



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Escuela Técnica Superior de Ingeniería de Caminos,
Canales y Puertos

Estudio de la aplicabilidad de modelos computacionales de
campos de tensiones para el análisis de zonas de
discontinuidad de hormigón armado bajo cargas
concentradas

Trabajo Fin de Máster

Máster Universitario en Ingeniería Estructural y Geotécnica

AUTOR/A: Herrera Larrea, Tomas

Tutor/a: Mata Falcón, Jaime

Cotutor/a: Lázaro Fernández, Carlos Manuel

CURSO ACADÉMICO: 2025/2026

Estudio de la aplicabilidad de modelos computacionales de campos de tensiones para el análisis de zonas de discontinuidad de hormigón armado bajo cargas concentradas

Tomás Herrera Larrea

Máster Universitario en Ingeniería Estructural y Geotécnica

Tutor: Dr. Jaime Mata Falcón

Co-tutor: Dr. Carlos Manuel Lázaro Fernández

ETSICCP — Universitat Politècnica de València

Valencia

Mayo 2026

Abstract

El diseño de ciertas regiones de discontinuidad en hormigón armado, y en particular el de áreas parcialmente cargadas, se rigen por expresiones empíricas que dependen de la relación entre el área cargada y el área de hormigón de la región. Estas formulaciones presentan limitaciones que subestiman la capacidad portante real, no incorporan la contribución de la armadura transversal al confinamiento pasivo y excluyen las configuraciones planas tipo *strip-loading*, donde la condición de afinidad de áreas impide reconocer el incremento de resistencia que se observa experimentalmente. A su vez, dichas formulaciones no son aplicables a geometrías irregulares o cargas excéntricas que pueden ser relevantes en la práctica de ingeniería.

En este contexto, los métodos basados en campos de tensiones compatibles ofrecen una alternativa con base mecánica para el análisis de estas regiones. El presente trabajo evalúa la versión preliminar del módulo tridimensional del *Compatible Stress Field Method* (CSFM 3D) implementado en el software IDEA StatiCa Detail aplicado al análisis de áreas parcialmente cargadas. El trabajo se enmarca en un proyecto de investigación conjunta entre Universitat Politècnica de València e IDEA StatiCa.

El trabajo desarrollado se estructura en tres bloques. En primer lugar, se valida la formulación de CSFM 3D frente a casos con comportamiento predominantemente plano (vigas con bajas cuantías de armadura transversal de las campañas experimentales de referencia), verificando que reproduce los resultados de la versión 2D del modelo, ya validado en trabajos anteriores. En segundo lugar, se evalúa la respuesta del modelo frente a estados triaxiales de compresión mediante ensayos numéricos sobre un prisma de hormigón confinado, en la que se identifican dos limitaciones de la implementación actual del software: la adopción del criterio de fluencia de Tresca ($\varphi = 0^\circ$), que limita el incremento de resistencia por confinamiento, y el comportamiento constitutivo del hormigón, que impide reproducir las elevadas deformaciones plásticas observadas en casos con confinamiento. En tercer lugar, se modelan cinco especímenes de bloques con cargas concentradas de la campaña experimental de Markić, en la que se varía la geometría de la placa de carga y el esquema de armado, y se contrastan los resultados con los datos experimentales, con la predicción de modelos analíticos y con las disposiciones del Eurocódigo 2.

Los resultados de bloques con cargas concentradas muestran que la adopción del criterio de Mohr-Coulomb con $\varphi = 36.9^\circ$ duplica la capacidad predicha respecto al criterio de Tresca y sitúa las predicciones del CSFM 3D en un rango próximo al modelo analítico *Dual-Wedge* y muy por encima de las fórmulas empíricas del Eurocódigo 2. A su vez, los resultados de carga de colapso se ajustan bien a los ensayos experimentales. En función de esto, la adopción del criterio de Mohr-Coulomb ha sido incorporada por los desarrolladores del software a partir del trabajo realizado y se encuentra disponible en versiones para investigación. Se identifica además una gran sensibilidad al tamaño de malla, así como la incapacidad del modelo para reproducir el comportamiento plástico observado experimentalmente. Para corregir esta segunda limitación se propone una formulación constitutiva basada en el modelo de Mander *et al.* que vincula la deformación plástica al nivel de confinamiento. La implementación de esta propuesta en el software aún se encuentra en desarrollo a la fecha de finalización del trabajo.

En conjunto, el trabajo confirma el potencial del CSFM 3D como herramienta para superar las limitaciones de las expresiones empíricas normativas en el análisis de áreas parcialmente cargadas y aporta dos propuestas concretas de mejora del modelo constitutivo, una de ellas ya implementada y la otra formulada y argumentada para su futura implementación.

Palabras clave: hormigón armado; regiones de discontinuidad; áreas parcialmente cargadas; campos de tensiones compatibles; CSFM 3D; confinamiento; criterio de Mohr-Coulomb; IDEA StatiCa Detail.

Agradecimientos

Primero agradecer a mi tutor Jaime por el tiempo que me dedicó durante el desarrollo del TFM, sus revisiones y disposición para resolver cualquier pregunta, también por compartir conmigo su espacio de trabajo y darme la oportunidad de formar parte del departamento. Agradezco también a mi co-tutor Carlos por darme motivación con su forma de enseñar, recomendarme para trabajar en el departamento. También agradecer a los otros profesores del máster por compartir sus conocimientos y experiencias, y la paciencia para responder mis miles de preguntas durante las clases.

Agradezco a la Facultad de Ingeniería en Uruguay, a mis docentes y compañeros con los que compartí allí y que aportaron mucho para mi formación profesional y como persona, permitiendo que haga un excelente trabajo en esta etapa. En particular a Luis por siempre tirarme pa arriba y hacer crecer en mí la curiosidad para seguir aprendiendo.

A mis compañeros de máster, de piso y de trabajo, no podría haber pedido mejor compañía para estos dos años viviendo lejos de casa, agradezco haberlos conocido: Nico, Seba, Santi, Dani, Lau, Pablo, Facu, Anto, Lilli, Marti, Soni y muchos más. Algunos terminan siendo mucho más que compañeros, y son mi otra familia lejos de casa: Fercho, Jorge, Jose, Mili y Ella.

A mis amigos de Uruguay, agradezco que hayan estado conmigo desde lejos: Andy, Pepe, Nano, Melu, Franco, Mauro, Fer, Nacho, Leo, Kari, Lu, Mar, Curi, Mati y demás. Aunque con muchos hablemos contadas veces al año, cada vez que nos vemos o hablamos se siente como si no me hubiese ido. Vamo arriba y gracias por darme para adelante.

Agradezco a mi familia, me apoyan siempre en todo lo que se me ocurra hacer, no podría haber pasado estos dos años sin sentirlos cerca: Ani, Facu, Loli, Luci, Cebo y Ciro, los extraño mucho todos los días. A mis abuelos por pensar todo el tiempo en mí y me acompañan todo el tiempo de lejos con mucho amor; y también mis tíos y primos, de quienes siempre recibo cariño de alguna manera.

A Manu, que cruzó el océano conmigo y me acompañó sin dudar en los momentos más difíciles. Sin importar el lugar del mundo y lo lejos que estuvimos de nuestro hogar, todo el tiempo me hiciste sentir en casa. Siempre vas a tener un lugar importante en mí, gracias de corazón por ir a mi lado.

Tomás Herrera Larrea
Valencia, Mayo 2026

Índice

Abstract	I
Agradecimientos	III
1 Introducción	1
1.1 Planteamiento del problema	1
1.2 Objetivos y alcance	2
1.3 Estructura del documento	3
2 Métodos de diseño para regiones de discontinuidad en hormigón armado	5
2.1 Principios de diseño comunes	5
2.2 Introducción a los Niveles de Aproximación	5
2.2.1 Nivel de Aproximación I (<i>LoA I</i>)	6
2.2.2 Nivel de Aproximación II (<i>LoA II</i>)	6
2.2.3 Nivel de Aproximación III (<i>LoA III</i>)	6
2.2.4 Nivel de Aproximación IV (<i>LoA IV</i>)	7
2.3 Métodos de diseño rígido-plásticos	8
2.3.1 Método de bielas y tirantes (MBT)	8
2.3.2 Método de campos de tensiones	10
2.3.3 Análisis Límite mediante Elementos Finitos (FELA)	11
2.4 Métodos de diseño basados en compatibilidad	12
2.4.1 Método de los Elementos Finitos Bielas y Tirantes (MEFBT)	12
2.4.2 Método de campos de tensiones elasto-plásticos (EPSF)	12
2.4.3 Elementos Finitos para Análisis Simplificado de Hormigón en 3D (FESCA) . . .	13
2.4.4 Método de campos de tensiones compatibles (CSFM)	14
2.5 Modelo computacional implementado en IDEA StatiCa Detail	15
2.5.1 Formulación bidimensional (2D)	15
2.5.2 Modelos constitutivos uniaxiales	16
2.5.3 Extensión a estados tensionales multiaxiales	18
2.5.4 Consideraciones de modelado	22
3 Comportamiento y diseño de áreas parcialmente cargadas en hormigón armado	23
3.1 Introducción a las áreas parcialmente cargadas	23
3.2 Revisión de campañas experimentales	23
3.3 Comportamiento mecánico de áreas parcialmente cargadas	24
3.4 Enfoque normativo	25
3.4.1 Modelos de bielas y tirantes para tensiones transversales de tracción	25
3.4.2 Resistencia local frente al aplastamiento y al confinamiento	26
3.5 Soluciones de campos tensionales	27
3.5.1 Hipótesis principales	28
3.5.2 Descripción del campo de tensiones tipo <i>dual-wedge</i>	30
3.5.3 Limitaciones del modelo	31
4 Validación del modelo 3D implementado y mejoras propuestas	33
4.1 Validación de casos con comportamiento en plano en el modelo 3D	33
4.1.1 Respuesta estructural global	35

4.1.2	Comportamiento local del hormigón	38
4.2	Análisis de casos triaxiales	39
4.2.1	Criterio de plastificación	40
4.2.2	Comportamiento constitutivo	42
4.3	Propuesta de refinamiento del modelo	45
4.3.1	Criterio de plastificación de Mohr-Coulomb	45
4.3.2	Deformación plástica dependiente del grado de confinamiento	45
5	Resultados y validación del análisis de áreas parcialmente cargadas	47
5.1	Especímenes analizados	47
5.2	Modelización	49
5.3	Capacidad portante	51
5.3.1	Influencia del criterio de plastificación	51
5.3.2	Influencia de la geometría de área cargada	52
5.4	Respuesta estructural y comportamiento constitutivo	55
5.4.1	Respuesta carga-desplazamiento	55
5.4.2	Comportamiento constitutivo local	56
5.5	Resumen y recomendaciones	58
6	Conclusiones	59
6.1	Síntesis de las conclusiones principales	59
6.2	Límites de aplicabilidad y propuestas de mejora	60
6.3	Trabajo futuro	60
	References	64
	Notación	65

Índice de tablas

4.1	Propiedades geométricas relevantes para el análisis de las vigas seleccionadas.	34
4.2	Propiedades de materiales considerados para el análisis de las vigas seleccionadas. . . .	34
4.3	Parámetros numéricos investigados en el estudio de modelado (las variaciones respecto al modelo M1-A, el modelo con parámetros por defecto, aparecen sombreadas).	35
4.4	Carga axial última obtenida en los modelos triaxiales y comparación con la predicción teórica de los criterios de Tresca y Mohr-Coulomb.	41
5.1	Propiedades geométricas y resistencia del hormigón de los especímenes de Markić [3] seleccionados para el análisis.	49
5.2	Propiedades de la armadura y resultados experimentales de los especímenes de Markić [3] seleccionados para el análisis.	49
5.3	Resumen de los modelos numéricos realizados en IDEA StatiCa Detail.	50

Índice de figuras

2.1	Estados de fisuración propuestos en las guías de diseño. Adaptada de <i>fib</i> Model Code 2010 [8].	6
2.2	Resumen de idealización estructural y modelos de comportamiento de los materiales considerado para (a) LoA I: Bielas y Tirantes; (b) LoA II: Campos de tensiones; (c) LoA III: Campos de tensiones elasto-plásticos.	7
2.3	Refinamiento de modelo idealizado del acero: (a) LoA III para campos de tensiones elasto-plásticos; (b) LoA IV con capacidad plástica no lineal pero correctamente definida.	8
2.4	Modelo de celosía de Ritter. En rojo bielas (compresión), en azul tirantes (tracción).	8
2.5	Modelo tensión-deformación uniaxial y resistencias plásticas usualmente asumidas para el comportamiento del hormigón en tracción y compresión [7].	10
2.6	Ejemplo de modelos de (a) bielas y tirantes y (b) campos de tensiones para el apoyo de una viga simplemente apoyada. Tomado de <i>fib</i> Bulletin 100 (2021) [8].	11
2.7	Resultados del EPSF para un panel sometido a cortante uniforme: (a) deformada; (b) factor de utilización de la armadura (rojo para tracción, azul para compresión y marrón para plastificación de la armadura); (c) direcciones de las tensiones principales en el hormigón y factor de utilización calculado (negro indica aplastamiento del hormigón); y (d) factor η_ϵ . Tomado de Ruiz & Hoang (2021) [18].	13
2.8	Ejemplo de modelo realizado en FESCA 3D para resolver un encepado de 4 pilotes. Distribución de tensiones de compresión. Tomado de Meléndez (2017) [19].	14
2.9	Ejemplo del modelo de una viga simplemente apoyada en <i>IDEA StatiCa Detail</i> : (a) resumen de resultados del CSFM; (b) tensiones en el hormigón; (c) tensiones en la armadura. Tomado de Kaufmann et al. (2020) [6].	15
2.10	Hipótesis básicas del CSFM: (a) tensiones principales en el hormigón; (b) tensiones en la dirección de la armadura; (c) diagrama tensión-deformación del hormigón en términos de tensiones máximas, considerando <i>compression softening</i> (para $\epsilon_1 > 0$ y $\epsilon_3 < 0$); (d) diagrama tensión-deformación de la armadura en términos de tensiones en las fisuras y deformaciones medias; (e) ley de <i>compression softening</i> ; (f) relación tensión de adherencia-deslizamiento para la comprobación de longitudes de anclaje. Tomado de Kaufmann et al. (2020) [6].	17
2.11	Modelo de <i>tension stiffening</i> : (a) Distribución de las tensiones de adherencia, tensiones del acero y del hormigón, y deformaciones del acero entre fisuras (espaciamiento medio entre fisuras $\lambda=0.67$) para un elemento bajo hipótesis de (<i>tension chord model</i>); (b) hipótesis de arrancamiento (<i>pull-out</i>) para fisuración no estabilizada con la distribución de las tensiones de adherencia y de las tensiones y deformaciones del acero alrededor de la fisura; (c) comportamiento resultante del tirante traccionado en términos de tensiones en la armadura en las fisuras y deformaciones medias para acero B500B; (d) detalle de las ramas iniciales de la respuesta del tirante traccionado. Tomado de Kaufmann et al. (2020) [6].	18
2.12	Comparación de las envolventes de fluencia en el plano de tensiones principales (σ_I, σ_{III}) para $\varphi = 0^\circ$ (criterio de Tresca, en azul) y $\varphi = 36.9^\circ$ (criterio de Mohr-Coulomb, en verde). El criterio de Rankine ($f_{ct} = 0$) trunca el dominio de fluencia en el origen.	20
2.13	Representación espacial del criterio de Mohr-Coulomb truncado por el criterio de Rankine.	21
3.1	Representación geométrica general de los ensayos realizados para la campaña de Markić. Figura adaptada del mismo trabajo [3].	24

3.2	Casos de áreas parcialmente cargadas (a) Caso espacial; (b) Caso plano tipo 'placa'; (c) Caso plano tipo 'franja'; (d) Modelo de Bielas y Tirantes adoptado para casos planos. Tomado de Markić (2023) [4].	25
3.3	(a) Modelo de campos de tensiones y modelo de Bielas y (b) Tirantes asociado. Adaptado de Eurocódigo 2 [1].	26
3.4	Relación entre áreas de aplicación de carga concentrada (A_{c0}) y área resistente de hormigón a considerar para incremento de resistencia (A_{c1}): (a) caso de carga tridimensional; (b) caso de carga bidimensional. Adaptado de Eurocódigo 2 [1].	27
3.5	Geometría de introducción de cargas y estados tensionales simplificados: (a) Caso espacial axisimétrico y (b) caso plano. Tomado de Markić (2023) [4]	28
3.6	Campos de tensiones definidos para el caso <i>Dual-Wedge</i> (izquierda) y el caso <i>Dual-Cone</i> (derecha). Tomado de Markić (2023) [4].	29
4.1	Configuración del ensayo, geometría y refuerzo de las vigas seleccionadas para validación: (a) Huber (2016); (b) Vecchio and Shim (2004). Dimensiones en milímetros.	34
4.2	Modelo CSFM 3D en IDEA StatiCa Detail de la viga R500m532 (Huber, 2016): (arriba) campo de tensiones en el hormigón y armadura; (abajo) ratio de utilización de la armadura, evidenciando la plastificación de los estribos en la zona crítica de corte.	36
4.3	Influencia de los parámetros numéricos en el ratio entre la carga última experimental frente a la carga última calculada en los modelos 2D y 3D: M0 (malla gruesa), M1 (modelo base) y M2 (malla refinada).	37
4.4	Influencia de los parámetros numéricos en el ratio entre la carga última experimental frente a la carga última calculada en: M0 (malla gruesa), M1 (modelo base), M2 (malla refinada), M3 (sin <i>tension stiffening</i>), M4 (solo TCM y sin POM en la armadura transversal) y M5 (sin <i>compression softening</i>).	37
4.5	Curvas de carga-desplazamiento para la viga R500m532 de Huber, comparando los modelos 2D y 3D para dos tamaños de malla distintos: (izquierda) M1-A con tamaño de malla por defecto; (derecha) M2-A con tamaño de malla reducido.	38
4.6	Comportamiento tensión-deformación del hormigón para la viga R500m532 de Huber, comparando los modelos 2D y 3D en dos localizaciones: (izquierda) bajo la placa de carga; (derecha) en el campo de compresiones diagonal.	38
4.7	Configuración del ensayo triaxial con la implementación 3D-CSFM en IDEA StatiCa Detail: (izquierda) modelo base del bloque de hormigón; (centro) fase de confinamiento mediante presiones laterales aplicadas en las caras transversales; (derecha) fase deviatorica mediante carga axial incremental hasta rotura.	40
4.8	Curvas tensión axial σ_3 frente a deformación axial ϵ_3 en un nodo central de la probeta triaxial ($f_{c0} = 30$ MPa, $\sigma_{conf} = 20$ MPa). Comparación entre el modelo CSFM 2D y el modelo CSFM 3D para los criterios de fluencia de Tresca ($\varphi = 0^\circ$) y de Mohr-Coulomb ($\varphi = 36.9^\circ$). Líneas discontinuas: asíntotas teóricas correspondientes a f_{c0} , $f_{c0} + \sigma_1$ y $f_{c0} + 4\sigma_1$	41
4.9	Curvas de tensión-deformación para caso uniaxial (azul) y para el caso triaxial con confinamiento (verde) considerando el modelo de Mander para esta última [26].	43
4.10	Curva tensión axial frente a deformación total del modelo constitutivo del CSFM 3D para distintos ratios σ_1/σ_3 ($f_{c0} = 20$ MPa, $\varphi = 36.9^\circ$). La línea discontinua representa la deformación predicha por el modelo de Mander <i>et al.</i> (1988) [26] al alcanzar la tensión pico.	44
4.11	Curva tensión axial frente a deformación plástica del modelo constitutivo del CSFM 3D para distintos ratios σ_1/σ_3 ($f_{c0} = 20$ MPa, $\varphi = 36.9^\circ$).	44
5.1	Geometría general del bloque ensayado (izquierda) y notación del esquema de armado (derecha). Adaptada de Markić [3].	48

5.2	Disposiciones de armado considerados para los especímenes modelados: esquema (b) para los especímenes C1 y C19 (izquierda); esquema (i) para los especímenes C16–C18 (derecha). Adaptado de Markić [3].	48
5.3	Geometría y configuración de carga del espécimen C1 en el modelo de IDEA StatiCa Detail. Cargas en kN.	50
5.4	Modelo 3D del espécimen C1 en IDEA StatiCa Detail: trayectorias de tensiones principales de compresión en el hormigón y tensiones en la armadura ($\varphi = 36.9^\circ$) y tamaño de EF igual a 32 mm.	51
5.5	Influencia del ángulo de fricción y el tamaño de malla en el ratio $F_{u,exp}/F_{u,calc}$ para el espécimen C1. Se incluyen como referencia las predicciones normativas de las ecuaciones de raíz cuadrada (SR) y raíz cúbica (CR), y los resultados del <i>Dual-Wedge (DW) Stress Field</i>	52
5.6	Influencia del ancho de la zona cargada d_1 en la capacidad portante normalizada q_x/f_{c0} para los especímenes C1, C16, C17 y C18 ($b_1 = 450$ mm). Se incluyen como referencia los valores experimentales, las predicciones normativas de las ecuaciones de raíz cuadrada (SR) y raíz cúbica (CR), y los resultados del <i>Dual-Wedge (DW) Stress Field</i>	53
5.7	Influencia de la longitud de la zona cargada b_1 en la capacidad portante normalizada q_x/f_{c0} para los especímenes C1 y C19 ($d_1 = 70$ mm). Se incluyen como referencia los valores experimentales, las predicciones normativas de las ecuaciones de raíz cuadrada (SR) y raíz cúbica (CR), y los resultados del <i>Dual-Wedge (DW) Stress Field</i>	54
5.8	Curvas carga-desplazamiento para los especímenes C1 y C2, comparando los datos experimentales con las predicciones del CSFM 3D para distintos tamaños de malla ($\varphi = 36.9$).	56
5.9	Curvas tensión-deformación para el espécimen C1 bajo la placa de carga, comparando las deformaciones totales y plásticas, para distintas cantidades de incrementos de carga en CSFM 3D.	57

1 Introducción

1.1. Planteamiento del problema

El diseño de estructuras de hormigón armado se aborda habitualmente mediante el análisis seccional, basado en la hipótesis de Navier-Bernoulli de que las secciones planas permanecen planas después de la deformación. Esta simplificación es válida en regiones suficientemente alejadas de discontinuidades geométricas o de cargas concentradas, en las que se cumple razonablemente la hipótesis cinemática mencionada, y se denominan regiones B. En una estructura existen también zonas en las que dicha hipótesis deja de ser aplicable: encuentros de pilares con elementos de cimentación, zonas de anclaje de armadura activa, vigas de gran canto, muros con aberturas, ménsulas o encepados de pilotes son ejemplos habituales. En estas regiones, conocidas como regiones D o regiones de discontinuidad, las trayectorias de tensiones pueden presentar desvíos en 3 direcciones ortogonales, dando lugar a estados tensionales que requieren métodos de diseño más avanzados.

Dentro de las regiones D, las áreas parcialmente cargadas constituyen un caso particularmente relevante, por ejemplo podría representar el anclaje de una estructura metálica sometida principalmente a esfuerzo axial. Se caracterizan por recibir fuerzas de compresión de gran magnitud concentradas sobre una superficie reducida respecto a la sección transversal del elemento. La dispersión de las tensiones provoca un estado triaxial de compresión bajo el área de carga que, combinado con el confinamiento aportado por la armadura transversal y por el hormigón circundante no cargado, permite movilizar resistencias significativamente superiores a la uniaxial. Este fenómeno ha sido objeto de numerosas campañas experimentales que confirman empíricamente la existencia de estos incrementos de resistencia.

A pesar de la abundancia de evidencia experimental, las normativas vigentes a nivel internacional, incluyendo el Eurocódigo 2 [1] y el código americano ACI 318 [2], abordan este problema mediante expresiones empíricas basadas en la relación entre el área cargada y el área de reparto disponible. Estas formulaciones presentan tres limitaciones principales: en primer lugar, son fórmulas semi-empíricas, con respaldo teórico limitado, calibradas con ensayos de geometría y áreas de carga particulares que pierden exactitud fuera de esas hipótesis. En segundo lugar, no incorporan de forma explícita la contribución de la armadura transversal al confinamiento del hormigón. En tercer lugar, el requisito de afinidad geométrica entre el área cargada y el área de hormigón sobre la cual se aplica la carga impide su aplicación a configuraciones planas tipo *strip-loading*, a pesar de que se ha comprobado empíricamente que el incremento de resistencia existe también en estos casos [3].

A través de la revisión bibliográfica realizada, se observa que la distancia entre las predicciones normativas y los valores experimentales no es despreciable. En configuraciones próximas a *strip-loading* con cuantías altas de armadura de confinamiento, la resistencia predicha por las formulaciones empíricas (que el Eurocódigo 2 limita a 3 veces la resistencia uniaxial) puede situarse por debajo de la tercera parte del valor experimental. La nueva generación del Eurocódigo 2 reconoce explícitamente que dicho límite se puede incrementar siempre que se justifique con un análisis refinado del estado tensional real. Esta posibilidad normativa hace necesario disponer de herramientas de análisis tridimensional fiables, lo que constituye una de las motivaciones del presente trabajo.

Las limitaciones mencionadas han motivado en los últimos años el desarrollo de modelos analíticos basados en la teoría de la plasticidad que incorporan el comportamiento triaxial del hormigón de una forma consistente. Entre ellos, los modelos *Dual-Wedge* y *Dual-Cone* propuestos por Markić [4] permiten cuantificar la resistencia en función de la cuantía y disposición de la armadura transversal, sentando

bases mecánicas para superar las restricciones de la normativa. No obstante, su aplicación práctica está condicionada por hipótesis geométricas y de carga restrictivas (cargas centradas, armadura uniformemente distribuida, proporciones mínimas del bloque), que dificultan su uso en configuraciones reales más complejas.

Paralelamente, los métodos numéricos basados en campos de tensiones han evolucionado hasta dar lugar a herramientas de diseño aplicables a la práctica profesional. El *Compatible Stress Field Method* (CSFM), formulado por Mata-Falcón et al. [5] y posteriormente por Kaufmann et al. [6] e implementado comercialmente en el software IDEA StatiCa Detail, permite analizar regiones D mediante modelos de elementos finitos que tienen en cuenta equilibrio, compatibilidad y leyes constitutivas no lineales formuladas conforme a las prescripciones de las normativas vigentes. La formulación bidimensional del método (CSFM 2D) ha sido extensamente validada y se utiliza en la práctica profesional para el diseño de regiones de discontinuidad con comportamiento plano. La extensión tridimensional del método (CSFM 3D), por el contrario, se encuentra en fase preliminar de desarrollo y aún no ha sido validada de forma exhaustiva. Su disponibilidad abre la posibilidad de afrontar numéricamente problemas como el de las áreas parcialmente cargadas, donde el comportamiento triaxial es esencial y no puede simplificarse en dos dimensiones.

El presente trabajo se enmarca bajo la necesidad de evaluar el desempeño del módulo CSFM 3D implementado en IDEA StatiCa Detail para el análisis de áreas parcialmente cargadas, identificar las posibles limitaciones de su formulación preliminar y proponer mejoras orientadas a su uso fiable en la práctica. El trabajo se enmarca dentro de un proyecto de investigación conjunta entre Universitat Politècnica de València y la empresa IDEA StatiCa, que tiene como objetivo el desarrollo, validación y mejora del módulo tridimensional del software.

1.2. Objetivos y alcance

El objetivo general del presente Trabajo Fin de Máster es (i) evaluar el desempeño de la versión preliminar del módulo CSFM 3D implementado en IDEA StatiCa Detail para el análisis de áreas parcialmente cargadas en hormigón armado, (ii) identificar las limitaciones de su formulación constitutiva y (iii) proponer mejoras orientadas a su aplicación práctica.

Para alcanzar este objetivo general se plantean los siguientes objetivos específicos:

1. Revisar críticamente los métodos de diseño existentes para regiones de discontinuidad en hormigón armado, enmarcándolos en el enfoque de Niveles de Aproximación propuesto por el *fib* Model Code [7], y describir la formulación implementada en el software IDEA StatiCa Detail tanto en su versión 2D como en su extensión 3D.
2. Caracterizar el comportamiento mecánico de las áreas parcialmente cargadas, revisando campañas experimentales de referencia, las disposiciones normativas vigentes y los modelos analíticos más recientes basados en la teoría de la plasticidad.
3. Validar la formulación 3D del CSFM frente a casos con comportamiento predominantemente plano, contrastando los resultados con los obtenidos previamente mediante la formulación 2D ya validada y con datos experimentales de referencia.
4. Evaluar la respuesta del modelo CSFM 3D frente a estados triaxiales de compresión, analizando la influencia del criterio de fluencia adoptado y la formulación del modelo constitutivo del hormigón confinado.
5. Proponer mejoras al modelo constitutivo a partir de las limitaciones identificadas, fundamentadas en modelos teóricos y experimentales aceptados, y evaluar su viabilidad de implementación en el software.

6. Aplicar el modelo, con y sin las mejoras propuestas, al análisis de especímenes representativos de una campaña experimental de referencia, y contrastar las predicciones con los resultados experimentales, con el modelo analítico de referencia y con las disposiciones normativas vigentes.

El alcance del trabajo presenta las delimitaciones indicadas a continuación. En cuanto al fenómeno estudiado, el análisis se centra en áreas parcialmente cargadas con configuración tipo *strip-loading*, dado que constituyen el caso con estudios limitados en la literatura y precisamente aquél para el que las normativas vigentes presentan mayores carencias. La aplicación experimental se restringe a cinco especímenes de la Serie I de la campaña de Markić [3], seleccionados para evaluar la influencia de las dimensiones de la placa de carga sobre la capacidad portante. La carga se aplica de forma centrada y vertical, sin excentricidad ni momentos asociados, y los análisis se centran en la predicción de la carga de rotura y en el comportamiento carga-desplazamiento global. Por último, las propuestas de mejora se plantean a nivel formulativo y se discuten en términos de su viabilidad de implementación, sin que en todos los casos se haya completado su incorporación al software comercial durante el periodo de desarrollo del trabajo.

1.3. Estructura del documento

El presente documento se organiza en cinco capítulos, además del capítulo introductorio. El contenido de cada uno se resume a continuación.

El capítulo 2 expone el estado del arte de los métodos de diseño para regiones de discontinuidad en hormigón armado, enmarcado en el enfoque de Niveles de Aproximación (LoA). Se describen los principios de diseño comunes a los distintos métodos, los enfoques rígido-plásticos clásicos (bielas y tirantes, campos de tensiones) y los modelos de deformaciones compatibles más recientes (EPSF, FESCA y CSFM) y algunos enfoques más innovadores basados en metodologías de optimización de energía potencial. El capítulo concluye con la descripción detallada de la formulación implementada en el software IDEA StatiCa Detail, tanto en su versión bidimensional como en su extensión tridimensional, prestando especial atención a las hipótesis constitutivas adoptadas en esta última.

El capítulo 3 se centra en una revisión acerca del comportamiento y diseño de áreas parcialmente cargadas. Se revisan las principales campañas experimentales de referencia, con énfasis en la campaña reciente de Markić [3] que sirve de base al presente trabajo, y se describe conceptualmente el comportamiento mecánico de estas regiones. A continuación se analizan las disposiciones normativas vigentes y sus limitaciones, y se introducen los modelos analíticos *Dual-Wedge* y *Dual-Cone* basados en campos de tensiones, que constituyen la referencia analítica utilizada en los análisis posteriores.

