

ANÁLISIS GEOMÉTRICO Y ESTEREOTÓMICO DE LA BÓVEDA BAÍDA DE PIEDRA DE BAB AL-FUTUH EN EL CAIRO

GEOMETRIC AND STEREOTOMIC ANALYSIS OF THE STONE SAIL VAULT OF BAB AL-FUTUH IN CAIRO

Pau Natividad Vivó; orcid: 0000-0003-4568-5827

Macarena Salcedo Galera; orcid: 0000-0002-8962-5191

José Calvo López; orcid: 0000-0001-5411-2364

Ricardo García Baño; orcid: 0000-0002-1166-5281

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA

doi: 10.4995/ega.2025.23233

En las murallas fatimíes de El Cairo hay una puerta llamada Bab al-Futuh, construida en el siglo XI, cuyo pasaje está cubierto por bóvedas de piedra de cantería. La principal es una bóveda baída muy interesante, cuya forma y disposición constructiva son poco comunes en Egipto en esa época, pero que se asemeja a otras bóvedas de piedra de edificios bizantinos del norte de Siria y Armenia. Este estudio analiza su geometría a partir de una nube de puntos obtenida por fotogrametría y revisa su estereotomía, excepcionalmente precisa a pesar de la temprana fecha de construcción. Finalmente, se discuten las posibles técnicas de talla empleadas.

PALABRAS CLAVE: BAB AL-FUTUH, MURALLAS FATIMÍES, EL CAIRO, CÚPULA REBAJADA, PECHINAS, BÓVEDA BAÍDA, GEOMETRÍA, ESTEREOTOMÍA, CANTERÍA, BIZANCIO

In the Fatimid walls of Cairo there is a gate called Bab al-Futuh, built in the 11th century, whose passageway is covered by ashlar stone vaults. The main one is a very interesting sail vault, whose shape and construction arrangement are uncommon in Egypt at that time but resemble other stone vaults found in Byzantine buildings from northern Syria and Armenia. This study analyzes its geometry based on a point cloud obtained through photogrammetry and reviews its stereotomy, exceptionally precise despite the early construction date. Finally, the possible carving techniques employed are discussed.

KEYWORDS: BAB AL-FUTUH, FATIMID WALLS, CAIRO, SHALLOW DOME, PENDENTIVES, SAIL VAULT, GEOMETRY, STEREOTOMY, ASHLAR MASONRY, BYZANTIUM



1. Bab al-Futuh vista desde extramuros (fotografía de los autores)

1. Bab al-Futuh seen from outside the walls (photograph by the authors)

Bab al-Futuh

Alrededor del año 1066 diferentes facciones del ejército egipcio empezaron a enfrentarse, primero en El Cairo y luego por todo el país, provocando una guerra civil. El califa fatimí al-Mustansir Billah, incapaz de controlar la situación, solicitó ayuda al general armenio Badr al-Jamali, gobernador de Acre. Al-Jamali llegó a El Cairo con sus tropas en 1073 y puso fin a la guerra. Tras ello, fue nombrado visir militar (Lev 1991, 44-48).

Al-Jamali ordenó construir unas nuevas murallas de piedra en El Cairo, de las que se conservan algunas partes: al norte hay un tramo con dos puertas fortificadas llamadas Bab al-Nasr y Bab al-Futuh (fig. 1) y al sur hay otra puerta llamada Bab Zuwayla (Creswell 1:161-206; Williams [1985] 2002, 141-142 y 183-185; Behrens-Abouseif 1989, 67-72; Pradines 2018, 129-135). Las murallas se estructuran verticalmente en tres niveles: el primero es sólido y sin aberturas excepto las entradas, el segundo alberga pasillos y estancias abovedadas con nichos y ventanas saeteras y el tercero lo compone el adarve. Una inscripción que recorre horizontalmente el lienzo de la muralla junto a Bab al-Futuh conmemora el inicio de las obras y a sus promotores: “El trabajo comenzó en Muharram del año 480”, es decir, entre abril y mayo de 1087 del calendario gregoriano, y fue ordenado construir por “el imam al-Mustansir billah, emir de los creyentes” y “el emir de los ejércitos,

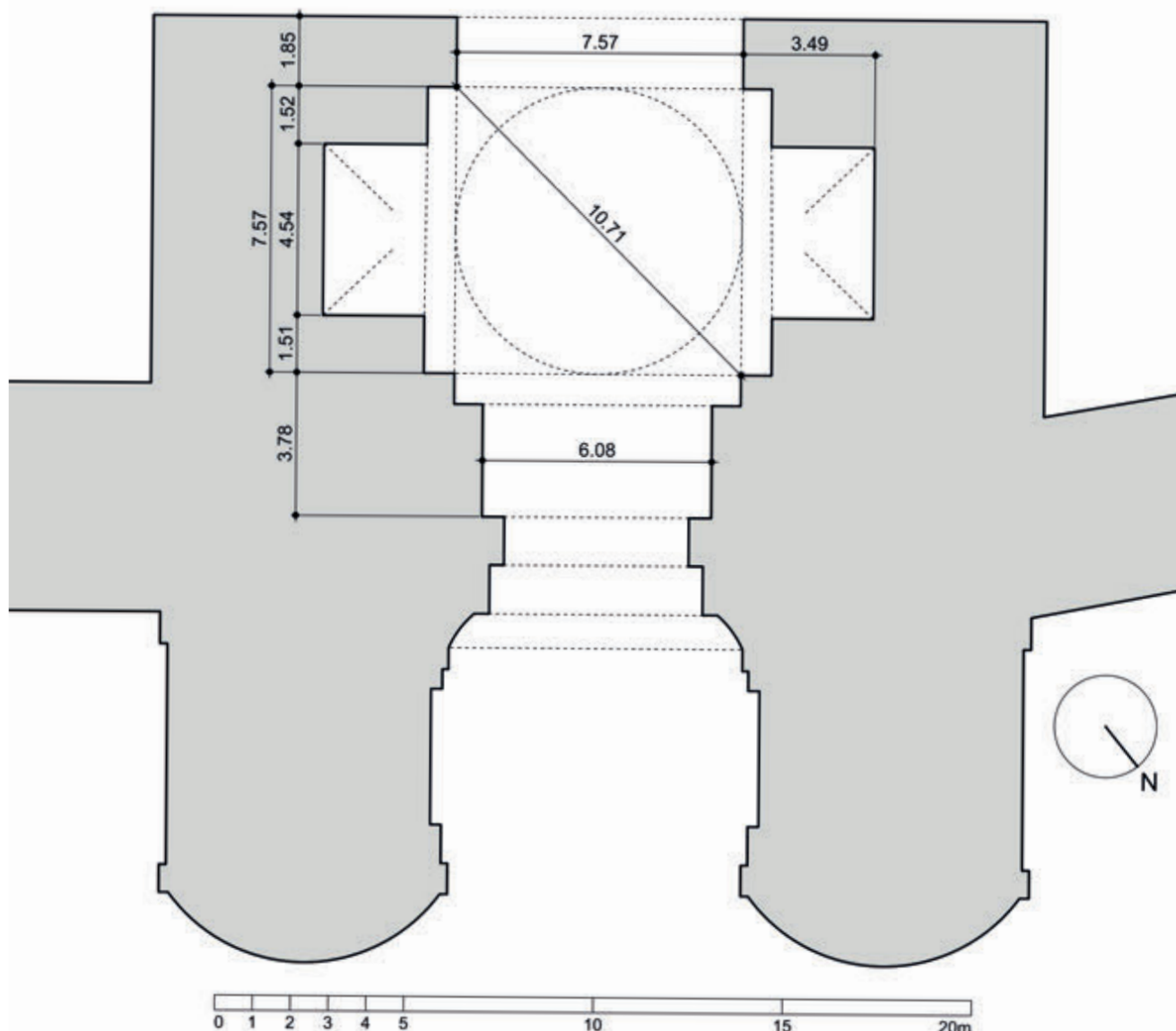
Bab al-Futuh

Around the year 1066, different factions of the Egyptian army began to clash, first in Cairo and then throughout the country, leading to a civil war. The Fatimid Caliph al-Mustansir Billah, unable to control the situation, sought help from the Armenian general Badr al-Jamali, governor of Acre. Al-Jamali arrived in Cairo with his troops in 1073 and ended the war. Following this, he was appointed military vizier (Lev 1991, 44-48).

Al-Jamali ordered the construction of new stone walls in Cairo, some parts of which are still preserved today. To the north, a section remains with two fortified gates known as Bab al-Nasr and Bab al-Futuh (fig. 1), while to the south, there is another gate called Bab Zuwayla (Creswell 1:161-206; Williams [1985] 2002, 141-142 and 183-185; Behrens-Abouseif 1989, 67-72; Pradines 2018, 129-135). The walls are structured vertically into three levels: the first is solid with no openings except for the entrances, the second contains corridors and vaulted chambers with niches and arrow slits, and the third consists of the parapet walk. An inscription running horizontally along the wall next to Bab al-Futuh commemorates the beginning of the construction and its sponsors: “The work began in Muharram of the year 480,” meaning between April and May 1087 in the Gregorian calendar, and it was ordered to be built by “the Imam al-Mustansir Billah, Commander of the Faithful,” and “the Emir of the Armies, the Sword of Islam, (...) Abul-Najm Badr,” referring to Caliph al-Mustansir and Vizier al-Jamali, respectively (Combe et al. 1936, 237-239, No. 2762).

The Gate of Conquest, or Bab al-Futuh, consists of two towers that protrude from the wall and flank the entrance to the city (fig. 2). It is built of ashlar masonry and structured into three levels. The first level of the central body houses the entrance, covered by a lintel with voussoirs featuring broken joints and a splayed arch adorned with bas-reliefs of rhombuses decorated with crosses and rosettes. The entrance leads to a passage covered with stone vaults, whose courses alternate between light and dark colors. Notable features include two quarter-sphere vaults and a shallow dome resting on pendentives (fig. 3). At first glance, the dome and pendentives appear to conform to the same spherical surface, forming a sail vault, though this will be analyzed further. The





2

second level of the central body consists of a rooftop with crenelated parapets.

The side towers have flat facades, except for the two cylindrical protrusions. The first level is solid and decorated with blind semicircular arches. The two arches next to the entrance feature voussoirs with rusticated surfaces. The second level connects to the corridors of the walls and contains two rooms with groin vaults and niches with arrow slits. When viewed from the exterior, the arrow slits are framed within recessed panels with moldings decorating their edges. The third level features rooftops with crenelated parapets.

Bab al-Futuh contains a significant number of finely crafted masonry elements, especially considering its early construction date. The cylindrical facades of the towers include two round-arched openings, the passage features two quarter-sphere vaults and a dome on

la espada del islam, (...) Abul-Nadjm Badr”, es decir, el califa al-Mustansir y el visir al-Jamali respectivamente (Combe et al. 1936, 237-239, N.º 2762).

