



UNIVERSIDAD  
POLITECNICA  
DE VALENCIA

# Cálculo elástico y cálculo plástico de vigas de acero solicitadas a flexión.

<b>Apellidos, nombre</b>	Arianna Guardiola Villora (aguardio@mes.upv.es)
<b>Departamento</b>	Mecánica del Medio Continuo y Teoría de Estructuras
<b>Centro</b>	Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Valencia

## 1 Resumen de las ideas clave

En este documento se muestra el proceso de dimensionado de una viga de acero solicitada a flexión, considerando un comportamiento de la sección, primero elástico y luego plástico para comparar los resultados obtenidos en ambos casos.

Seguidamente se realiza el análisis global de la misma viga mediante el método plástico con el objeto de mostrar dicho proceso y comparar los resultados obtenidos con el análisis global en régimen elástico.

Por último se hace referencia a la clasificación de las clases de secciones transversales de acero establecida en el Documento Básico, Seguridad Estructural, Acero del Código Técnico de la Edificación, de ahora en adelante DB-SE-A del CTE, directamente relacionada con la utilización de uno u otro método de análisis global de la estructura y cálculo de la resistencia de las secciones.

## 2 Introducción

El dimensionado de las secciones de acero se ha llevado a cabo tradicionalmente en régimen elástico, de modo que, una vez obtenidos los esfuerzos que solicitan a cada barra, se calculaba la máxima tensión que dichos esfuerzos generaban sobre la sección más solicitada y se comparaban con la tensión máxima admisible.

Si las máximas tensiones en la sección más solicitada de la barra no superaban las tensiones admisibles, el dimensionado se daba por válido. En caso contrario, se redimensionaba el perfil (disminuían las tensiones en la sección) o se mejoraba la calidad del acero (aumentaba la tensión máxima admisible)

Este es el método recomendado por la Norma Básica de Edificación, Estructuras de Acero, conocida como NBE-EA 95, norma de obligado cumplimiento hasta marzo de 2006, fecha en que se publica el Código Técnico de la Edificación y se derogan las Normas Básicas de Edificación.

Para poder comparar los resultados obtenidos con el método elástico y plástico de cálculo de secciones de acero y de Análisis Global de la Estructura, se considera una viga empotrada apoyada, de longitud  $L$  con carga uniformemente distribuida de valor  $q_d$ , tal y como indica la figura 1. Los diagramas de solicitaciones – momentos flectores y esfuerzos cortantes- correspondientes a dicho esquema de cargas, se obtienen con ayuda de un prontuario, y se representan en la figura 2.

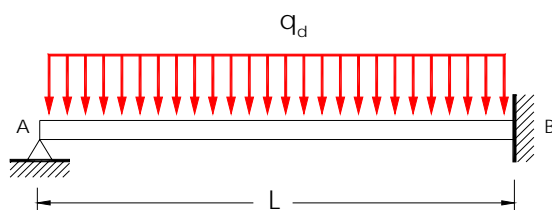


figura 1.  
Geometría y esquema de cargas

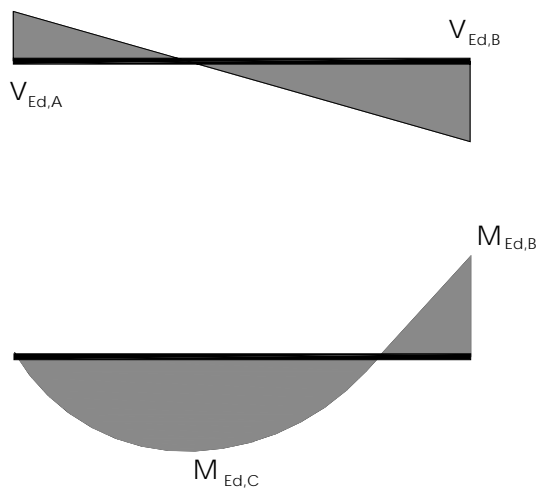


figura 2. Diagramas de solicitaciones

Esfuerzos cortantes

$$V_{Ed,A} = \frac{3 \cdot q \cdot L}{8}; \quad V_{Ed,B} = \frac{5 \cdot q \cdot L}{8}$$

Momentos flectores

$$M_{Ed,C} = \frac{9 \cdot q \cdot L^2}{128}; \quad M_{Ed,B} = \frac{q \cdot L^2}{8}$$

Si se pretende dimensionar la viga, es necesario conocer el valor de la carga que gravita sobre ella y la longitud de la misma, de modo que, conocido el máximo momento que la solicita, se busca un perfil de acero que sea capaz de soportarlo.

