

Tesis Doctoral

MODELACIÓN DE LA DEMANDA URBANA DE AGUA

Departamento de Ingeniería Hidráulica y Medio
Ambiente



UNIVERSIDAD
POLITECNICA
DE VALENCIA

PRESENTADA POR:

Vicente Juan García Carrasco

DIRIGIDA POR:

Dr. Enrique Cabrera Marcet

Dr. Rafael García Bartual

Valencia, Abril de 2.003

AGRADECIMIENTOS

Son muchas las personas que me han ayudado en la realización de esta Tesis, a quienes estoy profundamente agradecido. En primer lugar, mis dos Directores de Tesis, Enrique Cabrera y Rafael García, quienes en todo momento me han orientado en el proceso de investigación, y que me han servido de estímulo para la realización del trabajo.

Otras personas del Departamento de Ingeniería Hidráulica y Medio Ambiente me han prestado su ayuda desinteresada. Francisco Arregui me facilitó las mediciones que he utilizado para la elaboración del modelo, Carlos Balmaseda y Vicente Fuertes me han ayudado con algunos de los programas de cálculo que he utilizado. También quiero agradecer al Profesor Juan Marco que me introdujese en el complejo y a la vez interesante campo de los procesos estocásticos, y me animase a profundizar en este tema en los comienzos de la Tesis.

Un aspecto que ha resultado clave para validar el modelo que se ha presentado en esta Tesis, ha sido disponer de mediciones de consumos correspondientes a ciudades que presentasen patrones y hábitos de consumo diferentes. En este sentido, quiero agradecer la colaboración del Profesor Steven Buchberger de la Universidad de Cincinnati, quien nos ha facilitado mediciones correspondientes a una ciudad norteamericana, siendo una información valiosa para poder contrastar los resultados obtenidos.

El Profesor Alberto Ferrer, del Departamento de Estadística e Investigación Operativa, me ha ayudado a resolver algunas cuestiones estadísticas sobre las que no encontraba respuesta, por lo que también quiero reconocerle su aportación.

Por último, quiero expresar el agradecimiento a mi familia, por el apoyo que me han prestado. Por una parte, mis padres, que me han animado y han tenido que sufrir las consecuencias negativas de este trabajo. Por otra parte, mi hermano, que me dio la idea de realizar la Tesis, así como de escribirla en \LaTeX , y que ha dedicado parte de su tiempo en aclararme numerosas dudas.

RESUMEN

El diseño y la operación eficaces de un sistema de abastecimiento de agua urbano pasa por la existencia de un modelo matemático de la red de distribución, mediante el cual puedan analizarse distintas condiciones de funcionamiento. En general, el comportamiento hidráulico de sus elementos puede ser bien caracterizado, a partir de ecuaciones conocidas y métodos de resolución contrastados empíricamente. Pero las mayores incertidumbres provienen de las demandas nodales, variables externas de carácter aleatorio y por lo tanto de difícil cuantificación y predicción. Su importancia es obvia, al determinar las capacidades y estados de carga de la red.

Tradicionalmente, la determinación de las demandas nodales se ha realizado considerando unas dotaciones de agua promedio, obtenidas repartiendo espacial y temporalmente los registros de los contadores, a las que se afecta de unos coeficientes punta ó unos coeficientes de modulación, que vienen definidos por unos patrones de consumo más ó menos estandarizados. Si bien este planteamiento resulta adecuado cuando la escala de agregación espacial y temporal es grande, es inadecuado cuando se trabaja con escalas de agregación menores, especialmente cuando se quiere estudiar la evolución de la calidad del agua en el sistema, que requiere como paso previo la determinación de las variables hidráulicas.

El establecer de una manera correcta la carga que debe satisfacer una red de abastecimiento es una de las cuestiones que hasta ahora menos atención ha recibido, fundamentalmente por dos razones. Por un lado, porque el proceso por el que se producen los consumos de agua es esencialmente estocástico, siendo necesario recurrir a técnicas de análisis estadístico de acuerdo con la teoría de procesos estocásticos. Por otro lado, por la dificultad de disponer de registros de consumos que sean representativos y que tengan la suficiente resolución para poder realizar un análisis riguroso. Los avances tecnológicos en los sistemas de medición y almacenamiento de caudales permiten que cada vez sea más sencillo disponer de registros detallados, haciendo que la segunda dificultad señalada pierda importancia. Esto ha motivado que desde hace unos pocos años, exista un creciente interés por modelar los patrones de consumo, teniendo en cuenta su aleatoriedad. La presente Tesis queda incluida dentro de esta línea de investigación.

En esta Tesis se presenta un modelo estocástico para simular consumos domésticos de agua, basado en un proceso de pulsos rectangulares de Poisson. El modelo repre-

senta cada consumo elemental mediante un pulso rectangular caracterizado por una duración y una intensidad determinadas, que se consideran variables aleatorias para el conjunto de pulsos. Un proceso de punteo no homogéneo establece, con independencia de la duración e intensidad, la ocurrencia a lo largo del día de los pulsos, admitiéndose la simultaneidad de hasta cuatro de ellos, algo improbable cuando se trata de demandas domésticas.

El modelo queda definido a través de nueve parámetros integrados en cinco funciones estadísticas. La duración y la intensidad de los pulsos son modeladas, respectivamente, por una distribución exponencial, de un parámetro, y por una de Weibull con dos parámetros. El proceso estocástico de punteo lo regula una función intensidad suma a su vez de otras dos. La primera, con tres parámetros independientes, define el patrón temporal diario mientras la segunda, con un solo parámetro, toma en cuenta la aleatoriedad de la demanda doméstica. Por último, una distribución log-normal, con dos parámetros, representa la serie de consumos diarios de una vivienda.

Con objeto de evaluar la bondad del modelo, se han estimado los parámetros correspondientes a diversas viviendas de Valencia, Castellón y Milford (Estados Unidos), generando a continuación series sintéticas de consumos, y comparando para las series histórica y sintética, algunos estadísticos de las variables más relevantes (consumo diario, consumo máximo horario, intensidad máxima diaria, número de horas de consumo, etc.). En general, se observa un buen ajuste entre ambas series de datos, produciéndose para la serie sintética, máximos mayores que para la serie histórica, lo que es importante de cara a su generalización. Por otra parte, se han utilizado las series sintéticas generadas, en diversas aplicaciones relacionadas con el análisis de redes (carga de modelos matemáticos, detección de fugas, análisis de la calidad del agua en aljibes, etc.), comparando los resultados obtenidos con los correspondientes a las series históricas.

Aunque el modelo se ha desarrollado principalmente para simular consumos domésticos de agua, se puede extender a cualquier otro tipo de consumo recurrente en el tiempo, si se dispone de suficientes datos históricos para realizar el ajuste.

ABSTRACT

The optimal design and operation of urban water supply systems requires a mathematical model of the network, allowing numerical simulation of the operation of the system under different assumptions and conditions. In general, the hydraulic elements are well described and have a well known behaviour, which is characterized through sets of equations empirically contrasted. But some external variables like those referred to node demands are largely random and unpredictable, being particularly important as they determine the hydraulic heads and states of the network.

Usually these quantities are estimated from time-averaged demands, obtained from records that are affected by empirical peak coefficients, derived from standard modulation curves. This procedure is not either rigorous nor sufficient when a higher time resolution of the process is to be modelled. Such is the case, for instance, when certain quality aspects in the network are to be analyzed.

The correct estimation of hydraulic heads from node demands finds two main obstacles. First, the consumption process in time is subjected to highly random and unpredictable factors, requiring the use of stochastic models. Secondly, the registers with the necessary length, resolution and reliability for such type of applications are scarce. The improvement of measurement techniques provides better possibilities to tackle this problem. This research makes use of such type of high-resolution registers, being included in the just mentioned research line.

An original stochastic model is developed to simulate residential water demands in time. The model uses the theory of stochastic point process, and is built upon the concept of elementary rectangular pulse of consumption. Every pulse has a duration and intensity, both treated as independent random variables. The occurrence along the day of such pulses follows a non homogeneous Poisson process.

The complete model includes 9 parameters, to be estimated from historical records. The exponential approximation is used to describe pulse durations, while a Weibull function is used for pulse intensities. The intensity function of the non-homogeneous Poisson process has two components: a time pattern which is deterministic and defines the daily pattern, plus a random component to account for the empirically observed degree of fluctuations. Finally, a log-normal distribution is used to model the daily totals.

The parameters of the model were estimated for different residences in the cities of Valencia, Castellón and Milford (USA). Additionally, a software was developed for synthetic generation of series with the model. Comparison between empirical and synthetic statistics yielded to an evaluation of the models performance. Among the basic first and second order statistics of the series, other relevant statistics were computed, like peaks distribution, maximum hourly consumption, number of consumption hours during the day, etc. In general, the behaviour of the model was found to be satisfactory. One of the interesting results is that the model can clearly generalize situations, as some outliers were found in the synthetic series, in accordance to what should clearly be expected for longer periods of simulation. On the other hand, such synthetic series were used in practice to simulate the operation of the network, establishing new criteria to improve losses detection, quality of the water in storage devices, etc.

Guidelines for an extension of the model have been proposed, in order to make it useful under different conditions, like other types of demands, or different urban scales.

RESUM

El disseny i l'operació eficaços d'un sistema d'abastament d'aigua urbà passa per l'existència d'un model matemàtic de la xarxa de distribució, mitjançant el qual poden analitzar-se distintes condicions de funcionament. En general, el comportament hidràulic dels seus elements pot ser ben caracteritzat a partir d'equacions conegudes i mètodes de resolució contrastats empíricament. Però les majors incerteses provenen de les demandes nodals, variables externes de caràcter aleatori i per tant de difícil quantificació i predicció. La seva importància és òbvia, al determinar les capacitats i estats de càrrega de la xarxa.

Tradicionalment, la determinació de les demandes nodals s'ha realitzat considerant unes dotacions d'aigua mitjanes, obtingudes repartint espacial i temporalment els registres dels comptadors, a les que s'afecta d'uns coeficients punta o uns coeficients de modulació, que venen definits per uns patrons de consum més o menys estandaritzats. Si bé aquest plantejament resulta adequat quan l'escala d'agregació espacial i temporal és gran, és inadequat quan es treballa amb escales d'agregació menors, especialment quan es vol estudiar l'evolució de la qualitat de l'aigua en el sistema, que requereix com a pas previ la determinació de les variables hidràuliques.

L'establir d'una manera correcta la càrrega que déu satisfer una xarxa d'abastament és una de les qüestions que fins ara menys atenció ha rebut, fonamentalment per dues raons: Per una banda, perquè el procés pel que es produeixen els consums d'aigua és essencialment estocàstic, essent necessari recórrer a tècniques d'anàlisi estadístic d'acord amb la teoria de processos estocàstics. Per altra banda, per la dificultat de disposar de registres de consums que siguin representatius i que tinguin la suficient resolució per a poder realitzar un anàlisi rigorós. Els avançaments tecnològics en els sistemes de mesura i emmagatzematge de cabals permeten que cada vegada siga més senzill disposar de registres detallats, fent que la segona dificultat assenyalada perda importància. Açò ha motivat que des de fa uns pocs anys, hi haja un creixent interès per modelar els patrons de consum, tenint en compte la seva aleatorietat. La present Tesi queda inclosa dintre d'aquesta línia d'investigació.

En aquesta Tesi es presenta un model estocàstic per a simular consums domèstics d'aigua, basat en un procés de polsos rectangulars de Poisson. El model representa cada consum elemental mitjançant un pols rectangular caracteritzat per una durada i una intensitat determinades, les quals es consideren variables aleatòries per al

conjunt de polsos. Un procés de punteig no homogeni estableix, independentment de la durada i de la intensitat, l'ocurrència al llarg del dia dels polsos, admetent-se la simultaneïtat de fins a quatre d'ells, cosa improbable quan es tracta de demandes domèstiques.

El model queda definit a través de nou paràmetres integrats en cinc funcions estadístiques. La durada i la intensitat dels polsos són modelades, respectivament, per una distribució exponencial, d'un paràmetre, i per una distribució de Weibull amb dos paràmetres. El procés estocàstic de punteig el regula una funció intensitat suma a la seva vegada d'altres dues. La primera, amb tres paràmetres independents, defineix el patró temporal diari mentre la segona, amb un sol paràmetre, té en compte l'aleatorietat de la demanda domèstica. Per últim, una distribució log-normal, amb dos paràmetres, representa la sèrie de consums diaris d'un habitatge.

Amb l'objectiu d'avaluar la bondat del model, s'han estimat els paràmetres corresponents a diversos habitatges de València, Castelló i Milford (Estats Units), generant a continuació sèries sintètiques de consums, i comparant per a les sèries històrica i sintètica, alguns estadístics de les variables més rellevants (consum diari, consum màxim horari, intensitat màxima diària, nombre d'hores de consum, etc.). En general, s'observa un bon ajust entre ambdues sèries de dades, produint-se per a la sèrie sintètica màxims majors que per a la sèrie històrica, la qual cosa és important de cara a la seva generalització. Per altra banda, les sèries sintètiques generades s'han emprat en diverses aplicacions relacionades amb l'anàlisi de xarxes (càrrega de models matemàtics, detecció de fuites, anàlisi de la qualitat de l'aigua en aljubs, etc.), comparant els resultats obtinguts amb els corresponents a les sèries històriques.

Encara que el model s'ha desenvolupat principalment per a simular consums domèstics d'aigua, es pot estendre a qualsevol altre tipus de consum recurrent en el temps, si es disposa de suficients dades històriques per a realitzar l'ajust.

Índice General

AGRADECIMIENTOS	i
RESUMEN	iii
ABSTRACT	v
RESUM	vii
1 INTRODUCCIÓN	1
1.1 Antecedentes	3
1.2 Trabajos previos	10
1.3 Justificación y objetivos de la Tesis	12
1.4 Estructura de la Tesis	16
2 PROBLEMÁTICA DEL ESTUDIO DE REDES DE AGUA	19
2.1 Introducción	21
2.2 Clasificación de modelos matemáticos para el estudio de redes	22
2.2.1 Modelos matemáticos en función de la variable tiempo	24
2.2.2 Modelos hidráulicos y modelos de calidad	29
2.2.2.1 Ecuaciones que gobiernan los modelos de calidad	30
2.2.2.2 Clases de modelos de calidad	34
2.3 Modelación de una red de abastecimiento	46
2.3.1 Etapas en la elaboración de un modelo	48
2.3.1.1 Recopilación de información	48
2.3.1.2 Esqueletización de la red	51
2.3.1.3 Estimación de la demanda y asignación de cargas	52
2.3.1.4 Calibración del modelo	54
2.4 Modelación de la calidad del agua en depósitos	66
2.4.1 Mezcla y envejecimiento en instalaciones de almacenamiento	67
2.4.2 Modelos de sistemas	70
2.5 Sensibilidad de las presiones respecto a los parámetros que definen los elementos de la red	83
2.6 Aplicaciones de los modelos matemáticos de redes	88
2.6.1 Detección de fugas	88
2.6.1.1 Medición de caudales nocturnos en el Reino Unido	92

2.6.1.2 Discriminación del agua incontrolada	110
2.6.1.3 Aplicación de los métodos inversos a la detección de fugas	120
2.6.2 Análisis de la fiabilidad de redes de abastecimiento	139
2.6.2.1 Modos de fallos	140
2.6.2.2 Análisis de la fiabilidad de los componentes	143
2.6.2.3 Modelos y técnicas para la evaluación de la fiabilidad de la red	148
2.7 Conclusiones	171
3 MODELACIÓN ESTOCÁSTICA DE LOS CONSUMOS DE AGUA	175
3.1 Introducción	177
3.2 Conceptos previos de la teoría de probabilidades	178
3.2.1 Espacio muestral	179
3.2.2 Sucesos	179
3.2.3 Probabilidad	179
3.2.4 Variables aleatorias	181
3.2.5 Hipótesis estadísticas	185
3.2.6 Bondad del ajuste	185
3.2.7 Procesos estocásticos	188
3.3 El proceso de Poisson	189
3.3.1 Definición axiomática del proceso de Poisson	191
3.3.2 Proceso de Poisson no-homogéneo	192
3.3.3 Proceso de Poisson generalizado	193
3.3.4 Proceso de Poisson compuesto	193
3.3.5 Proceso de Poisson filtrado	194
3.3.6 Tiempos entre llegadas y tiempos de espera	195
3.3.7 Estimación del parámetro ν de un proceso de Poisson	197
3.3.8 Comparación de dos procesos de Poisson	198
3.3.9 El modelo de Poisson de pulsos rectangulares (PRPM)	198
3.4 Teoría de colas	200
3.4.1 Medidas de ejecución de un sistema de colas	202
3.4.2 Procesos de nacimiento y extinción	203
3.5 Algunas evidencias que apoyan la hipótesis del modelo PRP	206
3.5.1 Número de servidores ocupados en una vivienda	208
3.5.2 Número de servidores ocupados en un bloque de viviendas	209
3.5.3 Caudal de agua en una vivienda	210
3.5.4 Caudal de agua en un bloque de viviendas	212
3.5.5 Evaluación de hipótesis	213
3.5.6 Ejemplo de aplicación	215
3.5.6.1 Distribución de viviendas ocupadas	215
3.5.6.2 Estadísticos de la demanda de agua	217
3.6 Formulación del modelo estocástico	219
3.6.1 Duraciones de pulso. Distribución exponencial	220
3.6.2 Intensidades de pulso. Distribución de Weibull	222

3.6.3	Proceso estocástico de punteo en el tiempo	222
3.6.4	Consumo diario. Distribución log-normal	224
3.6.5	Cierre del modelo	224
3.6.6	Parámetros y ecuaciones del modelo	226
3.7	Conclusiones	226
4	CONSTRUCCIÓN DEL MODELO. EJEMPLOS	229
4.1	Introducción	231
4.2	Identificación de los pulsos de consumo domésticos	232
4.2.1	Suavización de la señal	233
4.2.1.1	Identificación de inodoro	236
4.2.1.2	Identificación de serie irregular	237
4.2.2	Separación de pulsos	238
4.2.2.1	Superposición de más de dos pulsos	242
4.2.2.2	Superposición de inodoro	244
4.2.2.3	Resumen del proceso de separación de pulsos	251
4.3	Estimación de parámetros	261
4.3.1	Análisis de los datos de Valencia	261
4.3.1.1	Estimación de parámetros para una vivienda	262
4.3.1.2	Estimación de parámetros para el conjunto de viviendas	266
4.3.2	Análisis de los datos de Castellón	268
4.3.2.1	Estimación de parámetros para una vivienda	268
4.3.2.2	Estimación de parámetros para el conjunto de viviendas	270
4.3.3	Análisis de los datos de Milford	271
4.3.3.1	Estimación de parámetros para una vivienda	273
4.3.3.2	Estimación de parámetros para el conjunto de viviendas	274
4.4	Simulación numérica de las demandas de agua domésticas	277
4.4.1	Resultados para una vivienda de Valencia	278
4.4.2	Resultados para el conjunto de viviendas de Valencia	280
4.4.3	Resultados para una vivienda de Castellón	282
4.4.4	Resultados para el conjunto de viviendas de Castellón	283
4.4.5	Resultados para una vivienda de Milford	284
4.4.6	Resultados para el conjunto de viviendas de Milford	285
4.5	Valoración del modelo	286
4.5.1	Proceso de punteo a lo largo del día	289
4.5.2	Duración de los pulsos	290
4.5.3	Intensidad de los pulsos	294
4.5.4	Ecuación de continuidad	296
4.6	Conclusiones	298
5	METODOLOGÍA PARA LA EXTENSIÓN DEL MODELO	303
5.1	Introducción	305
5.2	Procedimientos de muestreo	306
5.3	Estimadores	310

5.3.1	Estimación puntual y por intervalos de confianza	312
5.3.1.1	Intervalos de confianza cuando el estimador es insesgado	314
5.3.1.2	Influencia del sesgo en los intervalos de confianza	315
5.4	Tamaño de la muestra	316
5.4.1	Muestreo aleatorio simple	317
5.4.1.1	Tamaño de muestra para un error de muestreo dado	318
5.4.1.2	Tamaño de muestra para un error de muestreo y un co- eficiente de confianza dados	320
5.4.2	Muestreo estratificado aleatorio	321
5.4.2.1	Afijación de la muestra	322
5.4.2.2	Tamaño de la muestra	325
5.5	Etapas en la realización de un programa de muestreo	327
5.5.1	Establecer los objetivos	327
5.5.2	Definición de la población a muestrear	328
5.5.3	Establecimiento del marco	329
5.5.4	Seleccionar un plan de muestreo	330
5.5.5	Seleccionar una muestra para caracterizar la población	331
5.5.5.1	Determinación del tamaño de la muestra	332
5.5.5.2	Selección del tipo de encuesta	333
5.5.6	Seleccionar una muestra para medir los parámetros poblacionales	338
5.5.7	Control de calidad	339
5.6	Análisis de sensibilidad del modelo estocástico	340
5.6.1	Consumo diario	342
5.6.2	Consumo máximo horario	342
5.6.3	Intensidad máxima diaria	344
5.7	Conclusiones	344
6	APLICACIONES DEL MODELO ESTOCÁSTICO	349
6.1	Introducción	351
6.2	Construcción de modelos matemáticos de redes	351
6.3	Análisis de la calidad del agua en depósitos domiciliarios	363
6.3.1	Tiempo de residencia del agua en aljibes	364
6.3.1.1	Determinación de $Q_{entrada}$	366
6.3.1.2	Determinación de Q_{bomba}	369
6.3.1.3	Integración de las ecuaciones de continuidad	370
6.3.1.4	Depósito de mezcla completa	372
6.3.1.5	Modelo de tres compartimentos	375
6.3.2	Ejemplo de aplicación	379
6.3.2.1	Dimensionado de la instalación	380
6.3.2.2	Resultados para una ocupación de 14 viviendas	385
6.3.2.3	Resultados para una ocupación de 4 viviendas	386
6.4	Detección de fugas	390
6.5	Análisis de la fiabilidad en redes de abastecimiento	403
6.6	Conclusiones	410

7	CONCLUSIONES	415
7.1	Principales aportaciones de la presente Tesis	417
7.2	Conclusiones	419
7.3	Desarrollos futuros	426
	REFERENCIAS	429
A	CÓDIGO DE LOS PRINCIPALES PROGRAMAS DE CÁLCULO	439
A.1	Identificación de pulsos individuales	441
A.1.1	Suavización de la señal	441
A.1.2	Separación de pulsos	458
A.2	Generación de series sintéticas	483
B	RESULTADOS DE LAS SIMULACIONES PARA LAS VIVIEN-	
	DAS ANALIZADAS	493

Índice de Figuras

1.1	Estimación de la carga del modelo	6
1.2	Asignación de demandas a los nudos de consumo	7
1.3	Curva de modulación típica	10
2.1	Desarrollo histórico de la modelación de sistemas de distribución de agua	23
2.2	Diagrama de flujo de un modelo cuasi-estático	27
2.3	Esquema de cálculo de procedencias	36
2.4	Etapas del transporte de masa en la línea	41
2.5	Redistribución de masa en una línea al cambiar la segmentación	43
2.6	Método de Liou y Kroon	45
2.7	Representación de los nudos y tramos de un sistema de distribución	47
2.8	Curva de modulación estándar de consumo doméstico	53
2.9	Efecto del error de medida en el coeficiente C	57
2.10	Regímenes de flujo ideales	67
2.11	Tiempo de retención promedio en depósitos que se llenan y vacían	70
2.12	Representación esquemática de un modelo de tanque de tres compartimientos	73
2.13	Configuraciones de los modelos de compartimientos	76
2.14	Sensibilidad de la pérdida de carga frente al caudal y la rugosidad	86
2.15	Esquema de la red de abastecimiento	87
2.16	Sensibilidad de la presión frente a la demanda y la rugosidad	90
2.17	Detección de roturas por medición de caudales mínimos nocturnos	93
2.18	Componentes de los caudales mínimos nocturnos	95
2.19	Mediana de los caudales de las roturas a 50 m.c.a. frente al diámetro	101
2.20	Factor corrector del intervalo de muestreo para una duración estándar de 1 hora	105
2.21	Metodología para evaluar el exceso probable de caudal nocturno, como consecuencia de roturas no comunicadas en un DMA	109
2.22	Auditoría completa de una red de abastecimiento	111
2.23	Relación $\sigma(Q) - x$ para una red de distribución	118
2.24	Esquema de la red ejemplo (Pudar y Liggett, 1992)	127
2.25	Esquema de integración (método de las características)	132
2.26	Curva de mortalidad ó curva en bañera	145
2.27	Esquema de la red ejemplo	158

2.28 Metodología propuesta por Gargano y Pianese (2000) para evaluar la fiabilidad	162
2.29 Coeficiente de demanda para una población de 5000 usuarios	168
2.30 Representación esquemática del sistema de distribución analizado . . .	170
3.1 Función muestral típica de un proceso de Poisson $\{N(t), t \geq 0\}$	190
3.2 La distribución de Poisson para $\lambda = 0.5, 1, 2, 3, 4, 8, 12$ y 16	191
3.3 Modelo de Poisson de pulsos rectangulares	198
3.4 Estructura básica de un sistema de colas	200
3.5 Diagrama esquemático de la ecuación de equilibrio en un proceso de nacimiento y extinción	206
3.6 Esquema de un ramal ciego	207
3.7 Comparación de las funciones de distribución calculada y observada .	216
3.8 Separación de dos pulsos superpuestos	218
3.9 Desplazamiento del eje de ordenadas para considerar una duración mínima	221
4.1 Pulso rectangular simple	232
4.2 Llenado de cisterna de inodoro	233
4.3 Suavización de la señal	234
4.4 Pulsos de dos consumos consecutivos	235
4.5 Pulso equivalente rectangular al llenado de la cisterna de un inodoro .	238
4.6 Serie irregular	239
4.7 Diagrama de flujo de la suavización de la señal	240
4.8 Perfil de intensidad correspondiente a la superposición de 2 pulsos . .	241
4.9 Diferentes perfiles de intensidad debidos a la superposición de 3 pulsos	243
4.10 Diferentes combinaciones de pulsos para una secuencia 1-3-2	244
4.11 Superposiciones en las que están presentes uno ó varios inodoros . . .	246
4.12 Superposiciones en las que están presentes uno ó varios inodoros (cont.)	247
4.13 Superposiciones en las que están presentes uno ó varios inodoros (cont.)	248
4.14 Superposiciones en las que están presentes uno ó varios inodoros (cont.)	249
4.15 Superposiciones consecutivas de 2 pulsos	252
4.16 Pulsos completamente incluidos dentro de otros	257
4.17 Separación cuando hay pulsos incluidos dentro de otros	258
4.18 Unión de niveles de intensidad contiguos	259
4.19 Diagrama de flujo de la separación de pulsos	260
4.20 Función de densidad de las duraciones de pulso	262
4.21 Función de densidad de las intensidades de pulso	263
4.22 Distribución horaria del número medio de pulsos	264
4.23 Obtención de los residuos	265
4.24 Histograma de frecuencias de los residuos	265
4.25 Distribución de las duraciones	267
4.26 Distribución de las intensidades	267
4.27 Distribución horaria del número medio de pulsos	268

4.28	Distribución de las duraciones	269
4.29	Distribución de las intensidades	269
4.30	Distribución horaria del número medio de pulsos	270
4.31	Distribución de las duraciones	271
4.32	Distribución de las intensidades	271
4.33	Distribución horaria del número medio de pulsos	272
4.34	Distribución de las duraciones	274
4.35	Distribución de las intensidades	274
4.36	Distribución horaria del número medio de pulsos	275
4.37	Distribución de las duraciones	275
4.38	Distribución de las intensidades	276
4.39	Distribución horaria del número medio de pulsos	276
4.40	Intensidad máxima diaria	280
4.41	Consumo máximo horario	280
4.42	Intensidad máxima diaria	281
4.43	Consumo máximo horario	282
4.44	Intensidad máxima diaria	283
4.45	Consumo máximo horario	283
4.46	Intensidad máxima diaria	284
4.47	Consumo máximo horario	285
4.48	Intensidad máxima diaria	286
4.49	Consumo máximo horario	287
4.50	Intensidad máxima diaria	288
4.51	Consumo máximo horario	288
4.52	Comparación entre las funciones exponencial y Gamma	292
4.53	Intensidad máxima diaria	293
4.54	Consumo máximo horario	294
4.55	Comparación de las funciones de distribución teórica y muestral . . .	295
4.56	Relación entre el error relativo del volumen total y el coeficiente de correlación entre duraciones e intensidades	299
5.1	Principales procedimientos de muestreo en el espacio	307
5.2	Principales procedimientos de muestreo en el tiempo ó en una dimensión	308
5.3	Tamaño de muestra para estimar la media poblacional	319
5.4	Tamaño muestral n para una precisión r y una amplitud del intervalo de confianza $2 * 2\sigma$	335
5.5	Curvas $g(t)$ a considerar en el análisis de sensibilidad	341
5.6	Sensibilidad del consumo diario	343
5.7	Sensibilidad del consumo máximo horario	345
5.8	Sensibilidad de la intensidad máxima diaria	346
6.1	Esquema de la red de abastecimiento analizada	355
6.2	Comparación de las presiones en los nudos de consumo (función exponencial)	357

6.3	Comparación de los tiempos de permanencia en los nudos de consumo (función exponencial)	358
6.4	Comparación de las presiones en los nudos de consumo (función Gamma)	360
6.5	Comparación de los tiempos de permanencia en los nudos de consumo (función Gamma)	361
6.6	Esquema de una instalación receptora de agua con grupo de sobreelevación	365
6.7	Proceso iterativo para el cálculo del factor de fricción	368
6.8	Relación entre el grado de apertura y K_v/K_{v0} para válvulas de asiento plano en Y	369
6.9	Representación del modelo de tres compartimientos	375
6.10	Esquema de la sección del edificio considerado	380
6.11	Pérdidas de carga a válvula abierta (Ross 20F 1")	382
6.12	Especificaciones de la bomba	383
6.13	Tiempo de residencia para una ocupación de 14 viviendas	390
6.14	Tiempo de residencia para una ocupación de 14 viviendas (cont.)	391
6.15	Tiempo de residencia para una ocupación de 4 viviendas	392
6.16	Tiempo de residencia para una ocupación de 4 viviendas (cont.)	393
6.17	Red ejemplo para la discriminación del agua incontrolada	396
6.18	Curvas de modulación para cada tipo de demanda	398
6.19	Modelación de los caudales de fuga	400
6.20	Relaciones $\sigma_s(Q) \div x$	401
6.21	Relaciones $\sigma_s(Q) \div x$ promedio	402
6.22	Relaciones $\sigma_s(Q) \div x$ diferenciando días laborables y fines de semana	403
6.23	Red ejemplo de Gargano y Pianese (2000)	405
6.24	Representación gráfica del índice de fiabilidad hidráulica	408
6.25	Representación gráfica del índice de fiabilidad hidráulica (cont.)	409
6.26	Representación gráfica del índice de fiabilidad global	411
B.1	495
B.2	496
B.3	497
B.4	498
B.5	499
B.6	500
B.7	501
B.8	502
B.9	503
B.10	504
B.11	505
B.12	506
B.13	507
B.14	508

ÍNDICE DE FIGURAS

B.15	509
B.16	510
B.17	511
B.18	512
B.19	513
B.20	514
B.21	515
B.22	516
B.23	517
B.24	518
B.25	519
B.26	520
B.27	521
B.28	522
B.29	523
B.30	524
B.31	525

Índice de Tablas

2.1	Mínimo conjunto de propiedades necesarias para modelar los componentes de la red	50
2.2	Datos iniciales	85
2.3	Propiedades de los nudos	88
2.4	Propiedades de las líneas	89
2.5	Estadísticos del consumo nocturno doméstico	97
2.6	Consumo medio nocturno para usuarios no domésticos	99
2.7	Proporción de fugas comunicadas en función del tipo de tubería . . .	101
2.8	Proporción de fugas comunicadas en función del tipo de tubería . . .	103
2.9	Factor corrector de la presión	104
2.10	Factor corrector del intervalo de muestreo	104
2.11	Hoja de cálculo del caudal mínimo nocturno	106
2.12	Ejemplo de cálculo del caudal mínimo nocturno	107
2.13	Propiedades de las tuberías	127
2.14	Situaciones de fuga analizadas	128
2.15	Alturas en los nudos bajo las tres situaciones de fugas	128
2.16	Solución inversa para el caso de tres puntos de medida	128
2.17	Variación en las áreas de fuga debido a errores en la medición de las alturas	129
2.18	Variación en las áreas de fuga debido a errores en los coeficientes de rugosidad	130
3.1	Leyes de probabilidad discretas	183
3.2	Leyes de probabilidad continuas	184
3.3	Estadísticos del caudal en ramales ciegos	213
3.4	Demandas de agua registradas en viviendas de Valencia	218
3.5	Demandas de agua registradas en viviendas de Valencia (cont.)	219
4.1	Coefficientes para la superposición de varios pulsos	253
4.2	Combinaciones de superposición de pulsos analizadas	254
4.3	Combinaciones de superposición de pulsos analizadas (cont.)	255
4.4	Combinaciones de superposición de pulsos analizadas (cont.)	256
4.5	Porcentajes de pulsos de muy corta duración - Vivienda 3 Valencia .	263
4.6	Consumo diario de agua - Vivienda 3 Valencia	266
4.7	Porcentajes de pulsos de muy corta duración - Suma viv. Valencia . .	267

4.8	Porcentajes de pulsos de muy corta duración - Vivienda 3-A Castellón	270
4.9	Porcentajes de pulsos de muy corta duración - Suma viv. Castellón	272
4.10	Diferencias entre los procedimientos para identificar los pulsos rectangulares	273
4.11	Comparación de valores medios diarios	273
4.12	Porcentajes de pulsos de muy corta duración - Vivienda 8 Milford	275
4.13	Porcentajes de pulsos de muy corta duración - Suma viv. Milford	277
4.14	Comparación entre la serie sintética y la histórica - Viv. 3 Valencia	278
4.15	Desviaciones producidas entre la serie sint. y la hist. - Viv. 3 Valencia	279
4.16	Comparación entre la serie sintética y la histórica - Suma viv. Valencia	281
4.17	Desviaciones producidas entre la serie sint. y la hist. - Suma viv. Valencia	281
4.18	Comparación entre la serie sintética y la histórica - Viv. 3-A Castellón	282
4.19	Desviaciones producidas entre la serie sint. y la hist. - Viv. 3-A Castellón	283
4.20	Comparación entre la serie sintética y la histórica - Suma viv. Castellón	284
4.21	Desviaciones producidas entre la serie sint. y la hist. - Suma viv. Castellón	284
4.22	Comparación entre la serie sintética y la histórica - Viv. 8 Milford	286
4.23	Desviaciones producidas entre la serie sint. y la hist. - Viv. 8 Milford	286
4.24	Comparación entre la serie sintética y la histórica - Suma viv. Milford	287
4.25	Desviaciones producidas entre la serie sint. y la hist. - Suma viv. Milford	287
4.26	Vivienda 3 Valencia. Duraciones ajustadas a una función Gamma	293
4.27	Comparación de desviaciones producidas entre la serie sint. y la hist. - Viv. 3 Valencia	293
5.1	Tamaño muestral n para una precisión r y una amplitud del intervalo de confianza $2 * 2\sigma$	334
5.2	Comparación de las encuestas por correo, telefónicas y personales	336
6.1	Asignación de viviendas a los nudos de consumo	355
6.2	Resultados obtenidos para las presiones (función exponencial)	356
6.3	Resultados obtenidos para los tiempos de permanencia (función exponencial)	359
6.4	Resultados obtenidos para las presiones (función Gamma)	362
6.5	Resultados obtenidos para los tiempos de permanencia (función Gamma)	362
6.6	Dimensiones de los tubos de acero galvanizado	381
6.7	Tiempo de residencia para un modelo de mezcla completa (14 viviendas)	386
6.8	Tiempo de residencia para un modelo de tres compartimentos (14 viviendas)	387
6.9	Parámetros de funcionamiento de la bomba (14 viviendas)	388
6.10	Tiempo de residencia para un modelo de mezcla completa (4 viviendas)	388

6.11	Tiempo de residencia para un modelo de tres compartimientos (4 viviendas)	389
6.12	Parámetros de funcionamiento de la bomba (4 viviendas)	394
6.13	Características de la red ejemplo	396
6.14	Resultados obtenidos para las diferentes curvas de modulación analizadas	399
6.15	Comparación de las rectas promedio correspondientes a la serie histórica y a la serie sintética	400
6.16	Principales características de las tuberías	405
6.17	Principales características de los nudos	406
6.18	Índices de fiabilidad hidráulica para diferentes configuraciones	407
6.19	Índices de fiabilidad global de los nudos y de la red	410

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN

1.1 Antecedentes

Una red de distribución de agua consiste en un conjunto de elementos (tuberías, depósitos, válvulas, bombas, etc.), convenientemente interconectados entre sí, cuya finalidad es conducir el agua desde los puntos de producción y almacenamiento hasta los puntos de consumo, en unas condiciones adecuadas, tanto hidráulicas, como de calidad del agua. Desde un punto de vista hidráulico, los caudales demandados por los usuarios del servicio deben ser satisfechos en un rango de presiones determinado, mientras que desde el punto de vista de la calidad del agua, se debe garantizar que el agua alcanza los puntos de consumo en las debidas condiciones de potabilidad, mediante la existencia de una concentración suficiente de agente desinfectante.

En función de su topología, las redes de distribución se pueden clasificar en ramificadas y malladas. Las redes ramificadas se caracterizan por presentar un aspecto arborescente, que se ramifica desde el punto de alimentación hacia los puntos de consumo, lo que permite conocer los caudales que circulan por las tuberías sin conocer las características de las mismas, siendo suficiente disponer de los consumos de la red y de la conectividad de las tuberías. Respecto a las redes malladas, ofrecen un aspecto reticular, con circuitos cerrados de tuberías, no pudiendo conocerse los caudales circulantes si no se conocen las características de las tuberías, debiendo aplicarse, además de las ecuaciones de continuidad, las ecuaciones de equilibrio de malla.

Las redes malladas presentan como ventaja frente a las ramificadas, una mayor fiabilidad, al existir caminos alternativos para abastecer a los puntos de consumo en caso de rotura en una tubería. Por otro lado, permiten una distribución más uniforme de las presiones, como consecuencia de los diferentes caminos que dispone el agua para llegar a los consumidores, además de evitar el deterioro del agua que se produce en los extremos de las redes ramificadas, al permanecer estancada durante largos períodos de tiempo. En contrapartida, estas redes suponen un coste de inversión mayor que las ramificadas, al ser mayores las longitudes de las conducciones que deben instalarse. Por este motivo, cuando se persigue como principal objetivo, la economía en la inversión de la red proyectada, se adoptan redes ramificadas, como es el caso de las redes de riego, las redes interiores de servicio en las industrias, ó las instalaciones interiores de los edificios. Sin embargo, en el caso de las redes de abastecimiento urbanas, en donde interesa garantizar una seguridad en el suministro a los usuarios, las redes son con carácter general malladas, aunque puedan contener de forma aislada algunas ramificaciones, en tuberías de diámetros pequeños.

Con objeto de abordar el problema del cálculo de las redes malladas, en 1.936 Hardy Cross aplicó al campo de la Hidráulica un método que había desarrollado para el cálculo de estructuras. Debido a la no linealidad de las ecuaciones, se requería un gran esfuerzo para obtener una solución, por lo que únicamente podían resolverse sistemas simples de tuberías consistentes en unas pocas mallas, y bajo determina-

das condiciones. Con el desarrollo de los ordenadores a partir de la década de 1960, se dio un nuevo impulso al estudio de la modelación de redes, inicialmente implementando el método de Hardy Cross en los programas de análisis, aunque pronto fueron reemplazados por programas que usaban el método más potente de Newton-Raphson para resolver las ecuaciones no lineales de equilibrio. Desde entonces, han sido numerosos los avances en este campo, tanto por lo que respecta al desarrollo de nuevos algoritmos de cálculo más potentes, como a la caracterización hidráulica de los diferentes elementos que componen una red de distribución. De esta manera, en la actualidad está extendido el análisis de redes mediante modelos matemáticos implementados en ordenador, siendo una herramienta esencial en cualquier gestión avanzada de un abastecimiento.

Dichos modelos matemáticos consisten en un conjunto de líneas y nudos que representan de una forma simplificada los elementos de la red. Las líneas se corresponden con la simplificación del entramado de tuberías, y con las válvulas y bombas incluidas en el modelo, mientras que los nudos son los depósitos, los puntos de consumo ó inyección del modelo, y las conexiones de dos ó más líneas modeladas.

El modelo matemático pretende reproducir el comportamiento del sistema real que representa, mediante la resolución de un sistema de ecuaciones, calculando para los elementos que pertenecen al modelo, los parámetros que los caracterizan.

Puesto que el resultado obtenido mediante el modelo siempre va a ser una aproximación de lo que sucede en la realidad, el nivel de detalle del modelo dependerá en gran medida de la aplicación a la que se destine. Por ejemplo, cuando queremos estudiar la calidad del agua en el interior de la red, se aconseja llegar al máximo grado de detalle, pues las pequeñas tuberías juegan un papel muy importante en el deterioro de la calidad del agua.

Dependiendo de cómo se considere la variable tiempo en el modelo, éstos se pueden clasificar en modelos estáticos y modelos dinámicos. Los modelos estáticos calculan el estado de la red en un instante de tiempo determinado, mientras que los modelos dinámicos simulan el comportamiento de la red a lo largo del tiempo, siendo los más utilizados los modelos cuasi-estáticos ó simulación en período extendido, en los cuales se simulan una serie de estados permanentes sucesivos, con unas condiciones de contorno variables en el tiempo, que son las que le confieren el carácter dinámico al modelo.

En líneas generales, podemos decir que los modelos estáticos se utilizan cuando se pretende diseñar una red de abastecimiento, en donde se somete la red a los caudales punta, ó cuando se estudia el comportamiento de la red en unas determinadas condiciones, por ejemplo para evaluar cuáles serán las presiones máximas cuando se produzca el consumo mínimo, la respuesta de la red ante una avería, etc. En cambio, cuando se quiere analizar el comportamiento de la red a lo largo del día, por

ejemplo para evaluar y optimizar el consumo energético, la fiabilidad, el rendimiento hidráulico de la red, la determinación de consignas de explotación, etc., se recurre a una simulación en período extendido.

Como se ha indicado anteriormente, el resultado obtenido a partir de un modelo matemático es una aproximación de la realidad. La bondad del modelo, cuando éste representa una red en servicio, depende del ajuste que se realice de los parámetros que definen el comportamiento de los diferentes elementos. De entre estos parámetros, revisten especial interés los siguientes:

- Diámetro de las tuberías.
- Rugosidad de las tuberías.
- Demanda en los nudos de consumo.

Si bien el diámetro y la rugosidad de las tuberías son dos variables en las que existe una considerable incertidumbre, por cuanto existen diversos factores que van a alterar los valores que inicialmente tenía la red, entre los cuales se pueden citar, la antigüedad de la red, su topología, modo de funcionamiento, composición química del agua, etc., es la demanda en los nudos de consumo (como se verá en el Capítulo 2) la variable que más incidencia va a tener en la respuesta del modelo.

De esta manera, la caracterización adecuada de la demanda de agua va a tener importancia, tanto para poder evaluar la respuesta de la red bajo estados de carga que sean representativos, como para poder obtener un modelo matemático de la red que esté bien calibrado. La calibración es el proceso mediante el cual los parámetros del modelo son ajustados, de forma que los resultados del mismo coincidan con la suficiente precisión con las mediciones efectuadas en la red. Para poder realizar dicha calibración, es esencial conocer con bastante exactitud la demanda en los nudos del modelo.

Hay tres cuestiones básicas relacionadas con el consumo de agua que deben ser resueltas cuando se construye un modelo hidráulico:

1. Cuánta agua se va a usar.
2. Dónde están localizados los puntos de consumo.
3. Cómo varía el consumo en función del tiempo.

Con objeto de determinar la demanda en los nudos, normalmente se comienza estimando una demanda promedio, sobre la cual se aplicarán coeficientes punta en el caso de simulaciones estáticas, ó coeficientes de modulación, en el caso de simulaciones en período extendido. Para la determinación de dicha demanda promedio, se pueden tomar diferentes fuentes de información. Por un lado, se pueden utilizar

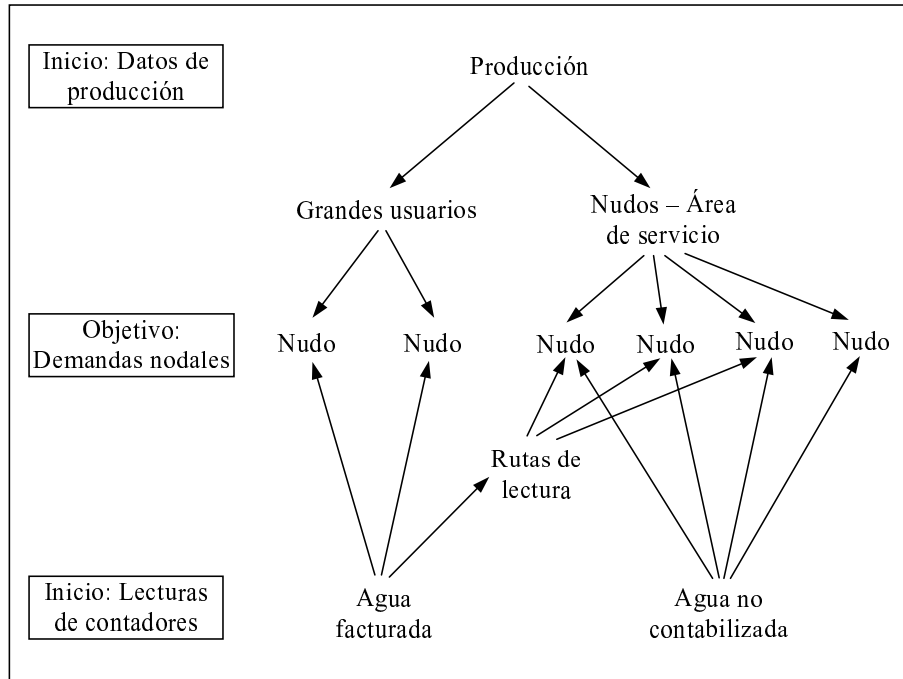


Figura 1.1.- Estimación de la carga del modelo

registros del propio abastecimiento relacionados con la producción de agua en las estaciones de tratamiento, caudal ó volumen de agua bombeado, caudal inyectado en los diferentes puntos de alimentación de la red, variación de niveles en los depósitos de almacenamiento, etc. Por otro lado, las lecturas de los contadores de los abonados que sirven de base para la facturación, representan otra fuente importante de información. Teniendo en cuenta el período medio entre lecturas (habitualmente dos ó tres meses), los volúmenes facturados pueden ser convertidos a caudales promedio.

La información obtenida debe ser convenientemente tratada para poder determinar las demandas en los nudos de consumo. Existen dos posibles formas de proceder: de arriba hacia abajo ó de abajo hacia arriba. Ambos métodos están basados en conceptos generales de balance de masa, y están representados en la Figura 1.1. La determinación de la demanda de arriba hacia abajo supone comenzar desde las fuentes de suministro, y descender hasta las demandas nodales. Con el conocimiento sobre la producción del agua y los principales consumidores de agua, el resto de la demanda es desagregada entre el resto de consumidores. El procedimiento de abajo hacia arriba parte de los registros individuales de facturación de los abonados, agregando diferentes consumos para obtener las demandas nodales. La mayoría de los métodos empleados para cargar un modelo son una combinación de ambos procedimientos. De hecho, la determinación del agua no contabilizada se calcula como diferencia entre la producción de agua, y el volumen de agua medido a los abonados, repartiendo posteriormente dicha diferencia entre los nudos según un determinado criterio de reparto, como puede ser la proporcionalidad de los consumos realmente

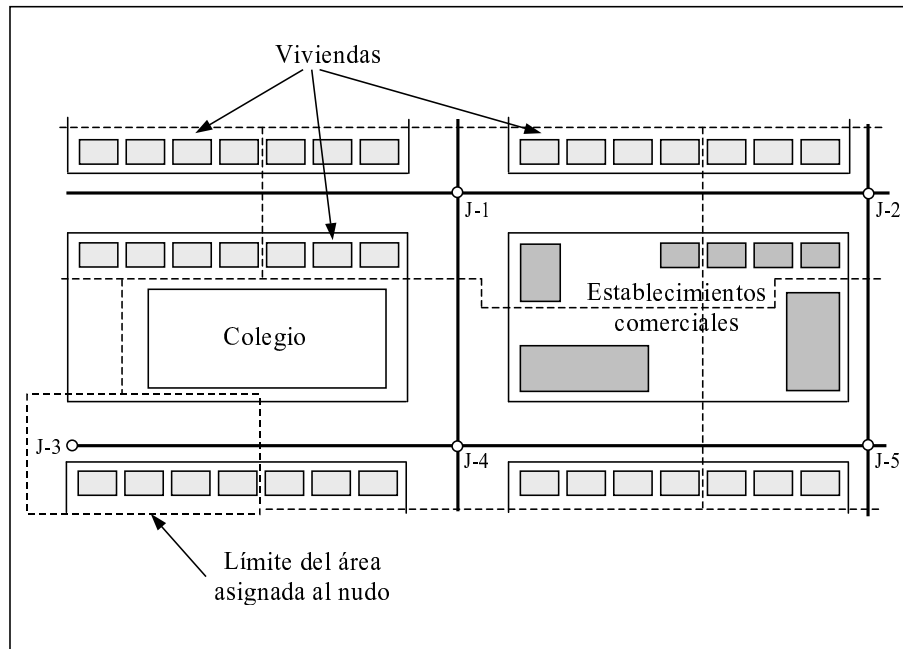


Figura 1.2.- Asignación de demandas a los nudos de consumo

medidos.

Existen diferentes formas de realizar la asignación de cargas cuando se parte de las facturaciones de los abonados, entre las cuales se pueden citar las siguientes:

Asignación punto a punto. El proceso consiste en relacionar cada abonado con un nudo del modelo, y asignar su consumo a dicho nudo. Sumando los consumos de todos los abonados asignados a cada nudo, se obtienen las demandas nodales. Para realizar dicha asignación, se busca relacionar el abonado con un nudo cercano, ó con el nudo que se puede considerar que abastece al abonado. Es un proceso que si se hace correctamente resulta bastante fiable, pero que es muy laborioso porque hay que realizarlo punto a punto. No obstante, en la actualidad, el uso de Sistemas de Información Geográfica en los abastecimientos permite la automatización de este proceso. En la Figura 1.2 se indica un ejemplo de este método. Las líneas discontinuas representan las fronteras entre asociaciones de nudos, de forma que por ejemplo, al nudo J-4 le corresponden 7 viviendas, 1 colegio, y 1 edificio comercial.

Asignación por mallas del modelo. (Martínez, 1994) En este caso, se suman los consumos de todos los abonados que quedan dentro de cada sector, que se hacen coincidir con las mallas del modelo, obteniendo el consumo total del sector, y posteriormente repartiéndolo en partes iguales entre los nudos que cierran la malla. La demanda en el nudo se obtiene sumando las demandas correspondientes a cada una de las mallas a las que pertenece el nudo. Para

realizar este proceso, en la base de datos de abonados se debe incluir el sector al que pertenece cada abonado, debiendo crearse además una base de datos de sectores, en la que figuren los nudos que pertenecen a cada sector.

Asignación por derivaciones de líneas y nudos. (Vela, 1988). En primer lugar, se calculan los consumos por calles, relacionando la base de datos de abonados (en donde se incluye la localización de la acometida que da servicio a cada abonado), con la base de datos de calles. Por otra parte, conociendo el sector de consumo al que pertenece cada calle, se obtiene el consumo de cada sector, sumando el de todas las calles que pertenecen al mismo. En este caso, se crean dos bases de datos nuevas, la de derivaciones de línea y derivaciones de nudo, en donde se incluyen, con su correspondiente sección, las derivaciones que salen de las líneas y nudos que cierran la malla hacia el interior del sector. Sumando las secciones de cada derivación, se calcula una sección equivalente de derivación hacia el sector, y dividiendo el consumo del sector por esta sección, se calcula una velocidad media de circulación por cada derivación. Multiplicando dicha velocidad por la sección de cada derivación, se obtiene un caudal derivado. Los caudales derivados por cada línea que cierra la malla son entonces sumados, y se reparten al 50% entre los nudos extremos. La demanda total en el nudo se obtiene finalmente sumando el caudal derivado desde los mismos, y el correspondiente a las líneas que cierran las mallas. Puesto que este proceso tiene en cuenta el reparto real de consumos dentro del sector, posee una mayor precisión que la asignación por sectores.

Asignación de consumos unitarios por calle. Calculando los metros de tubería que discurren por cada calle, se crea una base de datos de tuberías. Con la base de datos de abonados se obtiene el consumo por calle, y dividiendo por los metros totales de tubería en cada calle, se calcula un consumo unitario por calle. Multiplicando dicho consumo unitario por los metros de cada tubería que discurre por la calle, se obtiene un consumo por tubería, y utilizando la base de datos que se utilizó para la esqueletización de la red, se transforma el consumo por tubería, a consumo por línea del modelo. La demanda de los nudos se obtiene repartiendo los consumos de línea entre los nudos extremos, y sumándolos a los consumos propios de los nudos.

Con los procedimientos indicados, es posible asignar una demanda media a los nudos de consumo, lo que corresponde a un estado medio de carga de la red. Para realizar simulaciones estáticas, debemos adaptar el estado medio de carga en la red al que se produce en el instante de la simulación; en el caso de abordar un problema de diseño, dicho consumo medio sería corregido por un coeficiente punta, dependiente del número de usuarios. Por ejemplo, el coeficiente punta que se debería aplicar a la demanda del día promedio para obtener la demanda del día máximo puede obtenerse mediante la ecuación (1.1).

$$K_p = Q_{max}/Q_{prom} \quad (1.1)$$

siendo:

K_p : coeficiente punta;

Q_{max} : demanda del día máximo (m^3/s);

Q_{prom} : demanda del día promedio (m^3/s).

La determinación de los coeficientes punta de todo el sistema suele ser bastante fácil, ya que la mayoría de empresas mantienen registros sobre la producción del agua y los niveles de los depósitos. Sin embargo, los coeficientes punta para diferentes tipos de demanda aplicados en nudos individuales es más difícil de determinar, debido a que los nudos no necesariamente siguen el mismo patrón de demanda que el sistema en su conjunto.

Los coeficientes punta del día máximo al día promedio suelen estar comprendidos entre 1,2 a 3,0, mientras que los coeficientes del día promedio a la hora punta tienden a estar entre 3,0 y 6,0. Puesto que estos valores son específicos de cada sistema, deberán ser determinados en cada caso particular.

Cuando se realiza una simulación en período extendido, se debe tener en cuenta la variación temporal de la demanda. Las variaciones temporales del consumo de agua en un abastecimiento urbano siguen un ciclo diario de 24 horas, quedando caracterizadas mediante una curva de modulación, que expresa la variación de la relación entre el caudal instantáneo y el caudal promedio. Sin embargo, el consumo experimenta cambios no sólo diariamente, sino también semanalmente y anualmente. Como cabe esperar, los patrones de consumo de los días laborables difieren de los correspondientes a los fines de semana. Las diferencias estacionales del consumo de agua están relacionadas con los cambios climáticos, tales como la temperatura y la precipitación, así como el cambio de hábitos de los usuarios, de forma que durante los meses de verano aumentan las actividades recreativas y agrícolas.

En la Figura 1.3 se representa una curva de modulación típica para un área residencial. Hay un consumo relativamente bajo durante la noche, cuando la mayor parte de las personas están durmiendo, se incrementa durante las primeras horas de la mañana, a medida que la gente se levanta y se arregla; durante la mitad del día, el consumo disminuye, y finalmente, se incrementa por la tarde, cuando se produce el regreso a casa.

Como es lógico, los patrones de consumo de agua son tan diversos como los propios consumidores. En el caso de los nudos en los que existen diferentes usos de agua (doméstico, industrial, etc.), suele adoptarse una curva de modulación diferente para cada uno de dichos usos, debido a que normalmente presentan patrones bien diferenciados. Hay ocasiones en donde existen usuarios cuyos patrones de demanda difieren significativamente del patrón de demanda típico asignado al grupo al que pertenecen. Para la mayoría de usuarios, la repercusión que tienen tales diferencias sobre el modelo es insignificante. No obstante, para otros usuarios, tales como las

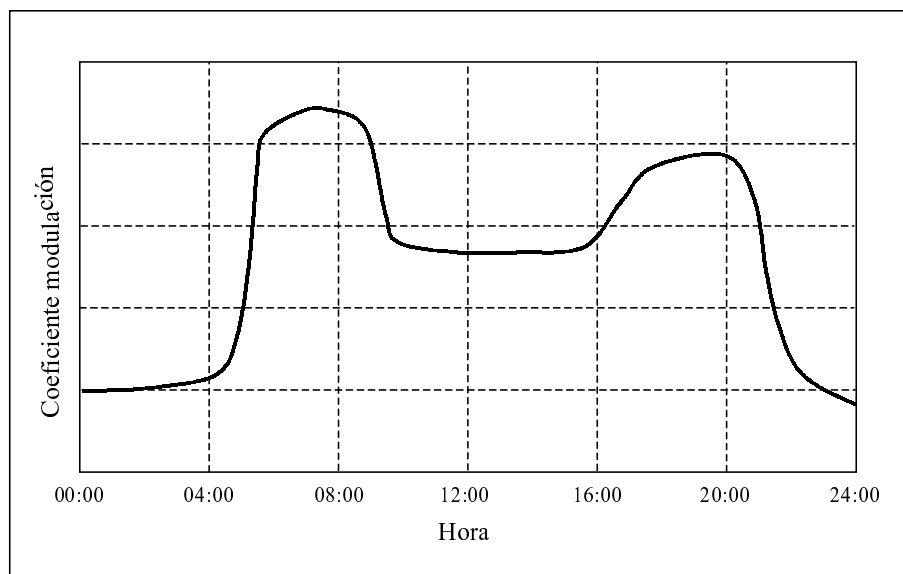


Figura 1.3.- Curva de modulación típica

industrias, los errores en el patrón de consumo pueden tener un impacto mayor sobre el modelo. En general, cuanto mayor sea el consumo individual de un usuario, más importante será una buena caracterización de su patrón de consumo.

1.2 Trabajos previos

La modelación de la demanda de agua ha centrado la atención de una serie de investigadores en los últimos años. Kiya y Murakawa (1989) distinguieron claramente dos métodos para la determinación de la carga de diseño para edificios, el método de simulación y el método de probabilidad. Ambos métodos están basados en la hipótesis que las tasas de llegada, es decir, la frecuencia a la cual los usuarios demandan agua, siguen una distribución de Poisson. Esta hipótesis fue corroborada en su trabajo, en donde además, aparece recogida una cantidad significativa de datos sobre consumo de agua para diferentes tipos de edificios, así como sobre las propiedades de descarga de algunos aparatos sanitarios. El interés de estos autores se centra principalmente en el diseño de las instalaciones sanitarias de los edificios.

Bowen *et al.* (1993) midieron el uso de agua en cinco ciudades de Estados Unidos, tanto en verano como en invierno, para períodos continuos de una semana como mínimo. Se seleccionaron ocho categorías de usuarios (en función de si la vivienda era unifamiliar ó colectiva, su tamaño y su antigüedad) para cada ciudad, y las mediciones se realizaron en alrededor de 10 viviendas por categoría. Los datos fueron analizados estadísticamente para determinar el patrón de uso volumétrico, con respecto al caudal y la hora del día. Además de la conocida interacción entre el clima y el consumo de agua, se observó que el ciclo de consumo a lo largo del día

era periódico, repetido cada día de forma significativa. Los autores comprobaron que la mayor parte del agua consumida estaba en el rango de 2 a 6 gpm (0,13 a 0,38 l/s), así como que los datos de consumo de agua medidos se aproximaban a una distribución log-normal.

Buchberger y Wu (1995) desarrollaron un modelo para evaluar la distribución de probabilidad del caudal a través de un ramal ciego que suministra agua a un bloque de viviendas heterogéneas, asumiendo que las demandas de agua residenciales ocurren según un proceso no homogéneo de pulsos rectangulares de Poisson. Wells (1994) y Buchberger y Wells (1996) registraron las demandas de agua en cuatro viviendas unifamiliares para un período de un año, y convirtieron las demandas en pulsos simples equivalentes rectangulares, comprobando que las demandas de agua pueden ser adecuadamente representadas como pulsos rectangulares, aunque se encontraron diferencias significativas entre las medias y varianzas del número de pulsos, mayores de lo que se podría esperar del original proceso no homogéneo de pulsos rectangulares de Poisson. En un trabajo más reciente, Buchberger y Lee (1999) midieron las demandas de agua en 21 viviendas unifamiliares durante un período de un año, concluyendo que la frecuencia relativa observada de viviendas ocupadas y las propiedades estadísticas de los caudales muestran un mejor ajuste con la hipótesis del proceso de Poisson de pulsos rectangulares.

DeOreo *et al.* (1996) registraron las demandas de agua en 16 viviendas durante tres semanas, e identificaron el aparato sanitario correspondiente a cada uso, obteniendo los intervalos de caudal y volumen para cada aparato.

Xu y Goulter (1998) proponen una metodología de dos etapas para la estimación de la fiabilidad en redes de distribución de agua, teniendo en cuenta las incertidumbres en las demandas nodales, capacidad de las tuberías, niveles de los depósitos, y disponibilidad de los componentes del sistema. Se asume que tanto las demandas, como los niveles de los depósitos y las rugosidades de las tuberías son variables con una distribución normal. Un análisis de sensibilidad realizado sobre una red, muestra que las fiabilidades de los nudos y del sistema son sensibles a cambios en las demandas nodales y niveles de depósitos, y relativamente insensibles a variaciones de la rugosidad de las tuberías. El modelo propuesto se desarrolla a partir de un modelo hidráulico en estado estacionario, si bien se considera necesario un modelo que tenga en cuenta el carácter dinámico de los sistemas de distribución de agua, considerando las variaciones diarias y estacionales de la demanda.

Mayer *et al.* (1999) registraron el consumo de agua en 1.188 viviendas unifamiliares situadas en 14 ciudades de Norte América, correspondientes a 12 localizaciones diferentes. Los datos fueron obtenidos aproximadamente durante cuatro semanas para cada vivienda, habiendo sido dividido el período de medida en dos intervalos de dos semanas espaciados en el tiempo, de forma que se pudieran abarcar los períodos de verano (consumo punta) e invierno. El almacenamiento de la información se

llevó a cabo mediante un data-logger conectado al contador de agua de la vivienda, que registraba el consumo a intervalos de 10 segundos, midiéndose tanto el consumo interior como el exterior. Mediante un programa de análisis, se consiguió desagregar el registro continuo de caudal obtenido, en los diferentes usos individuales. El principal objetivo de este estudio fue proporcionar información acerca de la cantidad de agua que se emplea para cada uso en las viviendas, haciendo posible la estimación del ahorro que se puede conseguir mediante diferentes programas de conservación de agua. Por otra parte, a partir de los datos desagregados se desarrollaron modelos de predicción que permiten estimar la demanda de agua doméstica.

Gargano y Pianese (2000) describen una metodología para evaluar la fiabilidad de los sistemas de distribución de agua. Este enfoque incluye como uno de sus pasos, la generación de varios conjuntos de demandas en los nudos, cada una compuesta de 24 valores horarios. Para generar estos valores sintéticos, se considera una curva de modulación estándar para una población de 5.000 usuarios, caracterizada por un pico durante la mañana, y otros dos picos menores por la tarde y noche. Esta curva de modulación es entonces corregida a través de la generación de números aleatorios utilizando el método de Monte Carlo, considerando los coeficientes horarios como variables aleatorias.

1.3 Justificación y objetivos de la Tesis

El objetivo de las redes de abastecimiento es satisfacer las demandas de agua requeridas por los usuarios del servicio. La respuesta del sistema va a estar condicionada fundamentalmente por dichas demandas, que pueden ser vistas como las cargas que debe soportar una estructura. Sin embargo, en el caso de las demandas, éstas no permanecen constantes a lo largo del tiempo, sino que varían aleatoriamente siguiendo unos determinados patrones temporales.

La obtención de la demanda base promedio de los nudos de una red comporta una serie de dificultades. Normalmente, dicha demanda suele obtenerse a partir de las facturaciones de los abonados, así como de los caudales inyectados a través de los puntos de alimentación del sistema. No obstante, los intervalos de tiempo sobre los que se calculan los caudales promedio no son homogéneos en toda la red. Mientras que habitualmente se conocen los caudales inyectados de una forma diaria, ó incluso instantánea si se dispone de un sistema de telegestión, los volúmenes de agua facturados comprenden un período mayor, habitualmente varios meses, y ni siquiera coinciden las fechas en las que se toman las lecturas de todos los abonados, como consecuencia de las diferentes rutas de lectura. Ello conlleva que los diferentes consumos obtenidos no puedan sumarse directamente, debido a la variación estacional de las demandas. El desconocimiento del valor y localización de las fugas, de los errores de contadores, y en general, del caudal no contabilizado, añaden incertidumbre a la asignación de demandas a los nudos.

Por otra parte, aunque la utilización de coeficientes punta ó de modulación puede resultar conveniente cuando se analiza un sector de la red, ó la red en su conjunto, lo que corresponde a la utilización de un macromodelo ó modelo estratégico de la red, en donde el grado de detalle se limita a unas pocas líneas y nudos cuyo comportamiento sea equivalente al de todo el sistema, dicho planteamiento puede no resultar adecuado en el resto de casos, puesto que la aleatoriedad en los usos que realizan los diferentes usuarios, va a producir una mayor variabilidad en los consumos observados, que la obtenida aplicando los citados coeficientes.

Este problema es particularmente evidente en el caso de los consumos domésticos (frente por ejemplo, a un uso industrial, en el que los consumos dependen en gran medida del proceso productivo), pues si bien se observan una serie de patrones que se repiten periódicamente, existe una fuerte componente aleatoria, debido a lo impredecible del comportamiento humano. El consumo de agua doméstico es además, el componente más grande del consumo de agua de un abastecimiento urbano, a menudo sobrepasando el 75% del consumo total del sistema (Wells, 1994), siendo normalmente del 50 al 65% de la demanda de agua del sistema (Billings y Jones, 1996). En nuestro país, según la estadística del agua correspondiente al año 1.999, elaborada por el Instituto Nacional de Estadística, los hogares utilizaron el 67% del agua distribuida para abastecimiento urbano.

El tratamiento del consumo de agua doméstico como una variable aleatoria que debe estimarse mediante métodos probabilísticos, más que determinísticos, ha sido puesto de manifiesto por diversos autores, como se ha visto en el apartado anterior.

El objetivo general de la presente Tesis es desarrollar un modelo estocástico que permita simular los consumos instantáneos de agua producidos en un usuario individual. Esto permitirá la obtención de demandas de agua con cualquier nivel de agregación, tanto temporal como espacial. La generación de series sintéticas de consumos mediante el modelo permitirá obtener diferentes estados de carga de la red, que podrán ser utilizados tanto en aplicaciones de diseño (dimensionado de las instalaciones de producción de agua y de los elementos que componen la red), como en aplicaciones de planificación y mantenimiento (evaluación de fugas, planificación de la rehabilitación ó reposición de tuberías existentes, establecimiento de las consignas de funcionamiento de los elementos de regulación, análisis de fiabilidad de la red, estudio de los costes energéticos del abastecimiento, etc.).

Sin ánimo de restar generalidad a los contenidos presentados, se va a aplicar el modelo estocástico a la obtención de consumos domésticos producidos en el interior de las viviendas. Sin embargo, el tratamiento que se realiza de las variables que intervienen en el proceso, permitirá la aplicación del modelo a otro tipo de consumos, tanto los que se producen en el exterior de las viviendas, como los realizados por otros grupos de usuarios (comercios, industrias, etc.).

El modelo propuesto está basado en la hipótesis que los consumos de agua siguen un proceso de Poisson de pulsos rectangulares. El proceso de Poisson, principal representante de la familia de procesos estocásticos de punteo, describe una serie de ocurrencias independientes que se producen en el eje de tiempos mediante algún mecanismo estocástico, y que están separadas entre sí mediante intervalos distribuidos exponencialmente. Sobre la base del proceso de Poisson, se han desarrollado progresivamente formulaciones más complejas, que han resultado especialmente fructíferas en la modelación temporal de la precipitación. Mediante el modelo de pulsos rectangulares, los hietogramas son modelados como series de ocurrencias, cada una de las cuales tiene asociada una duración e intensidad media aleatorias.

De una forma más concreta, los principales objetivos de la Tesis pueden quedar resumidos en los siguientes:

- Revisar el análisis de redes de agua mediante el uso de modelos matemáticos, haciendo hincapié en la problemática que presenta el conocimiento adecuado de las demandas que deben asignarse a los nudos de la red.
- Proponer una metodología para separar e identificar los pulsos individuales de consumos de agua que se producen en una vivienda a lo largo del día, a partir de un registro continuo de caudales.
- Realizar un análisis riguroso de los procesos que intervienen en el consumo de agua, describiendo cada uno de estos procesos mediante funciones matemáticas adecuadas.
- Integrar todos los procesos mencionados en un modelo estocástico que permita la obtención de series sintéticas de consumos instantáneos.
- Comparar los patrones y características de los consumos en varias viviendas de ciudades diferentes.
- Evaluar el comportamiento del modelo desarrollado en diferentes aplicaciones relacionadas con el análisis de redes de agua.
- Elaborar un programa de muestreo para poder estimar los parámetros del modelo correspondientes a una red de abastecimiento, de cara a su aplicación práctica para estimar las demandas nodales de una red.

Con objeto de desarrollar los objetivos de la Tesis, se han utilizado mediciones detalladas de consumos correspondientes a viviendas de Valencia, Castellón y Milford (Estados Unidos). Las mediciones de Milford fueron llevadas a cabo por el Profesor Steven Buchberger de la Universidad de Cincinnati, mientras que las correspondientes a Valencia y Castellón se realizaron para la elaboración de la Tesis de Arregui (1998), que se desarrolló dentro de la Unidad Docente Mecánica de Fluidos del Departamento de Ingeniería Hidráulica y Medio Ambiente de la U.P.V., cuyo

objetivo general fue proponer una metodología para determinar el error de medición producido en un parque de contadores.

Las principales aplicaciones del modelo que aquí se expone pueden agruparse en función de la escala espacial del problema que se pretenda resolver. Denominando n al número de viviendas implicadas, se puede establecer la siguiente clasificación:

- $n = 1$

Diseño de instalaciones interiores: mediante el modelo se van a poder determinar los caudales instantáneos demandados por una vivienda, con objeto de realizar un dimensionado de las tuberías y demás elementos que componen las instalaciones interiores domésticas.

- $n \simeq 10$

Estudio del tiempo de residencia del agua en depósitos domiciliarios ó aljibes: a partir de las condiciones de suministro y de aspiración, se podrá estimar el tiempo de residencia en estos depósitos. Interesará en este caso conocer la evolución de los caudales medios horarios.

- $n \simeq 100$

Carga de modelos matemáticos de redes: el valor más importante que obtendremos del modelo estocástico es la previsión de caudales medios horarios, puesto que en general los modelos matemáticos simulan en período extendido, con intervalos representativos de una hora.

Diseño de redes: aquí se utilizará el caudal máximo instantáneo, puesto que es la situación más desfavorable desde el punto de vista hidráulico que debe soportar la red.

- $n \simeq 1.000$

Evaluación de fugas por medición de caudales nocturnos: se utilizan normalmente los caudales medios horarios en el período nocturno (de 24 horas a 6 horas). El caudal de fugas puede estimarse sustrayendo el consumo producido en una red ó sector, del caudal inyectado.

Explotación de modelos: el modelo se podrá utilizar para la obtención de curvas de modulación, una vez se disponga de datos representativos de los diferentes sectores ó estratos de una población. Dichos estratos estarán conformados por agrupaciones homogéneas de usuarios en donde sea mínima la variación de los parámetros más significativos, por lo que para su determinación se tendrán en cuenta factores tales como el uso del agua (doméstico, comercial, etc.), nivel socioeconómico, tipología de las viviendas, etc. Las curvas de modulación obtenidas servirán para diferentes propósitos:

- Análisis de la fiabilidad y de la calidad del servicio, mediante el cumplimiento ó fallo de estándares de calidad previamente establecidos. Mediante el modelo estocástico podremos generar diferentes estados de carga de la red.
- Discriminación de los términos que se integran dentro del agua incontrolada: las fugas y el agua consumida no contabilizada.
- Simulaciones bajo diferentes estados de carga de la red, con vistas a conocer las necesidades ante una ampliación de la red, el análisis de la calidad del agua a lo largo de la red, la optimización energética de la explotación, etc.

1.4 Estructura de la Tesis

Con objeto de dar cumplimiento a los objetivos indicados en el apartado anterior, la Tesis se estructura en una serie de Capítulos, cuyo contenido se resume seguidamente.

En el Capítulo 2 se aborda el análisis de las redes de abastecimiento de agua mediante modelos matemáticos, y puede quedar dividido en tres partes. En primer lugar, se comienza revisando los diferentes tipos de modelos existentes, y las etapas que comprende la elaboración de un modelo. Teniendo en cuenta la importancia que tienen los depósitos de almacenamiento de agua en el deterioro de la calidad, se exponen también los modelos de calidad de agua en depósitos. En una segunda parte, se analiza la sensibilidad de las redes de abastecimiento respecto a las rugosidades de las tuberías y las demandas nodales, que son los dos parámetros que habitualmente se utilizan para calibrar los modelos, poniendo de manifiesto que la red es mucho más sensible frente a variaciones de demanda que a variaciones de rugosidad. En tercer lugar, se desarrollan diversas aplicaciones de los modelos matemáticos, concretamente el estudio de las fugas y el análisis de fiabilidad de una red de abastecimiento. En ambos casos, se constata la importancia de conocer adecuadamente las demandas requeridas por los usuarios.

El Capítulo 3 presenta el modelo estocástico propuesto para simular consumos domésticos de agua, que constituye el núcleo de la presente Tesis. El modelo propuesto está basado en un proceso de Poisson de pulsos rectangulares, por lo que primeramente se revisan los fundamentos de estos procesos, aportando a continuación algunas evidencias que apoyan la hipótesis de que los consumos siguen un proceso de Poisson, obteniendo la distribución de probabilidad del número de aparatos sanitarios que se encuentran ocupados en una vivienda y en un bloque de viviendas, así como la distribución de caudales demandados por tales viviendas. Finalmente, se exponen los fundamentos del modelo estocástico propuesto, analizando las distribuciones de probabilidad asociadas con cada una de las variables que intervienen en el proceso, y la relación existente entre dichas variables. El modelo queda definido

a través de nueve parámetros integrados en cinco funciones estadísticas, y permite la generación de series sintéticas de consumo para cualquier vivienda en la que se hayan estimado sus parámetros.