La Puerta de la Conquista o Bab al-Futuh está compuesta por dos torres que sobresalen de la muralla y flanquean la entrada a la ciudad (fig. 2). Está construida con cantería y se estructura en tres niveles. El primer nivel del cuerpo central alberga la entrada, cubierta con un dintel de dovelas con juntas rotas y un arco abocinado con bajorrelieves de rombos decorados con cruces y rosetones. La entrada conduce a un pasaje cubierto con bóvedas de piedra con hiladas que alternan colores claros y oscuros. Destacan dos medias bóvedas esquifadas y una cúpula rebajada sobre pechinas (fig. 3). A primera vista, parece que la cúpula y las pechinas se ajustan a la misma superficie esférica, formando una bóveda baída, aunque esto se analizará más adelante. El segundo nivel del cuerpo central lo ocupa una azotea con parapetos almenados.

Las torres laterales tienen fachadas planas, excepto las dos salientes cilíndricas. El primer nivel es macizo y está decorado con arcos semicirculares ciegos. Los dos arcos junto a la entrada tienen dovelas con almohadillado. El segundo



2. Planta de Bab al-Futuh a nivel del suelo (dibujo de los autores a partir de Creswell)
3. Bóvedas en el pasaje de Bab al-Futuh (fotografía de los autores)

2. Ground plan of Bab al-Futuh (drawing by the authors based on Creswell)
3. Vaults in the passage of Bab al-Futuh (photograph by the authors)



3

nivel se conecta con los pasillos de las murallas y presenta dos estancias con bóvedas de arista y nichos con ventanas saeteras. Las saeteras, vistas desde el exterior, están enmarcadas dentro de paneles rehundidos con bordes decorados con molduras. En el tercer nivel hay azoteas con parapetos almenados.

Bab al-Futuh contiene una significativa cantidad de elementos de cantería de calidad excepcional, sobre todo si tenemos en cuenta su temprana fecha de construcción. En las fachadas cilíndricas de las torres hay dos arcos en torre redonda, en el pasaje vemos dos medias bóvedas esquifadas y una cúpula sobre pechinas, en las estancias de las torres hay dos bóvedas de arista y en otros lugares existen bóvedas de cañón y arcos semicirculares. Bab al-Nasr y Bab Zuwayla también tienen elementos de cantería similares, incluyendo una escalera de caracol con una bóveda de cañón de directriz helicoidal (Tamborero 2006; Zaragoza 2007; Salcedo y García 2022).

Influencias bizantinas

Las puertas fortificadas fatimíes muestran características arquitectónicas que son extrañas en Egipto en esa época, pero que, según muchos investigadores,

pendentives, the rooms inside the towers house two groin vaults, and elsewhere there are barrel vaults and semicircular arches. Bab al-Nasr and Bab Zuwayla also contain similar masonry elements, including a spiral staircase with a helicoidal barrel vault (Tamborero 2006; Zaragoza 2007; Salcedo and García 2022).

Byzantine Influences

The fortified Fatimid gates exhibit architectural features that were unusual in Egypt at the time but that, according to many researchers, connect them to contemporary Byzantine military constructions in northern Syria and Armenia (Creswell, [1952] 1978 1:206-217; Williams [1985] 2002, 142; Behrens-Abouseif 1989, 72; Tabbaa 1992, 34-35; Fourdrin 1998, 293-294; Bloom 2000, 246; Yovitchitch 2011, 109-113; Pradines 2018, 129-135).



First, they incorporate numerous structures based on the circular arch, such as barrel vaults, groin vaults, domes, and pendentives. Second, they feature similar defensive solutions, such as niches with arrow slit windows. Third, they were built with finely crafted ashlar masonry. Fourth, they employ a decorative lexicon typical of Byzantine architecture, including rusticated voussoirs, alternating light and dark masonry courses, and continuous moldings framing windows and other elements.

Researchers also reference a historical account compiled by Abu Salih al-Armani in the 13th century (translated in: Evetts 1895, 151-152) and later reiterated by al-Maqrizi in the 15th century (translated in: Casanova 1920, 90). The former states that the walls were designed by a Coptic monk named John, while the latter claims that the three gates were built by three Armenian brothers from the city of Edessa. Based on this, the most widely accepted hypothesis today is that General al-Jamali brought with him a group of Armenian and Syrian architects and stonemasons specialized in military construction. It was likely these craftsmen who designed and built the walls and gates, explaining the evident Byzantine influences.

The Dome on Pendentives

The dome and pendentives are structured in round courses (fig. 4): the pendentives consist of six courses numbered 1 to 6, while the dome has nine courses numbered 7 to 15. The entire intrados is smooth, except for course 14, where, despite deterioration, decorative incisions can be observed. As previously noted, the dome and pendentives appear to conform to the same spherical surface. Meanwhile, the perimeter arches beneath the pendentives have a semicircular geometry. Their intrados consists of a cylindrical surface and a beveled edge that seems to align with the intrados of the pendentives and the dome.

Photogrammetric Survey

A photogrammetric survey of the dome on pendentives was conducted. This technique allows for the creation of a three-dimensional model from photographs taken from different positions. A Canon EOS 5D Mark II camera with a Canon EF 24–70 mm f/2.8 lens was used for this purpose. The photographs, with a resolution of 5616 x 3744 pixels, were

las relacionan con las construcciones bizantinas militares contemporáneas del norte de Siria y Armenia (Creswell, [1952] 1978 1:206-217; Williams [1985] 2002, 142; Behrens-Abouseif 1989, 72; Tabbaa 1992, 34-35; Fourdrin 1998, 293-294; Bloom 2000, 246; Yovitchitch 2011, 109-113; Pradines 2018, 129-135). En primer lugar, albergan numerosas estructuras basadas en el arco circular, como bóvedas de cañón, bóvedas de arista, cúpulas o pechinas. En segundo lugar, presentan soluciones defensivas semejantes, como los sistemas de nichos con ventanas saeteras. En tercer lugar, se construyeron con piedra de cantería labrada con gran pericia. Y, en cuarto lugar, utilizan un léxico decorativo propio de la arquitectura bizantina, como las dovelas con almohadillado, las hiladas alternando colores claros y oscuros, o las molduras continuas que enmarcan ventanas y otros elementos.

Los investigadores también hacen referencia a la historia recopilada por Abu Salih al-Armani en el siglo XIII (traducción en: Evetts 1895, 151-152) y retomada por al-Maqrizi en el siglo XV (traducción en: Casanova 1920, 90): el primero dice que las murallas fueron diseñadas por un monje copto llamado Juan y el segundo afirma que las tres puertas fueron construidas por tres hermanos armenios de la ciudad de Edessa. En base a todo esto, la hipótesis más defendida hoy en día es que el general al-Jamali trajo consigo a un grupo de arquitectos y canteros armenios y sirios especializados en construcción militar. Seguramente fueron estos quienes proyectaron y construyeron las murallas y puertas y, por esta razón, presentan influencias bizantinas.

La cúpula sobre pechinas

La cúpula y las pechinas están divididas en hiladas redondas (fig. 4): las pechinas tienen seis hiladas numeradas del 1 al 6 y la cúpula tiene nueve hiladas numeradas del 7 al 15. Todo el intradós es liso, excepto en la hilada 14, donde, a pesar del deterioro, se observan incisiones decorativas. Como ya se ha indicado antes, parece que la cúpula y las pechinas se ajustan a la misma superficie esférica. Por su parte, los arcos perimetrales bajo las pechinas tienen una geometría semicircular. Su intradós está formado por una cara cilíndrica y otra biselada que parece ajustarse al intradós de las pechinas y la cúpula.

Levantamiento fotogramétrico

Se ha realizado un levantamiento fotogramétrico de la cúpula sobre pechinas. Esta técnica permite obtener un modelo tridimensional a partir de fotografías tomadas desde diferentes posiciones. Para ello, se empleó una cámara Canon EOS 5D Mark II y un objetivo Canon EF 24–70 mm f/2.8. Las fotografías, de 5616 x 3744 píxeles, fueron procesadas en los softwares de fotogrametría Metashape y 3DF Zephyr y se obtuvieron dos nubes de puntos, aunque finalmente se seleccionó la obtenida con 3DF Zephyr, pues tenía menos ruido. Se trata de una nube de 4.192.610 puntos que representa el intradós de todos los arcos y bóvedas. Esta nube se guardó en formato E57 y se importó al software de modelado Rhinoceros, donde fue escalada utilizando las medidas conocidas y orientada considerando la cara superior de la imposta como horizontal (fig. 6).



4. Detalle de la cúpula, una pechina y dos arcos perimetrales (imagen de los autores)

4. Detail of the dome, a pendentive, and two perimeter arches (image by the authors)



4

A partir de la nube se generaron varias vistas ortográficas (figs. 6, 7, 8 y 9). La planta vista desde abajo se obtuvo seccionando la nube con un plano horizontal por encima de la imposta y observando las bóvedas desde un punto de vista inferior. Las secciones longitudinal, transversal y diagonal se obtuvieron seccionando la nube con varios planos verticales pasantes por el eje vertical de la cúpula.

Todos los arcos y bóvedas del pasaje de Bab al-Futuh parecen estar generados a partir de geometrías semicirculares. Para realizar una verificación visual de esta hipótesis, se han dibujado, en las vistas ortográficas anteriores, círculos ajustados a las superficies de intradós y se ha confirmado que se ajustan bastante bien. Aparecen algunas desviaciones menores, como el descenso de las hiladas superiores de la cúpula, pero conviene recordar que

processed using the photogrammetry software Metashape and 3DF Zephyr, resulting in two point clouds. Ultimately, the point cloud obtained with 3DF Zephyr was selected due to its lower noise level. This cloud consists of 4,192,610 points, representing the intrados of all the arches and vaults. It was saved in E57 format and imported into the modeling software Rhinoceros, where it was scaled using known measurements and oriented by considering the upper face of the impost as horizontal (fig. 6).

Several orthographic views were generated from the point cloud (figs. 6, 7, 8, and 9). The plan view from below was obtained by sectioning the cloud with a horizontal plane above the impost and observing the vaults from a lower viewpoint. The longitudinal, transversal, and diagonal sections were obtained by sectioning the cloud with several vertical planes passing through the dome's vertical axis.