Otra forma de plantear el problema consiste en, conocido el perfil de acero y su longitud, obtener la máxima carga que admite la viga. Es lo que se conoce como peritación de una estructura construida.

En los epígrafes siguientes se va calcular la máxima capacidad de carga de la viga de la figura 1, suponiendo que es un perfil IPE 300 de acero S 275 y 8 metros de longitud, considerando en primer lugar un comportamiento elástico de la sección, a continuación un comportamiento plástico para finalmente realizar el análisis global de la estructura siguiendo el método plástico.

### 3 Objetivos

Una vez que el alumno finalice la lectura de este documento será capaz de:

- Dimensionar una viga de acero considerando un comportamiento elástico de la sección.
- Dimensionar una viga de acero considerando un comportamiento plástico de la sección.
- Entender y aplicar el método plástico de análisis global de la estructura.
- Entender la necesidad de clasificar las secciones transversales de acero en clases y su aplicación directa en el cálculo de la estructura y el dimensionado de las secciones.

## 4 Obtención de la máxima capacidad de carga de la viga objeto de estudio para los distintos casos.

Dada la viga de la figura 3, se va a calcular la máxima carga de agotamiento considerando un comportamiento elástico y un comportamiento plástico de la sección.

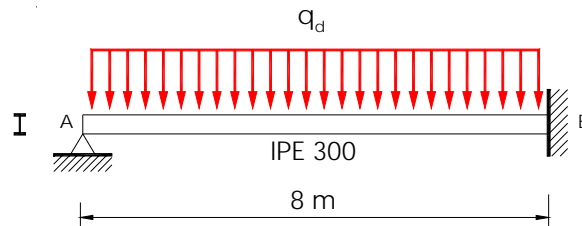


figura 3

### 4.1 Dimensionado de la sección en régimen elástico.

Se obtiene la distribución de tensiones normales de la figura 4, obtenida para el IPE 300 a partir de la ley de Navier-Bernoulli (ecuación 1)

En dicha figura se puede observar que la tensión máxima (ecuación 2) corresponde a la fibra más alejada ( $z_{max}$ )

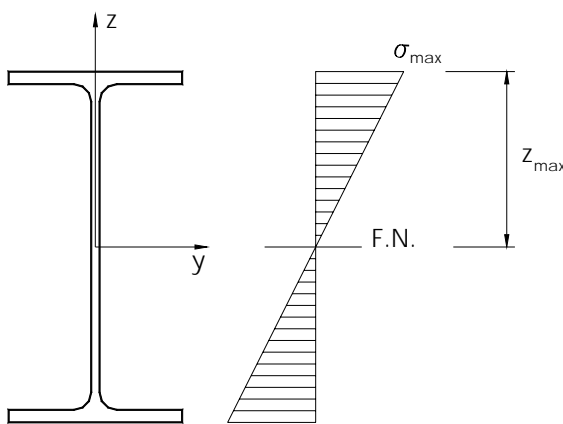


figura 4

$$\sigma = \frac{M_{Ed,y}}{I_y} \cdot z \quad (\text{ecuación 1})$$

$$\sigma_{max} = \frac{M_{Ed,y}}{I_y} \cdot z_{max} \quad (\text{ecuación 2})$$

Si se define el módulo resistente elástico respecto al eje  $y$  como:

$$W_{el,y} = \frac{I_y}{z_{max}}$$

La ecuación 2 será igual a:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{Ed,y}}{W_{el,y}} \quad (\text{ecuación 3})$$

El valor del módulo resistente elástico de los distintos perfiles laminados se encuentra en cualquier prontuario de perfiles de acero. Para el perfil del ejemplo, el IPE 300, su valor es de  $557 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$

En el límite, cuando la tensión máxima en la fibra más alejada es igual al límite elástico minorado del acero del perfil, tendremos la siguiente expresión (resultado de sustituir  $\sigma_{max}$  por  $f_{yd}$ )

$$f_{yd} = \frac{M_{Ed,y}}{W_{el,y}} \quad (\text{ecuación 4})$$

Se define el momento resistente elástico de un perfil, como aquel que genera una tensión máxima en la fibra más alejada de la sección igual a  $f_{yd}$ . Se representa por  $M_{Rd,el,y}$  y su valor se obtiene despejando el momento solicitación en la ecuación 4.

