caudal pico. El

tiempo base se obtiene a partir de la geometría del triángulo, ya que el área es:

$$A = \frac{1}{2} \cdot B \cdot H \quad (4.19)$$

donde B es la base del triángulo que hemos dicho corresponde al tiempo base, y H es la altura, que corresponde con el caudal pico. Así pues en analogía con la expresión anterior, se tiene que:

$$T_b = \frac{2 \cdot V}{Q} \quad (4.20)$$

El tiempo al pico se puede obtener a partir del tiempo base mediante la siguiente expresión:

$$T_p = \frac{T_b}{2.67} \quad (4.21)$$

El tiempo de recesión, se puede obtener a partir de la expresión anterior:

$$T_b = T_p + T_{rec} \quad (4.22)$$

donde sustituyendo de las expresiones anteriores, queda:

$$T_{rec} = 1.67 \cdot T_p \quad (4.23)$$

Con todo lo anterior, se puede determinar analíticamente la forma del hidrograma triangular a partir del caudal pico y el volumen:

$$q(t) = \begin{cases} 1.335 \frac{Q_{pico}^2}{V} t & 0 \leq t \leq T_p \\ 1.6 \cdot Q_{pico} - 0.8 \frac{Q_{pico}^2}{V} t & T_p \leq t \leq T_b \end{cases} \quad (4.24)$$

Comentarios al hidrograma triangular

Como comentarios a este método, cabe decir que es un método sencillo, de fácil aplicación, pero que tiene el inconveniente de la discontinuidad en la primera derivada, justo cuando $t = T_p$. Esto puede ser un problema a la hora de llevar a cabo el proceso de simulación.

4.6.2. Hidrograma de Nash

Otro método para determinar la forma del hidrograma consiste en llevar a cabo la convolución de hidrogramas unitarios instantáneos, que simulan la cuenca por una serie de embalses lineales idénticos en cascada, ver (Nash, J. E.: , 1957) y (Bras, R. L.: , 1990).

La expresión que determina la forma del hidrograma es:

$$q(t) = \begin{cases} \frac{V}{t_0} \int_0^{t_0} \frac{1}{k \cdot \Gamma(n)} \left(\frac{t-\xi}{k}\right)^{n-1} \cdot e^{-t(t-\xi)/k} & 0 \leq t \leq t_0 \\ \frac{V}{t_0} \int_{t_0}^t \frac{1}{k \cdot \Gamma(n)} \left(\frac{t-\xi}{k}\right)^{n-1} \cdot e^{-t(t-\xi)/k} & t_0 \leq t \end{cases} \quad (4.25)$$

Donde t_0 es función de Q_{pico} y V y puede ser obtenido de forma numérica, de tal forma que cuando q_t toma el valor máximo Q_{pico} , entonces t toma el valor t_0 .

Los valores de las constantes, n y k , son respectivamente el número de embalses en cascada y una constante del tiempo. Para obtener el valor de estos parámetros, se procede mediante el método de los momentos que se encuentra en (Bras, R. L.: , 1990) en las páginas 446-447.

Comentarios al hidrograma de Nash

Este método resuelve los comentarios indicados en el punto anterior, respecto de la discontinuidad, pero por el contrario aumenta el grado de dificultad. Además es una función continua muy propia al tratamiento matemático.

4.6.3. Hidrograma obtenido a partir de la función Gamma

En este apartado se muestra la función Gamma como solución para obtener un hidrograma a partir de una pareja de valores (Q_{pico}, V) , en un trabajo publicado por (Campos-Aranda, D. F. , 2010).

Como ya se comentó en párrafos anteriores, el hidrograma es una estructura multivariada, donde no sólo es necesario el caudal pico y el volumen, sino también el tiempo en el que se alcanza el pico.

Para calcular el tiempo al pico, (Campos-Aranda, D. F. , 2010) utiliza el modelo de hidrograma triangular a través de la expresión siguiente:

$$T_p = \frac{3 \cdot V}{4 \cdot Q_{pico}} \quad (4.26)$$

donde V es el volumen expresado en m^3 , Q_p es el caudal pico expresado en m^3/s y T_p es el tiempo al pico expresado en segundos, de tal forma que con la expresión anterior se obtiene a partir de cada pareja de valores (Q_{pico}, V) una terna (Q_{pico}, V, T_p). A partir de esta terna se puede ajustar un modelo Pearson tipo III de dos parámetros o modelo Gamma.

Si se multiplica por el volumen del hidrograma V a la función gamma, se obtiene una función con un aspecto muy similar a un hidrograma de tormenta aislada, cuya expresión es (Croley, T.E. , 1980):

$$q(t) = \frac{V \cdot \left(\frac{t}{\beta}\right)^{\gamma-1} \cdot e^{-\frac{t}{\beta}}}{\beta \cdot \Gamma(\gamma)} \quad (4.27)$$

donde, $q(t)$ es el caudal expresado en m^3/s para cualquier tiempo t , en segundos, V es el volumen m^3 , γ es el parámetro de forma y β el de escala, ambos positivos, el primero adimensional y el segundo con unidades de tiempo (segundos). Γ es la función Gamma, que se puede evaluar con la aproximación de Stirling, (Davis, P. J. , 1972):

$$\Gamma(z) \approx e^{-z} \cdot z^{z-1/2} \cdot \sqrt{2 \cdot \pi} \cdot \left(1 + \frac{1}{12 \cdot z} + \frac{1}{288 \cdot z^2} - \frac{139}{51840 \cdot z^3} - \frac{571}{2488320 \cdot z^4}\right) \quad (4.28)$$

La derivada de la ecuación 4.27 respecto del tiempo, igualada a cero y despejando el valor de t , conduce a:

$$Moda = T_P = \beta \cdot (\gamma - 1) \quad (4.29)$$

Despejando la ecuación 4.29 en la ecuación 4.27, para cada Q, V se obtiene:

$$\frac{Q \cdot T_P}{V} = (\gamma - 1)^\gamma \cdot \frac{\exp(1 - \gamma)}{\Gamma(\gamma)} \quad (4.30)$$

expresión que se utiliza como base de un proceso numérico iterativo para llegar a la solución y de esta forma estimar γ y luego β con la ecuación 4.29. Para más detalle de este proceso iterativo, se puede consultar (Croley, T. E.: 1980a).

Comentarios al hidrograma obtenido mediante la función Gamma

En términos generales es un modelo sencillo, más que el obtenido mediante el hidrograma de Nash y algo más complejo que el hidrograma triangular. Sin embargo, respecto a éste último presenta la ventaja de la continuidad y la forma es muy parecida a un hidrograma teórico en lo que se refiere a sus ramas ascendente y descendente. Debido a lo anterior, se adopta en esta tesis la solución de la función Gamma como modelo para obtener los hidrogramas.

4.7. Tránsito del hidrograma a través del sistema embalse-presa

Una vez se tienen los hidrogramas obtenidos mediante un método u otro de los mostrados anteriormente tanto para la obtención de las parejas de valores (Q_{pico}, V) como para darle la forma al hidrograma, se debe realizar el tránsito del mismo a través del sistema presa-embalse.

Aquí es donde existen algunas discrepancias entre las distintas metodologías divulgadas. (Mediero, L. et al: , 2010) toma como nivel previo de embalse en el momento de la avenida el nivel máximo normal, mientras (De Michele, C.:, 2005) toma como nivel previo un valor aleatorio obtenido de la función de distribución del nivel histórico en el embalse.

Independiente de la decisión adoptada, ambos autores (Mediero, L. et al: , 2010) y (De Michele, C.:, 2005), obtienen una función de distribución del nivel máximo alcanzado y el caudal máximo de salida. Con estas funciones de distribución **univariadas** se da por concluido el estudio.

Comentarios al tránsito del hidrograma a través del sistema embalse-presa

En esta tesis se han probado las dos hipótesis arriba planteadas respecto al nivel previo de embalse. Considerar un nivel constante igual al NMN u otro más bajo nos deja, en la mayoría de las situaciones, del lado de la seguridad, salvo que el nivel de embalse permanezca prácticamente constante e igual al NMN u otro mas bajo.

La realidad indica que lo habitual cuando tenga lugar la avenida máxima anual, el nivel será igual o inferior al NMN, de acuerdo con la función de distribución histórica de niveles. Por lo tanto se considera más acertado la variación del nivel previo de forma aleatoria.

Destacar también que obtener únicamente la función de distribución de las variables nivel máximo alcanzado y/o caudal de salida, no resuelve el problema, ya que en el caso de tener un embalse situado aguas abajo, no estaríamos en condiciones de poder llevar a cabo un nuevo estudio, es decir, que la naturaleza del resultado, univariado, no es la misma que la de entrada, bivariada. En esta tesis se da un paso más de cara a conseguir lo anterior, obteniendo un resultado cuya estructura sea análoga a la de entrada, de cara a poder continuar el estudio aguas abajo.

5

Teoría básica de las cópulas

Un problema que desde hace mucho tiempo ha interesado a los investigadores, independientemente de la rama a la que se dediquen, ha sido la relación existente entre una función de distribución multivariada y sus marginales.

Este problema ha sido abordado por varios autores en los años 50 y se han obtenido resultados importantes. Han sido varios autores los que han contribuido a solucionar este problema, entre los que destacan: (Frèchet, M.R., 1951), (Frèchet, M.R., 1958) y (Sklar, A., 1959).

La relación de una función de distribución multivariada con sus marginales unidimensionales viene dada mediante una función que tiene unas determinadas características y a la que (Sklar, A., 1959) denomina **cópu-la**, porque **une** las marginales unidimensionales para obtener una función de distribución conjunta.

Desde el desarrollo de las cópulas, éstas se han convertido en una herramienta para la construcción de modelos multivariados en varios campos, entre ellos la hidrología estocástica, donde la dependencia multivariada es de gran interés.

Las cópulas describen la estructura de dependencia de una variable aleatoria multivariante y por lo tanto resultan atractivas porque simulan

variables aleatorias cuyas marginales son conocidas. La relación de dependencia viene dada por las relaciones establecidas entre las distribuciones marginales de las variables que intervienen

En los apartados siguientes que constituyen el capítulo se desarrolla de forma pormenorizada todo lo indicado anteriormente.

5.1. Introducción a la teoría de cópulas

Una cópula se puede definir, según (Sklar, A., 1959), como función de distribución, C , de m -variables con marginales uniformemente distribuidas en el hipercubo $[0, 1]^m$, satisfaciendo las siguientes propiedades básicas, que para el caso que nos ocupa en, 2D, son:

1. Dominio $I^2 = [0, 1]^2 = [0, 1] \times [0, 1]$
2. $\forall u \in [0, 1]$
 - $C(0, u) = C(u, 0) = 0$
 - $C(u, 1) = C(1, u) = u$
3. $C(v_1, v_2) - C(v_1, u_2) - C(u_1, v_2) + C(u_1, u_2) \geq 0$, $\forall (u_1, u_2) \in [0, 1]^2$ y $(v_1, v_2) \in [0, 1]^2$, tal que, $0 \leq u_1 \leq v_1 \leq 1$ y $0 \leq u_2 \leq v_2 \leq 1$

En caso de estar en un espacio mayor de dos dimensiones, se puede consultar, (Nelsen, R. B.: , 1999).

5.2. Teoremas básicos sobre cópulas

Antes de presentar los teoremas básicos sobre cópulas es necesario introducir algunas definiciones previas que después se aplicarán, concretamente en la generación de variables aleatorias:

Una subcópula para el caso de dos dimensiones, (o 2-subcópula) es una función C' con las siguientes propiedades:

- Dominio de $C' = S_1 \times S_2$, donde S_1 y S_2 son subconjuntos de $I = [0, 1]$.
- C' es invariante y decreciente.

- Para todo $(u, v) \in S_1 \times S_2$ se tiene que:
 1. $C'(u, 1) = u$
 2. $C'(1, v) = v$
 3. $C'(1, 1) = 1$
- Para todo $(u, v) \in S_1 \times S_2$, se tiene que: $0 \leq C'(u, v) \leq 1$. Entonces el rango de C' es $I = [0, 1]$

Diremos, que dos variables, (u, v) , son independientes si y sólo si $F(u)$ y $G(v)$ también lo son, y obedece a la siguiente expresión: $C(u, v) = uv$. Por el contrario, si (u, v) son dependientes entonces $C(u, v) \neq uv$.

Sea C' una subcópula. Entonces para todos $(u_1, u_2), (v_1, v_2) \in S_1 \times S_2$, dominio de C' , se tiene que:

$$|C'(u_2, v_2) - C'(u_1, v_1)| \leq |u_2 - u_1| + |v_2 - v_1| \quad (5.1)$$

y por tanto C' es uniformemente continua en su dominio de definición. Como consecuencia del teorema anterior, se puede demostrar, que cualquier sección horizontal, vertical o diagonal a una cópula, C es no decreciente y uniforme en I

Sea C una cópula. Para todo $v \in I$, la derivada parcial $\frac{\partial}{\partial u}C(u, v)$ existe para todo $u \in I$. Además para todo v y u se tiene:

$$0 \leq \frac{\partial}{\partial u}C(u, v) \leq 1 \quad (5.2)$$

De forma análoga, para todo $u \in I$, la derivada parcial $\frac{\partial}{\partial v}C(u, v)$ existe para todo $v \in I$. Además para todo u y v se tiene:

$$0 \leq \frac{\partial}{\partial v}C(u, v) \leq 1 \quad (5.3)$$

5.2.1. El teorema de Sklar

El teorema que se presenta a continuación es el fundamento sobre el que se basa la teoría de cópulas. Este teorema pone en evidencia la relación entre una función de distribución multivariada con respecto a sus marginales univariadas.

Sea $H(u, v)$ una función de distribución con marginales $F(u)$ y $G(v)$; entonces, existe una cópula, tal que: $H(u, v) = C(F(u), G(v)) \quad \forall(u, v)$.

La demostración de este teorema se puede ver en (Sklar, A., 1959).

El teorema anterior se puede entender como la descomposición de la función de distribución multivariante en dos componentes, la estructura de dependencia y el comportamiento univariante. El primero de ellos es el correspondiente a la cópula y el segundo se le atribuye a las funciones de distribución marginales, ver (Embrechts et al., 2003)

De acuerdo con lo anterior, cuando se tiene $H(u, v) = C(F(u), G(v))$, distribuimos la probabilidad conjunta entre las marginales y la cópula, de forma que ésta solamente representa la asociación entre v y u . Las cópulas separan el comportamiento marginal de H del conjunto, en contra de lo que ocurre cuando se representan las probabilidades conjuntas a través de las funciones de distribución. Es por todo ello, que las cópulas son denominadas funciones de dependencia (Deheuvels, P.: , 1978).

5.2.2. Cotas de Frechet-Hoeffding

Sea $C : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ una cópula, para todo par $(u, v) \in [0, 1] \times [0, 1]$, se cumple que:

$$\text{máx}(u + v - 1, 0) \leq C(u, v) \leq \text{mín}(u, v) \quad (5.4)$$

Si designamos $W(u, v) = \text{máx}(u + v - 1, 0)$ y $M(u, v) = \text{mín}(u, v)$, se tiene que

$$W(u, v) \leq C(u, v) \leq M(u, v) \quad (5.5)$$

donde $W(u, v)$, es el límite inferior y nos indica la mayor dependencia negativa y el límite superior es $M(u, v)$ que indica el grado de dependencia positiva. En el caso de la cópula coincide con la cota superior de Frechet, indica una situación de dependencia perfecta positiva, denominada comonotonidad. Si por el contrario, coincide con la cota inferior de Frechet, indica una situación de dependencia perfecta negativa que se denomina contramonotonidad.

Para finalizar, (Frèchet, M.R.:, 1951), demostró que las funciones W y M también son cópulas.

5.3. Cópulas y variables aleatorias

Se entiende por variable aleatoria (v.a.) aquella variable cuyos posibles valores que pueda tomar quedan determinados por una cierta función de distribución de probabilidad. También es muy usual adoptar la definición que introdujo (Gnedenko et al. , 1962): “una variable aleatoria es una variable cuyos valores no se pueden predecir exactamente con antelación, teniendo además una función de distribución íntimamente asociada”, o la que posteriormente introdujo (Wald, A., 1947): “una variable X es llamada aleatoria si, dado un valor c , una probabilidad definida puede ser asignada de manera única al suceso de que x sea menor que c ”. Cuando se utiliza el término función de distribución de una v.a. nos referimos a la función que asigna para todo $x \in \mathfrak{R}$, la probabilidad $F_X(x) = P(X \leq x)$ siendo ésta una función continua por la derecha y no decreciente, además de cumplir $F_X(-\infty) = 0$ y $F_X(+\infty) = 1$. Para dos (o más) v.a., el objetivo del análisis del comportamiento conjunto quedará determinado por la función de distribución conjunta, que pasamos a describir a continuación.

Una función de distribución bivalente, es una función tal que se tiene $H :] - \infty, +\infty[\times] - \infty, +\infty[\longrightarrow [0, 1]$, cumpliendo lo siguiente:

1. H es una función no decreciente respecto las dos variables
2. $H(x, -\infty) = H(-\infty, y) = 0$
3. $H(+\infty, +\infty) = 1$

El dominio de H es todo \mathfrak{R}^2 y está acotada por abajo siendo sus marginales F y G , las cuales quedan determinadas de la siguiente forma:

1. $F_X(x) = H(x; +\infty)$
2. $G_Y(y) = H(+\infty, y)$

Sean dos variables aleatorias (X, Y) , con función de distribución bivaridada $H_{XY}(x, y) = P[(X \leq x) \cap (Y \leq y)] = P(X \leq x, Y \leq y)$ y marginales $F_X(x) = P(X \leq x)$ $G_Y(y) = P(Y \leq y)$. Una variable aleatoria queda identificada conociendo su función de distribución o densidad, pudiendo calcular una a partir de la otra de la siguiente forma:

A través de la función de densidad,

$$f(x, y) = \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} F(x, y) \quad (5.6)$$

o bien a mediante la función de distribución:

$$F(x, y) = \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^y f(z, t) dt dz \quad (5.7)$$

Para finalizar las marginales quedarán de la siguiente forma:

1. La marginal de la primera variable se puede expresar mediante la función de densidad o distribución de acuerdo con las siguientes expresiones:

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^{+\infty} f(z, t) dt dz \quad (5.8)$$

y

$$f_X(x) = \frac{d}{dx} F(x) \quad (5.9)$$

2. La marginal de la segunda variable se puede expresar mediante la función de densidad o distribución de acuerdo con las siguientes expresiones:

$$G_Y(y) = \int_{-\infty}^y \int_{-\infty}^{+\infty} f(z, t) dt dz \quad (5.10)$$

y

$$g_Y(y) = \frac{d}{dy} G(y) \quad (5.11)$$

5.4. Cópulas de supervivencia

En algunos campos de la ciencia las variables de interés modelizan el tiempo de vida de los individuos u objetos de una cierta población. Por ejemplo, si partimos de una variable aleatoria continua X que modelice el tiempo de duración de cierta observación, la probabilidad de que un individuo u objeto sobreviva más allá de un cierto tiempo dado x viene dada por la función de supervivencia:

$$F(x) = P[X > x] = 1 - F(x)$$

donde como antes, F representa la función de distribución de x , siendo su dominio $[0, \infty]$.

Para un par de v.a.'s X, Y con función de distribución conjunta H , la función de supervivencia conjunta es $H(x, y) = P[X > x, Y > y]$

Las marginales de \bar{H} son las funciones $\bar{H}(x, -\infty)$ y $\bar{H}(-\infty, y)$ que son funciones de supervivencia univariadas \bar{F} y \bar{G} respectivamente.

Ahora surge la siguiente pregunta: ¿hay alguna relación entre funciones de supervivencia univariadas y conjuntas de forma análoga como las hay entre las funciones de distribución? La respuesta a dicha cuestión viene dada suponiendo que la cópula de X e Y es C . Entonces se tiene:

$$\begin{aligned} \bar{H}(x, y) &= 1 - F(x) - G(y) + H(x, y) \\ &= \bar{F}(x) + \bar{G}(y) - 1 + C(F(x), G(y)) \\ &= \bar{F}(x) + \bar{G}(y) - 1 + C(1 - \bar{F}(x), 1 - \bar{G}(y)) \end{aligned} \tag{5.12}$$

Si definimos $\hat{C} : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ entonces

$$\hat{C}(u, v) = u + v - 1 + C(1 - u, 1 - v) \tag{5.13}$$

lo que finalmente se tiene

$$\bar{H}(x, y) = \hat{C}(\bar{F}(x), \bar{G}(y)) \tag{5.14}$$

Es importante tener claro, como indica (Ayyad et al: , 2008), para evitar confusiones las diferencias entre la cópula de supervivencia \hat{C} y la función de distribución conjunta de supervivencia \bar{C} para dos v.a.'s uniformes en $[0, 1]$ cuya función de distribución conjunta es la cópula C . Para entender mejor lo anterior véase la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} \bar{C}(u, v) &= P(U > u, V > v) = 1 - u - v + C(u, v) \\ &= \bar{H}(x, y) = \hat{C}(1 - u, 1 - v) = \hat{C}(\bar{u}, \bar{v}) \end{aligned}$$

5.5. Generación de variables aleatorias

Una de las primeras aplicaciones de la teoría de cópulas estuvo enfocada a las simulaciones de montecarlo, herramienta que precisa de simulaciones de gran cantidad de puntos, para tener un número de datos

extremos suficientes. En esta sección, abordaremos el problema de la generación de una muestra para una función de distribución específica, es decir, como extraer una muestra de una familia de probabilidades. Hay varios procedimientos válidos para generar variables uniformes independientes y, como consecuencia, obtener una muestra de una cierta distribución de probabilidad. Uno de los métodos más conocidos es el método de la función de distribución inversa. Para entender este método es necesario definir previamente el concepto de pseudo-inversa de una función de distribución.

Dada $F_X : \mathfrak{R} \rightarrow I = [0, 1]$ una función de distribución. Entonces una pseudo-inversa de F_X es otra función $F_X^{-1} : I = [0, 1] \rightarrow \mathfrak{R}$ con dominio I tal que

1. Si t pertenece a la imagen de F_X , entonces $F_X^{-1}(t)$ es una cantidad x de \mathfrak{R} tal que $F_X(x) = t$.
2. Para todo t de la imagen de F_X , $F(F_X^{-1}(t)) = t$.
3. Si t no está en la imagen de F_X , entonces

$$F_X^{-1}(t) = \inf \{x | F_X(x) \geq t\} = \sup \{x | F_X(x) \leq t\}$$

Para finalizar con esta definición, cabe destacar que si F_X es estrictamente creciente, tendrá una única pseudo-inversa, que obviamente será la inversa ordinaria y la describiremos con la siguiente notación: F_X^{-1} .

Una vez introducida la definición anterior, seguimos con la generación de variables aleatorias. Para obtener una observación x de una variable aleatoria X con función de distribución F , seguiremos el siguiente algoritmo:

1. Generar una variable u de una distribución uniforme U en $[0, 1]$
2. Obtención de $x = F_X^{-1}(u)$, donde F_X^{-1} es una pseudo-inversa de F .

Existen varios métodos para generar observaciones (x, y) de un par de variables aleatorias (X, Y) con distribución de probabilidad conjunta H_{XY} , véase (Devroye, L.: , 1986) y (Johnson, M.E.: , 1987). Aquí nos centraremos en los métodos que utilicen cópulas para tal fin. Por el teorema de (Sklar, A.: , 1959), tan sólo necesitamos generar pares (u, v) de observaciones de una distribución bivalente uniformemente repartida en

el rectángulo $I = [0, 1] \times [0, 1]$, cuya función de distribución conjunta es C_{XY} , la cópula de X e Y , y a continuación transformar estas cantidades mediante el método de la función de distribución inversa.

Un procedimiento para generar pares (u, v) se puede lograr a través del Método de la Distribución Condicional. En este método, necesitamos la función de distribución condicional de V dado $U = u$, donde $(U, V) \mapsto Unif[0, 1]$, que está definida del siguiente modo:

$$c_u(v) = P[V \leq v | U = u] = \lim_{\Delta u \rightarrow \infty} \frac{C(u + \Delta u, v) - C(u, v)}{\Delta u} = \frac{\partial C(u, v)}{\partial u} \quad (5.15)$$

El algoritmo a seguir es:

1. Generar dos variables uniformes e independientes en $[0, 1]$, u y t .
2. Calcular $v = c_u^{-1}(t)$, donde c_u^{-1} denota la pseudo-inversa de c_u .
3. El par buscado es (u, v) .
4. Calcular $x = F^{-1}(u)$ y $y = G^{-1}(v)$, donde F^{-1} y G^{-1} son las pseudo-inversas de F y G , funciones de distribución de X e Y respectivamente.

5.6. Familias de cópulas

Se trata de mostrar en este apartado las distintas familias de cópulas, indicando las principales peculiaridades de cada una de ellas.

5.6.1. Cópulas elípticas

Tal como recoge (Martín Soldevilla et al., 2007), las cópulas elípticas comparten muchas de las propiedades de la distribución normal multivariada y permiten modelar extremos. No obstante, presentan algunos inconvenientes:

1. Las marginales que la constituyen, deben ser de la misma clase.
2. El parámetro que define la cópula, no puede ser estimado directamente a partir de los datos.

Es decir, las cópulas elípticas son funciones de distribución de vectores aleatorios concomitantes elípticamente transformados que no tienen formas de expresión cerradas y están restringidas a la simetría radial.

Se muestran en esta tesis, aunque ya se puede observar que no representan a las variables que aquí se pretende modelizar.

Existen dos tipos de cópulas elípticas, la cópula Gaussiana y la t de Student.

5.6.1.1 La cópula Gaussiana

La cópula Gaussiana representa la estructura de dependencia para una distribución normal multivariada, lo que significa que distribuciones marginales normales combinadas con cópula Gaussiana forman distribuciones normales multivariadas. Una expresión para la cópula Gaussiana está dada por:

$$C(u, v, \theta) = \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(u)} \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(v)} \frac{1}{2\pi\sqrt{(1-\theta)}} e^{\frac{-(r^2-2\theta \cdot r \cdot s+s^2)}{2(1-\theta^2)}} dr \cdot ds \quad (5.16)$$

donde θ es el coeficiente de correlación lineal entre las dos variables aleatorias.

5.6.1.2 La T-cópula

La cópula de distribución estandarizada de la t de Student multivariada se define a continuación como:

$$C^t(u_1, \dots, u_m; \Sigma, v) = T_{\Sigma, v}^m t_v^{-1}((u_1), \dots, t_v^{-1}(u_m)) \quad (5.17)$$

donde, $T_{\Sigma, v}^m$, es la distribución t-Student estandarizada multivariante, Σ , es la matriz de correlación, v , los grados de libertad y t_v^{-1} , la inversa de la t de Student.

Para el caso de dos dimensiones la expresión anterior toma la siguiente forma:

$$C^t(u, v, \theta) = \int_{-\infty}^{t_v^{-1}(u)} \int_{-\infty}^{t_v^{-1}(v)} \frac{1}{2\pi\sqrt{(1-\theta^2)}} e^{\left(1 + \frac{(r^2-2\theta \cdot r \cdot s+s^2)}{v(1-\theta^2)}\right)^{-(v+2)/2}} dr \cdot ds \quad (5.18)$$

siendo θ el coeficiente de correlación de las dos variables aleatorias.

5.6.2. Cópulas Arquimedianas

En el desarrollo de la familia de cópulas arquimedianas fue pionero (Ling, C.H.: , 1965), y posteriormente usada por (Sklar et al.: , 1983) en el estudio de las t-normas. Antes de que se diesen a conocer a mayor escala gracias a su importante aplicación al estudio de Finanzas y Geoestadística, las cópulas arquimedianas ya fueron de hecho aplicadas previamente a otros campos por (Clayton, D. G.: , 1978), (Oakes, D.: , 1982) y (Cook et al.: , 1981). El motivo del amplio espectro de posibles aplicaciones es debido a:

1. Fácil implementación
2. Fácil acotación y simulación
3. Flexibilidad
4. Propiedades matemáticas que las hacen más especiales

Aún así las cópulas arquimedianas tienen algunas desventajas como el ser simétricas respecto a sus dos argumentos, es decir $C(u, v) = C(v, u)$.

Previo a la definición de cópula Arquimediana, es necesario establecer unas definiciones.

Cuando se pueda escribir $\lambda(H(x, y)) = \lambda(F(x))\lambda(G(y))$ para una función λ , que debe ser positiva sobre el intervalo $[0, 1]$ entonces definiendo $\varphi(t) = -\ln\lambda(t)$, se puede escribir H como suma de funciones de las marginales F y G , por ejemplo $\varphi(H(x, y)) = \varphi(F(x)) + \varphi(G(y))$; siendo la expresión anterior para el caso de cópulas:

$$\varphi(C(u, v)) = \varphi(u) + \varphi(v) \quad (5.19)$$

A la cópula que cumple dicha propiedad se la denomina cópula Arquimediana y a la función φ generadora de la cópula. Aún más, la función φ se dice que es un generador aditivo de C , y si $\varphi(0) = +\infty$ diremos que φ es un generador estricto.

Finalmente indicar las principales propiedades que satisfacen las cópulas arquimedianas:

Sea C una cópula arquimediana con generador de cópula φ , entonces:

1. C es simétrica. $C(u, v) = C(v, u)$ para todo $(u, v) \in I$

2. C es asociativa. $C(C(u, v), w) = C(u, C(v, w))$ para todo $(u, v, w) \in I$
3. Sea c una constante, tal que $c > 0$, entonces $c\varphi$ es también un generador de C

Todo lo anterior se puede ver más desarrollado en (Nelsen, R. B.: , 1999) así como las demostraciones de los teoremas y lemas que conducen a las principales propiedades de las mismas.

Las principales cópulas que pertenecen a esta familia se describen a continuación:

5.6.2.1 La cópula de Clayton.

La expresión de la cópula de Clayton es la siguiente:

$$C_\theta(u, v) = (\max\{u^{-\theta} + v^\theta - 1, 0\})^{-1/\theta} \quad (5.20)$$

donde $\theta \in [-1, +\infty) - \{0\}$.

La expresión del generador de la cópula es:

$$\varphi_\theta(t) = \frac{1}{\theta}(t^{-\theta} - 1) \quad (5.21)$$

donde $(u, v) \in I$ y siendo el parámetro de dependencia $\theta \in [-1, +\infty) - \{0\}$.

Los casos límites responden a:

- $C_{-1}(u, v) = W(u, v)$
- $C_0(u, v) = \Pi(u, v)$
- $C_1(u, v) = \frac{\Pi(u, v)}{\Sigma(u, v) - \Pi(u, v)}$
- $C_\infty(u, v) = M(u, v)$

5.6.2.2 La cópula de Frank.

La expresión de la cópula de Frank es la siguiente:

$$C_{\theta}(u, v) = \frac{-1}{\theta} \ln \left[1 + \frac{(e^{-\theta u} - 1)(e^{-\theta v} - 1)}{e^{-\theta} - 1} \right] \quad (5.22)$$

donde $(u, v) \in I$ y siendo el parámetro de dependencia $\theta \in (-\infty, +\infty) - \{0\}$.

La expresión del generador de la cópula es:

$$\varphi_{\theta}(t) = -\ln \left(\frac{e^{\theta t} - 1}{e^{-\theta} - 1} \right) \quad (5.23)$$

donde $\theta \in (-\infty, +\infty) - \{0\}$.

Los casos límites responden a:

- $C_{-\infty}(u, v) = W(u, v)$
- $C_0(u, v) = \prod(u, v)$
- $C_{\infty}(u, v) = M(u, v)$

5.6.2.2 La cópula de Ali-Mikhail-Haq (AMH).

La expresión de la cópula de Ali-Mikhail-Haq (AMH) es la siguiente:

$$C_{\theta}(u, v) = \frac{u \cdot v}{1 - \theta(1 - u)(1 - v)} \quad (5.24)$$

donde $(u, v) \in I$ y siendo el parámetro de dependencia $\theta \in (-\infty, +\infty) - \{0\}$.

La expresión del generador de la cópula es:

$$\varphi_{\theta}(t) = \ln \frac{1 - \theta(1 - t)}{t} \quad (5.25)$$

donde $\theta \in [-1, 1]$.

Los casos límites responden a:

- $C_0(u, v) = \prod(u, v)$
- $C_1(u, v) = \frac{\prod(u, v)}{\sum(u, v) - \prod(u, v)}$

5.6.3. Cópulas de valor extremo

Una cópula bivariada, C , se denomina de valor extremo si es max-extable, es decir, si se verifica: $C(u^t, v^t) = C^t(u, v), \forall t > 0$.

De todas las cópulas de valores extremos existentes, la más conocida es la cópula de Gumbel. A su vez esta cópula también pertenece al conjunto de cópulas arquimedianas. Las cópulas de valor extremo están justificadas cuando las marginales son de valor extremo. A continuación se presentan las cópulas de valores extremos más utilizadas.

5.6.3.1 La cópula de Gumbel

La expresión de la cópula de Gumbel es la siguiente:

$$C_\theta(u, v) = e^{-[(-\ln u)^\theta + (-\ln v)^\theta]^{\frac{1}{\theta}}} \quad (5.26)$$

donde $(u, v) \in I$ y siendo el parámetro de dependencia $\theta \in [1, +\infty)$.

La expresión del generador de la cópula es:

$$\varphi_\theta(t) = \ln \frac{1 - \theta(1-t)}{t} \quad (5.27)$$

donde $\theta \in [1, +\infty)$.

Los casos límites responden a:

- $C_1(u, v) = \prod(u, v)$
- $C_\infty(u, v) = M$

5.6.3.2 La cópula de Galambos (1975)

La expresión de la cópula de Galambos es:

$$C(u, v) = uv \exp \left\{ [(-\ln u)^{-\theta} + (-\ln v)^{-\theta}]^{-1/\theta} \right\} \quad (5.28)$$

donde $\theta \in [0, +\infty)$.

La expresión del generador de la cópula es:

$$\varphi_\theta(t) = 1 - (t^{-\theta} + (1-t)^{-\theta})^{-1/\theta} \quad (5.29)$$

Los casos límites responden a:

- $C_0(u, v) = \prod(u, v)$
- $C_\infty(u, v) = M$

5.6.3.3 La cópula de Hüsler y Reiss (1989)

La expresión de la cópula de Hüsler y Reiss es:

$$C_\theta(u, v) = \exp \left\{ (-\ln u) \Phi \left[\frac{1}{\theta} + \frac{1}{2} \theta \ln \frac{\ln u}{\ln v} \right] - (-\ln v) \Phi \left[\frac{1}{\theta} + \frac{1}{2} \theta \ln \frac{\ln u}{\ln v} \right] \right\} \quad (5.30)$$

donde $(u, v) \in I$ y siendo el parámetro de dependencia $\theta \in [1, +\infty)$. Además Φ representa la función de distribución gaussiana.

La expresión del generador de la cópula es:

$$\varphi_\theta(t) = t \cdot \Phi \left[\theta^{-1} + \frac{1}{2} \cdot \theta \cdot \left(\frac{t}{1-t} \right) \right] + (1-t) \cdot \Phi \left[\theta^{-1} - \frac{1}{2} \cdot \theta \cdot \left(\frac{t}{1-t} \right) \right] \quad (5.31)$$

donde $\theta \in [0, +\infty)$.

Los casos límites responden a:

- $C_0(u, v) = \prod(u, v)$
- $C_\infty(u, v) = M$

5.7. Cópulas y medida de dependencia

La cópula es por sí una caracterización de la dependencia de un par de variables aleatorias X e Y , de tal forma que tiene sentido usarlas para determinar cuál es el grado de dependencia. En este apartado se pretende mostrar la importancia que tienen las cópulas de cara a mostrar la dependencia así como la relación que guardan con los conocidos coeficientes no paramétricos de dependencia, rho de Spearman y tau de Kendall, ambos relacionados con una forma de dependencia denominada concordancia. A lo largo de este apartado se muestran ambos conceptos.

5.7.1. Coeficiente de correlación de Pearson

La forma habitual para determinar la dependencia entre dos variables aleatorias había sido el coeficiente de correlación de Pearson, que determina la relación lineal existente entre un vector de variables aleatorias (X, Y) , cuya expresión es:

$$\rho_{XY} = \frac{Cov(X, Y)}{\sqrt{Var(X)Var(Y)}} \quad (5.32)$$

Como se puede apreciar su aplicación es inmediata y sencilla. No obstante, se hace necesario implementar otro tipo de indicadores de la dependencia debido a que este coeficiente de correlación presenta los siguientes inconvenientes:

- Un valor cero del coeficiente de correlación indica independencia. Esta afirmación es cierta para el caso de una función de distribución normal multivariante exclusivamente, pero no para el resto de funciones de distribución, ya que un valor cero no implicaría necesariamente independencia.
- El coeficiente de correlación es de aplicación para parejas de variables aleatorias que tengan una varianza finita. Sin embargo no es de aplicación a todas aquellas funciones de distribución que presenten colas pesadas, ya que cabe el riesgo de no existir la varianza.
- La correlación no es un invariante frente a transformaciones estrictamente monótonas, mientras que las cópulas si lo son.

Todo lo anterior se puede ver con más detalle en (Embrechts et al., 1999).

5.7.2. Concepto de concordancia

Sean X e Y , un par de variables aleatorias, se les denomina concordantes si *grandes* (*pequeños*) valores de una de las variables tienden a estar asociados con *grandes* (*pequeños*) valores de la otra.

A continuación se muestran dos definiciones del concepto de concordancia.

Sean (x_i, y_i) y (x_j, y_j) , dos observaciones de un par de variables aleatorias absolutamente continuas X e Y . Entonces, (x_i, y_i) y (x_j, y_j) son concordantes si $x_i < x_j$ e $y_i < y_j$, o si $x_i > x_j$ e $y_i > y_j$. De manera análoga, (x_i, y_i) y (x_j, y_j) son discordantes si $x_i < x_j$ e $y_i > y_j$, o si $x_i > x_j$ e $y_i < y_j$.

Análogamente a la definición anterior se muestra otra sobre el mismo concepto de concordancia.

Decimos que (x_i, y_i) y (x_j, y_j) son concordantes si $(x_i - x_j) \cdot (y_i - y_j) > 0$ y que son discordantes si $(x_i - x_j) \cdot (y_i - y_j) < 0$.

5.7.3. Tau de Kendall

La Tau de Kendall es una medida de concordancia. Dada la muestra

$$\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)\}$$

del vector aleatorio (X, Y) , la tau de Kendall es la diferencia entre las probabilidades de concordancia y discordancia entre los puntos de la muestra. A continuación se indica la definición matemática de este concepto.

Sea una muestra aleatoria $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)\}$ de n observaciones de un vector aleatorio continuo (X, Y) ; se tienen $\binom{n}{2}$ pares distintos de (x_i, y_i) y (x_j, y_j) de observaciones de la muestra. Sea c el número de pares concordantes y d el número de pares discordantes.

Se define el tau de Kendall (Ferguson et al., 2000) como

$$\tau = \frac{c - d}{c + d} = \frac{c - d}{\binom{n}{2}}$$

Si $(X_1 - Y_1)$, $(X_2 - Y_2)$ son vectores aleatorios dependientes e idénticamente distribuidos con distribución F , la versión poblacional de la τ de Kendall se define:

Sean (X_1, Y_1) y (X_2, Y_2) vectores aleatorios dependientes e idénticamente distribuidos con función de distribución $F(x, y)$. El tau de Kendall para el vector (X, Y) está definido como la probabilidad de la concordancia menos la probabilidad de la discordancia, es decir

$$\begin{aligned}\tau(X, Y) &= P[(X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2) > 0] - P[(X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2) < 0] \\ &= 2 \cdot P[(X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2) > 0] - 1\end{aligned}\tag{5.34}$$

La tau de Kendall se puede expresar en términos de la cópula. Para ello se presenta el siguiente teorema.

Sean X e Y variables aleatorias continuas cuya cópula es C . Entonces la versión poblacional del tau de Kendall para X e Y viene dada por la expresión:

$$\begin{aligned}\tau(X, Y) &= P[(X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2) > 0] - P[(X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2) < 0] \\ &= 4 \int \int_{I^2} C(u, v) dC(u, v) - 1\end{aligned}\tag{5.35}$$

Para finalizar, presentamos otra forma de obtener el valor del tau de Kendall cuando la cópula es arquimediana. En este caso se puede obtener a partir del generador de la cópula, $\varphi(t)$, en cuyo caso tau de Kendall viene determinado por la siguiente expresión:

$$\tau_C = 1 + 4 \int_0^1 \frac{\varphi(t)}{\varphi'(t)} dt\tag{5.36}$$

A modo de ejemplo, vamos a determinar el valor de τ de Kendall para la cópula de Gumbel. Como ya se vio en el apartado 5.6.3, para la cópula de Gumbel, ésta tenía un generador de la misma que venía dado por la siguiente expresión: $\varphi(t) = (-\ln t)^\theta$, para $\theta \geq 1$. De esta forma se tiene que $\varphi'(t) = \frac{\theta(-\ln t)^{\theta-1}}{t}$ y análogamente desarrollando algebraicamente, se tiene el cociente

$$\frac{\varphi(t)}{\varphi'(t)} = \frac{t \ln t}{\theta}\tag{5.37}$$

Finalmente, sustituyendo nos queda:

$$\tau_C = 1 + 4 \int_0^1 \frac{\varphi(t)}{\varphi'(t)} dt = 1 + 4 \int_0^1 \frac{t \ln t}{\theta} dt = 1 - \frac{1}{\theta}\tag{5.38}$$

5.7.4. El coeficiente rho de Sperman

Este coeficiente se define también a partir de la concordancia (discordancia), al igual que el tau de Kendall.

Sean X, Y , variables aleatorias continuas, cuya función cópula es C . Se define el valor de ρ de Sperman como:

$$\rho = 12 \int \int_{[0,1]^2} uv dC(u, v) - 3 = 12 \int \int_{[0,1]^2} C(u, v) du dv - 3 \quad (5.39)$$

El segundo término de la igualdad anterior, es debida a (Hoeffding, W., 1940) y posteriormente pormenorizado por (Quesada, J.J., 1992)

A modo de ejemplo, se analiza a continuación el cálculo de la ρ de Sperman para la cópula de Farlie-Gumbel-Morgenstern, cuya expresión era:

$C_\theta = u \cdot v + (1 - u)(1 - v)$, de tal forma que $\theta \in [-1, 1]$ y $u, v \in [0, 1]$
Si aplicamos las fórmulas anteriores, tendremos lo siguiente:

$$\int \int_{[0,1]^2} u \cdot v dC_\theta(u, v) - 3 = 12 \int \int_{[0,1]^2} C_\theta(u, v) du dv \quad (5.40)$$

$$c_\theta(u, v) = \frac{\partial^2}{\partial u \partial v} C_\theta(u, v) = 1 + \theta(1 - 2u)(1 - 2v) \quad (5.41)$$

Sustituyendo en las expresiones anteriores, queda:

$$\int_0^1 \int_0^1 uv c_\theta(u, v) du dv = \frac{1}{4} + \frac{\theta}{36} \quad (5.42)$$

De tal forma que el coeficiente ρ de Sperman, queda, $\rho = \frac{\theta}{3}$

5.8. Medidas gráficas de dependencia

5.8.1. Chi-Plots

Los Chi-plots son una eficiente herramienta gráfica que nos permite realizar un primer estudio sobre la posible relación funcional entre dos variables aleatorias. Originalmente fueron introducidos por (Fisher et

al.; 1985). Su construcción está basada en el estadístico Chi-Cuadrado, conocido por su utilidad en el estudio de la dependencia de dos variables aleatorias representadas por una tabla de doble entrada (más conocidas como tablas de contingencia). Para calcular los Chi-plots podemos seguir los siguientes pasos:

1. Calcular los H_i , F_i y G_i como se muestra a continuación:

$$H_i = \frac{1}{n-1} \{j \neq i : X_j \leq X_i, Y_j \leq Y_i\}, \quad (5.43)$$

$$F_i = \frac{1}{n-1} \{j \neq i : X_j \leq X_i\}, \quad (5.44)$$

$$G_i = \frac{1}{n-1} \{j \neq i : Y_j \leq Y_i\} \quad (5.45)$$

2. Computar λ_i, χ_i a partir de las cantidades anteriores de la siguiente forma:

$$\lambda_i = 4 \cdot \text{sign}(\tilde{F}_i \cdot \tilde{G}_i) \cdot \max(\tilde{F}_i^2 \cdot \tilde{G}_i^2) \quad (5.46)$$

$$\chi_i = \frac{H_i - F_i \cdot G_i}{\sqrt{F_i \cdot (1 - F_i) \cdot G_i \cdot (1 - G_i)}} \quad (5.47)$$

Siendo , sign la función signo y

$$\tilde{F}_i = F_i - \frac{1}{2} \quad (5.48)$$

$$\tilde{G}_i = G_i - \frac{1}{2} \quad (5.49)$$

3. Representar los pares de puntos $(\lambda_i, \chi_i) \in [-1, 1] \times [-1, 1]$ según (Fisher et al.; 1985).

Para evitar posibles desfases gráficos, (Fisher et al.; 1985), recomiendan dibujar únicamente los que cumplan:

$$|\lambda| = 4 \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{2} \right) \quad (5.50)$$

A la hora de representar la nube de puntos, debemos tener en cuenta la posible pérdida de pares de puntos (entre dos y cuatro, en general) al dividir por cero, por lo que en muestras pequeñas el método no es eficiente. Si queremos contrastar las hipótesis H_0 : Las variables son independientes frente a H_1 : Las variables no son independientes, los valores χ_i que estén *muy lejos* de cero nos darán evidencia estadística para poder rechazar la hipótesis nula. Para hacer referencia al término *muy lejos*, (Fisher et al., 1985) nos proponen unos límites de control dados por $\pm c_p = \sqrt{n}$ donde c_p es escogido aproximadamente como el $100 \cdot p\%$ ¹ de los pares (λ_i, χ_i) que caen dentro de esas líneas.

5.8.1.1 Variables dependientes vs variables independientes

Para mostrar de forma visual la dependencia -independencia- en la representación de los Chi-plots, generamos dos muestras aleatorias de tamaño 100, una extraída de una variable $X \rightarrow N(0, 1)$ y otra $Y \rightarrow N(0, 1)$, y calculamos a partir de ellas los (λ_i, χ_i) . A continuación se representan estos últimos pares de puntos. De esta forma, se logran 100 pares de observaciones provenientes de dos variables independientes. Finalmente se observa en la Figura 5.1, como los pares de puntos se concentran en un porcentaje muy alto dentro de las bandas delimitadas por $\pm c_p \cdot \sqrt{n}$.

En cambio, si realizamos el mismo ejercicio pero escogiendo esta vez $X \rightarrow N(0, 1)$ e $Y = \frac{x^2}{2}$ lo que se obtiene será una nube totalmente alejada de los márgenes delimitados por $\pm c_p \cdot \sqrt{n}$, ya que las dos variables son funcionalmente dependientes. Lo anterior queda reflejado en la Figura 5.2.

5.8.2. K-Plots

A continuación se presenta otra técnica gráfica para el estudio de la dependencia de dos variables aleatorias basada en rangos, que ha sido recientemente propuesta por (Genest et al., 2003) y está inspirada en los QQ-plots. Esta técnica consiste en representar los pares $(W_{i:n}, H_i) \forall i \in \{1, 2, \dots, n\}$, donde, $H_1 \leq H_2 \leq \dots \leq H_n$, es la muestra aleatoria ordenada, y siendo:

¹p indica el nivel de confianza. Los valores habituales de p, son 0.9, 0.95 ó 0.99

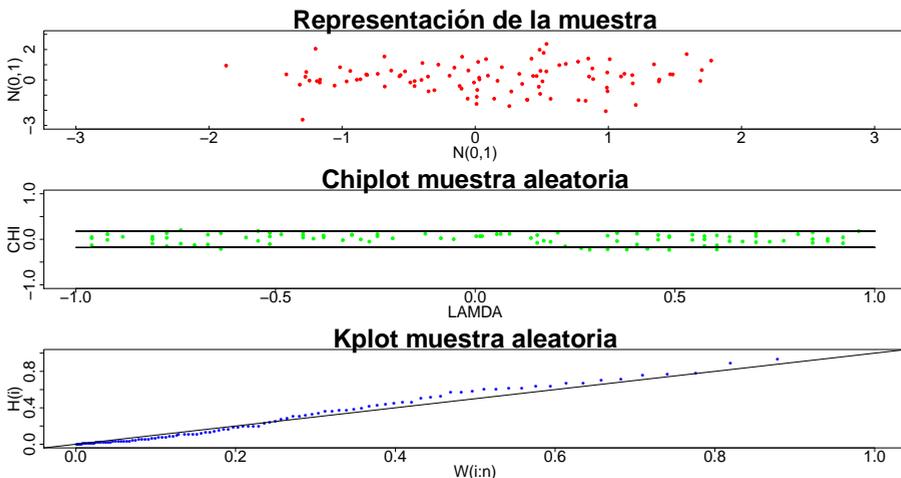


Figura 5.1. Ejemplo de una muestra independiente. Los puntos de la muestra son aleatorios. En el chiplot están dentro de las bandas y el kplot los puntos se acomodan sobre la recta $y = x$

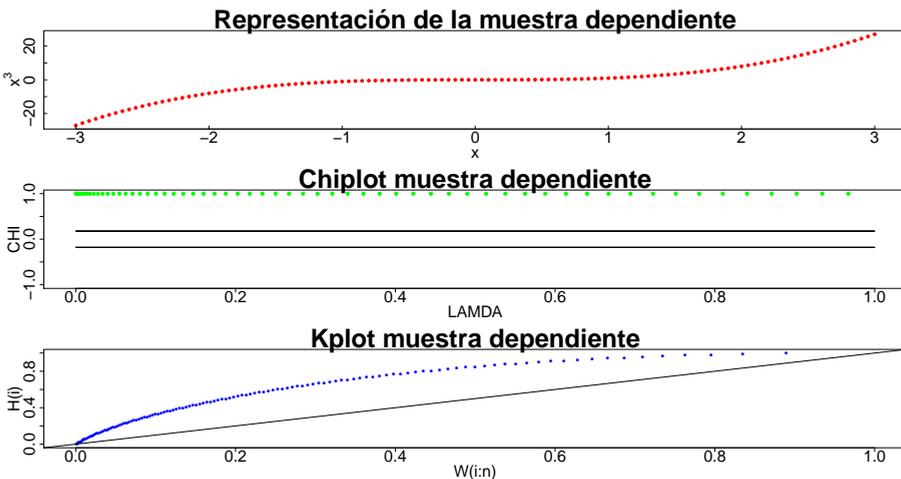


Figura 5.2. Ejemplo de una muestra dependiente. Los puntos de la muestra siguen una función, parabólica en este caso. En el chiplot están fuera de las bandas y en el kplot se observa una concavidad perfecta de los puntos

$$H_i = \frac{1}{n-1} i \neq j : X_j \leq X_i, Y_j \leq Y_i = \frac{n \cdot W_i - 1}{n-1} = \frac{c \cdot (\frac{R_n}{n+1}, \frac{S_n}{n+1})}{n-1} \tag{5.51}$$

$$W_{i:n} = \binom{n-1}{i-1} \int_0^1 w k_0(w) \{K_0(w)\}^{i-1} \{1 - K_0(w)\}^{n-1} dw \quad (5.52)$$

donde

$$K_0(w) = P(UV) = \int_0^1 P(U \leq \frac{w}{v}) dv = \int_0^w 1 dv + \int_w^1 \frac{w}{v} dv = w - w \log(w) \quad (5.53)$$

donde k_0 es la correspondiente función de densidad.

