

**MATEMÁTICAS****APLICACIONES DEL MODELADO MATEMÁTICO EN PROBLEMAS ENERGÉTICOS:  
UN RECORRIDO DESDE LA INVESTIGACIÓN A LA CREACIÓN DE EMPRESAS**

por

**Pedro Fernández de Córdoba Castellá\*****RESUMEN**

**Fernández de Córdoba P.:** Un recorrido desde la investigación a la creación de empresas. Rev. Acad. Colomb. Cienc. **36** (138): xxx-xxx, 2012. ISSN 0370-3908.

En este trabajo se presentan diversas aplicaciones del modelado matemático a problemas de interés en el campo de la Energía, desarrolladas en el seno de nuestro grupo de investigación. Entre ellas podemos destacar desde el estudio de los sistemas de climatización geotérmica de edificios, la transmisión de calor en el proceso de rectificado industrial o las soluciones fotónicas para aumentar la eficiencia de los paneles solares hasta el modelado del metabolismo de sistemas microbianos para la producción de biocombustibles de última generación.

Así mismo, se hace especial hincapié en un ejemplo de transferencia tecnológica a la sociedad, impulsado desde el grupo de investigación y materializado en la creación de una spin-off: Energe-sis Ingeniería, una empresa que no sólo está implantando sistemas geotérmicos de climatización en edificios, sino que apuesta por una fuerte presencia de las actividades de I+D entre sus tareas centrándose, fundamentalmente, en dos campos: el ahorro energético en la edificación y el uso del suelo como foco de intercambio térmico. Ambos campos requieren el despliegue de sofisticados modelos de simulación numérica, tanto de los intercambios energéticos en edificios como de la transmisión de calor en suelos.

**Palabras clave:** modelado matemático. Sistemas energéticos. Creación de spin-off.

**ABSTRACT****Applications of mathematical models in energy problems:  
From research to spin-off generation**

This paper presents various applications of mathematical modeling to several problems of interest in the field of Energy, all of them developed in our research group. Among these are geothermal heat

\* Doctor en Física. Doctor en Matemáticas. Catedrático de Universidad. Grupo de Modelización Interdisciplinar, InterTech. Instituto Universitario de Matemática Pura y Aplicada Universidad Politécnica de Valencia, Valencia, España. Vocal de la Junta Directiva de la *Red Española de Matemática-Industria math-in*. Dirección Postal: Departamento de Matemática Aplicada. Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales Universidad Politécnica de Valencia, Camino de Vera s/n 46022- Valencia - España

pumps, heat transfer in grinding process, photonic solutions to increase the efficiency of solar panels and metabolic modeling of microbial systems for production of next-generation biofuels.

Furthermore, we focus on an example of technology transfer to society, promoted by our research group and resulting in the creation of a spin-off: Energesis Engineering, a company that not only is implementing geothermal HVAC systems in buildings, but which is also developing strong R&D activity, mainly on two areas: energy efficiency in buildings and the use of the soil as a focus for heat exchange. Both fields require the development of sophisticated numerical simulation models.

**Keywords:** mathematical modeling. Energy systems. Spin-off generation.

## 1. Introducción

Las investigaciones que se recogen en este trabajo se han llevado a cabo en el *Grupo de Modelización Interdisciplinar, InterTech* ([www.intertech.upv.es](http://www.intertech.upv.es)), un equipo cuyos investigadores están adscritos mayoritariamente al Instituto Universitario de Matemática Pura y Aplicada (IUMPA, [www.impa.upv.es](http://www.impa.upv.es)) de la Universidad Politécnica de Valencia (UPV); en este trabajo se presentan algunas áreas de investigación dentro de un proyecto global que mantiene como línea vertebradora el desarrollo de modelos matemáticos avanzados para sistemas de interés en el campo de la Energía. En particular, y dentro de este campo, el proyecto focaliza su actividad en cuatro áreas de manifiesto interés aplicado: el modelado de los sistemas de energía geotérmica, de la transmisión de calor en el proceso de rectificado industrial, de las soluciones fotónicas para aumentar la eficiencia de los paneles solares y el modelado metabólico de sistemas microbianos para la producción de biocombustibles de última generación.

La elección de estos campos de interés dentro del sector energético no ha sido casual, sino que se fundamenta en la motivación del grupo por promover al máximo la transferencia tecnológica desde el ámbito de las Matemáticas. Podemos citar, como ejemplo de este *leitmotiv*, el hecho de que parte de la actividad investigadora del grupo se ha materializado no sólo en aportes teóricos sino en una verdadera transferencia a la sociedad, incluyendo la creación de Energesis Ingeniería ([www.energesis.es](http://www.energesis.es)), una empresa nacida en el seno de la UPV.

A continuación, se presentará brevemente el estado actual de la investigación que el grupo está realizando en este campo, así como algunas de las ideas futuras en las que pretende centrar parte de su actividad.

### 1.a Modelado matemático de los sistemas de energía geotérmica

La energía geotérmica para la climatización de edificios es una tecnología que se basa en el uso del suelo como foco térmico con el cual un edificio puede intercambiar calor, tanto para refrigeración como para calefacción [1,2]. En la estación fría, se absorbe calor del suelo que circunda o sustenta un edificio, para después disipar dicho calor en el mismo edificio. En la estación cálida se invierte el proceso: se extrae calor del edificio y se disipa en el suelo. Ello implica, en particular, un sustancial ahorro energético respecto a las instalaciones térmicas convencionales.