Una vez hecha la presentación del modelo, en el Capítulo 4 se expone el proceso para poder elaborar el modelo en diferentes casos prácticos. En una primera parte, se describe el procedimiento que debe llevarse a cabo para identificar los pulsos de consumo del modelo, a partir de mediciones de caudal realizadas de forma continua en una vivienda. Una vez identificados los pulsos individuales, se está en condiciones de estimar los parámetros del modelo, lo que se realiza mediante el método de los momentos para las funciones de probabilidad que intervienen, y mediante el método de mínimos cuadrados para la función de intensidad del proceso de punteo. El proceso descrito es entonces aplicado a diferentes viviendas de las que se dispone de mediciones de agua detalladas, correspondientes a tres poblaciones diferentes. El resultado del modelo es evaluado mediante la generación de series sintéticas para estas viviendas, analizando diversos estadísticos de interés correspondientes a diferentes variables, la mayoría de las cuales no intervienen en el proceso de estimación de parámetros. A la vista de los resultados obtenidos, se analizan las hipótesis que se han adoptado para los principales procesos que definen el modelo, analizando las causas de las discrepancias de las series sintéticas obtenidas con respecto a las series históricas, y señalando algunas posibles soluciones.

Puesto que el modelo estocástico propuesto está orientado a aplicarlo a una red completa de abastecimiento, con objeto de poder utilizarlo en la construcción de modelos matemáticos de redes, deben conocerse los parámetros del modelo correspondientes a una red. Para ello, en el Capítulo 5 se trata el problema de caracterizar una red mediante la realización de un programa de muestreo. Se analizan los diversos tipos de muestreo probabilístico existentes, y se diseña un procedimiento de muestreo que permita determinar los parámetros del modelo para una red completa. Por otra parte, se analiza la sensibilidad del modelo estocástico con respecto a los parámetros que lo definen, con objeto de evaluar la influencia que pueden tener los errores cometidos en la determinación de dichos parámetros.

En el Capítulo 6 se evalúa la utilidad del modelo estocástico en diversas aplicaciones. En primer lugar, se plantea la utilización del modelo para obtener las curvas de modulación de los nudos de una red de abastecimiento, de cara a la realización de simulaciones en período extendido de la red. Seguidamente, se aborda el estudio del deterioro de la calidad del agua en los depósitos de agua domiciliarios ó aljibes, mediante la determinación de la evolución temporal del tiempo de residencia. Para ello, se desarrollan expresiones que relacionan las variables que intervienen en el proceso, utilizando las ecuaciones de continuidad en el calderín y en el aljibe, y la evolución del aire en el interior del calderín. Estas expresiones se aplican tanto al caso en el que el aljibe es modelado como un depósito de mezcla completa, como al caso en el que se utiliza un modelo de tres compartimientos. Por otra parte, se estu-

dia el resultado del modelo para la discriminación del caudal de agua incontrolada en fugas y caudal incontrolado consumido, que es un método para estimar las fugas de una red de distribución, expuesto en el Capítulo 2. En cuarto y último lugar, se analiza la fiabilidad de redes de abastecimiento, mediante la determinación de índices de fiabilidad hidráulica y global, de acuerdo con la metodología desarrollada por Gargano y Pianese (2000).

Como conclusión de la presente Tesis, en el Capítulo 7 se resumen los principales resultados y logros obtenidos, analizando aquellos aspectos que deberían ser tratados con mayor profundidad en desarrollos posteriores, y señalando algunas posibles mejoras que se podrían incorporar al modelo.

La Tesis finaliza con dos Apéndices; en el primero de ellos, se recoge el código de los principales programas de cálculo empleados, tanto para la identificación de los pulsos individuales, como para la simulación de demandas de agua mediante el modelo estocástico, mientras que en el segundo de ellos, se presentan los resultados de las simulaciones realizadas en todas las viviendas de las que se disponía de consumos detallados de agua, complementando a los resultados mostrados en el Capítulo 4.

En resumen, la presente Tesis aporta una nueva perspectiva a la determinación de los consumos que debe satisfacer una red de abastecimiento, mediante la consideración de los consumos como variables aleatorias que pueden ser simulados mediante un modelo estocástico, posibilitando la obtención de curvas de modulación ó caudales punta, adecuados para el análisis de redes bajo diferentes condiciones operativas.

Capítulo 2

PROBLEMÁTICA DEL ESTUDIO DE REDES DE DISTRIBUCIÓN DE AGUA

2.1 Introducción

Cualquier asentamiento urbano dispone de una red de distribución de agua, destinada a suministrar agua potable a los abonados del servicio, en las debidas condiciones. Al menos hay dos formas de abordar el estudio de estas redes. La primera es construir el sistema basado en la experiencia, y aprender del comportamiento del sistema conforme pasa el tiempo. Si el sistema original es inadecuado, se pueden realizar sucesivos ajustes hasta que se encuentre una solución satisfactoria. Históricamente, diversos sistemas importantes de tuberías han sido construidos de esta manera, incluso hoy en día, se emplea este procedimiento para pequeños sistemas.

Sin embargo, hay una segunda manera: en lugar de construir y experimentar con el sistema real, se desarrolla primero un sustituto ó *modelo* del sistema. Este modelo puede adoptar muchas formas: desde una versión a escala del original, hasta un conjunto de ecuaciones matemáticas. En la práctica, la solución más común consiste en construir una representación numérica abstracta del original, que es introducida en un ordenador para la realización de los correspondientes cálculos.

La mayor parte de los sistemas modernos de tuberías son modelados de forma extensiva previamente a su construcción, debido a que ello comporta una serie de ventajas intrínsecas:

Coste. La construcción y experimentación del modelo es habitualmente mucho menos cara que ensayar el prototipo.

Tiempo. El tiempo de respuesta del modelo puede ser más rápido y conveniente que el del prototipo. Por ejemplo, un programa de ordenador puede tardar sólo una fracción de segundo para predecir la respuesta del sistema, después de décadas de crecimiento previsto en la demanda de agua.

Seguridad. Los experimentos en un sistema real pueden ser peligrosos ó arriesgados, mientras que ensayar un modelo generalmente supone poco ó ningún riesgo.

Facilidad de modificación. Las mejoras, ajustes ó modificaciones en las reglas de diseño ó funcionamiento pueden ser incorporadas más fácilmente en un modelo, generalmente mediante la edición de un fichero de entrada.

Ayuda a la comunicación. Los modelos pueden facilitar la comunicación entre individuos y grupos, ayudando a identificar puntos de acuerdo, desacuerdo, equivocación, ó aspectos que requieran una aclaración.

Como regla general, los sistemas que son grandes, caros, complejos e importantes justifican la elaboración de modelos más caros y complejos. De forma similar, a medida que aumenta la sofisticación del sistema, así lo hacen los beneficios y ventajas de la modelación, porque esta estrategia permite considerar las consecuencias de

ciertas posibilidades (decisiones, acciones, sucesos, etc.) antes de que ocurran, y controlar las condiciones de una forma que es imposible en la práctica (características del tiempo atmosférico, tasas de interés, demandas futuras, fallos del sistema). Los modelos a menudo ayudan a mejorar nuestro conocimiento entre causa y efecto, y son la principal herramienta de predicción.

Previamente a la utilización de un modelo, debe tenerse en cuenta que éste no es más que un sustituto del sistema real que representa, por lo que en mayor ó menor medida, los resultados que se obtengan van a tener un error. No obstante, es la posesión simultánea de las características de simplicidad y precisión, lo que hace del modelo una herramienta poderosa.

Este Capítulo consta de una primera parte, en la que se van a introducir los modelos matemáticos de redes de abastecimiento, describiendo la forma en la que se realiza la calibración de los mismos, y justificando la importancia del conocimiento adecuado de los caudales que va a demandar el sistema, en relación a otra serie de parámetros utilizados para realizar la calibración. En la segunda parte, se realizará un análisis de sensibilidad de las redes de abastecimiento respecto a las rugosidades de las tuberías y las demandas nodales. Finalmente, en una tercera parte, se desarrollarán diversas aplicaciones de los modelos, prestando especial interés a los parámetros que van a influir de forma más significativa.

2.2 Clasificación de modelos matemáticos para el estudio de redes

El uso de modelos matemáticos para el análisis de sistemas de distribución de agua fue por primera vez propuesto en la década de 1930 por Cross (1936). Desde entonces, como se muestra en la Figura 2.1, los modelos han evolucionado desde el análisis inicial del caudal en redes desarrollado por Hardy Cross, realizado a mano, al desarrollo y extensión de modelos de redes hidráulicas para ordenador, en las décadas de 1970 y 1980, y la aparición de modelos de calidad de agua de redes de distribución a finales de la década de 1980. Los sistemas de modelación y planimetría están siendo en la actualidad integrados en sistemas completos de fácil manejo que permitan analizar y mostrar los parámetros hidráulicos y de calidad del agua de un sistema de distribución. Si bien los modelos de calidad han alcanzado un estado operacional, todavía es necesario continuar investigando, para comprender los procesos que tienen lugar en el sistema de distribución, y traducirlo a herramientas útiles.

Teniendo en cuenta el desarrollo y extensión que el uso de los modelos ha experimentado en los últimos años, es conveniente establecer una clasificación de los diferentes tipos de modelos existentes. Se pueden hacer varias clasificaciones, en función de diferentes criterios:

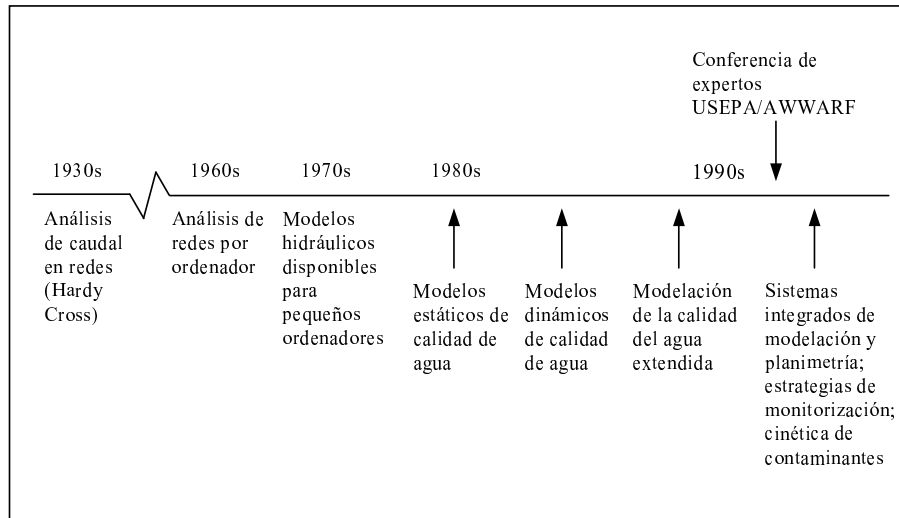


Figura 2.1.- Desarrollo histórico de la modelación de sistemas de distribución de agua

- Según la aplicación del modelo:

Modelos de planificación. Estos modelos se utilizan para evaluar el rendimiento, los impactos económicos ó cuantitativos de sistemas propuestos de tuberías, cambios en procedimientos operativos, comportamiento de distintos elementos, como válvulas de control, depósitos de almacenamiento, etc. El énfasis se pone en la selección, dimensionado ó modificación de elementos.

Modelos operacionales. Estos modelos se usan para predecir el comportamiento, ajustar presiones ó caudales, modificar niveles, adiestrar operadores, etc., durante períodos de tiempo relativamente cortos (horas, días, meses). El objetivo es ayudar a tomar decisiones operacionales.

- Según el grado de detalle del modelo:

Modelos estratégicos ó arteriales. Estos modelos incorporan sólo los componentes principales de un abastecimiento, en cuanto a su dimensión, función ó destino final del modelo. Este tipo es idóneo como instrumento de planificación, diseño y protección de elementos fundamentales, selección y ubicación óptima de estaciones de medida y control, optimización global y diseño del sistema de control.

Modelos detallados. Aunque para alcanzar muchos objetivos puede resultar suficiente emplear un modelo estratégico, para conseguir cubrir todos los requisitos necesarios y obtener el máximo provecho, en los aspectos de proyecto de detalle, regulación y mantenimiento sobre todo, es necesario utilizar modelos detallados que incorporen la práctica totalidad de los elementos.

- Según cómo intervenga la variable tiempo:

Modelos estáticos. En los modelos estáticos se supone que los caudales demandados e inyectados a la red permanecen constantes, y se admite que no varían las condiciones de operación de la red, definidas por el estado de las válvulas y equipos de bombeo, y por los niveles en los depósitos.

Modelos dinámicos. En los modelos dinámicos se permite la variación temporal de los caudales demandados e inyectados, así como las condiciones de operación de la red.

- Según las variables del sistema que sean de interés:

Modelos hidráulicos. Los modelos hidráulicos determinan los caudales y las presiones en la red bajo unas determinadas condiciones iniciales y de contorno.

Modelos de calidad. Los modelos de calidad determinan la variación temporal y espacial de un determinado parámetro de calidad del agua, tal como la concentración de sustancias contaminantes ó desinfectantes, el tiempo de permanencia en la red ó el de retención en depósitos. Los modelos de calidad requieren, como paso previo, la determinación de las variables hidráulicas del sistema, mediante el uso de un modelo hidráulico.

Seguidamente se analizan en mayor profundidad los diferentes tipos de modelo, en función de cómo intervenga la variable tiempo en el modelo, y en función de si se evalúa la calidad del agua a lo largo de la red.

2.2.1 Modelos matemáticos en función de la variable tiempo

Las redes hidráulicas a presión cuando se operan se encuentran en permanente cambio. Las válvulas son maniobradas, las bombas paran ó arrancan, el nivel del agua en los depósitos va cambiando, etc., y todo ello con frecuencia, para dar respuesta a unos consumos que varían en el tiempo y que, consecuentemente, exigen diferentes condiciones de suministro. En otras ocasiones, el estado de la red experimenta cambios mucho más bruscos, debido por ejemplo, a la rotura de una conducción, el arranque ó parada de una bomba, ó sencillamente, una brusca demanda de caudal en una serie de hidrantes ó bocas de incendio, para tratar de extinguir un incendio.

En resumen, la red muy pocas veces puede ser considerada en un sentido estricto como algo *estático*, debido a que las variables (caudales circulantes, consumos, presiones, niveles en los depósitos), y los elementos hidráulicos (bombas, válvulas, etc.), modifican sus valores ó posiciones a lo largo del tiempo. Conviene indicar que los cambios que experimentan las variables ó elementos de una red, pueden ser más ó menos bruscos. En función del tipo de cambio ó maniobra que se produzca, la red puede ir evolucionando con lentitud hacia otro estado final, ó bien experimentar un

cambio brusco, debido a una maniobra prácticamente instantánea. No es por tanto de extrañar que existan diferentes modelos dinámicos, en función de la entidad de la perturbación objeto de análisis.

A medida que el modelo es más potente, permite contemplar cualquier maniobra ó variación de carga, con independencia de su rapidez de cambio; no obstante, también requiere un esfuerzo superior, al tener que resolver las ecuaciones en su forma más completa. Desde un punto de vista ingenieril, no interesa utilizar modelos muy potentes para resolver cambios suaves y graduales en la red, que son los que habitualmente se producen, sino que conviene recurrir a algoritmos más simples que produzcan resultados con suficiente precisión.

Si bien es cierto que las redes hidráulicas no permanecen invariables a lo largo del tiempo, en ocasiones interesa la utilización de los modelos estáticos, en donde se utilizan los caudales punta para dimensionar y analizar el comportamiento de las redes al estar sometidas a las cargas más desfavorables, ó bien se utilizan los caudales medios, si se quiere realizar un estudio de costes. Los modelos estáticos son además los fundamentos para el desarrollo de otros tipos de modelos más complejos, como los modelos cuasi-estáticos ó los modelos de calidad del agua.

Si lo que se pretende es simular la evolución temporal de la red, bien sea a lo largo de un día para tratar de incrementar el rendimiento y la operatividad del sistema, ó bien para analizar si es capaz de soportar maniobras bruscas, sin que aparezcan roturas, se debe recurrir a los modelos dinámicos. Éstos a su vez pueden agruparse en dos grandes bloques:

Inerciales. Estos modelos tienen en cuenta la inercia del fluido en su movimiento; es decir, la energía que consumen ó devuelven los cambios de velocidad. A su vez, estos modelos pueden subdividirse en elásticos y rígidos, dependiendo de si se incluye ó no la elasticidad del fluido y de la tubería, o sea, la capacidad de almacenar energía en forma elástica que, posteriormente, puede ser restituida.

No inerciales. En estos modelos se simulan una serie de estados permanentes sucesivos, con unas condiciones de contorno variables en el tiempo, que son las que le confieren el carácter dinámico al modelo. Este modelo es conocido como cuasi-estático, y su uso es ampliamente referenciado como *simulación en período extendido*.

De una forma cualitativa, se puede indicar que las fronteras que establecen los límites de validez de cada modelo, dependen fundamentalmente de la mayor ó menor rapidez del cambio introducido por las condiciones de contorno ó de carga (por ejemplo, el cierre de una válvula, el aumento del consumo demandado etc.), y en menor medida, de las características físicas del sistema (longitudes, diámetros, materiales constitutivos, etc.).

Los modelos dinámicos inerciales tienen aplicación cuando se deben simular cambios bruscos de velocidad en el sistema, derivados de maniobras bruscas, roturas en tuberías, etc. Cuando la rapidez de los cambios es muy grande, deben tenerse en cuenta los efectos elásticos en las tuberías y en el agua, dando lugar al modelo elástico ó golpe de ariete, mientras que si los cambios son sólo relativamente rápidos, es suficiente considerar únicamente la inercia del fluido, suponiendo la tubería indeformable, y el agua incompresible, correspondiendo esta situación al modelo rígido.

El modelo dinámico no inercial, también denominado cuasi-estático, es especialmente útil cuando las variaciones de la velocidad del fluido en el interior de las tuberías son muy lentas, y en consecuencia, la energía invertida ó recuperada en acelerar ó decelerar el fluido es despreciable. Este modelo se aplica extensamente para simular la evolución temporal de una red de abastecimiento en condiciones normales de funcionamiento, en donde los cambios que se producen (por ejemplo, la variación de los consumos en los nudos) son graduales. Mediante este modelo se obtiene una secuencia de soluciones de equilibrio hidráulico para varios instantes, a lo largo de un cierto período de simulación, conectadas entre sí por un esquema de integración en el tiempo (Figura 2.2). El esquema de integración se establece en base a las leyes de variación del volumen de agua almacenada en los depósitos, y en las leyes de variación de los consumos en los nudos, que son las que introducen dinamismo al modelo.

Cada modelo está caracterizado por una serie de ecuaciones que describen el flujo del fluido a lo largo de la conducción. Según el tipo de modelo de que se trate, se considerarán todos los términos que intervienen (modelo elástico), se despreciarán los términos elásticos (modelo rígido), ó bien se despreciarán tanto los términos elásticos como los de inercia (modelo cuasi-estático). Todos los modelos, además, requieren de una serie de condiciones de contorno.

Efectuando balances de fuerzas y de masa (ecuaciones de movimiento y de continuidad) sobre un elemento diferencial de volumen, y efectuando diversas simplificaciones convencionales, como despreciar el peso del fluido, los términos convectivos, y la utilización del caudal en lugar de la velocidad, así como la altura piezométrica en lugar de la presión, resulta:

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial H}{\partial x} + f \frac{Q|Q|}{2DA} = 0 \quad (2.2)$$

en donde:

H : altura piezométrica;

t : tiempo;

a : celeridad de la onda de presión;

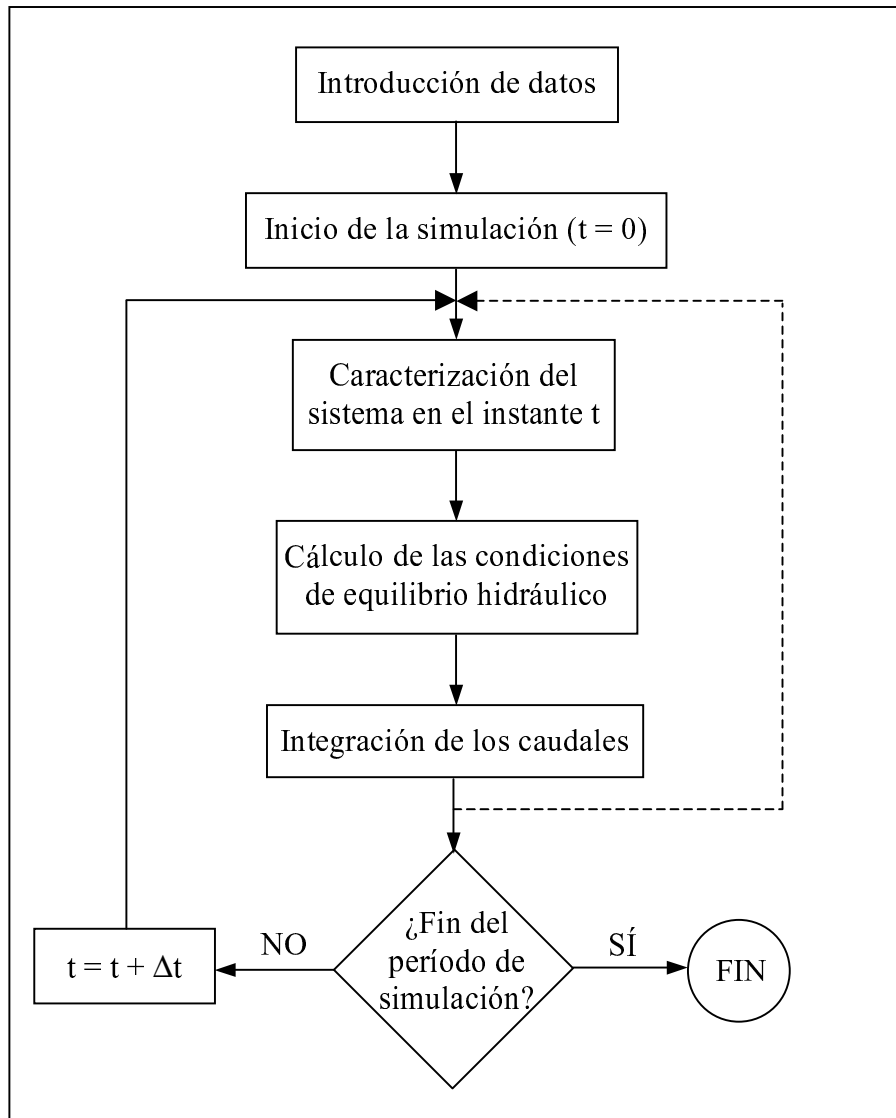


Figura 2.2.- Diagrama de flujo de un modelo cuasi-estático

- g : aceleración de la gravedad;
- A : sección recta de la tubería;
- Q : caudal;
- x : variable espacial que indica la sección recta considerada en la tubería;
- f : factor de fricción;
- D : diámetro de la tubería.

Para la resolución de este conjunto de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales de tipo hiperbólico se recurre al método de las características, a partir del cual se obtiene una solución numérica de las funciones $Q = Q(x, t)$ y $H = H(x, t)$, capaces de describir la evolución del sistema como respuesta a unas determinadas

condiciones de contorno.

La transición del modelo elástico al modelo rígido se realiza teniendo en cuenta el concepto de celeridad de la onda de presión a :

$$a = \frac{\sqrt{\frac{K}{\rho}}}{\sqrt{1 + \frac{K D}{E e}}} \quad (2.3)$$

en donde:

K : módulo de elasticidad del agua;

ρ : densidad del agua;

E : módulo de Young del material que conforma la tubería;

e : espesor de la tubería.

Cuando, ó bien la celeridad tiende a infinito ($a \rightarrow \infty$) por ser el sistema rígido, ó la variación local de H tiende a cero ($\frac{\partial H}{\partial t} \rightarrow 0$), por cambiar las condiciones del flujo muy lentamente en el tiempo, la ecuación (2.1) se convierte en:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (2.4)$$

pasando a depender el flujo únicamente del tiempo: $Q = Q(t)$. Por otra parte, la ecuación (2.2) resulta:

$$\frac{dQ}{dt} + gA \frac{dH}{dx} + f \frac{Q|Q|}{2DA} = 0 \quad (2.5)$$

que caracteriza el modelo rígido inercial, y que es conocida como ecuación de Bernoulli generalizada, ó ecuación de Euler.

Si se desprecian en la ecuación (2.5) los cambios temporales de velocidad ó caudal, lo que equivale a despreciar la inercia del fluido ($\frac{dQ}{dt} = 0$), y se considera H independiente del tiempo, se obtiene:

$$gA \frac{dH}{dx} + f \frac{Q|Q|}{2DA} = 0 \quad (2.6)$$

conocida como ecuación de Darcy-Weisbach, que caracteriza la fricción del agua con las paredes de la tubería en flujos estacionarios.

Como se ha indicado, el modelo rígido inercial toma como base de partida la ecuación (2.5), mientras que la formulación cuasi-estática se apoya en la relación (2.6), introduciéndose la variable temporal a través de unas condiciones de contorno que varían lentamente con el tiempo.

2.2.2 Modelos hidráulicos y modelos de calidad

Si bien inicialmente los modelos matemáticos se emplearon únicamente para estudiar el comportamiento hidráulico de las redes (cálculo de caudales y presiones en la red), la creciente preocupación por la calidad del agua potable desde la planta de tratamiento hasta el grifo del consumidor, ha llevado en los últimos años a completar estos modelos con la simulación de la calidad del agua (cálculo de la concentración de sustancias desinfectantes, porcentaje de procedencia del agua desde cada una de las fuentes de suministro, tiempo de retención del agua en la red antes de ser consumida, etc.). El estudio de los tiempos de retención del agua adquiere un especial interés en el caso que los usuarios del servicio dispongan de aljibes ó depósitos reguladores, puesto que el aumento del tiempo de retención producido por estos elementos, puede conducir a que el agua pierda sus características de potabilidad.

La preocupación por la calidad del agua potable mientras permanece en la red de distribución surgió en EE.UU. en la década de los ochenta, por el endurecimiento que estableció la EPA (Environmental Protection Agency), sobre los requisitos de calidad que debía tener el agua al llegar a los puntos de consumo. En España, los estudios sobre modelos de calidad han comenzado también a introducirse en los últimos años, habiéndose definido planes de medida y control en las redes más importantes de nuestro país, como Madrid (Segura, 1993), Alicante y Valencia.

El control de la calidad del agua y el análisis del comportamiento hidráulico de las redes han constituido durante mucho tiempo dos campos de estudio independientes. Por una parte, en las plantas de tratamiento, se pretende que el agua cumpla con los requisitos de calidad establecidos, tomando como referencia el punto de salida de la planta ó el de entrada en la red de distribución. Por otra parte, mediante los modelos hidráulicos se ha pretendido garantizar que el agua llegue a los puntos de consumo en las condiciones de presión y caudal adecuadas, sin importar la calidad del agua en dichos puntos. A este respecto, cabe indicar que tradicionalmente, el diseño de la red se ha efectuado para el caudal punta, con objeto que el consumo sea satisfecho en todo momento, lo que ha conducido con frecuencia a un sobredimensionado de la red, produciendo tramos de velocidad muy baja, grandes tiempos de permanencia, y pérdidas significativas de la calidad del agua.

La pérdida de la calidad del agua en la red de abastecimiento se puede deber a diversos motivos. El agua que sale de la planta de tratamiento permanece un cierto tiempo en la red, durante el que los parámetros más reactivos, como el Cloro que se utiliza en la desinfección, reaccionan ó se combinan, disminuyen sus concentraciones y forman nuevos productos químicos, en algunos casos tóxicos, como es el caso de los trihalometanos. Al disminuir la concentración del desinfectante, se favorece el crecimiento bacteriológico, con el consiguiente peligro sanitario.

También se puede producir una pérdida de calidad del agua debido a la existen-

cia de fugas en la red, que pueden ser significativas en redes de bajo rendimiento, así como a la reparación de tramos de red que no hayan sido correctamente aislados, limpiados y desinfectados. Incluso el propio material de la tubería, como puede ser el caso de tuberías metálicas no revestidas, puede afectar negativamente a la calidad.

El objetivo de los modelos de calidad es determinar la evolución de los parámetros de calidad desde la planta de tratamiento hasta el grifo del consumidor, donde finalmente deben verificarse las normas de calidad establecidas. En España, los parámetros de calidad que deben cumplir las aguas potables están determinados por el R.D. 140/2003, de 7 de Febrero, por el que se establecen los criterios sanitarios de la calidad del agua de consumo humano, acorde con las directrices comunitarias. En EE.UU., la EPA establece las pautas a seguir en el control de la calidad del agua potable, a través de la Safe Drinking Water Act y sus enmiendas.

Los modelos de calidad pueden ser también utilizados para realizar una serie de estudios relacionados con la calidad del agua, entre los cuales se pueden citar (Grayman *et al.*, 2000):

- Calibración y ensayo de modelos hidráulicos del sistema, a través de trazadores químicos.
- Localización y dimensionado de instalaciones de almacenamiento, y modificación del funcionamiento del sistema, para reducir la edad del agua.
- Modificar el diseño y funcionamiento del sistema para proporcionar una determinada mezcla de aguas procedentes de diferentes fuentes.
- Encontrar la mejor combinación de rehabilitación y reemplazo de tuberías, reducción del tiempo de almacenamiento, así como suministro de desinfectante en estaciones de recloración, para mantener los niveles deseados de desinfectante a lo largo del sistema.
- Evaluar y minimizar el riesgo de exposición del consumidor a sub-productos de desinfección.
- Evaluar la vulnerabilidad del sistema a incidentes de contaminación externa.

2.2.2.1 Ecuaciones que gobiernan los modelos de calidad

Con objeto de modelar la calidad del agua dentro de los sistemas de distribución, debe calcularse la concentración de una determinada sustancia, a medida que se mueve a través del sistema desde varios puntos de entrada (por ejemplo, plantas de tratamiento) hacia los consumidores. Este movimiento está basado en tres principios:

- Conservación de masa dentro de longitudes diferenciales de tubería.

- Mezcla completa e instantánea del agua que entra en los nudos de unión.
- Expresiones cinéticas apropiadas para el crecimiento ó disminución de la sustancia a medida que fluye a través de tuberías y depósitos.

Seguidamente se indican las ecuaciones que rigen cada uno de los procesos que tienen lugar.

Transporte convectivo en tuberías Una sustancia disuelta viaja a través de una tubería con la misma velocidad promedio que el fluido, mientras que al mismo tiempo reacciona a una determinada velocidad. La dispersión longitudinal no es generalmente un mecanismo de transporte importante en la mayoría de condiciones de funcionamiento, lo que significa que no hay mezcla de masa entre secciones de agua adyacentes. El transporte convectivo dentro de una tubería puede ser representado mediante la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial C_i}{\partial t} = -u_i \frac{\partial C_i}{\partial x} + r(C_i) \quad (2.7)$$

siendo:

C_i : concentración (M/L³) en la tubería i , función de la distancia x y del tiempo t .

u_i : velocidad (L/T) en la tubería i .

$r(C_i)$: velocidad de reacción (M/L³/T), función de la concentración.

Esta ecuación muestra que la velocidad a la cual la masa de material cambia dentro de una pequeña sección de tubería se iguala a la diferencia de masa del caudal que entra y sale de la sección, más la velocidad de reacción dentro de la sección. Se asume que las velocidades en los tramos son conocidas de antemano, a partir del resultado de un modelo hidráulico de la red. Para resolver la ecuación (2.7) se deben conocer, además, las concentraciones C_i en $x = 0$ para todos los instantes de tiempo (una condición de contorno), así como la ecuación que gobierna la velocidad de reacción.

Mezcla en los nudos de unión En los nudos que reciben caudal de dos ó más tuberías, se supone que la mezcla de fluido es completa e instantánea. Por lo tanto, la concentración de una sustancia que abandona el nudo es simplemente la media ponderada de las concentraciones de las tuberías que llegan. Para un nudo k determinado, resulta:

$$C_{i|x=0} = \frac{\sum_{j \in I_k} Q_j C_{j|x=L_j} + Q_{k,ext} C_{k,ext}}{\sum_{j \in I_k} Q_j + Q_{k,ext}} \quad (2.8)$$

siendo:

- i : tramo con caudal que abandona el nudo k .
- I_k : conjunto de tramos con caudal que llega al nudo k .
- L_j : longitud del tramo j (L).
- Q_j : caudal (L^3/T) en el tramo j .
- $Q_{k,ext}$: caudal externo (L^3/T) que entra a la red en el nudo k .
- $C_{k,ext}$: concentración (M/L^3) del caudal externo que entra en el nudo k .

En el caso que se esté modelando la edad del agua en la red, la variable C_i sería interpretada como la edad del agua en el tramo i , y el valor $C_{k,ext}$ de cualquier fuente que inyecte agua a la red sería cero.

Mezcla en las instalaciones de almacenamiento La mayoría de los modelos de calidad suponen que los contenidos de las instalaciones de almacenamiento (tanques y depósitos) se mezclan completamente. Por otra parte, la concentración interna puede cambiar como consecuencia de las reacciones, pudiendo expresarse estos fenómenos mediante:

$$\frac{\partial(V_s C_s)}{\partial t} = \sum_{i \in I_s} Q_i C_i|_{x=L_i} - \sum_{j \in O_s} Q_j C_s - r(C_s) \quad (2.9)$$

siendo:

- V_s : volumen (L^3) de agua almacenada en el instante t .
- C_s : concentración dentro de la instalación de almacenamiento.
- Q_i : caudal en la tubería que entra.
- Q_j : caudal en la tubería saliente.
- I_s : conjunto de tuberías que suministran caudal a la instalación.
- O_s : conjunto de tuberías que extraen agua de la instalación.

Reacciones en el interior del agua Mientras una sustancia se mueve en una tubería, ó permanece en un depósito, puede reaccionar con los constituyentes presentes en el agua. La velocidad de reacción normalmente se describe como una función potencial de la concentración:

$$r = \pm k \cdot C^n \quad (2.10)$$

en donde:

- k : constante de reacción [$(L^3/M)^{n-1}/T$].
- C : concentración (M/L^3).
- n : orden de reacción.

La ecuación (2.10) sólo tiene en cuenta la concentración de una única sustancia reactiva, asumiendo que cualquier otro reactivo que participe en la reacción, está disponible en exceso. El signo de la constante de reacción, k , significa que ocurre una reacción de formación (positivo) ó una reacción de disminución (negativo). Algunos ejemplos de expresiones para la velocidad de reacción son: $r = -k \cdot C$ para la

disminución de Cloro (disminución de primer orden), $r = k \cdot (C^* - C)$ para la formación de trihalometanos (crecimiento de primer orden, siendo $C^* =$ máxima formación posible de THM), $r = 1$ para la edad del agua (crecimiento de orden cero), y $r = 0$ para materiales conservativos, como por ejemplo el Flúor.

Reacciones en la pared de la tubería Mientras fluyen a lo largo de las tuberías, las sustancias disueltas pueden ser transportadas a la pared de las tuberías y reaccionar con los materiales que se encuentran cerca ó sobre la pared, tales como los productos de corrosión ó el biofilm. La cantidad de superficie disponible para reaccionar, y la velocidad de transferencia de masa entre la masa de fluido y la pared, influirán en la velocidad global de esta reacción. La superficie por unidad de volumen, que para una tubería es igual a 2 dividido por el radio, determina el primer factor, mientras que el último factor puede ser representado por un coeficiente de transferencia de masa, cuyo valor depende de la difusividad molecular de las especies reactivas y del número de Reynolds. Para una cinética de primer orden, la velocidad de reacción en la pared de la tubería puede ser expresada como:

$$r = \frac{2k_w k_f C}{R(k_w + k_f)} \quad (2.11)$$

siendo:

k_w : constante de la velocidad de reacción en la pared (L/T).

k_f : coeficiente de transferencia de masa (L/T).

R : radio de la tubería (L).

Si al mismo tiempo está teniendo lugar en el seno del fluido una reacción de primer orden, con una constante k_b , entonces se puede obtener una constante global k (T^{-1}) que incorpore las reacciones en la pared y en el seno del fluido:

$$k = k_b + \frac{2k_w k_f}{R(k_w + k_f)} \quad (2.12)$$

Puede observarse que incluso si k_b y k_w son iguales en todo el sistema, el coeficiente k puede variar de una tubería a otra, como consecuencia de variaciones en el diámetro de la tubería y en el caudal.

El coeficiente de transferencia de masa es usado para determinar la velocidad a la que el desinfectante es transportado, usando el número adimensional de Sherwood, junto con el coeficiente de difusividad molecular (del constituyente en el agua) y el diámetro de la tubería:

$$k_f = \frac{S_H d}{D} \quad (2.13)$$

siendo:

S_H : número de Sherwood;

d : difusividad molecular del constituyente en el seno del fluido (L^2/T);

D : diámetro de la tubería (L).

Para condiciones de estancamiento ($Re < 1$), el número de Sherwood, S_H es igual a 2.0. Para flujo turbulento ($Re > 2.300$), el número de Sherwood se calcula mediante la ecuación (2.14).

$$S_H = 0.023Re^{0,83} \left(\frac{\nu}{d}\right)^{0,333} \quad (2.14)$$

siendo:

Re : número de Reynolds;

ν : viscosidad cinemática del fluido (L^2/T).

Para flujo laminar ($1 < Re < 2.300$), el número de Sherwood se obtiene mediante la ecuación (2.15).

$$S_H = 3,65 + \frac{0,0668 \left(\frac{D}{L}\right) Re \left(\frac{\nu}{d}\right)}{1 + 0,04 \left[\left(\frac{D}{L}\right) Re \left(\frac{\nu}{d}\right)\right]^{2/3}} \quad (2.15)$$

siendo:

L : longitud de la tubería.

Sistema de ecuaciones Cuando se aplican a una red en su conjunto, las ecuaciones (2.7), (2.8) y (2.9) representan un conjunto de ecuaciones diferenciales y algebraicas con coeficientes dependientes del tiempo, que deben ser resueltas para C_i en cada tubería i , y C_s en cada instalación de almacenamiento s . Una solución analítica resulta en general difícil de obtener, excepto en redes muy simples, por lo que se deben utilizar métodos numéricos. La solución está sujeta al siguiente conjunto de condiciones externas:

- Condiciones iniciales que especifican C_i para todo x en cada tubería i , y C_s en cada depósito s , en el instante 0.
- Condiciones de contorno que especifican los valores para $C_{k,ext}$ y $Q_{k,ext}$ para cada instante t en cada nudo k que tiene entradas externas de masa.
- Condiciones hidráulicas que especifican el volumen V_s en cada depósito s y el caudal Q_i en cada tramo i en cualquier instante t .

2.2.2.2 Clases de modelos de calidad

Los modelos de calidad requieren que el usuario introduzca una serie de datos hidráulicos y otros relacionados con los parámetros de calidad deseados. Pueden distinguirse dos clases de modelos, en función de cómo intervenga la variable tiempo: *estáticos* y *dinámicos*. Si el modelo es estático, será suficiente con introducir,

además de las características de todos los componentes, las demandas en los nudos, las condiciones permanentes de operación de la red, y los parámetros de calidad en las fuentes de suministro. Si el modelo es dinámico, deberán también introducirse las modulaciones de la demanda y de las concentraciones en los puntos de inyección, además de otros datos hidráulicos complementarios, como las leyes de operación de los elementos de regulación, el estado inicial de la red, las características de los depósitos de nivel variable, etc.

Seguidamente se describen con más detalle cada uno de estos modelos.

Modelos estáticos Los modelos estáticos calculan la distribución espacial de la calidad del agua a través de la red, bajo la hipótesis que las condiciones hidráulicas no cambian, y que el almacenamiento no afecta a la calidad del agua. Estos modelos se pueden obtener de las ecuaciones generales de conservación de masa, haciendo todas las derivadas respecto al tiempo igual a 0, e imponiendo que todos los otros coeficientes sean invariables con el tiempo. El conjunto resultante de ecuaciones puede ser resuelto como una serie de ecuaciones simultáneas (Males *et al.*, 1985), ó bien puede usarse un método “marching out” (Boulos *et al.*, 1995), en el que las líneas y los nudos se ordenan hidráulicamente, empezando por las fuentes, y progresando a través de la red hasta llegar al punto en estudio. Aunque los modelos estáticos son simples de usar, las hipótesis restrictivas que conllevan, limitan su aplicabilidad.

Mediante los modelos estáticos se pueden determinar las procedencias de una sustancia no reactiva, así como el tiempo de permanencia del agua en la red.

Procedencias El cálculo de procedencias es una herramienta útil para analizar sistemas de distribución que extraen agua de dos ó más fuentes de suministro, pudiendo mostrar hasta qué grado el agua de una determinada fuente se mezcla con la de otras fuentes. Definiendo el porcentaje de la demanda en un nudo j que procede de una fuente i como $C(i, j)$, a partir de la ecuación de continuidad se obtiene la siguiente relación para cada nudo j (Figura 2.3):

$$\sum_k^{N_j} C(i, k) \cdot q_{kj} - C(i, j) \cdot \sum Q_0(j) = -Q_s(i) \quad (2.16)$$

siendo:

N_j : número de nudos adyacentes al nudo j ;

$C(i, k)$: factores de contribución de la fuente i en los nudos adyacentes al j ;

q_{kj} : caudal del nudo k al j ;

$Q_0(j)$: todo el caudal que abandona el nudo j ;

$Q_s(i)$: caudal que alimenta directamente al nudo j desde una fuente i .

Para un total de N nudos de caudal, se obtiene un conjunto de N ecuaciones simultáneas, que pueden expresarse matricialmente como:

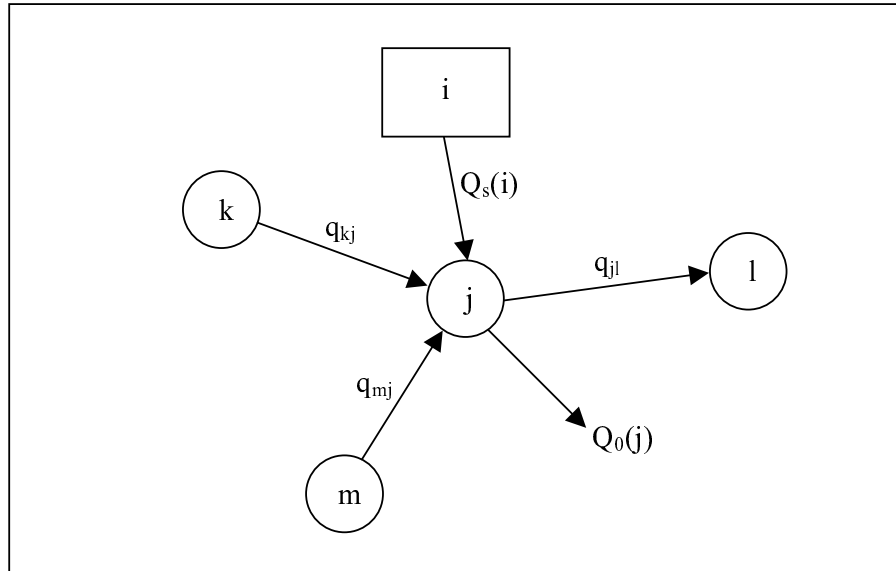


Figura 2.3.- Esquema de cálculo de procedencias

$$A \cdot X = b \quad (2.17)$$

La matriz de coeficientes A contiene los caudales de entrada a los nudos desde los nudos adyacentes q_{kj} , y los caudales que abandonan cada nudo $Q_0(j)$. El vector X son las incógnitas del problema, constituido por los factores de contribución en cada nudo, mientras que el término independiente b estará formado por los caudales de alimentación de la red. Debido a que las N ecuaciones son lineales, y que la matriz A está poco diagonalizada, es posible utilizar para su resolución un método iterativo similar al de Gauss-Seidel.

Tiempo de permanencia El cálculo del tiempo de permanencia proporciona un método simple e indirecto de medir la calidad global del agua suministrada, sin necesidad de conocer datos demasiado específicos ó difíciles de conseguir, como es el caso de las velocidades de reacción del Cloro, ó los parámetros de difusividad de los distintos compuestos químicos en el agua. Cuando la red funciona bajo condiciones hidráulicas constantes, el tiempo de permanencia en cualquier nudo de la red puede ser interpretado como el tiempo de viaje hasta ese nudo.

Debido a que el caudal, desde el punto de alimentación hasta un nudo determinado puede seguir distintas rutas, el tiempo de permanencia del agua en la red desde que se inyecta en i hasta que llega a un nudo j puede ser muy variable. Para considerar la mezcla de flujos con distintos tiempos, se determina el *tiempo de permanencia medio* A mediante:

$$A = \frac{\sum_i Q_i \cdot A_i}{\sum_i Q_i} \quad (2.18)$$

siendo:

Q_i : caudal que recorre el camino i ;

A_i : edad del agua de alimentación más el tiempo de permanencia hasta llegar al nudo j por el camino i .

De forma alternativa, el tiempo medio de permanencia en el nudo j , A_j se puede expresar mediante:

$$A_j = \frac{\sum_k q_{kj}(A_k + T_{kj})}{\sum_k q_{kj}} \quad (2.19)$$

siendo:

A_k : tiempo de permanencia en el nudo k , adyacente al nudo j

T_{kj} : tiempo que necesita el caudal para ir del nudo k al nudo j .

Aplicada la ecuación (2.19) a todos los nudos de caudal, se obtiene un conjunto de ecuaciones lineales con incógnitas A_k , y que puede ser resuelto por técnicas sparse.

Si se quiere considerar el tiempo de permanencia del agua procedente de una fuente i en el nudo j , debe hacerse un análisis previo para determinar el factor de contribución de dicha fuente en cada nudo adyacente k , C_k :

$$A_j = \frac{\sum_k C_k q_{kj}(A_k + T_{kj})}{\sum_k q_{kj}} \quad (2.20)$$

Esta ecuación la resuelven Clark *et al.* (1987) con el método "marching out" ó "water tracing model", que traza el movimiento del flujo desde el punto de alimentación al resto de puntos del sistema. Para realizar el análisis, el modelo ordena los nudos y líneas, de forma que para calcular el tiempo de permanencia en un nudo, previamente se hayan calculado los tiempos de permanencia de todos los nudos situados aguas arriba.

Modelos dinámicos Los modelos dinámicos explican cómo los cambios que ocurren durante un período extendido, en los caudales a través de las tuberías y en los depósitos, afectan a la calidad del agua, por lo que proporcionan una visión más real del comportamiento del sistema. Los métodos de solución para estos modelos se

pueden clasificar, espacialmente, como eulerianos ó lagrangianos, y temporalmente, como orientados al tiempo y orientados al suceso.

Los métodos eulerianos dividen la red en una serie de volúmenes fijos de control, interconectados entre sí, y registran los cambios en las fronteras ó dentro de esos volúmenes, a medida que el agua pasa a través de ellos. Los modelos lagrangianos siguen los cambios en una serie de paquetes discretos de agua a medida que viajan a través de la red.

Las simulaciones orientadas al tiempo actualizan el estado de la red a intervalos de tiempo fijos, mientras que las simulaciones orientadas al suceso actualizan el estado del sistema sólo en los instantes en que ocurre un cambio, como por ejemplo, cuando un nuevo paquete de agua alcanza el final de una tubería y se mezcla con el agua de otras tuberías conexas.

Cada uno de estos métodos asume que un modelo hidráulico ha determinado la dirección y la velocidad del caudal en cada tubería en intervalos específicos (habitualmente de 1 hora) durante un período extendido. En cada intervalo de tiempo hidráulico, se admite que la velocidad del agua en cada tubería permanece constante. El transporte y la reacción de constituyentes tienen lugar a intervalos de tiempo más pequeños, conocidos como los intervalos de tiempo de calidad del agua. Al inicio de cada nuevo intervalo de tiempo hidráulico se realizan ajustes, para tener en cuenta posibles cambios de velocidad y dirección del caudal.

Seguidamente se indica una breve descripción de cuatro métodos de resolución diferentes para modelos dinámicos. Rossman y Boulos (1996) realizan una comparación de estos métodos, concluyendo que la precisión numérica es similar, siendo los métodos lagrangianos más eficientes que los eulerianos para modelar las especies químicas, tanto por lo que respecta al tiempo de CPU como al uso de memoria. Respecto a la modelación de la edad del agua, el método lagrangiano orientado al tiempo es el más eficiente en cuanto al tiempo empleado, mientras que los métodos eulerianos son más eficientes en relación a la memoria.

Método de diferencias finitas (FDM) El FDM es un método euleriano que aproxima las derivadas de la ecuación (2.7) con sus equivalentes diferencias finitas, a lo largo de una malla fija de puntos en el tiempo y en el espacio. Hay diversas alternativas para convertir la ecuación (2.7) en una ecuación de diferencias. Uno de los métodos más populares para resolver las ecuaciones diferenciales hiperbólicas que aparecen en problemas de fluidos es el de Lax-Wendroff, según el cual la forma en diferencias finitas de la ecuación (2.7) resulta:

$$C_{i,s}^{t+\Delta t} = 0,5\alpha(1 + \alpha)C_{i,s-1}^t + (1 - \alpha^2)C_{i,s}^t - 0,5\alpha(1 - \alpha)C_{i,s+1}^t + r(C_{i,s}^t) \quad (2.21)$$

siendo:

Δx : distancia entre cada punto de la malla espacial;
 Δt : intervalo de tiempo de calidad de agua;
 $C_{i,s}^t$: concentración en el punto de la malla s del tramo i en el instante t ;
 $\alpha = u\Delta t/\Delta x$.

Este método es estable para $0 < \alpha \leq 1$ y tiene una precisión de segundo orden.

De forma similar se procede para expresar la ecuación (2.9) en forma de diferencias. El resultado final es una serie de ecuaciones algebraicas para toda la red que pueden ser resueltas de forma explícita, avanzando hacia adelante en el tiempo, y en sentido aguas abajo la longitud de cada tubería. Al principio de cada intervalo de tiempo hidráulico, se elije un nuevo espaciado de la malla en cada tramo, de forma que α se mantenga tan próximo como sea posible a 1. Las concentraciones en los nuevos puntos de la malla se obtienen mediante interpolación directa de las antiguas.

Islam (1995) utilizó el método FDM para modelar la disminución de Cloro en sistemas de distribución. Para ello, desarrolló un modelo denominado Qualnet, que predice la distribución temporal y espacial del Cloro residual en redes de tuberías bajo condiciones de flujo lentamente variables. Dichas condiciones son calculadas mediante integración numérica de las ecuaciones por una técnica implícita en diferencias finitas, un esquema sujeto a unas condiciones de contorno apropiadas. Asumiendo una cinética de reacción de primer orden, se utiliza la siguiente ecuación de dispersión unidimensional para calcular la concentración de Cloro a lo largo del tiempo:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + V \frac{\partial C}{\partial x} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - k_1 C \quad (2.22)$$

en donde:

C : concentración del constituyente (Cloro u otra sustancia con una cinética de primer orden);

V : velocidad, en m/s

D : coeficiente de dispersión, en m^2/s ;

x : coordenada espacial a lo largo del eje x ;

k_1 : coeficiente de reacción de primer orden.

Para evitar problemas con la dispersión numérica al resolver la ecuación (2.22), se separa en las dos ecuaciones siguientes:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + V \frac{\partial C}{\partial x} = 0 \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} - D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + k_1 C = 0 \quad (2.24)$$

La ecuación (2.23) puede ser discretizada en primer lugar, utilizando un esquema explícito de Warming-Kutler-Lomax, para convertir la masa de constituyentes una

cierta distancia aguas abajo, para cada intervalo de tiempo. A continuación, utilizando un esquema explícito en diferencias finitas, las concentraciones son difundidas longitudinalmente resolviendo la ecuación (2.24) en cada punto de la malla espacial, incluyendo su disminución. Despreciando la difusión molecular, el coeficiente de dispersión, en (cm²/s) es estimado mediante la siguiente ecuación:

$$D = 10,1r \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \quad (2.25)$$

siendo:

r : radio de la tubería;

τ_0 : esfuerzo cortante en la pared;

ρ : densidad del fluido.

Método de los elementos discretos de volumen (DVEM) Este método es el que incorpora el programa EPANET (Rossman, 1994), desarrollado por la U.S. Environmental Protection Agency, que desde su aparición en Julio de 1.992 se ha convertido en el punto de referencia de los modelos de calidad. El DVEM es un método euleriano que divide cada tubería en una serie de segmentos completamente mezclados de igual volumen, v_i , siendo m_i^k la masa dentro de cada elemento de volumen. En cada intervalo de cálculo de calidad, τ , la concentración dentro de cada segmento de volumen es afectada primero por la reacción, y después transferida al segmento adyacente situado aguas abajo.

Para asegurar que no se transporte más allá del nudo aguas abajo, el elemento de volumen debe ser menor ó igual a $Q_i \cdot \tau$, siendo Q_i el caudal a través de la línea i , y además τ no puede ser mayor que el menor tiempo de permanencia en una línea:

$$\tau = \min_i \left(\frac{V_i}{Q_i} \right) \quad (2.26)$$

$$\eta_i = \frac{V_i}{Q_i \cdot \tau} \quad (2.27)$$

$$v_i = \frac{V_i}{\eta_i} \quad (2.28)$$

siendo:

V_i : volumen total de la línea i ;

η_i : número de elementos de volumen de la línea i ;

v_i : volumen de cada elemento de la línea i .

Cuando todas las líneas de la red se han dividido en elementos de volumen y se calcula la distribución inicial de masa, la propagación de masa a través de la red se realiza en cuatro etapas, como queda representado en la Figura 2.4.

1. Etapa: reacción química

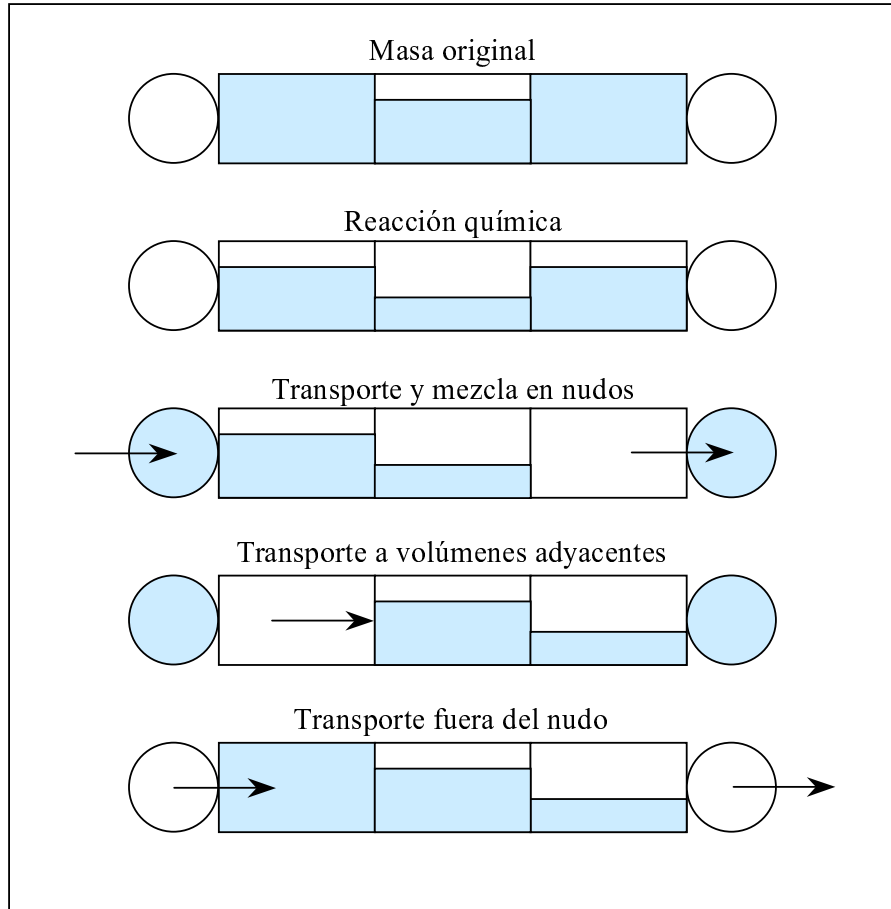


Figura 2.4.- Etapas del transporte de masa en la línea

La masa de cada elemento de volumen reacciona en el intervalo τ . Si la reacción es de primer orden, se cumplirá:

$$m_i'^k = m_i^k \cdot \exp(\alpha\tau) \quad (2.29)$$

siendo $m_i'^k$ la nueva masa en el elemento k de la línea i .

2. Etapa: mezcla en nudos

Se realiza el transporte de masa y caudal desde el último elemento de cada línea hasta el nudo aguas abajo, y se calcula una nueva concentración:

$$M_j = \sum_i m_i'^{\eta_i} \quad (2.30)$$

$$V_j = \sum_i Q_i \cdot \tau \quad (2.31)$$

$$C_j = \frac{M_j}{V_j} \quad (2.32)$$

siendo:

M_j : masa que entra al nudo j ;

$m_i^{\eta_i}$: masa del último elemento de la línea i ;

V_j : volumen total que entra al nudo j ;

C_j : concentración en el nudo j .

3. Etapa: transporte a volúmenes adyacentes

La masa cambia desde el elemento de volumen k al $k + 1$ de cada línea, sin llegar al último elemento:

$$m_i^{k+1} = m_i^k \quad k = 1, 2, \dots, \eta_i - 1 \quad (2.33)$$

4. Etapa: transporte fuera del nudo

Sale la masa de cada nudo al primer elemento de volumen de todas las líneas salientes del nudo:

$$m_i^1 = C_j \cdot Q_i \cdot \tau \quad (2.34)$$

Esta secuencia se repite para cada intervalo τ , hasta que ocurre el siguiente evento hidráulico. Se realiza entonces una nueva segmentación de la red para reflejar los cambios en los tiempos de viajes, la masa es redistribuida desde la antigua segmentación a la nueva, y se continúan los cálculos. El último intervalo τ deberá ser reducido a τ' , de forma que el tiempo total transcurrido sea igual al intervalo hidráulico. En este caso, la masa transportada desde un elemento a otro se deberá ajustar por la relación τ'/τ . El cálculo termina cuando se han cubierto todos los intervalos de cálculo hidráulico.

El modelo se puede modificar para tener en cuenta dos casos extremos. Por un lado, en el caso de tuberías muy cortas y altas velocidades, que podrían dar un valor de τ muy pequeño, y en consecuencia tiempos de computación elevados, se fija un intervalo de tiempo de cálculo mínimo, τ_{min} . A este respecto, en las válvulas y las bombas, se considera que el transporte es instantáneo. Por otro lado, para el caso de tuberías muy largas y con velocidades bajas, que podrían dar un elevado número de segmentos, se fija un número máximo de segmentos, η_{max} .

Al comienzo de la simulación y al comienzo de cada intervalo de cálculo hidráulico, si hay cambios en la velocidad ó en el sentido del caudal, se deben especificar

las concentraciones en cada elemento. Al inicio de la simulación, las concentraciones de los nudos se determinan a partir de las condiciones iniciales, pudiendo determinarse las masas de los elementos de volumen mediante interpolación de los nudos extremos:

$$m_i^k = C_i^0 \cdot v_i + \frac{(k-1) \cdot (C_i^{\eta_i} - C_i^0) \cdot v_i}{\eta_i - 1} \quad k = 1, 2, \dots, \eta_i \quad (2.35)$$

siendo:

C_i^0 : concentración del nudo aguas arriba de la línea i ;

$C_i^{\eta_i}$: concentración del nudo aguas abajo de la línea i .

Cuando varían las dimensiones de los elementos de volumen, se debe traspasar la distribución de masa de la antigua segmentación a la nueva (Figura 2.5). En el caso que la nueva segmentación tenga menos elementos que la inicial, la masa y el volumen de cada elemento antiguo se transfieren a un nuevo elemento hasta que esté lleno y se considere un nuevo elemento, pasando el resto a este nuevo elemento. Por otra parte, si la nueva segmentación tiene más elementos que la anterior, se transfiere un volumen igual al nuevo elemento desde el elemento antiguo, con una cantidad proporcional de masa, hasta que el elemento se vacíe.

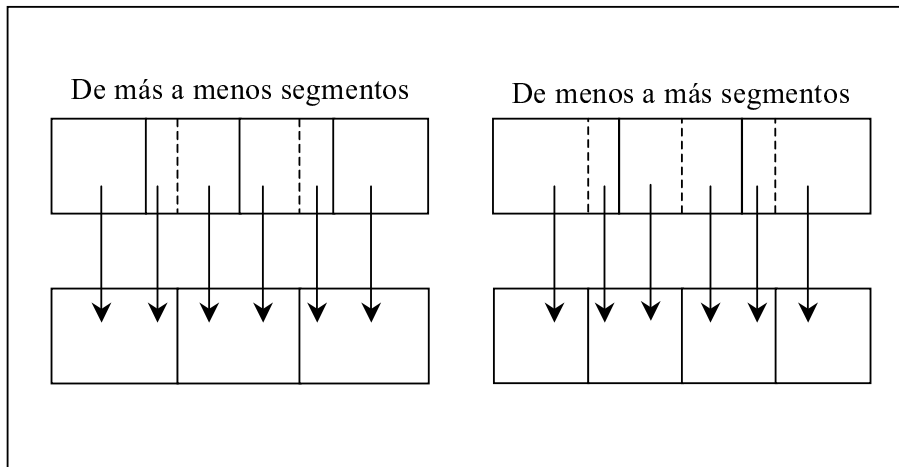


Figura 2.5.- Redistribución de masa en una línea al cambiar la segmentación

La precisión del método DVEM depende del tamaño del intervalo de tiempo de calidad de agua utilizado. Este método evita la dispersión numérica dentro de cada intervalo de tiempo hidráulico porque los contenidos de los segmentos adyacentes no se mezclan nunca.

Método orientado al tiempo (TDM) Este método lagrangiano sigue la concentración y tamaño de una serie de segmentos de agua no superpuestos que llenan cada tramo de la red (Liou y Kroon, 1987). A medida que el tiempo avanza, el

tamaño del segmento situado más aguas arriba en un tramo se incrementa al entrar el agua en el tramo, mientras que se produce una pérdida de igual tamaño en el segmento situado más aguas abajo, al salir el agua del tramo (Figura 2.6(a)). El tamaño de los segmentos situados entre dichos segmentos extremos permanece sin cambio.

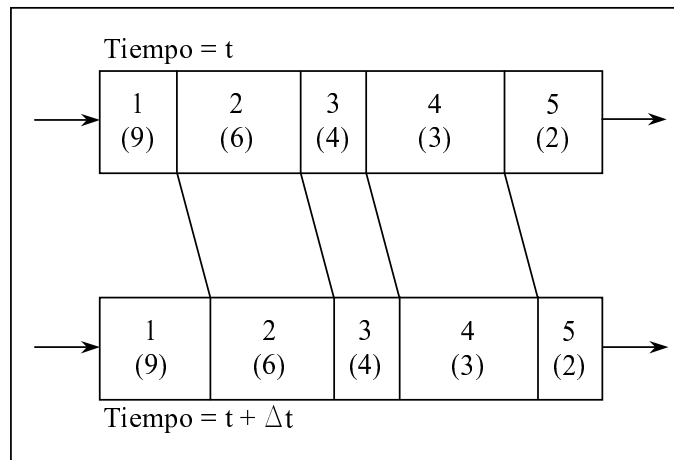
Para cada intervalo de tiempo de calidad, los contenidos de cada segmento están sujetos a reacción, se mantiene un cómputo acumulado de la masa total y del volumen que entra en cada nudo, y las posiciones de los segmentos son actualizadas. Se calculan entonces nuevas concentraciones nodales y se producen nuevos segmentos en el inicio de los tramos con el caudal que abandona cada nudo. La generación de excesivos segmentos es controlada, creando sólo nuevos segmentos cuando el segmento existente aguas abajo de un nudo difiere en concentración una determinada tolerancia. El proceso se repite entonces para el siguiente intervalo de tiempo de calidad. Al comienzo del siguiente intervalo de tiempo hidráulico, el orden de los segmentos en cualquier tubería que experimenta una inversión de caudal, es modificado. En caso contrario, no es necesario ningún otro ajuste.

Para evitar que haya un excesivo número de elementos de volumen, se propone un esquema de consolidación en el que un elemento con menor volumen se fusiona con el elemento de concentración más parecida, como se muestra en la Figura 2.6(b), donde el elemento 3 se fusiona con el elemento 4 que tiene una concentración más similar que el elemento 2.

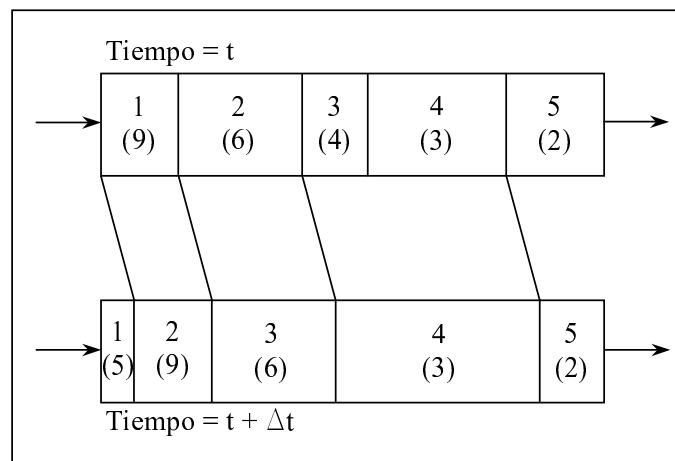
La naturaleza lagrangiana del TDM evita cualquier dispersión numérica en el interior de los tramos. Sin embargo, se puede introducir alguna mezcla artificial entre segmentos en los nudos situados aguas abajo, cuando se consume más del primer segmento en un tramo durante un intervalo de tiempo. La precisión de este método depende de la elección del intervalo de tiempo, y de la tolerancia de concentración utilizada para limitar la generación de nuevos segmentos.

Método orientado al suceso (EDM) El EDM es un método lagrangiano que es similar al TDM, excepto que en lugar de actualizar la red entera a intervalos de tiempo fijos, las condiciones de los tramos ó nudos individuales se actualizan sólo en los instantes en los que el primer segmento de un tramo desaparece completamente a través de su nudo aguas abajo (Boulos *et al.*, 1995).

El EDM requiere que se mantenga una lista ordenada de la vida proyectada del primer segmento de cada tramo (es decir, el tiempo, basado en la velocidad actual y tamaño del paquete, hasta que el segmento desaparece a través de su nudo situado aguas abajo). El siguiente suceso ocurre para el segmento situado al inicio de esta lista, el que tiene prevista la vida más corta. En el instante de este siguiente suceso tienen lugar las siguientes acciones:



(a)



(b)

Figura 2.6.- Método de Liou y Kroon

1. el segmento “suceso” es destruido, y el reloj de la simulación es actualizado;
2. se registra una nueva concentración en el nudo que consume el segmento “suceso” cuando el siguiente segmento en la línea lo reemplaza, y se mezcla con el agua de los primeros segmentos de otros tramos conexos;
3. si el cambio de concentración en el nudo “suceso” está por encima de una tolerancia especificada, se generan nuevos segmentos en el inicio de todos los tramos con caudal saliente del nudo, con una concentración igual a la del nudo;
4. se ajustan las vidas proyectadas de todos los segmentos iniciales, y el suceso es reordenado.

Este proceso continúa hasta el final del intervalo de tiempo hidráulico actual. En ese instante, todas las posiciones de los segmentos y las concentraciones son actualizadas. Al inicio del siguiente suceso hidráulico, se cambia el orden de los segmentos en los tramos que experimentan una inversión de caudal. Entonces se genera una nueva lista ordenada de sucesos y la secuencia continúa.

El EDM está libre de dispersión numérica y errores de cambio de fase. Su precisión no depende de ninguna limitación en el intervalo de tiempo, sino únicamente de la tolerancia de concentración utilizada para limitar la generación de segmentos. Puede introducirse algún error adicional cuando suceden inversiones de caudal para constituyentes reactivos, dependiendo de cómo se trate la inversión del perfil de concentración que existe dentro de cada segmento. En (Boulos *et al.*, 1995) se estudia este problema con mayor profundidad.

2.3 Modelación de una red de abastecimiento

Como se ha indicado en apartados precedentes, la utilización de modelos matemáticos se ha convertido en una herramienta fundamental para el estudio de redes de abastecimiento, debido a una serie de ventajas que presentan frente a otros planteamientos, así como al desarrollo de avanzados sistemas de cálculo, y de herramientas informáticas que posibilitan una rápida resolución de las ecuaciones del sistema. El modelo matemático se utiliza para simular diferentes estados que se producen en la red de distribución sin tener que llegar a experimentarlos físicamente. Del resultado de dichas simulaciones se extraen luego conclusiones que serán utilizadas en la planificación y gestión de la red.

El proceso de elaborar un modelo matemático supone recopilar toda la información existente de la red y tratarla, de forma que pueda ser utilizada por los programas de análisis existentes. Según Walski (1983), un modelo de un sistema de distribución de agua tiene dos partes: el programa de ordenador que realiza los cálculos, y los datos que describen los componentes físicos del sistema de agua, las demandas de los usuarios y las características operacionales.

Los modelos matemáticos requieren que un sistema de distribución real sea concebido como una colección de tramos conectados entre sí en sus puntos finales, que se llaman nudos. El agua fluye a lo largo de los tramos y entra ó abandona el sistema en los nudos. Los componentes físicos del sistema de distribución deben estar representados en términos de estos elementos.

Un ejemplo de un esquema de una red de abastecimiento se representa en la Figura 2.7. En este esquema, los tramos están formados por tuberías, bombas ó válvulas de control. Las tuberías conducen el agua de un punto a otro, las bombas elevan la altura piezométrica del agua, y las válvulas de control mantienen pre-

siones específicas ó determinadas condiciones de caudal. Otros tipos de válvulas, tales como válvulas de cierre ó de retención, son consideradas como propiedades de las tuberías. Los nudos consisten en uniones de tuberías, depósitos y tanques. Las uniones son nudos donde los tramos conectan entre sí, y donde se produce el consumo de agua. Los depósitos representan condiciones de contorno de altura fija, tales como lagos, acuíferos subterráneos, depósitos de agua clarificada de las plantas de tratamiento, ó conexiones a partes de un sistema que no está siendo modelado. Los tanques son instalaciones de almacenamiento en donde el volumen y el nivel del agua pueden cambiar durante un período extendido de funcionamiento del sistema.

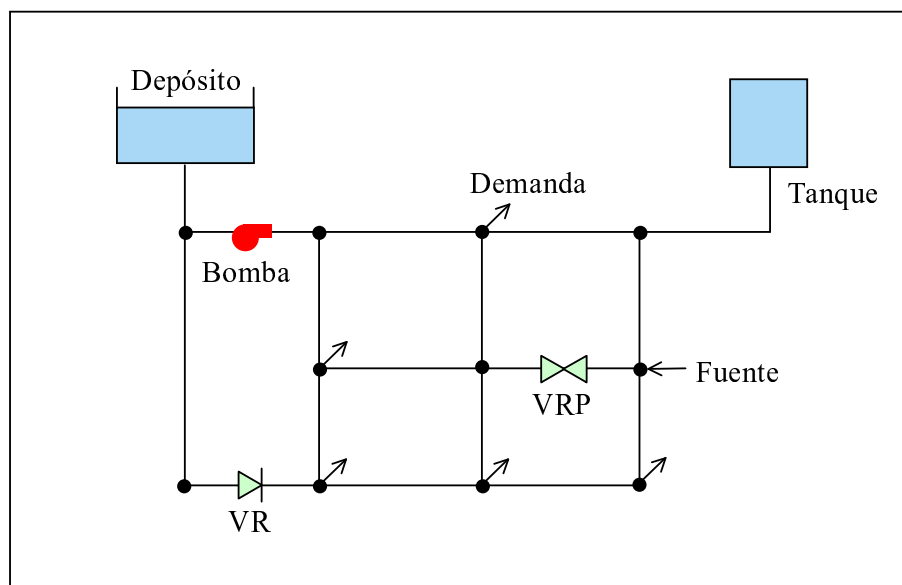


Figura 2.7.- Representación de los nudos y tramos de un sistema de distribución

Las etapas que comprende la elaboración de un modelo pueden quedar por tanto resumidas según:

1. Determinar el tipo de cuestiones a las que el modelo debe ayudar a responder.
2. Representar los componentes del mundo real del sistema de distribución, en términos adecuados para su utilización por el modelo implementado en un ordenador.
3. Reunir los datos necesarios para caracterizar los componentes incluidos en el modelo.
4. Determinar el consumo de agua a lo largo de la red modelada para cada período de tiempo analizado.
5. Caracterizar cómo es operado el sistema de distribución durante el período de tiempo que es analizado.

6. Calibrar el modelo frente a observaciones realizadas sobre el terreno.
7. Ejecutar el modelo para responder las cuestiones identificadas en el paso 1, y obtener los resultados.

2.3.1 Etapas en la elaboración de un modelo

Seguidamente se van a describir las diferentes etapas que comprende la elaboración de un modelo.

2.3.1.1 Recopilación de información

Uno de los aspectos clave para la confección de un modelo matemático, y que puede considerarse como la primera etapa en la elaboración del mismo, es lograr recopilar la mayor información posible acerca de la red objeto de modelación. Hay que señalar que la bondad del modelo va a depender en gran medida de la precisión con la que queden caracterizados los diferentes elementos, por lo que esta etapa deberá desarrollarse con el mayor rigor posible.

Seguidamente se enumeran los datos que será necesario recopilar en esta etapa:

Topología y cartografía de la red. Se entiende por topología, la forma en que están conectados los diferentes elementos que la componen. Conocida ésta, se puede establecer la conectividad entre elementos, por qué calles discurren las conducciones, la localización de las acometidas, válvulas de regulación y cierre, etc., y en general cómo está dispuesto el entramado que forma la red. La representación del sistema deberá realizarse utilizando una cartografía lo más detallada posible.

