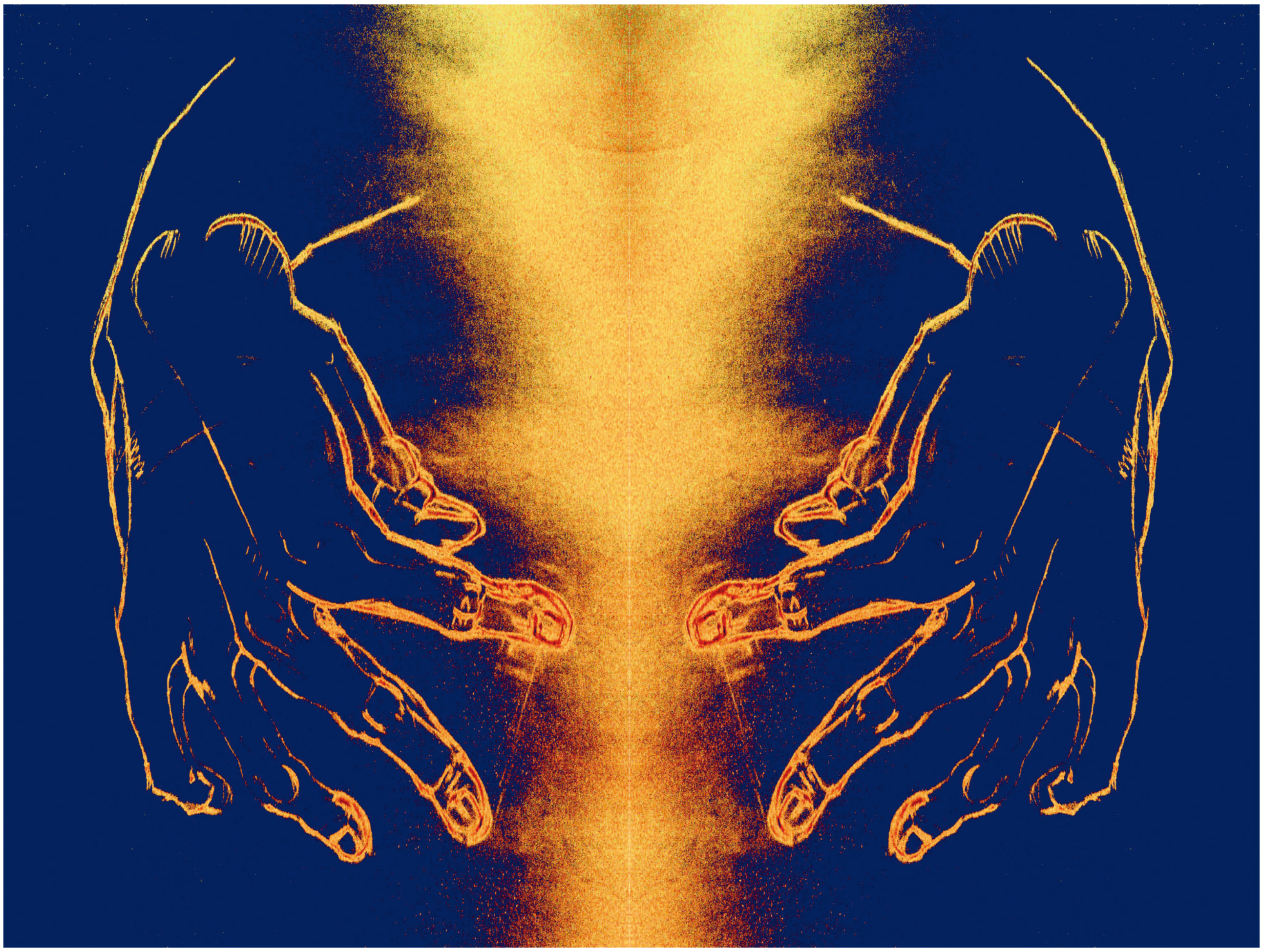
NOCIONES TEÓRICAS, CUESTIONES Y PROBLEMAS DE ELECTROMAGNETISMO

ADAPTADO A LOS NUEVOS GRADOS UNIVERSITARIOS



Juan Carlos Moreno Esteve
José Fco. Martínez-Canales Murcia
Salvador Sancho Vivó
Esteban Gaja Díaz

EDITORIAL
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Juan Carlos Moreno Esteve
José F. Martínez-Canales Murcia
Salvador Sancho Vivó
Esteban Gaja Díaz

NOCIONES TEÓRICAS, CUESTIONES Y PROBLEMAS DE ELECTROMAGNETISMO

ADAPTADO A LOS NUEVOS GRADOS UNIVERSITARIOS

7ª edición

EDITORIAL
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

7ª edición

Distribución: www.lalibreria.upv.es / Ref.: 4108_02_07_01

Imprime: Byprint Percom, sl

ISBN: 978-84-9048-726-6
Impreso bajo demanda

Impreso en España

Dedicado a:

Daniel
mi nieto Alejandro
Gema
Mireia

PRÓLOGO

El presente libro pretende contribuir al conocimiento del Electromagnetismo. Su índice está ajustado al nivel exigido en las Titulaciones de Grado Universitarias como por ejemplo, la Ingeniería Técnica Industrial (G.I.T.I.) de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales de la Universitat Politècnica de València.

El texto contiene diez capítulos; los ocho primeros, desarrollan el electromagnetismo, el noveno trata la corriente continua y el último, es una importante aplicación técnica, como es la corriente alterna. Cada capítulo consta de una introducción teórica y un conjunto de cuestiones y problemas resueltos. La mayoría de ellos formaron parte de exámenes pasados. En el Anexo nº 1 hay un breve desarrollo del transformador monofásico. Los autores pretenden motivar el pensamiento científico y en concreto de la Física. Los estudiantes deben comprender que aprobar los exámenes de una asignatura, no es el único objetivo a conseguir. Con el tiempo, se debe alcanzar también formación personal, además de una serie de valores intelectuales. Es necesario esforzarse por "ser" más, en vez de "tener" más.

Para garantizar el éxito en cualquier iniciativa hay que intentar seguir a los grandes en cada materia, por tanto, nada mejor que revisar las ideas de Henri Poincaré. Para comenzar reflexionemos el sentido de la siguiente frase: "La experiencia es la única fuente de la verdad; sólo ella puede enseñarnos algo nuevo; sólo ella puede darnos la certeza". Dos afirmaciones sin discusión, pero que requieren complementarlas. Si la experiencia es todo, ¿qué lugar quedará para la física matemática? Puesto que existe y ha ofrecido servicios innegables a la ciencia es preciso explicar su conexión con el progreso. No es suficiente con observar; hay que utilizar esas observaciones, y para ello es necesario generalizar. Eso es lo que se ha hecho siempre. En la evolutiva cognoscitiva, el ser humano se ha vuelto cada vez más circunspecto, se ha observado cada vez más y se ha generalizado cada vez menos. Se corre el riesgo de desconocer el verdadero carácter de la ciencia. El sabio debe ordenar; se hace ciencia con hechos como una casa con piedras, pero una acumulación de hechos no es ciencia, lo mismo que un montón de piedras no es una casa. La siguiente tarea del sabio es prever, y para ello debe generalizar. Sin generalización, la previsión es imposible. Las circunstancias en que se ha observado no se repetirán jamás todas a la vez; el hecho observado no volverá a comenzar jamás; lo único que se puede afirmar es que en circunstancias análogas un hecho análogo se repetirá. Entonces para prever es preciso, al menos, establecer la analogía, es decir, la antesala de la generalización. Admitir las ideas precedentes, es admitir la unidad y simplicidad de la Naturaleza. Si las distintas partes del Universo no fueran como los órganos de un mismo cuerpo, no actuarían unas sobre otras, se ignorarían mutuamente, de manera que nosotros sólo conoceríamos una sola. Luego vamos directamente de la cuestión de la unidad de la Naturaleza a cómo es esa unidad. La tarea no es fácil. Nada puede garantizar que la Naturaleza sea simple. En principio se puede suponer que todo sigue un curso de simplicidad. Por ejemplo, cuando tenemos una nube de puntos en una representación gráfica, y deseamos encontrar la curva de ajuste de dichos puntos, a nadie se le ocurre trazar una curva tortuosa que pase por todos los puntos. Porque sabemos de antemano o creemos saber, que la ecuación a expresar no puede ser tan complicada. La tendencia común es considerar a todas las leyes con expresión simple hasta que se pruebe lo contrario. Luego la idea de la simplicidad la necesitamos.

Ahora bien, si todo depende de todo (Anaxágoras), las relaciones en que intervienen tantos objetos distintos no pueden ser simples.

Y en ese contexto del conocimiento de la Naturaleza, con sus aciertos, y sus aproximaciones, se encuentra la Física. La resolución de problemas de Física es fuente de sabiduría y fortaleza mental. En general, comprende dos fases en las cuales la actitud del espíritu difiere notablemente. La primera es de meditación física y la segunda de matemáticas. La meditación necesita a su vez, la concentración, que según Balmes, es la aplicación de la mente a un objeto. El primer requisito para pensar bien es atender. La continua atención va colocando naturalmente las ideas en la cabeza de una manera ordenada. Descartes aconsejaba la conducción ordenada de los pensamientos empezando por los objetos más simples, para ir ascendiendo poco a poco, hasta el conocimiento de los más complejos. De cualquier manera, el motor de los pensamientos y del conocimiento debe ser la inquietud intelectual y la actitud de no considerar algo por verdadero sin demostrarlo.

Hace falta pues comenzar con una lectura pausada y completa del enunciado intentando imaginarse la experiencia en cuestión, para deducir las leyes físicas puestas en juego. Esta fase suele ser la más difícil, porque los fenómenos físicos son normalmente complicados y generalmente hay que hacer suposiciones, unas veces explícitas en el enunciado, y otras no, para simplificarlos. Como técnica de trabajo es conveniente dividir cada una de las dificultades, en cuantas partes fueran posibles, y en cuantas se necesitase para su mejor solución. El entrenamiento progresivo permite alcanzar el nivel de sentido físico adecuado para evitar posibles errores de interpretación.

La segunda fase es aparentemente más sencilla. Únicamente se trata de resolver las ecuaciones planteadas en la meditación del enunciado. Es preciso poner interés en los cálculos, puesto que en Física y en la Ingeniería es el resultado numérico es de trascendental importancia, porque luego se toman decisiones.

De forma velada y progresiva los estudiantes que sigan estos consejos irán aumentando capacidades como, por ejemplo, concentración, sentido común, pericia, diligencia, conciencia, habilidad matemática, etc.. Según W. Churchill, la gente bien formada necesita estas cualidades, no sólo desde el punto de vista cultural, sino también desde el práctico, ya que son ilimitados los beneficios que los seres humanos pueden proporcionarse los unos a los otros cuando utilizan al máximo su diligencia y su habilidad.

Agradecemos a María Lorente la idea de la portada de este libro. El mensaje que transmite tiene una componente invisible, la cual, insinúa el protagonismo del ser humano en el descubrimiento de las cosas, en la percepción de su consistencia, que es el atributo fundamental de los seres y entes. Es la captación de un objeto en el que se encontrase concentrada la esencia de las cosas. La imagen del rayo en la portada, simboliza la energía y la fuente inspiradora, que es efluvio de entes en el límite de lo absoluto e imposible. Movimiento continuo, en avance irreversible, en una sola fluencia hacia su término, en una gigantesca eclosión cuyo coronamiento es, el pensamiento. Y precisamente, en relación con esto último, citamos nuevamente a Henri Poincaré: “El pensamiento no es más que un rayo en la eterna noche de la vida; pero ese rayo lo es todo”.

Con este trabajo los autores pretenden inculcar ánimo y fuerza a los estudiantes, para que pongan empeño en la apasionante aventura de descubrir la Naturaleza.

Valencia, mayo 2018.

TEORÍA DEL CONOCIMIENTO

Se me ha pedido por parte de los autores de este excelente libro de Física "Física III, Nociones Teóricas, Cuestiones y Problemas Resueltos" que presente brevemente, una introducción al análisis histórico-sistemático sobre la teoría del conocimiento.

En primer lugar, desearía ofrecer una definición de la ciencia del conocimiento, y posteriormente, complementarla con una breve descripción histórico-sistemática de la misma.

Con pocas palabras podríamos decir que el "conocer es una adecuada reconstrucción, asimilación e identificación en el sujeto cognoscente de los objetos exteriores". Lógicamente, en esta breve definición ya se supone que hay "objetos exteriores" y un "sujeto cognoscente". Aquí se trataría de ver la manera de cómo esos objetos externos "entran" en nuestro conocimiento interno o si es más bien nuestro conocimiento el que configura los objetos externos. La primera impresión que tenemos cuando conocemos algo es que "algo viene hacia nosotros: el *objeto* del conocimiento", mientras que, cuando queremos, "algo" sale de nosotros: un *acto* de nuestra voluntad libre". Los que admiten la existencia de objetos fuera de la mente, tienen que demostrar este "cómo" los conocemos, siendo así que están "fuera". En cierta manera, el conocer es un tipo de "pasividad receptora".

Hay dos formas de conocer: la sensible, a través de los sentidos, y la intelectual o "espiritual", a través de la inteligencia y la razón.

De alguna manera, los objetos externos sensibles tienen que producir algo que "entre" en nuestra mente. En la sensibilidad, todos conocemos la "teoría específica de los sentidos", según la cual, cada sentido tiene sus propias y específicas maneras de "conocer" los objetos externos: la vista, la luz, el oído, el sonido, etc. Señal de que hay objetos "visibles", "audibles", etc. que envían su "energía" a los correspondientes sentidos, que las perciben a su manera propia, a través del complicado sistema nervioso central, radicado en el cerebro. Los sentidos codifican sólo la *intensidad* de la energía recibida, pero no la *cualidad* de las "cosas". En esto están todos los científicos de acuerdo.