La interpretación de los K-plots, es similar a los QQ-plots.

A medida que la representación de $H(i)$ vs. $W(i : n)$ se vaya desviando respecto a la diagonal, podremos ir asumiendo dependencia entre las dos variables, bien sea positiva o negativa. Además cuanto más fuerte sea la desviación respecto a dicha diagonal, supondremos una mayor dependencia entre las dos variables pudiendo indicarnos gráficamente la dependencia funcional perfecta.

5.9. Inferencia estadística para cópulas

5.9.1. Introducción

Tal como se comentó en apartados anteriores, una cópula es una expresión de un modelo multivariante, de tal manera que se puede aplicar el método de la máxima verosimilitud exacta (MML) para la estimación de sus parámetros poblacionales.

No obstante, existen otros métodos de estimación más novedosos que han sido propuestos para poder reducir el coste computacional que requiere el método anterior y que además son más efectivos como veremos a continuación. Estos métodos comparten conceptos de inferencia no paramétrica y técnicas de simulación.

En este capítulo se muestran los distintos métodos de inferencia estadística en cópulas. Los métodos que se van a desarrollar son:

1. Método de la máxima verosimilitud exacta (MML), tanto en su versión paramétrica como semiparamétrica.
2. Método basado en el Tau de Kendall y Rho de Sperman.

3. Método basado en la mínima distancia entre rangos. Método OLS y OLST.

Dada una familia paramétrica de cópulas $C = C_\theta : \theta \in \Theta$ que representa un modelo de dependencia entre las variables X e Y a través de sus funciones de distribución. Dada una muestra aleatoria $(X_1, Y_1), \dots, (X_n, Y_n)$ extraída de (X, Y) vector aleatorio, se pretende en los siguientes apartados, estimar el parámetro poblacional θ a partir de los métodos enumerados anteriormente.

5.9.2. Método MML: Versión paramétrica

Para definir este método se ha desarrollado un ejemplo obtenido de (Ayyad et al. , 2008) que a continuación pasamos a describir.

Sea la muestra, $H_{XY}(x, y)$ extraída de $C\{F_X(x), G_Y(y)\}, x, y \in \mathfrak{R}$. Supongamos además que los siguientes modelos paramétricos, son $F_X \in (F_\delta), G_Y \in G_\mu$ y $C \in (C_\theta)$.

A continuación y a modo de ejemplo, pero sin pérdida ninguna de generalidad, se supone:

- F_X es una función de distribución normal con parámetros $\delta = (\mu, \sigma^2)$
- G_Y es una función de distribución gamma con parámetros $\eta = (\alpha, \lambda)$
- $C \in C_\theta = C : [0, 1] \times [0, 1] \longrightarrow [0, 1]$ de tal forma que $C(u, v) = uv + \theta uv(1 - u)(1 - v)$ $|\theta| < 1$, familia de cópulas bivariantes Farlie-Gumbel-Morggensten.

A continuación se procede a calcular la función de densidad conjunta h_{XY} , que viene dada por la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} h_{XY}(x, y) &= \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} H_{XY}(x, y) = \\ &= \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} C_\theta(F_\delta(x), G_\eta(y)) = f_\delta(x) g_\eta(y) c_\theta(F_\delta(x), G_\eta(y)) \quad (5.54) \end{aligned}$$

donde $f_\delta(x)$, $g_\eta(y)$ c_θ , son las funciones de densidad respectivas de F_X , G_Y y C .

El Estimador por Máxima Verosimilitud de los parámetros (δ, η, θ) , conocido como Máxima Verosimilitud Exacta ver (Cherubini et al., 2004) viene definido al maximizar la función de verosimilitud:

$$l(\delta, \eta, \theta) = \sum_{i=1}^n \ln\{f_\delta(x_i)\} + \sum_{i=1}^n \ln\{g_\eta(y_i)\} + \sum_{i=1}^n \ln\{c_\theta(F_\delta(x_i), G_\eta(y_i))\} \quad (5.55)$$

La optimización multivariante puede ser costosa computacionalmente y puede darse el caso de no llegar a la solución de nuestro problema. Es por ello que, (Joe, H.: , 1997) recomienda proceder en dos pasos: en primer lugar determinar por separado los parámetros de cada una de las marginales y a continuación el parámetro θ de la función cópula.

De forma esquemática se desarrolla lo comentado anteriormente:

1. Se estima δ y η por separado, a partir de las expresiones:

$$\sum_{i=1}^n \ln\{f_\delta(x_i)\} \text{ y } \sum_{i=1}^n \ln\{g_\eta(y_i)\} \quad (5.56)$$

2. Para $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ establecemos $\hat{U}_i = F_\delta(x_i)$ y $\hat{V}_i = G_\eta(y_i)$
3. Estimación de los parámetros de la cópula $\hat{\theta}$, con base a las marginales previamente calculadas, como el valor del parámetro θ que hace máxima la función objetivo:

$$l(\theta, n) = \sum_{i=1}^n \ln\{c_\theta(\hat{U}_i, \hat{V}_i)\} \quad (5.57)$$

Por lo que el estimador quedaría definido de la forma:

$$\hat{\theta} = \arg \max l(\theta, n) \quad (5.58)$$

La ventaja del método de (Joe, H.: , 1997) es su sencilla aplicación, pero presenta como desventaja un esfuerzo importante en el ajuste de la

marginales, ya que una mala elección de las mismas, afecta al parámetro de la cópula.

Finalmente destacar que (Joe, H.: , 1997) demostró que si las marginales han sido correctamente escogidas, este método es más eficiente que el construido en una sola etapa y es asintóticamente normal.

5.9.3. Método MML: Versión semiparamétrica

5.9.3.1 Estimación directa de las marginales, a partir de la muestra

Este método difiere del anterior en que no se hace asunción alguna sobre la forma paramétrica de las marginales, ya que éstas son desconocidas y deben ser estimadas, utilizando las funciones de distribución empíricas \widehat{F}_i definidas como:

$$\widehat{F}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n I(X_{i,j} \leq x) \quad (5.59)$$

donde I es la función indicatriz.

A veces para evitar problemas de frontera, \widehat{F}_i son a menudo reescalados sustituyendo n por $(n + 1)$ en el denominador de la expresión anterior.

La función de verosimilitud en el caso bivariente, viene dada por (ver (Joe, H.: , 1997) y (Tsukahara, H.: , 2005))

$$l(\theta, n) = \sum_{i=1}^n \{c_\theta(\widehat{U}_i, \widehat{V}_i)\} \quad (5.60)$$

donde, para $i \in \{1, 2, \dots, n\}$, $\widehat{U}_i = \widehat{F}(x_i)$ y $\widehat{V}_i = \widehat{G}(y_i)$

A continuación se procedería como en el caso anterior para determinar θ , de tal forma que se pretende encontrar $\widehat{\theta}_n$ que satisfaga:

1. $\frac{d}{d\theta} l(\theta; n) = 0$
2. $\frac{d^2}{d\theta^2} l(\theta; n) < 0$

Por lo que el estimador tendrá la expresión:

$$\widehat{\theta} = \arg \max l(\theta, n) \quad (5.61)$$

5.9.3.2 Estimación de las marginales utilizando rangos

Otra forma de estimar las marginales F_X y G_Y consiste en considerar sólo estimadores basados en rangos. Esta opción metodológica estará justificada ya que la estructura de dependencia que una cópula representa no tiene nada que ver con el comportamiento individual de las variables, el cual viene representado por sus marginales. Como consecuencia, cualquier inferencia sobre el parámetro poblacional de una familia de cópulas a partir los rangos de las observaciones (los cuáles son un buen resumen del comportamiento conjunto de las variables aleatorias), será una seria alternativa para la solución de nuestro problema de estimación.

Supongamos que $(R_1; S_1), (R_2; S_2), \dots, (R_n; S_n)$ son el conjunto de rangos asociados a las observaciones. En el presente contexto, una modificación de la estimación por máxima verosimilitud debe ser necesaria si la inferencia que concierne a los parámetros poblacionales está basada exclusivamente en rangos ². El método de pseudo Máxima-Verosimilitud, el cual requiere que C_θ sea absolutamente continua respecto a la medida de Lebesgue con densidad c_θ , simplemente pretende maximizar el logaritmo de la verosimilitud basada en rangos, la cual tiene la expresión:

$$l(\theta, n) = \sum_{i=1}^n \ln\left\{c_\theta\left(\frac{R_i}{n+1}, \frac{S_i}{n+1}\right)\right\} \quad (5.62)$$

donde para cada $i \in \{1, 2, \dots, n\}$, $U_i = F_n(X_i) = \frac{R_i}{n+1}$ y $V_i = G_n(Y_i) = \frac{S_i}{n+1}$.

Este método es más fácil de implementar que el de (Joe, H.: , 2005), ya que sólo necesita los rangos. Como una cópula es invariante respecto a transformaciones crecientes de las marginales, parece lógico esperar lo mismo del estimador del parámetro poblacional que obtendremos, por lo que se espera que sea también invariante mediante transformaciones crecientes. El estimador $\hat{\theta}_n$ de θ cumple lo anterior pero por el contrario el estimador de (Joe, H.: , 2005) no es invariante mediante transformaciones crecientes de las distribuciones marginales.

Es evidente esperar una pérdida de información si se asume la estimación no paramétrica de las marginales, por lo tanto si conocemos las marginales evidentemente el método de (Joe, H.: , 1997) es preferible.

²Véase una modificación descrita por (Oakes, D.: , 1994) y posteriormente formalizada por (Genest et al., 1995) y por (Shih et al., 1995)

5.9.4. Estimaciones basadas en el tau de Kendall y rho de Spearman

Para cualquier familia de cópulas se tiene que $\theta_n = g(\tau)$ para alguna función diferenciable $g : \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$ asociada a la cópula escogida. Como τ_n está basado en rangos, esta estrategia de estimación puede ser construida como una adaptación no paramétrica del método de los momentos. Es decir, si $\theta_n = g(\tau)$ para alguna función diferenciable $g : \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$, entonces $\theta_n = g(\tau)$ puede considerarse como el estimador de *theta* basado en el tau de Kendall. La popularidad de θ_n como un estimador del parámetro de dependencia θ proviene en parte del hecho de que el tau de Kendall se puede calcular sin problemas para muchos modelos de cópula paramétricos.

Cuando el parámetro de dependencia θ es real, un estimador alternativo basado en rangos construido a partir del método de los momentos, consiste en calcular $\theta_n = h(\rho_n)$, donde $\theta_n = h(\rho_n)$ representa la relación entre el parámetro de la cópula y el valor poblacional de la rho de Spearman ρ , dada por cierta función $h : \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$.

6

Teoría de valores extremos

6.1. Introducción a la teoría de valores extremos

Se presentan en esta introducción algunas definiciones de lo que es la teoría de valores extremos, por ejemplo, (Coles, S., 2001), la define como: *La teoría del valor extremo es una disciplina estadística que desarrolla técnicas y modelos para describir lo inusual en lugar de lo usual.*

(ζ), repasa el estado del arte en esta materia, y en este apartado se reproduce, adaptándola a la hidrología de extremos.

En primer lugar, (ζ) hace hincapié en las siguientes reflexiones sobre la teoría de valores extremos:

1. Define la teoría de valores extremos como *el empleo de una serie de técnicas estadísticas para la identificación y modelización de observaciones extremas o outliers.*
2. Su objeto es determinar cómo de extrema puede ser la mayor o menor magnitud de un fenómeno aleatorio, es decir, estudia el comportamiento del valor máximo o mínimo de una variable aleatoria.

3. El comportamiento inusual de una variable aleatoria merece tanta o mayor consideración que su comportamiento normal o central, ya tratado ampliamente por la estadística clásica.

Durante los dos últimos siglos ha habido un gran avance en la estadística de valores extremos. El diseño de una infraestructura se lleva a cabo con la finalidad de que ésta sea capaz de soportar las máximas solicitaciones durante un determinado período de tiempo. En algunas disciplinas de la ingeniería estas solicitaciones son fenómenos naturales y el diseño de dichas infraestructuras viene condicionado por los valores extremos a los que va a estar sometido durante su vida útil. Es por tanto la necesidad de conocer el comportamiento de los valores extremos la que dio lugar al desarrollo de la Teoría de Valores Extremos (TVE) y a su aplicación en distintos campos de la ingeniería, destacando la hidrología.

A continuación se muestra de forma cronológica los avances comentados en el párrafo anterior.

Los primeros estudios sobre extremos tiene lugar a finales del siglo XIX y principios del siglo XX. Es necesario desatacar el trabajo de (Bortkiewicz, L. , 1922), donde se introduce el concepto de distribución de probabilidad de valores extremos y los de (Frèchet, M.R.:, 1927) y (Fisher et al.; 1928), donde se llega a la conclusión de que sólo son posibles tres familias paramétricas de distribuciones límite para máximos (mínimos). Cabe destacar las aportaciones en distribución de valores extremos de (Mises, R. von.:, 1936) y (Rice, S.O.:, 1939) y posteriormente (Gnedenko, B.:, 1943) define el teorema de los tipos de extremos. (Gumbel, E.J.: , 1958) presenta el libro **Statistics of Extremes**, siendo éste un referente de la TVE. Finalmente destacar las aportaciones de (Leadbetter, M.R. et al.; 1983) o (Galambos, J.:, 1987) acerca de los desarrollos matemáticos que caracterizan las propiedades de las distribuciones de extremos.

Los métodos de análisis de valores extremos univariados, se pueden clasificar de dos formas:

1. Los métodos máximos o mínimos por bloques
2. Los métodos que analizan los picos sobre un determinado umbral.

El primer método es el que define un tamaño de bloque, normalmente en hidrología es anual, y sólo se toma el valor máximo/mínimo de cada

bloque. Por ejemplo, si como hemos dicho antes, el tamaño del bloque es el año, sólo se toma el valor máximo/mínimo para cada año de los que se compone la serie.

El segundo método utiliza todos los valores que componen la serie, tomando los que exceden de un determinado valor, el cual denominamos umbral, independientemente de que hayan 4, 5, 6... valores por año. El único requisito es que estos valores deben ser independientes unos de otros. Es decir, ante un episodio de lluvia con duración de más de un día con dos o más picos, sólo se debería tener en cuenta uno de ellos.

En los siguientes apartados vamos a profundizar en cada uno de los dos métodos presentados.

6.2. El método de máximos por bloques

Este método se caracteriza porque se toma el valor máximo para cada uno de los bloques definidos. Se desprende del comentario anterior, que lo primero será determinar el tamaño del bloque. Normalmente en hidrología, el tamaño del bloque será el año, salvo que se quiera analizar la estacionalidad de alguna variable, por ejemplo, máximas precipitaciones a lo largo del invierno, verano, etc. Hay que destacar, que para grandes tamaños del bloque, nos encontraríamos con la posibilidad de tener pocos valores; tamaños pequeños de bloque, podría dar lugar a algo que ya hemos comentado anteriormente, la estacionalidad o las tendencias, ver (Coles, S.:, 2001).

Una vez elegido el tamaño del bloque, se procede a extraer los datos máximos para cada bloque. Es ahora, una vez obtenida la muestra cuando se ajusta una de las funciones de distribución de valores extremos.

6.3. Picos sobre un umbral. Excedencias

En determinadas ocasiones, en vez de contar sólo con los datos extremos, máximos o mínimos, nos interesa trabajar con los sucesos asociados a las excedencias de ciertos valores de la variable que se está tratando.

Sea X una variable aleatoria y u un número real. Se dice que el suceso $\{X = x\}$ es una excedencia del nivel u si $x > u$.

El método de picos sobre un umbral, P.O.T. (Peak Over Threshold), se basa en que las excedencias constituyen una secuencia de valores aleatorios independientes e idénticamente distribuidos que siguen un proceso de Poisson.

Para que un proceso pueda considerarse de Poisson debe satisfacer las siguientes hipótesis:

1. La probabilidad de que ocurra un evento en un intervalo de tiempo de longitud pequeña es proporcional a la longitud del intervalo.
2. La probabilidad de que ocurra más de un evento en un intervalo suficientemente pequeño es despreciable (no se producirán sucesos simultáneos).
3. El número de eventos que ocurren en dos intervalos disjuntos son variables aleatorias independientes.

Sea $\{X_n\}$ una sucesión de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas con función de distribución $F(x)$. Supóngase que la sucesión $\{X_n\}$ de números reales satisface la condición $\lim_{n \rightarrow \infty} n [1 - F(x_n)] = \tau; 0 \leq \tau < \infty$ entonces se tiene

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(m_n(x_n) = r) = \frac{\exp(-\tau) \cdot \tau^r}{r!}; \quad r \geq 0 \quad (6.1)$$

Donde $m_n(x)$ es el número de excedencias del valor x en una serie de n experimentos.

Una vez definido el concepto de excedencias así como el proceso de Poisson, y basándonos en el teorema de Pickands-Balkema-de Haan ((Balkema, A. et al.; 1974) y (Pickands, J.; 1975)), se puede definir que las excedencias siguen una distribución de Pareto generalizada $GPD(\lambda, \kappa)$, cuya función de distribución es:

$$F(x; \lambda, \kappa) = \begin{cases} 1 - (1 - \frac{\kappa \cdot x}{\lambda}) & (1 - \frac{\kappa \cdot x}{\lambda}) \geq 0, \kappa \neq 0, \lambda > 0 \\ 1 - \exp(-x/\lambda) & x \geq 0, \kappa = 0, \lambda > 0 \end{cases} \quad (6.2)$$

Donde λ y κ son los parámetros de escala y forma, respectivamente.

A continuación mostramos algunas de las características de esta función de distribución:

1. Cuando $\kappa = 0$ la GPD se reduce a la distribución exponencial con media λ
2. Cuando $\kappa = 1$, la GPD se reduce a una distribución uniforme $U[0, \lambda]$
3. Cuando $\kappa \leq \frac{-1}{2}$, $Var(x) = \infty$.
4. Cuando $\kappa \leq 0$ la función de distribución GPD se reduce a la de Pareto.

Además de las propiedades que acabamos de ver, se puede demostrar que la distribución generalizada de Pareto es estable frente a truncamientos, es decir:

$$\begin{aligned}
 P(X - u | X > u) &= \frac{P(u < X \leq x + u)}{P(X > u)} \\
 &= \frac{F(x + u; \lambda, \kappa) - F(u; \lambda, \kappa)}{1 - F(u; \lambda, \kappa)} \\
 &= \frac{\left[1 - \frac{\kappa \cdot u}{\lambda}\right]^{1/\kappa} - \left[1 - \frac{\kappa \cdot (x+u)}{\lambda}\right]^{1/\kappa}}{\left[1 - \frac{\kappa \cdot u}{\lambda}\right]^{1/\kappa}} \quad (6.3) \\
 &= 1 - \left[1 - \frac{\kappa \cdot x}{\lambda - \kappa \cdot u}\right]^{1/\kappa}
 \end{aligned}$$

lo que supone que si X es una $GPD(\lambda, \kappa)$, entonces $X - u$ dado que $X > u$ es también una $GPD(\lambda - \kappa \cdot u, \kappa)$ y todo esto para cualquier valor del umbral u .

6.4. Selección del umbral óptimo en la distribución generalizada de Pareto

Uno de los aspectos cruciales cuando se utiliza el método de las excedencias, es la determinación del valor umbral.

Un umbral demasiado bajo, quebrantará la base asintótica del modelo, originando una tendencia. Sin embargo, un umbral demasiado alto

hará que se tengan pocos valores y más compleja será la estimación del modelo.

De lo anterior se desprende que la elección del umbral está sometida al problema de la varianza y el sesgo, de tal forma que cuando se adopta un umbral bajo, mayor es el número de observaciones y por lo tanto el valor de la varianza disminuye pero por el contrario puede aumentar el sesgo si se intenta modelar valores que no pertenecen a la cola. De otro modo, si se toma un valor alto del umbral, se reduce el número de observaciones, se reduce el sesgo pero aumenta el valor de la varianza. Como conclusión, se trata de una situación de compromiso entre un valor suficientemente alto pero al mismo tiempo que redunde en un número de observaciones tal que se pueda llevar a cabo el ajuste de la función de distribución.

Existen varios métodos para la elección del umbral: un método gráfico que trata de observar la estabilidad de los parámetros de escala y forma de la función de distribución en función del valor del umbral y el método de la vida residual media que a continuación describiremos.

6.4.1. Métodos gráficos para determinar el valor del umbral

La base teórica sobre la que se asienta este método se expone a continuación.

Sea X una variable aleatoria cuya función de distribución univariada es $GPD(u_0, \lambda_0, \kappa_0)$. Sea u_1 otro umbral tal que $u_1 > u_0$. Se tiene que la variable $X|X > u_1$, es también $GPD(u_1, \lambda_1, \kappa_1)$, tal que

$$\lambda_1 = \lambda_0 + \kappa_0 \cdot (u_1 - u_0)$$

y

$$\kappa_1 = \kappa_0$$

Además si hacemos

$$\lambda_* = \lambda_1 - \kappa_1 \cdot u_1$$

con esta nueva parametrización λ_* es independiente de u_1 . Por lo tanto las estimaciones de λ_* y κ_1 son constantes para los valores $u_1 > u_0$ si u_0 es un umbral apropiado para la aproximación asintótica.

Con todo esto se procede a representar los puntos definidos por:

$$\{(u_1, \lambda_*) : u_1 \leq x_{max}\} \tag{6.4}$$

y

$$\{(u_1, \kappa_1) : u_1 \leq x_{max}\}$$

siendo x_{max} el máximo de los datos X .

6.4.2. Método de la vida residual media para determinar el valor del umbral

El método de la vida residual media se apoya en la expresión del valor de la media de una función de distribución generalizada de Pareto, de tal forma que si X es una variable aleatoria cuya función de distribución es $GPD(u, \lambda, \kappa)$, entonces se tiene $E[X] = u + \frac{\lambda}{1-\kappa}$, para $\kappa < 1$, ya que si $\kappa \geq 1$, entonces la media es infinito.

En general, si X representa a las excedencias sobre un determinado umbral u_0 , y si X se distribuye satisfactoriamente según una GPD se tiene:

$$E[X - u_0 | X > u_0] = \frac{\lambda_{u_0}}{1 - \kappa} \tag{6.5}$$

De esta forma para cada u_1 tal que $u_1 > u_0$ las excedencias sobre este nuevo umbral también se pueden aproximar según una función GPD cuyos parámetros son los que se vieron en 6.4.1. Así que

$$E[X - u_1 | X > u_1] = \frac{\lambda_{u_1}}{1 - \kappa} = \frac{\lambda_{u_0} + \kappa \cdot u_1}{1 - \kappa} \tag{6.6}$$

Para concluir se puede decir que $E[X - u_1 | X > u_1]$ es el valor de la media de las excedencias sobre un determinado umbral y se puede representar en un gráfico de acuerdo con:

$$\left\{ \left(u, \frac{1}{n_u} \cdot \sum_{i=1}^{n_u} x_{i,n_u} - u \right) : u \leq x_{max} \right\} \tag{6.7}$$

siendo n_u el número de observaciones x por encima de un determinado umbral u , x_{i,n_u} es la i -observación sobre el umbral u y x_{max} es el valor máximo de las observaciones x .

6.5. Estimación de parámetros en la distribución generalizada de Pareto

Existen varios métodos para el ajuste de los parámetros de la función de distribución generalizada de Pareto. (Pickands, J.: , 1975), (Pickands, J. , 1984), (Pickands, J. , 1993), propuso varios métodos, algunos de ellos combinados con la estimación del umbral de las excedencias. Estos métodos incluyen aproximaciones no paramétricas, Bayesianas, estadísticos de orden y otras aproximaciones.

A continuación se indican algunas consideraciones hechas por (Castillo et al: , 1997) acerca del método de máxima verosimilitud, momentos y momentos ponderados.

1. El método de máxima verosimilitud no muestra su eficacia asintótica cuando la muestra tiene un tamaño superior a 500
2. El método de los momentos no es seguro (estable) cuando $\kappa < -0.2$
3. En general el método de ajuste de los momentos ponderados es bueno cuando $-0.5 < \kappa < 0$

Las explicaciones a las afirmaciones anteriores se pueden ver en (Hosking et al: , 1987).

Parte III

Metodología

7

Metodología

En la primera parte de esta tesis y concretamente en el capítulo correspondiente a la revisión del estado del conocimiento, se ha analizado en detalle los distintos enfoques para llevar a cabo un modelo multivariado que requiere la seguridad hidrológica de presas.

De los distintos modelos presentados hasta el momento, se vio que sólo las cópulas resuelven la cuestión de una forma escrupulosa, el resto son aproximaciones.

Finalmente cabe decir, que si bien existen modelos que utilizan la metodología de las cópulas, éstos no obtienen una estructura final análoga a la de entrada, es decir, que si la entrada es bivariada la respuesta del modelo debe ser bivariada, de tal forma que se tenga la posibilidad de continuar aguas abajo.

En esta sección tenemos como objetivo la identificación de una metodología que nos lleve a obtener un modelo multivariado que sea capaz de dar respuesta a la seguridad hidrológica de cualquier presa. El modelo deberá ser robusto y estadísticamente riguroso.

La metodología aquí presentada, se apoya en los siguientes pilares básicos:

1. Obtener una función de distribución bivariada (Q_{pico}, V) , mediante el empleo de cópulas matemáticas.
2. Establecer una función de distribución del nivel previo de embalse, a partir de los datos existentes durante la explotación, o mediante simulación si es que no hay datos o se pretende cambiar de estrategia.
3. Mediante simulación montecarlo, llevar a cabo el tránsito de los distintos hidrogramas generados, obteniendo de esta forma caudal pico de salida, volumen del hidrograma de salida y nivel máximo alcanzado.
4. Obtener una función de distribución bivariada de salida (Q_{pico}, V) , de tal forma que tengamos una estructura análoga a la de entrada que nos permite la continuidad del estudio aguas abajo si fuera necesario.

7.1. Función de distribución bivariada mediante el empleo de cópulas.

El objeto de este apartado es mostrar la metodología a seguir para obtener una función de distribución bivariada ¹.

En primer lugar, como ya se mostró en el capítulo 5, teoría de cópulas, éstas se definen a partir de las marginales de las variables en cuestión, que como ya es sabido, son el (Q_{pico}, V) .

Se parte de los datos de la estación de aforo a la entrada del embalse. En caso de no existir tal estación de aforo, se debería proceder a través de un estudio hidrometeorológico que determinara los hidrogramas de entrada al embalse. Para ello se puede utilizar la metodología propuesta por (Sordo Ward, A. , 2009). Es preferible utilizar los datos de la estación de aforo frente a un método probabilístico, puesto que el primero ya ha filtrado todas las incertidumbres asociadas a los métodos hidrometeorológicos. En lo sucesivo se considera que existe una estación de aforo.

¹La metodología aquí presentada sirve no sólo para el caso bivariado sino para el caso multivariado, puesto que ésta es una de las propiedades de las cópulas.

Antes de avanzar en la metodología, cabe decir, que el análisis de seguridad hidrológico de una presa se puede hacer a nivel estacional y/o anual. En el caso de hacerse a nivel estacional, se puede pasar de una forma más o menos sencilla a nivel anual como ya se verá. Cabe destacar que en España como en otros muchos países del mundo, llueve de forma distinta según las estaciones, por lo que es interesante un análisis estacional frente a un análisis generalista a nivel anual.

En el caso de llevar a cabo un análisis estacional, se debería disponer del mayor número de datos de caudales pico ². Los datos disponibles hasta no hace muchos años, eran los caudales máximos anuales y mensuales. A partir de la puesta en marcha de los SAIH, existen datos con intervalo quinceminutal e incluso cincominutal. De cualquier forma dependiendo de la casuística de cada presa utilizaremos la información disponible que como hemos dicho será como mínimo un dato mensual.

7.1.1. Análisis a nivel anual

Si sólo se está interesado en llevar a cabo un análisis a nivel anual, existen dos formas de abordarlo:

1. Tomar el caudal máximo de cada año y obtener su volumen concomitante
2. Usando el método picos sobre un determinado umbral. Esta segunda opción puede ser interesante cuando la serie histórica sea corta. Sin embargo, requiere un mayor esfuerzo debido a la precaución que hay que tener respecto a la independencia de los datos.

Independientemente del método que adoptemos, en todo caso hay que obtener el volumen concomitante a cada uno de los caudales pico, los cuales se han tomando directamente de la estación de aforo.

El valor del volumen se puede obtener a partir de los limnigramas, si se tienen; sin embargo, cuando se habla de datos de hace más de 30 años, obtener esta información es tarea complicada sino imposible. En este sentido cabe decir que con la implementación de los SAIH en las distintas

²Hablamos de caudales pico porque de las dos variables en juego la principal es el caudal pico y el volumen es concomitante con respecto a la primera.

Confederaciones Hidrográficas, para los últimos 10-20 años se podrá contar con información más precisa. Con todo lo anterior, no queda otra solución que recurrir a los datos de caudales medios diarios y obtener de ahí el valor del volumen. Esta última opción presenta un problema, ya que el bloque del tiempo es de 24 horas, mientras que el hidrograma correspondiente al pico en cuestión difícilmente coincidirá con dicho bloque, por lo que estaremos aumentando el valor del volumen. Esta dificultad, quedará atenuada como dijimos anteriormente, a medida que aumente la disponibilidad de los datos tipo SAIH, donde debido a la considerable reducción del intervalo de tiempo, entre 5 y 15 minutos, se podrá identificar con más claridad el principio y final de cada hidrograma.

Para identificar el principio y fin del hidrograma, que corresponde con el principio y el fin de la escorrentía, los criterios usados son:

- El principio se caracteriza por un aumento en la pendiente del hidrograma mayor del 20 %
- EL final por ajustarse a una función exponencial del tipo: $Q_r = Q_0 \cdot e^{-\beta \cdot t}$

El criterio que se ha utilizado para establecer la independencia de los datos de un registro es el indicado por (Cunnane, C., 1979), donde se indica que dos registros cercanos se consideran independientes cuando se cumple ambos puntos:

1. El caudal entre ellos se reduce en menos de dos tercios.
2. El tiempo entre picos excede $3 \cdot T_p$, donde T_p es el tiempo medio entre los picos de los primeros 5 hidrogramas claros ³ del registro.

Con todo lo anterior se dispone de parejas de valores Q, V , que representan el valor máximo anual del caudal pico y su correspondiente volumen.

Ahora nos queda elegir el método estadístico para llevar a cabo el ajuste de las marginales que constituyen la cópula, bien un sólo dato por año o el método de las excedencias.

³Se entiende por hidrograma claro, aquel hidrograma de un sólo pico con su rama ascendente y descendente

Método clásico. Un dato por año

Este método es el más sencillo, puesto que sólo implica tomar un dato por año y aplicar la función de distribución de máximos que mejor se ajuste. Sin embargo, tiene un problema sobre todo en aquellas estaciones que no dispongan de una serie de datos suficientes, entendiéndose por suficientes entre dos y tres veces el número de parámetros de la función de distribución elegida. Cuando no sea de esta forma, es decir, que la serie sea corta, el ajuste estadístico deber ser suficientemente estudiado y analizado para paliar la ausencia de datos o bien recurrir a la opción de las excedencias.

Método de las excedencias

Esta opción, usada en aquellas situaciones donde no se dispongan de suficientes datos. Presenta un inconveniente ya que es algo más compleja que la anterior, puesto que implica lo siguiente:

1. Adoptar un valor umbral por encima del cual se toman todos los datos disponibles de la serie.
2. Transformar la función de distribución previamente ajustada a la escala de máximo anual, para lo cual podremos utilizar la siguiente expresión:

$$F_x(x) = \exp\{-\lambda[1 - G(x)]\} \quad (7.1)$$

siendo λ el número medio de sucesos por año y $G(x)$ la función de distribución previamente ajustada a las excedencias.

Como ya comentamos anteriormente en este método se debe ser riguroso en la elección de los datos; estos deben ser independientes para garantizar que siguen un suceso de Poisson.

7.1.2. Análisis a nivel estacional

Como ya hemos comentado anteriormente, un análisis a nivel estacional está más indicado que uno anual, debido a la climatología, ya que la forma de llover en la distintas estaciones del año es diferente.

El primer problema con el que nos encontramos es la disponibilidad de datos, puesto que hay que tener en cuenta que estaciones con registros de caudales instantáneos superiores a 50-60 años no son muy frecuentes. Suponiendo dos estaciones, estaríamos con una media de datos por estación de 30 datos, valor escaso por lo comentado anteriormente. Esto implica tener que utilizar el método de los picos por encima de un determinado umbral para conseguir realizar un ajuste de las marginales con mayor número de datos.

Otro inconveniente que tenemos con esta metodología es la transformación a escala anual, ya que en seguridad de presas, los estándares de seguridad están enfocados a nivel anual.

Este inconveniente es fácil de resolver como veremos en los apartados siguientes.

7.1.3. Ajuste de los parámetros de la cópula

Una vez ajustadas las marginales de cada una de las variables que intervienen en el proceso multivariado, se tiene que adoptar una cópula, dentro del conjunto de cópulas indicado en la parte dedicada al estado del conocimiento y concretamente en el capítulo dedicado a la teoría de cópulas. Así, una vez seleccionada una cópula, nos queda ajustar el parámetro de la cópula, con alguno de los métodos en la parte II, Teoría básica de cópulas.

De tal forma que, finalizados los pasos anteriores, se tiene ajustada la función multivarida. Es en este momento cuando se está en condiciones de poder generar muestras de distinto tamaño.

7.1.4. Generación de muestras aleatorias

Existen varios algoritmos de generación de muestras aleatorias. De entre todos ellos se muestra el más extendido entre la literatura de funciones multivaridas.

Se pretende generar n observaciones, (q, v) , a partir de la muestra inicial obtenida de la estación de aforo, (Q, V) , cuyas marginales son respectivamente F_Q y F_V y la función cópula C^2 . En virtud del teorema de Sklar, necesitamos generar parejas (x, y) y mediante las expresiones siguientes transformamos (x, y) en (q, v) :

$$\begin{cases} q = F_Q^{[-1]}(x) \\ v = F_V^{[-1]}(y) \end{cases} \quad (7.2)$$

para generar la pareja (x, y) se debe utilizar el concepto de distribución condicional de Y , dado el evento $\{X = x\}$ tal que:

$$c_x(y) = P\{Y \leq y | X = x\} = \frac{\partial}{\partial x} C(x, y) \quad (7.3)$$

De tal forma que el algoritmo quedaría de la siguiente forma.

1. Se generan variables independientes (x, t) uniformemente distribuidas en I
2. Se obtiene la variable y mediante la expresión: $y = c_x^{[-1]}(t)$
3. Se obtienen las variables (q, v) a partir de la expresión:

$$\begin{cases} q = F_Q^{[-1]}(x) \\ v = F_V^{[-1]}(y) \end{cases}$$

Otros algoritmos de generación de muestras se pueden ver en (Devroye, L.: , 1986) y (Johnson, M.E.: , 1987).

7.2. Función de distribución del nivel previo de embalse

Como hemos comentado a lo largo de esta tesis, en el momento que tenga lugar la avenida máxima anual, el nivel previo de embalse tiene una gran importancia, puesto que el resultado final no sólo está condicionado por la magnitud del evento de entrada sino también por el nivel en el que se encuentre el embalse.

Es importante resaltar que ambos hechos, magnitud de la avenida y nivel previo son independientes, si bien matizando que debido a la peculiaridad de la meteorología de la zona en cuestión, también se tiene una

estacionalidad del nivel de embalse que deben ser tratadas conjuntamente. Es decir, que el nivel de embalse varía de acuerdo con los inputs de entrada, pero también de acuerdo a las normas de explotación, que deben tratar de satisfacer las demandas aguas abajo del embalse.

En la figura 7.1 queremos poner de manifiesto que la avenida de salida, una vez ha sido transitada a través del embalse, es función del nivel previo, de la magnitud de la avenida de entrada así como en el caso de presas cuyo aliviadero tenga compuertas, del funcionamiento de las mismas, pero destacando la **independencia** de las tres variables anteriores.

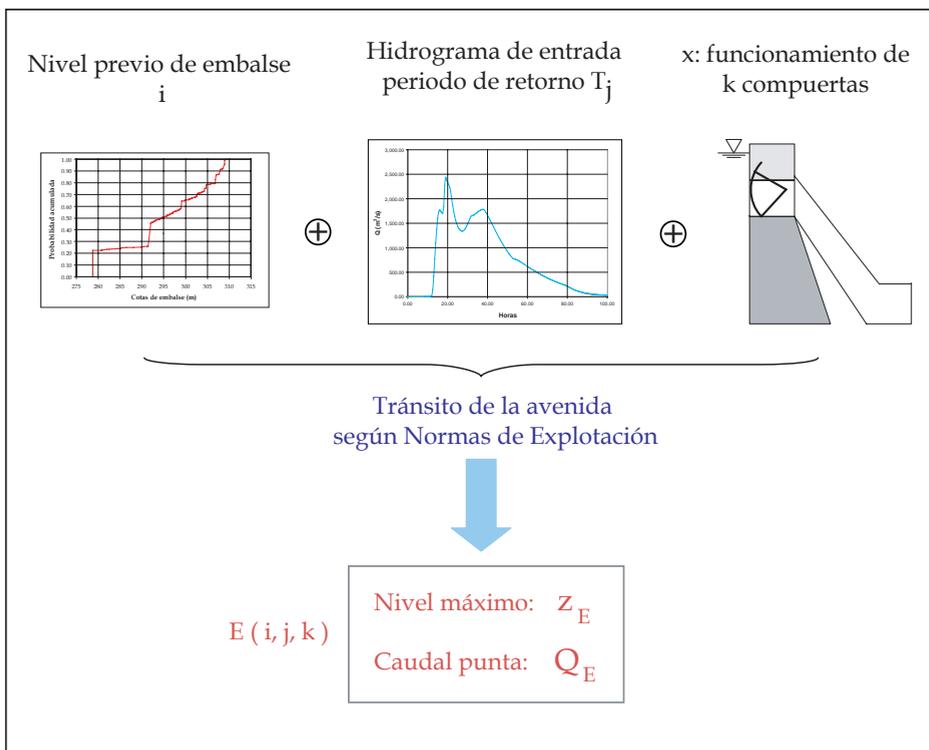


Figura 7.1. Esquema del resultado final del evento, una vez ha transitado por el sistema presa-embalse.

Es por tanto objeto de este capítulo, obtener la función de distribución del nivel previo de embalse. Para obtenerla podemos tratar de ajustar una función de forma analítica o empírica.

El primer caso representa una complicación consustancial a la forma de la distribución de los niveles de embalse, ya que están acotados superiormente (nivel máximo de embalse) e inferiormente (nivel de embalse vacío). Además de lo anterior es una función bimodal. Con todo ello se quiere poner de manifiesto la dificultad que conlleva el tratamiento matemático del ajuste de una función de distribución de este tipo.

Debido a la dificultad del primer método, se opta por el ajuste empírico a la serie de datos de nivel, debido a la sencillez del mismo.

Para ello se parte de los registros de los niveles medios diarios del embalse, cuando el embalse está construido y determinar la función de distribución correspondiente. En el caso de querer abordar la seguridad de una futura presa que todavía no está construida, se puede llevar a cabo una simulación en función de los recursos existentes y las necesidades a satisfacer de acuerdo con unas normas de explotación. Todo ello nos daría unos niveles de embalse de la presa a los que se les asignaría una función de distribución.

De una forma u otra se obtienen unos niveles diarios de embalse. Dependiendo del estudio que se quiera llevar a cabo sea estacional o anual, separaremos los datos del nivel o no, teniendo en su caso niveles estacionales o anuales.

Estos niveles son susceptibles de ajustar una función de distribución empírica, estacional o anual. Así cuando se lleve a cabo una simulación montecarlo de niveles previos de embalse, se genera una variable aleatoria uniforme en el intervalo $[0, 1]$ de tal forma que hagamos corresponder a cada valor de dicha variable aleatorio un nivel de embalse a partir de la función de distribución empírica.

Para finalizar con este apartado, mostrar las particularidades con las que nos podemos encontrar.

La primera de ellas, es suponer el embalse a su nivel máximo normal, correspondiente al umbral del aliviadero. Hipótesis que nos deja del lado de la seguridad pero sin embargo no refleja la realidad.

La segunda de ellas es suponer un nivel aleatorio pero restringiendo el nivel máximo a un determinado valor, es decir, dejar un determinado resguardo. Para ello se supone la función de distribución a partir de los datos de la serie de niveles diarios, pero cuando salga un valor superior al límite fijado, adoptar dicho valor límite éste. Lo que se está haciendo es truncar la función de distribución. Esto supone una concentración de

valores en torno a este nivel máximo fijado. Esta segunda posibilidad está indicada cuando se quiere analizar la opción de los resguardos estacionales. Esto es un hábito muy extendido en nuestro país sobre todo cuando se cree que el aliviadero de la presa no es suficiente para evacuar una determinada avenida, dejando ese resguardo para laminación o si bien el aliviadero es suficiente, se pretende atenuar la avenida para evitar daños aguas abajo.

7.3. Generación de hidrogramas y tránsito a través del embalse

Una vez generada una muestra suficientemente grande de parejas (Q, V) capaz de representar la variabilidad del fenómeno que se pretende estudiar se tienen que transformar en hidrogramas.

Para ello sirve cualquier método de los vistos en la sección 4.6. En el caso de estudio que se verá más adelante se aplica una función Gamma, ya que como se vio es una función que se deja manejar con facilidad, y no presentar discontinuidades.

De tal forma que se pasa de un conjunto de parejas (Q, V) a un conjunto de hidrogramas. Además como se vio en el apartado anterior, 11, también se tiene una herramienta capaz de generar de forma aleatoria el nivel previo de embalse. Si a cada hidrograma se le asocia un nivel previo de embalse, se tienen todos los elementos necesarios para llevar el tránsito de los hidrogramas a través del sistema presa embalse.

El tránsito de avenidas a lo largo de un embalse se resuelve por medio de la ecuación de continuidad:

$$\frac{dS}{dt} = I(t) - Q(t) \quad (7.4)$$

donde $S(t)$, representa el volumen almacenado en función del tiempo, $I(t)$ representa el hidrograma de entrada al embalse y $Q(t)$ representa el hidrograma de salida.

El único dato que conocemos en la expresión 7.4 es $I(t)$, pero es insuficiente ya que nos hacen falta dos datos más y consecuentemente una ecuación más.

Esta segunda ecuación necesaria para resolver el problema la podemos obtener a través de la función de almacenamiento, (Chow, V. T. et al , 1988), cuya expresión es la siguiente:

$$S = f \left(I, \frac{dI}{dt}, \frac{d^2I}{dt^2}, \dots, Q, \frac{dQ}{dt}, \frac{d^2Q}{dt^2} \right) \quad (7.5)$$

Estas dos ecuaciones, 7.4 y 7.5 forman un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas.

Existen varios métodos para resolver el tránsito del hidrograma a través de un embalse. A continuación se indican de forma resumida cada uno de ellos.

7.3.1. Método de la superficie libre horizontal

Este método también conocido como método de Puls modificado, tiene como hipótesis de partida la consideración de que la superficie libre del embalse siempre permanece horizontal. Otra consideración de este método es la relación lineal a lo largo de un intervalo de tiempo, t , entre los caudales de entrada y salida, lo cual es cierto siempre y cuando dicho intervalo sea pequeño ⁴.

Teniendo en cuenta las hipótesis anteriores y las ecuaciones 7.4 y 7.5, la variación del volumen embalsado a lo largo del tiempo adopta la siguiente expresión:

$$\int_{S_i}^{S_{i+1}} dS = \int_{i\Delta t}^{(i+1)\Delta t} I(t)dt - \int_{i\Delta t}^{(i+1)\Delta t} Q(t)dt \quad (7.6)$$

donde los valores del aporte, al principio y final del intervalo i -ésimo de tiempo en el que se integran, serían I_i e I_{i+1} y los correspondientes del caudal de salida Q_i y Q_{i+1} . Como hemos dicho que una de las hipótesis era la linealidad entre intervalos de tiempo en los hidrogramas de entrada y salida, la expresión 7.6, toma el valor:

$$S_{i+1} - S_i = \frac{I_i + I_{i+1}}{2} \Delta t - \frac{Q_i + Q_{i+1}}{2} \Delta t \quad (7.7)$$

⁴Se entiende por pequeño aquellos intervalos de tiempo inferiores a 0.1 veces el tiempo al pico del hidrograma de entrada

La ecuación 7.7 se puede resolver con la ayuda de la ecuación 7.5, que haciendo uso de la hipótesis de horizontalidad de la lámina de agua a lo largo del tiempo, será invariable. La relación entre S y Q , se obtiene de la siguiente forma:

- La relación entre altura y almacenamiento, $S = f(H)$, se obtiene a partir de levantamientos topográficos.
- La relación entre la altura y el caudal de salida, $Q = f(H)$, depende del tipo de vertedero.

De esta forma y siguiendo el esquema de la figura 7.2, se puede ver el modo de operar para resolver el problema, para lo cual será necesario interpolar linealmente en la curva de almacenamiento del embalse.

7.3.2. Métodos numéricos para resolver la ecuación de continuidad

Siguiendo con la hipótesis anterior del tránsito de avenidas a través de embalse, suponiendo que la superficie permanece horizontal, existen otros métodos que consisten en resolver la ecuación de continuidad (7.4) mediante métodos numéricos. De entre todos ellos cabe destacar el método de Euler y Runge-Kutta.

Tal y como indica (Fenton, J. D.: , 1992) de todos los métodos numéricos, el método de Euler es el que peor se ajusta, mientras que el método de Runge-Kutta de orden dos, tres y cuatro es una buena aproximación, al igual que el método tradicional, ver apartado 7.3.1. Es por todo lo anterior que se va a utilizar el método tradicional ya que es un método sencillo y da muy buenos resultados. Para finalizar con este comentario, hay que indicar que el intervalo de tiempo en el que se discretiza el hidrograma también tiene que ver en la precisión del método, siendo intervalos de tiempo pequeños preferibles.

No obstante, se indica de forma esquemática el método de Runge-Kutta de orden 4.

Este método parte de la ecuación de continuidad, (7.4). El cambio de volumen, dS originado por la variación de la cota de la superficie libre, dy , será:

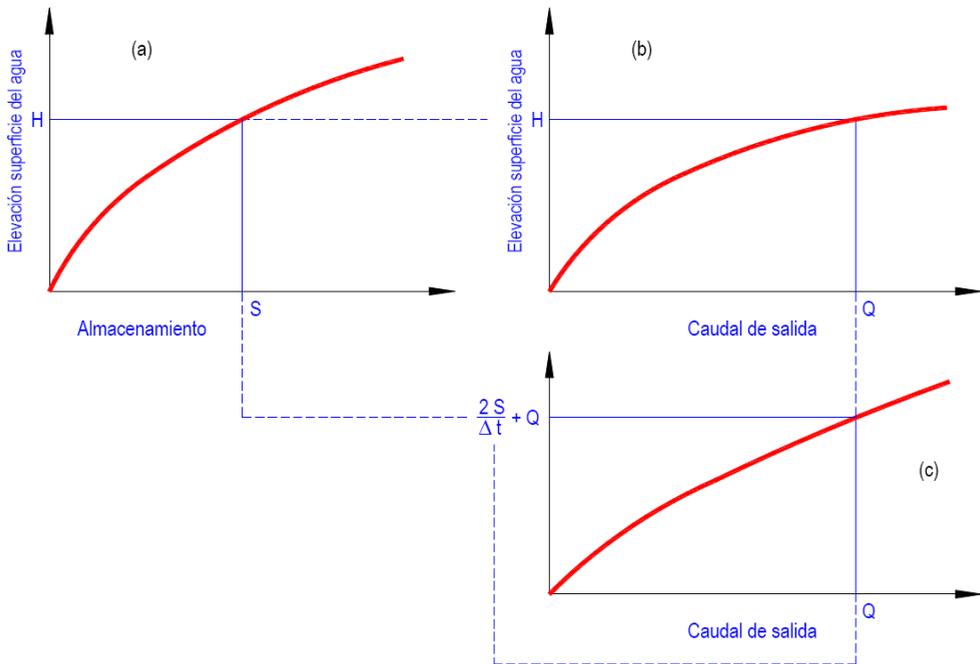


Figura 7.2. Desarrollo de una función de almacenamiento-caudal de salida para tránsito en embalse nivelado con base en las curvas de volumen-elevación y elevación-caudal de salida.

$$dS = A(y)dy \tag{7.8}$$

donde $A(y)$ es la función que expresa la superficie libre en función de la cota del embalse.

La ecuación de continuidad (7.4) puede expresarse de la siguiente forma:

$$\frac{A(y)dy}{dt} = I(t) - Q(y) \tag{7.9}$$

despejando la expresión anterior queda:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{I(t) - Q(y)}{A(y)} \tag{7.10}$$

La ecuación diferencial ordinaria de primer orden, (7.10), necesita para llevar a cabo su resolución numérica, una condición de valor inicial, correspondiente en este caso al valor del nivel de embalse en el instante t_0 , pretendiendo obtener el valor del nivel y en el punto final, t_j así como en una serie de puntos intermedios discretos, $t_1, t_2, t_3, \dots, t_n$, a intervalos de tiempo discretos previamente fijados.

El método de Runge-Kutta aproxima el valor de la función $y(t)$ sobre un intervalo de tiempo, Δt , mediante un desarrollo en serie de Taylor:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{\Delta t}{1!} f'(t_n, y_n) + \frac{\Delta t^2}{2!} f''(t_n, y_n) + \dots + \frac{\Delta t^n}{n!} f^n(t_n, y_n) \quad (7.11)$$

siendo y_{n+1} el valor del nivel del embalse en el instante de tiempo t_{n+1} e y_n el valor del nivel de embalse en el instante t_n , $f'(t_n, y_n)$ el valor de las derivadas sucesivas de la función calculadas en el punto (t_n, y_n) .