El capítulo 4 presenta la validación y análisis del módulo CSFM 3D, junto con las mejoras propuestas. En una primera etapa se contrasta su respuesta frente a casos predominantemente planos previamente validados con la formulación 2D. En una segunda etapa se evalúa su respuesta frente a estados triaxiales de compresión mediante ensayos numéricos a un prisma de hormigón en masa confinado, identificando las limitaciones del criterio de fluencia y del modelo constitutivo adoptados por defecto. A partir de este análisis se formulan dos propuestas de mejora del modelo constitutivo.

El capítulo 5 se enfoca en la aplicación del modelo, con y sin las mejoras propuestas, al análisis de cinco especímenes representativos de la campaña de Markić. Se evalúan la influencia del criterio de fluencia, la sensibilidad al tamaño de malla, la respuesta global carga-desplazamiento y el comportamiento constitutivo local. Los resultados se contrastan con los datos experimentales, con la predicción del modelo *Dual-Wedge* y con las formulaciones empíricas del Eurocódigo 2, y se formulan recomendaciones prácticas para el uso del modelo.

El capítulo 6 sintetiza las conclusiones principales del trabajo, presenta los límites de aplicabilidad de las propuestas realizadas y propone líneas de trabajo futuras para la continuación del análisis dentro del proyecto conjunto UPV-IDEA StatiCa.

2 Métodos de diseño para regiones de discontinuidad en hormigón armado

En el presente capítulo se realiza un estudio del estado del conocimiento de los métodos utilizados en el diseño de regiones de discontinuidad de hormigón armado. Al diseñar una estructura, las regiones más críticas suelen ser aquellas donde ocurren cambios abruptos de geometría o donde existen cargas concentradas aplicadas (por ejemplo, vigas de gran canto, muros con aberturas o encepados de pilotes). En ellas, no es posible aplicar el diseño seccional tradicional basado en la hipótesis de Navier-Bernoulli que asume que las secciones planas permanecen planas después de deformarse.

Por tanto, se describen los métodos de diseño clásicos más extendidos en la práctica, para luego pasar a describir modelos más sofisticados que permiten aumentar la precisión a la hora de diseñar estas regiones. Se enmarca la revisión, bajo el enfoque de Niveles de Aproximación (Levels-of-Approximation / LoA), siendo un concepto de diseño establecido en el “*fib Model Code for Concrete Structures 2010*” [8] y extendido en múltiples documentos técnicos, guías y normativas [9, 10].

2.1. Principios de diseño comunes

Antes de pasar a la descripción detallada de los métodos de diseño de regiones de discontinuidad, es importante destacar algunos principios comunes a la mayoría de ellos. En general el comportamiento se basa en la interacción del hormigón con las armaduras de acero embebidas en él.

La función principal del hormigón es resistir los esfuerzos de compresión. Debido a su comportamiento frágil en rotura, se suele minorar su resistencia máxima a compresión para tener en cuenta el ablandamiento que sufre el material luego de alcanzar la resistencia pico (efecto de material). A su vez, suele adoptarse un factor de reducción adicional para tener en cuenta el efecto de la fisuración transversal sobre la resistencia a compresión uniaxial del hormigón (normalmente denominado *compression softening*).

Con respecto a la resistencia a tracción del hormigón, esta se suele despreciar en la mayoría de los métodos de diseño que se describen en las siguientes secciones. Sin embargo, en algunos de los métodos más refinados se tiene en cuenta la contribución del hormigón entre fisuras a la rigidez del acero, pero se formula el equilibrio en la fisura para continuar despreciando la contribución en tracción del hormigón en términos de resistencia. Esta contribución se denomina comúnmente *tension stiffening*.

El acero por su parte, se utiliza principalmente para resistir los esfuerzos de tracción que el hormigón en estado fisurado no puede resistir (aunque también puede contribuir a resistir esfuerzos de compresión en algunos casos), garantizando equilibrio y ductilidad en la región de análisis. En general, se asume que el acero es capaz de alcanzar su límite de fluencia y deformarse plásticamente. Para el diseño de las armaduras, se suele adoptar un modelo de acero rígido perfectamente plástico, aunque en algunos casos se pueden considerar modelos más refinados que incluyen la fase de endurecimiento por deformación.

2.2. Introducción a los Niveles de Aproximación

El enfoque de LoA es una metodología formulada en el bulletin 100 del *fib Model Code* [8] que proporciona una estrategia estructurada para el diseño y evaluación de regiones de discontinuidad me-

diante metodologías de bielas y tirantes, y campos de tensiones. El nivel de precisión para predecir el comportamiento de la estructura se incrementa de forma progresiva en cada nivel, con un aumento de la complejidad del modelo. El proyectista debe seleccionar el nivel adecuado en función de la fase de proyecto, la complejidad de la región a analizar y el tiempo disponible.

2.2.1. Nivel de Aproximación I (LoA I)

Es el nivel más simple que consume la menor cantidad de tiempo y en muchas ocasiones el método más conservador a la hora de estimar la carga última de una estructura. Se fundamenta en modelos simples que garanticen únicamente condiciones de equilibrio, por ejemplo como modelos de bielas y tirantes. Las condiciones de compatibilidad se omiten en este nivel, debiendo ser consideradas indirectamente a través de reglas de diseño dadas por guías o criterios normativos cuando se requiera. Es un nivel adecuado para la concepción y diseño de nuevas estructuras.

2.2.2. Nivel de Aproximación II (LoA II)

Al igual que para el LoA I, el método de diseño se basa en modelos de equilibrio simples pero exige incluir refinamientos locales explícitos y configuraciones alternativas de transmisión de esfuerzos. Además de calcular las resultantes de fuerzas, requiere definir un modelo de campo de tensiones que incluya las dimensiones geométricas de bielas, nodos, y los anchos de distribución de armaduras. Es un nivel adecuado para la concepción y diseño de nuevas estructuras, o bien para hacer una evaluación preliminar de estructuras existentes. Este nivel, como el anterior permite realizar el dimensionado de la armaduras dispuestas.

Tanto en el LoA I como en el LoA II, se requiere la asignación del factor de reducción de resistencia para las bielas de compresión, que tiene en cuenta el efecto de la fisuración transversal, normalmente denominado η_c . Este factor se asigna de forma manual en función del estado de fisuración esperado en cada región, lo cual puede ser un proceso tedioso y difícil de determinar en regiones con geometrías complejas o con estados de carga que no se ajusten a los casos contemplados por las normativas.

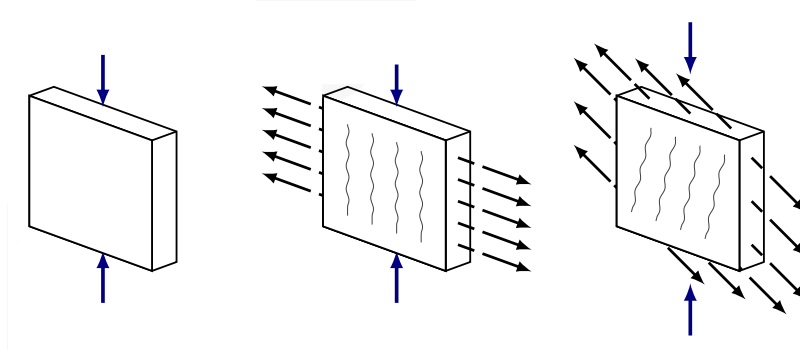


Figura 2.1 – Estados de fisuración propuestos en las guías de diseño. Adaptada de *fib* Model Code 2010 [8].

2.2.3. Nivel de Aproximación III (LoA III)

A partir del LoA III, los modelos considerados pueden utilizarse para el diseño de regiones más complejas y para una evaluación más precisa de estructuras existentes. Hay que tener en cuenta que, además, se exige de antemano conocer la cuantía y localización de armadura, pudiendo usarse como una herramienta de diseño pero que requiere un procedimiento iterativo.

Por otro lado, además de requerir el cumplimiento de las condiciones de equilibrio, también es necesario realizar un análisis no lineal basado en compatibilidad de deformaciones, pudiendo realizarse con

metodologías de elementos finitos, técnicas no lineales de optimización u otra que reproduzca un campo de tensiones lícito.

Su principal objetivo es capturar de forma precisa el mecanismo de fallo y la carga última de la estructura, por lo que se admite el uso de relaciones elasto-plásticas simplificadas para el hormigón y el acero, y se desprecia la resistencia a tracción del hormigón. El uso de estas relaciones implica despreciar el efecto de *tension-stiffening*, por lo que este LoA no permite un cálculo preciso en SLS y puede conducir a sobre estimaciones de la carga última en estructuras con bajas cuantías de armadura transversal.

Este nivel puede requerir un mayor tiempo de cálculo y requiere tener un conocimiento de algunos parámetros adicionales que determinan el comportamiento del material: el módulo de elasticidad del hormigón E_c , el módulo de elasticidad del acero E_s y el factor de reducción de resistencia del hormigón debido a la fisuración transversal η_ϵ . Este último factor, debería poder cuantificarse de forma automática basado en el estado de deformación transversal en cada punto (ϵ_1).

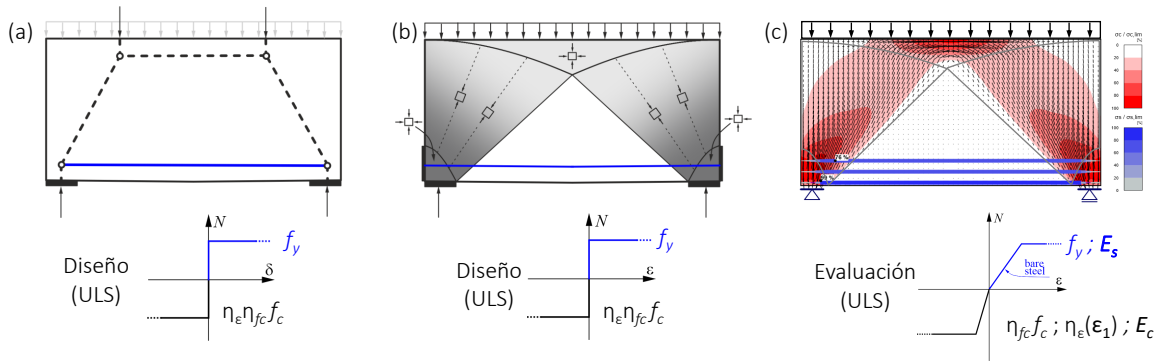


Figura 2.2 – Resumen de idealización estructural y modelos de comportamiento de los materiales considerado para (a) LoA I: Bielas y Tirantes; (b) LoA II: Campos de tensiones; (c) LoA III: Campos de tensiones elasto-plásticos.

2.2.4. Nivel de Aproximación IV (LoA IV)

El LoA IV se basa en los mismos principios del nivel anterior, pero el análisis a realizar debe proporcionar resultados del comportamiento SLS de la estructura, así como el cálculo de la capacidad de deformación. Esto implica proporcionar leyes constitutivas de los materiales más refinadas en donde se consideren efectos como *tension stiffening* y *compression softening*, así como la capacidad de modelar el comportamiento del acero más allá del límite de fluencia. Este nivel es adecuado para la evaluación de estructuras existentes, especialmente aquellas con geometrías complejas o con estados de carga que no se ajusten a los casos contemplados por las normativas.

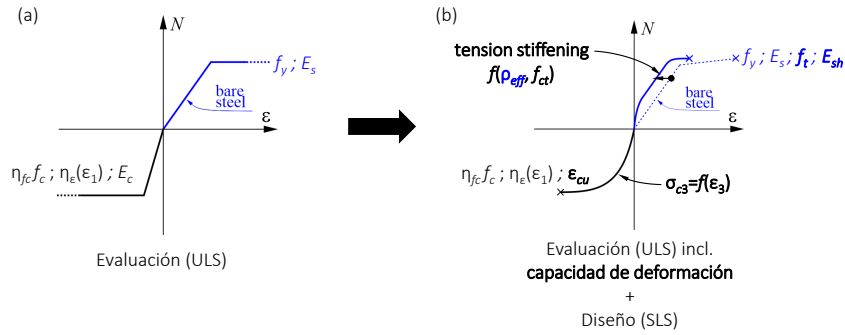


Figura 2.3 – Refinamiento de modelo idealizado del acero: (a) LoA III para campos de tensiones elasto-plásticas; (b) LoA IV con capacidad plástica no lineal pero correctamente definida.

2.3. Métodos de diseño rígido-plásticos

En el inicio del análisis de regiones de discontinuidad, los criterios semi-empíricos fueron utilizados ampliamente en su dimensionado. Con el tiempo, estos fueron reemplazados por enfoques basados en el teorema del límite inferior de la teoría de la plasticidad, que usualmente se enmarcan dentro de los Niveles de Aproximación I y II (LoA I y LoA II). Dentro de esta categoría destacan los modelos de bielas y tirantes [11] y el método de campos de tensiones [12]. En ambos casos se busca una solución que cumpla estrictamente con las condiciones de equilibrio y contorno, sin superar los criterios de fluencia del hormigón y del acero, asumiendo que los materiales poseen ductilidad suficiente para permitir redistribuciones plásticas. Una de las hipótesis fundamentales que se adoptan en estos modelos es despreciar completamente la resistencia a tracción del hormigón.

A pesar de que los campos de tensiones resultan en una representación más precisa del estado tensional elástico en regiones de discontinuidad, los modelos de bielas y tirantes se hicieron más populares en la práctica debido a la relativa simplicidad de concepción del modelo. Es por esto por lo que múltiples normativas y guías de diseño incluyen especificaciones y consideraciones para su aplicación [8, 7, 1, 2].

2.3.1. Método de bielas y tirantes (MBT)

El método de bielas y tirantes (MBT) es una generalización de la analogía del modelo de celosía de Ritter-Mörsch aplicada en cualquier región de la estructura. El modelo consiste en una idealización formada por bielas de hormigón comprimidas, tirantes de acero traccionados y zonas nodales que los conectan.

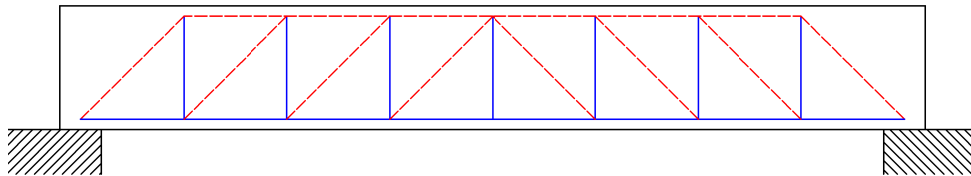


Figura 2.4 – Modelo de celosía de Ritter. En rojo bielas (compresión), en azul tirantes (tracción).

Definición del modelo

Para analizar una región de discontinuidad con este método, primero se debe concebir un modelo de celosía en equilibrio con las fuerzas actuantes. Una primera aproximación suele basarse en la respuesta elástico-lineal de la estructura, obtenida mediante campos de tensiones elásticos considerando comportamiento no fisurado.

Alternativamente se puede proponer directamente una celosía basada en soluciones existentes adaptada a las condiciones de contorno y geometría del problema. La solución obtenida puede ser orientativa, pero debe ser validada y en general requiere ajustes adicionales para solventar las limitaciones del método comentadas más adelante.

Verificación de tirantes

Los tirantes se diseñan a partir del esfuerzo de tracción obtenido en el cálculo de la estructura articulada, idealizando el comportamiento del acero como rígido perfectamente plástico. El área mínima de armadura A_s en el tirante se puede obtener como:

$$A_s \geq \frac{T_d}{f_{yd}} \quad \text{con} \quad f_{yd} \geq \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (2.1)$$

Verificación de bielas

Para la comprobación de las bielas es usual asumir un comportamiento perfectamente plástico. La resistencia a compresión a adoptar depende de la normativa específica que se utilice, pero de manera general se puede formular como:

$$N_d \leq N_u = A_c \cdot f_{cd} = A_c \cdot \frac{f_c}{\gamma_c} \quad (2.2)$$

siendo:

$$f_c = \eta_{f_c} \cdot \eta_\epsilon \cdot f_{ck} \quad (2.3)$$

Con respecto a los coeficientes η_{f_c} y η_ϵ , corresponden a los efectos mencionados en la sección 2.1 a tener en cuenta para definir el valor de resistencia a compresión efectivo de una biela:

- Efecto de material (η_{f_c}): Como se comentó previamente considera el efecto de la fragilidad debido al ablandamiento luego de alcanzar la resistencia pico. La fórmula más extendida para el cálculo de dicho factor fue propuesta por Muttoni [13] considerando f_{ck} en MPa:

$$\eta_{f_c} = \left(\frac{30}{f_{ck}} \right)^{1/3} \leq 1 \quad (2.4)$$

- Efecto estructural o *compression softening* (η_ϵ): tiene en cuenta la respuesta de la estructura bajo carga biaxial y sus efectos en la respuesta del material. Típicamente se adopta un factor de ablandamiento distinto para cada biela, que depende del estado de fisuración transversal a la misma. En la figura 2.1 se presenta un ejemplo de los posibles estados de fisuración y disposición de armadura según el *fib* Model Code 2010 [8].

El resultado del modelo de tensión-deformación adoptado para el comportamiento del hormigón se pueden ver en la figura 2.5.

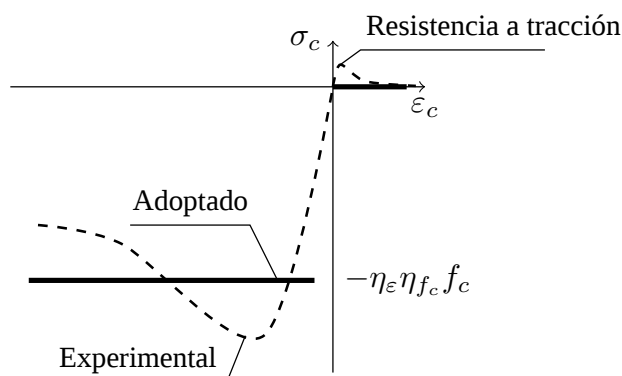


Figura 2.5 – Modelo tensión-deformación uniaxial y resistencias plásticas usualmente asumidas para el comportamiento del hormigón en tracción y compresión [7].

Verificación de zonas nodales y anclajes

Las zonas nodales deben verificarse cuando tienen alguna restricción geométrica, dado que pueden generar una zona con mayor restricción que la desarrollada en la biela de compresión que allí confluye. La comprobación a realizar puede diferir en función de la tipología de la zona nodal y de la normativa o guía de diseño considerada.

Límites de aplicabilidad del método de bielas y tirantes

Los MBT consideran un comportamiento de material rígido-perfectamente plástico sin tener en cuenta condiciones de compatibilidad cinemática. Esto significa que aunque apliquen los procedimientos de verificación mencionados previamente, no existe confiabilidad suficiente en los resultados para asegurar que se cumplen los criterios de comportamiento en servicio (deformación, fisuración, entre otros) ni la verificación de capacidad de deformación. Algunas normas o guías de referencia establecen considerar algunas reglas adicionales (empíricas en su mayoría) para tener en cuenta las limitaciones del método e intentar cubrir dichos aspectos. A modo de ejemplo, se pueden mencionar las siguientes:

- Limitar la tensión de la armadura en servicio controlando que la fisuración de las regiones D sea admisible bajo cargas de servicio. En antiguas normativas como la EHE-08 [14] esta condición implicaba limitar la tensión de cálculo en 400 MPa.
- Limitar el ángulo entre bielas comprimidas y tirantes traccionados a un mínimo de 25°, para minimizar efectos de ablandamiento del hormigón por fisuración transversal [2].
- Asegurar la existencia de cuantías mínimas de armadura para asegurar una capacidad de deformación suficiente y evitar fallas frágiles.

2.3.2. Método de campos de tensiones

El método de campos de tensiones es análogo en muchos aspectos al MBT, pero en este caso, las bielas y nudos tienen dimensiones finitas. Al trabajar con tensiones en lugar de fuerzas resultantes se pueden comparar esfuerzos en el hormigón de forma directa con su resistencia. Las leyes constitutivas se definen también como rígido-plásticas, dando lugar a campos formados por regiones de tensión constante delimitadas por líneas de discontinuidad (donde se produce un 'salto' tensional).

El acero se idealiza considerando su límite elástico como valor de resistencia plástica. Para el hormigón, también se debe tener en cuenta una minoración de resistencia, considerando factores análogos a los presentados en la sección 2.3.1 en estados de carga biaxiales o triaxiales.

La comprobación de tirantes es análoga a la presentada en el MBT, mientras que las bielas de compresión se verifican comparando la tensión máxima de compresión con la resistencia del hormigón, teniendo en cuenta el estado de deformación transversal.

La relevancia de los modelos de campos de tensiones basados en la teoría de la plasticidad ha aumentado recientemente. La nueva generación del Eurocódigo 2 (EN 1992-1-1:2023) introduce consideraciones específicas relacionadas a este tipo de modelos, avalando el uso de análisis refinados basados en campos de tensiones para el diseño de ciertas regiones de discontinuidad, como por ejemplo áreas de hormigón parcialmente cargadas.

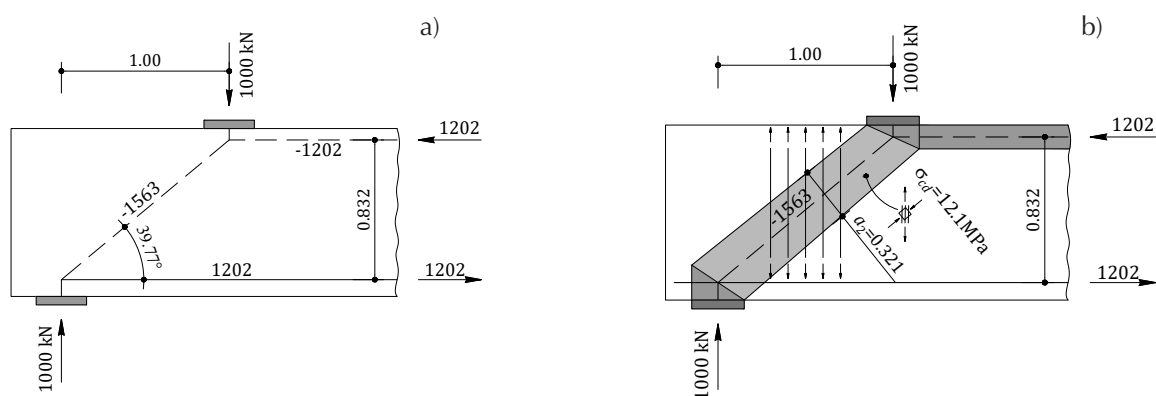


Figura 2.6 – Ejemplo de modelos de (a) bielas y tirantes y (b) campos de tensiones para el apoyo de una viga simplemente apoyada. Tomado de *fib* Bulletin 100 (2021) [8].

2.3.3. Análisis Límite mediante Elementos Finitos (FELA)

El análisis límite mediante elementos finitos (FELA) es un método desarrollado en la Universidad técnica de Dinamarca (DTU) que consiste en otra forma de evaluar regiones de discontinuidad planteando el problema como una optimización energética. Basado en los teoremas de límite superior e inferior de la plasticidad, consiste en un algoritmo de búsqueda de un campo de tensiones que maximice la carga aplicada garantizando el equilibrio estático y el cumplimiento del criterio de plastificación de los materiales [15].

La formulación se puede plantear tanto en problemas 2D como 3D, y consiste en minimizar la energía potencial o la energía potencial complementaria del sistema, dependiendo de si se busca una solución de límite superior o inferior respectivamente. En ambos casos, el resultado obtenido es la carga última de la estructura, garantizando que el campo de tensiones obtenido es lícito y cumple con las condiciones de equilibrio y contorno.

En modelos tridimensionales permite modelar el volumen de hormigón con elementos sólidos que tienen asociado un criterio de fluencia espacial. Típicamente se consideran variaciones del criterio de Mohr-Coulomb modificado, que permiten incluir el incremento de capacidad portante del hormigón generado por estados triaxiales de compresión. Las armaduras se introducen de forma simplificada como elementos unidimensionales embebidos en la matriz de hormigón.

A pesar de ser una formulación muy eficiente en términos computacionales para predecir la capacidad portante en ELU, la limitación principal es la consideración de el comportamiento del material como rígido perfectamente plástico. Al no imponer compatibilidad de deformaciones ni considerar fenómenos como *compression softening* o *tension stiffening*, esta metodología no permite evaluar el comportamiento

en servicio de la estructura. En este sentido, no tiene capacidad de predecir la rigidez previa a la rotura o, por ejemplo, la apertura de las fisuras.

2.4. Métodos de diseño basados en compatibilidad

Para superar las limitaciones de los métodos rígido-plásticos convencionales, modelos más recientes introducen la compatibilidad cinemática entre los elementos. Al resolver simultáneamente el equilibrio, la compatibilidad y aplicar leyes constitutivas refinadas para los materiales que dependen del estado deformacional del elemento, estos métodos permiten alcanzar niveles más altos de análisis (LoA III y LoA IV), evaluando tanto la capacidad última como el desempeño en servicio.

2.4.1. Método de los Elementos Finitos Bielas y Tirantes (MEFBT)

El programa MEFBT (Método de los Elementos Finitos Bielas y Tirantes), desarrollado por la Unidad Docente del Departamento de Ingeniería de la Construcción y Proyectos de la Universidad Politécnica de Valencia [16], es una herramienta computacional orientada al análisis y proyecto de regiones de discontinuidad bidimensionales. Su base de cálculo se fundamenta en el Método de los Elementos Finitos (MEF), permitiendo asistir al proyectista en la concepción y validación de modelos de celosía de forma interactiva.

Desde el punto de vista funcional, la herramienta permite realizar un análisis elástico lineal inicial del elemento continuo para identificar los flujos principales de tensiones. A partir de esta topología tensional, el usuario puede proponer una configuración espacial geométrica para las armaduras. El software cuenta con la capacidad de dimensionar automáticamente la cuantía de estos tirantes, u optimizar el modelo eliminando aquellas armaduras propuestas que resulten innecesarias para el equilibrio. Para ello permite considerar tanto un comportamiento lineal como no lineal elasto-plástico para el hormigón.

Una vez establecida la topología de la armadura, el programa extrae un modelo discreto de bielas y tirantes mediante elementos tipo barra para proceder a la comprobación de capacidad. El módulo de verificación va guiando al usuario para simplificar el sistema hasta obtener una estructura de barras estáticamente determinada.

Una limitación de este enfoque radica en la comprobación de la capacidad resistente de los elementos comprimidos. En el MEFBT no se computa de forma automática la influencia del estado de la deformación transversal en la resistencia del hormigón. Por lo tanto, el usuario debe asignar de forma manual los coeficientes reducción de resistencia para cada región y poder realizar las verificaciones correspondientes a las bielas y zonas nodales.

2.4.2. Método de campos de tensiones elasto-plásticos (EPSF)

El método de campos de tensiones elasto-plásticos (EPSF) desarrollado por Fernández Ruiz y Muttoni [17], emplea campos de tensiones continuos y garantiza la compatibilidad cinemática para resolver regiones de hormigón.

A nivel constitutivo, el modelo evalúa la deformación de cada elemento en direcciones principales y las asume paralelas a las trayectorias de tensiones principales correspondientes. La tensión principal de compresión se deduce directamente de la deformación en su misma dirección pero su resistencia límite se ajusta en función de su deformación transversal. Si las deformaciones transversales son de compresión, la resistencia se limita al valor uniaxial. Si el elemento se encuentra traccionado transversalmente, se reduce de manera automática la resistencia de compresión efectiva del hormigón en cada punto, evitando la asignación manual de factores de reducción requerida en los métodos clásicos rígido-plásticos.

Para aplicar el método, es necesario definir únicamente los parámetros de los materiales conocidos en la etapa de diseño (resistencia y módulo de elasticidad), por lo que es un método más simple que un cálculo general de elementos finitos no lineales. A pesar de las ventajas que supone el método EPSF, no puede utilizarse para verificaciones en servicio dado que no considera el efecto de *tension stiffening*. Debido a esto, tampoco permite definir un criterio de fallo por capacidad de deformación, lo cual podría llegar a sobreestimar la carga de rotura en estructuras con bajas cuantías de armadura.

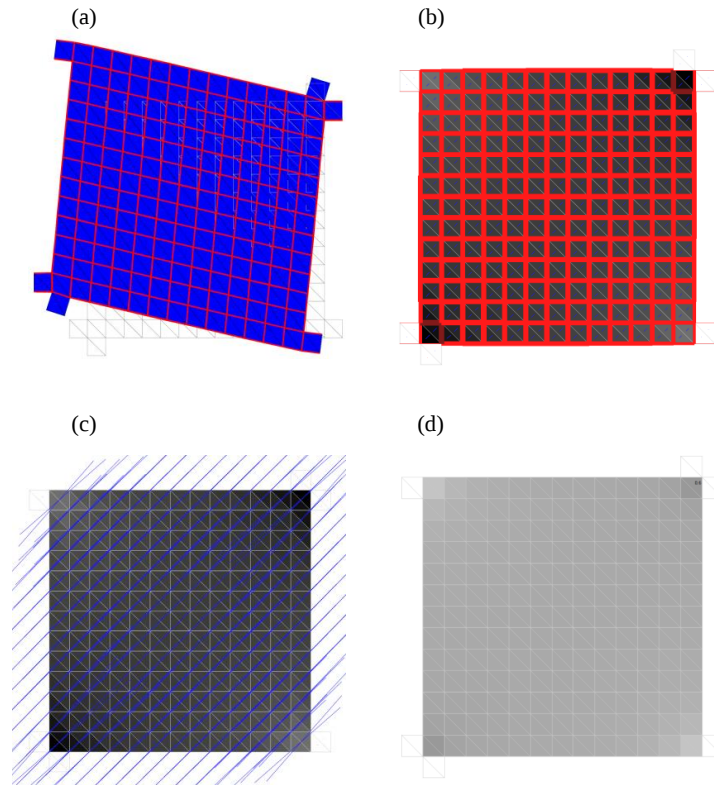


Figura 2.7 – Resultados del EPSF para un panel sometido a cortante uniforme: (a) deformada; (b) factor de utilización de la armadura (rojo para tracción, azul para compresión y marrón para plastificación de la armadura); (c) direcciones de las tensiones principales en el hormigón y factor de utilización calculado (negro indica aplastamiento del hormigón); y (d) factor η_ϵ . Tomado de Ruiz & Hoang (2021) [18].

2.4.3. Elementos Finitos para Análisis Simplificado de Hormigón en 3D (FESCA)

El desarrollo de FESCA 3D realizado por Meléndez [19] se desarrolló como una herramienta para extender los modelos de campos de tensiones al análisis tridimensional de regiones de discontinuidad, buscando un equilibrio entre la precisión computacional y la aplicabilidad práctica en el diseño estructural.

El modelo utiliza una formulación ortótropa con relaciones tensión-deformación uniaxiales, que permite caracterizar al material en cada dirección principal. Con respecto al comportamiento constitutivo del hormigón, se evalúan las tensiones en cada dirección tanto en compresión como en tracción.