Conducciones. Se deberá conocer su diámetro, longitud, conectividad, pérdidas de carga continuas y localizadas, y adicionalmente, su material, edad y estado de conservación. Con respecto al diámetro de las tuberías, debe tenerse en cuenta que la información histórica disponible sólo refleja el tamaño de la tubería en el momento de su instalación; sin embargo, el diámetro puede haberse reducido como consecuencia de depósitos en su interior. El efecto de esta reducción en el cálculo de caudales y pérdidas de carga normalmente es agrupado junto a las modificaciones realizadas al coeficiente de rugosidad de la tubería durante la calibración del modelo. Aunque esto funciona bastante bien para la modelación hidráulica, el uso de un diámetro incorrecto de tubería puede ocasionar dificultades cuando se modela la calidad del agua. El comportamiento de un modelo de calidad de agua puede verse afectado por el tiempo de viaje del agua a través de una tubería, que es función del diámetro de la tubería, por lo que un modelo hidráulico bien calibrado puede no funcionar tan bien cuando se quiere modelar la calidad del agua.

Bombas ó estaciones de bombeo. Se deberá obtener para cada uno de los equipos de bombeo su potencia, curva característica, rendimiento, conectividad, horas de funcionamiento, modo de operación (arranques/paradas), nivel de aspiración, etc. Para cada estación de bombeo se conocerá su topología, elementos de regulación de que consta, tanques de almacenamiento, variación semanal y estacional en el modo de operación, dispositivos de medición de caudal y altura de las bombas, etc. Puesto que las características de una bomba pueden variar con el tiempo, deberían realizarse ensayos de forma periódica para evaluar el funcionamiento real de la bomba. Cuando no se dispone de la curva característica de la bomba, un método empleado para representarla consiste en asumir que la bomba funciona a una potencia constante, si bien este procedimiento debe ser usado con cautela, especialmente en simulaciones en período extendido, porque las combinaciones resultantes de altura-caudal pueden en ocasiones no responder a la realidad.

Elementos de regulación. De las válvulas se conocerá el fabricante, tipo, modelo, característica resistente, diámetro, evolución temporal de su posición de regulación, evolución temporal de su consigna de regulación (si es automática), y adicionalmente, material, edad, estado de conservación, etc.

Instalaciones de almacenamiento. Ubicación de los depósitos de la red, así como tipo, dimensiones, cota de solera, niveles máximo y mínimo, evolución temporal del nivel, dispositivos de regulación y medida existentes, concentración de sustancias presentes en el agua, etc.

Puntos de consumo. Información referente a la cota de solera de la acometida del punto, caudal demandado, tipo de consumo (con su correspondiente curva de modulación de la demanda), conectividad a la red, sector de consumo al que pertenece, niveles de fugas en la zona de influencia del punto, abonados que se abastecen del punto, tipo de suministro (alimentación a través de aljibe, directamente de la red ó con grupo hidropresor), etc.

Puntos de inyección. Se consideran puntos de inyección aquellos en los que se introduce agua en la red, y que no son ni depósitos ni estaciones de bombeo. Generalmente son puntos que sustituyen a una estación de bombeo que no está incluida en el modelo. Se necesita conocer su cota, históricos del caudal inyectado, con su modulación diaria y estacional, concentración de productos químicos, etc.

En la Tabla 2.1 se resumen las principales características de los elementos que se deben recopilar en esta primera etapa.

En el caso de una red de nueva ejecución, el problema de recopilar la información está prácticamente resuelto, pues dicha información proviene de los parámetros de diseño. La dificultad se presenta en las redes en servicio, donde los parámetros con

Tabla 2.1.- *Mínimo conjunto de propiedades necesarias para modelar los componentes de la red*

Componente	Propiedades
Nudos	Cota Demanda Modulación de la demanda
Depósitos	Cota
Tanques	Cota del fondo Nivel de agua inicial Curva de volumen - nivel de agua
Tuberías	Nudo inicial Nudo final Diámetro Longitud Coeficiente de rugosidad
Bombas	Nudo inicial Nudo final Curva altura - caudal
Válvulas	Nudo inicial Nudo final Tipo (VRP, VSP, VLQ, etc.) Característica resistente

los que se proyectó la red se han modificado por el propio funcionamiento de la misma. Algunas de las circunstancias que producen dicha variación son las siguientes:

- Modificación del diámetro y rugosidad originales de las conducciones por depósito de sales, cal y óxidos, aumentando las pérdidas de carga.
- Desconocimiento de las pérdidas menores producidas en juntas, codos, tes, reducciones, etc., muy difíciles de cuantificar. Normalmente se tienen en cuenta como longitudes equivalentes de tubería.
- Pérdida de carga en las válvulas de cierre que, por condiciones de funcionamiento, no quedan perfectamente cerradas ó abiertas durante alguna maniobra, siendo su estado difícil de saber.
- Distribución de consumos en la red en un instante determinado. Los valores medios se pueden determinar en base a las facturaciones, pero su modulación a lo largo del día es difícil de predecir, debido a la aleatoriedad en la demanda.
- Desconocimiento del valor y localización de las fugas, y de los errores de los contadores, que añaden incertidumbre a la asignación de cargas en la red.

- Las mediciones que se realizan en la fase de ajuste del modelo están afectadas de errores en los aparatos de medida, en la lectura, y en las fluctuaciones de la variable que se mide.
- La determinación de la cota en los nudos de presión desconocida está afectada igualmente de errores. Puesto que en el análisis se trabaja con alturas piezométricas, por diferencia con el valor de la cota, se obtiene la presión. Por lo tanto, el error en la determinación de la cota se traduce directamente, en un error en el valor de presión en el nudo.

2.3.1.2 Esqueletización de la red

Consiste esencialmente en una simplificación del entramado de tuberías y una esquematización de los restantes elementos de la red. El nivel de simplificación al que se llegue dependerá del fin a que se destine el modelo, así como del número de líneas que disponga la red real. Por ejemplo, un modelo altamente esqueletizado puede ser suficiente para planificación de mejoras ó para estudios de programación de bombeos, no siendo apropiado para modelar la calidad del agua ó para analizar condiciones de demanda para protección contra incendios, en donde son de interés condiciones más localizadas.

Para realizar las simplificaciones se suelen usar diversas técnicas, dependiendo de las características particulares de la red, entre las que se pueden citar:

- Unificación de nudos próximos en los que, debido a la corta longitud de las líneas que los unen, se observará un mismo valor de la presión.
- Asociación de tuberías en serie: para una asociación de n tuberías, denominando D_{eq} y L_{eq} al diámetro y longitud equivalentes, respectivamente, se tiene:

$$D_{eq} = \left[\frac{L_{eq}}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{L_i}{D_i^5} \right)} \right]^{1/5} \quad (2.36)$$

$$L_{eq} = \sum_{i=1}^n L_i \quad (2.37)$$

- Asociación de tuberías en paralelo:

$$D_{eq} = \left[L_{eq} \left(\sum_{i=1}^n \sqrt{\frac{D_i^5}{L_i}} \right)^2 \right]^{1/5} \quad (2.38)$$

$$L_{eq} = \frac{\sum_{i=1}^n L_i}{n} \quad (2.39)$$

- Eliminación de ramificaciones y demandas, sustituyéndolas por su consumo en el punto de conexión con la red.
- Eliminación de tuberías de pequeño diámetro: en general se trata de eliminar todas aquellas tuberías cuya capacidad no afecte de forma significativa a la capacidad conductiva del sistema. No es posible dar un criterio definitivo sobre qué tuberías se deberían mantener y cuáles podrían ser eliminadas, si bien puede indicarse que cuanto más alejadas estén de los puntos de inyección, menos contribuirán a conducir caudal hacia otras zonas, estando más justificada su eliminación. También debe tenerse en cuenta que una tubería que en condiciones normales de operación, no tiene capacidad importante de transporte, puede llegar a tenerla, si por alguna rotura ó fallo, se deja sin servicio alguna tubería importante, debiendo en tal caso incluirse en el modelo. En (García-Serra, 1988) se hace una revisión de criterios desarrollados por diversos autores sobre este asunto.

En el proceso de esquetización debe tenerse presente el programa de simulación que se vaya a utilizar. Cada programa admite una serie de elementos modelizables. Por ejemplo, si el simulador sólo admite tanques de sección circular, para modelizar un tanque con otro tipo de sección deberá obtenerse la sección circular equivalente. A la obtención de la sección circular equivalente es a lo que se ha denominado anteriormente como esquematización de los elementos, en este caso aplicada a un tanque. También se suele proceder a la esquematización de otros elementos, como es el caso de las estaciones de bombeo, de forma que se reproduzca el comportamiento de la misma sin tener que incluir detalladamente todos los elementos que la componen.

El último paso en la fase de esquetización consistirá en la numeración de líneas y nudos. En principio, la numeración de nudos y líneas debe ser independiente, siendo recomendable una numeración por zonas que facilite una rápida identificación.

2.3.1.3 Estimación de la demanda y asignación de cargas

Las demandas de agua para un sistema de distribución de agua son análogas a las cargas que debe soportar una estructura. Ambas juegan un papel fundamental en determinar el comportamiento de sus respectivos sistemas. Por ello, el modelo matemático de una red incluye, además de la topología y de las características de las líneas y nudos de la misma, un conocimiento lo más exhaustivo posible de los consumos. Cargar el modelo significa asignar la demanda estimada en la red, en los nudos del modelo, denominando estado de carga de la red a la situación de consumo que se produce en la red en un instante determinado.

Para el estudio de las cargas del modelo cabe distinguir entre los modelos estáticos y los dinámicos. En un modelo estático, se analiza la red para un único estado de cargas, considerándose normalmente la situación punta de consumo, en donde las presiones en la red son más bajas, con objeto de detectar posibles deficiencias en el

servicio, ó bien la situación valle del consumo, cuando las presiones son mayores, y se pueden producir roturas en las conducciones.

En un modelo dinámico, se analizan una sucesión de diferentes estados de carga a lo largo de un determinado período de tiempo, habitualmente uno ó varios días. En este caso, debe considerarse la modulación de la demanda a lo largo del período en estudio, lo que hace más difícil la asignación de cargas al modelo. Para su utilización en simulaciones en período extendido, la curva de modulación se discretiza a intervalos regulares de tiempo, normalmente de 1 hora de duración (Figura 2.8).

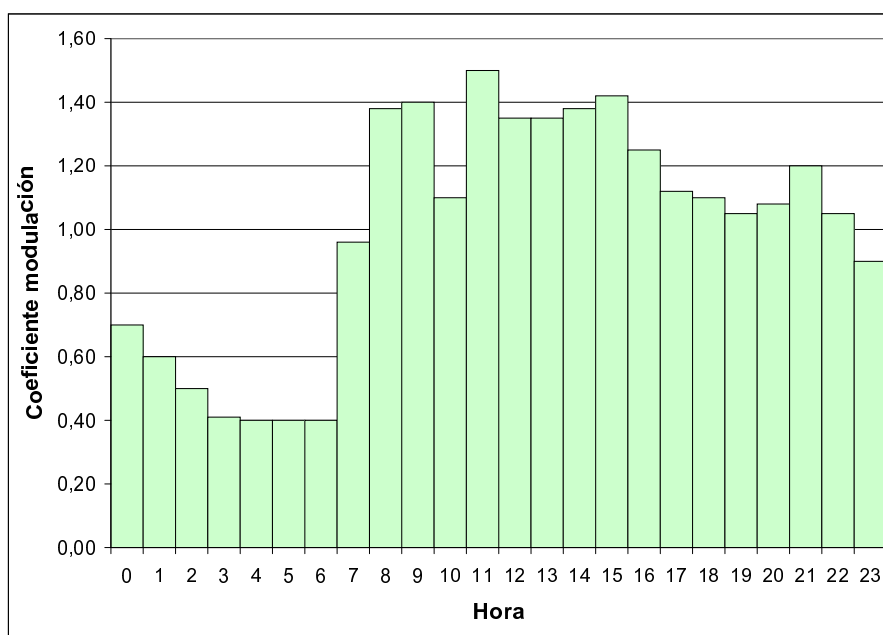


Figura 2.8.- Curva de modulación estándar de consumo doméstico

Para la determinación de la curva de modulación de cada nudo, se obtiene, en primer lugar, la curva de modulación de cada tipo de abonado (doméstico, comercial, industrial, etc.), así como el porcentaje de la demanda media en el nudo que corresponde a cada tipo. Ponderando la curva de modulación de cada abonado con dichos porcentajes, se obtiene la curva de modulación en el nudo.

En la asignación de consumos también hay que distinguir entre consumos registrados ó medidos y consumos no registrados. Los consumos registrados son aquellos que están controlados tanto en valor como ubicación, correspondiendo fundamentalmente con los consumos facturados a los abonados del servicio. Por el contrario, los consumos no contabilizados son aquellos que quedan fuera de control, debidos a errores de contador (bien del propio aparato ó de su lectura), fugas en la red, acometidas ilegales, consumos para servicios municipales y para protección contra incendios, etc.

Con respecto a los consumos registrados, una vez se dispone de la facturación en un determinado período, se procede al reparto de cargas entre los diferentes nudos del sistema, tal como ha sido expuesto en el Capítulo 1. En el caso de una asignación punto a punto, se pueden tener en cuenta los siguientes criterios:

- Asignar directamente al nudo los consumos puntuales del mismo, así como los de las acometidas que partan de sus proximidades.
- Los consumos de las acometidas a lo largo de una línea se reparten al 50 por 100 entre los nudos extremos, salvo que el caudal extraído se encuentre entre el 1 y el 5 por 100 del total, en cuyo caso se reparte inversamente proporcional a la distancia a los nudos.
- Si el consumo es superior al 5 por 100, y en consecuencia, tiene suficiente entidad, se crea un nuevo nudo desglosando en dos la línea original.
- En el caso de que una ramificación parta de un nudo, se asigna al mismo el consumo total de esa ramificación.

Con objeto de tener en cuenta el consumo no contabilizado, se corrige la demanda media en el nudo con un coeficiente, cociente entre el caudal de agua inyectado a la red en el instante de la simulación, y la demanda media del modelo.

2.3.1.4 Calibración del modelo

Una vez realizadas las etapas anteriores, se dispone de un modelo de la red que debe ser validado, con objeto de comprobar si el modelo representa adecuadamente la realidad. La calibración es el proceso de realizar ajustes de los parámetros del modelo, para conseguir que el modelo reproduzca las medidas observadas a un grado razonable de precisión.

Los parámetros ajustables del modelo fundamentalmente comprenden los coeficientes de rugosidad de las tuberías y las demandas de los nudos, siendo éstos los que suelen tener una mayor incertidumbre (Bhave, 1988). Para modelos de calidad, también se incluyen las condiciones iniciales de calidad del agua y los coeficientes de velocidad de reacción. Por otra parte, las variables observables del modelo son presiones, caudales, y niveles de agua en los tanques, por lo que respecta a las variables hidráulicas, así como concentraciones de sustancias químicas, por lo que respecta a la calidad del agua.

Pueden realizarse en principio dos tipos de calibración. Un primer nivel sirve para comprobar que el modelo está produciendo resultados razonables, aunque no necesariamente sean precisos. Para este fin, puede revisarse si se produce alguno de los siguientes problemas:

- Presiones excesivamente bajas (por ejemplo, negativas) ó altas (por ejemplo, superiores a las alturas piezométricas de los puntos de inyección del sistema).

- Bombas funcionando fuera de su rango admisible, ó bien paradas por esta razón.
- Bombas en estado de marcha/paro de forma no razonable.
- Tanques que continuamente se están llenando ó vaciando.
- Nudos desconectados de cualquier fuente a causa de tuberías ó válvulas cerradas, ó a causa de bombas paradas.

Cualquiera de las condiciones indicadas, reflejará que existe un problema al representar algún aspecto del sistema.

El segundo nivel de calibración comprende realizar ajustes a los parámetros del modelo, de forma que se consiga la mejor representación de las observaciones realizadas. Este tipo de calibración comprende en general una serie de etapas:

1. Realización de mediciones en la red.
2. Evaluación de los resultados del modelo.
3. Precalibrado del modelo.
4. Análisis de sensibilidad.
5. Ajuste fino del modelo.

Seguidamente se van a describir cada una de estas etapas.

Realización de mediciones en la red Algunos parámetros del modelo pueden ser contrastados por medida directa de los mismos en la red, como puede ser el caso de las curvas características de las bombas y de las válvulas. Sin embargo, la mayoría de ellos son difíciles de medir, como ocurre con la rugosidad de las tuberías, las pérdidas localizadas, ó las demandas en los nudos, debiendo utilizarse una serie de medidas indirectas para poder ajustarlos.

Las variables que se van a medir en la red serán las presiones de los nudos y los caudales de línea, ya que son éstas las que proporciona el modelo. A este respecto, cabe indicar que si bien es relativamente sencillo realizar medidas de presión en diferentes puntos de la red, la obtención de medidas de caudal en puntos de localización móvil es mucho más costosa, por lo que normalmente se utilizan las primeras con una mayor extensión, disponiéndose tan sólo de las medidas de caudal que proporcionan los caudalímetros localizados en los puntos de inyección ó a la entrada de los sectores de consumo.

Para poder comparar los resultados del modelo con la realidad, se deben producir las mismas condiciones en uno y otro caso, lo que obliga a tener que medir otra serie

de parámetros que permitan reproducir en la simulación, para cada instante, las condiciones reales. Estos parámetros son los niveles en los depósitos, la posición de los elementos de regulación, los caudales inyectados a la red, y el modo de operación de las estaciones de bombeo.

Una cuestión que surge en esta etapa es la determinación del número necesario de puntos de medida. Si se dispusiera de medidas de presión en todos los nudos, y de caudal en todas las líneas del modelo sería posible, empleando un método determinista, ajustar los resultados de la simulación a los valores observados. Aún así, el sistema sería indeterminado, pues hay más de una incógnita por línea (al menos la rugosidad y la pérdida localizada), y otra por nudo (demanda).

Teniendo en cuenta el coste que supone la realización de las mediciones, tanto desde el punto de vista económico como de tiempo invertido, debe encontrarse un compromiso en el número de medidas a realizar. En (Bush y Uber, 1998) se propone una metodología basada en un análisis de sensibilidad, para la localización de posibles puntos de muestreo.

Por otra parte, debe tenerse en cuenta, de acuerdo con Walski (2000), que no todas las medidas que se realicen van a ser útiles. En el caso de que las mediciones sean efectuadas en condiciones en que la pérdida de carga en el sistema sea tan baja, que la pérdida de carga y la velocidad sean del mismo orden de magnitud que los errores de medida, los datos obtenidos serán inútiles. Los datos “inútiles”, si bien podrán utilizarse para comprobar si las condiciones de contorno son correctas (es decir, si los niveles de los tanques, las posiciones de las válvulas, y las curvas de las bombas no tienen un serio error), no se podrán usar para verificar el coeficiente de rugosidad ó la demanda de agua. Sólo se obtendrán buenos datos cuando exista suficiente pérdida de carga para extraer conclusiones válidas.

El efecto que tiene un error en la determinación de la pérdida de carga para la estimación del coeficiente de rugosidad, puede comprobarse a partir de la ecuación de Hazen-Williams:

$$C = \frac{k(Q \pm \text{error en } Q)}{(h \pm \text{error en } h)^{0,54}} \quad (2.40)$$

siendo:

C : coeficiente de Hazen-Williams;

k : constante que depende del sistema y de las unidades;

Q : caudal que circula por la tubería (l/s);

h : pérdida de carga (m).

Bajo condiciones estáticas, el caudal es pequeño con respecto a los errores en las medidas de los caudales, y h es también pequeño con respecto a los errores en las pérdidas de carga medidas, por lo que la ecuación (2.40) quedaría de la forma:

$$C = \frac{0 \pm \text{error}}{(0 \pm \text{error})^{0,54}} \quad (2.41)$$

Esta ecuación produce un resultado indeterminado que no permite realizar inferencias acerca de los valores del coeficiente de rugosidad ó de la demanda.

Considerando un sistema en el que el coeficiente de Hazen-Williams sea 90, el intervalo de confianza en la estimación de C dependerá del error relativo en la medida de la pérdida de carga, así como en el valor de dicha pérdida de carga (Figura 2.9). A medida que aumenta la pérdida de carga, también aumenta la confianza con la que se conoce el valor de C . Por ejemplo, si la pérdida de carga es de 1,5 m, y el error de medida es de $\pm 4,5$ m, entonces el coeficiente C estaría comprendido entre 45 e infinito. Por el contrario, si el coeficiente C es determinado a partir de una pérdida de carga de $7,6 \text{ m} \pm 0,9$ m, entonces estaría comprendido entre 85 y 96. Por lo tanto, la única forma de minimizar este problema, es ó bien asegurar que los errores de medida son reducidos, ó bien que los valores de los caudales ó pérdidas de carga sean significativamente más grandes que su error de medida asociado. Esta última condición se consigue normalmente usando datos de un ensayo de caudal de incendios ó realizando las mediciones durante períodos en los que la carga sea elevada (por ejemplo, durante las horas punta).

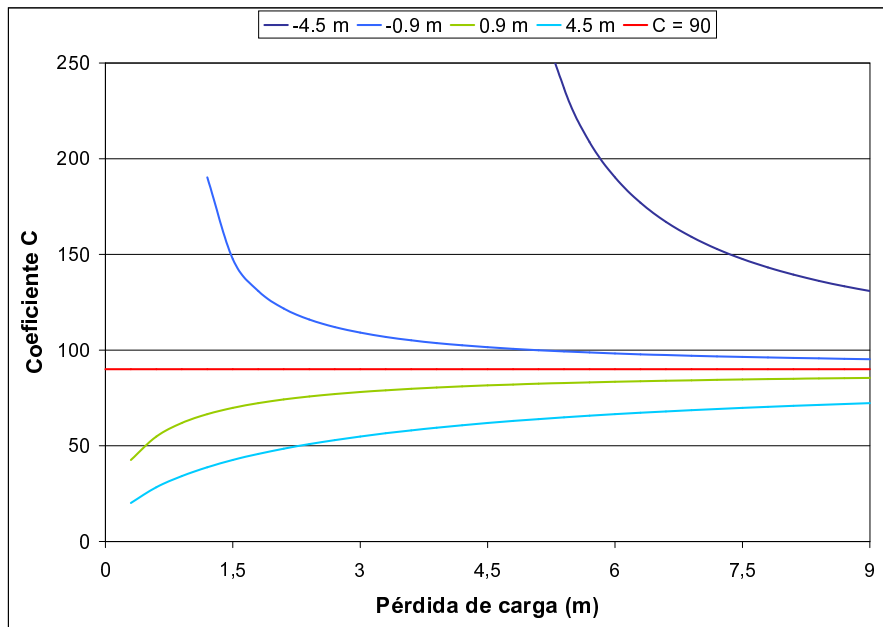


Figura 2.9.- Efecto del error de medida en el coeficiente C

Ensayos de caudal de incendios Estos ensayos son útiles para obtener datos de presión y caudal para su uso en la calibración de modelos. Se realizan usando

tanto un medidor de presión normal (para medir la presión estática y dinámica), como un medidor pitot (para calcular el caudal). Al menos deben seleccionarse dos hidrantes separados, uno de ellos identificado como el hidrante de presión ó residual, y el otro como el hidrante de caudal.

Para obtener suficientes datos de cara a una adecuada calibración, es importante recopilar datos de diversos ensayos. Es también conveniente que la diferencia entre las lecturas de presión estática y dinámica obtenidas en el hidrante residual sea como mínimo de 35 KPa, preferiblemente con un salto de 140 KPa (Walski (1990)). En el caso que el hidrante de caudal no produzca una suficiente descarga para permitir ese salto, puede ser necesario abrir otros hidrantes adicionales.

En algunos casos, puede ser también beneficioso usar más de un hidrante residual, uno junto al hidrante de caudal y el otro alejado de la fuente, obteniéndose una información muy útil para localizar válvulas cerradas.

Datos de telemetria Además de los datos procedentes de los ensayos estáticos, los datos obtenidos durante un período de tiempo extendido (al menos 24 horas, hasta 7 días), pueden ser también útiles en el proceso de calibración. El tipo de datos más común incluirá datos de caudal, niveles del agua en los tanques, y presiones. Dependiendo del nivel de instrumentación y telemetria asociados con el sistema, la mayor parte de los datos pueden haber sido obtenidos como parte de las operaciones de mantenimiento. Por ejemplo, la mayoría de los sistemas miden y registran los niveles de los tanques y los caudales de las estaciones de bombeo en intervalos de 1 hora.

Estos datos son especialmente útiles para verificar la distribución de la demanda entre los diferentes nudos. Si estos datos están disponibles, debe comprobarse primero su precisión, antes de usarlos para la calibración. En caso de no estar disponibles, deberán instalarse temporalmente medidores de presión ó caudal para obtenerlos. En ausencia de caudalímetros en las tuberías que llegan a los tanques, los caudales de entrada ó salida pueden ser inferidos a partir de las lecturas de los niveles de agua en el tanque.

Datos de calidad de agua En los últimos años se han utilizado tanto sustancias conservativas como no conservativas, como trazadores para determinar el tiempo de viaje a través de varias partes de un sistema de distribución de agua (Grayman, 1998).

Puesto que los modelos de calidad de agua de los sistemas de distribución dependen de los modelos hidráulicos para proporcionar información sobre caudales, direcciones del caudal, y velocidades, los errores en los valores de caudal ó velocidad proporcionados por el modelo hidráulico conducirán a errores en las predicciones de la calidad del agua. Debe tenerse en cuenta, además, que la calibración realizada

para ajustar datos de presión no garantiza que los caudales y velocidades sean predichos con precisión (Grayman, 1998), por lo que se precisa una calibración hidráulica adicional cuando se realiza la modelación de la calidad del agua.

Aunque la mayoría de los modelos de calidad pueden ser empleados para representar tanto sustancias conservativas como no conservativas, el uso de sustancias conservativas es más apropiado para la calibración de modelos hidráulicos, ya que cuando se modela una sustancia conservativa, no hay parámetros de calidad que deban ser ajustados. En otras palabras, si los parámetros hidráulicos son correctos, y las condiciones iniciales para la sustancia se conocen con suficiente precisión, el modelo de calidad proporcionará una buena estimación de la concentración de la sustancia a lo largo de la red.

El tipo más común de trazador para tales aplicaciones es el Flúor. Controlando la velocidad de inyección en una fuente, normalmente la planta de tratamiento, se puede inducir un pulso en el caudal, de forma que sea monitorizado en cualquier punto del sistema, determinando el tiempo de viaje relativo desde la fuente hasta el punto de muestreo. El tiempo de viaje medido proporciona otro elemento más en la calibración del modelo hidráulico de una red.

Evaluación de los resultados del modelo Cuando se realiza un ensayo de caudal de incendios, el modelo se utiliza para simular la descarga de uno ó más hidrantes, asignando los caudales observados de los hidrantes, a demandas de nudos dentro del modelo. Los caudales y presiones predichas por el modelo se comparan entonces con los correspondientes valores observados, con objeto de evaluar la precisión del modelo. Si se utilizan datos procedentes de telemetría, el modelo se utiliza para simular la variación de los niveles de agua en los tanques y las presiones del sistema, simulando las condiciones de funcionamiento para el día en el que se han obtenido los datos. Los niveles predichos de agua en los tanques son entonces comparados con los valores observados. Por último, si se utilizan datos de calidad de agua, se comparan los tiempos de viaje (ó concentraciones de constituyentes) observados, con las predicciones del modelo.

Hay distintas formas de evaluar la precisión de un modelo, siendo el criterio más común utilizar la diferencia de presión absoluta, ó la diferencia de presión relativa (medida como la proporción entre la diferencia de presión absoluta y la diferencia de presión promedio en el sistema), prefiriéndose en general la diferencia de presión relativa. Para simulaciones en período extendido, se comparan los valores predichos y observados de caudales, presiones y niveles de agua en los tanques.

El nivel deseado de calibración dependerá del uso que se vaya a hacer del modelo, considerándose en general como satisfactoria, una desviación máxima de la variable entre un 5% y un 10%. Por ejemplo, se requerirá un nivel más alto de calibración del modelo para analizar la calidad del agua, ó para realizar un estudio operacional,

no siendo necesaria tanta precisión para un estudio general de planificación. En último término, el modelo debería estar calibrado hasta un nivel, de forma que las decisiones asociadas al mismo no se vean significativamente afectadas. En el caso que el modelo se utilice para diseño, el modelo debería estar calibrado para que los valores de diseño resultantes (diámetros de tubería y tamaños de bombas y tanques) sean los mismos que si se hubiesen utilizado los valores exactos de los parámetros.

Si bien no existe un criterio que pueda ser aplicado de forma universal, por las razones señaladas, en (Water Research Center (WRc), 1989) se indican una serie de criterios aplicables en el Reino Unido. Para modelos estáticos son los siguientes:

1. Los caudales deben coincidir hasta un 5% del caudal medido, para caudales que sean más del 10%, ó bien hasta un 10% del caudal medido, cuando los caudales representen menos de un 10% de la demanda total.
2. Las presiones deben coincidir hasta 0,5 m ó el 5% de la pérdida de carga para el 85 % de las medidas, hasta 0,75 m ó 7,5% de la pérdida de carga para el 95% de las medidas, y hasta 2 m ó 15% de la pérdida de carga para el 100 % de las medidas.

Para el caso de simulaciones en período extendido, se requiere que sean realizadas tres calibraciones estáticas separadas para diferentes períodos de tiempo, y que la diferencia volumétrica promedio entre el almacenamiento de agua predicho y observado sea menor de un 5%.

En (Walski *et al.*, 2001) se indican asimismo una serie de recomendaciones respecto a los niveles de precisión que se deben alcanzar mediante la calibración, en función de la aplicación a que se destine el modelo.

Las desviaciones entre los resultados del modelo y las observaciones se pueden deber a múltiples factores, entre los cuales se pueden citar:

- Parámetros del modelo erróneos (por ejemplo, rugosidades de las tuberías y distribución de las demandas nodales).
- Datos de la red erróneos, como diámetros ó longitudes de tuberías.
- Topología incorrecta, existiendo tuberías conectadas a nudos equivocados, en ocasiones debido a la presencia de válvulas cerradas.
- Errores en las condiciones de contorno (por ejemplo, incorrecta definición de las válvulas automáticas, niveles de agua en los tanques, ó estaciones de bombeo).
- Errores en los registros históricos de funcionamiento (bombas que arrancan y paran en instantes erróneos).

- Errores en los equipos de medida, debidos por ejemplo a que los medidores de presión no se encuentran calibrados.
- Errores de medida, producidos por una lectura errónea de los instrumentos de medida.

Los últimos dos tipos de error pueden ser eliminados ó al menos minimizados, desarrollando e implementando un cuidadoso programa de mediciones. Sin embargo, la eliminación del resto de errores habitualmente requiere que se apliquen de forma iterativa los tres últimos pasos del proceso de calibración (precalibrado, análisis de sensibilidad, y ajuste fino).

Precalibrado del modelo Si uno ó más de los valores medidos de las variables de estado difiere del modelo en una cantidad que se considere excesiva (por ejemplo, mayor del 30%), la causa de tal diferencia probablemente vaya más allá de los errores en las estimaciones de la rugosidad de las tuberías ó de las demandas nodales. Las causas posibles de tales diferencias son muchas, como se ha indicado en el apartado anterior. En cualquier caso, hasta que los resultados del modelo y las condiciones observadas estén en un grado razonable de correlación (normalmente con menos de un 20% de error), no se podrá pasar a realizar un ajuste fino del modelo.

La única forma de tratar adecuadamente estos errores es revisar sistemáticamente los datos asociados con el modelo, y compararlos con los datos de campo, para asegurar la precisión del modelo. En la mayoría de casos, algunos datos serán menos fiables que otros, lo que puede proporcionar un punto de inicio para tratar de identificar el problema. Los análisis de sensibilidad del modelo proporcionan otro medio de identificar el origen de la discrepancia. En ocasiones, los errores en las curvas de las bombas pueden ser minimizados simulando las bombas con caudales iguales a los caudales de descarga observados.

Análisis de sensibilidad Con anterioridad a la realización de un ajuste fino, es útil efectuar un análisis de sensibilidad del modelo para identificar el origen más probable de los errores observados. Este análisis se puede conseguir variando los diferentes parámetros del modelo en diferentes cantidades, y midiendo su efecto asociado. Por ejemplo, muchos modelos actuales de redes tienen como una opción, la posibilidad de realizar múltiples simulaciones, en las cuales se apliquen factores globales de ajuste a los valores de la rugosidad de la tubería ó de las demandas nodales. Examinando tales resultados, se pueden empezar a identificar qué parámetros tienen el impacto más significativo en los resultados del modelo, de forma que puedan ser susceptibles de un ajuste fino en la última etapa de la calibración.

Ajuste fino del modelo Después de que los resultados del modelo y las observaciones están razonablemente en concordancia, debe realizarse un ajuste fino del modelo. Como se ha indicado anteriormente, los dos parámetros que se ajustan

durante esta fase final normalmente incluyen la rugosidad de las tuberías y las demandas nodales. En muchos casos, puede ser conveniente partir el ajuste fino en dos etapas: calibración estática, y calibración en período extendido.

En una calibración estática, los parámetros del modelo se ajustan para que se cumplan las presiones y caudales asociados con observaciones estáticas, siendo la fuente normal de tales datos los ensayos de caudal de incendios. En una calibración en período extendido, los parámetros del modelo se ajustan para que se verifiquen las presiones y caudales variables con el tiempo, así como las trayectorias de los depósitos. Normalmente la calibración estática es más sensible a cambios en la rugosidad de las tuberías, mientras que la calibración en período extendido es más sensible a cambios en la distribución de las demandas. Por lo tanto, la estrategia potencial de calibración sería, primero realizar un ajuste fino de los valores de rugosidad, usando los resultados de los ensayos de caudal de incendios, y a continuación intentar un ajuste fino de la distribución de las demandas, usando los datos de caudal, presión y niveles procedentes de telemedida.

Históricamente, la mayoría de los intentos para realizar la calibración de un modelo han usado un método empírico, ó de ensayo y error. Sin embargo, tal procedimiento puede ser extremadamente lento y frustrante, en la mayoría de los sistemas típicos de agua. Una posible mejora puede consistir en descomponer los sistemas complicados en partes más pequeñas, y calibrar los parámetros del modelo de forma incremental.

Diversos investigadores han propuesto en los últimos años diferentes algoritmos, para su uso en modelos de redes calibrados automáticamente. La mayoría de estas técnicas están restringidas a la calibración estática. Estas técnicas están basadas en el uso de ecuaciones analíticas (Walski, 1983), modelos de simulación (Boulos y Ormsbee, 1991), y métodos de optimización (Meredith, 1983).

Métodos analíticos Las técnicas basadas en ecuaciones analíticas requieren generalmente una importante simplificación de la red, a través de la esqueletización y el uso de tuberías equivalentes. Como consecuencia, tales técnicas únicamente pueden proporcionar resultados aproximados. Por el contrario, las técnicas de simulación y optimización se aprovechan del uso de un modelo completo.

Métodos de simulación Las técnicas de simulación están basadas en la idea de obtener uno ó más factores de calibración, mediante la adición de una ó más ecuaciones de red. La ecuación ó ecuaciones adicionales se usan para definir una condición de contorno adicional observada (tal como la altura correspondiente a un caudal de incendios). Con la incorporación de una ecuación extra, se puede determinar explícitamente una incógnita adicional.

La principal desventaja de los métodos de simulación es que sólo pueden manejar un conjunto de condiciones de contorno a la vez. Por ejemplo, la aplicación de un método de este tipo a un sistema con tres conjuntos diferentes de observaciones (todas ellas obtenidas bajo diferentes condiciones de contorno, como por ejemplo, niveles de tanques, estado de las bombas, etc.) produce tres resultados diferentes. Los intentos para obtener un único resultado de la calibración requerirá una de las siguientes estrategias: un método secuencial ó un método promedio.

En el método secuencial, el sistema se subdivide en múltiples zonas cuyo número corresponda al número de conjuntos de condiciones de contorno. En este caso, el primer conjunto de observaciones se utiliza para obtener los factores de calibración para la primera zona. Esos factores son entonces fijos, determinándose otro conjunto de factores para la segunda zona, y así sucesivamente. En el método promedio, los factores de calibración finales se obtienen promediando los factores de calibración para cada una de las calibraciones individuales.

Métodos de optimización La principal alternativa a los métodos de simulación son los métodos de optimización. En este método, el problema de calibración es formulado como un problema de optimización no lineal, que consiste en una función objetivo no lineal sujeta a una serie de igualdades y desigualdades tanto lineales como no lineales. Utilizando notación matemática convencional, el problema de optimización asociado se puede expresar del siguiente modo:

$$\text{Minimizar} \quad z = f(\mathbf{X}) \quad (2.42)$$

$$\text{Sujeto a} \quad \mathbf{g}(\mathbf{X}) = 0 \quad (2.43)$$

$$\mathbf{L}_h \leq \mathbf{h}(\mathbf{X}) \leq \mathbf{U}_h = 0 \quad (2.44)$$

$$\mathbf{L}_x \leq \mathbf{X} \leq \mathbf{U}_x \quad (2.45)$$

siendo:

\mathbf{X} : vector de las variables de decisión (por ejemplo, coeficientes de rugosidad, demandas nodales, etc.)

$f(\mathbf{X})$: función objetivo no lineal;

$\mathbf{g}(\mathbf{X})$: vector de restricciones implícitas del sistema;

$\mathbf{h}(\mathbf{X})$: vector de restricciones implícitas de contorno;

\mathbf{L}, \mathbf{U} : vectores de los límites inferior y superior, respectivamente, de las restricciones explícitas del sistema y de las variables de decisión.

Normalmente, la función objetivo será formulada de forma que minimice el cuadrado de las diferencias entre los valores observados y predichos de presiones y caudales, pudiendo expresarse matemáticamente mediante:

$$f(\mathbf{X}) = a \sum_{j=1}^J (OP_j - PP_j)^2 + b \sum_{p=1}^P (OQ_p - PQ_p)^2 \quad (2.46)$$

siendo:

- OP_j : presión observada en el nudo j ;
- PP_j : presión predicha en el nudo j ;
- OQ_p : caudal observado en la tubería p ;
- PQ_p : caudal predicho en la tubería p ;
- a, b : factores de normalización.

Las restricciones implícitas de contorno del sistema pueden incluir tanto restricciones de presión como de caudal. Esas restricciones pueden usarse para asegurar que la calibración no produce presiones ó caudales no realistas. Para un vector determinado de presiones en los nudos \mathbf{P} , dichas restricciones se pueden expresar como:

$$\mathbf{L}_P \leq \mathbf{P} \leq \mathbf{U}_P \quad (2.47)$$

De forma similar, para un vector determinado de caudales en las tuberías \mathbf{Q} , resulta:

$$\mathbf{L}_Q \leq \mathbf{Q} \leq \mathbf{U}_Q \quad (2.48)$$

Las restricciones de contorno explícitas pueden ser usadas para establecer límites a las variables de decisión explícitas del problema de calibración. Normalmente, estas variables incluirán el coeficiente de rugosidad de cada tubería y las demandas en cada nudo. Para un vector de coeficientes de rugosidad \mathbf{C} , y un vector de demandas nodales \mathbf{D} , dichas restricciones serán:

$$\mathbf{L}_C \leq \mathbf{C} \leq \mathbf{U}_C \quad (2.49)$$

$$\mathbf{L}_D \leq \mathbf{D} \leq \mathbf{U}_D \quad (2.50)$$

Las restricciones implícitas del sistema incluyen la conservación de masa en los nudos y la conservación de energía. La ecuación de conservación de masa requiere que la suma de caudales entrantes ó salientes de cada nudo j , menos cualquier demanda externa D_j debe ser igual a cero:

$$F_c(\mathbf{Q}) = \sum_{n \in \{j\}}^{N_j} Q_n - D_j = 0 \quad (2.51)$$

siendo:

- N_j : número de tuberías conectadas al nudo j ;
- $\{j\}$: conjunto de tuberías conectadas al nudo j .

La restricción de conservación de la energía $F_e(\mathbf{Q})$ requiere que la suma de la pérdida de carga en las tuberías (HL_n) y las pérdidas de carga menores (HM_n) a lo largo de un camino ó malla k , menos la energía añadida al fluido por una bomba

(EP_n) , menos la diferencia de altura entre dos puntos de energía conocida (DE_k) es igual a cero:

$$F_e(\mathbf{Q}) = \sum_{n \in \{k\}}^{N_k} (HL_n + HM_n - EP_n) - DE_k = 0 \quad (2.52)$$

siendo:

N_k : número de tuberías asociadas con la malla ó el camino k ;

$\{k\}$: conjunto de tuberías asociadas con la malla ó el camino k .

Aunque tanto las restricciones de contorno implícitas y explícitas se han incorporado tradicionalmente a la formulación del problema no lineal de manera directa, las restricciones implícitas del sistema se pueden tratar de dos formas diferentes. En el primer método, se incorporan directamente dentro del conjunto de ecuaciones no lineales y se resuelven utilizando métodos de programación no lineal. En el segundo método, las ecuaciones se quitan del problema de optimización y son evaluadas externamente usando simulación matemática. Este método permite utilizar un problema de optimización mucho más pequeño y manejable, porque ambos conjuntos de ecuaciones implícitas pueden ser satisfechas más eficientemente usando un modelo de simulación externo. La idea básica consiste en utilizar un algoritmo de optimización implícito para generar un vector de variables de decisión, que son entonces pasadas a un modelo de simulación de un nivel inferior para evaluar todas las restricciones implícitas del sistema.

Con independencia del método elegido, la formulación matemática resultante debe ser resuelta usando algún método de optimización no lineal, habiéndose propuesto métodos basados en el gradiente, métodos de búsqueda del patrón, y métodos de optimización genética.

Los métodos basados en el gradiente requieren información de la primera ó segunda derivadas para producir mejoras en la función objetivo, siendo tratadas las restricciones usando un método de penalización ó bien el método de los multiplicadores de Lagrange. Los métodos de búsqueda del patrón emplean un procedimiento no lineal heurístico que usa los valores de la función objetivo sólo para determinar un camino secuencial a través de la región de búsqueda. Recientemente, algunos investigadores han comenzado a investigar el uso de la optimización genética (Lingireddy y Ormsbee (1998), Walters *et al.* (1998), Meier y Barkdoll (2000)), ofreciendo una ventaja significativa sobre métodos de optimización más tradicionales, puesto que trata de obtener una solución óptima evaluando múltiples vectores de solución simultáneamente. Además, los métodos de optimización genética no requieren información del gradiente, y puesto que usan reglas de transición probabilísticas, tienen la ventaja de asegurar una metodología robusta.

Los algoritmos genéticos se refieren a un tipo de optimización que trata de en-

contrar la mejor solución a un problema, imitando el proceso de selección natural en genética. Una solución de prueba consiste en un conjunto de valores asumidos para las *variables de decisión*, que son las variables del modelo que el algoritmo puede ajustar. La solución de prueba se usa entonces para resolver una función objetivo que evalúa la adecuación de la solución. Basado en dicha adecuación, los valores asumidos para las variables de decisión son, ó bien combinados con los de otras soluciones de prueba (llamado *cruzamiento*), ó son ajustados ligeramente (*mutados*), para obtener una nueva solución de prueba. Sin embargo, este proceso no confía únicamente en una solución de prueba, sino que está basado en la consideración de un conjunto de soluciones (una población) en cada momento. El proceso continúa hasta que el algoritmo encuentra una solución que no puede ser fácilmente mejorada. Si bien no existe garantía de que la solución obtenida sea óptima, normalmente es una solución muy buena para la función objetivo definida.

Aunque la optimización en general y la optimización genética en particular ofrecen algoritmos muy potentes para su uso en la calibración de un modelo de distribución de agua, debe tenerse en cuenta que la utilidad de los algoritmos depende en gran medida de la precisión de los datos de entrada. Tales algoritmos son susceptibles de problemas de convergencia cuando los errores en los datos son significativos (por ejemplo, la pérdida de carga es del mismo orden de magnitud que su error).

2.4 Modelación de la calidad del agua en depósitos

Los depósitos de almacenamiento de agua son una parte esencial en la mayoría de los sistemas de distribución de agua potable. Son usados para igualar los requisitos de bombeo y las presiones de funcionamiento, y para proveer agua de reserva para protección contra incendios y averías de bombeo. Tienen una variedad de tamaños, pueden ser elevados ó estar situados a nivel del suelo, y pueden funcionar en régimen de entrada y salida simultáneas ó bien en modo de llenado-vaciado.

Tradicionalmente, los depósitos han sido diseñados y operados para que reuniesen una serie de requisitos desde un punto de vista hidráulico. Desde el punto de vista de la calidad del agua, no obstante, su impacto es fundamentalmente negativo. Los largos tiempos de retención que el agua permanece en los depósitos pueden causar que el agua pierda el agente desinfectante residual a través de la reacción en su interior, pueden promover el crecimiento microbiano en el sistema de distribución, y pueden hacer que se incrementen algunos sub-productos dañinos, especialmente en presencia de Cloro libre residual. Una mezcla pobre puede empeorar estos impactos, creando bolsas de agua con tiempos de residencia más largos de lo normal. Por lo tanto, los largos tiempos de retención pueden ser debidos a dos problemas: infra-utilización y pobre mezcla. Además, un inadecuado mantenimiento puede proporcionar un camino para la introducción de contaminantes en el depósito ó puede

facilitar su crecimiento.

2.4.1 Mezcla y envejecimiento en instalaciones de almacenamiento

Los cambios en la calidad del agua que suceden en el interior de los depósitos están influidos significativamente por el grado de mezcla y el tiempo de residencia que el agua experimenta en estas instalaciones. Los caudales de entrada y de salida, y el movimiento del fluido dentro de estas estructuras determinan la mezcla y los tiempos de residencia.

Regímenes de flujo ideales Existen dos formas teóricas en las cuales el agua puede fluir a través de un depósito: en un estado completamente mezclado ó en un estado completamente sin mezcla. Estos dos regímenes de flujo ideales, denominados flujo de mezcla completa y flujo en pistón, respectivamente, están representados en la Figura 2.10.

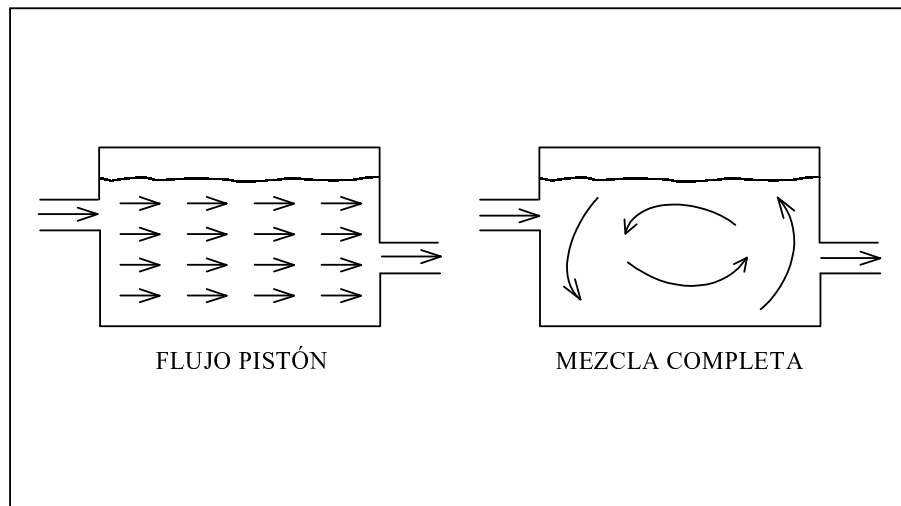


Figura 2.10.- Regímenes de flujo ideales

En el flujo de mezcla completa, el agua que entra al depósito se mezcla instantánea y completamente con el agua del depósito, por lo que resulta una mezcla uniforme en cualquier instante. La composición del agua que sale del depósito es la misma que la composición uniforme en el depósito en el momento de la descarga. Por el contrario, en el flujo en pistón, el agua se mueve a través del depósito sin mezclarse con el agua que hay en el mismo, lo que produce una secuencia: primero-en-entrar, primero-en-salir.

Los procesos de mezcla reales en un depósito están afectados por diversos factores, resultando un flujo que no es ni de mezcla completa ni pistón. Factores que

pueden conducir a condiciones de flujo no ideal incluyen efectos térmicos, interacción entre la entrada y la salida que resulte en cortocircuito, zonas de estancamiento en donde el flujo es incompleto, y pequeños remolinos.

Los depósitos de los sistemas de distribución pueden estar diseñados para favorecer el flujo de mezcla completa ó el flujo en pistón. Un factor principal que influye en la selección del régimen de flujo es la minimización de la pérdida de desinfectante. Puesto que la pérdida de desinfectante con respecto al tiempo depende de la concentración, cuanto más alta sea la concentración de Cloro, más rápidamente disminuye a causa de la reacción con otros constituyentes presentes en el agua, por lo que un depósito que funcione bajo flujo en pistón tendrá más pérdida de desinfectante que uno de mezcla completa (Grayman *et al.*, 1999).

El flujo en pistón se obtiene en depósitos largos, estrechos y poco profundos, ó a través del uso de deflectores, difusores ó cámaras de remanso. En cambio, se ha observado una mezcla casi completa en muchos depósitos, sin el uso de estructuras especiales ó aparatos de mezcla (Grayman y Clark (1993), Kennedy *et al.* (1993), Boulos *et al.* (1996)).

Mezcla de la vena líquida Cuando el agua entra en un depósito, se forma una vena líquida. El flujo de la vena se puede clasificar como laminar ó turbulento. Para venas circulares, el número de Reynolds permanece constante a través de la estructura de la vena, y es igual al del flujo que sale por la tubería de entrada. Las venas completamente turbulentas se caracterizan como aquellas con números de Reynolds por encima de 3.000, mientras que las laminares tienen valores por debajo de 1.000.

Para una vena turbulenta, a medida que el agua se mueve desde la entrada, el diámetro de la vena se expande a causa de la entrada del agua circundante. Cuando la vena alcanza una superficie libre ó un límite, la dirección del flujo cambia, produciéndose una mezcla. La mezcla de la vena turbulenta sirve como un mecanismo primario de mezcla en un depósito. Para una vena laminar, el fluido que entra y el fluido ambiente permanecen como entidades separadas, por lo que la mezcla sólo ocurre por el mecanismo mucho más lento de la difusión molecular.

Las fuerzas térmicas también afectan a la mezcla de una vena. Cuando el agua entrante es más caliente ó más fría que el contenido del depósito, entonces las diferencias de temperatura y las asociadas diferencias de densidad causan fuerzas ascensionales, que proporcionan otra fuente de movimiento. Una fuerza ascensional negativa ocurre cuando el flujo de entrada es más frío y más denso que el contenido del tanque, mientras que sucede una fuerza ascensional positiva en el caso contrario. Una vena de entrada con excesiva fuerza ascensional dejará de funcionar como una forma efectiva de mezcla y conducirá a condiciones estables de estratificación en una porción del depósito.

La diferencia de temperatura crítica, Δt en °C, que puede conducir a la estratificación, puede estimarse a partir de la siguiente ecuación:

$$|\Delta t| = \frac{C \cdot Q^2}{d^3 \cdot H^2} \quad (2.53)$$

siendo:

C : coeficiente que depende de la configuración de la fuerza ascensional de entrada y del diámetro del tanque;

Q : caudal de entrada (m³/s);

H : altura del agua (m);

d : diámetro de entrada (m).

Basado en esta relación, los tanques altos y los que tienen grandes diámetros de entrada, tienen una mayor tendencia a la estratificación. Si se producen diferencias de temperatura significativas, una estrategia efectiva de reducir la probabilidad de estratificación consiste en aumentar el caudal de entrada. Puesto que habitualmente no se conocen las diferencias de temperatura, y hay una considerable incertidumbre en el valor de C , la ecuación (2.53) puede usarse para proporcionar una medida cualitativa de la propensión hacia la estratificación. Bajos valores de Δt indican una mayor probabilidad para la formación de condiciones estratificadas.

Envejecimiento El deterioro de la calidad del agua está frecuentemente asociado con la edad del agua. La pérdida del desinfectante residual, la formación de subproductos de desinfección, y el crecimiento bacteriano pueden provenir del envejecimiento del agua. Por lo tanto, un objetivo implícito tanto en el diseño como en la operación de las instalaciones de almacenamiento de un sistema de distribución es la minimización del tiempo de retención y la evitación de parcelas de agua que permanecen en la instalación durante largos períodos. El tiempo admisible de retención dependerá de la calidad del agua, su reactividad, el tipo de desinfectante usado, y el tiempo de viaje antes y después de que el agua entre en la instalación de almacenamiento.

El tiempo medio de retención dentro de un depósito depende del patrón de los caudales entrante y saliente, y del volumen del agua en el depósito. Para una instalación que funciona en modo de llenado-vaciado, el tiempo de retención puede ser estimado dividiendo la duración de un ciclo promedio de llenado y vaciado por la fracción del agua que es intercambiada durante el ciclo:

$$\text{Tiempo de retención promedio} = \left[0,5 + \frac{V}{\Delta V} \right] \cdot (\tau_d + \tau_f) \quad (2.54)$$

siendo:

τ_f : tiempo de llenado;

τ_d : tiempo de vaciado;

V : volumen del agua al principio del período de llenado;
 ΔV : cambio en el volumen de agua durante el período de llenado.

En la Figura 2.11 se muestra el resultado de la ecuación (2.54) para diferentes valores de la duración del tiempo de llenado y vaciado.

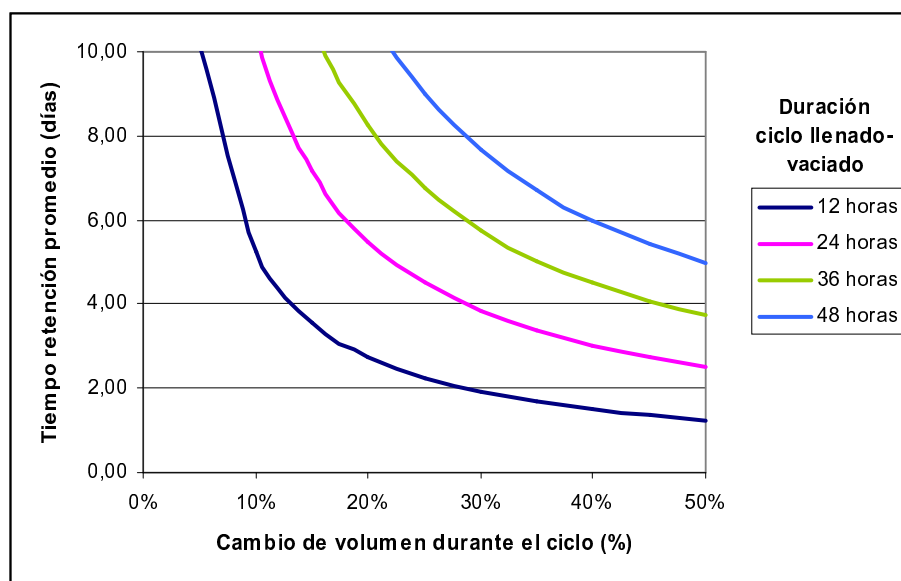


Figura 2.11.- Tiempo de retención promedio en depósitos que se llenan y vacían

2.4.2 Modelos de sistemas

La modelación puede proporcionar información acerca de lo que ocurre en una instalación existente, modificada ó proyectada, bajo una variedad de situaciones operativas. Como se ha indicado en el apartado 2.1, existen fundamentalmente dos tipos de modelos: modelos físicos a escala y modelos matemáticos. Los modelos físicos a escala se construyen de materiales tales como la madera ó el plástico, y se usan colorantes ó productos químicos para seguir el movimiento del agua a través del modelo. En los modelos matemáticos, se formulan una serie de ecuaciones para simular el comportamiento del agua en un tanque ó depósito. Estos modelos varían entre representaciones del fenómeno de mezcla hidráulica en la instalación, denominados modelos computacionales de la dinámica del fluido (CFD son las siglas en inglés), hasta representaciones conceptuales simplificadas del comportamiento de la mezcla, denominados modelos de sistemas (Mau *et al.* (1995), Grayman y Clark (1993), Grayman *et al.* (1996), Clark *et al.* (1996), Clark y Grayman (1998)).

Seguidamente nos vamos a referir a este último tipo de modelos, que se aplican en diferentes ámbitos relacionados con los recursos de agua, desde el campo de la hidrología, en donde las cuencas son representadas a menudo como una serie de

depósitos en cascada (Nash, 1957), a la ingeniería química, en donde los modelos de sistemas se utilizan para representar el comportamiento de los reactores químicos (Levenspiel, 1972), ó los modelos de tiempo de residencia aplicados a los contactores de desinfección, en el campo del agua potable (Clark, 1996).

Los modelos de sistemas son una clase de modelos en los cuales los procesos físicos (como el fenómeno de mezcla en el tanque ó depósito) son representados por relaciones empíricas, fuertemente conceptuales. Este tipo de modelo es frecuentemente conocido como un modelo de caja negra ó un modelo de entrada-salida.

Aunque los efectos hidrodinámicos están representados sólo de una manera conceptual, estos modelos pueden ser utilizados de forma efectiva para simular el comportamiento de mezcla dinámico en un tanque, y para representar fenómenos físicos tales como cortocircuitos y zonas muertas. Como estos modelos no usan ecuaciones matemáticas detalladas para describir el movimiento del agua en el interior del tanque, se basan fundamentalmente en datos de campo y experiencia pasada para definir los parámetros que controlan el comportamiento del modelo. Por ello, la calibración y proceso de comprobación en estos modelos es más difícil y más importante que en el caso de sistemas que tengan una mayor base física.

Si bien estos modelos están pensados para aplicarlos a todos los tanques en general, las condiciones específicas de cada lugar dictarán la aplicabilidad de un modelo determinado a un tanque en particular.

Modelos de sistemas elementales Los tanques pueden ser representados por modelos de sistemas simples que asumen un proceso teórico para el flujo. El modelo de sistemas más simple de un tanque es el modelo de flujo mezclado ó reactor de tanque continuamente agitado (continuously stirred tank reactor ó CSTR en inglés), que considera que el tanque está instantánea y completamente mezclado en cualquier instante. Los modelos de calidad de agua para redes de distribución usan la representación CSTR para los depósitos de almacenamiento. Por otra parte, los depósitos de contacto que están diseñados para proporcionar suficiente tiempo de contacto para los desinfectantes, son frecuentemente representados como reactores simples de flujo en pistón, que asumen un comportamiento “primero en entrar, primero en salir”. Un tercer modelo básico de sistema es el modelo de cortocircuito, que considera un comportamiento “último en entrar, primero en salir”. Estos tres modelos básicos son considerados como modelos de sistemas elementales de tanques y depósitos.

Modelos de compartimientos Como se ha indicado, los modelos de calidad de agua generalmente representan los tanques como reactores de tanque continuamente agitados (CSTR). Sin embargo, el análisis de los estudios de campo y datos de estudios de laboratorio indican que hay una considerable variación en el comportamiento de los tanques y que, en muchos casos, la hipótesis que los tanques están

completamente mezclados no es una buena representación.

Dos fenómenos relacionados que conducen al fracaso de la hipótesis CSTR son el cortocircuito entre la entrada y la salida de un tanque, y la presencia de “áreas muertas” dentro del tanque, donde la mezcla con el resto del tanque está limitada. Estos fenómenos pueden ser debidos a características de diseño ó pueden provenir de factores ambientales, tales como una estratificación de temperatura.

En situaciones donde los modelos de sistemas elementales no son adecuados, un modelo de sistemas más complejo puede ser formulado, combinando los bloques elementales en una representación más sofisticada. Éstos son denominados modelos de “compartimientos” porque los bloques elementales son combinados para formar una serie de compartimientos que interactúan (Grayman y Clark (1993), Clark y Grayman (1998)).

Mediante un modelo de tres compartimientos se puede representar una amplia variedad de configuraciones de tanques. Como se puede observar en la Figura 2.12, el modelo de tres compartimientos incluye:

Compartimiento A, que representa el volumen del tanque junto a la entrada-salida, donde el cortocircuito debería ocurrir con más probabilidad.

Compartimiento C, que representa el volumen del tanque donde el intercambio con el cuerpo principal del tanque está limitado (zona muerta).

Compartimiento B, el cuerpo principal del tanque.

Estos compartimientos separados son meramente conceptuales. Por ejemplo, el compartimiento C puede representar diferentes partes del tanque (por ejemplo, las esquinas de un recipiente rectangular ó las porciones superiores del tanque) en donde el intercambio está limitado.

En este modelo, se asume que los compartimientos A y C tienen un volumen fijo, mientras que el compartimiento B cambia de tamaño a medida que varía el nivel del agua en el tanque. Se considera además que cada uno de los compartimientos está representado por un reactor de tanque continuamente agitado, aunque en cualquier instante la concentración del constituyente de interés puede variar entre los compartimientos.

Se asume que todo el caudal entra y sale a través del compartimiento A, por lo que con objeto de mantener el volumen fijo de este compartimiento, el caudal entre los compartimientos A y B debe ser igual que el caudal entre el compartimiento A y el sistema de distribución. El caudal entre los compartimientos B y C es ajustable, de forma que cuanto más bajo es este intercambio, la zona C está más muerta.

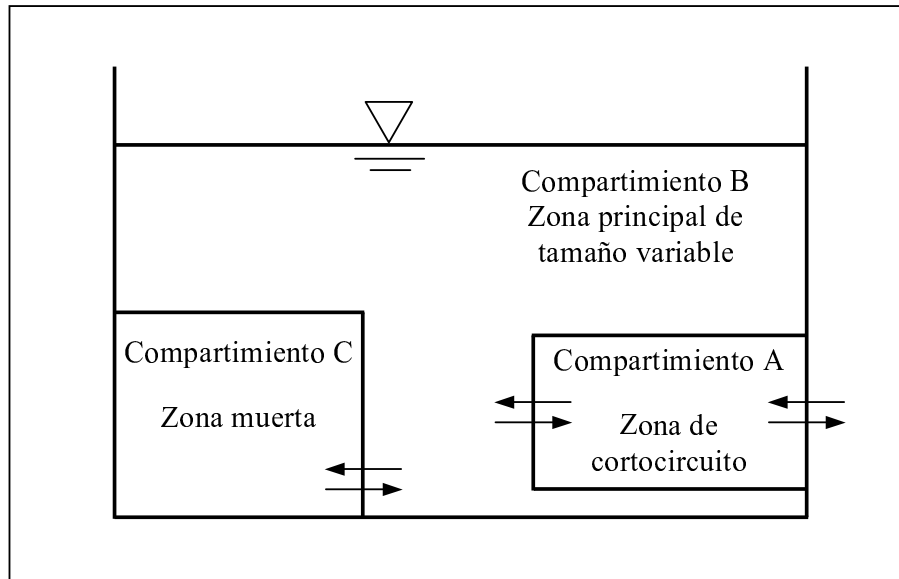


Figura 2.12.- Representación esquemática de un modelo de tanque de tres compartimientos

Las variables de control son los volúmenes fijos A y C, y la tasa de intercambio entre los compartimientos B y C. Si los volúmenes del compartimiento A y C se fijan en 0, entonces el modelo resultante actúa como un modelo de un único compartimiento CSTR. Los valores para los tres parámetros de entrada y la relación entre los volúmenes de los compartimientos al volumen total del tanque muestran un comportamiento altamente variable. Es importante que la suma de los volúmenes fijos de los compartimientos A y C sea siempre menor que el volumen de agua en el tanque, ó de lo contrario el volumen del compartimiento B sería negativo y no se mantendría la continuidad. De forma similar, la tasa de intercambio entre B y C debería ser tal que el volumen total intercambiado durante un intervalo de tiempo fuera menor que el volumen del compartimiento C, ó de lo contrario pueden resultar concentraciones dudosas.

En el modelo, un constituyente puede ser caracterizado como *conservativo*, cuando su concentración no varía a lo largo del tiempo, ó como *no conservativo*, en caso contrario. Para los constituyentes no conservativos como el Cloro, se asume una disminución exponencial de primer orden.

El modelo puede ser también usado para modelar la edad del agua, que como se ha indicado, está relacionada de una forma muy estrecha con la calidad del agua. En este caso, la edad del agua que entra en el tanque debe ser estimada y el modelo calcula entonces la edad en cada uno de los tres compartimientos.

Además del modelo de tres compartimientos, es posible formular un modelo de

dos compartimientos, el cual es conceptualmente idéntico al de tres compartimientos, salvo en que se prescinde de la zona muerta C, ó bien un modelo de cuatro compartimientos (Mau *et al.*, 1995), en el que el cuarto compartimiento (compartimiento D) se considera una zona muerta que tiene un intercambio con la zona C a un caudal constante, siendo el compartimiento C una zona amortiguadora entre la zona muerta y la masa del tanque, con las cuales mantiene un intercambio a caudales constantes.

En los sistemas reales, el tanque se comporta como una unidad continua en la cual hay zonas que muestran los efectos de cortocircuito, volumen de la masa del tanque y estancamiento. Los procesos de transporte y mezcla para estas zonas pueden ser conceptualizados representando estas zonas como compartimientos discretos. En los modelos descritos, la división del tanque en compartimientos discretos es necesaria con objeto de escribir las ecuaciones matemáticas que describen la mezcla en el tanque.

Hipótesis de los modelos de compartimientos Las hipótesis utilizadas para obtener un sistema de ecuaciones analíticas que describan el comportamiento de mezcla en un tanque de almacenamiento se relacionan seguidamente:

Caudales constantes: Todos los caudales se consideran constantes, para el tanque en general y para todos los caudales entre compartimientos dentro del tanque. Aunque un caudal constante no se puede esperar ni observar en los sistemas de distribución reales, para períodos de tiempo cortos consistentes con los intervalos de tiempo asociados con la modelación dinámica del sistema de distribución, los caudales pueden ser considerados constantes.

Caudales similares entre compartimientos: Todos los caudales entre los compartimientos A y B se consideran constantes, iguales al caudal dentro ó fuera del tanque. Esta hipótesis es aludida cuando se especifica el compartimiento A como un CSTR de volumen fijo, y fuerza que el compartimiento B sea un CSTR de volumen variable.

Flujo unidireccional: Con objeto de simplificar la aplicación de las soluciones, se puede asumir que el caudal sea unidireccional; es decir, el flujo entra ó sale del tanque ó de un compartimiento, pero no entra y sale a la vez. Como antes, esta hipótesis se cumple para cortos períodos de tiempo para la mayoría de las instalaciones de almacenamiento.

Concentraciones de contorno simplificadas: Se permite que cada compartimiento situado aguas arriba alcance un estado de pseudoequilibrio para cada intervalo antes de que interactúe con el siguiente compartimiento; por lo tanto, la concentración transportada al siguiente compartimiento se considera constante. Para cortos períodos de tiempo, se cumple esta condición.

Coefficiente cinético de primer orden: se admite un coeficiente cinético de reacción de primer orden para las sustancias no conservativas.

El uso de estas hipótesis reduce de una forma efectiva el sistema de ecuaciones que describe la mezcla en los tanques para cada modelo, pasando de un conjunto de ecuaciones lineales diferenciales dependientes, con coeficientes no constantes, a una serie de ecuaciones diferenciales lineales independientes, con coeficientes constantes ó términos separados, en donde todas las ecuaciones son resolubles por integración directa. Aplicando estas hipótesis, se obtienen soluciones explícitas analíticas para los modelos mencionados.

Ecuaciones para los diferentes modelos En este apartado se van a desarrollar las bases para cada modelo, incluyendo una mención de cada hipótesis, cuando se aplique para simplificar las ecuaciones del modelo y las soluciones analíticas. La Figura 2.13 ilustra las configuraciones de cada uno de los modelos desarrollados.

Modelo de un compartimiento En este modelo, se utiliza un único compartimiento CSTR de volumen variable para simular los efectos de mezcla en el tanque. La ecuación general de balance de masa para un CSTR es:

$$\frac{d(C_T V_T)}{dt} = Q_{in} C_{in} - Q_{out} C_T - k V_T C_T \quad (2.55)$$

siendo:

C_T : concentración en el tanque;

V_T : volumen del tanque;

Q_{in} : caudal de entrada en el tanque;

C_{in} : concentración de Q_{in} ;

k : constante cinética de primer orden;

Q_{out} : caudal de salida del tanque.

La diferenciación por partes de la derivada de la ecuación (2.55) resulta:

$$\frac{d(C_T V_T)}{dt} = \frac{V_T dC_T}{dt} + \frac{C_T dV_T}{dt} \quad (2.56)$$

En la ecuación (2.56) el volumen puede ser variable, resultando una ecuación que sólo puede ser resuelta analíticamente bajo condiciones especiales. Una de tales condiciones es una tasa de cambio volumétrico constante, lo que implica un caudal constante de entrada ó de salida del CSTR. Esta condición se corresponde con la primera de las hipótesis mencionadas anteriormente.

La tasa de cambio volumétrico puede ser obtenida del principio de continuidad:

$$\frac{dV_T}{dt} = Q_{in} - Q_{out} \quad (2.57)$$

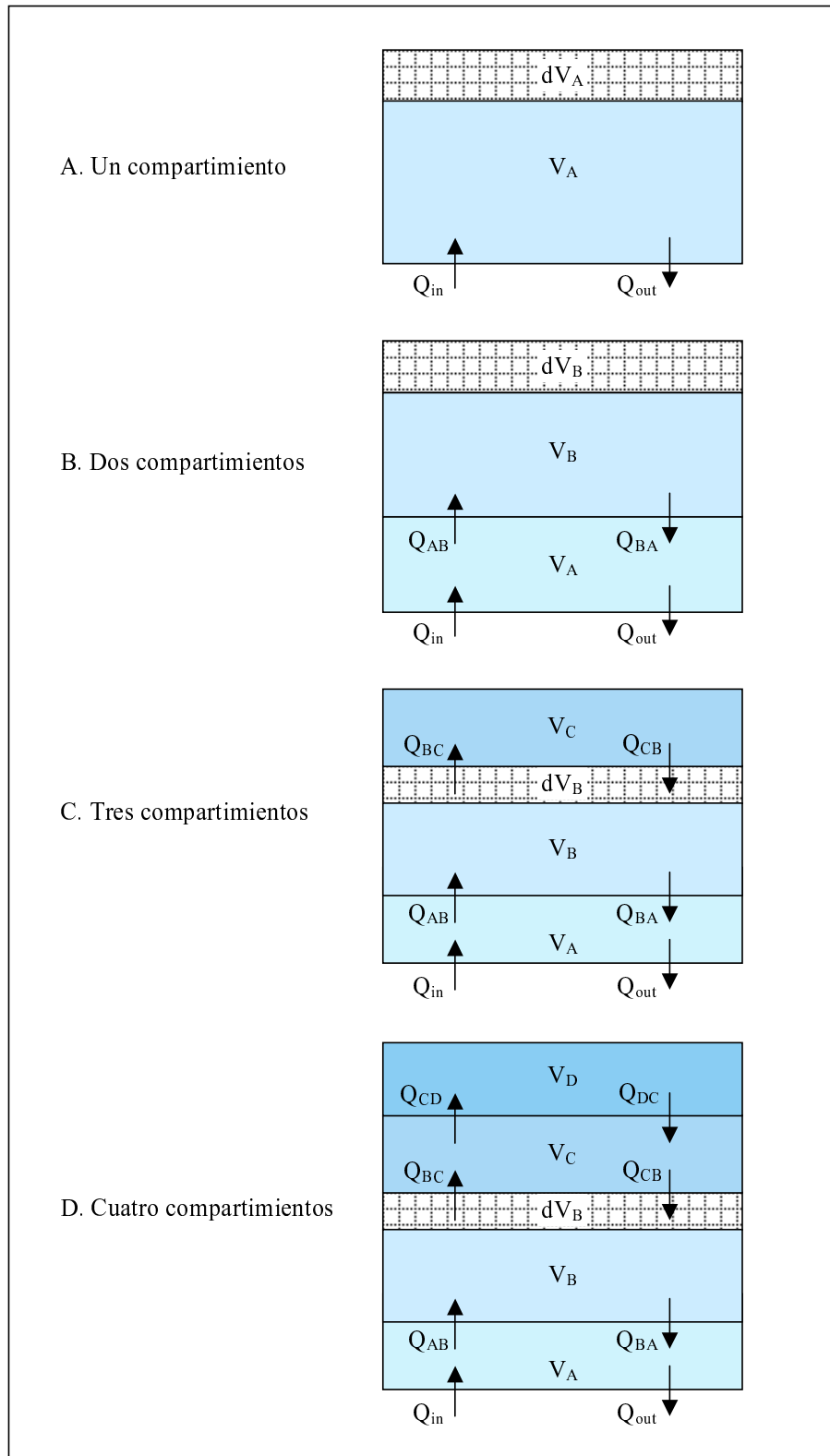


Figura 2.13.- Configuraciones de los modelos de compartimentos

con una condición inicial:

$$V_T(t = 0) = V_{T_0} \quad (2.58)$$

La solución de la ecuación (2.57) para caudales constantes es:

$$V_T = (Q_{in} - Q_{out})t + V_{T_0} \quad (2.59)$$

Sustituyendo la ecuación (2.56) en la ecuación (2.55) resulta:

$$\frac{dC_T}{dt} = \frac{Q_{in}}{V_T}(C_{in} - C_T) - kC_T \quad (2.60)$$

Puede realizarse la siguiente sustitución para C_T :

$$C_T = f[t] \exp[-kt] \quad (2.61)$$

Sustituyendo esta expresión en la ecuación (2.60) y diferenciando por partes, resulta:

$$\exp[-kt] \frac{df[t]}{dt} = \frac{Q_{in}}{V_T}(C_{in} - f[t] \exp[-kt]) \quad (2.62)$$

Con objeto de simplificar, la concentración de entrada puede ser multiplicada por un término exponencial de la misma forma que los términos de disminución de Cloro:

$$C_{in} = C_{in} \exp[-kt] \quad (2.63)$$

Sustituyendo en la ecuación (2.62), resulta:

$$\frac{df[t]}{dt} = \frac{Q_{in}}{V_T}(C_{in} - f[t]) \quad (2.64)$$

Mediante este razonamiento se concluye que la concentración en el tanque puede ser determinada ignorando el término de reacción en la ecuación inicial, y resolviendo la siguiente:

$$\frac{dC_T}{dt} = \frac{Q_{in}}{V_T}(C_{in} - C_T) \quad (2.65)$$

La condición inicial para la concentración en el tanque es:

$$C_T(t = 0) = C_{T_0} \quad (2.66)$$

La integración de la ecuación (2.65), aplicando la condición inicial mostrada en (2.66), proporciona la siguiente solución:

$$C_T = C_{in} - (C_{in} - C_{T_0}) \left(1 + \frac{(Q_{in} - Q_{out})t}{V_{T_0}} \right)^{-[Q_{in}/(Q_{in}-Q_{out})]} \quad (2.67)$$

Esta ecuación puede ser simplificada aplicando la hipótesis adicional de flujo unidireccional, de forma que ó bien entrará ó bien saldrá caudal del tanque, pero no simultáneamente. Para caudales que entran al tanque, la aplicación de esta hipótesis en la ecuación (2.67) da como resultado:

$$C_T = \frac{V_{T_0}C_{T_0} + Q_{int}C_{in}}{V_{T_0} + Q_{int}t} = \left(\frac{V_{T_0}}{V_{T_0} + Q_{int}t} \right) C_{T_0} + \left(\frac{Q_{int}t}{V_{T_0} + Q_{int}t} \right) C_{in} \quad (2.68)$$

Para el caso opuesto de caudales que salen del tanque, la aplicación de la hipótesis de flujo unidireccional a la ecuación (2.67) proporciona:

$$C_T = C_{T_0} \quad (2.69)$$

Modelo de dos compartimientos En este modelo se añade un segundo compartimiento (compartimiento A) de volumen fijo a la entrada/salida del tanque, y el volumen de la masa del tanque, que fluctúa en proporción al caudal que llega y sale del mismo, está localizado en el compartimiento B. Se pueden escribir ecuaciones separadas para cada componente, asumiendo que la concentración del compartimiento adyacente es constante (multiplicado por una exponencial), y que los compartimientos actúan en serie.