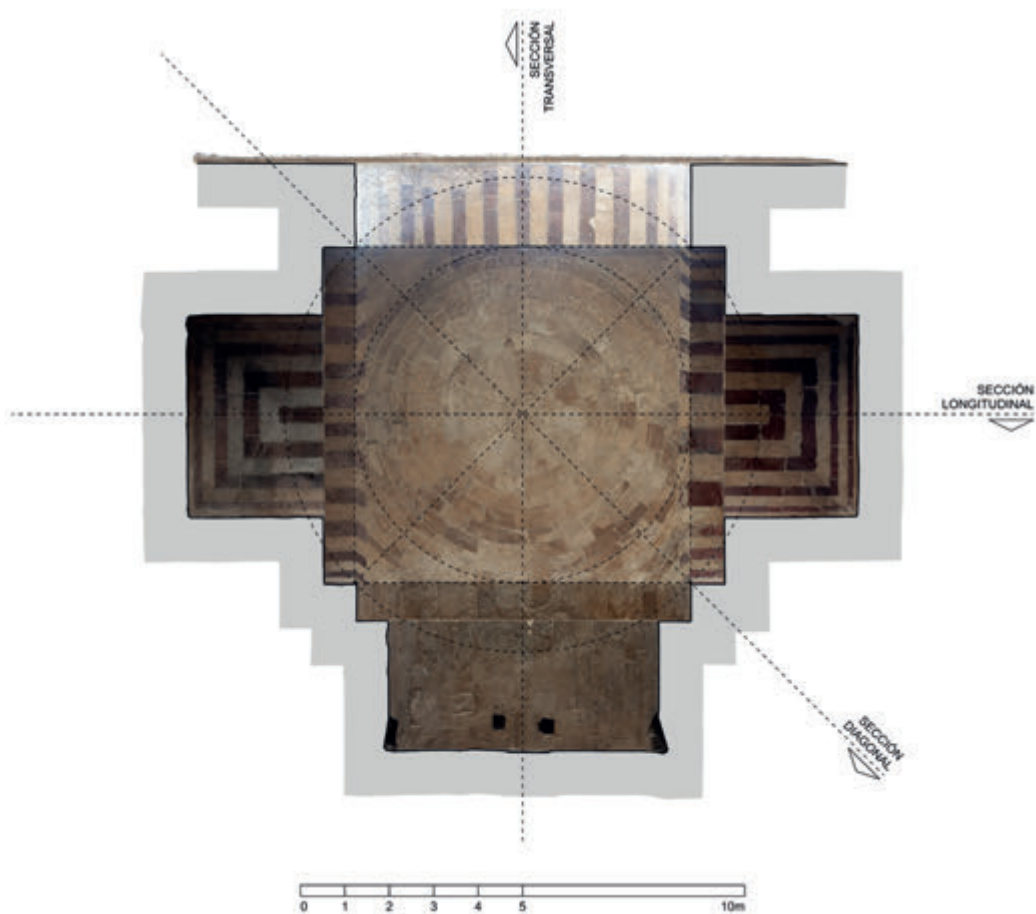
All the arches and vaults in the passage of Bab al-Futuh appear to be generated from semicircular geometries. To visually verify this hypothesis, circles were drawn in the previous orthographic views to fit the intrados surfaces, confirming a strong correlation. Some minor deviations were observed, such as the lowering of the upper courses of the dome. However, it is important to remember that such deformations are common in historic constructions and typically occur when the structure first bears a load, after the centering is removed, or over time due to settlement.

The circles also reveal a characteristic common to the arches and vaults that is not visible at first glance. In the longitudinal, transversal, and diagonal sections, all circle centers are aligned on the same horizontal line, indicating that the centers and axes of all the arches and vaults lie in the same horizontal plane. This horizontal plane, which we have named the springing plane, does not coincide with the impost plane but rather with the bedding joint between the first and second course above the impost. At this point, we can assert that while the arches and vaults begin constructively at the impost plane, they begin geometrically at the springing plane.

Finally, it is worth noting that the point cloud has a lower density in some areas of the walls, just above the impost. This is because these parts were obscured by the impost when photographing from ground level and



5

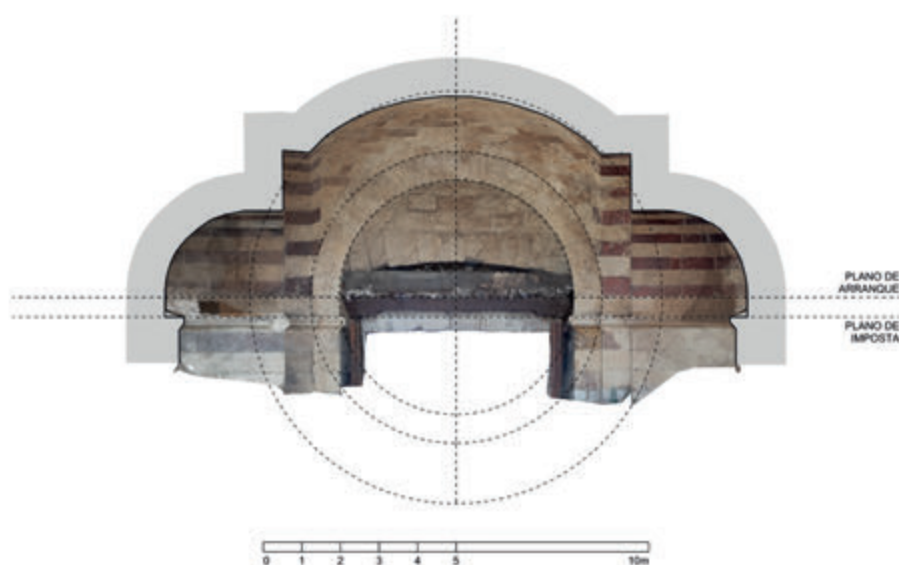


6

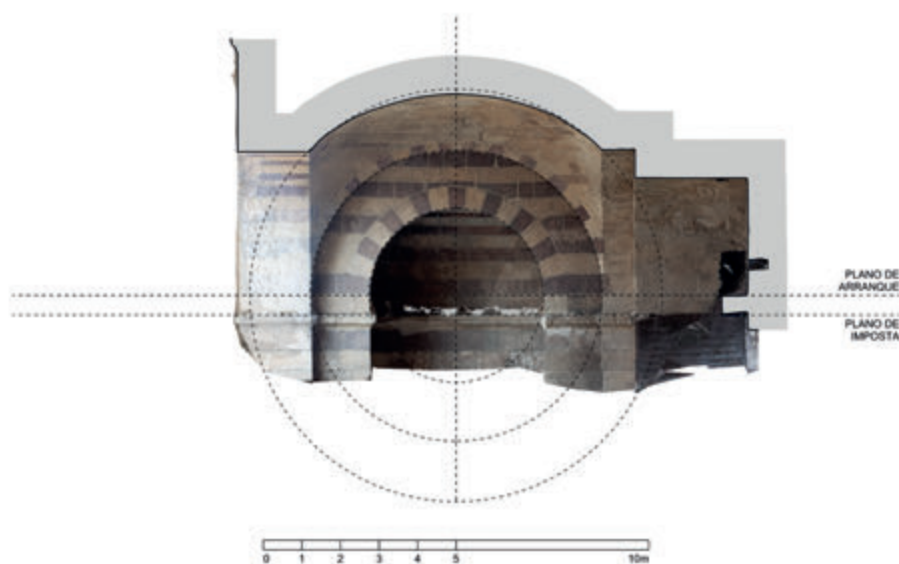


5. Nube de puntos vista desde abajo (dibujo de los autores)
6. Planta vista desde abajo (dibujo de los autores)
7. Sección longitudinal (dibujo de los autores)
8. Sección transversal (dibujo de los autores)
9. Sección diagonal (dibujo de los autores)

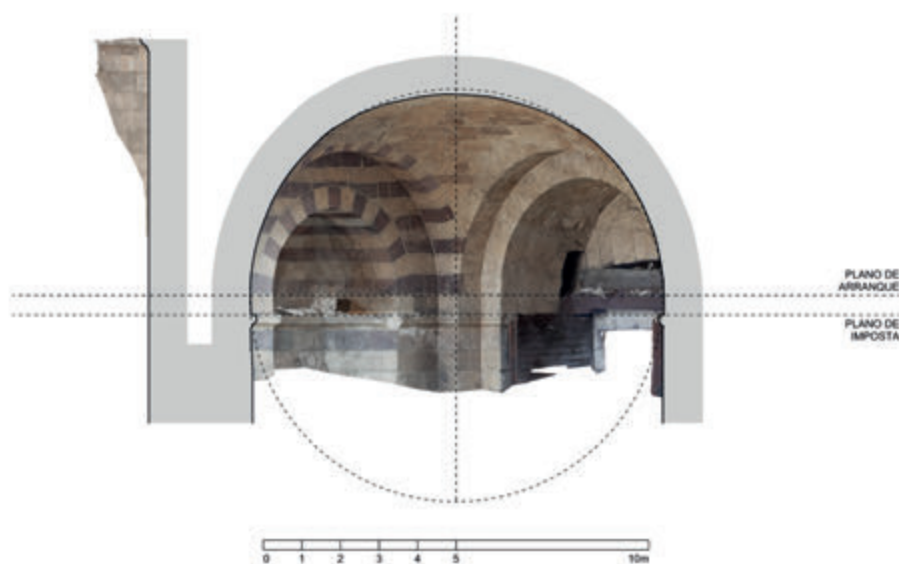
5. Point cloud viewed from below (drawing by the authors)
6. Plan view from below (drawing by the authors)
7. Longitudinal section (drawing by the authors)
8. Transversal section (drawing by the authors)
9. Diagonal section (drawing by the authors)



7



8



9

could not be recorded or processed by the photogrammetry software. Such occlusions are common in surveys, whether conducted through photogrammetry or laser scanning. However, in this case, the occlusions did not pose any issues, as they are very minor in the arches and nonexistent in the pendentives and dome.

Geometric Analysis

The geometric analysis was carried out using Rhinoceros software. First, the point cloud was cleaned by removing irrelevant points and retaining those that represent the dome, pendentives, and arches. In the case of the arches, points below the springing plane were also removed. Next, a horizontal square of 7.57×7.57 meters was drawn at the springing plane, with vertices at the corners between the arches (fig. 10). This square, viewed from below, serves as a graphic reference: the points inside it are believed to be part of the same spherical surface, that is, the dome, the pendentives, and the beveled faces of the arches, while points outside the square correspond to the cylindrical faces of the arches.

The points of the cylindrical faces of the arches were used for further checks (fig. 11). These points were orthogonally projected onto four vertical planes located on the sides of the reference square. Then, four circles were drawn to best fit the projected points, and their diameters and centers were obtained. Finally, the deviations of the diameters and the heights of the centers relative to the reference square with a side length of 7.57 meters were calculated (table 1). None of the deviations exceed 1.1%, confirming that the springing plane is at the correct height and that the four arches are semicircular.