En las instalaciones geotérmicas se intercambia calor con el suelo circundante mediante un conjunto de tuberías. Estas tuberías (“intercambiadores de calor”) forman un circuito cerrado por el que se hace circular un fluido caloportador.

A la hora de diseñar una instalación geotérmica, se deben evaluar las necesidades térmicas del edificio y calcular el número y la geometría de los intercambiadores de calor que serán necesarios para satisfacer esa demanda energética. Por supuesto, para realizar un buen diseño de un sistema de climatización geotérmica, es necesario conocer las propiedades térmicas del suelo donde se va a realizar el intercambio de calor, por ejemplo, su conductividad térmica. Para determinar este parámetro, crítico en el diseño de un sistema geotérmico, se utiliza un laboratorio móvil (*TRT* por sus siglas en inglés) [27-30]. De la importancia de esta tecnología para el futuro desarrollo del aprovechamiento de la geotermia para climatización da fe el hecho de que la Agencia Internacional de la Energía, a través del acuerdo de implementación (*Implementing Agreement*) denominado ECES (*Energy Conservation through Energy Storage*), ha impulsado recientemente un anexo (*Annex 21*) dedicado enteramente al perfec-

cionamiento y difusión internacional de las tecnologías de medida de la respuesta térmica del terreno.

### **1.b Modelado matemático del proceso de rectificado industrial**

El rectificado industrial consiste en el pulido de piezas mediante muelas abrasivas que giran a gran velocidad [3]. La investigación sobre este tema tiene una gran relevancia en el ámbito industrial. No es extraño, por tanto, que esta línea de investigación tenga un enorme interés tanto a nivel científico como tecnológico [4]. Durante el proceso de rectificado, la mayor parte de la energía se convierte en calor, el cual se acumula en la zona de contacto entre la pieza y la muela. Las altas temperaturas alcanzadas pueden aumentar, por un lado, la tolerancia del acabado y reducir, por otro, la calidad de la pieza, debido a las tensiones residuales generadas en la misma. El daño térmico de la pieza ocurre cuando las temperaturas generadas en el rectificado superan la temperatura de cambio de fase en la estructura metálica de la misma [5]. Para reducir estos efectos adversos se suele inyectar un líquido refrigerante sobre la zona de contacto entre pieza y muela. De este modo, se disminuye la generación de energía por fricción y al mismo tiempo se refrigera la zona por convección. Además, el líquido refrigerante ayuda a eliminar de la zona de contacto el material extraído de la pieza. La gran desventaja de estos líquidos refrigerantes es que son altamente contaminantes, por lo que la optimización en su uso tiene un gran valor medioambiental y energético. La minimización de la presencia de este líquido refrigerante requiere modelar adecuadamente el proceso de rectificado.

En este sentido, nuestro grupo trabaja en la búsqueda de la evaluación teórica del campo de temperaturas generado en la pieza por la fricción con la muela para evitar el daño térmico de la misma.

Tradicionalmente, el modelo clásico de Jaeger (1942) ofrecía una solución analítica del régimen estacionario del problema de transmisión de calor en el rectificado seco y continuo [6]. Una solución analítica del problema siempre es deseable, pues podemos estudiar cualitativamente la dependencia de la solución en función de los parámetros que influyen en el proceso. Además, la implementación computacional para la representación del campo de temperaturas es mucho más rápida y eficiente que si tuviéramos que resolver numéricamente las ecuaciones diferenciales que modelan el

proceso de una manera directa. De todas maneras, el resultado analítico debido a Jaeger resulta demasiado limitado, pues no aborda el problema del rectificado con aplicación de refrigerante, ni la posibilidad de estudiar el rectificado intermitente, ni tampoco saber qué ocurre en el estado transitorio, ni cuánto dura éste. Debido al interés del problema, en los últimos años se han dedicado muchos artículos de investigación al análisis de la transmisión de calor en el rectificado industrial de piezas metálicas, modelando el problema mediante sistemas acoplados de ecuaciones en derivadas parciales que, posteriormente, tratan de resolverse numéricamente para un rectificado intermitente con aplicación de líquido refrigerante. Nuestro grupo, en colaboración con investigadores de la Universidad Aeroespacial de Samara, Rusia, ha obtenido el modelo SV (modelo Samara-Valencia) [7], en el cual se aborda el problema de la transmisión de calor en el rectificado industrial de piezas metálicas. Este modelo desarrolla un enfoque del problema fundamentalmente analítico, de tal manera que una razonable simplificación de las hipótesis en las que se basa este modelo permiten reducir notablemente la complejidad de las ecuaciones diferenciales que rigen el proceso real. Esta simplificación permite abordar la ecuación diferencial que modela el proceso de transmisión de calor con técnicas matemáticas estándares, como las transformaciones integrales de Laplace y Fourier. De este modo, el modelo SV obtiene una solución al problema en forma de ecuación integral, que se puede abordar numéricamente de una manera mucho más sencilla que la resolución numérica directa de las ecuaciones diferenciales, y que se ha computado con éxito para ciertos casos realistas de rectificado [8]. La principal ventaja del modelo SV consiste en que consigue una solución analítica mucho más general que la ofrecida por el modelo clásico de Jaeger, pues se obtiene la dependencia explícita del tiempo para el caso de rectificado húmedo (con refrigerante) y fricción no continua. De hecho, se ha podido comprobar la compatibilidad entre ambos modelos particularizando el modelo SV a las hipótesis que sustentan el modelo clásico de Jaeger [9].