Si despreciamos a partir del quinto término de la ecuación 7.11, se queda la siguiente expresión:

$$y_{n+1} = y_n + \Delta t f'(t_n, y_n) + \frac{\Delta t^2}{2!} f''(t_n, y_n) + \frac{\Delta t^3}{3!} f'''(t_n, y_n) + \frac{\Delta t^4}{4!} f^{iv}(t_n, y_n) \quad (7.12)$$

La expresión (7.12) es la aproximación de Runge-Kutta de cuarto orden.

Este método requiere cuatro evaluaciones de la derivada en cada paso o intervalo de tiempo Δt .

La figura 7.3 muestra el desarrollo del procedimiento.

7.3.3. Análisis de sensibilidad del tamaño de la muestra

Una vez llevados a cabo los pasos anteriormente descritos, se obtienen los resultados, que son el nivel máximo alcanzado, así como el hidrograma de salida (Caudal pico y Volumen).

Al principio de este capítulo se hizo hincapié en que el tamaño de la muestra generada fuera suficientemente grande. Una vez se tienen los resultados, se puede cuestionar si la muestra es o no suficiente, para lo cual se lleva a cabo un análisis de sensibilidad de los datos obtenidos.

El análisis de sensibilidad consiste en obtener una muestra inicial pequeña, por ejemplo de tamaño 1.000, y representar la función de densidad o distribución de la variable nivel máximo alcanzado. A continuación se toma otra muestra aleatoria de tamaño 5.000 y se vuelve a representar la función de densidad o distribución frente a la obtenida previamente. Si no existe apenas diferencia, el proceso ha concluido, suponiendo que el tamaño 1.000 es un buen valor. En caso contrario, se sigue de forma análoga hasta obtener un tamaño de muestra tal que con el anterior no exista apenas variación, momento en el cual se detiene el análisis de sensibilidad.

7.4. Función de distribución bivariada de salida (Q_{pico}, V)

Tal como ha quedado patente en el apartado anterior 7.3.3, los datos que se obtienen son el nivel máximo alcanzado así como el hidrograma de salida.

Sin embargo, cabe decir al respecto que esta estructura de datos no es la misma que la inicial de entrada. Para ello tenemos que convertir estos datos en una función de distribución bivariada análoga a la de entrada, que nos permita poder avanzar hacia aguas abajo en caso necesario.

Existen dos formas de obtener esta función de distribución bivariada (Q_{pico}, V) , la primera de ellas mediante el uso de cópulas y la otra mediante técnicas de interpolación.

7.4.1. Empleo de cópulas matemáticas

Mediante simulación montecarlo, partiendo de los hidrogramas de entrada y unos niveles previo aleatorios, se obtienen los hidrogramas de salida. De estos hidrogramas de salida obtenemos el caudal pico así como el volumen.

Es decir, tenemos parejas de valores (Q_{pico}, V) y por lo tanto se puede aplicar lo visto en el capítulo 10. La diferencia que hay respecto al caso inicial, es que aquí el tamaño de la muestra es mucho más grande que los datos obtenidos a partir de la estación de aforo.

De esta forma, previo ajuste de las marginales así como de la elección de la cópula ⁵ se ajustará el parámetro de la misma mediante los procesos vistos previamente.

De esta forma, con la función cópula ajustada, se tienen la función de distribución y densidad. Es decir, se dispone de una estructura de salida de datos análoga a la de entrada.

7.4.2. Uso de interpolación y técnicas de suavizado

Antes de comenzar con las técnicas de suavizado, se presenta el método teórico de obtener la función de distribución y densidad bivariada.

Método teórico

Este método consiste en llevar a cabo el tránsito de los hidrogramas de entrada previamente obtenidos a lo largo del embalse, pero en este caso el nivel previo no se considera aleatorio, sino que se hace para distinto niveles previos, es decir, que si el embalse tiene una capacidad de 30 hm³, se consideran escalones de llenado con un determinado paso, por ejemplo, 0,0.5,1,1.5,2,..., 30 hm³. De esta forma se puede obtener la función de densidad condicionada a cada nivel de llenado previo.

$$f(Q_p, V|E) \quad (7.13)$$

También es conocida la función de densidad y distribución del nivel de llenado previo, ver capítulo 11

$$f(E) \quad (7.14)$$

A partir de la función de densidad relativa 7.13 y la función de densidad del nivel de llenado previo 7.14, se obtiene la función de densidad absoluta, integrando desde volúmenes embalsados 0 hasta el nivel máximo, E_{max} .

$$f(Q_p, V) = \int_0^{E_{max}} f(Q_p, V|E) \cdot f(E) dE \quad (7.15)$$

⁵Para la elección de la cópula, un buen criterio puede ser adoptar la misma familia de la que procedían los datos iniciales. Si el ajuste es bueno concluye el proceso, en caso contrario ajustar cualquier otra cópula.

$$F(Q_p, V) = \int_0^{Q_p} \int_0^{E_{max}} f(Q_p, V) \cdot dQ_p \cdot dE \quad (7.16)$$

Las expresiones 7.15 y 7.16, se pueden resolver numéricamente.

Sin embargo, plantea el problema típico de ausencia de datos en la parte correspondiente a la cola derecha de las distribuciones.

Para resolver este problema se puede optar por llevarlo a cabo mediante simulación montecarlo, donde el nivel previo varia de forma aleatoria tal como se consideró en el apartado 7.4.1

De esta forma se obtendrían las funciones de densidad y distribución mediante interpolación y suavizado.

Método montecarlo y posterior interpolación y suavizado

Visto el problema que conlleva resolverlo de forma teórica, se indica una alternativa que sorteas el problema anterior, obteniendo una función de distribución empírica a partir de los datos obtenidos mediante simulación montecarlo.

En este método estamos ante las mismas condiciones de partida que el método de las cópulas visto anteriormente 7.4.1.

Para determinar la función de densidad, suponemos una malla $n_{Q_p} \times n_V$, donde n_{Q_p} , es el número de celdas en la dirección del eje Q_p y n_V es el número de celdas que hay en la dirección del eje V . El tamaño de celdas en la dirección Q_p , Δ_{Q_p} , se obtendrá a través de la siguiente expresión,

$$n_{Q_p} = \frac{Q_p}{\Delta_{Q_p}} \quad (7.17)$$

donde Δ_{Q_p} , es el tamaño de la celda en la dirección Q_p .

De la misma forma se procede con el número de celdas en la dirección V

$$n_V = \frac{V}{\Delta_V} \quad (7.18)$$

El siguiente paso consiste en determinar cuantos datos, de la muestra obtenida, caen en cada una de las celdas $n_{Q_p} \times n_V$. De esta forma se obtiene la función de densidad.

Para ello aplicaremos la siguiente expresión:

$$F_{(Q_p, V)} = \frac{\sum_{\forall i} I(Q_{p[i,1]} \leq u_1, V_{[i,2]} \leq u_2)}{n} \quad (7.19)$$

donde I , es la función indicador que toma valor 1 cuando la expresión que conlleva es cierta y cero si es falsa y n es el tamaño de la muestra generada.

La superficie obtenida mediante la expresión 7.19, presenta muchas discontinuidades, por lo que se pretende suavizarla. Para ello se procede de la siguiente forma:

$$F_{(Q_p, V)}^* = \frac{\sum_{\forall i} I(Q_{p[i,1]} \leq u_1, V_{[i,2]} \leq u_2) - 1}{n - 1} \quad (7.20)$$

Ahora hay que destacar las siguientes opciones:

1. Si $u_1 \leq \min(Q_p)$ o $u_2 \leq \min(V)$ entonces $F_{Q_p, V}(u_1, u_2) = 0$
2. Si $u_1 \geq \min(Q_p)$ y $u_2 \geq \min(V)$ entonces $F_{Q_p, V}(u_1, u_2) = 1$
3. Si $u_1 > \min(Q_p)$ o $u_2 > \min(V)$, se sustituye el valor de u por su correspondiente valor máximo y se comienza una nueva discusión:

(a) Si, $u_1 \in Q_p$ y $u_2 \in V$, entonces $\hat{F}_{(Q_p, V)}(u_1, u_2) = F_{(Q_p, V)}^*(u_1, u_2)$

(b) Si un elemento pertenece a un intervalo pero no al otro, se interpola entre dos vértices, igual que en el caso univariado. La expresión adopta la siguiente forma $\hat{F}_{(Q_p, V)}(u_1, u_2) = q \cdot F_{(Q_p, V)}^*(u_1, a) + p \cdot F_{(Q_p, V)}^*(u_1, b)$

(c) Si ambos elementos están entre pares de vértices, entonces se calculan los valores, a , b , p y q para cada variable, y la interpolación es en este caso entre cuatro vértices:

$$\hat{F}_{(Q_p, V)}(u_1, u_2) = q_1 \cdot q_2 \cdot F_{(Q_p, V)}^*(a_1, a_2) + q_1 \cdot p_2 \cdot F_{(Q_p, V)}^*(a_1, b_2) + p_1 \cdot q_2 \cdot F_{(Q_p, V)}^*(b_1, a_2) + p_1 \cdot p_2 \cdot F_{(Q_p, V)}^*(b_1, b_2)$$

7.4.3. Caso particular del análisis estacional

Finalmente, vamos a mostrar la metodología para abordar el caso estacional, que como se vio anteriormente es interesante en algunos casos.

Los datos de partida serían dos funciones de distribución bivariadas obtenidas por alguno de los métodos vistos. El objetivo sería pasar de dos

funciones de distribución correspondientes a las dos estaciones fijadas a una distribución bivariada anual.

Para ello se desarrollaría a partir de la siguiente expresión:

$$F(Q_p, V) = F^{Est1}(Q_p, V) + F^{Est2}(Q_p, V) - F^{Est1}(Q_p, V) \cdot F^{Est2}(Q_p, V) \quad (7.21)$$

De esta forma habríamos obtenido una función de distribución bivariada anual a partir de las funciones de distribución bivariadas estacionales.

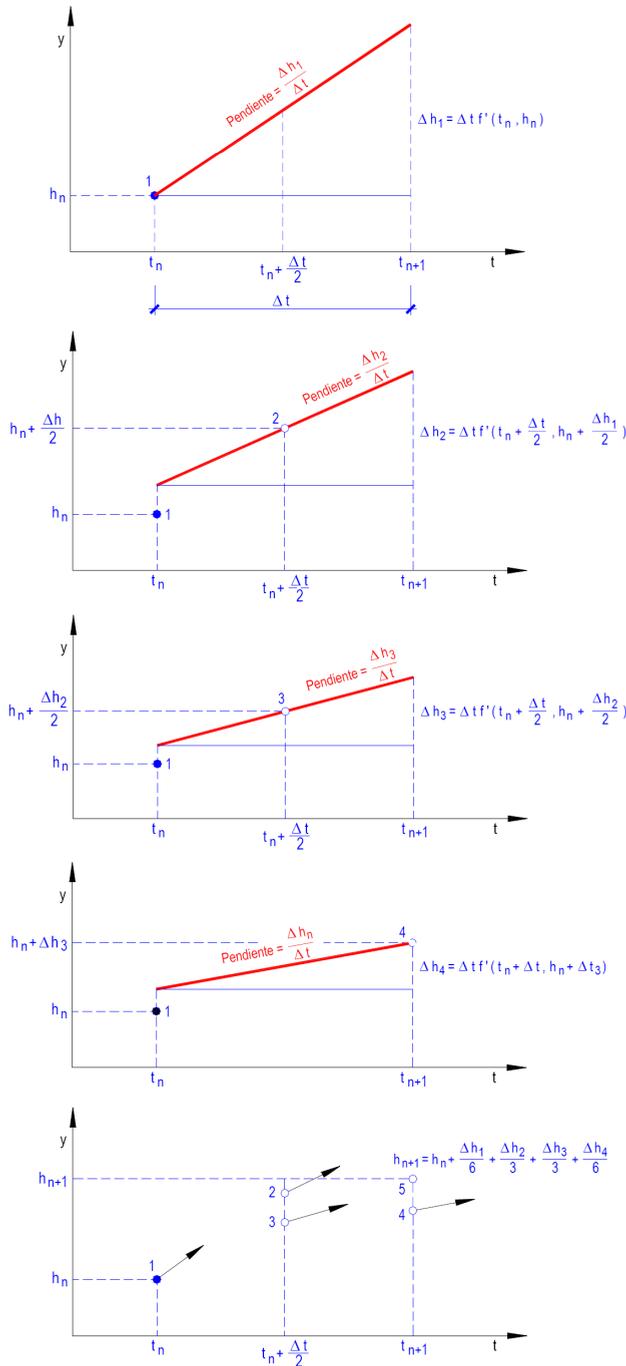


Figura 7.3. Pasos para definir los incrementos de elevación para el método de Runge-Kutta de cuarto orden

Parte IV

Caso de estudio

8

Recopilación de información y contexto

El caso de estudio lo constituye una presa española, Cueva Foradada, de titularidad estatal, que terminó de construirse en el año 1.926, y en la cual se van aplicar los contenidos presentados en la parte 1, estado del conocimiento, y la metodología indicada en la parte 2.

El río Martín, que discurre mayoritariamente por la provincia de Teruel, es un afluente de la margen derecha del río Ebro. Desemboca en éste ya en la provincia de Zaragoza, en el término municipal de Escatrón. Se forma tras la confluencia de cuatro ríos: Segura, Fuenferrada, Rambla y Parras, que nacen en las estribaciones de la Sierra de Cucalón, a 1.550 m del altitud. Su longitud es de 98 km. La cota de la desembocadura, en el río Ebro, es de 140 msnm. La superficie de la cuenca es de 2.110 km².

El río Martín está regulado únicamente por la presa de Cueva Foradada. No obstante, tiene un afluente, el río Escuriza, sobre el que existe una pequeña presa, denominada Escuriza, cuya titularidad ostenta la comunidad de regantes del pantano de Escuriza, con una capacidad de embalse de 3.5 hm³. Ésta presa se terminó de construir en el año 1.896. Está situada en el término municipal de Alloza, provincia de Teruel.

A continuación se muestra un detalle de cuenca así como una vista aérea general de la presa se muestra en la Figuras 8.1 y 8.2.

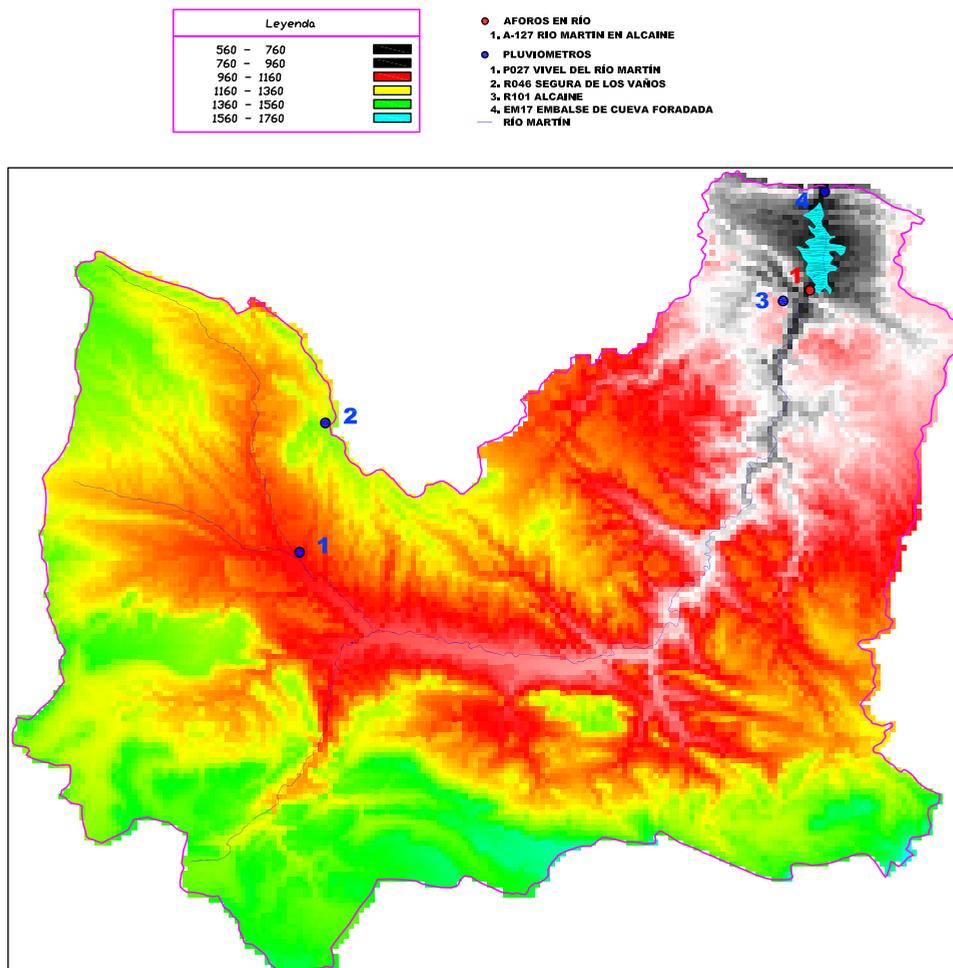


Figura 8.1. Detalle de la cuenca hidrográfica del río Martín hasta el embalse de Cueva Foradada

8.1. Descripción del embalse y la presa

8.1.1. Embalse

El embalse de Cueva Foradada tiene su nivel máximo normal (NMN) a la cota 579,93 msnm, y una capacidad de 22,08 hm³, ocupando una superficie máxima de 229 ha, pertenecientes a los términos municipales de Oliete y Alcaine. La cuenca vertiente al embalse de Cueva Foradada pertenece en su totalidad a la provincia de Teruel, con una superficie de 671 km², un longitud de cauce hasta el embalse de 51 km y con una aportación media anual de 36 hm³. La precipitación media es de 276 mm y la pendiente media del cauce es 0,014. Con todos estos datos y aplicando la fórmula 8.1, véase (Témez, J.R. , 1978), se obtiene que el tiempo de concentración es aproximadamente de 14 horas.

$$T_c = 0.3\left(\frac{L}{J^{0.25}}\right)^{0.76} \quad (8.1)$$

8.1.2. Presa

La presa de Cueva Foradada, ubicada en el término municipal de Oliete (provincia de Teruel), se encuentra sobre el río Martín, en la margen derecha del río Ebro. Se trata de una presa de gravedad con planta curva, cuya altura sobre cimientos es de 65 m, situándose la coronación a la cota 581,93 msnm La longitud de la coronación es de 112,6 m. El talud de aguas arriba es vertical y el de aguas abajo es de 0,85. El volumen de fábrica asciende a 57.660 m³. La presa tiene dos órganos de desagüe, constituidos por una galería externa, antiguo túnel de desvío, y un desagüe de fondo. El desagüe de fondo, consta de tres conductos de 1,2x2 m. La galería exterior, consta de tres conductos de 1,2x2 m. La presa dispone de un aliviadero de superficie, de un solo vano, situado en la margen izquierda de la presa y sin compuertas.

8.1.3. Aliviadero

El aliviadero de superficie está construido junto a la presa, en la margen izquierda de la misma. Tiene forma curva, muy similar al cuerpo de la propia presa. Está formado por un vano único de 110 m de luz, con

el umbral del vertedero situado a la cota 579,93 msnm. No dispone de compuertas. Tras el umbral del vertedero se inicia el canal de descarga, en escalera, cuyo punto de vertido es el río a una distancia aproximada de 50 m aguas abajo del pie de presa.

El canal de descarga está formado por pequeñas presas escalonadas de diversas alturas que amortiguan la caída del agua para que llegue al río con poca energía. Se encuentra limitado por grandes muros, prolongación de los cajeros del colector, aumentando la sección de descarga a medida que se aproxima al nivel del río y terminando con amplio desagüe en la unión con éste.

Una vista aérea general del aliviadero lateral situado en la margen izquierda se muestra en las figuras 8.3 y 8.4. En esta última se puede apreciar el aliviadero en descarga.

El aliviadero de superficie de esta presa, es un canal con una pendiente uniforme al principio de su desarrollo y posteriormente en su retorno al cauce, presenta unos escalones para disipar energía. En las siguientes fotos se ve el desarrollo del mismo.

8.1.4. Elementos de desagüe

Desagüe de fondo

El desagüe de fondo está constituido por una galería en túnel, de 40 m de longitud, atravesando la presa perpendicularmente en su parte central. La embocadura de entrada está situada en el paramento vertical. La parte superior del túnel es circular y sus dimensiones son 3 m de luz y 3,75 m de flecha. La galería de acceso a la cámara de mecanismos, también normal a la Presa, es paralela a la de desagüe y está situada en el mismo plano vertical y en su parte superior. En la cámara de mecanismos están los mandos y cuadros eléctricos para el accionamiento de las dos compuertas. Estas compuertas son deslizantes sobre llanta de bronce, tienen 2 m de altura y 1,16 m de luz.

La evacuación final del desagüe de fondo, a partir de las compuertas, se realiza por la galería en túnel, que tiene sección circular en la parte superior y la parte inferior es rectangular, con la misma luz de 1,15 m, que las compuertas y alturas variables desde 2 m en el origen hasta 2,95 m en la salida y con una pendiente uniforme en solera de 0,058, entrando en carga, a la cota 547,93 msnm (11 m sobre el cauce del río).

Galería exterior

En realidad son tres desagües iguales alojados en el antiguo túnel de desvío del río, que se adaptó para ello. La galería atraviesa la ladera izquierda y las cámaras de mecanismos y compuertas fueron excavadas en subterráneo.

La embocadura de entrada es un ensanche ovalado por la parte superior de 3,75 m de altura y 6,60 m de eje horizontal. No tiene rejilla de protección ni sistema de ataguiado. El acceso a la cámara de mecanismos, situada sobre las compuertas, se hace a través de un pozo vertical y una galería inclinada en rampa, en la que existe vía y vagoneta accionada por un cabestrante. El pozo tiene una escalera de caracol y, en la parte superior, hay un puente grúa de accionamiento manual para el movimiento de los elementos pesados. La cámara de compuertas y mecanismos está dotada de cuadro para mando eléctrico, criks de accionamiento y llaves de los by-pass y aducciones.

La galería en túnel tiene un abocinamiento de 11,60 m antes de las compuertas y otro de salida de 8,30 m de longitud. El tramo de galería desde este punto hasta el final es de 192,26 m y la zona de salida en trinchera tiene 17,10 m de longitud. La longitud de galería, en la cámara de compuertas y mecanismos es de 9,15 m. La sección del túnel de descarga es de 2,65 m de luz en la base por 3,90 m de altura, con bóveda rebajada de 2 m de radio y 0,90 m de flecha.

Los tres desagües de la galería exterior están provistos de doble cierre de compuertas deslizantes que se accionan eléctricamente. Las seis compuertas son de 1,20 m de luz por 2 m de altura.

Hay nueve válvulas compuerta, de 350 mm de diámetro, que son los by-pass que tienen por misión el equilibrio de presiones, limpieza de lodos delante de las compuertas anteriores y el paso de agua del embalse al túnel de desvío sin tocar las compuertas del desagüe. También existen cinco válvulas, de 150 mm de diámetro, para las aducciones de aire aguas abajo de las compuertas y en cada conducto independiente. Todas las llaves de los by-pass y aducciones son manuales.

La cota de la solera de la galería es de 1,80 m sobre el cauce del río y entra en carga con 10 m de altura de agua; es decir, entra en carga a la cota 549 msnm. La capacidad máxima de desagüe viene condicionada por la sección de compuertas que permiten el paso de un caudal máximo

de desagüe de $149.53 \text{ m}^3/\text{s}$, con las tres compuertas abiertas simultáneamente.

8.1.5. Tomas

Existe dos tomas de agua, la principal propiamente dicha y otra de toma de riegos a pie de presa, donde se encuentran los conductos encargados de la regulación de riegos, del canal y la toma de abastecimiento de la Mancomunidad del Bajo Martín.

La torre de toma está constituida por tres cierres a diferente cota. Se encuentra ubicada en la parte central de cuerpo de presa, y adosada al paramento se encuentra una tubería metálica de diámetro 900 mm con tres puntos de toma a diferentes alturas (570,25, 554,93 y 542,38 msnm).



Figura 8.2. Vista aérea general de la presa de Cueva Foradada



Figura 8.3. Vista general del aliviadero de la presa de Cueva Foradada



Figura 8.4. Aliviadero en descarga de la presa de Cueva Foradada



Figura 8.5. Vista del canal de desagüe en sus primeros metros



Figura 8.6. Vista del punto retorno del aliviadero al río

9

Hidrología de la presa de Cueva Foradada

La información que aparece en este apartado ha sido aportada por la Confederación Hidrográfica del Ebro en lo que respecta a la presa, y los datos foronómicos se han obtenido de las publicaciones del CEDEX. A medida que se vaya utilizando la información se volverá hacer referencia de las fuentes.

Ya se vio en los capítulos anteriores, que cuando se disponga de una estación de aforo, es preferible utilizar estos datos debido a que ya se han filtrado varias de las incertidumbres que entran en la modelización del suceso hidrológico de entrada al embalse. Es decir, no tenemos que analizar los parámetros del umbral de escorrentía, cuánto ha llovido, cómo se ha distribuido la lluvia tanto en tiempo como en espacio, etc., debido a que todas esas variables hidrológicas han sido recogidas por la estación de aforo a través de los hidrogramas registrados.

A escasos kilómetros de la entrada del embalse de Cueva Foradada existe una estación de aforo, la E-9127 Río Martín en Alcaine, cuyas coordenadas UTM son (693539, 4536469). De esta estación se han obtenido los datos correspondientes a los caudales máximos instantáneos mensua-

les y los datos del caudal medio diario. Estos últimos nos servirán para calcular el volumen correspondiente a cada una de las avenidas máximas mensuales, obteniendo para cada mes el caudal máximo instantáneo y el volumen asociado a dicho evento.

Como ya se indicó en los capítulos anteriores, para abordar un estudio de extremos, se puede llevar a cabo mediante dos metodologías:

1. Mediante la utilización de un dato por año, máximo por bloques, donde en tamaño del bloque es de un año.
2. Mediante el método de las excedencias, donde se utilizan todos los datos por encima de un determinado umbral, que previamente hay que determinar.

En el caso que nos ocupa se desarrollan las dos metodologías para compararlas entre ellas y ver sus ventajas e inconvenientes.

Los datos publicados por el CEDEX hasta la fecha, comienzan en el año 1964 y finalizan el año 2008.

El proceso que se ha seguido es el siguiente: en primer lugar se toman los caudales máximos instantáneos de cada uno de los años, en total 44 datos, en segundo lugar se han tomado los datos de caudal máximo instantáneo de cada uno de los meses de esos 44 años, lo que supone un total de 528 datos.

Una vez seleccionados todos los datos se procede al ajuste de las distintas funciones de distribución de valores extremos. De todas ellas, se muestran las que mejor se han ajustado y que son: General Extreme Value, Log Pearson tipo III y General Pareto Distribution. Se han tratado otras, pero se ajustaban peor que las seleccionadas y no se ha considerado oportuno mostrarlas en esta tesis.

9.1. Ajuste anual del caudal máximo instantáneo mediante el método de bloques

Se muestran en la tabla 9.1 el valor de los caudales máximos instantáneos que sirven de base para llevar a cabo los ajustes estadísticos:

Año	$Q(\text{m}^3/\text{s})$	Año	$Q(\text{m}^3/\text{s})$	Año	$Q(\text{m}^3/\text{s})$	Año	$Q(\text{m}^3/\text{s})$
1964	3.47	1976	37.6	1988	53.95	2000	7.34
1965	23.94	1977	6.8	1989	26.15	2001	23.4
1966	18.9	1978	8.06	1990	12.42	2002	66.96
1967	8.16	1979	12.92	1991	6.753	2003	22.5
1968	25.09	1980	9.34	1992	5.895	2004	34.5
1969	19.45	1981	22.34	1993	2.46	2005	56.6
1970	23.92	1982	50.95	1994	10.22	2006	13.05
1971	88.25	1983	5.46	1995	18.1	2007	43
1972	67.55	1984	5.89	1996	23.95		
1973	14.13	1985	5.64	1997	58.51		
1974	81.68	1986	23.4	1998	9.34		
1975	14.58	1987	23.95	1999	6.04		

Tabla 9.1. Caudales máximos instantáneos anuales (año hidrológico). Estación n° 9127 Alcaine. Río Martín

Con estos 44 datos, uno por cada año hidrológico se han ajustado las funciones de distribución de extremos que se pueden ver en la figura 9.1.

A la vista del ajuste anual de caudales máximos instantáneos, se puede decir que la función de distribución de LP III ajustada bien por máxima verosimilitud (ml) o método de los momentos ponderados (pmp) se ajusta muy bien a la muestra, sin embargo, si bien el ajuste de la función GEV por el método de los momentos es muy similar a las anteriores, no se puede decir lo mismo cuando el ajuste es por ml.

Para determinar de forma más rigurosa cuál es la función de distribución que mejor se ajusta, se ha hecho un ajuste estadístico basado en el test de Kolmogorov-Smirnov, cuyos resultados se muestra en la tabla 9.2

Se adopta, por tanto, la función GEV ajustada por el método de pmp como la función de distribución óptima. Los valores de los cuantiles para la entrada al embalse se muestran en la tabla 9.3.

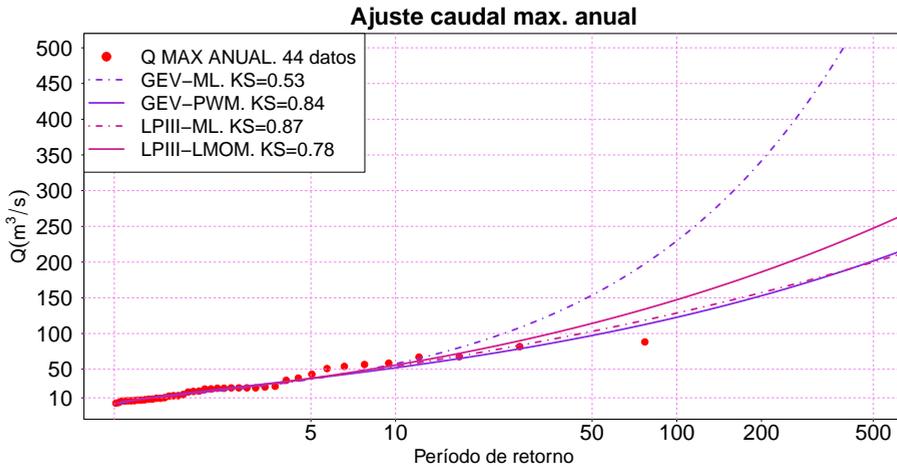


Figura 9.1. Ajuste de las funciones de distribución de extremos a los caudales máximos instantáneos anuales. Fuente CEDEX. Estación de aforo de Alcaine. Río Martín. CHE

Func. de distribución	Test K-S
GEV (PWP)	0.84
GEV (ML)	0.53
LP III (PWP)	0.78
LP III (ML)	0.87

Tabla 9.2. A juzgar por los ajuste, las funciones de distribución que mejor pasan el test son la GEV(PWP) y LP III(ML). Cualquiera de las dos son buenos ajustes.

9.2. Ajuste anual del caudal máximo instantáneo mediante el método de las excedencias

Este método presenta como ventaja importante, disponer de más datos, concretamente para esta estación se tiene un dato por cada mes, de caudal pico instantáneo, por lo que a priori se disponen de $12 \times 44 = 528$ datos. Se indica a *priori* puesto que en este método hay que ser muy

T	$Q(\text{m}^3/\text{s})$
5	36
10	51
50	97
100	122
500	202
1000	249
5000	394

Tabla 9.3. Valores del caudal máximo instantáneo para los diferentes períodos de retorno de la estación n° 9127 Alcaine, río Martín, ajustada mediante la función de distribución GEV por el método de los momentos ponderados.

cuidadosos con la información, ya que los datos deben ser **independientes** para que se pueda aplicar esta metodología, es decir, que sea un proceso de Poisson. Un vez tenido en cuenta lo anterior la muestra final queda reflejada en la tabla 9.4.

FECHA	Q	FECHA	Q	FECHA	Q	FECHA	Q
00/10/1964	0.68	16/06/1975	81.68	00/03/1986	0.61	22/08/1997	23.95
00/11/1964	0.68	00/07/1975	14.58	00/04/1986	0.91	23/09/1997	2.23
00/12/1964	3.47	00/08/1975	20.55	00/05/1986	5.64	06/10/1997	0.81
00/01/1965	1.39	00/09/1975	8.18	00/06/1986	1.06	30/11/1997	0.93
00/02/1965	1.48	00/10/1975	2.08	00/07/1986	0.30	18/12/1997	1.77
00/03/1965	1.39	00/11/1975	1.6	00/08/1986	0.30	01/01/1998	1.31
00/04/1965	1.14	00/12/1975	7.22	00/09/1986	5.64	03/02/1998	0.81
00/05/1965	0.62	00/01/1976	1.6	00/10/1986	23.4	01/03/1998	0.60
00/06/1965	3.06	00/02/1976	3.94	00/11/1986	1.44	27/04/1998	0.93
00/07/1965	2.93	00/03/1976	1.26	00/12/1986	1.44	27/05/1998	5.036
00/08/1965	2.93	00/04/1976	6.38	00/01/1987	7.66	06/06/1998	58.51
00/09/1965	0.44	30/05/1976	14.58	00/02/1987	1.08	01/07/1998	0.19
00/10/1965	16.81	00/06/1976	3.56	00/03/1987	1.08	26/08/1998	10.22
00/11/1965	2.85	00/07/1976	1.43	00/04/1987	1.08	24/09/1998	2.23
00/12/1965	3.65	00/08/1976	7.22	00/05/1987	0.42	06/10/1998	3.32

—Continúa en la página siguiente—

—Viene en la página anterior—

00/01/1966	11.24	00/09/1976	2.56	00/06/1987	0.17	05/11/1998	0.36
00/02/1966	0.90	00/10/1976	1.09	00/07/1987	3.7	11/12/1998	0.68
00/03/1966	0.90	00/11/1976	0.92	00/08/1987	0.86	01/01/1999	0.36
00/04/1966	3.11	00/12/1976	3.94	00/09/1987	3.7	02/02/1999	0.36
00/05/1966	12.8	00/01/1977	16.36	00/10/1987	2.2	15/03/1999	1.18
00/06/1966	8.18	00/02/1977	6.8	00/11/1987	4	30/04/1999	1.77
27/07/1966	23.94	00/03/1977	3.18	00/12/1987	2.5	08/05/1999	2.30
00/08/1966	0.61	00/04/1977	2.32	00/01/1988	18.59	18/06/1999	9.34
00/09/1966	0.46	29/05/1977	37.6	00/02/1988	2.8	23/03/2000	0.38
00/10/1966	8.9	00/06/1977	26.85	00/03/1988	1.08	28/04/2000	0.73
00/11/1966	1.41	00/07/1977	36.3	00/04/1988	19.73	10/05/2000	3.77
00/12/1966	1.04	00/08/1977	2.08	00/05/1988	23.95	10/06/2000	6.04
00/01/1967	0.75	00/09/1977	2.08	00/06/1988	22.87	31/07/2000	2.64
00/02/1967	1.19	00/10/1977	1.09	00/01/1989	1.77	30/08/2000	5.26
00/03/1967	0.90	00/11/1977	0.92	00/02/1989	4.18	12/09/2000	0.47
00/04/1967	0.61	00/12/1977	0.67	00/03/1989	21.28	24/10/2000	7.34
00/05/1967	0.46	00/01/1978	0.67	00/04/1989	9.78	06/11/2000	1.03
00/06/1967	1.04	00/02/1978	0.67	00/05/1989	15.70	30/12/2000	0.66
00/07/1967	10.07	00/03/1978	1.09	00/06/1989	53.95	27/01/2001	0.88
25/08/1967	18.9	00/04/1978	0.67	00/07/1989	7.18	21/02/2001	0.96
00/09/1967	1.41	24/05/1978	6.80	00/08/1989	10.66	01/03/2001	0.58
23/10/1967	8.16	00/06/1978	5.12	00/12/1989	0.81	16/04/2001	0.47
00/11/1967	3.38	00/07/1978	3.94	00/01/1990	1.305	10/05/2001	1.12
00/12/1967	0.75	00/08/1978	5.54	00/02/1990	0.93	01/06/2001	0.26
00/01/1968	0.75	00/09/1978	1.43	00/03/1990	0.81	01/07/2001	0.18
00/02/1968	0.75	00/10/1978	0.67	00/04/1990	0.685	01/08/2001	0.22
00/03/1968	1.04	00/11/1978	0.75	00/05/1990	1.31	04/09/2001	1.39
00/04/1968	1.04	00/12/1978	0.75	00/06/1990	15.22	18/10/2001	0.34
00/05/1968	0.46	00/01/1979	1.26	00/07/1990	0.44	18/11/2001	0.34
00/06/1968	1.04	00/02/1979	1.26	00/08/1990	26.15	16/12/2001	0.38
00/07/1968	6	00/03/1979	1.43	00/09/1990	1.18	04/01/2002	0.34
00/08/1968	1.64	00/04/1979	2.08	12/10/1990	5.04	06/02/2002	0.47
00/09/1968	0.35	00/05/1979	1.43	30/11/1990	0.81	17/03/2002	0.38
00/10/1968	0.38	28/06/1979	8.06	23/12/1990	0.93	13/04/2002	1.30

—Continúa en la página siguiente—

—Viene en la página anterior—

00/11/1968	22.75	00/07/1979	1.06	22/01/1991	0.81	09/05/2002	8.50
00/12/1968	1.41	00/08/1979	0.36	20/02/1991	1.99	08/06/2002	0.51
00/01/1969	2.85	00/09/1979	0.94	25/03/1991	12.42	01/07/2002	0.34
00/02/1969	3.38	00/10/1979	12.92	17/04/1991	9.78	24/08/2002	23.40
00/03/1969	6.74	00/11/1979	1.19	09/05/1991	6.32	16/09/2002	9.10
00/04/1969	17.25	00/12/1979	0.94	03/06/1991	5.89	10/10/2002	4.69
00/05/1969	11.24	00/01/1980	1.06	03/07/1991	11.54	15/11/2002	0.73
00/06/1969	6.38	00/02/1980	1.31	04/08/1991	0.68	20/12/2002	0.81
00/07/1969	8.9	00/03/1980	1.54	21/09/1991	5.89	31/01/2003	0.81
09/08/1969	25.09	00/04/1980	1.31	31/10/1991	0.68	27/02/2003	0.96
00/09/1969	4.31	00/05/1980	5.5	30/11/1991	1.99	31/03/2003	2.28
00/10/1969	14.14	00/07/1980	0.61	02/12/1991	4.18	16/04/2003	7.34
00/11/1969	7.18	00/08/1980	0.44	31/01/1992	1.18	07/05/2003	66.96
00/12/1969	1.1	00/09/1980	0.44	29/02/1992	1.99	17/06/2003	7.60
05/01/1970	19.45	00/10/1980	0.28	02/03/1992	2.23	07/07/2003	3.31
00/02/1970	2.86	00/11/1980	0.44	08/04/1992	2.23	22/08/2003	8.50
00/03/1970	4.6	00/12/1980	0.60	20/05/1992	6.75	03/09/2003	3.31
00/04/1970	4.6	00/01/1981	0.60	10/06/1992	4.18	13/10/2003	2.82
00/05/1970	4.16	00/02/1981	0.68	31/07/1992	5.04	10/11/2003	3.92
00/06/1970	2.42	00/03/1981	0.68	02/08/1992	2.46	01/12/2003	1.12
00/07/1970	2.16	23/04/1981	9.34	27/09/1992	1.99	01/01/2004	0.66
00/08/1970	3.73	00/05/1981	1.54	19/10/1992	3.75	25/02/2004	1.03
00/09/1970	5.46	00/06/1981	4.18	02/11/1992	1.54	30/03/2004	4.23
00/10/1970	8.18	00/07/1981	0.68	27/12/1992	1.77	16/04/2004	8.20
00/11/1970	0.7	00/08/1981	5.46	31/01/1993	0.81	04/05/2004	22.50
00/12/1970	4.77	00/09/1981	0.60	28/02/1993	1.31	12/06/2004	3.61
00/01/1971	3.97	00/10/1981	0.44	24/03/1993	1.99	06/07/2004	10.60
00/02/1971	2.31	00/11/1981	0.44	04/04/1993	0.93	01/08/2004	1.12
00/03/1971	3.97	00/12/1981	0.60	13/05/1993	5.89	01/09/2004	0.88
00/04/1971	6.38	00/01/1982	0.68	19/06/1993	1.99	19/10/2004	1.12
00/05/1971	18.35	00/02/1982	0.52	01/07/1993	1.99	05/11/2004	1.12
00/06/1971	12.8	00/03/1982	0.60	14/08/1993	2.46	02/12/2004	3.15
00/07/1971	14.58	00/04/1982	0.60	25/09/1993	0.60	26/01/2005	0.81
13/08/1971	23.92	00/05/1982	6.32	28/10/1993	2.46	01/02/2005	0.66

—Continúa en la página siguiente—

—Viene en la página anterior—

00/09/1971	1.41	04/06/1982	22.34	05/11/1993	0.60	01/03/2005	0.81
00/10/1971	0.9	00/07/1982	0.46	31/12/1993	0.36	06/04/2005	0.96
00/11/1971	1.86	00/08/1982	1.438	20/01/1994	0.44	17/05/2005	0.81
00/12/1971	33.08	00/09/1982	0.61	20/02/1994	0.36	22/06/2005	1.74
00/01/1972	3.31	00/10/1982	16.63	01/03/1994	0.68	01/07/2005	0.30
00/02/1972	3.64	00/11/1982	0.91	20/04/1994	0.36	01/08/2005	34.5
00/03/1972	8.9	00/12/1982	0.76	08/05/1994	2.23	25/09/2005	21.15
00/04/1972	3.64	00/01/1983	0.61	16/06/1994	0.15	14/10/2005	2.73
00/05/1972	7.46	00/02/1983	0.61	25/07/1994	0.81	15/11/2005	7.34
00/06/1972	50.2	00/03/1983	0.61	31/08/1994	0.15	03/12/2005	0.58
00/07/1972	14.58	00/04/1983	0.61	29/09/1994	2.23	11/01/2006	0.81
06/08/1972	88.25	00/05/1983	0.38	05/10/1994	10.22	27/02/2006	1.12
00/09/1972	21.1	00/06/1983	50.95	12/11/1994	1.18	05/03/2006	2.73
00/10/1972	3.64	00/07/1983	0.28	13/12/1994	0.44	01/04/2006	0.88
00/11/1972	5.03	00/08/1983	0.81	18/01/1995	0.68	07/05/2006	0.73
00/12/1972	2.31	00/09/1983	0.60	19/02/1995	0.36	28/06/2006	12
00/01/1973	1.86	00/10/1983	0.52	11/03/1995	0.24	19/07/2006	5.52
00/02/1973	2.31	07/11/1983	5.46	25/04/1995	0.28	16/08/2006	0.34
00/03/1973	1.86	00/12/1983	0.93	11/05/1995	3.32	12/09/2006	56.60
00/04/1973	1.64	00/01/1984	0.52	09/06/1995	0.52	18/10/2006	1.03
00/05/1973	1.19	00/02/1984	0.44	31/07/1995	0.68	04/11/2006	0.47
07/06/1973	67.55	00/03/1984	0.52	02/08/1995	1.06	06/12/2006	0.47
00/07/1973	7.46	00/04/1984	0.604	19/09/1995	0.24	01/01/2007	0.38
00/08/1973	31.16	00/05/1984	5.04	31/10/1995	0.10	04/02/2007	0.58
00/09/1973	1.86	00/06/1984	1.18	19/11/1995	0.36	17/03/2007	2.64
00/10/1973	0.9	00/07/1984	0.28	05/12/1995	1.06	02/04/2007	13.05
00/11/1973	1.19	00/08/1984	0.28	07/01/1996	0.28	04/05/2007	3.92
00/12/1973	0.35	00/09/1984	0.28	05/02/1996	0.52	05/06/2007	1.39
00/01/1974	0.35	00/10/1984	0.28	15/03/1996	0.52	01/07/2007	0.3
00/02/1974	0.24	14/11/1984	5.89	10/04/1996	0.28	15/08/2007	1.21
00/03/1974	10.85	00/12/1984	0.91	11/05/1996	0.81	23/09/2007	0.51
20/04/1974	14.13	00/01/1985	1.06	10/06/1996	0.93	12/10/2007	1.74
00/05/1974	10.07	00/02/1985	0.91	27/07/1996	0.81	01/11/2007	1.21
00/06/1974	10.85	00/03/1985	0.91	15/08/1996	0.81	21/12/2007	1.39

—Continúa en la página siguiente—

—Viene en la página anterior—

00/07/1974	7.1	00/04/1985	0.76	05/09/1996	18.1	03/01/2008	1.39
00/08/1974	7.46	00/05/1985	1.21	27/10/1996	0.19	20/02/2008	1.48
00/09/1974	10.85	00/06/1985	1.06	13/11/1996	0.81	10/03/2008	1.39
00/10/1974	1.64	00/07/1985	0.91	08/12/1996	19.16	20/04/2008	1.21
00/11/1974	1.41	00/08/1985	0.61	10/01/1997	13.78	24/05/2008	9.7
00/12/1974	1.41	00/09/1985	0.38	03/02/1997	3.75	11/06/2008	43
00/01/1975	1.19	00/10/1985	0.61	17/03/1997	1.54	12/07/2008	3
00/02/1975	1.04	00/11/1985	0.46	21/04/1997	1.77	05/08/2008	1.39
00/03/1975	1.04	00/12/1985	0.46	31/05/1997	7.61	22/09/2008	1.92
00/04/1975	1.41	00/01/1986	0.46	05/06/1997	10.66	-	-
00/05/1975	10.46	00/02/1986	0.76	22/07/1997	2.46	-	-

Tabla 9.4. Caudales máximos instantáneos mensuales.

En la figura 9.2 se muestra lo indicado en el párrafo anterior, donde se indicó que una de las ventajas de este método es la disposición de un mayor número de datos.

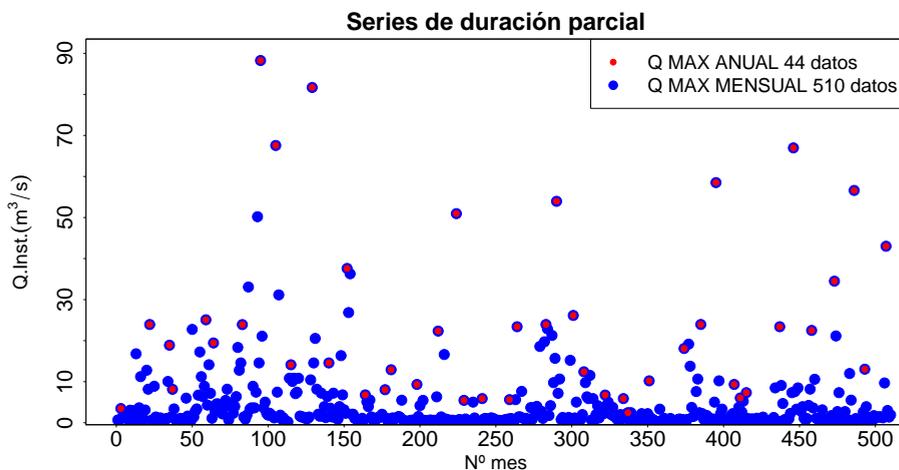


Figura 9.2. Representación de los caudales pico mensuales y anuales de la estación de aforo de Alcaine. Río Martín.

El siguiente paso, uno de los más importantes es determinar el umbral, es decir, determinar el caudal a partir del cual tomo los valores que excedan de ese valor.

El método seguido, es el indicado por Castillo et al 1997 Castillo et al: (1997), consistente en analizar el exceso medio. El umbral es aquel donde se produzca un cambio de pendiente. Sin embargo, en algunas ocasiones se producen varios cambios de pendiente en el gráfico y surge la duda sobre cuál es umbral óptimo. Cuando esto sucede, se recurre a otro tipo de gráfica consistente en ver la variación del factor de escala y de forma en función del umbral. Con esto último se puede analizar la sensibilidad del umbral frente a los parámetros de la función y puede suponer otro criterio más en la selección del umbral. Si aun así todavía se tienen dudas, se puede aplicar el test de Kolmogorov-Smirnov Cuadrado a los distintos umbrales y determinar cuál es el umbral óptimo. A pesar de todo lo anterior, cabe insistir en que otro factor a tener en cuenta es el número de datos disponibles. Ya se indicó en la parte II, que se trataba de una situación de compromiso entre tomar el umbral más alto pero sin tener un número muy bajo de datos.

En la figura 9.3 se indica la variación del umbral frente al número de excedencias. Como es obvio a medida que el valor del umbral aumenta, disminuye el tamaño de la muestra excedente.

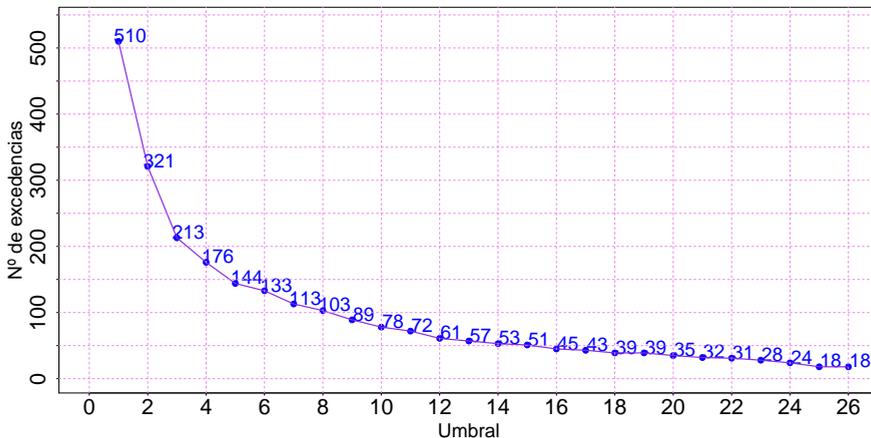


Figura 9.3. Variación de las excedencias en función del tamaño del umbral.

El siguiente paso es mostrar la variación entre el valor del umbral y el exceso medio observado, definido éste como:

$$E(X - u/X > u) = \frac{\kappa + \xi \cdot u}{1 - \xi}$$

En la figura 9.4, se aprecia la variación del exceso medio calculado frente al umbral. En el momento en que se observa un quiebro en la figura podemos advertir que a partir de ese valor tenemos el umbral. Se observa un quiebro para 1.5 m³/s y continúa hasta 11 m³/s. Ésto quiere decir que el umbral estará comprendido entre dichos valores: $1.5 < u < 11$. Para determinar con exactitud el valor del umbral se ha representado en la figura 9.5 la variación del factor de forma y de escala en función del umbral. De tal figura se desprende que el factor de escala permanece uniforme en torno al intervalo fijado anteriormente, sin embargo, el factor de escala presenta alguna variación en tal intervalo. Como con todo lo anterior no queda claro la elección de tal umbral, se ha realizado un test de Kolmogorov-Smirnov a dicho intervalo para elegir con más precisión el valor del umbral.