En compresión permite considerar el incremento de resistencia debido al confinamiento espacial a través de la definición de superficies de fluencia tipo Drucker-Prager. Por otra parte, también considera el efecto de *compression softening*. Para evaluar este fenómeno en un estado tensional tridimensional, la formulación de FESCA cuantifica la pérdida de resistencia a partir de la suma de las deformaciones principales de tracción en las dos direcciones transversales ortogonales. De manera conservadora, en caso de que una de las dos sea de compresión, no la considera en la suma para determinar la resistencia.

Con respecto al comportamiento del hormigón en tracción, el método permite despreciar la resistencia a tracción del hormigón. En casos donde se entiende necesario considerar cierta capacidad resistente (como en grandes volúmenes de hormigón con bajas cuantías), el software permite adoptar cualquier ley de tensión-deformación que se adapte al comportamiento requerido, por mencionar algunos ejemplos: modelos de fisuración distribuida o modelos basados en mecánica de fractura.

Respecto a la armadura, en FESCA 3D se puede implementar un modelo de acero cuya geometría es independiente de la malla de elementos finitos del hormigón. El acero se caracteriza mediante una ley constitutiva uniaxial elasto-plástica, asumiendo una adherencia perfecta con el hormigón (la formulación también admite la inclusión de modelos de deslizamiento tipo *bond-slip* si el análisis lo requiere).

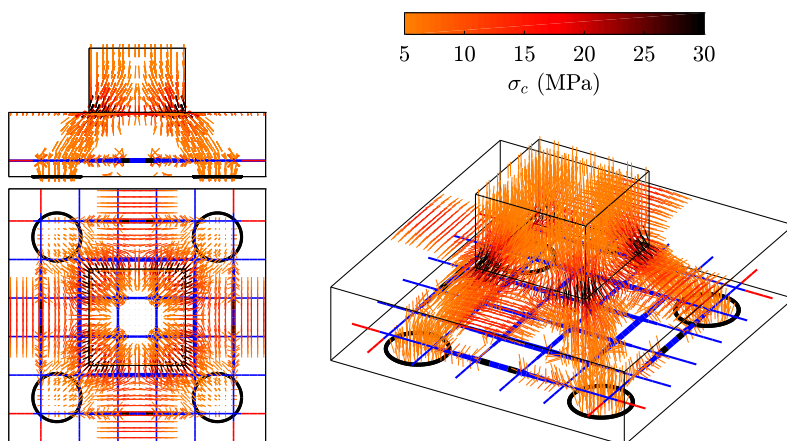


Figura 2.8 – Ejemplo de modelo realizado en FESCA 3D para resolver un encepado de 4 pilotes. Distribución de tensiones de compresión. Tomado de Meléndez (2017) [19].

2.4.4. Método de campos de tensiones compatibles (CSFM)

El método de campos de tensiones compatibles es un método de diseño de regiones de discontinuidad propuesto inicialmente en el artículo publicado por Mata et al. [5] y en el libro publicado posteriormente por Kaufmann et al. [6]. Similar al método EPSF, es un método simplificado de elementos finitos no lineal basado en campos de tensiones continuos que computa de manera automática la resistencia a compresión efectiva del hormigón. El CSFM formula el equilibrio en fisuras con tensión nula e incorpora leyes uniaxiales de comportamiento de los materiales propuestas en normativas y guías técnicas con el objetivo de resolver regiones de estructuras de hormigón armado, siendo adecuado para la utilización en diseño y evaluación de estructuras en la práctica profesional.

A diferencia de los enfoques descritos anteriormente, el CSFM tiene en cuenta el efecto de *tension stiffening* sobre la armadura embebida en el hormigón, debido a la activación de la tensión de tracción entre fisuras. A través de esta consideración, permite realizar un análisis de estado límite de servicio, de carga-deformación y evaluar la capacidad de deformación de las armaduras de acuerdo a las prescripciones de la normativa. Esta forma de proceder permite predecir posibles fallos frágiles de armaduras transversales.

El método se encuentra implementado en el software *IDEA StatiCa Detail* para analizar regiones de discontinuidad con comportamiento plano de tensiones (CSFM 2D). Además, la extensión a casos tridimensionales de tensiones se encuentra en fase de desarrollo (CSFM 3D) y cuya implementación y funcionamiento forman parte del análisis realizado en el presente trabajo. En la sección siguiente se detallan las hipótesis y características de los modelos implementados actualmente en el software.

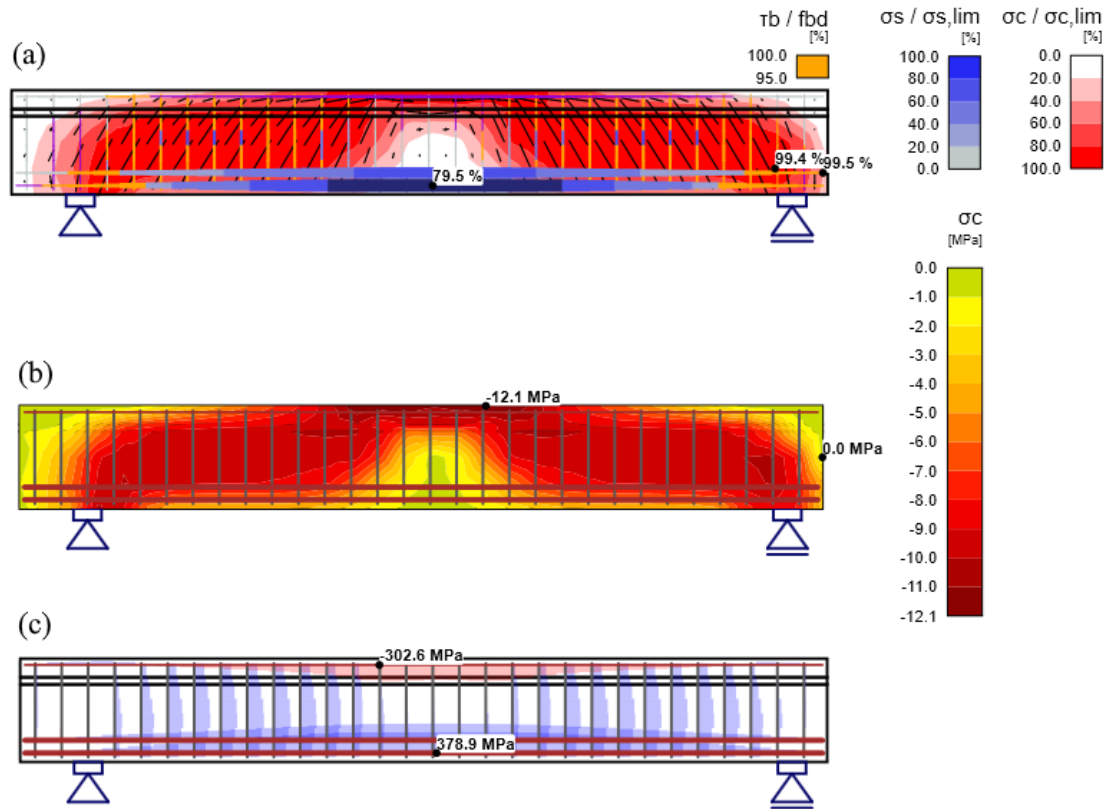


Figura 2.9 – Ejemplo del modelo de una viga simplemente apoyada en *IDEA StatiCa Detail*: (a) resumen de resultados del CSFM; (b) tensiones en el hormigón; (c) tensiones en la armadura. Tomado de Kaufmann et al. (2020) [6].

2.5. Modelo computacional implementado en IDEA StatiCa Detail

El Método de Campos de Tensiones Compatibles (CSFM) se encuentra implementado comercialmente en el software IDEA StatiCa Detail, el cual constituye la herramienta de cálculo principal utilizada en la presente investigación para el análisis de regiones de discontinuidad. El programa cuenta con un desarrollo consolidado para resolver regiones con estados de tensión plana [6]. Además, se ha incorporado recientemente un módulo de cálculo tridimensional que aún se encuentra en etapa de desarrollo y validación. Al existir regiones D críticas cuyo comportamiento mecánico responde a efectos de tensiones triaxiales y que no pueden ser simplificados en dos dimensiones, resulta de interés evaluar el desempeño de esta herramienta.

Los siguientes apartados describen las bases de la formulación implementada en el software, mientras que la discusión de la influencia de diferentes hipótesis constitutivas de los materiales, los criterios de fallo 3D y la validación de resultados, serán tratados en capítulos posteriores.

2.5.1. Formulación bidimensional (2D)

La formulación del CSFM 2D implementada en ISD es un método de análisis en elementos finitos bidimensionales para modelar el hormigón y unidimensionales para modelar la armadura de refuerzo. Se asume un estado plano de tensiones en donde se garantiza el equilibrio de fuerzas y la compatibilidad de deformaciones entre los elementos.

Dentro de las consideraciones principales del método, se asume un modelo de fisuración distribuida sin deslizamiento relativo entre acero y hormigón, y se plantea el equilibrio estrictamente en las fisuras, considerando la deformación media de la armadura de refuerzo. En consecuencia, el modelo evalúa las tensiones máximas tanto en el hormigón como en el acero que se dan en las secciones fisuradas. De forma consistente con todos los métodos presentados con anterioridad, se desprecia la resistencia a tracción del hormigón pero se tiene en cuenta su contribución debido al efecto de (*tension stiffening*). De esta forma, el CSFM permite obtener la rigidez media del conjunto estructural de forma realista.

Con respecto al comportamiento tensodeformacional en estado fisurado, el modelo adoptado se encuentra desacoplado en las direcciones principales, a excepción del efecto de *compression softening*. Como se mencionó en la sección 2.4.4 se define la resistencia a compresión del hormigón en la dirección evaluada en función de las deformaciones transversales. A través de esta hipótesis se justifica la posibilidad de utilizar leyes uniaxiales de comportamiento del material en cada dirección. Un resumen gráfico de estas consideraciones detalladas, se pueden observar en la figura 2.10.

2.5.2. Modelos constitutivos uniaxiales

Hormigón

Se utilizan las leyes constitutivas uniaxiales de compresión prescritas en normativas de diseño, típicamente el diagrama parábola-rectángulo definido en el Eurocódigo 2 (véase figura 2.10.c). La resistencia a tracción del material se desprecia completamente para formular el equilibrio en la fisura.

Con respecto al comportamiento del hormigón fisurado, el efecto de *compression softening* se tiene en cuenta para definir la resistencia efectiva a compresión de forma automática aplicando un factor de reducción k_{c2} (equivalente al factor η_ϵ) que depende de la deformación transversal principal en tracción (ϵ_1).

La ley empírica de ablandamiento por compresión consiste en una generalización de la formulación propuesta por el *fib Model Code 2010*. En la figura 2.10 (e) se puede visualizar la ley de ablandamiento considerada en el método, así como las leyes propuestas en *fib MC 2010* y por los autores Vecchio & Collins (1986) [20] en la Modified Compression Field Theory (MCFT).

Con respecto al criterio de fallo definido para el hormigón en compresión, el modelo no considera un criterio de fallo explícito por capacidad de deformación y no admite verificar dicha condición de fallo en una estructura en compresión. Sin embargo, la capacidad última de la misma se llega a predecir de forma precisa considerando los factores de reducción k_{c2} y el factor η_{fc} que penaliza la resistencia debido a la fragilidad adicional en hormigones de alta resistencia, siendo un procedimiento análogo al presentado en el método de bielas y tirantes.

Una alternativa posible se podría establecer mediante una comprobación explícita de deformación última a compresión definida por la normativa de referencia (i.e. ϵ_{cu2}). La dificultad de esta implementación radica en definir el límite de deformación última, debido a que suele ser excesivamente grande y sería equivalente a un límite inexistente.

Armadura

La armadura se modela utilizando el diagrama bilineal idealizado para el acero definido en las normativas de diseño, el cual requiere conocer únicamente su límite elástico y clase de ductilidad. Alternativamente, el modelo permite introducir la curva tensión-deformación real del material si se dispone de ella.

A diferencia de otros enfoques que asumen un comportamiento elasto-perfectamente plástico, la inclusión de la rama de endurecimiento (*strain-hardening*) en el CSFM resulta indispensable. Esta característica permite establecer un criterio de fallo explícito asociado a la rotura del acero y verificar así la capacidad de deformación (ductilidad) de la estructura.

Mientras que la disposición y cuantía de armadura es un input que debe ser dado por el usuario, para representar fielmente la interacción con el hormigón circundante, el método modifica la ley de tensión-deformación del acero al computar de forma automática el efecto *tension stiffening* según se detalla en la sección siguiente.

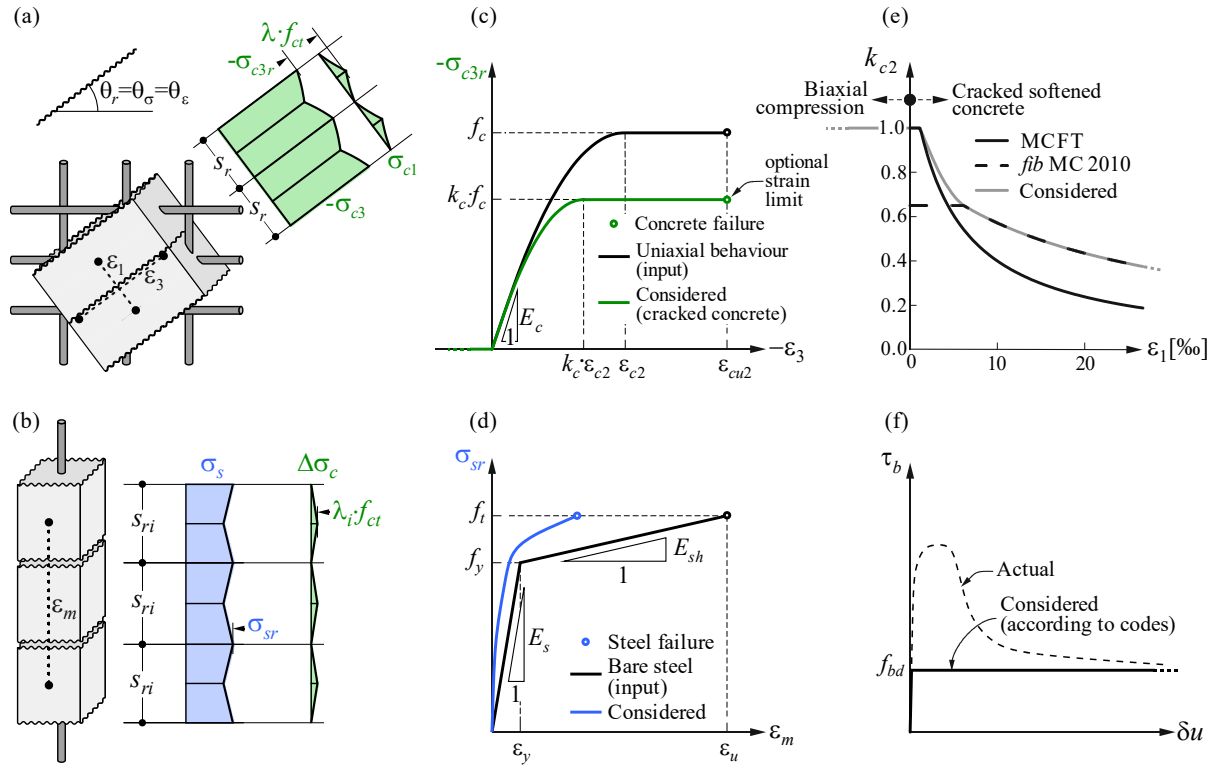


Figura 2.10 – Hipótesis básicas del CSFM: (a) tensiones principales en el hormigón; (b) tensiones en la dirección de la armadura; (c) diagrama tensión-deformación del hormigón en términos de tensiones máximas, considerando *compression softening* (para $\epsilon_1 > 0$ y $\epsilon_3 < 0$); (d) diagrama tensión-deformación de la armadura en términos de tensiones en las fisuras y deformaciones medias; (e) ley de *compression softening*; (f) relación tensión de adherencia–deslizamiento para la comprobación de longitudes de anclaje. Tomado de Kaufmann et al. (2020) [6].

Tension stiffening

El efecto de rigidización por tracción se incorpora modificando la ley del acero para captar la rigidez media de la armadura embebida en el hormigón (ϵ_m). La implementación del modelo realiza esta modificación diferenciando entre dos patrones de fisuración. En ambos casos se considera una distribución de tensiones de adherencia que se puede observar en la figura 2.11, y asume una relación rígida-perfectamente plástica escalonada. Como se puede ver en la figura referida, la hipótesis fundamental para este efecto consiste en asumir unas tensiones de adherencia constantes de $2f_{ct}$ y f_{ct} , en fase elástica y plástica respectivamente, dependientes exclusivamente del grado del hormigón.

Por su parte, la deformación media de la armadura se evalúa de forma diferente según el caso que aplique:

- **Fisuración estabilizada (stabilized cracking).** Se asume este patrón de fisuración en regiones con cuantías de armadura suficientes para garantizar una fisuración distribuida. El comportamiento se modela mediante el *Tension Chord Model (TCM)* [21]. El modelo calcula la deformación media (ϵ_m) de la armadura asumiendo una separación de fisuras que depende del diámetro y cuantía efectiva de cada armadura de refuerzo.

- **Fisuración no estabilizada (non-stabilized cracking).** En regiones con cuantías de armadura insuficientes para garantizar una fisuración controlada, se utiliza el *Pull Out Model (POM)* [6]. El mismo se utiliza para representar el comportamiento de una fisura localizada que suele traducirse en una rotura frágil de la sección. Al no existir un patrón de fisuras controladas, la deformación media se evalúa en una longitud de transferencia por adherencia en el entorno de la fisura.

Independientemente del patrón de fisuración a considerar, la aplicación de un modelo u otro requiere conocer la cuantía de cada una de las armaduras y determinar si esta es suficiente para garantizar o no una fisuración distribuida. Para resolver esto, el software implementa un algoritmo que determina la distancia a los bordes y a las barras adyacentes para asignar de forma automática el área efectiva de hormigón traccionado para cada segmento de armadura y así obtener la cuantía efectiva asociada (ρ_{eff}).

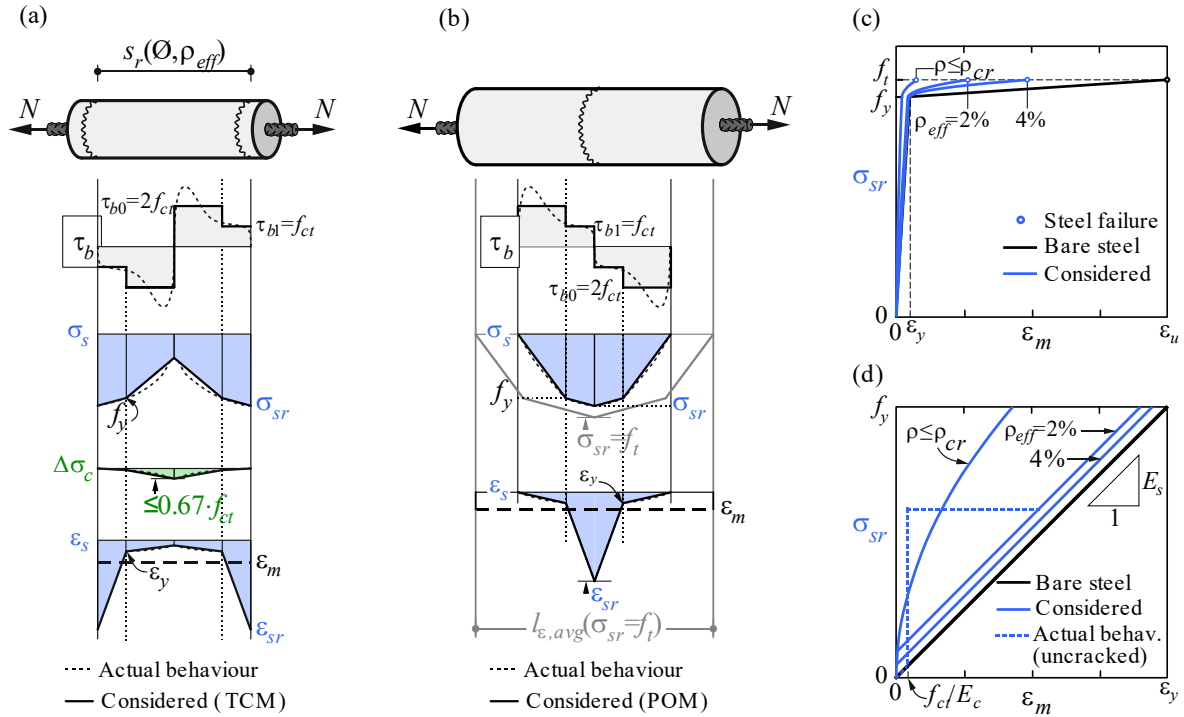


Figura 2.11 – Modelo de *tension stiffening*: (a) Distribución de las tensiones de adherencia, tensiones del acero y del hormigón, y deformaciones del acero entre fisuras (espaciamiento medio entre fisuras $\lambda=0.67$) para un elemento bajo hipótesis de (*tension chord model*); (b) hipótesis de arrancamiento (*pull-out*) para fisuración no estabilizada con la distribución de las tensiones de adherencia y de las tensiones y deformaciones del acero alrededor de la fisura; (c) comportamiento resultante del tirante traccionado en términos de tensiones en la armadura en las fisuras y deformaciones medias para acero B500B; (d) detalle de las ramas iniciales de la respuesta del tirante traccionado. Tomado de Kaufmann et al. (2020) [6].

2.5.3. Extensión a estados tensionales multiaxiales

A pesar de su utilidad, la formulación 2D es insuficiente para analizar regiones con estados triaxiales de tensión que determinan su comportamiento. IDEA StatiCa ha implementado un módulo de análisis 3D que se encuentra en fase de desarrollo y verificación.

Las hipótesis fundamentales del CSFM 2D se mantienen en esta extensión tridimensional. En particular, las relaciones constitutivas parten de las mismas leyes uniaxiales definidas por la normativa, despreciando la resistencia a tracción del hormigón (*zero tension cut-off*). Al igual que en el modelo 2D, la armadura se modela mediante elementos unidimensionales embebidos en la matriz de hormigón con una tensión de adherencia máxima. La interacción entre la armadura y el hormigón entre fisuras *tension*

stiffening se considera modificando la rigidez de los elementos considerando los modelos TCM y POM en función de la cuantía de armadura, evaluando de forma automática el área tributaria para cada barra.

A continuación, se detallan las consideraciones mecánicas principales que se extienden para la formulación 3D.

Modelo constitutivo

El modelo de material se define como un modelo de plasticidad multisuperficie concebido para estados de cargas monótonas. La respuesta tenso-deformacional del material se calcula determinando el tensor de tensiones para un estado de deformaciones dado en cada punto de integración. En la fase inicial de carga, previa a la plastificación, el comportamiento del hormigón es elástico, lineal e isótropo. Esta fase se rige por la ley de Hooke generalizada para estados tridimensionales, a partir del módulo de elasticidad longitudinal (E) y del coeficiente de Poisson (ν).

Estos parámetros se definen en función de las curvas uniaxiales normativas (típicamente el Eurocódigo 2). El módulo de elasticidad inicial se formula analíticamente a través de la relación geométrica de la parábola normativa, adoptando el valor $E = 2f_c/\epsilon_{c2}$, donde f_c es la resistencia a compresión cilíndrica y ϵ_{c2} es la deformación a la que se alcanza la compresión máxima (asumiendo 2 ‰ por defecto).

El coeficiente de Poisson se considera constante durante el régimen elástico ($\nu = 0.2$). A diferencia de la formulación bidimensional, en el espacio tridimensional la deformación en una dirección produce tensiones en las direcciones ortogonales. Este acoplamiento de comportamiento entre direcciones ortogonales se formula mediante la ley de Hooke generalizada:

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

En el modelo constitutivo del CSFM 3D, la deformación total del hormigón (ϵ_c) se evalúa en cada punto como la suma de una componente elástica (ϵ_{el}) y una plástica (ϵ_{pl}). La componente elástica se determina mediante la ecuación 2.5. En la dirección principal de compresión máxima, esta deformación incorpora el efecto volumétrico del coeficiente de Poisson (ν) y se calcula como:

$$\epsilon_{el,3} = \frac{1}{E} [\sigma_3 - \nu(\sigma_1 + \sigma_2)] \quad (2.6)$$

Debido a esto, la deformación elástica depende del estado multiaxial y varía en función de la presencia de tensiones transversales. En un estado uniaxial, la deformación plástica en el pico de compresión se obtiene restando la parte elástica a la deformación para la cual se alcanza la tensión máxima (ϵ_{c2}) dada por la normativa (ver gráfica (c) de la figura 2.10).

El detalle de esta descomposición y cómo se extiende a estados multiaxiales constituye una de las hipótesis críticas de la implementación preliminar y se analiza en detalle en el capítulo 4.

Criterio de plastificación

La envolvente de rotura combina dos criterios: Rankine, que impide tensiones de tracción en el hormigón, y el criterio de fluencia de Mohr-Coulomb para compresión. Este último establece que la resistencia

a cortante del material no es constante, sino que aumenta proporcionalmente a la tensión normal media de compresión aplicada ($\sigma_3 - \sigma_1$).

En tensiones principales, asumiendo compresión positiva, la tensión máxima de compresión que puede resistir el hormigón (σ_3) crece linealmente en función de la tensión de confinamiento lateral (σ_1):

$$\sigma_3 = f_{c0} + \sigma_1 \left(\frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \right) \quad (2.7)$$

donde f_{c0} es la resistencia a compresión uniaxial y φ el ángulo de fricción interna. La magnitud del incremento por confinamiento depende directamente de este ángulo, que para hormigón convencional toma valores experimentales típicos entre 30° y 40° [22].

En la figura 2.12 se representan dos casos particulares de la ecuación 2.7 en el plano de tensiones principales (σ_1, σ_3). Para un ángulo de fricción $\varphi = 36.9^\circ$ (representativo del hormigón convencional), la envolvente adopta una pendiente $K = (1 + \sin \varphi)/(1 - \sin \varphi) \approx 4$, lo que implica que cada unidad de confinamiento lateral incrementa en cuatro unidades la tensión axial admisible. Por su parte, al adoptar $\varphi = 0^\circ$, la envolvente se reduce a una recta de pendiente unitaria, equivalente al criterio de fluencia de Tresca, en la que el confinamiento lateral contribuye únicamente con su valor nominal a la resistencia axial. La diferencia entre ambas envolventes crece linealmente con el nivel de confinamiento aplicado: en el ejemplo mostrado en la figura 2.12, una presión lateral $\sigma_1 = 2f_{c0}$ permite movilizar $\sigma_3 = 9f_{c0}$ con $\varphi = 36.9^\circ$, frente a $\sigma_3 = 3f_{c0}$ con $\varphi = 0^\circ$.

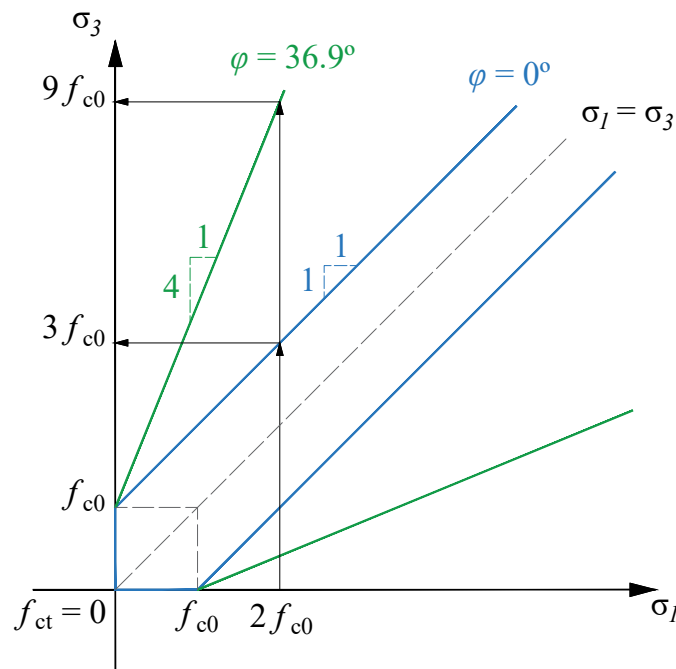


Figura 2.12 – Comparación de las envolventes de fluencia en el plano de tensiones principales (σ_I, σ_{III}) para $\varphi = 0^\circ$ (criterio de Tresca, en azul) y $\varphi = 36.9^\circ$ (criterio de Mohr-Coulomb, en verde). El criterio de Rankine ($f_{ct} = 0$) trunca el dominio de fluencia en el origen.

En el espacio tridimensional de tensiones principales ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$), el criterio de Tresca se representa como un prisma hexagonal regular con su eje longitudinal alineado a lo largo del eje hidrostático ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$). Al incorporar el criterio de Rankine para la tracción nula, este prisma se trunca en el origen por planos perpendiculares a los ejes principales, impidiendo el desarrollo de cualquier estado tensional en el octante de tracciones (figura 2.13). De manera similar, el criterio de Mohr-Coulomb se representa

como una pirámide hexagonal que nuevamente, puede ser truncada en el espacio de tensiones negativas si se incorpora el criterio de Rankine.

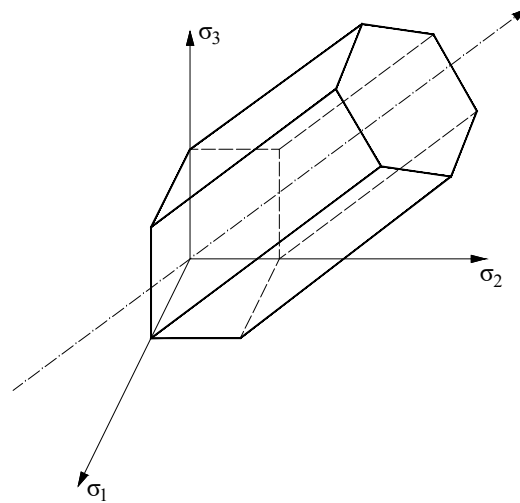


Figura 2.13 – Representación espacial del criterio de Mohr-Coulomb truncado por el criterio de Rankine.

La implementación preliminar del CSFM 3D en IDEA StatiCa Detail adopta por defecto $\varphi = 0^\circ$, equivalente al criterio de Tresca. La idoneidad de esta hipótesis y su impacto sobre la predicción de la capacidad portante en estados triaxiales de compresión se analizan en el capítulo 4. Cabe aclarar que el programa considera por defecto compresión negativa en la salida de los resultados, pero para facilitar la interpretación de los resultados se ha adoptado la convención de compresión positiva en el presente trabajo y se muestran de esta manera en los gráficos de los capítulos posteriores.

La interacción en el espacio tridimensional determina directamente la resistencia final del elemento finito. Evaluando las direcciones principales ortogonales, el modelo puede reproducir dos fenómenos mecánicos.

Por un lado, la presencia de deformaciones de tracción transversales a la dirección evaluada genera el efecto de *compression softening*. Mientras que en una formulación 2D es relativamente simple computar automáticamente la deformación transversal (al estar unívocamente definida), la implementación de este efecto en el modelo 3D debe considerar las deformaciones transversales en ambas direcciones ortogonales. No resulta evidente, por tanto, qué valor de deformación transversal considerar para aplicar la ley de la figura 2.10(e). El análisis e impacto de esta implementación no se profundizan en el presente trabajo, siendo necesario su estudio en investigaciones futuras.