### **1.c Modelado matemático de sistemas fotovoltaicos de alta eficiencia**

Otra de las áreas en las que nuestro grupo está trabajando activamente es en el estudio de estrategias para aumentar la eficiencia de los paneles solares. Se trata éste de un problema en el que se están realizando

do muchos esfuerzos en el panorama internacional. Desde el punto de vista económico, factor esencial en este campo, la apuesta actual de mayor futuro es la del desarrollo de las tecnologías de láminas delgadas fotovoltaicas. En este caso el medio activo está formado por una estructura de diferentes materiales semiconductores basados en el silicio y depositados en forma de capas delgadas de escala submicrométrica o nanométrica. La cantidad de material que se necesita para su fabricación es significativamente inferior que en otras tecnologías fotovoltaicas, lo que se traduce en unos costes mucho menores y en la posibilidad de generar dispositivos más versátiles. Sin embargo, aunque el medio activo pueda ser eficiente energéticamente como material en bloque, su reducción a láminas tan delgadas afecta a su eficiencia; esto es debido, básicamente, a que el recorrido libre medio de los fotones que iluminan la célula tras transmitirse en el medio activo se ve considerablemente disminuido debido a la delgadez de las láminas semiconductoras. Por este motivo, la eficiencia de estas células fotovoltaicas se encuentra actualmente todavía por debajo de las derivadas de otras tecnologías fotovoltaicas. Sin embargo, la distancia se va reduciendo [10,11]. Una de las razones de este rápido avance se debe a la introducción de estrategias innovadoras que incorporan las últimas tecnologías en el campo de la fotónica. La estrategia fundamental consiste en la integración de estructuras fotónicas en el dispositivo que aumenten el atrapado de la luz en el medio activo de la célula fotovoltaica. En la actualidad, las láminas delgadas fotovoltaicas ya incluyen recubrimientos transparentes de capas dieléctricas diseñadas para minimizar las reflexiones (láminas antireflejantes) y aumentar la transmisión hacia el medio activo. Sin embargo, esta tecnología óptica posee ya más de setenta años y no aprovecha las inmensas posibilidades de los dispositivos fotónicos actuales. Dispositivos ópticos basados en sofisticadas micro y nanoestructuras dieléctricas, como los denominados cristales fotónicos, o metal-dieléctricas, que permiten el guiado óptico a escala nanométrica mediante los denominados plasmones superficiales, han sido desarrollados en los últimos veinte años ofreciendo nuevas posibilidades de control de la luz que todavía se están explorando. En la actualidad, la comunidad óptica y fotónica internacional ha tomado conciencia de este enorme potencial y está reaccionando rápidamente para dar respuesta a una cuestión fundamental: ¿hasta dónde se puede mejorar la eficiencia energética de las células fotovoltaicas mediante el apropiado diseño de micro o nano-estructuras de cristal fotónico o plasmónicas? Un nuevo campo, denominado “*Optics*

*for Energy*” ha sido puesto en marcha por las más importantes sociedades ópticas mundiales para afrontar, entre otros, este nuevo reto. Para predecir el comportamiento de las celdas solares en términos del atrapado de la luz, deben resolverse el conjunto de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales acopladas, las ecuaciones de Maxwell, en las diferentes capas que conforman la celda fotovoltaica. Esto se consigue por medio de diferentes aproximaciones numéricas como son: el método de Diferencias Finitas en Dominios Temporales (FDTD), el Método de Elementos Finitos (FEM) o con la ayuda de métodos semi-analíticos como el Método Diferencial, el Método de Coordenadas o el Método Riguroso de Análisis de Ondas Acopladas (RCWA). Actualmente existen ya propuestas de modelado matemático de estas ecuaciones en dispositivos ópticos de cristal fotónico y plasmónico utilizando estos esquemas numéricos cuyo objetivo es la optimización del atrapado de la energía de la luz incidente en las zonas semiconductoras activas más eficientes para la generación de la corriente fotovoltaica. Así se ha demostrado numéricamente que una estructura de cristal fotónico en una dimensión excitada por una onda plana en una célula solar de lámina delgada aumenta su eficiencia energética [12].

#### **1.d Modelado matemático del metabolismo de microorganismos productores de biocombustibles**

Los avances actuales en la Biología de Sistemas, que trata de estudiar la lógica y los distintos mecanismos de un sistema biológico, han propiciado el desarrollo de una nueva disciplina llamada Biología Sintética (BS) que se centra en el diseño y construcción de sistemas genéticos artificiales, capaces de desarrollar una funcionalidad específica al ser insertados dentro de un sistema vivo [13-21]. Con el desarrollo de la BS, ha aparecido una nueva generación de diseñadores, biotecnólogos y bioingenieros, que plantea el desarrollo de circuitos genéticos biológicos complejos con un gran nivel de integración. El avance de esta disciplina científica pasa por establecer un marco computacional y conceptual donde, gracias a una metodología abstracta y sistemática, sea posible desarrollar sistemas bacterianos artificiales modulares. Nuestro grupo viene trabajando en el modelado matemático del metabolismo de los microorganismos sobre los que se van a desarrollar las ulteriores aplicaciones. En estos momentos, el grupo ha desarrollado diferentes redes metabólicas a escala genómica de microorganismos