Next, the points of the dome, pendentives, and the beveled faces of the arches were analyzed to check if they fit the same spherical surface. To do this, a reference hemisphere was drawn with its center at the center of the reference square and a diameter equal to the diagonal of the reference square, which is 10.71 meters. Then, using a Python script written by the authors, the distances between all the points and the hemisphere were calculated (table 2). For better visualization, the script colors the points on a range from blue to yellow based on their distance to the hemisphere. Blue represents the minimum distance obtained (0.000 meters), while yellow represents the maximum distance obtained (0.156 meters). For intermediate distances, the color applied is an interpolation between blue and yellow (fig. 12).

Thanks to the information provided by the script, it was verified that 76.1% of the points on the dome, the pendentives, and the beveled faces of the arches are at a distance equal to or less than 0.063 meters from the hemisphere. This confirms that the points fit very well onto the same spherical surface, and since they cover a square area, it can be stated that they define a sail vault. Most of the points are colored blue, except at the top, where there is a yellow area that represents the descent of several courses. This deviation affects many points, but it is important to note that the maximum distance obtained was 0.156 meters, which represents a deviation of 2.9% from the radius of the reference hemisphere. In other words, this is a relatively small deviation. All of this attests to the accuracy of the spherical shape of the vault and, consequently, the exceptional quality of the masonry techniques applied.

Stereotomic Analysis

The objective of this analysis was to study the division into courses of the arches and the sail vault and propose a hypothesis about their stereotomy. To do so, it was essential to analyze the beds and the joints. We will use the term "bed" to refer to the contact surface between two adjacent courses, which is generally hidden within the construction, and "joint" will refer to the visible edges of the beds on the intrados or another external surface of the construction. Since the joints are visible and the beds are not, the only way to understand the shape of the beds is by

estas deformaciones son habituales en las construcciones históricas y suelen aparecer cuando la estructura entra en carga por primera vez, tras retirar las cimbras, o a lo largo del tiempo por asentamiento.

Los círculos también evidencian una característica común a los arcos y bóvedas que no es visible a simple vista. En las secciones longitudinal, transversal y diagonal se observa que todos los centros de los círculos están ubicados en la misma línea horizontal, lo que significa que todos los centros y ejes de los arcos y bóvedas están en un mismo plano horizontal. Este plano horizontal, que hemos denominado plano de arranque, no coincide con el plano de la imposta sino con el lecho entre la primera y la segunda hilada por encima de la imposta. Llegados a este punto, podemos afirmar que los arcos y bóvedas comienzan constructivamente en el plano de imposta y geoméricamente en el plano de arranque.

Finalmente, conviene señalar que la nube de puntos tiene una densidad baja en algunas partes de los muros, justo por encima de la imposta. Esto se debe a que estas partes, al tomar las fotografías desde el nivel del suelo, quedaron ocultas tras la imposta y no pudieron ser registradas ni procesadas con el software de fotogrametría. Estas ocultaciones son comunes en los levantamientos, tanto los hechos con fotogrametría como con escáner láser. Sin embargo, en este caso las ocultaciones no han supuesto ningún problema, dado que son muy pequeñas en los arcos e inexistentes en las pechinas y la cúpula.

Análisis geométrico

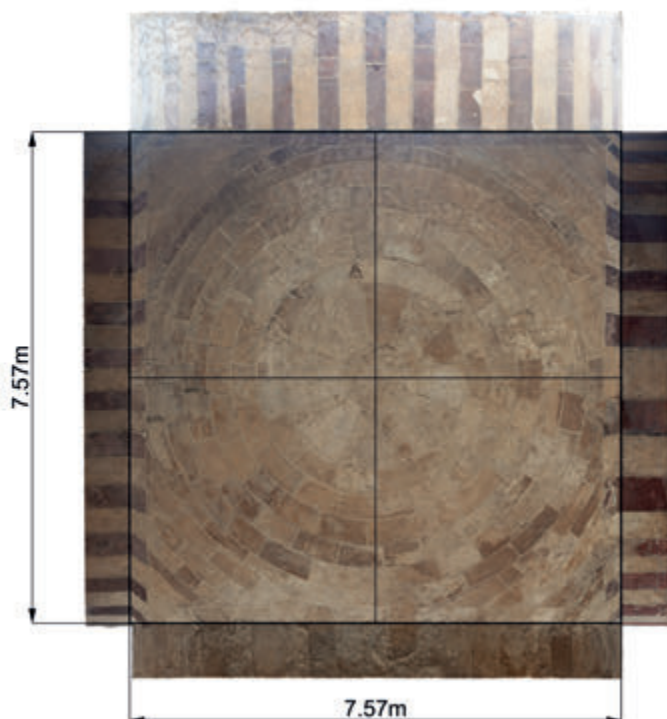
El análisis geométrico se ha realizado con el software Rhinoceros. Primero, se limpió la nube eliminando los puntos no relevantes y conservando aquellos que representan la cúpula, las pechinas y los arcos. En el caso de los arcos, también se eliminaron los puntos por debajo del plano de arranque. A continuación, se dibujó un cuadrado horizontal de 7,57 x 7,57 metros en el plano de arranque y con vértices en las esquinas entre los arcos (fig. 10). Este cuadrado, visto en la vista inferior, funciona de referencia gráfica: en su interior quedan agrupados los puntos que pensamos pueden formar parte de la misma superficie esférica, es decir, la cúpula, las pechinas y las caras biseladas de los arcos, mientras que en el exterior quedan los puntos de las caras cilíndricas de los arcos.

Los puntos de las caras cilíndricas de los arcos sirvieron para realizar algunas comprobaciones (fig. 11). Estos puntos se proyectaron ortogonalmente sobre cuatro planos verticales ubicados en los lados del cuadrado de referencia. Luego se dibujaron los cuatro círculos con mejor ajuste a los puntos proyectados y se obtuvieron sus diámetros y centros. Finalmente se calcularon las desviaciones de los diámetros y de las alturas de los centros con respecto al cuadrado de referencia de lado 7,57 metros (tabla 1). Ninguna desviación supera el 1,1%, lo que confirma que el plano de arranque está a la altura correcta y que los cuatro arcos son semicirculares.

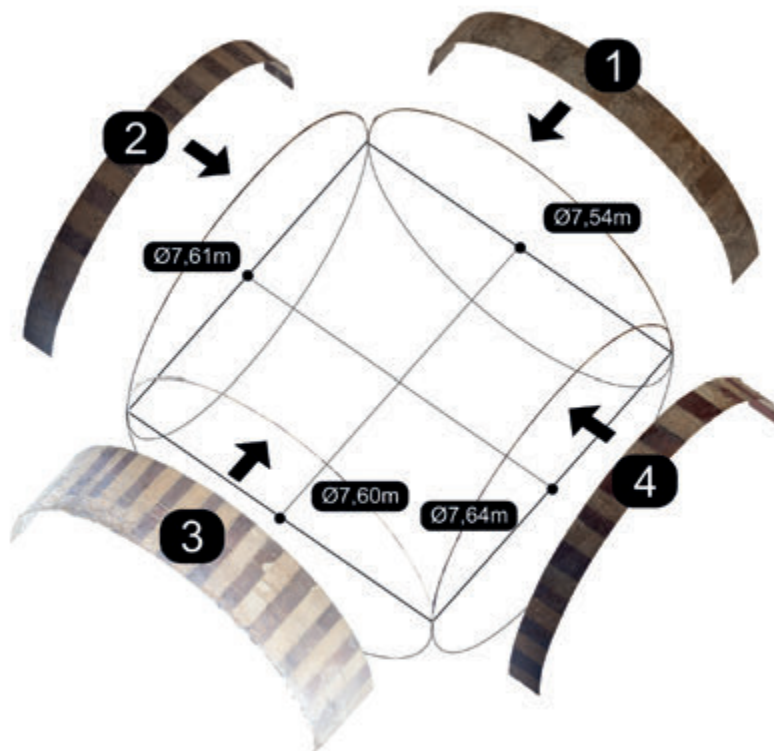


10. Planta vista desde abajo de la nube de puntos y el cuadrado de referencia (dibujo de los autores)
11. Proyección de los puntos de los arcos sobre los planos verticales (imagen de los autores).

10. Plan view from below of the point cloud and the reference square (drawing by the authors)
11. Projection of the arch points onto the vertical planes (image by the authors)



10



11

analyzing the joints.

The division into courses of the arches is relatively straightforward. To study it, the joint points on the cylindrical and beveled faces were first identified and highlighted in yellow, and then the shape of the beds was determined (fig. 13). The first two courses above the springing plane have flat, horizontal beds. The third course has a flat horizontal lower bed and an upper bed formed by the combination of two inclined planes converging towards the axes of the arches. The upper courses have converging flat beds. In conclusion, each arch has its first courses divided by horizontal planes, with the remaining courses divided by a fan of planes. Both the dome and the pendentives are divided into round courses. To study them, the joint points were first identified and highlighted in yellow, and then the planes that best fit the joints mathematically were calculated (fig. 14). To better visualize the orientation of these planes, the vault was divided into four parts, each composed of a quarter of the dome and its pendentive, and several orthographic views were obtained (fig. 15). These views show that the joints of the dome are circles contained in horizontal planes, and the joints of the pendentives are circular curves contained in planes approximately inclined at 15°. Only a small variation in the orientation of the joint plane is noticeable between the last course of the pendentives and the first course of the dome: in two cases, the joint is in a horizontal plane (fig. 15, above), while in the other two, the joint is in a slightly inclined plane (fig. 15, below). The reason for this variation is unknown, but it could be due to various adjustments made during construction.

The differences in the orientation of the planes containing the joints are important for formulating hypotheses about the shape of the beds. The joints of the dome could be the result of many types of beds, but we believe that conical beds are the most reasonable option, in this case, with their vertices located at the center of the vault. In contrast, the joints of the pendentives probably correspond to parallel inclined flat beds (fig. 16). The transition between these two types occurs in the last course of the pendentives or the first course of the dome. These courses, having different bed shapes, show a variable height on the intrados.