El problema surge cuando se trata de saber "cómo" desde la sensación se llega a un conocimiento "científico" universal, que va más allá de la mera sensación. ¿Hay "energías" especiales de carácter "intencional", que lleguen a nuestro conocimiento? ¿Tienen las cosas su propia "inteligibilidad", es decir, una capacidad de ser entendidas por el hombre con su inteligencia? ¿Se pueden entender intelectualmente los objetos externos particulares uno a uno? A esto lo llamaban los escolásticos "inteligencia de lo particular". Así lo creía Francisco Suárez, en contra de los tomistas, que aseveraban que no hay una inteligencia de lo particular, sino sólo de lo universal, a la que se llega abstrayendo de lo particular la materia y la singularidad, por medio del entendimiento "agente", que es el que posibilita la captación de lo esencial en lo particular. Ahora bien, del conocimiento intelectual de lo particular se llega a lo universal, combinando, agrupando, dividiendo, comparando, hasta llegar a lo universal científico. Los escolásticos decían que el conocimiento intelectual actúa "per compositionem et divisionem".

Para ello, qué mejor que asombrarnos sobre el gran misterio del conocimiento humano, porque, como ya decían los griegos, *el principio de la sabiduría es la admiración* (*zaumatsein* en griego significa *admirarse*), de la que surge con el trabajo científico-filosófico la ciencia. Algo parecido dice la Biblia cuando asegura que el *principio de la sabiduría es el temor de Dios* (Salmo 110). Si se permanece en la mera *admiración*, el "estupor" admirativo ante los fenómenos que el hombre va descubriendo en la naturaleza se queda en mera "estupidez", como ya decía Ortega y Gasset, en su obra *Historia como sistema* (Oxford, p. 114). El resultado de este trabajo es el conocer científico. Es la respuesta trabajosa, a veces, a la pregunta que nos hacemos con admiración.

Podríamos destacar cuatro tipos de admiración ante la naturaleza y ante nosotros mismos:

Admiración mítica. El mito consiste en querer poner la razón o la causa de un fenómeno en un plano superior al mismo, sin analizar más profundamente este tipo de causalidad. Por ejemplo, cuando el hombre cree que la lluvia está causada por un ser superior, de cualquier clase que éste sea. Ahora bien, el mito no es, por ello, desechable, pues, como dice el mismo Aristóteles, el "mitólogo" es también "filósofo", porque ambos se fundan en la "admiración". El mito es una forma imaginativa de describir aquello que nos admira, por lo que más que a la ciencia pertenece a la poesía.

Admiración teológica. Se diferencia del mito en que el hombre reflexiona intelectualmente sobre la causalidad de cualquier fenómeno natural, intentando descubrir bien desde la revelación –fundamentada para un cristiano en la historia y doctrina de Jesús– o bien desde un análisis filosófico-teológico, que Dios es la causa última de todo lo creado, admitiendo, sin embargo, que existen causas segundas, que, sin contradicción con la primera, nos pueden ofrecer una explicación de algún fenómeno, y digo de algún fenómeno, porque no hay ningún científico serio que crea que la ciencia lo puede explicar todo, absolutamente todo. Podrá, eso sí, solucionar los "problemas" –y no siempre todos–, pero no los "misterios".

Admiración agnóstica. Más que admiración, sería una actitud. Es la de aquellos que piensan que el ser humano es incapaz de conocer la "verdad". Es el agnosticismo total o parcial. Creen en la "Vida", pero no en el "Ser". Su postura debería ser el silencio, porque hay una contradicción entre "no saber nada y saber que no saben nada."

Admiración científica. Mantiene las causas de un fenómeno en el mismo plano en que éste se encuentra. Así, se descubre que la lluvia, por ejemplo, tiene una explicación científica, que se descubre en la misma naturaleza de este elemento. O que la caída de los graves se debe a la ley de la gravedad, descubierta y descrita matemáticamente por Isaac Newton. Entre estos científicos hay quien renuncia a toda explicación primigenia por parte de Dios: los científicos ateos. Pero hay también científicos que admiten la coexistencia de ambas causalidades. Los escolásticos, por ejemplo, pero también científicos de renombre como Kepler y Descartes son un buen ejemplo de ello.

Como se desea un conocimiento *seguro*, entonces ninguna de las cuatro alternativas parece del todo satisfactoria. Pero si no hay una justificación satisfactoria, entonces tampoco hay conocimiento seguro.

Breve historia de la teoría del conocimiento con algunos de sus más insignes representantes:

Podemos presentar las diferentes concepciones en el siguiente esquema, analizando después su significado en cada unos de estos autores:

> *Idealismo* / *Racionalismo*: Platón (427-347 a. C.) / Descartes (1596-1650). Proponen que el sujeto cognoscente posee ideas innatas, como la idea de Dios. Así, san Anselmo de Canterbury (1033-1109) decía que Dios es "aquello más allá de lo cual no podemos pensar nada"; es el así llamado *argumento ontológico* de la existencia de Dios. Algo más grande podría pensarse, a saber, un ser que existiese en la realidad extramental y no únicamente en la idea. (Cfr. su obra *Monologium*).
>
> *Realismo crítico*: Aristóteles (384 - 322 a. C.) / Escolástica (con matices, según los autores). El entendimiento es como una "tabula rasa, en la que nada hay escrito"; no hay, pues, ideas innatas, sino adquiridas a través del "entendimiento agente", cuyo significado varía según los diversos autores, y que consiste en un "modelo" de actividad mental para explicar el paso de lo sensorial a lo intelectual.
>
> *Objetivismo*: Ayn Rand (1905-1929). Parte de la teoría aristotélica de que hay una realidad independiente de la mente humana, a la que se llega mediante la "identificación no contradictoria", utilizando la razón.
>
> *Dogmatismo del conocimiento*: Los Estoicos. Afirman que podemos tener un conocimiento seguro, cierto y universal del mundo.
>
> *Dogmatismo de la experiencia*: Antístenes (450-445 a.C.), fundador de la Escuela Cínica. / Diógenes de Sínope (413-323 a. C.). No son partidarios de que haya certeza en las verdades universales, pero sí admiten que hay una certeza total en la experiencia sensible. Desprecian las riquezas, pues la civilización es mala, y aseguran que el hombre tiene autonomía para alcanzar el bien verdadero.
>
> *Escepticismo*: Fundado por Zenón de Citio (aprox. 333-262 a. C.) / Arcesilao (315-240 a. C.) / Carnéades (215-129 a. C) / Pirrón (360-270 a. C) / Sexto Empírico (160-210). Proponen, primero, la *suspensión del juicio* (*epoché*) y, después, la *indiferencia* (*ataraxia*). Se oponen al dogmatismo. Caen en un estado de duda continuada ante los problemas del conocimiento. Están siempre preguntándose si la "cosa" es verdadera o no.
>
> *Empirismo*: John Locke (1632-1704) / David Hume (1711-1776). Piensan que, según Aristóteles, todo conocimiento proviene de la experiencia, que el hombre nace, por tanto, sin ideas innatas, como una "tabula rasa", siendo la experiencia la

que nos permite el conocimiento de las ideas, al contrario de lo que decía Descartes.

Criticismo o idealismo trascendental: Immanuel Kant (1724-1804). El sujeto cognoscente es activo y no meramente pasivo en el acto vital del conocer, capaz de "construir" el objeto del conocimiento. Admite la verdad absoluta, conocida a través de la crítica del conocimiento. Cualquier verdad provisional puede estar sometida a la "falsificabilidad". La materia del conocimiento constituye el *noumenon* o "cosa en sí" (*Ding an sich*), totalmente desconocida. Lo único que podemos percibir es el *mundo fenoménico* o "fenómeno", a través de las formas *a priori* del espacio y el tiempo, llegando a los conceptos universales mediante las categorías del intelecto y de las "ideas regulativas" de la razón (*Vernunft*). Su gran obra: *Kritik der reinen Vernunft* (*Crítica de la razón pura*).

Idealismo alemán: J. G. Fichte (1762-1814) / F. W. J. von Schelling (1775-1854) / G. W. F. Hegel (1770-1831). Intentan descubrir qué es esa "cosa en sí", que Kant dejó en el aire. Para Fichte, es el "yo absoluto"; para Schelling la "naturaleza"; para Hegel, lo "absoluto" que se desarrolla dialécticamente de forma "trinitaria": tesis, antítesis, síntesis.

Fenomenología: Edmund Husserl (1859-1938) / Martin Heidegger (1869-1976) / Maurice Merleau Ponty (1908-1961). Hay que destacar entre los discípulos de Husserl a la reciente (1 de mayo de 1987) santa mártir alemana, Edith Stein (1891-1942), que ingresó en la orden carmelitana con el nombre de Teresa Benedicta de la Cruz y que fue víctima del nazismo en el campo de concentración de Auschwitz. Los fenomenólogos utilizan el término "fenómeno" en el sentido de que es lo que se nos presenta al conocimiento de forma inmediata, debiendo éste evitar, mediante la "epoché", es decir, mediante la abstracción de todo lo que psicológica o históricamente se ha pensado sobre ello. Conocemos así las "esencias" de las cosas, abstrayéndola de las sensaciones, pero desde ellas.

Relativismo / Sofística: Protágoras de Abdera (485 - 411 a. C.) / Los Sofistas griegos. Niegan la existencia de una verdad absoluta, defendiendo la idea de que cada individuo tiene *su propia* verdad, que depende del tiempo y del espacio en que éste se encuentre.

Constructivismo: Para los defensores de esta teoría es el sujeto cognoscente el que "construye" estructuras mentales que "representan" dentro de sí la realidad, mediante la interacción con los objetos. De esta manera, no es sólo la experiencia pura la que proporciona el conocimiento, sino la transformación de estas estructuras por parte del sujeto.

Estructuralismo: J. Piaget (1896-1980). De manera semejante al constructivismo, Piaget desarrolló un "constructivismo genético", intentando descubrir así la génesis de las estructuras en el individuo, mediante la "asimilación" y la "acomodación", conceptos éstos que él tomó de la biología.

Perspectivismo: Ortega y Gasset (1883-1955). Admite la existencia de una verdad absoluta, pero el hombre sólo puede alcanzar una pequeña parte de la misma, según la *perspectiva* en que se encuentre.

Evolucionismo: Gerhard Vollmer (1943-). Sostiene que el conocimiento del hombre está sujeto a evolución, al estilo de la evolución biológica.

Neurobiologismo: Gerhard Roth (1942-). Los contenidos mentales no son más que el resultado de la actividad cerebral.

Analítica del lenguaje: Hilary Putnam (1926-) / Donald Davidson (1917-2003). El lenguaje es algo más que la expresión de las ideas; tiene un valor propio y definitivo a la hora de conocer.

Pragmática: J.L.Austin (1911-1960). Hablar equivale a "hacer" (*pragma*, en griego, *hechos*). De ahí el título de su obra principal: *How to do Things with Words*.

Materialismo dialéctico: K. Marx (1818-1883) / V. Engels (1820-1895). Conocer no es más que un "reflejo" en el sujeto de la "realidad", formándose a lo largo de la historia del materialismo dialéctico e influido por las clases sociales, que lo determinan.

Lógica epistémica: Fue Frederick Fitch quien propuso esta frase: "Si toda verdad se pudiera conocer, entonces toda verdad sería conocida". Pero, como no toda verdad es conocida, se sigue que no es posible conocer todas las verdades. A este estado del conocer se le reconoce como la "paradoja de la concupiscibilidad de Fitch".

Solipsismo: Es una extraña manera de concebir nuestra situación en el mundo. Postula la tesis de que sólo existen los propios estados de conciencia individuales. No hay, pues, ningún mundo exterior; sólo existe su "reflejo" en nuestra conciencia. Lógicamente le es imposible tener una convivencia auténtica y una participación de sus conocimientos a los demás, que sólo existen en mi conciencia, no realmente.

Ya desde las más antiguas culturas, los pensadores se han aplicado fervientemente al estudio de este problema del conocimiento.

Nos vamos a referir sólo a la cultura judeo-greco-cristiana.

Fueron, sobre todo, los griegos los que más se preocuparon en hacer una ciencia del conocimiento.

Pero también la Escolástica –desde san Agustín, pasando por santo Tomás y otros insignes filósofos y teólogos, como Guillermo de Occam hasta Francisco Suárez, del que tomó el mismo Descartes bastantes ideas– debatió extensamente este crucial problema, que consideró como una de las ramas clásicas de la filosofía.

En la Modernidad, la problemática del conocimiento se transformó en una búsqueda de la certeza y la indagación por los límites del conocimiento, que atravesó toda esta etapa, desde Renato Descartes hasta Immanuel Kant, pasando por David Hume y los demás empiristas ingleses.
He aquí una breve y esquemática descripción de las distintas respuestas que a estas preguntas han dado los más insignes pensadores de nuestra historia occidental judeo-greco-latina:

PLATÓN (427-347 a. C.). Desarrolló su teoría del conocimiento en sus diálogos *Menon, Teeteto* y en *La República* (VI). Para Platón conocer significa "recordar", porque él postulaba la existencia eterna de las almas humanas en el "Reino de las ideas", lugar mitológico donde éstas estaban en conexión inmediata con las ideas eternas. En este "reino" no había que preguntarse por la razón y el fundamento del conocer. Era algo "connatural". Pero, al "caer" (expresión mitológica) las almas en los cuerpos, experimentaban éstas un olvido de las mismas, que sólo, gracias a la filosofía dialéctica con ayuda de la razón, se podían recuperar mediante el "recuerdo" (en griego *anámnesis*). El ponía como ejemplo la labor que realizan las parteras, ayudando a nacer. De manera semejante, el maestro-filósofo "ayuda" al discípulo a "recordar" las ideas que él mismo ya albergaba en su ser. Para ello emplea el método socrático de la "ironía", es decir, supone que el discípulo está convencido de que no sabe nada, pero, a base de preguntas por parte del maestro, se da cuenta aquél de *que él mismo ha descubierto las ideas que ya tenía. Por eso, una idea es lo "concebido" (conceptus).* Así, por ejemplo, para Platón los conocimientos matemático-geométricos se adquieren, con independencia de los sentidos, mediante una pura reflexión conceptual, siendo éstos los únicos evidentes. Aquellos conocimientos que se fundaran en los sentidos, siempre podrían ser falsos, debido a que éstos nos pueden engañar. A este tipo de conocimiento lo llama Platón "opinión". No obstante, el mismo Platón, en su diálogo *Philebo*, parece haber abandonado esta teoría, al comparar el entendimiento con un libro en el que escriben los sentidos, tomando de ellos las ideas intelectuales.