fotosintéticos con aplicaciones bioenergéticas (en el marco de su participación tanto en proyectos europeos del VI y VII Programa Marco de la Comisión Europea como en proyectos nacionales) y afronta, entre otros, el reto de analizar desde el punto de vista abstracto las propiedades topológicas y dinámicas de dichas redes metabólicas, buscando los criterios que permitan definir módulos estandarizables entre las diferentes rutas metabólicas. Además, en la actualidad, se está haciendo un gran esfuerzo en el desarrollo de herramientas informáticas que faciliten el diseño de estos sistemas biológicos. En el marco conceptual de la BS, cualquier sistema biológico puede ser visto como una combinación compleja de elementos funcionales, combinados en dispositivos y sistemas de manera similar a la de otros sistemas artificiales creados por el hombre y, por consiguiente, puede ser deconstruido en un número limitado de componentes y reconstruido formando configuraciones dotadas de propiedades y posibilidades enteramente nuevas. Por tanto, la BS es un nuevo campo de investigación que combina ciencia e ingeniería. En definitiva, su objetivo es el diseño y construcción de novedosos sistemas biológicos para un fin concreto. Nuestro grupo está interesado en su utilización en el campo de la generación de biocombustibles [22-26].

## 2. El experimento europeo *GeoCool* y el nacimiento de la spin-off *Energesis*

En lo que sigue, y con el ánimo de ofrecer una visión general de la situación de la energía geotérmica en Europa, y más concretamente en España, así como del estado actual de esta tecnología, es interesante empezar definiendo la energía geotérmica: la geotermia es la energía almacenada en forma de calor bajo la superficie terrestre. Así, ya se acepta a nivel europeo como geotermia el aprovechamiento del terreno como un recurso térmico. Estas líneas van a tratar de desvelar cómo la geotermia, una de las fuentes de energía renovable menos conocidas, posee al mismo tiempo un importante potencial para la generación de energía térmica y eléctrica.

Estas posibilidades no se limitan, como habitualmente se cree, a zonas con condiciones geológicas favorables. También existen usos y tecnologías que permiten utilizar recursos geotérmicos a temperaturas sustancialmente inferiores a las que se necesitaban años atrás, y que se hallan presentes en amplias zonas del planeta.

Partiendo de esta base es importante diferenciar dos grandes sectores de aplicación y tecnológicos:

- La geotermia para producción de electricidad en yacimientos de alta temperatura (superiores a los 100-150°C), propia de zonas con unas determinadas características geológicas.
- Los usos térmicos en los sectores industrial, servicios y residencial, para temperaturas por debajo de los 100°C ya sea en la modalidad de uso directo (calentamiento de distrito, balnearios, acuicultura, etc.) o a través de bomba de calor geotérmica (calefacción y refrigeración) para temperaturas del terreno muy bajas (por debajo de los 25°C). Esta vertiente se suele clasificar como energía geotérmica somera, de muy baja entalpía o geotermia mediante bomba de calor. En este sentido, la bomba de calor constituye el elemento que nos permite hacer un uso eficiente de las temperaturas del terreno. A día de hoy, se trata de una tecnología que se encuentra en auge en España, emergente y de claro interés industrial.

### 2.a Principios básicos

La bomba de calor es uno de los elementos fundamentales para la climatización en la edificación mediante energía geotérmica. Ésta es un dispositivo bien conocido que permite refrigerar espacios cuando la temperatura exterior es cálida y calentar espacios cuando la temperatura exterior es fría.

En resumen, termodinámicamente podríamos decir que la bomba de calor establece un flujo de calor de un cierto foco frío hacia uno caliente gracias a un consumo de trabajo llevado a cabo en un compresor. De esta forma, cuanto mayor sea la diferencia de temperaturas entre focos, peor será el rendimiento energético, generalmente denominado COP (*Coefficient of Performance*), de la máquina.

En el caso concreto de una bomba de calor aplicada a la geotermia, se busca establecer el flujo de calor entre el subsuelo y el lugar a acondicionar según interese. Dicho subsuelo y el lugar a acondicionar juegan el papel de foco frío o caliente, independientemente de que se opere en condiciones de verano (refrigeración) o invierno (calefacción).

Por ejemplo, en Valencia, España, la temperatura interior deseable en verano en un edificio es de unos