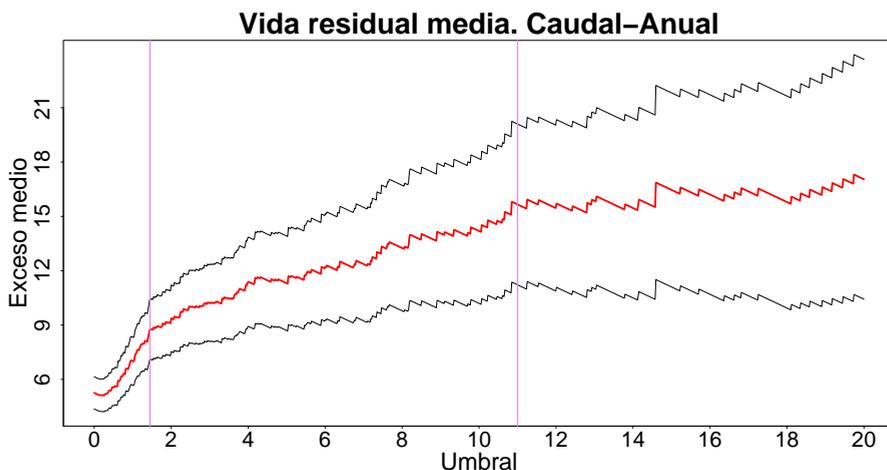


Figura 9.4. Variación del exceso medio observado en función del umbral.

En la tabla 9.5 se puede ver la variación de los parámetros del test en función del umbral concluyéndose que un umbral de 4.5 m³/s o 7.5 m³/s, puede ser una buena elección. A pesar de que el primero de ellos es un

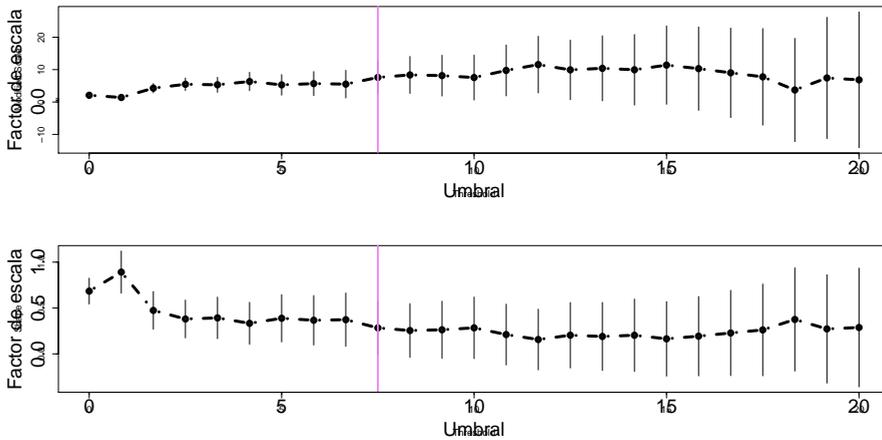


Figura 9.5. Variación del factor de forma y de escala en función del umbral.

poco más alto que el segundo, se adopta éste último ya que a igualdad de valores es preferible adoptar umbrales altos, teniendo en cuenta que el número de datos es suficiente para ajustar el resto de parámetros de la función de distribución.

Una vez determinado el valor del umbral se puede ajustar ya la función de distribución GPD, así como la GEV. Al igual que con otras distribuciones, existen varios métodos de ajuste, entre los que destacan:

1. Máxima verosimilitud.
2. Método de los momentos.
3. Método de los momentos ponderados.
4. Método de Pickands.
5. ...

Para la elección del método de ajuste más apropiado, se han seguido las recomendaciones de (Hosking and Wallis (1987) Hosking et al: (1987)), donde a modo de resumen se puede decir lo siguiente:

1. El método de máxima verosimilitud no muestra su eficacia asintótica cuando la muestra tiene un tamaño superior a 500 valores.

Umbral	P-value	Nº excedencias
3.5	0.66	164
4	0.95	144
4.5	0.98	137
5	0.97	135
5.5	0.96	133
6	0.96	113
6.5	0.95	107
7	0.86	103
7.5	0.96	92
8	0.92	89
8.5	0.89	81
9	0.91	78
9.5	0.91	75
10	0.83	72
10.5	0.83	67
11	0.56	61

Tabla 9.5. Resultados del test estadístico Kolmogorov-Smirnov aplicado a la función de distribución GPD para distintos valores del umbral.

2. El método de los momentos no es adecuado cuando el parámetro de forma es $\xi < 0.2$.
3. El método de los momentos ponderados es adecuado cuando el parámetro de forma cumple: $0.5 < \xi < 0$.

Para la estación que se está analizando, se observa que el ajuste se puede hacer, según las consideraciones anteriores, mediante el ajuste de PWM. En la figura 9.6, se muestra el ajuste realizado.

A pesar de todos los comentarios anteriores, surge una duda: ¿Cuál es la diferencia entre adoptar un umbral comprendido entre el intervalo $4 < u < 11$? Para responder a esta pregunta se han representado en la figura 9.7 las distintas funciones de distribución en función del umbral. De la figura anterior se desprende que umbrales bajos dan valores superiores para períodos de retorno altos, mientras que para valores más

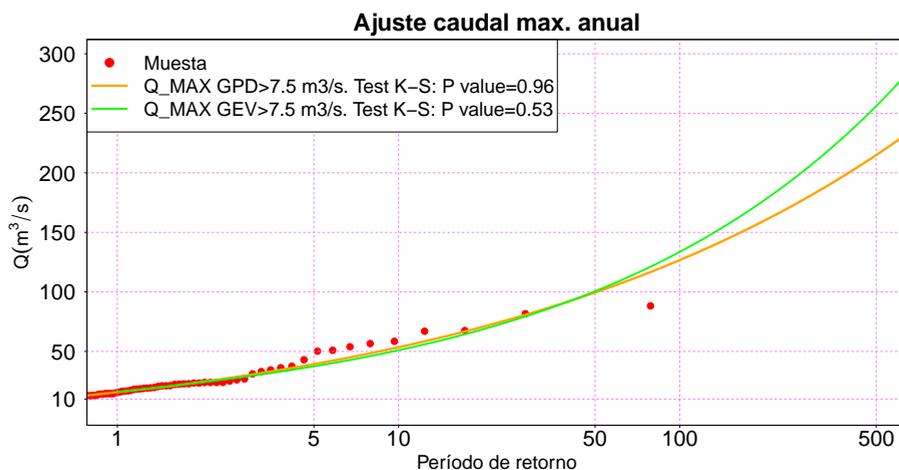


Figura 9.6. Ajuste mediante las funciones GPD y GEV a los caudales máximos mensuales de la estación nº 9127 Alcaine, río Martín. Se puede ver como la función GPD presenta un mayor valor del parámetro P-value y se puede decir que es la que mejor se ajusta.

altos del umbral van disminuyendo. Se observa también que los ajustes se estabilizan para valores cercanos al extremo derecho del intervalo de elección y una vez superado éste, disminuye considerablemente los valores del ajuste, debiéndose esto a problemas de inestabilidad a medida que disminuyen el número de datos para realizar el ajuste.

El último comentario que surge tras este último ajuste es comparar ambos métodos, el método de los bloques y el de las excedencias y sacar conclusiones.

En primer lugar cabe destacar que el método de los máximos anuales, el número de datos es de 44. Hemos ajustado una función de distribución GEV, de tres parámetros, y por lo tanto se tiene $44/3 = 14$ datos por parámetro. Mientras que en el segundo método, partimos de una muestra de 512 datos, que tras elección del umbral, nos quedamos con 92 datos y haciendo la misma reflexión que antes, ajustado una función de distribución tipo GPD, también de dos parámetros ¹, se tiene $92/2 = 46$ datos por parámetro. Una máxima en estadística es que cuantos menos

¹A pesar de que la función GPD tiene tres parámetros, indicamos dos puesto que el valor del umbral se determina previamente y por métodos distintos a los dos restantes.

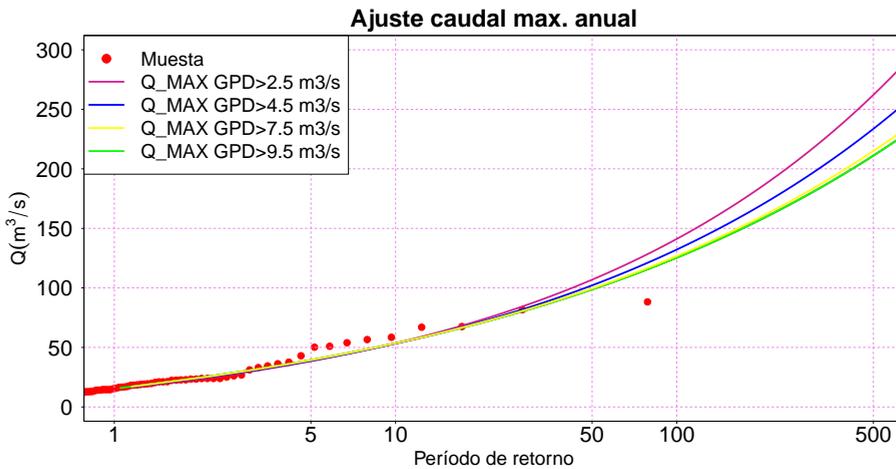


Figura 9.7. Análisis de sensibilidad para determinar la influencia del valor del umbral en el ajuste de la función de distribución GPD.

datos se tengan mayor debe ser el esfuerzo que se debe hacer en el ajuste. Por lo tanto, cuanto mayor sea la cantidad de datos que se tengan, cabe esperar un mejor ajuste. Con todo ello queremos incidir en que es más adecuado el ajuste realizado con la función GPD, a partir de los datos mensuales, que con la GEV a partir de los datos anuales, a pesar de que el ajuste en ambos es bueno.

En la tabla 9.6 se muestran a modo de resumen las diferencias en los distintos cuantiles calculados:

Hasta aquí todo lo que se ha hecho es sobre la variable caudal pico. Sin embargo, como veremos más adelante el hidrograma de entrada al embalse es una estructura multivariada donde además del caudal pico, está el volumen, el tiempo al pico y el tiempo base.

En el punto siguiente se procede de forma análoga al caudal pero analizando el volumen correspondiente al evento que generó los caudales pico mostrados en la tabla 9.4.

T	GEV (ANUAL)	GPD(MENSUAL)	Variación en %)
5	36	39	8.33 %
10	51	53	3.92 %
50	97	99	2.06 %
100	122	126	3.27 %
500	202	215	6.43 %
1000	249	267	7.22 %
5000	394	436	10.65 %

Tabla 9.6. Comparación de los cuantiles obtenidos mediante el método de bloques, función GEV, y el método de las excedencias, función GPD, y diferencias entre ellos en porcentaje.

9.3. Cálculo del volumen de los hidrogramas de entrada al embalse

Los datos disponibles en la estación 9127 Alcaine del río Martín, para determinar el volumen, son los caudales medios diarios. A partir de ellos debemos determinar el volumen de la avenida máxima concomitante con el caudal pico máximo mensual.

El método seguido para determinar el volumen correspondiente a un determinado evento, ha consistido en observar en un gráfico la variación en el tiempo (días) del volumen que ha pasado ese día, obtenido éste último como producto del caudal medio diario por el tiempo correspondiente a un día.

Este método es muy grosero en el sentido que no nos da una exactitud de la avenida, ya que ésta no corresponderá exactamente a intervalos de 24 horas, por lo cual estaremos aumentando el volumen de los eventos. Sin embargo, no existen datos, salvo los quinceminutales correspondientes al SAIH de la Confederación Hidrográfica del Ebro disponibles a partir del año 2005, a una escala menor.

En la figura 9.8 se observa una avenida tipo *flashfood*, con caudales pico altos y volúmenes pequeños. Concretamente el caudal pico de este evento es de $56.6 \text{ m}^3/\text{s}$ mientras que el volumen es de 0.7 hm^3 . En la tabla 9.7 se puede ver el procedimiento seguido para calcular el volumen. Se parte del caudal medio diario y se transforma en hm^3/dia y se suman

los días que tiene lugar el evento. Aquí se puede ver con más claridad la indicación hecha en el párrafo anterior, donde se pone de manifiesto la importancia de la escala, puesto que los hidrogramas que se generen a menor escala serán más precisos y por ende los volúmenes obtenidos.

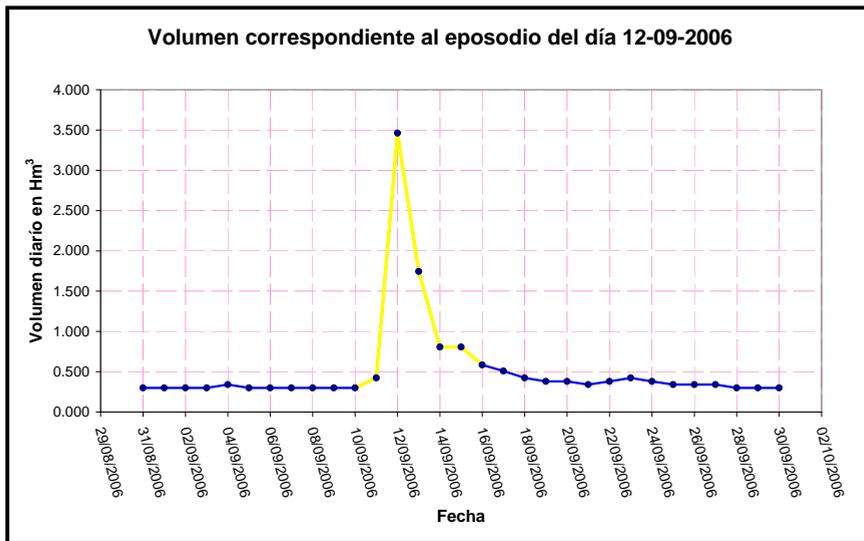


Figura 9.8. Hidrograma recogido en la estación nº 9127 Alcaine. Río Martín, donde se observa la avenida del día 12 de septiembre de 2006

Mediante este procedimiento, se obtienen todos los volúmenes concomitantes con los picos seleccionados por encima del umbral seleccionado, recordemos que fue de $7.5 \text{ m}^3/\text{s}$ y así se obtienen un total de 88 parejas de valores (Q, V).

En la tabla 9.8 se presentan los valores de las parejas caudal-volumen calculados como se ha indicado anteriormente. En la figura 9.9 se representan los valores correspondientes a la tabla 9.8.

Fecha	Caudal medio diario m^3/dia	Vol. medio diario hm^3	Vol. avenida hm^3
06/09/2006	0.130	0.300	-
07/09/2006	0.130	0.300	-
08/09/2006	0.130	0.300	-
09/09/2006	0.130	0.300	-
10/09/2006	0.130	0.300	0.300
11/09/2006	0.160	0.423	0.423
12/09/2006	0.500	3.462	3.462
13/09/2006	0.330	1.745	1.745
14/09/2006	0.220	0.807	0.807
15/09/2006	0.220	0.807	0.807
16/09/2006	0.190	0.584	0.584
17/09/2006	0.180	0.510	-
18/09/2006	0.160	0.423	-
19/09/2006	0.150	0.380	-
20/09/2006	0.150	0.380	-
21/09/2006	0.140	0.340	-
22/09/2006	0.150	0.380	-
Suma	-	-	0.7

Tabla 9.7. Tabla con los datos del caudal medio diario, volumen medio diario y días en los que se considera la crecida, respecto al caudal base

9.4. Ajuste del volumen mediante el método de bloques

Se procede en esta sección el ajuste de los 44 datos correspondientes a los volúmenes concomitantes de los valores del caudal máximo anual.

El procedimiento seguido es el mismo que se hizo con el caudal.

El ajuste que se obtiene es muy dispar entre la función de distribución GEV y LPIII para los dos métodos empleados, máxima verosimilitud y método de los momentos. Un primer análisis, nos diría a la vista de la figura 9.10, que la función de distribución GEV ajustada por el método de los momentos puede ser buena. No obstante recalcamos lo dicho ya en esta tesis, que ajustar una función de distribución de 3 parámetros con 42

$Q(\text{m}^3/\text{s})$	$V(\text{hm}^3)$	$Q(\text{m}^3/\text{s})$	$V(\text{hm}^3)$	$Q(\text{m}^3/\text{s})$	$V(\text{hm}^3)$	$Q(\text{m}^3/\text{s})$	$V(\text{hm}^3)$
11.24	3.31	10.46	1.09	10.66	0.47	26.15	0.66
19.45	2.64	14.58	1.92	58.51	1.76	23.95	0.53
16.36	3.78	37.6	4.2	9.34	0.35	10.22	0.09
7.66	1.14	23.95	2.47	7.6	0.84	23.4	0.57
18.59	5.33	15.7	1.19	12	0.7	8.5	0.41
13.78	3.76	7.61	0.35	43	3.2	34.5	0.85
8.9	1.44	8.5	1.03	23.94	0.93	21.1	4.12
10.85	3	66.97	5.96	10.07	0.14	18.1	0.11
21.28	1.94	9.7	0.69	8.9	1.4	21.15	0.21
12.42	5.42	8.18	0.93	14.58	0.56	56.6	0.58
17.25	3.14	12.8	0.5	14.58	1.52	16.81	1.26
14.13	1.81	50.2	1.09	14.58	1.49	8.9	0.87
9.34	1.6	67.55	2.9	36.3	0.8	8.16	0.33
19.73	2.67	10.85	2.14	11.54	0.72	14.14	0.99
9.78	1.3	81.68	3.84	10.6	0.82	8.18	0.53
9.78	4.88	26.85	2.3	18.9	0.29	12.92	1.57
8.2	1.6	8.06	0.71	25.09	0.99	16.63	2.05
13.05	1.54	22.34	1.16	23.92	0.88	10.22	0.17
12.8	0.91	50.95	0.85	88.25	0.88	22.75	0.96
11.24	2.38	22.87	2.55	31.16	0.37	33.08	3.69
18.35	7.08	53.95	2.02	20.55	1.84	19.16	1.36
10.07	1.94	15.22	0.34	10.66	0.36		

Tabla 9.8. Parejas de valores correspondientes al caudal pico y volumen de los eventos registrados en la estación n° 9127 Alcaine, río Martín, tales que el caudal es mayor de $7.5 \text{ m}^3/\text{s}$

valores, con una media de 14 valores por parámetro, no es muy correcto desde el punto de vista estadístico y se debería profundizar más en él, como vamos hacer a continuación utilizando el método de las excedencias.

Para determinar de forma más rigurosa cuál es la función de distribución que mejor se ajusta, se ha hecho un ajuste estadístico basado en el test de Kolmogorov-Smirnov, cuyos resultados se muestra en la tabla 9.9

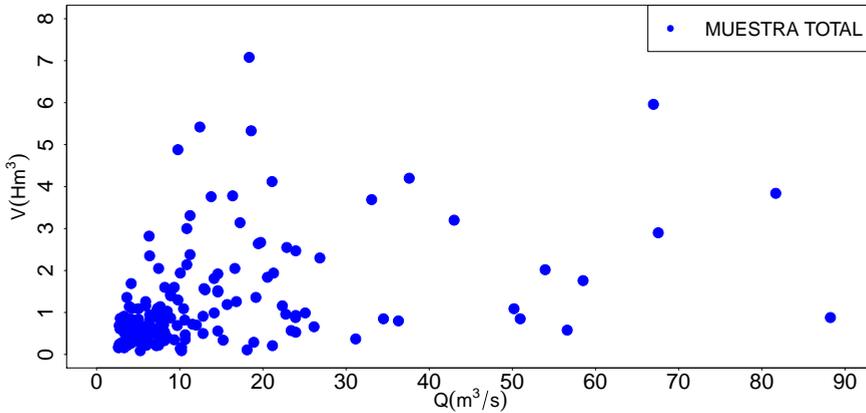


Figura 9.9. Representación de las parejas de valores caudal pico-volumen de todos los eventos registrados en la estación n° 9127 Alcaine, río Martín, tales que el caudal pico es mayor que el umbral seleccionado, $7.5 \text{ m}^3/\text{s}$

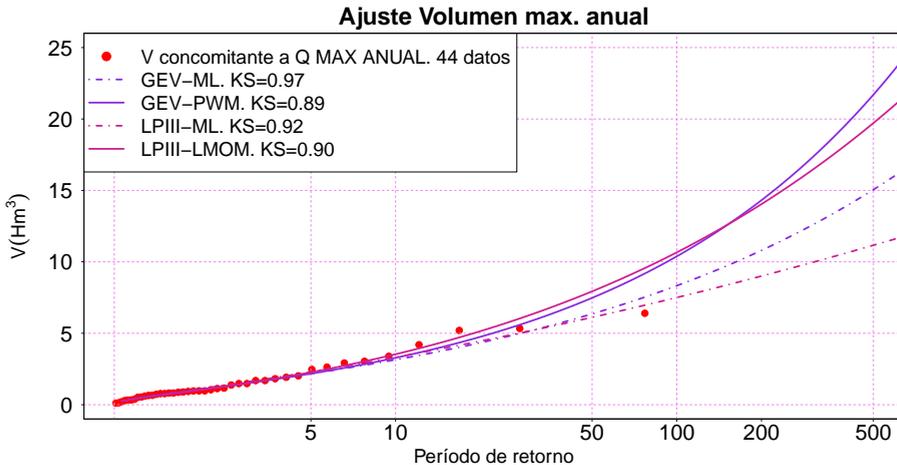


Figura 9.10. Ajuste de las funciones de distribución de extremos a los volúmenes concomitantes de los caudales máximos anuales. Estación de aforo de Alcaine. Río Martín.

Func. de distribución	Test K-S
GEV (PWP)	0.89
GEV (ML)	0.97
LP III (PWP)	0.92
LP III (ML)	0.90

Tabla 9.9. A juzgar por los ajustes, la función de distribución que mejor pasa el test es la GEV(ML).

9.5. Ajuste anual del volumen mediante el método de las excedencias

Para obtener el ajuste del volumen por este método, se debe tener en cuenta que es esta variable, V , la variable secundaria, por lo que los valores del volumen, son los concomitantes con la variable principal, Q . De tal forma que elegido el valor de umbral para el caudal máximo instantáneo, Q , queda definido el tamaño de la variable secundaria, V .

Por lo tanto sólo queda ajustar las distintas funciones de distribución a la variable secundaria. De todas las que se han probado, las que mejor se ajustan son: GEV, LPIII y GPD, por los distintos métodos de ajuste que se vieron anteriormente.

En la figura 9.11 se presenta el ajuste de las excedencias del Volumen.

Para determinar de forma más rigurosa cuál es la función de distribución que mejor se ajusta, se ha hecho un ajuste estadístico basado en el test de Kolmogorov-Smirnov, cuyos resultados se muestra en la tabla 9.10

Func. de distribución	Test K-S
GEV (PWP)	0.87
GPD (PWP)	0.92
LP III (ML)	0.98

Tabla 9.10. La función de distribución que mejor pasa el test es la LP-III(ML).

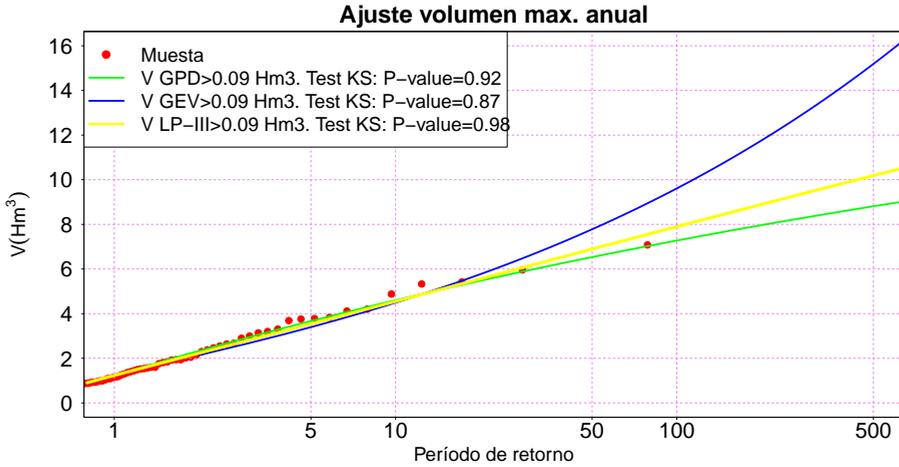


Figura 9.11. Ajuste total de los volúmenes concomitantes a los caudales máximos instantáneos con valor superior a $7.5 \text{ m}^3/\text{s}$

La función de distribución que mejor se ajusta es la función de distribución LPIII ajustada por el método de máxima verosimilitud.

En la tabla 9.11 se muestran a modo de resumen las diferencias en los distintos cuantiles calculados:

T	GEV (ML) (ANUAL)	LPIII (ML)(MENSUAL)	Variación en %
5	2.1	3.5	70 %
10	3.1	4.5	45 %
50	6.3	6.9	9.5 %
100	8.3	7.9	4.8 %
500	15.1	10.2	32 %
1000	19.2	11.1	94 %
5000	33.5	13.3	60 %

Tabla 9.11. Comparación de los cuantiles obtenidos mediante el método de bloques, función GEV, y el método de las excedencias, función GPD, y diferencias entre ellos en porcentaje.

9.6. Estacionalidad de la muestra

En el apartado anterior hemos representado en la figura 9.9 las parejas de valores correspondientes a caudal y volumen, tales que el caudal era superior al umbral fijado.

En este apartado vamos a profundizar sobre la muestra anterior en lo referente a la relación que existe entre el caudal y el volumen. Es decir, queremos ver la concordancia entre los valores de las parejas obtenidas.

Es necesario hacer hincapié en la hidrología-climatología de la cuenca del río Martín, de tal forma que se puede apreciar las diferencias que existen entre los meses de junio, julio, agosto y septiembre, donde las lluvias que tienen lugar son del tipo torrencial, caracterizadas por tormentas de gran intensidad, pero poco volumen, lo cual traducido al hidrograma, nos dará caudales pico altos pero volúmenes pequeños. Sin embargo, en el resto de los meses, tenemos episodios caracterizados por lluvias menos intensas pero de más larga duración, esto supone hidrogramas con menos caudal pico pero mayor volumen.

Los meses de junio y septiembre, extremos del intervalo denominado de verano, presentan en alguna ocasión valores que se enmarcan en la denominada estación de invierno, sin embargo, la mayoría de los datos son propios del verano.

Para aclarar lo dicho en el párrafo anterior, se analiza con más detalle el mes de septiembre, donde inicialmente no se sabe bien si ubicarlo en la estación de invierno o verano. Para ello se ha representado la muestra de invierno y verano, éste último sin considerar el mes de septiembre, y el mes de septiembre aparte, en la figura 9.12, en la que se puede ver como en general la hidrología de este mes pertenece más a tormentas de verano que episodios propios del denominado invierno. Para finalizar con esta puntualización, se observa un valor del mes de septiembre que presenta un volumen alto frente a un caudal relativamente pequeño, pero la explicación es que este evento a pesar de ser del mes de septiembre tuvo lugar el día 25, muy próximo al mes de octubre, correspondiente a la estación invierno.

En la tabla 9.12 se calculan los valores del Tau de Kendall así como la Rho de Spearman, de tal forma que podamos analizar la dependencia de las muestras de acuerdo a lo indicado anteriormente.

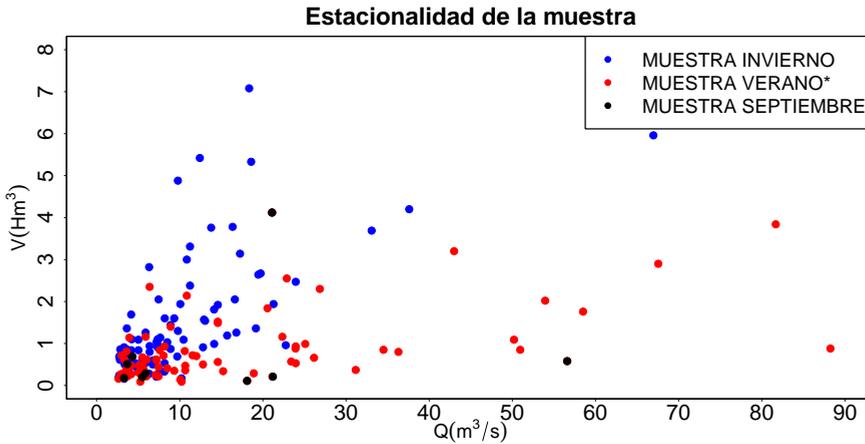


Figura 9.12. En esta figura se ver que el mes de septiembre es más típico de la estación de verano que de la de invierno.

	Muestra Total	Muestra Invierno	Muestra Verano
τ Kendall	0.18	0.51	0.37
ρ de Spearman	0.27	0.70	0.53

Tabla 9.12. En esta tabla se indica que existe mayor dependencia para la muestra correspondiente al invierno que al verano y por consiguiente a la total.

Para ver de forma gráfica los datos de la tabla 9.12 se representan las muestras, tal que el caudal pico es mayor de $2.5 \text{ m}^3/\text{s}$, en la figura 9.13 donde se aprecian la muestra total frente a la de invierno y verano. Como principal característica se puede decir que en invierno los eventos presentan caudales pico más pequeños pero el volumen de los mismos es más elevado. Todo lo contrario se puede desprende de las tormentas que tienen lugar en verano, picos elevados y pequeños volúmenes.

Por lo tanto a partir de este momento se trabajará con las muestras de invierno y verano, en vez de la total y se realizarán los ajustes de caudal y volumen para ambas.

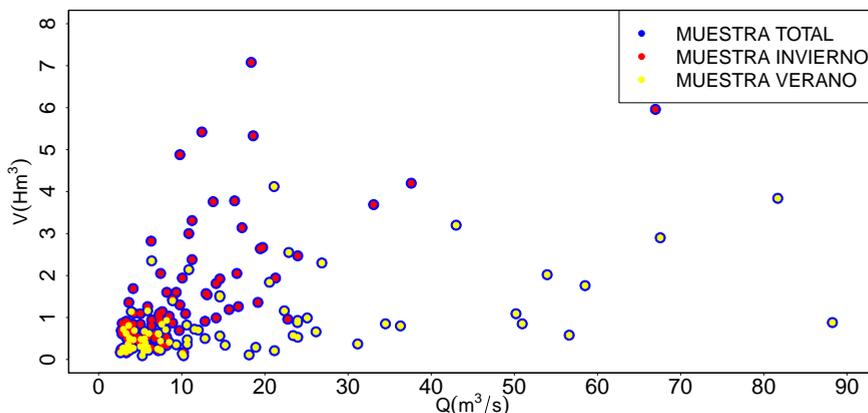


Figura 9.13. Representación de las parejas de valores caudal pico-volumen de todos los eventos registrados en la estación n° 9127 Alcaine, río Martín.

9.7. Ajuste de la muestra INVIERNO

El objetivo de este apartado es ajustar las funciones de distribución marginales de la estación denominada INVIERNO. El procedimiento es muy similar al llevado a cabo mediante en el apartado anterior cuando se estudió la muestra TOTAL, es decir, sin tener en cuenta la estacionalidad.

En primer lugar seleccionamos todos los caudales que corresponden a la estación de INVIERNO, cabe recordar que la variable primaria sigue siendo el caudal. A continuación debemos seleccionar el umbral, por encima del cual tomaremos los valores Q_i tal que $Q_i > u_{invierno}$,

Para cometer lo anterior se procede de forma análoga a como se hizo con la muestra TOTAL, para lo cual representamos en la figura 9.14, la variación del número de excedencias en función del umbral

Seguidamente se muestra en la figura 9.15, la variación del exceso medio en función del umbral para tratar de determinar el umbral óptimo. En la figura 9.15 se puede apreciar un segundo cambio de pendiente en torno al valor del umbral $4.5 \text{ m}^3/\text{s}$, siendo el número de excedencias de 71 valores, con lo que se considera adecuado.

También se puede apreciar que el umbral de $4.5 \text{ m}^3/\text{s}$, puede ser un valor aceptable a la vista de la figura 9.16, donde el valor tanto del factor

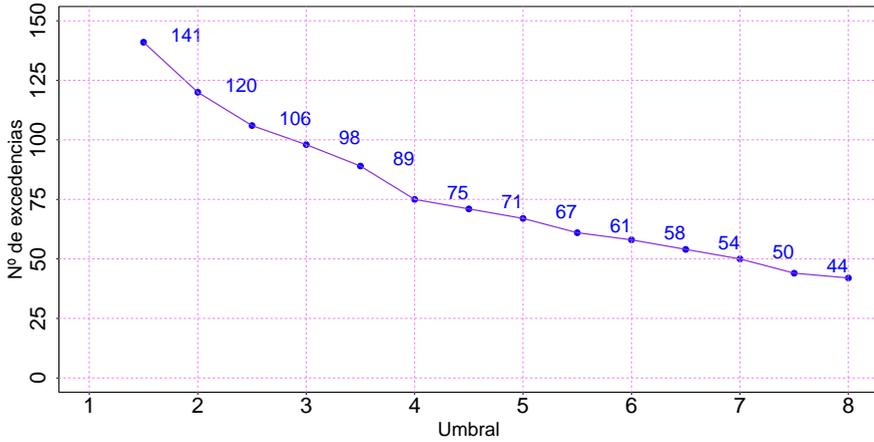


Figura 9.14. Variación de las excedencias en función del umbral. Estación invierno

de escala como de forma permanecen uniformes, hasta el valor del umbral donde el número de excedencias cae considerablemente.

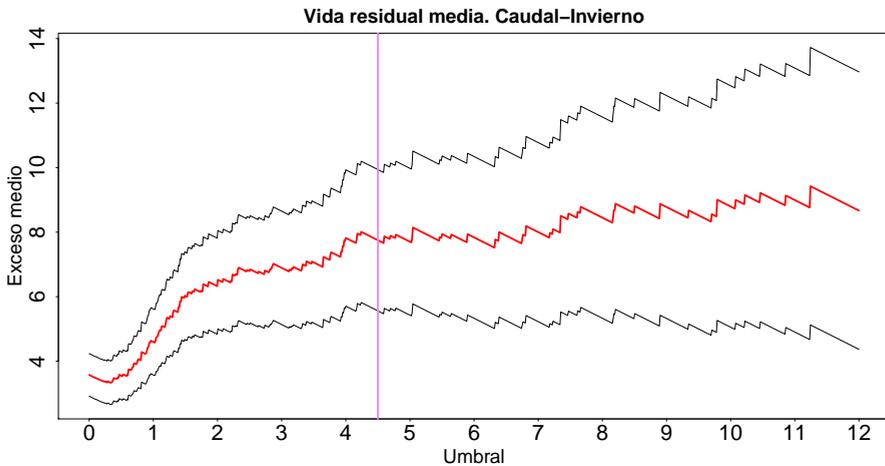


Figura 9.15. Variación del exceso medio observado en función del umbral, para la variable caudal. Estación invierno

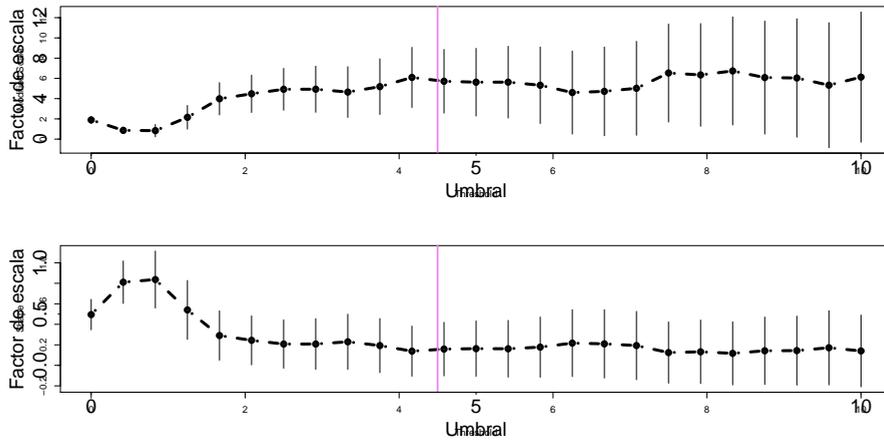


Figura 9.16. Variación del factor de forma y de escala en función del umbral.

Una vez fijado el valor del umbral, estamos en condiciones de seleccionar las parejas de valores (Q, V) que pertenecen a la estación INVIERNO y que se muestran en la tabla 9.13.

A continuación se procede al ajuste de la función de distribución marginal del caudal pico. Para ello se han ajustado varias funciones de distribución para ver cuál es la que mejor se ajusta. En la figura 9.17 se puede ver que la función de distribución que mejor se ajusta es la GPD.

Una pregunta que siempre surge es la sensibilidad del umbral. Para responderla se representa en la figura 9.18 la variación de los ajustes de la función GPD para distintos umbrales. De la misma se concluye que cuando el umbral pasa del primer quiebro, ver figura 9.15 y 9.16, las variaciones no son significativas. Además lo anterior se puede constatar en la tabla 9.14 con el ajuste del test Kolmogorov-Smirnov para los distintos valores del umbral.

Establecido el valor del umbral, los valores del volumen quedan fijados automáticamente, ya que son los concomitantes respecto al caudal pico. Entonces el último paso es ajustar la función marginal del volumen correspondiente a la estación invernal.

En la figura 9.19 se muestran las funciones de distribución que mejor se ajustan. A juzgar por la figura anterior y la tabla 9.18, la función que mejor se ajusta es la LPIII por el método de máxima verosimilitud.

$Q(\text{m}^3/\text{s})$	$V(\text{hm}^3)$	$Q(\text{m}^3/\text{s})$	$V(\text{hm}^3)$	$Q(\text{m}^3/\text{s})$	$V(\text{hm}^3)$	$Q(\text{m}^3/\text{s})$	$V(\text{hm}^3)$
11.24	3.31	10.46	1.09	10.66	0.47	26.15	0.66
19.45	2.64	14.58	1.92	58.51	1.76	23.95	0.53
16.36	3.78	37.6	4.2	9.34	0.35	10.22	0.09
7.66	1.14	23.95	2.47	7.6	0.84	23.4	0.57
18.59	5.33	15.7	1.19	12	0.7	8.5	0.41
13.78	3.76	7.61	0.35	43	3.2	34.5	0.85
8.9	1.44	8.5	1.03	23.94	0.93	21.1	4.12
10.85	3	66.97	5.96	10.07	0.14	18.1	0.11
21.28	1.94	9.7	0.69	8.9	1.4	21.15	0.21
12.42	5.42	8.18	0.93	14.58	0.56	56.6	0.58
17.25	3.14	12.8	0.5	14.58	1.52	16.81	1.26
14.13	1.81	50.2	1.09	14.58	1.49	8.9	0.87
9.34	1.6	67.55	2.9	36.3	0.8	8.16	0.33
19.73	2.67	10.85	2.14	11.54	0.72	14.14	0.99
9.78	1.3	81.68	3.84	10.6	0.82	8.18	0.53
9.78	4.88	26.85	2.3	18.9	0.29	12.92	1.57
8.2	1.6	8.06	0.71	25.09	0.99	16.63	2.05
13.05	1.54	22.34	1.16	23.92	0.88	10.22	0.17
12.8	0.91	50.95	0.85	88.25	0.88	22.75	0.96
11.24	2.38	22.87	2.55	31.16	0.37	33.08	3.69
18.35	7.08	53.95	2.02	20.55	1.84	19.16	1.36
10.07	1.94	15.22	0.34	10.66	0.36		

Tabla 9.13. Tabla con los datos del caudal máximo instantáneo y el volumen de la avenida, para la estación de invierno

9.8. Ajuste de la muestra VERANO

Para finalizar con el apartado de hidrología, queda realizar el ajuste de las variables aleatorias, caudal y volumen para la estación VERANO. El procedimiento es idéntico al anterior, INVIERNO, y al llevado a cabo cuanto se estudió la muestra TOTAL.

En primer lugar seleccionamos todos los caudales que corresponden a la estación de VERANO; cabe recordar que la variable primaria si-

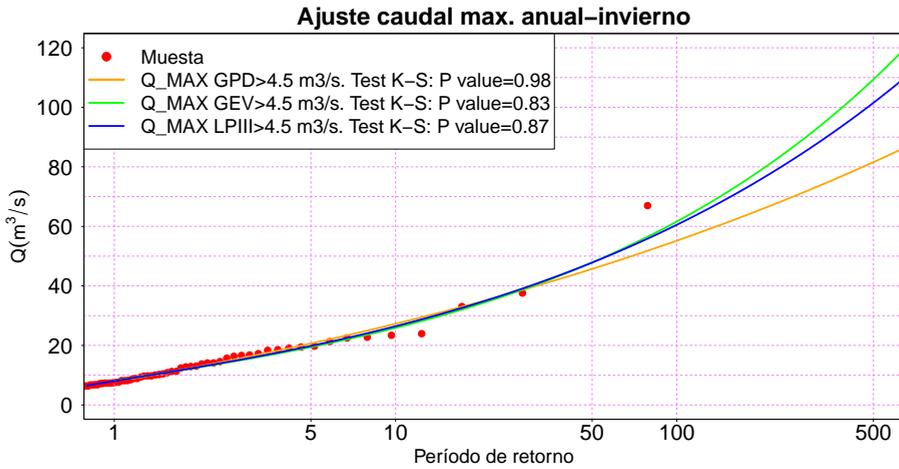


Figura 9.17. Ajuste del caudal para la estación invierno

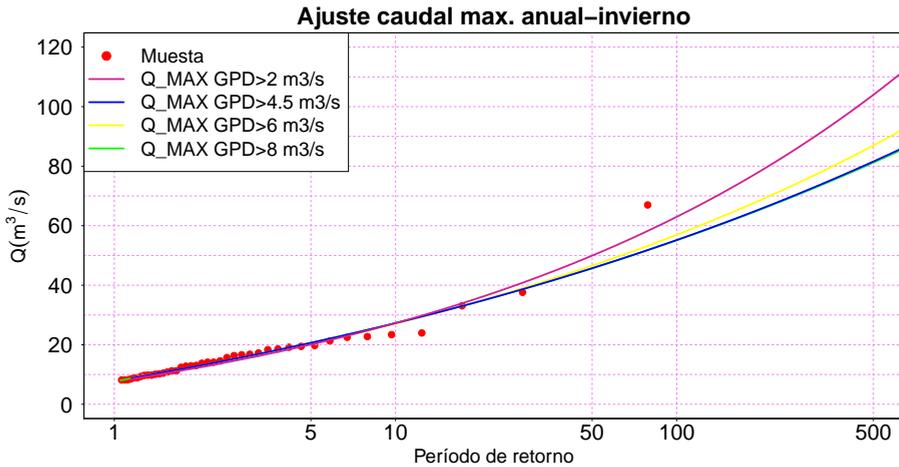


Figura 9.18. Ajuste del caudal para la estación invierno, con la función de distribución GPD para distintos valores del umbral

que siendo el caudal. A continuación debemos seleccionar el umbral, por encima del cual tomaremos los valores Q_i tal que $Q_i > u_{verano}$,

Func. de distribución GPD	Test K-S
Umbral=2 m ³ /s	0.85
Umbral=4.5 m ³ /s	0.99
Umbral=6 m ³ /s	0.98
Umbral=8 m ³ /s	0.97

Tabla 9.14. A juzgar por los ajuste, el umbral que mejor se ajusta es el correspondiente Umbral=4.5 m³/s, además coincide con el mayor número de valores.

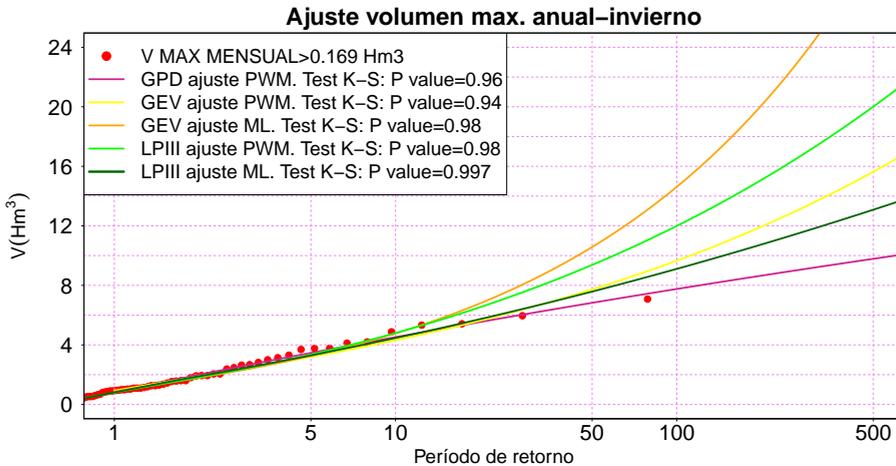


Figura 9.19. Ajuste de la variable volumen para la estación invierno, con distintas funciones de distribución.

Para cometer lo anterior se procede de forma análoga a como se hizo con la muestra INVIERNO, para lo cual representamos en la figura 9.20, la variación del número de excedencias en función del umbral.

A continuación se muestra en la figura 9.21, la variación del exceso medio en función del umbral para tratar de determinar el umbral óptimo. En la figura 9.21 se puede apreciar un único cambio de pendiente en torno al valor del umbral 2.5 m³/s, siendo el número de excedencias de 83 valores, con lo que se considera adecuado.

Func. de distribución	Test K-S
GEV (PWP)	0.94
GEV (ML)	0.98
GPD (PWP)	0.96
LP III (PWM)	0.98
LP III (ML)	0.997

Tabla 9.15. La función de distribución que mejor pasa el test es la LP-III(ML).

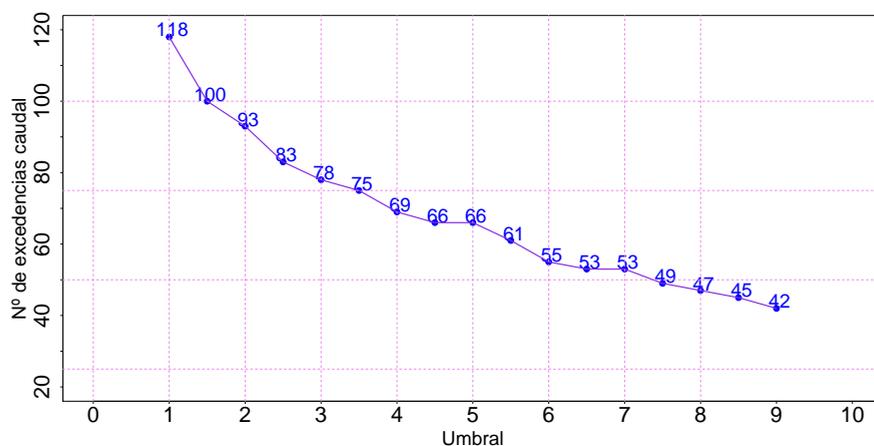


Figura 9.20. Variación de las excedencias en función del umbral. Estación verano

También se puede apreciar que el umbral de 2.5 m³/s, puede ser un valor aceptable a la vista de la figura 9.22, donde el valor del factor de forma permanece constante a partir de dicho umbral.

Una vez fijado el valor del umbral, estamos en condiciones de seleccionar las parejas de valores (Q, V) que pertenecen a la estación VERANO y que se muestran en la tabla 9.16.

Seguidamente, se procede al ajuste de la función de distribución marginal del caudal pico. Para ello se han ajustado varias funciones de dis-

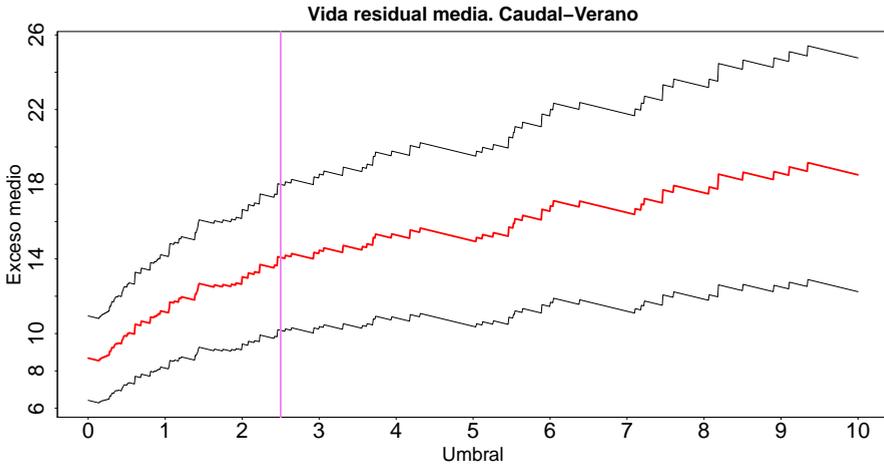


Figura 9.21. Variación del exceso medio observado en función del umbral, para la variable caudal. Estación verano

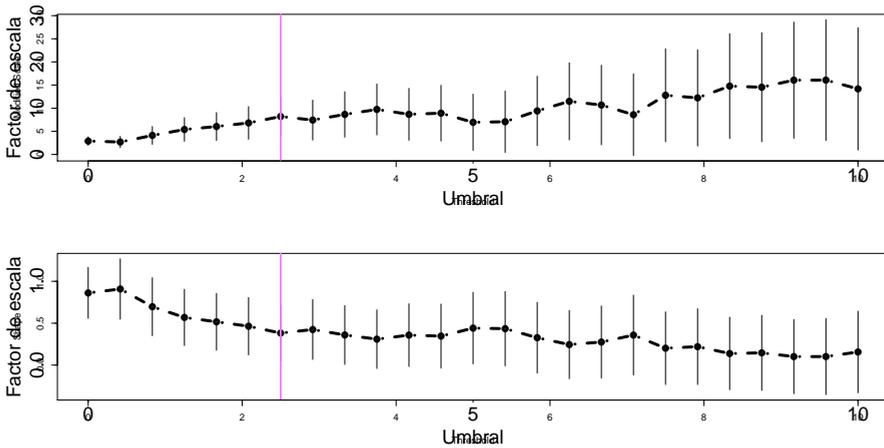


Figura 9.22. Variación del factor de forma y de escala en función del umbral.

tribución para ver cuál es la que mejor se ajusta. En la figura 9.23 se puede ver que la función de distribución que mejor se ajusta es la GPD.

Nos hacemos ahora la misma pregunta que en la sección anterior, sobre la variación del caudal ajustado ante una mala elección del umbral.