Results and Discussion on

Tabla 1. Desviación de los radios y los centros de los cuatro arcos perimetrales

Tabla 2. Distancias desde los puntos de la cúpula, las pechinas y las caras biseladas de los arcos hasta la semiesfera de referencia de diámetro 10,71 metros

Table 1. Deviation of the radii and centers of the four perimeter arches

Table 2. Distances from the points of the dome, the pendentives, and the beveled faces of the arches to the reference hemisphere with a diameter of 10.71 meters

Arco perimetral	Diámetro (en metros)	Desviación del diámetro con respecto al lado del cuadrado de referencia (en metros y porcentaje)		Desviación de la altura del centro con respecto al cuadrado de referencia (en metros y porcentaje)	
Perimeter Arch	Diameter (in meters)	Deviation of diameter with respect to the reference square side (in meters and percentage)		Deviation of center height with respect to the reference square (in meters and percentage)	
1	7,54m	-0,03m	-0,4%	+0,02m	+0,3%
2	7,61m	+0,04m	+0,6%	+0,01m	+0,1%
3	7,60m	+0,03m	+0,4%	-0,08m	-1,0%
4	7,64m	+0,07m	+0,9%	-0,08m	-1,1%

Tabla 1

Byzantine Influences and Carving Techniques

At this point, the work has demonstrated that the lowered dome on pendentives of Bab al-Futuh is indeed a sail vault. Additionally, the shape and orientation of the beds have been analyzed, and the hypothesis has been proposed that the dome could have conical beds, and the pendentives, parallel inclined flat beds. This construction configuration, which might seem unusual in Egypt at that time, actually shares many similarities with other earlier and contemporary vaults in Syria

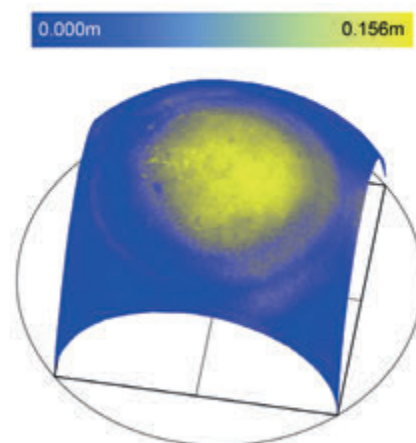
A continuación, se analizaron los puntos de la cúpula, las pechinas y las caras biseladas de los arcos con el objetivo de comprobar si se ajustan a la misma superficie esférica. Para ello, se dibujó una semiesfera de referencia con centro en el centro del cuadrado de referencia y diámetro igual a la diagonal del cuadrado de referencia, que es 10,71 metros. Luego, utilizando un script en Python escrito por los autores, se calcularon todas las distancias entre los puntos y la semiesfera (tabla 2). Para una mejor visualización, el script colorea los puntos en un rango de azul a amarillo según su distancia a la semiesfera. El azul representa la mínima distancia obtenida (0,000 metros) mientras que el amarillo representa la máxima distancia obtenida (0,156 metros). Para distancias intermedias, el color aplicado es una interpolación entre el azul y el amarillo (fig. 12).

Rango de distancias entre los puntos y la semiesfera (en metros y en porcentaje)	Número de puntos	Porcentaje de puntos
Range of distances between points and the hemisphere (in meters and percentage)	Number of points	Percentage of points
Puntos entre 0,000 y 0,156m (0 a 100% de la distancia máxima) Points between 0,000 and 0,156m (0 to 100% of the maximum distance)	784.660	100,0%
Puntos entre 0,000 y 0,016m (0 a 10% de la distancia máxima) Points between 0,000 and 0,016m (0 to 10% of the maximum distance)	260.530	33,2%
Puntos entre 0,016 y 0,031m (10 a 20% de la distancia máxima) Points between 0,016 and 0,031m (10 to 20% of the maximum distance)	158.532	20,2%
Puntos entre 0,031 y 0,047m (20 a 30% de la distancia máxima) Points between 0,031 and 0,047m (20 to 30% of the maximum distance)	105.231	13,4%
Puntos entre 0,047 y 0,063m (30 a 40% de la distancia máxima) Points between 0,047 and 0,063m (30 to 40% of the maximum distance)	73.106	9,3%
Puntos entre 0,063 y 0,078m (40 a 50% de la distancia máxima) Points between 0,063 and 0,078m (40 to 50% of the maximum distance)	50.015	6,4%
Puntos entre 0,078 y 0,094m (50 a 60% de la distancia máxima) Points between 0,078 and 0,094m (50 to 60% of the maximum distance)	37.885	4,8%
Puntos entre 0,094 y 0,109m (60 a 70% de la distancia máxima) Points between 0,094 and 0,109m (60 to 70% of the maximum distance)	31.703	4,0%
Puntos entre 0,109 y 0,125m (70 a 80% de la distancia máxima) Points between 0,109 and 0,125m (70 to 80% of the maximum distance)	30.796	3,9%
Puntos entre 0,125 y 0,141m (80 a 90% de la distancia máxima) Points between 0,125 and 0,141m (80 to 90% of the maximum distance)	29.534	3,8%
Puntos entre 0,141 y 0,156m (90 a 100% de la distancia máxima) Points between 0,141 and 0,156m (90 to 100% of the maximum distance)	7.328	0,9%

Tabla 2

12. De izquierda a derecha: semiesfera de referencia, nube con colores reales y nube con colores según la distancia de los puntos a la semiesfera de referencia (imagen de los autores).

12. From left to right: reference hemisphere, cloud with actual colors, and cloud with colors according to the distance of the points from the reference hemisphere (image by the authors).



12

Gracias a la información proporcionada por el script, se comprobó que el 76,1% de los puntos de la cúpula, las pechinas y las caras biseladas de los arcos están a una distancia igual o menor a 0,063 metros con respecto a la semiesfera. Esto confirma que los puntos se ajustan muy bien a la misma superficie esférica y, dado que cubren un área cuadrada, se puede afirmar que definen una bóveda baída. La mayoría de los puntos están coloreados de azul, excepto en la parte superior, donde hay un área amarilla que representa el descenso de varias hiladas. Esta desviación afecta a bastantes puntos, pero recordemos que la distancia máxima obtenida fue de 0,156 metros, lo que representa una desviación del 2,9% con respecto al radio de la semiesfera de referencia, es decir, es una desviación ciertamente pequeña. Todo esto atestigua la precisión de la forma esférica de la bóveda y, en consecuencia, la excepcional calidad de las técnicas de cantería aplicadas.

Análisis estereotómico

El objetivo de este análisis fue estudiar la división en hiladas de los arcos y de la bóveda baída y plantear una hipótesis sobre su estereotomía. Para ello, fue imprescindible analizar los lechos y las juntas. Vamos a emplear el término “lecho” para referirnos a la superficie de contacto entre dos hiladas adyacentes, que generalmente está oculta dentro de la construcción, y por “junta” nos referiremos a los bordes visibles de los lechos en el intradós u otra superficie exterior de la construcción. Dado que las juntas son visibles y los lechos no, la única manera de entender la forma de los lechos es analizar las juntas.

La división en hiladas de los arcos es relativamente sencilla. Para estudiarla, primero se identificaron y colorearon de amarillo los puntos de las juntas en las caras cilíndricas y biseladas, y luego se determinó la forma de los lechos (fig. 13). Las dos primeras hiladas por encima del plano de arranque tienen lechos planos horizontales. La tercera hilada tiene un lecho

and Armenia, as we will see below.

In the ancient Roman province of Syria, several domes on pendentives divided into round courses have been preserved (Yoshitake 2013; Yoshitake 2015). Some of them have a course with variable height between the pendentives and the dome, similar to Bab al-Futuh, indicating a change in the geometry of the beds. This is clearly seen in one of the most well-known examples, the sail vault of the Western Baths of Gerasa, dated to the second half of the 2nd century. In this vault, the pendentive beds could be parallel inclined flat beds, like those of Bab al-Futuh, or another similar configuration, such as converging planes (Choisy 1883, 87-89 and plate XV). Other significant examples are documented, such as the stone pendentives in Armenia, dated to the 10th and 11th centuries (López et al. 2013; Calvo et al. 2015). These pendentives have round courses with parallel inclined flat beds in some cases and converging flat beds in others. In conclusion, all these vaults speak of carving techniques that were common in Syria and Armenia and were brought to Egypt by Badr al-Jamali and his army. Thus, specific Byzantine influences in stone construction techniques are confirmed, adding to the other previously mentioned influences.

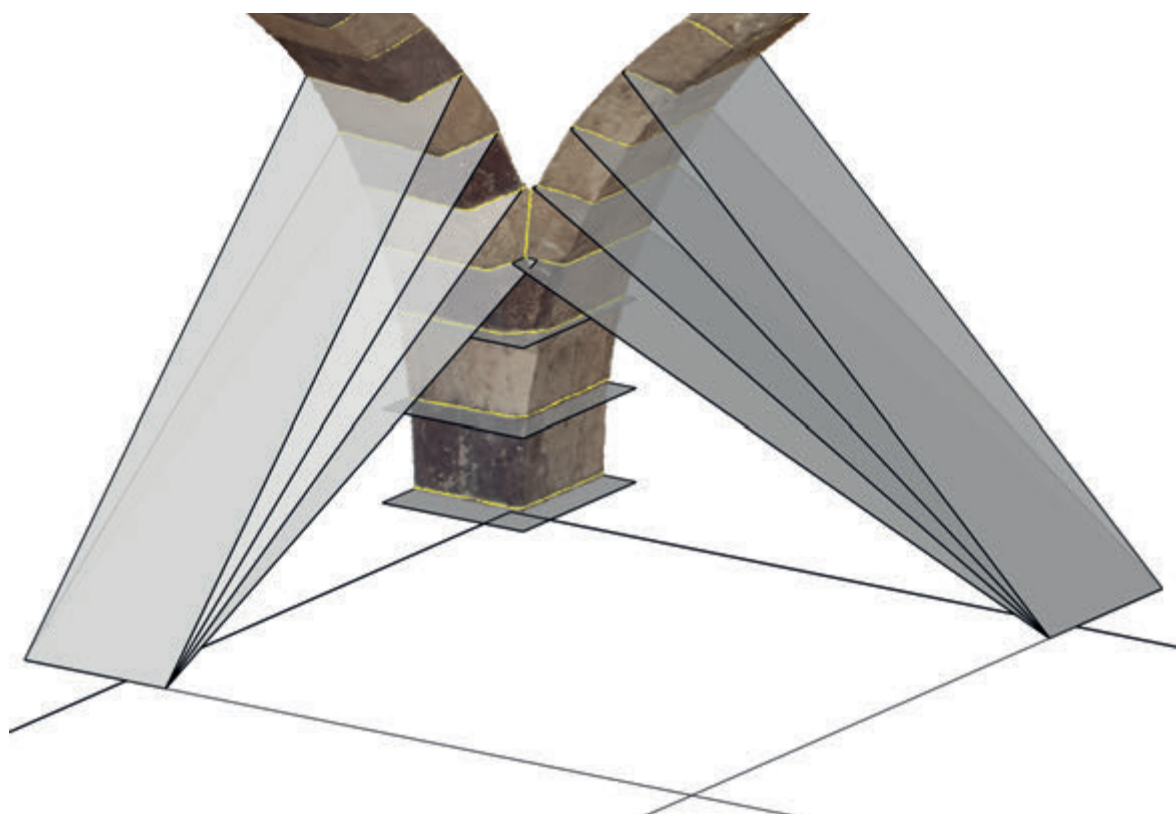
It is not easy to determine the carving process that may have been used in the construction of the sail vault of Bab al-Futuh. The main problem is that no documents, drawings, tools, or templates have been preserved that provide

information on the formal control techniques known at the time. In the Modern Age, the carving of the voussoirs was controlled using graphic references and other tools obtained through complex technical designs. However, we believe that this type of drawing was not done in the Roman or Early Middle Ages, as at that time, knowledge of spatial representation had not yet developed sufficiently.