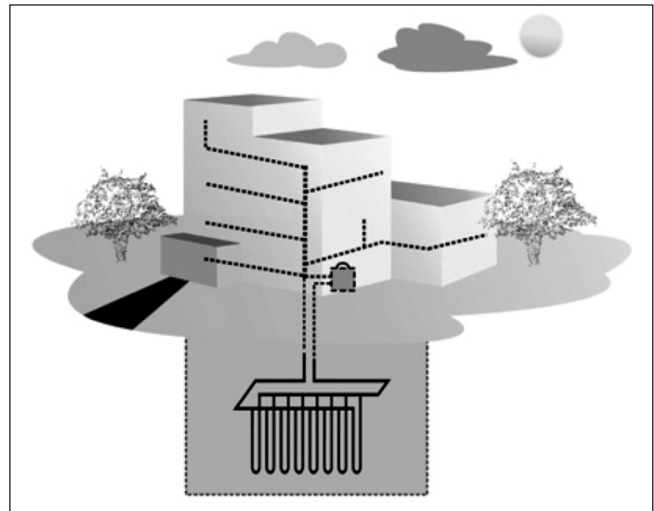
24°C. Si imaginamos que queremos refrigerar una habitación a esta temperatura, se pueden presentar dos escenarios energéticamente muy diferentes: el sistema tradicional, que elimina el calor excedente al aire que rodea el edificio, el cual puede encontrarse, por ejemplo, a 35 grados y el caso geotérmico, en el que el calor excedente se trasmite al subsuelo, que en Valencia está a unos 20 grados. El diferente salto térmico que la bomba de calor debe vencer en ambos casos es la razón última por la que el sistema geotérmico requiere menor aporte eléctrico para climatizar un edificio. Es decir, como el salto de temperaturas que la bomba de calor geotérmica debe vencer es potencialmente mucho menor, su rendimiento (COP) será notablemente mayor. A pesar de ello, la bomba de calor geotérmica utiliza elementos tecnológicamente muy parecidos a los usados en un sistema de acondicionamiento convencional.

El verdadero reto tecnológico de esta tecnología renovable consiste en limitar el fenómeno de la afectación térmica del terreno. Esto consiste en minimizar la modificación de las temperaturas del suelo de manera limitada y controlada a fin de no penalizar el rendimiento del sistema. Esto implica la elaboración de un cuidadoso diseño del conjunto de la instalación que habrá de tener en cuenta el conjunto de los flujos energéticos del edificio y las características térmicas del terreno, entre otros. En definitiva, se dice que una bomba de calor geotérmica es una bomba de calor que utiliza el suelo para funcionar en condiciones de temperatura más favorables comparadas con el aire, permitiendo un ahorro sustancial de energía (alrededor de un 50% para un clima como el de Valencia), siempre que el sistema haya sido diseñado correctamente para que el suelo absorba o ceda el calor adecuadamente.

En definitiva, la geotermia es una energía limpia y renovable que aprovecha el calor del sol almacenado por el suelo para obtener calefacción, refrigeración y agua caliente de forma ecológica. La climatización geotérmica aprovecha que la temperatura del suelo es estable durante todo el año para ceder o extraer calor de la tierra, según queramos enfriar o calentar un edificio, a través de un circuito cerrado de tuberías enterradas en el suelo por las que circula agua.

En la siguiente figura se presenta un esquema de funcionamiento básico del sistema de climatización geotérmica de un edificio y a continuación se describen, de forma sucinta, tanto los elementos principales que constituyen un sistema geotérmico como las ventajas

que esta tecnología presenta frente a un sistema de climatización de edificios tradicional.



#### *Elementos de un equipo geotérmico*

- Bomba de calor geotérmica. Es un aparato eléctrico que permite que el intercambio de calor con el suelo se realice. Dispone de modo frío para el verano y modo calor para el invierno.
- Tuberías plásticas enterradas en el suelo por las que circula agua.
- Bomba hidráulica, que bombea el agua que fluye por las tuberías.

#### *Ventajas de la energía geotérmica*

##### *Económicas*

- 50% de ahorro medio en la factura de la electricidad (en las condiciones climáticas valencianas)
- Costes de mantenimiento mínimos frente a los sistemas tradicionales
- Aumento de la vida útil del equipo de climatización
- Energía renovable (en España está subvencionada por organismos oficiales)

##### *Para la salud*

- Eliminación del riesgo de transmisión de legionelosis (este tipo de instalaciones no requiere torres de refrigeración para su funcionamiento. De esta

manera se eliminan los problemas asociados a ellas)

#### *Medioambientales*

- Uso de la energía del sol almacenada por el suelo
- Reducción de las emisiones de CO<sub>2</sub> en torno al 50% en las condiciones valencianas
- Sistema silencioso (con la alternativa geotérmica se eliminan fuentes de ruido como las asociadas a las unidades exteriores convencionales de climatización. De esta manera, la opción geotérmica reduce la contaminación acústica del medio)

#### *Arquitectónicas*

- Eliminación de elementos externos visibles en fachadas y cubiertas
- Mejora de la estética del edificio
- Ahorro de espacio en azoteas y terrazas

#### *Otras ventajas*

- Calefacción, refrigeración y agua caliente sanitaria con un solo sistema
- Funciona las 24 horas del día, los 365 días del año, independientemente de las condiciones climatológicas
- Perfectamente compatible con instalaciones de otras energías renovables

¿Dónde se puede instalar un sistema geotérmico?

En cualquier edificación que requiera calefacción y/o refrigeración, así como agua caliente: hospitales, edificios de oficinas, colegios, hoteles, edificios públicos, bloques de viviendas, viviendas unifamiliares, etc. Además, la geotermia se puede implantar tanto en edificios ya construidos como de nueva construcción.

## **2.b Breve historia de la investigación (experimento europeo *GeoCool*) y transferencia social**

La geotermia de baja temperatura es una tecnología que se utilizaba desde hace décadas en países como

EE.UU., Alemania y Suecia para proveer exclusivamente de calefacción a los edificios. El objetivo del proyecto *GeoCool* consistía en demostrar que esta tecnología es igual de eficiente a la hora de aportar refrigeración a los edificios, es decir, para climatizarlos (calefacción y refrigeración).