ARISTÓTELES (384-322 a.C.). En su tratado *De anima* desarrolla Aristóteles su teoría del conocimiento empírico, adquirido a través de los sentidos, estudiando en su *Metafísica* (lib. IV, cap. 4 ss.), el origen de los *primeros principios* del conocimiento. Su epistemología se puede encontrar básicamente en su obra *Analíticos posteriores*. Para Platón y Aristóteles sólo puede haber ciencia de lo *inmutable*. Para Platón esto eran las ideas; para Aristóteles, la *sustancia*. Pero, a pesar de que Aristóteles era discípulo de Platón, se opone a su maestro, criticándole la existencia de ese "Reino de las ideas". No tenemos constancia de él. El hombre nace, como producto de la eterna naturaleza (*Physis*) sin ideas innatas. Como una "tabula rasa", según expresión de uno de sus discípulos. El hombre va adquiriendo, gracias a sus sentidos y a la experiencia, noticia de su mundo circundante y de sus propios afectos y sentimientos de carácter psicológico. Los sentidos son capaces de asimilar, por medio de las "especies", es decir, estímulos sensoriales, que las cosas producen, llegando así a un conocimiento sensorial. Pero existe, además, un conocimiento intelectual, que no puede ser producido por el sensorial: son de muy distinta naturaleza: el sensorial es particular; el intelectual o "espiritual" es universal, pues la ciencia trata de cosas universales, válidas para muchos casos. El instrumento que inventó

Aristóteles para llegar al conocimiento universal fue el "entendimiento agente", que transformaba lo particular en universal, por medio de la abstracción de la materia y de lo singular. Fue el inicio de la ciencia moderna.

LA ESCOLÁSTICA. Podemos considerar a san Agustín el iniciador de esta escuela. Él no conocía todavía la obra de Aristóteles, considerándosele como un postplatónico. Como tal, pensó, en cristiano, que la "iluminación divina" era la única que avalaba nuestro conocimiento. Es famosa su frase: "Las cosas no las ves porque son, sino que son porque Tú las ves". Después de haberse conocido la filosofía aristotélica en el ya avanzado siglo XIII –antes sólo se conocía la obra de Platón– mediante la traducción que los árabes hicieron de la obra griega de Aristóteles y que fue de nuevo traducida al latín. Europa, a través de los escolásticos, tuvo conocimiento de la gran obra científico-filosófica de las grandes obras del Estagirita. Las estudió y las analizó, desde una perspectiva cristiana. Se dice que santo Tomás "bautizó a Aristóteles". En principio, pero con divergencias esenciales, mantuvo la Escolástica la teoría epistemológica de Aristóteles, pero criticando el *ultrarrealismo* de Guillermo de Champeaux y el "representacionismo" de Roscelino.

Yo quisiera destacar entre los escolásticos la figura del español Francisco Suárez, SI (Granada 1557-Lisboa 1614), que, es la figura estelar postescolástica en el Renacimiento, que determinará toda la filosofía moderna. Junto a los miembros de otras órdenes religiosas (dominicos, franciscanos, sobre todo), ofreció a la Europa de entonces un soberbio edificio científico, en el que no faltaba ninguna de las ciencias: desde la mineralogía, biología, cosmología, medicina, matemáticas, filosofía, teología hasta la teoría del conocimiento

Con DESCARTES (1596-1650), seguidor en algunos aspectos de las teorías escolásticas, intentó profundizar más aún en los problemas del conocimiento. Como buen matemático, pensó que todo conocimiento debería seguir el estilo del conocimiento matemático, cuyas ideas –dijo– son "claras y distintas". Pues bien, la única idea clara y distinta que la filosofía tiene es el "yo pienso, luego existo". Desde ella intentó fundamentar toda la teoría del conocimiento, basado en la evidencia de los conceptos, cuya verdad está avalada por Dios, que no nos engaña. Para Descartes no es lo mismo "verdad" que "certeza". Ésta es un estado de conciencia; aquélla, algo "objetivo".

Sus obras *Discurso del método* (1637) y *Meditaciones metafísicas* (1641) están dedicadas al problema epistemológico, en las que propone la "duda metódica" como instrumento racional para evitar falsas desviaciones dogmáticas en la tarea del conocer.

FRANCIS BACON (1561-1626). Sus obras *Advancement of knowledge* y *Novum Organum* promovieron la tradición empírica, continuada por Locke.

JOHN LOCKE (1632-1704). Es todo lo contrario de un racionalista. Con su empirismo piensa que todo conocimiento proviene de la experiencia sensorial, siendo, por tanto, innecesarias e inexistentes las ideas innatas, como Platón sugería. Su obra principal es *Ensayo sobre el entendimiento humano.*

DAVID HUME (1711-1776). Al estilo del empirismo de Locke, postulaba, sin embargo, la instalación de un sistema de causalidad, con referencias al problema de cómo nos es posible llegar a un conocimiento universal-científico a partir de combinaciones sensoriales. Este sistema se puede denominar "inducción". Hume era escéptico en cuanto a la posibilidad de llegar a un principio universal de causalidad. Aunque este sistema de la *inducción* (sistema de alcanzar lo universal desde lo particular) que ya fue empleado por los antiguos pensadores, alcanza con Hume su punto culminante, pues es quizás mediante la inducción cómo las ciencias naturales de hoy solucionan los problemas científicos. Sus obras: *Tratado de la naturaleza humana* e *Investigación sobre el entendimiento humano*. Hay dos sistemas de inducción: la *completa* (imposible de realizar, pues podemos estudiar *todos* los casos particulares existentes o posibles) y la incompleta, que sí que es posible, aunque habría que determinar *cuántos casos particulares son necesarios para una inducción*. Esto ocurre en la estadística, que debe determinar el número de casos particulares estudiados, pero, además, si éstos reflejan proporcionalmente la esfera social estudiada.

IMMANUEL KANT (1724-1804), pensó que hasta ahora se había comenzado por los objetos exteriores como medida de nuestro conocimiento, lo que había producido serios problemas a la hora de relacionar el objeto externo con el conocimiento interno. Y él se imaginó que podríamos proceder al revés: empezar por el estudio crítico de nuestro conocimiento interno, para llegar así mejor a saber cómo conocemos los objetos externos. Pues bien, motivado por el escepticismo de Hume, quien "lo despertó de su sueño dogmático" –como solía decir– pensó que esta manera empirista de conocer no nos puede llevar a un resultado, apto para establecer una ciencia de carácter universal; a lo más que nos puede llevar es a crear un "conjunto de sensaciones", que nunca alcanzará el grado de conocimiento. Para alcanzar este grado máximo de conocimiento científico e inspirado por la magna obra de Isaac Newton, cuyos resultados científico-matemáticos eran patentes, postuló la existencia de una "autoconciencia", que no proviene de la experiencia, sino que es algo dado "a priori", es decir "antes de toda experiencia". Esto supone, a su vez, que hay conceptos que no provienen de la experiencia, sino que son también "a priori". La experiencia es necesaria como *materia* del conocimiento (salvando así un racionalismo idealizado, al estilo de Platón), pero la *forma* del conocer la tenemos "a priori" dada en nuestra "autoconciencia" (*Selbstbewusstsein*). Así, el espacio y el tiempo son formas "a priori" de nuestra sensibilidad, a través de las cuales podemos tener un conocimiento de estos temas. Pero, además de la sensibilidad, poseemos conceptos "a priori" que pueden explicar los problemas de la causalidad universal y de todos los otros problemas científicos. Su insistencia en la *materia* del conocimiento, le llevó a negar cualquier concepto que no estuviera relacionado con nuestra experiencia sensorial. Así, negó que pudiéramos alcanzar un conocimiento de lo que no es sensible. No tenemos experiencia ni de Dios (teología), ni del alma (psicología), ni del mundo (cosmología). Por ello estos conceptos más que conceptos se pueden llamar "ideas", es decir, son como "receptáculos" formales en los que introducimos todo lo que afecta a estos objetos.

J. G. FICHTE (1762-1814) / F. W. J. VON SCHELLING (1775-1854) / G. W. F. HEGEL (1770-1831). Intentan descubrir qué es esa "cosa en sí", que Kant dejó en el aire. Para Fichte, es el "yo absoluto", que "pone el no-yo"; para Schelling la "naturaleza"; para Hegel, lo "absoluto" que se desarrolla dialécticamente de forma "trinitaria": tesis, antítesis, síntesis. Hay que tener en cuenta que, aunque Fichte proclama el "yo absoluto" como primer principio del conocimiento, ante la presencia de los demás "otros yo absolutos", se abstiene de considerarlos como "puestos" por el yo absoluto; todos los "yo absolutos" forman el "reino de los espíritus".

GERHARD VOLLMER (1943-) es un pionero de la teoría de la evolución epistemológica, es decir, que, al estilo de la evolución biológica (Darwin), también nuestro sistema de conocimiento evoluciona con el tiempo, mediante procesos de selección y mutación. Esto supone la concesión de la existencia de un mundo exterior independiente del conocer humano, en el que se realiza esta evolución.

GERHARD ROTH (1942-) representa el "constructivismo neurobiológico", según el cual hay una estricta separación entre un tipo de realidad, a la que él denomina *Realität*, que es el mundo exterior, en el que existen objetos, como el hombre, y otro, llamado por él *Wircklichkeit*, que es una construcción de nuestro cerebro y, en general, de nuestro sistema nervioso. A Roth no sólo le interesa éste último, pues es el campo de la ciencia neurológica, sino también el primero, sacando de ello consecuencias epistemológicas diferentes a las anteriores.

PUTNAM (1926-) En este sentido discute Putnam problemas epistemológicos ante la pregunta: ¿Qué significan las expresiones habladas? Es, por su parte, uno de los primeros representantes de la "filosofía analítica". Esta filosofía postula que lo principal en un pensamiento es que la actividad central de nuestros juicios está fundamentada en el "habla", en nuestro "decir": son juicios-locuciones.

J.L. AUSTIN (1911-1960) / J. R. SEARLE (1932-). En su libro "How to Do Things with Words", entiende Austin el lenguaje como una parte de la acción y la conducta humana: hablar equivale a "hacer". Distingue tres tipos de actividad lingüística: a) la "locución" o acto locutivo (lo que digo en sonidos y gramaticalmente correcto); b) la "ilocución" o acto ilocutivo (de qué forma hablo: aseverando, prometiendo, jurando, etc. "a quién y de qué forma se lo digo"); y c) la "perlocución" o acto perlocutivo (qué resultados tienen en los demás mis "locuciones": ofensa, convencimiento, etc.). Le siguió, ampliando estas ideas, J.R. Searle. El argumento en contra de lo que Searle denomina inteligencia artificial fuerte, es parte de una posición más amplia en lo que respecta a la relación mente-cuerpo. La tesis central de la inteligencia artificial fuerte, es que los procesos realizados por una computadora son idénticos a los que realiza el cerebro, y por lo tanto se puede deducir que, si el cerebro genera conciencia, también las computadoras deben ser conscientes. Para refutar esta posición, Searle desarrolla el siguiente experimento mental. Imaginemos que un individuo es colocado en una habitación cerrada al exterior en China. Por una rendija le son entregados papeles con símbolos chinos que desconoce absolutamente pues el individuo no conoce el idioma chino. Con unas instrucciones en inglés (o cualquiera que fuera su lengua madre) se le indica que debe sacar por la misma rendija una respuesta de acuerdo a un manual que se le ha entregado. En dicho manual sólo aparecen símbolos chinos de entrada y los correspondientes símbolos de salida. Así, el individuo puede localizar los símbolos que le son entregados y puede sacar papeles con símbolos diferentes. Los chinos que estén fuera de la habitación pensarán que el de la habitación conoce el chino, pues han recibido respuestas satisfactorias. (Cfr. Test de Turing).[1] Searle considera que lo mismo ocurre con una computadora. Ésta manipula diferentes códigos sintácticos que nada tienen que ver con la com-prensión semántica de los contenidos procesados. Evidentemente, el concepto de *Intencionalildad* está en el fondo del argumento de la Habitación china de Searle en contra de la inteligencia artificial.

DAVIDSON (1917-2003) se adhiere, igual que Putnam, a la "filosofía analítica", haciendo hincapié en el problema de cómo los hombres se entienden entre sí, o, mejor, cómo se entiende, por parte de los demás, lo que cada uno "hace", lo que "dice", lo que "piensa". Una de sus más urgentes preguntas es: ¿Cómo puedo decir que los demás tienen los mismos estados psicológicos que yo? ¿Cómo puedo saber lo que "pasa" en el interior de los demás? Pero, sobre todo: ¿Cómo puedo yo saber que mis pensamientos se relacionan realmente con los objetos del mundo exterior? Esto no es más que formular el problema clásico de la Epistemología, aunque teniendo más en cuenta el estado psicológico de los sujetos cognoscentes, que viven en comunicación con los demás.

Confío en que el presente texto concentrado y esquemático sobre la Epistemología ayude a los físicos y matemáticos a apreciar el don maravilloso que todo hombre ha recibido del Creador, gracias al cual hoy podemos comprender con más admiración estas fórmulas matemáticas con las que se intenta describir la realidad de una estructura que nos envuelve, llamada universo.