La ecuación general de balance de masa para el compartimiento A es:

$$V_A \frac{dC_A}{dt} = Q_{in}C_{in} + Q_{BA}C_B - (Q_{AB} + Q_{out})C_A \quad (2.70)$$

siendo:

V_A : volumen del compartimiento A;

C_A : concentración del compartimiento A;

Q_{AB} : caudal del compartimiento A al compartimiento B;

Q_{BA} : caudal del compartimiento B al compartimiento A;

C_B : concentración en el compartimiento B.

Las condiciones iniciales para el compartimiento A son:

$$C_A(t = 0) = C_{A_0} \quad (2.71)$$

$$V_A(t = 0) = V_{A_0} \quad (2.72)$$

Aplicando hipótesis similares de caudales constantes y unidireccionales, la solución obtenida mediante integración de la ecuación (2.70), considerando las condiciones iniciales de (2.71) y de (2.72) resulta, cuando el tanque se está llenando:

$$C_A = C_{in} - (C_{in} - C_{A_0}) \exp\left(-\frac{Q_{AB}t}{V_A}\right) \quad (2.73)$$

Cuando el tanque se está vaciando:

$$C_A = C_B - (C_B - C_{A_0}) \exp\left(-\frac{Q_{out}t}{V_A}\right) \quad (2.74)$$

De forma similar, la ecuación de balance de masa para el compartimiento B es:

$$\frac{d(C_B V_B)}{dt} = Q_{AB}C_A - Q_{BA}C_B \quad (2.75)$$

siendo:

V_B : volumen del compartimiento B.

Las condiciones iniciales del compartimiento B son:

$$C_B(t = 0) = C_{B_0} \quad (2.76)$$

$$V_B(t = 0) = V_{B_0} \quad (2.77)$$

La ecuación diferencial de balance de masa (2.75) junto con las condiciones iniciales (2.76) y (2.77), es idéntica a la ecuación (2.55) para un CSTR simple de volumen variable; por lo tanto, la solución para el compartimiento B para caudales de entrada positivos es:

$$C_B = \frac{V_{B_0}C_{B_0} + Q_{AB}tC_A}{V_{B_0} + Q_{AB}t} = \left(\frac{V_{B_0}}{V_{B_0} + Q_{AB}t}\right) C_{B_0} + \left(\frac{Q_{AB}t}{V_{B_0} + Q_{AB}t}\right) C_A \quad (2.78)$$

Para caudales de salida positivos resulta:

$$C_B = C_{B_0} \quad (2.79)$$

Debido a la naturaleza en serie de los compartimientos, cada uno puede ser considerado separadamente, y las concentraciones resultantes calculadas para cada intervalo de tiempo son sencillamente entradas constantes (multiplicadas por una exponencial por simplicidad matemática) para el siguiente compartimiento.

Modelo de tres compartimientos Para el desarrollo del modelo de tres compartimientos, se utiliza un método similar al de los modelos de uno y dos compartimientos. La diferencia consiste en la adición de un tercer compartimiento (compartimiento C) de volumen constante, que es considerado como una zona muerta ó de estancamiento en el tanque. Este compartimiento tiene un intercambio con el volumen de la masa del tanque, a un caudal constante que es generalmente inferior que el caudal de entrada ó salida del tanque.

La ecuación general de balance de masa, condiciones iniciales, y solución para el compartimiento A son idénticas a las correspondientes para el modelo de dos compartimientos.

La ecuación general de balance de masa para el compartimiento B en este modelo es similar a la ecuación de balance de masa para el compartimiento B del modelo de dos compartimientos (2.75); sin embargo, debe modificarse para tener en cuenta el intercambio con el compartimiento C:

$$\frac{d(C_B V_B)}{dt} = Q_{AB}C_A + Q_{CB}C_C - (Q_{BA} + Q_{BC})C_B \quad (2.80)$$

siendo:

Q_{BC} : caudal del compartimiento B al compartimiento C;

Q_{CB} : caudal del compartimiento C al compartimiento B;

C_C : concentración del compartimiento C.

Las condiciones iniciales para este compartimiento B son idénticas a las condiciones iniciales para el compartimiento B del modelo de dos compartimientos. La solución de la ecuación (2.80) requiere una diferenciación por partes del término del lado izquierdo, de forma similar a la ecuación (2.56). Para el término de volumen variable, se utiliza el principio de continuidad con soluciones similares a (2.57) y (2.58). Sustituyendo las expresiones resultantes en la ecuación (2.80), resulta:

$$\begin{aligned} \frac{d(C_B V_B)}{dt} &= \frac{V_B dC_B}{dt} + \frac{C_B dV_B}{dt} \\ &= [(Q_{AB} - Q_{BA})t + V_{B_0}] \frac{dC_B}{dt} + C_B(Q_{AB} - Q_{BA}) \\ &= Q_{AB}C_A + Q_{CB}C_C - (Q_{BA} + Q_{BC})C_B \end{aligned} \quad (2.81)$$

Simplificando y reordenando los términos, se obtiene:

$$\frac{dC_B}{dt} = \frac{Q_{AB}C_A + Q_{CB}C_C - (Q_{AB} + Q_{BC})C_B}{(Q_{AB} - Q_{BA})t + V_{B_0}} \quad (2.82)$$

La solución de la ecuación (2.82) puede obtenerse mediante integración directa sólo para el caso de concentraciones constantes para C_A y para C_C (ambas multiplicadas por una exponencial), resultando:

$$\begin{aligned} C_B &= \frac{Q_{AB}C_A + Q_{CB}C_C}{Q_{AB} + Q_{BC}} - \frac{A}{Q_{AB} + Q_{BC}} \\ &\quad \cdot [V_{B_0} + (Q_{AB} - Q_{BA})t]^{-[(Q_{AB} + Q_{BC})/(Q_{AB} - Q_{BA})]} \end{aligned} \quad (2.83)$$

La constante de integración A puede determinarse por aplicación de la condición inicial para la concentración en el compartimiento B, como se muestra en (2.76), por lo que la solución completa es:

$$C_B = \frac{Q_{AB}C_A + Q_{CB}C_C}{Q_{AB} + Q_{BC}} - \left(\frac{Q_{AB}C_A + Q_{CB}C_C}{Q_{AB} + Q_{BC}} - C_{B_0} \right) \cdot \left(1 + \frac{(Q_{AB} - Q_{BA})t}{V_{B_0}} \right)^{-[(Q_{AB} + Q_{BC}) / (Q_{AB} - Q_{BA})]} \quad (2.84)$$

Para caudales positivos de entrada al tanque la solución se puede simplificar (siendo $Q_{CB} = Q_{BC}$):

$$C_B = \left[\frac{1 + \frac{Q_{BC} C_C}{Q_{AB} C_A}}{1 + \frac{Q_{BC}}{Q_{AB}}} \right] C_A - \left\{ \left[\frac{1 + \frac{Q_{BC} C_C}{Q_{AB} C_A}}{1 + \frac{Q_{BC}}{Q_{AB}}} \right] C_A - C_{B_0} \right\} \cdot \left(1 + \frac{Q_{AB}t}{V_{B_0}} \right)^{-[1 + (Q_{BC} / (Q_{AB}))]} \quad (2.85)$$

Para caudales positivos de salida del tanque, la solución puede ser simplificada:

$$C_B = C_C - (C_C - C_{B_0}) \left(1 - \frac{Q_{BA}t}{V_{B_0}} \right)^{(Q_{BC} / Q_{BA})} \quad (2.86)$$

Para el compartimiento C, la ecuación general de balance de masa es:

$$V_C \frac{dC_C}{dt} = Q_{BC}C_B - Q_{CB}C_C \quad (2.87)$$

Esta última expresión está en la forma de la ecuación clásica para un CSTR de volumen constante, con caudal de entrada y de salida, si bien debe tenerse en cuenta que las ecuaciones (2.80) y (2.87) forman un conjunto de ecuaciones linealmente dependientes. Para determinar una solución analítica para la ecuación (2.87), se debe asumir que la concentración en el compartimiento B es constante, y que está multiplicada por una exponencial, para simplicidad matemática. Aplicando estas hipótesis, la solución puede ser obtenida mediante integración directa y aplicación de la condición inicial apropiada, resultando:

$$C_C = C_B - (C_B - C_{C_0}) \exp \left[-\frac{Q_{BC}t}{V_C} \right] \quad (2.88)$$

Una revisión de las soluciones indica que cada una se fundamenta en concentraciones constantes (multiplicadas por una exponencial) para los compartimientos vecinos. Como se ha indicado anteriormente, el error cometido por estas simplificaciones es insignificante.

Modelo de cuatro compartimientos La adición de un cuarto compartimiento que actúe como una segunda zona muerta es una lógica extensión del modelo de tres compartimientos, aplicándose una metodología similar para su desarrollo.

El cuarto compartimiento (compartimiento D) tiene un volumen fijo y mantiene un intercambio constante de caudal con el compartimiento C. Por otra parte, el compartimiento C continúa con un volumen constante, e intercambia un caudal constante con el compartimiento B. El uso de las mismas hipótesis que en el caso del modelo de tres compartimientos, conducen a las mismas soluciones para los compartimientos A y B que en dicho modelo. Por lo tanto, tan sólo se van a presentar seguidamente las soluciones para los compartimientos C y D.

La ecuación general de balance de masa para el compartimiento C es:

$$V_C \frac{dC_C}{dt} = Q_{BC}C_B + Q_{DC}C_D - (Q_{CB} + Q_{CD})C_C \quad (2.89)$$

siendo:

Q_{CD} : caudal del compartimiento C al compartimiento D;

Q_{DC} : caudal del compartimiento D al compartimiento C;

C_D : concentración del compartimiento D.

La condición inicial para el compartimiento C será:

$$C_C(t = 0) = C_{C_0} \quad (2.90)$$

Asumiendo un volumen constante en el compartimiento C, concentraciones constantes en los compartimientos B y D (ambas multiplicadas por una exponencial), y caudales constantes entre todos los compartimientos, la ecuación (2.89) puede ser resuelta por integración directa, resultando:

$$C_C = \left[\frac{1 + \frac{Q_{DC} C_D}{Q_{BC} C_B}}{1 + \frac{Q_{DC}}{Q_{BC}}} \right] C_B - \left\{ \left[\frac{1 + \frac{Q_{DC} C_D}{Q_{BC} C_B}}{1 + \frac{Q_{DC}}{Q_{BC}}} \right] C_B - C_{C_0} \right\} \cdot \exp \left[\frac{(Q_{BC} + Q_{DC})t}{V_C} \right] \quad (2.91)$$

La ecuación (2.91) se aplica con independencia que esté entrando ó saliendo caudal del tanque.

La ecuación general de balance de masa para el compartimiento D es:

$$V_D \frac{dC_D}{dt} = Q_{CD}C_C - Q_{DC}C_D \quad (2.92)$$

con una condición inicial:

$$C_D(t = 0) = C_{D_0} \quad (2.93)$$

Como se puede observar, las ecuaciones para el compartimiento D son idénticas a las obtenidas para el compartimiento C en el modelo de tres compartimientos; por lo tanto, la solución para el compartimiento D será idéntica:

$$C_D = C_C - (C_C - C_{D_0}) \exp \left[-\frac{Q_{CD}t}{V_D} \right] \quad (2.94)$$

Una revisión de las ecuaciones correspondientes a los modelos de tres y cuatro compartimientos indica que cada compartimiento adicional de volumen fijo añadido será descrito por una ecuación idéntica a la (2.89), estando descrito el compartimiento final por una ecuación igual a la (2.92), con una solución como la (2.94).

2.5 Sensibilidad de las presiones respecto a los parámetros que definen los elementos de la red

Como se ha indicado en el apartado 2.3.1, con objeto de realizar la calibración de los modelos matemáticos, se procede a ajustar diferentes parámetros del sistema, de forma que el resultado obtenido del modelo coincida con las mediciones observadas. Los parámetros que habitualmente se utilizan para realizar el calibrado son las rugosidades de las tuberías, y las demandas en los nudos de consumo.

Una etapa que se debe realizar en el proceso de calibración, previa a la realización de un ajuste fino del modelo, es un análisis de sensibilidad de la red, con objeto de identificar los parámetros que tienen mayor repercusión en el resultado del modelo. En el presente apartado se va a mostrar que una red es mucho más sensible a variaciones de demanda en los nudos, que a variaciones en las rugosidades de las tuberías, tomando como medida las presiones en los nudos de consumo. En primer lugar, se va a analizar la sensibilidad de la pérdida de carga de las tuberías respecto al caudal circulante por las mismas (que depende, lógicamente de la demanda en los nudos), y a la rugosidad. Posteriormente se comprobará mediante una red de ejemplo, la sensibilidad de las presiones en los nudos.

La ecuación que habitualmente se utiliza para evaluar las pérdidas de carga producidas en tuberías es la de Darcy-Weisbach, que expresada en forma de pérdida de carga unitaria, adopta la siguiente expresión:

$$h_f = \frac{8fQ^2}{\pi^2gD^5} \quad (2.95)$$

en la cual:

h_f : pérdida de carga unitaria;

f : factor de fricción (adimensional);

g : aceleración de la gravedad (9,81 m/s²);

D : diámetro de la tubería;

Q : caudal circulante por la tubería.

Por otra parte, puesto que el flujo en los sistemas de abastecimiento es generalmente turbulento, se suele utilizar la ecuación de Colebrook-White para la determinación del factor de fricción:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left[\frac{\varepsilon}{3,7D} + \frac{2,51}{Re\sqrt{f}} \right] \quad (2.96)$$

siendo:

ε : rugosidad de la tubería;

Re : número de Reynolds, que expresa la relación entre las fuerzas de inercia y las fuerzas viscosas;

El número de Reynolds puede expresarse en función del caudal de la siguiente forma:

$$Re = \frac{4Q}{\pi D\nu} \quad (2.97)$$

siendo ν la viscosidad cinemática del fluido, que en el caso del agua a una temperatura de 20 °C tiene un valor de $1,01 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$.

Sustituyendo la expresión del número de Reynolds en la ecuación (2.96), resulta:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left[\frac{\varepsilon}{3,7D} + \frac{2,51\pi D\nu}{4Q\sqrt{f}} \right] \quad (2.98)$$

Como puede comprobarse, tanto la rugosidad como el caudal intervienen en la determinación del factor de fricción, si bien tienen efectos contrapuestos: a mayor rugosidad, mayor factor de fricción, mientras que a mayor caudal, el factor de fricción disminuye.

Analizando la ecuación de Darcy-Weisbach, se puede ver que la pérdida de carga es directamente proporcional al cuadrado del caudal, mientras que la relación con el factor de fricción es sólo lineal, lo que indica que la sensibilidad de la pérdida de carga va a ser mucho mayor frente al caudal que frente a la rugosidad.

Si el factor de fricción fuese invariable con el caudal, considerando el diámetro y la rugosidad constantes, la ecuación de Darcy-Weisbach quedaría de la forma: $h_f = K \cdot Q^2$, siendo K una constante. No obstante, puesto que el factor de fricción disminuye conforme aumenta el caudal, la dependencia de la pérdida de carga respecto al caudal va a ser menos acusada.

Puesto que en la ecuación de Colebrook-White no se puede despejar el factor de fricción, la relación entre la pérdida de carga y la rugosidad va a ser menos clara. De forma aproximada, si se desprecia el segundo sumando de dicha ecuación, puede obtenerse de forma explícita el factor de fricción en función de la rugosidad:

2.5 Sensibilidad de las presiones respecto a los parámetros que definen los elementos de la red

$$f = 0,25 \cdot \log_{10}^{-2} \left[\frac{\varepsilon}{3,7D} \right] \quad (2.99)$$

En este caso, suponiendo que todos los parámetros son constantes, excepto la rugosidad, la ecuación de Darcy-Weisbach queda de la forma: $h_f = K_1 \cdot \log_{10}^{-2}(K_2 \cdot \varepsilon)$, siendo K_1 y K_2 constantes.

Con objeto de evaluar de forma práctica la sensibilidad de la pérdida de carga frente al caudal y a la rugosidad, se va a analizar a continuación su comportamiento para los diámetros de tubería que aparecen con más frecuencia en los sistemas de abastecimiento de tamaño medio, considerando todos los términos que intervienen en la ecuación de Colebrook-White. Se adopta como valor inicial de rugosidad en las tuberías 0,030 mm, que corresponde a tuberías de fundición dúctil con recubrimiento interior de mortero de cemento, y como caudales iniciales se consideran los que producen, en combinación con dicha rugosidad, una pérdida de carga del 3 ‰.

Tabla 2.2.- *Datos iniciales*

Diámetro (mm)	ε (mm)	Q (l/s)	h_f (m/Km)
100	0,025	4,08	3
150	0,025	12,06	3
200	0,025	25,93	3
250	0,025	46,87	3
300	0,025	75,95	3
350	0,025	114,15	3
400	0,025	162,38	3
500	0,025	292,34	3

En la Figura 2.14 viene representada la variación de la pérdida de carga frente a variaciones en el caudal y la rugosidad, apreciándose la gran diferencia existente entre ambos parámetros. Mientras que la pérdida de carga aumenta hasta aproximadamente un 270% cuando el caudal se duplica, tan sólo experimenta un incremento inferior al 6% si se trata de la rugosidad. En el primer gráfico se ha representado también la variación de la pérdida de carga, suponiendo que ésta cumpliera la ecuación $h_f = K \cdot Q^2$, observando que la curva correspondiente a esta ecuación se sitúa por encima de las otras, como consecuencia de la disminución del factor de fricción al aumentar el caudal.

Hasta ahora se ha analizado la influencia del caudal circulante por las tuberías y la rugosidad de éstas, sobre la pérdida de carga. Sin embargo, cuando se analiza el comportamiento de una red, interesa conocer las presiones en los nudos de consumo, en lugar de las pérdidas de carga producidas en las tuberías. Por otra parte, la calibración de los modelos se realiza modificando las demandas en los nudos de consumo, en lugar de los caudales circulantes por las tuberías.

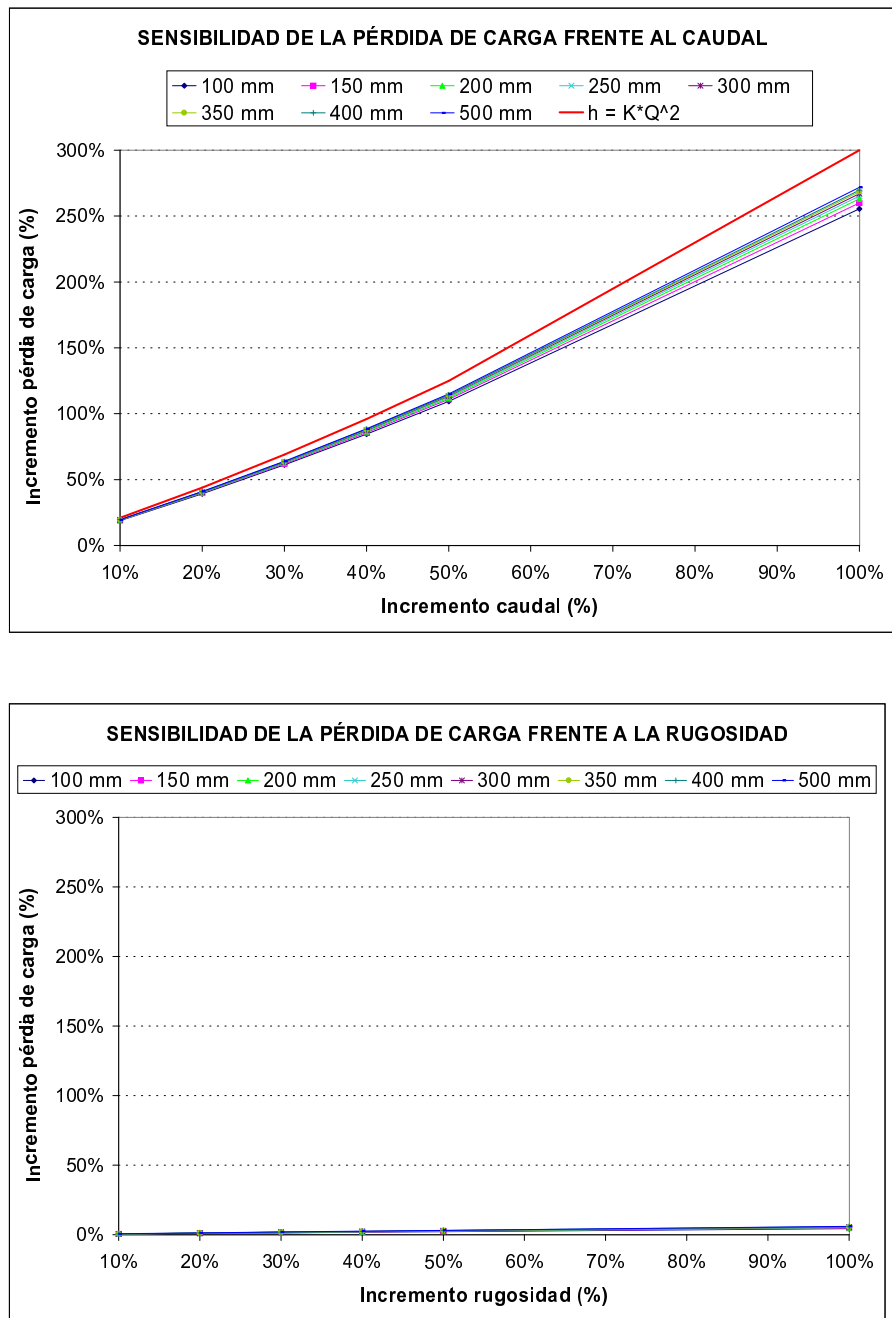


Figura 2.14.- Sensibilidad de la pérdida de carga frente al caudal y la rugosidad

Aunque existe una relación directa entre las pérdidas de carga y las presiones en las tuberías, así como entre los caudales circulantes por la red y la demanda en los nudos de consumo, la sensibilidad de una determinada red frente a variaciones de rugosidad y demanda en los nudos depende, además, de las características físicas de

2.5 Sensibilidad de las presiones respecto a los parámetros que definen los elementos de la red

la misma (longitud y diámetro de las diferentes líneas, localización y conectividad de los puntos de consumo, etc.).

A modo de ejemplo, se va a analizar la sensibilidad de las presiones de la red que se muestra en la Figura 2.15.

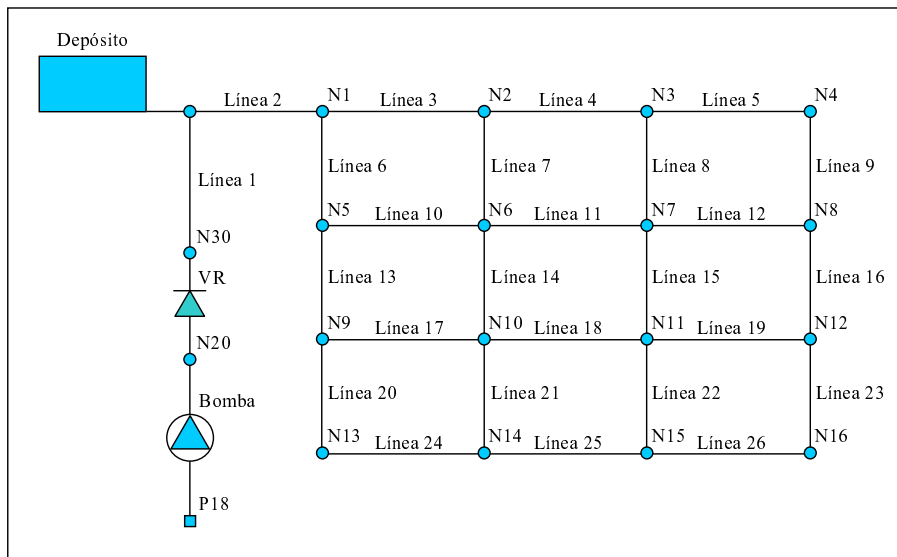


Figura 2.15.- Esquema de la red de abastecimiento

Inicialmente se considera que todas las tuberías tienen una rugosidad igual a 0,030 mm. Las principales características de la red se indican en las Tablas 2.3 y 2.4, así como los caudales y presiones existentes en la situación de cálculo inicial.

Con objeto de evaluar la sensibilidad de esta red, hemos realizado diversas simulaciones, modificando las rugosidades de las tuberías y las demandas en los nudos de consumo. Los resultados obtenidos se muestran en la Figura 2.16. Como puede verse, los nudos que están más alejados de la fuente de suministro son los más sensibles a variaciones de rugosidad ó caudal. Por otra parte, al igual que sucedía antes con la pérdida de carga, la sensibilidad de la presión es mucho mayor frente a las demandas en los nudos que frente a las rugosidades, lo que pone de manifiesto la importancia de conocer adecuadamente las demandas cuando se analiza una red de abastecimiento. En el caso del nudo 16, por ejemplo, mientras que la presión desciende un 45,31% cuando se duplica el caudal, tan sólo desciende un 0,71% cuando es la rugosidad la que se duplica.

Tabla 2.3.- *Propiedades de los nudos*

Nudo	Cota (m)	Demanda (l/s)	$h_{piezom.}$ (m)
Depósito	35,00	21,85	35,30
P18	-60,00	-69,85	-60,00
N1	0	2	34,70
N2	0	3	32,42
N3	0	3	31,48
N4	0	2	31,26
N5	0	3	32,64
N6	0	4	31,59
N7	0	4	30,90
N8	0	3	30,80
N9	0	3	31,38
N10	0	4	30,25
N11	0	4	29,90
N12	0	3	29,89
N13	0	2	30,74
N14	0	3	30,28
N15	0	3	30,06
N16	0	2	30,02

2.6 Aplicaciones de los modelos matemáticos de redes

Como se ha visto en los apartados precedentes, la utilización de modelos matemáticos para el análisis de redes de agua está ampliamente extendida, empleándose tanto para estudios de planificación, como para el control y optimización de sistemas existentes. En el presente apartado se van a desarrollar dos de las posibles aplicaciones de los modelos matemáticos: detección de fugas y análisis de fiabilidad.

2.6.1 Detección de fugas

Idealmente, si se toman las lecturas de los contadores instalados en cada uno de los usuarios del sistema, la suma de dichas lecturas debería coincidir con la cantidad de agua que abandona la planta de tratamiento. En la práctica no ocurre así, pues si bien el caudal que entra al sistema iguala al caudal que sale del mismo, no todas las salidas son contabilizadas. A la diferencia entre el volumen de agua inyectado y el totalizado en los contadores individuales, se le conoce como agua no contabilizada (*unaccounted-for water* en terminología inglesa).

Hay diversas razones por las que la suma de todos los consumos registrados es inferior a la cantidad de agua producida, siendo las causas más comunes de tales

Tabla 2.4.- Propiedades de las líneas

Línea	Diámetro (mm)	Longitud (m)	Caudal (l/s)	H_f (m)	h_f (m/Km)
1	300	1.000	69,85	2,41	2,41
2	300	500	48,00	0,60	1,21
3	200	937,5	23,64	2,28	2,43
4	200	937,5	14,51	0,93	1,00
5	200	937,5	6,47	0,22	0,23
6	200	937,5	22,37	2,06	2,20
7	150	937,5	6,13	0,82	0,88
8	150	937,5	5,04	0,58	0,62
9	150	937,5	4,47	0,47	0,50
10	100	937,5	2,25	1,04	1,11
11	100	937,5	1,79	0,69	0,74
12	100	937,5	0,62	0,11	0,11
13	200	937,5	17,11	1,26	1,35
14	100	937,5	2,59	1,34	1,43
15	100	937,5	2,21	1,01	1,07
16	100	937,5	2,09	0,91	0,97
17	100	937,5	2,35	1,12	1,20
18	100	937,5	1,23	0,36	0,38
19	100	937,5	0,22	0,01	0,01
20	200	937,5	11,76	0,64	0,68
21	100	937,5	0,29	0,03	0,03
22	100	937,5	0,79	0,16	0,17
23	100	937,5	0,69	0,13	0,14
24	200	937,5	9,76	0,46	0,49
25	200	937,5	6,47	0,22	0,23
26	200	937,5	2,69	0,05	0,05

discrepancias, las fugas, los errores de medición, y los consumos no medidos.

El consumo de agua no contabilizada debería ser cargado en el modelo como cualquier otra demanda. Sin embargo, el hecho que no se haya contabilizado implica que no se sepa dónde debe colocarse. Normalmente, el modelador sencillamente calcula la cantidad total de agua no contabilizada, y la divide por igual entre todos los nudos, a menos que se conozca que una porción del sistema tenga una mayor probabilidad de fugas a causa de la edad de las tuberías, ó una mayor propensión al subcontaje debido a la antigüedad de los contadores, etc., en cuyo caso se atribuye una mayor cantidad de agua no contabilizada a esa sección.

La cantidad de agua perdida por fugas es un indicador importante de la eficiencia de un sistema de distribución de agua, tanto por lo que respecta a los años indivi-

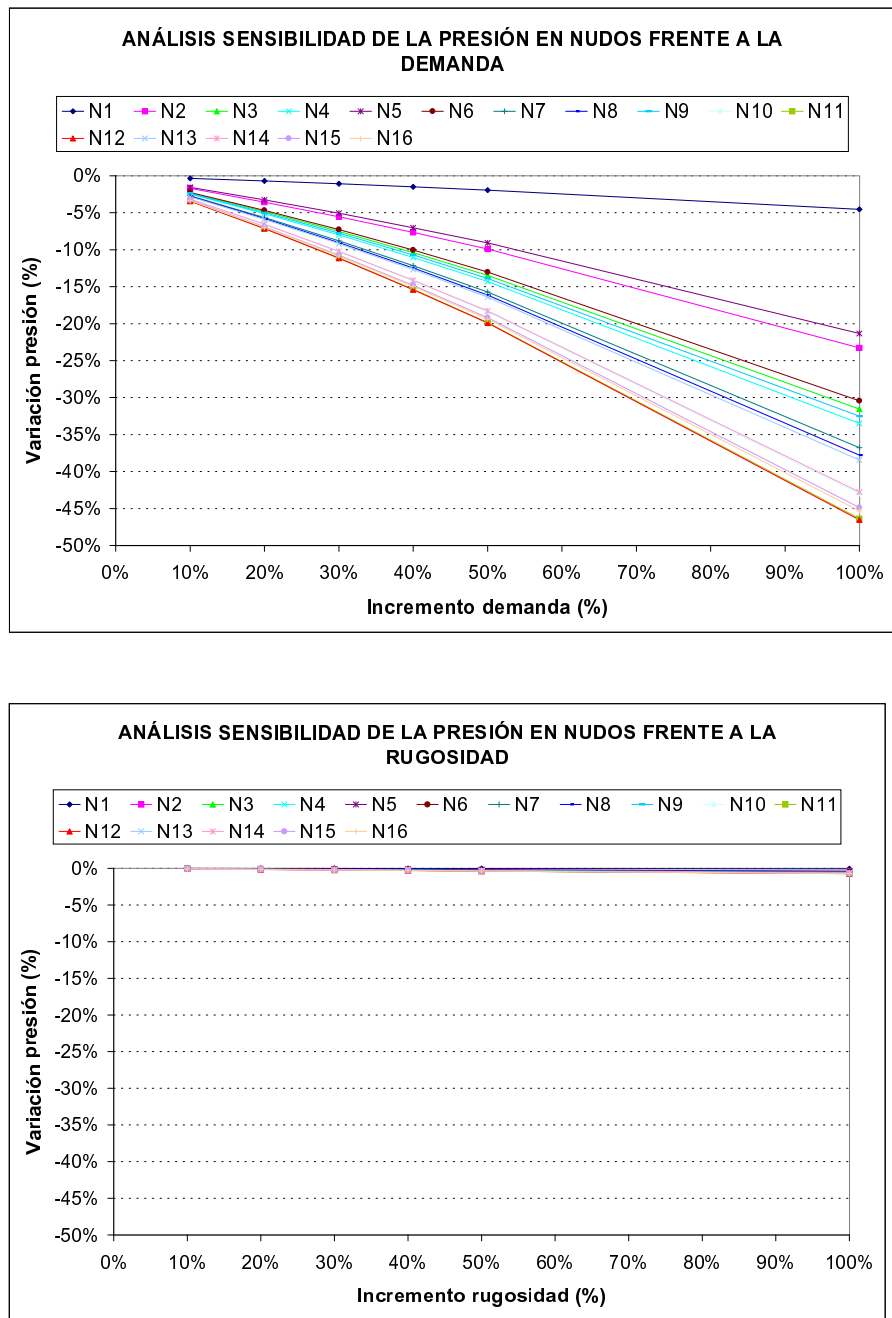


Figura 2.16.- Sensibilidad de la presión frente a la demanda y la rugosidad

duales, como a la tendencia a lo largo de un período de años. Unos volúmenes de agua perdida altos y crecientes indican una planificación y construcción ineficiente, así como una pobre labor de mantenimiento. La tendencia creciente a nivel internacional hacia un desarrollo sostenible, la eficiencia de la economía, y la protección

del medio ambiente, hacen que el problema de las pérdidas de agua de los sistemas de abastecimiento sea una preocupación general. Tanto los aspectos técnicos como financieros están recibiendo una especial atención, sobre todo durante épocas de sequía ó períodos de rápido desarrollo.

Las fugas son normalmente el mayor componente del agua no contabilizada, incluyendo las pérdidas de las redes arteriales, tuberías de distribución, acometidas, y depósitos. La cantidad de fugas varía de sistema a sistema, aunque existe una correlación general entre la edad de un sistema y dicha cantidad de fugas. Los sistemas nuevos pueden tener alrededor de un 5% de fugas, mientras que los sistemas más antiguos pueden tener un 40% ó más de fugas (Walski *et al.*, 2001). Las fugas tienden a aumentar en el tiempo, a menos que se realice un programa de detección y reparación de las mismas, si bien debe tenerse en cuenta, que incluso en los sistemas mejor operados y mantenidos, el disponer de una red libre de fugas no es un objetivo posible, tanto económica como técnicamente, por lo que es inevitable que se produzca un bajo nivel de fugas.

Otro factor que influye en el nivel de fugas es la presión del sistema, produciéndose más fugas a medida que aumenta la presión. Por lo tanto, la reducción de la presión durante las horas valle mediante válvulas reductoras de presión, puede conseguir que las fugas disminuyan. La utilización de un modelo matemático puede ayudar a evaluar el efecto de las válvulas de control, ya que existe un límite hasta el que la presión se puede reducir, sin que se vea afectado el servicio a los usuarios situados en las cotas más altas.

Las fugas en los sistemas de distribución pueden ser divididas en dos categorías: pérdidas de agua producidas por roturas de tuberías, y pérdidas de agua debidas a fugas latentes. Las roturas se caracterizan por una pérdida de agua repentina, de duración limitada al tiempo transcurrido hasta que son detectadas, mientras que las fugas latentes se caracterizan por una pérdida continua de agua de uniones de tuberías y de tuberías de distribución que están agrietadas ó perforadas debido a la corrosión.

Los diversos métodos empleados normalmente para la detección de fugas se fundamentan en las variaciones de propiedades físicas ó químicas producidas en el entorno de las mismas. Los más empleados son los que se basan en la escucha del sonido producido por éstas. Este sonido es el resultado del choque de moléculas de agua entre sí, de su fricción con la pared de la sección de la fuga, ó del choque del agua con el suelo.

La eficacia de una escucha puede ser perjudicada por una serie de factores que se traducen en ruidos de escucha, como tráfico, lluvia, y sonidos de equipos conectados al sistema (válvulas, medidores, etc.). Puesto que estos ruidos son menores durante la noche, se elige con frecuencia el período nocturno para la escucha de fugas.

Aparte de los ruidos, el sonido de una fuga es también afectado por una serie de factores, como la presión (es necesaria una presión por encima de 10,5 m.c.a. para una detección por escucha), el material y dimensiones de las tuberías, tipo de suelo y tipo de la superficie donde se asienta el equipo.

Todos los factores indicados anteriormente hacen que la estimación y localización de las fugas sea una tarea compleja si bien, como se va a mostrar a continuación, existen diversos métodos para tratar de cuantificarlas, de forma que puedan priorizarse los programas de detección de fugas.

2.6.1.1 Medición de caudales nocturnos en el Reino Unido

No todos los sistemas de distribución de agua están universalmente medidos, como es el caso de España ó Estados Unidos. En el Reino Unido, tan sólo un 10% de los usuarios domésticos están medidos (Walski *et al.*, 2001). En lugar de medir los usuarios individuales, los sistemas de distribución en el Reino Unido están divididos en zonas más pequeñas, denominadas *distritos hidrométricos* (*District Metered Areas* ó *DMAs* en terminología inglesa), que están aislados mediante válvulas y están alimentados a través de un número pequeño de medidores. El número de propiedades en un DMA se conoce con bastante exactitud, variando normalmente entre 500 y 2.000 propiedades (entre 10 y 20 Km de tuberías), aunque puede variar desde 10.000 propiedades (hasta 100 Km de tuberías) en zonas urbanas, hasta 100 propiedades (10 Km de tuberías) en zonas rurales (U.K. Water Industry, 1994a). Los caudales son registrados utilizando tecnología de captura de datos, ó bien telemetría hasta una estación central.

Puesto que la mayor parte de las viviendas no están medidas, la cantidad de agua no contabilizada en el Reino Unido es grande, si bien la mayor parte de este agua es entregada a usuarios legítimos, y puede ser estimada de forma bastante razonable. El consumo per cápita en las viviendas sin contador se estima alrededor de 150 litros por día, aunque existe considerable variación, debido en parte a las diferencias socioeconómicas (Office of Water Services (Ofwat), 1998).

La medición de caudales mínimos nocturnos en distritos hidrométricos bien definidos, de moderado tamaño, es un medio eficaz de detectar las roturas no comunicadas. El hecho de medir los caudales mínimos nocturnos (normalmente el consumo mínimo diario se produce entre la 1:00 h y las 5:00 h) se debe a que durante ese período, los caudales tienen la mayor proporción de fugas de todo el día, por lo que un incremento significativo en el caudal mínimo nocturno puede ser un indicador fiable de alguna anomalía en el sistema, producida la mayor parte de las veces, por una rotura en la red de distribución (Figura 2.17). Si el distrito hidrométrico es grande, las roturas individuales (especialmente las producidas en las instalaciones interiores) tendrán un impacto relativo menor, y será más difícil identificarlas a partir de los caudales mínimos. No obstante, esta información tan sólo es indicativa de

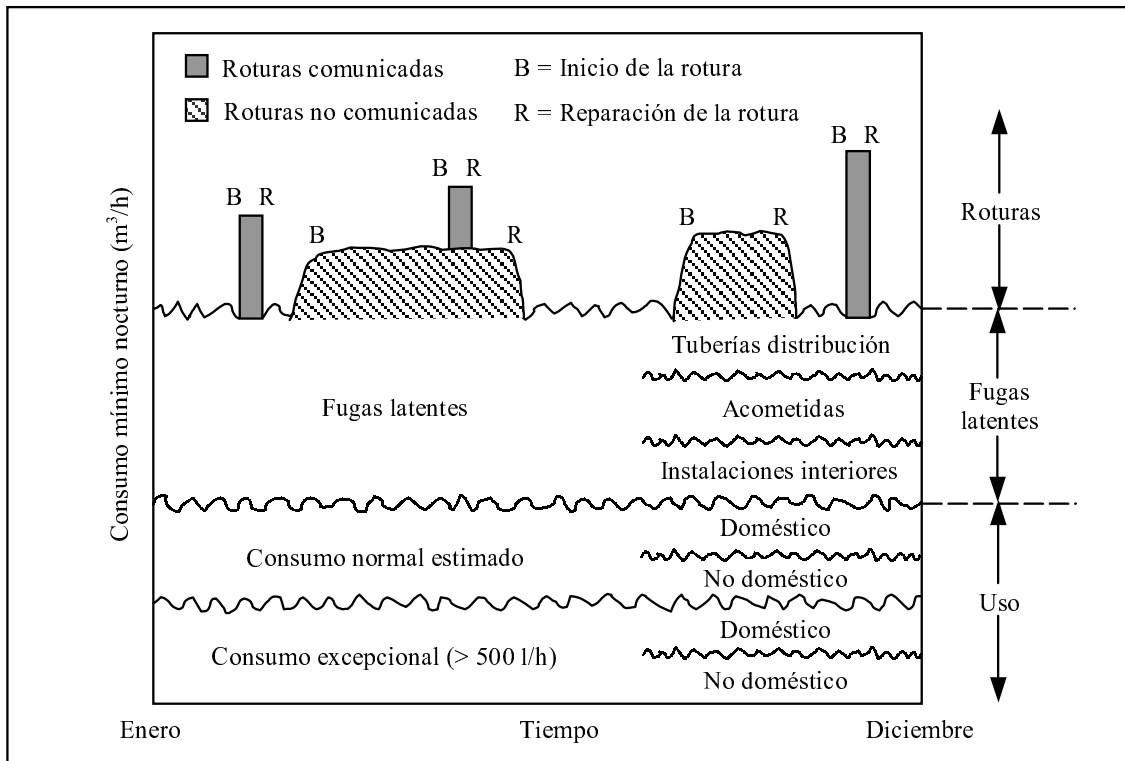


Figura 2.17.- Detección de roturas por medición de caudales mínimos nocturnos

la existencia de una posible fuga en el sector analizado, pero no puede precisar la localización de la misma. Por lo tanto, este método no sería un método de localización, sino que quedaría englobado en los métodos de detección y prelocalización.

Debido a los avances tecnológicos, es posible registrar los caudales y presiones de forma regular a un coste bajo, habiéndose convertido la medición de caudales nocturnos, la forma predominante de control de fugas en Inglaterra y Gales. Seguidamente se va a exponer la metodología propuesta en (U.K. Water Industry, 1994a) y (U.K. Water Industry, 1994b) para la estimación de los caudales de fuga.

Roturas y fugas latentes Los caudales procedentes de fugas individuales, roturas y desbordamientos dependen de la presión, y pueden variar desde menos de 1 l/h, hasta más de 100.000 l/h. Por lo tanto, en primer lugar, conviene clasificar las fugas en roturas, cuando su caudal individual es superior a 500 l/h a una presión de 50 m.c.a., y fugas latentes, cuando su caudal es inferior a dicho valor.

Las roturas son consideradas como sucesos significativos individuales con duraciones determinadas. Pueden durar un día ó menos (si la rotura se ha comunicado a la compañía explotadora del servicio), ó incluso algunos meses ó años, si la rotura no ha sido comunicada. La función del control de fugas es precisamente la búsqueda de

las roturas no comunicadas, y controlar el volumen de agua perdido en esas fugas, limitando su duración.

Las fugas comunicadas ó registradas habrán sido puestas en conocimiento de la compañía incluso si no se está realizando ningún control activo de las fugas, puesto que normalmente tienen unos caudales tan altos que originan corrientes ó charcos visibles en la superficie del terreno, a la vez que ocasionan un descenso de presión que puede dar origen a una deficiencia del servicio para los consumidores. Por otra parte, las fugas no comunicadas ó no registradas tienen unos caudales que son generalmente menores que las fugas comunicadas; sin embargo, como sólomente son localizadas cuando se lleva a cabo una política activa de gestión, pueden estar perdiendo agua durante meses ó años, y perder un mayor volumen de agua que las fugas comunicadas.

En cuanto a las fugas latentes, son la suma colectiva de numerosas fugas pequeñas y filtraciones procedentes de válvulas, uniones, hidrantes, contadores, arquetas, etc., en tuberías de distribución e instalaciones interiores; así como de grifos que gotean y desbordamientos de las cisternas de inodoros y aljibes. Puesto que normalmente no superan los 100 l/h, no son normalmente identificables de forma individual, a partir de las mediciones de caudales nocturnos.

En cualquier DMA, los fallos individuales que causan las fugas latentes son continuamente comunicados y reparados, como parte normal de las actividades de mantenimiento del sistema. Sin embargo, la aparición de forma regular de nuevas pequeñas fugas, y el coste que supone su localización de forma individualizada, hacen que siempre exista una cierta cantidad de fugas latentes, a pesar de las operaciones de mantenimiento.

Componentes del caudal mínimo nocturno El caudal mínimo nocturno está formado por una serie de términos, según se indica en la Figura 2.18.

Caudal entregado a los consumidores: es el caudal que llega a los consumidores, con independencia de su clase (doméstico, comercial, industrial, etc.). Éste a su vez se puede descomponer en dos términos, uno que agruparía las fugas producidas en las instalaciones interiores de los abonados, y otro que correspondería al consumo intencionado del agua. Existen diferencias significativas entre ambos términos, puesto que el primero estará formado por consumos de duración temporal elevada, a un caudal aproximadamente constante, mientras que el segundo corresponderá a consumos de menor duración con caudales variables, cuya modulación temporal puede estar laminada por la existencia de depósitos de almacenamiento.

Con respecto a las fugas producidas en las instalaciones interiores, hay que indicar que éstas tan sólo tienen en cuenta las fugas producidas entre el “punto de entrega” del agua (límite de la propiedad) y el “punto de consumo” (lugar donde está

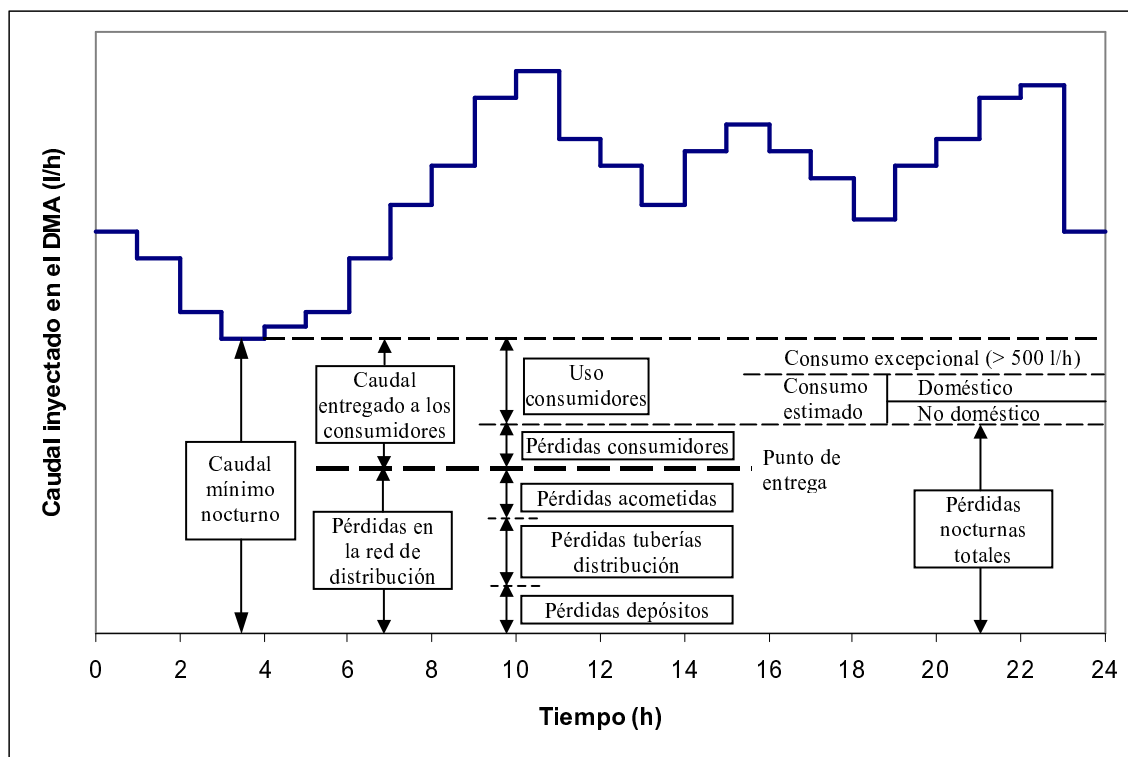


Figura 2.18.- Componentes de los caudales mínimos nocturnos

situado el contador individual), puesto que las fugas que se producen aguas abajo del contador, se considera que forman parte del consumo del abonado, ya que son susceptibles de ser medidas (si bien en muchos casos no lo son, debido a los pequeños caudales circulantes, y a la clase metrológica y estado de conservación del contador).

Con relación al caudal consumido por los usuarios, hay que diferenciar entre los consumos de agua producidos por usuarios estándar, y los consumos excepcionales, definidos como aquellos que superan los 500 l/h, que requieren una estimación por separado de los primeros.

Los consumidores pueden clasificarse de forma genérica en domésticos y no domésticos. A partir de un estudio realizado sobre 1.845 viviendas en el Reino Unido, entre 1991 y 1993, se obtiene que el consumo nocturno promedio es de 1,6 l/viv./h. En dicho estudio, se tomaron lecturas de los contadores instalados en las viviendas en dos ocasiones durante la noche, separadas un intervalo de aproximadamente dos horas. No obstante, debe tenerse también en cuenta el error de los contadores instalados en las viviendas, que en el caso del estudio mencionado, eran de clase D, estimándose dicho error en 0,09 l/viv./h, por lo que resulta que la mejor estimación para el caudal doméstico nocturno es de 1,7 l/viv./h, ó bien 0,6 l/persona/h.

Un análisis detallado de 226 de las viviendas medidas, muestra los siguientes resultados:

- Aproximadamente el 49% de las viviendas no tenían consumo de agua.
- Un 30% tenía un consumo de 1 l/viv./h ó menos, y contribuyó sólo en 0,07 l/viv./h al consumo promedio nocturno.
- Alrededor del 8% de las viviendas tenía un consumo nocturno de 4-8 l/h (de 8 a 16 litros en el período de 2 horas). Una descarga de un inodoro normalmente quedaría dentro de esta categoría, que representa 0,46 l/viv./h del consumo promedio nocturno.
- El restante 7% de viviendas se encontraban en las tres categorías de consumo más altas (8-16, 16-32 y 32-64 l/h). Aunque eran pequeñas en número, cada una de estas clases hacía una contribución sustancial (0,32, 0,45 y 0,42 l/viv./h, respectivamente), al consumo promedio nocturno.

Los datos obtenidos muestran claramente la influencia que un pequeño porcentaje de viviendas activas de consumo elevado (por ejemplo, lavadoras ó lavavajillas) puede tener en el caudal promedio doméstico nocturno. Por ejemplo, se puede estimar que si únicamente una vivienda más (ó menos) de la muestra de 226, hubiese estado utilizando una lavadora automática durante el tiempo del estudio, el consumo nocturno promedio habría sido alrededor de 0,3 l/viv./h más alto (ó más bajo). Este tipo de datos, en donde una pequeña proporción de la muestra puede afectar de forma significativa el promedio y la desviación estándar, es típico de los componentes de los caudales nocturnos.

Si se hace la hipótesis simplificativa de que en una noche cualquiera el caudal nocturno promedio es generado por una proporción p de N viviendas, la distribución estadística del número de viviendas activas durante la noche, puede ser calculada por la distribución binomial. El número medio de viviendas activas es claramente $N \cdot p$, y la desviación estándar puede calcularse de la expresión:

$$Sd(N_a) = \sqrt{N \cdot p \cdot (1 - p)} \quad (2.100)$$

siendo N_a el número de viviendas activas.

Asumiendo que todas las viviendas activas tengan el mismo consumo de z l/h, la media y desviación estándar del consumo nocturno doméstico pueden calcularse a partir de las expresiones de la Tabla 2.5, en donde N_H representa el número de viviendas.

De esta forma, el valor promedio del consumo nocturno doméstico (1,7 l/viv./h ó 0,6 l/persona/h) puede ser considerado de forma aproximada que provenga de un 17% de viviendas activas (ó un 6% de residentes), que utilizan 10 l/h cada una. Esto

Tabla 2.5.- Estadísticos del consumo nocturno doméstico

	l/h	l/viv./h
Media	$N_H p z$	$p z$
Desviación estándar	$z \sqrt{N_H p (1 - p)}$	$z \sqrt{\frac{p(1 - p)}{N_H}}$

da lugar a una gran variabilidad del consumo nocturno, especialmente en pequeños DMA. De acuerdo con la Tabla 2.5, la desviación estándar del consumo doméstico nocturno resulta:

$$Sd(Q_d) = 10 \text{ l/h} \cdot \sqrt{N_H \cdot 0,17 \cdot 0,83} = 3,8 \sqrt{N_H} \text{ l/h} \quad (2.101)$$

$$= 10 \text{ l/h} \cdot \sqrt{n \cdot 0,06 \cdot 0,94} = 2,4 \sqrt{n} \text{ l/h} \quad (2.102)$$

$$(2.103)$$

siendo:

Q_d : caudal promedio nocturno por uso doméstico;

n : número de residentes.

Suponiendo que una muestra de 226 viviendas sea lo suficientemente grande para que el consumo nocturno doméstico esté distribuido normalmente, se podría esperar con unos límites de confianza del 95% que dicho consumo variase entre 1,2 y 2,2 l/viv./h, lo que explica que puedan observarse valores mayores ó menores que el valor promedio, especialmente en pequeños DMA. Puesto que no todas las viviendas activas tienen el mismo consumo promedio, se podría obtener una mejor aproximación asumiendo una distribución multinomial con, por ejemplo, el 15% de viviendas usando 10 l/h, y el 0,2% de viviendas con un consumo promedio de 100 l/h.

Las pérdidas procedentes de un número relativamente pequeño de roturas no comunicadas en instalaciones interiores (tan pequeño como 2 por cada mil viviendas en un año) pueden constituir una parte significativa y altamente variable del caudal nocturno, y del volumen anual entregado. El volumen perdido de una única rotura es el producto de su caudal promedio y su duración.

La mediana (el percentil 50) del caudal de las roturas en las instalaciones interiores es de 1.600 l/h a una presión de 50 m.c.a. cuando son localizadas, aunque una gran proporción de roturas pueden no ser detectadas. La importancia de estas roturas es grande; como ejemplo, una sola de estas roturas, tendrá los siguientes efectos:

- incrementará el caudal mínimo nocturno de un DMA de 1.000 viviendas en 1,6 l/viv./h;

- producirá una pérdida de 32 m³/día, ó si se deja continuar durante un año, alrededor de 11.700 m³/año, lo que equivale al consumo anual de 100 viviendas.

Si una vivienda es medida externamente, la duración promedio de una rotura no detectada en la instalación interior está determinada por la frecuencia de la toma de lecturas. Por ejemplo, si los contadores son leídos cada 6 meses, las roturas no comunicadas durarán un promedio de 3 meses, antes de que la compañía y el usuario las puedan detectar. Por el contrario, para viviendas que no dispongan de contador, ó bien el contador sea interno, la duración promedio de las roturas no comunicadas estará influida por el control activo de fugas realizado por la compañía, y por la obligación de reparar las instalaciones interiores privadas.

Con respecto a las fugas latentes producidas en las instalaciones interiores, éstas varían en función del estado en el que se encuentren las instalaciones, pudiendo diferenciarse 3 niveles:

- Bajo: 0,5 l/viv./h
- Medio: 1,0 l/viv./h
- Alto: 1,5 l/viv./h

En conjunto, considerando tanto las roturas como las fugas latentes, las pérdidas anuales promedio de las instalaciones interiores pueden variar de 10 a 100 l/viv./día, dependiendo de las condiciones locales, como la presión, la frecuencia con la que son comunicadas las roturas, el control de fugas, la política de colocar los contadores externamente, la obligatoriedad de reparar las instalaciones interiores, etc.

Si bien existe una notable variabilidad en los consumos nocturnos domésticos, en el caso de los consumos no domésticos es todavía mayor, como consecuencia de las diferencias en cuanto a usos y características de las instalaciones interiores de los consumidores no domésticos. Con objeto de caracterizar este tipo de consumo, se llevó a cabo en el Reino Unido, una serie de mediciones en 2.967 consumidores no domésticos que disponían de contadores predominantemente clase C, ubicados externamente, y que por lo tanto medían el caudal entregado. Los contadores fueron seleccionados para dar una cobertura uniforme a través de la red de distribución, tanto en el ámbito rural como urbano, así como para tener en cuenta una amplia variedad de consumidores no domésticos. Se realizaron dos lecturas acumuladas de cada contador, con una separación aproximada de 3 horas, durante el período de caudal mínimo nocturno, entre las 3:00 h y las 6:00 h.

Eliminando aquellos registros en los que se detectaron fugas en las instalaciones interiores, quedaron un total de 2.950 medidas, con un promedio de 16,3 l/viv./h. Sin embargo, el valor de 16,3 l/viv./h está fuertemente influido por un reducido número de usuarios con un consumo elevado. Por ejemplo, si se eliminaban los 7

Tabla 2.6.- Consumo medio nocturno para usuarios no domésticos

Grupo	Tamaño de la muestra	Usuarios activos	% de usuarios activos	Consumo medio por usuario "activo" (l/viv./h)	Consumo medio en el grupo (l/viv./h)
A: Estaciones de policía/bomberos, centralitas, bancos, iglesias, jardines, instalaciones tratamiento aguas	123	16	13	7	0,9
B: Tiendas, oficinas, talleres, lavanderías, almacenes, grandes propiedades domésticas, pensiones, garajes, estaciones servicio, campings, granjas, comederos de ganado	2.013	606	30	20,5	6,2
C: Hoteles, escuelas, universidades, cafés, restaurantes, tabernas, residencias, establos	505	244	48	26	12,6
D:* Hospitales, fábricas (comida y manufacturas), urinarios públicos, lugares de trabajo	205	79	39	53	20,5
E:* Residencias de ancianos, minas y canteras	33	25	76	80	60,6
* Una alternativa para grandes residencias y hospitales es 2,5 l/residente/h					

consumidores con más de 1.000 l/viv./h, el consumo promedio nocturno descendía hasta 11,45 l/viv./h, y si además se eliminaban los 14 usuarios con un consumo comprendido entre 500 y 1.000 l/viv./h, el promedio cae hasta un valor de 8,43 l/viv./h.

Los datos del estudio indicado fueron clasificados en 5 categorías (de la A a la E), que tenían consumos promedio similares (después de excluir los usuarios con consumo superior a 500 l/h). El resultado de dicha clasificación se muestra en la Tabla 2.6.

Con objeto de calcular el consumo nocturno de usuarios no domésticos, cuyo caudal sea inferior a 500 l/h, pueden utilizarse los valores indicados en la última columna de la Tabla 2.6. Para ello, basta con contabilizar en el sector en estudio, el número de usuarios no domésticos de cada categoría, y multiplicar esos valores por los que aparecen en la columna citada. Sumando los resultados de todos los grupos, se obtiene una estimación del consumo nocturno de los usuarios no domésticos.

Un método más simplificado consiste en evaluar el caudal promedio en 7 a 8 l/no-dom./h. Este caudal puede considerarse, al igual que se ha hecho con los usuarios domésticos, que está generado por alrededor de un 33% de usuarios no domésticos que están activos, con un caudal unitario de 24 l/h. Utilizando los mismos conceptos que antes, la desviación estándar del consumo no doméstico se puede estimar mediante la siguiente expresión:

$$Sd(Q_{nd}) = 24 \text{ l/h} \cdot \sqrt{N_{NH} \cdot 0,67 \cdot 0,33} = 11\sqrt{N_{NH}} \text{ l/h} \quad (2.104)$$

siendo:

Q_{nd} : caudal promedio nocturno por uso no doméstico;

N_{NH} : número de usuarios no domésticos.

La mayor dificultad se encuentra en identificar el pequeño número de usuarios no domésticos cuyo consumo sea superior a 500 l/h. En el estudio realizado en el Reino Unido, la zona donde se realizaron las mediciones era predominantemente rural, por lo que sólo en el 0,7% de casos se detectaron consumos superiores a 500 l/h; no obstante, en un área urbana industrializada, puede llegar a alcanzar el 10% de los usuarios no domésticos (ó alrededor del 1% de todos los usuarios, tanto domésticos como no domésticos).

Caudal perdido por fugas en la red: dentro de este término se encuentran las fugas producidas en todos los elementos situados antes del punto de entrega del agua a los usuarios, por lo que se incluyen tanto las pérdidas en la red de distribución y depósitos de almacenamiento, como las producidas en las acometidas de los usuarios.

La metodología básica para evaluar las pérdidas promedio anuales de las roturas comunicadas y no comunicadas en tuberías de distribución y acometidas es la misma que para las roturas en las instalaciones interiores, y está basada en la frecuencia, caudal y duración promedio. Si bien la mediana de los caudales correspondientes a las roturas en las acometidas (tanto comunicadas como no comunicadas) es la misma que para las instalaciones interiores, la duración promedio de las reparaciones deberá ser más pequeña, ya que las compañías disponen de potestad para llevar a cabo las reparaciones de forma inmediata en las acometidas.

Los datos publicados sobre el caudal medido a través de orificios de diferente tamaño en tuberías a diferentes presiones, está basado en la relación teórica entre el caudal y la raíz cuadrada de la presión. Los ensayos realizados en laboratorio en orificios de tamaño determinado sobre tuberías metálicas confirman este resultado, aunque esto no significa que las roturas en tuberías no metálicas sigan la misma relación presión/caudal, ya que el tamaño de la abertura puede cambiar con la presión.

Con objeto de evaluar los caudales de las roturas, se recopilieron 500 conjuntos de datos correspondientes a 8 compañías en el Reino Unido. Los datos fueron

inicialmente agrupados en roturas comunicadas y no comunicadas, y se clasificaron en uniones, acometidas y tuberías de distribución. En la Tabla 2.7 se indican los resultados de esta clasificación.

Tabla 2.7.- Proporción de fugas comunicadas en función del tipo de tubería

Tubería	Comunicadas	No comunicadas	Tamaño de la muestra
Acometidas	40%	60%	300
Fibrocemento	78%	22%	128
Hierro	63%	37%	139

Los caudales estimados fueron corregidos a una presión de 50 m.c.a., y las roturas en tuberías de distribución y acometidas fueron además agrupadas por diámetro de tubería, aunque no hubo suficientes datos para tuberías de diámetro superior a 150 mm (Figura 2.19).

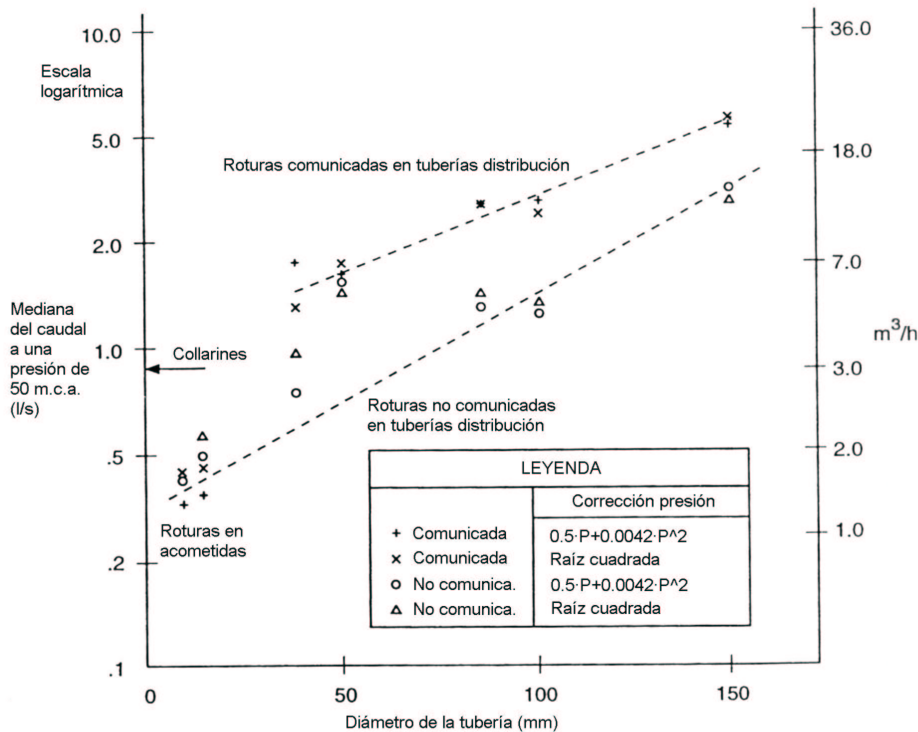


Figura 2.19.- Mediana de los caudales de las roturas a 50 m.c.a. frente al diámetro

Se determinaron las medianas de los caudales en lugar de los valores medios por los siguientes motivos:

- las distribuciones están sesgadas positivamente, y la mediana es menos probable que fluctúe que la media, en una muestra relativamente pequeña;

- el caudal en el momento de la localización es probablemente mayor que el caudal promedio desde que la rotura comenzó, por lo que la mediana del caudal es más representativa del caudal desde el inicio de la rotura, y puede por lo tanto ser multiplicada por la duración (sin ninguna corrección adicional) para estimar el volumen de agua perdido.

De la Figura 2.19 se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- La ecuación utilizada para realizar la corrección de la presión no parece tener una gran influencia en los valores de la mediana.
- Para un mismo diámetro, la mediana del caudal de fuga en las averías comunicadas es mayor que en las no comunicadas. Esto es lógico, puesto que las fugas de menor caudal son las que normalmente pasan desapercibidas.
- La relación entre el caudal de fuga y el diámetro evoluciona de forma diferente, según que se comuniquen ó no las roturas (las pendientes de las rectas de ajuste son diferentes). Conforme aumenta el diámetro, la diferencia de las medianas de los caudales de fuga, correspondientes a las fugas comunicadas y no comunicadas, disminuye.
- Los caudales para las roturas de acometidas comunicadas y no comunicadas no parecen diferir de forma significativa. Se recomienda utilizar un valor de 0,45 l/s (1.600 l/h, 32 m³/día) a una presión de 50 m.c.a., para estimar las pérdidas anuales de las roturas comunicadas y no comunicadas producidas en acometidas.

Con respecto a las fugas latentes, al igual que sucede en el caso de las roturas, éstas consisten de dos componentes influidos por la presión, las pérdidas de las tuberías de distribución, y las pérdidas de las acometidas. Algunas de estas pérdidas ocurrirán en las juntas y accesorios de las tuberías de distribución, y algunas en las juntas y accesorios de las acometidas. No obstante, hay menores puntos donde pueden producirse fugas por metro de tubería de distribución (quizás una unión cada 3 metros), que en una acometida (un collarín y dos puntos de conexión en la arqueta de acometida, para una acometida de longitud promedio 3 m).

Con objeto de evaluar las fugas latentes, se llevaron a cabo una serie de mediciones en pequeñas áreas urbanas, en donde el suministro a los usuarios había sido previamente cortado. Los resultados obtenidos, después de eliminar posibles roturas (caudal superior a 10 l/viv./h) y zonas en las que no se había detectado caudal, ó habían sido renovadas recientemente, fueron juntados con los de un estudio previo, abarcando de esta forma un conjunto de 52 DMA y 13.000 viviendas.

Después de estandarizar los datos a una presión de 50 m.c.a., se obtuvo un promedio de 1,8 l/viv./h. No obstante, este valor puede ser inferior a los valores correspondientes a un sistema de distribución porque, por un lado, la muestra estaba

sesgada hacia pequeñas tuberías de distribución, y por otro lado, todas las llaves de paso de las acometidas debían estar operativas, por lo que el análisis efectuado infravalorará pérdidas en acometidas debido a llaves defectuosas. De esta forma, se propone calcular las fugas latentes mediante:

$$Q_{fl} = F \cdot N_c + G \cdot L_m \quad (2.105)$$

siendo:

Q_{fl} : caudal producido por fugas latentes en la red de distribución y acometidas, en l/h;

F : caudal fugado por acometida, en l/viv./h

N_c : número de acometidas;

G : caudal fugado por longitud de tubería de distribución, en l/Km/h;

L_m : longitud de las tuberías de distribución, en Km;

Los valores de F y G dependen del estado en el que se encuentren las acometidas y la red de distribución, respectivamente, según se indica en la Tabla 2.8.

Tabla 2.8.- *Proporción de fugas comunicadas en función del tipo de tubería*

Estado	F (l/viv./h)	G (l/Km/h)
Bueno	1,5	20
Medio	3,0	40
Malo	4,5	60

Factores correctores del caudal mínimo nocturno Puesto que el caudal mínimo nocturno depende de diversas variables, deben aplicarse una serie de factores correctores cuando se realiza una serie de mediciones, con objeto de tener los resultados referidos a una base común. Para ello se proponen dos factores: el factor corrector de la presión, y el factor corrector del período de muestreo.

Factor corrector de la presión: La presión tiene una influencia significativa en los caudales de las fugas y roturas. Para tener en cuenta este efecto, se propone una relación entre la presión promedio nocturna de la zona (AZNP) y el índice de fugas:

$$\text{Índice de fugas} = 0,5 \cdot AZNP + 0,0042 \cdot AZNP^2 \quad (2.106)$$

En la ecuación (2.106) se tiene en cuenta que el caudal de fuga que sale a través de un orificio no es únicamente proporcional a la raíz cuadrada de la presión, como consecuencia de que, bajo determinadas condiciones, se produce una variación de la sección de salida del orificio en función de la presión.

Con objeto de estandarizar los valores de los caudales nocturnos, se propone referir todos los caudales a una presión de 50 m.c.a., resultando los factores correctores de la presión (PCF) que vienen indicados en la Tabla 2.9. Cuando se realiza una medición del caudal mínimo nocturno a una presión diferente de 50 m.c.a., se puede obtener un caudal estandarizado, dividiendo el caudal medido por el PCF correspondiente a la presión de la zona.

Tabla 2.9.- Factor corrector de la presión

AZNP (m)	20	30	40	50	60	70	80	90	100
PCF	0,329	0,529	0,753	1,000	1,271	1,565	1,884	2,226	2,592

Factor corrector del intervalo de muestreo: Debido a que el consumo no se mantiene constante y varía con el tiempo, debe tenerse en cuenta la duración del intervalo de tiempo durante el cual se calcula el caudal mínimo nocturno. En una noche determinada, el valor del caudal mínimo medido durante un intervalo breve (por ejemplo, 15 minutos), será inferior al caudal durante un intervalo mayor (por ejemplo, 2 horas), debido a que existirán menos usuarios que estén utilizando agua durante el intervalo más corto.

En (U.K. Water Industry, 1994a) se propone un período de muestreo estándar de 1 hora, por lo que los caudales que se midan en períodos de tiempo de diferente longitud, deberán ser corregidos mediante un factor corrector del intervalo de muestreo (SDCF), según se muestra en la Figura 2.20 y en la Tabla 2.10. Los valores de dicho factor corrector se obtuvieron a partir del análisis de datos de caudales tomados a intervalos de 1 minuto, correspondientes a 18 distritos hidrométricos urbanos, con tamaño entre 440 y 8.428 viviendas, y caudales entre 3 y 12 l/viv./h. Con objeto de estandarizar los valores de los caudales para intervalos de muestreo diferentes a 1 hora, se debe multiplicar el caudal medido por el valor correspondiente del factor de corrección. Como puede observarse en la Tabla 2.10, para duraciones comprendidas entre 15 minutos y 3 horas, el efecto de este factor es relativamente pequeño, variando en un $\pm 2\%$.

Tabla 2.10.- Factor corrector del intervalo de muestreo

Intervalo (minutos)	SDCF	% Diferencia respecto 60 min.
1	1,087	-8,0
5	1,040	-3,8
10	1,025	-2,4
15	1,018	-1,8
30	1,007	-0,7
60	1,000	0,0
120	0,991	+0,9
180	0,981	+1,9

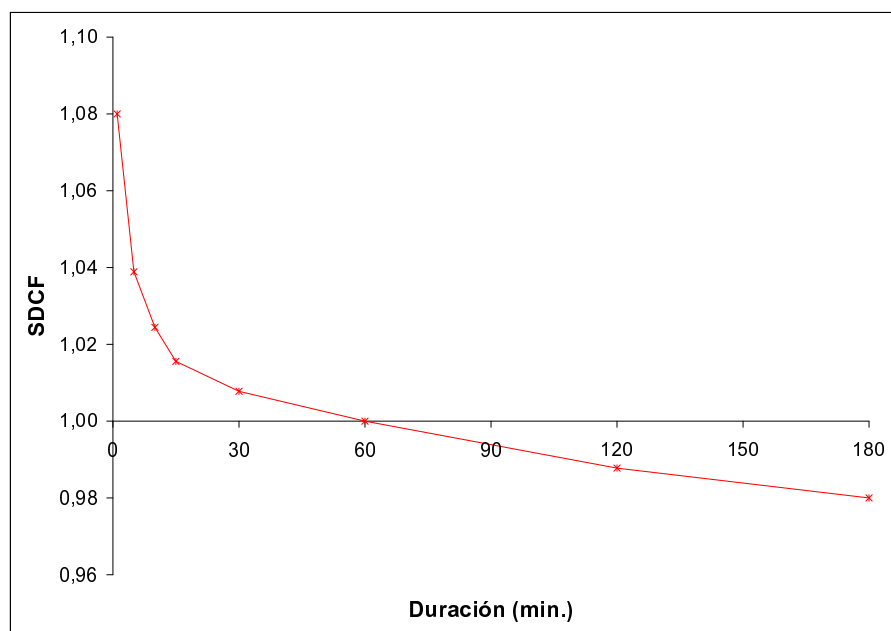


Figura 2.20.- Factor corrector del intervalo de muestreo para una duración estándar de 1 hora

Evaluación de las fugas de una red mediante la medición de caudales nocturnos La metodología propuesta para realizar la evaluación de las fugas consiste en calcular cada uno de los componentes del caudal mínimo nocturno, de acuerdo con los valores aproximados que se han indicado anteriormente. Los datos que se precisan conocer son el número de usuarios, la presión media nocturna y los consumidores excepcionales, pudiendo estimarse el número de usuarios no domésticos a partir del porcentaje global de la compañía. Se trata por lo tanto de determinar el caudal mínimo al que se podría llegar si sólo existieran fugas latentes y consumos de usuarios. La forma más cómoda de trabajar es utilizar una hoja de cálculo, como aparece reflejado en la Tabla 2.11, viniendo indicado en la Tabla 2.12 un ejemplo de aplicación.