Some researchers suggest the existence of carving procedures in which no technical design would be necessary, or at most, only a basic preliminary drawing (Choisy 1883, 59-60; Choisy 1899, 1:518-519; Sakarovich 1997, 111-117; Rabasa 2000, 28; Calvo et al. 2020, 1026-32; Piccinin and Natividad 2020, 39-42). According to these researchers, the carving

inferior plano horizontal y un lecho superior formado por la combinación de dos planos inclinados convergentes a los ejes de los arcos. Y las hiladas superiores tienen lechos planos convergentes. En conclusión, cada arco tiene las primeras hiladas divididas por planos horizontales y el resto divididas por un abanico de planos.

Tanto la cúpula como las pechinas están divididas en hiladas redondas. Para estudiarlas, primero se identificaron y colorearon de amarillo los puntos de las juntas y luego se calcularon los planos que, matemáticamente hablando, mejor se ajustaban a las juntas (fig. 14). Para visualizar mejor la orientación de estos planos, se ha dividido la bóveda en cuatro partes, cada una compuesta por un cuarto de cúpula y su pechina, y se han obtenido varias vistas ortográficas (fig. 15). Estas vistas evidencian que las juntas de la cúpula son círculos contenidos en planos horizontales y que las juntas de las pechinas son curvas circulares contenidas en planos paralelos inclinados 15° aproximadamente. Solo se aprecia una pequeña variación en





13. Forma y orientación de los lechos de las hiladas de los arcos (imagen de los autores)

14. Bóveda baída con los planos de mejor ajuste a las juntas (imagen de los autores)

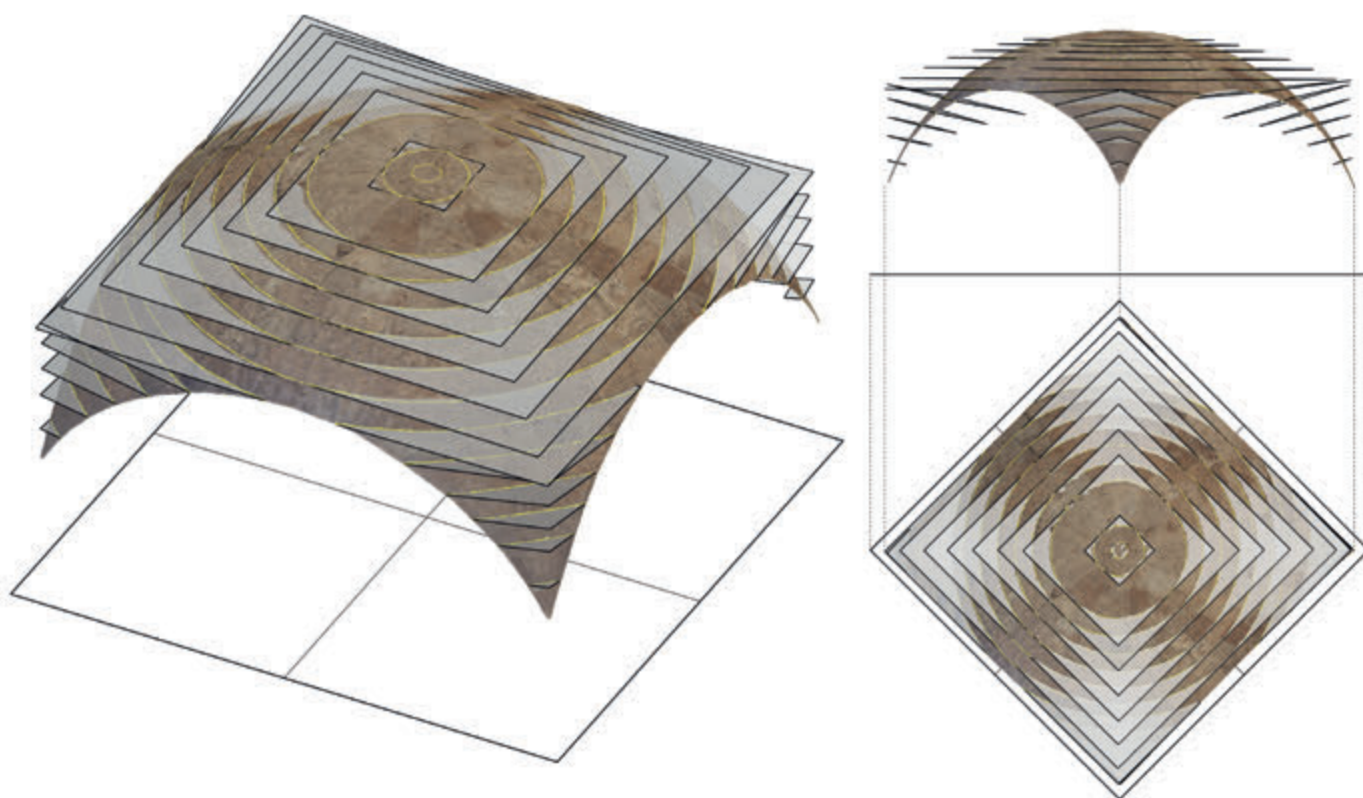
13. Shape and orientation of the beds in the courses of the arches (image by the authors)

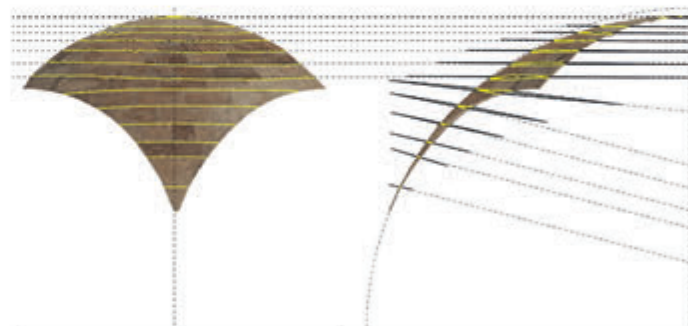
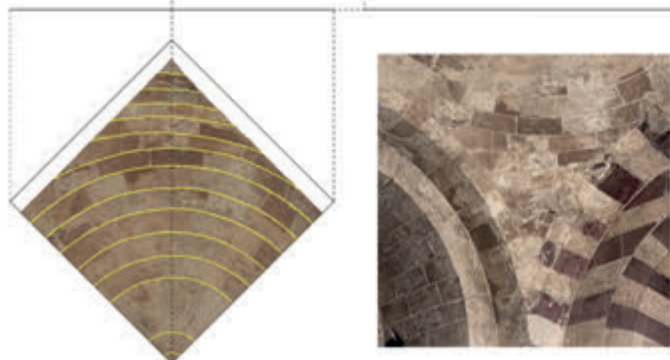
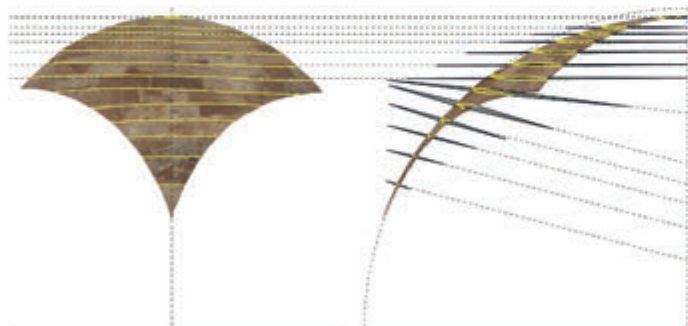
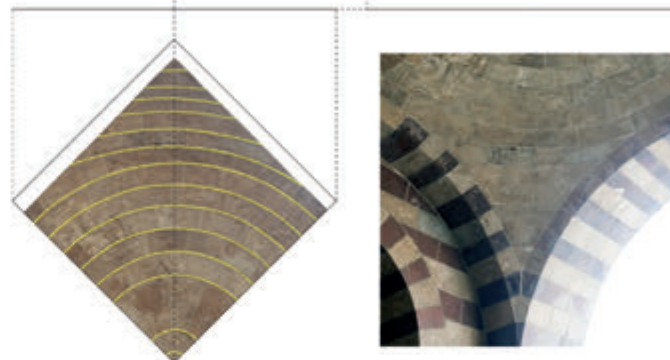
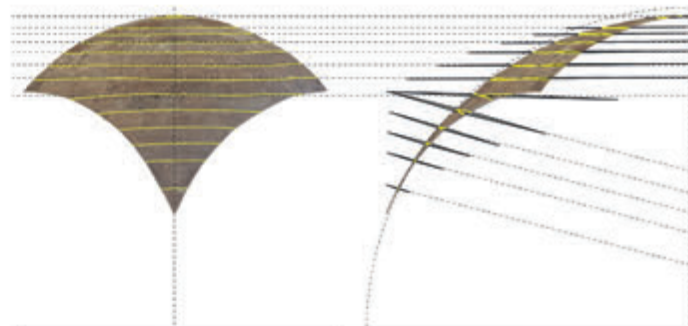
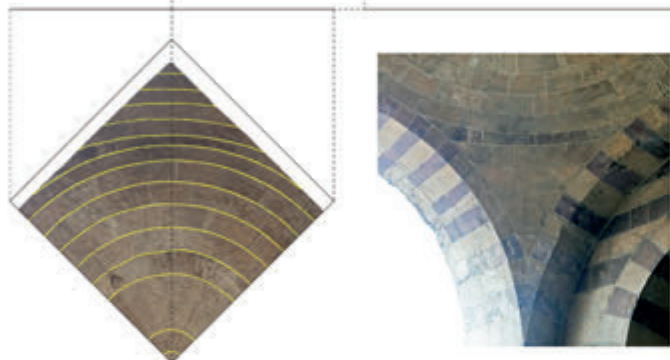
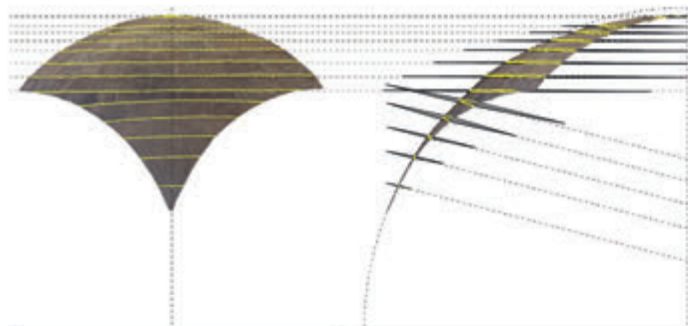
14. Sail vault with the planes that best fit the joints (image by the authors)

la orientación del plano de la junta entre la última hilada de las pechinas y la primera hilada de la cúpula: en dos casos la junta está en un plano horizontal (fig. 15, arriba), mientras que en los otros dos la junta está en un plano ligeramente inclinado (fig. 15, abajo). Desconocemos la razón de esta variación, pero podría deberse a diversos ajustes realizados durante la construcción.