Salvador Castellote

Dr. en Filosofía por la Universidad Ludovico-Maximilianea" de München (Alemania), con la tesis "Die Anthropologie des Suárez", Alber Verlag, Freiburg i. Br., 1968.

Dr. en Filosofía por la Universidad Literaria de Valencia, con la tesis "Edición e interpretación del Manuscrito inédito suareciano "De anima", Valencia, 1971.

Actualmente, canónigo-secretario del Cabildo Metropolitano de Valencia.

[1] La prueba consiste en un desafío. Se supone un juez situado en una habitación, una máquina y un ser humano en otras. El juez debe descubrir cuál es el ser humano y cuál es la máquina, estándoles a los dos permitido mentir al contestar por escrito las preguntas que el juez les hiciera. La tesis de Turing es que si ambos jugadores son suficientemente hábiles, el juez no podría distinguir quién era el ser humano y quién la máquina. Todavía ninguna máquina puede pasar este examen en una experiencia con método científico.

ÍNDICE

APÉNDICES

C A P Í T U L O   I

CAMPO ELECTROSTÁTICO

«El concepto de campo fue, en un principio, sólo un medio para facilitar la explicación de los fenómenos eléctricos desde un punto de vista mecánico. En el nuevo lenguaje del campo, es la descripción del campo entre las cargas, y no las cargas mismas, lo esencial para comprender la acción de las últimas»

A. Einstein, L.Infeld

1. CARGA ELÉCTRICA Q

■ **LEY DE COULOMB**

Las cargas Q pueden ser (+Q) o (– Q). La fuerza electrostática entre cargas eléctricas es atractiva si las cargas son de distinto signo y repulsiva si las cargas son de igual signo.

$$\vec{F}_{12}=k\frac{q_1 q_2}{r_{12}^3}\vec{r}_{12}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_{12}^3}\vec{r}_{12}\ \text{ fuerza sobre } q_2;\ \overrightarrow{r_{12}}=[x_2-x_1]\vec{i}+[y_2-y_1]\vec{j}+[z_2-z_1]\vec{k}$$

S.I. $1_{U.S.I.Q}=1$ Coulomb; S.C.G.S.E.E. $1_{U.E.E.Q}=1$ Franklin = $10^{-9}/3$ C; [Q] = T I

Unidad de carga eléctrica fundamental en la naturaleza: $|q_{e^-}|=|e^-|=1{,}602176\cdot 10^{-19}$ C.

Distribución discreta: $\vec{F}_{q_j}=\dfrac{q_j}{4\pi\varepsilon_0}\displaystyle\sum_{\substack{i\neq j\\ i=1}}^{n}\frac{q_i}{r_{ij}^3}\vec{r}_{ij}$ fuerza sobre q_j; $\vec{r}_{ij}=[x_j-x_i]\vec{i}+[y_j-y_i]\vec{j}+[z_j-z_i]\vec{k}$

Distribución continua: $\vec{F}_Q=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\displaystyle\int\frac{dq}{r^3}\vec{r}$ fuerza sobre Q debida a las cargas dq; $\vec{r}=\overrightarrow{P_{dq}P_Q}$

Distribuciones continuas de cargas: $dq=\lambda\, d\ell=\sigma\, dS=\rho\, d\tau$.

λ= densidad lineal. σ = densidad superficial. ρ= densidad volúmica.

■ **CONSTANTE DIELÉCTRICA DEL VACÍO**

$$\varepsilon_0=\frac{1}{4\pi k}=8{,}854187\cdot 10^{-12}A^2s^2N^{-1}m^{-2};\ k=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\approx 9\cdot 10^9A^{-2}s^{-2}N\,m^2;\ [\varepsilon_0]=M^{-1}L^{-3}T^4I^2$$

2. CAMPO ELECTROSTÁTICO $\vec{E}$

El campo electrostático es una acción a distancia que se manifiesta asociada a una región del espacio, mediante una fuerza que actúa sobre cualquier carga eléctrica o cuerpo cargado eléctricamente introducido en dicha región.

$\vec{E}=E_x\vec{i}+E_y\vec{j}+E_z\vec{k}=\lim\limits_{q\to 0}\dfrac{\vec{F}}{q}=\dfrac{\vec{F}}{q}$. Dimensiones del campo electrostático: $[E]=MLT^{-3}I^{-1}$

Campo creado en P por carga puntual q: $\overrightarrow{E_P}=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{r^3}\vec{r}$; $\vec{r}=[x_P-x_q]\vec{i}+[y_P-y_q]\vec{j}+[z_P-z_q]\vec{k}$

Distribución discreta: $\overrightarrow{E_P}=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\displaystyle\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i^3}\vec{r}_i$. Distribución continua: $\overrightarrow{E_P}=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\displaystyle\int\frac{dq}{r^3}\vec{r}$

$\vec{r}=\overrightarrow{P_{q_i}P}=[x_P-x_{q_i}]\,\vec{i}+[y_P-y_{q_i}]\,\vec{j}+[z_P-z_{q_i}]\,\vec{k}$; cargas q_i creadoras de $\vec{E}$ están en P_{q_i}.

3. POTENCIAL ELECTROSTÁTICO V

Potencial electrostático V= V(x, y, z), es una función escalar continua que representa el trabajo por unidad carga, realizado por las fuerzas del campo electrostático. También se define como la energía potencial electrostática por unidad de carga eléctrica.

$$-dV=\vec{E}\cdot d\vec{r}=\frac{dW_{Ext}}{q};\ W_{Ext}=q\,[V_B-V_A]=-\int_A^B q\,\vec{E}\cdot d\vec{r};\ \int_1^2 dV=V_2-V_1=-\int_1^2\vec{E}\cdot d\vec{r}$$

El campo electrostático es conservativo y por lo tanto cumple:

$$\vec{E}=-\overrightarrow{\text{grad}}\,V=-\vec{\nabla}V=-[\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i}+\frac{\partial V}{\partial y}\vec{j}+\frac{\partial V}{\partial z}\vec{k}]\ \Rightarrow \text{rot}\,\vec{E}=\vec{\nabla}\wedge\vec{E}=\vec{0}\ \Rightarrow\oint_C\vec{E}\cdot d\vec{r}=0$$

Potencial: $V_P = \int_P^\infty \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r}$; si no hay q en el infinito $\Rightarrow$ V_∞= 0, es el origen del potencial.

Carga puntual: $V_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$. Distribución discreta de cargas: $V_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\Sigma\frac{q_i}{r_i}$

Distribución continua de cargas: $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{dq}{r}$; siendo: dq= λ d ℓ= σ dS= ρ dτ.

Toda carga Q situada dentro de un campo electrostático se desplaza siempre hacia la posición en la cual es mínima su energía potencial.
Energía potencial electrostática $W_{POTENCIAL} = q\ V_P$, es el producto de la carga eléctrica por el potencial electrostático existente en el punto P en donde está situada la carga.

SUPERFICIE EQUIPOTENCIAL: Lugar geométrico de puntos en donde V(x, y, z)= V_0= cte.

LÍNEAS DE FUERZA≡LÍNEAS DE CAMPO: Lugar geométrico de puntos en donde los vectores $\vec{E}$ y $d\vec{r}$ son paralelos. Ecuación diferencial de líneas de campo: $\frac{dx}{E_x} = \frac{dy}{E_y} = \frac{dz}{E_z}$

En cada punto del espacio, líneas del campo $\vec{E}$ son $\perp$ a superficies equipotenciales.

4. FLUJO DEL CAMPO ELECTROSTÁTICO. TEOREMA DE GAUSS

Flujo elemental del campo $\vec{E}$ a través de un elemento diferencial de superficie: $d\Phi = \vec{E}\cdot d\vec{S} = \vec{E}\cdot\vec{n}\ dS$; $\vec{n}$ vector unitario $\perp$ a S; ángulo sólido elemental: $d\Omega = \frac{\vec{r}\cdot d\vec{S}}{r^3}$.

Teorema de Gauss: $\Phi = \oint\!\!\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \oint\!\!\oint_S \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{r}\cdot d\vec{S} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\oint\!\!\oint_S d\Omega = \frac{Q}{\varepsilon_0}$ $\Rightarrow$ flujo de $\vec{E}$.

Sólo las cargas eléctricas Q, interiores a superficie cerrada S, crean campo eléctrico $\vec{E}$ que produce flujo a través de la citada superficie S cerrada, denominada "gaussiana".

Si dentro de S cerrada hay: $\begin{cases} Q > 0 \Rightarrow \Phi > 0 \Rightarrow \text{ Flujo eléctrico es saliente de S} \\ Q < 0 \Rightarrow \Phi < 0 \Rightarrow \text{ Flujo eléctrico es entrante a S} \\ Q = 0 \Rightarrow \Phi = 0 \Rightarrow \text{ Flujo eléctrico es conservativo en S} \end{cases}$

Sistema discreto de cargas puntuales: $\Phi = \oint\!\!\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n} q_i$

Sistema continuo de cargas en volumen: $\Phi = \oint\!\!\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\iiint_\tau \rho\, d\tau$

5. APLICACIONES DEL TEOREMA DE GAUSS PARA CALCULAR $\vec{E}$

Cálculo de $\vec{E}$ creado por diversos sistemas de cargas eléctricas, cuando se cumple en la superficie S: 1º. $|\vec{E}|$=cte. 2º. Es constante el ángulo entre los vectores $\vec{E}$ y $d\vec{S} = dS\ \vec{n}$.

- Carga puntual q.

$\vec{E}_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^3}\vec{r} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{u}_r$; $\vec{r} = \overrightarrow{P_qP} = [x_P - x_q]\vec{i} + [y_P - y_q]\vec{j} + [z_P - z_q]\vec{k}$; $\vec{u}_r = \frac{\vec{r}}{r}$

- Distribución Esférica uniforme con densidad de carga en volumen ρ= cte.

$$\vec{E}_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^3}\vec{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\vec{u_r};\quad Q= \frac{4\pi R^3}{3}\rho \text{, siendo: } R < r.$$

- Distribución Axial uniforme ⇒ eje cargado con densidad de carga lineal λ= cte.

$$\vec{E}_P = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\vec{u}_r;\ \vec{u_r}$$ vector unitario radial, ⊥ al eje cargado.

- Plano Indefinido uniformemente cargado (una sola cara, espesor infinitesimal).

$$\vec{E}_{P_{EXTERIOR}} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{n}$$; $\vec{n}$ = vector unitario ⊥ a plano cargado con densidad de carga σ= cte.

- Placa Indefinida uniformemente cargada (dos caras, espesor finito, tiene anchura).

$$\vec{E}_{P_{INTERIOR}} = 0;\ \vec{E}_{P_{EXTERIOR}} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{n}$$; $\vec{n}$ = vector unitario ⊥ a plano cargado con σ = cte.

6. DIPOLO ELÉCTRICO EN EL PLANO XOY

El dipolo es un sistema formado por dos cargas eléctricas puntuales iguales +q y −q, de distinto signo, separadas entre sí, una distancia constante muy pequeña $\ell=2\,a << r$.
Momento dipolar: $\vec{p}=q\vec{\ell}=q\,\ell\,\vec{n}=2\,a\,q\,\vec{n}$, es la magnitud eléctrica característica del dipolo.
Vector unitario dipolo≡ $\vec{n}$, dirigido de − q a + q; $\vec{r} = \overrightarrow{OP} = r\cos\theta\,\vec{i} + r\,\text{sen}\,\theta\,\vec{j} = r\,\vec{u_r} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}$
Dipolo está O (0, 0). Campo y potencial se van a hallar en el punto P (x, y) ≡ P (r, θ).

- Dipolo de eje **X**. $\vec{n} = \vec{i} \Rightarrow \vec{p} = p\,\vec{n} = p\,\vec{i} = p\,[\cos\theta\,\vec{u_r} - \text{sen}\theta\,\vec{u_\theta}]$

POTENCIAL:

$$V_P = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\left[\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right]\ \left\{\begin{matrix} r_1^2 = r^2 + a^2 + 2ra\cos\theta \\ r_2^2 = r^2 + a^2 - 2ra\cos\theta \end{matrix}\right\}$$ mediante desarrollo en serie

$$V_P \approx \frac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{4\pi\varepsilon_o r^3} = \frac{p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_o r^2} = \frac{p\,x}{4\pi\varepsilon_0[x^2+y^2]^{3/2}}$$

CAMPO: $$\vec{E}_P = -\vec{\nabla}V_P = -\left[\frac{\partial V_P}{\partial r}\vec{u}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial V_P}{\partial\theta}\vec{u}_\theta\right] = \frac{3[\vec{p}\cdot\vec{r}]\,\vec{r} - r^2\vec{p}}{4\pi\varepsilon_0 r^5}$$

$$\vec{E}_P = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^3}[2\cos\theta\,\vec{u}_r + \text{sen}\,\theta\,\vec{u}_\theta] = \frac{p\,[(2x^2-y^2)\,\vec{i} + 3xy\,\vec{j}\,]}{4\pi\varepsilon_0[x^2+y^2]^{5/2}}$$

SUPERFICIES EQUIPOTENCIALES: $r^2 = K_1\cos\theta$, son normales a las líneas de campo.

LÍNEAS DE CAMPO: $r = K_2\,\text{sen}^2\,\theta$, son normales a las superficies equipotenciales.

- Dipolo de eje **Y**. $\vec{n} = \vec{j} \Rightarrow \vec{p} = p\,\vec{n} = p\,\vec{j} = p\,[\text{sen}\theta\,\vec{u_r} + \cos\theta\,\vec{u_\theta}]$

POTENCIAL: $$V_P \approx \frac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{4\pi\varepsilon_o r^3} = \frac{p\,\text{sen}\,\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{p\,y}{4\pi\varepsilon_0[x^2+y^2]^{3/2}}$$

CAMPO: $$\vec{E}_P = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^3}[2\,\text{sen}\,\theta\,\vec{u}_r - \cos\theta\,\vec{u}_\theta] = \frac{p\,[3xy\,\vec{i} + (2y^2-x^2)\,\vec{j}]}{4\pi\varepsilon_0\,[x^2+y^2]^{5/2}}$$

SUPERFICIES EQUIPOTENCIALES: $r^2 = K_1\,\text{sen}\,\theta$, son normales a líneas de campo.