En el ejemplo indicado en la Tabla 2.12, se ha considerado un distrito hidrométrico que da servicio a 1.000 usuarios, de los cuales un 10% son consumidores no domésticos con consumo normal, existiendo además un consumo excepcional de 1.000 l/h. En conjunto, el caudal demandado por los diferentes usuarios es de 3.330 l/h, siendo su desviación estándar de 224 l/h. Aunque en el ejemplo se ha calculado el consumo doméstico en función del número de viviendas existente, en el caso de poblaciones que tengan una fuerte componente estacional, el consumo doméstico nocturno (y su variabilidad) deberá calcularse a partir del número de habitantes.

Según la metodología propuesta, se considera que el consumo intencionado de

Tabla 2.11.- Hoja de cálculo del caudal mínimo nocturno

CAUDAL ENTREGADO A LOS USUARIOS		NÚMERO USUARIOS	SUB-TOTAL (l/h)	TOTAL (l/h)
SUMA DE CONSUMOS EXCEPCIONALES > 500 l/h individualmente	Domésticos			
	No domésticos			
CONSUMO NOCTURNO DOMÉSTICO ESTIMADO:				
<ul style="list-style-type: none"> • 1,7 l/viv./h · Número de viviendas • 0,6 l/hab./h · Número de habitantes 				
CONSUMO NOCTURNO NO DOMÉSTICO ESTIMADO:				
<ul style="list-style-type: none"> • SIMPLIFICADO: 8 l/usuario/h · Número de usuarios • DETALLADO: Clasificado por Grupos A a E 		A		
		B		
		C		
		D		
		E		

FUGAS LATENTES A 50 m AZNP				
	ESTADO	l/Km/h	Longitud (Km)	SUB-TOTAL (l/h)
TUBERÍAS DE DISTRIBUCIÓN	Bueno	20		
	Medio	40		
	Malo	60		
	ESTADO	l/viv./h	Número usuarios	
ACOMETIDAS	Bueno	2,0		
	Medio	4,0		
	Malo	6,0		
			SUMA	
AZNP (m.c.a.)			x PCF	

FACTOR DE CORRECCIÓN PRESIÓN (PCF)														
AZNP (m)	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	
PCF	0,33	0,43	0,53	0,64	0,75	0,87	1,00	1,13	1,27	1,42	1,57	1,72	1,88	

CAUDAL MÍNIMO NOCTURNO INEVITABLE (l/h)

DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE UNA MEDIDA (l/h)		SUB-TOTAL (l/h)	TOTAL (l/h)
CONSUMO DOMÉSTICO ESTIMADO	$3,8\sqrt{N_H}$ ó $2,4\sqrt{n}$		
CONSUMO NO DOMÉSTICO ESTIMADO	$11\sqrt{N_{NH}}$		

Tabla 2.12.- Ejemplo de cálculo del caudal mínimo nocturno

CAUDAL ENTREGADO A LOS USUARIOS		NÚMERO USUARIOS	SUB-TOTAL (l/h)	TOTAL (l/h)
SUMA DE CONSUMOS EXCEPCIONALES > 500 l/h individualmente	Domésticos	0		
	No domésticos	1.000 · 1	1.000	
CONSUMO NOCTURNO DOMÉSTICO ESTIMADO: • 1,7 l/viv./h · Número de viviendas • 0,6 l/hab./h · Número de habitantes		1,7 · 900	1.530	
CONSUMO NOCTURNO NO DOMÉSTICO ESTIMADO: • SIMPLIFICADO: 8 l/usuario/h · Número de usuarios • DETALLADO: Clasificado por Grupos A a E		8 · 100	800	
		A		
		B		
		C		
		D		
		E		
				3.330

FUGAS LATENTES A 50 m AZNP				
	ESTADO	l/Km/h	Longitud (Km)	SUB-TOTAL (l/h)
TUBERÍAS DE DISTRIBUCIÓN	Bueno	20	10	200
	Medio	40		
	Malo	60		
	ESTADO	l/viv./h	Número usuarios	
ACOMETIDAS	Bueno	2,0	1.000	2.000
	Medio	4,0		
	Malo	6,0		
			SUMA	2.200
AZNP (m.c.a.)	60	x PCF		x 1,27
				2.794

FACTOR DE CORRECCIÓN PRESIÓN (PCF)													
AZNP (m)	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80
PCF	0,33	0,43	0,53	0,64	0,75	0,87	1,00	1,13	1,27	1,42	1,57	1,72	1,88

CAUDAL MÍNIMO NOCTURNO INEVITABLE (l/h)	6.124
---	-------

DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE UNA MEDIDA (l/h)		SUB-TOTAL (l/h)	TOTAL (l/h)
CONSUMO DOMÉSTICO ESTIMADO	$3,8\sqrt{N_H}$ ó $2,4\sqrt{n}$	114	224
CONSUMO NO DOMÉSTICO ESTIMADO	$11\sqrt{N_{NH}}$	110	

agua no depende de la presión, por lo que no se debe afectar con el factor corrector de la presión. A este respecto, cabe indicar que si bien existen una serie de usos que consumen volúmenes fijos de agua cada vez que se producen (como es el caso de los inodoros, lavadoras y lavavajillas en las viviendas), y que por tanto no dependen de la presión de la red de abastecimiento, existen otros consumos de agua cuyo caudal va a depender de la presión (como por ejemplo, la utilización de los diferentes grifos de una vivienda), si bien la influencia de la presión sobre el caudal va a ser menor que en el caso de las fugas, debido a la intervención del usuario sobre el grado de apertura de los aparatos.

Una vez obtenido el caudal que se entrega a los usuarios, se determina el caudal perdido por fugas latentes, considerándose en un primer momento que el estado, tanto de la red como de las acometidas, es bueno. Considerando una longitud de la red de distribución de 10 Km, y un total de 1.000 acometidas, resulta un caudal de 2.200 l/h, que debe mayorarse con un coeficiente de 1,27, para tener en cuenta que la presión de la red (60 m.c.a.) es diferente de la presión estándar que se ha establecido (50 m.c.a.). De esta forma resulta un caudal por fugas latentes de 2.794 l/h.

Sumando el consumo intencionado de agua y las fugas latentes, se obtiene el consumo nocturno inevitable de agua; es decir, el consumo que se registraría en el caso de no existir roturas, resultando un valor de 6.124 l/h. No obstante, teniendo en cuenta la desviación estándar del consumo de agua, resulta que el caudal mínimo nocturno se encontraría situado entre 5,6 y 6,6 m³/h, con un nivel de confianza del 95%. Una vez obtenido el consumo inevitable, éste se tendría que restar del caudal medido, con objeto de investigar posibles anomalías, tales como roturas ó consumos nocturnos excepcionales que no se hayan previsto; cualquier diferencia restante sería atribuible a un estado de la infraestructura en peores condiciones que las inicialmente supuestas, debiendo corregirse el valor de las fugas latentes en cálculos posteriores.

Por ejemplo, un caudal nocturno medido de 13 m³/h, podría ser indicativo de la existencia de una rotura no comunicada de una tubería de diámetro 100 mm (7 m³/h a 60 m de presión) ó bien 3 ó 4 roturas de acometidas (2 m³/h a 60 m); sin embargo, caudales nocturnos que de forma permanente se encuentren alrededor de 8 a 9 m³/h, podrían deberse a la rotura de una única acometida, ó bien a una infraestructura en un estado “medio”, en lugar de “bueno”. En la Figura 2.21 se indica de forma esquemática la metodología para la evaluación de las fugas.

Hay que indicar que cuanto más pequeño sea el distrito, más fácil será diferenciar las roturas no comunicadas de las fugas latentes, estimándose en 1000 el número de usuarios máximo para poder detectar la rotura individual de una acometida. Por otra parte, una medición continua de los caudales nocturnos ayudará a disminuir considerablemente la incertidumbre, especialmente si existen consumos excepcionales no domésticos con una gran variabilidad.

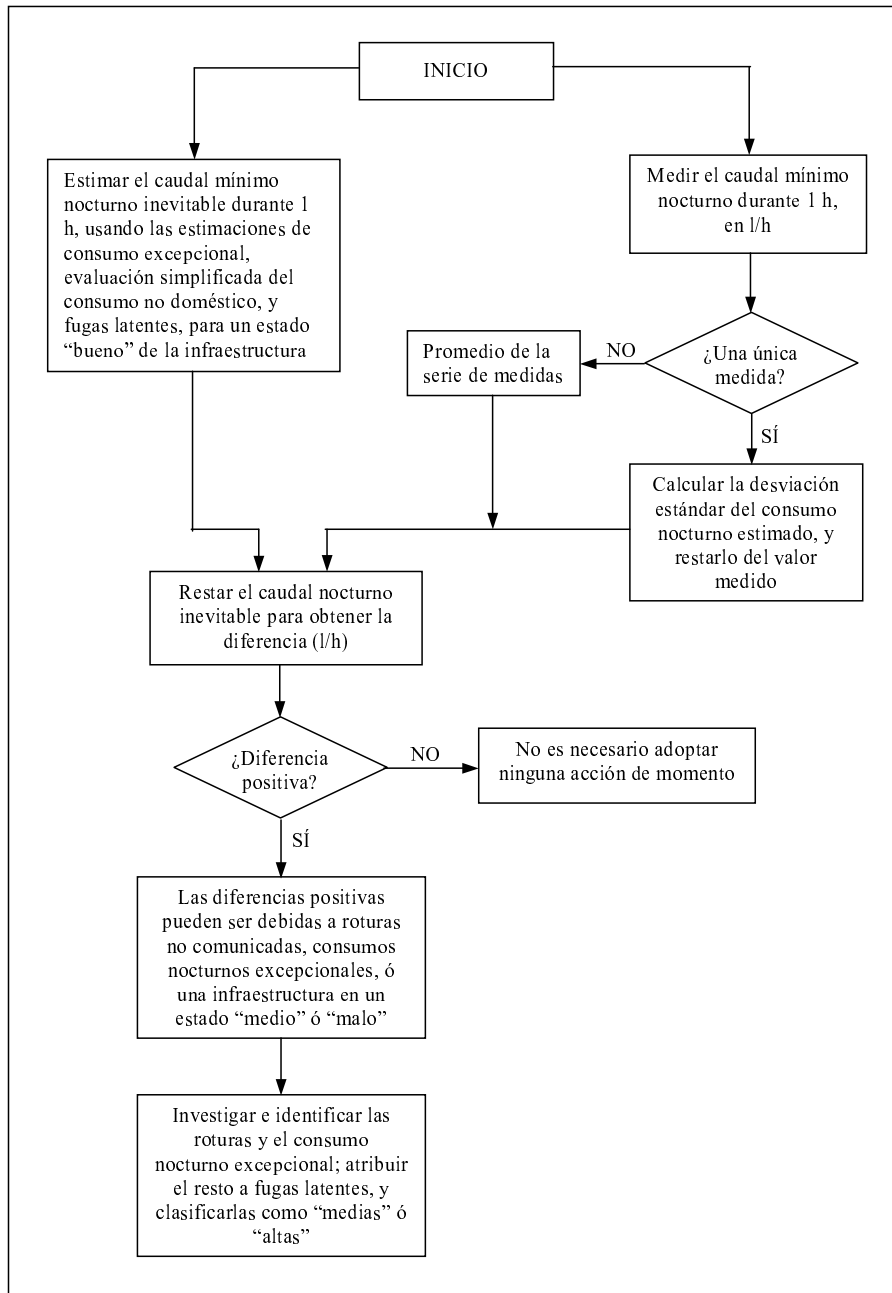


Figura 2.21.- Metodología para evaluar el exceso probable de caudal nocturno, como consecuencia de roturas no comunicadas en un DMA

2.6.1.2 Discriminación del agua incontrolada

Un enfoque más analítico que la medición de caudales nocturnos es el desarrollado por (Almandoz *et al.*, 2002), con objeto de discriminar los dos términos que componen el caudal de agua incontrolada ó no contabilizada, que representa la diferencia entre el caudal total de agua inyectado en el sistema y el caudal registrado por el conjunto de contadores de todos los abonados. Un primer término está formado por las fugas físicas de la red de distribución y acometidas, mientras que el segundo término es el caudal consumido por los abonados, pero que no se ha registrado por los medidores, bien por ausencia de ellos ó por errores en el proceso de medida.

El método se fundamenta en admitir que el segundo término sigue una evolución similar a la de la curva de demanda, mientras que el primer término es función de la presión de la red. Por lo tanto, para poder aplicar esta metodología se requiere, por un lado, conocer con precisión la curva de modulación de la demanda, y por otro, disponer de un modelo matemático de la red que permita determinar la evolución de las presiones a lo largo de un día. Si se conoce el estado del parque de contadores, pueden restarse las fugas domésticas de las calculadas para la red y acometidas, refinándose el estudio.

Un balance hídrico global de una red de abastecimiento permite identificar los distintos términos que intervienen (Figura 2.22):

1. Caudales consumidos por parte de los abonados que quedan debidamente registrados, frente a caudales no registrados ó incontrolados, de los que no existe constancia de su utilización.
2. Los caudales incontrolados se pueden subdividir en caudales consumidos y caudales perdidos en fugas.
3. Los caudales incontrolados consumidos pueden ser debidos a una falta de medición, ó bien a una incorrecta medición (fundamentalmente como consecuencia de errores en los contadores).
4. Los caudales incontrolados consumidos y no medidos pueden ser demandados por abonados autorizados que no disponen de contador (como podría ser el caso de consumos de centros oficiales, tomas de incendios, riego de jardines y baldeo de calles, etc.), ó bien por abonados que se abastecen a través de una toma ilegal ó fraudulenta.

La notación empleada en la Figura 2.22 es la siguiente:

Q : Caudal inyectado al sistema, medido por los contadores de cabecera dispuestos en los diferentes puntos de entrada de agua a la red.

Q_r : Caudal registrado, es decir, medido por los contadores de los abonados del servicio.

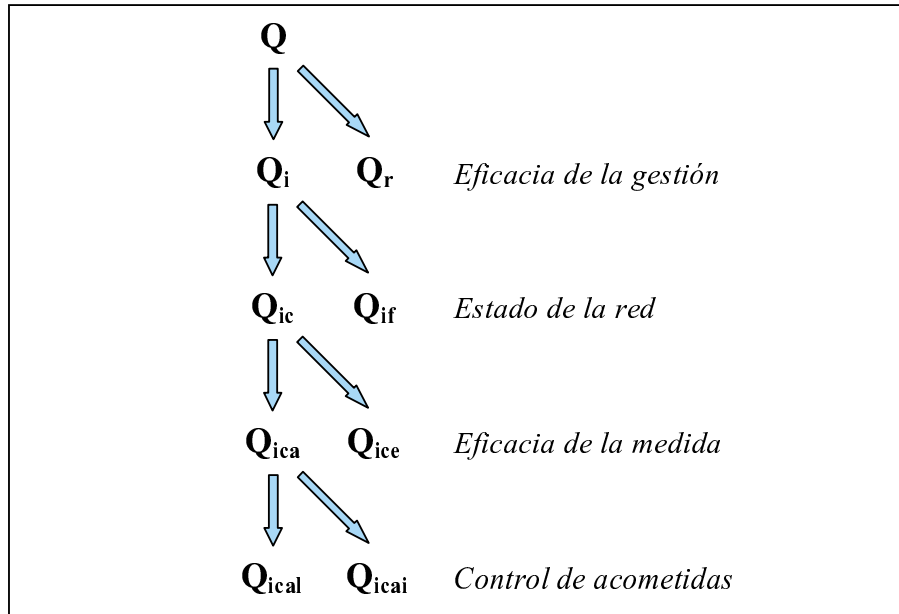


Figura 2.22.- Auditoría completa de una red de abastecimiento

Q_i : Caudal **in**controlado, del que no existe constancia acerca de su destino final.

Q_{ic} : Caudal que, aunque **in**controlado, es **con**sumido por los diferentes abonados.

Q_{if} : Caudal **in**controlado, y perdido en **f**ugas de la red de distribución y acometidas.

Q_{ica} : Caudal **in**controlado, **con**sumido y no medido por la **a**usencia de contadores.

Q_{ice} : Caudal **in**controlado, **con**sumido y no registrado, como consecuencia de un **er**ror de medida en los contadores de los abonados (normalmente se produce subcontaje).

Q_{ical} : Caudal **in**controlado, **con**sumido y no medido por la **a**usencia de contadores, pero suministrado a través de acometida **l**egal.

Q_{icai} : Caudal **in**controlado, **con**sumido y no medido por la **a**usencia de contadores, pero suministrado a través de acometida **i**legal.

Puesto que normalmente se dispone de contadores en los puntos de alimentación del sistema, es posible conocer el caudal inyectado Q , por lo que, restándole el caudal registrado Q_r , medido en los contadores de los usuarios, se puede obtener el caudal incontrolado Q_i ($Q_i = Q - Q_r$). Mediante la presente metodología se pretende, conocido el caudal incontrolado Q_i , determinar cada uno de los sumandos que lo integran (Q_{if} y Q_{ic}).

Todos los caudales que intervienen son volúmenes horarios, puesto que la simulación en período extendido a la que normalmente se recurre, adopta un intervalo

de cálculo de una hora. A este respecto, hay que indicar que si bien es posible en general, el conocimiento con bastante exactitud de los caudales horarios inyectados al sistema, existiendo en muchas ocasiones un equipo que registra de forma continua dichos caudales, en el caso de los contadores de los abonados, las lecturas se suelen tomar en intervalos de tiempo más largos (normalmente cada dos ó tres meses, dependiendo del período de facturación), por lo que su variación horaria resulta más difícil de determinar. En resumen, para poder aplicar esta metodología se requiere que se cumplan las siguientes condiciones:

- Medir el caudal que entra al sistema a través de los puntos de alimentación, mediante caudalímetros convenientemente calibrados.
- La red objeto de estudio deberá ser sensible a la demanda de los usuarios, y en definitiva, a los patrones de consumo. El método no será de aplicación si los usuarios disponen de depósitos de regulación (aljibes) que laminen la demanda.
- Debe disponerse de un modelo matemático calibrado, que simule el comportamiento de la red con suficiente aproximación.
- Deben conocerse los patrones de consumo de las diferentes clases de usuarios (domésticos, comerciales, industriales) existentes en la zona en estudio.

El método se aprovecha del diferente comportamiento en el tiempo de las fugas (sensibles a la presión, y por lo tanto mayores en las horas valle de consumo) y del caudal incontrolado consumido (variable con los patrones de consumo). Por ello, la sensibilidad del método aumenta con la variación diaria de la presión en la red, y con patrones de consumo que tengan puntas acusadas, pues en tal caso las variaciones temporales de Q_{if} y de Q_{ic} serán significativamente diferentes.

Con respecto a la variación del caudal incontrolado consumido, como se ha indicado, se admite que sigue el mismo patrón temporal que el caudal registrado. Esta hipótesis es aceptable, al menos, para Q_{ica} , que es el factor más significativo de Q_{ic} . Por lo que respecta al otro sumando, Q_{ice} , es decir, el error de medida de los contadores, depende de dos factores: la curva característica del parque de contadores, y su curva de consumos clasificada, por lo que a priori nada puede concluirse. No obstante, el suponer que los términos Q_r y Q_{ic} evolucionan de forma similar para cada tipo de consumo, implica un error relativo del contador constante en todo su rango de caudales, algo que se cumple en la mayor parte del intervalo de variación de Q_{ic} . Para caudales muy bajos, esta hipótesis no estaría plenamente justificada, puesto que el error relativo es mayor, pudiendo darse el caso que el contador ni siquiera arranque.

Metodología de cálculo El método, en esencia, consiste en explorar todos los posibles valores que puede representar el término de fugas Q_{if} frente a Q_i , a través del parámetro de ajuste x , igual a su cociente:

$$x = \frac{Q_{if}}{Q_i} \quad (2.107)$$

cuyos valores, lógicamente, se encontrarán en el intervalo $0 \leq x \leq 1$. Para ello, se estudia el comportamiento de la red con diferentes valores de x , realizando una simulación en período extendido, e incluyendo en la carga de caudales del modelo, el caudal de fugas correspondiente a cada uno de los valores supuestos de x . Las diferentes simulaciones llevadas a cabo evidencian una relación directa entre el parámetro x y la desviación estándar del caudal inyectado de entrada, valor calculado a partir de mediciones reales. A cada valor de x le corresponderá un caudal de inyección horario simulado y variable en el tiempo $Q^s(x, t)$. De entre las modulaciones simuladas, la más afín a la medida por los caudalímetros de entrada $Q^m(t)$ permite identificar el valor final de x .

La desviación estándar σ_m , determinada por los 24 caudales horarios que conforman la curva $Q^m(t)$, se calculará mediante la siguiente expresión:

$$\sigma_m = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{24} (Q^m(t) - \bar{Q})^2}{n - 1}} \quad (2.108)$$

siendo \bar{Q} el caudal horario medio.

En la práctica, el proceso se lleva a cabo comparando las distintas desviaciones estándar $\sigma_s(x)$ de cada simulación, obtenidas de la serie de 24 valores horarios de las curvas $Q^s(t, x)$ con la desviación σ_m medida. El valor final de x es por tanto la solución de la ecuación:

$$\sigma_s(x) = \sigma_m \quad (2.109)$$

El volumen diario de agua que entra a la red será un valor independiente de x , y por lo tanto constante durante todo el análisis, pudiendo calcularse mediante:

$$\forall = \int_{0h}^{24h} Q^m(t) dt \quad (2.110)$$

Por otra parte, el volumen diario \forall_r registrado en los contadores de los abonados, se determinará a partir de las lecturas realizadas en cada período de facturación, realizando simplemente un cambio de escala temporal. El cociente de los dos últimos parámetros proporciona el rendimiento medio diario del sistema $\bar{\eta}_s$:

$$\bar{\eta}_s = \frac{\forall_r}{\forall} \quad (2.111)$$

Asignación de los caudales que configuran la carga del modelo El consumo producido en cada uno de los nudos j de la red consta de tres sumandos:

- $(Q_r)_j$
- $(Q_{if})_j$
- $(Q_{ic})_j$

El primero de los términos es un valor conocido e independiente de x , por lo que es el mismo para cualquier simulación, mientras que los otros dos términos representan las fugas y el consumo incontrolado, ambos dependientes del parámetro x .

El cálculo del valor global de Q_{if} es el objetivo final, y por lo tanto desconocido. No obstante, a la hora de la simulación, para cada valor supuesto de x , el caudal de fuga es conocido, ya que se conoce Q_i . El problema está en distribuirlo entre los diferentes nudos de la forma más lógica, de manera que su suma sea igual a Q_{if} . Se verificará por tanto:

$$Q_{if} = x \cdot Q_i = \sum_{j=1}^n (Q_{if})_j \quad (2.112)$$

siendo n el número total de nudos en la red. El reparto del caudal de fugas entre los nudos puede tener en cuenta, mediante los adecuados factores de ponderación, la longitud y el diámetro de las tuberías convergentes, la antigüedad, el material y el estado de conservación de la zona del entorno al nudo que se considera. Haciendo la hipótesis simplificativa de considerar una red homogénea, dicho reparto sólo considera la longitud de las tuberías, simplificando considerablemente la asignación de caudales.

El caudal de fuga nodal depende de la presión en m.c.a., y de un exponente γ que depende de la presión de la tubería. Si bien tradicionalmente se ha admitido que dicho exponente es igual a 0,5, desde hace años se ha abandonado esta hipótesis en acometidas y tuberías de materiales flexibles (Lambert *et al.*, 1998). Para tener en cuenta el aumento del área de la fuga con la presión, se plantea un exponente γ variable en el intervalo $0,5 \div 2,5$.

Asignando a cada nudo el 50% de las longitudes de las tuberías que convergen en el nudo, y denominando L_j a la longitud total correspondiente al nudo j , resulta:

$$L_T = \sum_{j=1}^n L_j \quad (2.113)$$

siendo L_j la longitud total del sistema. Denominando \bar{L}_j a la longitud ponderada de cada nudo j ($\bar{L}_j = L_j/L_T$), se verifica:

$$\sum_{j=1}^n \bar{L}_j = 1 \quad (2.114)$$

Con objeto de cumplir la condición que la suma de todos los caudales de fuga sea igual a las fugas totales del sistema, se asigna a cada nudo una constante desconocida $(K_f)_j$, que en el caso de ser una red de características similares (materiales, antigüedad, etc.), será invariante en todo el sistema. En el caso más general, el caudal de fugas nodal adoptará la siguiente expresión:

$$(Q_{if})_j = \bar{L}_j (K_f)_j (H_j - z_j)^\gamma \quad (2.115)$$

siendo:

H_j : altura piezométrica en el nudo j ;

z_j : cota del nudo j .

Para determinar los valores de $(K_f)_j$, éstos pueden referirse a una K_f de referencia $[(K_f)_j = \alpha_j \cdot K_f]$, por lo que el balance final de fugas resultará:

$$Q_{if} = \sum_{j=1}^n (Q_{if})_j = \sum_{j=1}^n \bar{L}_j (K_f)_j (H_j - z_j)^\gamma = K_f \sum_{j=1}^n \alpha_j \bar{L}_j (H_j - z_j)^\gamma \quad (2.116)$$

expresión que se simplifica si se considera que las tuberías se encuentran en condiciones similares. Puesto que el valor de Q_{if} depende del parámetro x , el valor de K_f también dependerá de x . Como las fugas dependen de la presión, y ésta a su vez condiciona la carga del modelo, el cálculo de K_f requerirá un proceso iterativo, que más adelante se expone.

Con respecto al caudal incontrolado consumido, éste depende también del valor de x , pudiendo determinarse mediante:

$$Q_{ic} = (Q - Q_r)(1 - x) \quad (2.117)$$

La hipótesis que se efectúa para repartir este caudal entre los nudos de la red es la de proporcionalidad, siendo el caudal incontrolado en cada nudo directamente proporcional al registrado en ese nudo, con una constante de proporcionalidad igual para todos los nudos:

$$(Q_{ic})_j = k \cdot (Q_r)_j \quad (2.118)$$

$$Q_{ic} = \sum_{j=1}^n (Q_{ic})_j = \sum_{j=1}^n k \cdot (Q_r)_j = k \cdot \sum_{j=1}^n (Q_r)_j = k \cdot Q_r \quad (2.119)$$

La ecuación (2.119) permite determinar el valor de k :

$$k = \frac{Q_{ic}}{Q_r} = \frac{(Q_{ic})_j}{(Q_r)_j} \quad (2.120)$$

Es conveniente expresar el valor de k en función de los caudales conocidos y del parámetro x , resultando:

$$k = \frac{Q_i - Q_{if}}{Q_r} = \frac{Q_i}{Q_r} - \frac{Q_{if}}{Q_i} \cdot \frac{Q_i}{Q_r} = \frac{Q_i}{Q_r} \left(1 - \frac{Q_{if}}{Q_i}\right) = \frac{Q_i}{Q_r}(1 - x) \quad (2.121)$$

El rendimiento horario η_s del sistema es análogo al definido mediante la ecuación (2.111), pero referido a los caudales horarios:

$$\eta_s = \frac{Q_r}{Q} = \frac{Q_r}{Q_r + Q_i} \quad (2.122)$$

De esta forma, resulta:

$$k = \left(\frac{1}{\eta_s} - 1\right) \cdot (1 - x) \quad (2.123)$$

$$(Q_{ic})_j = (Q_r)_j \cdot \left(\frac{1}{\eta_s} - 1\right) \cdot (1 - x) \quad (2.124)$$

Finalmente, la ecuación de continuidad extendida a los n nudos de la red proporciona:

$$Q_{ic} = \sum_{j=1}^n (Q_{ic})_j \quad (2.125)$$

El caudal nodal resultante será la suma de todos los precedentes:

$$Q_j = (Q_r)_j + (Q_{ic})_j + (Q_{if})_j = (Q_s)_j + (Q_{if})_j \quad (2.126)$$

Teniendo en cuenta las ecuaciones (2.124) y (2.115), y admitiendo una distribución uniforme de fugas en toda la red, resulta:

$$Q_j = (Q_r)_j \left[1 + (1 - x)\left(\frac{1}{\eta_s} - 1\right)\right] + K_f \bar{L}_j (H_j - z_j)^\gamma \quad (2.127)$$

Aplicando la ecuación de continuidad al caudal inyectado para todos los nudos de la red, se tendrá:

$$Q = \sum_{j=1}^n (Q_r)_j \left[1 + (1 - x)\left(\frac{1}{\eta_s} - 1\right)\right] + K_f \sum_{j=1}^n \bar{L}_j (H_j - z_j)^\gamma \quad (2.128)$$

Proceso de discriminación El proceso de discriminación consiste en determinar el valor de x que produce que la desviación estándar de $Q^s(x, t)$ sea igual que la de $Q^m(t)$. Para ello, se efectúa una serie de simulaciones en período extendido, con objeto de obtener la relación $\sigma_s(x) - x$. Si bien en ocasiones dicha relación es prácticamente lineal, en cuyo caso puede ser suficiente con determinar los valores extremos (correspondientes a $x = 0, 1$), en el caso más general, se obtienen buenos resultados realizando seis simulaciones (correspondientes a valores de x múltiplos de 0,2).

Para simular el comportamiento de la red en período extendido, se parte de los caudales Q_r obtenidos a partir de las lecturas de los contadores de los abonados, y del conocimiento de las curvas de modulación del consumo de los abonados. Determinada la variación temporal de Q_r , el caudal Q_{ic} se obtiene mediante la ecuación (2.124), siguiendo por tanto una variación temporal análoga a Q_r . La carga del modelo requiere también la evaluación de $Q_{if}(t)$ que, si bien puede obtenerse mediante la ecuación (2.115), ésta requiere un conocimiento previo de la presión en los diferentes nudos a lo largo del día, para lo cual debe realizarse una simulación en período extendido. Puesto que para realizar la simulación se precisa la carga del modelo, debe efectuarse una hipótesis previa que permita determinar los valores nodales del caudal de fugas. La hipótesis más simple consiste en admitir una presión constante en el espacio y en el tiempo:

$$\frac{p(x, t)}{\rho g} = \frac{\bar{p}_0}{\rho g} = (H - z)_0 = \text{constante} \quad (2.129)$$

Esto permite obtener una primera estimación de $K_f(x)$, denominada $K_{f0}(x)$. Teniendo en cuenta estas consideraciones y la ecuación (2.116), resulta:

$$Q_{if} = K_f \sum_{j=1}^n \bar{L}_j (H_j - z_j)^\gamma \cong K_{f0} (H_j - z_j)_0^\gamma \sum_{j=1}^n \bar{L}_j = K_{f0} (H_j - z_j)_0^\gamma \quad (2.130)$$

De forma que la estimación inicial de K_{f0} es:

$$K_{f0} \approx \frac{Q_{if}}{(H_j - z_j)_0^\gamma} \quad (2.131)$$

A partir de este primer valor K_{f0} , puede determinarse mediante la ecuación (2.128), la carga final que va a soportar la red en cada nudo, por lo que se está en condiciones de realizar la primera simulación, obteniendo la evolución de la presión en función del nudo y de la hora. La ecuación (2.128), extendida sobre el período completo de simulación, proporcionará el valor final de K_f . Con este nuevo valor se modifica el reparto del caudal de fugas diario, realizándose a continuación una segunda simulación. El resultado de esta segunda simulación permite validar el valor obtenido para K_f tras la primera simulación, debiendo efectuar una nueva simulación en el caso de existir diferencias apreciables. En general dos ó tres iteraciones

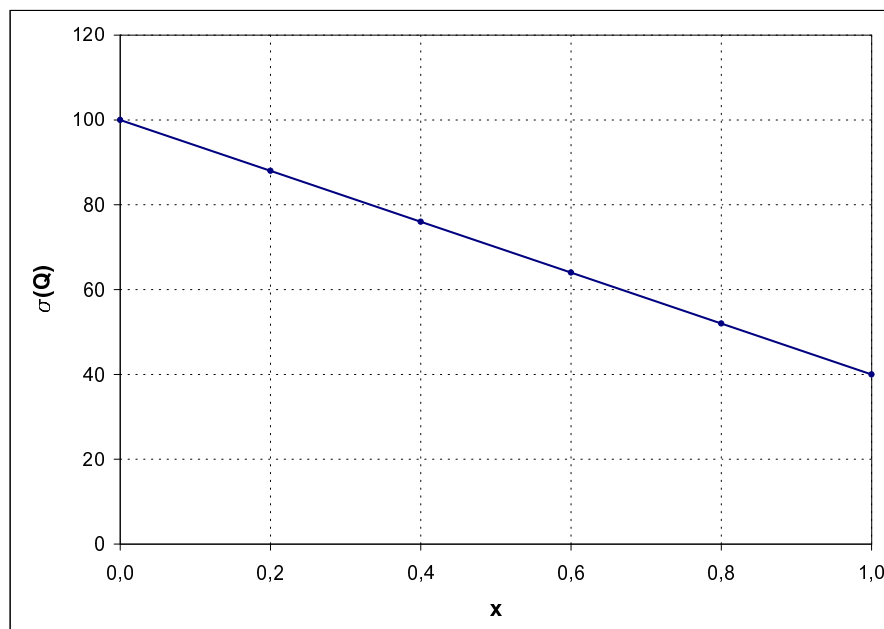


Figura 2.23.- Relación $\sigma(Q) - x$ para una red de distribución

son suficientes para determinar el valor de $K_f(x)$ correspondiente.

El proceso de cálculo requiere disponer de un programa de simulación de redes, como por ejemplo el EPANET 2.0 (EPA (Environmental Protection Agency), 2000), que permite modelar caudales para cualquier exponente γ . Al realizar las simulaciones para varios valores de x , se obtienen diferentes curvas del caudal inyectado $Q^s(x, t)$, aún cuando el volumen diario consumido es siempre el mismo. Los 24 caudales horarios proporcionan una desviación estándar $\sigma[Q^s(x)]$. Al representar dicha desviación estándar frente a x , se pone de manifiesto (Figura 2.23) que a medida que las fugas aumentan, la variación temporal del caudal simulado disminuye, puesto que los caudales de fugas nocturnos (superiores a los diurnos) compensan en parte los caudales punta de las demandas de los abonados, producidos en horas diurnas.

Análisis de sensibilidad del método En toda metodología debe conocerse la influencia que tienen sobre los resultados obtenidos, las hipótesis de partida y la precisión de los datos. Dos son, básicamente, las hipótesis sobre las que descansa el método. Por un lado, la modulación de caudales supuesta para los consumos, por cuanto define tanto $Q_r(t)$ como $Q_{ic}(t)$, y en definitiva, su suma $Q_s(t)$. Por otro lado, la distribución del caudal de fugas, tanto a nivel espacial como temporal. Seguidamente se indican los resultados de un análisis de sensibilidad del método, respecto a estas hipótesis, así como a otras variables que intervienen en el proceso.

Sensibilidad al rendimiento de la red. Resulta interesante indicar que la evolución de las diferentes variables significativas del problema, presenta una evo-

lución similar cualquiera que sea el rendimiento del sistema. No obstante, a medida que el rendimiento aumenta, la pendiente de la gráfica $\sigma_s(x) \div x$ disminuye, hasta anularse cuando el rendimiento es del 100%. Esto es lógico, puesto que si no existe caudal incontrolado, el parámetro x es irrelevante, por lo que no tiene sentido el método desarrollado. Por otra parte, para valores del rendimiento menores, la sensibilidad del método es mayor, pudiendo compensar la menor fiabilidad de los datos de partida.

Sensibilidad a las curvas de modulación de consumo. Como cabe esperar, el resultado del método es extremadamente sensible al patrón de consumo de los abonados. Para un determinado valor de σ_m , determinado a partir de los registros de los caudalímetros de entrada a la red, el valor del parámetro x obtenido, dependiendo de la modulación, es bien diferente. Por lo tanto, sólo en el caso de disponer de una buena caracterización de las curvas de modulación de los consumos, el resultado obtenido será fiable.

Sensibilidad a la distribución espacial de las fugas. Como se ha indicado anteriormente, una de las hipótesis efectuadas corresponde a la distribución espacial de las fugas, habiéndose propuesto como hipótesis simplificativa, una distribución uniforme de las fugas. Dicha simplificación puede ser aceptable cuando las condiciones del material, montaje, antigüedad, etc., son similares en toda la red, lo que no suele producirse en la realidad, siendo además difícil obtener una información precisa sobre dichas condiciones. No obstante, el análisis de sensibilidad revela que cuando se modifica la distribución espacial de las fugas, no existen variaciones apreciables en la desviación estándar del caudal inyectado $Q^s(x, t)$, ni en la desviación de Q_{if} , por lo que el resultado obtenido es prácticamente idéntico.

Sensibilidad a los niveles de presión en la red. La influencia del nivel de presiones en la red sobre el parámetro x es muy pequeña, tanto por lo que respecta a la presión media de la red, como a cualquier otra circunstancia que afecta a los niveles de presión, como el dimensionado de la red para conseguir unas determinadas pérdidas de carga unitarias, ó la topografía del terreno, con variaciones espaciales de las cotas de los nudos (por consiguiente, de la presión) más ó menos significativas.

Sensibilidad al exponente γ . Como ha sido expuesto, el exponente γ que caracteriza las fugas, puede variar entre 0,5 y 2,5, si bien el valor $\gamma = 1$ es con frecuencia el que mejor modela el comportamiento real de las redes (Lambert *et al.*, 1998). El análisis de sensibilidad realizado pone de manifiesto que la sensibilidad del método, representada por la pendiente de la recta $\sigma_s(x) \div x$ aumenta con el exponente. Por otra parte, se constata que a medida que aumenta el exponente, las fugas disminuyen.

Análisis de la relación $\sigma_s(x) \div x$ Si la relación existente entre $\sigma_s(x)$ y x fuese lineal, el método se simplificaría notablemente, pues sólo sería necesario realizar

simulaciones para los valores extremos ($x = 0$ y $x = 1$). No obstante, sólo en el caso que el caudal de fuga no dependa de la presión ($\gamma = 0$), dicha relación es una recta.

A partir de la ecuación (2.128), puede comprobarse que el caudal inyectado al sistema es suma de dos términos: por un lado, el caudal suministrado a los usuarios, dependiente del patrón de consumo, y el caudal de fugas, dependiente de la presión y del exponente γ . El primero tiene un coeficiente de modulación horario $k_r(t)$, y el segundo un coeficiente $k_{if}(t)$, según se indica en la ecuación (2.132).

$$Q(t) = \bar{Q}_r \left[1 + (1 - x) \left(\frac{1}{\bar{\eta}_s} - 1 \right) \right] k_r(t) + \bar{Q}_r x \left(\frac{1}{\bar{\eta}_s} - 1 \right) k_{if}(t) \quad (2.132)$$

En el caso en que $\gamma = 0$, los caudales de fuga no dependerán de la presión, por lo que su coeficiente de modulación será constante e independiente del tiempo ($k_{if}(t) = 1$). En este caso, el cálculo de la desviación estándar del caudal inyectado da como resultado:

$$\sigma[Q(t)] = \sigma \left[\bar{Q}_r \left[1 + (1 - x) \left(\frac{1}{\bar{\eta}_s} - 1 \right) \right] k_r(t) \right] \quad (2.133)$$

que es la ecuación de una recta $\sigma[Q] = A - Bx$, de coeficientes:

$$A = \bar{Q}_r \left[\frac{1}{\bar{\eta}_s} \right] \sigma[k_r(t)] \quad (2.134)$$

$$B = \bar{Q}_r \left[\frac{1}{\bar{\eta}_s} - 1 \right] \sigma[k_r(t)] \quad (2.135)$$

Por lo tanto, para $\gamma = 0$, la relación $\sigma_s(x) \div x$ es una recta, tal como se indica en la Figura 2.23. Conforme aumenta γ , dicha relación se aleja de la linealidad. Por lo tanto, se pueden utilizar únicamente las dos simulaciones extremas ($x = 0$ y $x = 1$) en aquellas redes en las que el exponente γ sea muy pequeño, ó la variación temporal de la presión sea poco significativa, debiendo realizarse en los demás casos, simulaciones para valores intermedios de x .

2.6.1.3 Aplicación de los métodos inversos a la detección de fugas

En la actualidad existe una tendencia a que los sistemas de distribución de agua sean monitorizados a distancia. Monitorizar una red de distribución de agua es disponer, de manera centralizada, de información permanente acerca de las dos variables principales del sistema (presión y caudal) en un número suficientemente representativo de puntos. Para ello se requiere disponer de medidores de presión y caudal, y de todo un sistema de adquisición de datos que se ocupe de su transmisión, procesado y almacenamiento.

La monitorización de redes presenta numerosas aplicaciones, siendo su único inconveniente, el coste económico de implantación y mantenimiento. En primer lugar, tiene interés para disponer de modelos matemáticos permanentemente calibrados. El disponer de valores de presión y caudal en tiempo real, a lo largo de las 24 horas del día, y en los principales puntos de la red, permite el ajuste permanente de los parámetros del sistema. Otras aplicaciones son el control y optimización de la explotación de la red, y la investigación de fugas mediante modelos matemáticos.

Con objeto de analizar de qué forma se pueden utilizar los modelos matemáticos para la detección de fugas, es necesario dividir los modelos en dos categorías:

- Modelos para simular el comportamiento del sistema en función de fugas conocidas ó con posición y valor determinados.
- Modelos para determinar el valor y la posición de las fugas.

Los modelos que se encuadran dentro de la primera finalidad se basan en el llamado *método directo*, entendido como aquel en el que el análisis se realiza para obtener las presiones en los nudos y los caudales circulantes en las tuberías, siendo conocidos los demás parámetros de la instalación (longitud, diámetro y rugosidad de las tuberías, niveles de los depósitos, características de las estaciones de bombeo, caudales inyectados y demandas de consumo). Con el empleo de estos métodos es posible simular el comportamiento de la instalación frente a una supuesta ó conocida fuga, en relación con el nivel de presiones, mantenimiento de las demandas, consumo de energía y operación de los equipos. Pueden ser también utilizados para evaluar los beneficios obtenidos por la reparación de las fugas conocidas, estableciendo un programa de reparación, ó definiendo la instalación de válvulas reductoras de presión.

Los modelos clasificados dentro de la segunda finalidad están basados en los denominados *métodos inversos*. En éstos, el planteamiento es dirigido en sentido contrario (inverso) que en los métodos directos; es decir, se toman como datos las presiones que se pueden determinar por lectura directa, en el supuesto que se tenga la red convenientemente monitorizada por lo que respecta a las presiones, y se dejan como incógnitas los caudales. Puesto que los consumos son, al menos teóricamente, conocidos, los resultados de los caudales calculados permiten determinar los caudales fugados, y además con su distribución espacial.

En principio, con estos modelos es posible calibrar la instalación y detectar fugas simultáneamente; de hecho, el método inverso tiene la misma proposición que los métodos de calibración, pues en principio la idea es la misma que la aplicada al ajuste de las rugosidades de las tuberías ó de los caudales nodales. A pesar que esta aplicación orientada a la calibración sea más antigua (Walski, 1983), el empleo del término método inverso en redes de abastecimiento de agua está asociado a los trabajos de Liggett (Pudar y Liggett, 1992; Liggett, 1993; Liggett y Chen, 1994;

Liggett y Chen, 1995) para la detección de fugas, si bien es un término genérico que se emplea en diversas situaciones en la Ingeniería.

Los cálculos pueden desarrollarse suponiendo la red estática, lo que permite utilizar las ecuaciones correspondientes al régimen estacionario, en cuyo caso debe de estar muy bien calibrada en aquellos parámetros que condicionan el valor de la pérdida de carga (rugosidades de las tuberías, y en consecuencia coeficientes de fricción). De utilizarse el método inverso sobre las ecuaciones dinámicas, la importancia del ajuste estático pierde relevancia, si bien son ahora los parámetros característicos del modelo elástico, fundamentalmente la celeridad, los que cobran relevancia.

Los problemas inversos no son, en general, problemas bien planteados desde el punto de vista matemático; su solución puede no ser única, puede no ser continua, ó puede incluso no existir. Pueden producirse cuatro situaciones:

1. El problema es indeterminado, hay más incógnitas que ecuaciones, por lo que la solución no es única.
2. El problema es determinado, hay el mismo número de ecuaciones y de incógnitas, por lo que la solución es única.
3. El problema es sobredeterminado, hay más ecuaciones que incógnitas, por lo que no existe una solución exacta.
4. Hay más ecuaciones que incógnitas, pero existen algunas dependencias lineales, de forma que la solución para algunas incógnitas sea única, pero para otras no lo sea.

Los métodos de solución de los problemas inversos son a menudo los usados en optimización, y representan la parte más intensiva desde el punto de vista computacional, tanto para los algoritmos en estado estacionario, como en estado transitorio. Están sujetos a los errores de optimización, tales como la obtención de un mínimo local en lugar de un mínimo global.

Los métodos inversos, que desde un punto de vista estrictamente teórico son muy sólidos (a pesar de las dificultades que entraña la obtención de soluciones), tienen varios puntos débiles que están retrasando de manera notable su implementación práctica. El primero de ellos es la necesidad de disponer de los parámetros del modelo bien ajustados. A este respecto, cabe indicar que en muy pocas ocasiones se dispone de un conjunto de datos que sea suficientemente completo, especialmente por lo que respecta a los consumos y su modulación en el tiempo. El segundo inconveniente es que las presiones no son muy sensibles a las variaciones de caudal, lo que significa que una variación de caudal importante como consecuencia de una fuga, se traduce en una discreta variación de presión. Por ello, la precisión en la medida de la presión debe ser importante, ya que de otro modo el método resulta ineficaz.

El método inverso en estado estacionario De forma similar a la hipótesis realizada en el análisis de sistemas de distribución de agua, de que las demandas ocurren en los nudos, se asume que las fugas se producen en los nudos. De esta manera, la ecuación de continuidad en un nudo genérico i resultará:

$$\sum_{\text{tuberías}} Q_{k_{ij}} = D_i + q_i^l \quad (2.136)$$

siendo:

k_{ij} : el número de la tubería comprendida entre los nudos i y j ;

D_i : la demanda (caudal saliente conocido) en el nudo (que puede ser negativa);

q_i^l : la fuga en el nudo i ;

$Q_{k_{ij}}$: el caudal en la tubería k_{ij} , siendo positivo del nudo i al nudo j .

Por otra parte, la pérdida de carga en una tubería se puede expresar mediante:

$$p_i - p_j = K_{k_{ij}} |Q_{k_{ij}}|^{n-1} Q_{k_{ij}} - \gamma(E_i - E_j) \quad (2.137)$$

siendo:

p : presión;

γ : peso específico del fluido;

K : un coeficiente de resistencia que incluye el diámetro de la tubería;

n : exponente a aplicar a la velocidad en la ecuación de fricción;

E : elevación (cota).

Hay un total de $J + P$ ecuaciones, siendo $J =$ número de nudos (aunque una ecuación es redundante) y $P =$ número de tuberías, mientras que las incógnitas son p en cada nudo y Q en cada tubería. Conocidas las demandas y las condiciones de contorno del sistema, estas ecuaciones son suficientes para determinar las presiones y los caudales en el problema directo ($P + J - 1$ ecuaciones, $J - 1$ presiones y P caudales). Aunque las ecuaciones son no lineales, la no linealidad es benigna, de forma que existen las condiciones para un problema bien planteado. Por el contrario, si algunas de las D_i son desconocidas, y algunas de las presiones son conocidas, la no linealidad junto con las dificultades del problema inverso pueden conducir a iteraciones inestables.

En el método inverso, las fugas q_i^l son normalmente las incógnitas, pudiendo ser expresadas en función de la presión mediante una fórmula de orificio:

$$q_i^l = C_{oi} A_i^l \sqrt{\frac{2gp_i}{\gamma}} \quad (2.138)$$

siendo:

C_{oi} : coeficiente de orificio;

A_i^l : área equivalente del orificio;

g : aceleración de la gravedad.

De esta forma, los valores de A_i^l se convierten en las incógnitas del problema, en lugar de q_i^l , teniendo esta formulación la ventaja de que A_i^l son independientes, mientras que q_i^l no lo son, debido a la conservación de masa.

Problema sobredeterminado En el problema sobredeterminado hay más medidas y más ecuaciones que fugas supuestas; por lo tanto, en general las ecuaciones no se pueden satisfacer exactamente, sino que deben ser resueltas minimizando el error de acuerdo con algún criterio, como por ejemplo mínimos cuadrados.

Las ecuaciones del sistema se obtienen mediante una combinación de (2.136) y (2.137). Tomando los términos de elevación igual a cero, para simplificar los cálculos, resulta:

$$\sum_{m=1}^{n_i} \operatorname{sgn}(h_i - h_j) \left| \frac{h_i - h_j}{K_{k_{ij}}} \right|^{1/n} = D_i^c + D_i^d + q_i^l \quad (i = 1, 2, \dots, J - 1) \quad (2.139)$$

siendo:

n_i : número de tuberías que intersectan en el nudo i ;

j : nudo adyacente al i ;

h : altura piezométrica;

$\operatorname{sgn}(h_i - h_j)$: signo de la diferencia de alturas entre los nudos i y j .

La demanda se ha dividido en dos partes: D^c = demanda constante independiente de la presión y D^d = demanda dependiente de la presión, cuyo comportamiento es el mismo que el de las fugas [ecuación (2.138)], pero siendo conocido el área del orificio. Teniendo en cuenta la ecuación (2.138) se obtiene:

$$\sum_{m=1}^{n_i} \operatorname{sgn}(h_i - h_j) \left| \frac{h_i - h_j}{K_{k_{ij}}} \right|^{1/n} = D_i^c + C_{oi}^d A_i^d \sqrt{2gh_i} + C_{oi}^l A_i^l \sqrt{2gh_i} \quad (i = 1, 2, \dots, J - 1) \quad (2.140)$$

en donde los superíndices d y l representan las demandas y las fugas, respectivamente. Las incógnitas son algunas h_i (las que no están medidas) y todos los A^l . Los coeficientes de orificio se toman igual a la unidad, ó lo que es lo mismo, el producto del coeficiente de orificio y el área se combinan en una unidad, denominada el área.

De esta manera, (2.140) representa una serie de ecuaciones lineales sobredeterminadas, a las que se puede aplicar el método de Levenberg-Marquardt (Press *et al.*, 1986). El criterio para obtener la solución es la minimización de las diferencias (en

el sentido de mínimos cuadrados) de las alturas medidas y calculadas, para lo cual se define una función de mérito:

$$\chi^2(\vec{A}^l) = \sum_{i=1}^M \left(\frac{h_i^m - h_i(\vec{A}^l)}{\sigma_i} \right)^2 \quad (2.141)$$

siendo:

M : número de medidas;

h_i^m : altura medida;

σ_i : error de medida (desviación estándar) en el nudo i .

Las áreas de fuga se escriben como un vector debido a que, en general, las alturas calculadas dependen de todas esas áreas. La función de mérito se puede diferenciar para obtener el gradiente:

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial A_p^l} = -2 \sum_{i=1}^M \frac{h_i^m - h_i(\vec{A}^l)}{\sigma_i^2} \frac{\partial h_i(\vec{A}^l)}{\partial A_p^l} \quad (2.142)$$

Esta cantidad será igual a cero en el punto en que la función de mérito sea mínima. Por otra parte, teniendo en cuenta que la matriz Hessiana se define como:

$$\mathbf{H} = \frac{\partial^2 \chi^2}{\partial A_p^l \partial A_q^l} \quad (2.143)$$

resulta:

$$\frac{\partial^2 \chi^2}{\partial A_p^l \partial A_q^l} = 2 \sum_{i=1}^M \frac{1}{\sigma_i^2} \left\{ \frac{\partial h_i(\vec{A}^l)}{\partial A_p^l} \frac{\partial h_i(\vec{A}^l)}{\partial A_q^l} - [h_i^m - h_i(\vec{A}^l)] \frac{\partial^2 h_i(\vec{A}^l)}{\partial A_p^l \partial A_q^l} \right\} \quad (2.144)$$

Las derivadas se determinan numéricamente, mediante cálculos sucesivos del problema directo, asumiendo valores ligeramente diferentes de A_i^l . Por otra parte, el último término de (2.144) es normalmente despreciado, por lo que se tiene:

$$\mathbf{H} = 2 \sum_{i=1}^M \frac{1}{\sigma_i^2} \frac{\partial h_i(\vec{A}^l)}{\partial A_p^l} \frac{\partial h_i(\vec{A}^l)}{\partial A_q^l} \quad (2.145)$$

Problema indeterminado Si hay menos medidas que puntos de fuga supuestos, las fugas no se pueden determinar de forma única. Sin embargo, a partir de las medidas se puede obtener información que ayude a encontrar las fugas ó a orientar nuevos programas de mediciones. Se puede obtener una solución al problema indeterminado mediante descomposición de valor singular, en donde el único criterio es que la longitud del vector solución (la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de las incógnitas) sea mínima.

Con objeto de determinar el menor valor de las fugas que es compatible con las medidas, se puede definir la longitud del vector de fuga, mediante la norma L_2 :

$$\|q\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^{J^l} A_i^{l2}} \quad (2.146)$$

El problema consiste en minimizar el vector de áreas, condicionado a que se satisfagan las ecuaciones hidráulicas (2.139). Utilizando multiplicadores de Lagrange, la función a minimizar será:

$$F = \sum_{i=1}^{J^l} A_i^{l2} + \sum_{i=1}^J \lambda_i \sum_{m=1}^{n_i} \operatorname{sgn}(h_i - h_j) \left| \frac{h_i - h_j}{K^{k_{ij}}} \right|^{1/n} - D_i^c - D_i^d - q_i^l \quad (2.147)$$

siendo:

λ_i : multiplicadores de Lagrange;

J^l : el número de nudos donde las fugas pueden ocurrir.

Diferenciando la ecuación (2.147) con respecto a A_i^l , e igualando los resultados a cero, se obtienen J^l ecuaciones no lineales, que deben ser resueltas por un proceso iterativo. Si el resultado es que el vector de fugas es cero, las medidas son compatibles con un sistema estanco. Si el vector de fugas no es cero, se tiene una estimación aproximada de la cantidad mínima de pérdidas. Si la solución contiene algunos valores que no se pueden tender a cero, esas localizaciones representan fugas.

Ejemplo de aplicación. Limitaciones del método En la Figura 2.24 se muestra el ejemplo de aplicación que viene indicado en (Pudar y Liggett, 1992). Se trata de una red pequeña que consiste de 11 tuberías y 7 nudos. Los caudales de inyección en los nudos 5 y 6 están fijados. El nudo 1 es un depósito, por lo que la altura es fija y el caudal de entrada depende del balance de caudales en la red. El nudo 3 es el único nudo de consumo, cuyo caudal depende de la altura. Los caudales mostrados en la Figura 2.24 corresponden a la situación en la que no existen fugas.

El coeficiente de Hazen-Williams adoptado para todas las tuberías es $C = 120$, mientras que las longitudes y diámetros de las mismas se indican en la Tabla 2.13.

Tan sólo los nudos 2, 4 y 7 son posibles puntos de fugas, analizándose tres situaciones diferentes de fugas, según se indica en la Tabla 2.14. La altura piezométrica en los nudos se determina mediante el método directo, viniendo los resultados reflejados en la Tabla 2.15.

La investigación de las tres situaciones de fugas descritas fue realizada utilizando 3 ó 6 mediciones (problemas determinado ó sobredeterminado, respectivamente). En el caso de 3 mediciones, los nudos medidos fueron los nudos 3, 5 y 6. En la Tabla

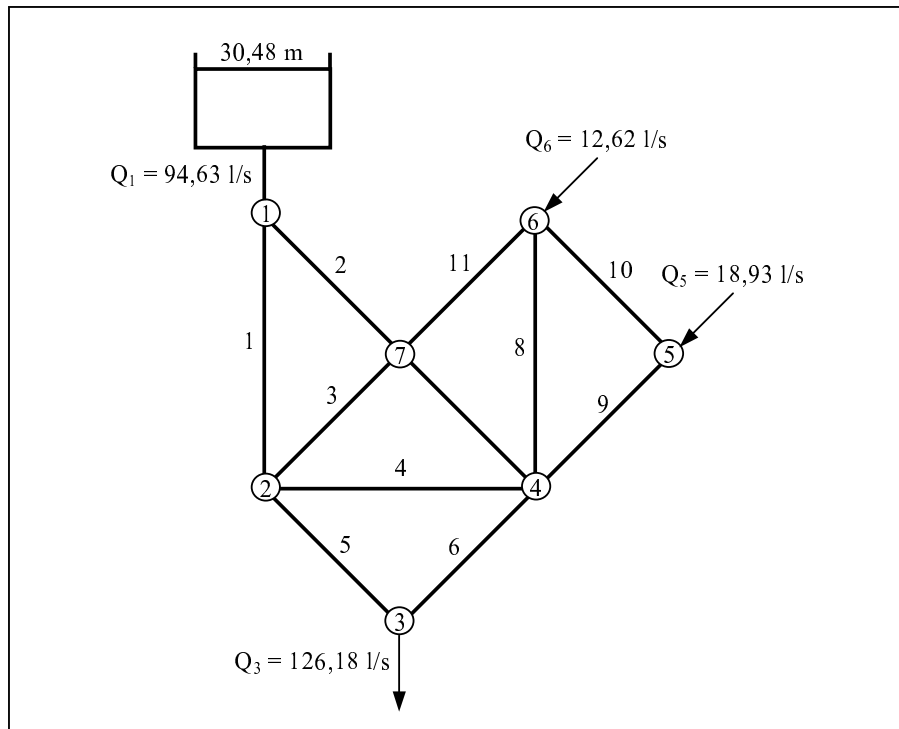


Figura 2.24.- Esquema de la red ejemplo (Pudar y Liggett, 1992)

Tabla 2.13.- Propiedades de las tuberías

Tubería	Longitud (m)	Diámetro (mm)
1	305	250
2	215	250
3	215	200
4	305	200
5	215	250
6	215	250
7	215	250
8	305	250
9	215	200
10	215	150
11	215	150

2.16 se muestran los resultados del método inverso para el caso en que se dispone de 3 puntos de medida. El caso correspondiente a 6 puntos de medida da los mismos resultados, con errores de redondeo ligeramente diferentes.

Los resultados mostrados hasta este momento han asumido que tanto los erro-

Tabla 2.14.- *Situaciones de fuga analizadas*

Nudo	Área de la fuga (m ²)		
	Una fuga	Dos fugas	Tres fugas
2	0,00232	0,00232	0,00232
4	-	0,00232	0,00232
7	-	-	0,0000929

Tabla 2.15.- *Alturas en los nudos bajo las tres situaciones de fugas*

Situación	Altura en los nudos (m.c.a.)						
	Nudo 1	Nudo 2	Nudo 3	Nudo 4	Nudo 5	Nudo 6	Nudo 7
Sin fugas	30,48	29,22	27,67	29,22	29,55	29,47	29,56
Una fuga	30,48	27,59	26,26	27,89	28,26	28,20	28,51
Dos fugas	30,48	25,92	24,45	25,74	26,17	26,15	27,01
Tres fugas	30,48	25,87	24,39	25,67	26,10	26,09	26,93

Tabla 2.16.- *Solución inversa para el caso de tres puntos de medida*

Nudo	1	2	3	4	5	6	7
(a) Sin fugas							
Caudal entrada (l/s)	94,64	0	-126,18	0	18,93	12,62	0
(b) Una fuga							
Caudal entrada (l/s)	145,46	-54,07	-122,93	0	18,93	12,62	-0,02
Área fuga (m ²)	-	0,00232	-	0	-	-	0
(c) Dos fugas							
Caudal entrada (l/s)	191,68	-52,41	-118,61	-52,22	18,93	12,62	0
Área fuga (m ²)	-	0,00232	-	0,00232	-	-	0
(b) Tres fugas							
Caudal entrada (l/s)	193,61	-52,35	-118,61	-52,03	18,93	12,62	-2,30
Área fuga (m ²)	-	0,00232	-	0,002317	-	-	0,0001

res en la medición de las presiones, como en las características de las tuberías son insignificantes. En la Tabla 2.17 se muestran los resultados correspondientes a una situación en la que el error de medida de las presiones es de 0,305 m. Como puede observarse, en el caso de que exista realmente una fuga, los cálculos muestran que debe existir una fuga en el nudo 2, pero existe la posibilidad de fugas en los nudos 4 y 7. En los casos de 2 y 3 fugas, se confirma la fuga en el nudo 2, pero existe incertidumbre de las fugas en los nudos 4 y 7. En todos los casos, el uso de 6 puntos de medida mejora los resultados con respecto a la situación en la que sólo se dispone de 3 puntos de medida.

Tabla 2.17.- Variación en las áreas de fuga debido a errores en la medición de las alturas

Área	Solución inversa	Desviación estándar σ		Rango de valores para A^l	
		Tres medidas	Seis medidas	Tres medidas	Seis medidas
(a) Una fuga real					
A_2^l	0,00232	0,00194	0,00085	0,00038-0,00426	0,00148-0,00317
A_4^l	0	0,01069	0,00101	0-0,01069	0-0,00101
A_7^l	0	0,01429	0,00112	0-0,01429	0-0,00112
(b) Dos fugas reales					
A_2^l	0,00232	0,00228	0,00092	0,00005-0,00460	0,00140-0,00324
A_4^l	0,00232	0,01851	0,00093	0-0,02083	0,00139-0,00325
A_7^l	0	0,02492	0,00087	0-0,02492	0-0,00087
(c) Tres fugas reales					
A_2^l	0,00232	0,00230	0,00091	0,00003-0,00462	0,00141-0,00323
A_4^l	0,00232	0,01712	0,00092	0-0,01945	0,00140-0,00324
A_7^l	0,00009	0,02290	0,00087	0-0,02299	0-0,00097

Obviamente, un margen de error más pequeño en la medición de las alturas, reduciría el rango de error de las fugas. En la práctica, una medición de alturas considerablemente más precisa que 0,305 m no debería ser difícil de conseguir.

Para la variación del coeficiente de Hazen-Williams, se considera que C es conocido en un margen de $\pm 10\%$. A diferencia de la medición de presión, éste es un valor ajustado, de forma que los errores probables de C pueden superar ese valor, siendo frecuentes errores del 40%. En la Tabla 2.18 se indican los valores obtenidos para este caso. Como se puede observar, el rango de variación de las áreas de fuga es grande, indicando que los valores del coeficiente de rugosidad de las tuberías debe ser bien conocido, para obtener buenos resultados. Este inconveniente supone por otra parte una ventaja, ya que en una situación sin fugas, se pueden realizar mediciones de presión que conduzcan a la determinación de los coeficientes de rugosidad, a través de métodos de identificación de parámetros.

El método inverso en estado transitorio El análisis inverso en estado estacionario es, teóricamente, una técnica elegante para la detección de fugas. No obstante, si bien desde un punto de vista conceptual es un método eficiente y preciso, tiene la desventaja de que la calibración del sistema debe ser bien conocida, con objeto que los resultados obtenidos de las áreas de fuga sean fiables. Pero la mayoría de sistemas, especialmente aquellos que más precisan de un análisis de fugas, no están bien calibrados.

Por otra parte, el método en estado estacionario tiene la desventaja adicional que el caudal en las redes es casi siempre dinámico. Las condiciones de flujo en una

Tabla 2.18.- Variación en las áreas de fuga debido a errores en los coeficientes de rugosidad

Área	Solución inversa	Desviación estándar σ		Rango de valores para A^l	
		Tres medidas	Seis medidas	Tres medidas	Seis medidas
(a) Una fuga real					
A_2^l	0,00232	0,01796	0,01574	0,00118-0,00347	0,00198-0,00267
A_4^l	0	0,01949	0,00588	0-0,00409	0-0,00037
A_7^l	0	0,02245	0,00619	0-0,00542	0-0,00041
(b) Dos fugas reales					
A_2^l	0,00232	0,01840	0,01581	0,00100-0,00364	0,00196-0,00269
A_4^l	0,00232	0,02947	0,01568	0-0,00935	0,00200-0,00265
A_7^l	0	0,02958	0,00136	0-0,00942	0-0,00002
(c) Tres fugas reales					
A_2^l	0,00232	0,03418	0,01580	0-0,01257	0,00196-0,00269
A_4^l	0,00232	0,01748	0,01547	0,00136-0,00329	0,00198-0,00267
A_7^l	0,00009	0,03271	0,00621	0-0,01151	0-0,00042

red de abastecimiento pueden cambiar debido a variaciones de demandas, maniobras de válvulas ó bombas. Para este tipo de situaciones serán necesarios modelos más complejos, como los modelos dinámicos rígidos ó los modelos dinámicos elásticos, analizados anteriormente. Si bien el análisis dinámico inercial en redes de distribución de agua es aún poco empleado, debido por una parte, al intenso esfuerzo de procesamiento requerido por el esquema de cálculo, y por otra parte, a la cantidad de datos que necesitan ser almacenados, tanto datos de entrada como resultados de cálculo; con los actuales avances en los ordenadores, estas dificultades pasan a ser cuestionables.

Por lo tanto, la alternativa al método inverso en estado estacionario, es el método en estado transitorio. El análisis transitorio tiene además la capacidad de una simultánea calibración y detección de fugas. Puesto que utiliza datos transitorios, se adapta al modo en que los sistemas son monitorizados. Una calibración continua ó periódica es capaz de observar el estado general de la red y detectar problemas, a menudo antes de que se conviertan en problemas graves. La mayoría de fugas se desarrollan lentamente a lo largo del tiempo y no producen transitorios bruscos, por lo que serán detectadas y analizadas mediante la actualización periódica de la calibración.

Análisis transitorio Las ecuaciones para el flujo transitorio en tuberías son:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{a^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (2.148)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{f|Q|Q}{2DA} = 0 \quad (2.149)$$

siendo:

h : altura;

t : tiempo;

a : celeridad de la onda;

g : aceleración de la gravedad;

A : área de la tubería;

Q : caudal;

x : distancia a lo largo de la tubería;

f : factor de fricción de Darcy-Weisbach;

D : diámetro de la tubería.

La solución de este sistema de ecuaciones diferenciales de tipo hiperbólico se realiza, de una forma general, mediante el método de las características, cuya integración sobre las rectas características resultan en un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias, que permiten obtener los valores de Q y h en puntos del plano formado por (x, t) . Las ecuaciones características son:

$$\frac{dh}{dt} + \frac{a}{gA} \frac{dQ}{dt} + \frac{fa}{2gDA^2} |Q|Q = 0 \quad \text{a lo largo de } \frac{dx}{dt} = a \quad (2.150)$$

$$\frac{dh}{dt} - \frac{a}{gA} \frac{dQ}{dt} + \frac{fa}{2gDA^2} |Q|Q = 0 \quad \text{a lo largo de } \frac{dx}{dt} = -a \quad (2.151)$$

Así, para la determinación de Q y h en el punto P (Q_P y h_P), en el instante $(t + \Delta t)$, se utilizan los valores en los puntos A y B , como se indica en la Figura 2.25:

$$Q_P - Q_A + \frac{gA}{a} (h_p - h_A) + \frac{f}{2DA} Q_P |Q_A| \Delta t = 0$$

a lo largo de $\frac{dx}{dt} = a$ (2.152)

$$Q_P - Q_B - \frac{gA}{a} (h_p - h_B) + \frac{f}{2DA} Q_P |Q_B| \Delta t = 0$$

a lo largo de $\frac{dx}{dt} = -a$ (2.153)

A las ecuaciones (2.152) y (2.153) se les deben añadir condiciones de contorno adecuadas y condiciones de conectividad en las uniones de tuberías. Las ecuaciones en las uniones son la conservación de masa y la condición de que la altura en la unión

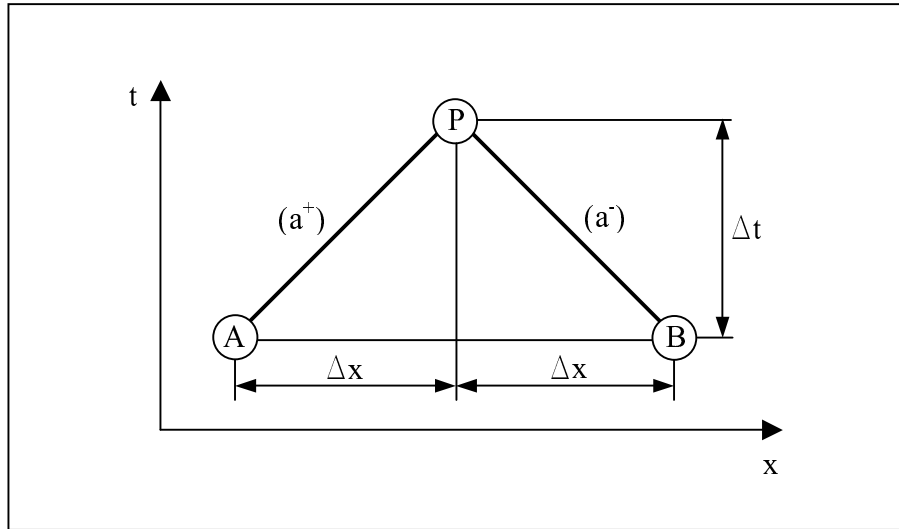


Figura 2.25.- Esquema de integración (método de las características)

se aplica a todas las tuberías que conectan. Las condiciones iniciales consisten en un completo conocimiento del caudal en la red en el instante $t = 0$. En el procedimiento computacional, el término de fricción es linealizado alrededor de un valor medio y recalculado si es necesario, en un proceso iterativo. Las ecuaciones (2.152) y (2.153) son escritas para cada nudo de la red, y resueltas simultáneamente para Q y h en cada intervalo de tiempo. Aunque el conjunto total de ecuaciones puede ser muy grande para la mayoría de redes, la matriz de coeficientes de las ecuaciones simultáneas es muy esparcida, y la localización de los elementos no nulos no cambia a lo largo del cálculo.

El problema inverso transitorio Para el propósito de localizar las fugas, los cálculos transitorios tienen dos grandes ventajas sobre los cálculos en estado estacionario:

- Las ondas de presión están menos afectadas por la fricción que el flujo general, y por lo tanto los valores precisos de la fricción son menos importantes para los cálculos.
- La mayoría de redes funcionan la mayor parte del tiempo en modo transitorio, de forma que la monitorización no necesita encontrar períodos de estacionariedad.

El problema inverso será siempre sobredeterminado, algunas veces masivamente sobredeterminado. Tal cantidad de datos permiten la determinación simultánea de los factores de fricción (calibración), y de las fugas ó demandas, de forma que solucionan el problema de coeficientes de fricción desconocidos ó conocidos con poca precisión.

El problema directo utiliza las ecuaciones (2.150)-(2.153); dadas las condiciones iniciales y de contorno, y todas las características de la red, predice el estado de la red para el período de tiempo que se desee. En el caso del problema inverso, no todos los parámetros de la red son conocidos, pero se dispone de datos extra de caudal y presión. En general, se trabaja con presiones, ya que son más fáciles de medir que el caudal, y además los transductores de presión pueden proporcionar valores instantáneos, mientras que la mayoría de los caudalímetros no reaccionan instantáneamente a una variación de caudal. Asumiendo que todas las medidas son de presión, se define una función de mérito como:

$$E = \sum_{i=1}^M (h_i^m - h_i)^2 \quad (2.154)$$

siendo:

M : número de medidas;

h_i^m : altura medida en el nudo i ;

h_i : altura calculada en el nudo i .

La función de mérito debe ser minimizada para toda la red durante el período de cálculo, eligiendo los parámetros (características de las tuberías y áreas de fugas) que hacen que las alturas calculadas estén tan próximas como sea posible a las alturas medidas.

Un método eficiente de realizar la minimización es el método de Levenberg-Marquardt. La ecuación (2.154) se deriva con respecto a cada uno de los parámetros a_j :

$$-2G_j = \frac{\partial E}{\partial a_j} = -2 \sum_{i=1}^M (h_i^m - h_i) \frac{\partial h_i}{\partial a_j} \quad (2.155)$$

en donde $\partial h_i / \partial a_j$ representan los términos de la matriz Jacobiana. Los elementos de la matriz Hessiana se obtienen mediante una diferenciación adicional:

$$2H_{jk} = \frac{\partial^2 E}{\partial a_j \partial a_k} = 2 \sum_{i=1}^M \left[\frac{\partial h_i}{\partial a_j} \frac{\partial h_i}{\partial a_k} - (h_i^m - h_i) \frac{\partial^2 h_i}{\partial a_j \partial a_k} \right] \quad (2.156)$$

A menudo el último término de la ecuación (2.156) es despreciado, ya que $(h_i^m - h_i)$ es pequeño, especialmente cerca de la solución. La segunda derivada es costosa de calcular, y no hace que la solución sea más eficiente. El despreciar este término no cambia el resultado final, aunque puede cambiar ligeramente el camino hasta el resultado.

Cerca de la solución, el método de Levenberg-Marquardt utiliza una aproximación del tipo Newton:

$$a_i^{n+1} = a_i^n - [H]\{G\} \quad (2.157)$$

en donde el superíndice n indica el número de la iteración, y la matriz $[H]$ y el vector $\{G\}$ se calculan utilizando los valores actuales de los parámetros a_i . De esta forma, la ecuación (2.157) es resuelta hasta que no se produce un cambio en a_i . La dificultad con esta ecuación consiste en que lejos de la solución no es muy robusta y puede no converger. Si el valor de la función de mérito E no mejora en una iteración, el método descarta esa iteración y prosigue:

$$a_i^{n+1} = a_i^n - \lambda G_i \quad (2.158)$$

siendo λ un factor multiplicativo arbitrario. Si la función de mérito mejora por el uso de la ecuación (2.158), λ es incrementado, posiblemente por un factor de 10. Si el uso de (2.158) no mejora la función de mérito, la iteración es rechazada, λ es disminuido y la ecuación (2.158) es aplicada de nuevo.

El método adjunto El método adjunto tiene diversas aplicaciones, pudiendo ser utilizado para obtener los vectores de sensibilidad a alguno de los parámetros, así como para calcular la Jacobiana.

Sensibilidad

La sensibilidad es importante en los problemas inversos por dos principales razones. La primera es que afecta el diseño del experimento, puesto que las medidas deberían ser realizadas en un lugar en donde la medida sea sensible a los parámetros deseados. En segundo lugar, el grado de confianza que se tiene en el resultado final depende de la sensibilidad. Si las medidas son insensibles a los parámetros, un gran cambio en esos parámetros cambiará poco las medidas (quizás dentro del error de medida), por lo que los parámetros estarán pobremente determinados.