El proyecto *GeoCool* (*Geothermal Heat Pump for Cooling and Heating Along European Coastal Areas – Bomba de Calor Geotérmica para Refrigeración y Calefacción en Zonas Costeras Europeas*) consistió en la implantación de una instalación geotérmica piloto en la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales (ETSII) de la UPV.

Esta instalación, con seis perforaciones de 50 metros de profundidad, permite climatizar doce despachos y un aula de esta escuela universitaria. La investigación fue liderada por la UPV y subvencionada por la Unión Europea.

*GeoCool* es una instalación singular y única en el mundo porque incluye el sistema tradicional de climatización y el sistema geotérmico. Un sofisticado sistema de monitorización permite comparar rigurosamente ambos sistemas. La conclusión final es que la geotermia conlleva ahorros energéticos en torno al 50%.

Aunque la investigación se desarrolló entre febrero de 2003 y febrero de 2006, *GeoCool* sigue funcionando y se siguen tomando mediciones para mejorar el sistema geotérmico.

De los resultados obtenidos del estudio de esta instalación geotérmica, se creó en 2004 la empresa *Energe-sis*, especializada en el diseño, implantación y gestión de este tipo de instalaciones. Esta empresa nacida de la UPV es un ejemplo real de cómo la colaboración universidad-empresa es fundamental para que la sociedad se beneficie de los conocimientos e investigaciones realizados en los centros universitarios.

En las figuras que presentamos a continuación se ilustran algunos de los elementos que caracterizan el experimento, así como los principales resultados de la investigación.