Por otro lado, el efecto del confinamiento (*confinement effect*), deriva de un estado de compresión triaxial que incrementa la resistencia local del hormigón debido a su restricción de dilatación lateral.

Dentro del fenómeno de confinamiento, se puede distinguir el confinamiento geométrico (o activo), producido por la desviación espacial de las trayectorias de las tensiones de compresión. Este efecto depende principalmente de la geometría del bloque y del área de carga. Por su parte, el confinamiento pasivo se genera debido a la restricción a la expansión lateral (dilatancia) que se impone por la zona de hormigón que rodea a la zona comprimida. Para movilizar este efecto, es necesario considerar la resistencia a tracción del hormigón, o bien disponer de armadura en la zona de confinamiento.

La adopción de un ángulo de fricción interna nulo y la consideración de una resistencia a tracción nula limitan la capacidad del modelo para capturar estos efectos de confinamiento. La idoneidad de estas hipótesis se evalúa en el capítulo 4, donde se analiza la respuesta del modelo frente a ensayos triaxiales

y se proponen mejoras orientadas a corregir las limitaciones identificadas. La aplicación del modelo con y sin dichas mejoras, para analizar áreas parcialmente cargadas se desarrolla posteriormente en el capítulo 5, contrastando los resultados con campañas experimentales de referencia.

2.5.4. Consideraciones de modelado

Más allá de las hipótesis constitutivas y de equilibrio descritas en las secciones anteriores, la implementación del CSFM en IDEA StatiCa Detail requiere algunas consideraciones prácticas para construir el modelo. Estas consideraciones son comunes a las formulaciones 2D y 3D, y se resumen brevemente a continuación.

El hormigón se modela mediante elementos finitos isoparamétricos tipo *shell* de tres o cuatro nodos bajo hipótesis de estado plano de tensiones para el caso 2D, o mediante elementos sólidos tetraédricos para el caso 3D. La malla se genera de forma automática a partir de la geometría de la estructura, permitiendo al usuario cierto grado de control sobre el tamaño de los elementos.

Las armaduras se discretizan con elementos lineales de dos nodos a los que se asocia únicamente rigidez axial. La geometría de las barras es independiente de la malla del hormigón, lo que permite modificar el armado sin necesidad de regenerar el mallado de los elementos de hormigón.

La interacción cinemática entre los nodos de las barras y los elementos del hormigón circundante se materializa a través de restricciones del tipo *Multi-Point Constraint* (MPC) o restricciones multipunto. Estas restricciones interpolan los desplazamientos de los nodos de la armadura a partir de los desplazamientos de los nodos del elemento de hormigón, garantizando la compatibilidad geométrica entre ambas mallas. El uso de MPC permite que las mallas de hormigón y armadura sean independientes entre sí, lo que facilita el modelado de geometrías complejas. Esta interacción introduce una dependencia entre el tamaño de los elementos de hormigón y la separación entre barras que conviene tener presente al definir la malla y que será objeto de discusión en el capítulo 5.

El software ofrece distintas opciones para la aplicación de cargas y la definición de apoyos (placas rígidas, cargas distribuidas en superficies, cargas lineales, apoyos puntuales o continuos, entre otros). En cada modelo del presente trabajo se ha buscado adoptar una configuración que reproduzca de la forma más fiel posible las condiciones del ensayo experimental correspondiente.

3 Comportamiento y diseño de áreas parcialmente cargadas en hormigón armado

3.1. Introducción a las áreas parcialmente cargadas

Las áreas parcialmente cargadas constituyen regiones de discontinuidad usuales en estructuras de hormigón armado. Se caracterizan por recibir fuerzas de compresión de gran magnitud concentradas sobre una superficie reducida en relación con la sección transversal total del elemento. En estas zonas, debido a la desviación tridimensional de las trayectorias de tensiones, la presión de contacto máxima puede superar en gran medida la resistencia a compresión uniaxial del material. Ejemplos habituales de esta tipología estructural se encuentran en las zonas de apoyo de pilares o muros sobre elementos de cimentación, así como en las placas de anclaje.

A pesar de ser un tema ampliamente estudiado, el enfoque de diseño vigente hoy en muchas de las normas y guías de referencia internacional se basa en modelos de base empírica con respaldo teórico limitado. En el presente capítulo se repasan las principales campañas experimentales y modelos analíticos desarrollados para comprender este problema. A continuación, se describe conceptualmente el comportamiento mecánico de este tipo de regiones, para finalmente contrastar las disposiciones normativas con el potencial de las metodologías recientes basadas en métodos de campos de tensiones y herramientas computacionales.

3.2. Revisión de campañas experimentales

Históricamente, el fenómeno de confinamiento bajo áreas parcialmente cargadas ha sido foco de diversas investigaciones experimentales. Los primeros acercamientos teóricos al problema derivan de las soluciones elásticas de Boussinesq para la aplicación de cargas concentradas en medios semi-infinitos. Posteriormente, las investigaciones de autores clásicos como Guyon [23] y Leonhardt [24] sentaron las bases para comprender la dispersión geométrica de las tensiones y el desarrollo de tracciones transversales (*bursting forces*) en zonas de anclaje. Paralelamente, campañas experimentales realizadas para estudiar el comportamiento del hormigón, como las de Richart et al. (1928) [25] y Mander et al. (1988) [26], resultaron importantes para caracterizar el incremento de resistencia y ductilidad del hormigón sometido a estados triaxiales. Al trasladar estos principios al estudio específico de elementos estructurales, la mayoría de las campañas documentadas en la literatura se centraron en casos espaciales de carga parcial, donde la carga tiene la capacidad de dispersarse en dos direcciones ortogonales simultáneamente. Estos estudios permitieron corroborar los mecanismos básicos del confinamiento geométrico y sentaron las bases empíricas para las normativas actuales.

Investigaciones recientes mencionan un vacío en el estado del arte respecto a los casos planos de carga parcial. En estas situaciones de deformación plana (conocidas como carga en franja o *strip loading*), la carga se aplica a lo largo de prácticamente toda la longitud del elemento, y la dispersión de tensiones se produce predominantemente en una dirección. Los ensayos disponibles para este tipo de configuración son escasos, especialmente cuando se trata de elementos con cuantías altas de armadura. Con el objetivo de suplir esta carencia empírica y validar nuevos modelos teóricos, Markić (2023) [3] llevó a cabo una de las campañas experimentales más extensas y detalladas hasta la fecha en relación a este tipo de fenómeno. Debido a la fiabilidad de sus resultados y la cantidad de parámetros analizados la investigación

desarrollada por Markić se adopta como la campaña experimental de referencia en el presente trabajo para el modelado y análisis de regiones con áreas parcialmente cargadas.

A lo largo de tres series experimentales, un total de 62 bloques de hormigón fueron ensayados hasta la carga de rotura. En la figura 3.1 se puede observar un esquema general de los ensayos realizados. La relevancia de esta campaña radica en el empleo de técnicas de medición de última generación. El estudio incorporó sistemas de correlación de imágenes digitales para monitorizar el desarrollo de fisuras, sensores de fibra óptica distribuida para evaluar la activación real de la armadura interna, y un novedoso cepillo de acero instrumentado con galgas extensométricas capaz de medir con precisión la distribución de la presión de contacto bajo el área de carga.

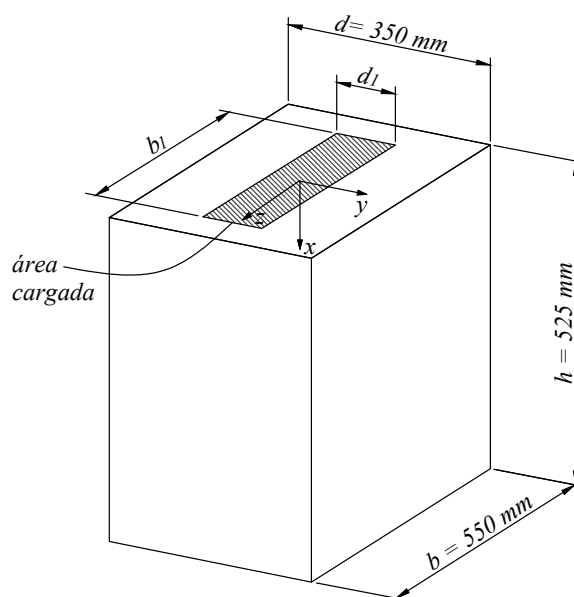


Figura 3.1 – Representación geométrica general de los ensayos realizados para la campaña de Markić. Figura adaptada del mismo trabajo [3].

El diseño de las probetas contó con un enfoque paramétrico, analizando la influencia de la geometría, el tamaño del área de carga, la resistencia del hormigón y el contenido de fibras de acero o cuantías de armadura. De forma particular, la campaña destacó por altas cuantías mecánicas de armadura, llegando a superar el 3.0% en ambas direcciones ortogonales, así como el ensayo de bloques sin armadura.

3.3. Comportamiento mecánico de áreas parcialmente cargadas

Cuando se aplica una carga concentrada sobre un área reducida respecto a la superficie total de un bloque de hormigón, las tensiones de compresión internas resultantes tienden a dispersarse a medida que se alejan de la zona de aplicación, hasta alcanzar una distribución uniforme en la sección transversal total como se puede observar en la figura 3.2. Esta dispersión de tensiones puede producirse principalmente en una o en dos direcciones, identificándose como estados planos o espaciales, respectivamente.

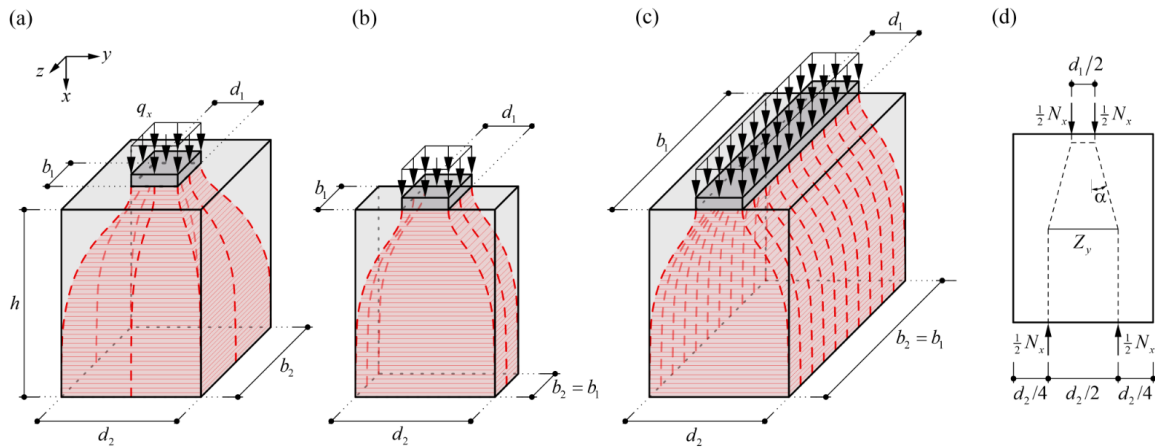


Figura 3.2 – Casos de áreas parcialmente cargadas (a) Caso espacial; (b) Caso plano tipo 'placa'; (c) Caso plano tipo 'franja'; (d) Modelo de Bielas y Tirantes adoptado para casos planos. Tomado de Markić (2023) [4].

La dispersión de tensiones descrita genera tensiones transversales de compresión en la zona confinada justo debajo del área de introducción de carga, y a su vez, se generan tensiones transversales de tracción en una zona más alejada de dicha zona cargada. Las tensiones transversales de compresión causadas por la desviación de la trayectoria de tensiones producen un efecto de confinamiento geométrico, a veces llamado efecto 'botella'. Además de este fenómeno, también existe un confinamiento adicional denominado confinamiento pasivo o efecto Poisson. Este último se genera debido al impedimento de deformación lateral causado por el hormigón que no se encuentra cargado alrededor de la zona de introducción de carga. El confinamiento pasivo, también se puede desarrollar por la existencia de armadura transversal cerca del área cargada, que es diferente a la armadura necesaria para resistir las fuerzas de tracción generadas por la apertura de carga. En la figura 3.2.b, esta armadura transversal corresponde a las barras dispuestas en dirección y .

La resistencia del hormigón en este tipo de situaciones estará gobernada por el aplastamiento del hormigón bajo la zona de introducción de carga, o bien, por la rotura a tracción de la zona de tracción transversal debido a la apertura de tensiones de compresión. Hoy en día este último mecanismo se resuelve de manera satisfactoria mediante modelos aceptados, como por ejemplo bielas y tirantes. Por el contrario, la resistencia frente al aplastamiento local se aborda de forma menos rigurosa en los distintos estándares de diseño, recurriendo a expresiones derivadas de ajustes empíricos con rangos de aplicabilidad restringidos. Estos dos métodos se detallan en la sección 3.4.

3.4. Enfoque normativo

El diseño de áreas parcialmente cargadas en la práctica habitual de la ingeniería se rige por las prescripciones de los códigos vigentes. Estos documentos abordan por separado los dos mecanismos principales de fallo descritos en la sección anterior: la fisuración por tracción transversal y el aplastamiento local bajo la zona de introducción de carga.

3.4.1. Modelos de bielas y tirantes para tensiones transversales de tracción

Para el diseño frente a las tensiones transversales de tracción (*bursting stresses*), la mayoría de normativas internacionales, incluyendo el Eurocódigo 2 [1] y el *fib* Model Code 2010 [7], recomiendan el uso de modelos de bielas y tirantes (Strut-and-Tie Models, STM). De manera general, se considera la aplica-

ción del modelo presentado en la figura 3.2 propuesto por Mörsch [27], para un bloque de hormigón de ancho d_2 . El mismo se encuentra cargado por una fuerza N_x aplicada en un ancho d_1 y se puede obtener la fuerza de tracción transversal Z_y y su posición.

La posición óptima del tirante se adopta habitualmente a una profundidad igual a $d_2/2$ desde la superficie de aplicación de la carga, dado que esta ubicación coincide de manera aproximada con la resultante del campo de tensiones de tracción obtenido mediante un análisis elástico lineal. Al tratarse de un modelo de equilibrio basado en la teoría de la plasticidad, la elección de esta distancia podría variar modificando la inclinación de las bielas de compresión que transmiten la carga y, por consiguiente, variando la cantidad de armadura transversal requerida. En la figura 3.3 se muestra un esquema adaptado del modelo definido por el Eurocódigo 2 para estos casos.

Se considera que este enfoque, basado en el teorema del límite inferior de la plasticidad, proporciona resultados seguros y satisfactorios para el diseño de la armadura transversal necesaria en Estado Límite Último.

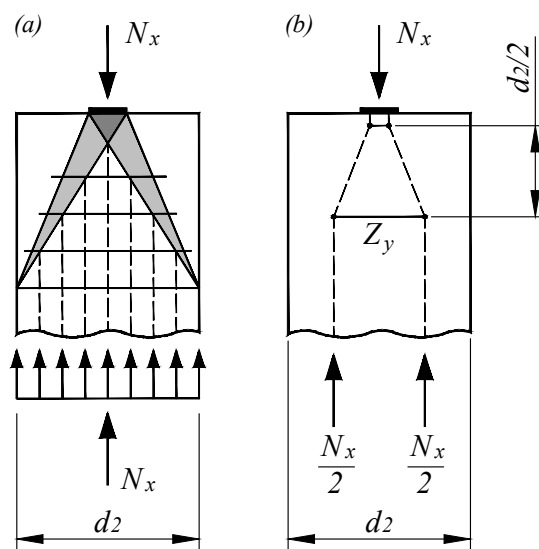


Figura 3.3 – (a) Modelo de campos de tensiones y modelo de Bielas y (b) Tirantes asociado. Adaptado de Eurocódigo 2 [1].

3.4.2. Resistencia local frente al aplastamiento y al confinamiento

El cálculo de la resistencia al aplastamiento en la zona confinada se aborda mediante formulaciones fundamentalmente empíricas. El Eurocódigo 2 define la tensión última resistente de cálculo (f_{Ru}) basándose en la relación geométrica entre el área cargada (A_{c0}) y el área de reparto de diseño (A_{c1}), utilizando una relación de raíz cuadrada:

$$f_{Ru} = f_{cd} \cdot \sqrt{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} \leq 3.0 \cdot f_{cd} \quad (3.1)$$

donde f_{cd} es la resistencia a compresión del hormigón. Esta formulación, o variaciones similares basadas en la raíz cuadrada de las áreas, es compartida por otras normativas de referencia a nivel mundial, como el código americano ACI 318 [2].

Alternativamente, otros autores y documentos de referencia [28] han propuesto expresiones basadas en la raíz cúbica para modelar el incremento de resistencia por confinamiento, debido a que genera un mejor

ajuste a casos planos de carga parcial en donde el confinamiento no llega a desarrollarse de forma triaxial, lo que conduce a menores resistencias de compresión máxima. La expresión propuesta que utiliza una relación de raíz cúbica es:

$$f_{Ru} = f_{c0} \cdot \sqrt[3]{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} \quad (3.2)$$

Las dos expresiones matemáticas (raíz cuadrada y raíz cúbica) constituyen modelos empíricos que dependen exclusivamente de parámetros geométricos muy simples para su aplicación en la fase de diseño. No obstante, estas aproximaciones no tienen en cuenta de forma explícita el estado tensional triaxial real, ni cuantifican mecánicamente el beneficio del confinamiento pasivo que proporciona la presencia de armadura transversal en la zona de carga [4]. Estas limitaciones han sido tema de debate y revisión durante la redacción de la nueva generación del Eurocódigo 2 [1]. Esta nueva versión mantiene la formulación que depende de la relación geométrica de áreas y el límite del factor de confinamiento menor o igual a 3, pero introduce una cláusula que permite superar este tope empírico si se justifica mediante un análisis refinado que evalúe adecuadamente el estado tensional real.

Otra limitación que es importante exponer es que las normativas requieren una condición adicional de 'afinidad' entre las áreas A_{c0} y A_{c1} . Observando la figura 3.4 se puede ver que para casos de carga tipo franja (b) resultaría que $A_{c0} = A_{c1}$, y por lo tanto, no admite adoptar un incremento de resistencia en el hormigón, a pesar de que se ha comprobado empíricamente que dicho incremento existe [3].

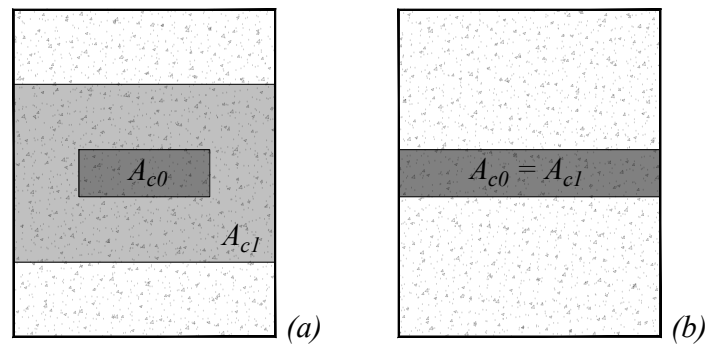


Figura 3.4 – Relación entre áreas de aplicación de carga concentrada (A_{c0}) y área resistente de hormigón a considerar para incremento de resistencia (A_{c1}): (a) caso de carga tridimensional; (b) caso de carga bidimensional. Adaptado de Eurocódigo 2 [1].

Los *background documents* del nuevo código reconocen que las formulaciones previas subestiman la capacidad a compresión del hormigón e incluyen referencias directas a investigaciones recientes basadas en modelos de campos de tensiones tridimensionales [6] como el camino adecuado para realizar los análisis refinados mencionados. Esta situación plantea la necesidad de implementar modelos numéricos de campos de tensiones que puedan capturar el comportamiento del hormigón confinado de forma correcta.

3.5. Soluciones de campos tensionales

Para superar las limitaciones de los modelos empíricos normativos, se ha avanzado durante los últimos años hacia la aplicación de modelos de campos de tensiones (stress field methods) basados en la teoría de la plasticidad. En investigaciones recientes [4] se han desarrollado soluciones analíticas que permiten caracterizar mecánicamente el comportamiento de áreas parcialmente cargadas.

Estos modelos permiten evaluar el estado tensional triaxial en la zona de introducción de carga al formular un campo de tensiones espacial que satisface las condiciones de equilibrio y compatibilidad, e incorporando un criterio de fluencia tridimensional para el hormigón (usualmente el criterio de Mohr Coulomb con limitación en la resistencia a tracción). Con estas hipótesis se puede calcular el incremento de resistencia a compresión bajo la zona de carga en función de las tensiones de confinamiento que allí actúan.

En este contexto, Markić [4] propone dos modelos denominados *Dual-Wedge* y *Dual-Cone* que permiten integrar la contribución de la armadura de confinamiento y cuantificar el efecto del confinamiento pasivo. De esta manera se puede obtener el incremento de resistencia a compresión en función de una determinada cuantía de armadura. La diferencia entre ambos modelos radica en que el *Dual-Cone* modeliza casos con geometría axisimétrica (véase figura 3.5.a) y el *Dual-Wedge* modeliza casos de carga en franja asociados a un comportamiento plano de deformaciones (véase figura 3.5.b).

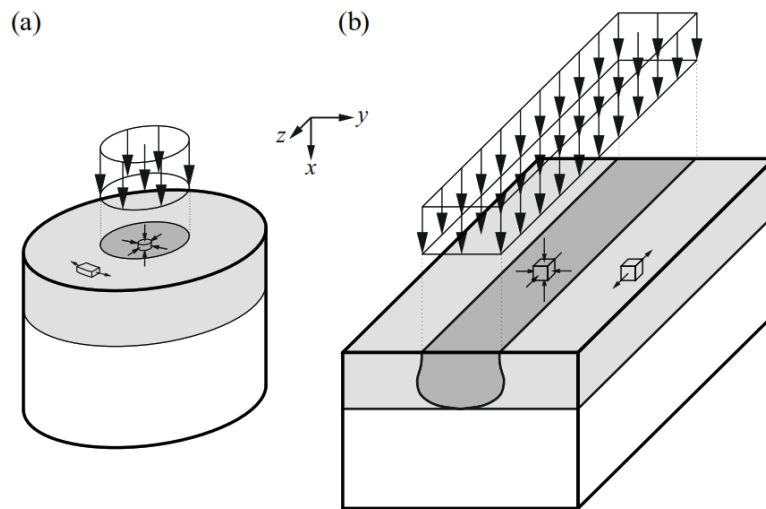


Figura 3.5 – Geometría de introducción de cargas y estados tensionales simplificados: (a) Caso espacial axisimétrico y (b) caso plano. Tomado de Markić (2023) [4]

3.5.1. Hipótesis principales

La formulación de los modelos analíticos desarrollados por Markić (2023) se basa en el teorema del límite inferior de la teoría de la plasticidad. Para su resolución, el dominio estructural se discretiza en sub-campos de tensiones homogéneas separados por líneas de discontinuidad, a través de las cuales se debe garantizar el equilibrio interno continuo. Para que esta solución sea válida, el modelo adopta una serie de hipótesis mecánicas fundamentales:

- Se asume que la carga exterior se introduce de forma centrada y sin excentricidades, generando una presión de contacto (σ_{x0}) uniforme. Del mismo modo, las tensiones aportadas por la armadura transversal de confinamiento (σ_{conf}) y de desvío o *bursting* (σ_s) se asumen distribuidas de forma homogénea en sus respectivas regiones y son un dato de partida para resolver la región.
- Para caracterizar la resistencia del material, se adopta un criterio de fluencia de Mohr-Coulomb modificado, despreciando la resistencia a tracción del hormigón (*zero tension cut-off*).

Es importante aclarar que, a pesar de que se desprecia la resistencia a tracción del hormigón en el cálculo, el marco teórico del modelo permitiría calcular la capacidad portante de bloques sin armadura o levemente armados. Para lograr esto, el autor sugiere que las tensiones de confinamiento y de desvío (σ_{conf} y σ_s) pueden igualarse a la tensión media de fisuración del hormigón. Sin embargo, al igual que en otras metodologías de cálculo basadas en la plasticidad, el autor concluye que en la práctica

no es recomendable confiar en esta contribución resistente. Por lo tanto, para el diseño en ELU, se asume de forma conservadora una resistencia a tracción nula, requiriendo siempre la disposición de una cuantía mínima de armadura para garantizar el equilibrio de las fuerzas laterales. Dicha cuantía debe ser suficiente como para que sea la tensión que aporte sea superior a la tensión media del hormigón.

En términos de tensiones principales (donde $\sigma_3 \geq \sigma_2 \geq \sigma_1 \geq 0$, asumiendo la compresión como positiva), el criterio de rotura general se expresa con la ecuación 2.7. Considerando parámetros mecánicos realistas para el hormigón, como un ángulo de fricción interna definido por $\tan \varphi = 0.75$ (aproximadamente 36.9°) y la resistencia uniaxial a compresión f_{c0} el criterio de rotura se simplifica a la siguiente relación lineal:

$$\sigma_3 = f_{c0} + 4\sigma_1 \quad (3.3)$$

Esta formulación analítica captura matemáticamente la amplificación de la resistencia principal (σ_3) inducida por las tensiones transversales de confinamiento (σ_1), contrastando directamente con los modelos numéricos comerciales simplificados que, al asumir $\varphi = 0^\circ$, consideran una amplificación de la resistencia a compresión por confinamiento mucho menor.

En la figura 3.6 se presentan los campos tensionales propuestos por Markić. Los especímenes escogidos de la campaña experimental realizada por el autor para modelar y analizar su comportamiento con el software IDEA StatiCa en el presente trabajo son asimilables al campo tensional *Dual-Wedge* (DW), considerado adecuado para casos asimilables a carga en franja. En función de esto, dicho modelo se describe con mayor detalle en la sección 3.5.2 y será utilizado para comparar con los resultados obtenidos mediante el modelado computacional desarrollado.

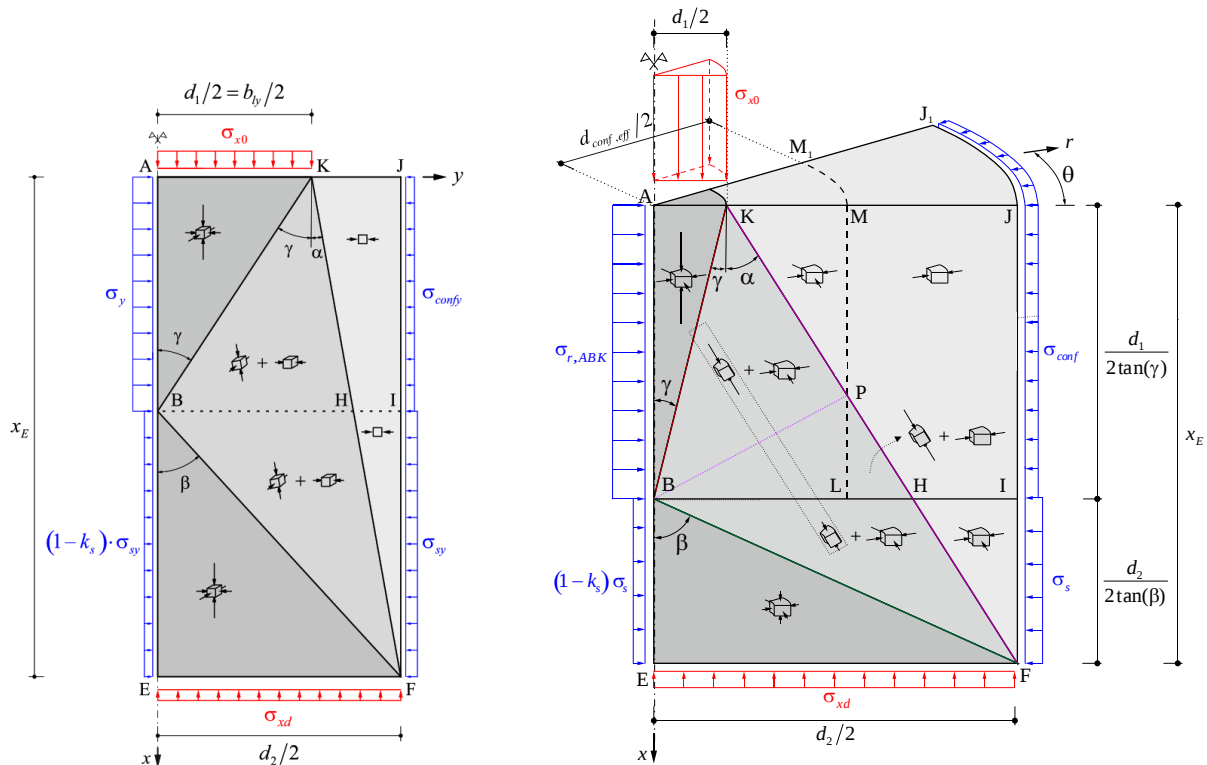


Figura 3.6 – Campos de tensiones definidos para el caso *Dual-Wedge* (izquierda) y el caso *Dual-Cone* (derecha). Tomado de Markić (2023) [4].

3.5.2. Descripción del campo de tensiones tipo *dual-wedge*

Para resolver situaciones de carga en franja (*strip loading*) se propone el modelo analítico denominado *Dual-Wedge* en el que se supone la existencia de un estado de deformación plana ($\varepsilon_z = 0$ en la dirección z según los ejes representados en la figura 3.2). Esta hipótesis es estrictamente válida para bloques de longitud (en dirección z) infinita.

La topología, ilustrada en la figura 3.6, se caracteriza por la división del bloque en cuñas y bielas de transmisión que garantizan el flujo de cargas desde el área parcialmente cargada hasta la sección transversal completa del elemento.

El campo de tensiones se estructura principalmente en tres regiones:

- **Cuña superior (ABK):** Situada directamente bajo la placa de carga, se encuentra sometida a un estado de compresión triaxial. La tensión vertical que resiste (σ_{x0}) depende de la presión lateral confinante que actúe sobre ella. Esta presión lateral se modela en rotura mediante el parámetro σ_{conf} , el cual representa la tensión homogénea aportada por la armadura transversal de confinamiento dispuesta en la zona superior.
- **Cuña inferior (BEF):** Representa la zona donde las tensiones se han dispersado, generando una distribución uniforme de tensiones en la base del bloque σ_{xd} dada en la profundidad x_E . Cabe aclarar que el modelo está limitado a un valor de $x_{E, mx} = 2 \cdot d_2$, por lo que en un bloque con altura h y placa de ancho d_1 el campo DW no se extiende en todo el bloque completo. También vale destacar que la tensión de compresión uniforme en la base del bloque (σ_{xd}) no puede superar la resistencia a compresión uniaxial del hormigón (f_{c0}), al ser una región que ya no se encuentra confinada.
- **Biela diagonal (BKF):** Conecta ambas cuñas, transfiriendo la carga y generando un empuje lateral (*bursting force*) que debe ser equilibrado en la región adyacente. La tensión transversal encargada de equilibrar esta fuerza de desvío se define como σ_s y es normalmente resistida por la armadura transversal dispuesta para esto.

Como se menciona en la sección 3.5.1, en caso de no existir armadura en las regiones ABK y BKF, las tensiones σ_{conf} y σ_s podrían igualarse a la tensión media de fisuración del hormigón pero no es recomendable confiar en esta contribución resistente a la hora de realizar un diseño.