$Q(\text{m}^3/\text{s})$	$V(\text{hm}^3)$	$Q(\text{m}^3/\text{s})$	$V(\text{hm}^3)$	$Q(\text{m}^3/\text{s})$	$V(\text{hm}^3)$	$Q(\text{m}^3/\text{s})$	$V(\text{hm}^3)$
3.06	0.27	10.66	0.47	3.7	0.3	5.47	0.28
8.18	0.93	58.51	1.76	7.18	0.62	10.66	0.36
6.38	2.35	9.34	0.35	11.54	0.72	26.15	0.66
12.8	0.5	6.04	0.62	5.04	0.31	23.95	0.53
50.2	1.09	7.6	0.84	2.64	0.16	10.22	0.09
67.55	2.9	3.62	0.81	3.31	0.62	5.26	0.09
10.85	2.14	12	0.7	10.6	0.82	23.4	0.57
81.68	3.84	43	3.2	5.52	0.67	8.5	0.41
3.56	0.37	2.93	0.27	3	0.72	34.5	0.85
26.85	2.3	23.94	0.93	2.93	0.2	4.31	0.69
5.12	0.48	10.07	0.14	18.9	0.29	5.46	0.2
8.06	0.71	6	0.22	25.09	0.99	21.1	4.12
4.18	0.47	8.9	1.4	3.73	0.22	5.64	0.39
22.34	1.16	14.58	0.56	23.92	0.88	3.7	0.51
50.95	0.85	14.58	1.52	88.25	0.88	5.9	0.29
22.87	2.55	7.46	0.22	31.16	0.37	18.1	0.11
53.95	2.02	7.1	0.25	7.46	0.44	3.31	0.18
15.22	0.34	14.58	1.49	20.55	1.84	21.15	0.21
5.9	1.16	36.3	0.8	7.22	0.6	56.6	0.58
4.18	0.27	3.94	1.14	5.54	0.49		

Tabla 9.16. Tabla con los datos del caudal máximo instantáneo y el volumen de la avenida, para la estación verano

Para lo cual se representa en la figura 9.24 la variación de los ajustes de la función GPD para distintos umbrales. De la misma se concluye que el umbral elegido nos deja del lado de la seguridad puesto que conforme aumenta éste, el caudal disminuye. Además lo anterior se puede constatar en la tabla 9.17 con el ajuste del test Kolmogorov-Smirnov para los distintos valores del umbral.

Establecido el valor del umbral, los valores del volumen quedan fijados automáticamente, ya que son los concomitantes respecto al caudal pico. Entonces el último paso es ajustar la función marginal del volumen correspondiente a la estación de verano.

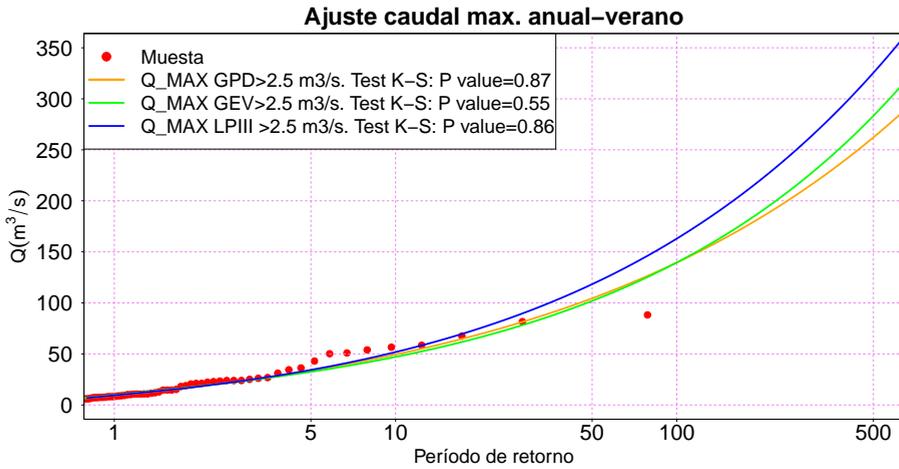


Figura 9.23. Ajuste del caudal para la estación verano

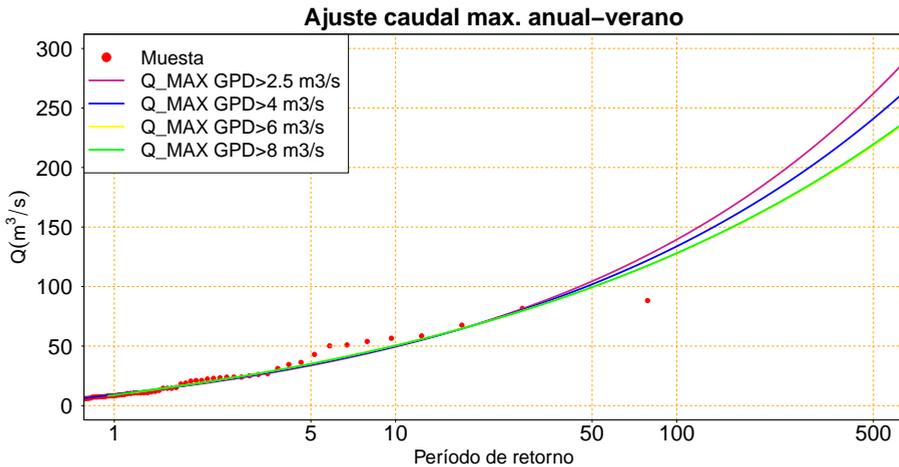


Figura 9.24. Ajuste del caudal para la estación invierno, con la función de distribución GPD para distintos valores del umbral

En la figura 9.25 se muestran las funciones de distribución que mejor se ajustan. A juzgar por la figura anterior y la tabla 9.18, las funciones que mejor se ajustan son: LPIII ajustada por ML y PWP así como la GEV ajustada por PWP. Puesto que las dos LPIII se ajustan muy bien,

Func. de distribución GPD	Test K-S
Umbral=2.5 m ³ /s	0.87
Umbral=4 m ³ /s	0.84
Umbral=6 m ³ /s	0.78
Umbral=8 m ³ /s	0.69

Tabla 9.17. A juzgar por los ajustes, el umbral que mejor se ajusta es el correspondiente Umbral=2.5 m³/s, además coincide con el mayor número de valores.

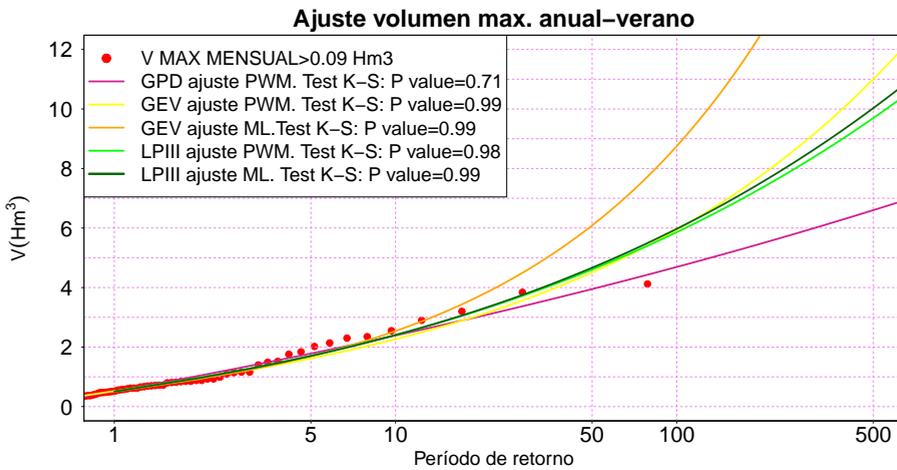


Figura 9.25. Ajuste de la variable volumen para la estación invierno, con distintas funciones de distribución.

se adopta la LPIII por el método de máxima verosimilitud como función óptima.

Func. de distribución	Test K-S
GEV (PWP)	0.99
GPD (PWP)	0.71
LP III (PWM)	0.98
LP III (ML)	0.99

Tabla 9.18. La función de distribución que mejor pasa el test es la LP-III(ML).

10

Simulación de estructuras de dependencia mediante cópulas

En este capítulo, se pretende generar muestras de pares de valores (Q, V) a partir de los datos iniciales tanto del total, invierno como verano.

Ya se vio la dependencia que existía entre las parejas de valores (Q, V) , de tal forma que eran susceptibles de tratarlas de forma conjunta, es decir, no generando caudales y volúmenes de forma independiente porque no lo son, sino mediante un tratamiento bivariado.

10.1. Caracterización de la dependencia de la muestra

El objetivo de este capítulo es determinar la dependencia de la muestra total así como la del invierno y verano.

Para determinar la dependencia de una muestra se puede obtener de forma numérica o bien de forma gráfica.

En el capítulo anterior, ya se indicó cuando se hablaba de la estacionalidad de la muestra, los valores numéricos de la Tau de Kendall y la Rho de Spearman para todas ellas, en la tabla 10.1.

	Muestra Total	Muestra Invierno	Muestra Verano
τ Kendall	0.18	0.51	0.37
ρ de Spearman	0.27	0.70	0.53

Tabla 10.1. En la tabla siguiente se aprecia que existe mayor dependencia para la muestra correspondiente al invierno que al verano y por consiguiente a la total.

Los valores de la tabla 10.1 pone de manifiesto que la muestra total es más difícil de interpretar que las muestra de invierno y verano por separado, debido a que los valores del τ de Kendall así como del ρ de Spearman son más elevados para la muestra de invierno y verano que en la total. En términos hidrológicos, lo que nos indica la tabla anterior que llueve de forma distinta en invierno que en verano, y que la muestra total es una mezcla de ambas que es más complicada de interpretar. Si analizamos por separado la muestra de invierno y verano, se observa que el invierno es más fácil de predecir, porque la relación entre ambas variables, dependencia, es mayor, que en el verano. Es decir, que en el verano se producen eventos más erráticos, debido a la naturaleza intrínseca de las tormentas.

A continuación vamos a mostrar de forma gráfica la dependencia de las muestras. Para ello se presentan los gráficos de los K-Plots y Chi-plots de las muestras en la figura 10.1. Las conclusiones que se deducen son las siguientes:

1. La mayor curvatura de la muestra de invierno en el K-plot nos indica mayor grado de dependencia que en el resto de los casos.
2. De la visualización del Chi-Plot se deduce una mayor dependencia de las muestra invierno y verano, en tanto que hay menos puntos entre las líneas de color negro que en la muestra total. En definitiva, una extracción de la muestra total, de las correspondientes al invierno y verano, mejora la dependencia.

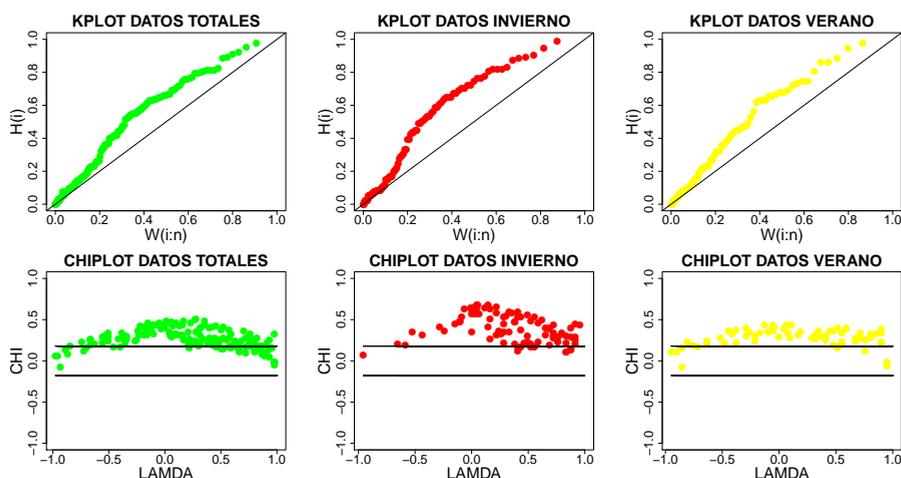


Figura 10.1. Representación gráfica de la medida de dependencia de las parejas de valores caudal pico-volumen para las tres muestras

10.2. Elección de la cópula

En este apartado se van a generar muestras mediante cópulas a partir de los datos iniciales, tanto para el caso total como invierno y verano. Recordar que estos datos iniciales sirvieron para llevar a cabo el ajuste de las funciones de distribución marginales que forman parte de la cópula.

Se han probado distintos tipos de cópulas, tanto Arquimedianas como de valor extremo. Entre las que se han probado destacan:

- Husler-Reiss
- Galambos
- Gumbel
- TEV

En la tabla 10.2, se indican los parámetros de ajuste así como el valor del p-value, a partir del cual se adopta la cópula cuyo valor es más alto.

Las cópulas como ya se indicó en la segunda parte de esta tesis, Estado del conocimiento, son en si mismas una medida del grado de dependencia. Si observamos la tabla 10.2, los valores bajos del p-value en la muestra

MUESTRA: TOTAL				
	Husler-Resiss	Galambos	TEV	Gumbel
Parámetro	0.8185	0.457	0.4244	1.1977
P-Value	0.5529	0.569	0.5559	0.5359
Muestra: INVIERNO				
	Husler-Resiss	Galambos	Gumbel	TEV
Parámetro	1.605	1.118	1.8353	0.8378
P-Value	0.6668	0.7507	0.8187	0.8446
MUESTRA: VERANO				
	Husler-Resiss	Galambos	Gumbel	TEV
Parámetro	1.2718	0.8315	1.5499	0.7446
P-Value	0.9925	0.9945	0.9815	0.9475

Tabla 10.2. Valores de los parámetros de las cópulas ajustadas mediante el método de máxima verosimilitud, así como los valores del p-value que ha servido para hacer la elección de la cópula

total, ponen de manifiesto una vez más, lo que ya vimos en la representación gráfica de las parejas de valores (Q, V) así como valores bajos del Tau de Kendall y Rho de Sperman y la representación gráfica de los K-Plots y Chi-Plots.

La elección del tipo de cópula para cada situación, total, verano e invierno, ha sido en función del mayor valor de p-value, de tal forma que para la estación total se utiliza la cópula de valor extremo Galambos, para el invierno la TEV y para el verano de nuevo Galambos.

Con todo lo anterior se van a generar parejas de valores mediante simulación Montecarlo a partir de los datos iniciales para las tres muestras. Se presenta, en la figura 10.2 una simulación mediante las cópulas anteriormente citadas. En ella se aprecia lo que venimos diciendo a lo largo de todo este capítulo y que vamos a resumir en los siguientes puntos:

1. La muestra total, simulada con un parámetro de ajuste más bajo, abarca a las muestras invierno y verano.
2. Análogamente la muestra invierno, cuyo parámetro de cópula es mayor, nos da una muestra más recogida, por lo tanto con mayor

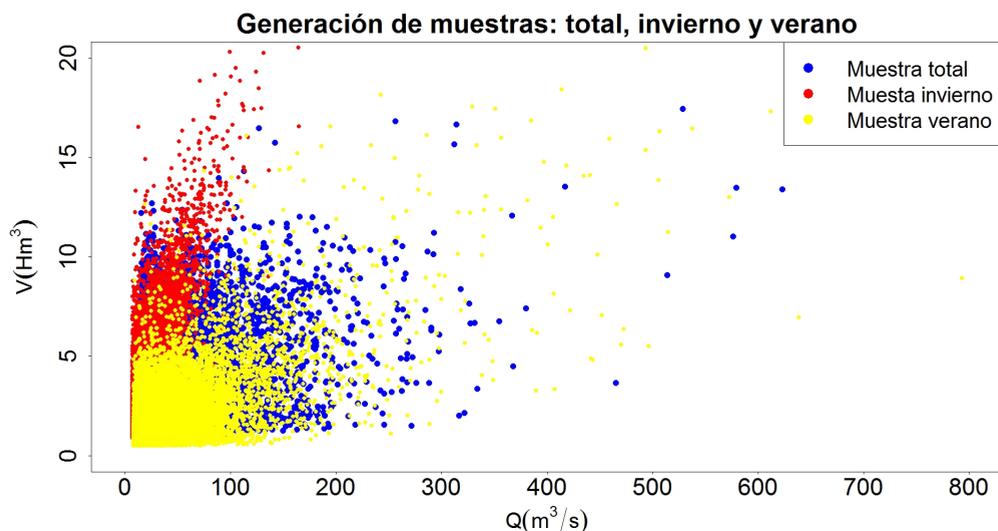


Figura 10.2. Representación de una muestra de 50.000 parejas de valores (Q, V) simuladas mediante la cópula Galambos, TEV y Galambos ¹, para las muestras total, verano e invierno, respectivamente.

grado de dependencia y consecuentemente da idea de fenómenos más regulares.

3. La muestra verano es más errática, tiene un parámetro de cópula intermedio entre la muestra total y el invierno, y nos da idea de que están constituidas por fenómenos más erráticos y complejos, como son las tormentas de verano.

Analogamente a como se hiciera en el ajuste de las funciones de distribución marginales, cabe hacer un inciso sobre la sensibilidad de las muestras generadas mediante un tipo u otro de cópula. En la figura 10.3 se representan dos muestras obtenidas mediante una cópula de Galambos y otra de Husler-Resis para la muestra total, ambas con las mismas marginales.

En la figura 10.4 se representan dos muestras obtenidas mediante una cópula de Gumbel y TEV para la muestra de INVIERNO, ambas con las mismas marginales.

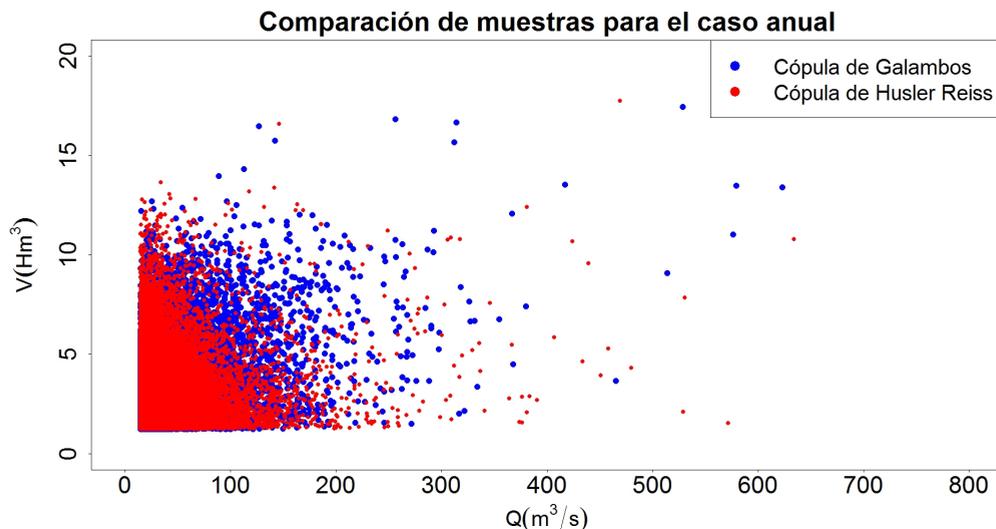


Figura 10.3. Comparación entre una muestra de 50.000 parejas de valores (Q, V) simuladas mediante la cópula Husler-Reiss y Galambos para la estación anual.

Para concluir con las comparaciones entre cópulas, se muestra en la figura 10.5 las cópulas de Galambos y Husler-Reiss para la estación VERANO.

Cuando se genera una muestra es importante mostrar las funciones de densidad y distribución. A diferencia del tratamiento univariado, donde ambas funciones son bidimensionales, en el caso bivariado son tridimensionales.

En la figura 10.6, se puede ver la forma de la función de distribución, sin tener en cuenta la estacionalidad, completa y de la parte donde se producen los valores extremos.

En las figuras 10.7 y 10.8, se puede ver la forma de la función de distribución completa y de la parte donde se producen los valores extremos para la estación de INVIERNO.

En las figuras 10.9 y 10.10, se puede ver la forma de la función de distribución completa y de la parte donde se producen los valores extremos para la estación de VERANO.

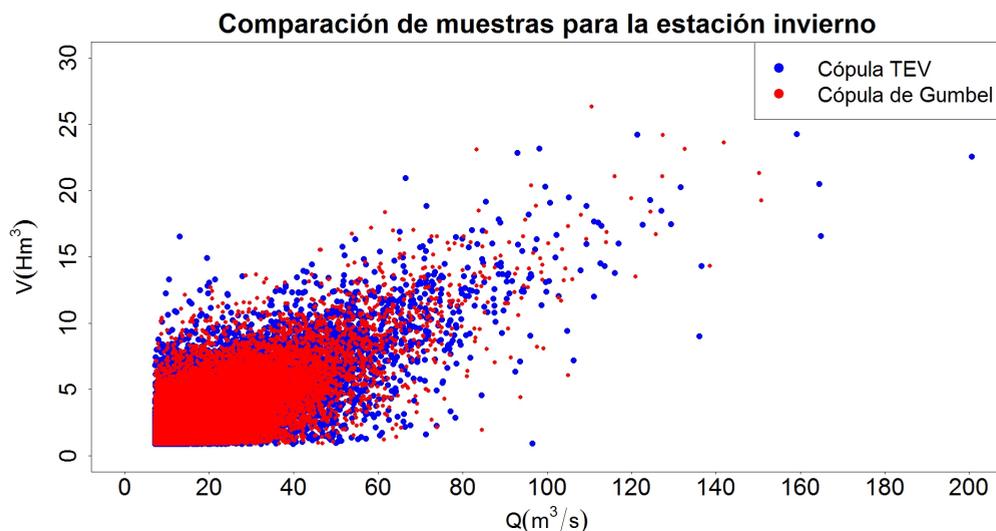


Figura 10.4. Comparación entre una muestra de 50.000 parejas de valores (Q, V) simuladas mediante la cópula Gumbel y TEV, para la estación de invierno.

Presentadas las funciones de densidad se muestran en las figuras 10.11, 10.12 y 10.13, las funciones de distribución de los tres casos estudiados así como las muestras iniciales que sirvieron para el ajuste de las marginales y de los parámetros de las cópulas.

Para finalizar presentaremos a continuación las figuras que nos indican los períodos de retorno en función de (Q, V) . Como ya se indicó en la primera parte, existen dos formas de abordarlo, el denominado T-OR y T-AND. En las figuras 10.14, 10.15 y 10.16 se muestra ambas gráficas.

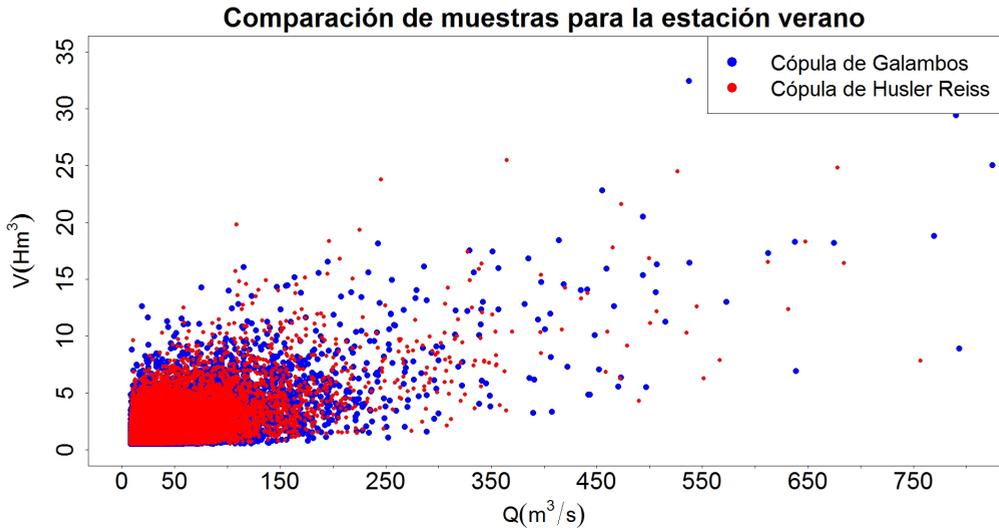


Figura 10.5. Comparación entre una muestra de 50.000 parejas de valores (Q, V) simuladas mediante la cópula Galambos y Husler-Reiss, para la estación de verano.

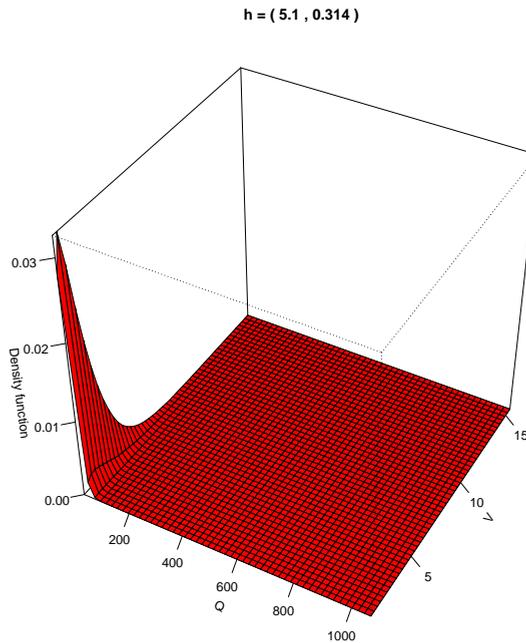


Figura 10.6. Función de densidad sin considerar la estacionalidad.

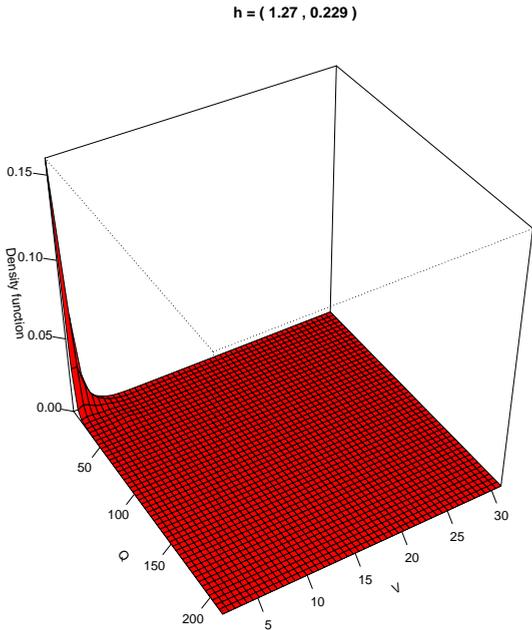


Figura 10.7. Función de densidad de la estación INVIERNO.

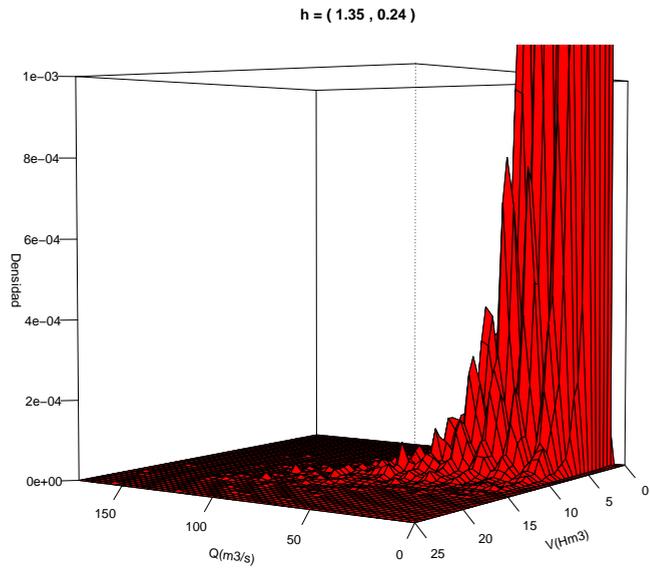


Figura 10.8. Función de densidad de la estación INVIERNO. Perspectiva de la cola de la función de densidad.

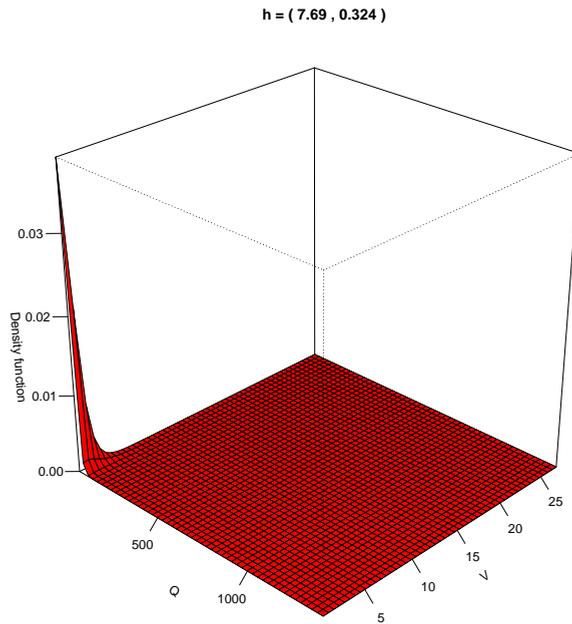


Figura 10.9. Función de densidad de la estación VERANO.

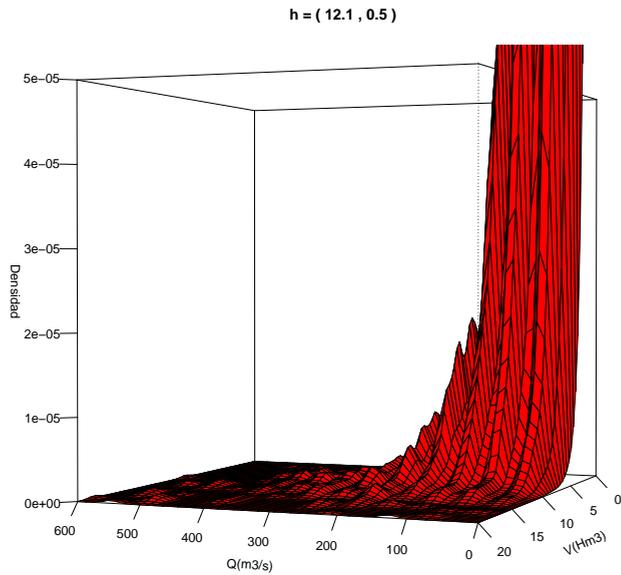


Figura 10.10. Función de densidad de la estación VERANO. Perspectiva de la cola de la función de densidad.

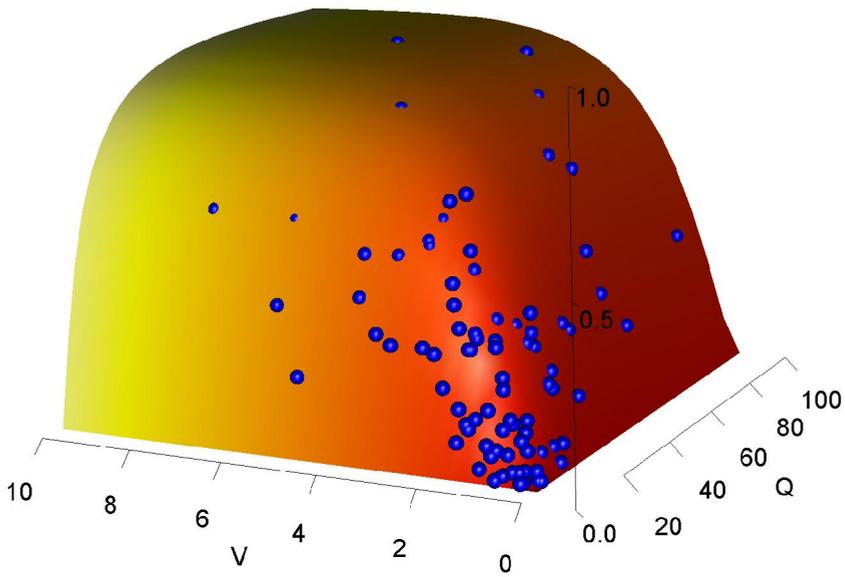


Figura 10.11. Función de probabilidad con la muestra inicial, la cual sirvió de ajuste para la cópula. Estación total, sin considerar la estacionalidad.

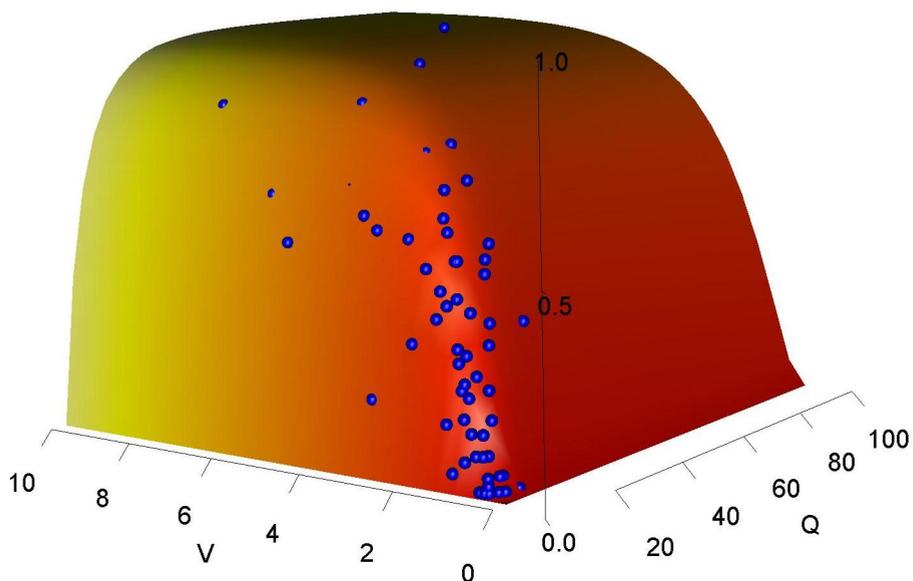


Figura 10.12. Función de probabilidad con la muestra inicial. Se puede apreciar como la muestra se ajusta a la cópula. Estación de invierno.

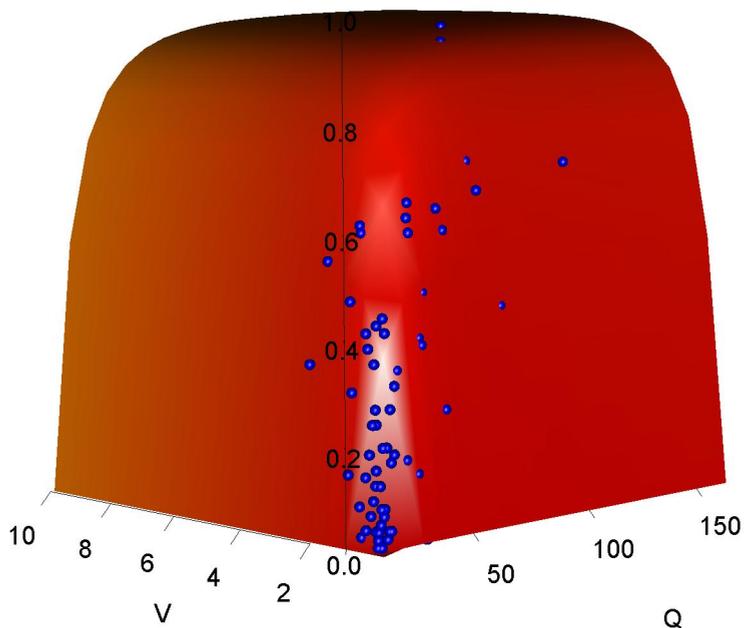


Figura 10.13. Función de probabilidad con la muestra inicial. Se puede ver en la figura como la muestra se ajusta a la cópula. Estación de verano.

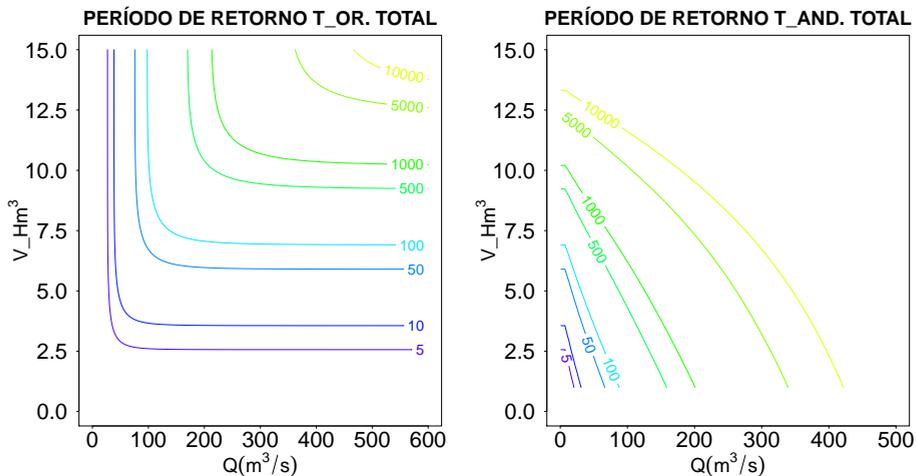


Figura 10.14. Períodos de retorno T-OR y T-AND para la estación total, sin tener en cuenta la estacionalidad.

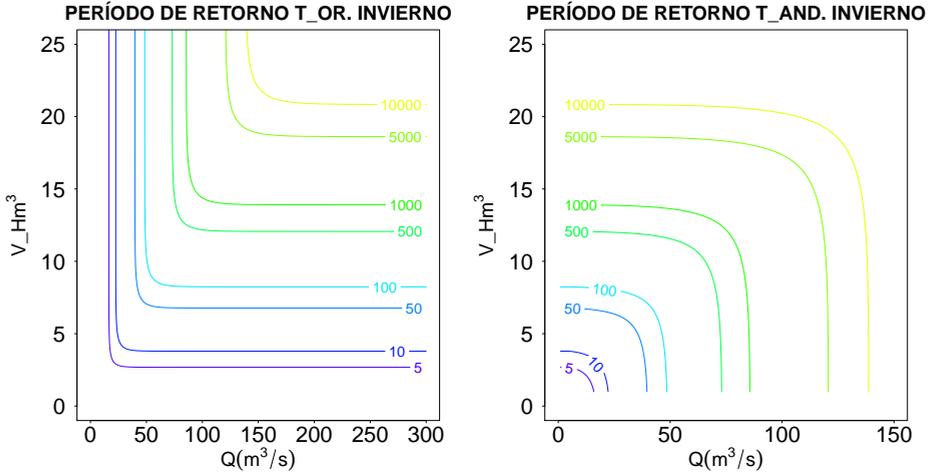


Figura 10.15. Períodos de retorno T-OR y T-AND para la estación de invierno.

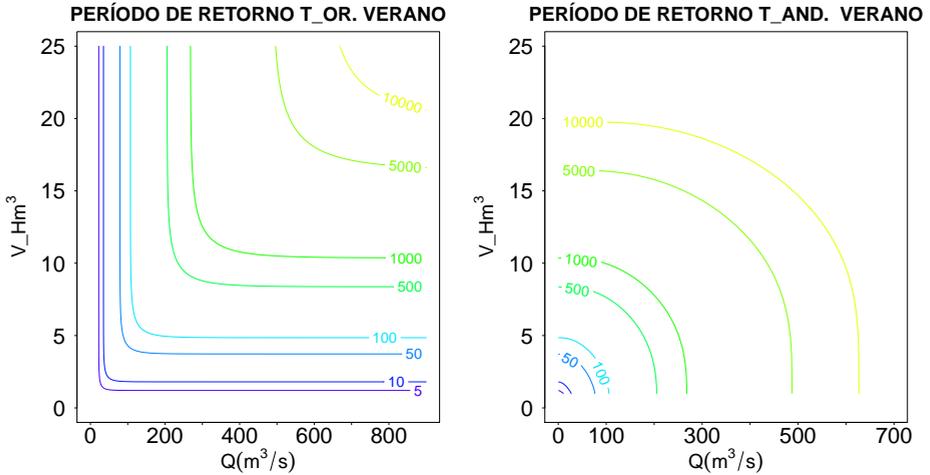


Figura 10.16. Períodos de retorno T-OR y T-AND para la estación de verano.

11

Análisis de la variación del nivel de embalse.

El embalse que estamos estudiando, se encuentra localizado en una zona caracterizada por una primavera y otoño donde tienen lugar la mayor parte de las lluvias y un invierno y verano secos, donde apenas tienen lugar lluvias de importancia para el llenado del embalse.

En cuanto a las demandas, el embalse de Cueva Foradada, tiene que satisfacer un caudal ecológico y unas demandas de abastecimiento a la población y al regadío.

Las demandas de abastecimiento no son significativas, debido a la escasa población existente aguas abajo.

Respecto a las demandas de regadío, se pueden considerar las más importantes. Además hay que tener en cuenta que éstas tienen lugar en la estación más seca.

Con todo lo anterior, teniendo en cuenta las entradas y salidas, se puede intuir una variación estacional del nivel del embalse, aumentando a partir del verano, donde se reducen las demandas, y aumentan las entradas al sistema.

En los siguientes puntos de este capítulo, trataremos con más profundidad la variación del nivel de embalse en las estaciones de invierno y verano que hemos definido con anterioridad.

11.1. Variación anual del nivel de embalse

El objetivo de este punto es analizar la variación de volumen(nivel) que se desarrolla en el embalse a lo largo de un año.

En primer lugar mostramos en el cuadro 11.1, los datos de las aportaciones medias de entrada al embalse de Cueva Foradada.

	Caudal medio mensual m ³ /s	
	Entrada Cueva Foradada	Salida Cueva Foradada
Octubre	0.694	0.624
Noviembre	0.749	0.594
Diciembre	0.831	0.642
Enero	1.137	0.726
Febrero	1.045	0.823
Marzo	1.066	0.776
Abril	1.179	1.237
Mayo	1.46	1.786
Junio	1.218	2.094
Julio	0.646	2.114
Agosto	0.586	1.905
Septiembre	0.584	1.274

Tabla 11.1. Datos de aportación media mensual de la estación de aforo n^o 9127 Río Martín. Alcaine.

En el cuadro anterior, 11.1, se pone de manifiesto la existencia de unos meses, marzo, abril y mayo, donde tienen lugar las precipitaciones más importantes y por consiguiente, las aportaciones. Destacar los meses de setiembre, octubre y noviembre donde existe otra punta o recuperación del río tras el estío de los meses más secos correspondientes a julio, agosto, donde las precipitaciones, de tener lugar, son de carácter tormentoso. Sin embargo, lo anterior contrasta con las salidas del embalse; éstas son más

importantes en los meses donde menos aportación hay, correspondiendo con las mayores demandas debido al abastecimiento y regadío.

En la figura 11.1 se puede ver de una forma más clara los valores del cuadro 11.1 y lo indicado en el párrafo anterior. Además resaltar una evidencia de la funcionalidad de los embalses, almacenar en el momento que menos demanda hay coincidiendo con la mayor presencia de recursos, para suministrar en los meses donde los recursos son más escasos y mayor es la demanda.

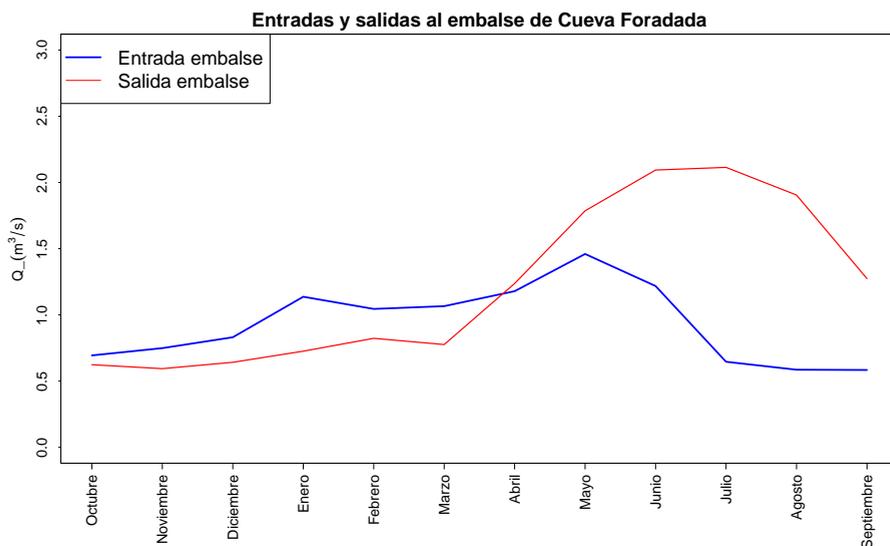


Figura 11.1. Estacionalidad del embalse de Cueva Foradada. Esta figura muestra una peculiaridad de los embalses de pequeña capacidad, donde la estacionalidad es anual, en contra de los grandes embalses, con una estacionalidad hiperanual.

11.2. Variación hiperanual del nivel de embalse

Se pretende analizar en este apartado, la variación hiperanual, del embalse de Cueva Foradada. Para ello vamos a representar una gráfica 11.2 de los últimos 50 años, de disponibilidad de datos oficiales (Anuario

del CEDEX), donde se puede ver la variación del volumen a lo largo del tiempo. De dicha gráfica se pueden ver los ciclos de sequía así como lo dicho en el apartado anterior de la variación del volumen a lo largo del año.

Otro hecho que se pone de manifiesto, es la variación de la ecuación de la curva característica. La determinación del volumen se hace a partir de la cota de la lámina de agua aplicando una ecuación, denominada curva característica, que suele ser un polinomio de grado n , donde en el caso que nos ocupa, $n = 5$. Se observa, como hasta el año 1993 se obtienen volúmenes muy por encima del nivel máximo normal, sin que se aprecie la capacidad del aliviadero, cambio de pendiente en la gráfica del volumen en función del tiempo, ni grandes caudales de salida registrados en la estación de aforo de aguas abajo, Oliete. Esta tesis se ha realizado con la nueva curva, que es la que consta en el documento XYZT de la presa, para lo cual ha sido necesario, hacer una transformación, tal que los volúmenes máximos estén entorno a la capacidad de la presa para el NMN, que es de 22.4 hm^3 . Con la transformación llevada a cabo, el volumen máximo almacenado ha sido de 24.31 hm^3 , debido algún pico, tal como se aprecia en la gráfica 11.2 y quedarnos del lado de la seguridad.

Se muestra, a continuación, cómo se distribuyen los datos correspondientes al volumen para la muestra total y las estaciones de verano e invierno. Para lo cual se ha representado en la figura 11.3 el histograma de la variable volumen almacenado. Se puede ver que se trata de una distribución multimodal.

Se concluye este capítulo mostrando la función de probabilidad acumulada. En la gráfica 11.4 se aprecia con más claridad lo que hemos comentado anteriormente, respecto a la curva característica del embalse puesto que se representa la función de distribución con todos los datos (ya corregidos) y los correspondientes partir de la corrección de la misma, aproximadamente sobre el año 1993.

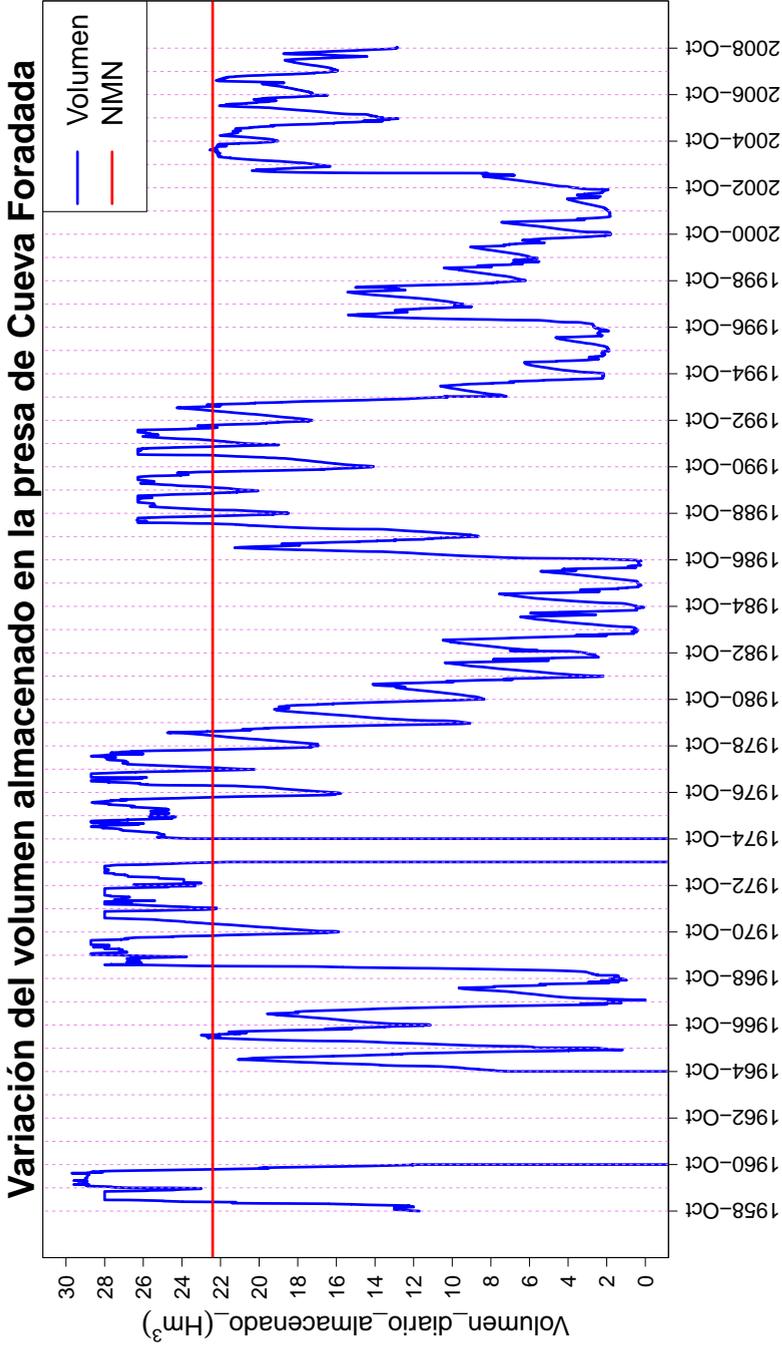


Figura 11.2. Variación del volumen almacenado en función del tiempo. Datos obtenidos del Anuario del CEDEX.

