



PRERREQUISITOS DE FÍSICA DE LA INGENIERÍA

| Marcos H. Giménez Valentín | Isabel Salinas Marín
| Vanesa Paula Cuenca Gotor | Juan Antonio Monsoriu Serra

Prerrequisitos de Física de la Ingeniería

Marcos H. Giménez Valentín
Isabel Salinas Marín
Vanesa Paula Cuenca Gotor
Juan Antonio Monsoriu Serra

2018

EDITORIAL

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Colección *Punto de Partida*

Para referenciar esta publicación utilice la siguiente cita: Giménez Valentín, Marcos H.; Salinas Marín, Isabel; Cuenca Gotor, Vanesa Paula; Monsoriu Serra, Juan Antonio. (2018). *Prerrequisitos de Física en la Ingeniería*. Valencia: Universitat Politècnica de València

© Marcos H. Giménez Valentín
Isabel Salinas Marín
Vanesa Paula Cuenca Gotor
Juan Antonio Monsoriu Serra

© Dibujo de portada: Rosa Ana Giménez Salinas

© 2018, Editorial Universitat Politècnica de València
distribución: www.lalibreria.upv.es / Ref.: 0702_03_01_01

Imprime: Byprint Percom, sl

ISBN: 978-84-9048-696-2
Impreso bajo demanda

La Editorial UPV autoriza la reproducción, traducción y difusión parcial de la presente publicación con fines científicos, educativos y de investigación que no sean comerciales ni de lucro, siempre que se identifique y se reconozca debidamente a la Editorial UPV, la publicación y los autores. La autorización para reproducir, difundir o traducir el presente estudio, o compilar o crear obras derivadas del mismo en cualquier forma, con fines comerciales/lucrativos o sin ánimo de lucro, deberá solicitarse por escrito al correo edicion@editorial.upv.es.

Impreso en España

Prólogo

El paso a la enseñanza universitaria supone la adaptación a un nuevo entorno académico y social. En la medida en que sea posible facilitar a los estudiantes su adaptación a dicho entorno, se estará contribuyendo a mejorar su rendimiento académico. En este contexto, las asignaturas de Física constituyen una parte fundamental del primer curso en la mayoría de los Grados en Ingeniería.

Hay que tener en cuenta que los conocimientos previos con los que los estudiantes acceden a la Universidad son muy heterogéneos, debido principalmente a su diferente procedencia (Bachillerato, Ciclos Formativos de Grado Superior, Mayores de 25 años, ...). Por este motivo, es necesario comenzar revisando los conceptos de magnitud, dimensión y unidad, ya que constituyen los ingredientes básicos de la Física con los que, por ejemplo, se puede comprobar que todas las leyes físicas son dimensionalmente homogéneas.

Muchas magnitudes físicas son vectoriales (velocidad, aceleración, fuerza, ...), por lo que una adecuada descripción de los diferentes sistemas y procesos requiere una buena base matemática de trigonometría y operaciones vectoriales. Por su parte, los números complejos constituyen una herramienta fundamental en el estudio de fenómenos tales como las oscilaciones mecánicas y eléctricas. Además muchas leyes físicas, incluyendo las más fundamentales (leyes de Newton, ecuaciones de Maxwell, ...) incluyen derivadas e integrales. En la presente publicación se repasan estas herramientas matemáticas (concepto, propiedades y aplicaciones), poniendo énfasis en los motivos por los que tienen tanta relevancia en la Física.

Un concepto fundamental es el de campo, en el que a cada punto de una región del espacio le corresponde un valor de una magnitud. Este concepto se aplica a un conjunto heterogéneo de magnitudes que incluye escalares (campos de temperaturas, de presiones, de densidades, de energía potencial, de potencial eléctrico, ...) y vectoriales (campos gravitatorio, eléctrico, magnético, de fuerzas, de velocidades, ...). Sin embargo, existen elementos comunes cuya descripción, formulación matemática y propiedades conviene desarrollar de forma general.

Por último, el concepto de momento de un vector deslizante es esencial en Física, por lo que también resulta recomendable tratarlo junto con sus propiedades para facilitar su posterior aplicación a diversos campos de estudio, tales como Cinemática (momentos de velocidades angulares) y Dinámica (momentos de fuerzas). En esta línea, el estudio de los sistemas equivalentes, que tienen el mismo campo de momentos, es fundamental en Mecánica.