$$M_{Rd,el,y} = f_{yd} \cdot W_{el,y}$$

para el perfil objeto de estudio, un IPE 300 de acero S 275, el Momento resistente elástico respecto el eje y será igual a:

$$M_{Rd,el,y} = \frac{275}{1,05} \cdot 557 \cdot 10^3 = 145.880.952 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

Es decir, el máximo momento que aguanta el IPE 300 de acero S 275, en régimen elástico es de aproximadamente  $145 \text{ kN}\cdot\text{m}$

Considerando el diagrama de flectores de la figura 1, y teniendo en cuenta que la longitud de la viga son 8 metros, el máximo momento en la viga se produce en el empotramiento, y su valor es igual a:

$$M_{Ed,y} = \frac{q_d \cdot L^2}{8} = \frac{q_d \cdot 8^2}{8}$$

Igualando el máximo momento solicitación con el momento resistente elástico del perfil, se obtiene la máxima carga que es capaz de soportar la viga considerando un comportamiento elástico de la sección.

$$\frac{q_d \cdot 8^2}{8} = 145,8 \text{ kN}\cdot\text{m} \rightarrow q_d = 18,225 \text{ kN} / \text{m}$$

Es decir, la máxima carga que aguanta el IPE 300 de acero S 275 considerando un comportamiento elástico es de  $18,225 \text{ kN/m}$  lo que equivale a  $1882 \text{ kg/m}$ .

## 4.2 Dimensionado de la sección en régimen plástico.

La distribución de tensiones normales en régimen plástico supone que todas las fibras de la sección (no sólo la más alejada) alcanzan el límite elástico de cálculo, de modo que el diagrama de tensiones es birrectangular, tal y como muestra la figura 5

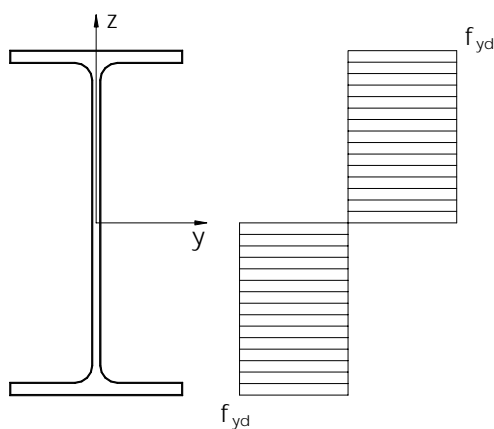


figura 5

Se define el momento resistente plástico de un perfil de acero como aquel que es capaz de plastificar todas y cada una de las fibras de la sección.

Su valor es igual a  $M_{Rd,pl,y} = f_{yd} \cdot W_{pl,y}$

Siendo  $W_{pl,y}$  el módulo resistente plástico de la sección.

El módulo resistente plástico se calcula considerando que la sección solicitada a flexión ha plastificado, estando una parte de la misma comprimida y otra traccionada, de modo que para que la



sección esté en equilibrio, es necesario que la fuerza resultante de la parte comprimida sea igual a la fuerza resultante de la traccionada, (véase figura 6)

$$A_1 \cdot f_{yd} = A_2 \cdot f_{yd} \rightarrow A_1 = A_2 = A/2$$

Dicho par de fuerzas, equilibra al momento de plastificación, por tanto

$$A_1 \cdot f_{yd} \cdot z_1 + A_2 \cdot f_{yd} \cdot z_2 = M_{Rd,pl} \quad \text{o lo que es lo mismo} \quad f_{yd} \cdot \frac{A}{2} \cdot (z_1 + z_2) = M_{Rd,pl}$$

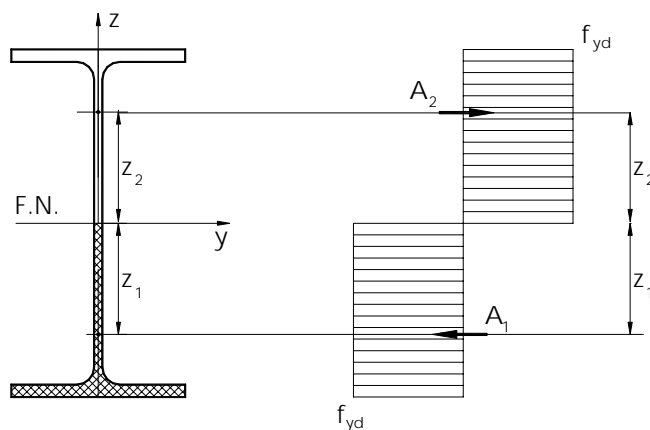


figura 6

Se define el módulo resistente plástico al término  $W_{pl} = \frac{A}{2} \cdot (z_1 + z_2)$  por similitud con el módulo resistente elástico definido en el epígrafe 4.1

Los módulos resistentes plásticos de los perfiles laminados se encuentran tabulados en los prontuarios adaptados al CTE o al Eurocódigo 3.