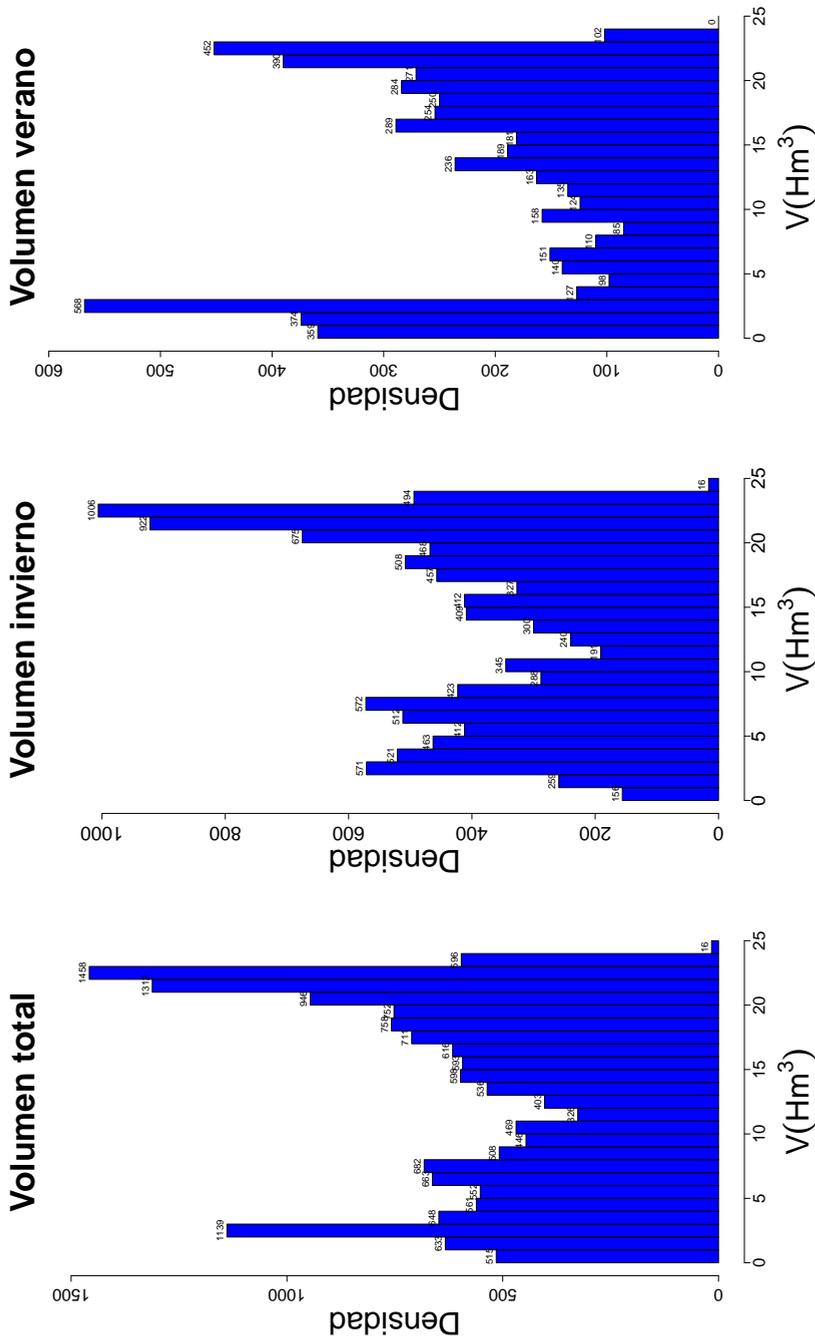


Figura 11.3. Histograma del volumen almacenado para la muestra total, invierno y verano.

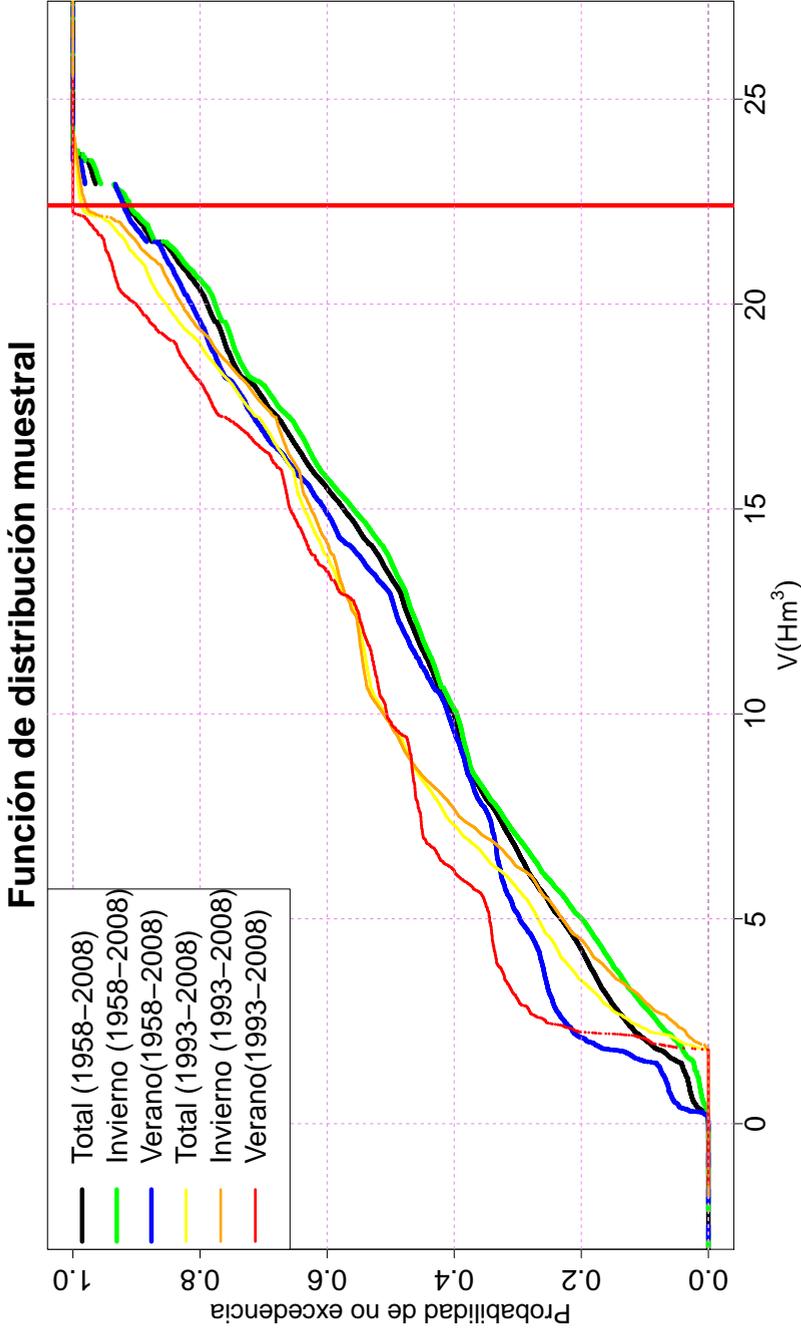


Figura 11.4. Función de distribución de la variación del nivel de embalse para la muestra total, invierno y verano considerando dos series de datos, la total y la obtenida a partir del año 1992, correspondiendo con la corrección de la curva característica.

12

Simulación del tránsito de avenidas.

En este capítulo se va a llevar a cabo el tránsito de avenidas, que previamente se han obtenido mediante simulación montecarlo, a través de la presa. En este momento se dispone de un conjunto de hidrogramas, obtenidos mediante el ajuste de una función gamma en base a las parejas (Q, V) y al nivel previo de embalse que se ha obtenido también mediante simulación montecarlo de acuerdo con la distribución empírica que se obtuvo a partir de los datos del nivel de embalse histórico.

De esta forma, se obtendrá el hidrograma de salida y el nivel máximo alcanzado en el embalse. Del hidrograma de salida se podrán extraer los datos de caudal pico y volumen de salida. Evidentemente el volumen de salida también se podría obtener simplemente como diferencia entre el volumen de entrada y la diferencia entre el volumen máximo normal y el volumen previo.

La simulación se lleva a cabo para los escenarios, total (sin tener en cuenta la estacionalidad), invierno y verano, obteniendo de esta forma la función de probabilidad del nivel máximo de embalse y el caudal pico de salida para las tres hipótesis anteriores.

En la simulación se ha supuesto que los órganos de desagüe de la presa, galería exterior, desagüe de fondo e intermedio, no intervienen, considerando únicamente el aliviadero de superficie.

12.1. Hidrogramas de entrada y nivel previo de embalse

De acuerdo con lo visto en los capítulos anteriores, se tiene en este momento una colección de hidrogramas, tan grande como se quiera, que se han obtenido mediante la función gamma a partir de las parejas (Q, V) . Éstas se obtuvieron mediante simulación montecarlo, en base a la familia de cópulas previamente ajustadas.

El nivel previo de embalse se ha obtenido mediante simulación montecarlo a partir de la función de distribución empírica de la serie histórica de niveles.

Una vez sabemos la forma del evento de entrada (hidrograma) así como el nivel previo del embalse cuando éste tiene lugar, se está en condiciones de realizar el tránsito de las avenidas.

12.2. Simulación de la muestra total

Partiendo de la muestra de hidrogramas correspondiente a la estación anual y el nivel previo de embalse, se procede a la simulación. Con respecto al nivel previo se han establecido varias hipótesis:

1. Nivel de embalse fijo, el cual se supone que no se va a superar debido a las normas de explotación establecidas.
2. Nivel aleatorio, ya que cuando tenga lugar la máxima avenida anual, no sabemos cuál será el nivel previo.

Respecto a la primera hipótesis, de embalse fijo, se han supuesto dos niveles, el primero de ellos correspondiente a la cota 578 msnm (resguardo de dos metros aproximadamente), y el segundo la cota correspondiente al umbral del aliviadero, es decir, NMN.

Previamente a la simulación surge la duda sobre el tamaño de la muestra. Para resolver lo anterior se han generado varios tamaños de muestra y se observa aquel a partir del cual los resultados se estabilizan.

En la figura 12.1, se puede ver la representación del nivel máximo alcanzado para distintos tamaños de muestra, 5.000, 10.000, 25.000, 50.000, 75.000 y 100.000.

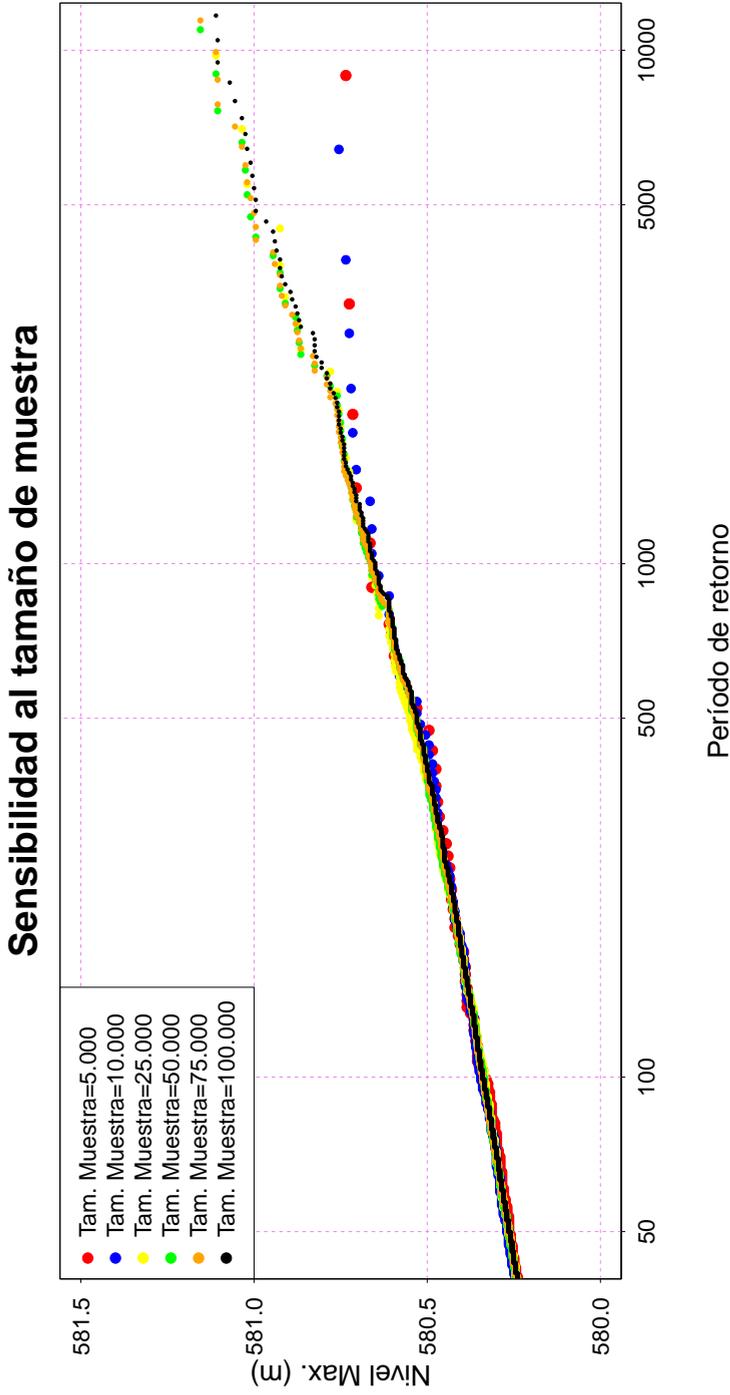


Figura 12.1. Sensibilidad al tamaño de la muestra. A partir de 25.000 valores de la muestra, apenas se observan variaciones en el nivel máximo alcanzado.

Se aprecia como la muestra de tamaño 5.000 resulta insuficiente debido a la escasa presencia de datos en la cola derecha de la distribución, precisamente, donde más interés se tiene. Lo mismo se puede decir de la muestra de tamaño 10.000. Sin embargo, se aprecia que cuando la muestra alcanza un tamaño de 25.000 o 50.000 los valores en la cola derecha de la distribución son muy similares así como la curva de ajuste por el método de las excedencias a los valores extremos. Con todo ello, se concluye que una muestra de 25.000 puede ser suficiente. No obstante, para la realización de esta tesis, se han utilizado muestras de tamaño 100.000, debido a la mayor presencia de puntos en la cola derecha y el poco incremento en tiempo de simulación entre ambos tamaños.

Una vez fijado el tamaño de muestra, se procede a la simulación bajo las hipótesis indicadas, nivel previo conocido constante y aleatorio.

A modo de ejemplo, se presentan en las figuras 12.2 y 12.3, los tránsitos de dos avenidas idénticas y dos escenarios de nivel de embalse previo diferentes. En la primera, el nivel de embalse corresponde al NMN y la segunda a un nivel más bajo. Del resultado de la simulación, se obtiene el nivel máximo alcanzado y el caudal máximo para cada uno de los dos escenarios, apreciándose de esta forma la sensibilidad frente al nivel previo.

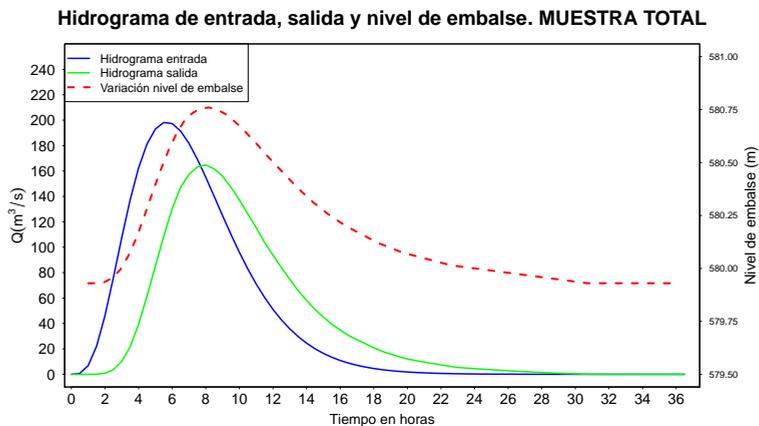


Figura 12.2. Variación del nivel de embalse e hidrograma de salida para un determinado evento. Nivel inicial se supone a la cota NMN (579.93 msnm)

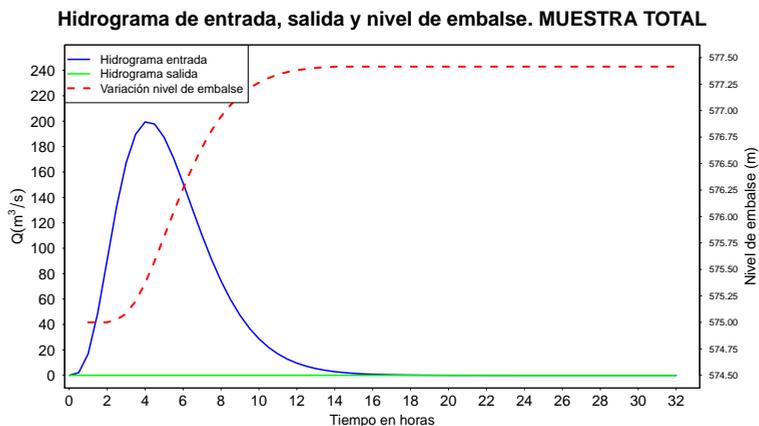


Figura 12.3. Variación del nivel de embalse e hidrograma de salida para el evento de la figura 12.2. Nivel inicial a la cota 575 msnm.

Al igual que se ha hecho con las dos simulaciones mostradas anteriormente, se procede con las 100.000 restantes y con los resultados de la simulación, se obtiene la función de probabilidad y densidad, ver figuras 12.4 y 12.5, para el nivel máximo alcanzado y en las figuras 12.6 y 12.7 para la variable caudal pico de salida. Cabe indicar que esta última variable es muy importante, no sólo para la seguridad de la presa, sino para los intereses aguas abajo de la misma, ya que podremos obtener la zona inundable y establecer los riesgos asociados.

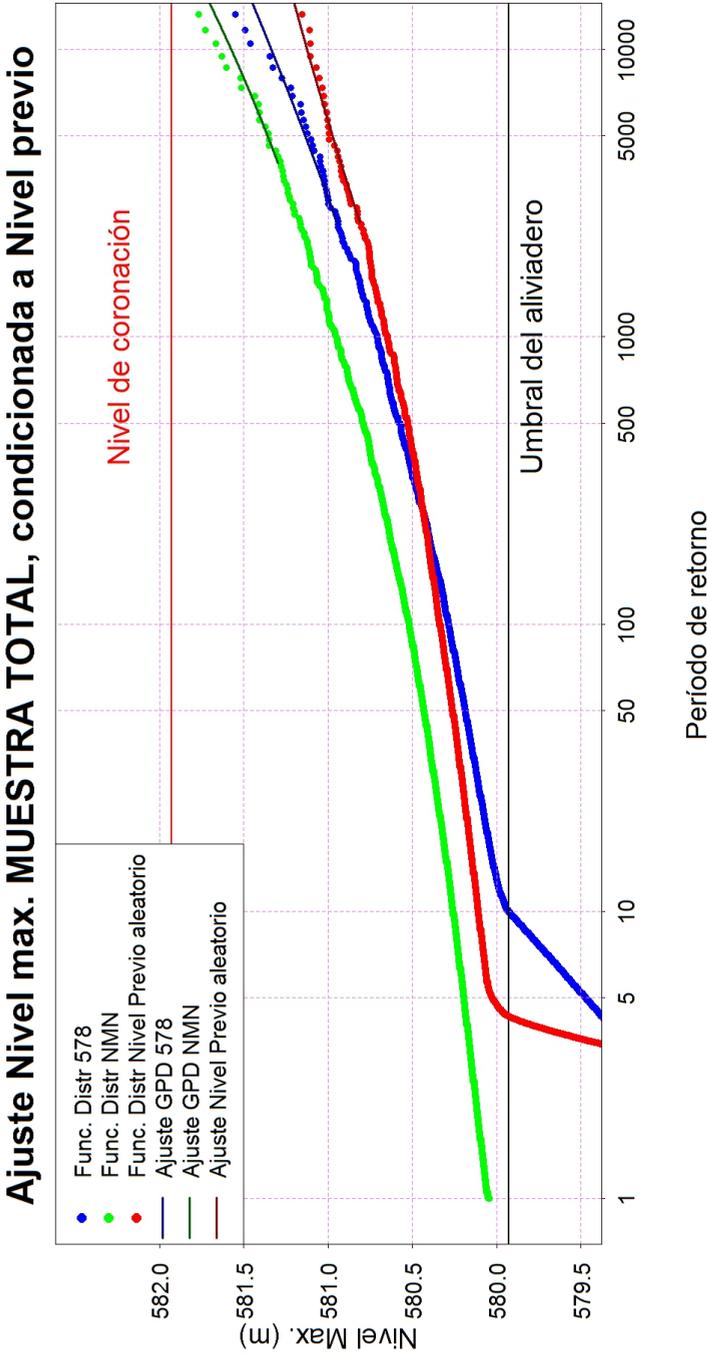


Figura 12.4. Representación de la función de distribución del nivel máximo de embalse para los tres escenarios contemplados, nivel constante a la cota 578, nivel constante a la cota del NMN y nivel aleatorio. También se ha llevado a cabo el ajuste a los valores extremos de las colas derechas mediante la función GPD.

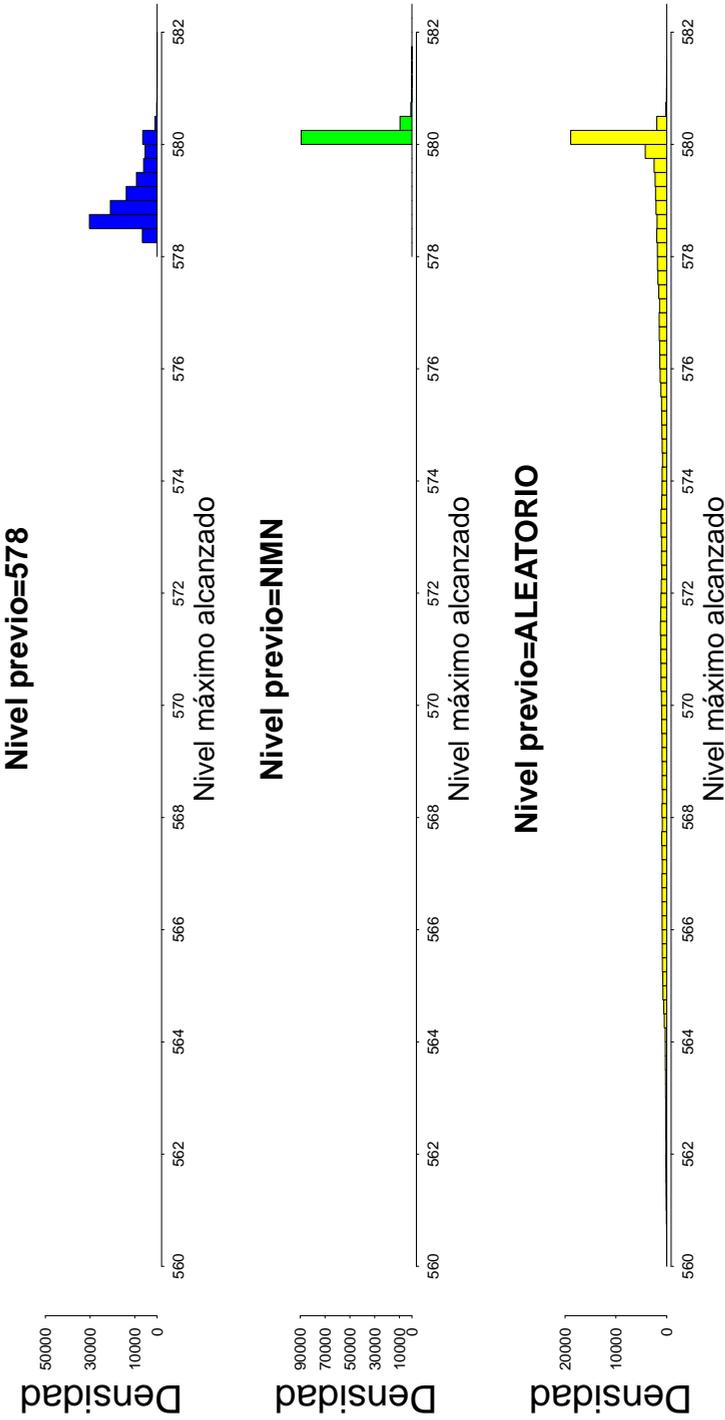


Figura 12.5. Distribución de la densidad de probabilidad del nivel alcanzado para los tres escenarios fijados.

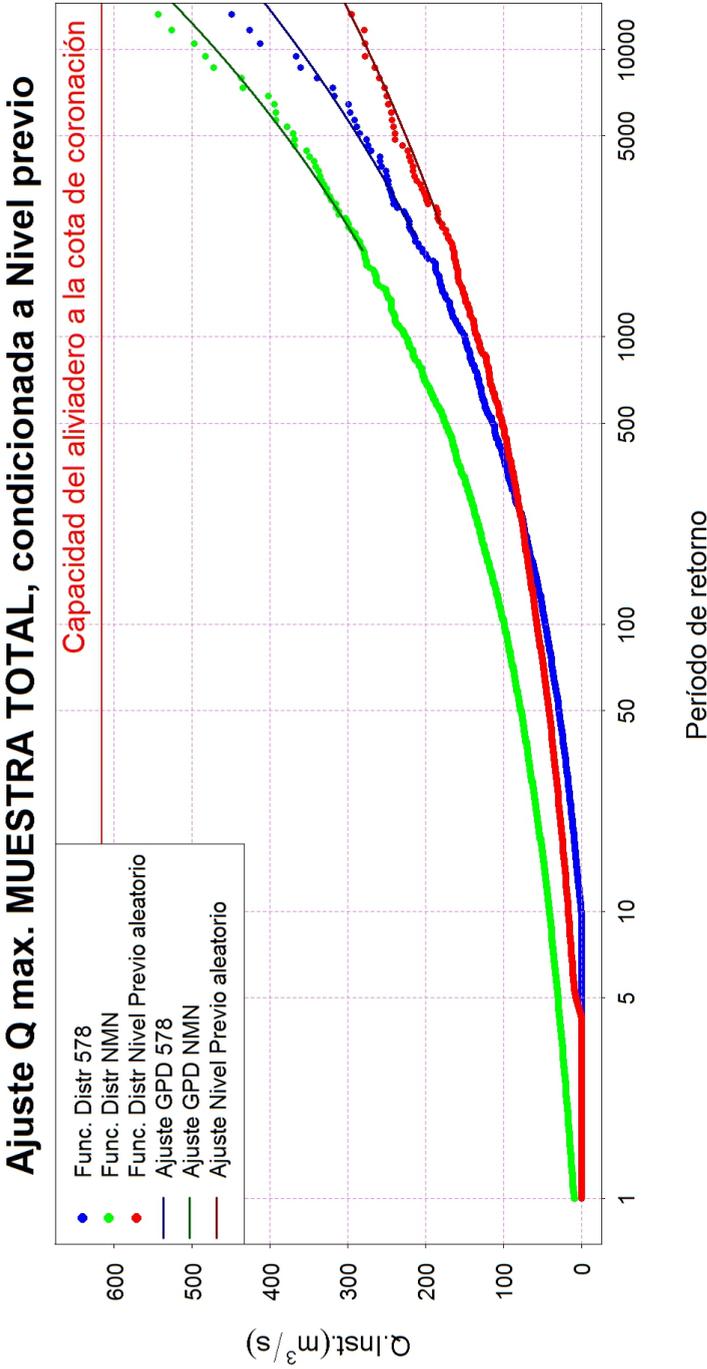


Figura 12.6. Función de distribución del caudal vertido por el embalse para los tres escenarios, nivel previo constante a la cota 578, nivel previo constante a la cota NMN y nivel previo aleatorio. Se muestran también los ajustes a los valores extremos de las colas derechas mediante la función GPD.

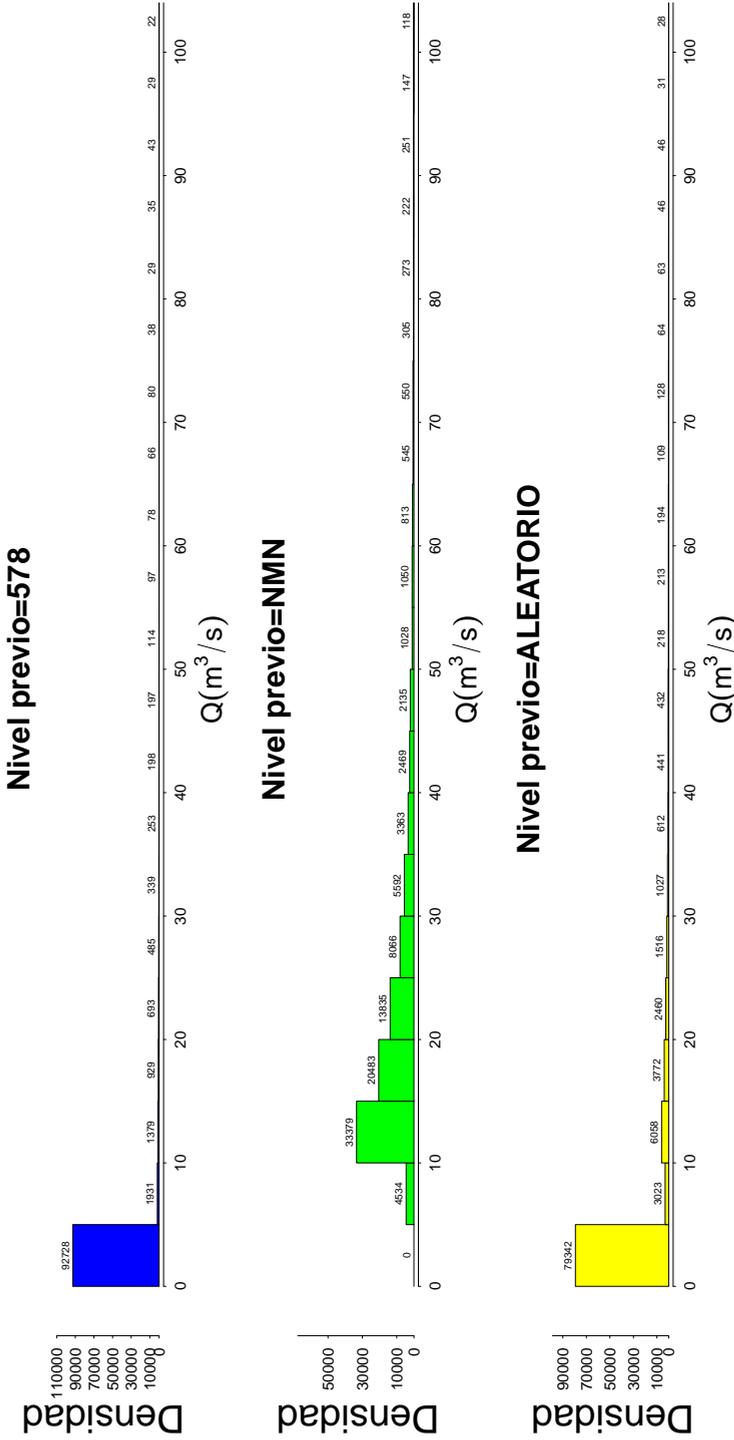


Figura 12.7. Distribución de la densidad de probabilidad del caudal de salida para los tres escenarios fijados.

Se puede ver que el nivel máximo alcanzado más frecuente, ver figura 12.5, cuando el nivel previo es constante a la cota 578, está en torno a la cota 578.5 msnm. Sin embargo, cuando el nivel previo inicial es el NMN o aleatorio, los niveles máximos más frecuentes oscilan respecto al nivel del aliviadero, ya que en el primer caso por pequeña que sea la avenida, ésta producirá algún vertido, mientras que la explicación al segundo caso (bastante menos frecuente que el anterior) es debido a las condiciones de explotación de la presa ya que cuando el nivel de la avenida alcance la cota del aliviadero, le cuesta más subir dicha cota y los niveles se concentran en torno a ella. Esto último es muy importante porque además nos indica la bondad del aliviadero en lo que se refiere a su capacidad. Si el aliviadero hubiera sido insuficiente se hubieran producido una mayor concentración de niveles por encima del aliviadero. Para finalizar con las gráficas anteriores queda resaltar el cruce que se produce en la funciones de distribución de la variable nivel como caudal para las hipótesis nivel aleatorio y un determinado resguardo. Esto es debido a la posición relativa del nivel previo fijado (resguardo) respecto a la función de distribución del nivel de embalse histórico. A medida que se disponga de mayor resguardo, el cruce se situará más a la izquierda, mientras que cuanto menor sea, este o no se producirá (caso extremo NMN) o estará más localizado hacia la derecha.

Para finalizar, se pretende mostrar a modo de resumen, el nivel máximo alcanzado y el caudal vertido, en función de los datos iniciales de simulación, parejas de valores (Q, V) ; recordar que con estas parejas definíamos los hidrogramas. Son con estos hidrogramas y el nivel previo de embalse, con los que se obtienen unos valores finales del nivel máximo alcanzado y caudal vertido.

Las figuras 12.8 y 12.9, pretenden integrar toda la información anterior en una sola gráfica. Pero sólo es de utilidad cuando se parte de un nivel constante. Cuando el nivel previo es aleatorio, la gráfica anterior se convierte en un ente errático, debido a que el nivel final no sólo depende de la magnitud del evento de entrada, sino también del nivel previo.

Se muestran estas gráficas porque pueden resultar una herramienta muy útil para aquellas personas encargadas de la gestión de los embalses, puesto que sabiendo la magnitud de la avenida, y esto puede ser bien a través de los pronósticos, como por ejemplo los sistemas de ayuda a la decisión (SAD) que tienen algunas Confederaciones Hidrográficas, como

puede ser la del Ebro, o bien a los datos de las estaciones de aforo más próximas, se pueden conocer las magnitudes del caudal pico y su volumen. Entrando en esas gráficas a través de los valores anteriores y sabiendo el nivel del embalse se puede tener un orden de magnitud muy aproximado del nivel máximo que se va alcanzar así como el caudal que se va a verter. Con todo lo anterior, se pueden establecer decisiones que pueden ser de cierta relevancia. No obstante, lo comentado anteriormente se ve limitado para cuencas pequeñas de respuesta rápida, ya que en estos casos el tiempo de maniobra es muy reducido.

En la gráfica 12.8 se pone de manifiesto la importancia de la relación que hay entre las dos variables, (Q, V) , ya que se aprecia como a partir de un cierto valor de Q el nivel máximo alcanzado es independiente del valor del volumen y viceversa, es decir, que para ciertos valores de la variable volumen, el nivel máximo alcanzado permanece invariante frente al valor del caudal.

En la gráfica 12.9 se aprecia de forma análoga lo comentado en el apartado anterior pero en este caso, la variable respuesta es el caudal de salida.

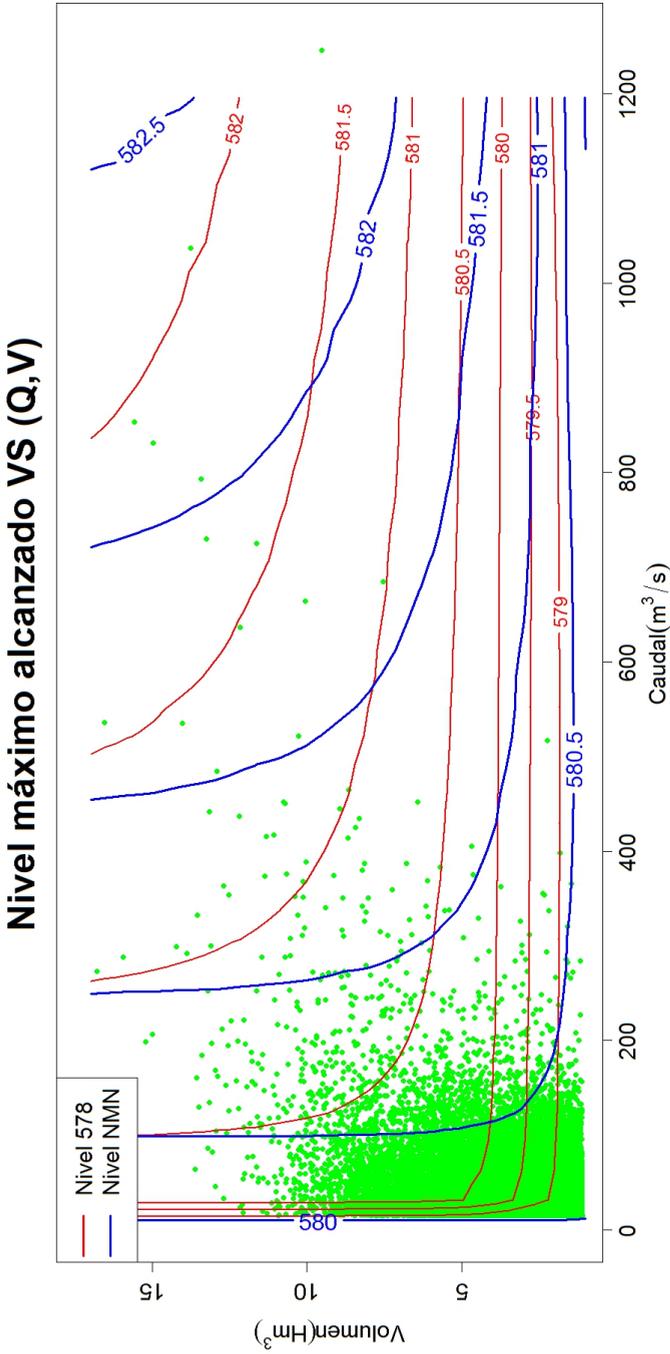


Figura 12.8. Nivel máximo alcanzado por el evento de entrada en función del nivel previo y de las características del evento.

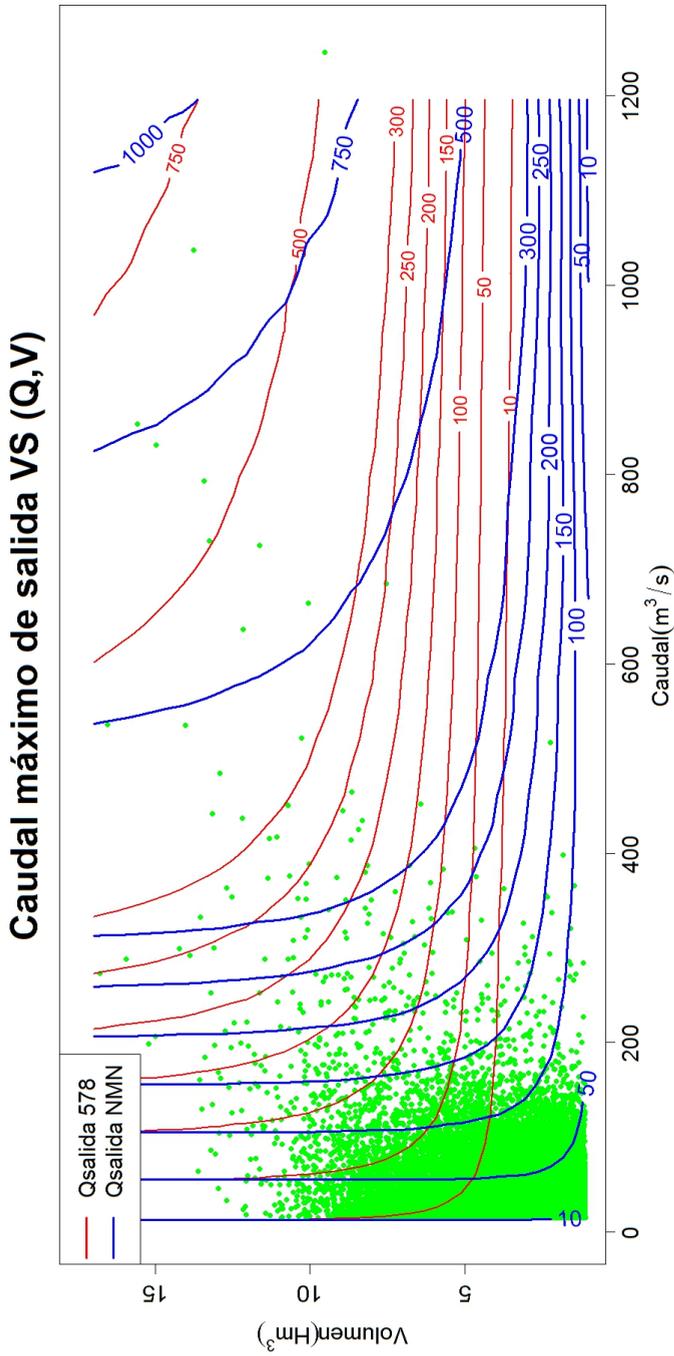


Figura 12.9. Caudal máximo vertido por el evento de entrada en función del nivel previo y de las características del mismo.

12.2.1. Comparación entre distintas marginales frente a la misma estructura de la cópula

Cuando hablamos de la hidrología, para la estación total, se ajustaron tres funciones de distribución marginales para la variable volumen, ver figura 9.11 dos de las cuales eran similares, GPD y gamma, y otra GEV, que daba valores más altos. Al final tras analizar el test de Kolmogorov, se adoptó la función gamma.

En este apartado y como conclusión, se quiere poner de manifiesto cuál hubiera sido el error cometido en la estimación del nivel máximo alcanzado si la elección de la marginal hubiera sido incorrecta; cabe recordar que el valor del ajuste del test de Kolmogorov para la función GEV fue de 0,87, que si bien era el menor de los tres, todavía es un valor muy alto susceptible de un buen ajuste. Para lo cual se generaron dos muestras aleatorias con la misma cópula, Galambos, y funciones de distribución distintas para el volumen, permaneciendo constante la función de distribución del caudal.

En la figura 12.10 se pueden ver las dos muestras generadas y en la figura 12.11 el resultado de la simulación con nivel previo aleatorio.

Como conclusión se puede decir que las diferencias iniciales que se podían ver en la función de distribución marginal de la variable volumen, entre GEV y gamma se atenúan de forma clara en lo que respecta al nivel máximo alcanzado y en ninguna de las dos situaciones se producen vertidos por coronación. No obstante, se aprecia en la comparación de las muestras generadas, una tendencia más elevada del volumen con la función GEV que la obtenida mediante la función gamma, como no podía ser de otra forma.

Estos resultados dan idea de la robustez del modelo, ya que hubiera sido un inconveniente que se presentaran diferencias puesto que entonces la elección de la función de distribución sería un punto crítico. Con ello no se quiere restar importancia a la elección de las funciones de distribución marginales de la cópula, sino que se quiere poner de manifiesto que se trata de un modelo multivariado, robusto y todas las variables deben ser tenidas en cuenta.

Comparación entre GEV-GAMMA como marginales de la variable volumen

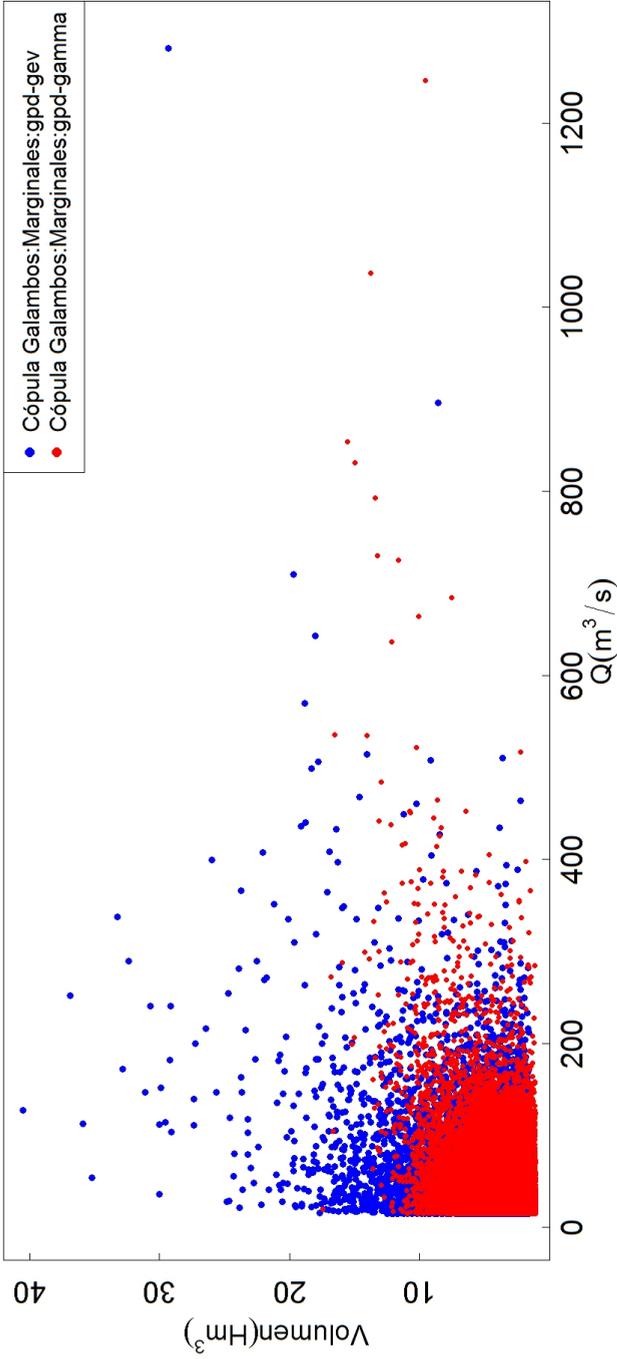


Figura 12.10. Comparación de dos muestras generadas con una misma estructura de cópula y distintas marginales para la variable secundaria volumen.

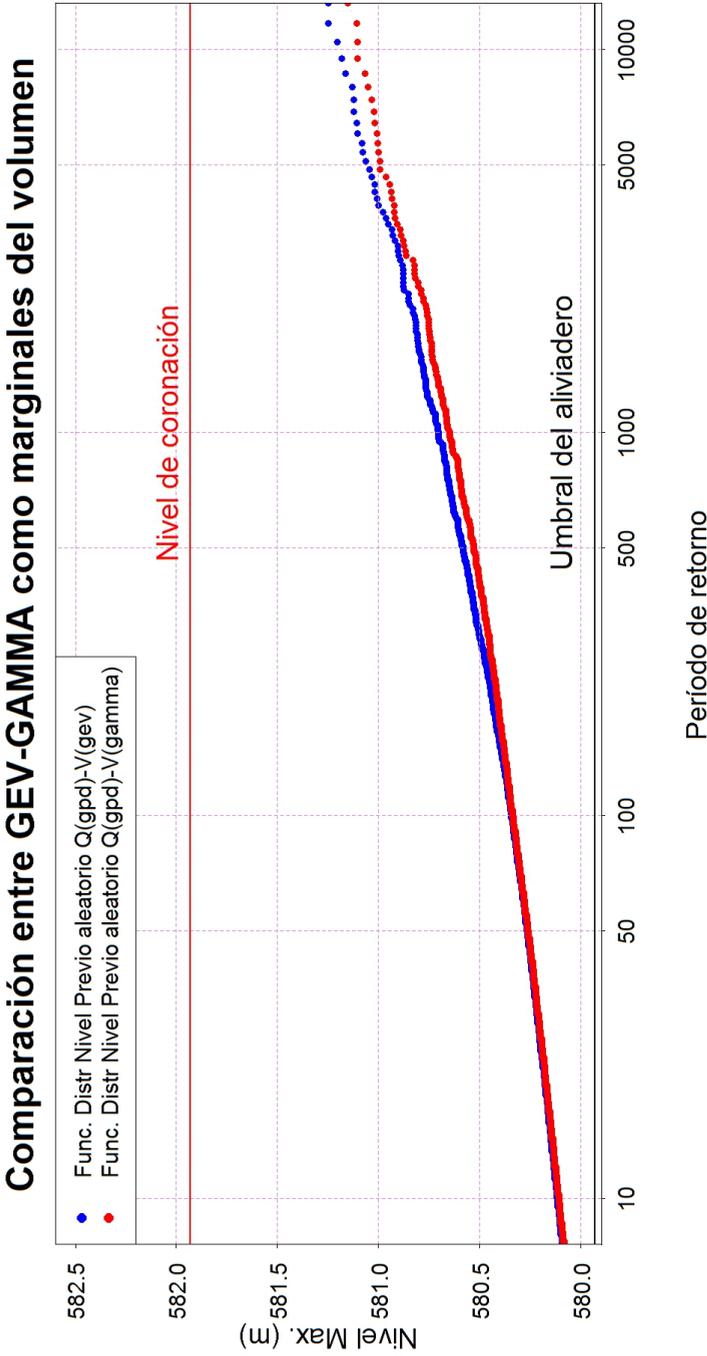


Figura 12.1.1. Resultado de la simulación de las dos muestras generadas con distintas marginales y con nivel previo aleatorio. Se puede ver como las diferencias son pequeñas y en ningún momento se observa riesgo de vertido por coronación.

12.3. Simulación de la submuestra de invierno

En este apartado se pretende reproducir de forma análoga lo que se ha llevado a cabo en el punto anterior pero considerando la submuestra correspondiente a la estación denominada invierno.

Partiendo de la submuestra invierno y del nivel previo de embalse concomitante con esos meses, se realiza la simulación. Con respecto al nivel previo se han establecido dos hipótesis:

1. Nivel previo de embalse situado a la cota del labio fijo, NMN.
2. Nivel previo aleatorio.

A continuación se lleva a cabo la simulación de los dos escenarios, obteniéndose 100.000 parejas de valores (Q, V) de salida así como el nivel máximo alcanzado.

Con todos los resultados obtenidos se obtiene la función de densidad y probabilidad para las variables relevantes, que son el nivel máximo alcanzado y el caudal pico de salida.

En las figuras 12.12 y 12.13 se pueden ver las funciones de distribución acumulada y densidad de la variable nivel de embalse para las dos hipótesis de nivel previo. Se puede ver claramente que en la primera de ellas, situación más pesimista en lo que se refiere al nivel previo, la presa cuenta con un nivel de seguridad muy elevado ya que no se alcanza el nivel de coronación ni siquiera para períodos de retorno elevados como puede ser 10.000 años. Respecto de la segunda figura, podemos destacar una concentración de valores alrededor de la cota del aliviadero, por los motivos indicados en la sección anterior. Destacar que en la hipótesis de nivel previo constante, dicha concentración de valores es más elevada que la consideración aleatoria del nivel.

En las figuras 12.14 y 12.15 se muestra cómo se distribuyen los valores de la variable caudal de salida, para lo cual se ha trazado la función de distribución y densidad respectivamente. La primera de ellas arroja una idea de los caudales vertidos. Así por ejemplo, para un período de retorno dado, 100 años, se obtiene una caudal de 48 y 33 m^3/s para las dos hipótesis planteadas. Sin embargo, para un caudal de 75 m^3/s se pasa de un período de retorno de 550 a 1200 años. En la figura donde se plasma

la función de densidad de probabilidad se indica cómo se distribuyen los caudales de salida para los distintos intervalos considerados. En este caso concreto, en la hipótesis de nivel previo constante e igual al NMN, hay más valores por encima del intervalo $10 - 20 \text{ m}^3/\text{s}$ que en la situación de nivel previo aleatorio.

Se desprende otra de las utilidades de este modelo, ya que nos permite evaluar el grado de sensibilidad de un resguardo o determinar un resguardo para asumir un caudal máximo aguas abajo del embalse, para lo cual lo único que hay que variar es la función de distribución de niveles de acuerdo con unas determinadas normas de explotación, donde se satisfagan las demandas y se cumplan los resguardos previos a considerar.

Finalmente, se muestran a modo de resumen, el nivel máximo alcanzado y el caudal vertido, en función de los datos iniciales de simulación, parejas de valores (Q, V) . Son con estos hidrogramas y el nivel previo de embalse, en este caso la cota sea la correspondiente al NMN, con los que se obtienen unos valores finales del nivel máximo alcanzado y caudal vertido.