En el presente libro se revisan los conceptos anteriormente mencionados. El Tema 1, “Magnitudes y unidades”, pretende tanto repasar y reforzar conceptos ya conocidos, como profundizar en ellos y en la normativa que los regula. El Tema 2, “Base matemática”, proporciona una recopilación de herramientas fundamentales ya conocidas por los alumnos, y pretende servir como elemento homogeneizador de sus conocimientos previos, así como fuente de referencia para consultas. El Tema 3, “Introducción a los campos”, y el Tema 4, “Vectores deslizantes”, proporcionan los conocimientos básicos sobre los correspondientes conceptos y herramientas, mencionados anteriormente, que los estudiantes necesitarán aplicar en las asignaturas de Física.

En resumen, los dos primeros temas del libro pueden ser utilizados tanto en un curso cero de nivelación, como al comienzo del primer curso de los Grados en Ingeniería. Los dos últimos temas, en cambio, son más adecuados como material de apoyo a lo largo de las asignaturas de Física. Conviene destacar que el grado de profundidad con que se tratan los diversos contenidos no es homogéneo, sino que depende de las necesidades típicas de las asignaturas mencionadas, así como de las carencias que solemos observar.

Los Autores.

Índice

Prólogo	1
Índice	3
Utilización de laboratorios virtuales	9
Tema 1. Magnitudes y unidades	11
1.1. Dimensiones	12
1.2. Homogeneidad dimensional	14
1.3. Unidades y valores numéricos	17
1.4. Reglas y recomendaciones para expresar valores de magnitudes	17
1.5. Expresión de relaciones no homogéneas	20
1.6. Sistema coherente de unidades	21
1.7. Unidades básicas del Sistema Internacional	21
1.8. Unidades derivadas coherentes del Sistema Internacional	23
1.9. Magnitudes de dimensión uno	26
1.10. Prefijos	27
1.11. Unidades fuera del Sistema Internacional cuyo uso se acepta	29
Tema 2. Base matemática	31
2.1. Trigonometría	32
2.2. Vectores	34
2.2.1. Concepto de vector y sistema de referencia	34
2.2.2. Módulo de un vector	38

2.2.3.	Suma y resta de vectores	38
2.2.4.	Multiplicación de un escalar y un vector	39
2.2.5.	Vectores unitarios	40
2.2.6.	Producto escalar de vectores	41
2.2.7.	Producto vectorial de vectores	42
2.2.8.	Producto mixto de vectores	45
2.3.	Números complejos	46
2.3.1.	Concepto de número complejo	46
2.3.2.	Ecuaciones polinómicas	48
2.3.3.	Aritmética de los números complejos	49
2.3.4.	Representación de los números complejos	50
2.3.5.	Aritmética en forma polar	52
2.4.	Derivación	53
2.4.1.	Concepto de derivada	53
2.4.2.	Derivadas de funciones elementales	55
2.4.3.	Reglas de derivación	57
2.4.4.	Notación	58
2.4.5.	Interpretación geométrica de la derivada	59
2.4.6.	Conceptos físicos que son derivadas	60
2.4.7.	Diferencial e incremento de una función	61
2.4.8.	Derivada de una función vectorial	62
2.4.9.	Interpretación de la derivada de una función vectorial	64
2.4.10.	Propiedades de la derivada de una función vectorial	66
2.5.	Integración	66
2.5.1.	Conceptos y propiedades de primitiva e integral indefinida	66
2.5.2.	Integrales inmediatas	67
2.5.3.	Métodos de integración	69

2.5.4. Concepto de integral definida	72
2.5.5. Propiedades de la integral definida	75
2.5.6. Conceptos físicos que son integrales definidas	77
2.5.7. Integración de una función vectorial	78
Tema 3. Introducción a los campos	81
3.1. Funciones de varias variables	81
3.1.1. Concepto de derivada parcial	81
3.1.2. Notación	83
3.1.3. Interpretación geométrica de la derivada parcial	84
3.1.4. Diferencial e incremento de una función de varias variables	87
3.1.5. Obtención de una función a partir de sus derivadas parciales	88
3.2. Campos escalares y vectoriales	92
3.3. Elementos geométricos característicos	93
3.3.1. Superficies y curvas de nivel	93
3.3.2. Líneas de campo	94
3.4. Gradiente de un campo escalar	98
3.4.1. Concepto y propiedades del gradiente	98
3.4.2. Derivada direccional	100
3.4.3. Significado del gradiente	103
3.5. Integral curvilínea	105
3.5.1. Descomposición de una curva en desplazamientos diferenciales	105
3.5.2. Concepto de integral curvilínea	106
3.5.3. Propiedades de la integral curvilínea	108
3.5.4. Integral curvilínea a lo largo de una curva cerrada	108