La función de mérito puede ser escrita en notación matricial como:

$$E = \sum_{i=1}^M (h_i^m - h_i)^2 = \{h^m - h\}^T \{h^m - h\} \quad (2.159)$$

Diferenciando con respecto a un parámetro:

$$\frac{\partial E}{\partial a_i} = \left(\frac{\partial E}{\partial a_i} \right)_{h,Q} + \sum_{j=1}^M \left(\frac{\partial E}{\partial h_j} \frac{\partial h_j}{\partial a_i} + \frac{\partial E}{\partial Q_j} \frac{\partial Q_j}{\partial a_i} \right) \quad (2.160)$$

El subíndice h, Q en el primer término del lado derecho indica que la derivada se calcula manteniendo constantes h y Q ; ese término representa el efecto directo de un cambio en el parámetro sobre la función de mérito, pero como los parámetros no aparecen directamente en la ecuación (2.159), vale cero. De forma similar, el último

término del sumatorio es igual a cero, ya que Q no aparece explícitamente en la función de mérito. En notación matricial:

$$\frac{\partial E}{\partial a_i} = \left\{ \frac{\partial E}{\partial h} \right\}^T \left\{ \frac{\partial h}{\partial a_i} \right\} = -2\{h^m - h\}^T \left\{ \frac{\partial h}{\partial a_i} \right\} \quad (2.161)$$

Las ecuaciones características pueden ser escritas simbólicamente como:

$$[M]\{\nu\} = \{R\} \quad (2.162)$$

siendo:

$[M]$: matriz de coeficientes del problema directo;

ν : variable dependiente (h ó Q).

La ecuación (2.162) puede ser diferenciada con respecto a los parámetros, y multiplicada por un vector arbitrario $\{\psi^*\}$ para proporcionar:

$$\{\psi^*\}^T \left[\frac{\partial M}{\partial a_i} \right] \{\nu\} + \{\psi^*\}^T [M] \left\{ \frac{\partial \nu}{\partial a_i} \right\} - \{\psi^*\}^T \left\{ \frac{\partial R}{\partial a_i} \right\} = 0 \quad (2.163)$$

Restando (2.163) de (2.161) resulta:

$$\frac{\partial E}{\partial a_i} = (-2\{\nu^m - \nu\}^T - \{\psi^*\}^T [M]) \left\{ \frac{\partial \nu}{\partial a_i} \right\} + \{\psi^*\}^T \left(\left\{ \frac{\partial R}{\partial a_i} \right\} - \left[\frac{\partial M}{\partial a_i} \right] \{\nu\} \right) \quad (2.164)$$

La ecuación (2.164) proporciona el gradiente de la función de mérito, que es cero en el punto óptimo. Sin embargo, (2.164) contiene el multiplicador desconocido $\{\psi^*\}$, siendo también desconocido el vector $\{\partial \nu / \partial a_i\}$. Igualando a cero el coeficiente de esta derivada conduce al problema adjunto:

$$\{\psi^*\}^T [M] + 2\{\nu^m - \nu\}^T = 0 \quad (2.165)$$

Tomando la transpuesta de (2.165) se obtiene:

$$[M]^T \{\psi^*\} = -2\{\nu^m - \nu\} \quad (2.166)$$

Debe advertirse que el problema adjunto es lineal, aunque el problema directo es no lineal. Es conducido por las diferencias de las alturas calculadas y medidas, de forma que la variable adjunta ψ^* se hace cero, si esas diferencias son cero. Puesto que la matriz de coeficientes es $[M]^T$, el método de solución más eficiente es proceder hacia atrás, desde $t = T$ a $t = 0$, con $\psi^* = 0$ en $t = T$. Una vez se ha determinado $\{\psi^*\}$, el gradiente se obtiene directamente de la última parte de (2.164):

$$\frac{\partial E}{\partial a_i} = \{\psi^*\}^T \left(\left\{ \frac{\partial R}{\partial a_i} \right\} - \left[\frac{\partial M}{\partial a_i} \right] \{\nu\} \right) \quad (2.167)$$

La solución de la variable adjunta $\{\psi^*\}$ es conducida por la diferencia entre los valores calculados y medidos de h y Q , $\{\nu^m - \nu\}$, de forma que cuando los cálculos

están de acuerdo con las medidas, el gradiente se hace cero y la solución se ha alcanzado.

Para el problema transitorio hay dos medidas de sensibilidad, ambas como resultado del cálculo adjunto. La ecuación (2.167) proporciona el cambio de la función de mérito E con respecto a los parámetros. Es una medida del éxito de la minimización. Un pequeño valor indica que un rango grande de parámetros (factores de fricción ó áreas de fugas) satisface el criterio de minimización, y por lo tanto los parámetros no están bien determinados. Esto ocurrirá, por ejemplo, si se buscan factores de fricción ó áreas de fugas en una parte de la red que se encuentre alejada de la localización de las medidas.

Una segunda medida de la sensibilidad proviene de la Jacobiana, ya que indica directamente la influencia de un parámetro sobre la altura medida. Por ejemplo, si una tubería de la red tiene un caudal muy bajo (y por lo tanto, una pérdida de carga muy pequeña), su factor de fricción no podrá ser determinado con precisión. Algunos casos no resultan obvios sin un estudio de la matriz de sensibilidad.

Jacobiana

Para calcular la Jacobiana, la función de mérito es alterada:

$$\hat{E} = \{b\}^T \{\nu\} \quad (2.168)$$

siendo $\{b\}$ un vector de ceros y unos:

$$\{b\}^T = \{0 \ 0 \ 0 \ \dots \ 1 \ \dots \ 0 \ 0 \ 0 \} \quad (2.169)$$

en donde el uno aparece en la posición donde se desea obtener la columna de la Jacobiana. Por lo tanto, el desarrollo que ha conducido a las ecuaciones (2.164) y (2.167) continúa siendo de aplicación para \hat{E} , aunque ahora \hat{E} representa un único valor de la altura ó del área de fuga, dependiendo de la localización del uno en $\{b\}$. El gradiente de \hat{E} será:

$$\left\{ \frac{\partial \hat{E}}{\partial a_i} \right\} = \{b\}^T \left\{ \frac{\partial \nu}{\partial a_i} \right\} \quad (2.170)$$

El problema adjunto -similar a (2.166)- será:

$$[M]^T \{\psi^*\} = \{b\} \quad (2.171)$$

en donde ψ^* es la variable adjunta cuando se utiliza \hat{E} . Una vez se ha determinado ψ^* , se puede calcular una columna de la Jacobiana mediante una ecuación similar a (2.167):

$$\frac{\partial \hat{E}}{\partial a_i} = \{\hat{\psi}^*\}^T \left(\left\{ \frac{\partial R}{\partial a_i} \right\} - \left[\frac{\partial M}{\partial a_i} \right] \{\nu\} \right) \quad (2.172)$$

El procedimiento para la calibración y el cálculo de fugas consta por lo tanto de los siguientes pasos:

1. Estimar los factores de fricción y las áreas de fugas (estas últimas se suponen inicialmente iguales a cero, el punto de vista optimista).
2. Resolver el problema directo, usando los factores de fricción y las fugas estimados.
3. Resolver el problema adjunto, en donde el término conducente es la diferencia entre las alturas calculadas y medidas.
4. Resolver el problema adjunto, en donde el término conducente es la altura ó el área de fuga.
5. Usar las variables adjuntas de los dos últimos pasos, para calcular el gradiente, Jacobiana y Hessiana.
6. Calcular mejores factores de fricción y áreas de fuga, y volver al paso 2 hasta que no haya cambio en $\{a\}$, el vector de factores de fricción y áreas de fuga.

Comparación entre modelos Como se ha indicado, la aplicación del método inverso en régimen estacionario tiene fuerte dependencia del factor de fricción, por lo que los errores en la evaluación de este parámetro pueden conducir a errores en la sección de fuga e incluso en la posición de éstas. Puesto que en la mayoría de los sistemas no se suele disponer de datos precisos respecto a estos parámetros, este es un inconveniente importante. También tienen importancia los errores de monitorización en el método en estado estacionario, ya que se parte de un valor único, lo que no ocurre en régimen transitorio, en donde los análisis son realizados a partir de un conjunto de datos (una gran cantidad de datos ayuda a estabilizar el procedimiento de cálculo).

El método en estado transitorio tiene las siguientes ventajas:

1. Se puede realizar simultáneamente la calibración de la red y la determinación de los consumos (incluida la detección de fugas).
2. Las ondas de presión están menos afectadas por los coeficientes de fricción de las tuberías que el caudal normal, por lo que disminuye la dependencia de los valores de fricción.
3. El registro continuo de las presiones proporciona una enorme cantidad de datos que ayuda a estabilizar el cálculo y produce resultados precisos.
4. Se puede incluir en el algoritmo la detección de roturas.

La principal desventaja del análisis transitorio es el tiempo de cálculo y los recursos que se precisan para resolver el problema inverso. En la mayoría de casos se necesitará una estación de trabajo ó un ordenador dedicado en exclusiva para esta tarea, con objeto de llevar a cabo una monitorización continua. De esta forma, los datos podrán ser recogidos continuamente, realizando la calibración y la determinación de consumos varias veces al día. En ausencia de acontecimientos repentinos, la variación de fricción entre ejecuciones del programa de cálculo será despreciable, de forma que sólo se necesitarán unas pocas iteraciones. Los datos de las derivadas pueden ser retenidos de una ejecución a la siguiente, de forma que puedan ser corregidos, pero no tengan que ser completamente regenerados. Existen además diversos métodos para acelerar el proceso de cálculo; por ejemplo, la descomposición matricial que se realiza al comienzo del análisis no será necesario repetirla cada vez, si la configuración del sistema no cambia.

Aunque los resultados parecen alentadores, todavía existen algunas dificultades que deberían ser investigadas, de cara a su aplicación práctica en sistemas reales:

- El programa desarrollado no permite el cálculo con los elementos accesorios (estaciones de bombeo, dispositivos antiarriete, válvulas de retención, válvulas reductoras de presión, válvulas de control, instalaciones de almacenamiento) que es necesario modelar.
- El programa puede fallar como consecuencia del problema de los tubos cortos. En la mayoría de las redes, existen diversas tuberías cortas que limitan el intervalo de tiempo de cálculo al tiempo de viaje de una onda a través de la tubería. El programa calcula ese tiempo, y entonces genera nudos adicionales en la red, de forma que todos los intervalos de tiempo sean aproximadamente iguales. Lógicamente, el número de tales nudos puede ser rápidamente difícil de manejar. En éste y otros aspectos (por ejemplo, pequeñas tuberías que a menudo son despreciadas en los cálculos clásicos) todavía debe realizarse un gran trabajo, con objeto de determinar cómo puede aproximarse el sistema, y evaluar la influencia de tales aproximaciones en el resultado final.
- El tamaño de la red plantea el problema de la convergencia del problema inverso, y la posibilidad de que se produzca la convergencia a una solución falsa.
- La celeridad de la onda se ha supuesto que se conoce con precisión; sin embargo, en muchos casos, se tratará de un parámetro más a calibrar.
- Aunque se ha admitido que el efecto de las pérdidas menores era despreciable, se debería investigar el error que se comete al hacer esta simplificación.
- Tampoco se ha considerado el problema de separación de columna ó la existencia de ventosas para evitar la cavitación. Aunque este último factor no es importante en condiciones normales, podría llegar a serlo bajo condiciones inusuales.

2.6.2 Análisis de la fiabilidad de redes de abastecimiento

Los sistemas de distribución de agua son redes complejas interconectadas que requieren una planificación y un mantenimiento extensos para asegurar que se entrega un agua de buena calidad a todos los usuarios. El proceso de planificación comprende consideraciones acerca de los recursos disponibles, estimación de las demandas, ubicación de instalaciones, y otras cuestiones de índole económica, siendo considerada la fiabilidad del sistema, una parte del diseño. Sin embargo, normalmente la fiabilidad no es cuantificada, desempeñando un papel importante el juicio ingenieril. Por ejemplo, un sistema mallado será más fiable que uno en el que existan muchas ramificaciones, pudiendo también aumentarse la fiabilidad añadiendo redundancia en otros elementos, como estaciones de bombeo, válvulas, fuentes de suministro, etc., ó bien eligiendo materiales que tengan una baja tasa de fallos, como puede ser el caso de las tuberías de fundición dúctil.

El problema de definir y disponer de una medida apropiada de la fiabilidad en sistemas de abastecimiento de agua ha recibido una considerable atención durante las dos últimas décadas, esperándose que continúe este interés como consecuencia de dos factores relacionados: por un lado, debido al creciente énfasis sobre la fiabilidad del servicio, y por otro, debido a la práctica cada vez más extendida de privatizar los abastecimientos de agua. A medida que los sistemas se privatizan, la Administración se enfrenta con el problema de definir los niveles de servicio que deben alcanzar las empresas explotadoras del abastecimiento. Dichas especificaciones de servicio incluyen la definición de la fiabilidad, tanto a nivel cuantitativo, en relación a la demanda y la presión de servicio que se deben satisfacer, como cada vez más, a nivel cualitativo, en relación con la calidad del agua suministrada a los abonados.

Para asegurar el suministro de agua potable al usuario, el sistema de distribución de agua debe ser diseñado para hacer frente a una serie de condiciones de carga de emergencia. Dichas condiciones de emergencia pueden ser clasificadas como:

- Demandas para protección contra incendios.
- Roturas de tuberías.
- Fallos de bombas.
- Interrupción del suministro eléctrico.
- Fallos de las válvulas de control.
- Insuficiente capacidad de almacenamiento.

Cada una de estas condiciones debe ser examinada prestando especial atención en el impacto sobre el sistema, desarrollando medidas adecuadas del comportamiento del sistema, y diseñando el mismo con la capacidad necesaria para que pueda

afrontar las condiciones de emergencia con un nivel adecuado de fiabilidad.

Una revisión de la literatura existente (Mays, 1989; Goulter *et al.*, 2000) revela que no existe una definición universalmente aceptada de medida de la fiabilidad, para los sistemas de distribución de agua. La fiabilidad se define normalmente como la probabilidad de que un sistema cumpla su función, dentro de determinados límites, para un período de tiempo en un entorno especificado. Para un sistema grande con muchos subsistemas que interactúan (como ocurre en los sistemas de distribución de agua) es extremadamente difícil calcular la fiabilidad analíticamente. El cálculo preciso de la fiabilidad requiere el conocimiento de la fiabilidad de los subsistemas básicos ó componentes, y el impacto sobre el cumplimiento de la función del sistema, causado por el conjunto de los posibles fallos de todos los subsistemas.

2.6.2.1 Modos de fallos

Aunque las redes de distribución de agua tienen muchas características en común con otras redes, existe un número significativo de diferencias cuando se examinan desde el punto de vista del fallo. Las diferencias surgen fundamentalmente como consecuencia de las formas en las que una red de distribución de agua puede fallar. De una forma genérica, el fallo de una red de distribución de agua puede definirse como un descenso de la presión, el caudal ó ambos, por debajo de determinados valores, en uno ó más nudos dentro de la red.

Teniendo en cuenta la definición anterior, hay dos modos principales de fallos en una red de distribución de agua:

- Fallo de funcionamiento ó de demanda, cuando la demanda del sistema es mayor que el valor de diseño.
- Fallo mecánico ó de componente, cuando se produce el fallo de componentes individuales de la red, como tuberías, bombas, válvulas, etc.

Ambos tipos de fallos tienen una base probabilística que debe ser incorporada en cualquier análisis de fiabilidad.

Fallo de funcionamiento En este caso, la red falla en el sentido de que la carga supera la capacidad del sistema. Este fallo no es generalmente catastrófico, como podría suceder en el caso de una estructura, sino que la consecuencia es que la presión, el caudal disponible ó ambos, en uno ó más nudos de la red pueden caer por debajo del mínimo requerido. Las implicaciones de estos fallos dependen del tipo de suministro afectado: mientras que en el caso del consumo doméstico, pueden ser irrelevantes, si la duración del fallo se limita a unas pocas horas, en el caso de un sistema de protección contra incendios, puede producir cuantiosas pérdidas económicas, incluso pérdidas de vidas humanas.

El aspecto probabilístico de estos fallos aparece como consecuencia de la distribución de probabilidad de la carga, bajo la cual se espera que funcione el sistema. La elección de las demandas de diseño de una red no proviene de un proceso determinista, lo que implica que existe una probabilidad de que la red no sea capaz de satisfacer dichas demandas. Por ejemplo, una red diseñada en base al caudal máximo diario para un período de retorno de 20 años Q_{20} , es improbable que satisfaga los requisitos de caudal y presión para el caudal correspondiente a un período de 50 años Q_{50} , y por lo tanto fallará bajo tal condición de carga. En promedio, el caudal Q_{50} ocurre una vez cada 50 años, por lo que tiene una probabilidad igual a 0,02 de ocurrir en un año determinado. Las probabilidades de todos los escenarios de demanda pueden ser calculados de forma similar, pudiendo determinarse la probabilidad total de que las demandas sean mayores que un determinado valor de diseño.

Una complicación adicional surge debido a los cambios en la demanda a lo largo del tiempo. Los valores de diseño se establecen en base a unas cargas proyectadas en el sistema; sin embargo, las demandas pueden incrementarse más allá de esos valores, como consecuencia de incrementos imprevistos de la población servida, ó cambios en el estilo de vida que incrementen el consumo per cápita. La Administración está aplicando de forma progresiva nuevas medidas para afrontar estos problemas; por ejemplo, ofreciendo incentivos para que se reduzca de forma voluntaria el consumo de agua, ó bien legislando medidas para la reducción del consumo (Maddaus, 1987; Billings y Jones, 1996). Muchas de las medidas se han desarrollado para evitar fallos como consecuencia de escasez de agua en la fuente principal de abastecimiento; sin embargo, se pueden aplicar métodos similares a la gestión de sistemas de distribución de agua donde el suministro global es adecuado, pero el sistema de distribución no es capaz de satisfacer las demandas crecientes.

Un factor adicional que tiene un impacto en la consideración del fallo de la demanda es que la capacidad hidráulica de la red tiende a disminuir con el tiempo, a medida que la red envejece, lo que igualmente tiene como consecuencia que aumente la probabilidad de que la demanda exceda la capacidad hidráulica del sistema.

Puesto que la consecuencia de un fallo debido a que la carga hidráulica sea mayor que la carga de diseño es similar a la que ocurre cuando se produce el fallo de un componente (caudales ó presiones por debajo de los niveles deseables), la forma de mejorar la fiabilidad del sistema en ambos casos es también parecida. Por un lado, los componentes de mayor tamaño proporcionarán una mayor capacidad de caudal en la red, y por lo tanto, reducirán la probabilidad de que las demandas reales superen los valores de diseño. Por otra parte, estudios previos (Kettler y Goulter, 1985; Mays, 1989) han mostrado que las tasas de roturas de tuberías en redes existentes están fuertemente relacionadas con el diámetro, siendo las roturas menos frecuentes en las tuberías de mayor diámetro. Por lo tanto, la elección de tuberías de grandes diámetros puede reducir la probabilidad de un fallo de componente, a la vez que mejora la medida de fiabilidad basada en la capacidad de suministrar caudal.

Hay que señalar que un buen resultado de acuerdo con una medida de la fiabilidad basada en un modo de fallo, no significa necesariamente que se obtenga una buena fiabilidad respecto al otro modo. Si se considera el caso de una tubería principal junto a la fuente de suministro de un abastecimiento, un alto porcentaje de caudal enviado a partes remotas de la red, pasará a través de la misma, requiriéndose por tanto una tubería de gran capacidad con un diámetro grande. Esta tubería de gran diámetro tendrá una baja tasa de roturas, lo que indicará una buena fiabilidad respecto al fallo del componente. No obstante, la probabilidad de que el caudal requerido a través de esta tubería sea mayor que el caudal de diseño, puede ser también grande, por lo que la fiabilidad respecto a un fallo de funcionamiento será baja.

Las mejoras que se obtienen en la fiabilidad del sistema, mediante la elección de grandes diámetros de tuberías, se pueden también alcanzar a través de la selección de grandes capacidades para los otros componentes principales de la red. En el caso de una estación de bombeo, la incorporación de más bombas reducirá la probabilidad de fallo de la estación, a la vez que proporcionará una capacidad adicional a la estación, reduciendo la probabilidad de que las demandas en la estación superen la capacidad de diseño.

Fallo mecánico ó de componente El segundo tipo de fallo principal está asociado con el fallo de los componentes del sistema de distribución (tuberías, bombas, válvulas, etc.) que constituyen la infraestructura del sistema. La incapacidad del sistema para satisfacer los requisitos de presión ó caudal en esta situación, proviene de la reducción en la capacidad hidráulica de la red, cuando el sistema ha fallado y se encuentra en reparación. Debe señalarse que si el sistema se ha diseñado con suficiente redundancia (lo que, implícitamente, se traduce en fiabilidad) el fallo de un componente no tiene que resultar en el fallo del sistema. Sin embargo, en cualquier análisis de fiabilidad debe evaluarse explícitamente el potencial de un componente para reducir el funcionamiento del sistema, hasta el punto que ocurra el fallo del sistema.

La probabilidad del fallo de un componente puede obtenerse de registros históricos de fallos, y puede ser modelada usando una adecuada distribución de probabilidad. Goulter y Coals (1986) propusieron una distribución de probabilidad de Poisson con parámetro λ (roturas/Km/año) para la rotura de tuberías.

De forma similar, la probabilidad que las demandas sean mayores que los valores de diseño también puede ser obtenida a partir de datos históricos, y modelada convenientemente. El problema fundamental es debido a que, aunque se conozcan las distribuciones de probabilidad de los dos modos de fallo, es difícil definir la fiabilidad de forma explícita. La reducción de la probabilidad de un fallo de componente ó de que las demandas sean mayores que la capacidad de diseño obviamente mejoran

la fiabilidad; el problema reside en cuantificar esta mejora. Por otra parte, debe evaluarse el efecto que produce el fallo de una tubería u otro componente en el resto de la red. Obviamente, cuanto más crítica sea la tubería en el conjunto de la red, el efecto tendrá un mayor alcance y será más serio. Finalmente, si la fiabilidad de la red, obtenida de medidas basadas en cualquier modo de fallo no es satisfactoria, debe determinarse la forma más eficiente de mejorarla.

Las condiciones de fallo en un único nudo de demanda, producidas por cualquiera de los dos modos de fallo analizados, son relativamente fáciles de definir. Los parámetros que definen la severidad del fallo provienen de la magnitud del déficit producido: cuanto menor sea la presión en el nudo, ó bien, cuanto mayor sea la diferencia entre el caudal requerido y el caudal entregado, mayor será la magnitud del fallo. Sin embargo, el problema es considerablemente más complejo cuando se considera el sistema en conjunto. Un sistema puede experimentar un fallo a través de un caudal ó presión inadecuados en un único nudo de demanda, ó en una combinación de nudos de demanda, hasta el punto en que el caudal en todos los nudos esté por debajo de la demanda, ó bien la presión en todos los nudos esté por debajo del mínimo permisible. El déficit en diferentes nudos de demanda puede variar significativamente, de forma que un nudo tenga un fallo grave, y el resto de nudos no experimenten ningún fallo, ó éste sea insignificante. Alternativamente, todos los nudos pueden experimentar un fallo uniforme relativamente menor, sin que exista ningún nudo que tenga un fallo grave. Esta variación de escenarios, cada uno de los cuales representa una forma del fallo de un sistema, muestra el problema de definir la fiabilidad de un sistema como una unidad, y de distinguir entre las severidades de los diferentes escenarios de fallo.

El análisis realizado en este apartado se ha centrado en la fiabilidad del sistema desde un punto de vista cuantitativo (es decir, que las variables hidráulicas sean satisfechas), si bien se podría realizar un análisis similar para definir los niveles de fiabilidad en relación a la calidad del suministro. Se pueden producir niveles inaceptables de baja calidad del agua como consecuencia del fallo de un componente en la planta de tratamiento, de una disminución de la calidad en la fuente principal de abastecimiento, de la contaminación producida en la red de distribución tras abandonar la instalación de tratamiento (equivalente al fallo de un componente de la red), ó bien del aumento de los requisitos de calidad del agua suministrada (equivalente a un incremento de la demanda).

2.6.2.2 Análisis de la fiabilidad de los componentes

Un sistema ó sus componentes pueden ser considerados como una caja negra ó un sistema de parámetros agrupados, observándose su funcionamiento a lo largo del tiempo, lo que reduce el análisis de fiabilidad a un problema unidimensional, en el que el tiempo es la única variable independiente. En tales casos, interesa estudiar el *tiempo hasta el fallo* (*time-to-failure* ó *TTF* es la denominación inglesa) del sistema

ó de sus componentes, siendo ésta una variable aleatoria. Debe señalarse que el término “tiempo” puede ser usado de una forma más genérica, pudiendo en ocasiones ser más adecuadas otras escalas físicas, como la distancia ó la longitud.

El análisis del *TTF* es particularmente apropiado para evaluar la fiabilidad de sistemas, de componentes reparables, ó de ambos. Para un sistema que es reparable después de su fallo, el tiempo necesario para su reparación es incierto; por lo tanto, el *tiempo hasta la reparación* (*time-to-repair* ó *TTR* en denominación inglesa) es también una variable aleatoria.

Densidad de fallo, tasa de fallos y tiempo medio hasta el fallo La *función de densidad de fallo* es la función de probabilidad que gobierna la ocurrencia en el tiempo del fallo. La fiabilidad de un sistema ó de un componente en un intervalo de tiempo determinado $[0, t]$ puede ser obtenido mediante:

$$p_s(t) = P(TTF > t) = \int_t^{\infty} f(\tau) d\tau \quad (2.173)$$

siendo *TTF* el tiempo hasta el fallo, que tiene una función de densidad de fallo $f(t)$. La fiabilidad $p_s(t)$ representa de esta forma, la probabilidad de que el sistema no experimente ningún fallo en el intervalo $[0, t]$. La probabilidad del fallo ó de no fiabilidad puede ser expresado como:

$$p_f(t) = 1 - p_s(t) \quad (2.174)$$

representando la probabilidad de que un componente ó un sistema experimente su primer fallo en el intervalo $[0, t]$. Teniendo en cuenta las ecuaciones (2.174) y (2.173), se puede obtener la función de densidad de fallo mediante:

$$f(t) = -\frac{dp_s(t)}{dt} = \frac{dp_f(t)}{dt} \quad (2.175)$$

El tiempo hasta el fallo es una variable aleatoria continua y no negativa por naturaleza. Muchas funciones de distribución son apropiadas para modelar el comportamiento estocástico del tiempo hasta el fallo, siendo entre ellas, la función exponencial la más comúnmente usada. La distribución exponencial se ha encontrado que describe adecuadamente la distribución del tiempo hasta el fallo de componentes, equipos y sistemas que comprenden componentes con mezclas de distribuciones de vida.

La *tasa de fallos* se define como el número de fallos que ocurren por unidad de tiempo en un intervalo $(t, t + \Delta t)$, por unidad de la población restante en el tiempo t . La tasa de fallos instantánea $m(t)$ se puede obtener como:

$$m(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[\frac{N_F(\Delta t) / \Delta t}{N(t)} \right] = \frac{f(t)}{p_s(t)} \quad (2.176)$$

siendo:

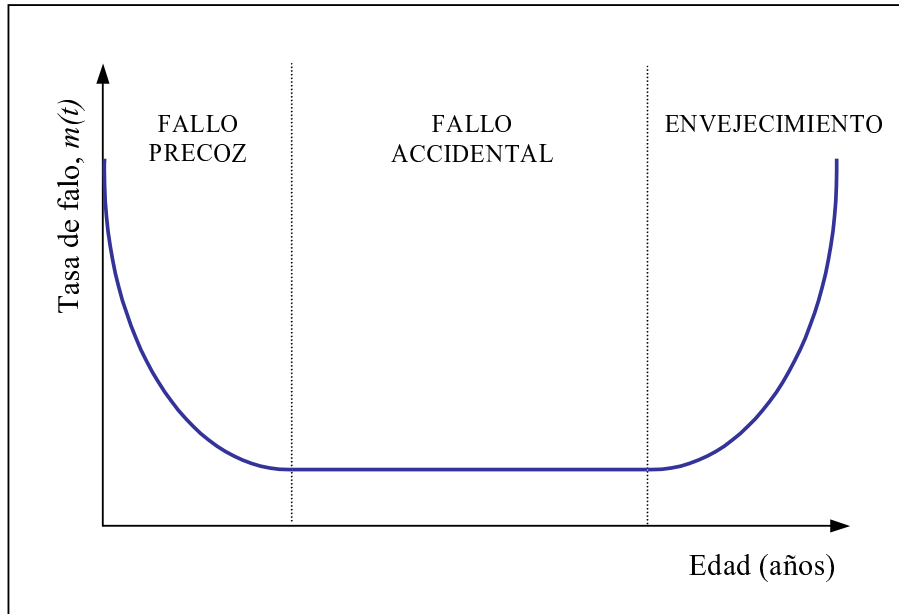


Figura 2.26.- Curva de mortalidad ó curva en bañera

$N_F(\Delta t)$: número de fallos en un intervalo de tiempo $(t, t + \Delta t)$;
 $N(t)$: número de fallos desde el inicio hasta el tiempo t .

La tasa de fallos para muchos sistemas tiene una forma de bañera, como se muestra en la Figura 2.26, en donde se distinguen tres períodos de vida diferentes. En el *período de fallos precoces*, algunos componentes ó sistemas fallan nada más ponerse en uso. Estos fallos se producen debido a defectos en la fabricación ó en el montaje, dando como resultado que la tasa de fallos comience tomando valores muy elevados y decrezca hasta estabilizarse en un determinado valor característico de cada componente ó sistema. Una vez superada la etapa anterior, se entra en el *período de vida útil*, en el que los componentes ó sistemas fallan debido a su uso, ocurriendo de forma accidental ó aleatoria. Si el componente puede sustituirse ó repararse, entonces el sistema vuelve a funcionar en unas condiciones similares a las de antes de producirse el fallo. Por último, se presenta el *período de envejecimiento*, en donde los componentes ó sistemas fallan debido a que con el paso del tiempo se han degradado tanto que ya no pueden funcionar. La tasa de fallos aumenta con el tiempo desde el valor de período de vida útil hasta (teóricamente) el infinito, como se aprecia en la Figura 2.26.

La fiabilidad puede calcularse directamente a partir de la tasa de fallos mediante:

$$p_s(t) = \exp\left(-\int_0^t m(\tau)d\tau\right) \quad (2.177)$$

Sustituyendo la ecuación (2.177) en la ecuación (2.176), la función de densidad

de fallos $f(t)$ puede expresarse en términos de la tasa de fallos como:

$$f(t) = m(t) \exp \left[\int_0^t m(\tau) d\tau \right] \quad (2.178)$$

Una medida de fiabilidad habitualmente utilizada es el *tiempo medio hasta el fallo* (*mean time to failure* ó *MTTF* en inglés), que representa el tiempo esperado hasta el fallo. Matemáticamente puede expresarse mediante:

$$MTTF = E[TTF] = \int_0^{\infty} \tau f(\tau) d\tau \quad (2.179)$$

Para sistemas relacionados con los recursos de agua, tales como redes de tuberías, estaciones de bombeo, ó sistemas de evacuación de aguas pluviales, los componentes que fallan pueden ser reparados ó reemplazados de forma que el sistema pueda volver a entrar en servicio. El tiempo requerido para reparar el sistema es incierto; por lo tanto, el tiempo total necesario para restablecer el sistema desde un estado de fallo a un estado operativo es una variable aleatoria.

El *tiempo hasta la reparación* (*time to repair* ó *TTR* en inglés) tiene una función de densidad $g(t)$, que representa el tiempo necesario para reparar un sistema fallido cuando el fallo ocurre en el instante 0. La probabilidad de reparación $G(t)$ es la probabilidad que el sistema fallido pueda ser restablecido dentro de un período de tiempo determinado $[0, t]$:

$$G(t) = P[TTR \leq t] = \int_0^t g(\tau) d\tau \quad (2.180)$$

La *tasa de reparación* $r(t)$, similar a la tasa de fallos, es la probabilidad condicional que el sistema sea reparado por unidad de tiempo, dado que el sistema falló en el instante 0 y no está todavía reparado en el instante t . La cantidad $r(t)dt$ es la probabilidad que el sistema sea reparado durante el intervalo de tiempo $(t, t + dt)$, dado que el sistema falla en el instante t . La relación entre la función de densidad de reparación, la tasa de reparación, y la probabilidad de reparación es:

$$r(t) = \frac{g(t)}{1 - G(t)} \quad (2.181)$$

Dada una tasa de reparación $r(t)$, se tiene:

$$g(t) = r(t) \exp \left(- \int_0^t r(\tau) d\tau \right) \quad (2.182)$$

$$G(t) = 1 - \exp \left(- \int_0^t r(\tau) d\tau \right) \quad (2.183)$$

El *tiempo medio hasta la reparación* (*mean time to repair* ó *MTTR*) es el valor esperado del tiempo hasta la reparación de un sistema:

$$MTTR = \int_0^{\infty} tg(t)dt \quad (2.184)$$

El *MTTR* mide el tiempo necesario para realizar las operaciones de mantenimiento. En el caso de un sistema no reparabile, el *MTTR* es una medida adecuada del tiempo medio de vida. Para un sistema reparabile, un indicador más representativo del ciclo fallo-reparación, es el *tiempo medio entre fallos* (*mean time between failure* ó *MTBF*), que es la suma de *MTTF* y *MTTR*:

$$MTBF = MTTF + MTTR \quad (2.185)$$

El *tiempo medio entre reparaciones* (*mean time between repair* ó *MTBR*) es el valor esperado del tiempo entre dos reparaciones consecutivas, y es igual a *MTBF*.

Disponibilidad e indisponibilidad Un sistema reparabile experimenta una repetición de procesos de reparación-fallo y fallo-reparación, a lo largo de su vida de servicio. El término *disponibilidad* $A(t)$ generalmente se utiliza en sistemas reparables, para indicar la probabilidad de que el sistema se encuentre en un estado operativo en un instante determinado t . Por otra parte, la fiabilidad $p_s(t)$ es adecuada para sistemas no reparables, indicando la probabilidad que el sistema haya estado en una condición operativa, desde el instante 0 hasta el instante t .

La disponibilidad puede también ser interpretada como el porcentaje de tiempo que el sistema está en un estado operativo, dentro de un período de tiempo determinado. En general, la disponibilidad y la fiabilidad de un sistema satisfacen la siguiente desigualdad:

$$0 \leq p_s(t) \leq A(t) \leq 1 \quad (2.186)$$

verificándose la igualdad entre disponibilidad y fiabilidad en el caso de sistemas no reparables.

El complemento de la disponibilidad es la *indisponibilidad* $U(t)$, definida como la probabilidad que un sistema se encuentre en una condición fallida en un instante t , dado que está operativo en el instante 0. Es decir, la indisponibilidad representa el porcentaje de tiempo que el sistema no está disponible para el servicio en el período de tiempo $[0, t]$, dado que está operativo en el instante 0. La disponibilidad, indisponibilidad y no fiabilidad satisfacen las siguientes relaciones:

$$A(t) + U(t) = 1 \quad (2.187)$$

$$0 \leq U(t) \leq p_f(t) < 1 \quad (2.188)$$

Para un sistema no reparabile, la indisponibilidad es igual a la no fiabilidad; es decir, $U(t) = p_f(t)$.

Considerando un sistema con una tasa de fallos constante λ , y una tasa de reparación constante η , resultan las siguientes expresiones para la disponibilidad y la indisponibilidad:

$$A(t) = \frac{\eta}{\lambda + \eta} + \frac{\lambda}{\lambda + \eta} e^{-(\lambda + \eta)t} \quad (2.189)$$

$$U(t) = \frac{\lambda}{\lambda + \eta} [1 - e^{-(\lambda + \eta)t}] \quad (2.190)$$

Cuando el tiempo tiende hacia infinito ($t \rightarrow \infty$), el sistema alcanza su estado estacionario, siendo los valores de disponibilidad e indisponibilidad para dicho estado:

$$A(\infty) = \frac{\eta}{\lambda + \eta} = \frac{1/\lambda}{1/\lambda + 1/\eta} = \frac{MTTF}{MTTF + MTTR} \quad (2.191)$$

$$U(\infty) = \frac{\lambda}{\lambda + \eta} = \frac{1/\eta}{1/\lambda + 1/\eta} = \frac{MTTR}{MTTF + MTTR} \quad (2.192)$$

2.6.2.3 Modelos y técnicas para la evaluación de la fiabilidad de la red

La fiabilidad de un sistema de distribución de agua se puede definir, según Goulter (1995) como “la capacidad del sistema para satisfacer las demandas, cuando tales demandas están especificadas en términos de:

1. Los caudales a suministrar.
2. El rango de presiones a las que esos caudales deben ser provistos.”

Una extensión útil de esa definición es la aportada por Cullinane *et al.* (1992): “la capacidad del sistema de proporcionar servicio, con un nivel aceptable de interrupción a pesar de condiciones anormales”. Una característica fundamental de esta última definición es que introduce, tanto el concepto del período de tiempo durante el cual el sistema es incapaz de satisfacer las demandas, como el instante determinado en el tiempo (las circunstancias que provocaron que el sistema fuera incapaz de suministrar las demandas), como determinantes importantes para el cálculo de la fiabilidad. Estos autores también reconocen que el fallo del sistema se puede producir como consecuencia de que los caudales asociados a las demandas no son suministrados, ó bien que las presiones se encuentran por debajo del mínimo aceptable. Por otra parte, se indica expresamente que los fallos deberían ocurrir únicamente en asociación con condiciones anormales, como podría ser el fallo de un componente, ó la aparición de unas demandas anormalmente altas.

Como se ha indicado anteriormente, el rango de combinaciones en las cuales se puede producir el fallo de un sistema de distribución de agua, constituye una fuente

principal de las dificultades teóricas y prácticas que se encuentran en establecer medidas de fiabilidad apropiadas, que sean tanto extensas, como manejables desde un punto de vista computacional. En la actualidad existen dos métodos fundamentales para la evaluación de la fiabilidad:

- Métodos de *simulación*, en donde la red es evaluada bajo un rango de escenarios, formulados de forma individual, ó a partir de una serie temporal de sucesos, obtenidos de las condiciones que definen los requisitos de la red.
- Métodos *analíticos*, en donde una solución cerrada para la fiabilidad es obtenida directamente de los parámetros que definen las cargas en la red, y de la capacidad de la red para satisfacer esas demandas.

Dos aspectos básicos se deben tener en cuenta en ambos métodos: por un lado, el funcionamiento hidráulico, indicado por factores como los requisitos de presión y caudal en la red, diámetros de las tuberías, caudales en las tuberías, gradientes hidráulicos y presiones resultantes en los nudos; por otro lado, la configuración de la red, indicada por el nivel de conectividad entre nudos, especialmente nudos de demanda y fuentes de suministro, la forma de la red (número de mallas), y la existencia de ramales ciegos. Si bien estos dos aspectos son importantes tanto en los métodos de simulación como en los analíticos, la configuración de la red ha recibido una mayor atención en los métodos analíticos, mientras que el funcionamiento hidráulico ha sido el interés principal de los métodos de simulación.

Seguidamente se describen en mayor extensión los diferentes métodos existentes para la evaluación de la fiabilidad.

Métodos de simulación Los impactos de los fallos de los componentes ó de los fallos debidos a la variación de la demanda son evaluados mediante la consideración de diferentes escenarios ó casos. En un procedimiento caso a caso, se definen una serie de casos, cada uno de los cuales comprende un conjunto de demandas ó patrones de demandas, y configuraciones de la red. La red es entonces simulada para cada caso, con objeto de determinar las presiones y los caudales que ocurren en el sistema bajo esas condiciones.

Las demandas usadas en estos análisis pueden ser una combinación de demandas nodales, tales como caudales de incendios, que se considera que la red debe suministrar. Los aspectos de los fallos de los componentes de la red en la simulación son tenidos en cuenta mediante modificaciones de la configuración de la red, en donde el fallo de una combinación de componentes de la red, como bombas, tuberías y válvulas, es evaluado mediante la eliminación del elemento relevante de la red, previamente a la simulación.

La determinación de la combinación de demandas y fallo de componentes que deben ser incluidos en cada caso, así como el número de casos para los que debe ser

evaluado el funcionamiento de la red, presenta algunas dificultades. Idealmente, el fallo de un componente considerado conjuntamente con una carga determinada será el más crítico para el funcionamiento de la red. Por lo tanto, el componente crítico para una determinada carga puede diferir del correspondiente a otra carga.

El funcionamiento de la red normalmente se evalúa en este método cuando sólo uno de los componentes ha fallado. La razón para limitar el fallo de un único componente cada vez surge del hecho de que la probabilidad de que se produzcan dos ó más fallos simultáneamente (un componente falla antes de que otro se haya reparado) es generalmente demasiado pequeña, para que se justifique su consideración.

No obstante, incluso en el caso de que el análisis quede restringido al fallo de un único componente, se deben examinar muchas combinaciones de patrones de demanda y de fallos de componentes, para poder tener una visión detallada del funcionamiento de la red. La decisión respecto a las combinaciones que se deben incluir está basada en la experiencia del diseñador, a menudo guiado por normas municipales. La definición del conjunto de combinaciones de esta manera encuentra diversos problemas; el primero y más importante, es saber si dicho conjunto contiene todas las combinaciones críticas, y en particular, si contiene la peor combinación.

El cálculo del funcionamiento del sistema para todas las combinaciones a analizar requiere realizar la simulación hidráulica de la red un número elevado de veces, lo que exige un gran esfuerzo computacional. Una solución potencial a este problema es el método propuesto por Jowitt y Xu (1993), según el cual, la distribución del caudal en una red que presenta el fallo de un componente, puede predecirse a priori usando un análisis de microcaudales, sin necesidad de realizar una simulación hidráulica completa. Este método tiene la limitación de que un incendio ó la rotura de una tubería cambia radicalmente el patrón de microcaudales, en cuyo caso se necesita una simulación hidráulica completa. Otra solución a este problema es el método propuesto por Xu y Goulter (1998), en el que se utiliza un modelo hidráulico lineal desarrollado alrededor de los valores esperados de las demandas nodales, niveles de los depósitos, y coeficientes de rugosidad de las tuberías. Más adelante se describirá detalladamente este método.

El otro método principal de simulación para la evaluación de la fiabilidad está basado en la generación y simulación de series temporales de escenarios, basados en la distribución de probabilidad para los fallos de tuberías y bombas, y los tiempos de reparación. El funcionamiento hidráulico de la red es analizado mediante simulación, bajo las condiciones contenidas en esas series temporales. Aunque desde un punto de vista computacional, el método basado en las series temporales es más exigente que el método caso a caso, dicho método proporciona una descripción más completa del funcionamiento de la red, considerando una mayor variedad de casos. Un análisis completo de la fiabilidad de la red usando el método de simulación basado en series temporales requerirá considerar tanto los aspectos de fallo mecánico de Wagner *et al.*

(1988a), como los aspectos basados en el caudal de Bao y Mays (1990).

Métodos analíticos Los métodos analíticos se distinguen por técnicas que integran todos los parámetros relacionados con la red y sus cargas (por ejemplo, distribución en planta de la red y características de las cargas), en una serie de medidas de fiabilidad que no requieren realizar una simulación completa de la red. Una característica importante de las técnicas analíticas es un creciente uso de la teoría de grafos para describir el funcionamiento de la red, en términos de su forma y de la conectividad entre nudos, especialmente entre los nudos fuente y los nudos de demanda.

Las características de la teoría de grafos que se utilizan más comúnmente en el análisis de fiabilidad de las redes de distribución de agua son:

asequibilidad: la conexión de un nudo de demanda específico a un nudo fuente;

conectividad: la conexión de cada nudo de demanda, al menos, a un nudo fuente.

camino crítico: un conjunto de tramos que cuando se eliminan de una red, desconecta completamente uno ó más nudos en el resto de la red.

Debe tenerse en cuenta que la conexión de un nudo a una fuente es una condición necesaria, pero no suficiente, para que un nudo vea satisfecha su demanda. Si la tubería de conexión entre el nudo y la fuente es demasiado pequeña, ó si la presión en el sistema es demasiado baja, el nudo puede no recibir agua, aunque esté conectado a la fuente. El desarrollo de un medio efectivo de integrar los aspectos de funcionamiento hidráulico con las características de la teoría de grafos asociadas con la distribución de la red, es uno de los problemas principales en las técnicas analíticas para la evaluación de la fiabilidad.

Los principios de la teoría de grafos se han empleado de forma extensiva en el análisis de redes de distribución eléctrica, redes de comunicación, etc. Algunas de las primeras consideraciones acerca de su uso para evaluar la fiabilidad de las redes de agua son recogidas en (Goulter, 1988; Jacobs y Goulter, 1989). Wagner *et al.* (1988b) examinaron una serie de técnicas analíticas y observaron que aunque la evaluación de la probabilidad de alcanzabilidad y conectividad eran efectivos para algunas redes, se encontraron significativos problemas computacionales cuando las técnicas eran aplicadas a otra red. Las dificultades computacionales son una consecuencia de que el esfuerzo de computación se incrementa exponencialmente a medida que aumenta el tamaño de la red (Jacobs y Goulter, 1989; Su *et al.*, 1987). Además, las hipótesis que se imponen a las redes para evaluarlas mediante técnicas analíticas generalmente son rigurosas, por lo que los resultados no proporcionan una interpretación exacta de la fiabilidad, no pudiendo ser generalizados de una situación de la red a otra.

Algunos métodos para la evaluación analítica de la fiabilidad han intentado abordar el problema computacional, mediante la simplificación de la red, usando principios de la teoría de grafos. Dos técnicas han recibido especial atención a este respecto: los algoritmos de reducción en serie, y los algoritmos de reducción en paralelo. Estas técnicas han sido aplicadas por Awumah y Goulter (1992), Wagner *et al.* (1988b) y Wu *et al.* (1993), y consisten en una reducción de la complejidad de la red (es decir, la reducción de los tramos que deben ser considerados), mediante la agrupación de tramos y nudos, habiendo conseguido una reducción en los requisitos computacionales, a la vez que mantienen un nivel adecuado de extensión en su interpretación de la fiabilidad. Sin embargo, estas técnicas encuentran todavía dificultades por una carga significativa computacional (Wu *et al.*, 1993), y no son siempre efectivas, incluso para redes relativamente simples.

Una alternativa frente al problema de la carga computacional viene recogida en el trabajo de Jacobs y Goulter (1991), en donde se desarrolla una técnica basada en la teoría del camino crítico, por la que se puede calcular con una determinada precisión, la fiabilidad de una red, definida como la probabilidad de que cada nudo esté conectado a una fuente. Sin embargo, la técnica no tiene en cuenta la capacidad hidráulica de los tramos que conectan el nudo a la fuente, ignorando por tanto la posibilidad que una red sea fiable desde el punto de vista de la conectividad, pero en términos de funcionamiento hidráulico, sea incapaz de satisfacer las demandas, lo que implicaría un estado fallido.

Técnicas heurísticas Un desarrollo reciente en las medidas de fiabilidad de las redes de distribución de agua ha sido el uso de medidas *heurísticas* para evaluar la fiabilidad, y para guiar al diseñador en la mejora de la fiabilidad. Las medidas heurísticas se definen como unas medidas que no reflejan exactamente la fiabilidad (sus unidades pueden no tener un significado real en términos de fiabilidad), pero los cambios en sus valores se traducen en cambios en la fiabilidad. Estas medidas heurísticas de la fiabilidad han recibido especial atención en las técnicas de optimización para el diseño de las redes de distribución de agua.

Los primeros usos de estas medidas vienen recogidos en los trabajos de Awumah *et al.* (1991), Awumah y Goulter (1992) y Lansey *et al.* (1992). Awumah y Goulter (1992) utilizaron una medida de redundancia de la teoría de la entropía. La teoría de la entropía es capaz de medir la flexibilidad y la diversidad en el sistema, y por lo tanto reflejar la redundancia de la red, que contribuye a la fiabilidad. Awumah *et al.* (1991) utilizaron esta medida en una aplicación de optimización y mostraron que era capaz de producir diseños de red que eran comparables en cuanto a fiabilidad, a diseños obtenidos mediante técnicas de simulación, con un esfuerzo computacional significativamente mayor.

Wu *et al.* (1993) también propusieron un índice de fiabilidad heurístico que reconocía la contribución parcial de los tramos en satisfacer las demandas, lo que

se obtenía ponderando una medida de la fiabilidad basada en la conectividad para un camino particular, por la importancia de ese camino con respecto a la relación entre el caudal total en el camino y la demanda total del nudo para el que se evalúa la fiabilidad. El índice no reflejaba con precisión las condiciones de la red, y tenía los mismos problemas computacionales normalmente asociados con los métodos analíticos.

Los futuros desarrollos en la evaluación de la fiabilidad en redes de distribución de agua probablemente estarán basados en la integración de la teoría hidráulica y la teoría de grafos. La estrategia de utilizar técnicas heurísticas como un medio de combinar los principios de ambas teorías, de una forma que sea razonable computacionalmente, a la vez que mantenga una medida de la fiabilidad razonablemente realista y extensa, constituirá por tanto una metodología útil.

Medidas basadas en redundancia Otro desarrollo reciente en la evaluación de la fiabilidad ha sido el uso de la redundancia, entendida como la existencia de caminos alternativos, ó capacidad en exceso de la requerida en condiciones de funcionamiento normales, que es posible utilizar cuando falla uno ó más componentes utilizados en condiciones normales. Este renovado interés por la redundancia ha surgido debido a que la fiabilidad de una red, en gran parte, es determinada por la distribución en planta de la red, y por la redundancia inherente en esa distribución.

Los trabajos citados anteriormente de Awumah y Goulter (1992) y Awumah *et al.* (1991), con respecto a las técnicas heurísticas, son también ejemplos de una consideración explícita de la redundancia. Otros trabajos relacionados con la redundancia son los desarrollados por Ormsbee y Kessler (1990) y por Park y Liebman (1993).

Seguidamente se van a describir con detalle las metodologías propuestas por Xu y Goulter (1998) y Gargano y Pianese (2000) para la evaluación de la fiabilidad. Ambas metodologías pueden quedar englobadas en los métodos de simulación, y consideran las demandas nodales como variables aleatorias. La consideración de las demandas como variables aleatorias fue lo que motivó la elaboración del modelo matemático propuesto en la presente Tesis, que será desarrollado en el Capítulo 3.

Método de Xu y Goulter (1998) Este método es capaz de integrar las contribuciones de fiabilidad del fallo de los componentes y de variación en la demanda, y está dividido en dos etapas. En la primera etapa, la configuración de la red se considera fija, y se asume que las demandas varían alrededor de un valor predeterminado. Un modelo hidráulico probabilístico, computacionalmente eficiente, se utiliza para evaluar el funcionamiento de la red bajo esas condiciones. Dicho modelo probabilístico está basado en una aproximación lineal de las ecuaciones del sistema, y proporciona resultados precisos bajo una variedad de condiciones, permitiendo la incorporación en el análisis de fiabilidad de las incertidumbres relativas a la capacidad de las tuberías (coeficientes de rugosidad), las demandas nodales y los

niveles de almacenamiento en los tanques. La segunda etapa integra la probabilidad de ocurrencia de cada configuración de la red y nivel de demanda con el modelo probabilístico, para derivar índices de fiabilidad significativos.

Modelo probabilístico de las redes hidráulicas El análisis hidráulico de una red de distribución de agua está basado en dos principios, el balance de masa en cada nudo y la conservación de la energía alrededor de cada malla. Si las alturas nodales se consideran como las variables de estado del sistema, la formulación del balance de masa en los nudos de la red se puede expresar mediante:

$$\sum_{j \in \Omega_i} f_{ij}(H_i - H_j) + D_i = 0 \quad i = 1, \dots, N \quad (2.193)$$

siendo:

D_i : demanda en el nudo i ;

H_i : altura en el nudo i ;

N : número total de nudos con alturas desconocidas;

Ω_i : conjunto de nudos que conectan directamente con el nudo i ;

$f_{ij}(\cdot)$: función no lineal que relaciona la pérdida de carga y el caudal, en la tubería que conecta el nudo i al nudo j , por ejemplo, la ecuación de Hazen-Williams ó la de Colebrook-White.

La ecuación (2.193) puede expresarse matricialmente mediante:

$$\mathbf{F}(\mathbf{H}, \mathbf{H}_0, \mathbf{C}) + \mathbf{D} = 0 \quad (2.194)$$

siendo:

\mathbf{H} , \mathbf{H}_0 , \mathbf{D} y \mathbf{C} : vectores de las alturas desconocidas, los niveles de los tanques/depósitos conocidos, las demandas nodales conocidas, y la rugosidad de las tuberías, respectivamente;

$\mathbf{F}(\cdot)$: vector de las funciones cuyos elementos definen el caudal dentro y fuera de cada nudo.

La no linealidad de $\mathbf{F}(\cdot)$ obliga a utilizar una técnica iterativa (como el método de Newton-Raphson), para la resolución del sistema de ecuaciones.

El modelo hidráulico descrito por las ecuaciones (2.193) ó (2.194) es determinista, en el sentido que los resultados están definidos por un único conjunto de parámetros del modelo. En algunas ocasiones (como es el caso en que se pretende evaluar los efectos de la variación de la demanda), se precisa examinar el comportamiento de la red bajo un amplio rango de demandas y coeficientes de rugosidad de las tuberías, no siendo posible llevar a cabo la simulación de la red para cada condición operativa, debido al gran número de estados del sistema que se deben considerar.

Los modelos hidráulicos probabilísticos consideran que las demandas de los nodos, los niveles de los tanques/depósitos y los coeficientes de rugosidad son variables aleatorias, e intentan obtener la caracterización probabilística del estado aleatorio del sistema (alturas). Debido a la no linealidad de las ecuaciones hidráulicas, la solución de tales problemas es muy compleja, por lo que se propone un modelo hidráulico lineal probabilístico, para el análisis del comportamiento de las redes de distribución de agua.

En la formulación del modelo hidráulico probabilístico se realizan dos hipótesis simplificativas:

1. Las demandas, los niveles de los tanques/depósitos y los coeficientes de rugosidad de las tuberías son variables distribuidas normalmente.
2. Se puede utilizar un modelo lineal del modelo del sistema, utilizando los valores esperados de las demandas nodales y los coeficientes de rugosidad, en la proximidad de las alturas obtenidas del modelo no lineal.

Las ecuaciones lineales del sistema alrededor de los valores esperados de las demandas nodales, niveles de depósitos, y coeficientes de rugosidad, basadas en la hipótesis (2), se obtienen utilizando una expansión en serie de Taylor de primer orden, en los valores esperados de las demandas nodales, niveles de los tanques/depósitos y coeficientes de rugosidad. De esta forma, el sistema de ecuaciones (2.194) puede ser expresado en forma lineal como:

$$\mathbf{H} = \hat{\mathbf{H}} + \mathbf{A}\mathbf{D} + \mathbf{B}\mathbf{C} + \mathbf{E}\mathbf{H}_0 \quad (2.195)$$

siendo:

$$\hat{\mathbf{H}} = \bar{\mathbf{H}} - \mathbf{A}\bar{\mathbf{D}} - \mathbf{B}\bar{\mathbf{C}} - \mathbf{E}\bar{\mathbf{H}}_0 \quad (2.196)$$

$$\mathbf{A} = -\mathbf{J}^{-1} \quad (2.197)$$

en donde $\mathbf{J} = \partial\mathbf{F}/\partial\mathbf{H}$ (matriz Jacobiana $N \times N$);

$$\mathbf{B} = \mathbf{A}\mathbf{J}_c \quad (2.198)$$

en donde $\mathbf{J}_c = \partial\mathbf{F}/\partial\mathbf{C}$ (matriz de sensibilidad $N \times M$, que especifica el cambio en la capacidad de cada tubería de la red, con respecto a cambios en la rugosidad);

$$\mathbf{E} = \mathbf{A}\mathbf{J}_{H_0} \quad (2.199)$$

siendo:

$\mathbf{J}_{H_0} = \partial\mathbf{F}/\partial\mathbf{H}_0$ (matriz de sensibilidad $N \times NF$, con respecto al cambio del nivel de los tanques/depósitos);

\mathbf{D} , \mathbf{C} , \mathbf{H}_0 y \mathbf{H} : vectores de demandas nodales aleatorias, coeficientes de rugosidad aleatorios, niveles de los tanques/depósitos aleatorios, y alturas nodales aleatorias, respectivamente;

$\bar{\mathbf{H}}$: vector de los valores medios estimados de las alturas nodales obtenidos del modelo de red determinista, utilizando los valores esperados de las demandas nodales $\bar{\mathbf{D}}$, niveles de los tanques/depósitos $\bar{\mathbf{H}}_0$, y coeficientes de rugosidad $\bar{\mathbf{C}}$;

NF : número total de tanques/depósitos;

M : número total de tuberías en la red.

La ecuación (2.195) puede ser escrita de una forma más compacta como:

$$\mathbf{H} = \hat{\mathbf{H}} + \hat{\mathbf{B}}\mathbf{X} \quad (2.200)$$

siendo:

$$\hat{\mathbf{B}} = [\mathbf{A}:\mathbf{B}:\mathbf{E}]$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{D} \\ \mathbf{C} \\ \mathbf{H}_0 \end{bmatrix}$$

Si bien en las aplicaciones prácticas, el número de nudos y tramos de una red de distribución de agua puede ser muy grande, lo que implica que las matrices \mathbf{J} y \mathbf{J}_c sean también muy grandes, la inversa de la matriz Jacobiana \mathbf{J} se puede obtener de una simulación determinista de la red, usando los valores esperados de las demandas, niveles de los tanques/depósitos y coeficientes de rugosidad, por lo que $\hat{\mathbf{B}}$ se puede obtener con poco esfuerzo computacional.

En el caso que las demandas nodales, los niveles de los depósitos y los coeficientes de rugosidad sean variables distribuidas normalmente (hipótesis (1)), las alturas nodales también siguen una distribución normal, por lo que sólo es necesario obtener la media y la varianza para tener definida su distribución de probabilidad. El valor medio de las alturas nodales puede obtenerse de la solución determinista, mientras que la varianza se puede estimar mediante:

$$\sigma_{H_i}^2 = \sum_{j=1}^{N+M+NF} \sum_{k=1}^{N+M+NF} \hat{b}_{ij} \hat{b}_{ik} Cov(x_j, x_k) \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2.201)$$

siendo:

$Cov(x_j, x_k)$: covarianza entre las variables aleatorias x_j y x_k ;

b_{ij} : elemento de la matriz $\hat{\mathbf{B}}$.

Para variables aleatorias estadísticamente independientes, la ecuación (2.201) se transforma en:

$$\sigma_{H_i}^2 = \sum_{j=1}^{N+M+NF} \hat{b}_{ij}^2 \sigma_{x_j}^2 \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2.202)$$

siendo:

$\sigma_{x_j}^2$: varianza de la variables aleatorias x_j .

Hay que indicar, no obstante, que si bien la hipótesis de independencia entre variables aleatorias es razonable para los coeficientes de rugosidad, puede no ser válida para las demandas nodales, ya que las demandas en una misma área pueden estar correlacionadas, debido a que aumenten ó disminuyan por las mismas causas (por ejemplo, el tiempo atmosférico).

La distribución de las alturas nodales definidas por esas media y varianza se puede utilizar para estimar la fiabilidad de suministro a cada nudo de consumo.

Con anterioridad a utilizar el modelo lineal en el análisis de fiabilidad, éste es validado mediante una simulación Monte Carlo, empleando el modelo exacto no lineal. El número de ensayos realizados en la simulación Monte Carlo fue de 5.000, de forma que cualquier desviación de la distribución de las alturas se puede interpretar que proviene del proceso de linealización. La red utilizada para realizar este análisis fue el sistema de 15 nudos de Lansley y Basnet (1991), según se muestra en la Figura 2.27. La ecuación utilizada para determinar las pérdidas de carga en las tuberías fue la de Hazen-Williams.

Se calcularon las funciones de densidad de las alturas nodales para todos los nudos de demanda, utilizando tanto el modelo hidráulico no lineal a partir de la simulación Monte Carlo, como el modelo probabilístico lineal, observándose que la precisión del modelo lineal es muy buena para situaciones que comprendan una pequeña variabilidad en las demandas nodales, niveles de los depósitos y coeficientes de rugosidad, pero se deteriora a medida que la variabilidad aumenta. El deterioro es significativo en las colas de las distribuciones para las situaciones en las que existe gran variabilidad en las demandas nodales y coeficientes de rugosidad. Este problema no es importante para los coeficientes de rugosidad, ya que las variaciones de estos coeficientes son normalmente pequeñas, siendo su coeficiente de variación inferior a 0,1. Por el contrario, la magnitud de la variación de las demandas nodales puede ser bastante grande, dependiendo de las características de la demanda. Para evitar este problema, las demandas son divididas en niveles de demanda, cada uno con una probabilidad de ocurrencia.

Evaluación de la fiabilidad En este trabajo, la definición de un fallo desde un punto de vista cuantitativo está basado en una inadecuada presión; es decir, se considera que ocurre un fallo si la presión en un nudo de demanda cae por debajo

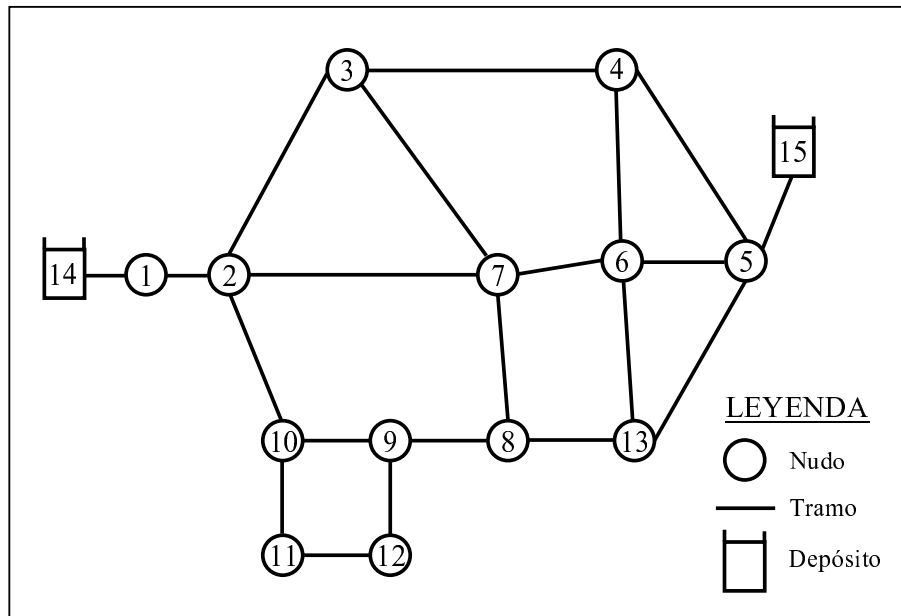


Figura 2.27.- Esquema de la red ejemplo

de un valor mínimo especificado. La fiabilidad nodal es por tanto definida como “la probabilidad que un nudo determinado reciba su caudal requerido a una presión igual ó superior al mínimo especificado.”

La función matemática utilizada para estimar la probabilidad que la presión de entrega en el nudo i caiga por debajo del mínimo especificado H_i^m es dada por:

$$\text{Prob}[\text{fallo del nudo}] = P(H_i < H_i^m) = 1 - \Phi(\beta) \quad (2.203)$$

siendo:

$\Phi(\cdot)$: función de distribución normal estándar.

$$\beta = \frac{\bar{H}_i - H_i^m}{\sigma_i} \quad (2.204)$$

La fiabilidad nodal R_i para el nudo i se obtiene por tanto mediante:

$$R_i = 1,0 - P(H_i < H_i^m) = \Phi(\beta) \quad (2.205)$$

La definición indicada de fiabilidad asume que la configuración de la red es fija; sin embargo, la configuración de la red puede cambiar debido a fallos aleatorios que ocurren en determinados elementos, ó debido al mantenimiento programado de los componentes. Tales cambios producen reducción en la capacidad hidráulica del sistema, que causan que el modelo lineal para la configuración de funcionamiento normal no sea adecuado para la red modificada. Por lo tanto, las distribuciones de

probabilidad de las alturas nodales y la fiabilidad nodal asociada deben ser determinadas para cada configuración de la red.

La probabilidad de ocurrencia de una configuración de red determinada en un nivel de demanda determinado puede ser calculado mediante:

$$P_k^l = PD_l \times P_k \quad (2.206)$$

en donde:

$$P_k = \prod_{\{i,j\} \in \bar{K}_1} p_{ij} \prod_{\{i,j\} \in \bar{K}_2} q_{ij} \quad (2.207)$$

siendo:

P_l^k : probabilidad que el sistema esté en la configuración k , bajo el nivel de demanda l ;

PD_l : probabilidad que ocurra el nivel de demanda l ;

P_k : probabilidad que el sistema esté en la configuración k ;

$\{i, j\}$: componente que conecta el nudo i y el nudo j ;

p_{ij} : probabilidad de disponibilidad del componente que conecta el nudo i al nudo j ;

q_{ij} : probabilidad de indisponibilidad del componente que conecta el nudo i al nudo j ($=1,0 - p_{ij}$);

\bar{K}_1 : conjunto de componentes en un estado operativo;

\bar{K}_2 : conjunto de componentes en un estado fallido;

La probabilidad de que el sistema esté en una configuración normal, es decir, donde no hay ningún componente fuera de servicio será:

$$P_0 = \prod_{\{i,j\} \in \Omega} p_{ij} \quad (2.208)$$

siendo:

Ω : conjunto de todos los componentes dentro del sistema.

Las probabilidades de disponibilidad e indisponibilidad pueden ser obtenidas a partir de datos históricos de fallos de componentes, utilizando las ecuaciones de estado estacionario (2.191) y (2.192).

Puesto que la probabilidad de que se produzcan dos ó más fallos simultáneamente es normalmente muy baja, tan sólo se considera la posibilidad de que se produzca el fallo de un componente, por lo que en un sistema con M componentes, el número de estados considerados para cada categoría de demanda queda reducido a $M + 1$. De esta forma, si L es el número total de categorías de demanda, será necesario realizar $L \times (M + 1)$ simulaciones. La probabilidad global de fallo de suministro en un nudo determinado puede por tanto ser obtenida mediante:

$$PT_i = \frac{\sum_{l=1}^L PD_l \sum_{k=0}^M P_k \cdot P_l^k(H_i < H_i^m)}{\sum_{l=1}^L \sum_{k=0}^M P_k^l} \quad (2.209)$$

siendo:

$P_l^k(H_i < H_i^m)$: probabilidad que el sistema falle en proporcionar un suministro adecuado al nudo i bajo una configuración de la red k , y una categoría de demanda l .

La probabilidad nodal R_i^* se obtiene de esta forma mediante:

$$R_i^* = 1.0 - PT_i \quad (2.210)$$

La fiabilidad del sistema R_s^* se define heurísticamente de acuerdo con Bao y Mays (1990):

$$R_s^* = \sum_{i=1}^{NL} w_i \cdot R_i^* \quad (2.211)$$

siendo:

w_i : factor de ponderación para el nudo i , definido por el analista de la red.

Si todos los nudos tienen el mismo peso, entonces $w_i = 1/NL$, por lo que la fiabilidad del sistema es la media aritmética de las fiabilidades nodales. Otra posibilidad es definir los factores de ponderación en términos de la relación entre la demanda en el nudo y la demanda total, con objeto de reconocer la importante contribución que tienen los nudos con altas demandas, sobre la fiabilidad global.

El análisis realizado puede extenderse para tener en cuenta el trabajo de Wagner *et al.* (1988a), según el cual, el suministro a un nudo se clasifica en tres modos: suministro normal, suministro reducido, y no suministro. La probabilidad de no suministro en un nudo determinado puede ser calculada utilizando la ecuación (2.209), ya que el suministro a una presión por debajo de un valor determinado, representa una situación de no suministro. La probabilidad de que el suministro a un nudo esté en modo reducido puede calcularse modificando (2.209):

$$PR_i = \frac{\sum_{l=1}^L PD_l \sum_{k=0}^M P_k \cdot P_l^k(H_i^c < H_i < H_i^s)}{\sum_{l=1}^L \sum_{k=0}^M P_k^l} \quad (2.212)$$

siendo:

PR_i : probabilidad que el nudo i esté en un modo de suministro reducido;

H_i^c : altura nodal por debajo de la cual no es posible el suministro;

H_i^s : altura nodal por encima de la cual se produce el suministro completo.

Con objeto de examinar los efectos de los cambios de las distribuciones de probabilidad de las demandas nodales, niveles de los depósitos y capacidades de las tuberías sobre la fiabilidad, se realizó una serie de análisis de sensibilidad. Para ello, se utilizó la misma red de ejemplo que en el estudio Monte Carlo, considerando una configuración del sistema normal (todos los elementos están operativos), y se modificaron los coeficientes de variación de la rugosidad de las tuberías, niveles de depósitos y demandas nodales. El resultado obtenido muestra que la fiabilidad, tanto de los nudos como del sistema, disminuye a medida que aumentan los coeficientes de variación de las demandas, niveles de depósitos ó rugosidades de las tuberías. Este resultado está de acuerdo con la observación de Bao y Mays (1990) de que, ignorar las incertidumbres en las demandas nodales y la capacidad de las tuberías, puede producir una sobreestimación de las fiabilidades nodales y del sistema. No obstante, se observa que si bien dichas fiabilidades son moderadamente sensibles a la variación de las demandas nodales y de los niveles de los depósitos, son relativamente insensibles a la variación en la rugosidad de las tuberías.

Xu y Goulter (1998) concluyen que el modelo hidráulico probabilista ha sido desarrollado sobre la base de un modelo hidráulico en estado estacionario, habiéndose considerado la dinámica de las demandas nodales y de los niveles de los tanques, de una forma superficial en el modelo de fiabilidad. Sin embargo, los sistemas de distribución de agua son dinámicos, con demandas que varían horariamente, diariamente, estacionalmente y anualmente, pudiendo además existir una correlación entre las demandas y los niveles de los depósitos. Por lo tanto, es necesario el desarrollo de una medida de la fiabilidad del sistema más realista, así como del correspondiente modelo de fiabilidad, que tengan en cuenta estos factores.

Método de Gargano y Pianese (2000) La metodología propuesta tiene en cuenta tanto los fallos debidos a la eliminación del servicio de uno ó más componentes electromecánicos en el sistema, como los que provienen de la variabilidad de la demanda y el vaciado de los tanques de suministro al sistema. La fiabilidad es considerada como la capacidad global del sistema de distribución de agua de suministrar la cantidad de agua requerida por los consumidores, en el caso de condiciones de funcionamiento correctas ó incorrectas de los diversos componentes del sistema. Es medida como la media ponderada de la probabilidad que un índice adimensional, considerado como característico de la capacidad para satisfacer la demanda de los usuarios en una determinada condición operativa, sea mayor que un valor umbral.

Metodología propuesta La metodología propuesta por estos autores consiste en un proceso formado por siete pasos sucesivos, como se aprecia en la Figura 2.28. Este método supone una generalización de los métodos propuestos por otros autores, como Bao y Mays (1990) ó Pianese y Villani (1994), ya que tiene en cuenta

la posibilidad de que sean eliminados uno ó más componentes electromecánicos, así como la variabilidad en el tiempo de la demanda de agua.

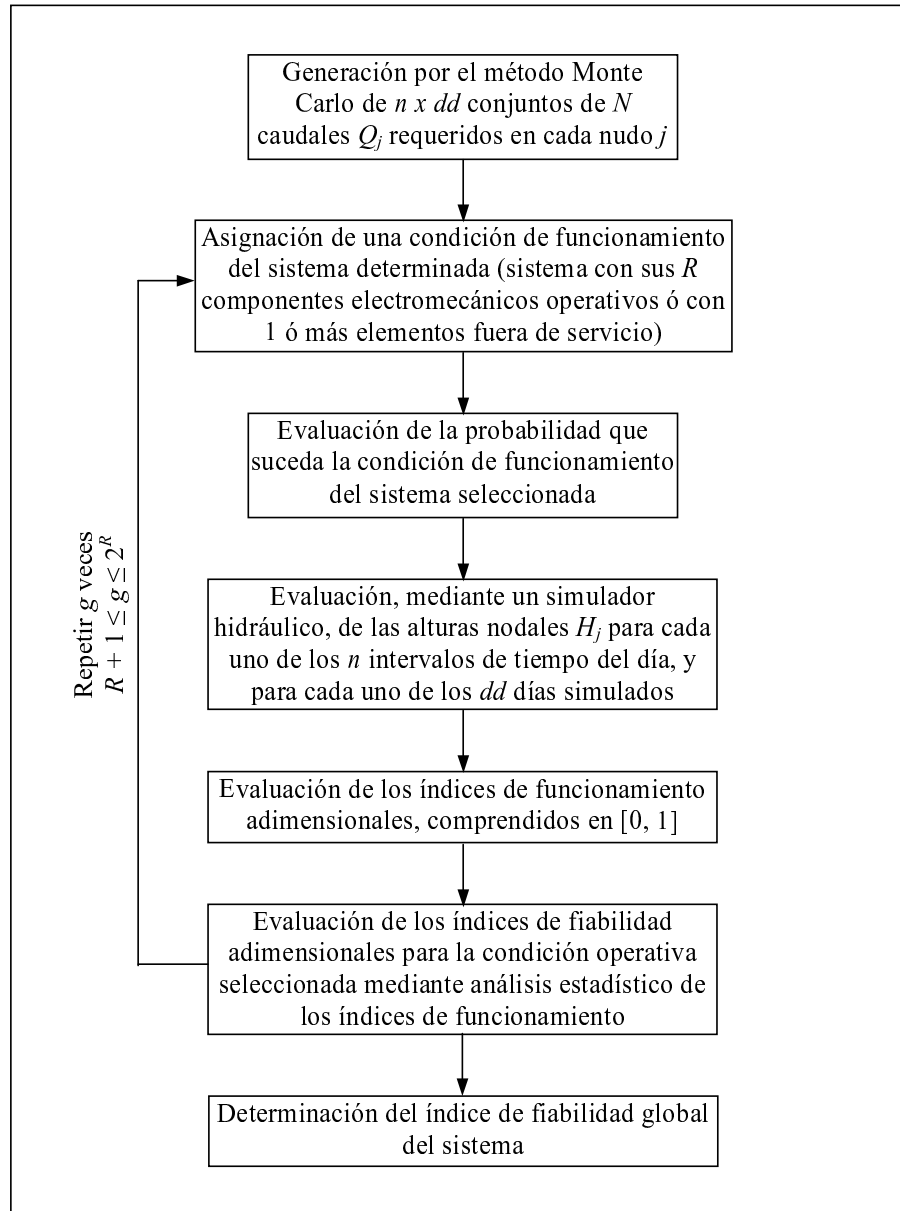


Figura 2.28.- Metodología propuesta por Gargano y Pianese (2000) para evaluar la fiabilidad

El procedimiento comienza con la obtención, mediante un generador Monte Carlo, de los caudales Q_j ($j = 1, 2, \dots, N$) requeridos por los usuarios en cada uno de los N nudos de demanda. El número de conjuntos de N valores de caudal generados es $n \times dd$, donde n representa el número de intervalos de tiempo en los que se

divide el día, y dd es el número de días que se consideran necesarios para el análisis estadístico de los resultados obtenidos mediante simulación.