La estimación de la tensión de confinamiento σ_{conf} depende del mecanismo que la genera. En algunos casos prácticos, dicha presión proviene de fuentes independientes a la deformación inducida por la carga (por ejemplo, postesado, fuerzas transversales aplicadas, deformaciones impedidas de origen térmico o tensiones de compresión existentes en flexión). Sin embargo, lo más habitual es que σ_{conf} se movilice a través de armadura transversal dispuesta en la zona de confinamiento, que se activa progresivamente con las deformaciones laterales del bloque conforme aumenta la carga.

Para este caso, Markić adopta la formulación habitual recogida en las normativas:

$$\sigma_{conf} = \frac{\sum A_{s,i} \cdot \sigma_{s,adm}}{a_{cs} \cdot s_x} \cdot \kappa \quad (3.4)$$

donde $A_{s,i}$ es el área de cada brazo de armadura de confinamiento por capa, $\sigma_{s,adm}$ es la tensión admisible en la armadura, a_{cs} es el ancho de hormigón confinado ortogonal a la dirección considerada, s_x es la separación entre capas de confinamiento y κ es un factor de eficiencia que depende de la configuración y la separación de la armadura. La hipótesis que adopta el autor es $\sigma_{s,adm} = f_y$ y $\kappa = 1$, asumiendo que la armadura plastifica antes de alcanzar la rotura del bloque. Esta hipótesis fue verificada experimentalmente en su propia campaña mediante sensores distribuidos de fibra óptica, observando que las armaduras de confinamiento alcanzaron efectivamente la fluencia y que la formulación propuesta conduce a predicciones conservadoras de la capacidad portante.

La tensión σ_s se estima de manera análoga, asumiendo que la armadura transversal dispuesta para resistir el empuje lateral también plastifica en rotura ($\sigma_s = \rho_s \cdot f_y$), siendo ρ_s la cuantía de armadura transversal.

3.5.3. Limitaciones del modelo

A pesar del rigor mecánico que introduce esta formulación analítica, el modelo *Dual-Wedge* se construye sobre idealizaciones que delimitan su campo de aplicación práctica:

- **Idealización de la armadura:** Al asumir que los esfuerzos de la armadura transversal se distribuyen de manera constante (σ_{conf} y σ_s), el modelo ignora la posición discreta de cada barra y las posibles concentraciones locales de tensiones.
- **Restricciones geométricas:** La solución analítica exige proporciones geométricas mínimas que permitan acomodar completamente la topología de cuñas antes de alcanzar los bordes libres de la pieza. A su vez, la introducción de carga se asume como centrada y sin momentos aplicados.
- **Plastificación de las armaduras transversales:** La formulación analítica asume que toda la armadura transversal (tanto la de confinamiento como la de bursting) plastifica en el estado límite último. Esta hipótesis puede no cumplirse en casos donde la deformación transversal del bloque sea insuficiente para activar la fluencia, especialmente en bloques poco deformables o con armaduras de muy alta resistencia.

A partir de las limitaciones presentadas surge la necesidad de evaluar la utilización de modelos computacionales avanzados, como los descritos en el capítulo 2. Mientras que una solución analítica resultaría en una gran complejidad ante configuraciones asimétricas, cargas excéntricas o disposiciones irregulares de armadura, un enfoque numérico validado con resultados experimentales permitiría superar dichas limitantes y esto supone la principal motivación del presente trabajo. Por otro lado, la hipótesis de plastificación de la armadura transversal, se evalúa en los casos modelados en el presente trabajo, cuyos resultados se discuten en el capítulo 4 a efectos de verificar que la suposición sea razonable en la práctica.

4 Validación del modelo 3D implementado y mejoras propuestas

Previo al análisis realizado en el presente trabajo sobre áreas parcialmente cargadas, es relevante comprobar que la extensión implementada para el caso tridimensional reproduce de forma precisa el comportamiento de elementos estructurales validados previamente con el CSFM 2D para casos planos. Una vez realizada esta verificación inicial, se puede avanzar con el modelado de problemas simples con comportamiento tridimensional para evaluar el correcto funcionamiento del modelo y, de ser necesario, proponer posibles mejoras para la formulación del método.

El presente capítulo se estructura en tres fases: en primer lugar, se valida la respuesta del software 3D frente a casos predominantemente planos (vigas con comportamiento a flexión con baja cuantía de armadura transversal); en segundo lugar, se evalúa el desempeño del programa frente a estados de compresión multiaxiales, analizando la respuesta constitutiva del material bajo confinamiento; y finalmente, a partir de las limitaciones teóricas o numéricas detectadas en esta última etapa, se proponen posibles alternativas de refinamiento para el modelo constitutivo.

4.1. Validación de casos con comportamiento en plano en el modelo 3D

Como punto de partida, se consideró el análisis realizado en la validación del *Compatible Stress Field Method* (CSFM) desarrollado en 2D por Kaufmann et al. (2020) [6]. En dicho documento, la formulación bidimensional demostró entre otras cosas, la capacidad de simular con precisión tanto el comportamiento carga-deformación como los modos de fallo de diversas campañas experimentales de vigas de hormigón armado con bajas cuantías de armadura transversal.

A partir de este antecedente, se seleccionaron dos vigas representativas para ser modeladas en CSFM 3D: una correspondiente a la campaña de Huber et al. (2016) y otra a la campaña de Vecchio and Shim (2004) [29, 30]. La elección de estos elementos permite evaluar el desempeño de la formulación 3D frente a cargas de rotura con fallos dominados por cortante y la rotura de la armadura transversal. La geometría general y configuración de los ensayos realizados se puede observar en la figura 4.1.

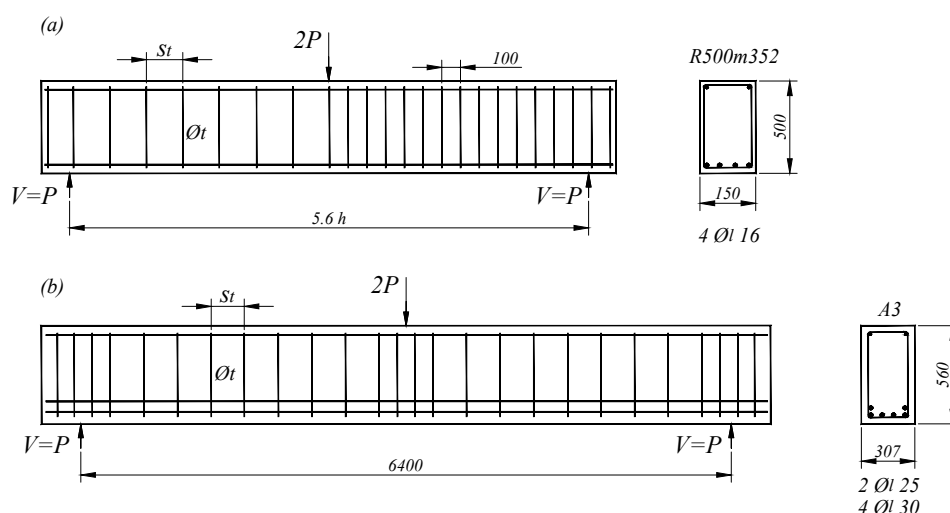


Figura 4.1 – Configuración del ensayo, geometría y refuerzo de las vigas seleccionadas para validación: (a) Huber (2016); (b) Vecchio and Shim (2004). Dimensiones en milímetros.

En la Tabla 4.1 se detallan las características geométricas de los elementos, incluyendo el canto total (h), el canto útil (d), el ancho de la sección (b) y la luz libre entre apoyos (l). Asimismo, se especifican los diámetros adoptados para la armadura longitudinal (ϕ_l) y transversal (ϕ_t), junto con la separación de los estribos (s_t) y la cuantía geométrica transversal resultante ($\rho_{t,geo}$). Por su parte, la Tabla 4.2 recoge los parámetros mecánicos de los materiales empleados en el modelado. Para el hormigón, se define la resistencia a compresión cilíndrica (f_c) y la deformación unitaria cuando se alcanza dicha tensión (ϵ_{c0}). Para las armaduras de acero, tanto a flexión como a cortante, se indican el límite elástico (f_y), la resistencia última a tracción (f_t) y la deformación última bajo carga máxima (ϵ_u).

Tabla 4.1 – Propiedades geométricas relevantes para el análisis de las vigas seleccionadas.

Especimen	h	d	b	l	ϕ_l	ϕ_t	s_t	$\rho_{t,geo}$
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[%]
R500m532	500	460	150	2800	4-16	4.0	200	0.08
A3	560	457	307	6400	2-25 4-30	5.7	168	0.04

Tabla 4.2 – Propiedades de materiales considerados para el análisis de las vigas seleccionadas.

Especimen	Armadura de cortante				Armadura de flexión				Hormigón	
	ϕ_t	f_y	f_t	ϵ_u	ϕ_l	f_y	f_t	ϵ_u	f_c	ϵ_{c0}
	[mm]	[MPa]	[MPa]	[%]	[mm]	[MPa]	[MPa]	[%]	[MPa]	[%]
R500m532	4.0	653	712	49	16	550	594	50	36.0	2.0
A3	5.7	600	651	37	25	445	680	50	43.5	1.9
					30	436	700			

Cada viga ha sido modelada usando la configuración por defecto de CSFM e introduciendo cinco modelos alternativos. En cada modelo alternativo se varía un parámetro respecto al modelo por defecto siguiendo un procedimiento similar al utilizado en el trabajo de Kauffmann et al. para la validación del

modelo 2D. En la Tabla 4.3 se resumen las modificaciones realizadas en cada modelo, incluyendo la altura de los elementos finitos (FE) para ambos casos, la consideración o no del *tension stiffening* (y a su vez, el modelo considerado: POM o TCM), y de *compression softening*. El modelo utilizado como referencia con los parámetros por defecto se denomina M1-A y se indica en dicha tabla con sombreado gris, la variación de parámetros en otros modelos.

Para cada uno de los modelos desarrollados, se comparó el resultado obtenido con el modelo 3D frente a los resultados experimentales y a los obtenidos con el modelo 2D previamente validado.

Tabla 4.3 – Parámetros numéricos investigados en el estudio de modelado (las variaciones respecto al modelo M1-A, el modelo con parámetros por defecto, aparecen sombreadas).

Modelo	Altura de EF [mm]		TS ³⁾ en armadura	TS ³⁾ en armadura	Compression
	Vecchio	Huber	de flexión	de cortante	softening
M0-A	112	100	TCM ¹⁾	POM ²⁾	activado
M1-A (def.)	56	50	TCM ¹⁾	POM ²⁾	activado
M2-A	28	25	TCM ¹⁾	POM ²⁾	activado
M3-A	56	50	desactivado	desactivado	activado
M4-A	56	50	TCM ¹⁾	TCM ¹⁾	activado
M5-A	56	50	TCM ¹⁾	POM ²⁾	desactivado

1) Tension Chord Model.

2) Pull-Out Model.

3) TS: Tension Stiffening.

4.1.1. Respuesta estructural global

A modo ilustrativo, la figura 4.2 muestra el modelo desarrollado en IDEA StatiCa Detail para la viga R500m532 de Huber et al. [29]. Se aprecia el desarrollo del campo de compresiones diagonal entre la placa de carga y los apoyos, así como la plastificación de los estribos en la zona crítica para el corte, en concordancia con el modo de fallo observado experimentalmente.

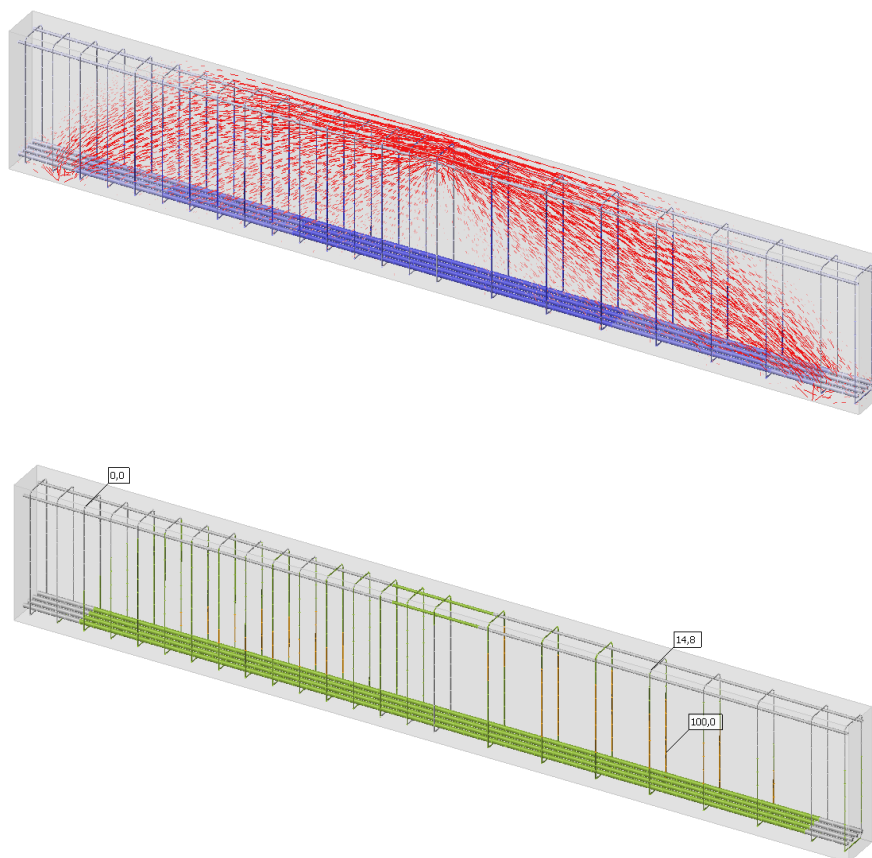


Figura 4.2 – Modelo CSFM 3D en IDEA StatiCa Detail de la viga R500m532 (Huber, 2016): (arriba) campo de tensiones en el hormigón y armadura; (abajo) ratio de utilización de la armadura, evidenciando la plastificación de los estribos en la zona crítica de corte.

En las figuras a continuación se presentan los resultados del cociente de carga experimental ($V_{u,exp}$) obtenida en los ensayos y la carga calculada ($V_{u,calc}$) en cada modelo. Se comparan los resultados obtenidos tanto para el caso 2D como para el caso 3D.

En la figura 4.3 se muestra la carga última predicha por el CSFM 3D y el CSFM 2D para tres tamaños de malla diferentes. Todos los modelos predicen un fallo por cortante con plastificación y rotura en los estribos, en concordancia con las observaciones experimentales. El CSFM 3D estima una carga de rotura un 5 % superior, en promedio, a la del CSFM 2D, acercándose más al valor experimental. Una posibilidad, es que parte o toda la sobrerresistencia del modelo, pueda estar relacionada con el desarrollo de un estado de tensiones multiaxial en la zona de la placa de carga, que no es capturado por el modelo 2D y que se comenta con mayor detalle en la sección 4.1.2.

Interesa destacar que el modelo de malla más gruesa (M0-A) predice del lado de la inseguridad la carga última, con cocientes $V_{u,exp}/V_{u,calc}$ menores a 1, siendo un factor importante a tener en cuenta para el desarrollo de estos modelos en la práctica.

Por su parte, en la figura 4.4 se muestra la misma comparación para los modelos M1, M3, M4 y M5. El objetivo de esta comparación es evaluar la influencia de diferentes parámetros constitutivos para predecir la carga última de rotura. En general, se mantienen las tendencias de comportamiento entre modelos 2D y 3D. En particular, se observa que el modelo de comportamiento POM implementado para los estribos de la viga, proporciona resultados consistentes y parecen ser fiables en la extensión del modelo a tres dimensiones.

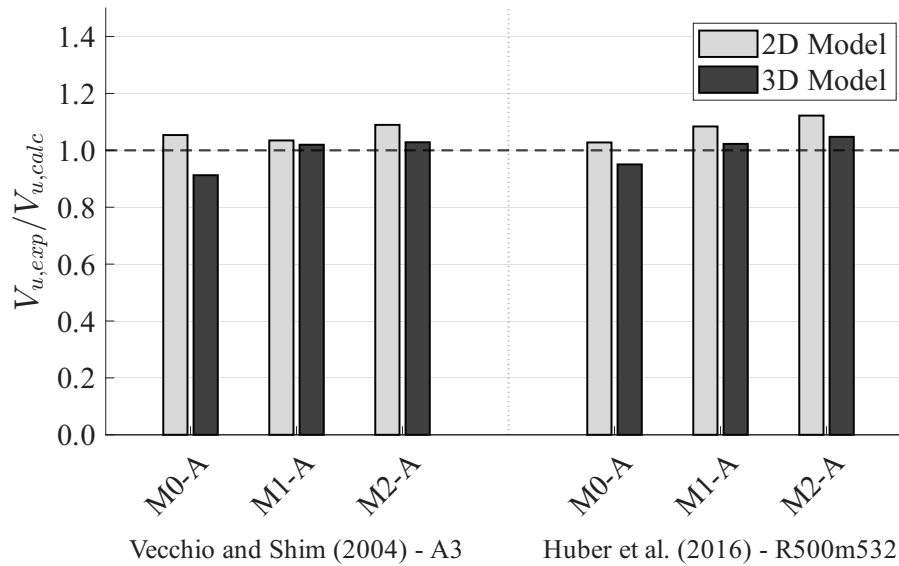


Figura 4.3 – Influencia de los parámetros numéricos en el ratio entre la carga última experimental frente a la carga última calculada en los modelos 2D y 3D: M0 (malla gruesa), M1 (modelo base) y M2 (malla refinada).

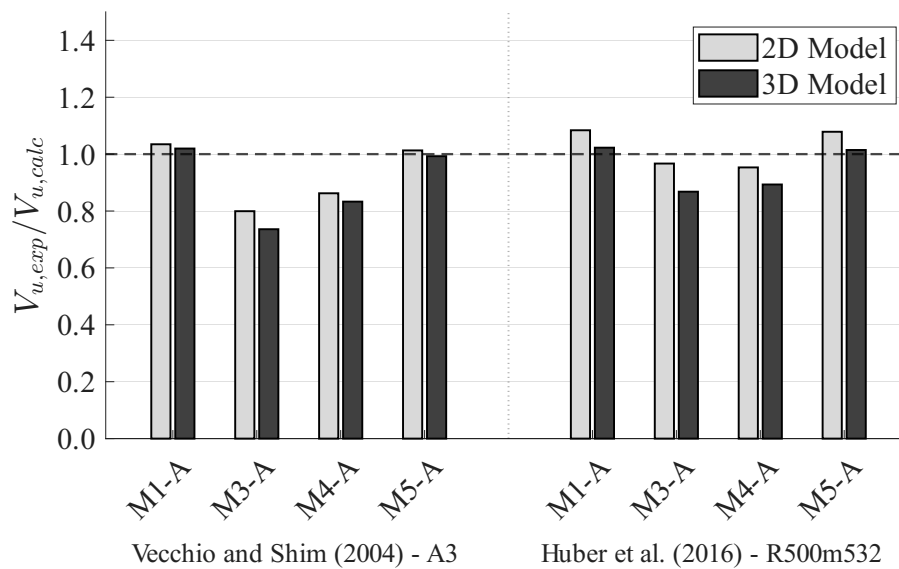


Figura 4.4 – Influencia de los parámetros numéricos en el ratio entre la carga última experimental frente a la carga última calculada en: M0 (malla gruesa), M1 (modelo base), M2 (malla refinada), M3 (sin *tension stiffening*), M4 (solo TCM y sin POM en la armadura transversal) y M5 (sin *compression softening*).

Luego de esta validación inicial, se estudió el comportamiento global de carga-deformación en los modelos y a continuación, el comportamiento local del hormigón en puntos críticos de cada viga (4.1.2).

En la figura 4.5 se muestra la comparación de las curvas de carga-deformación obtenidas en los modelos M1-A y M2-A para el caso de la viga R500m532. Se observa que ambos modelos predicen una respuesta global similar que no presenta diferencias apreciables en el comportamiento, y que motiva la realización de un análisis más detallado que evalúe el comportamiento local del hormigón. Se presenta este análisis en la sección siguiente.

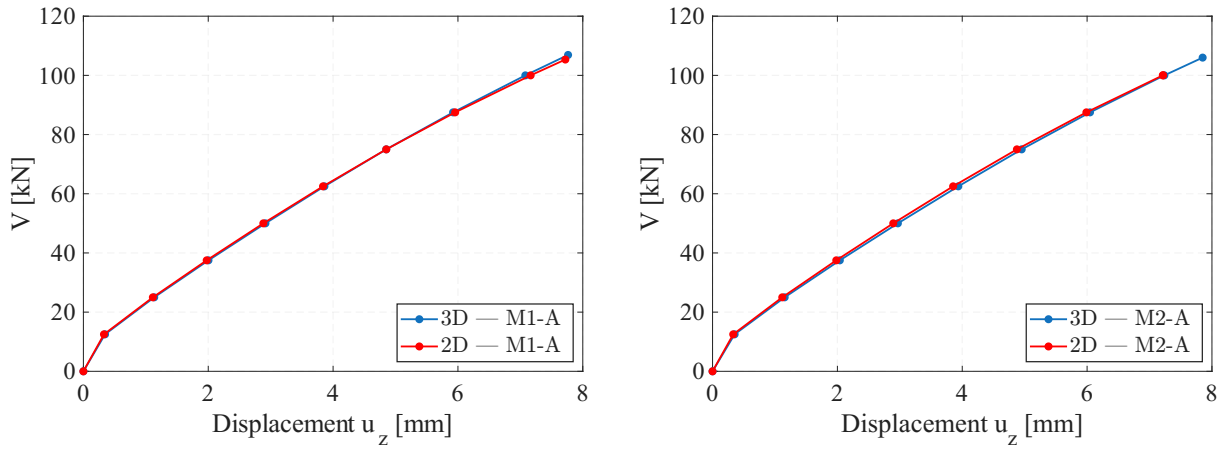


Figura 4.5 – Curvas de carga-desplazamiento para la viga R500m532 de Huber, comparando los modelos 2D y 3D para dos tamaños de malla distintos: (izquierda) M1-A con tamaño de malla por defecto; (derecha) M2-A con tamaño de malla reducido.

4.1.2. Comportamiento local del hormigón

En la figura 4.6 se presenta la comparación del comportamiento tensión-deformación en dos ubicaciones críticas de la viga para el modelo de referencia M1-A. En la figura de la izquierda se muestra el comportamiento del hormigón bajo la placa de carga, mientras que en la figura de la derecha se puede ver el comportamiento del hormigón en el campo de compresiones desarrollado a lo largo del canto de la viga. Si bien la respuesta dentro del campo de compresiones desarrollado a lo largo del canto de la viga es similar en ambos modelos, el comportamiento cerca de la placa de carga es notablemente más rígido en el modelo 3D.

Esta diferencia podría estar vinculada al estado tensional desarrollado en esa zona y es consistente con el comportamiento descrito previamente: mientras que el campo de compresiones se encuentra en un estado principalmente uniaxial ($\sigma_{c1} = \sigma_{c2} = 0$), bajo la placa de carga se desarrolla un estado multiaxial, con $\sigma_{c1} \simeq -11$ MPa (figura 4.6, izquierda), dado que $\sigma_{c1} = \sigma_{c3} - \sigma_{eq}$.

Con respecto a la rigidez inicial en ambos puntos de análisis, se observa que en los dos casos el modelo reproduce de forma adecuada la rigidez elástica E_{el} del hormigón.

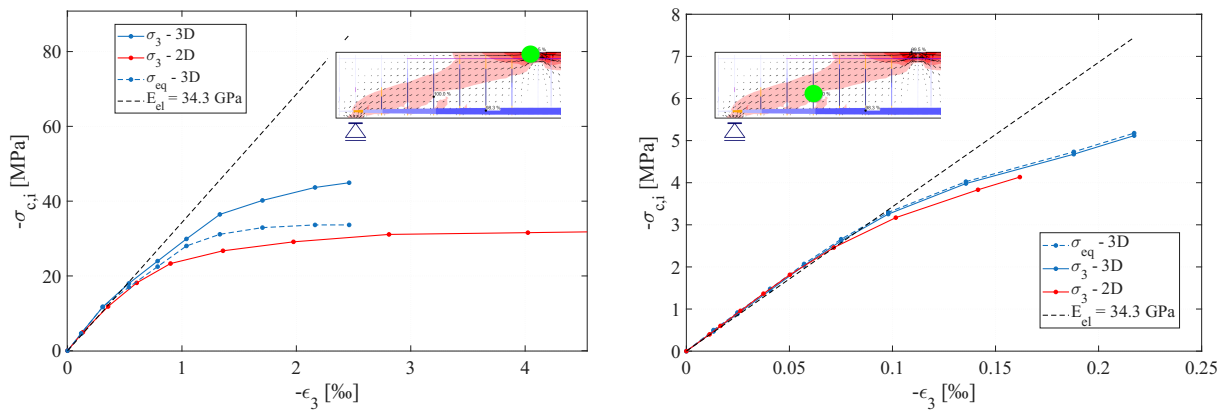


Figura 4.6 – Comportamiento tensión-deformación del hormigón para la viga R500m532 de Huber, comparando los modelos 2D y 3D en dos localizaciones: (izquierda) bajo la placa de carga; (derecha) en el campo de compresiones diagonal.

Con la validación realizada en esta sección se puede concluir que para casos predominantemente planos, el comportamiento global del modelo 3D es consistente con el modelo 2D previamente validado. Sin embargo, las diferencias observadas en el comportamiento local del hormigón bajo la placa de carga, motivan un análisis más detallado del modelo constitutivo bajo estados triaxiales, que se desarrolla en la sección siguiente.

4.2. Análisis de casos triaxiales

La validación realizada en la sección 4.1 confirma que el módulo CSFM 3D reproduce de forma satisfactoria el comportamiento de elementos con respuesta predominantemente plana. Sin embargo, las desviaciones observadas en el comportamiento local del hormigón bajo la placa de carga (ver figura 4.6), donde se desarrolla un estado tensional multiaxial, motivan un análisis específico del modelo constitutivo del hormigón bajo estados de compresión triaxial.

Para llevar a cabo esta parte del trabajo, se realizaron dos análisis en paralelo que permitieron evaluar la respuesta del material aislada de la complejidad geométrica y de la interacción de armadura de refuerzo y hormigón que podrían aparecer en modelos más complejos.

Por un lado, se realizaron modelos numéricos de bloques de hormigón sin armadura, los cuales fueron sometidos a solicitaciones triaxiales. La configuración consistió en una probeta prismática sometida a dos fases de carga consecutivas (ver figura 4.7):

1. Fase de confinamiento: se aplican presiones laterales uniformes en las cuatro caras transversales de la probeta hasta alcanzar el nivel de confinamiento objetivo $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_{\text{conf}}$.
2. Fase desviadora: manteniendo constante la presión lateral, se incrementa progresivamente la carga axial σ_3 en la cara superior hasta alcanzar la rotura del material.

El ensayo se modeló directamente en IDEA StatiCa Detail, permitiendo evaluar el comportamiento del módulo CSFM 3D tal y como está implementado en el software actualmente, comparando además los resultados con los obtenidos por el módulo CSFM 2D para configuraciones equivalentes.

En segundo lugar se utilizó una implementación independiente del modelo constitutivo desarrollada por IDEA StatiCa que es usada para validaciones del modelo. El código fuente desarrollado en MATLAB fue facilitado por IDEA StatiCa en el marco del proyecto conjunto UPV-IDEA StatiCa con el objetivo de poder explorar modificaciones en el modelo constitutivo e hipótesis básicas del comportamiento del material. Esta segunda vía de análisis permitió comprender la formulación del modelo y se utilizó como base para el estudio de deformaciones que se discute en la sección 4.2.2.

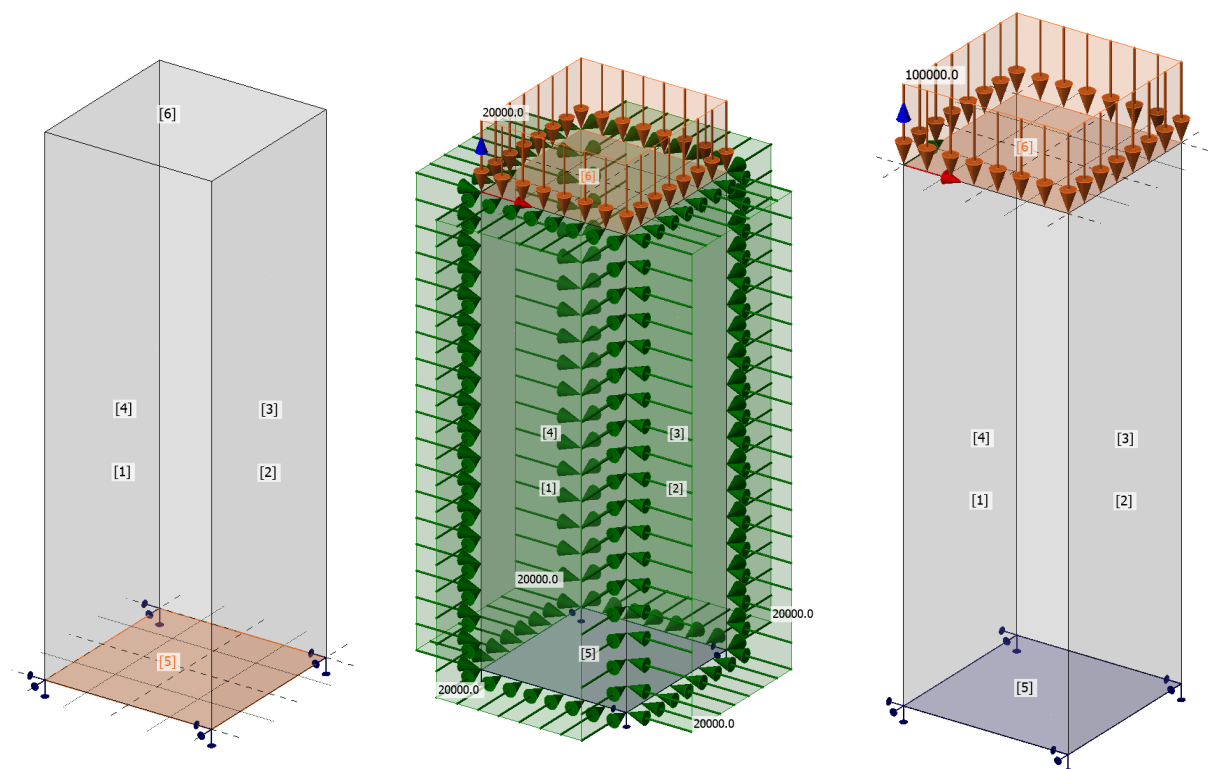


Figura 4.7 – Configuración del ensayo triaxial con la implementación 3D-CSFM en IDEA StatiCa Detail: (izquierda) modelo base del bloque de hormigón; (centro) fase de confinamiento mediante presiones laterales aplicadas en las caras transversales; (derecha) fase deviatorica mediante carga axial incremental hasta rotura.