3.5.5. Casos particulares	109
3.6. Flujo	111
3.6.1. Descomposición de una superficie en elementos diferenciales	111
3.6.2. Caudal	113
3.6.3. Concepto de flujo	114
3.6.4. Propiedades del flujo	115
3.6.5. Flujo a través de una superficie cerrada	115
3.6.6. Casos particulares	116
3.7. Campos con propiedades específicas	117
3.7.1. Campos conservativos	117
3.7.2. Campos irrotacionales	119
3.7.3. Equivalencia entre campos conservativos e irrotacionales	123
3.7.4. Superposición de campos conservativos	125
3.7.5. Campos escalares centrales	125
3.7.6. Campos vectoriales centrales	127
3.7.7. Campos vectoriales centrales que se reducen con el cuadrado de la distancia	128
Tema 4. Vectores deslizantes	131
4.1. Vectores libres y fijos	132
4.2. Vector deslizante	133
4.2.1. Concepto de vector deslizante	133
4.2.2. Momento respecto a un punto	134
4.2.3. Interpretación geométrica del momento respecto a un punto	137
4.2.4. Momento áxico	139
4.2.5. Interpretación geométrica del momento áxico	141

4.3. Sistemas de vectores deslizantes	142
4.3.1. Concepto de sistema de vectores deslizantes	142
4.3.2. Resultante	142
4.3.3. Momento respecto a un punto	143
4.3.4. Momento áxico	146
4.4. Sistemas equivalentes	147
4.5. Sistemas de especial interés	148
4.5.1. Sistema de vectores deslizantes concurrentes en un punto	148
4.5.2. Sistema de vectores deslizantes paralelos de resultante no nula	149
4.5.3. Par de vectores	151
4.5.4. Sistema nulo	153

Utilización de laboratorios virtuales

En las asignaturas de Física de primer curso de los Grados en Ingeniería, los estudiantes han de adquirir conceptos básicos que pueden resultar de difícil comprensión, o complicados de dominar. Los laboratorios virtuales son una de las herramientas más versátiles de que pueden disponer para facilitar este aprendizaje. En primer lugar, ponen el foco en el aprendizaje activo, utilizando unas herramientas con las que los alumnos de hoy en día están ampliamente familiarizados, y con las que se sienten cómodos. En segundo lugar, estos laboratorios no tienen por qué limitarse a realizar más rápido un ejercicio tipo, sino que pueden permitir el control de las variables de un proceso, y por tanto analizar su influencia, mostrando además las representaciones necesarias (imágenes, gráficas, animaciones) para asimilar los conceptos y relaciones subyacentes.

Durante los últimos años, los autores de este libro han realizado un buen número de laboratorios virtuales, utilizando para ello la herramienta de desarrollo *Easy Java Simulations*,¹ basada en *Open Source Physics*,² y que han sido publicados en el repositorio RiuNet³ de la Universitat Politècnica de València. Varios de estos laboratorios están enfocados a los conceptos y herramientas que aquí se tratan, por lo que se incluyen sus fichas en los apartados correspondientes. Estas fichas proporcionan el nombre del laboratorio virtual, la indicación de si está desarrollado en *Java* o en HTML5 (*JavaScript*), su dirección, una captura de pantalla, y una breve descripción. La correspondiente página Web muestra una ficha de metadatos, en la que se debe pulsar sobre el enlace que aparece en el campo “URL”. Se llega así a una página que, además de proporcionar el acceso al laboratorio, incluye información sobre sus objetivos y las instrucciones de uso.

El tipo de laboratorio es relevante en cuanto a la forma de ejecutarlo. Los desarrollados en HTML5 no tienen otro requisito que disponer de una versión reciente de cualquiera de los navegadores más populares, y puede utilizarse no sólo en ordenadores sino también en dispositivos móviles, como tabletas o *smartphones*.