Las diferencias en la orientación de los planos que contienen a las juntas son importantes para formular hipótesis sobre la forma de los lechos. Las juntas de la cúpula pueden ser el resultado de muchos tipos de lechos, pero creemos que los cónicos son la opción más razonable, en este caso con sus vértices ubicados en el centro de la baída. En cambio, las juntas de las pechinas probablemente respondan a lechos planos paralelos inclinados (fig. 16). La transición entre ambos tipos se realiza en la última hilada de las pechinas o la primera hilada de la cúpula. Estas hiladas, al tener lechos con formas diferentes, muestran una altura variable en el intradós.

process would generally proceed as follows: first, the stones would be roughly hewn to obtain a preliminary shape, then these semi-carved voussoirs would be placed in their specific position within the construction, and finally, they would be finished on-site, providing them with their final shape. The final shaping would be controlled using rules, plumb lines, ropes, posts, etc., relying on the already placed voussoirs or guided by auxiliary marks made on the floor or wall. In the case of spherical vaults, there is a procedure that would use a rope or post, fixed at one end to the center of the vault, which would define the radius of the sphere and thus allow for the control of the final shape of the voussoirs (Sakarovitch 1997, 113-117). This procedure

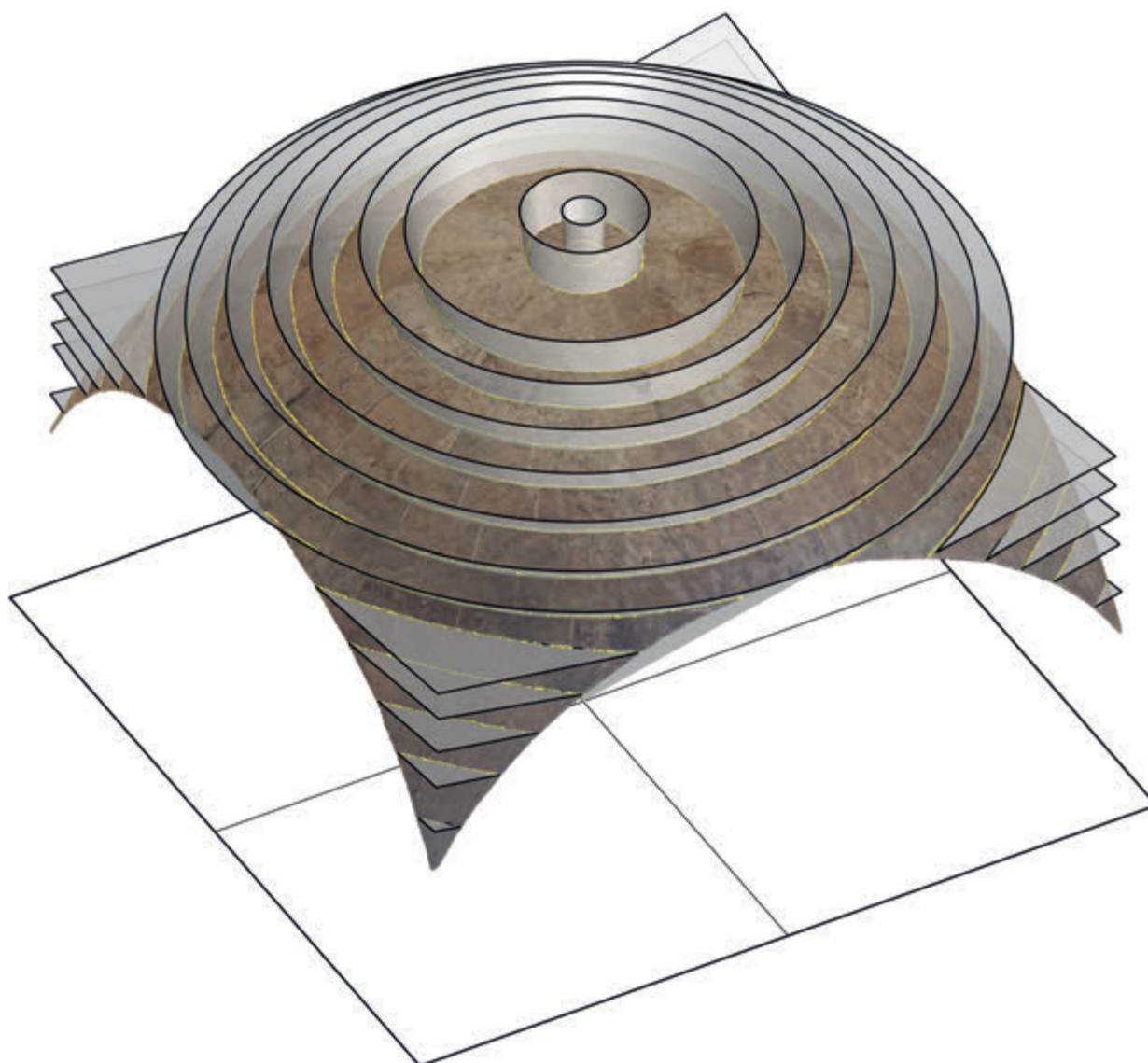






15. Visualización de los planos mejor ajustados a las juntas de la bóveda baída dividida en cuatro partes (imagen de los autores)
16. Hipótesis de lechos cónicos en la cúpula rebajada y lechos planos paralelos inclinados en las pechinas (imagen de los autores)

15. Visualization of the planes best fitting the joints of the sail vault divided into four parts (image by the authors)
16. Hypothesis of conical beds in the lowered dome and parallel inclined flat beds in the pendentives (image by the authors)



16

Resultados y discusión sobre las influencias bizantinas y las técnicas de talla

Llegados a este punto, el trabajo ha demostrado que la cúpula rebajada sobre pechinas de Bab al-Futuh es realmente una bóveda baída. Asimismo, se ha analizado la forma y orientación de los lechos y se ha planteado la hipótesis de que la cúpula podría tener lechos cónicos y las pechinas lechos planos paralelos inclinados. Esta configuración constructiva, que podría resultar extraña en Egipto en esa época, en realidad presenta muchas similitudes con otras bóvedas anteriores y contemporáneas de Siria y Armenia, como veremos a continuación.

may have been used in the courses of the dome of Bab al-Futuh, while in the courses of the pendentives, perhaps an adaptation was employed.

Bibliography

– AL-ARMANI, Abu Salih. [s. XIII] 1895. *The Churches and Monasteries of Egypt and Some Neighbouring Countries*. Edited and translated by B. T. A. EVETTS with added notes by Alfred J.

- BUTLER. Oxford: Clarendon Press.
- AL-MAQRIZI. [s. XV] 1920. *Al Mawaiz wa al-'itibar bi dhikr al-khitat wa al-'athar*. Traduit par: CASANOVA, M. Paul. *Description historique et topographique de l'Égypte, tome quatrième*. Caire: Institut Français d'Archéologie Orientale.
- BEHRENS-ABOUSEIF, Doris. 1989. *Islamic Architecture in Cairo: An Introduction*. Cairo: The American University in Cairo Press.
- BLOOM, Jonathan M. 2000. "Walled cities in Islamic North Africa and Egypt with particular reference to the Fatimids (909-1171)." In *City Walls: The Urban Enceinte in Global Perspective (Studies in Comparative Early Modern History)*, 219-246. Cambridge: Cambridge University Press.
- CALVO LÓPEZ, José, Miguel Ángel ALONSO RODRÍGUEZ, Enrique RABASA DÍAZ, Ana LÓPEZ MOZO, Carmen PÉREZ DE LOS RÍOS, and Pau NATIVIDAD VIVÓ. 2015. "Geometry and capriciousness in 11th-Century Armenian architecture. The scriptorium of the monastery of Sanahin." In *Proceedings of the Fifth International Congress on Construction History*, 315-322. Atlanta: Construction History Society of America.
- CALVO LÓPEZ, José, Giulia PICCININ, Pau NATIVIDAD VIVÓ, and Alessio BORTOT. 2020. "The Roman ashlar groin vault at Grotta dei Massacci." *Nexus Network Journal* 22:1015-1039. <https://doi.org/10.1007/s00004-020-00510-3>.
- CHOISY, Auguste. 1883. *L'art de bâtir chez les Byzantins*. Paris: Librairie de la Société Anonyme de Publications Périodiques.
- CHOISY, Auguste. 1899. *Histoire de l'Architecture*. Paris: Gauthier-Villars, Imprimeur-Libraire.
- COMBE, Étienne, Jean SAUVAGET, y Gaston WIET, eds. 1936. *Répertoire chronologique d'épigraphie arabe, tome septième*. Le Caire: Institut français d'archéologie orientale.
- CRESSWELL, Keppel Archibald Cameron. [1952] 1978. *The Muslim Architecture of Egypt*. 2 vols. New York: Hacker Art Books.
- FOURDRIN, Jean-Pascal. 1998. "L'association de la niche et de l'archère dans les fortifications élevées en Syrie entre le VI^e et le XII^e siècle." *Syria: revue d'art oriental et d'archéologie* 75:279-294. <https://doi.org/10.3406/syria.1998.7557>
- LEV, Yaacov. 1991. *State and Society in Fatimid Egypt*. Leiden: E. J. Brill.
- LÓPEZ MOZO, Ana, Miguel Ángel ALONSO RODRÍGUEZ, José CALVO LÓPEZ, and Enrique RABASA DÍAZ. 2013. "Sobre la construcción de pechinas de cantería. El caso de Armenia." In *Actas del Octavo Congreso Nacional de Historia de la Construcción*. Madrid, 9-12 de octubre de 2013, 555-564. Madrid: Instituto Juan de Herrera.
- PICCININ, Giulia, and Pau NATIVIDAD VIVÓ. 2020. "Stereotomy in ancient Rome. The Mausoleum of Ummidia Quadratilla." In *Geometria e costruzione. Stereotomia e configurazione in architettura*, 33-43. Roma: Aracne editrice.
- PRADINES, Stéphane. 2018. "Identity and

En la antigua provincia romana de Siria se conservan varias cúpulas sobre pechinas divididas por hiladas redondas (Yoshitake 2013; Yoshitake 2015). Algunas de ellas tienen una hilada con altura variable entre las pechinas y la cúpula, al igual que en Bab al-Futuh, lo que pone de manifiesto un cambio en la geometría de los lechos. Esto se observa claramente en uno de los ejemplos más conocidos, la baída de los Baños del Oeste de Gerasa, datada en la segunda mitad del siglo II. En esta bóveda, los lechos de las pechinas podrían ser planos inclinados paralelos, como los de Bab al-Futuh, u otra configuración similar, por ejemplo, planos convergentes (Choisy 1883, 87-89 y planche XV). Hay otros ejemplos significativos documentados como las pechinas de piedra en Armenia, fechadas en torno a los siglos X y XI (López et al. 2013; Calvo et al. 2015). Estas pechinas tienen hiladas redondas con lechos planos paralelos inclinados en algunos casos y convergentes en otros. En conclusión, todas estas bóvedas nos hablan de técnicas de talla que fueron comunes en Siria y Armenia y que llegaron a Egipto a través a Badr al-Jamali y su ejército. De este modo, se confirman influencias bizantinas específicas en las técnicas de construcción con piedra de cantería, que se sumarían al resto de influencias ya mencionadas anteriormente.