4.2.1. Criterio de plastificación

Como se introdujo en la sección 2.5.3, la implementación preliminar del CSFM 3D adopta por defecto el criterio de Tresca ($\varphi = 0^\circ$). Los manuales del software justifican esta simplificación argumentando que favorece la estabilidad numérica, acelera el tiempo de cálculo y sitúa los resultados del lado de la seguridad. Como muestra la figura 2.12, esta hipótesis reduce el límite de plastificación del material dado por la ecuación 2.7, limitando drásticamente el incremento de resistencia que un estado triaxial de compresión es capaz de movilizar. Para evaluar las consecuencias de esta hipótesis sobre la respuesta del modelo, en la presente sección se contrasta el comportamiento del CSFM 3D con $\varphi = 0^\circ$ frente a una configuración alternativa con $\varphi = 36.9^\circ$, representativa de hormigón convencional.

Para esta validación se modeló una probeta prismática de $1 \times 1 \times 3$ metros con $f_{c0} = 30$ MPa, sometida a una presión lateral $\sigma_{\text{conf}} = 20$ MPa en la fase de confinamiento. Una vez aplicado el confinamiento, la carga axial vertical σ_3 se incrementó hasta rotura en la fase con carga desviadora. La figura 4.8 presenta las curvas tensión–deformación obtenidas en un nodo central bajo la placa de carga para los tres modelos analizados, junto con las asíntotas teóricas asociadas a cada criterio de fluencia.

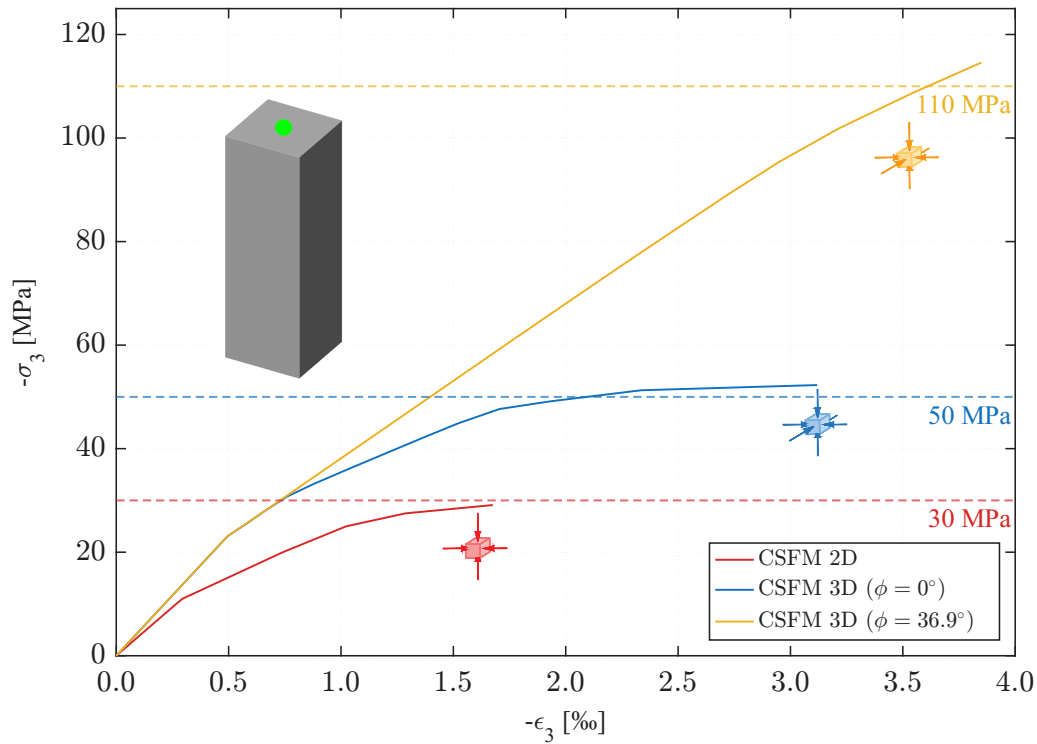


Figura 4.8 – Curvas tensión axial σ_3 frente a deformación axial ϵ_3 en un nodo central de la probeta triaxial ($f_{c0} = 30$ MPa, $\sigma_{\text{conf}} = 20$ MPa). Comparación entre el modelo CSFM 2D y el modelo CSFM 3D para los criterios de fluencia de Tresca ($\phi = 0^\circ$) y de Mohr-Coulomb ($\phi = 36.9^\circ$). Líneas discontinuas: asintotas teóricas correspondientes a f_{c0} , $f_{c0} + \sigma_1$ y $f_{c0} + 4\sigma_1$.

La tabla 4.4 resume la carga axial última obtenida en cada modelo y la compara con la predicción teórica calculada como producto del área cargada por la resistencia confinada de la 2.7 con el valor de ϕ correspondiente.

Tabla 4.4 – Carga axial última obtenida en los modelos triaxiales y comparación con la predicción teórica de los criterios de Tresca y Mohr-Coulomb.

Modelo	$F_{z,\text{calc}}$ [kN]	$F_{z,\text{teo}}$ [kN]	$F_{z,\text{teo}}/F_{z,\text{calc}}$
CSFM 2D	29 106	30 000	1.03
CSFM 3D, $\phi = 0^\circ$	49 473	50 000	1.01
CSFM 3D, $\phi = 36.9^\circ$	99 142	110 105	1.11

Los resultados muestran tres comportamientos diferenciados. El modelo CSFM 2D alcanza una resistencia última próxima a f_{c0} , en concordancia con el hecho de que la formulación bidimensional asume tensión nula fuera del plano y, por tanto, no puede capturar el confinamiento aplicado en una de las direcciones. El modelo CSFM 3D con criterio de Tresca sí incorpora la presión lateral en su envolvente de rotura y, en consecuencia, alcanza una resistencia próxima a la suma de f_{c0} y σ_1 , en concordancia con la predicción de la 2.7 con $\phi = 0^\circ$. La cercanía a la teoría en ambos casos (ratios $F_{z,\text{teo}}/F_{z,\text{calc}}$ muy cercanos a 1) confirma la correcta implementación tanto del módulo bidimensional como del módulo tridimensional bajo el criterio actualmente adoptado por defecto.

La adopción del criterio de Mohr-Coulomb con $\phi = 36.9^\circ$ produce un cambio cualitativo en la respuesta: la resistencia última se eleva hasta aproximadamente cuatro veces el valor del confinamiento aplicado respecto al caso uniaxial, capturando el efecto del estado triaxial de compresión. La curva

tensión–deformación reproducida en la figura 4.8 muestra que algunos puntos del modelo alcanzan localmente tensiones ligeramente superiores a la envolvente teórica de $f_{c0} + 4\sigma_1 = 110$ MPa, mientras que la carga global de rotura se sitúa en 99 142 kN, un 10 % por debajo del valor teórico. Esta desviación es notablemente mayor que la observada en los dos casos anteriores. Una posible explicación que se considera para explicar estas diferencias con la teoría es que cerca de los bordes del bloque modelado, la tensión σ_3 no es perfectamente vertical, variando los resultados obtenidos respecto a la teoría.

Una observación adicional es que en los modelos CSFM 2D y CSFM 3D con $\varphi = 0^\circ$, la curva tensión–deformación del nodo central desarrolla un *plateau* definido al alcanzar la resistencia confinada del material. En el caso de $\varphi = 36.9^\circ$, sin embargo, este *plateau* no llega a desarrollarse: la curva sigue creciendo de forma continuada en el momento en que el modelo alcanza la carga máxima global y el fallo en el modelo se da sin una etapa de deformación plástica tan clara.

Esta observación sugiere que la desviación respecto a la teoría no se explica por una limitación del criterio de fluencia, que se alcanza puntualmente en algunos puntos del modelo, sino que podría estar relacionada con la formulación de las deformaciones. En particular, una capacidad de deformación plástica que no escale adecuadamente con el nivel de confinamiento impediría que el conjunto de la probeta movilice de forma uniforme la resistencia confinada y desarrolle el *plateau* que sí se observa en los otros dos casos. El análisis detallado del modelo constitutivo y de las componentes elástica y plástica de la deformación bajo confinamiento se aborda en la sección 4.2.2. Otra causa posible podrían ser aspectos numéricos del programa, como problemas de convergencia, que contribuirían a la desviación observada.

Por último, es importante destacar que la resistencia confinada obtenida con el criterio de Mohr-Coulomb, aunque se encuentra por debajo de la predicción teórica, es significativamente superior a la resistencia confinada obtenida con el criterio de Tresca, llegándose a duplicar la carga última de rotura en el primer caso.

A la vista de estos resultados, y considerando que en problemas como las áreas parcialmente cargadas analizadas en el capítulo 5 el confinamiento triaxial constituye uno de los mecanismos significativos de resistencia, la adopción del criterio de Tresca por defecto resulta excesivamente conservadora. La implementación del criterio de Mohr-Coulomb con $\varphi = 36.9^\circ$ por defecto se propone como primera mejora del modelo, y constituye la configuración utilizada en los análisis del capítulo 5.

4.2.2. Comportamiento constitutivo

La adopción del criterio de Mohr-Coulomb con $\varphi = 36.9^\circ$ analizada en la sección 4.2.1 permite capturar correctamente el incremento de resistencia debido al confinamiento. No obstante, la observación de que el *plateau* plástico no llega a desarrollarse en este caso, junto con la subestimación del 10 % de la carga teórica de rotura, podría significar que la respuesta post-elástica del modelo bajo estados triaxiales podría no estar adecuadamente capturada. Resulta necesario analizar la formulación del modelo constitutivo y, en particular, la forma en que se construyen las componentes elástica y plástica de la deformación bajo confinamiento.

Como se introdujo en la sección 2.5.3, en la implementación actual del CSFM 3D la deformación total en el hormigón ϵ_c se descompone para cada nivel tensional en una componente elástica y una componente plástica:

$$\epsilon_c = \epsilon_{c,el} + \epsilon_{c,pl} \quad (4.1)$$

La componente elástica se evalúa mediante la ley de Hooke generalizada (2.5) y depende del estado multiaxial a través del coeficiente de Poisson, lo que da lugar a un incremento de la deformación elástica conforme aumenta el confinamiento. La componente plástica, en cambio, se calibra a partir del caso uniaxial:

$$\varepsilon_{c0,pl} = \varepsilon_{c0} - \varepsilon_{c0,el} \quad (4.2)$$

donde ε_{c0} es la deformación a la que se alcanza la tensión máxima uniaxial dada por la normativa (usualmente denominada ε_{c2} [1]), $\varepsilon_{c0,pl}$ es la componente de deformación plástica uniaxial y $\varepsilon_{c0,el}$ es la deformación elástica uniaxial. Esta hipótesis contradice las observaciones experimentales y los modelos constitutivos clásicos del hormigón confinado. En particular, el modelo de Mander *et al.* (1988) [26], ampliamente aceptado como referencia en la caracterización del hormigón confinado, establece que la deformación pico aumenta aproximadamente cinco veces más rápido que la resistencia respecto al caso uniaxial:

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{c0} [1 + 5(f_{cc}/f_{c0} - 1)] \quad (4.3)$$

donde f_{c0} es la resistencia uniaxial mientras que ε_{cc} y f_{cc} corresponden a la deformación y resistencia (totales) alcanzados en el estado confinado. Se presenta la figura 4.9 para ilustrar de manera conceptual las relaciones descritas, mostrando en curvas tensión deformación, las componentes elástica y plástica para un estado uniaxial y para un estado triaxial de acuerdo con el modelo de Mander.

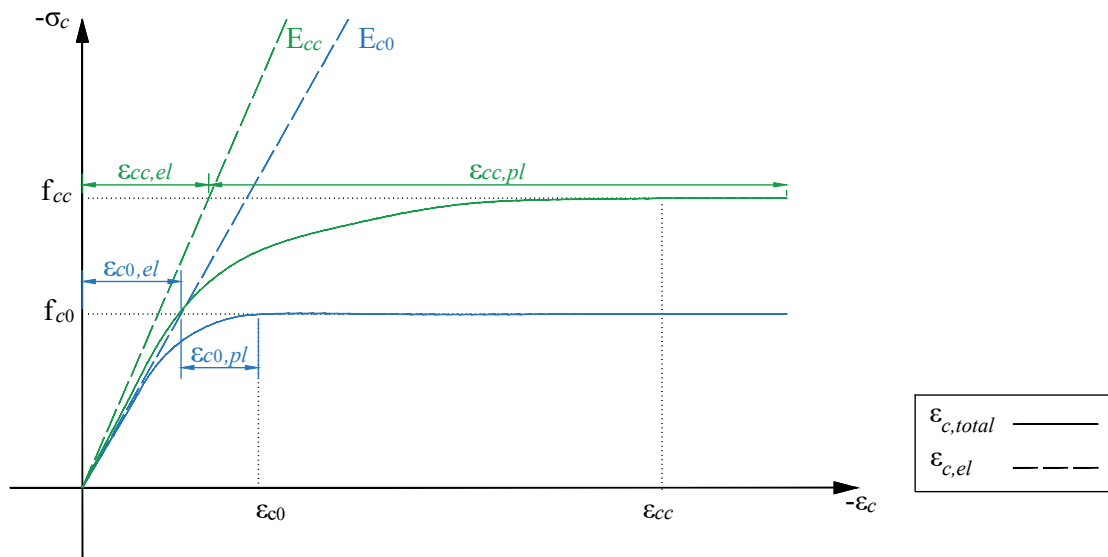


Figura 4.9 – Curvas de tensión-deformación para caso uniaxial (azul) y para el caso triaxial con confinamiento (verde) considerando el modelo de Mander para esta última [26].

Para evaluar la respuesta del modelo frente a esta referencia analítica, se analizó el comportamiento tensión-deformación de un punto material aislado mediante la implementación del modelo constitutivo del hormigón de IDEA StatiCa Detail en código MATLAB, proporcionada por los desarrolladores del software. Se consideró un hormigón con $f_{c0} = 20$ MPa y $\varphi = 36.9^\circ$, sometido a distintos ratios σ_1/σ_3 representativos de niveles crecientes de confinamiento.

Las figuras 4.10 y 4.11 muestran, respectivamente, las curvas de tensión axial frente a la deformación total y deformación plástica. En la primera figura se incluye además la curva de tensión deformación calculada a partir de la ecuación 4.3, que permite compararla con la deformación predicha por el modelo al alcanzar la tensión pico. En dichas figuras ε_3 representa a la deformación axial total en la dirección de carga, mientras que $\varepsilon_{3,pl}$ representa a la componente plástica de esta deformación.

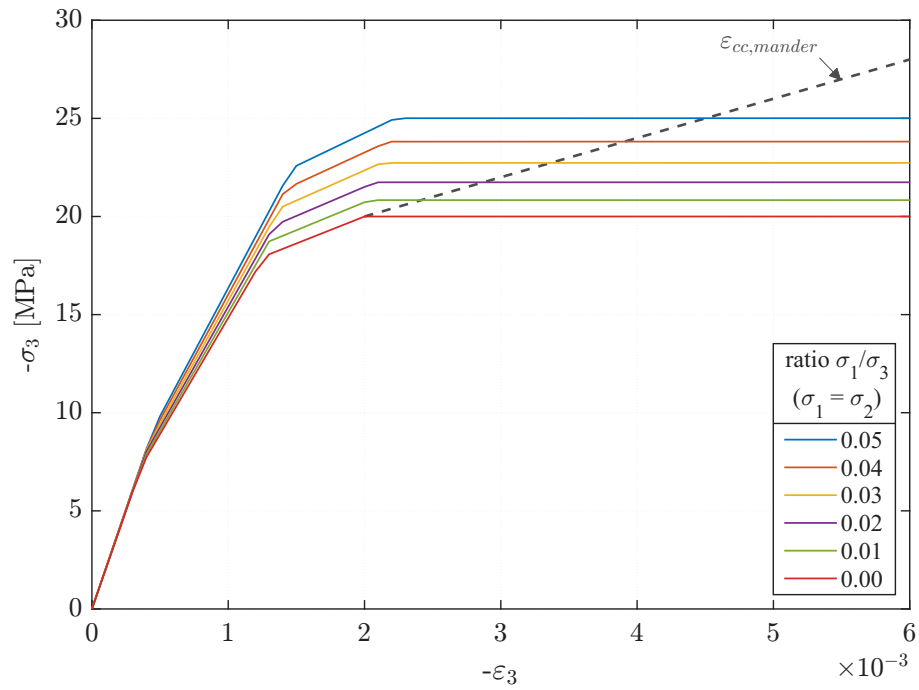


Figura 4.10 – Curva tensión axial frente a deformación total del modelo constitutivo del CSFM 3D para distintos ratios σ_1/σ_3 ($f_{c0} = 20$ MPa, $\varphi = 36.9^\circ$). La línea discontinua representa la deformación predicha por el modelo de Mander *et al.* (1988) [26] al alcanzar la tensión pico.

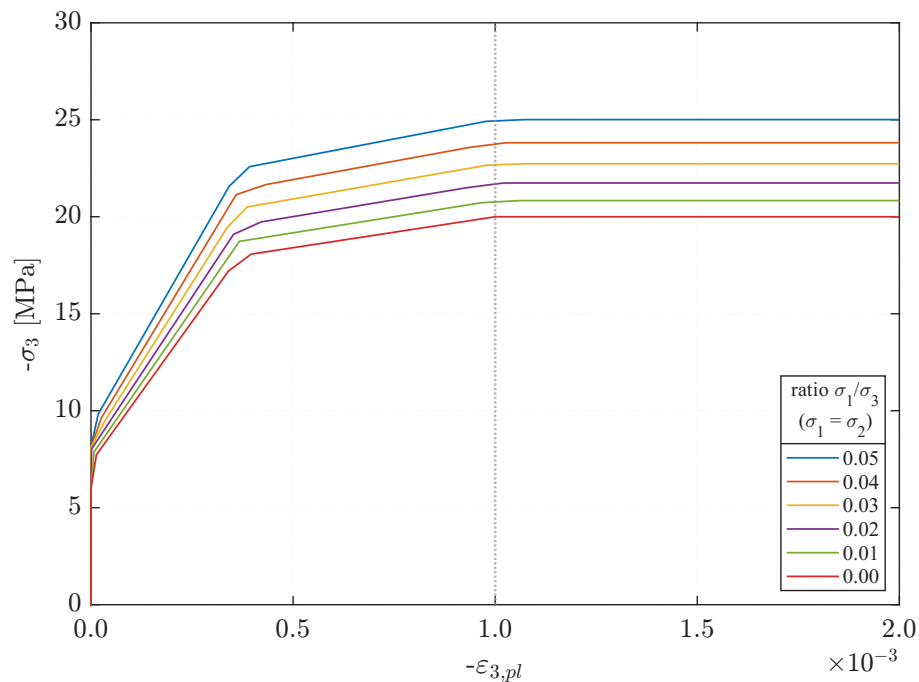


Figura 4.11 – Curva tensión axial frente a deformación plástica del modelo constitutivo del CSFM 3D para distintos ratios σ_1/σ_3 ($f_{c0} = 20$ MPa, $\varphi = 36.9^\circ$).

Observando los resultados, la curva tensión–deformación total (figura 4.10) muestra que el modelo desarrolla una meseta plástica a una deformación que coincide con la predicción de Mander en el caso uniaxial ($\sigma_1/\sigma_3 = 0$), pero a medida que aumenta el nivel de confinamiento ambas curvas se separan. La

deformación pico predicha por Mander se sitúa muy por encima de la deformación a la que el modelo entra en fluencia, por lo que la ductilidad capturada bajo confinamiento es inferior a la esperada.

La curva tensión–deformación plástica (figura 4.11) permite visualizar la causa. Independientemente del nivel de confinamiento, el modelo alcanza la meseta a un mismo valor de deformación plástica (aproximadamente 1‰, marcado por la línea vertical en la figura). Esto confirma que la componente plástica está calibrada exclusivamente a partir del caso uniaxial y no escala con el confinamiento, por lo que el incremento de deformación total observado en la figura 4.10 proviene casi exclusivamente del aumento de la deformación elástica derivado del estado multiaxial.

Esta limitación es coherente con el comportamiento observado en la sección 4.2.1: aunque el modelo constitutivo desarrolla una rama plástica, su extensión queda limitada a aproximadamente el 1‰ de deformación plástica independientemente del nivel de confinamiento aplicado. Esta capacidad reducida podría ser la causa de que, el modelo con $\varphi = 36.9^\circ$, no llegue a desarrollar una meseta plástica y que la carga última quede por debajo de la predicción teórica. Un comportamiento análogo se observa en los modelos de áreas parcialmente cargadas que se analizarán en el capítulo 5, donde la respuesta carga–desplazamiento no reproduce el tramo plástico medido experimentalmente. El análisis presentado motiva una segunda mejora del modelo, orientada a corregir el escalado de la deformación plástica con el nivel de confinamiento, que se desarrolla en la sección 4.3.

4.3. Propuesta de refinamiento del modelo

A partir de las limitaciones identificadas en la sección 4.2, se proponen dos mejoras al modelo constitutivo del CSFM 3D actualmente implementado en IDEA StatiCa Detail. Ambas se enmarcan en el proyecto conjunto UPV–IDEA StatiCa, presentando distinto estado de implementación al momento de redacción del presente trabajo y se describen a continuación.

4.3.1. Criterio de plastificación de Mohr-Coulomb

El análisis triaxial de la sección 4.2.1 muestra que la adopción del criterio de Mohr-Coulomb recupera el efecto multiplicativo del confinamiento sobre la resistencia, frente a la limitación que impone el criterio de Tresca ($\varphi = 0^\circ$) actualmente adoptado por defecto en el módulo CSFM 3D. La primera mejora propuesta consiste, por tanto, en sustituir el valor por defecto del ángulo de fricción interna por $\varphi = 36.9^\circ$, representativo de hormigón convencional.

Esta mejora ha sido implementada por los desarrolladores del software en el marco del proyecto conjunto UPV–IDEA StatiCa, encontrándose disponible en versiones de desarrollador del módulo CSFM 3D. La configuración con $\varphi = 36.9^\circ$ es la utilizada en los análisis de áreas parcialmente cargadas presentados en el capítulo 5, donde se evalúa cuantitativamente su impacto sobre la predicción de la capacidad portante respecto a la implementación original con criterio de Tresca.

4.3.2. Deformación plástica dependiente del grado de confinamiento

La segunda mejora aborda la limitación identificada en la sección 4.2.2, donde se mostró que la deformación plástica del modelo no escala con el nivel de confinamiento, restringiendo la ductilidad del material confinado a aproximadamente 1‰ de deformación plástica independientemente del estado tensional. Para corregir esta limitación, se propone modificar la formulación constitutiva de modo que la deformación pico del hormigón confinado siga la ley de incremento de Mander introducida en la 4.3.

La propuesta consiste en aplicar la ley de Mander a la descomposición elástica–plástica que utiliza el modelo (no a la deformación total directamente). Partiendo de la descomposición de la deformación uniaxial a la que se alcanza la tensión máxima uniaxial:

$$\varepsilon_{c0} = \varepsilon_{c0,el} + \varepsilon_{c0,pl} \quad (4.4)$$

donde $\varepsilon_{c0,el}$ se calcula mediante la ley de Hooke en estado uniaxial y $\varepsilon_{c0,pl}$ se obtiene como diferencia respecto a ε_{c0} (4.2), que se asume como valor conocido en función de la normativa considerada. La modificación propuesta para el caso confinado se formula como:

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{el,cc} + \varepsilon_{pl,cc} \quad (4.5)$$

$$\varepsilon_{el,cc} = \frac{1}{E} [\sigma_3 - \nu (\sigma_1 + \sigma_2)] \quad (4.6)$$

$$\varepsilon_{pl,cc} = \varepsilon_{c0} [1 + 5 (f_{cc}/f_{c0} - 1)] - \varepsilon_{el,cc} \quad (4.7)$$

donde $\varepsilon_{el,cc}$ y $\varepsilon_{pl,cc}$ son las componentes elástica y plástica de la deformación pico en el estado confinado. Al igual que en el caso uniaxial, la componente elástica se evalúa mediante la ley de Hooke generalizada, teniendo en cuenta el efecto del coeficiente de Poisson bajo estados multiaxiales (ya incluido en la formulación actual). La componente plástica se obtiene por diferencia entre la deformación pico predicha por Mander y la componente elástica, garantizando que la deformación total ε_{cc} coincida con la predicción analítica.

Como se observó en la figura 4.11, la curva de deformación plástica del modelo se interpola con 4 puntos desde la deformación plástica nula hasta la deformación plástica pico uniaxial, que se sitúa aproximadamente en 1‰. La propuesta realizada para modificar esta ley de deformaciones plásticas implica aplicar el ajuste, no sólo al punto correspondiente a la deformación ε_{cc} máxima en estado confinado, sino también al punto de interpolación previo donde la deformación plástica deja de ser nula.

A diferencia de la primera mejora, la incorporación de esta corrección al módulo CSFM 3D del software comercial requiere un ajuste más complejo del modelo constitutivo y se encuentra pendiente de implementación al momento de redacción del presente trabajo. Su validación frente a campañas experimentales de hormigón confinado, así como su impacto sobre la predicción de la capacidad portante y la respuesta carga-desplazamiento de áreas parcialmente cargadas, constituyen posibles líneas de trabajo futuras.

5 Resultados y validación del análisis de áreas parcialmente cargadas

El objetivo de este capítulo es presentar los resultados obtenidos para el análisis de áreas parcialmente cargadas y validar el comportamiento del modelo CSFM 3D implementado, teniendo en cuenta las propuestas de mejora planteadas en el capítulo 4. Para ello, se analizan diferentes aspectos: la influencia del criterio de fluencia adoptado para el hormigón (Mohr-Coulomb o Tresca), la sensibilidad frente al tamaño de malla, la respuesta global carga-desplazamiento y el comportamiento constitutivo local del material. A partir de estos resultados, se formulan recomendaciones orientadas a mejorar la implementación del modelo.

5.1. Especímenes analizados

En esta sección se describen los especímenes analizados. Los especímenes seleccionados pertenecen a la Serie I de la campaña experimental de Markić (2023) [3], introducida en la sección 3.2. Se han modelado un total de cinco especímenes, elegidos para evaluar la influencia de dos parámetros geométricos: la dimensión de la placa de carga (b_1) en la dirección longitudinal (largo de placa) y su dimensión (d_1) en la dirección transversal (ancho de placa). Todos los bloques presentan la misma geometría: $d_2 \cdot b_2 = 0.350 \cdot 0.550 \text{ m}^2$ y $h = 0.525 \text{ m}$, siendo h la dimensión en la dirección de aplicación de la carga axial o altura. La geometría de los especímenes y los tipos de armadura utilizados se ilustran en la figura 5.1.

Cada espécimen cuenta con dos zonas de armado diferenciadas: la zona superior, adyacente a la introducción de carga y sometida a mayores tensiones de confinamiento, y la zona inferior, correspondiente a la región de dispersión de tensiones. En función de la disposición de armadura adoptado, ambas zonas pueden presentar cuantías diferentes, tal como se indica en la tabla 5.2. Las disposiciones de armadura consideradas en los especímenes modelados corresponden a las configuraciones (b) e (i) definidas en el trabajo de Markić, ambas con barras de diámetro $\phi 12 \text{ mm}$, y cuya geometría se ilustra en la figura 5.2.

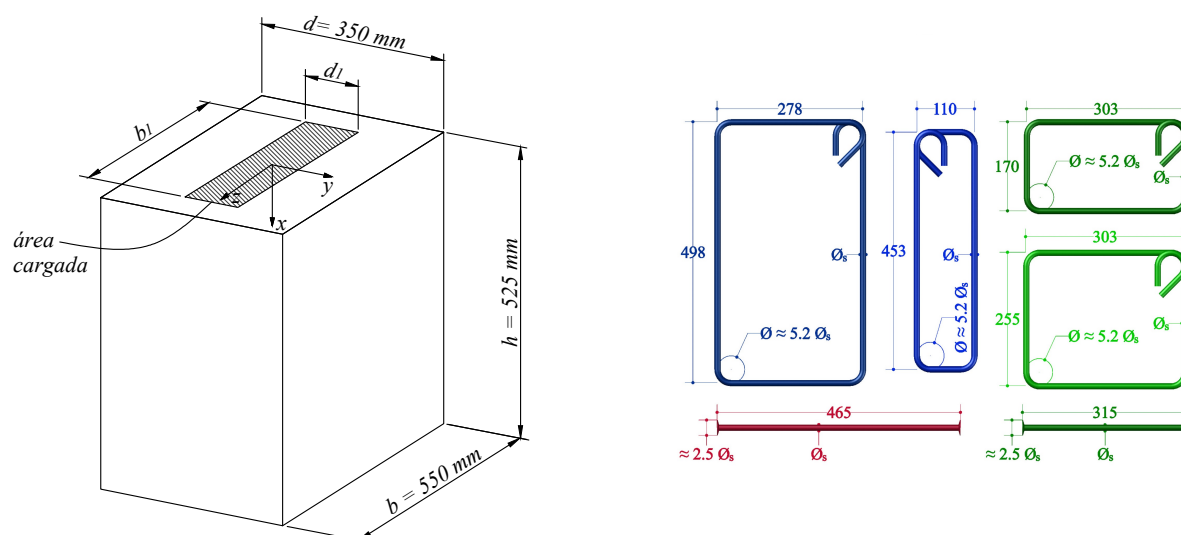


Figura 5.1 – Geometría general del bloque ensayado (izquierda) y notación del esquema de armado (derecha). Adaptada de Markić [3].

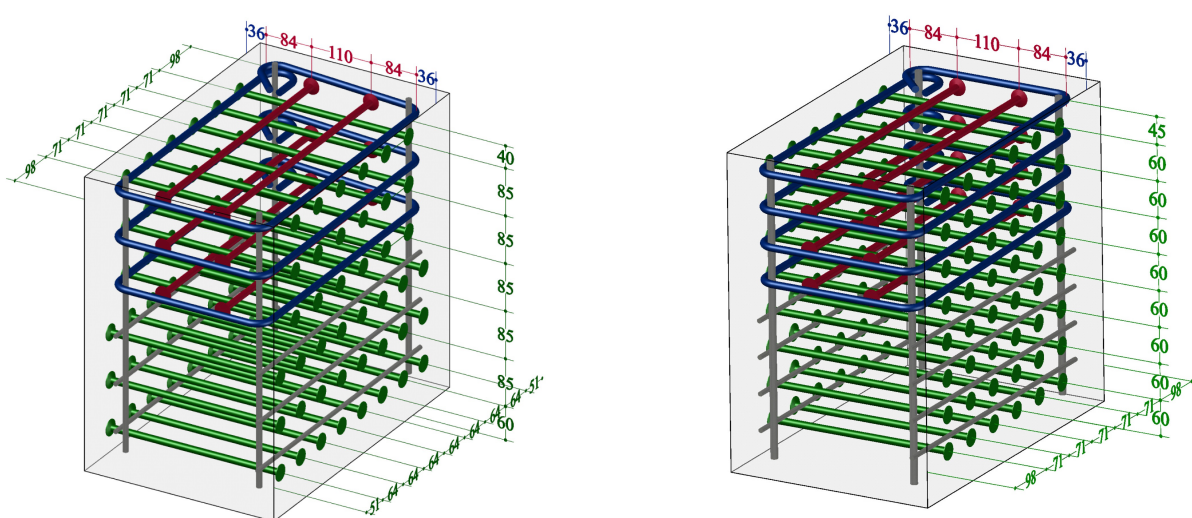


Figura 5.2 – Disposiciones de armado considerados para los especímenes modelados: esquema (b) para los especímenes C1 y C19 (izquierda); esquema (i) para los especímenes C16–C18 (derecha). Adaptado de Markić [3].