Por otro lado, los laboratorios virtuales desarrollados en Java deben ejecutarse, previa descarga, en el ordenador del usuario. Para ello debe accederse a la dirección correspondiente, pulsar sobre la imagen que aparece, y aceptar la descarga y su ejecución

¹ <http://www.um.es/fem/Ejs/>

² <https://www.compadre.org/osp/>

³ <https://riunet.upv.es>

cuando el navegador lo solicite. Además se requiere tener instalado *Java*, lo que puede hacerse gratuitamente desde su página oficial.⁴

El motivo de haber empleado dos tipos de tecnología es que HTML5 con *JavaScript* permite un uso más cómodo y en mayor número de dispositivos, pero al tratarse de un lenguaje de programación interpretado tiene una menor velocidad de proceso. Por esta razón se ha utilizado *Java*, un lenguaje compilado, en los laboratorios que requieren mayor velocidad, o incluyen visualizaciones tridimensionales.

Las interfaces de los laboratorios resultan bastante intuitivas y además, como hemos indicado, las propias páginas que los alojan incluyen las instrucciones necesarias. Aun así, consideramos conveniente indicar los aspectos comunes más relevantes.

- Entre los elementos de control se incluyen botones, botones de opción, casillas de verificación y listas desplegables, que se utilizan de la forma habitual.
- Al escribir en un campo numérico, su color de fondo es amarillo. Para que el valor introducido sea procesado es imprescindible pulsar la tecla INTRO, con lo que la aplicación valida la entrada y el fondo pasa a ser blanco. Si en lugar de eso pasa a ser rojo, significa que la entrada no es un número válido. Debe tenerse en cuenta que, dado que la herramienta de desarrollo se basa en *Open Source Physics*, el carácter decimal utilizado ha de ser el punto, no la coma.
- En el caso de los campos de introducción de funciones, como por ejemplo los disponibles en el del visualizador del concepto de derivada, son aplicables las normas de uso indicadas para los campos numéricos.
- En los paneles gráficos hay habitualmente elementos interactivos, reconocibles porque el cursor toma la forma de una mano al colocarse sobre ellos. Estos elementos pueden ser arrastrados con el ratón.
- En los paneles gráficos tridimensionales puede cambiarse el punto de vista de la perspectiva arrastrando el ratón.
- En muchos de los elementos de las interfaces, al situar el puntero del ratón sobre ellos aparece un globo con su descripción.

Los autores siguen mejorando los laboratorios virtuales, añadiendo nuevas funcionalidades e incorporando gradualmente un modelo trilingüe. Por este motivo, y por la propia naturaleza dinámica de Internet, es posible que las direcciones cambien en el futuro. Para evitar este problema, se puede acceder a la información actualizada en el portal <http://personales.upv.es/mhgimene>.

⁴ <https://www.java.com/es/>

Tema 1

Magnitudes y unidades

Se denomina *magnitud* a una propiedad de un fenómeno, cuerpo o sustancia, que tiene una cuantía que puede expresarse como un número y una referencia. En contraposición, se denomina *propiedad cualitativa* a aquella que no se puede expresar cuantitativamente. La longitud de un cable o la masa de un ladrillo son magnitudes; el color de una pared o la belleza de una sinfonía son propiedades cualitativas. La Física trata de magnitudes.

Existe un tipo especial de magnitudes, las *magnitudes ordinales*, que son las definidas por un procedimiento de medida adoptado por convenio, que permite establecer una relación de orden, pero sin que exista relación algebraica alguna. Algunos ejemplos son la magnitud de un sismo en la escala de Richter, o la dureza Rockwell; permiten establecer un orden, pero las diferencias o cocientes de valores no tienen significado alguno. Por el contrario, que un cable sea 30 cm más largo que otro, o que la masa de un tipo de ladrillo sea el triple que la de un modelo alternativo, sí tiene significado.

En el caso de las magnitudes no ordinales, la referencia es una unidad de medida. Como se verá más adelante, estas magnitudes se expresan generalmente como el producto de un número y una unidad. El presente tema trata específicamente de este tipo de magnitudes, de sus relaciones, y de cómo estas permiten definir un *sistema coherente de unidades*, y en particular el denominado *Sistema Internacional*.