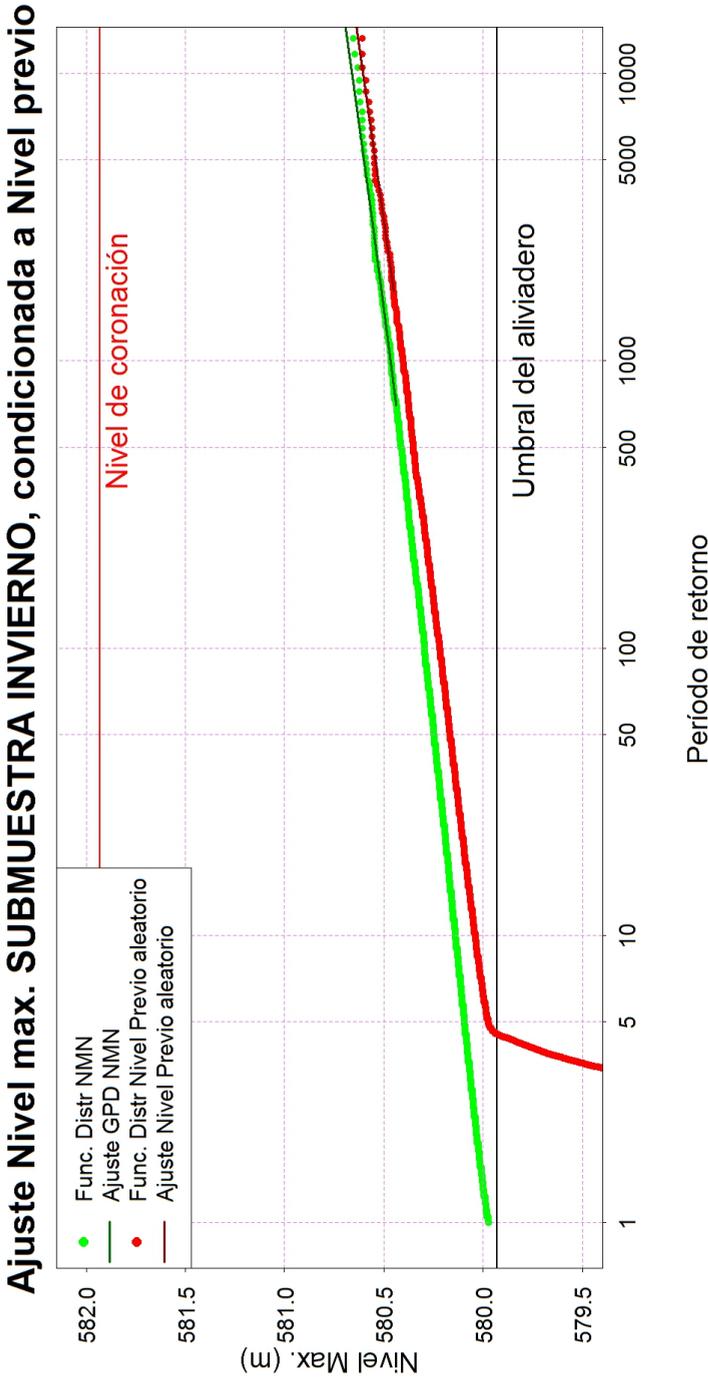


Figura 12.12. Representación de la función de distribución del nivel de embalse para los dos escenarios, nivel constante (NMN) y nivel variable, de cota de embalse. También se muestran los ajustes a los valores extremos, colas derechas, mediante la función GPD.

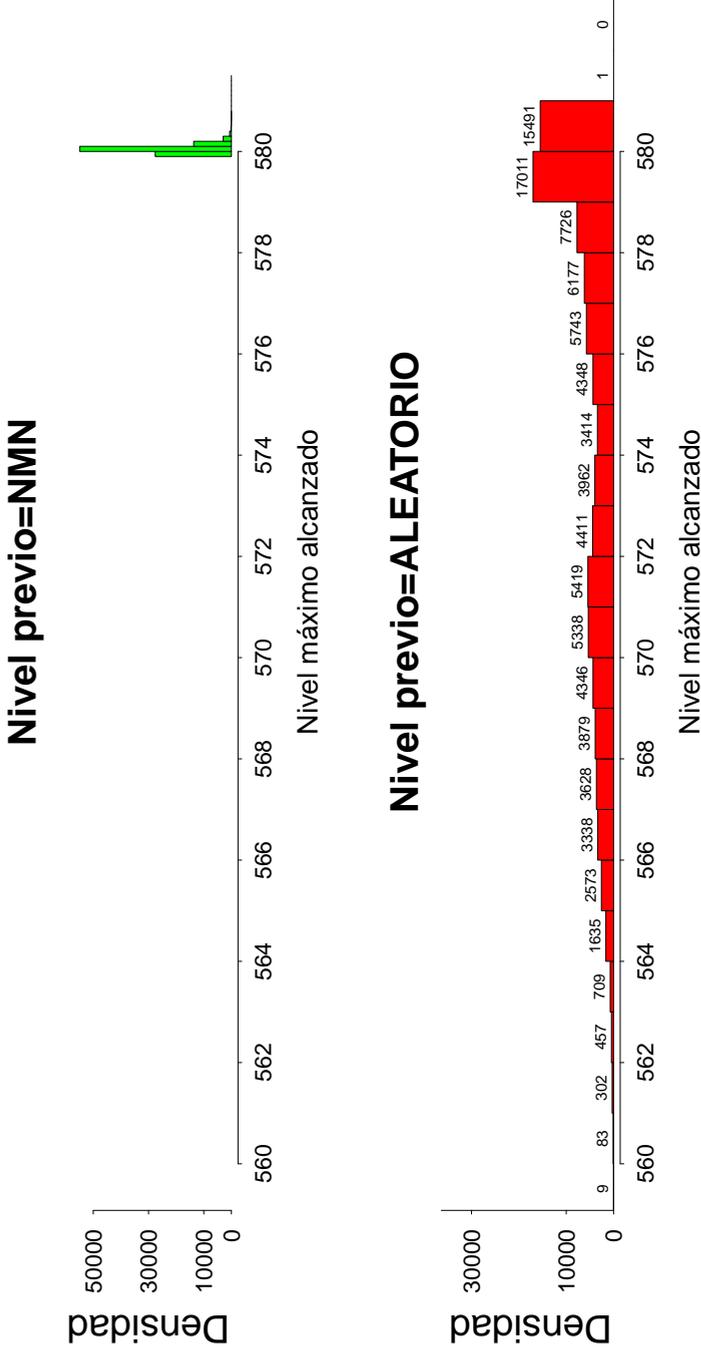


Figura 12.13. Distribución de la densidad de probabilidad del nivel alcanzado para los dos escenarios fijados.

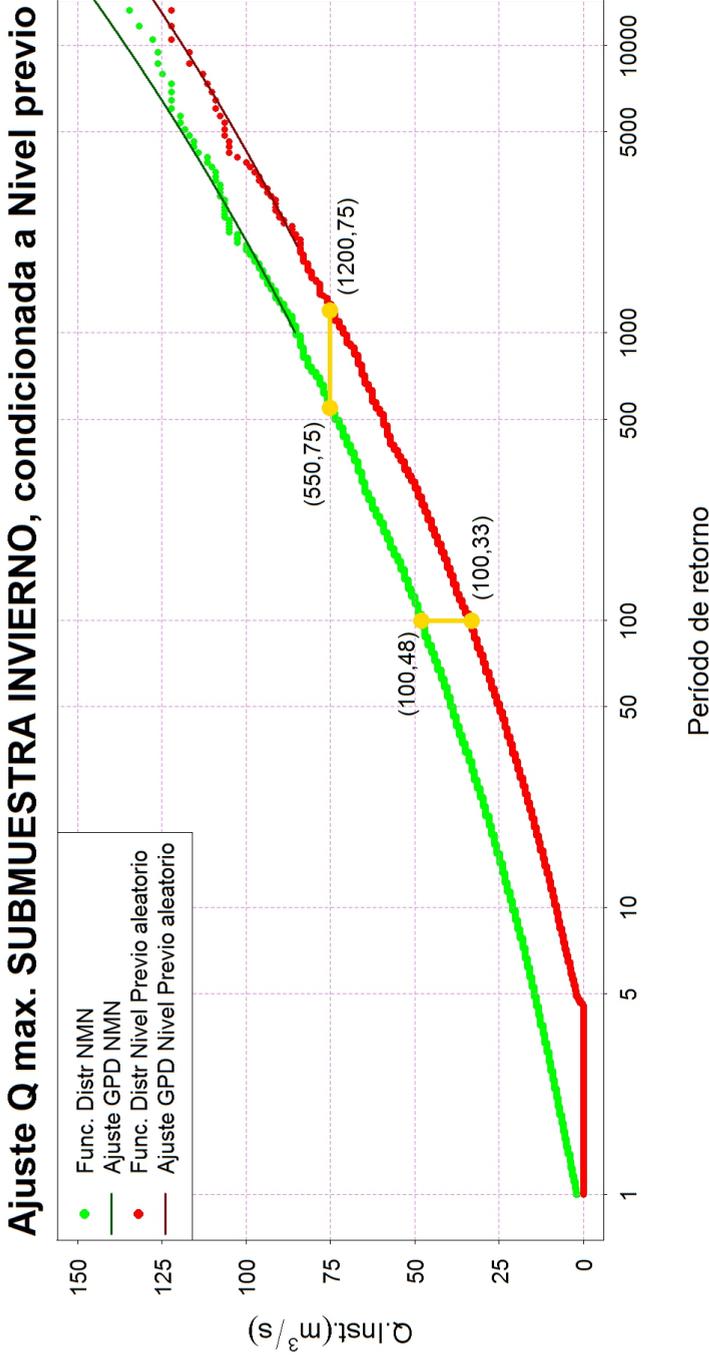


Figura 12.14. Representación de la función de distribución del caudal de salida para los dos escenarios, nivel constante (NMN) y nivel variable de cota de embalse. También se muestran los ajustes a los valores extremos, colas derechas, mediante la función GPD.

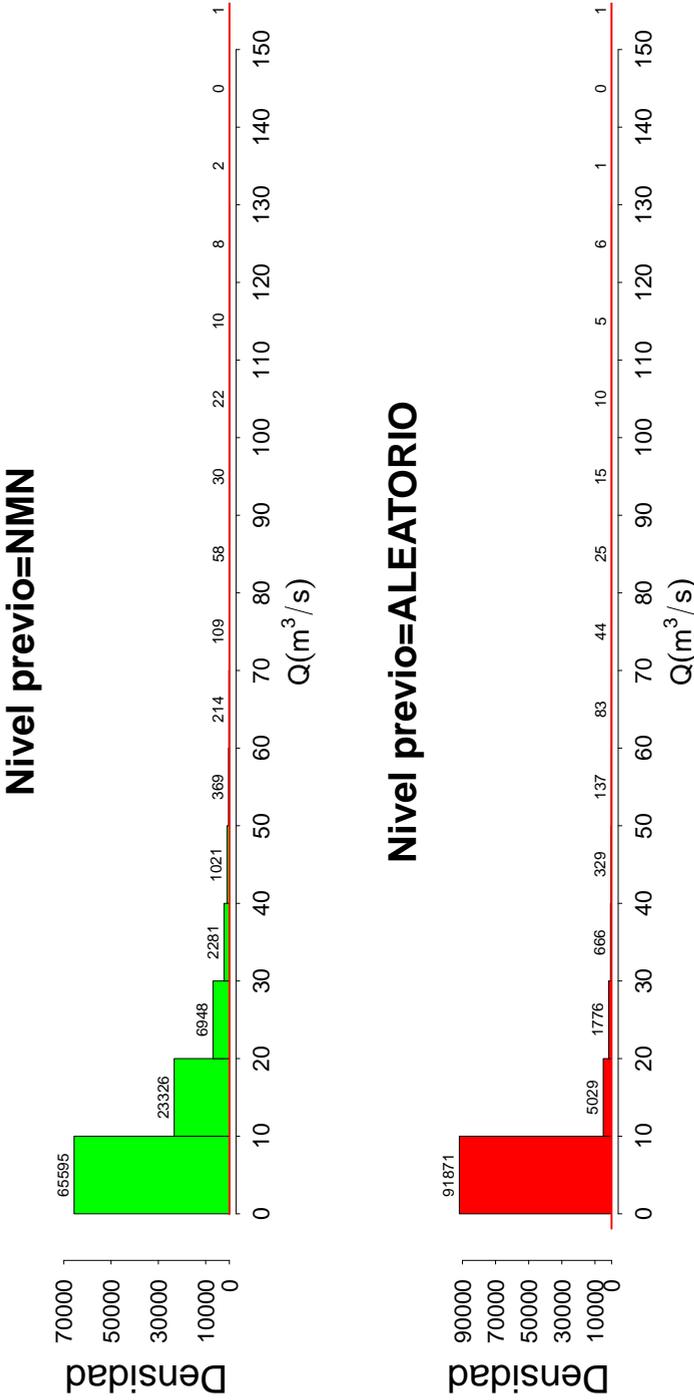


Figura 12.15. Distribución de la densidad de probabilidad del caudal de salida para los dos escenarios fijados.

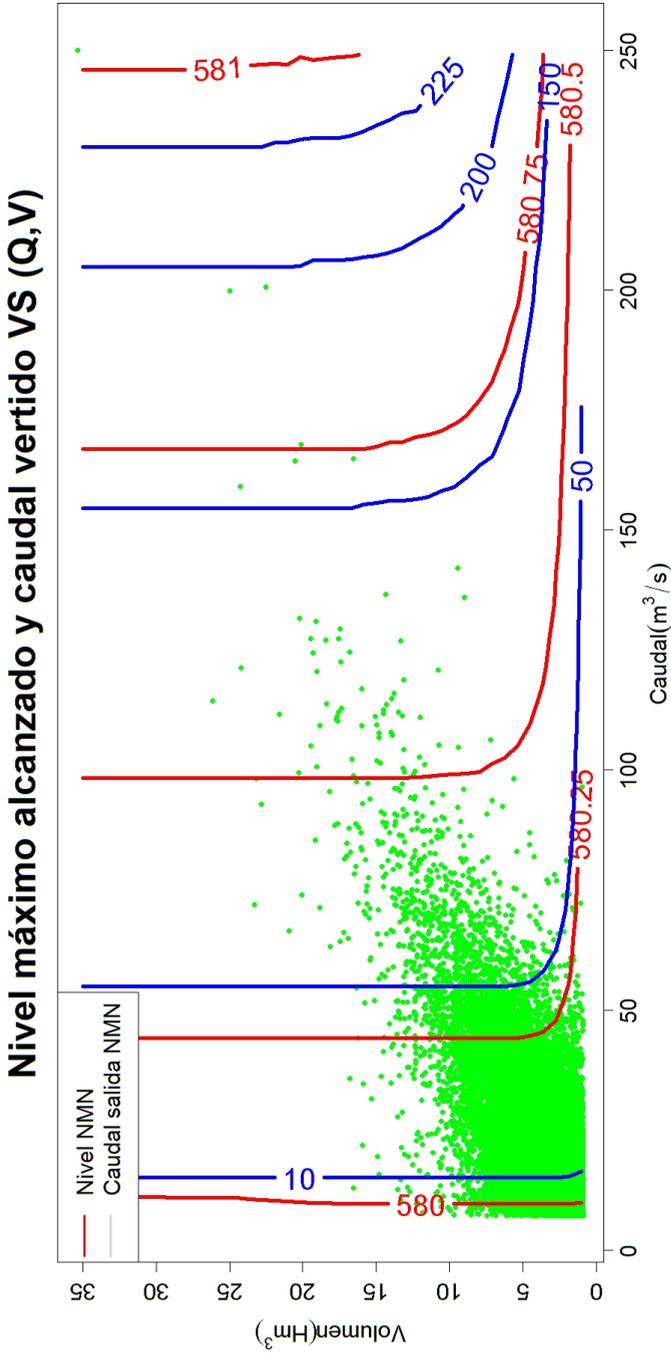


Figura 12.16. Nivel máximo y caudal pico de salida, alcanzado por el evento de entrada en función del nivel previo y de sus características.

12.4. Simulación de la submuestra de verano

Para finalizar, en esta sección se analiza la submuestra del verano.

Partiendo de la submuestra verano y del nivel previo de embalse concomitante, se procede a la simulación. Con respecto al nivel previo se han establecido tres hipótesis:

1. Nivel previo de embalse fijo a la cota 578
2. Nivel previo de embalse fijo a la cota del NMN
3. Nivel previo aleatorio.

A continuación se procede a simular los tres escenarios, obteniéndose 100.000 parejas de valores (Q, V) de salida con su correspondiente nivel máximo alcanzado.

Con todos los resultados obtenidos se obtiene la función de densidad y probabilidad, para las variables nivel máximo alcanzado y caudal pico de salida.

En las figuras 12.17 y 12.18 se puede ver la función de distribución acumulada y densidad de probabilidad respectivamente para la variable nivel de embalse en función del nivel previo establecido. De la primera de ellas, se desprende que estamos ante una presa muy segura. Sin embargo, se observa que para la estación verano se obtienen mayores niveles de embalse respecto a la estación invierno analizada anteriormente. Pero aun con todo, en la situación más pesimista (nivel previo constante e igual al NMN) la presa presenta un período de retorno próximo a 10.000 años.

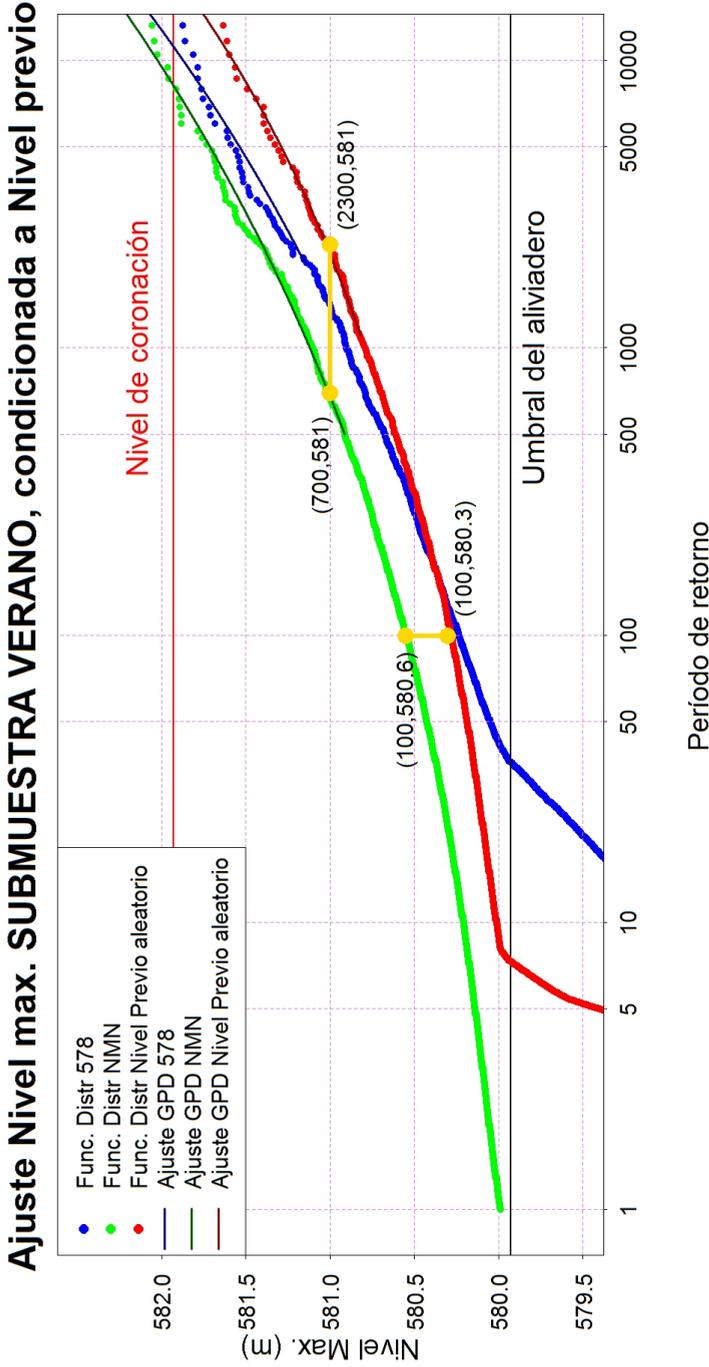


Figura 12.17. Representación de la función de distribución del nivel de embalse para los escenarios, nivel constante (578 y NMN) y nivel variable, de cota de embalse. También se muestran los ajustes a los valores extremos, colas derechas, mediante la función de distribución GPD.

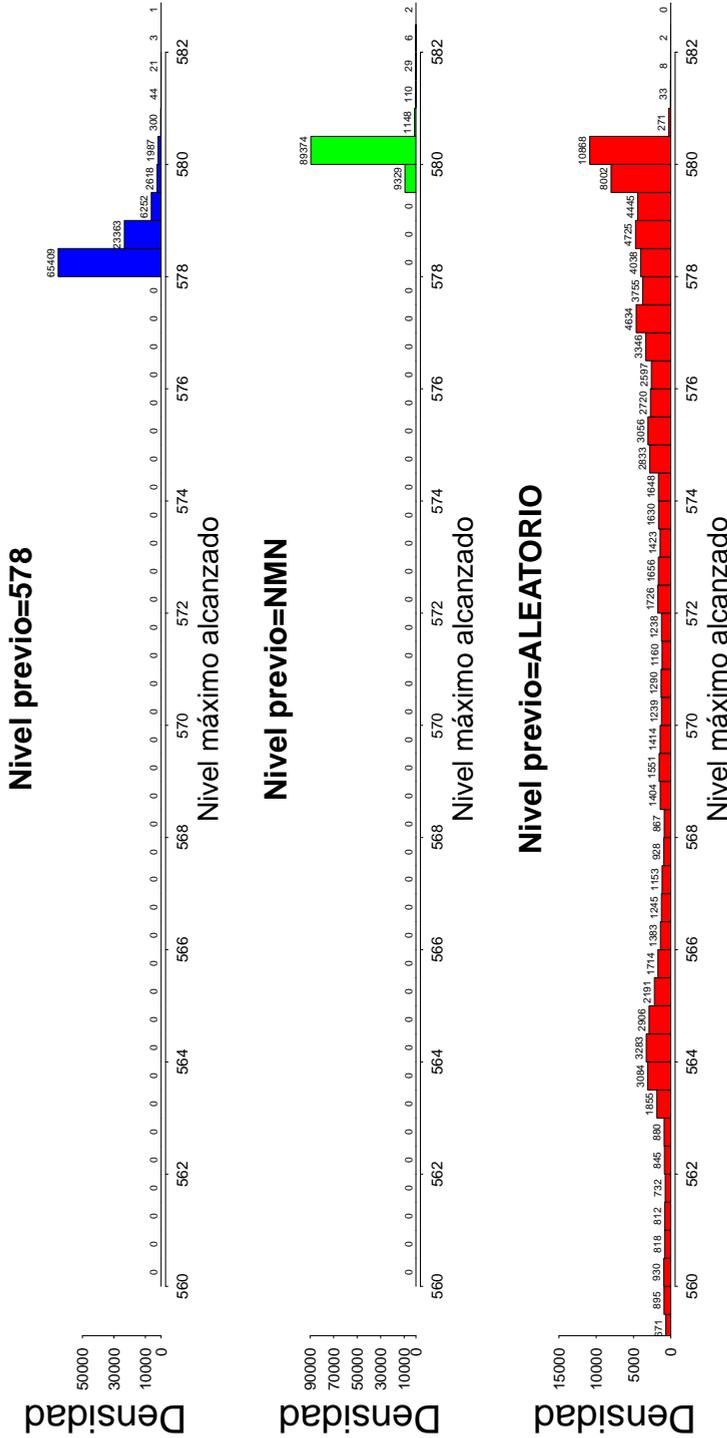


Figura 12.18. Distribución de la densidad de probabilidad de los niveles alcanzados para los tres escenarios fijados.

La función de densidad aporta un aspecto significativo con respecto al resto de las estaciones analizadas anteriores, consistente en una función de niveles bimodal con un pico en torno a la cota 565 y otro a la 580. Esto es debido a los niveles históricos de este tipo de presas, ya que si estuviéramos ante un hiperembalse o una presa muy pequeña, no existiría esta curva bimodal. De esta misma gráfica se observa un desplazamiento en el eje de abscisas de la concentración de datos en función del nivel previo. Se puede ver en la figura 12.17, el grado de laminación; así para un determinado período de retorno, por ejemplo 100 años, se obtiene un incremento de resguardo de 30 cm. De la misma forma, para un mismo nivel (581 msnm), se pasa de un período de retorno de 700 a 2300 años, entre el nivel previo constante e igual al NMN y el nivel previo aleatorio.

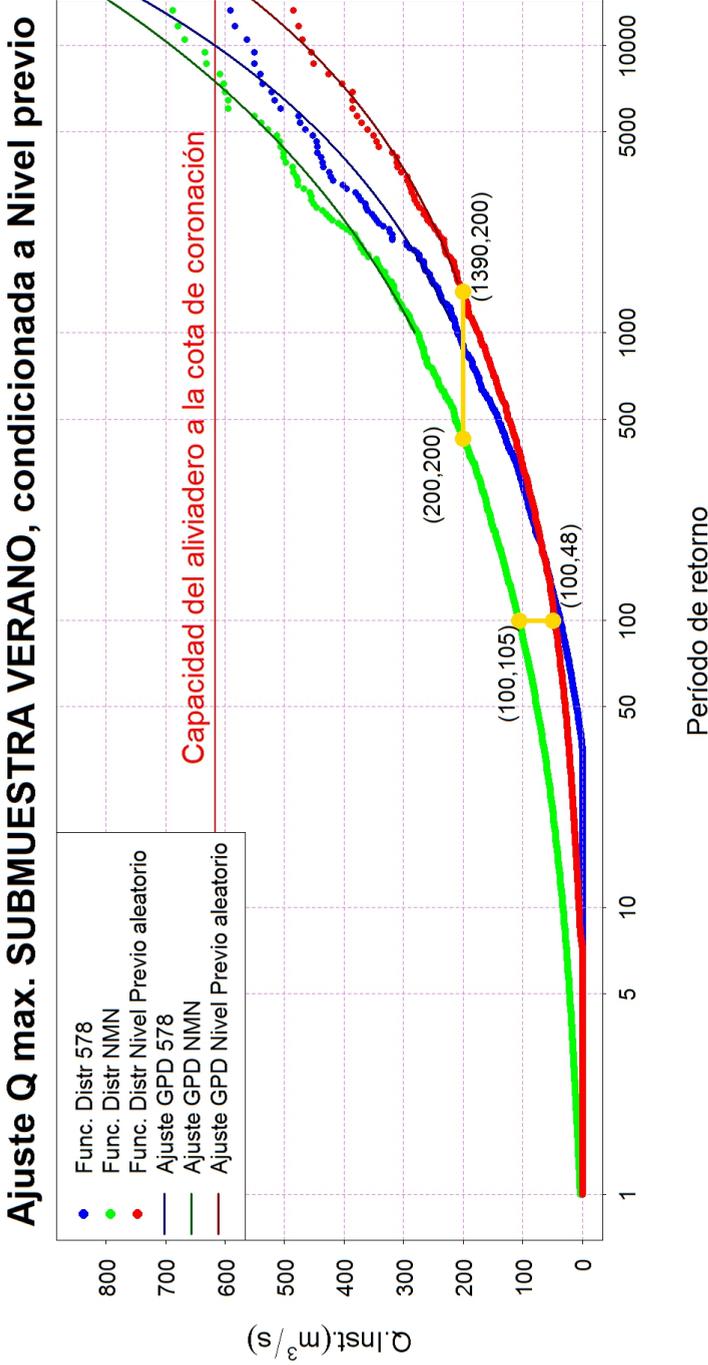


Figura 12.19. Representación de la función de distribución del caudal pico de salida para los tres escenarios supuestos, nivel constante (578 y NMN) y nivel variable, de cota de embalse. También se muestran los ajustes a los valores extremos, colas derechas, mediante la función de distribución GPD.

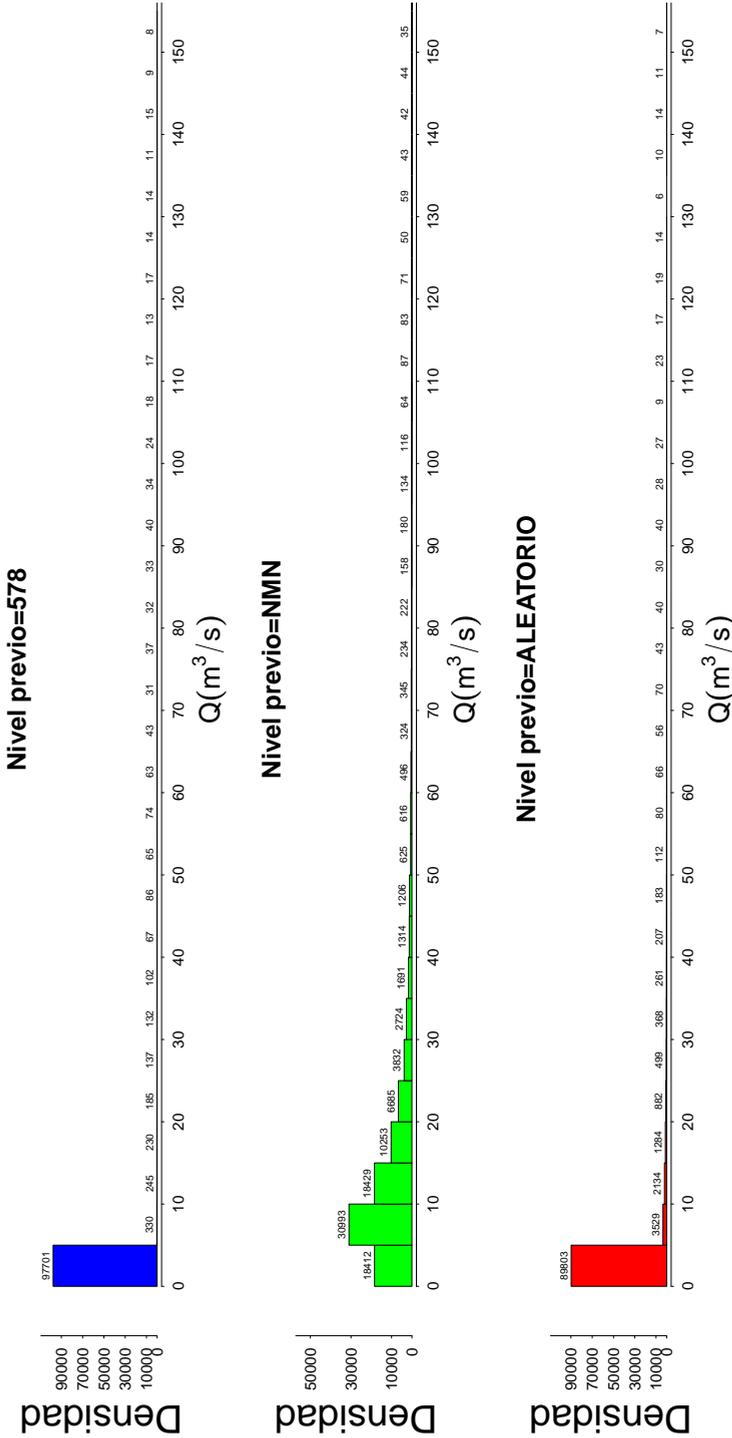


Figura 12.20. Distribución de la densidad de probabilidad del caudal de salida para los tres escenarios fijados.

En la figura 12.19 y 12.20 se muestra la función de distribución acumulada y densidad de probabilidad de la variable caudal pico de salida, igualmente, para los tres escenarios indicados en lo que respecta al nivel previo. Presenta como aspectos a destacar un caudal mayor evacuado respecto a la estación invierno, cruces de funciones de distribución entre el nivel previo aleatorio y situación con resguardo y no presencia de función de densidad bimodal en la hipótesis de nivel previo aleatorio. Para analizar la sensibilidad del grado de laminación se han puesto dos ejemplos para las mismas hipótesis que el párrafo anterior y se observa que para $T=100$ años, el caudal oscila entre $48 - 105 \text{ m}^3/\text{s}$. Si por el contrario mantenemos constante el caudal a $200 \text{ m}^3/\text{s}$, el período de retorno aumenta de 200 a 1390 años.

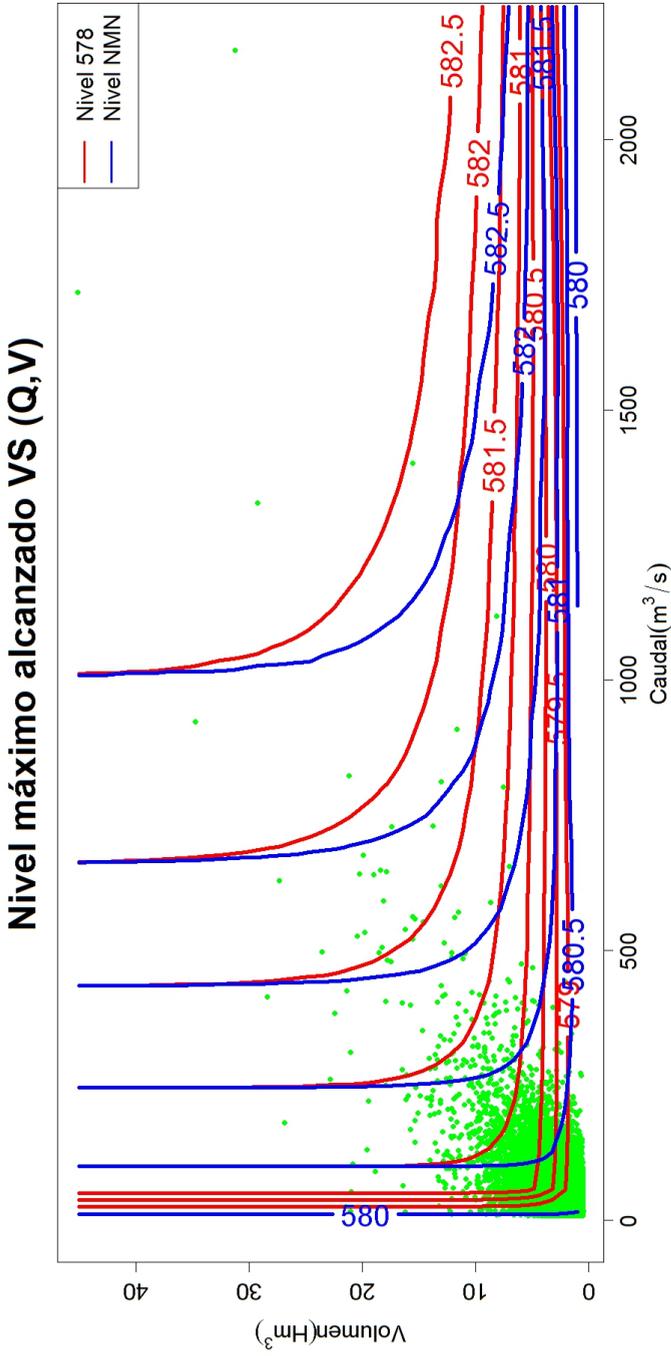


Figura 12.21. Nivel máximo alcanzado por el evento de entrada en función del nivel previo y de sus características.

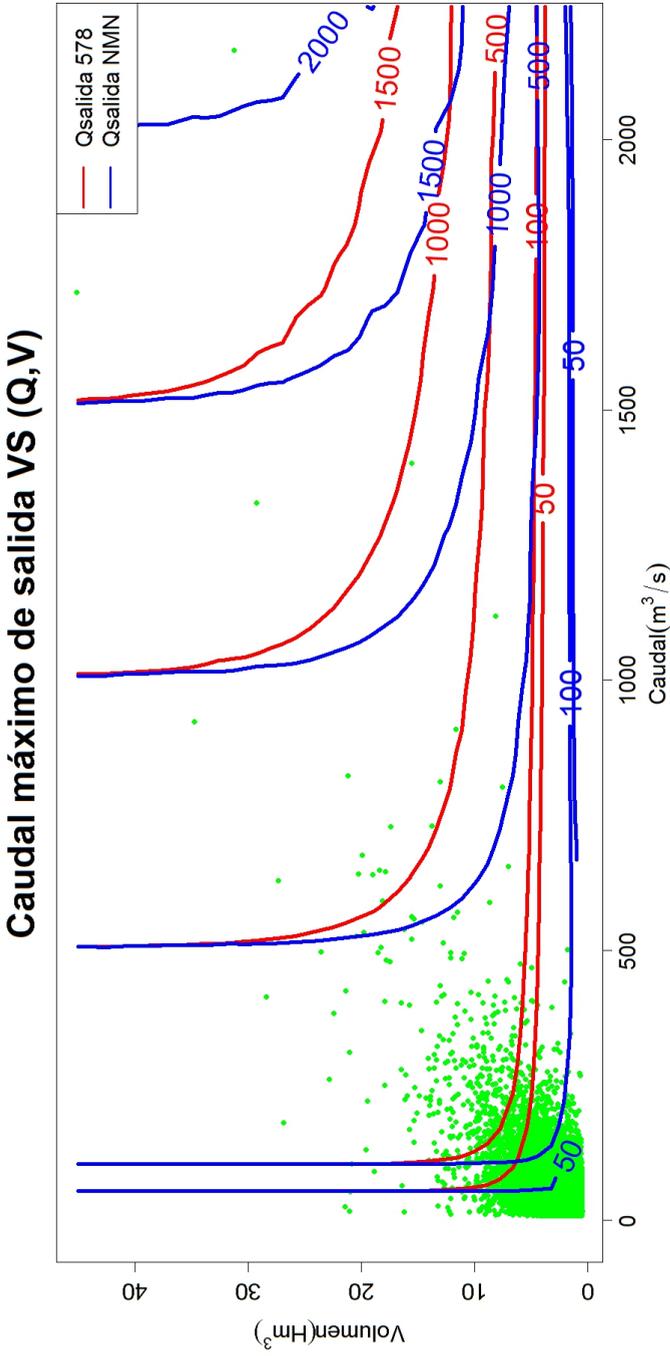


Figura 12.22. Caudal máximo de salida provocado por el evento de entrada en función del nivel previo y de sus características.

Al igual que se hiciera en los apartados anteriores, se quiere mostrar a modo de resumen, el nivel máximo alcanzado en función de los datos iniciales de simulación. Las figuras 12.21 y 12.22, muestran la información anterior en una sola gráfica.

Finalmente cabe mostrar las figuras 12.23 y 12.24 que ponen de manifiesto la importancia que tiene la estacionalidad. Por ello se muestran las funciones de distribución del nivel máximo alcanzado y caudal máximo de salida para las tres estaciones analizadas. Se puede concluir, que de no separar las muestras, la estación invierno se ve penalizada y la estación del verano se infravalora. Esto ocurre para las dos variables. A pesar de que sólo se muestra el escenario nivel previo aleatorio lo anterior también se produce cuando se asume un nivel previo constante. A modo de ejemplo se puede ver en la figura 12.23 que para un período de retorno de 500 años se observa un incremento de 75 cm del nivel entre las estaciones de invierno y verano. Sin embargo, para un valor del nivel máximo alcanzado de 580.5 msnm (resguardo de 1 m respecto a la coronación) se pasa de un período de retorno de 300 años para el verano a 3300 para el invierno. Con respecto a la otra variable, podemos concluir que si fijamos un período de retorno de 5000 años, se obtiene una caudal de salida que varía entre 105 – 350 m³/s para las estaciones de invierno y verano respectivamente.

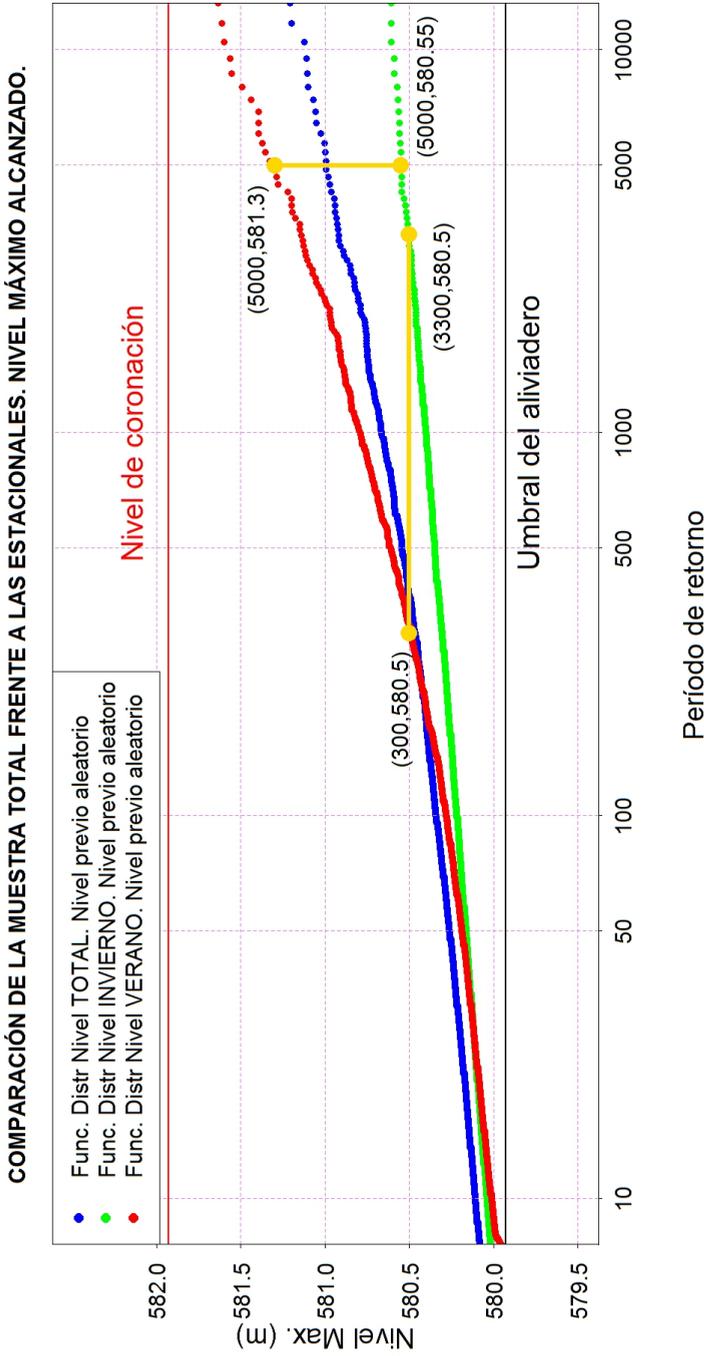


Figura 12.23. Efecto de la estacionalidad sobre el nivel máximo alcanzado.

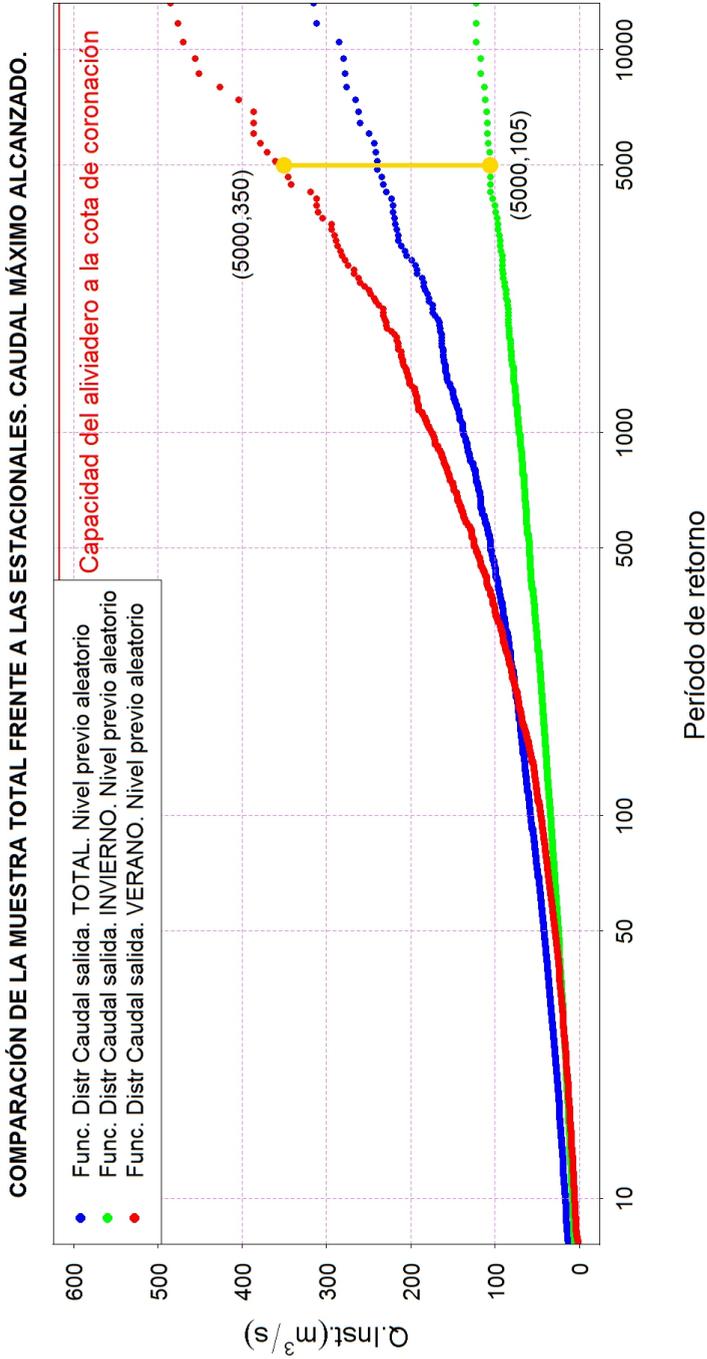


Figura 12.24. Efecto de la estacionalidad sobre el caudal máximo desaguado.

12.5. Análisis bivariado de las variables de salida del embalse

Cabe recordar que la entrada de datos al sistema fue bivalente en el sentido que los eventos se caracterizaban por dos parámetros, el caudal y el volumen, variables que como ya hemos visto, están relacionadas. Consecuentemente, es de esperar que la salida debe ser bivalente, de tal forma que pueda ser utilizada para posteriores cálculos, es decir, para continuar aguas abajo si hubiera otra presa o una bifurcación de cauces, susceptible de ser analizado.

En primer lugar analizaremos la estación del invierno, luego el verano y finalmente la total.

Una vez obtenidas las simulaciones del sistema, existen dos formas de proceder, la primera de ellas, sería abordar el problema de forma teórica y la segunda mediante simulación.

La primera de ellas se aborda a partir de los datos ya conocidos de probabilidad de tener un volumen embalsado, cuyos valores estarán comprendidos entre 0 y volumen correspondiente al nivel máximo, y la función de densidad bivalente (Q, V) para cada una de las simulaciones obtenidas y para un determinado nivel previo de embalse.

Es decir, una vez tenemos las distribuciones marginales de volúmenes embalsados, obtenidos de los datos históricos, para cada una de las estaciones, $f^I(E)$ y $f^V(E)$, así como las funciones de densidad bivalentes de caudal pico Q_{pico} y volumen de crecida V , condicionadas a un nivel previo de embalse (volumen inicial), $f^I(Q_p, V | E)$ y $f^V(Q_p, V | E)$ también para cada una de las estaciones, se pueden obtener las funciones de densidad absoluta mediante integración desde el volumen embalsado 0 hasta el nivel máximo normal, que en este caso es $22,4 \text{ Hm}^3$, de la siguiente forma:

$$f^I(Q_p, V) = \int_0^{22.4} f^I(Q_p, V | E) \cdot f^I(E) \cdot dE \quad (12.1)$$

$$f^V(Q_p, V) = \int_0^{22.4} f^V(Q_p, V | E) \cdot f^V(E) \cdot dE \quad (12.2)$$

Una vez obtenidas las funciones de densidad absoluta para cada una de las estaciones de invierno y verano se pueden obtener las correspon-

dientes funciones de distribución, también para cada una de las estaciones.

$$F^I(Q_p, V) = \int_0^{Q_p} \int_0^V f^I(Q_p, V) \cdot dQ_p \cdot dV \quad (12.3)$$

$$F^V(Q_p, V) = \int_0^{Q_p} \int_0^V f^V(Q_p, V) \cdot dQ_p \cdot dV \quad (12.4)$$

Finalmente, a partir de las funciones de distribución estacionales bivariantes, se obtienen por combinación de eventos, la función de distribución bivalente anual, cuya expresión es:

$$F(Q_p, V) = F^I(Q_p, V) + F^V(Q_p, V) - F^I(Q_p, V) \cdot F^V(Q_p, V) \quad (12.5)$$

Lo anterior responde al método teórico. No obstante, también se puede llevar a cabo mediante simulación montecarlo, es decir, se puede obtener una simulación donde el nivel previo no es constante sino que es aleatorio siguiendo la distribución correspondiente a cada estación. Así mediante este método se obtiene la función de densidad, ver figuras 12.25, 12.26, 12.27 y 12.28 para el invierno y verano y las funciones de distribución para el invierno y verano, ver figuras 12.29, 12.30, 12.31 y 12.32.

Finalmente, mediante la expresión 12.5, se obtiene la función de distribución total, ver figuras 12.33 y 12.34.

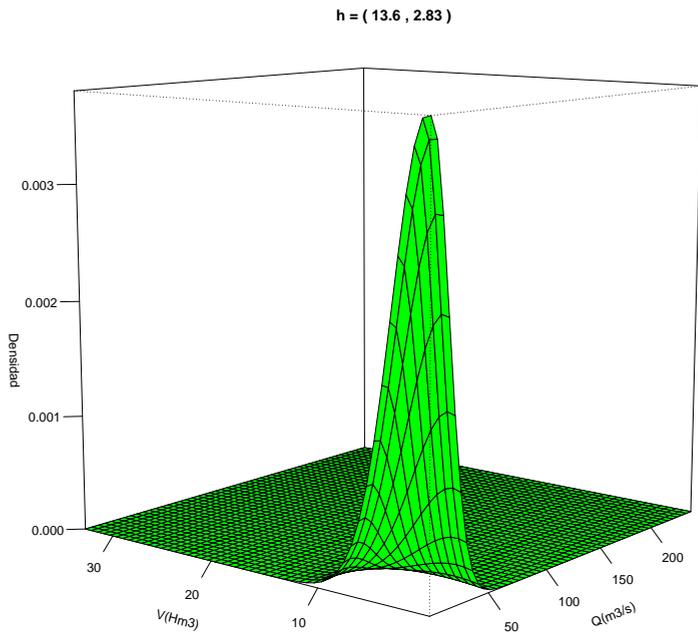


Figura 12.25. Función de densidad bivalente (Q_P, V) correspondiente a la estación del invierno.