Para el IPE 300, el valor de  $W_{pl, Rd}$  es igual a  $628 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$ , siendo el Momento resistente plástico respecto al eje y del IPE 300 de acero S 275, igual a:

$$M_{Rd,pl,y} = \frac{275}{1,05} \cdot 628 \cdot 10^3 = 164.476.190 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

Lo que significa que el máximo momento que aguanta el IPE 300 de acero S 275, en régimen plástico es de aproximadamente  $164 \text{ kN}\cdot\text{m}$

Considerando el diagrama de flectores de la figura 1, y teniendo en cuenta que la longitud de la viga son 8 metros, el máximo momento en la viga se produce en el empotramiento, y su valor es igual a:

$$M_{Ed,y} = \frac{q_d \cdot L^2}{8} = \frac{q_d \cdot 8^2}{8}$$

Igualando el máximo momento sollicitación con el momento resistente plástico del perfil, se obtiene la máxima carga que es capaz de soportar la viga considerando un comportamiento plástico de la sección.

$$\frac{q_d \cdot 8^2}{8} = 164,4 \text{ kN}\cdot\text{m} \rightarrow q_d = 20,55 \text{ kN/m}$$

Es decir, la máxima carga que aguanta el IPE 300 de acero S 275 considerando un comportamiento plástico es de  $20,55 \text{ kN/m}$ , lo que equivale lo que equivale a  $2055 \text{ kg/m}$ , unos  $170 \text{ kg/m}$  más que en el caso anterior.

### 4.3 Análisis de la estructura en régimen plástico.

En el epígrafe anterior se ha obtenido el valor de la carga uniformemente repartida que plastifica la sección del empotramiento, es decir, que genera en el empotramiento (nudo B) un momento sollicitación igual al momento resistente plástico del IPE 300.

En la figura 7 se representa dicho esquema de carga y los diagramas de momentos flectores de la viga.

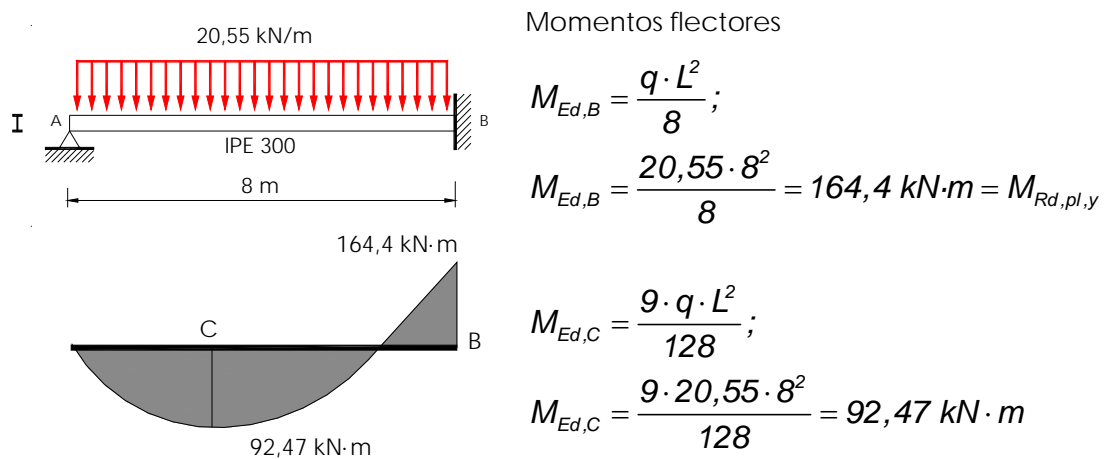


figura 7

En la figura anterior se observa que en la sección B el momento sollicitación es igual a  $164,4 \text{ kN}\cdot\text{m}$  (momento resistente plástico) y en la sección C, es igual a  $92,47 \text{ kN}\cdot\text{m}$ .