Cabe destacar que una magnitud, tal y como se ha definido anteriormente, es un escalar. Sin embargo, también se considera magnitud a un vector o un tensor cuyas componentes sean magnitudes de un mismo tipo.

Este tema se basa en los documentos publicados por el *Bureau International des Poids et Mesures* (BIPM), y en concreto; “*The International System of Units (SI)*” (2006, con un suplemento de 2014), desarrollado por la *Conférence Générale des Poids et Mesures* (CGPM), y adoptado en España por el Real Decreto 2032/2009; e “*International vocabulary of metrology - Basic and general concepts and associated terms (VIM)*” (2012), elaborado por el *Joint Committee for Guides in Metrology* (JCGM).

1.1. Dimensiones

Las magnitudes pueden agruparse en tipos. Por ejemplo, se considera que la longitud de un cable, el radio de una circunferencia y la longitud de onda son del mismo tipo, la *longitud*. De igual forma, calor, energía cinética y energía potencial son del mismo tipo, la *energía*.

Otro tipo de magnitud es el área de una superficie. A continuación se reproducen, como ejemplo, las expresiones que permiten obtener las de un rectángulo (lados A y B), un trapecio (bases B y b , altura h), un círculo (radio r) y una esfera (radio r).

$$S = AB ; S = \frac{B + b}{2} h ; S = \pi r^2 ; S = 4\pi r^2$$

Puede observarse que en todas estas expresiones se multiplican dos longitudes entre sí (téngase en cuenta que $r^2 = r \cdot r$, y que $B+b$ es una longitud, suma de otras dos). Se trata de una propiedad general, que se formula diciendo que la *dimensión* del área de una superficie es el producto de las dimensiones de dos longitudes o, más brevemente, el cuadrado de la dimensión de una longitud:

$$\dim S = L^2$$

Posteriormente se justificará el formato utilizado en la expresión. Conviene recalcar que la notación $[S]$ para indicar dimensión es obsoleta, y que la actual es $\dim S$.

Por razones similares a las del caso del área, se considera que la dimensión de un volumen es $\dim V = L^3$. El concepto se generaliza a magnitudes no geométricas. Por ejemplo, las expresiones de velocidad v , aceleración a , fuerza F y trabajo W permiten establecer que:

$$\begin{aligned} \dim v &= L T^{-1} ; \dim a = \dim v \cdot T^{-1} = L T^{-2} ; \\ \dim F &= M \dim a = L M T^{-2} ; \dim W = \dim F \cdot L = L^2 M T^{-2} \end{aligned} \quad (1.1)$$

donde L, T y M son las dimensiones de las magnitudes longitud, tiempo y masa, respectivamente. Dado que en Mecánica el trabajo es igual al incremento de energía cinética E_c , es:

$$\dim E_c = \dim W = L^2 M T^{-2}$$

Por otra parte, de la conocida expresión $E_c = \frac{1}{2}mv^2$, donde m es masa y v módulo de velocidad, se deduce que:

$$\dim E_c = M (\dim v)^2 = M (L T^{-1})^2 = L^2 M T^{-2}$$

Este ejemplo sirve para ilustrar que la dimensión de un tipo de magnitud es única, independientemente del proceso seguido para obtenerla, y se trata por tanto de una propiedad.

Las relaciones entre magnitudes permiten concluir que sus dimensiones se pueden expresar en función de siete tipos, pero no menos. Se denomina *magnitud básica* a cada una de este subconjunto, arbitrariamente elegido. Por convenio, las siete magnitudes básicas del denominado *Sistema Internacional* son longitud (dimensión L), masa (M), tiempo (T), corriente eléctrica (I), temperatura termodinámica (θ), cantidad de sustancia (N) e intensidad luminosa (J).

Las dimensiones de las magnitudes básicas se representan por los caracteres indicados, en letra redonda (no cursiva) sin remates (*sans serif*), y sin anteponer dim. Ninguna de estas siete dimensiones puede expresarse en función exclusivamente de las otras seis. Toda magnitud no básica recibe el nombre de *magnitud derivada*, y su dimensión puede escribirse como producto de potencias de las dimensiones de las magnitudes básicas, al cual se denomina *producto dimensional*. Así, para cualquier magnitud derivada Q (ha de escribirse en letra cursiva) es:

$$\dim Q = L^\alpha M^\beta T^\gamma I^\delta \theta^\varepsilon N^\zeta J^\eta \quad (1.2)$$

α , β , γ , δ , ε , ζ y η son generalmente números enteros pequeños, que pueden ser positivos, negativos o cero, y reciben el nombre de *exponentes dimensionales*. Tal y como se ha hecho en los ejemplos anteriores, cuando un exponente es cero no se escribe el factor de la potencia correspondiente, que daría como resultado 1.