LÍNEAS DE CAMPO: $r = K_2/\cos^2\theta$, son normales a las superficies equipotenciales.

- Dipolo de eje cualquiera. $\vec{n} = \text{sen}\ \alpha\ \vec{i} + \cos\ \alpha\ \vec{j} \Rightarrow \vec{p} = p\ \vec{n}$

$$\vec{p} = p\ [\cos\alpha\ \vec{i} + \text{sen}\alpha\ \vec{j}\ ] = p\cos\alpha\ [\cos\theta\ \overrightarrow{u_r} - \text{sen}\theta\ \overrightarrow{u_\theta}] + p\ \text{sen}\alpha\ [\text{sen}\theta\ \overrightarrow{u_r} + \cos\theta\ \overrightarrow{u_\theta}]$$

POTENCIAL: $V_P \approx \dfrac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3} = \dfrac{p[\cos\alpha\cos\theta + \text{sen}\alpha\ \text{sen}\theta]}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \dfrac{p[x\cos\alpha + y\,\text{sen}\alpha\,]}{4\pi\varepsilon_0[x^2 + y^2]^{3/2}}$

CAMPO: $\vec{E}_P = -\vec{\nabla}V_P = -\left[\dfrac{\partial V_P}{\partial r}\vec{u}_r + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial V_P}{\partial\theta}\vec{u}_\theta\right] = \dfrac{3[\vec{p}\cdot\vec{r}]\,\vec{r} - r^2\vec{p}}{4\pi\varepsilon_0 r^5} = \dfrac{3[\vec{n}\cdot\vec{r}]\,\vec{r} - r^2\vec{n}}{4\pi\varepsilon_0 r^5}p$

$$\vec{E}_P = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\left[2(\cos\alpha\cos\theta + \text{sen}\alpha\ \text{sen}\theta)\vec{u}_r + (\cos\alpha\ \text{sen}\theta - \text{sen}\alpha\cos\theta)\vec{u}_\theta\right]$$

$$\vec{E}_P = p\frac{[(2x^2 - y^2)\cos\alpha + 3xy\ \text{sen}\alpha]\ \vec{i} + [(2y^2 - x^2)\text{sen}\alpha + 3xy\cos\alpha]\ \vec{j}}{4\ \pi\ \varepsilon_0\ [x^2 + y^2]^{5/2}}$$

SUPERFICIES EQUIPOTENCIALES: $r^2 = K_3 \cos\theta + K_4\ \text{sen}\ \theta$

- ACCIONES Y ENERGÍA sobre dipolo, cuando actúa sobre él un campo exterior $\vec{E}_o$

FUERZA: $\vec{F} = \vec{\nabla}\ [\vec{p}\cdot\vec{E}_o]$. Cuando $\vec{E}_o$ es uniforme $\Rightarrow \vec{F} = \vec{0}$

MOMENTO: $\overrightarrow{M} = \vec{p} \wedge \vec{E}_o$

ENERGÍA POTENCIAL: $W_{POTENCIAL} = -\vec{p}\cdot\vec{E}_o$

CUESTIONES

1.1.- Una superficie cerrada, es tal que en todos sus puntos el vector campo eléctrico es saliente. ¿Qué se puede afirmar de la posible carga encerrada en su interior?
A) Que siempre es positiva.
B) Que siempre es negativa.
C) Que siempre es cero.
D) El vector campo eléctrico nunca puede atravesar superficies cerradas.

1.2.- El potencial electrostático representa:
A) El trabajo realizado para desplazar la unidad de carga entre dos puntos cualesquiera.
B) La energía potencial electrostática por unidad de carga.
C) El trabajo realizado para desplazar cualquier carga hasta el infinito.
D) El campo electrostático por unidad de carga.

1.3.- Las cargas eléctricas positivas abandonadas en campo eléctricos, se desplazan espontáneamente:
A) En cualquier dirección.
B) Hacia el máximo de energía potencial.
C) En el sentido de los potenciales decrecientes.
D) En el sentido de los potenciales crecientes.

1.4.- Sea un conductor rectilíneo indefinido con una densidad lineal de carga uniforme λ. Indicar cual la función matemática que expresa la diferencia de potencial electrostático entre dos puntos:
A) Es siempre constante para todos los puntos.
B) Función lineal basándose en que el potencial es nulo en el infinito.
C) Función exponencial.
D) Función logarítmica.

1.5.- La carga eléctrica está cuantizada y se conserva en un sistema aislado eléctricamente.
A) Únicamente cierto en la física cuántica. Pero en los sistemas aislados macroscópicos no se produce la conservación.
B) Es cierto en la física cuántica: cuantización y conservación.
C) Es cierto siempre.
D) La carga eléctrica se conserva pero no posee cuantización.

1.6.- El rotacional nulo de un campo vectorial significa que dicho campo:
A) Puede expresarse como el gradiente de un campo escalar.
B) Es un campo no conservativo.
C) Es un campo conservativo según situaciones.
D) Puede expresarse como la divergencia de un campo escalar.

1.7.- El teorema de Gauss:
A) Expresa el flujo del campo electrostático a través de una superficie cerrada, siendo igual a la suma algebraica de las cargas situadas en el interior, dividido por la constante de permitividad del vacío.
B) Expresa el flujo del campo eléctrico a través de una superficie abierta, siendo igual a la suma algebraica de las cargas situadas en el interior, dividido por la constante de permitividad del vacío.
C) Relaciona el flujo del campo eléctrico con la existencia de cargas eléctricas y su posición dentro de una superficie cerrada imaginaria denominada "gaussiana".
D) Relaciona el flujo del campo eléctrico creado por las cargas interiores y exteriores a la superficie cerrada imaginaria denominada "gaussiana".

1.8.- ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?
A) La circulación del vector campo electrostático en una trayectoria cerrada es siempre nula.
B) La circulación del vector campo magnético en una trayectoria cerrada es siempre nula.
C) La circulación del vector campo electrostático en una trayectoria cerrada puede ser nula.
D) Ninguna de las anteriores.

1.9.- El principio de superposición es:
A) Una justificación teórica sin base experimental.
B) Un resultado experimental sin justificación teórica.
C) Consecuencia del pensamiento "la suma de las partes es el todo", y además demostrado empíricamente.
D) Consecuencia del pensamiento "la suma de las partes es el todo", sin demostración experimental.

1.10.- El campo electrostático es:
A) Un ente abstracto que explica la existencia real de fuerzas eléctricas.
B) Una causa física de las ficticias fuerzas eléctricas.
C) Un ente que permite relacionar matemáticamente la carga y fuerzas eléctricas.
D) Ninguna de las respuestas anteriores.

1.11.- En el teorema de Gauss, el flujo del campo electrostático:

A) Es independiente de la situación de las cargas dentro de la superficie gaussiana, pero depende de la situación de las cargas exteriores.
B) Depende únicamente de la situación de las cargas negativas dentro de la superficie gaussiana.
C) Es independiente de la situación de las cargas que hay dentro de la superficie gaussiana y de la existencia, o no, de las cargas exteriores a dicha superficie.
D) Depende de la distribución simétrica de las cargas interiores.

1.12.- Todas las predicciones de la Electrostática provienen de:

A) La ley de Gauss y de que la circulación de un campo electrostático es nula.
B) El rotacional del campo electrostático es nulo.
C) La circulación de un campo electrostático es distinta de cero.
D) La ley de Coulomb.

1.13.- Las líneas del campo electrostático y las superficies equipotenciales se cortan entre sí bajo un ángulo:

A) De 180º.
B) De 0º.
C) De 90º.
D) Nunca se cortan.

1.14.- La función potencial electrostático es:

A) Una función vectorial que no está unívocamente definida, pudiendo añadirle cualquier constante sin afectar al valor del campo eléctrico.
B) Consecuencia de obtener un rotacional de campo electrostático distinto de cero.
C) Una función escalar tal que al aplicarle el operador gradiente genera el campo electrostático.
D) Un artilugio matemático para simplificar el cálculo de los campos electrostáticos cuando se presentan movimientos de cargas.

1.15.- Un dipolo eléctrico $\vec{p}$ está orientado de forma que su dirección es perpendicular al $\overrightarrow{E_0}$ Campo electrostático exterior, existente en la región donde se encuentra el citado dipolo. En esta situación la energía potencial del dipolo es:

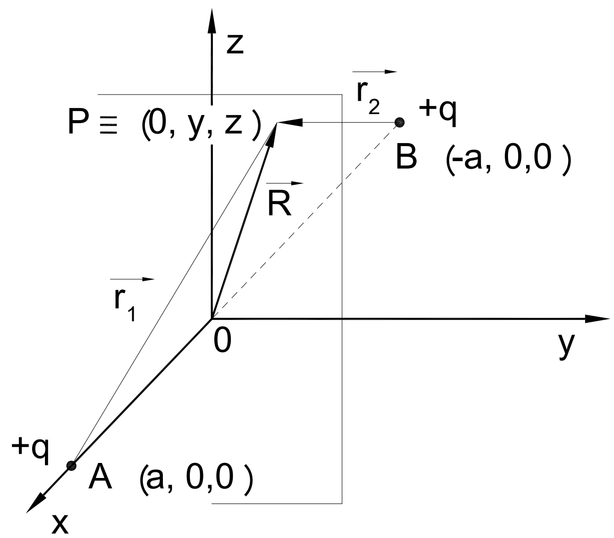
A) Nula.
B) Mínima.
C) Máxima.
D) Ninguna de las anteriores.

PROBLEMA 1.1

En los puntos A (a, 0, 0) y B (−a, 0, 0) existen dos cargas puntuales positivas iguales +q, situadas en el vacío. En el punto medio del segmento que las une, hay un plano perpendicular a dicho segmento (plano X= 0). Se pide determinar:
1º.- Campo electrostático que crean ambas cargas en un punto genérico del plano X= 0 que dista una distancia R del origen de coordenadas.
2º.- Lugar geométrico de los puntos de dicho plano donde la intensidad del campo electrostático producido por las dos cargas es máxima. Módulo del campo máximo.
3º.- Aplicación numérica del apartado anterior para: a = 20 cm, q= $5\cdot10^{-10}$ C.

SOLUCIÓN

1º.- Campo electrostático $\vec{E}$.



Carga situada en A, produce:

$$\left.\begin{array}{l}\vec{E}_A = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{\vec{r}_1}{r_1^3} \\ \\ \vec{r}_1 = -a\vec{i} + \vec{R}; r_1 = \sqrt{a^2 + R^2}\end{array}\right\} \Rightarrow \vec{E}_A = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{-a\vec{i} + \vec{R}}{\left(a^2 + R^2\right)^{3/2}}$$

Carga situada en B produce:

$$\left.\begin{array}{l}\vec{E}_B = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{\vec{r}_2}{r_2^3} \\ \\ \vec{r}_2 = a\vec{i} + \vec{R}; r_2 = \sqrt{a^2 + R^2}\end{array}\right\} \Rightarrow \vec{E}_B = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{a\vec{i} + \vec{R}}{\left(a^2 + R^2\right)^{3/2}}$$

Mediante el Principio de Superposición, se obtiene el campo total creado por ambas cargas en un punto genérico (0, y, z) del plano X= 0:

$\vec{E}_{Total} = \vec{E}_A + \vec{E}_B = \dfrac{q}{2\pi\varepsilon_0 \left(a^2 + R^2\right)^{3/2}} \vec{R}$, donde $\vec{R} = \overrightarrow{OP} = y\vec{j} + z\vec{k}$, por tanto:

$$\vec{E}_{Total} = \vec{E}_A + \vec{E}_B = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 \left(a^2 + y^2 + z^2\right)^{3/2}} \; [y \; \vec{j} + z \; \vec{k}]$$

2º.- Lugar geométrico de campo máximo. Módulo del campo máximo.

El módulo del campo total: $\left|\vec{E}_{Total}\right| = \dfrac{q}{2\pi\varepsilon_0} \dfrac{R}{\left(a^2 + R^2\right)^{3/2}}$

Para obtener el máximo de la anterior expresión, hallamos la derivada respecto de la variable independiente R y después igualamos a cero:

$$\frac{dE_{Total}}{dR} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0} \frac{\left(a^2 + R^2\right)^{3/2} - \dfrac{3R}{2}\left(a^2 + R^2\right)^{1/2} 2R}{\left(a^2 + R^2\right)^3} = 0 \;\; \Rightarrow \left(a^2 + R^2\right)^{3/2} - \frac{3R}{2}\left(a^2 + R^2\right)^{1/2} 2R = 0;$$

operando: $a^2 - 2R^2 = 0 \Rightarrow R = \dfrac{\sqrt{2}}{2} a$.

El lugar geométrico de puntos donde el campo es máximo: circunferencia situada en el plano X=0 de centro O y de radio $R = \dfrac{\sqrt{2}}{2} a$

Módulo del campo electrostático máximo: $E_{Máximo} = \dfrac{\sqrt{3}}{9\pi\varepsilon_0} \dfrac{q}{a^2}$

3º.- Aplicación numérica del apartado anterior.

Para los datos del enunciado: a = 20 cm y q= $5 \cdot 10^{-10}$ C.