Cuando se realiza un análisis global de la estructura en régimen plástico, se supone que las secciones que han plastificado se comportan<sup>1</sup> como rótulas, de modo que la viga de la figura 7, sometida a una carga uniformemente repartida de  $20,55 \text{ kN/m}$  se modeliza como biarticulada, tal y como se muestra en la figura 8,

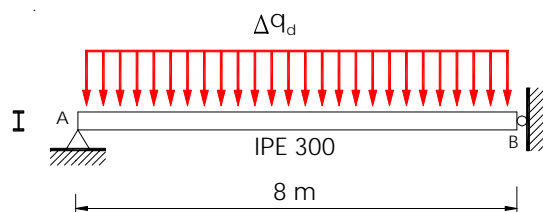


figura 8

<sup>1</sup> Dicha sección debería ser clase 1 para que poder considerar que realmente tiene la capacidad de giro necesaria para suponer que es una rótula. Véase el punto 5

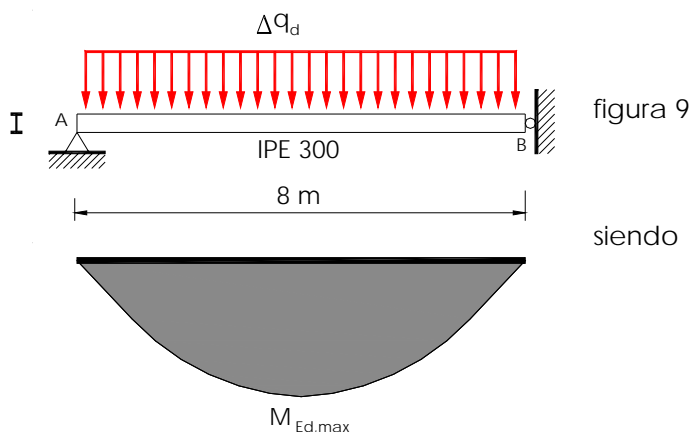


Esta viga biarticulada es capaz de soportar nuevas cargas, aumentando el momento en el centro de vano y permaneciendo constante y con valor igual a  $M_{pl,y,Rd}$  el momento en la sección B.

Para obtener la cantidad de carga adicional que puede aguantar hay que tener en cuenta que la sección más solicitada a flexión positiva es la C, con un momento sollicitación igual  $92,47 \text{ kN}\cdot\text{m}$  de modo que el máximo momento que podrá sollicitar a dicha sección, consecuencia del incremento de carga, será igual al momento resistente del perfil menos el momento que ya lo está sollicitando.

$$\text{Es decir, } M_{Ed,max,admissible} = M_{Rd,pl,y} - 92,47 \text{ kN}\cdot\text{m} = 71,93 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Con el valor del máximo momento admisible calculado, se obtiene el incremento de carga que resiste la viga modelizada como biapoyada, siendo el diagrama de flectores correspondiente el de la figura 9

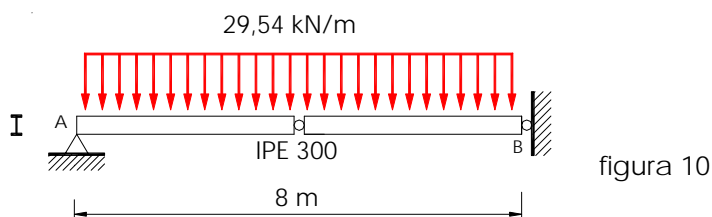


$$\text{siendo } M_{Ed,max} = \frac{\Delta q_d \cdot L^2}{8}$$

Para el caso que nos ocupa,  $M_{Ed,max} = \frac{\Delta q_d \cdot 8^2}{8}$ , valor del momento que debemos igualar con el máximo admisible para obtener el incremento de carga admisible por el IPE modelizado como una viga biapoyada.

$$M_{Ed,max,admissible} = 71,93 \text{ kN}\cdot\text{m} = \frac{\Delta q_d \cdot 8^2}{8} \rightarrow \Delta q_d = 8,99 \text{ kN} / \text{m}$$

De modo que si se añaden  $8,99 \text{ kN/m}$  a los  $20,55 \text{ kN/m}$  de la figura 7 se produce la plastificación de la sección del centro de vano de la viga, convirtiéndola en un mecanismo (figura 10)



Por tanto, la carga de agotamiento de la viga de la figura 3 obtenida con un análisis plástico de la estructura es de  $20,55 + 8,99 = 29,54 \text{ kN/m}$



## 4.4 Conclusiones

Los valores obtenidos para la carga de agotamiento de la viga objeto del problema (figura 3) en función del tipo de análisis global de la estructura y tipo de cálculo de la sección, se muestran en la tabla 1. En ella se puede observar que los métodos plásticos de dimensionado de la sección y análisis de la estructura permiten considerar una capacidad de carga mayor.