*Perforaciones:*



Sala de máquinas y bomba de calor





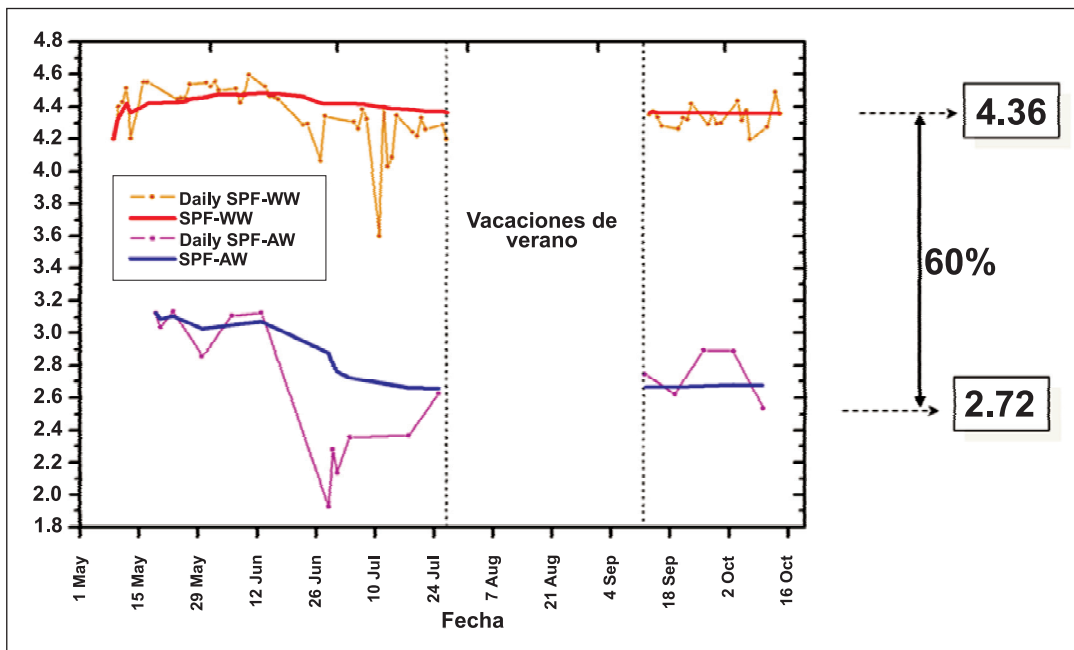
Tuberías enterradas



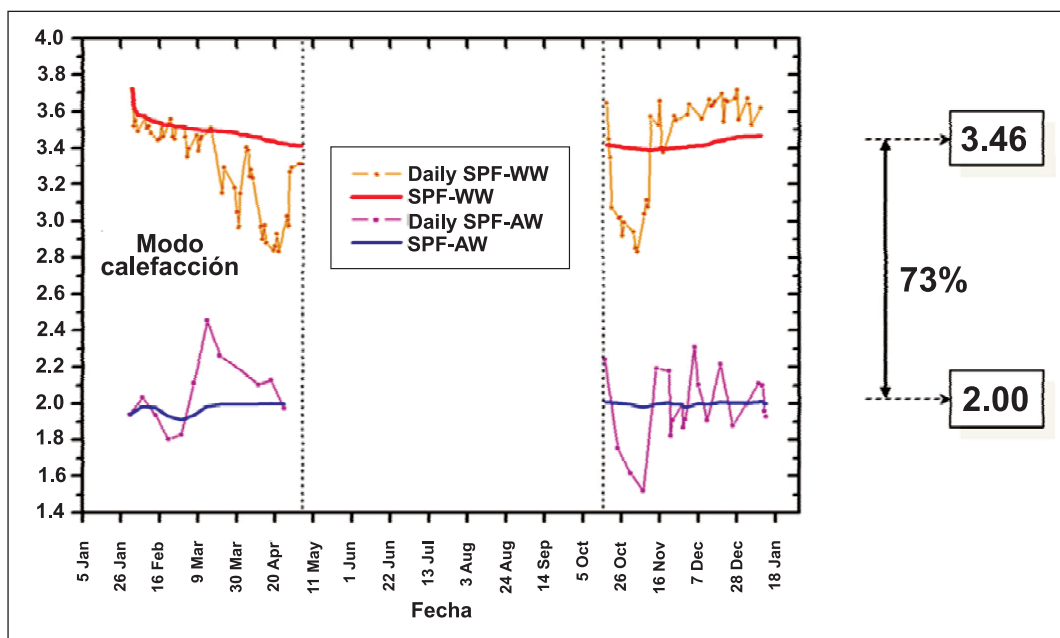
Colectores geotérmicos en el jardín



Resultados del experimento GeoCool (modo refrigeración)



Resultados del experimento GeoCool (modo calefacción)



## Reflexiones finales y conclusiones

En este trabajo se presentan diversas aplicaciones del modelado matemático a problemas de interés en el campo de la Energía, desarrolladas en el seno del Grupo de Modelización Interdisciplinar, InterTech.

InterTech se creó hace más de una década como resultado de la colaboración de un grupo de matemáticos, físicos e ingenieros de la Universidad Politécnica de Valencia y de la Universidad de Valencia interesados en potenciar nuevas líneas de colaboración en campos que generalmente permanecían aislados. El objetivo principal de este grupo interdisciplinar es generar sinergias en varias áreas prioritarias de investigación.

Actualmente InterTech está formado por más de 30 investigadores adscritos mayoritariamente al Instituto Universitario de Matemática Pura de la UPV pero también cuenta con profesionales de la Universitat de València y de la Universidad Católica de Valencia (UCV), con un perfil muy diverso que va desde matemáticos a físicos, pasando por ingenieros, biólogos y químicos.

La peculiaridad de este grupo reside en que su filosofía de trabajo viene definida por la modelización avanzada de sistemas de interés energético con una fuerte componente de física y matemáticas. Los investigadores

de InterTech se centran principalmente en la resolución de problemas multidisciplinares cuya simulación numérica requiera una computación exigente de altas prestaciones y en problemas cuya resolución permita el desarrollo de aplicaciones tecnológicas con potencial de transferencia empresarial.

Entre estos destacan los temas de investigación expuestos en este artículo, que van desde el estudio de los sistemas de climatización geotérmica de edificios, la transmisión de calor en el proceso de rectificado industrial, las soluciones fotónicas para aumentar la eficiencia de los paneles solares o el modelado del metabolismo de sistemas microbianos para la producción de biocombustibles de última generación.

Por último, se ha presentado un ejemplo de transferencia tecnológica a la sociedad, impulsado desde el grupo de investigación y materializado en la creación de una spin-off: Energesis Ingeniería, una empresa que no sólo está implantando sistemas geotérmicos de climatización en edificaciones, sino que apuesta por una fuerte presencia del I+D entre sus actividades centrándose, fundamentalmente, en dos campos: el ahorro energético en la edificación y el uso del suelo como foco de intercambio térmico. Ambos campos requieren el despliegue de sofisticados modelos de simulación numérica, tanto de los intercambios energéticos en edificios como de la transmisión de calor en suelos.