En la tabla 5.1 se resumen las propiedades geométricas de los especímenes modelados, incluyendo el layout de armadura, el diámetro de barra, las dimensiones de la placa de carga (b_l y d_l) y la resistencia a compresión uniaxial del hormigón (f_{c0}). Los especímenes C1 y C19 comparten las mismas propiedades de material y armadura, diferenciándose únicamente en la longitud b_l de la placa de carga, lo que permite analizar la influencia de este parámetro en la respuesta del modelo. Por su parte, los especímenes C16, C17 y C18 presentan la misma geometría de bloque, material y armadura, variando exclusivamente la dimensión d_l , permitiendo evaluar su influencia sobre la capacidad portante que predice el modelo.

Tabla 5.1 – Propiedades geométricas y resistencia del hormigón de los especímenes de Markić [3] seleccionados para el análisis.

Especímen	Disposición	b_1	d_1	f_{c0}
		[mm]	[mm]	[MPa]
C1	(b) $\phi 12$	450	70	33.5
C19	(b) $\phi 12$	270	70	33.5
C16	(i) $\phi 12$	450	20	51.5
C17	(i) $\phi 12$	450	40	51.5
C18	(i) $\phi 12$	450	80	51.5

En la tabla 5.2 se recogen las propiedades de la armadura y los resultados experimentales de rotura. Las cuantías mecánicas de armadura ω_y se indican de forma diferenciada para la zona superior e inferior del bloque, mientras que la cuantía mecánica ω_z corresponde únicamente a la zona superior, ya que en los especímenes modelados no se dispone armadura en dirección z en la zona inferior. Dichas cuantías se consideran respecto a la geometría del bloque de hormigón y la separación de armaduras.

Tabla 5.2 – Propiedades de la armadura y resultados experimentales de los especímenes de Markić [3] seleccionados para el análisis.

Specimen	f_y [MPa]		ω_y [-]		ω_z [-]	$q_{x,u,test}/f_{c0}$ [-]
	Barras con cabeza	Estribos cerrados	Zona superior	Zona inferior	Zona superior	
C1	515	528	0.30	0.30	0.24	4.16
C19	515	528	0.30	0.30	0.24	5.64
C16	544	528	0.29	0.22	0.22	6.19
C17	544	528	0.29	0.22	0.22	5.09
C18	544	528	0.29	0.22	0.22	3.59

5.2. Modelización

Se introducen en esta sección algunos criterios generales de modelado en IDEA StatiCa Detail para representar condiciones similares a las de los ensayos de laboratorio.

La carga axial se introdujo mediante una placa de acero rígida (*base plate*) posicionada sobre la superficie superior del bloque, coincidiendo en planta con las dimensiones de la placa de carga del ensayo ($b_1 \times d_1$). La carga total aplicada se distribuyó como cargas puntuales en los nodos de la placa de acuerdo con sus áreas de influencia, con el objetivo de reproducir de forma realista la distribución de presión de contacto sobre el área cargada. En la base del bloque se impuso un apoyo empotrado rígido, restringiendo todos los grados de libertad de los nodos inferiores. Se considera que estas condiciones de contorno son adecuadas para representar el ensayo experimental, aunque se aclara que la rigidez de la placa de acero y el apoyo empotrado pueden influir en la respuesta del modelo. El análisis de la influencia de estas condiciones de contorno se deja para futuras investigaciones.

Para el espécimen C1 se realizaron seis modelos, combinando dos valores del ángulo de fricción interno del hormigón ($\varphi = 0^\circ$ y $\varphi = 36.9^\circ$) con tres tamaños de malla (Tamaño de Elemento Finito = 38, 32 y 20 mm). El objetivo es evaluar la influencia del criterio de fluencia adoptado y la sensibilidad de los resultados al tamaño de malla, aspectos que se discuten en las secciones 5.3.1 y 5.3.2 respectivamente. Para los especímenes restantes (C16, C17, C18 y C19), se adoptó exclusivamente el criterio de Mohr-Coulomb ($\varphi = 36.9^\circ$), variando igualmente los tres tamaños de malla indicados. En la tabla 5.3 se presenta un resumen de los modelos realizados.

Tabla 5.3 – Resumen de los modelos numéricos realizados en IDEA StatiCa Detail.

Espécimen	Ángulo de fricción [$^\circ$] φ	Tamaño de EF [mm]	No. de modelos
C1	0 / 36.9	38 / 32 / 20	6
C19	36.9	38 / 32 / 20	3
C16	36.9	38 / 32 / 20	3
C17	36.9	38 / 32 / 20	3
C18	36.9	38 / 32 / 20	3
Total			18

En la figura 5.3 se puede observar la geometría general del espécimen C1 y la configuración de cargas aplicadas en el modelo de IDEA StatiCa Detail, mientras que en la figura 5.4 se muestran resultados del mismo espécimen, incluyendo las trayectorias de tensiones principales de compresión en el hormigón y las tensiones en la armadura.

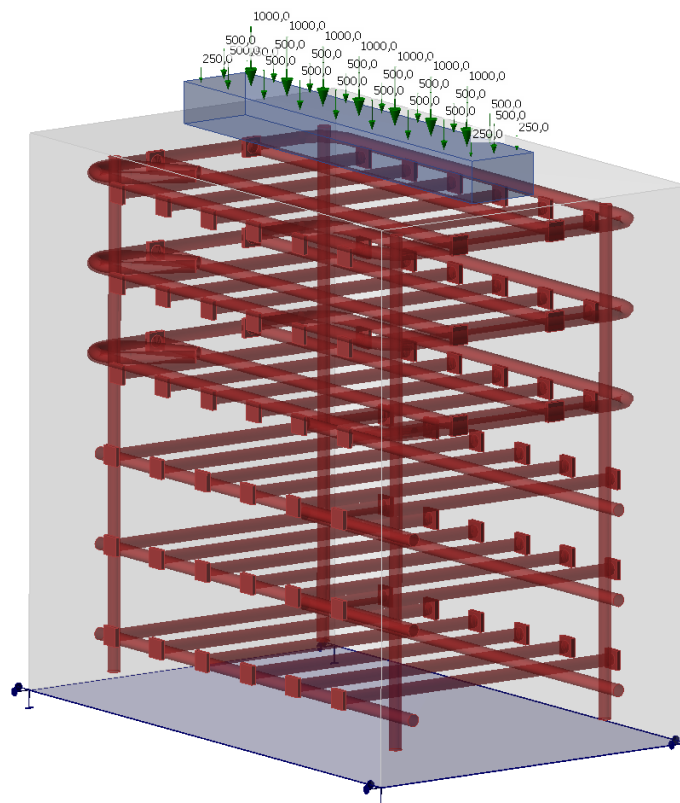


Figura 5.3 – Geometría y configuración de carga del espécimen C1 en el modelo de IDEA StatiCa Detail. Cargas en kN.

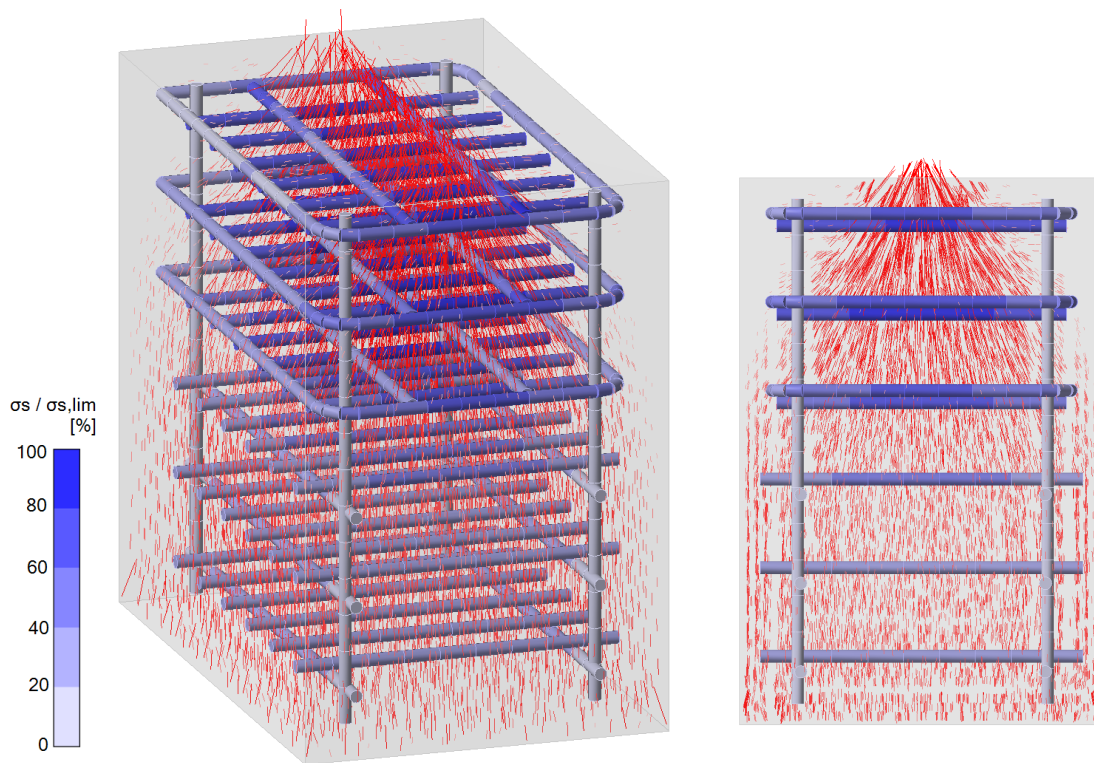


Figura 5.4 – Modelo 3D del espécimen C1 en IDEA StatiCa Detail: trayectorias de tensiones principales de compresión en el hormigón y tensiones en la armadura ($\varphi = 36.9^\circ$) y tamaño de EF igual a 32 mm.

En todos los modelos analizados en este capítulo se consideran tres tamaños de malla diferentes con el objetivo de evaluar la sensibilidad de los resultados frente a la variación de este parámetro numérico. Esta comparativa permite identificar en qué medida las predicciones del modelo dependen de la discretización adoptada, dado que la sensibilidad al tamaño de malla constituye una de las limitaciones identificadas en la implementación actual del CSFM 3D, tal como se discutirá en la sección 5.5.

5.3. Capacidad portante

5.3.1. Influencia del criterio de plastificación

El análisis triaxial realizado en el capítulo 4 muestra que el criterio de Tresca ($\varphi = 0^\circ$) adoptado por defecto en el CSFM 3D limita el incremento de resistencia que un estado triaxial de compresión puede movilizar. En la presente sección se evalúa cuantitativamente la variación de resultados al pasar a un criterio de Mohr Coulomb ($\varphi = 36.9^\circ$) en relación a la predicción de la capacidad portante de áreas parcialmente cargadas, utilizando para ello el espécimen C1 de la campaña de Markić presentada previamente.

En la figura 5.5 se presenta la influencia del criterio de fluencia en la predicción de la capacidad portante para el espécimen C1, expresada como el cociente entre la carga experimental y la calculada en los modelos ($F_{u,exp}/F_{u,calc}$). Este cociente se calcula para los tres tamaños de malla analizados.

Como referencia, se incluyen las predicciones obtenidas mediante las fórmulas empíricas normativas de raíz cuadrada (3.1) y raíz cúbica (3.2), así como los resultados obtenidos con el modelo *Dual Wedge Stress Field*, que incorpora un criterio de fluencia de Mohr-Coulomb con $\varphi = 36.9^\circ$.

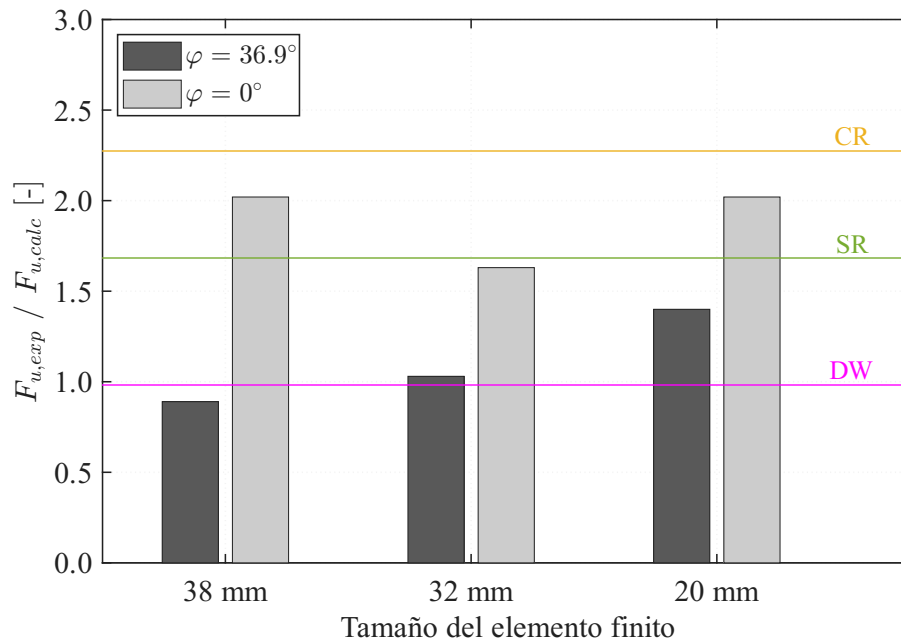


Figura 5.5 – Influencia del ángulo de fricción y el tamaño de malla en el ratio $F_{u,exp}/F_{u,calc}$ para el espécimen C1. Se incluyen como referencia las predicciones normativas de las ecuaciones de raíz cuadrada (SR) y raíz cúbica (CR), y los resultados del *Dual-Wedge (DW) Stress Field*.

Los resultados obtenidos con el criterio de Tresca subestiman la capacidad resistente en casi un 50 % con respecto al valor experimental (ratio de carga experimental respecto a carga estimada, en promedio igual a 1.89), independientemente del tamaño de malla adoptado. Las predicciones del modelo se sitúan en el mismo rango que las obtenidas con las fórmulas empíricas normativas de raíz cuadrada y raíz cúbica, que constituyen una aproximación muy conservadora. Este resultado pone de manifiesto que el criterio de Tresca es inadecuado para el análisis de áreas parcialmente cargadas, que como se comentó en el capítulo 2.5.3, no considera el incremento real de resistencia que puede alcanzarse con el confinamiento triaxial.

Por el contrario, considerando el criterio de Mohr-Coulomb se obtienen predicciones más próximas a los valores experimentales, con un cociente promedio $F_{u,exp}/F_{u,calc}$ de 1.11. Cabe señalar que estos resultados presentan una marcada sensibilidad al tamaño de malla adoptado, aspecto que se analizará con mayor detalle a lo largo de este capítulo.

A su vez, si se comparan los resultados obtenidos con el criterio de Mohr-Coulomb contra las predicciones del modelo *Dual-Wedge Stress Field*, se observa que ambos presentan un comportamiento similar, aunque el CSFM 3D tiende a predecir una capacidad ligeramente inferior en promedio, lo que se traduce en cocientes $F_{u,exp}/F_{u,calc}$ mayores que los obtenidos con el modelo de Markić para las mallas de 32 mm y 20 mm.

Con estos resultados, se concluye que el criterio de Mohr-Coulomb proporciona predicciones más precisas que el criterio de Tresca. Por tanto, los modelos presentados a partir de esta sección adoptan exclusivamente un ángulo de $\varphi = 36.9^\circ$.

5.3.2. Influencia de la geometría de área cargada

Una vez establecido el criterio de plastificación más adecuado para modelos de áreas parcialmente cargadas, se evalúa la capacidad del modelo de capturar la influencia de la geometría de la placa de carga sobre la capacidad portante. Para ello se analizan dos series de especímenes, diferenciadas según el parámetro geométrico que varía: el ancho de la placa d_1 , que controla el nivel de confinamiento geométrico en el plano, y la longitud de la placa b_1 , que representa la extensión de la carga en la dirección longitudinal.

Como se comentó en el capítulo 3, el modelo analítico *Dual-Wedge* desarrollado por Markić asume un estado de deformación plana como por ejemplo para casos de carga en franja o *strip-loading*. Para los especímenes analizados b_1 varía entre 450 o 270 mm. Teniendo en cuenta que el ancho del bloque en esa dirección es 550 mm el modelo *Dual-Wedge* podría ser aplicable para ambos casos, aunque con un mayor grado de aproximación para el caso de $b_1 = 450$ mm, dado que la hipótesis de estado plano de deformaciones asumida para el modelo se ajusta mejor a casos con franjas infinitas o muy largas.

Para el caso con $b_1 = 270$ mm, es posible que pueda llegar a generarse un pequeño efecto de confinamiento en el sentido longitudinal de la carga, con lo cual el modelo *Dual-Wedge* podría dejar de ser válido y la solución comenzaría a acercarse a la del modelo *Dual-Cone*.

Influencia del ancho del área cargada (d_1)

En este análisis se consideran los especímenes C1, C16, C17 y C18 que presentan la misma geometría de bloque, variando exclusivamente el ancho de la placa de carga. Los anchos considerados son $d_1 = 20, 40, 70$ y 80 mm respectivamente, con longitud fija $b_1 = 450$ mm. Los resultados se expresan en términos del cociente entre la tensión aplicada en el área de carga y la resistencia uniaxial del hormigón (q_x/f_{c0}), en función de d_1 .

En la figura 5.6 se presentan los resultados del modelo obtenidos con los tres tamaños de malla analizados, junto con los valores experimentales, las predicciones de las fórmulas empíricas normativas de raíz cuadrada y raíz cúbica, y los resultados del modelo analítico *Dual-Wedge* aplicado para esta serie.

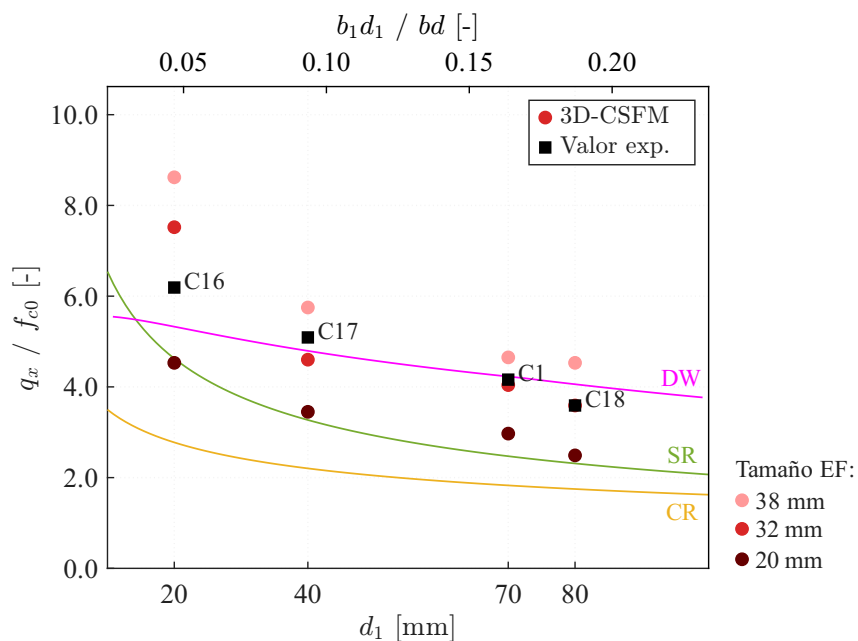


Figura 5.6 – Influencia del ancho de la zona cargada d_1 en la capacidad portante normalizada q_x/f_{c0} para los especímenes C1, C16, C17 y C18 ($b_1 = 450$ mm). Se incluyen como referencia los valores experimentales, las predicciones normativas de las ecuaciones de raíz cuadrada (SR) y raíz cúbica (CR), y los resultados del *Dual-Wedge* (DW) *Stress Field*.

A partir del análisis en la figura, se puede decir que el modelo reproduce cualitativamente la tendencia experimental: a menor d_1 , mayor es la capacidad portante normalizada, un comportamiento esperado con el mayor grado de confinamiento geométrico desarrollado bajo placas de menor ancho en relación a la geometría del bloque. Esta tendencia es coherente con el mecanismo descrito en el capítulo 3 y con las predicciones del modelo DW.

En términos cuantitativos, las predicciones del CSFM 3D con $\varphi = 36.9^\circ$ se sitúan en promedio en un rango próximo a las del modelo DW, siendo este último una referencia mecánicamente más rigurosa que las fórmulas normativas empíricas. No obstante, los resultados del CSFM 3D presentan una marcada sensibilidad al tamaño de malla, con diferencias importantes entre los diferentes modelos al variar el tamaño del lado de los elementos finitos. El modelo con malla gruesa tiende a sobreestimar la capacidad de forma no conservadora, mientras que el de malla fina genera predicciones conservadoras con respecto al valor experimental. Los modelos con tamaño de malla intermedio son los que, en general, arrojan resultados más cercanos al valor experimental. Esta sensibilidad limita la fiabilidad cuantitativa del modelo en su estado actual de implementación y se discute con mayor detalle en la sección 5.4.1.

Influencia de la longitud del área cargada (b_1)

En esta serie se analizan los especímenes C1 y C19, que comparten las mismas propiedades de material y armadura, diferenciándose únicamente en la longitud de la placa de carga ($b_1 = 450$ y 270 mm respectivamente), con ancho fijo $d_1 = 70$ mm.

La comparativa se realiza nuevamente comparando los resultados de los modelos con los valores experimentales, las predicciones de las fórmulas empíricas normativas de raíz cuadrada y raíz cúbica, y los resultados del modelo analítico DW aplicado para esta serie. Este último, se compara directamente para el caso de $b_1 = 450$ mm, dado que el modelo DW asume un estado plano de tensiones que se ajusta mejor a casos de strip-loading, siendo el caso de $b_1 = 270$ mm un escenario más alejado de esta hipótesis.

En la figura 5.7 se presentan los resultados obtenidos con los tres tamaños de malla analizados.

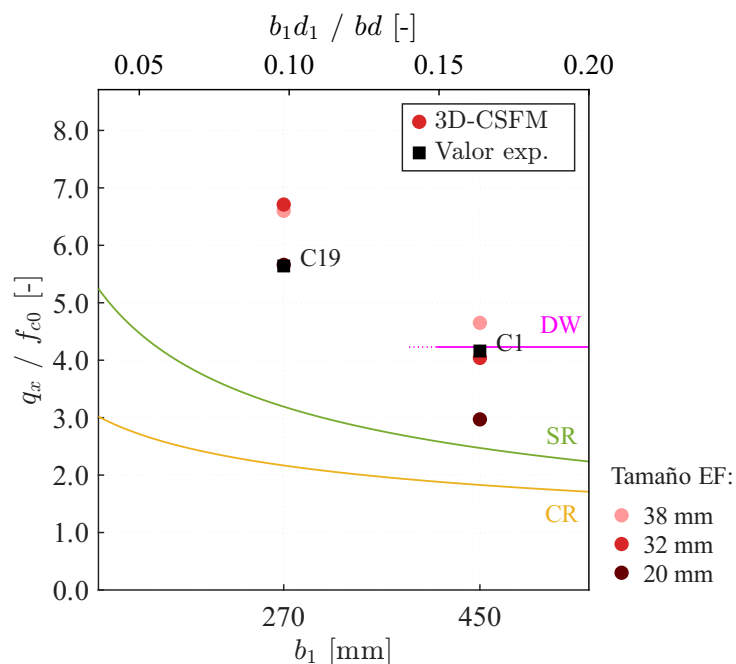


Figura 5.7 – Influencia de la longitud de la zona cargada b_1 en la capacidad portante normalizada q_x/f_{c0} para los especímenes C1 y C19 ($d_1 = 70$ mm). Se incluyen como referencia los valores experimentales, las predicciones normativas de las ecuaciones de raíz cuadrada (SR) y raíz cúbica (CR), y los resultados del Dual-Wedge (DW) Stress Field.

Al reducir la longitud de la placa de $b_1 = 450$ mm a $b_1 = 270$ mm, se observa experimentalmente un incremento de la capacidad portante normalizada, lo que indica que la extensión longitudinal de la placa también influye sobre el confinamiento desarrollado. Este comportamiento es esperable, dado que al reducir el ancho de aplicación de carga, aumenta el grado de confinamiento en la dirección longitudinal de la placa.

Los modelos desarrollados en el software reproducen cualitativamente esta tendencia, aunque se vuelve a observar la misma sensibilidad al tamaño de malla identificada en la serie anterior. La tendencia general de los resultados, parece seguir una ley similar a la de las ecuaciones empíricas, pudiendo ser útil extender el análisis a un rango de valores de b_1 más amplio.

Límites de aplicabilidad de modelos empíricos

Resulta importante destacar que el análisis presentado no incorpora las limitaciones empíricas establecidas en la normativa vigente. Como se comentó en la sección 3.4.2, en el Eurocódigo 2 se impone para la aplicación de las formulaciones empíricas un valor máximo del factor de confinamiento igual a 3, y por otra, una condición de afinidad entre las áreas A_{c0} y A_{c1} que prácticamente invalida cualquier incremento de resistencia en casos de carga tipo franja (*strip-loading*) en donde el ancho del área cargada es similar al ancho del bloque.

Estas limitaciones afectarían a los especímenes analizados. Por ejemplo, en el caso del espécimen C16 ($d_1 = 20$ mm, $b_1 = 450$ mm), el factor de confinamiento empírico excede con holgura el tope de 3, así como también ocurre con los resultados observados en los modelos numéricos realizados. Además, siguiendo con el análisis del espécimen C16, b_1 es próximo al ancho del bloque (450 mm contra 550 mm) por lo que la condición de afinidad de áreas también resulta restrictiva.

Si se usara el Eurocódigo 2 considerando esta limitación (usando la ecuación de raíz cuadrada), el factor de confinamiento resultaría 1.72 por lo que, si se compara con ensayos experimentales (6.19) y modelos (con valor promedio 6.89), los resultados normativos son excesivamente conservadores.

Los resultados obtenidos refuerzan la necesidad de disponer de herramientas de análisis avanzadas, como el CSFM 3D o el modelo analítico DW que son capaces de evaluar el estado tensional triaxial real del hormigón confinado. Ésta es precisamente la dirección que sigue la nueva generación del Eurocódigo 2 mediante la cláusula que permite superar el factor de confinamiento empírico cuando se justifica con un análisis refinado adecuado.

5.4. Respuesta estructural y comportamiento constitutivo

Los resultados presentados en la sección anterior evidencian que el CSFM 3D con criterio de Mohr-Coulomb es capaz de reproducir cualitativamente las tendencias de capacidad portante observadas experimentalmente, aunque con una marcada sensibilidad al tamaño de malla. Para profundizar en las causas de este comportamiento, en la presente sección se analiza la respuesta del modelo más allá de la carga última: en primer lugar, la respuesta global carga-desplazamiento y en segundo lugar, el comportamiento constitutivo local del hormigón bajo la placa de carga. Estos análisis permiten evaluar la capacidad del modelo de predecir la rigidez y la ductilidad del espécimen y a su vez, intentar identificar las limitaciones de la implementación actual y orientar las mejoras propuestas.

5.4.1. Respuesta carga-desplazamiento

En la figura 5.8 se comparan las curvas carga-desplazamiento predichas por el CSFM 3D para los especímenes C1 y C2 con los resultados experimentales. El espécimen C2 presenta condiciones idénticas al C1 en cuanto a geometría, armadura y propiedades del hormigón. Aunque su curva experimental incluye un tramo de descarga y recarga previo a la rotura, se presenta a efectos de comparar con al menos dos ensayos. Los resultados numéricos se presentan para los tres tamaños de malla analizados, expresando la carga en términos del cociente q_x/f_{c0} y el desplazamiento vertical u_z en milímetros, bajo el centro de la placa de carga.

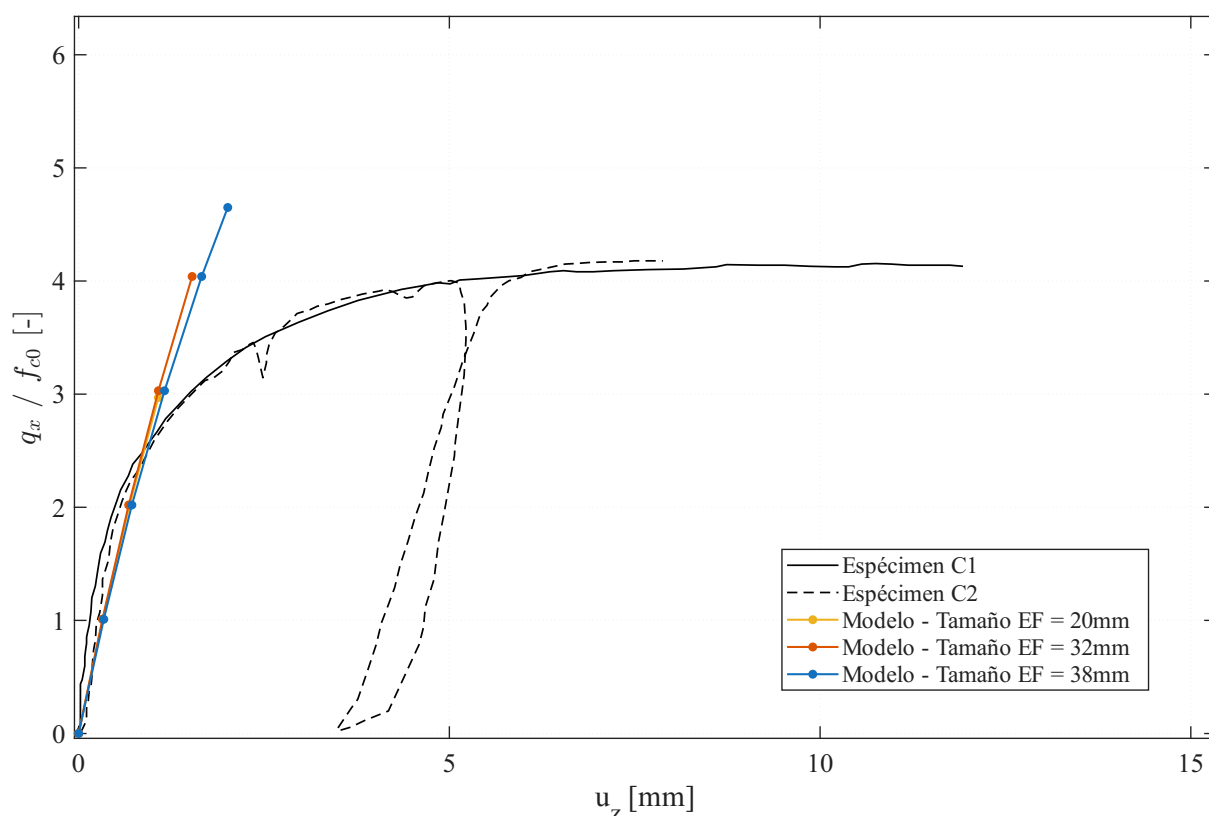


Figura 5.8 – Curvas carga-desplazamiento para los especímenes C1 y C2, comparando los datos experimentales con las predicciones del CSFM 3D para distintos tamaños de malla ($\phi = 36.9$).

En la fase inicial de carga, se observa que los ensayos experimentales presentan una rigidez algo superior a la predicha por los modelos numéricos. Esta diferencia puede atribuirse a la resistencia a tracción del hormigón, que en la fase previa a la fisuración contribuye a la rigidez del conjunto pero que en el CSFM se desprecia completamente, tal como se describió en la sección 2.5.3.