El lugar geométrico:

Circunferencia situada en el plano X= 0, de centro O y radio $R = \sqrt{2} \cdot 10^{-1} m$

Módulo del campo electrostático máximo:

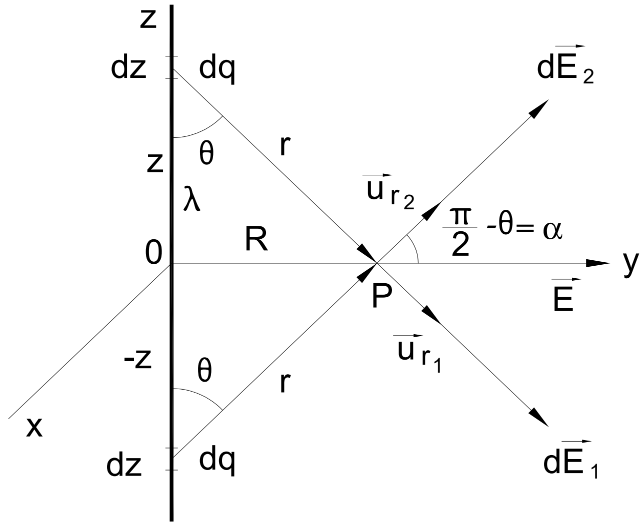
$$E_{Máximo} = \frac{\sqrt{3}}{9\pi\varepsilon_0} \frac{q}{a^2} = \frac{\sqrt{3}}{9\; \pi \cdot 8{,}854 \cdot 10^{-12}} \frac{5 \cdot 10^{-10}}{4 \cdot 10^{-2}} = 86{,}48 \text{ V m}^{-1}$$

PROBLEMA 1.2

Sea un conductor rectilíneo e indefinido con densidad lineal de carga eléctrica λ, situado en el eje OZ, de un sistema cartesiano. Determinar:
1º.- Campo electrostático producido en un punto P a una distancia "R", de la perpendicular desde el punto P al conductor.
2º.- Lugar geométrico de puntos donde E= 4 V m^{-1}, siendo λ= 20 p C cm^{-1}.

SOLUCIÓN

1º.- Campo electrostático producido en punto P.



MÉTODO Nº 1.

Tomando dos elementos diferenciales de carga (dq) simétricos, respecto al punto O (pie de la perpendicular desde el punto P al conductor), tenemos el diferencial del campo electrostático siguiente:

$$d\vec{E} = d\vec{E}_1 + d\vec{E}_2 = dE[-\cos\theta\vec{k} + \mathrm{sen}\theta\vec{j}] + dE[\cos\theta\vec{k} + \mathrm{sen}\theta\vec{j}] = 2\,dE\,\mathrm{sen}\,\theta\,\vec{j}$$

Integrando la expresión anterior para todo el conductor rectilíneo e indefinido, mediante el intervalo de variación del ángulo θ entre: π/ 2 y 0.

$$\vec{E} = \int_{-\infty}^{+\infty} d\vec{E} = 2\int_{0}^{+\pi/2} dE\,\mathrm{sen}\,\theta\ \vec{j} \quad \text{donde} \quad dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2}$$

$$\left.\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} dq = \lambda\,dz \\ z = \dfrac{R}{tg\theta} \to dz = -\dfrac{R}{\mathrm{sen}^2\theta}d\theta \end{array}\right\} dq = -\dfrac{R\lambda}{\mathrm{sen}^2\theta}d\theta \\ \\ r = \dfrac{R}{\mathrm{sen}\theta};\text{límites integral}\left\{\begin{array}{l} \mathrm{En}\,z = \infty \to \theta = 0 \\ \\ \mathrm{En}\,z = 0 \to \theta = \dfrac{\pi}{2} \end{array}\right. \end{array}\right\} \Rightarrow dE = \frac{-1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{R}d\theta$$

Sustituyendo resulta: $\left|\vec{E}\right| = -2\int_{\pi/2}^{0} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda\,\mathrm{sen}\theta}{R}d\theta = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{R}\left[\cos\theta\right]_{\pi/2}^{0} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}$

Según los ejes de la figura el campo electrostático en el punto P es:

$$\vec{E}_P = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}\vec{j}$$

MÉTODO Nº 2.

Como en el apartado anterior, se toman dos elementos diferenciales de carga (dq) simétricos, respecto al punto O (pie de la perpendicular desde el punto P al conductor), pero el ángulo es ahora: $\alpha = \frac{\pi}{2} - \theta$.

El diferencial del campo electrostático resulta:

$$d\vec{E} = d\vec{E}_1 + d\vec{E}_2 = dE[-\mathrm{sen}\alpha\ \vec{k} + \cos\alpha\ \vec{j}] + dE[\mathrm{sen}\alpha\ \vec{k} + \cos\alpha\ \vec{j}] = 2\,dE\cos\alpha\ \vec{j}$$

Integrando la expresión anterior para todo el conductor rectilíneo e indefinido, mediante el campo de variación del ángulo α: desde 0 a $\pi/2$.

$$\vec{E} = \int_{-\infty}^{+\infty} d\vec{E} = 2\int_{0}^{+\pi/2} dE\cos\alpha\ \vec{j} \quad \text{donde} \quad dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2}$$

$$\left.\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} dq = \lambda\ dz \\ z = R\mathrm{tg}\alpha \rightarrow dz = \dfrac{R}{\cos^2\alpha}d\alpha \end{array}\right\} dq = \dfrac{R\lambda}{\cos^2\alpha}d\alpha \\ \\ r = \dfrac{R}{\cos\alpha};\ \text{límites integral}\left\{\begin{array}{l} \text{En } z = 0 \rightarrow \alpha = 0 \\ \text{En } z = \infty \rightarrow \alpha = \dfrac{\pi}{2} \end{array}\right. \end{array}\right\} \Rightarrow dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{R}d\alpha$$

Sustituyendo resulta: $\left|\vec{E}\right| = 2\int_{0}^{\pi/2} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda\cos\alpha}{R}d\alpha = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{R}\left[\mathrm{sen}\,\alpha\right]_{0}^{\pi/2} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}$

Campo electrostático en P : $\vec{E}_P = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}\vec{j}$ coincidente con el obtenido en método nº 1.

2º.- Lugar geométrico de puntos donde E= 4 V m^{-1} siendo λ= 20 p C cm^{-1}.

Para obtener el lugar geométrico buscado, hacemos constante el valor del módulo del campo antes obtenido: $\left|\vec{E}\right| = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R} = 4$, por tanto resulta $R = \frac{\lambda}{8\pi\varepsilon_0}$.

Sustituyendo datos se obtiene el lugar geométrico que es:

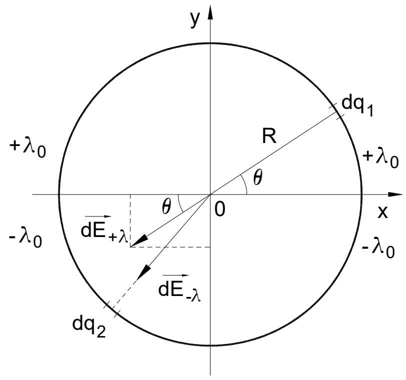
L.G. ≡ Cilindro de eje OZ y de radio $R = \frac{20\cdot 10^{-12}\cdot 10^{2}}{8\pi\varepsilon_0} = 9\cdot 10^{9}\cdot 10^{-9} = 9\ \text{m}$

PROBLEMA 1.3

Según la figura en la semicircunferencia superior de radio R existe una distribución uniforme de carga lineal de densidad constante $+\lambda_0$. Sobre la semicircunferencia inferior existe otra distribución también uniforme de densidad de carga lineal $-\lambda_0$. Sabiendo que ambas distribuciones, están situadas en el vacío, y que no hay contacto físico entre ellas, determinar el campo electrostático resultante en el centro de la circunferencia.

SOLUCIÓN

Aplicando el Principio de Superposición se obtiene: $\vec{E}_O = \vec{E}_{O(+\lambda)} + \vec{E}_{O(-\lambda)}$



El elemento diferencial de carga (dq_1) de la semicircunferencia superior producirá un elemento de campo electrostático en el punto O (centro de la circunferencia).

$$\left.\begin{aligned} &d\vec{E}_{O(+\lambda)} = \frac{dq_1}{4\pi\varepsilon_0 R^2}[-\cos\theta\,\vec{i} - \text{sen}\theta\,\vec{j}] \\ &\text{La carga elemental vale: } dq_1 = \lambda_0 R\, d\theta \end{aligned}\right\} \Rightarrow \vec{E}_{O(+\lambda)} = \int_0^{\pi} d\vec{E}_{O(+\lambda)}$$

$$\vec{E}_{O(+\lambda)} = \frac{\lambda_0}{4\pi\varepsilon_0 R}\int_0^{\pi}[-\cos\theta\,\vec{i} - \text{sen}\theta\,\vec{j}]d\theta = \frac{\lambda_0}{4\pi\varepsilon_0 R}\Big[-\text{sen}\theta\,\vec{i} + \cos\theta\,\vec{j}\Big]_0^{\pi} = \frac{-\lambda_0}{2\pi\varepsilon_0 R}\,\vec{j}$$

El elemento diferencial de carga (dq_2) de la semicircunferencia inferior producirá un elemento de campo electrostático en el punto O (centro de la circunferencia).

$$\left.\begin{aligned} &d\vec{E}_{O(-\lambda)} = \frac{dq_2}{4\pi\varepsilon_o R^2}[-\cos\theta\,\vec{i} - \text{sen}\theta\,\vec{j}] \\ &\text{La carga elemental vale: } dq_2 = -\lambda_0 R\, d\theta \end{aligned}\right\} \Rightarrow \vec{E}_{O(-\lambda)} = \int_{\pi}^{2\pi} d\vec{E}_{O(-\lambda)}$$

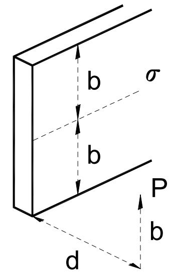
$$\vec{E}_{O(-\lambda)} = \frac{-\lambda_0}{4\pi\varepsilon_0 R}\int_{\pi}^{2\pi}[-\cos\theta\,\vec{i} - \text{sen}\theta\,\vec{j}]d\theta = \frac{-\lambda_0}{4\pi\varepsilon_0 R}\Big[-\text{sen}\theta\,\vec{i} + \cos\theta\,\vec{j}\Big]_{\pi}^{2\pi} = \frac{-\lambda_0}{2\pi\varepsilon_0 R}\,\vec{j}$$

Por tanto el campo electrostático que las dos distribuciones crean en el centro O de la circunferencia es, por el Principio de Superposición:

$$\vec{E}_O = \vec{E}_{O(+\lambda)} + \vec{E}_{O(-\lambda)} = \frac{-\lambda_0}{\pi\varepsilon_0 R}\,\vec{j}$$

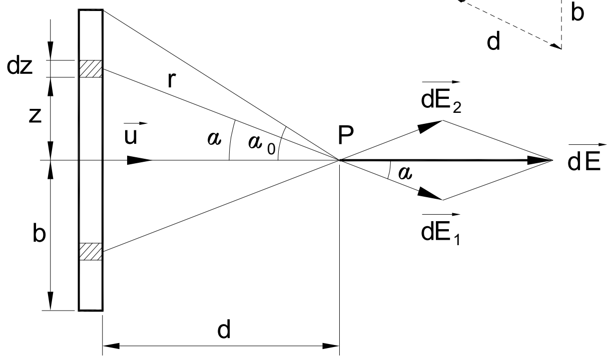
PROBLEMA 1.4

Sobre una lámina situada en el vacío, de espesor despreciable, longitud infinita y anchura 2b, existe una distribución uniforme de carga positiva de densidad superficial σ. Calcular el campo electrostático creado por dicha distribución en un punto P situado a una distancia "d" de la línea central de la lámina, como indica la figura.



SOLUCIÓN

Descomponemos la lámina en infinitos elementos diferenciales cuya altura es diferencial (dz), asimilados a hilos indefinidos con distribución lineal uniforme λ.



$$\left.\begin{array}{l} \text{carga diferencial en dz:}\quad dq = \sigma\, dz\, \ell \\ \text{carga en el hilo indefinido:}\ dq = \lambda\, \ell \end{array}\right\} \Rightarrow \lambda = \sigma\, dz$$

El campo electrostático diferencial producido por un hilo indefinido con distribución de carga lineal uniforme λ, en un punto P a una distancia "r" del hilo cargado es:

$$\left.\begin{array}{l} dE_1 = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} \\ \text{con}\ \ \lambda = \sigma\, dz \end{array}\right\} \Rightarrow dE_1 = \frac{\sigma\, dz}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

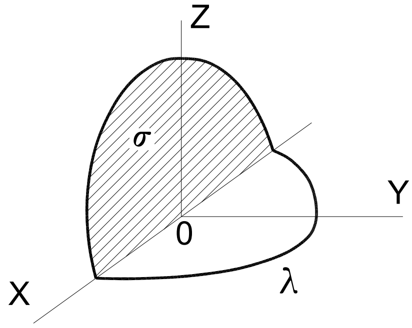
Tomando 2 hilos simétricos, respecto al pie de la perpendicular a la lámina que pasa por el punto P, se tiene el diferencial del campo electrostático total en el punto:

$$dE = 2\, dE_1 \cos\alpha = \frac{\sigma\, dz}{\pi\varepsilon_0 r}\cos\alpha\ ;\ \text{por tanto:}\qquad \left.\begin{array}{l} E = \displaystyle\int_{\text{Lámina}} dE = \int_0^{\alpha_0} \frac{\sigma \cos\alpha}{\pi\varepsilon_0 r}\, dz \\ z = d\, \tan\alpha \rightarrow dz = d\dfrac{d\alpha}{\cos^2\alpha}; r = \dfrac{d}{\cos\alpha} \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} E = \displaystyle\int_0^{\alpha_0} \frac{\sigma\, d\alpha}{\pi\,\varepsilon_0} \\ \text{siendo}\ \ \alpha_0 = \text{arc}\ \tan\dfrac{b}{d} \end{array}\right\} \Rightarrow \vec{E} = \frac{\sigma}{\pi\varepsilon_0}\text{arc}\ \tan\frac{b}{d}\,\vec{u}$$

PROBLEMA 1.5

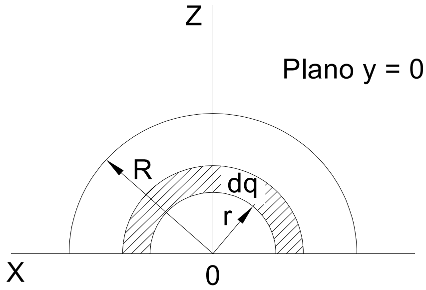
Sea un semicírculo de radio R, cargado con una densidad superficial de carga constante de σ (C/m^2) y situado en el plano y= 0. Además también existe una semicircunferencia de radio R, cargada con una densidad lineal de carga constante de λ (C/m) y situada en el plano z= 0, como indica la figura, y sin que haya contacto físico entre ambas distribuciones de carga.
Calcular el potencial creado en el origen de coordenadas, en función de σ, λ y R.