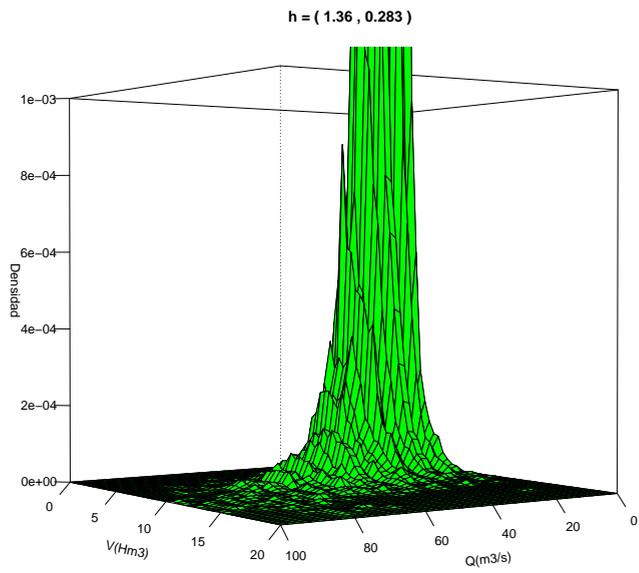


Figura 12.26. Detalle de la función de densidad del invierno.

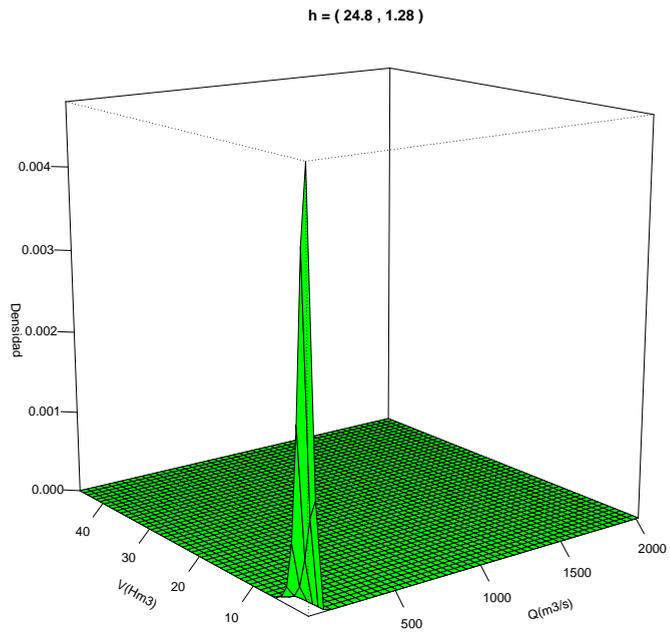


Figura 12.27. Función de densidad bivalente (Q_P, V) correspondiente a la estación del verano.

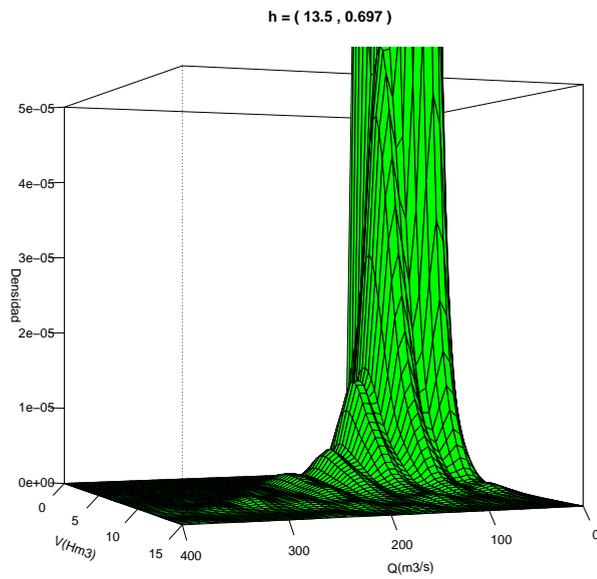


Figura 12.28. Detalle de la función de densidad del verano.

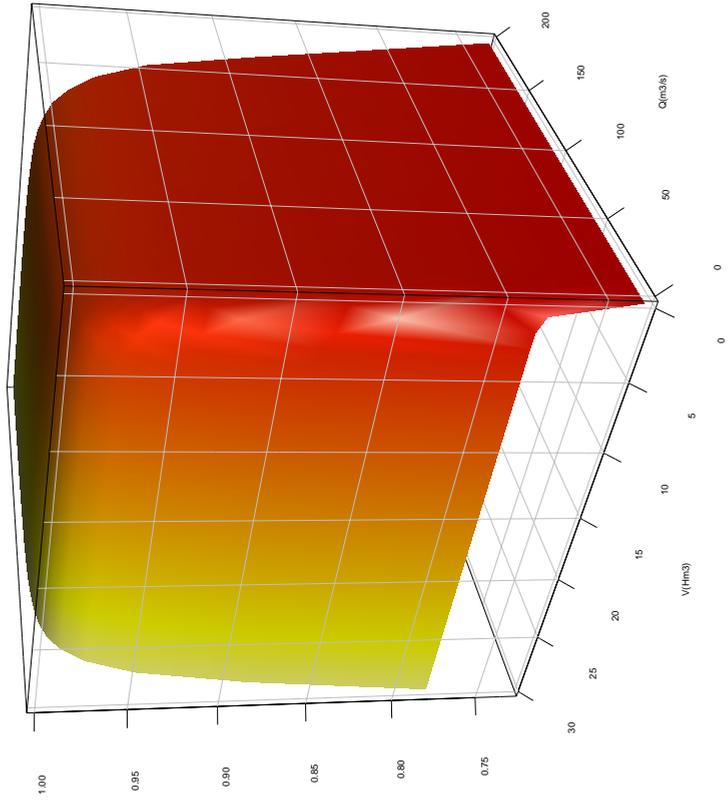


Figura 12.29. Función de probabilidad bivalente (Q_P, V) correspondiente a la estación del invierno.

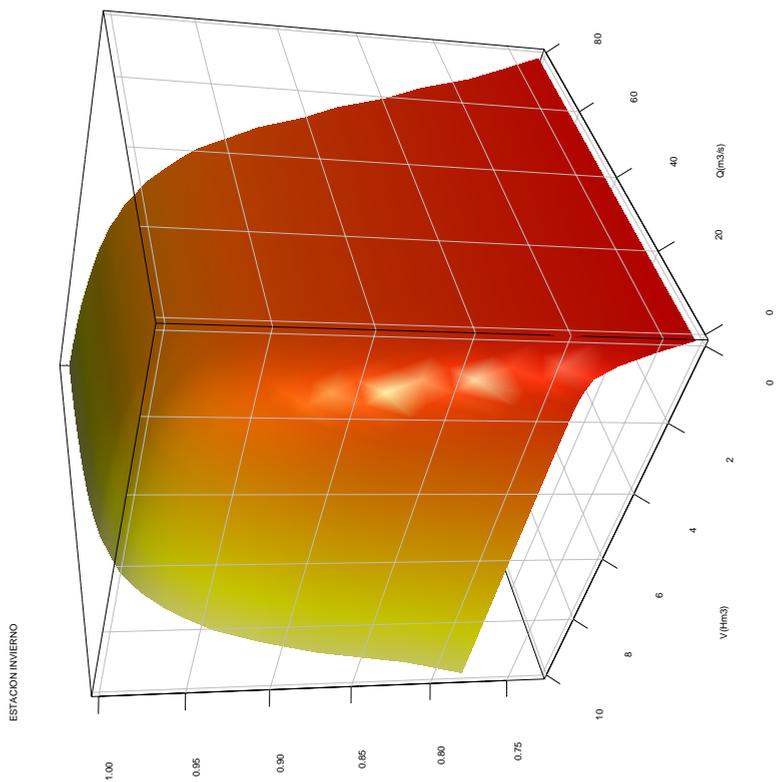


Figura 12.30. Detalle de la función de probabilidad del invierno.

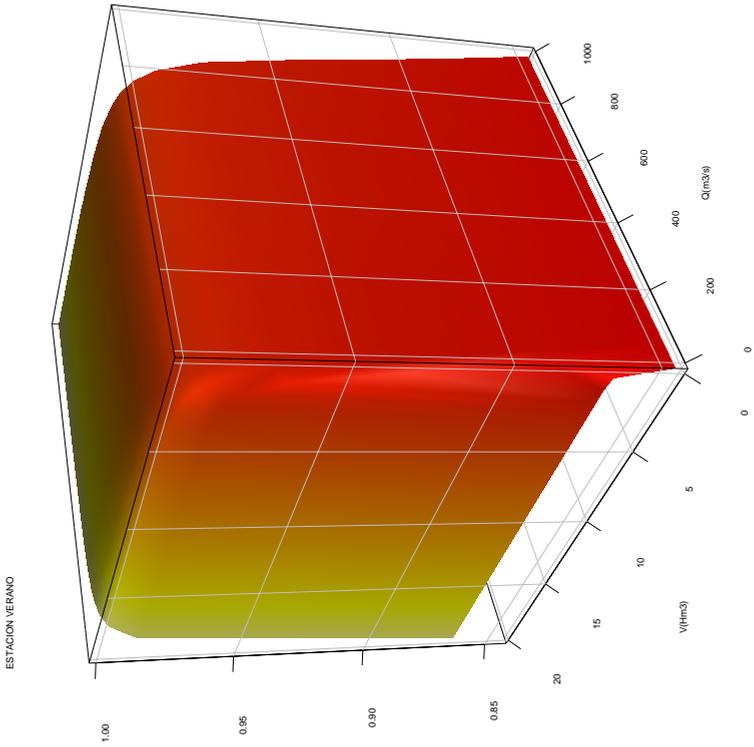


Figura 12.31. Función de probabilidad bivalente (Q_P, V) correspondiente a la estación del verano.

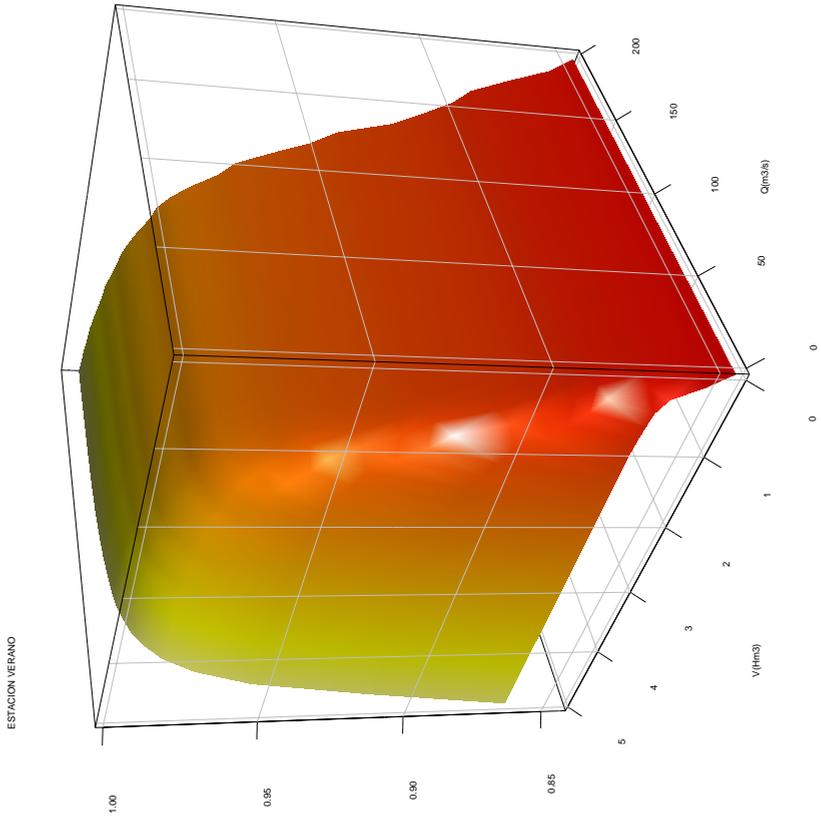


Figura 12.32. Detalle de la función de probabilidad del verano.

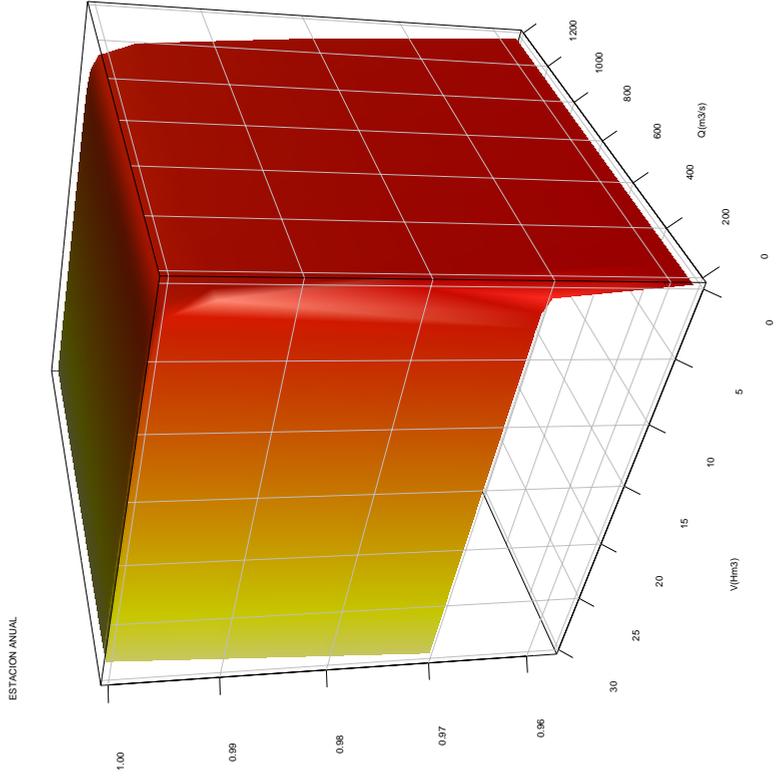


Figura 12.33. Función de probabilidad bivalente (Q_P, V) anual.

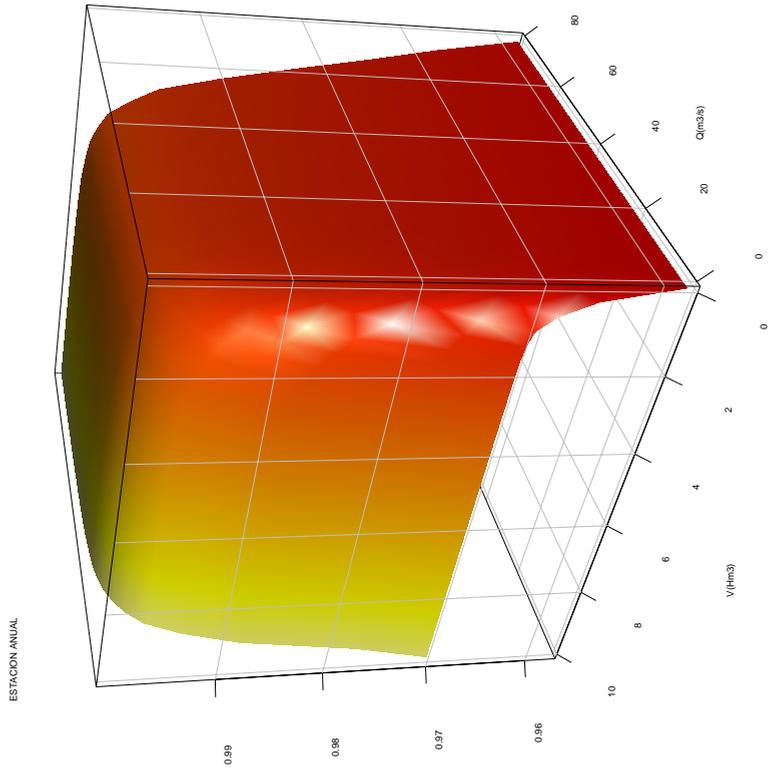


Figura 12.34. Detalle de la función de probabilidad anual.

12.6. Discusión de los resultados

Para concluir con este capítulo se presenta este apartado donde se pretende discutir los resultados obtenidos de la simulación para los escenarios establecidos.

En primer lugar destacar que es necesario llevar a cabo un análisis de sensibilidad para determinar el tamaño de la muestra, para evitar los dos extremos, muestras pequeñas que no capten lo que sucede en la cola derecha de la distribución así como muestras excesivamente grandes que no aportan nada relevante y por el contrario aumentan el tiempo de cálculo.

Cabe indicar que como estamos ante un modelo multivariado, la elección de las marginales es muy importante pero se aprecia en este caso que los resultados de la elección de una u otra marginal no es tan sensible, debido fundamentalmente a que los ajustes de la mayoría de ellas son muy buenos, como el efecto que tiene la sola consideración de las marginales, lo cual pone de manifiesto la robustez del método.

Destacar la importancia del nivel previo de embalse. Resulta llamativo las diferencias que hay entre considerar el nivel constante, bien a su NMN o una cota inferior, o aleatorio, situación más realista. El embalse no está habitualmente a sus niveles más altos sino a otros muy diferentes. El nivel previo de embalse condiciona considerablemente los resultados y es el resultado de todo el proceso y normas de explotación. Prescribir un nivel máximo de embalse afecta a la distribución de niveles previos. En este sentido la obtención de niveles y caudales de salida no se ha de realizar con el nivel máximo prescrito sino con la distribución de niveles de embalse aleatoria, condicionado al nivel máximo prescrito. Hay que hacer notar que de este modo se vincula la explotación del embalse con la de crecidas, como no puede ser de otra forma. Los resultados con nivel previo fijo no son de ningún modo representativos de la seguridad de la presa.

En las gráficas se puede ver como se cruzan algunas funciones de distribución, para las distintas hipótesis consideradas. Esto es debido a las condiciones intrínsecas de la función de distribución de nivel previo de embalse ya que el nivel constante estará más o menos centrado respecto del nivel aleatorio y el cruce, si es que se produce, estará afectado por esa posición relativa.

La consideración de un nivel previo aleatorio conduce a unos niveles máximos alcanzados menores que el nivel máximo normal e incluso con algunos metros de resguardo, lo que pone de manifiesto que presas que a priori pueden ser consideradas como inseguras no lo son tras llevar a cabo un estudio más realista. Para concluir con el nivel previo inicial, indicar la posibilidad de establecer ciertos niveles máximos que no se deben superar (resguardos) de cara a garantizar un nivel final máximo y/o un caudal pico de salida. Para ello basta con realizar una simulación a partir de las aportaciones históricas y satisfaciendo las demandas del sistema de tal forma que se acote el nivel máximo. Con esta nueva distribución de niveles previos, se lleva a cabo la metodología implementada en esta tesis, de tal forma que tendremos las funciones de distribución del caudal de salida así como el nivel máximo alcanzado. De esta forma si se cumplen los niveles de seguridad deseados, el problema está resuelto, en caso contrario, habrá que disminuir el nivel máximo fijado o lo que es lo mismo aumentar el resguardo. Como se puede apreciar, se tiene una herramienta que es capaz de establecer resguardos o lo que es lo mismo fijar normas de explotación de presas.

También cabe destacar las diferencias existentes entre los niveles máximos alcanzados y los caudales vertidos para las dos estaciones consideradas. La estación invierno arroja unos caudales y un nivel máximo alcanzado muy inferior al verano. Esto pone de manifiesto que la no consideración de la estacionalidad, implica un alejamiento de la realidad hidrológica y estadística del problema, lo cual conduce a sobrestimar el riesgo en la estación invierno y subestimarlos en la estación verano.

La conclusión más importante y significativa es la necesidad de tratar la estacionalidad y el nivel previo aleatorio. En caso contrario, no estamos ante una realidad hidrológica del problema ni estadística por lo que no se tiene una percepción realista de la seguridad hidrológica de las presas.

Con todo lo comentado anteriormente, se tiene un modelo capaz de tratar con más rigor y detalle el problema de la seguridad hidrológica lo cual redundará en una mejora del aprovechamiento de las inversiones en conservación de presas.

Parte V
Conclusiones

13

Conclusiones y futuras líneas de investigación

El trabajo desarrollado en esta tesis ha estado encaminado a la justificación de la necesidad de un modelo multivariado que sea capaz de integrar todas las variables que intervienen en el análisis de seguridad de presas. Una vez justificado se ha propuesto un modelo multivariado (con aplicación bivariada pero que no resta generalización al mismo) que es capaz de abordar la problemática de la seguridad de presas. No sólo se aborda el problema con el estudio del caudal pico sino que se analiza también la variable volumen. Todos los elementos del hidrograma de entrada son necesarios para determinar la seguridad hidrológica de una presa.

En primer lugar se analiza la necesidad de la seguridad hidrológica de presas, llevado a cabo en la introducción. A continuación se lleva a cabo una revisión sobre la evolución de la legislación sobre presas hasta nuestros días. Y finalizamos la introducción en el marco del análisis de riesgos, herramienta ésta que permite racionalizar las inversiones en presas.

La tesis continúa llevando a cabo una exhaustiva revisión del estado del conocimiento actual. Para lo cual en primer lugar se lleva a cabo una revisión de las distintas publicaciones que sobre la materia se han hecho.

De esta revisión se concluye que no existe a día de hoy un modelo que resuelva el problema en su totalidad de una forma rigurosa.

Los pilares básicos sobre los que se apoya esta tesis, son las cópulas matemáticas y la teoría de valores extremos. La primera de ellas es una herramienta capaz de analizar un sistema multivariado y la segunda de ellas es necesaria desde el punto de vista que los datos que más nos interesan por el daño que son capaces de provocar son los datos extremos.

A continuación se propone una metodología que como después veremos se caracteriza por su aplicación generalizada a cualquier tipo de presa y por su robustez.

Para finalizar con la tesis se aplica la metodología anterior a un caso particular.

13.1. Conclusiones

Se hace necesario un análisis multivariado, que al menos tenga en cuenta la relación existente entre el caudal pico y el volumen. El resto de los parámetros del hidrograma se pueden obtener a partir de las condiciones geomorfológicas de la cuenca en cuestión.

No obstante, lo anterior, se ha visto la necesidad de separar la muestra anual en estaciones, en este caso dos, una denominada invierno que comprende los meses de octubre hasta mayo y otra verano, meses de junio a septiembre. La no separación de la muestra en dos, impide analizar de una forma rigurosa al menos de un punto de vista hidrológico y estadístico el problema. Esto último queda reflejado con la mayor dependencia del fenómeno tanto desde un punto de vista gráfico (k -plots y χ -plots) como estadístico (valores mayores de los indicadores τ de Kendal y ρ de Sperman).

Una vez vista la dependencia entre las variables caudal y volumen, se proceden al ajuste de las marginales y una vez ajustadas se procede a la elección de la cópula, por los métodos de inferencia indicados, determinando el tipo de cópula de valor extremo así como el parámetro de la misma.

De esta forma se obtiene la función de distribución multivariada que es capaz de representar la estocasticidad de la muestra inicial, para cada una de las estaciones.

Se obtiene de esta forma una herramienta capaz de generar muestras aleatorias. El tamaño de la misma se obtiene mediante un análisis de sensibilidad, que para este caso ha sido entre 25.000 y 50.000 valores; sin embargo se han generado muestras de tamaño 100.000, puesto que el tiempo invertido en la simulación no era muy importante.

Otra de las aportaciones importantes a destacar, es la necesidad de analizar el nivel previo de embalse, o embalse vacío cuando tiene lugar la avenida. Hasta la fecha, los embalse se analizan suponiendo que cuando tiene lugar la avenida éste se encuentra a su nivel máximo normal. Lo anterior se produce con una determinada probabilidad que es fácil de obtener tanto en embalses ya construidos como de nueva construcción, en este último caso mediante simulación de los recursos y la satisfacción de las necesidades.

Esta variable, nivel previo de embalse, es independiente de la magnitud del evento. Es decir, que cuando tenga lugar la avenida, cómo se encuentra el embalse no tiene relación con lo anterior. Si que es cierto que si bien se ha analizado la estacionalidad de la muestra caudal picovolumen, también se ha de analizar la variable nivel previo para esas mismas estaciones.

Con todo esto, se tiene un conjunto de hidrogramas de entrada estacionales así como un nivel previo estacional.

El tratamiento aleatorio del nivel previo se compara en todas las estaciones con la hipótesis nivel máximo normal, destacando la variación que existe entre ambas hipótesis. Cabe decir que la hipótesis de suponer un nivel previo igual al nivel máximo normal es muy conservadora en este caso, debiéndose analizar en cada situación.

Hemos de destacar que esta metodología nos permite entender mejor la seguridad hidrológica de presas, permitiéndonos definir con más detalle la seguridad de las mismas así como fijar normas de explotación y finalmente si existiera algún déficit de seguridad establecer las medidas necesarias, lo cual redundaría en una mejora de la inversión.

Finalmente cabe destacar las diferencias que hay entre las dos estaciones, y no sólo entre ellas sino que se puede apreciar la diferencias entre ambas respecto a no considerar la estacionalidad. En este caso, no sepa-

rar las muestras, implica una penalización del invierno e infravalorar la estación verano. En resumen, cabe decir que no considerar la estacionalidad, supone un análisis lejos de la realidad hidrológica y estadística del estado de la cuestión.

13.2. Aportaciones más relevantes

Las aportaciones más relevante que presenta esta tesis se mencionan a continuación:

- Análisis multivariado de los datos. Como ya hemos repetido en varias ocasiones en hidrología de presas no es suficiente con conocer el caudal pico sino el conjunto de variables que lleva intrínsecas el hidrograma de entrada al sistema.
- Mediante la herramienta de las cópulas, siendo estas además de una función de distribución multivariada una medida de la relación que existen entre las variables que intervienen en el modelo, se ha detectado la necesidad de abordar la estacionalidad hidrológica. Es decir, se han separado los eventos en dos estaciones invierno y verano, ya que los episodios que tienen lugar en cada estación son diferentes, caracterizándose los del invierno por hidrogramas con menos caudal pico y mayor volumen y los de verano al contrario, grandes picos con poco volumen. Para llevar a cabo la estacionalidad se hace necesario analizar no sólo los datos máximos anuales de caudal y sus correspondientes volúmenes concomitantes sino usar todos los datos disponibles, es decir, llevar a cabo un análisis de pico sobre un determinado umbral. Las estaciones disponibles en la actualidad raramente disponen de más de 70 años, lo cual implica que si los distribuimos en dos estaciones, se tienen alrededor de 35 datos, lo cual es insuficiente para llevar a cabo las distribuciones marginales que componen la cópula matemática.
- Una vez obtenida la función de distribución de entrada al sistema, cuya estructura es bivariada para cada estación, se lleva a cabo el tránsito de los hidrogramas a lo largo del embalse para cada una de las hipótesis analizadas en lo que respecta al nivel previo de embalse. De todas ellas, la hipótesis más realista es considerar el nivel

previo aleatorio, obteniéndose a partir de la función de distribución del nivel histórica de la presa. Cabe resaltar que este modelo no sólo es válido para presas construidas sino que puede ser utilizado para futuras presas. En este caso, la función de distribución del nivel histórico se puede obtener por simulación en función de los recursos disponible así como de las demandas a satisfacer bajo unas determinadas reglas de operación que podrán ser sancionadas bajo esta metodología.

- Se obtiene una función de distribución también bivariada de los caudales vertidos y sus volúmenes concomitantes. Esto último es muy importante desde el punto de vista que permite continuar el estudio aguas abajo de la presa en cuestión, además de tener una estructura de datos de salida del modelo con la misma naturaleza que la de entrada.
- Indicar finalmente que el modelo es robusto en lo que respecta a que grandes variaciones de las distribuciones marginales de las variables en cuestión se ven muy atenuadas en las marginales de los datos de salida respecto de las mismas variables así como del nivel máximo alcanzado.

13.3. Futuras líneas de investigación

Una vez llevada a cabo esta tesis, al autor le surgen varias ideas que pueden servir para futuros trabajos de investigación, entre los que destacamos los siguientes:

- Hemos visto que para obtener el efecto de un embalse sobre las probabilidades de caudales máximos vertidos y niveles, es necesario analizar las características de las crecidas, al menos en forma bivariada, con el caudal de pico y el volumen de evento. Sin embargo, estos datos en pocos lugares están disponibles, y con la duración necesaria para un análisis estadístico. Lo habitual es disponer de datos hidrometeorológicos de lluvias, y de volúmenes recogidos en el embalse, a través del nivel en éste, si se halla en explotación.

Una línea evidente y necesaria de investigación futura es por lo tanto desarrollar los métodos para obtener los datos necesarios que

permitan el análisis. En particular, la obtención de pares de valores caudal de pico y volumen de crecida a partir de datos de lluvia mediante modelos lluvia-escorrentía, con o sin período de calibración de uno de los datos, o de ambos. En ese sentido, puede resultar interesante la incorporación de filtros digitales como el Filtro de Kalman, ya que los datos de volumen embalsado que es el dato más fácilmente disponible, tiene un error considerable de medición, por oleaje, cubicación, etc.

De esta forma tendríamos una método alternativo de obtener datos de caudal pico y volumen sin necesidad de recurrir a un estudio hidrometeorológico que tantas incertidumbres lleva asociadas.

- Una de las aportaciones más relevantes de esta tesis es que la estructura de los datos de salida es similar a la de entrada, de tal forma que cabía la posibilidad de continuar el estudio aguas abajo. Los casos que se pueden dar son los siguientes:
 1. Caso querer obtener la función de distribución bivariada no inmediatamente a pie de presa, sino en un punto situado aguas abajo donde nos encontramos con una intercuenca que debe ser tenida en cuenta.
 2. Un segundo caso es aquel en que aguas abajo no sólo tengamos una intercuenca sino otra presa. En este caso la entrada a la segunda presa será el caso anterior y la salida se obtendrá aplicando la metodología aquí presentada.
 3. Por último, cabe presentar la confluencia de dos cauces, que a su vez pueden estar regulados o no.

Todas las casuísticas presentadas anteriormente son todos los escenarios que nos podemos encontrar en la realidad y que actualmente no han sido resueltos con exactitud. Es por ello que los citamos de cara a que puedan ser el punto de partida de nuevos estudios basados en esta metodología.

- Para finalizar, queremos indicar la posibilidad que ofrece esta tesis de cara a la definición de normas de explotación de presas y establecimiento de resguardos. Para lo cual se debería llevar a cabo un tratamiento de los datos de niveles históricos de embalse y

mediante simulación obtener nuevas curvas, que satisfaciendo las demandas, cumplan con los niveles máximos previamente establecidos y posteriormente ratificados por la seguridad hidrológica de la presa.

Quedan estos temas como líneas de investigación abierta para futuros desarrollos.

Referencias bibliográficas

Aboleata, M., Bowles, D.S., McClelland, D.M. Gis model for estimating dam failure life loss. In Tenth Engineering Foundation Conference on Risk-Based Decisionmaking in Water Resources: Protection of the Homeland's Water Resources Systems, Santa Barbara, California, Noviembre 2002.

Aboleata, M., Bowles, D.S., McClelland D.M. A model for estimating dam failure life loss. In Proceedings of the Australian Committee on Large Dams Risk Workshop, Launceston, Tasmania, Australia, Octubre 2003.

Aboletata, M., Bowles, D.S., Chen, A. Transportation model for evacuation in estimating dam failure life loss. In Proceedings of the Australian Committee on Large Dams Conference, Melbourne, Victoria, Australia., Noviembre 2004.

Alonso Franco, M. Zaragoza Gomis, G. Normativa sobre seguridad de presas. Especial XX congreso internacional de grandes presas, 2001.

ANCOLD. Guidelines on Risk Assessment. Australian National Committee on Large Dams, Australia, Octubre 2003.

Ashkar, F., and Rousselle, J. 1982. A multivariate statistical analysis of flood magnitude, duration and volume. Statistical analysis of rainfall and runoff, V. P. Singh, ed., Water Resource publication, Fort Collins, Colorado.

Ayyad C., Mateu J., Porcu. E. Inferencia y modelizacion mediante Copulas. Curso 2007-2008. Departamento de Matemáticas. Universidad Jaume I.

- Balkema, A., and de Haan, L. Residual Life Time at Great Age , *Annals of Probability*, 2, pp. 792-804, 1974.
- Barker, M., Vivian, B., Bowles, D.S. Reliability assessment for a spillway gate upgrade design in Queensland, Australia. In *Workshop on Spillway Reliability*, USSD 2005. Annual Conference, San Antonio, Texas, 2005.
- Bras, R. L. *Hydrology: An introduction to hydrologic science*, Addison-Wesley, Reading, Mass, 1990.
- Bedford, T., Cooke, R.M. *Probabilistic Risk Analysis: Foundations and Methods*. Cambridge University Press, 2001.
- Berga, L. Flood Forecasting in Spain. *Procc. of XXIV IAHR International Congress*, Madrid, A 79-88, 1991
- Bortkiewicz, L. Variationsbreite und mittlerer Fehler, *Sitzungsber. Berlin Maths. Ges*, 21, 3-11, 1922.
- Bureau of Reclamation, U.S. Dept. of Interior, Denver. DSO-99-06: A Procedure for Estimating Loss of Life Caused by Dam Failure, Septiembre 1999.
- Bureau of Reclamation, U.S. Dept. of Interior, Denver. Dam safety risk analysis methodology. Version 3.3.1, 2003.
- Campos-Aranda, D. F. (2010). Empirical approach to the bivariate solution for flood design in reservoirs without hydrometrical data. *Agrociencia* 44: 735-752. 2010.
- Castillo Ron, E. y Hadi Ali, S (1997). Fitting Generalized Pareto Distribution to data. *American Statistical Assosiation, Journal of the American Statistical Association*, December 1997, Vol, 92, N° 440.
- Charlwood, Robin, David Bowles, Bruce Muller, Patrick Regan y Eric Halpin. *Recent trends in dam safety management in the USA*, 2002.
- Chauhan, S.S., Bowles, D.S. Incorporating uncertainty into dam safety risk assessment. In *Third International Conference on Dam Safety Evaluation*. Goa, India, Diciembre 2001.

- Chauhan, S.S., Bowles, D.S. Dam safety risk assessment with uncertainty analysis. In Proceedings of the Australian Committee on Large Dams Risk Workshop, Launceston, Tasmania, Australia, Octubre 2003.
- Cherubini, U., Luciano, E. y Vecchiato, W. Copula methods in finance. J. Wiley, Chichester, 2004.
- Chow, V. T., Maidment, D. R., and Mays, L. W. Applied hydrology, McGraw-Hill, Singapore, 1988.
- Clayton, D. G. A model for association in bivariate life tables and its application in epidemiological studies of famialial tendency in chronic disease incidence. *Biometrika* 1978, Vol. 65, pp. 141-151.
- Comité Nacional Español de Grandes Presas. Guía Técnica de Seguridad de Presas: N°4. Avenida de Proyecto, 1997.
- Coles, S. An introduction to statistical modelling of extreme values. Springer-Verlag. London, 2001.
- Cook, R., Johnson, M. A family of distributions for modeling non-elliptically symmetric multivariate data. *Roy. Statist. Soc. Ser. ,No 43*, pp. 210-218, 1981.
- Correia, F. N. Multivariate partial duration series in flood riskanalysis. Hydrologic frequency modeling, V. P. Singh, ed., Reidel, Dordrecht, The Netherlands, 1987.
- Croley, T.E. Gamma synthetic hydrographs. Hydrologic and Hydraulic calculation in Basic for small computers. University of Iowa. Iowa, USA. pp: 26-49, 1980.
- Croley, T. E. 1980a. Dimensionless hydrographs given peak discharge. Synthetic-Hydrograph Computations on Small Programmable Calculators. University of Iowa. Iowa, USA.pp: 98-118, 1980.
- Cunnane, C.(1979). A note on the Poisson assumption in partial duration series models. *Water Resour. Res.*, 15(2), 489-494, 1979.
- Davis, P. J. Gamma function and related functions. Abramowitz, M., and I. A. Stegun (eds). *Handbook of Mathematical Functions*. Dover Publications, Inc. New York, USA. pp: 255-293, 1972.

- De Michele, C., Salvadori, G., Canossi, M., Petaccia, A., and Rosso, R.: Bivariate statistical approach to check adequacy of dam spillway, *J. Hydrol. Eng.*, 10(1), 50-57, 2005.
- DEFRA. Reservoir safety-floods and reservoir safety integration. Secretary of State for the Environment, Transport and the Regions, Agosto 2002.
- Deheuvels, P. Caracterisation compluete des lois extremes multivariatees et de la convergence des types extremes, *Publications de l'Institut de Statistique de l'Université de Paris*, 23, 1-36, 1978.
- Devroye, L. *Non-Uniform Random Variate Generation*. Springer-Verlag, New York, 1986.
- K.J. Douglas, R. Fell, M. Spannagle. Analysis of concrete and masonry dam incidents. Technical report, University of new South Wales, Australia, 1998.
- Embrechts, P., McNeil, A. y Straumann, D.: Correlation: pitfalls and alternatives. *Risk Magazine*, 12, pp. 69-71, 1999.
- Embrechts, P., Lindskog, F. y McNeil, A.: Modelling dependence with copulas and applications to risk management. *Handbook of heavy tailed distributions in finance*, 8(329-384), p.1, 2003.
- Escuder, I (2001). Estudio del comportamiento tenso-deformacional de pedraplenes inundables mediante simulaciones numéricas formuladas en diferencias finitas y calibradas con lecturas de instrumentación. Tesis doctoral, Universidad Politécnica de Valencia, Valencia, España, 2001.
- Favre, A. C., El Adlouni, S., Perreault, L., Thiémonge, N., and Bobée, B.: Multivariate hydrological frequency analysis using copulas. *Water Resour. Res.*, 40, W01101,doi:10.1029/2003WR002456, 2004.
- Fenton, J. D. Reservoir routing. *J. Hydrological Sci.*, 37(3),233-246, 1992
- Ferguson, T.S., Genest, C., Hallin, M. Kendall's tau for serial dependence. *The Canadian Journal of Statistics*, Vol. 28, No. 3, pp.587-604, 2000.

- Fisher, R. A. and L.H.C. Tippett. Limiting forms of the frequency distribution of the largest or smallest member of a sample. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 24, 180-190, 1928
- Fisher, N. I., Switzer, P. Chi-plots for assessing dependence. *Biometrika*, Vol. 72, No. 2, pp. 253-265, 1985.
- Foster, M, Spannagle, M and Fell, R. (1998). Analysis of embankment dam incidents. Report no r-374, University of New South Wales, Septiembre 1998.
- Frèchet, M.R. Sur la loi de probabilité de lécart maximum. *Annales de la Societe Polonaise de Mathematique Cracovie* 6, 93-116, 1927.
- Frèchet, M.R.(1951).Sur les tableaux de corrélation dont les marges sont donnès. *Ann. Univ. Lyon Sci.* 4, 53-58.
- Frèchet, M.R.(1958).Remarques au sujet de la note prècedente. *C.R. Acad. Paris Sèr. I. Math.* 246, 2719-2720.
- Galambos, J.(1987).*The Asymptotic Theory of Extreme Order Statistics*, Robert E. Krieger. Malabar, Florida. 2nd ed.
- Gautam, K.P., van der Hoek, E.E. Literature study on environmental impact of floods. Technical report, Delft Cluster and the Netherlands Centre for River Research, 2003.
- Genest, C., Ghoudi, K., Rivest, L. P. (1995). A Semiparametric Estimation Procedures of Dependence Parameters in Multivariat Families of Distributions. *Biometrika*, Vol. 82, Issue 3, pp. 543-552.
- Genest, C., Boies, J.C. (2003). Detecting dependence with Kendall plots. *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 57, Issue 4, pp.275-284.
- Gnedenko, B. (1943). Sur la distribution limite du terme maximum dune série aléatoire. Translated and reprinted in: *Breakthroughs in Statistics*, I, 1992, Springer-Verlag, 195-225.
- Gnedenko, B., Khinchin, A. Ya., Boron, L. F. (1962). *An Elementary Introduction to the Theory of Probability*. Ed. Eudeba, Buenos Aires.

- Goel, N.K., Seth, S.M., Chandra, S., 1998. Multivariate modeling of flood flows. *Journal of Hydraulic Engineering* 124(2),146-155.
- Membrillera, M. G. de, Escuder, I, González, J. y Altarejos, L. (2003). Aplicación del análisis de riesgos a la seguridad de presas. Universidad Politécnica de Valencia, 2005, ISBN 84-9705-779-1.
- G. de Membrillera, M., Escuder, I., González J., Altarejos, L. Aplicación del análisis de riesgos a la seguridad de presas. Universidad Politécnica de Valencia, 2005.
- Gumbel, E. J. (1958). *Statistics of extremes*, Columbia Univ. Press.
- Gumbel, E.J., 1960. Multivariate extreme distributions. *Bulletin of the International Statistical Institute* 39 (2), 471-475.
- Hartford, Baecher, G.B. and Desmond, N.D. *Risk and Uncertainty in Dam Safety* (Hardback). Thomas Telford Ltd. ISBN: 9780727732705.
- Hartford, D.N.D. Risk analysis: a structured basis for dam safety assessment. CESI Workshop on Risk Methodologies in Dam Safety, Milan-Italy, Noviembre 2005.
- Hoeffding, W. 1940. Maszstabinvariante Korrelationstheorie. *Schriftenr. Math. Inst. Inst. Angew. Math. Univ. Berlin*, 5, 181-233.
- Hosking, J.R.M., and Wallis, J.R. (1987). Parameter and Quantile Estimation for the General Pareto Distribution. *Technometrics*, 29, N°3, 339, 349.
- ICOLD. Bulletin 130: Risk Assessment In Dam Safety Management: A reconnaissance of benefits, methods and current applications. International Commission on Large Dams - Committee on Dam Safety, Francia, 2005.
- European Union. 4th Project Workshop on Investigation of Extreme Flood Processes and Uncertainty, Zaragoza, Spain, 2004.
- Joe, H. (1997). *Multivariate Models and Dependence Concepts*. Chapman Hall, London 1997.

- Joe, H. (2005). Asymptotic efficiency of the two-stage estimation method for copula-based models. *Journal of Multivariate Analysis*. Vol. 94, pp. 401-419.
- Jonkman, S.N., van Gelder, P.H., Vrijling, J.K. Loss of life models for sea and driver floods. In *Flood Defence*. Science Press, New York Ltd., 2002.
- Jonkman, S.N. Global perspectives on loss of human life caused by floods. *Journal of Natural Hazards* - Vol.34, pages pp.151-175, 2005.
- Johnson, M.E.: (1987) *Multivariate Statistical Simulation*. J. Wiley Sons, New York.
- Jonkman, S.N., Lentz, A. Propositions for loss of life modelling in risk assessment. Delft University of Technology, Holanda; Technical University of Munich, Alemania.
- Krstanovic, P. F., and Singh, V. P. 1987. A multivariate stochastic flood analysis using entropy. *Hydrologic frequency modeling*, V. P. Singh, ed., Reidel, Dordrecht, The Netherlands, 515-539.
- Kreuzer, H. The use of risk analysis to support dam safety decisions and management. In *20^o International Congress ICOLD*, Beijing, 2000.
- Leadbetter, M.R., G. Lindgren, H. Rootzén (1983). *Extremes and Related Properties of Random Sequences and Series*. Springer-Verlag, New York-Heidelberg-Berlin, 336 pp.
- Lentz, A., Rackwitz, R. Loss-of-life modelling in risk acceptance criteria. Technical report, Institut für Baustoffe und Konstruktion, Technische Universität München, Alemania, 2004.
- Lewin, J., Ballard, G., Bowles, D.S. Spillway gate reliability in the context of overall dam failure risk. In *Presented at the 2003 USSD Annual Lecture*, Charleston, South Carolina, April 2003.
- Ling, C. H. (1965). Representation of associative functions. *Publ. Math. Debrecen*, No 12, pp. 189-212.

- Maijala, T. Rescdam:development of rescue actions based on dam-break flood analysis. Technical report, Finnish Environment Institute, Helsinki, Finlandia, 2001.
- Mediero, L., Jiménez-Álvarez, A. and Garrote, L. Design flood hydrographs from the relationship between flood peak and volume Hydrology and Earth System Sciences, Vol:14/2495-2505/2010.
- Mises, R. von (1936).La distribution de la plus grande de n valeurs. Reproduced in Selected Papers of Richard von Mises, II (1954). American Mathematical Society 271-294.
- Morgan, M.G., Henrion, M.(1990) Uncertainty: A Guide to Dealing with Uncertainty in Quantitative Risk and Policy Analysis. Cambridge University Press, 1990.
- Nash, J. E. (1957). The form of the instantaneous unit hydrograph. IAHS Publication, 45(3-4), 114-121.
- Nelsen, R. B. (1999). An introduction to copulas. Springer, New York.
- Oakes, D. (1982). A model for association in bivariate survival data. J.Roy.Statist. Soc. Ser., No 44, pp. 414-422.
- Oakes, D. (1994). Multivariate survival distributions. J. Nonparam. Statist., 3-4, pp. 343-354.
- Oliveria, J.T.D., 1975. Bivariate extremes: extensions. Bulletin of the International Statistical Institute 46 (2), 241-251.
- Oliveria, J.T.D., 1982. Bivariate extremes: models and statistical decision. Technical Report no.14, Center for Stochastic Processes, Department of Statistics, University of North Carolina, Chapel Hill, NC, USA.
- Pickands, J. (1975). Statistical inference using extreme order statistics. Annals of Statistics, 3:119-131.
- Pickands, J. (1984). Spline and Isotonic Estimati3n of the Pareto Function. Statistical extremes and aplicattions, ed J. Tiago de Oliveira, NATO ASI Series Dordrecht: Reidel, pp 285-296

- Pickands, J. (1993). Bayes Quatile Estimation and Threshold Selection for the Generalized Pareto Family Proceedings of the conferece on extreme value theory and its applicattions, eds J. Galambos et al., Gaithersburg, MD: Kluwer, pp 123-138.
- Quesada-Molina, J. J. 1992. A generalization of an identity of Hoeffding and some applications. *J. Ital. Stat. Soc.*, 3, 405-411.
- The distribution of the maxima of a random curve. *American Journal of Mathematics* 61, 409-416.
- Rodriguez-Trelles, Mariano de Andrés y Penas Mazaira, Jesús. (2003). Presas. Seguridad y percepción del riesgo. *Revista de Obras Públicas*, nº 62, año 2003.
- Rosqvist, T. On the us of expert judgement in the qualification of risk assessment. PhD thesis, University of Technology, Espoo, Finland, Diciembre 2003.
- Rubín de Céliz Caballero, Moisés (2003). Seguridad de presas: pasado, presente y futuro. *Revista de Obras Públicas* nº 62. 2003.
- Sánchez Caro, F.J. Aproximación histórica y estadística a los incidentes en presas. Premiado en la 6ª Convocatoria del Premio José Torán, 2005.
- Sánchez Caro, F.J. Seguridad de Presas: Aportación al análisis y control de deformaciones como elemento de prevención de patologías de origen geotécnico. Tesis doctoral, ETSICCP-Universidad Politécnica de Madrid, Madrid, España, 2007.
- Shih, J. H. ,Louis, T. A. (1995). Inferences on the Association Parameter in Copula Models for Bivariate Survival Data. *Biometrics*, Vol. 51, No. 4, pp. 1384-1399, 1995.
- Sklar, A. Fonctions de repartition a n dimensions et leurs marges. *Inst Statist Univ Paris*, Vol. 8, pages pp.229-331, 1959.
- Sklar, A. y Schweizer, B. Probabilistic Metric Spaces. North-Holland, New york, 1983.

- Soil Conservation Service. Hydrology. National engineering handbook, Sec. 4, Soil Conservation Service, U.S. Department of Agriculture, Washington, D.C, 1972.
- Sordo Ward, A. (2009). Tesis doctoral: Metodología de análisis del efecto laminador de los embalses bajo un enfoque probabilístico. Universidad Politécnica de Madrid. Madrid. 2009.
- Martín Soldevilla, M. J. y Aberturas Ajenjo, P. Las cúpulas en la caracterización de sucesos multivariantes. Aplicación al diseño de estructuras. Monografía. CEDEX, 2007.
- Sorianno Peña, A y Escuder Bueno, I. 2008. El comportamiento de las presas y la gestión integral de su seguridad. Revista de Obras Públicas. N° 3.493. Noviembre 2008.
- Témez, J.R. Cálculo hidrometeorológico de caudales máximos en pequeñas cuencas naturales. Dirección General de Carreteras, M.O.P.U., Madrid, 1978.
- Triana, E., Escuder, I., G. Membrillera, M. Estimación de personas en riesgo y pérdida de vidas por avenida en la cuenca baja del Túria utilizando cartografía de usos del suelo. In Instituto Geológico y Minero de España, editor, INUNMAP-Jornadas técnicas sobre cartografía de peligrosidad de inundaciones, 2006.
- Triana, E., Escuder, I., G. Membrillera, M. Interacciones de aspectos de seguridad de presas con la explotación de sistemas de recursos hídricos. In XXII Congreso Latinoamericano de Hidráulica, Ciudad Guayana, Venezuela, 2006.
- Triana, E. Contribución a la estimación de consecuencias de fallo y rotura de presas en el contexto del análisis de riesgos. Tesis doctoral, Universidad Politécnica de Valencia, Valencia, España, Febrero 2007.
- Tsukahara, H. (2005). Semiparametric estimation in copula models. The Canadian Journal of Statistics, Vol. 33, No. 3, pp. 357-375, 2005.
- van Gelder, P.H.A.J.M., Vrijling, J.K. Reliability based design of flood defenses and river dikes. Technical report, Department of Civil Engineering, Delft University of Technology, Holanda, 2003.

- Vrijling, J.K. Probabilistic design of water defense systems in the Netherlands. *Reliability Engineering and System Safety* - Vol.74, pages pp.337-344, 2001.
- Wald, A. *Sequential analysis*. Wiley, New York, 1947
- Z. Wang, D.S. Bowles. Overtopping breaches for a long dam estimated using a three-dimensional model. In *Proceedings of the 2006 USSD Annual Lecture*, San Antonio, Texas, Junio 2006.
- Yue, S., Ouarda, T. B. M. J., Bobée, B., Legendre, P., and Bruneau, P. The gumbel mixed model for flood frequency analysis. *J. Hydrol.*, 226, 88-100, 1999.
- Yue, S. 2001a. A bivariate extreme value distribution applied to flood frequency analysis. *Nord. Hydrol.*, 32(1), 49-64.
- Yue, S. 2001b. The bivariate lognormal distribution to model a multivariate flood episode. *Hydrolog. Process.*, 14, 2575-2588, 2001.
- Zhang, L. and Singh, V. P. Trivariate flood frequency analysis using the Gumbel-Hougaard Copula, *J. Hydrol. Eng.*, 12(4), 431-439, 2007.