## Bibliografía

- [1] G. Hellström. Thermal Analysis of Duct Storage Systems, Dept. of Mathematical Physics, University of Lund, Sweden (1991).
- [2] W. Austin. Development of an in situ system for measuring ground thermal properties, M.Sc. Thesis, Oklahoma State University, Stillwater, OK, USA (1998).
- [3] S. Malkin. Grinding technology: theory and application of machining with abrasives, Ellis Horwood Ltd. and John Wiley and Sons (1989).
- [4] A. S. Lavine. An exact solution for surface temperature in down grinding, *Int. J. Heat Mass Transfer* **43** (2000) 4447.
- [5] A. S. Lavine. Thermal aspects of grinding: the effects of heat generation at the shear planes, *Annals of CIRP* **40** (1991) 343.
- [6] Jaeger JC. (1942) Moving sources of heat and the temperature at sliding contacts. *Proc R Soc NSW* 76:204.
- [7] D.L. Skuratov, Yu.L. Ratis, I.A. Selezneva, J. Pérez, P. Fernández de Córdoba and J.F. Urchueguía. Mathematical modelling and analytical solution for workpiece temperature in grinding, *Applied Mathematical Modelling* 31, Issue 6, June 2007, 1039.
- [8] J. Pérez, S. Hoyas, D. Skuratov, y. Ratis, I. Selezneva, P. Fernández de Córdoba, J. Urchueguía. Heat transfer analysis of intermittent grinding processes, *Int J Heat Mass Transf.* **51** (2008) 4132.
- [9] J. L. González–Santander, J. Pérez, P. Fernández de Córdoba, J. M. Isidro. An analysis of the temperature field of the workpiece in dry continuous grinding. *J Eng Math*, DOI 10.1007/s10665-009-9335-6.
- [10] S. Grama. A Survey of Thin-Film Solar Photovoltaic Industry & Technologies. Massachusetts Institute of Technology, 2008.
- [11] M. A. Green. Consolidation of thin-film photovoltaic technology: the coming decade of opportunity. *Progress in Photovoltaics: Research and Applications* **14**, no. 5 (2006): 383-392.
- [12] Aimi Abass, Honghui Shen, Peter Bienstman, Bjorn Maes. Increasing polymer solar cell efficiency with triangular silver grating. EPFL-PROC-148778 (2010).
- [13] D.K. Ro, E.M. Paradise, M. Ouellet, K.J. Fisher, K.L. Newman, J.M. Ndungu, K.A. Ho, R.A. Eachus, T.S. Ham, J. Kirby, M.C.Chang, S.T. Withers, Y. Shiba, R. Sarpong, and J.D. Keasling. Production of the antimalarial drug precursor artemisinic acid in engineered yeast. *Nature* 440; April 2006.
- [14] R Weiss. From bacteria to stem cells. Proceedings of the annual conference in functional genomics. Goteborg, Sweden, 2007.
- [15] J. Aleksic, F. Bizzari, Y. Cai, B. Davidson, K. de Mora, S. Ivakhno, S.L. Seshasayee, J. Nicholson, J. Wilson, A. Elfick, C. French, L. Kozma Bogнар, H. Ma, and A. Millar. Development of a novel biosensor for the detection of arsenic in drinking water. *IET Synthetic Biology* 1 pp 87, 2007.
- [16] L.L. Looger, M.A. Dwyer, J.J. Smith, H.W. Hellinga. Computational design of receptor and sensor proteins with novel functions. *Nature* **423** (2003) 185.
- [17] USDOE. 2005. Genomics: GTL Roadmap: Systems biology for energy and environment. DOE/SC 0090. Available at <http://genomicsgtl.energy.gov> (verified 14 Aug. 2007). USDOE, Office of Science, Washington, DC.
- [18] USDOE. 2006. Breaking the biological barriers to cellulosic ethanol: A joint research agenda. DOE/SC 0095. <http://genomicsgtl.energy.gov/biofuels/b2bworkshop.shtml> (verified 14 Aug. 2007). USDOE Office of Science and Office of Energy Efficiency and Renewable Energy, Washington DC.
- [19] M.B. Elowitz, S. Leibler, A synthetic oscillatory network of transcriptional regulators, *Nature* **403** (2000) 335-338.
- [20] T.S. Gardner, C.R. Cantor, J.J. Collins. Construction of a genetic toggle switch in *Escherichia coli*. *Nature* **403** (2000) 339-342.
- [21] A. Becskei, L Serrano. Engineering stability in gene networks by autoregulation, *Nature* 405 (2000) 590-593.
- [22] E. Navarro, A. Montagud, P. Fernández de Córdoba y J.F. Urchueguía. Metabolic flux analysis of the hydrogen production potential in *Synechocystis* sp. PCC6803". *International Journal of Hydrogen Energy* **34** (2009) 8828.
- [23] A. Montagud, E. Navarro, P. Fernández de Córdoba, J. F. Urchueguía y K. R. Patil. "Reconstruction and analysis of genome-scale metabolic model of a photosynthetic bacterium". *BMC Systems Biology* **4** (2010) 156.
- [24] A. Montagud, A. Zeleznik, E. Navarro, P. Fernández de Córdoba, J. F. Urchueguía y K. R. Patil. Flux Coupling and Transcriptional Regulation within Genome-Scale Metabolic Model of Photosynthetic Bacterium *Synechocystis* sp. PCC6803. *Biotechnology Journal* **6** (2011) 1.
- [25] R. Reyes, J. Garrido, R.A. Jaime, V. Córdova, J. Triana, L. Villar, J.C. Castro, P. Fernández de Córdoba, J.F. Urchueguía, E. Navarro y A. Montagud. Desarrollo de una plataforma computacional para el modelado metabólico de microorganismos. *Nereis. Revista Iberoamericana de Métodos, Modelización y Simulación Interdisciplinar* **3** (2011) 25.
- [26] C. Vilanova, A. Hueso, C. Palanca, G. Marco, M. Pitarch, E. Otero, J. Crespo, J. Szablowski, S. Rivera, L. Domínguez-Escribá, E. Navarro, A. Montagud, P. Fernández de Córdoba, A. González, J. Ariño, A. Moya, J. Urchueguía y M. Porcar. Aequorin-expressing yeast emits light under electric control. *Journal of Biotechnology* **152** (2011) 93.
- [27] T. V. Bandos, A. Montero, E. Fernández, J.L.G. Santander, J.M. Isidro, J. Pérez, P. Fernández de Córdoba y J. Urchueguía. Finite Line-Source Model for Borehole Heat Exchangers: Effect of Vertical Temperature Variations. *Geothermics* **38** (2009) 263.
- [28] T. V. Bandos, A. Montero, P. Fernández de Córdoba y J. Urchueguía. Improving Parameter Estimates Obtained from Thermal Response Tests: Effect of Ambient Air Temperature Variations. *Geothermics* **40** (2011) 136.
- [29] T. Bandos, A. Montero, P. Fernández de Córdoba y J.F. Urchueguía. Use of Thermal Conductivity from Thermal Response Test for Estimating Static Temperatures in Rock and Stratified Soil near Line Source of Heat. *HVAC and Research* **17** (6) (2011) 1030.
- [30] J.L.G. Santander, P. Castañeda, J.M. Isidro y P. Fernández de Córdoba. Calculation of some integrals arising in heat transfer in Geothermics. *Mathematical Problems in Engineering* (2010) ID 784794.