SOLUCIÓN

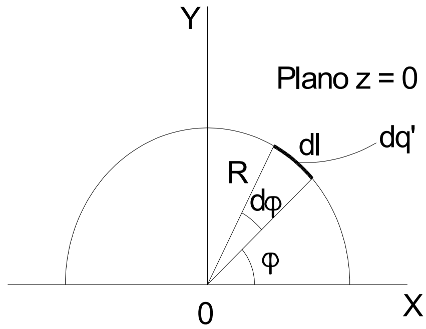
Mediante la aplicación del Principio de Superposición, se obtiene:
$V_0 = V_{0A}$ (semicírculo) + V_{0B} (semicircunferencia)

a) Semicírculo "A" con densidad de carga σ



$$\left.\begin{array}{l} dV_{OA}=\dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r} \\ \\ \text{como } dq=\sigma dS \\ \\ dS=\pi r\,dr \end{array}\right\} \Rightarrow V_{OA}=\iint dV_{OA}=\frac{\sigma}{4\varepsilon_0}\int_0^R dr=\frac{\sigma R}{4\varepsilon_0}$$

b) Semicircunferencia "B" con densidad de carga λ



$$\left.\begin{array}{l} dV_{OB}=\dfrac{dq'}{4\pi\varepsilon_0 r} \\ \\ \text{como } dq'=\lambda d\ell \\ \\ d\ell=R\,d\varphi \end{array}\right\} \Rightarrow V_{OB}=\iint dV_{OB}=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^{\pi} d\varphi=\frac{\lambda}{4\varepsilon_0}$$

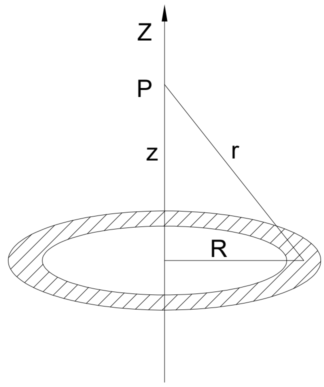
Con las expresiones anteriores, el potencial creado en el origen de coordenadas O, por ambas distribuciones de cargas, es: $V_O=V_{OA}+V_{OB}=\dfrac{1}{4\varepsilon_0}[\sigma R+\lambda]$

PROBLEMA 1.6

Una corona circular metálica de radios R_1 y R_2 ($R_1 < R_2$), de espesor despreciable, está cargada con una densidad uniforme de σ (C/m^2). Se pide calcular en un punto cualquiera P del eje perpendicular al plano de la corona:

1º.- Potencial electrostático V_P.

2º.- Campo electrostático $\overrightarrow{E_P}$.



SOLUCIÓN

1º.- Potencial V_P.

La carga dq situada en una corona circular de anchura "dR", produce un potencial V_P en el punto P del eje situado a una distancia "z" del plano:

$$dV = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r} \qquad V_P = {}_{S}\; dV_P = \frac{\sigma}{4\pi\varepsilon_0}\;\frac{2\pi R dR}{r} \qquad V_P \;\; \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\;{}_{R_1}^{R_2}\;\frac{R\,dR}{\sqrt{R^2+z^2}}$$

$S \equiv$ corona circular

$$dq = \sigma dS = \sigma 2\pi R dR \qquad \text{siendo } \; r = \sqrt{R^2+z^2}$$

Integrando obtenemos: $V_P = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[\sqrt{R_2^2+z^2} - \sqrt{R_1^2+z^2}\right]$

2º.- Campo electrostático $\overrightarrow{E_P}$.

A partir del campo hallado en el apartado anterior resulta:

$$\left.\begin{array}{l} \vec{E} = -\vec{\nabla}\, V = -\,\mathrm{gra\vec{d}}\, V \\ \\ \text{El potencial es: } V = V(z) \end{array}\right\} \Rightarrow \vec{E} = -\frac{dV}{dz}\vec{k} = -\frac{d}{dz}\left[\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[\sqrt{R_2^2+z^2} - \sqrt{R_1^2+z^2}\right]\right]\vec{k}$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\cdot\left[\frac{z}{\sqrt{R_1^2+z^2}} - \frac{z}{\sqrt{R_2^2+z^2}}\right]\vec{k}$$

PROBLEMA 1.7

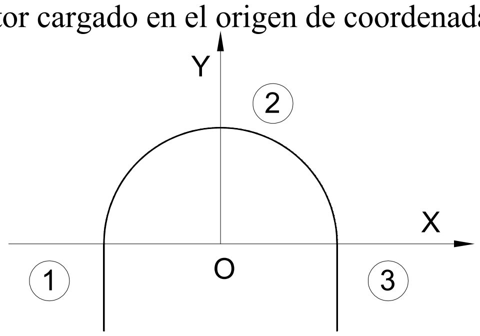
El conductor metálico de la figura, se encuentra en el vacío, está formado por tres tramos entre los que no hay contacto físico, sus características son:

Tramo 1: Rectilíneo indefinido con densidad de carga $\lambda_1 = \lambda_0$ C/m.

Tramo 2: Semicircunferencia de radio R y densidad de carga $\lambda_2 = 2\lambda_0$ C/m.

Tramo 3: Rectilíneo indefinido con densidad de carga $\lambda_3 = 3\lambda_0$ C/m.

Se pide determinar la expresión vectorial del campo electrostático E que se crea por los tres tramos de conductor cargado en el origen de coordenadas, en función de λ_0 y de R.

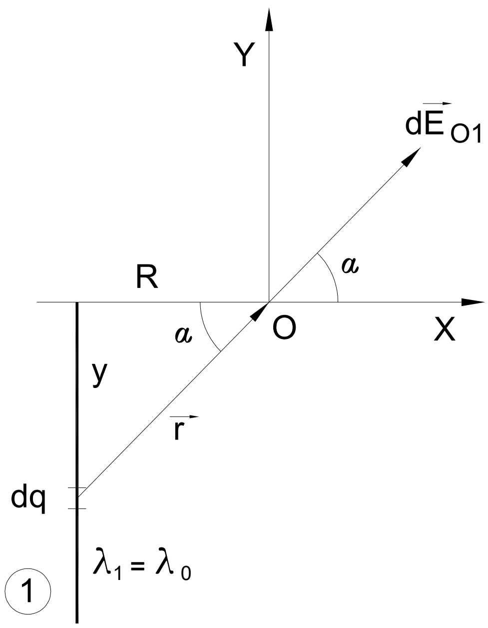


SOLUCIÓN

Por el Principio de Superposición el campo electrostático en el origen de coordenadas $\vec{E}_O$ será la suma de los campos electrostáticos que producen cada tramo en el origen:

$$\vec{E}_O = \vec{E}_{O1} + \vec{E}_{O2} + \vec{E}_{O3}$$

Tramo 1. Con $\lambda_1 = \lambda_0$, siendo $\vec{r}$ vector que va desde "dq" hasta "O".



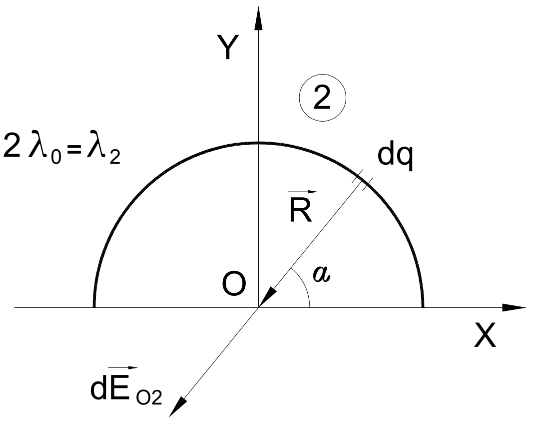
$$\left.\begin{array}{l} d\vec{E}_{O1} = \dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}[\cos\alpha\,\vec{i} + \operatorname{sen}\alpha\,\vec{j}] \\ dq = \lambda_o dy; \quad r = \dfrac{R}{\cos\alpha} \\ y = R\,\operatorname{tg}\alpha \to dy = \dfrac{R\,d\alpha}{\cos^2\alpha} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\vec{E}_{O1} = \frac{\lambda_0}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^{\pi/2} \frac{\dfrac{R\,d\alpha}{\cos^2\alpha}}{\dfrac{R^2}{\cos^2\alpha}}[\cos\alpha\,\vec{i} + \operatorname{sen}\alpha\,\vec{j}]$$

$$\vec{E}_{O1} = \frac{\lambda_0}{4\pi\varepsilon_0 R}\int_0^{\pi/2}[\cos\alpha\,\vec{i} + \operatorname{sen}\alpha\,\vec{j}]\,d\alpha = \frac{\lambda_0}{4\pi\varepsilon_0 R}\Big[\operatorname{sen}\alpha\,\vec{i} - \cos\alpha\,\vec{j}\Big]_0^{\pi/2}$$

$$\vec{E}_{O1} = \frac{\lambda_0}{4\pi\varepsilon_0 R}[\vec{i} + \vec{j}]$$

Tramo 2. Con $\lambda_2 = 2\lambda_0$, siendo $\vec{R}$ vector que va desde donde está "dq" hasta "O".

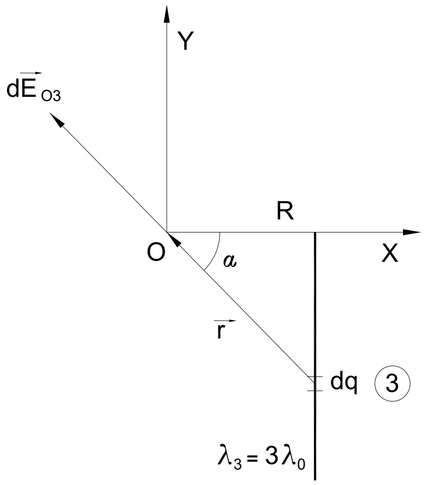


$$\left.\begin{array}{l} d\vec{E}_{O2} = \dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_0 R^2}[-\cos\alpha\,\vec{i} - \operatorname{sen}\alpha\,\vec{j}] \\ \\ dq = 2\lambda_o\, R\, d\alpha \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\vec{E}_{O2} = \frac{2\lambda_0}{4\pi\varepsilon_0 R}\int_0^{\pi}[-\cos\alpha\,\vec{i} - \operatorname{sen}\alpha\,\vec{j}]\, d\alpha$$

Integrando se obtiene: $\vec{E}_{O2} = \dfrac{2\lambda_0}{4\pi\varepsilon_0 R}\Big[-\operatorname{sen}\alpha\,\vec{i} - \cos\alpha\,\vec{j}\Big]_0^{\pi} = -\dfrac{4\lambda_0}{4\pi\varepsilon_0 R}\,\vec{j}$

Tramo 3. Con $\lambda_3 = 3\lambda_0$, siendo $\vec{r}$ vector que va desde donde está "dq" hasta "O".



$$\left.\begin{array}{l} d\vec{E}_{O3} = \dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}[-\cos\alpha\,\vec{i} + \operatorname{sen}\alpha\,\vec{j}] \\ \\ dq = 3\lambda_0\, dy \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\vec{E}_{O3} = \frac{3\lambda_0}{4\pi\varepsilon_0 R}\int_0^{\pi/2}[-\cos\alpha\,\vec{i} + \operatorname{sen}\alpha\,\vec{j}]\, d\alpha$$

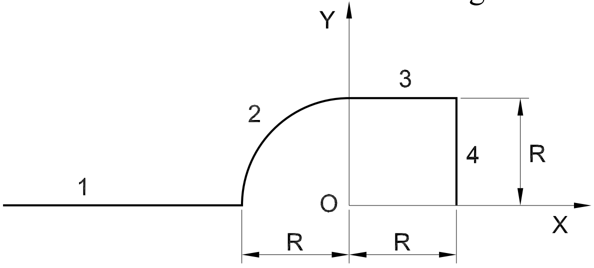
$$\vec{E}_{O3} = \frac{3\lambda_0}{4\pi\varepsilon_0 R}\Big[-\operatorname{sen}\alpha\,\vec{i} - \cos\alpha\,\vec{j}\Big]_0^{\pi/2} = \frac{3\lambda_0}{4\pi\varepsilon_0 R}\Big[-\vec{i} + \vec{j}\Big]$$

El campo electrostático resultante en el origen de coordenadas es, por el Principio de Superposición: $\vec{E}_O = \vec{E}_{O1} + \vec{E}_{O2} + \vec{E}_{O3} = \dfrac{-\lambda_0}{2\pi\varepsilon_0 R}\,\vec{i}$

N.B.: Compruebe el lector que al permutar los límites de integración se obtienen unos vectores de campo electrostático que carecen de significado físico. Por ejemplo, en el tramo 1, el resultado que se obtendría al permutar dichos límites, sería un vector campo eléctrico con sentido hacia las cargas positivas.