No es fácil determinar el proceso de talla que pudo utilizarse en la construcción de la baída de Bab al-Futuh. El principal problema es que no se han conservado documentos, dibujos, herramientas ni plantillas que proporcionen información sobre las técnicas de control formal conocidas en esa época. En la Edad Moderna, la talla de las dovelas se controlaba con referencias gráficas y otras herramientas obtenidas mediante complejos diseños técnicos. Sin embargo, creemos que este tipo de dibujos no se realizaban en época romana ni en la Alta Edad Media, ya que, en ese momento, el conocimiento sobre representación espacial aún no se había desarrollado suficientemente.

Algunos investigadores plantean la existencia de procedimientos de talla en los que no sería necesario realizar ningún diseño técnico o, como mucho, solo un dibujo preliminar básico (Choisy 1883, 59-60; Choisy 1899, 1:518-519; Sakarovitch 1997, 111-117; Rabasa 2000, 28; Calvo et al. 2020, 1026-32; Piccinin y Natividad 2020, 39-42). Según indican, el proceso de talla sería, en general, de la siguiente manera: primero se desbastarían las piedras para obtener una forma preliminar, luego estas dovelas medio talladas serían colocadas en su lugar específico dentro de la construcción y finalmente se terminarían in situ proporcionándoles su forma final. La talla de la forma final se controlaría con reglas, plomadas, cuerdas, postes, etc., apoyándose en las dovelas ya colocadas o guiándose con marcas auxiliares hechas en el suelo o pared. En el caso de bóvedas esféricas, hay un procedimiento que utilizaría una cuerda o poste que, fijado por un extremo al centro de la bóveda, definiría el radio de la esfera y, por tanto, permitiría el control de la forma final de las dovelas (Sakarovitch 1997, 113-117). Este procedimiento pudo utilizarse en las hiladas de la cúpula de Bab al-Futuh, mientras que en las hiladas de las pechinas quizá se empleó una adaptación.

Referencias

- AL-ARMANI, Abu Salih. [s. XIII] 1895. *The Churches and Monasteries of Egypt and Some Neighbouring Countries*. Edited and translated by B. T. A. EVETTS with added notes by Al-



- fred J. BUTLER. Oxford: Clarendon Press.
- AL-MAQRIZI. [s. XV] 1920. *Al Mawaiz wa al-'i'tibar bi dbikr al-khitat wa al-'athar*. Traduit par: CASANOVA, M. Paul. *Description historique et topographique de l'Égypte, tome quatrième*. Caire: Institut Français d'Archéologie Orientale.
 - BEHRENS-ABOUSEIF, Doris. 1989. *Islamic Architecture in Cairo: An Introduction*. Cairo: The American University in Cairo Press.
 - BLOOM, Jonathan M. 2000. "Walled cities in Islamic North Africa and Egypt with particular reference to the Fatimids (909-1171)." En *City Walls: The Urban Enceinte in Global Perspective (Studies in Comparative Early Modern History)*, 219-246. Cambridge: Cambridge University Press.
 - CALVO LÓPEZ, José, Miguel Ángel ALONSO RODRÍGUEZ, Enrique RABASA DÍAZ, Ana LÓPEZ MOZO, Carmen PÉREZ DE LOS RÍOS, y Pau NATIVIDAD VIVÓ. 2015. "Geometry and capriciousness in 11th-Century Armenian architecture. The scriptorium of the monastery of Sanahin." En *Proceedings of the Fifth International Congress on Construction History*, 315-322. Atlanta: Construction History Society of America.
 - CALVO LÓPEZ, José, Giulia PICCININ, Pau NATIVIDAD VIVÓ, and Alessio BORTOT. 2020. "The Roman ashlar groin vault at Grotta dei Massacci." *Nexus Network Journal* 22:1015-1039. <https://doi.org/10.1007/s00004-020-00510-3>.
 - CHOISY, Auguste. 1883. *L'art de bâtir chez les Byzantins*. Paris: Librairie de la Société Anonyme de Publications Périodiques.
 - CHOISY, Auguste. 1899. *Historie de l'Architecture*. Paris: Gauthier-Villars, Imprimeur-Libraire.
 - COMBE, Étienne, Jean SAUVAGET, y Gaston WIET, eds. 1936. *Répertoire chronologique d'épigraphie arabe, tome septième*. Le Caire: Institut français d'archéologie orientale.
 - CRESSWELL, Keppel Archibald Cameron. [1952] 1978. *The Muslim Architecture of Egypt*. 2 vols. New York: Hacker Art Books.
 - FOURDRIN, Jean-Pascal. 1998. "L'association de la niche et de l'archère dans les fortifications élevées en Syrie entre le VI^e et le XII^e siècle." *Syria: revue d'art oriental et d'archéologie* 75:279-294. <https://doi.org/10.3406/syria.1998.7557>
 - LEV, Yaacov. 1991. *State and Society in Fatimid Egypt*. Leiden: E. J. Brill.
 - LÓPEZ MOZO, Ana, Miguel Ángel ALONSO RODRÍGUEZ, José CALVO LÓPEZ, y Enrique RABASA DÍAZ. 2013. "Sobre la construcción de pechinas de cantería. El caso de Armenia." En *Actas del Octavo Congreso Nacional de Historia de la Construcción*. Madrid, 9-12 de octubre de 2013, 555-564. Madrid: Instituto Juan de Herrera.
 - PICCININ, Giulia, y Pau NATIVIDAD VIVÓ. 2020. "Stereotomy in ancient Rome. The Mausoleum of Ummidia Quadratilla." En *Geometria e costruzione. Stereotomia e configurazione in architettura*, 33-43. Roma: Aracne editrice.
 - PRADINES, Stéphane. 2018. "Identity and architecture: The Fatimid walls in Cairo." En *Earthen architecture in Muslim cultures. Historical and anthropological perspectives*, 104-145. Leiden & Boston: Brill.
 - SAKAROVITCH, Joël. 1997. *Epures d'architecture. De la coupe des pierres à la géométrie descriptive. XVI^e-XIX^e siècles*. Basel-Boston-Berlin: Birkhäuser Verlag.
 - RABASA DÍAZ, Enrique. 2000. *Forma y construcción en piedra. De la cantería medieval a la estereotomía del siglo XIX*. Madrid: Ediciones Akal.
 - SALCEDO GALERA, Macarena, y GARCÍA BAÑO, Ricardo. 2022. "Stonecutting and Early Stereotomy in the Fatimid Walls of Cairo." *Nexus Network Journal* 24:657-672. <https://doi.org/10.1007/s00004-022-00611-1>
 - TABBAA, Yasser. 1992. "Survivals and archaisms in the architecture of Northern Syria, ca. 1080-ca. 1150." *Muqarnas* 10:29-41.
 - TAMBORÉRO, Luc. 2006. "The "Vis Saint-Gilles", Symbol of Compromise between Practice and Science." En *Proceedings of the Second International Congress on Construction History*, 3025-3039. Cambridge: Construction History Society.
 - WILLIAMS, Caroline. [1985] 2002. *Islamic Monuments in Cairo. The Practical Guide*. Cairo & New York: The American University in Cairo Press.
 - YOSHITAKE, Ryuichi. 2013. "Early applications of domical vaults in Jordan." *Journal of Architecture and Planning (Transactions of AIJ)* 78 (693):2387-2397.
 - YOSHITAKE, Ryuichi. 2015. "Architectural Survey of Early Domical Vaults in Jordan." *Al-Rāfidān: Journal of Western Asiatic Studies* 36:65-81.
 - YOVITCHITCH, Cyril. 2011. *Forteresses du Proche-Orient, l'architecture militaire des Ayyoubides*. Paris: Presses de l'université Paris-Sorbonne.
 - ZARAGOZÀ CATALÁN, Arturo. 2007. "La escalera de caracol tipo vis de Saint-Gilles." *Lexicon, Storie e architettura in Sicilia e nel Mediterraneo* 4:8-14.
 - SAKAROVITCH, Joël. 1997. *Epures d'architecture. De la coupe des pierres à la géométrie descriptive. XVI^e-XIX^e siècles*. Basel-Boston-Berlin: Birkhäuser Verlag.
 - RABASA DÍAZ, Enrique. 2000. *Forma y construcción en piedra. De la cantería medieval a la estereotomía del siglo XIX*. Madrid: Ediciones Akal.
 - SALCEDO GALERA, Macarena, and GARCÍA BAÑO, Ricardo. 2022. "Stonecutting and Early Stereotomy in the Fatimid Walls of Cairo." *Nexus Network Journal* 24:657-672. <https://doi.org/10.1007/s00004-022-00611-1>
 - TABBAA, Yasser. 1992. "Survivals and archaisms in the architecture of Northern Syria, ca. 1080-ca. 1150." *Muqarnas* 10:29-41.
 - TAMBORÉRO, Luc. 2006. "The "Vis Saint-Gilles", Symbol of Compromise between Practice and Science." En *Proceedings of the Second International Congress on Construction History*, 3025-3039. Cambridge: Construction History Society.
 - WILLIAMS, Caroline. [1985] 2002. *Islamic Monuments in Cairo. The Practical Guide*. Cairo & New York: The American University in Cairo Press.
 - YOSHITAKE, Ryuichi. 2013. "Early applications of domical vaults in Jordan." *Journal of Architecture and Planning (Transactions of AIJ)* 78 (693):2387-2397.
 - YOSHITAKE, Ryuichi. 2015. "Architectural Survey of Early Domical Vaults in Jordan." *Al-Rāfidān: Journal of Western Asiatic Studies* 36:65-81.
 - YOVITCHITCH, Cyril. 2011. *Forteresses du Proche-Orient, l'architecture militaire des Ayyoubides*. Paris: Presses de l'université Paris-Sorbonne.
 - ZARAGOZÀ CATALÁN, Arturo. 2007. "La escalera de caracol tipo vis de Saint-Gilles." *Lexicon, Storie e architettura in Sicilia e nel Mediterraneo* 4:8-14.