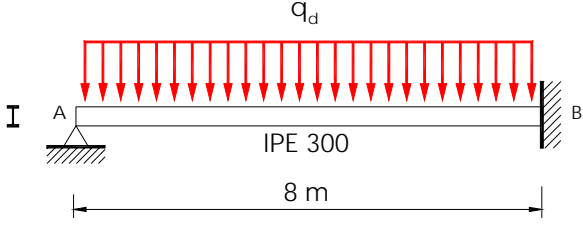
Carga de agotamiento $q_d$ de la viga de la figura considerando un régimen elástico o plástico para la sección y para la estructura		
		
Análisis global de la estructura <sup>2</sup>	en régimen elástico	en régimen plástico
Cálculo de la sección en régimen elástico	18,225 kN/m	No tiene sentido
Cálculo de la sección en régimen plástico	22,55 kN/m	29,54 kN/m

tabla 1

El análisis global de la estructura mediante el método elástico, es el que se realiza habitualmente en las estructuras de edificación. Corresponde a la obtención de solicitaciones con ayuda de un prontuario, con el método matricial, con el de cross o con la mayoría de los programas de cálculo de estructuras.

El análisis global de la estructura mediante el método plástico, sólo es posible realizarlo en estructuras hiperestáticas, y consiste en ir planteando sucesivos análisis elásticos tras la formación de cada rótulas hasta que la estructura se convierte en isostática. La generación de una rótula más daría lugar a un mecanismo y por tanto al colapso de la estructura.

## 5 Información complementaria: Clases de secciones

En los epígrafes 4.1 y 4.2 se ha dimensionado la viga de la figura 3 suponiendo un comportamiento elástico o plástico de la sección sin comprobar previamente que era posible alcanzar el límite elástico en la fibra más alejada (epígrafe 4.1) o que era posible plastificar la sección (epígrafe 4.2)

<sup>2</sup> Se entiende en ambos casos que es un análisis de primer orden, es decir, que se plantean las ecuaciones de equilibrio en la geometría no deformada.



Del mismo modo se ha realizado un análisis global de la estructura con el método plástico (epígrafe 4.3) sin comprobar previamente que la sección del empotramiento podía comportarse como una rótula.

Considerando la capacidad de deformación y de desarrollo de la resistencia plástica de los elementos planos comprimidos de una sección, el artículo 5.2.4 del DB SE Acero del CTE clasifica las secciones transversales en cuatro clases:

Clase 1: Plástica: Permiten la formación de la rótula plástica con la capacidad de rotación suficiente para la redistribución de momentos.

Clase 2: Compacta: Permiten el desarrollo del momento plástico con una capacidad de rotación limitada.

Clase 3: Semicompacta o Elástica: En la fibra más comprimida se puede alcanzar el límite elástico del acero pero la abolladura impide el desarrollo del momento plástico.

Clase 4: Esbelta. Los elementos total o parcialmente comprimidos de las secciones esbeltas se abollan antes de alcanzar el límite elástico en la fibra más comprimida.

Siendo necesario emplear uno de los métodos de cálculo definidos en la tabla siguiente para la verificación de la seguridad estructural teniendo en cuenta la clase de las secciones transversales.

MÉTODOS DE CÁLCULO		
Clase de sección	Método para la determinación de las solicitaciones	Método para la determinación de la resistencia de las secciones
Clase 1	Plástico o Elástico	Plástico o Elástico
Clase 2	Elástico	Plástico o Elástico
Clase 3	Elástico	Elástico
Clase 4	Elástico con posible reducción de rigidez	Elástico con resistencia reducida

De modo que, habría que haber verificado que la sección<sup>3</sup> IPE 300 de acero S 275 solicitado a flexión era al menos clase 3, para cálculo de la sección en régimen elástico (epígrafe 4.1) era clase 1 ó 2 para el cálculo de la sección en régimen plástico (epígrafe 4.2) y que era clase 1 para el Análisis plástico de la estructura (epígrafe 4.3)

## 6 Bibliografía

[1] Normativa Básica de la Edificación NBE EA-95. Consejo Superior de los Colegios de Arquitectos de España.

[2] MINISTERIO de la VIVIENDA: "Documento Básico Seguridad Estructural, Acero", Código Técnico de Edificación Disponible en: <http://www.codigotecnico.org>

---

<sup>3</sup> EL IPE 300 de acero S 275 solicitado a flexión es clase 1, de modo que todos los cálculos realizados son correctos.