PROBLEMA 1.8

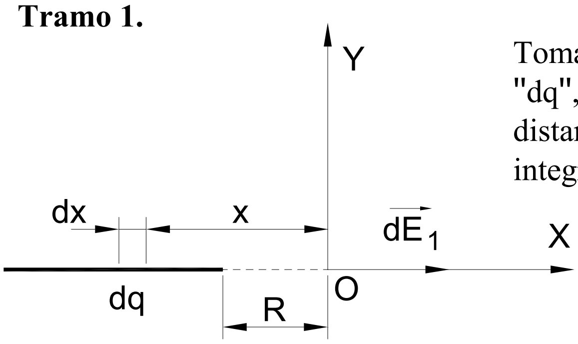
Dada una distribución lineal de carga constante (tramos 1, 2, 3 y 4), como se indica en la figura, cargada uniformemente con λ (C/m). Se pide calcular el campo electrostático creado por la distribución en el origen de coordenadas (O).



Nota: El tramo 1 sobre el eje X negativo es indefinido.

SOLUCIÓN

Tramo 1.



Tomamos un elemento diferencial de carga "dq", sobre el diferencial de tramo "dx", a una distancia "x" del origen de coordenadas, y lo integraremos desde – ∞ a – R.

$$d\vec{E}_1 = dE_1\,\vec{i}$$

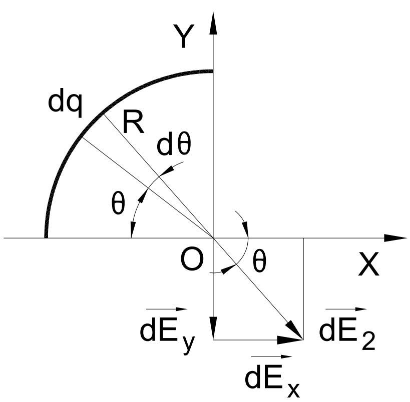
$$\left.\begin{array}{l} dE_1 = \dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_0 x^2} \\[2ex] dq = \lambda\, dx \end{array}\right\} \Rightarrow dE_1 = \frac{\lambda\, dx}{4\pi\varepsilon_0 x^2} \Rightarrow E_1 = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int_{-\infty}^{-R}\frac{dx}{x^2} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{x}\right]_{-\infty}^{-R} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{R}-\frac{1}{\infty}\right] = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

En el tramo 1 produce un campo electrostático en el origen de coordenadas, de valor:

$$\vec{E}_1 = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}\,\vec{i}$$

Tramo 2.

Tomamos un elemento diferencial de carga "dq", sobre el diferencial de arco "dℓ", a una distancia "R" del origen de coordenadas, y lo integraremos desde 0 y $\pi/2$.



$$\left.\begin{array}{r} d\vec{E}_2 = dE_x\,\vec{i} - dE_y\,\vec{j} \\ dE_x = dE_2\cos\theta \\ dE_y = dE_2\,\mathrm{sen}\theta \end{array}\right\} \Rightarrow d\vec{E}_2 = dE_2[\cos\theta\,\vec{i} - \mathrm{sen}\theta\,\vec{j}]$$

$$\left.\begin{array}{r} dE_2 = \dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_0 R^2} \\ dq = \lambda\, d\ell \\ d\ell = R\, d\theta \end{array}\right\} \Rightarrow d\vec{E}_2 = \frac{\lambda R d\theta}{4\pi\varepsilon_0 R^2}[\cos\theta\,\vec{i} - \mathrm{sen}\theta\,\vec{j}]$$

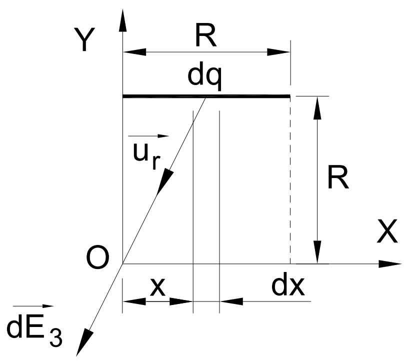
Integrando resulta:

$$\vec{E}_2 = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}\left\{\int_0^{\pi/2}\cos\theta\, d\theta\vec{i}\int_0^{\pi/2}\text{sen}\theta\, d\theta\vec{j}\right\} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}\left\{\left[\text{sen}\theta\right]_0^{\pi/2}\vec{i} - \left[-\cos\theta\right]_0^{\pi/2}\vec{j}\right\}$$

El tramo 2 produce un campo electrostático en el origen de coordenadas, de valor:

$$\vec{E}_2 = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}[\vec{i} - \vec{j}]$$

Tramo 3.
Tomamos un elemento diferencial de carga "dq", sobre el diferencial de tramo "dx", a una distancia "r" del origen de coordenadas, y lo integraremos desde 0 a R.



$$\left.\begin{array}{l} d\vec{E}_3 = dE_3\,\vec{u}_r \\ \vec{u}_r = \dfrac{-[x\vec{i} + R\vec{j}]}{\sqrt{x^2 + R^2}} \end{array}\right\} \Rightarrow d\vec{E}_3 = -dE_3\frac{x\vec{i} + R\vec{j}}{\sqrt{x^2 + R^2}}$$

$$\left.\begin{array}{l} dE_3 = \dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \\ dq = \lambda\, dx \\ r^2 = x^2 + R^2 \end{array}\right\} \Rightarrow dE_3 = \frac{\lambda\, dx}{4\pi\varepsilon_0[x^2 + R^2]}$$

$$d\vec{E}_3 = -\frac{\lambda dx}{4\pi\varepsilon_0[x^2 + R^2]}\frac{[x\vec{i} + R\vec{j}]}{\sqrt{x^2 + R^2}}\ ;\ \vec{E}_3 = -\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^R\frac{x\ dx}{[x^2 + R^2]^{3/2}}\vec{i} + R\int_0^R\frac{dx}{[x^2 + R^2]^{3/2}}\vec{j}$$

$$\vec{E}_3 = -\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^R\frac{x\ dx}{[x^2 + R^2]^{3/2}}\vec{i} + R\int_0^R\frac{dx}{[x^2 + R^2]^{3/2}}\vec{j}$$

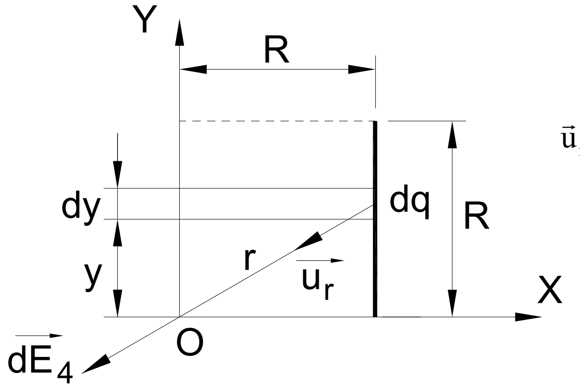
$$\vec{E}_3 = -\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\left[\frac{-1}{\sqrt{x^2 + R^2}}\right]_0^R\vec{i} + R\left[\frac{x}{R^2\sqrt{x^2 + R^2}}\right]_0^R\vec{j}\right\} = \frac{-\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\left[\frac{-1}{R\sqrt{2}} + \frac{1}{R}\right]\vec{i} + R\left[\frac{R}{R^2 R\sqrt{2}} - 0\right]\vec{j}\right\}$$

El tramo 3 produce un campo electrostático en el origen de coordenadas, de valor:

$$\vec{E}_3 = \frac{-\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}\left[[1 - \frac{1}{\sqrt{2}}]\vec{i} + \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{j}\right]$$

Tramo 4.

Tomamos un elemento diferencial de carga "dq", sobre el diferencial de tramo "dy", a una distancia "r" del origen de coordenadas, y lo integraremos desde 0 a R.



$$\left.\begin{array}{l} d\vec{E}_4 = dE_4\,\vec{u}_r \\ \vec{u}_r = \dfrac{-[R\vec{i} + y\vec{j}]}{\sqrt{y^2+R^2}} \end{array}\right\} \Rightarrow d\vec{E}_4 = -dE_4 \frac{[R\vec{i} + y\vec{j}]}{\sqrt{y^2+R^2}}$$

$$\left.\begin{array}{l} dE_4 = \dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \\ dq = \lambda\, dy \\ r^2 = y^2 + R^2 \end{array}\right\} \Rightarrow dE_4 = \frac{\lambda\, dy}{4\pi\varepsilon_0 [y^2+R^2]}$$

$$d\vec{E}_4 = -\frac{\lambda\, dy}{4\pi\varepsilon_0 [y^2+R^2]} \frac{[R\vec{i} + y\vec{j}]}{\sqrt{y^2+R^2}}$$

$$\vec{E}_4 = -\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left\{ R\int_0^R \frac{dy}{[y^2+R^2]^{3/2}}\,\vec{i} + \int_0^R \frac{y\,dy}{[y^2+R^2]^{3/2}}\,\vec{j} \right\}$$

$$\vec{E}_4 = -\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left\{ R\left[\frac{y}{R^2\sqrt{y^2+R^2}}\right]_0^R \vec{i} + \left[\frac{-1}{\sqrt{y^2+R^2}}\right]_0^R \vec{j} \right\} = \frac{-\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left\{ R\left[\frac{R}{R^2 R\sqrt{2}} - 0\right]\vec{i} + \left[\frac{-1}{R\sqrt{2}} + \frac{1}{R}\right]\vec{j} \right\}$$

El tramo 3 produce un campo electrostático en el origen de coordenadas, de valor:

$$\vec{E}_4 = \frac{-\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}\left\{ \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{i} + [1 - \frac{1}{\sqrt{2}}]\vec{j} \right\}$$

Sumando los tramos 3 y 4 queda:

$$\vec{E}_3 + \vec{E}_4 = \frac{-\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}\left\{ [1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}]\vec{i} + [\frac{1}{\sqrt{2}} + 1 - \frac{1}{\sqrt{2}}]\vec{j} \right\} = \frac{-\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}[\vec{i} + \vec{j}]$$

Aplicando el Principio de Superposición y considerando los cuatro tramos resulta:

$$\vec{E}_O = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4 = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}[\vec{i} + \vec{i} - \vec{j} - \vec{i} - \vec{j}] = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}[\vec{i} - 2\vec{j}]$$

PROBLEMA 1.9

Las componentes de un campo electrostático son: $E_x = E_z = 0$; $E_y = b\, y^{1/2}$, en donde la constante b= 800 $N/Cm^{1/2}$, en un sistema cartesiano trirrectangular OXYZ. Dado un cubo de lado "a" cuyas caras se encuentran en los siguientes planos:

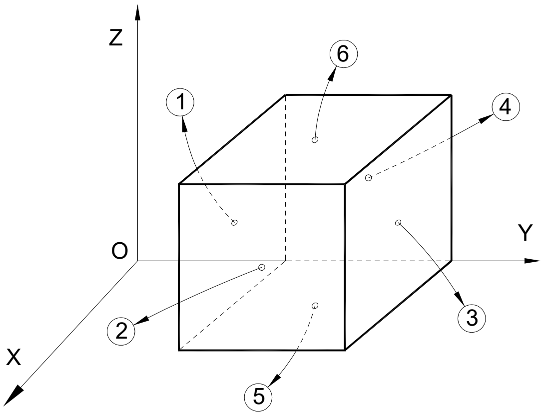
CARA	1	2	3	4	5	6
PLANO	y = a	x = a	y = 2 a	x = 0	z = 0	z = a

Se pide determinar:
1º.- Flujo electrostático que atraviesa cada una de las caras del cubo.
2º.- Carga q en el interior del cubo.
Si en el centro del cubo anterior, hubiera situada una carga Q, calcular:
3º.- Flujo electrostático que atraviesa la cara nº 5 del cubo.
Si la carga Q se sitúa en el vértice donde concurren las caras nº 1, 4 y 6 determinar:
4º.- Flujo electrostático a través de la cara nº 5 del cubo.

SOLUCIÓN

1º.- Flujo electrostático que atraviesa cada una de las caras del cubo.

El flujo electrostático ϕ por una cara, se expresa como el producto escalar del campo electrostático que atraviesa esa cara $\vec{E}$ por el vector superficie de dicha cara $\vec{S}$.



$$\left.\begin{array}{r} \text{Flujo} \quad \phi = \vec{E}\cdot\vec{S} \\ \text{Campo} \quad \vec{E} = b\,y^{1/2}\,\vec{j} \\ \vec{S} = \text{área saliente de la cara} \end{array}\right\} \Rightarrow \phi = b y^{1/2}\vec{j}\cdot a^2\vec{n}$$

CARA 1: (y = a) $\Rightarrow \quad \phi_1 = \vec{E}\cdot\vec{S}_1 = E_y\vec{j}\cdot[-a^2\vec{j}] = -b\,a^{5/2}$

CARA 2: (x = a) $\Rightarrow \quad \phi_2 = \vec{E}\cdot\vec{S}_2 = E_y\vec{j}\cdot[a^2\vec{i}] = 0$

CARA 3: (y = 2 a) $\Rightarrow \phi_3 = \vec{E}\cdot\vec{S}_3 = b\sqrt{2a}\;\vec{j}\cdot[a^2\vec{j}] = \sqrt{2}\,b\,a^{5/2}$

CARA 4: (x = 0) $\Rightarrow \quad \phi_4 = \vec{E}\cdot\vec{S}_4 = E_y\vec{j}\cdot[-a^2\vec{i}] = 0$

CARA 5: (z = 0) $\Rightarrow \quad \phi_5 = \vec{E}\cdot\vec{S}_5 = E_y\vec{j}\cdot[-a^2\,\vec{k}] = 0$

CARA 6: (z = a) $\Rightarrow \quad \phi_6 = \vec{E}\cdot\vec{S}_6 = E_y\vec{j}\cdot[a^2\,\vec{k}] = 0$

El flujo total saliente por las seis caras, creado por el campo electrostático es:

$$\phi_T = \sum \phi_i = b\,a^{5/2}[\sqrt{2}-1] = 800\;[\sqrt{2}-1]\,a^{5/2}\;\; NC^{-1}m^2$$

Para seguir leyendo haga click aquí