Para cada uno de los conjuntos de demanda $n \times dd$ generados, se utiliza un simulador hidráulico para evaluar los caudales de las tuberías y las alturas nodales. Este análisis se repite g veces, siendo g el número de condiciones del sistema analizadas.

La relación entre los volúmenes de agua realmente suministrados y la demanda diaria de los usuarios se adopta como un índice de funcionamiento del sistema, en la condición operativa considerada. La probabilidad que sea excedido un valor mínimo, se considera como el índice de fiabilidad hidráulico del sistema (*hydraulic reliability index* ó HRI). Una vez determinados los índices de fiabilidad para cada condición operativa, se evalúa la fiabilidad global del sistema utilizando una media ponderada de los valores HRI obtenidos, siendo los coeficientes de ponderación, la probabilidad que el sistema se encuentre en cada condición operativa.

Puesto que, de acuerdo con otros autores [por ejemplo, Su *et al.* (1987)], la probabilidad que se encuentre fuera de servicio más de un componente en un determinado instante es muy baja, para evaluar la fiabilidad global del sistema será normalmente suficiente considerar sólo las condiciones operativas que comprendan la eliminación de un único componente, además del estado en el que todos los componentes electromecánicos están operativos.

Índice de funcionamiento hidráulico Se define un índice de funcionamiento hidráulico local (*hydraulic performance index* ó HPI), para un día d y un nudo j mediante (Wagner *et al.*, 1988a; Gupta y Bhawe, 1996):

$$HPI_j^d = \frac{\sum_{k=1}^n \alpha_{k,j}^d \cdot Q_{k,j}^d \cdot \Delta t}{\sum_{k=1}^n Q_{k,j}^d \cdot \Delta t} \quad (2.213)$$

siendo:

n : número de intervalos en los que está dividido el día;

k : intervalo genérico del día ($k = 1, 2, \dots, n$);

Δt : intervalo de tiempo para el que el caudal se considera constante;

$Q_{k,j}^d$: demanda de caudal en el nudo j durante el intervalo k del día d ;

$\alpha_{k,j}^d$: coeficiente de disponibilidad de altura piezométrica para el nudo j en el intervalo de tiempo k del día d , definido según las siguientes expresiones:

$$\alpha_{k,j}^d = \begin{cases} 1 & \text{si } H_{k,j}^d > \bar{H}_j \\ \left(\frac{H_{k,j}^d - \underline{H}_j}{\bar{H}_j - \underline{H}_j} \right)^{1/2} & \text{si } \bar{H}_j \geq H_{k,j}^d \geq \underline{H}_j \\ 0 & \text{si } \underline{H}_j > H_{k,j}^d \end{cases} \quad (2.214)$$

siendo:

$H_{k,j}^d$: altura en el nudo j durante el intervalo k del día d ;

\bar{H}_j : altura mínima necesaria para satisfacer completamente la demanda en el nudo j ;

\underline{H}_j : elevación del usuario en el lugar más bajo de todos los servidos por el nudo j .

El índice global de funcionamiento HPI_{net}^d correspondiente al día d se obtiene calculando una media ponderada de los valores HPI_j^d :

$$HPI_{net}^d = \sum_{j=1}^N HPI_j^d \cdot \frac{\hat{Q}_j}{\sum_{j=1}^N \hat{Q}_j} \quad (2.215)$$

siendo:

N : número total de nudos del sistema;

\hat{Q}_j : caudal medio diario requerido por los usuarios situados en el nudo j .

Índice de fiabilidad hidráulica El índice de fiabilidad hidráulica (HRI) es considerado como la probabilidad que el HPI supere un determinado valor, pudiendo ser calculado mediante:

$$HRI = P[HPI > hpi^*] = 1 - F_{HPI}(hpi^*) \quad (2.216)$$

siendo:

hpi^* : valor mínimo, asignado de acuerdo con la experiencia profesional, teniendo en cuenta el contexto socioeconómico;

$F_{HPI}(hpi^*)$: función de distribución de la variable HPI .

La ecuación (2.216) puede ser aplicada tanto para evaluar el HRI de todo el sistema de distribución, como el de los nudos individuales. Es conveniente diferenciar entre los valores umbrales que se refieren a todo el sistema de distribución hpi_{net}^* , de los correspondientes a los nudos individuales hpi_j^* , teniendo cuidado en asegurar que $hpi_{net}^* > hpi_j^*$, $\forall j$, con objeto de evitar que bajos valores de HPI_j en determinados nudos, queden compensados por valores mayores de los nudos mejor servidos.

Índice de fiabilidad global El índice de fiabilidad global (*overall reliability index* u *ORI*) sirve para representar todas las posibles condiciones operativas del sistema, siendo calculado como una media ponderada de los valores *HRI* correspondientes a cada condición. Los coeficientes de ponderación se obtienen como la probabilidad de que el sistema esté en una determinada condición operativa.

Para ello, en primer lugar se determinan las disponibilidades A_i y las indisponibilidades U_i para cada uno de los i componentes electromecánicos, de acuerdo con las ecuaciones (2.191) y (2.192). Debe recordarse que la disponibilidad de un componente es la probabilidad que se encuentre operativo en un instante determinado, mientras que la indisponibilidad es la probabilidad que el componente no esté operativo. Para todo el sistema, la probabilidad A_{tot} que el sistema esté completamente operativo en todos sus componentes puede ser calculada mediante:

$$\begin{aligned} A_{tot} &= 1 - \left[\sum_{i=1}^R U_i - \sum_{i=1}^{R-1} \sum_{l=i+1}^R U_i U_l + \sum_{i=1}^{R-2} \sum_{l=i+1}^{R-1} \sum_{m=l+1}^R U_i U_l U_m - \dots \right] \\ &= \prod_{i=1}^R A_i \end{aligned} \quad (2.217)$$

siendo:

R : número total de componentes electromecánicos.

El coeficiente de ponderación para un sistema completamente operativo vendrá dado por la probabilidad A_{tot} calculada mediante (2.217). Por otra parte, el coeficiente de ponderación correspondiente al valor de *HRI* calculado en el supuesto de un único fallo en el tramo i viene dado por:

$$u_i = U_i \cdot A_1 \cdot \dots \cdot A_z \cdot \dots \cdot A_R = A_{tot} \cdot \frac{U_i}{A_i}, \quad z \neq i \quad (2.218)$$

De una forma genérica, para obtener los coeficientes de ponderación $\{u_{il}, u_{ilm}, \dots\}$ correspondientes al caso de fallo simultáneo de dos, tres ó más componentes, será necesario sustituir en la ecuación (2.218), los términos A de los componentes que fallan, por sus correspondientes términos U .

El índice de fiabilidad global para un determinado nudo j , considerando todas las combinaciones de fallos, se puede determinar mediante:

$$\begin{aligned}
 ORI_j &= HRI_j^{(0)} \cdot A_{tot} + \sum_{i=1}^R HRI_j^{(i)} \cdot u_i + \sum_{i=1}^{R-1} \sum_{l=i+1}^R HRI_j^{(il)} \cdot u_{il} \\
 &\quad + \sum_{i=1}^{R-2} \sum_{l=i+1}^{R-1} \sum_{m=l+1}^R HRI_j^{(ilm)} \cdot u_{ilm} + \dots \\
 &= HRI_j^{(0)} \cdot A_{tot} \cdot \left[1 + \sum_{i=1}^R \frac{HRI_j^{(i)} U_i}{HRI_j^{(0)} A_i} \right. \\
 &\quad + \sum_{i=1}^{R-1} \sum_{l=i+1}^R \frac{HRI_j^{(il)} U_i U_l}{HRI_j^{(0)} A_i A_l} + \\
 &\quad \left. + \sum_{i=1}^{R-2} \sum_{l=i+1}^{R-1} \sum_{m=l+1}^R \frac{HRI_j^{(ilm)} U_i U_l U_m}{HRI_j^{(0)} A_i A_l A_m} + \dots \right] \tag{2.219}
 \end{aligned}$$

siendo:

$HRI_j^{(0)}$: valor de HRI correspondiente al nudo j , cuando todos los componentes electromecánicos están operativos;

$HRI_j^{(i)}$: valor de HRI correspondiente al nudo j , cuando únicamente se elimina del servicio el componente i , y el resto está en funcionamiento;

$HRI_j^{(il)}$: valor de HRI correspondiente al nudo j , cuando únicamente se eliminan los componentes i y l , y el resto está en funcionamiento (así sucesivamente).

De una forma más concisa, la ecuación (2.219) se puede escribir como:

$$ORI_j = HRI_j^{(0)} \cdot A_{tot} \cdot \left[1 + \sum_{i=1}^R \frac{HRI_j^{(i)} U_i}{HRI_j^{(0)} A_i} + \Delta \right] \tag{2.220}$$

El término Δ representa la contribución de las condiciones operativas en las que se produce el fallo de más de un componente. Teniendo en cuenta los valores generalmente adoptados para las tasas de fallo de los componentes electromecánicos [O'Day (1982), Walski y Pelliccia (1982)], este término resulta despreciable, incluso para grandes sistemas de distribución. Por otra parte, esta simplificación contribuye a reducir el esfuerzo computacional. Con respecto a esta hipótesis, la ecuación (2.219) resulta:

$$ORI_j \cong HRI_j^{(0)} \cdot A_{tot} + \sum_{i=1}^R HRI_j^{(i)} \cdot u_i = HRI_j^{(0)} \cdot A_{tot} \cdot \left[1 + \sum_{i=1}^R \frac{HRI_j^{(i)} U_i}{HRI_j^{(0)} A_i} \right] \tag{2.221}$$

Aplicando el mismo razonamiento previo, el índice de fiabilidad global para todo el sistema puede obtenerse mediante:

$$ORI_{net} \cong HRI_{net}^{(0)} \cdot A_{tot} + \sum_{i=1}^R HRI_{net}^{(i)} \cdot u_i = HRI_{net}^{(0)} \cdot A_{tot} \cdot \left[1 + \sum_{i=1}^R \frac{HRI_{net}^{(i)} U_i}{HRI_{net}^{(0)} A_i} \right] \quad (2.222)$$

Modelo de demanda Puesto que la demanda varía aleatoriamente en el tiempo y en el espacio, se considera necesario un método probabilístico que permita estudiar el sistema de distribución para diferentes condiciones de carga. Un proceso estocástico que relacione el caudal con el tiempo debe identificar los 4 componentes típicos de una serie histórica:

1. la tendencia que describe la evolución de la demanda durante varios años;
2. el componente estacional debido a la oscilación de la demanda durante el año;
3. el componente cíclico, que está representado por la variación del caudal a lo largo de 1 semana ó 1 día;
4. el componente aleatorio, con media cero y varianza constante, en donde los términos individuales no están correlacionados.

En el estudio realizado, tan sólo se consideran el ciclo diario y los componentes aleatorios, despreciando los componentes interanuales, estacionales y semanales. La variación diaria de la demanda se asume la misma para todos los nudos, y está caracterizada por un pico por la mañana y dos picos menores por la tarde y noche.

Siendo k ($k = 1, 2, \dots, n$) uno de los intervalos en que está dividido el día, la relación entre el volumen de agua $V_{k,j}$ requerido por los usuarios en el intervalo de tiempo k en el nudo j , y el volumen diario promedio requerido, $E[\sum_{k=1}^n V_{k,j}/n]$, representa el coeficiente de demanda para el intervalo de tiempo k y el nudo j :

$$DC_{k,j} = \frac{V_{k,j}}{E \left[\sum_{k=1}^n V_{k,j}/n \right]} = \frac{Q_{k,j} \Delta t}{E \left[\sum_{k=1}^n Q_{k,j} \Delta t/n \right]} = \frac{Q_{k,j}}{E \left[\sum_{k=1}^n Q_{k,j}/n \right]} \quad (2.223)$$

En la Figura 2.29 se representa la variación del coeficiente de demanda a lo largo del día, para una población de referencia de 5000 usuarios equivalentes.

El valor máximo DC_j^* entre los valores $DC_{k,j}$ representa el coeficiente de demanda punta para el nudo j . Para determinar dicho coeficiente punta se puede utilizar la expresión de Babbitt (1928):

$$DC^* = 5 \cdot \left(\frac{P}{1.000} \right)^{-0,2} \cong 20 \cdot P^{-0,2} \quad (2.224)$$

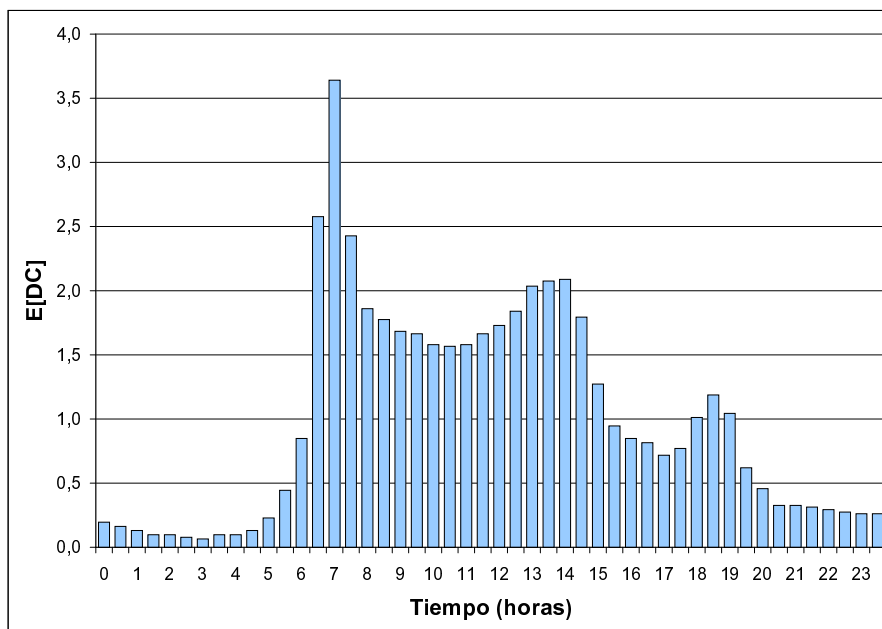


Figura 2.29.- Coeficiente de demanda para una población de 5000 usuarios

siendo:

P: población servida, expresada como el número de usuarios equivalentes.

Considerando que DC^* es una variable aleatoria, se asumen además las siguientes hipótesis:

- El valor de DC^* en la parte izquierda de la ecuación (2.224) representa la inversa del logaritmo de la media condicional $E[\log DC^* | P = p]$.
- La función de distribución del coeficiente punta DC^* sigue una distribución log-normal.
- La varianza de $\log DC^*$ es constante, y por lo tanto, independiente de P .

De acuerdo con las hipótesis indicadas, el valor de DC^* que corresponde a un determinado valor $F = F_{DC^*}(dc^*)$ de la función de distribución, se puede calcular mediante:

$$DC_F^* = 10^{\mu_{\log DC^*} + u_F \sigma_{\log DC^*}} \quad (2.225)$$

siendo:

$F = P[\log(DC^*) \leq \log(dc^*)] = P[DC^* \leq dc^*]$: probabilidad que la variable DC^* no exceda el valor dc^* ;

$\mu_{\log DC^*}$ y $\sigma_{\log DC^*}$ son la media y la desviación estándar de los logaritmos del coeficiente punta, respectivamente;

u_F : variable aleatoria normal estándar.

Los valores medios de $DC_{k,j}$ se obtuvieron nudo a nudo, e intervalo a intervalo de tiempo, según el siguiente procedimiento:

1. El valor medio del coeficiente punta relativo al nudo j se obtuvo mediante la ecuación:

$$E[DC_j^*] = E[DC_{referencia}^*] \cdot \left(\frac{P_j}{P_{referencia}} \right)^{-0,20} \quad (2.226)$$

2. Para cada nudo j , los valores de $E[DC_{k,j}]$ se calcularon mediante la expresión de proporcionalidad:

$$\frac{E[DC_{k,j}] - 1}{E[DC_{k,referencia}] - 1} = \frac{E[DC_j^*] - 1}{E[DC_{referencia}^*] - 1} \quad (2.227)$$

3. Las distribuciones $E[DC_{k,j}] = E[DC_{k,j}(k, j)]$ así obtenidas, fueron modificadas ligeramente de forma que durante los momentos de mayor demanda global, se cumpliera la ecuación (2.224), referida a todos los usuarios servidos por el sistema.

Si se considera, de forma similar a las hipótesis realizadas con respecto a los coeficientes DC_j^* , que los coeficientes $DC_{k,j}$ son también variables aleatorias con una distribución log-normal, resulta:

$$(DC_{k,j})_F = 10^{\mu_{\log DC_{k,j}} + u_F \sigma_{\log DC_{k,j}}} \quad (2.228)$$

Los valores de $\mu_{\log DC_{k,j}} = E[\log DC_{k,j}]$ se pueden obtener a partir de los valores de $E[DC_{k,j}]$ por medio de la ecuación:

$$E[\log DC_{k,j}] = \log(E[DC_{k,j}]) - \frac{1}{2} \log(1 + COV^2[DC_{k,j}]) \quad (2.229)$$

Asimismo, los valores de $\sigma_{\log DC_{k,j}}$ dependen del coeficiente de variación $COV[DC_{k,j}]$ de acuerdo con:

$$\sigma_{\log DC_{k,j}} = \sqrt{var[\log DC_{k,j}]} = \left[\frac{\log(1 + COV^2[DC_{k,j}])}{\ln 10} \right]^{1/2} \quad (2.230)$$

Por lo tanto, para obtener los valores de $DC_{k,j}$ para cada nudo, se puede emplear la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} (DC_{k,j})_F = & 10 \cdot \exp\left(\log E[DC_{k,j}] - \frac{1}{2} \log(1 + COV^2[DC_{k,j}]) + \right. \\ & \left. + u_F \left[\frac{\log(1 + COV^2[DC_{k,j}])}{\ln 10} \right]^{1/2} \right) \end{aligned} \quad (2.231)$$

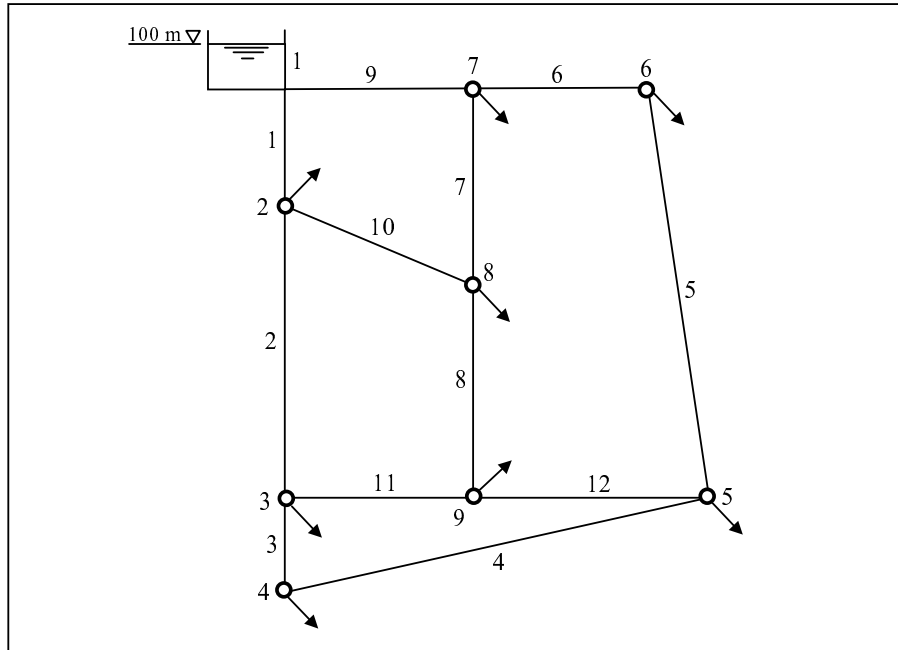


Figura 2.30.- Representación esquemática del sistema de distribución analizado

De esta manera, para obtener muestras de datos aleatorias, es suficiente con conocer los valores de $E[DC_{k,j}]$ y del coeficiente de variación $COV[DC_{k,j}]$.

Aplicación de la metodología a un caso de estudio Se aplicó el método propuesto para analizar la fiabilidad de la red mostrada en la Figura 2.30. Los únicos componentes electromecánicos considerados son las $R = 12$ tuberías que constituyen la red de distribución.

Con objeto de determinar los valores del tiempo medio hasta el fallo correspondiente a cada componente, $MTTF_i$, se requiere una estimación de la tasa de roturas b_D (roturas/Km·año), para lo que se utiliza la ecuación de regresión obtenida en (Su *et al.*, 1987):

$$b_D = \frac{16.192,194}{D^{3,26}} + \frac{118,015}{D^{1,3131}} + \frac{183.558,095}{D^{3,5792}} + 0,0261 \quad (2.232)$$

siendo:

D : diámetro de la tubería expresado en mm.

Por lo tanto, para una tubería de longitud L_i (expresada en Km), resultará un $MTTF_i$ (en días):

$$MTTF_i = 365 \cdot \frac{1}{b_{D_i} \cdot L_i} \quad (2.233)$$

Con respecto al tiempo medio hasta la reparación, $MTTR_i$, si bien aumenta con el diámetro de la tubería (Walski y Pelliccia, 1982), con objeto de simplificar, se ha adoptado un valor constante e igual a 1 día.

La evaluación de los valores HRI s supone la generación inicial de una muestra de datos de los caudales requeridos por los usuarios en cada nudo, durante un período de 24 horas. Se consideró una muestra formada por los caudales correspondientes a 250 días diferentes, con objeto que fuera representativa desde un punto de vista estadístico. Para la determinación de los coeficientes de modulación, los valores $E[DC_{k,j}]$ se obtuvieron a partir de la Figura 2.29, y se adoptó un valor $COV[DC_{k,j}] = 0,3$.

Los índices de fiabilidad HRI s fueron evaluados únicamente para el caso en el que todos los componentes están en funcionamiento, y para los casos en los que sólo falla un componente. Los valores umbrales adoptados fueron $hpi_{net}^* = 0,95$ para todo el sistema, y $hpi_j^* = 0,90$ para los nudos individuales.

Los resultados obtenidos muestran que la fiabilidad del sistema disminuye significativamente cuando se produce el fallo del tramo 1, mientras que sólo hay una ligera disminución cuando falla el tramo 4. Por otra parte, el fallo de un componente puede incrementar la fiabilidad en algunos nudos, en comparación al caso en el que todos los componentes están operativos, como consecuencia del nuevo reparto de caudales que se origina al fallar el componente. Finalmente, se observa que existen pequeñas diferencias entre los valores de HRI^0 y los de ORI , tanto en el caso de los nudos individuales como en el caso del sistema, lo que significa que la fiabilidad mecánica desempeña un papel despreciable en la fiabilidad global del sistema.

Gargano y Pianese (2000) concluyen que a pesar de algunos desarrollos recientes, se encuentran serias dificultades en disponer de modelos de demanda que sean capaces de tener en cuenta la variación estocástica de la demanda de agua, tanto a nivel temporal como espacial, no suponiendo el modelo utilizado por estos autores una solución del problema, sino tan sólo una aproximación que proporcione una tendencia realista.

2.7 Conclusiones

El análisis de las redes de abastecimiento de agua se realiza generalmente mediante el empleo de modelos matemáticos. Dichos modelos constituyen una representación simplificada de la realidad, quedando el sistema definido mediante un conjunto de líneas y nudos. Debido a las simplificaciones que conlleva cualquier modelo, el resultado que se obtenga del mismo vendrá afectado por un cierto error, por lo que el grado de detalle del modelo dependerá de la aplicación a la que vaya a destinarse.

Si bien inicialmente los modelos se utilizaron únicamente para estudiar el comportamiento del sistema con respecto a las variables hidráulicas que lo caracterizan, la creciente conciencia de que el suministro de agua debe reunir una serie de condiciones de calidad, ha llevado al desarrollo de modelos de calidad, en donde se evalúan variables tales como la concentración de una sustancia transportada por el agua (sea conservativa ó no conservativa), el tiempo de residencia del agua en la red, ó el porcentaje de agua que procede de una determinada fuente de suministro. Los modelos de calidad precisan, como paso previo para la evaluación de las variables de calidad, que se hayan determinado las variables hidráulicas mediante un modelo hidráulico. En el caso de los modelos de calidad, generalmente es necesario un grado de detalle mayor que en los modelos hidráulicos, ya que las pequeñas tuberías con largos tiempos de retención pueden afectar negativamente a la calidad del agua.

Además de los modelos para simular la calidad del agua a lo largo de la red de abastecimiento, se han formulado modelos para analizar la evolución de la calidad del agua en el interior de los tanques ó depósitos del sistema. En el presente Capítulo se han desarrollado los modelos de sistemas, en los que el depósito es concebido como una caja negra, constituido por uno ó más compartimientos. Si bien el modelo más simple es el de un único compartimiento en el que el agua se encuentra completamente mezclada, se han propuesto modelos con un mayor número de compartimientos, para tener en cuenta tanto el cortocircuito de agua en el depósito, como las zonas de estancamiento. Aunque la formulación de los modelos de sistemas es consistente, la definición de los parámetros que definen un determinado depósito (volumen de los compartimientos que tienen un volumen fijo, y caudal intercambiado entre compartimientos) debe realizarse en cada caso de forma empírica, mediante un proceso de ensayo y error, siendo éste uno de sus principales inconvenientes.

Una etapa clave en la formulación de un modelo matemático es la calibración del modelo, mediante la cual se pretende que los resultados que proporciona el modelo se ajusten a las mediciones realizadas en el sistema. Los parámetros que tienen una mayor incertidumbre en un modelo son las rugosidades de las tuberías, y las demandas asignadas a los nudos de consumo, siendo estas variables las que normalmente se ven modificadas como consecuencia del proceso de calibración. No obstante, tal como se ha desarrollado en el presente Capítulo, la sensibilidad de una red frente a variaciones de las demandas es mucho mayor que frente a variaciones de las rugosidades, por lo que va a ser muy importante un conocimiento suficientemente preciso de las demandas. Por desgracia, esto no suele ocurrir en la práctica, ya que las demandas se obtienen a partir de las facturaciones periódicas de los abonados al servicio, repartiéndose los volúmenes facturados, tanto a nivel espacial, entre los diferentes nudos de consumo, como a nivel temporal, utilizando alguna curva de modulación estándar.

Entre las numerosas aplicaciones que tienen los modelos matemáticos, han sido seleccionadas dos de ellas, el control de las fugas de agua, y el análisis de la fiabi-

lidad de las redes. Con objeto de estimar las fugas que se producen en un sistema de abastecimiento, se han presentado tres formulaciones diferentes. Por un lado, la medición de caudales nocturnos, aplicada de forma extensiva en el Reino Unido, mediante la cual se pretenden estimar las fugas por diferencia entre el caudal mínimo nocturno, y el consumo mínimo estimado. Este método tiene su fundamento en el hecho que durante la noche, el mayor componente del caudal inyectado al sistema es debido a las fugas existentes. Otro método consiste en la discriminación de los términos que componen el caudal incontrolado: caudal incontrolado consumido, y caudal de fugas. Para ello, se debe disponer de un modelo de la red perfectamente calibrado, y se debe conocer la curva de modulación de las demandas. Mediante la comparación de la desviación estándar medida del caudal inyectado, y la obtenida para diferentes niveles de fugas, es posible evaluar las fugas de la red. Al realizar un análisis de sensibilidad del método, se comprueba que éste es muy sensible a las curvas de modulación de consumo, mientras que es relativamente insensible a la distribución espacial de las fugas, ó a los niveles de presión de la red. Finalmente, se han analizado los métodos inversos, tanto los métodos en estado estacionario como transitorio. En los métodos inversos se estima el caudal de fugas mediante un proceso de minimización de una función de mérito, que tiene en cuenta las diferencias entre las alturas piezométricas medidas, y las alturas calculadas. Mientras que los métodos en estado estacionario están fuertemente condicionados a que se tenga un conocimiento exacto de los coeficientes de rugosidad, mediante los métodos en estado transitorio es posible realizar simultáneamente una calibración y una estimación de las fugas.

El estudio de la fiabilidad de las redes comporta la consideración de los dos modos posibles de fallos, bien un fallo de funcionamiento ó de demanda, cuando la demanda del sistema es mayor que el valor de diseño, ó bien un fallo mecánico ó de componente, cuando se produce el fallo de componentes individuales del sistema. Los métodos para evaluar la fiabilidad se pueden clasificar en métodos de simulación, cuando la red es analizada bajo un rango de escenarios, formulados de forma individual ó a partir de una serie temporal de sucesos, y los métodos analíticos, en donde se obtiene una solución cerrada para la fiabilidad, a partir de los parámetros que definen las cargas en la red, y de la capacidad de la red para satisfacer esas demandas. En este Capítulo se han desarrollado las formulaciones propuestas por Xu y Goulter (1998) y Gargano y Pianese (2000), ambos correspondientes a los métodos de simulación, en donde se considera que las demandas son variables aleatorias. Xu y Goulter (1998) proponen una metodología en dos etapas que contempla la incertidumbre asociada a las demandas nodales, la capacidad de las tuberías, los niveles de agua en los depósitos, y la disponibilidad de los diferentes componentes del sistema. Admiten que las demandas, niveles y rugosidades son variables aleatorias con una distribución normal. El análisis de sensibilidad realizado pone de manifiesto que la fiabilidad del sistema en general y de los nudos en particular, resulta especialmente sensible a cambios en las demandas nodales y niveles en los depósitos, mientras que es prácticamente ajeno a las rugosidades de las tuberías. Por otra parte, Gargano y

Pianese (2000) describen una metodología alternativa que incluye, como paso previo, la generación de distintas hipótesis de demanda nodal, cada una integrada por 24 valores horarios diferentes. Se parte para ello de una curva de modulación estándar registrada en una población de 5.000 abonados. Aunque mediante el método propuesto es posible generar curvas de modulación diferentes en función del número de abonados, se echa en falta un modelo de demanda que tenga en cuenta la variación estocástica de la demanda de agua.

Capítulo 3

MODELACIÓN ESTOCÁSTICA DE LOS CONSUMOS DE AGUA

3.1 Introducción

El proceso de formular una descripción de los mecanismos de un fenómeno físico, utilizarlo para hacer predicciones, comparar la predicción con la observación, y modificar la descripción donde sea necesario, se denomina genéricamente modelación; y la descripción del mecanismo, si se expresa en términos matemáticos, se denomina modelo matemático.

El desarrollo de modelos matemáticos en el campo de la Ingeniería Hidráulica, de forma similar a lo que ocurre en otros campos, resulta una herramienta fundamental para el estudio del comportamiento de ciertos sistemas físicos.

Dichos modelos permiten sintetizar los datos experimentales observados, y son capaces de predecir la respuesta del sistema a partir de unas determinadas condiciones iniciales. En ocasiones los modelos desarrollados forman parte de otros modelos más complejos.

La elaboración de un modelo supone siempre un compromiso entre el grado de manejabilidad matemática y el grado de representatividad del proceso físico que se quiere alcanzar. A este respecto, es importante que exista una elevada eficiencia en el proceso de estimación de parámetros. La bondad de un modelo se mide en términos de la capacidad del mismo para reproducir estadísticamente los registros observados.

Algunos de estos modelos pueden clasificarse como deterministas, en el sentido que describen los procesos físicos en forma de ecuaciones diferenciales, las cuales, cuando son resueltas sujetas a unas determinadas condiciones iniciales y de contorno, proporcionan predicciones sobre el comportamiento futuro. Dentro de estos modelos deterministas pueden citarse los desarrollados por St Venant y Darcy en el siglo XIX, y por Dooge, Philip y otros en el siglo XX. En algunos casos, modelos que inicialmente tuvieron un carácter determinista, han sido transformados mediante la adopción de metodología estadística, que permita describir las incertidumbres. Tal es el caso de los modelos de precipitación-escorrentía, en donde los parámetros de los modelos son considerados como variables aleatorias.

Dentro de los modelos que utilizan variables aleatorias, podemos diferenciar entre las series temporales y los procesos estocásticos. Las series temporales tratan de describir las características estadísticas de una variable, ó de las relaciones entre dos ó más variables, cuando éstas son observadas a intervalos de tiempo regulares. Por otra parte, los procesos estocásticos pueden ser definidos genéricamente como aquellos expresados en términos de las probabilidades de que las variables aleatorias adopten determinados valores ó estén comprendidas dentro de ciertos rangos. Si bien la distinción entre series temporales y procesos estocásticos resulta útil de cara a la clasificación de los diferentes modelos, no existe en la práctica una clara diferencia entre ambos; a menudo, los procesos estocásticos pueden ser expresados en forma

de series temporales. En ambos casos podemos decir que se trata de modelos matemáticos que representan fenómenos empíricos que obedecen leyes probabilísticas, más que determinísticas.

Se entiende por proceso de conteo ó punteo un proceso estocástico de valores enteros que cuenta el número de ocurrencias ó puntos que aparecen en un intervalo, estando distribuidos estos puntos por un mecanismo estocástico determinado. El proceso de Poisson, principal representante de la familia de procesos de punteo, describe las series de ocurrencias independientes distribuidas en el eje de tiempos mediante algún mecanismo estocástico, y separadas entre sí intervalos distribuidos exponencialmente.

Mediante un modelo de Poisson de pulsos rectangulares (PRPM) puede representarse un proceso de series de ocurrencias, cada una de las cuales tiene asociada una duración e intensidad independientes y aleatorias. Este modelo se ha utilizado en la formulación de modelos de precipitación temporal, habiéndose producido entre los años 1.988 y 1.995, un desarrollo espectacular de los procesos de punteo de pulsos rectangulares. Como se verá en el presente Capítulo, este modelo puede ser también empleado para representar los consumos de agua domésticos, los cuales pueden ser considerados como una sucesión de pulsos rectangulares de duración e intensidad aleatorias.

El principal interés que tiene el modelo que se desarrolla en la presente Tesis se encuentra en que, a diferencia de otros modelos existentes de predicción de la demanda, la escala espacial de nuestro modelo llega hasta el nivel de los consumidores individuales, lo que le permite una mejor descripción de los mecanismos relacionados con el consumo de agua, a la vez que posibilita su uso en cualquier modelo matemático de una red de abastecimiento, sin importar la agregación espacial que se haya adoptado. Por otra parte, puesto que el modelo es capaz de simular los pulsos individuales de consumo que se producen a lo largo del día, es posible también seleccionar la escala temporal que se desee, pudiendo obtenerse tanto caudales punta, adecuados para problemas de diseño, como caudales horarios para simulaciones en período extendido, etc.

En el presente Capítulo se van a exponer los fundamentos teóricos del modelo que se propone, y en posteriores Capítulos se desarrollarán las aplicaciones y extensiones del modelo.

3.2 Conceptos previos de la teoría de probabilidades

En el presente apartado se van a revisar algunos conceptos de la teoría de probabilidades, que se emplearán en los siguientes apartados.

3.2.1 Espacio muestral

El espacio muestral de representación Ω de un fenómeno aleatorio es el espacio de las representaciones de todos los resultados posibles del fenómeno. Un objeto en Ω se denomina un punto muestral, y se representa por ω . Cada punto muestral, por lo tanto, corresponde a un posible resultado de una experiencia del mundo real.

3.2.2 Sucesos

Un suceso es un conjunto de representaciones muestrales. Se dice que ocurre un suceso E si y sólo si el resultado observado del fenómeno aleatorio tiene una representación muestral en Ω .

Por lo tanto, los sucesos son subconjuntos de puntos dentro de Ω . Un suceso puede quedar concisamente definido mediante la expresión:

$$A = \{\omega : \text{ciertas condiciones en } \omega \text{ se satisfacen}\} \quad (3.1)$$

que se lee: “El suceso A es el conjunto de todos los puntos ω que satisfacen ciertas condiciones.”

Aquellos sucesos que consisten en un único punto de Ω se denominan sucesos elementales. Para cualquier suceso A definido en Ω , hay un suceso complementario, A^c , que contiene todos los sucesos elementales no comprendidos en A .

El suceso Ω que contiene todos los sucesos elementales se denomina el suceso cierto, mientras que denominamos por \emptyset al suceso imposible.

Mientras que todos los sucesos son subconjuntos de Ω , existen razones matemáticas por las que no es necesariamente cierto que todos los subconjuntos de Ω sean sucesos; para fines prácticos, puede pensarse en los sucesos como un tipo de subcolección de todos los posibles subconjuntos en Ω . Esta subcolección, a menudo denominada como F , tiene las siguientes propiedades:

1. Si los sucesos A y $B \in F$, entonces $A \cup B \in F$, y $A \cap B \in F$;
2. Si $A \in F$ entonces $A^c \in F$;
3. El conjunto vacío \emptyset pertenece a F

3.2.3 Probabilidad

Una medida de la probabilidad es una asignación de números reales a los sucesos definidos en Ω . La probabilidad de un suceso A se designa por $P[A]$.

La probabilidad asignada a un suceso corresponde al valor al cual esperamos que su frecuencia relativa se establezca en una secuencia infinitamente larga de ensayos independientes.

Considerada como función de sucesos, se supone que $P[\bullet]$ satisface tres axiomas:

Axioma 1 $P[A] \geq 0$ para todo suceso A en Ω .

Axioma 2 $P[\Omega] = 1$ para el suceso cierto Ω .

Axioma 3 Para toda serie de sucesos $E_1, E_2, \dots, E_n, \dots$ que son mutuamente excluyentes (es decir, sucesos que satisfacen la condición que, para dos índices cualquiera j y k , $E_j \cap E_k = \emptyset$),

$$P\left[\bigcup_{n=1}^{\infty} E_n\right] = \sum_{n=1}^{\infty} P[E_n] \quad (3.2)$$

Algunos resultados derivados de estos axiomas son los siguientes:

1. Puesto que los sucesos A y A^c son mutuamente excluyentes:

$$P[A^c] = 1 - P[A] \quad (3.3)$$

Por lo tanto:

- $P[A] \leq 1$
 - $P[\emptyset] = 1 - P[\Omega] = 0$
2. Puesto que el suceso $A \cup B$ se puede descomponer en los sucesos mutuamente excluyentes $A \cap B$, $A^c \cap B$ y $A \cap B^c$:

$$\begin{aligned} P[A \cup B] &= P[A \cap B] + P[A^c \cap B] + P[A \cap B^c] \\ &= P[A \cap B] + P[B] - P[A \cap B] + P[A] - P[A \cap B] \\ &= P[A] + P[B] - P[A \cap B] \end{aligned} \quad (3.4)$$

Más genéricamente:

$$\begin{aligned} P[A_1 \cup A_2 \cup A_3 \dots \cup A_n] &= \sum_i P[A_i] - \sum_{i < j} P[A_i \cap A_j] \\ &\quad + \sum_{i < j < k} P[A_i \cap A_j \cap A_k] - \dots \\ &\quad + (-1)^{n+1} P[A_1 \cap A_2 \dots \cap A_n] \end{aligned} \quad (3.5)$$

La probabilidad condicional $P[A|B]$ del suceso A, dado el suceso B, se define como:

$$\begin{aligned} P[A|B] &= \frac{P[A \cap B]}{P[B]} && \text{si } P[B] > 0 \\ &= \text{no definido} && \text{si } P[B] = 0 \end{aligned} \quad (3.6)$$

El teorema de la probabilidad total establece que, si los sucesos $B_1, B_2, B_3, \dots, B_n$ son una partición del espacio muestral Ω ; es decir, los sucesos B_i son mutuamente excluyentes ($B_i \cap B_j = \emptyset$ para todo $i \neq j$), y su unión es el espacio muestral completo ($B_1 \cup B_2 \cup B_3 \dots \cup B_n = \Omega$), entonces:

$$P[A] = \sum_{i=1}^n P[A|B_i] \cdot P[B_i] \quad (3.7)$$

3.2.4 Variables aleatorias

Una variable aleatoria X es una cantidad con valor real que tiene la propiedad de que para todo conjunto B de números reales existe una probabilidad, representada por $P[X \text{ esté en } B]$, de que X sea miembro de B .

En la teoría de probabilidades, una variable aleatoria se define como una función en un espacio muestral de representación. Es decir, una variable aleatoria es una asociación de un número real con cada punto del espacio muestral. Por lo tanto, $X(\omega)$ puede ser considerada como una función que hace un barrido de Ω en el eje real: dado un punto muestral ω , la función $X(\bullet)$ especifica un número real $X(\omega)$.

Se define la ley de probabilidad de una variable aleatoria X como una función de probabilidad $P[\bullet]$, que coincide con la función de probabilidad $P_X[\bullet]$ de la variable aleatoria X . Para representar una variable aleatoria tan sólo es necesario establecer su ley de probabilidad.

La ley de probabilidad de una variable aleatoria siempre puede especificarse estableciendo la *función de distribución* $F_X(\bullet)$ de la variable aleatoria X , definida para cualquier número real x mediante:

$$F_X(x) = P[X \leq x] \quad (3.8)$$

Se dice que varias variables aleatorias X_1, X_2, \dots, X_n están distribuidas conjuntamente, si están definidas como funciones en el mismo espacio muestral de representación, siendo su función conjunta de distribución:

$$F_{X_1, \dots, X_n}(x_1, \dots, x_n) = P[X_1 \leq x_1, X_2 \leq x_2, \dots, X_n \leq x_n] \quad (3.9)$$

Las variables aleatorias distribuidas conjuntamente X_1, X_2, \dots, X_n son independientes si y sólo si se cumple que para todos los números reales x_1, x_2, \dots, x_n :

$$F_{X_1, \dots, X_n}(x_1, \dots, x_n) = F_{X_1}(x_1) \dots F_{X_n}(x_n) \quad (3.10)$$

Una variable aleatoria X se llama *discreta* si existe una función, llamada función de masa de la probabilidad de X y representada por $p_X(\bullet)$, en función de la cual se puede expresar la función de probabilidad $P_X[\bullet]$ como una suma. Para cualquier conjunto de Borel B :

$$P_X[B] = P[X \text{ esté en } B] = \sum_{\forall x \in B: p_X(x) > 0} p_X(x) \quad (3.11)$$

Por lo tanto, para cualquier número real x se cumple que:

$$p_X(x) = P[X = x] \quad (3.12)$$

Una variable aleatoria X se llama *continua* si existe una función llamada función de densidad de la probabilidad de X y representada por $f_X(\bullet)$, en función de la cual se pueda representar $P_X[\bullet]$ como una integral. Para cualquier conjunto de Borel B :

$$P_X[B] = P[X \text{ esté en } B] = \int_B f_X(x) dx \quad (3.13)$$

Por lo tanto, en todos los números reales x en los que exista la derivada, se cumplirá que:

$$f_X(x) = \frac{d}{dx} F_X(x) \quad (3.14)$$

La *esperanza matemática*, *media* ó momento de orden 1 respecto al origen de una variable aleatoria X , representada por $E[X]$, se define (cuando existe) mediante:

$$E[X] = \sum_{\forall x \in B: p_X(x) > 0} x p_X(x) \quad (3.15)$$

para variables discretas, ó bien:

$$E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x) dx \quad (3.16)$$

para variables continuas.

La *varianza* de X ó momento de segundo orden respecto a la media se define mediante:

$$Var[X] = E[(X - E[X])^2] = E[X^2] - E^2[X] \quad (3.17)$$

La *desviación típica* de X se define mediante:

$$\sigma[X] = \sqrt{Var[X]} \tag{3.18}$$

La *función generatriz de momentos* $\psi_X(\bullet)$ de X se define, para cualquier número real t mediante:

$$\psi_X(t) = E[e^{tX}] \tag{3.19}$$

La *función característica* $\varphi_X(\bullet)$ se define, para cualquier número real u , mediante:

$$\varphi_X[u] = E[e^{iuX}] \tag{3.20}$$

Si bien una variable aleatoria puede no tener una media, varianza, ó función generatriz de momentos finita, siempre posee una función característica, existiendo una correspondencia biunívoca entre las funciones de distribución y las funciones características.

En las Tablas 3.1 y 3.2 se indican algunas leyes de probabilidad de variables discretas y continuas que se presentan con frecuencia.

Tabla 3.1.- *Leyes de probabilidad discretas*

Ley de probabilidad y valores paramétricos	Función de masa de probabilidad $p_X(x)$	Función característica $\varphi_X(u)$	Media $E[X]$	Varianza $Var[X]$
Binomial $n = 1, 2, \dots$ $0 \leq p \leq 1$	$\binom{n}{x} p^x q^{n-x}, \quad x = 0, 1, \dots, n$ 0, en caso contrario	$(pe^{iu} + q)^n$ donde $q = 1-p$	np	npq
Poisson $\lambda > 0$	$e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!}, \quad x = 0, 1, \dots$ 0, en caso contrario	$e^{\lambda(e^{iu} - 1)}$	λ	λ
Geométrica $0 \leq p \leq 1$	$pq^{x-1}, \quad x = 1, 2, \dots$ 0, en caso contrario	$\frac{pe^{iu}}{1 - qe^{iu}}$	$\frac{1}{p}$	$\frac{q}{p^2}$
Binomial negativa $r = 1, 2, \dots$ $0 \leq p \leq 1$	$\binom{r+x-1}{x} p^r q^x, \quad x = 0, 1, \dots$ 0, en caso cont.	$\left(\frac{p}{1 - qe^{iu}}\right)^r$	$\frac{rq}{p}$	$\frac{rq}{p^2}$

Muchas variables aleatorias que se presentan en determinadas situaciones físicas se distribuyen de forma que tienen, al menos aproximadamente, una distribución normal. Una razón para la prevalencia de la distribución normal se encuentra en el *teorema central del límite*, que establece que si X_1, X_2, \dots, X_N es una secuencia de

Tabla 3.2.- Leyes de probabilidad continuas

Ley de probabilidad y valores paramétricos	Función de densidad de probabilidad $f_X(x)$	Función característica $\varphi_X(u)$	Media $E[X]$	Varianza $Var[X]$
Uniforme en el intervalo a, b	$\frac{1}{b-a}$, $a < x < b$ 0, en caso contrario	$\frac{e^{iub} - e^{iua}}{iu(b-a)}$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{(b-a)^2}{12}$
Normal $N(\mu, \sigma^2)$ $-\infty < \mu < \infty$ $\sigma > 0$	$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp[-\frac{1}{2}(\frac{x-\mu}{\sigma})^2]$, $-\infty < x < \infty$	$e^{i\mu u - \frac{1}{2}u^2\sigma^2}$	μ	σ^2
Exponencial $\lambda > 0$	$\lambda e^{-\lambda x}$, $x > 0$ 0, en caso contrario	$\left(1 - \frac{iu}{\lambda}\right)^{-1}$	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$
Gamma $r > 0$ $\lambda > 0$	$\frac{\lambda}{\Gamma(r)} (\lambda x)^{r-1} e^{-\lambda x}$, $x > 0$	$\left(1 - \frac{iu}{\lambda}\right)^{-r}$	$\frac{r}{\lambda}$	$\frac{r}{\lambda^2}$
Weibull β, λ	$\frac{\beta}{\lambda} \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{\beta-1} e^{-(\frac{x}{\lambda})^\beta}$, $x > 0$ 0, en caso contrario		$\lambda \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)$	$\lambda^2 [\Gamma(1 + \frac{2}{\beta}) - \Gamma^2(1 + \frac{1}{\beta})]$
Lognormal μ, σ	$\frac{1}{\sigma x \sqrt{2\pi}} \exp[-\frac{1}{2}(\frac{\ln x - \mu}{\sigma})^2]$, $x > 0$		$e^{(\mu + \frac{\sigma^2}{2})}$	$\sqrt{e^{(2\mu + 2\sigma^2)} - e^{(2\mu + \sigma^2)}}$
χ^2 con n grados de libertad	$\frac{1}{2^{n/2} \Gamma(\frac{n}{2})} x^{(n/2)-1} e^{-x/2}$, $x > 0$ 0, en caso cont.	$(1 - 2iu)^{-n/2}$	n	$2n$
F con m, n grados de libertad	$\frac{\Gamma(\frac{m+n}{2})}{\Gamma(\frac{m}{2})\Gamma(\frac{n}{2})} \left(\frac{m}{n}\right)^{m/2} \frac{x^{(m/2)-1}}{\{1 + \frac{m}{n}x\}^{(m+n)/2}}$, $x > 0$ 0, e.c.c.		$\frac{n}{n-2}$ si $n > 2$	$\frac{2n(m+n-2)}{m(n-2)^2(n-4)}$ si $n > 4$

variables aleatorias independientes, idénticamente distribuidas, con media finita μ y varianza finita no nula σ^2 , entonces la suma $U_N = X_1 + X_2 + \dots + X_N$ tiene una distribución que tiende, cuando $N \rightarrow \infty$, a una normal con media $N\mu$ y varianza $N\sigma^2$.

3.2.5 Hipótesis estadísticas

Para llegar a tomar decisiones, conviene hacer determinados supuestos acerca de las poblaciones que se estudian. Tales supuestos que pueden ser ó no ciertos, se denominan hipótesis estadísticas, y en general se realizan sobre las distribuciones de probabilidad de las poblaciones.

En muchos casos se formulan las hipótesis estadísticas con el único propósito de rechazarlas ó invalidarlas. Tales hipótesis se llaman *hipótesis nulas* y se denotan por H_0 . Cualquier hipótesis que difiera de una hipótesis dada se denomina *hipótesis alternativa*. Una hipótesis alternativa de la hipótesis nula se denota por H_1 .

Si en el supuesto de que una hipótesis determinada es cierta, se encuentra que los resultados observados en una muestra aleatoria difieren marcadamente de aquellos que cabía esperar con la hipótesis y con la variación propia del muestreo, se dice que las diferencias observadas son significativas, y se está en condiciones de rechazar la hipótesis (ó al menos no aceptarla). Los procedimientos que facilitan el decidir si una hipótesis se acepta ó se rechaza, se llaman ensayos de hipótesis ó de significación.

Si se rechaza una hipótesis cuando debería ser aceptada, se dice que se comete un *error del Tipo I*. Si por el contrario, se acepta una hipótesis que debería ser rechazada, se comete un *error del Tipo II*.

La probabilidad máxima con la que en el ensayo de una hipótesis se puede cometer un error del Tipo I se denomina *nivel de significación* del ensayo. Esta probabilidad se denota frecuentemente por α . En la práctica se acostumbra a utilizar niveles de significación del 0,05 ó 0,01. Si por ejemplo, se elige un nivel de significación del 0,05 ó 5% al diseñar un ensayo de hipótesis, entonces hay aproximadamente 5 ocasiones en 100 en que se rechazaría la hipótesis cuando debería ser aceptada; es decir, se está con un 95% de confianza de que se toma la decisión adecuada.

3.2.6 Bondad del ajuste

Cuando se analizan unos determinados datos estadísticos, se debe determinar lo bien que esos datos se ajustan a una supuesta distribución. La bondad del ajuste puede ser examinada estadísticamente, para proporcionar un nivel de significación de que la hipótesis nula (es decir, que los datos se ajustan a la distribución asumida) es rechazada.

Ensayo χ^2 Un ensayo comúnmente utilizado es el χ^2 , puesto que es igualmente aplicable a cualquier distribución, siempre que el número de datos disponible sea suficientemente grande. Para que exista precisión, es conveniente que existan al menos tres clases de datos, ó celdas, con al menos cinco datos en cada celda.

Denominando x_i y E_i a las frecuencias observadas y esperadas para la celda i , respectivamente, una medida de la discrepancia entre ambas frecuencias viene dada por el estadístico:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - E_i)^2}{E_i} \quad (3.21)$$

La distribución muestral de χ^2 se aproxima muy estrechamente a la distribución chi-cuadrado, viniendo determinado el número de grados de libertad ν por:

1. $\nu = n - 1$ si las frecuencias esperadas pueden calcularse sin tener que estimar parámetros poblacionales con los estadísticos muestrales.
2. $\nu = n - 1 - m$ si las frecuencias esperadas sólo pueden calcularse estimando m parámetros de la población, a partir de los estadísticos muestrales.

Las frecuencias esperadas se calculan de acuerdo a una hipótesis H_0 . Si bajo esta hipótesis el valor calculado de χ^2 dado por (3.21) es mayor que algún valor crítico (tal como $\chi_{.95}^2$ ó $\chi_{.99}^2$, que son los valores críticos a los niveles de significación de 0,05 y 0,01 respectivamente), se deduce que las frecuencias observadas difieren significativamente de las esperadas y se rechaza H_0 al nivel de significación correspondiente. En caso contrario, se aceptará, ó al menos no se rechazará.

Test de Kolmogorov-Smirnov Es un ensayo más simple de usar que el χ^2 , y puede dar mejores resultados con un número pequeño de datos. Se utiliza para comparar una función de distribución empírica $\hat{F}(x)$ frente a una supuesta función de distribución continua $F_0(x)$. Las hipótesis nula y alternativa para este test son:

$$H_0 : F(x) = F_0(x) \quad (3.22)$$

$$H_1 : F(x) \neq F_0(x) \quad (3.23)$$

en donde $F(x)$ es la función de distribución de la población. El proceso a realizar es el siguiente:

1. Tabular los valores ordenados. Calcular los valores de $|x_i - E_i|$, siendo x_i el valor observado acumulado i , y E_i el valor esperado acumulado para la distribución supuesta.
2. Determinar el valor más alto.

3. Comparar este valor con el correspondiente de la Tabla de Kolmogorov-Smirnov. En el caso que el valor obtenido sea inferior al valor de la Tabla, no se rechaza la hipótesis nula al nivel de significación elegido.

Cuando los parámetros de la función de distribución supuesta son estimados a partir de la muestra, los valores críticos K-S son demasiado grandes y proporcionan niveles de significación más bajos de lo apropiado. Con objeto de corregir esto, los valores críticos deben ser multiplicados por los factores:

- 0,70 si $\beta > 3,0$.
- 0,75 si $3,0 > \beta > 1,5$.
- 0,80 si $\beta < 1,5$.

en donde β es el parámetro de forma de la distribución de Weibull.

Mínimos cuadrados El ensayo de mínimos cuadrados es usado para medir la correlación lineal de los datos con la ecuación de la línea recta que mejor se ajusta a los mismos. La recta que mejor se ajusta a un conjunto de datos representados gráficamente se denomina la *recta de regresión*, y la bondad de ajuste derivada del método de mínimos cuadrados se denomina *coeficiente de correlación*.

El coeficiente de correlación es:

$$r = \frac{S_{xy}}{S_x S_y} \quad (3.24)$$

siendo S_x , S_y las varianzas muestrales, S_{xy} la covarianza, y x_i , y_i las coordenadas de los puntos representados:

$$S_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (3.25)$$

$$S_y^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \quad (3.26)$$

$$S_{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \quad (3.27)$$

Si X , Y son independientes, entonces $Cov(X, Y) = S_{xy} = 0$. De otra parte, si X , Y son dependientes completamente, por ejemplo $X = Y$, entonces $Cov(X, Y) = S_{xy} = S_x S_y$.

En el caso en que $r = 0$ (es decir, la covarianza es cero), se dice que las variables X, Y no están relacionadas; sin embargo, en este caso las variables pueden

ser independientes ó no. Si r es positivo, indica que los datos están positivamente correlacionados; es decir, la pendiente de la recta de regresión es positiva, y viceversa.

La recta de regresión de los datos representados viene dada por:

$$y - \bar{y} = \frac{S_{xy}}{S_x^2}(x - \bar{x}) \quad (3.28)$$

Normalmente se utiliza r^2 en lugar de r para indicar la correlación, ya que proporciona una medida más sensible. A este parámetro se le denomina *coeficiente de determinación muestral*.

3.2.7 Procesos estocásticos

Un fenómeno aleatorio que surge en un proceso (como puede ser el consumo diario de agua en una vivienda, el número de aparatos sanitarios que se encuentran ocupados en un instante determinado a lo largo del día, etc.) que se desarrolla en el tiempo de una manera controlada por medio de leyes probabilísticas se denomina un proceso estocástico.

Desde un punto de vista matemático, se define un proceso estocástico como un conjunto $\{X(t), t \in T\}$ de variables aleatorias. El conjunto T se llama conjunto índice del proceso, no existiendo ninguna restricción a la naturaleza de T . Pueden diferenciarse, no obstante, dos casos importantes de procesos estocásticos:

- Si $T = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ ó $T = \{0, 1, 2, \dots\}$ se dice que es un proceso de parámetro discreto.
- Si $T = \{t : -\infty < t < \infty\}$ ó $T = \{t : t \geq 0\}$ se dice que es un proceso de parámetro continuo.

De forma similar al conjunto índice T , la variable aleatoria $X(t)$ puede adoptar valores discretos ó continuos.

Una manera de representar un proceso estocástico $\{X(t), t \in T\}$ consiste en especificar la ley de probabilidad conjunta de las n variables aleatorias $X(t_1), \dots, X(t_n)$ para todos los enteros n y n puntos t_1, t_2, \dots, t_n en T . Para especificar la ley de probabilidad conjunta de las n variables aleatorias $X(t_1), \dots, X(t_n)$, se debe especificar, bien la función de distribución conjunta, dada para los números reales x_1, \dots, x_n por:

$$F_{X(t_1), \dots, X(t_n)}(x_1, \dots, x_n) = P[X(t_1) \leq x_1, X(t_2) \leq x_2, \dots, X(t_n) \leq x_n] \quad (3.29)$$

ó bien la función característica conjunta, dada para todo conjunto de números reales u_1, \dots, u_n por:

$$\begin{aligned}\varphi_{X(t_1), \dots, X(t_n)}(u_1, \dots, u_n) &= E[e^{i(u_1 X(t_1) + \dots + u_n X(t_n))}] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} e^{i(u_1 x_1 + \dots + u_n x_n)} dF_{X(t_1), \dots, X(t_n)}(x_1, \dots, x_n)\end{aligned}\tag{3.30}$$

Otra manera de describir un proceso estocástico es dar una fórmula para el valor $X(t)$ del proceso en cada punto t , en función de una familia de variables aleatorias cuya ley de probabilidad es conocida.

Un proceso estocástico de parámetro continuo $\{X(t), 0 \leq t < \infty\}$ se dice que presenta *incrementos independientes* cuando las variables aleatorias $X(t_1) - X(t_0), X(t_2) - X(t_1), \dots, X(t_n) - X(t_{n-1})$ son independientes (para cualesquiera t_i tal que $t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_n$). Si además $X(t_2 + h) - X(t_1 + h)$ tiene la misma distribución que $X(t_2) - X(t_1)$, para cualesquiera $t_1 < t_2$ y cualquier $h > 0$, entonces se dice que el proceso es de *incrementos independientes y estacionarios*. Para definir un proceso de incrementos independientes y estacionarios, basta con determinar las leyes de probabilidad $X(t)$ y $X(t) - X(s)$, con $s < t$.

3.3 El proceso de Poisson

El proceso de Poisson constituye un punto de partida importante para muchas aplicaciones relacionadas con la ciencia del agua, en las cuales se utilizan modelos probabilísticos para describir sucesos que ocurren de forma irregular en el tiempo ó en el espacio. Algunos ejemplos de estas aplicaciones son: el movimiento de partículas sedimentables; el desarrollo de celdas convectivas; la ocurrencia en un río de puntas de descarga mayores que un valor umbral; los tiempos de llegada de las gotas de lluvia sobre las hojas. Los ejemplos indicados están relacionados con la Hidrología, poniendo de manifiesto el interés que tiene el proceso de Poisson en la modelación estocástica de la precipitación, y otras aplicaciones en el ámbito de la Hidrología Estocástica; sin embargo, como se verá a lo largo de la presente Tesis, el proceso de Poisson va a tener también aplicación en Hidráulica Urbana, para representar el número de pulsos de consumo de agua que se produce en una vivienda (ó en general, en un abonado del servicio) a lo largo del día.

Se pueden representar estos procesos mediante una función de contaje $N(t)$, definida para el intervalo $]0, t]$, que representa el número de sucesos que han ocurrido durante el período de tiempo transcurrido desde 0 a t , siendo $t=0$ el instante en el que iniciamos la observación. En la Figura 3.1 se representa una función típica $N(\bullet)$.

Para cada instante t , $N(t)$ es el valor que adopta una variable aleatoria, de modo que $\{N(t), t \geq 0\}$ constituye un proceso estocástico de parámetro continuo. Como los posibles valores para $N(t)$ son 0, 1, 2, ..., el proceso estocástico asociado se

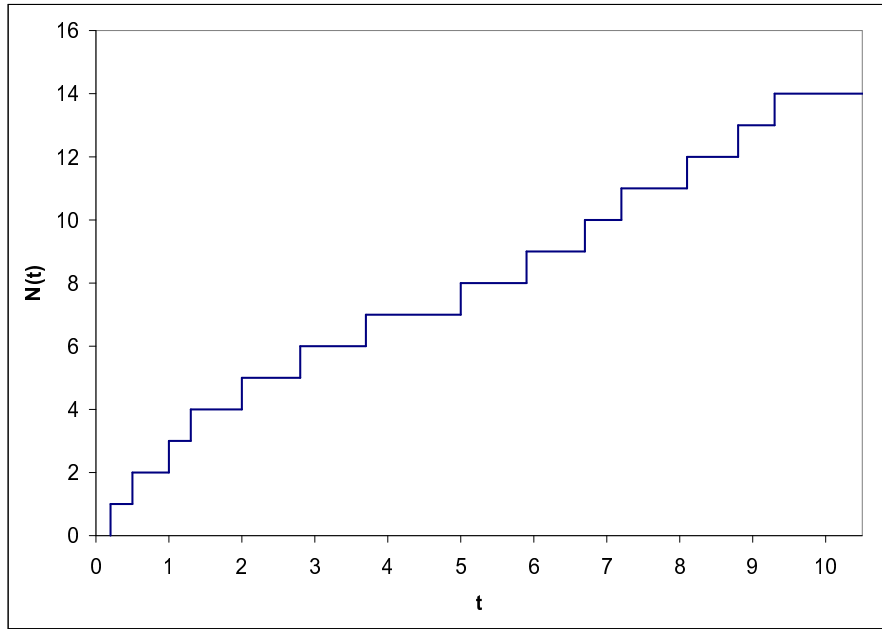


Figura 3.1.- Función muestral típica de un proceso de Poisson $\{N(t), t \geq 0\}$

denomina de *valor entero*, ó *integer-valued stochastic process*.

Se dice que un proceso de valor entero $\{N(t), t \geq 0\}$ es un proceso de Poisson, con número medio de ocurrencias (ó intensidad ν), si se cumplen las siguientes condiciones:

1. Tiene incrementos independientes estacionarios; es decir, las variables $[N(t + h) - N(s + h)]$ y $[N(t) - N(s)]$, con $s < t$, son variables independientes idénticamente distribuidas, $\forall t, s, h; (h > 0)$.
2. Para instantes cualesquiera s y t tales que $s < t$, el número $N(t) - N(s)$ de veces que ha ocurrido el suceso en el intervalo de s a t tiene una distribución de Poisson, con media $\lambda = \nu(t - s)$; es decir:

$$P[N(t) - N(s) = x] = e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!} \quad (3.31)$$

$$E[N(t) - N(s)] = Var[N(t) - N(s)] = \lambda = \nu(t - s) \quad (3.32)$$

A partir de la ecuación (3.32), se puede observar que el parámetro ν representa el número medio de ocurrencias por unidad de tiempo de los sucesos que se cuentan. En la Figura 3.2 viene indicada la distribución de Poisson para diferentes valores de λ .

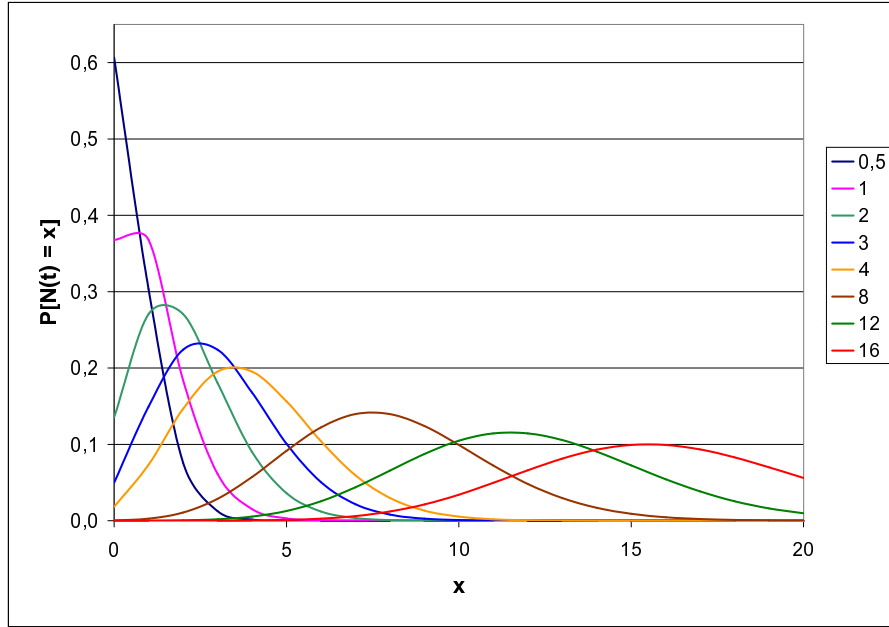


Figura 3.2.- La distribución de Poisson para $\lambda = 0.5, 1, 2, 3, 4, 8, 12$ y 16

3.3.1 Definición axiomática del proceso de Poisson

A continuación se va a establecer un conjunto de 5 axiomas que debe cumplir necesariamente un proceso estocástico para que sea un proceso de Poisson. Se trata de una definición equivalente a la que se acaba de dar, que nos permitirá introducir algunas generalizaciones interesantes del proceso.

Siendo $\{N(t), t \geq 0\}$ un proceso estocástico que adopta valores enteros, debe cumplirse lo siguiente:

Axioma 0. Como se empiezan a contar sucesos en el instante 0, $N(0)=0$.

Axioma 1. El proceso $\{N(t), t \geq 0\}$ tiene incrementos independientes; es decir, las variables $[N(t+h) - N(s+h)]$; $[N(t) - N(s)]$ son independientes.

Axioma 2. En cualquier intervalo, por pequeño que éste sea, hay una probabilidad positiva de que ocurra un suceso: $0 < P[N(t) > 0] < 1, \forall t > 0$.

Axioma 3. En intervalos suficientemente pequeños, tan sólo puede producirse un suceso; no siendo posible la ocurrencia simultánea de dos sucesos.

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{P[N(t+h) - N(t) \geq 2]}{P[N(t+h) - N(t) = 1]} = 0 \quad (3.33)$$

Axioma 4. El proceso de conteo $\{N(t), t \geq 0\}$ tiene incrementos estacionarios; es decir, para dos puntos cualesquiera $t > s \geq 0$ y $h > 0$, las variables aleatorias $[N(t) - N(s)]$ y $[N(t+h) - N(s+h)]$ están distribuidas idénticamente.

Puede demostrarse que este conjunto de axiomas es totalmente equivalente a la definición que se dio anteriormente de proceso de Poisson, y además implican que el tiempo entre puntos u ocurrencias consecutivas sigue una distribución exponencial. En general, los procesos de punteo en los que los tiempos entre ocurrencias T_1, T_2, \dots, T_n son variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas, se denominan procesos de renovación (*renewal counting process*), siendo el proceso de Poisson un caso particular de proceso de renovación, en donde dicha distribución es exponencial. Las variables T_k son a menudo llamadas tiempos de fallo de los componentes en el contexto de la teoría de renovación. La teoría de renovación, como su propio nombre indica, empezó como el estudio relacionado con el fallo y reemplazo de algunos componentes industriales. El trabajo reciente en esta materia, no obstante, está relacionado con una variedad de problemas matemáticos de investigación operativa, particularmente con la teoría de colas.

3.3.2 Proceso de Poisson no-homogéneo

Es un proceso que cumple los axiomas 0 a 3, pero no cumple el axioma 4, por lo que el ritmo de ocurrencias ν varía con el tiempo.

Para un proceso de Poisson $\{N(t), t \geq 0\}$ con incrementos estacionarios, denominando $m(t)$ a su función de valor medio, resulta:

$$m(t) = E[N(t)] = \nu t \quad (3.34)$$

En el caso que no se cumpla la ecuación (3.34), al proceso de Poisson se le denomina no-homogéneo (ó proceso de Poisson con incrementos no estacionarios). Un proceso de Poisson con incrementos estacionarios se denomina proceso de Poisson homogéneo.

Para un proceso de Poisson no-homogéneo, resulta $\nu = \nu(t)$; por lo tanto:

$$m(t) = E[N(t)] = \int_0^t \nu(\zeta) d\zeta \quad (3.35)$$

A $\nu(t)$ se le denomina función de intensidad del proceso. Esta función adopta diferentes expresiones dependiendo del suceso que se esté representando. Por ejemplo, en el caso de los accidentes laborales, se suele observar una intensidad decreciente de ocurrencia, como consecuencia del aumento de medidas de seguridad adoptadas, utilizándose una función de tipo exponencial. En el caso que nos ocupa, donde $\nu(t)$ va a representar la tasa de ocurrencia de pulsos de consumo de agua a lo largo del día, adoptaremos un polinomio de tercer grado para esta función.

En un intervalo de duración h , la probabilidad de ocurrencia de sucesos viene dada por:

$$1 - P[N(t+h) - N(t) = 0] \quad (3.36)$$

La intensidad $\nu(t)$ puede definirse entonces como:

$$\nu(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1 - P[N(t+h) - N(t) = 0]}{h} \quad (3.37)$$

Por lo tanto, $\nu(t)h$ representa la probabilidad aproximada de que un suceso ocurra en el intervalo de tiempo $(t, t+h)$.

El proceso de Poisson no homogéneo se puede transformar en un proceso de Poisson homogéneo. Como la función de valor medio $m(t)$ es continua y no decreciente, se puede definir su función inversa $m^{-1}(u)$ de la manera siguiente: para $u > 0$, $m^{-1}(u)$ es el valor de t más pequeño que satisface la condición $m(t) \geq u$. El proceso estocástico $\{M(u), u \geq 0\}$ definido por $M(u) = N(m^{-1}(u))$, $u \geq 0$ es un proceso de Poisson con función de valor medio:

$$E[M(u)] = E[N(m^{-1}(u))] = m(m^{-1}(u)) = u \quad (3.38)$$

Por consiguiente, $\{M(u), u \geq 0\}$ es un proceso de Poisson homogéneo, con intensidad $\nu = 1$.

3.3.3 Proceso de Poisson generalizado

Un proceso estocástico de valores enteros $\{N(t), t \geq 0\}$ con incrementos independientes estacionarios se denomina *proceso de Poisson generalizado*. Es un proceso de Poisson en el que se permite la ocurrencia de dos ó más eventos simultáneamente. Los axiomas 0, 1, 2 y 4 se satisfacen, mientras que el axioma 3 queda modificado de la siguiente forma:

$$\lim_{h \rightarrow 0} P[N(t+h) - N(t) = k | N(t+h) - N(t) \geq 1] = P_k \quad (3.39)$$

P_k representa la probabilidad condicional de que ocurran simultáneamente k sucesos exactamente, dado que como mínimo ha ocurrido un suceso en dicho instante.

3.3.4 Proceso de Poisson compuesto

Un proceso de Poisson $\{X(t), t \geq 0\}$ es un *proceso compuesto de Poisson* si se puede representar para $t \geq 0$, mediante:

$$X(t) = \sum_{n=1}^{N(t)} Y_n \quad (3.40)$$

donde $\{N(t), t \geq 0\}$ es un proceso de Poisson, e $\{Y_n, n = 1, 2, \dots\}$ es una familia de variables aleatorias independientes idénticamente distribuidas, e independientes además del proceso $\{N(t), t \geq 0\}$.

3.3.5 Proceso de Poisson filtrado

Un *proceso de Poisson filtrado* (“filtered Poisson process”) resulta de la aplicación de operaciones lineales en un proceso de Poisson. En términos matemáticos, se dice que un proceso estocástico $\{X(t), t \geq 0\}$ es un proceso de Poisson filtrado si se le puede representar, para $t \geq 0$, mediante:

$$X(t) = \sum_{n=1}^{N(t)} \omega(t, \tau_n, Y_n) \quad (3.41)$$

en donde:

- $\{N(t), t \geq 0\}$ es un proceso de Poisson con intensidad ν .
- Y_n es una sucesión de variables aleatorias independientes distribuidas idénticamente como una variable aleatoria Y , e independiente del proceso de punteo $\{N(t), t \geq 0\}$
- $\omega(t, \tau, y)$ es una función de tres variables reales, llamada función de respuesta.

Una interpretación intuitiva de la ecuación (3.41) es la siguiente: si τ_m representa el instante en que ocurre un suceso, Y_m la amplitud de una señal asociada con el suceso, y $\omega(t, \tau_m, y)$ es el valor en el instante t de una señal de módulo y originada en el instante τ_m , entonces $X(t)$ representa el valor en el instante t de la suma de las señales producidas por los sucesos en el intervalo $]0, t]$.