Algunas cuestiones relevantes que conviene recalcar son:

- Magnitudes del mismo tipo tienen la misma dimensión. Recíprocamente, magnitudes de dimensiones diferentes son de tipos diferentes.
- Magnitudes de la misma dimensión no son necesariamente del mismo tipo. Por ejemplo, el momento de una fuerza tiene la misma dimensión que un trabajo, pero estas dos magnitudes son de tipos diferentes.
- Si todos los exponentes dimensionales de una magnitud son cero, se dice que se trata de una *magnitud de dimensión uno*.

**Laboratorio virtual HTML5:
Herramienta para el análisis de las dimensiones de las magnitudes físicas**
<https://riunet.upv.es/handle/10251/84645>

The screenshot shows a web-based interface for a virtual laboratory. At the top, there is a title and a URL. Below that, there is a language selection menu (Español, Valencian, English) and a search bar with the text '8.- Campo eléctrico' and '8.- Potencial eléctrico'. The main content area is divided into two sections: 'Potencial eléctrico' and 'Trabajo'. The 'Potencial eléctrico' section includes the representative expression $W = -q\Delta V$, a description of the work done by an electric field, and a dimension equation $\dim V = L^0 M^0 T^0 I^0 \theta^0 N^0 J^0$. The 'Trabajo' section includes the representative expression $W = Fd$ and a description of the work done by a constant force. On the right side, there is an 'Información' panel showing the symbol 'm' and the fundamental magnitude 'Longitud'.

Potencial eléctrico
 Expresión representativa: $W = -q\Delta V$
 W: Trabajo del campo eléctrico al trasladar una carga de un punto A a otro B
 q: Carga eléctrica
 ΔV : Incremento de potencial eléctrico de A a B

Idioma / Language: Español Valencian English
 8.- Campo eléctrico 8.- Potencial eléctrico Mostrar

Información: 1.- Metro
 Símbolo: m
 Magnitud fundamental: Longitud

Definición: Longitud del trayecto recorrido en el vacío por la luz durante un tiempo de 1 / 299 792 458 de segundo.

Ecuaçión de dimensiones: $\dim V = L^0 M^0 T^0 I^0 \theta^0 N^0 J^0$ Comprobar

Pistas (solicitadas: 1)
 Trabajo I^0 Carga eléctrica I^0 Fuerza I^0

Trabajo
 Expresión representativa: $W = Fd$
 W: Trabajo de una fuerza constante en el sentido del movimiento
 F: Valor de la fuerza
 d: Distancia recorrida

Este laboratorio permite que el usuario complete la ecuación de dimensiones de una amplia biblioteca de magnitudes físicas. Para facilitar dicha tarea, se incluye un sistema de pistas que va reduciendo el problema a partes cada vez más simples. Cuando se completa correctamente la ecuación, se da acceso a una ficha de la magnitud que indica su unidad de medida en el Sistema Internacional, su definición si procede, y su expresión en unidades SI básicas.

1.2. Homogeneidad dimensional

Las leyes de la Física se expresan como relaciones matemáticas entre magnitudes. Estas relaciones son generalmente de tipo algebraico, esto es, implican sumas, restas, multiplicaciones, divisiones y potencias. Desde el punto de vista dimensional, y conforme a lo expuesto en el apartado anterior, los resultados de estas operaciones son los siguientes:

- Solamente se puede sumar y restar magnitudes de la misma dimensión, y el resultado es también de esa dimensión. Por ejemplo, carece de sentido sumar una longitud con un tiempo. En cambio, sí se puede sumar las longitudes de los lados de un polígono, y el resultado es también una longitud, el perímetro en este caso.
- Se puede multiplicar y dividir entre sí magnitudes de dimensiones diferentes. El producto dimensional de la magnitud resultante es el correspondiente producto o cociente, respectivamente, de los de las magnitudes originales. Las expresiones (1.1) del apartado anterior sirven como ejemplos.

Para seguir leyendo haga click aquí