En cuanto a la carga última, se vuelve a observar la sensibilidad al tamaño de malla identificada en la sección anterior: el modelo con malla gruesa (38 mm) alcanza una carga última significativamente superior a la experimental, mientras que el modelo con malla fina (20 mm) proporciona una predicción más conservadora.

Con respecto al plateau plástico observado en el ensayo experimental, los modelos numéricos no son capaces de reproducirlo, alcanzando la carga última de forma abrupta y resultando en un modelo considerablemente más rígido que el comportamiento experimental. Aunque este aspecto se analiza en detalle en la sección siguiente, este comportamiento está presumiblemente relacionado con la definición de las deformaciones plásticas del hormigón en el modelo, aspecto ya identificado como limitación en el capítulo 4.

5.4.2. Comportamiento constitutivo local

Para profundizar en las limitaciones observadas en la respuesta carga-desplazamiento, se analizó el comportamiento tensión-deformación local del hormigón en la zona directamente bajo la placa de carga, así como la convergencia numérica del modelo frente a variaciones en el número de incrementos de carga. En la figura 5.9 se presentan las curvas de deformación total y su componente plástica en función de la tensión de compresión principal σ_{c3} , para diferentes configuraciones de incremento de carga aplicadas al espécimen C1.

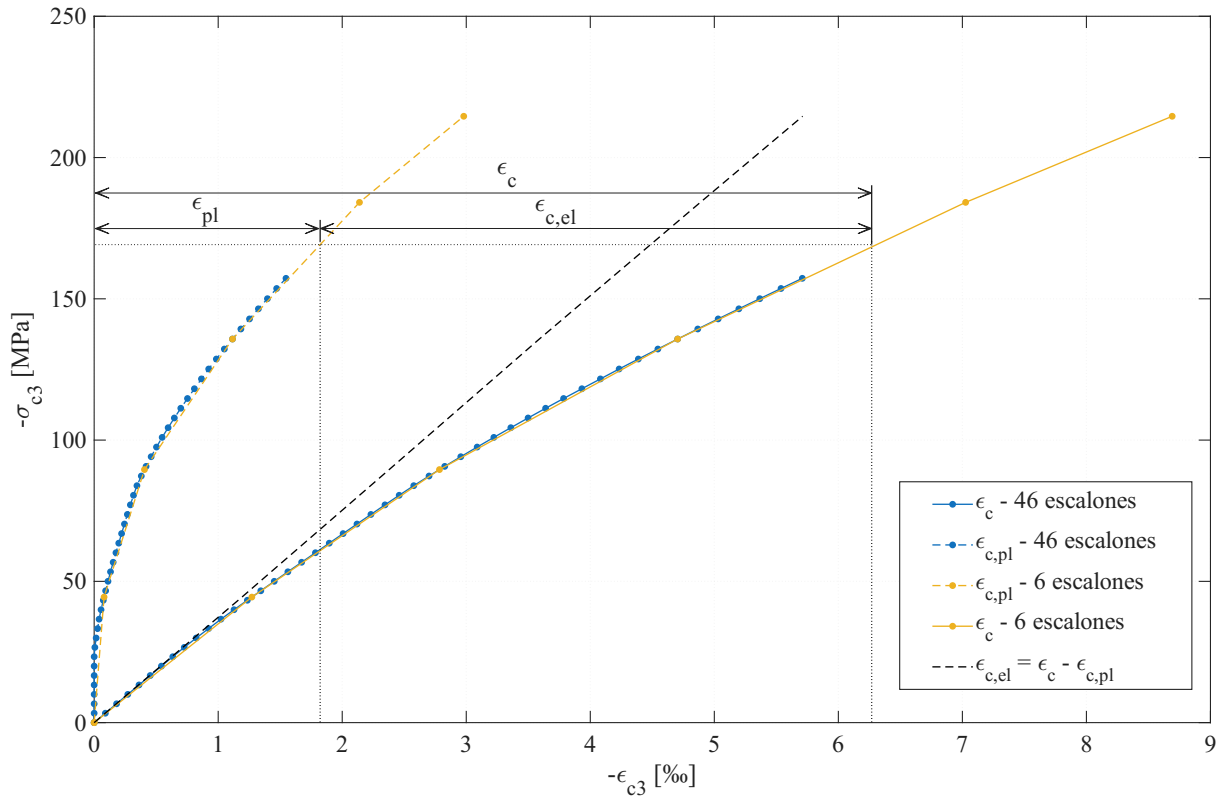


Figura 5.9 – Curvas tensión-deformación para el espécimen C1 bajo la placa de carga, comparando las deformaciones totales y plásticas, para distintas cantidades de incrementos de carga en CSFM 3D.

Los resultados muestran que, si bien se desarrollan deformaciones plásticas locales bajo la placa de carga, la mayor parte de la deformación total es elástica incluso en las proximidades de la carga última. Este comportamiento difiere de las observaciones experimentales, en las que el hormigón confinado desarrolla deformaciones plásticas significativas antes de alcanzar la rotura [3]. La incapacidad del modelo de reproducir este comportamiento en la fase plástica podría estar vinculada a la hipótesis de la implementación actual del CSFM 3D ya identificada en el capítulo 4: las deformaciones plásticas son independientes del nivel de confinamiento (se calibran a partir del comportamiento uniaxial) y no escalan cuando este último existe. En consecuencia, el modelo subestima la ductilidad del hormigón confinado, lo que impide reproducir tanto el plateau plástico experimental como la deformación total acumulada antes de la rotura. La implementación del modelo de Mander, en el que las deformaciones plásticas aumentan proporcionalmente al nivel de confinamiento, ha sido propuesta a IDEA StatiCa como una posible mejora en el marco del proyecto conjunto UPV-IDEA StatiCa, y su implementación y correspondiente validación quedan pendientes para trabajos futuros.

Por otra parte, los resultados evidencian que el modelo presenta una marcada sensibilidad al número de incrementos de carga. Al aumentar el número de pasos de carga de 6 a 46, la carga última predicha disminuye en aproximadamente un 25 %. Este comportamiento sugiere la existencia de inestabilidades numéricas cuyas causas deben ser investigadas. Una hipótesis es que estas inestabilidades podrían estar relacionadas con la influencia de los elementos MPC (*Multi-Point Constraint*) cuando el tamaño de malla es comparable a la separación entre barras de armadura. En dicha situación, los MPC conectan cada segmento de armadura a un área de hormigón desproporcionadamente grande, pudiendo generar una resistencia a tracción ficticia que contribuye a la sobreestimación de la capacidad en modelos con malla gruesa.

5.5. Resumen y recomendaciones

A partir de los resultados obtenidos en este capítulo, se puede concluir sobre el estado actual del CSFM 3D para el análisis de áreas parcialmente cargadas:

- El criterio de Tresca ($\phi = 0$), adoptado por defecto en la implementación preliminar del CSFM 3D, subestima la capacidad portante en aproximadamente un 50 %, situándose en el mismo rango que las predicciones de las fórmulas empíricas normativas y resultando en cargas de rotura global muy por debajo a las experimentales. Su uso para el análisis de áreas parcialmente cargadas no es adecuado, ya que minimiza el beneficio del confinamiento triaxial.
- La adopción del criterio de Mohr-Coulomb (con $\phi = 36.9^\circ$) mejora significativamente las predicciones del modelo, capturando cualitativamente las tendencias de confinamiento observadas experimentalmente. Las predicciones del CSFM 3D con dicho criterio se sitúan en promedio en un rango próximo a las del modelo analítico Dual-Wedge desarrollado por Markić (2023) [4]. Esta mejora ya ha sido implementada en el marco del proyecto conjunto UPV-IDEA StatiCa.
- Los resultados del CSFM 3D con el criterio de Mohr-Coulomb presentan una marcada sensibilidad al tamaño de malla. Los modelos con malla gruesa tienden a sobreestimar la capacidad de forma no conservadora, mientras que los modelos con malla fina proporcionan predicciones conservadoras. Como recomendación práctica, se propone que el tamaño máximo del elemento finito no supere la mitad de la dimensión mínima de la placa de carga para evitar resultados demasiado conservadores. El tamaño mínimo de malla recomendado debe ser objeto de investigación adicional, en donde se integre este análisis con el estudio de la sensibilidad al número de incrementos de carga y a la posible influencia de los elementos MPC que podrían generar una resistencia a tracción ficticia cuando el tamaño de malla es comparable a la separación entre barras.
- La respuesta carga-desplazamiento de los modelos reproduce una rigidez inicial similar a la observada en los ensayos, aunque presenta una rigidez ligeramente inferior a la experimental en la fase previa a la fisuración, debido a que el CSFM desprecia completamente la resistencia a tracción del hormigón. Sin embargo, los modelos no son capaces de reproducir el plateau plástico experimental, alcanzando la carga última de forma abrupta.
- El análisis del comportamiento constitutivo local indica que la incapacidad de reproducir el plateau plástico está vinculada a una hipótesis de la implementación actual del CSFM 3D: las deformaciones plásticas del hormigón no escalan con el nivel de confinamiento. La implementación del modelo de Mander et al. (1988) [26], en el que las deformaciones plásticas aumentan proporcionalmente al nivel de confinamiento, se propone como posible mejora a implementar para desarrollos futuros.
- Al comparar las predicciones del modelo con las que se obtendrían con el Eurocódigo 2 vigente [1], se puede ver el carácter conservador de las formulaciones empíricas, especialmente para configuraciones próximas a *strip-loading*. Para el espécimen C16, por ejemplo, la aplicación de la condición de afinidad de áreas conduce a un factor de confinamiento de 1.72, frente a un valor experimental de 6.19 y a una media de 6.89 obtenida con los modelos numéricos. Esta comparativa expone el valor de los análisis refinados como el CSFM 3D o el modelo Dual-Wedge para el análisis de áreas parcialmente cargadas.

En conjunto, los resultados obtenidos en este capítulo confirman el potencial del CSFM 3D para el análisis de áreas parcialmente cargadas, especialmente tras la incorporación del criterio de Mohr-Coulomb. No obstante, el modelo requiere mejoras adicionales en su implementación constitutiva y numérica antes de poder ser utilizado con plena confianza en la práctica profesional. Las mejoras propuestas — en particular la adopción del modelo de Mander para las deformaciones plásticas y la investigación de la sensibilidad al tamaño de malla y al número de incrementos de carga — constituyen posibilidades para el desarrollo futuro del método en el marco del proyecto conjunto UPV-IDEA StatiCa.

6 Conclusiones

A lo largo del presente trabajo se ha evaluado el desempeño de la versión preliminar del módulo tridimensional del *Compatible Stress Field Method* (CSFM 3D) implementado en IDEA StatiCa Detail para el análisis de áreas parcialmente cargadas en hormigón armado. El desarrollo del mismo ha permitido validar la formulación frente a casos predominantemente planos, identificar dos limitaciones constitutivas relevantes en el tratamiento de estados triaxiales de compresión y formular propuestas de mejora fundamentadas teóricamente. A su vez, se logró contrastar las predicciones del modelo utilizando una campaña experimental de referencia, y comparando con un modelo analítico reciente y a la normativa vigente.

6.1. Síntesis de las conclusiones principales

Sobre el potencial del CSFM 3D como herramienta de análisis. La validación frente a casos planos confirma que la extensión tridimensional reproduce de forma consistente los resultados del CSFM 2D previamente validado [6], conservando la capacidad de predecir modos de fallo y cargas últimas en vigas con bajas cuantías de armadura transversal. Esta verificación previa es importante porque permite atribuir cualquier desviación de resultados en modelos tridimensionales, a la formulación del módulo 3D en estados triaxiales y no a una diferencia general entre ambas implementaciones. Aplicado al análisis de áreas parcialmente cargadas, el modelo es capaz de capturar cualitativamente los mecanismos resistentes asociados al confinamiento triaxial, situando sus predicciones, una vez incorporadas las mejoras propuestas, en un rango próximo al modelo analítico *Dual-Wedge* [4] y a los resultados de carga de colapso alcanzada en ensayos experimentales [3].

Sobre las limitaciones del modelo constitutivo y las mejoras propuestas. El análisis del comportamiento del modelo frente a estados triaxiales ha permitido identificar dos limitaciones de la implementación preliminar que afectan su utilización en problemas con áreas parcialmente cargadas. La primera es la adopción por defecto del criterio de fluencia de Tresca, que limita el incremento de resistencia bajo confinamiento y conduce a una subestimación próxima al 50 % de la capacidad portante observada en campañas experimentales. La segunda es que las deformaciones plásticas son independientes del nivel de confinamiento (se calibran a partir del comportamiento uniaxial). Esto impide alcanzar la ductilidad del hormigón confinado en el modelo y, en consecuencia, el *plateau* plástico observado experimentalmente en la respuesta carga-desplazamiento difiere del observado en experimentos. Ambas limitaciones se han abordado mediante propuestas de mejora fundamentadas en formulaciones aceptadas: la primera mediante la adopción del criterio de Mohr-Coulomb con un ángulo de fricción $\phi = 36.9^\circ$, y la segunda mediante la corrección de la dependencia de la deformación plástica en función del confinamiento según lo propuesto por Mander *et al.* (1988) [26]. La primera ha sido ya incorporada por los desarrolladores del software a raíz del trabajo realizado y se encuentra disponible en versiones de prueba del módulo CSFM 3D; la segunda ha sido formulada matemáticamente y trasladada al equipo de desarrollo, quedando pendiente su implementación.

Sobre la comparación con la normativa y los modelos analíticos. Los resultados obtenidos ponen de manifiesto, que las disposiciones normativas son claramente conservadoras, particularmente en configuraciones próximas a *strip-loading*. A modo de ejemplo, en el espécimen C16 analizado, la aplicación

estricta del Eurocódigo 2 conduce a una resistencia confinada de 1.72 veces la resistencia uniaxial, frente a un valor experimental superior a 6 y predicciones numéricas en un rango similar. Esta diferencia refleja las limitaciones de las expresiones empíricas, en particular la condición de afinidad de áreas que excluye los casos planos y la ausencia de un tratamiento que considere la armadura de confinamiento. Por contraste, las predicciones del CSFM 3D mejorado y las del modelo analítico *Dual-Wedge* [4] se sitúan en rangos comparables y consistentes con los datos experimentales, ofreciendo dos caminos complementarios para abordar el problema: el modelo analítico aporta una formulación cerrada con condiciones de aplicabilidad más restrictivas, mientras que el modelo numérico permitiría abordar configuraciones para las cuales las hipótesis del modelo analítico dejan de cumplirse.

Sobre los aspectos numéricos del modelado. Más allá del modelo constitutivo, el trabajo ha puesto de manifiesto que la respuesta del modelo presenta una sensibilidad relevante al tamaño de malla y al número de incrementos de carga. Los modelos con malla gruesa tienden a sobrestimar la capacidad portante, mientras que el refinamiento progresivo conduce a predicciones conservadoras. Esta sensibilidad se vincula de manera preliminar a la influencia de las restricciones multipunto (MPC) que vinculan la armadura a la malla del hormigón, cuyo comportamiento puede generar contribuciones de resistencia ficticia cuando el tamaño de elemento es comparable a la separación entre barras. Este comportamiento debe ser tenido en cuenta en la aplicación práctica del programa para obtener resultados fiables.

6.2. Límites de aplicabilidad y propuestas de mejora

El análisis se ha centrado en cinco especímenes de la Serie I de la campaña de Markić et al. [3], con geometría tipo *strip-loading*, carga centrada vertical y armadura de confinamiento dispuesta de forma simétrica. En particular, no se han evaluado casos con excentricidad de carga, con armaduras altamente concentradas en disposiciones asimétricas, ni con bloques cuya proporción geométrica difiera notablemente de los analizados.

A partir de las limitaciones identificadas, las propuestas de mejora formuladas se sintetizan en los siguientes términos. En relación con el criterio de fluencia, la adopción de Mohr-Coulomb con un ángulo de fricción $\varphi = 36.9^\circ$ debería pasar a ser la configuración por defecto del módulo, dada su consistencia con el comportamiento triaxial documentado del hormigón convencional y dado el carácter excesivamente conservador del criterio de Tresca, que en la práctica limita la resistencia del hormigón en estados triaxiales con valores muy conservadores. En relación con la deformación plástica, la formulación propuesta a partir del modelo de Mander et al. [26] permite que la ductilidad del material escale con el nivel de confinamiento sin alterar la respuesta uniaxial, y se considera un paso necesario para que el modelo reproduzca correctamente la fase plástica de la respuesta global. Finalmente, en relación con los resultados numéricos, se considera de interés investigar la interacción entre el tamaño de los elementos finitos del hormigón, la separación entre barras de armadura y las restricciones multipunto (MPC) utilizadas para acoplar ambas mallas, con el objetivo de establecer criterios cuantitativos de mallado que aseguren resultados estables y no dependientes del refinamiento elegido por el usuario.

Cabe destacar que la primera de las mejoras propuestas se encuentra ya operativa en versiones de desarrollo del software, lo que constituye una contribución directa del presente trabajo al proyecto de investigación en conjunto UPV-IDEA StatiCa. La segunda mejora, formulada en el capítulo 4, queda propuesta y se encuentra en fase de implementación a la fecha de finalización del presente trabajo.

6.3. Trabajo futuro

El presente trabajo deja la posibilidad de estudiar varias líneas de continuación, que se podrían enmarcar en la actividad del proyecto UPV-IDEA StatiCa.

En primer lugar, la implementación de la corrección de la deformación plástica conforme al modelo de Mander, una vez incorporada al software por los desarrolladores, deberá ser validada frente a campañas experimentales específicas de hormigón confinado. Es de interés replicar el trabajo realizado en los análisis del capítulo 5, a efectos de evaluar su impacto sobre la reproducción del *plateau* plástico y sobre la predicción de la carga última. Esta validación permitiría disponer de una implementación constitutiva consistente para estados triaxiales.

En segundo lugar, la sensibilidad al tamaño de malla y al número de incrementos de carga identificada en los análisis requiere una investigación específica que permita aislar la contribución de los distintos factores. Sería de interés diseñar un estudio que cubra de forma sistemática combinaciones de tamaño de elemento, separación entre barras y disposición geométrica de la armadura, con el objetivo de cuantificar la influencia de los MPC en la respuesta del modelo y formular criterios cuantitativos de mallado para uso práctico.

En tercer lugar, una vez consolidada la versión mejorada del módulo CSFM 3D, ampliar el rango de configuraciones analizadas para evaluar su robustez en escenarios que el presente trabajo no ha cubierto: cargas excéntricas o inclinadas, disposiciones diferentes de armadura y geometrías de bloque alejadas de las proporciones clásicas. Este análisis permitiría delimitar con mayor precisión el rango de aplicabilidad del modelo y, en su caso, identificar nuevas necesidades de refinamiento.

Por último, los hallazgos del trabajo aportan elementos cuantitativos que podrían ser de interés en el contexto de la aplicación de la nueva generación del Eurocódigo 2. La distancia observada entre las predicciones del CSFM 3D, las del modelo analítico *Dual-Wedge* y las disposiciones normativas vigentes refuerza la necesidad de implementar en la práctica profesional métodos refinados como vía para superar los límites empíricos de las expresiones tradicionales. La consolidación de herramientas numéricas validadas como la analizada en este trabajo constituye, en este sentido, un paso necesario para que los proyectistas dispongan de alternativas fiables cuando los métodos clásicos resulten insuficientes.

Referencias

- [1] “Eurocode 2 - Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings, bridges and civil engineering structures,” 2023.
- [2] *318-19 Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary*. American Concrete Institute, May 2019.
- [3] T. Markić, F. Morger, and W. Kaufmann, “Partially loaded areas in reinforced concrete: Experimental campaign and model validation,” *Engineering Structures*, vol. 273, p. 114905, Dec. 2022.
- [4] T. Markić, F. Morger, and W. Kaufmann, “Partially loaded areas in reinforced concrete: Mechanical modelling,” *Engineering Structures*, vol. 271, p. 114938, Nov. 2022.
- [5] J. Mata-Falcón, D. Tran, W. Kaufmann, and J. Navrátil, *Computer-Aided Stress Field Analysis of Discontinuity Concrete Regions*, 1st ed. London: CRC Press, Jan. 2018, pp. 641–650.
- [6] W. Kaufmann, J. Mata-Falcón, M. Weber, T. Galkovski, D. Thong Tran, J. Kabelac, J. Konecny, J. Navratil, M. Cihal, and P. Komarkova, *Compatible Stress Field Design of Structural Concrete: Principles and Validation*. Zurich: ETH Zurich, Institute of Structural Engineering, 2020.
- [7] Fib, *Fib Model Code for Concrete Structures 2010*, 1st ed. Wiley, Oct. 2013.
- [8] M. F. Passos Sérgio Lourenço, M. Fernández Ruiz, S. A. Haugerud, J. Blaauwendraad, S. Bousias, L. C. Hoang, J. Mata-Falcón, C. Meléndez Gimeno, B. Mihaylov, M. Pedrosa Ferreira, Q. Roubaty, and fib. The International Federation for Structural Concrete, *Fib Bulletin 100. Design and Assessment with Strut-and-Tie Models and Stress Fields: From Simple Calculations to Detailed Numerical Analysis.*, ser. Fib Bulletins. fib. The International Federation for Structural Concrete, Sep. 2021.
- [9] A. Muttoni and M. F. Ruiz, “The levels-of-approximation approach in MC 2010: Application to punching shear provisions,” *Structural Concrete*, vol. 13, no. 1, pp. 32–41, Mar. 2012.
- [10] M. S. Lourenço, M. Fernández Ruiz, J. Blaauwendraad, S. Bousias, L. C. Hoang, J. Mata-Falcón, C. Meléndez, B. I. Mihaylov, M. P. Ferreira, and D. V. Faria, “Design and assessment of concrete structures with strut-and-tie models and stress fields: From simple calculations to detailed numerical analysis,” *Structural Concrete*, vol. 24, no. 3, pp. 3760–3778, Jun. 2023.
- [11] J. Schlaich, K. Schafer, and M. Jennewein, “Toward a Consistent Design of Structural Concrete,” *PCI Journal*, vol. 32, no. 3, pp. 74–150, May 1987.
- [12] A. Muttoni, J. Schwartz, and B. Thürlimann, *Design of Concrete Structures with Stress Fields*. Basel: Birkhäuser Basel, 1996.
- [13] F. Moccia, Q. Yu, M. Fernández Ruiz, and A. Muttoni, “Concrete compressive strength: From material characterization to a structural value,” *Structural Concrete*, vol. 22, no. S1, Jan. 2021.
- [14] Ministerio de Fomento, “Instrucción de Hormigón Estructural (EHE-08),” Madrid, 2008.
- [15] M. E. M. Andersen, P. N. Poulsen, J. F. Olesen, and L. C. Hoang, “Validation of reinforced concrete pile caps using solid finite element limit analysis,” *Structural Concrete*, p. suco.70377, 2025.
- [16] Miguel Sosa, Pedro F., Fernández Prada, Miguel Ángel, Bonet Senach, José Luis, and Pastor Aldeguer, Juan Manuel, “Modelo automático para determinar el esquema de bielas y tirantes de una región D de forma cualquiera,” *II Congreso de la Asociación Científico-Técnica del Hormigón Estructural (ACHE)*, 2002.

- [17] “Design versus Assessment of Concrete Structures Using Stress Fields and Strut-and-Tie Models,” *ACI Structural Journal*, vol. 112, no. 5, Sep. 2015.
- [18] L. C. Hoang and M. F. Ruiz, “The elastic-plastic stress field method for structural concrete design: A complementary perspective to the use of rigid-plastic design approaches,” *Byggningsstatiska Meddelelser*, vol. 89, no. 3-4, pp. 45–73, 2021.
- [19] C. Meléndez Gimeno, “A finite element-based approach for the analysis and design of 3D reinforced concrete elements and its applications to D-regions,” <http://purl.org/dc/dcmitype/Text>, Universitat Politècnica de València, 2017.
- [20] F. J. Vecchio and M. P. Collins, “The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear,” *ACI Journal Proceedings*, vol. 83, pp. 219–231, 1986.
- [21] P. Marti, M. Alvarez, W. Kaufmann, and V. Sigrist, “Tension Chord Model for Structural Concrete,” *Structural Engineering International*, vol. 8, no. 4, pp. 287–298, Nov. 1998.
- [22] M. Nielsen and L. Hoang, *Limit Analysis and Concrete Plasticity*, 0th ed. CRC Press, Apr. 2016.
- [23] Y. Guyon, *Prestressed Concrete*. Contractors Record and Municipal Engineering, 1953.
- [24] F. Leonhardt, *Prestressed Concrete: Design and Construction*. W. Ernst, 1964.
- [25] F. E. Richart, A. Brandtæg, and R. L. Brown, “A study of the failure of concrete under combined compressive stresses,” *University of Illinois. Engineering Experiment Station. Bulletin ; no. 185*, 1928.
- [26] J. B. Mander, M. J. N. Priestley, and R. Park, “Theoretical Stress-Strain Model for Confined Concrete,” *Journal of Structural Engineering*, vol. 114, no. 8, pp. 1804–1826, Sep. 1988.
- [27] Mörsch, Emil, “Über die Berechnung der Gelenkquader,” *Beton und Eisen*, vol. 23, pp. 156–161, 1924.
- [28] S. K. Niyogi, “Bearing Strength of Concrete—Geometric Variations,” *Journal of the Structural Division*, vol. 99, no. 7, pp. 1471–1490, Jul. 1973.
- [29] P. Huber, T. Huber, and J. Kollegger, “Investigation of the shear behavior of RC beams on the basis of measured crack kinematics,” *Engineering Structures*, vol. 113, pp. 41–58, Apr. 2016.
- [30] F. J. Vecchio and W. Shim, “Experimental and Analytical Reexamination of Classic Concrete Beam Tests,” *Journal of Structural Engineering*, vol. 130, no. 3, pp. 460–469, Mar. 2004.

Notación

Símbolos latinos (mayúscula)

A_{c0}	Área de aplicación de la carga concentrada
A_{c1}	Área resistente de hormigón
A_s	Área de armadura
E_c	Módulo de elasticidad del hormigón
E_{c0}	Módulo de elasticidad inicial del hormigón en estado uniaxial
E_{cc}	Módulo de elasticidad del hormigón confinado
E_s	Módulo de elasticidad del acero
$F_{u,calc}$	Carga última calculada
$F_{u,exp}$	Carga última experimental
$F_{z,calc}$	Fuerza axial última calculada
$F_{z,teo}$	Fuerza axial última teórica
N_d	Esfuerzo axil de cálculo
N_u	Esfuerzo axil último
T_d	Esfuerzo de tracción de cálculo
$V_{u,calc}$	Cortante último calculado
$V_{u,exp}$	Cortante último experimental
Z_y	Fuerza de tracción transversal (<i>bursing force</i>)

Símbolos latinos (minúscula)

b_1	Longitud de la placa de carga en dirección longitudinal
b_2	Ancho del bloque de hormigón en dirección longitudinal

d_1	Ancho de la placa de carga en dirección transversal
d_2	Ancho del bloque de hormigón en dirección transversal
f_{bd}	Tensión de adherencia de cálculo
f_c	Resistencia a compresión del hormigón
f_{c0}	Resistencia a compresión uniaxial del hormigón (sin confinamiento)
f_{cc}	Resistencia a compresión confinada del hormigón
f_{cd}	Resistencia a compresión de cálculo del hormigón
f_{ck}	Resistencia a compresión característica del hormigón
f_{ct}	Resistencia a tracción del hormigón
f_{yd}	Límite elástico de cálculo del acero
f_{yk}	Límite elástico característico del acero
k_{c2}	Factor de reducción de la resistencia por <i>compression softening</i>
q_x	Tensión aplicada en el área de carga
q_{xu}	Tensión última en el área de carga
s_r	Separación entre fisuras
s_t	Separación entre estribos
s_x	Separación entre capas de armadura de confinamiento
u_z	Desplazamiento vertical
x_E	Profundidad de extensión del campo Dual-Wedge

Símbolos griegos

γ_c	Coficiente parcial de seguridad del hormigón
γ_s	Coficiente parcial de seguridad del acero
ϵ_c	Deformación del hormigón

ϵ_{c0}	Deformación del hormigón al alcanzar la resistencia uniaxial	φ	Ángulo de fricción interna del hormigón
$\epsilon_{c0,el}$	Componente elástica de ϵ_{c0}	ω_y	Cuantía mecánica de armadura en la dirección y
$\epsilon_{c0,pl}$	Componente plástica de ϵ_{c0}	ω_z	Cuantía mecánica de armadura en la dirección z
ϵ_{c2}	Deformación a la que se alcanza la resistencia máxima según Eurocódigo 2	Acrónimos	
ϵ_{cc}	Deformación a la que se alcanza la tensión máxima del hormigón confinado	ACI	American Concrete Institute
$\epsilon_{cc,el}$	Componente elástica de ϵ_{cc}	CR	<i>Cube Root equation</i>
$\epsilon_{cc,pl}$	Componente plástica de ϵ_{cc}	CSFM	<i>Compatible Stress Field Method</i>
$\epsilon_{c,el}$	Componente elástica de la deformación del hormigón	DTU	<i>Danmarks Tekniske Universitet</i>
$\epsilon_{c,pl}$	Componente plástica de la deformación del hormigón	DW	<i>Dual-Wedge</i>
η_{fc}	Factor de reducción de la resistencia del hormigón por efecto de material	ELS/SLS	Estado Límite de Servicio
η_ϵ	Factor de reducción por <i>compression softening</i>	ELU/ULS	Estado Límite Último
λ	Coeficiente de espaciamiento medio entre fisuras	EPSF	<i>Elasto-Plastic Stress Field</i>
ν	Coeficiente de Poisson	ETSICCP	Escuela Técnica Superior de Ingeniería de Caminos, Canales y Puertos
ρ_{eff}	Cuantía efectiva de armadura	FE	<i>Finite Element</i>
ρ_s	Cuantía de armadura transversal	FELA	<i>Finite Element Limit Analysis</i>
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	Tensiones principales	FESCA	<i>Finite Elements for Simplified Concrete Analysis</i>
σ_c	Tensión en el hormigón	ISD	IDEA StatiCa Detail
$\sigma_{c,eq}$	Tensión equivalente en el hormigón	LoA	<i>Levels of Approximation</i>
$\sigma_{c,lim}$	Tensión límite del hormigón	MBT	Método de Bielas y Tirantes
σ_{conf}	Tensión de confinamiento en el hormigón	MCFT	<i>Modified Compression Field Theory</i>
σ_{sr}	Tensión del acero en la fisura	MEF	Método de los Elementos Finitos
σ_{x0}	Presión de contacto en la zona de carga	MEFBT	Método de los Elementos Finitos Bielas y Tirantes
σ_{xd}	Tensión uniforme en la base del bloque	MPC	<i>Multi-Point Constraint</i>
τ_b	Tensión de adherencia	POM	<i>Pull-Out Model</i>
ϕ_l	Diámetro de la armadura longitudinal	SR	<i>Square Root equation</i>
ϕ_t	Diámetro de la armadura transversal	STM	<i>Strut-and-Tie Models</i>
		TCM	<i>Tension Chord Model</i>
		UPV	Universitat Politècnica de València