Las funciones de respuesta del tipo $\omega(t, \tau, y) = \omega_0(t - \tau, y)$ se emplean con frecuencia en determinadas aplicaciones. Para este caso, la señal producida en el instante τ tiene un valor en el instante t que depende únicamente de la diferencia $(t - \tau)$. Algunos ejemplos de estas funciones son los siguientes:

$$\begin{aligned} \omega_0(s, y) &= 1 \text{ para } 0 < s < y \\ &= 0, \text{ en caso contrario} \end{aligned} \quad (3.42)$$

$$\begin{aligned} \omega_0(s, y) &= y - s \text{ para } 0 < s < y \\ &= 0, \text{ en caso contrario} \end{aligned} \quad (3.43)$$

A partir de las definiciones vistas del proceso de Poisson compuesto y del filtrado, se puede ver que un proceso de Poisson compuesto es un caso particular de un proceso filtrado. En efecto, el proceso de Poisson compuesto definido como $X(t) = \sum_{n=1}^{N(t)} Y_n$ se puede expresar de una forma equivalente como:

$$X(t) = \sum_{n=1}^{N(t)} Y_n \omega(s) \quad (3.44)$$

siendo $s = t - \tau$, y además:

$$\begin{aligned}\omega(s) &= 1 \text{ para } s \geq 0 \\ &= 0, \text{ en caso contrario}\end{aligned}\tag{3.45}$$

3.3.6 Tiempos entre llegadas y tiempos de espera

Se denomina a la variable aleatoria W_n al tiempo de espera hasta el suceso n -ésimo, y representa el tiempo transcurrido hasta que se registran n sucesos si se observa un proceso que evoluciona en el tiempo. Por otra parte, se definen los tiempos entre llegadas sucesivos T_1, T_2, \dots de la manera siguiente: T_1 es el tiempo que transcurre desde 0 hasta que ocurre el primer suceso, y para $j > 1$, T_j es el tiempo que transcurre desde el $j-1$ -ésimo hasta el j -ésimo. Por lo tanto, se cumplen las siguientes relaciones:

$$T_n = W_n - W_{n-1} \quad \text{para } n > 1\tag{3.46}$$

$$W_n = T_1 + T_2 + \dots + T_n \quad \text{para } n \geq 1\tag{3.47}$$

Una propiedad importante del proceso de Poisson es la distribución de los tiempos entre llegadas. Sea T el intervalo entre el origen de tiempos (elegido arbitrariamente) hasta el primer suceso. Se puede obtener fácilmente la distribución de T , observando que no ocurren sucesos en el intervalo $[0, t]$ si y sólo si $T > t$:

$$P[T > t] = P[N(t) = 0]\tag{3.48}$$

donde $N(t)$ representa el número de sucesos durante un intervalo de duración t . De la ecuación (3.31) se deduce que $P[N(t) = 0] = e^{-\nu t}$. Por lo tanto, $F_T(t)$, la función de distribución de T , y $f_T(t)$, la función de densidad de probabilidad, están dadas por:

$$F_T(t) = 1 - e^{-\nu t}, \quad t \geq 0\tag{3.49}$$

y por:

$$f_T(t) = F'_T(t) = \nu e^{-\nu t}, \quad t \geq 0\tag{3.50}$$

respectivamente. Por lo tanto, para el proceso de Poisson, el intervalo T entre un instante arbitrario y el tiempo del primer suceso está distribuido exponencialmente, con media $1/\nu$. Hay que advertir que el origen de tiempos fue arbitrariamente elegido, por lo que si elegimos como origen el instante en que se produce un suceso, entonces T representa el tiempo entre llegadas. Por lo tanto, se puede concluir que el proceso de Poisson tiene tiempos entre llegadas que están distribuidos exponencialmente, con media $1/\nu$.

Seguidamente indicamos algunas relaciones de interés, que se deducen directamente de las definiciones que se han dado:

1. $P[N(t) \leq n] = P[W_{n+1} > t]$, $n = 0, 1, \dots$
2. $P[N(t) = n] = P[W_n \leq t] - P[W_{n+1} \leq t]$, $n = 1, 2, \dots$
3. $P[N(t) = 0] = 1 - P[W_1 \leq t]$

Si W_n es el tiempo de espera correspondiente a un proceso de Poisson homogéneo con intensidad ν , se puede demostrar que su distribución obedece una ley de probabilidades Gamma con parámetros n y ν ; por lo tanto:

$$E[W_n] = \frac{n}{\nu} \tag{3.51}$$

$$Var[W_n] = \frac{n}{\nu^2} \tag{3.52}$$

A partir de las ecuaciones (3.51) y (3.52), se pueden estimar por el método de los momentos los parámetros n , ν .

Por otra parte, como ha quedado demostrado, los sucesivos tiempos entre ocurrencias T_1, T_2, \dots, T_n para un proceso de Poisson con intensidad ν , son variables independientes distribuidas idénticamente, que siguen una ley de probabilidades exponencial con media $1/\nu$. Esta propiedad ofrece una forma de contrastar la hipótesis que cierto proceso de punteo es un proceso de Poisson: utilizando algún ensayo para comprobar la bondad del ajuste (por ejemplo, el ensayo χ^2), se puede probar la hipótesis de que T está distribuida exponencialmente.

Otra alternativa para determinar si un proceso estocástico de punteo puede considerarse un proceso de Poisson, es observar los tiempos de espera W_1, W_2, \dots, W_k . Estos tiempos, considerados como variables aleatorias independientes, se distribuyen uniformemente en el intervalo $]0, T]$. Por lo tanto, suponiendo que se ha observado el proceso durante un período de tiempo de longitud T , durante el cual han ocurrido n sucesos, un método para verificar si los sucesos son del tipo Poisson consiste en verificar la hipótesis de que W_1, W_2, \dots, W_n son independientes y uniformemente distribuidas en el intervalo $]0, T]$. Para ello pueden aplicarse los siguientes tests:

- Kolmogorov-Smirnov
- Cramer-von Mises
- Para valores moderadamente grandes de n , se puede hacer uso del teorema central del límite:

$$S_n = \sum_{i=1}^n W_i \tag{3.53}$$

es la suma de n variables aleatorias independientes, distribuida cada una uniformemente a lo largo del intervalo $]0, T]$, pudiendo considerarse que está distribuida normalmente, con media y varianza:

$$E[S_n] = n \frac{T}{2} \quad (3.54)$$

$$Var[S_n] = n \frac{T^2}{12} \quad (3.55)$$

3.3.7 Estimación del parámetro ν de un proceso de Poisson

De acuerdo con lo expuesto hasta ahora, el parámetro ν puede estimarse de diferentes maneras:

1. Observando el proceso en el instante t : el número de puntos $N(t)$ hasta ese instante se distribuye según una distribución discreta de Poisson, con media νt :

$$\nu = \frac{E[N(t)]}{t} \quad (3.56)$$

2. Observando los tiempos entre ocurrencias T_1, T_2, \dots, T_n , los cuales se distribuyen exponencialmente con media $1/\nu$:

$$\nu = \frac{1}{E[T]} \quad (3.57)$$

3. Observando el proceso hasta la ocurrencia n , y anotando el tiempo de espera W_n . W_n se distribuye según una función Gamma, con media n/ν :

$$\nu = \frac{n}{E[W_n]} \quad (3.58)$$

Puede utilizarse la cantidad W_m de observación necesaria para obtener los m sucesos, para formar intervalos de confianza de ν , utilizando el hecho de que $2\nu W_m$ tiene una distribución χ^2 con $2m$ grados de libertad. Si elegimos un nivel de significación α (coeficiente de confianza = $1 - \alpha$), tendremos:

$$1 - \alpha = P[C \leq 2\nu W_m \leq D] = P\left[\frac{C}{2W_m} \leq \nu \leq \frac{D}{2W_m}\right] \quad (3.59)$$

siendo:

$$\chi^2(C) = \frac{\alpha}{2} \quad (3.60)$$

$$\chi^2(D) = 1 - \frac{\alpha}{2} \quad (3.61)$$

Por consiguiente, $(C/2W_m, D/2W_m)$ es un intervalo de confianza para ν , con coeficiente de confianza $1 - \alpha$.

3.3.8 Comparación de dos procesos de Poisson

Consideremos dos procesos de Poisson independientes $N(\bullet)$ y $N'(\bullet)$, con intensidades respectivas ν y ν' . Dados dos enteros n_1 y n_2 , W_{n_1} representa el tiempo de espera hasta el suceso n_1 -ésimo en el primer proceso de Poisson, mientras que W_{n_2} representa el tiempo de espera hasta el suceso n_2 -ésimo en el segundo proceso de Poisson. Tal como se ha indicado en el apartado 3.3.7, $2\nu W_{n_1}$ y $2\nu' W_{n_2}$ son variables aleatorias independientes con distribución χ^2 , con grados de libertad respectivos $2n_1$ y $2n_2$. Por lo tanto, si $\nu = \nu'$, resulta que $n_2 W_{n_1} / n_1 W_{n_2}$ tiene una distribución F con grados de libertad $2n_1$ y $2n_2$ en el numerador, y en el denominador, respectivamente. Una aplicación importante de este test es determinar si dos tramos ó secciones diferentes de una serie de sucesos del tipo Poisson, tienen la misma intensidad.

3.3.9 El modelo de Poisson de pulsos rectangulares (PRPM)

Este modelo fue aplicado por (Rodríguez-Iturbe *et al.*, 1984) para modelar procesos de precipitación temporal, y representa un interesante punto de partida para la construcción de modelos más completos. Se define en términos de un proceso de Poisson $\{N(t), t > 0\}$ con parámetro ν , que representa el número de ocurrencias por unidad de tiempo. Cada uno de estos puntos en el eje temporal marca el origen de un pulso rectangular de duración aleatoria L , y altura también aleatoria X . La intensidad total $Y(t)$ en un instante t se obtiene como la suma de todas las contribuciones de los pulsos activos en ese instante. Se asume que las variables L y X son mutuamente independientes, e independientes a su vez del proceso de Poisson. La Figura 3.3 ilustra gráficamente la construcción de este modelo.

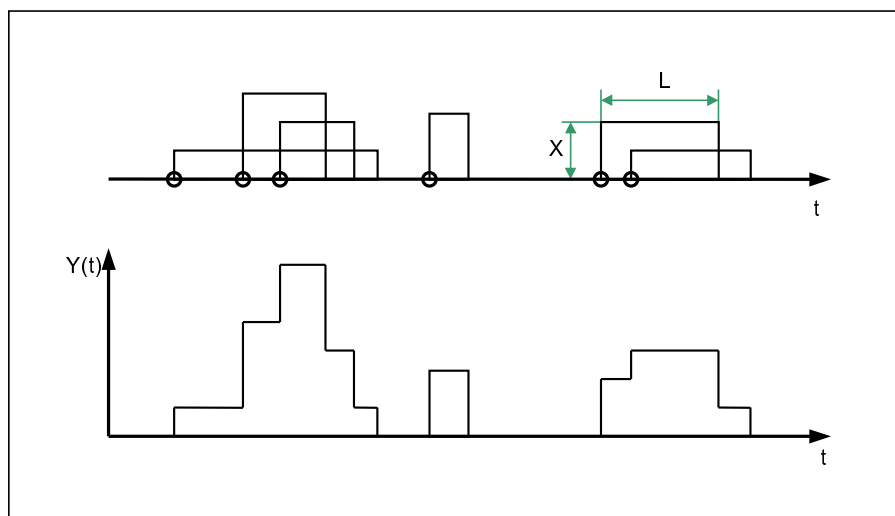


Figura 3.3.- Modelo de Poisson de pulsos rectangulares

Este modelo puede formularse en términos de un proceso estocástico $\{Y(t), t >$

0}, siendo $Y(t)$ la intensidad instantánea del proceso en el instante t , obtenida como:

$$Y(t) = \sum_{n=1}^{N(t)} X_n \omega_0(t - \tau_n, L_n) \quad (3.62)$$

siendo X_n , τ_n la intensidad y el instante inicial del pulso n , y además:

$$\begin{aligned} \omega_0(s, L) &= 1 & \text{si } 0 < s < L \\ \omega_0(s, L) &= 0 & \text{en otro caso} \end{aligned} \quad (3.63)$$

El caso mejor documentado es el llamado *caso exponencial*, que considera que las variables duración e intensidad de pulso tienen una distribución exponencial, con parámetros η y ξ .

El proceso agregado en intervalos de longitud h se obtiene mediante integración:

$$Y_i^{(h)} = \int_{(i-1)h}^{ih} Y(t) dt \quad (3.64)$$

Rodríguez-Iturbe *et al.* (1984) obtienen los distintos estadísticos de interés para el proceso agregado, en el caso exponencial:

$$E[Y_i^{(h)}] = \frac{h\nu}{\xi\eta} \quad (3.65)$$

$$Var[Y_i^{(h)}] = \frac{4\nu}{\xi^2\eta^3} (h\eta - 1 + e^{-h\eta}) \quad (3.66)$$

$$Cov[Y_i^{(h)}, Y_{i+k}^{(h)}] = \frac{2\nu}{\xi^2\eta^3} (e^{h\eta} + e^{-h\eta} - 2)e^{-\eta kh} \quad (3.67)$$

$$Corr[Y_i^{(h)}, Y_{i+k}^{(h)}] = \frac{(e^{h\eta} + e^{-h\eta} - 2)e^{-\eta kh}}{2(h\eta - 1 + e^{-h\eta})} \quad (3.68)$$

$$Prob[luvia = 0] = e^{-\nu(\mu_L+h)} \quad (3.69)$$

Como vemos, la probabilidad de que un intervalo sea “seco” (lluvia=0), es independiente de las distribuciones de probabilidad de la duración e intensidad de pulso. También es independiente de esas distribuciones, la distribución del número consecutivo de intervalos secos de amplitud h , siendo ésta una distribución geométrica con parámetro $e^{-\nu h}$, por lo que está determinada exclusivamente por el proceso de Poisson.

3.4 Teoría de colas

Como se indicó en el apartado 3.3.1, el proceso de Poisson es un caso particular de proceso de renovación, en el que la distribución de los tiempos entre sucesos es exponencial. El estudio de estos procesos se puede abordar desde la óptica de la teoría de colas, tal como se va a exponer a continuación.

La teoría de colas es una rama de la teoría de probabilidad que comprende el estudio matemático de colas. La formación de colas es un fenómeno común que sucede siempre que la demanda de un determinado servicio excede la capacidad de la instalación, tal como se presenta en los mostradores de un supermercado, las líneas de una centralita de teléfonos, ó los aparatos sanitarios de un determinado local público. El comportamiento básico asumido por la mayoría de los sistemas de colas puede quedar esquematizado como se ilustra en la Figura 3.4.

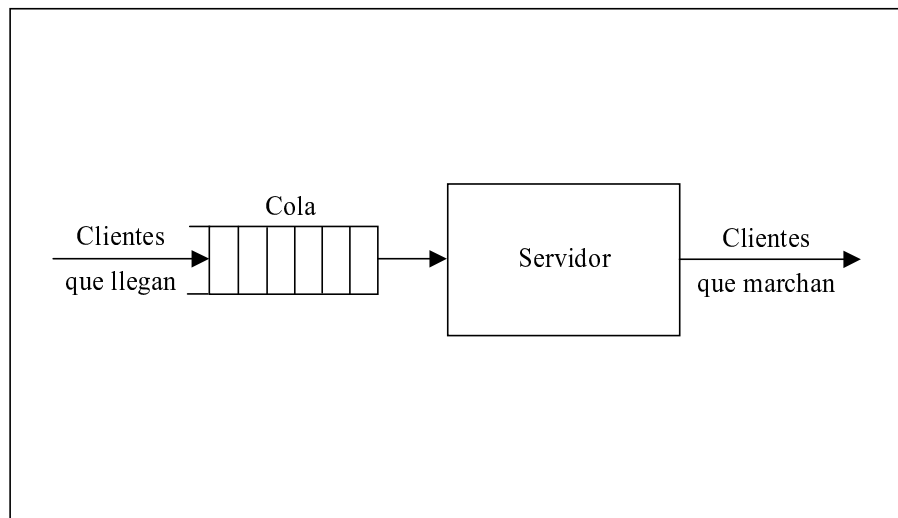


Figura 3.4.- Estructura básica de un sistema de colas

La unidad de flujo operacional a través de un sistema de colas se denomina un *cliente* ó *tarea*. Una secuencia de clientes llega a un determinado *servidor*, y si el cliente que llega, encuentra el servidor ocupado, entonces el cliente se une a la *cola* asociada con ese servidor, y espera. En un determinado instante, el cliente es seleccionado para ser servido, de acuerdo con alguna regla conocida como *disciplina de servicio*. El servicio requerido es entonces realizado por el servidor para el cliente, y después de que el servicio está completo, el cliente abandona el sistema.

Un cliente es extraído de la *población* ó *f fuente de entrada*. Una característica de la población es su tamaño; es decir, el número potencial de distintos clientes. Puede ser infinita ó finita, aunque puesto que el modelo matemático tiende a ser más tratable para una población infinita, a menudo se adopta esta hipótesis, incluso

cuando el tamaño real sea un número finito relativamente grande. En algunos casos, no obstante, se tiene que hacer una hipótesis de población finita, si la tasa a la que la fuente de entrada genera clientes se ve afectada significativamente por el número de clientes en la cola.

Otra característica de las llegadas de clientes que se debe especificar es el patrón estadístico por el que se producen las llegadas a lo largo del tiempo. El patrón más simple corresponde a llegadas regulares: los clientes llegan en instantes separados igualmente, digamos τ unidades de tiempo. En este caso, la tasa de llegada de los clientes es $\lambda = 1/\tau$ por unidad de tiempo. La hipótesis de llegadas regulares, no obstante, no sólo no es realista, sino que no es la más fácil de tratar matemáticamente. El modelo más simple y útil de patrón de llegadas es el proceso de llegadas completamente aleatorio, que es normalmente referido como el proceso de llegadas de Poisson, ó simplemente el proceso de Poisson.

El segundo componente de un sistema de colas es la caracterización de la cantidad de servicio requerido por un cliente individual, que se denomina *demanda de servicio*. En la gran mayoría de casos, se supone que la población de clientes es homogénea; es decir, que las demandas de servicio de los clientes están idénticamente distribuidas con una distribución común, denominada *distribución de servicio*. En casos más complicados, los clientes pueden ser clasificados en diferentes tipos, cada uno con su propia distribución de demanda de servicio.

Además del patrón de llegadas y de la distribución de servicio, para caracterizar un sistema de colas se debe especificar la capacidad del servidor; es decir, la rapidez con que la instalación procesa la tarea asignada. Si la demanda de trabajo de un cliente es S (unidades de servicio), y el servidor correspondiente tiene la capacidad C (unidades de servicio/segundo), entonces la relación S/C (segundos) se denomina el *tiempo de servicio*. Su valor esperado \bar{S}/C (segundos) se denomina el tiempo promedio de servicio, y su inversa:

$$\mu = \frac{C}{\bar{S}} \tag{3.70}$$

se denomina la tasa de servicio. Si C es constante, no es esencial distinguir entre la demanda de servicio y el tiempo de servicio, y se puede fijar C igual a 1, por lo que la demanda de servicio se mide en tiempo.

Con objeto de especificar el tipo de un sistema de colas, habitualmente se utiliza la notación abreviada $A/B/m$, en donde A y B describen la distribución de los tiempos entre llegadas, y la distribución del tiempo de servicio, respectivamente, mientras que m representa el número de servidores en paralelo del sistema de servicio. Seguidamente se indica una lista de algunos símbolos adoptados para distribuciones frecuentemente utilizadas:

M Distribución exponencial. La propiedad “sin memoria” de la distribución exponencial es también conocida como la propiedad “Markoviana”.

D Variable determinista; es decir, los tiempos entre llegadas/tiempos de servicio son valores constantes.

E_k Distribución de Erlang de grado k .

H_k Distribución hiperexponencial de grado k .

G Distribución general.

GI Distribución general independiente (tiempos entre llegadas).

Por lo tanto, el sistema $M/M/1$ significa un sistema de un único servidor con llegadas del tipo Poisson, y tiempos de servicio exponenciales. De forma similar, el sistema $GI/H_2/1$ es un sistema de un único servidor, con un proceso de llegada de renovación, y una distribución de servicio hiperexponencial de grado 2.

3.4.1 Medidas de ejecución de un sistema de colas

Cuando se construye un modelo matemático de un sistema, la motivación subyacente es disponer de alguna medida de ejecución. Si se trata de un sistema de colas, entonces una medida relevante será una medida de la *congestión*. La medida más simple de la congestión es la *intensidad de tráfico*, definida como:

$$\text{Intensidad de tráfico} = \frac{\text{Tiempo medio de servicio}}{\text{Tiempo medio entre llegadas}} \quad (3.71)$$

Si se considera un modelo de población infinita y se denota por λ la tasa de llegada, y por $1/\mu$ el tiempo medio de servicio, la ecuación (3.71) puede expresarse como:

$$\text{Intensidad de tráfico} = \text{Tasa de llegada} \times \text{Tiempo medio de servicio} = \frac{\lambda}{\mu} \quad (3.72)$$

Una intensidad de tráfico mayor que 1 significa que los clientes llegan más aprisa de lo que un servidor puede atender. Si hay m servidores en paralelo, cada servidor recibe λ/m clientes por unidad de tiempo, por lo que el sistema de m servidores puede atender una intensidad de tráfico hasta m .

Una medida de ejecución estrechamente relacionada a la intensidad de tráfico es la *utilización del servidor* ó *factor de utilización*. Esta cantidad, que se denota por ρ , es también adimensional y representa la fracción de tiempo que un servidor está ocupado. Considerando un intervalo de tiempo T suficientemente largo, en un sistema de m servidores en paralelo se espera que, en promedio, lleguen $\lambda T/m$ clientes por servidor, siempre que el tráfico esté uniformemente distribuido entre los

m servidores. Cada cliente requiere un servicio de $1/\mu$ en promedio, por lo que el tiempo total esperado que el servidor esté ocupado viene dado por $\lambda T/m\mu$. Dividiendo esta cantidad por T , se obtiene $\rho = \lambda/m\mu$. Como es físicamente imposible que un servidor esté ocupado más del 100% del tiempo, el factor de utilización no puede exceder de la unidad. Por lo tanto, la expresión correcta para el factor de utilización de un sistema con m servidores es:

$$\text{Factor de utilización} = \rho = \min \left\{ \frac{\lambda}{m\mu}, 1 \right\} \quad (3.73)$$

Para un sistema de un único servidor, el factor de utilización es $\rho = \lambda/\mu$; por lo tanto, el factor de utilización y la intensidad de tráfico son lo mismo si $\rho = \lambda/\mu < 1$.

3.4.2 Procesos de nacimiento y extinción

Seguidamente se van a analizar las propiedades del proceso aleatorio $N(t)$ (el número de clientes encontrados en el sistema en el instante t) para una clase especial de modelos de colas. El proceso $N(t)$ puede ser expresado como:

$$N(t) = A(t) - D^*(t) \quad (3.74)$$

donde $A(t)$ es el proceso de contaje de llegadas, y $D^*(t)$, es el proceso de contaje de partidas. Si se considera $N(t)$ el tamaño de una población, entonces el proceso $A(t)$ es el número total de nacimientos hasta el instante t , y el proceso $D^*(t)$ representa el número total de defunciones. Por lo tanto, $N(t)$ en cada instante t es el efecto acumulado de nacimientos y defunciones, denominándose a $N(t)$ un *proceso de nacimiento y extinción*.

Definición. Un proceso aleatorio $N(t)$ es llamado un proceso de nacimiento y extinción si las probabilidades de transición de $N(t)$

$$Q_{m,n}(h) = P[N(t+h) = n | N(t) = m] \quad (3.75)$$

son estacionarias (es decir, independientes de t) y satisfacen:

1. $Q_{m,m+1}(h) = \lambda(m)h + o(h)$
2. $Q_{m,m-1}(h) = \mu(m)h + o(h)$
3. $Q_{m,m}(h) = 1 - \{\lambda(m) + \mu(m)\}h + o(h)$
4. $Q_{m,n}(h) = o(h)$ para $|m - n| > 1$

El símbolo $o(h)$ representa una cantidad que se aproxima a cero más rápidamente que h cuando $h \rightarrow 0$; es decir, $o(h)/h \rightarrow 0$ cuando $h \rightarrow 0$.

Los valores $m = 0, 1, 2, \dots$ que $N(t)$ adopta son llamados los *estados del sistema* que gobierna el proceso de nacimiento y extinción. Los coeficientes $\lambda(m)$ y $\mu(m)$ representan las tasas de nacimiento y defunción, respectivamente, cuando el tamaño de la población es m (es decir, cuando el sistema está en el estado m).

Un proceso de nacimiento y extinción tiene las características de una cadena de Markov. De hecho, este proceso es un caso especial de un proceso de Markov, en el cual sólo se permiten las transiciones desde el estado m a los estados vecinos $m - 1$, m y $m + 1$. Sea $P_n(t)$ la probabilidad que el sistema se encuentre en el estado n en el instante t :

$$P_n(t) = P[N(t) = n] \quad (3.76)$$

Para calcular $P_n(t+h)$, hay que tener en cuenta que el sistema puede estar en el estado n en el instante $t+h$ sólo si se satisface alguna de las siguientes condiciones:

1. En el instante t el sistema está en el estado n , y durante $(t, t+h)$ no ocurre ningún cambio.
2. En el instante t el sistema está en $n - 1$, y ocurre una transición hasta n .
3. En el instante t el sistema está en $n + 1$, y ocurre una transición hasta n .
4. Durante $(t, t+h)$ ocurren dos ó más transiciones. Por hipótesis, la probabilidad de este último suceso es $o(h)$.

Puesto que los tres primeros sucesos son mutuamente excluyentes, sus probabilidades se suman, por lo que resulta:

$$\begin{aligned} P_n(t+h) = & P_n(t)\{1 - \lambda(n)h - \mu(n)h + o(h)\} \\ & + P_{n-1}(t)\{\lambda(n-1)h + o(h)\} \\ & + P_{n+1}(t)\{\mu(n+1)h + o(h)\} + o(h) \end{aligned} \quad (3.77)$$

Sustrayendo en ambos lados $P_n(t)$, dividiendo por h , y haciendo $h \rightarrow 0$, se obtienen las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$\begin{aligned} \frac{dP_n(t)}{dt} = & - \{\lambda(n) + \mu(n)\}P_n(t) + \lambda(n-1)P_{n-1}(t) \\ & + \mu(n+1)P_{n+1}(t), \text{ para } n = 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (3.78)$$

$$\frac{dP_0(t)}{dt} = -\lambda(0)P_0(t) + \mu(1)P_1(t) \quad (3.79)$$

La solución general dependiente del tiempo de las ecuaciones (3.78) y (3.79) es difícil de obtener; no obstante, en muchas aplicaciones interesa únicamente obtener

la solución del estado de equilibrio. Se define una solución del estado de equilibrio como la distribución de probabilidad p_n , tal que $P_n(t) = p_n$ especifica una solución (constante) de las ecuaciones (3.78) y (3.79). Si tal distribución existe, es única, y para cada estado n se cumple:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P_n(t) = p_n \quad (3.80)$$

Puesto que interesa únicamente obtener las propiedades estadísticas de equilibrio del sistema, se toman los límites cuando $t \rightarrow \infty$ en la ecuación (3.78), y se hace $\lim_{t \rightarrow \infty} (d/dt)P_n(t)$ igual a 0, obteniendo la siguiente ecuación lineal:

$$\lambda(n)p_n - \mu(n+1)p_{n+1} = \lambda(n-1)p_{n-1} - \mu(n)p_n, \text{ para } n = 1, 2, 3, \dots \quad (3.81)$$

A partir de esta ecuación, se obtiene:

$$\lambda(n-1)p_{n-1} - \mu(n)p_n = \text{constante}, \text{ para } n = 1, 2, 3, \dots \quad (3.82)$$

Por otra parte, de la ecuación (3.79) resulta:

$$\lambda(0)p_0 - \mu(1)p_1 = 0 \quad (3.83)$$

Por lo tanto, la constante de la ecuación (3.82) debe ser cero, obteniéndose la siguiente ecuación recurrente:

$$\mu(n)p_n = \lambda(n-1)p_{n-1}, \text{ para } n = 1, 2, 3, \dots \quad (3.84)$$

La interpretación de la ecuación (3.84) es la siguiente: la parte izquierda de la ecuación representa la tasa de transición desde el estado n hasta el estado $n-1$, y esta cantidad es equilibrada por la tasa de transición desde el estado $n-1$ al estado n , que viene dado por el lado derecho de dicha ecuación. Estas ecuaciones de equilibrio se muestran esquemáticamente en la Figura 3.5.

Las probabilidades del estado de equilibrio son calculadas mediante la ecuación de recurrencia:

$$p_n = \frac{\lambda(n-1)}{\mu(n)} p_{n-1} = \frac{\Lambda(n)}{M(n)} p_0 \quad (3.85)$$

donde:

$$\Lambda(n) = \prod_{i=1}^n \lambda(i-1) \quad (3.86)$$

$$M(n) = \prod_{i=1}^n \mu(i) \quad (3.87)$$

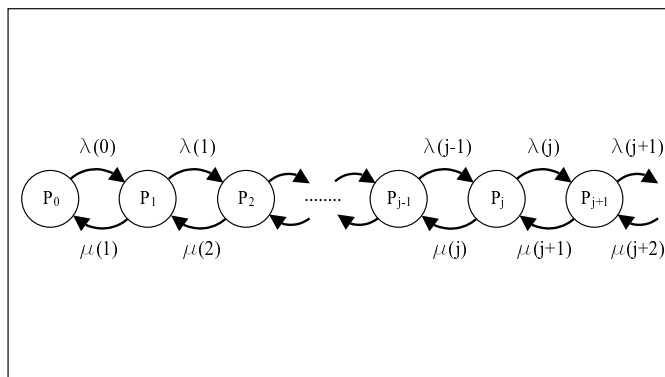


Figura 3.5.- Diagrama esquemático de la ecuación de equilibrio en un proceso de nacimiento y extinción

La probabilidad p_0 viene determinada únicamente por la condición que la distribución de probabilidad $\{p_n; n = 0, 1, 2, \dots\}$ debe sumar la unidad. Es decir, si la serie:

$$S = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Lambda(n)}{M(n)} = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \prod_{i=1}^n \frac{\lambda(i-1)}{\mu(i)} \quad (3.88)$$

converge, entonces:

$$p_0 = S^{-1} \quad (3.89)$$

3.5 Algunas evidencias que apoyan la hipótesis del modelo de Poisson de pulsos rectangulares

En el presente apartado se va a aplicar lo expuesto en el apartado 3.4 para obtener algunos resultados relativos al consumo de agua doméstico. Por una parte, se obtendrá la distribución de probabilidad del número de aparatos sanitarios que se encuentran ocupados en una vivienda, y en un bloque de viviendas, y por otra parte, se determinará la distribución de los caudales demandados por tales viviendas. Estos resultados serán aplicados a un caso de ejemplo, poniéndose de manifiesto que dicho consumo de agua puede ser modelado mediante un proceso de Poisson.

El análisis que se va a desarrollar se aplicará a zonas en el sistema de distribución donde el camino hasta los puntos de consumo es único. Los caudales en estas zonas pueden ser determinados utilizando únicamente la conservación de masa. El ejemplo más claro es un ramal de la red de distribución que tiene uno ó más puntos terminales, sin ninguna conexión con el sistema principal, tal como el ramal ciego mostrado en la Figura 3.6. Otro ejemplo donde se produce esta situación es el de

un edificio de viviendas alimentado por una montante común.

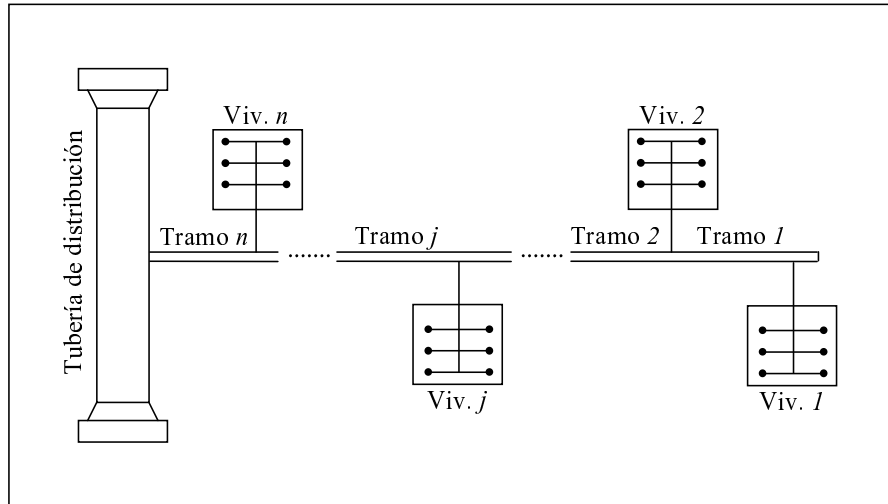


Figura 3.6.- Esquema de un ramal ciego

Los estudios sobre los abastecimientos indican que los ramales ciegos son bastante comunes, a menudo comprendiendo el 25% ó más de la infraestructura total en un sistema de distribución, y sirviendo a un alto porcentaje del consumo residencial. Aunque la dirección del caudal es conocida en estas tuberías, el movimiento del agua en su interior es complejo. Debido a la naturaleza esporádica e impredecible de las demandas de los consumidores, el agua en los ramales ciegos puede permanecer estancada durante largos períodos de tiempo. Cuando se producen demandas de agua, el caudal se presenta como un escalón de duración e intensidad aleatorias.

En el contexto de la teoría de colas, los ocupantes de las viviendas pueden ser considerados como clientes, mientras que los grifos y aparatos sanitarios son los servidores. Los usuarios llegan aleatoriamente de acuerdo con un proceso de Poisson, y ocupan uno ó más servidores durante intervalos aleatorios de tiempo. Cuando un servidor está ocupado, extrae agua a un ritmo aleatorio pero constante del sistema de distribución. En el caso del consumo de agua residencial, no es necesario que el cliente permanezca en el servidor para que el servidor permanezca ocupado, siendo posible que un único ocupante genere múltiples llegadas, activando varios servidores sucesivamente, de forma que se produzcan múltiples demandas simultáneamente.

Además de considerar que las llegadas de los clientes siguen un proceso de Poisson, se va a considerar que las demandas de servicio tienen una distribución exponencial, con media $1/\mu$. Por otra parte, se supone que siempre que se produce la llegada de un cliente, hay un servidor inmediatamente disponible para ese cliente. Por lo tanto, cuando hay n clientes en el sistema, estarán en funcionamiento n servidores, de forma que no se formará una cola. Esto significa que la capacidad de

servicio de la instalación es una función de n : $C(n) = nC$. Como el número n puede hacerse arbitrariamente grande, la instalación debe tener, en teoría, infinitamente muchos servidores con capacidad C . Teniendo en cuenta la notación indicada en el apartado 3.4, se denota a este sistema por $M/M/\infty$.

La última de las hipótesis anteriores, el considerar que existen infinitos servidores, está justificada en el caso de consumos de agua domésticos, debido a que muy raramente se forma una cola para la utilización de aparatos sanitarios en una vivienda, como consecuencia de que, en general, existen suficientes aparatos para atender la demanda simultánea de varios ocupantes.

3.5.1 Número de servidores ocupados en una vivienda

Consideremos la vivienda 1 en el final del ramal mostrado en la Figura 3.6. Se supone, como se ha indicado, que los clientes llegan de acuerdo a un proceso de Poisson homogéneo con parámetro λ_1 , y que el tiempo de servicio para cada cliente tiene una distribución exponencial, con una tasa μ_1 . Si $K_1(t)$ representa el número de servidores que están ocupados en el instante t , se define la probabilidad de que existan k servidores ocupados como:

$$P_1(k, t) = P[K_1(t) = k]; \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (3.90)$$

Suponiendo que las tasas de servicio y de llegada son constantes, las probabilidades definidas en (3.90) alcanzan un estado estacionario. Para esta condición límite, se definen las probabilidades de equilibrio como:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P_1(k, t) = P_1(k) = P[K_1 = k] \quad (3.91)$$

Teniendo en cuenta la notación empleada en el apartado 3.4.2, en este caso resulta:

$$\lambda(k) = \lambda_1, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (3.92)$$

$$\mu(k) = k \cdot \mu_1, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (3.93)$$

La sustitución de (3.92) y (3.93) en la ecuación (3.88) conduce a:

$$S = 1 + \frac{\lambda_1}{\mu_1} + \frac{1}{2!} \left(\frac{\lambda_1}{\mu_1} \right)^2 + \dots + \frac{1}{k!} \left(\frac{\lambda_1}{\mu_1} \right)^k = e^{\lambda_1/\mu_1} \quad (3.94)$$

Por lo tanto, a partir de (3.85) y (3.89), se obtiene la distribución de probabilidad del número de servidores ocupados, correspondiente al estado de equilibrio:

$$P_1(k) = \frac{\rho_1^k e^{-\rho_1}}{k!}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (3.95)$$

en donde $\rho_1 = \lambda_1/\mu_1$ es el factor de utilización para la vivienda 1. Como puede verse, se trata de una distribución de Poisson con media y varianza dados por el parámetro ρ_1 . Por lo tanto, el número de servidores ocupados es, en promedio, ρ_1 . Para valores bajos de ρ_1 ($\leq 0,20$, por ejemplo), el factor de utilización proporciona una buena estimación de la probabilidad de tiempo ocupado, ó la fracción de tiempo que al menos un servidor se encuentra ocupado. Mientras que el factor de utilización varía de vivienda a vivienda, en una instalación doméstica típica, los factores de utilización promedio son normalmente menores que 0,10, lo que implica que las demandas de agua son cortas e infrecuentes.

3.5.2 Número de servidores ocupados en un bloque de viviendas

Seguidamente se considera el conjunto de n viviendas dispuestas en serie a lo largo de un mismo ramal de la red de abastecimiento de agua. Se supone que los clientes tienen llegadas en la vivienda j ($j = 1, 2, \dots, n$) de acuerdo con un proceso de Poisson homogéneo con parámetro λ_j , y reciben un servicio que tiene una distribución exponencial, con tasa μ_j . Si K_j es el número de servidores ocupados en la vivienda j en condiciones estacionarias, el número total de servidores ocupados en el bloque de n viviendas está dado por:

$$K_n^* = \sum_{j=1}^n K_j \quad (3.96)$$

Teniendo en cuenta que las viviendas demandan agua de forma independiente una de otra, así como la propiedad aditiva de la distribución de Poisson, se deduce que K_n^* tiene una distribución de Poisson con parámetro ρ_n^* :

$$P[K_n^* = k] = P_n^*(k) = \frac{(\rho_n^*)^k e^{-\rho_n^*}}{k!}; \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (3.97)$$

siendo:

$$\rho_n^* = \sum_{j=1}^n \rho_j \quad (3.98)$$

Por lo tanto, el factor de utilización del bloque de viviendas es la suma de los factores de utilización individuales de las n viviendas situadas aguas abajo.

La obtención del número de servidores ocupados en el bloque también se puede obtener a partir de las ecuaciones de equilibrio expuestas en el apartado 3.4.2. El tramo n experimenta una tasa de llegada agregada que es la suma de las n tasas de llegada individuales situadas aguas abajo:

$$\lambda_n^* = \sum_{j=1}^n \lambda_j \quad (3.99)$$

Esto se explica porque el caudal en la tubería principal no puede distinguir entre una única vivienda ó múltiples viviendas; tan sólo responde a incrementos en la tasa de llegada, a medida que se añaden más clientes.

Por otra parte, las tasas de servicio no son aditivas. La tasa de servicio experimentada por el tramo n es una media ponderada de las tasas de servicio en el bloque de n viviendas:

$$\mu_n^* = \sum_{j=1}^n r_j \mu_j \quad (3.100)$$

siendo $r_j =$ coeficiente de ponderación, con $\sum_j r_j = 1$. A partir de las ecuaciones (3.99) y (3.100) se obtiene el factor de utilización para el tramo n :

$$\rho_n^* = \frac{\lambda_n^*}{\mu_n^*} \quad (3.101)$$

Igualando (3.98) y (3.101) resulta:

$$r_j = \frac{\rho_j}{\rho_n^*} \quad (3.102)$$

que muestra que los coeficientes de ponderación requeridos para generar una tasa de servicio conjunta proviene de la relación entre los factores de utilización individuales y del bloque. Este resultado es equivalente a la relación entre el número medio de servidores ocupados en la vivienda j , y el número medio de servidores ocupados en el bloque.

3.5.3 Caudal de agua en una vivienda

Cuando un servidor está ocupado, se considera que el consumo de agua ocurre según un pulso rectangular de duración e intensidad aleatorias. Si Y_1 es la intensidad del consumo de agua en un servidor de la vivienda 1, suponemos que es una variable aleatoria continua, con valores positivos, independiente e idénticamente distribuida, con media α_1 y varianza β_1^2 . Considerando que no hay fugas, la intensidad es cero cuando el servidor está desocupado, mientras que durante un instante en el que se produce consumo, pueden estar ocupados uno ó más servidores. Para tener en cuenta estas posibilidades, se denota por $Y_1(k)$ a la suma de k intensidades de consumo de agua en la vivienda 1:

$$Y_1(k) = \sum_{i=0}^k (Y_1)_i, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (3.103)$$

en donde $(Y_1)_0 = Y_1(0) = 0$, puesto que no hay caudal cuando todos los servidores están desocupados. Puesto que k está fijo para una suma determinada, y se supone que las intensidades son variables mutuamente independientes, $Y_1(k)$ tiene media $k\alpha_1$ y varianza $k\beta_1^2$. La función de distribución de $Y_1(k)$ es:

$$G_1(q, k) = P[Y_1(k) \leq q] \quad (3.104)$$

Si todos los servidores están desocupados, entonces no hay uso de agua, ó lo que es lo mismo, $G_1(q, 0) = 1$ para $q \geq 0$; si hay por lo menos un servidor ocupado, entonces el consumo de agua debe ser superior a cero, ó $G_1(0, k) = 0$ para $k \geq 1$.

Denominando Q_1 al caudal a través del tramo 1, resulta que este caudal es la respuesta agregada a K_1 servidores ocupados, por lo que se puede expresar como:

$$Q_1 = \sum_{i=0}^{K_1} (Y_1)_i; \quad K_1 \geq 0 \quad (3.105)$$

A diferencia de lo que ocurre en (3.103), en donde k está fijo, aquí el número de servidores ocupados K_1 es una variable aleatoria. Puesto que K_1 tiene una distribución de Poisson, y las variables Y_1 son independientes e idénticamente distribuidas, Q_1 tiene una distribución de Poisson compuesta.

El momento de orden n de Q_1 se obtiene teniendo en cuenta que $[Q_1|K_1 = k] = Y_1(k)$:

$$E[Q_1^n] = \sum_{k=0}^{\infty} E[Y_1^n(k)] \cdot P[k \text{ servidores ocupados}] \quad (3.106)$$

Utilizando la ecuación (3.95) y haciendo $n = 1$, se obtiene la media de Q_1 :

$$E[Q_1] = \sum_{k=0}^{\infty} (k\alpha_1) \cdot \frac{\rho_1^k e^{-\rho_1}}{k!} = \rho_1 \alpha_1 \quad (3.107)$$

De forma similar, haciendo $n = 2$, se obtiene $E[Q_1^2] = \rho_1(\alpha_1^2 + \beta_1^2) + \rho_1^2 \alpha_1^2$, de donde resulta la varianza del caudal a través del tramo 1:

$$Var[Q_1] = E[Q_1^2] - E^2[Q_1] = \rho_1(\alpha_1^2 + \beta_1^2) \quad (3.108)$$

La ecuación (3.107) muestra que el caudal medio a través del tramo 1 es el producto del número esperado de servidores ocupados y la intensidad media en un servidor ocupado, mientras que la ecuación (3.108) pone de manifiesto que incluso si la intensidad del consumo de agua fuese constante en todos los servidores (es decir, $\beta_1^2 = 0$), el caudal total a través del tramo 1 no sería constante, debido a la variabilidad en K_1 .

La función de distribución de Q_1 , $F_1(q) = P[Q_1 \leq q]$ es obtenida teniendo en cuenta que $P[Q_1 \leq q|K_1 = k] = P[Y_1(k) \leq q]$:

$$F_1(q) = \sum_{k=0}^{\infty} P[Y_1(k) \leq q] \cdot P[k \text{ servidores ocupados}] \quad (3.109)$$

Por lo tanto, resulta:

$$F_1(q) = \sum_{k=0}^{\infty} G_1(q, k) \cdot P_1(k); \quad q \geq 0 \quad (3.110)$$

3.5.4 Caudal de agua en un bloque de viviendas

Sea Y_j la intensidad de consumo de agua en un servidor en la vivienda j ($j = 1, 2, \dots, n$). Como antes, se supone que Y_j es una variable aleatoria continua, con valores positivos, independiente e idénticamente distribuida, con media α_j y varianza β_j^2 . Denominando Y_n^* a la intensidad conjunta en cualquier servidor ocupado en el bloque de n viviendas:

$$Y_n^* = \sum_{j=1}^n r_j Y_j \quad (3.111)$$

en donde $r_j = \rho_j / \rho_n^*$. Por lo tanto:

$$E[Y_n^*] = \sum_{j=1}^n r_j \alpha_j \quad (3.112)$$

$$E[(Y_n^*)^2] = \sum_{j=1}^n r_j (\alpha_j^2 + \beta_j^2) \quad (3.113)$$

Denotando por $Y_n^*(k)$ a la suma de k (fijo) intensidades conjuntas que ocurren simultáneamente en el bloque de n viviendas:

$$Y_n^*(k) = \sum_{i=0}^k (Y_n^*)_i; \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (3.114)$$

La función de distribución de $Y_n^*(k)$ viene dada por:

$$G_n^*(q, k) = P[Y_n^*(k) \leq q] \quad (3.115)$$

siendo $G_n^*(q, 0) = 1$ para $q \geq 0$, y $G_n^*(0, k) = 0$ para $k \geq 1$.

Si Q_j es el caudal en la vivienda j , el caudal total a través del tramo n , como consecuencia de las demandas de agua que ocurren en K_n^* servidores ocupados en un bloque de n viviendas viene dado por:

$$Q_n^* = \sum_{j=1}^n Q_j = \sum_{i=0}^{K_n^*} (Y_n^*)_i; \quad K_n^* \geq 0 \quad (3.116)$$

La ecuación (3.116) proporciona dos formas de ver Q_n^* : por una parte, Q_n^* es la suma de un número fijo n de residencias, cada una de las cuales demanda una intensidad aleatoria; y por otra, Q_n^* es la suma de un número aleatorio K_n^* de servidores

ocupados, cada uno demandando una intensidad aleatoria.

Como las viviendas se comportan de forma independiente una de otra, la primera suma de la ecuación (3.116) implica que la media y la varianza de Q_n^* será la suma de las medias y varianzas de las demandas de agua en las n viviendas. Teniendo en cuenta (3.102), así como (3.112) y (3.113), resulta:

$$E[Q_n^*] = E \left[\sum_{i=1}^{K_n^*} (Y_n^*)_i \right] = E[K_n^*]E[Y_n^*] = \sum_{j=1}^n \rho_j \alpha_j \quad (3.117)$$

$$Var[Q_n^*] = Var \left[\sum_{i=1}^{K_n^*} (Y_n^*)_i \right] = E[K_n^*]E[Y_n^*]^2 = \sum_{j=1}^n \rho_j (\alpha_j^2 + \beta_j^2) \quad (3.118)$$

A modo de resumen, en la Tabla 3.3 se indica la media y varianza del caudal en diferentes ubicaciones del sistema de distribución, bajo la hipótesis que los consumos de agua se producen según un proceso de Poisson.

Tabla 3.3.- Estadísticos del caudal en ramales ciegos

Punto de observación	Caudal medio	Varianza del caudal
Un servidor ocupado	α	β^2
Tubería de alimentación a una vivienda	$\rho_j \alpha_j$	$\rho_j (\alpha_j^2 + \beta_j^2)$
Tramo que alimenta a n viviendas	$\sum_{j=1}^n \rho_j \alpha_j$	$\sum_{j=1}^n \rho_j (\alpha_j^2 + \beta_j^2)$

Denotando la función de distribución de Q_n^* como $F_n^*(q) = P[Q_n^* \leq q]$, y teniendo en cuenta que $[Q_n^* | k \text{ servidores ocupados}] = Y_n^*(k)$, se obtiene:

$$F_n^*(q) = \sum_{k=0}^{\infty} G_n^*(q, k) \cdot P_n^*(k); \quad q \geq 0 \quad (3.119)$$

3.5.5 Evaluación de hipótesis

Seguidamente se resumen las hipótesis que se han asumido para realizar el análisis previo, evaluando su idoneidad al caso de consumos de agua domésticos.

1. Las llegadas siguen un proceso de Poisson homogéneo. El modelo de Poisson homogéneo es una excelente aproximación para numerosos procesos que varían en el tiempo, representando el número de sucesos infrecuentes e independientes que se producen (Clarke, 1998). Las demandas de agua domésticas cumplen esas condiciones.
2. Los consumos de agua pueden ser representados como pulsos rectangulares. Ha sido comprobado por otros autores (DeOreo *et al.*, 1996; Buchberger y

Wells, 1996), que los perfiles de consumo de los aparatos domésticos pueden quedar adecuadamente representados mediante pulsos rectangulares. Las mediciones llevadas a cabo por el Departamento de Ingeniería Hidráulica y Medio Ambiente de esta Universidad en diferentes viviendas, que han servido para el desarrollo del modelo que se presenta, confirman este hecho. En el Capítulo 4 se abordará con más detalle el estudio de los pulsos producidos por los consumos domésticos.

3. La tasa de llegada es independiente del número de servidores ocupados. Normalmente el número de servidores ocupados en un mismo instante de tiempo en una vivienda es bajo (no más de 3 ó 4), pudiendo un mismo usuario ocupar más de un servidor simultáneamente, por lo que puede aceptarse esta hipótesis sin excesivas restricciones.
4. La intensidad del consumo de agua es independiente de la duración del servicio. Aunque en determinados aparatos domésticos, que se pueden denominar deterministas (tales como inodoros, lavadoras y lavavajillas), existe una dependencia entre ambas variables, debido a que demandan volúmenes de agua fijos en cada utilización, cuando se consideran todos los pulsos de consumo producidos a lo largo del día, puede asumirse que existe tal independencia.
5. Las intensidades de agua son mutuamente independientes. El caudal que puede demandar un determinado servidor depende de la presión disponible en el punto de alimentación, que a su vez depende de las pérdidas de carga producidas en la instalación. Cuando un cliente ocupa un servidor, la pérdida de carga aumenta, por lo que el caudal hacia los otros servidores ocupados debe disminuir. Por lo tanto, las intensidades entre servidores ocupados son mutuamente dependientes, aunque este efecto puede ser más ó menos acusado, dependiendo de las características resistentes de la instalación. Esto se podría tener en cuenta modificando la ecuación (3.111), con un factor que reduzca la intensidad conjunta, a medida que aumenta el número de servidores ocupados.
6. Las intensidades de consumo de agua tienen una distribución de probabilidad común. Puesto que muchas viviendas tienen 10 ó más servidores, una formulación basada en la caracterización de cada uno de los servidores individualmente, requeriría un excesivo número de parámetros. En el presente análisis se ha considerado a las viviendas como la unidad elemental, agrupando todos los servidores en uno único, con una distribución de probabilidad común.
7. Los tiempos de servicio tienen una distribución de probabilidad común. Como en la hipótesis 6, esto es una consecuencia de haber agrupado todos los servidores existentes en una vivienda.

3.5.6 Ejemplo de aplicación

Las propiedades teóricas del número de servidores ocupados y del caudal, expuestas en los apartados anteriores, van a ser comprobadas, contrastando los resultados obtenidos a partir de una serie de mediciones realizadas en un edificio de viviendas.

Dichas mediciones forman parte de un programa de medidas llevado a cabo en Septiembre de 1.998 por el Departamento de Ingeniería Hidráulica y Medio Ambiente de esta Universidad. Los datos que aquí se van a utilizar corresponden a los caudales medidos en 7 viviendas de un edificio de la ciudad de Valencia, durante un período de 13 días. En el Capítulo 4 se detalla el programa de medida desarrollado. Para el propósito de este apartado, es suficiente tener en cuenta que los caudales fueron almacenados de forma independiente para cada una de las viviendas, habiéndose registrado los instantes en que se producía el paso de un volumen igual a 0,1 litros por cada caudalímetro, con una resolución de 1 ms.

3.5.6.1 Distribución de viviendas ocupadas

En primer lugar, hay que señalar que se advierten dos problemas con la distribución de servidores ocupados. El primero de ellos, es que la demanda de agua doméstica no se ajusta a la hipótesis de un proceso de Poisson homogéneo, ya que la llegada de clientes al sistema no es constante a lo largo del día, observándose diferentes intensidades de llegada en función de la hora del día, tratándose por tanto de un proceso no homogéneo. Este problema se soluciona dividiendo el día en 24 intervalos de una hora de duración, en cada uno de los cuales se considera que la intensidad es constante; es decir, que el proceso es homogéneo.

El segundo problema surge de una consideración práctica, ya que no existe una forma sencilla de registrar por separado cada uno de los servidores que se encuentran ocupados en cada vivienda. Aunque es posible analizar el caudal total demandado en una vivienda, y tratar de identificar los servidores ocupados en cada momento, este proceso es complicado y no es completamente objetivo.

No obstante, para el propósito de comprobar la hipótesis del proceso de Poisson, no es necesario disponer de datos al nivel de cada servidor individual. Es suficiente con cambiar el punto de observación, de los servidores individuales (como viene implícito por la ecuación (3.97)) a la vivienda completa (que es lo que realmente estamos midiendo). Por lo tanto, el problema cambia de la distribución de *servidores ocupados* a la distribución de *viviendas ocupadas*. De esta manera, cada vivienda es considerada como un único super-servidor, y tratada como una variable de Bernoulli con dos estados: ó activo (ocupado) ó inactivo (desocupado).

El factor de utilización ρ_n^* de la ecuación (3.97) es calculado, hora a hora, a partir del consumo de agua registrado, como la relación entre el tiempo total ocupado y el tiempo total transcurrido. La distribución de probabilidad de Poisson calculada

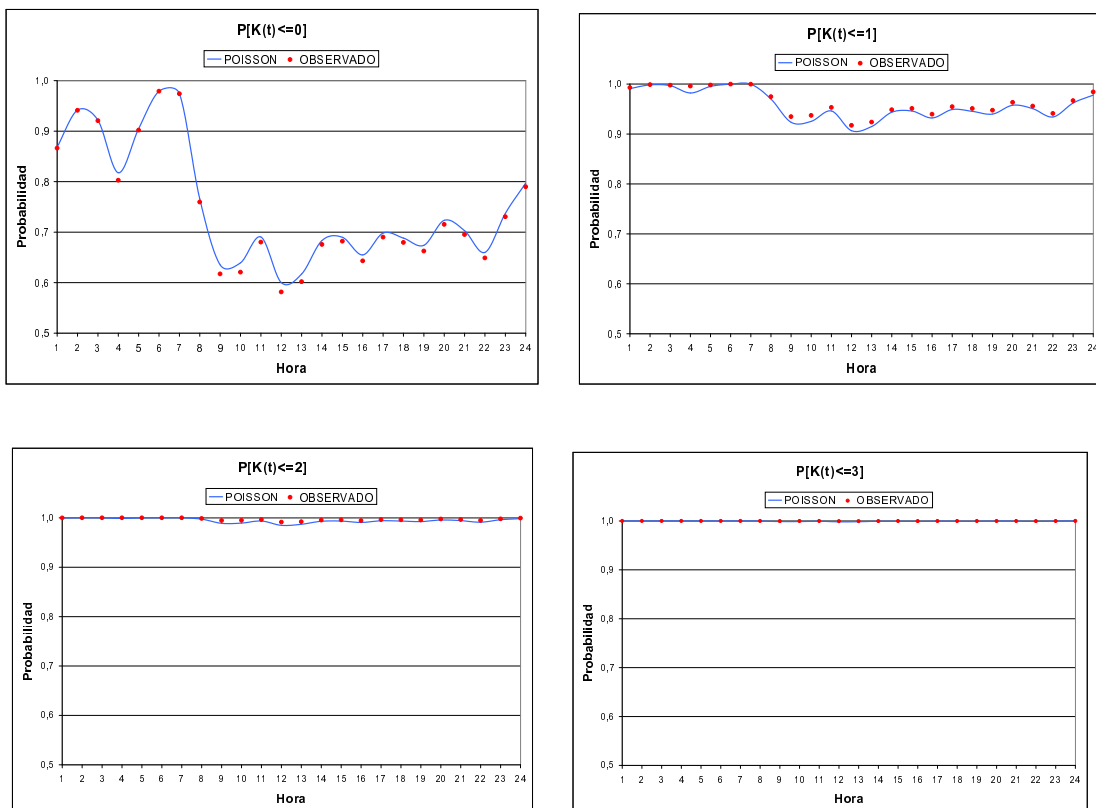


Figura 3.7.- Comparación de las funciones de distribución calculada y observada

mediante la ecuación (3.97) es entonces comparada cada hora con la frecuencia relativa observada de servidores ocupados.

En la Figura 3.7 se muestran los resultados correspondientes a las viviendas de Valencia seleccionadas. Puede apreciarse que hay un ajuste muy bueno entre las funciones de distribución (calculada según un proceso de Poisson y observada) del número de viviendas ocupadas. El error relativo entre ambas funciones es inferior al 3,22% en todos los casos.

Para el cálculo de estas funciones de distribución, hay que tener en cuenta que, puesto que los sucesos $[K(t) = i]$ y $[K(t) = j]$ son mutuamente excluyentes, para $i \neq j$, se cumple:

$$P[K(t) \leq m] = P[(K(t) = 0) \cup (K(t) = 1) \cup \dots \cup (K(t) = m)] = \sum_{i=0}^m P[K(t) = i] \quad (3.120)$$

El cálculo de las probabilidades observadas se realiza considerando que el consu-

mo de agua en las diferentes viviendas es independiente entre sí, por lo que resulta:

$$P[K(t) = 0] = \prod_{i=1}^n P[\text{viv. } i \text{ desocupada}] \quad (3.121)$$

$$P[K(t) = 1] = \sum_{i=1}^n (P[\text{viv. } i \text{ ocupada}] \cdot \prod_{j=1, j \neq i}^n P[\text{viv. } j \text{ desocupada}]) \quad (3.122)$$

$$\begin{aligned} P[K(t) = 2] &= \sum_{i=1}^n (P[\text{viv. } i \text{ ocupada}] \cdot \sum_{j=i+1}^n P[\text{viv. } j \text{ ocupada}] \cdot \\ &\cdot \prod_{k=1, k \neq i, j}^n P[\text{viv. } k \text{ desocupada}]) \end{aligned} \quad (3.123)$$

$$\begin{aligned} P[K(t) = 3] &= \sum_{i=1}^n (P[\text{viv. } i \text{ ocupada}] \cdot \sum_{j=i+1}^n P[\text{viv. } j \text{ ocupada}] \cdot \\ &\cdot \sum_{k=j+1}^n P[\text{viv. } k \text{ ocup.}] \cdot \prod_{l=1, l \neq i, j, k}^n P[\text{viv. } l \text{ deso.}]) \end{aligned} \quad (3.124)$$

3.5.6.2 Estadísticos de la demanda de agua

Un segundo ensayo de la hipótesis del proceso de Poisson es examinar la media y varianza de las demandas de agua en las viviendas. La ecuación de conservación de masa (3.116) requiere que la suma de las demandas de agua de las viviendas individuales iguale al caudal total en el bloque de viviendas. Por otra parte, puesto que los consumos de agua son independientes, el proceso de Poisson requiere que las varianzas del caudal sean aditivas. Por lo tanto, la suma de las varianzas de las demandas de las 7 viviendas debería igualar a la varianza del caudal total.

Con objeto de realizar el presente análisis, se identificaron y separaron los consumos de agua superpuestos, convirtiendo cada demanda en un pulso rectangular equivalente, usando el procedimiento descrito en el Capítulo 4. En la Figura 3.8 se ilustra el proceso para el caso de dos pulsos superpuestos.

La media y la varianza del caudal demandado por cada vivienda fueron calculados mediante las ecuaciones (3.117) y (3.118), estando indicado su valor en las columnas 13 y 14 de la Tabla 3.5.

La determinación de $Q_n^*(t)$, el caudal total demandado en el instante t , se realizó mediante la ecuación (3.116), sumando las demandas de agua de las viviendas individuales. El cálculo fue realizado para cada segundo a lo largo del día, obteniéndose la media y varianza de $Q_n^*(t)$ mediante:

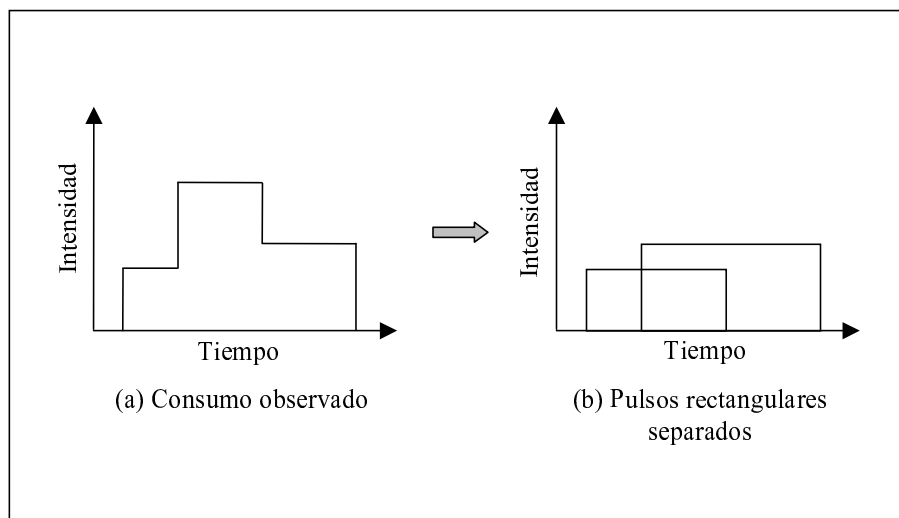


Figura 3.8.- Separación de dos pulsos superpuestos

Tabla 3.4.- Demandas de agua registradas en viviendas de Valencia

(1) número vivienda	(2) número pulsos	(3) volumen total demandado (l)	(4) tiempo ocupación servidor (min)	(5) tasa llegada clientes, λ (min^{-1})	(6) volumen demandado promedio, ϕ (l)	(7) duración promedio demanda, τ (min)
1	714	7.339,7	897,752	0,0381	10,2797	1,2574
3	2.079	6.496,1	835,569	0,1111	3,1246	0,4019
4	724	3.312,0	383,121	0,0387	4,5746	0,5292
6	1.975	5.800,8	945,363	0,1055	2,9371	0,4787
7	1.424	9.151,3	1.182,482	0,0761	6,4265	0,8304
8	859	4.072,4	574,095	0,0459	4,7409	0,6683
12	1.670	6.140,2	1.108,649	0,0892	3,6768	0,6639
Total	9.445	42.312,5	5.927,032	0,5045	35,7601	4,8297

$$E[Q_n^*] = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T Q_n^*(t) \quad (3.125)$$

$$Var[Q_n^*] = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T [Q_n^*(t)]^2 - (E[Q_n^*])^2 \quad (3.126)$$

siendo $T = 13 \cdot 86400 = 1.123.200$ segundos, la duración total del período de muestreo. Los resultados de las ecuaciones (3.125) y (3.126) son: $E[Q_n^*] = 2,32$ l/min y $Var[Q_n^*] = 22,42$ (l/min)². Al comparar estos resultados con los mostrados en la última fila de las columnas (13) y (14) de la Tabla 3.5, observamos que se producen unos errores relativos del 2,54% y 11,83%, respectivamente. El buen ajuste

Tabla 3.5.- Demandas de agua registradas en viviendas de Valencia (cont.)

(8) número vivienda	(9) consumo promedio servidor, α (l/min)	(10) varianza consumo servidor, β^2 (l/min) ²	(11) (coef. var.) ² servidor β^2/α^2	(12) factor utilización vivienda $\rho = \lambda\tau$	(13) caudal promedio vivienda, $\rho\alpha$ (l/min)	(14) varianza caudal $\rho(\alpha^2 + \beta^2)$ (l/min) ²
1	8,1756	9,0113	0,1348	0,0480	0,3921	3,6376
3	7,7745	11,0240	0,1824	0,0446	0,3470	3,1899
4	8,6448	12,6422	0,1692	0,0205	0,1769	1,7882
6	6,1361	1,5139	0,0402	0,0505	0,3099	1,9778
7	7,7391	17,3642	0,2899	0,0632	0,4889	4,8801
8	7,0936	15,0155	0,2984	0,0307	0,2175	2,0036
12	5,5385	8,0527	0,2625	0,0592	0,3280	2,2935
Total	51,1021	74,6237	1,3774	0,3166	2,2603	19,7709

entre las estimaciones del caudal promedio, sencillamente confirma que se cumple la ecuación de continuidad. Con respecto a la varianza, el ajuste es algo peor, aunque continúa siendo bueno, y sirve para confirmar la hipótesis que las demandas son independientes, y las varianzas son aditivas, de acuerdo con el modelo de Poisson. A este respecto, debe tenerse en cuenta que el proceso de identificación de pulsos rectangulares es un proceso que no ha podido ser contrastado experimentalmente, pudiendo introducir errores que afecten a la determinación de la varianza de los caudales.

3.6 Formulación del modelo estocástico

En el apartado 3.5 se ha mostrado que la hipótesis que los consumos de agua domésticos pueden representarse adecuadamente mediante un proceso de Poisson, está en concordancia con observaciones realizadas en un edificio de viviendas. La comprobación de este hecho permite plantear un modelo estocástico basado en un proceso de Poisson, para simular consumos de agua domésticos. En el presente apartado se va a formular este modelo, indicando las hipótesis y las funciones de probabilidad de los distintos procesos que intervienen.

El consumo de agua en una vivienda durante un día puede describirse en términos de una secuencia de n pulsos de consumo, con instantes de inicio $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \dots, \tau_n$, (expresados en segundos), contados desde las 00:00 horas, y ordenados de modo que $\tau_1 < \tau_2 < \tau_3 < \dots < \tau_n$, con $\tau_i \in [0, 86.400] \forall i$.

Cada pulso lleva asociada una duración (segundos) y una intensidad (litros/segundo), de modo que el proceso de consumo de agua a lo largo del día en una vivienda puede derivarse de la superposición en el tiempo de la secuencia de pulsos. En consecuencia, el consumo diario total en litros se obtendrá como:

$$V_d = \sum_{i=1}^n I_i(\tau_i) \cdot T_i(\tau_i) \quad (3.127)$$

siendo:

I_i, T_i : intensidad y duración correspondientes al pulso número “i”.

τ_i : tiempo de inicio del pulso número “i”.

El modelo estocástico que se propone asume independencia de las tres variables ó procesos citados; es decir, duraciones de pulso, intensidades de pulso, y proceso de ocurrencia en el tiempo de los mismos.

Con respecto a la independencia de las duraciones e intensidades de pulso, debe tenerse en cuenta que los aparatos sanitarios pueden clasificarse de forma genérica como deterministas y aleatorios. Los aparatos deterministas incluyen los inodoros, lavadoras y lavavajillas, que generan pulsos rectangulares prácticamente idénticos cada vez que son utilizados. Normalmente el volumen de agua demandado por cada utilización de estos aparatos es fijo, por lo que existe una dependencia entre la duración e intensidad de los pulsos correspondientes, ya que *volumen=duración · intensidad*. Los aparatos aleatorios incluyen los grifos usados para el baño, limpieza, cocina y bebida, controlando los ocupantes de las viviendas todos los aspectos relacionados con el consumo de estos aparatos, por lo que existe una alta variación en las duraciones, intensidades y volúmenes demandados. A pesar de la dependencia indicada entre las duraciones e intensidades de los aparatos deterministas, en el caso de que el número de utilizations de estos aparatos sea minoritario, en relación al número total de consumos de agua producidos a lo largo del día, podrá considerarse que existe independencia entre las duraciones e intensidades de pulso. Este asunto será objeto de un análisis más detallado en el Capítulo 4 (apartado 4.5).

A continuación se describen las hipótesis y formulaciones derivadas para cada una de las componentes citadas.

3.6.1 Duraciones de pulso. Distribución exponencial

La variable aleatoria T describe las duraciones de pulsos expresadas en segundos. Se asume que esta variable se distribuye exponencialmente, con parámetro α (s^{-1}). La elección de esta distribución responde en buena medida al hecho observable de que una mayoría de los pulsos de consumo en cualquier vivienda son de muy breve duración, siendo en general los pulsos de duraciones mayores de baja frecuencia, tanto menor cuanto más prolongado sea el pulso. Por otro lado, existe una conveniencia matemática por la manejabilidad y simplicidad propias de la función exponencial, contribuyendo notablemente a la parsimonia del modelo resultante.

La función de densidad y función de distribución tienen las siguientes expresiones:

$$\text{Función de densidad: } f(T) = \alpha \cdot e^{-\alpha \cdot T} \quad (3.128)$$

$$\text{Función de distribución: } F(T) = 1 - e^{-\alpha \cdot T} \quad (3.129)$$

Siendo la media de esta distribución $1/\alpha$ (segundos).

La utilización de la función exponencial puede tener el inconveniente que se generen pulsos de duración muy pequeña en las series sintéticas, con una frecuencia superior a la observada, debido a que la función de densidad presenta su máximo para $T = 0$ segundos, mientras que desde un punto de vista físico, cualquier uso de agua va a tener una duración mínima, por debajo de la cual es imposible que se produzca ningún consumo intencionado de agua, por lo que para duraciones muy cortas no deberían producirse pulsos.

En tal caso, se podría plantear un desplazamiento del eje de ordenadas, de manera que la nueva función de densidad quedaría de la forma (Figura 3.9):

$$f(T) = \alpha \cdot e^{-\alpha \cdot (T - T_{min})} \quad T \geq T_{min} \quad (3.130)$$

siendo:

T_{min} : duración mínima de los pulsos (s).

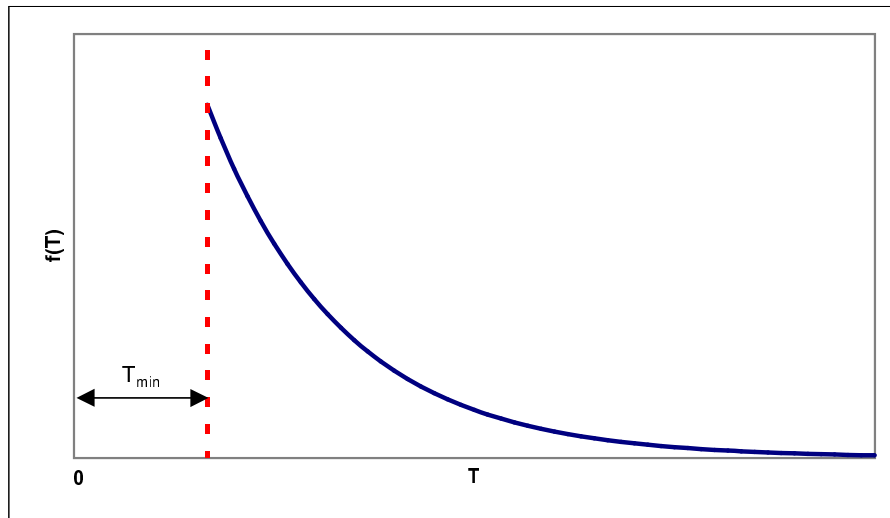


Figura 3.9.- Desplazamiento del eje de ordenadas para considerar una duración mínima

La determinación de esta duración mínima debería realizarse en base a las duraciones de los pulsos observados, siendo aquella duración a partir de la cual se produce la práctica totalidad de los pulsos. En el Capítulo 4 se analizará, a la vista de los resultados obtenidos a partir de las mediciones realizadas, la conveniencia de realizar este ajuste.

3.6.2 Intensidades de pulso. Distribución de Weibull

Se describen en términos de la variable aleatoria I (l/s), la cual se supone distribuida según una función de distribución de Weibull, con parámetros λ y β . El primero de los parámetros, λ , se expresa en l/s, y representa el parámetro de localización en la distribución ó parámetro de escala, mientras que β (adimensional) es un parámetro de dispersión que determina la forma de la distribución. La elección de esta función responde fundamentalmente a argumentos de carácter empírico, dado el sesgo observado en las muestras tratadas, y habiéndose comprobado la buena adaptación de la función de Weibull para reproducir con suficiente bondad la distribución muestral observada.

La función de densidad y función de distribución tienen las siguientes expresiones:

$$\text{Función de densidad: } f(I) = \frac{\beta}{\lambda} \cdot \left(\frac{I}{\lambda}\right)^{\beta-1} \cdot \exp\left[-\left(\frac{I}{\lambda}\right)^\beta\right] \quad I \geq 0 \quad (3.131)$$

$$\text{Función de distribución: } F(I) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{I}{\lambda}\right)^\beta\right] \quad I \geq 0 \quad (3.132)$$

La media de esta distribución es (en l/s): $\lambda \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)$, donde Γ representa como es habitual la función Gamma:

$$\Gamma(\xi) = \int_0^\infty z^{\xi-1} \cdot \exp(-z) \cdot dz \quad (3.133)$$

3.6.3 Proceso estocástico de punteo en el tiempo

La serie de ocurrencias en el tiempo a lo largo del día que definen los instantes de inicio de pulsos $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \dots, \tau_n$ puede ser adecuadamente descrita mediante un proceso estocástico de punteo. Se asume proceso de Poisson no homogéneo, dado que la frecuencia de pulsos es variable a lo largo del día, siendo por lo general mínima durante las horas nocturnas, y máxima en horas típicas de punta, como las horas de comer.

La función de intensidad del proceso de Poisson es la función $\nu(t)$, describiendo la evolución a lo largo del día de la frecuencia esperada de ocurrencias (número de pulsos/hora), con $t \in [0, 24]$. Esta función es claramente diferente en diferentes viviendas, dependiendo de las costumbres, horarios y hábitos de las personas que la ocupan, así como del grado de ocupación de la vivienda, incidiendo como vemos un número grande de factores. Por otro lado, en una única vivienda se observan variaciones muestrales importantes, con diferencias significativas de un día a otro en la distribución de pulsos observada.

Se propone la función de intensidad $\nu(t)$ expresada de la siguiente forma:

$$\nu(t) = C \cdot g(t) + \varepsilon(t) \quad (3.134)$$

donde C es una constante para un día determinado, que como se verá coincide con el número de pulsos diario, $g(t)$ es una función continua que define la forma del patrón temporal a lo largo del día, y $\varepsilon(t)$ es una componente aleatoria con media 0 y desviación estándar σ_r .

La función $g(t)$ define el patrón temporal de forma adimensional, de manera que:

$$\int_0^{24h} g(t) \cdot dt = 1 \quad (3.135)$$

De cara a la estimación de parámetros del modelo, la anterior integral se calculará de forma discreta como sumatorio, tomando como intervalo temporal 1 hora.

El valor medio del número total de pulsos diarios resulta ser igual a C , como puede comprobarse seguidamente:

$$\begin{aligned} E \left[\int_0^{24h} \nu(t) \cdot dt \right] &= E \left[\int_0^{24h} [C \cdot g(t) + \varepsilon(t)] \cdot dt \right] = \\ &C \cdot E \left[\int_0^{24h} g(t) \cdot dt \right] + E \left[\int_0^{24h} \varepsilon(t) \cdot dt \right] = C \end{aligned} \quad (3.136)$$

en donde E representa, como es habitual, la media ó esperanza matemática de una variable aleatoria.

La función $g(t)$ gobierna el patrón de evolución temporal de la probabilidad de ocurrencia de pulsos a lo largo del día. Va a depender del número de ocupantes de la vivienda, horarios, nivel socioeconómico, etc.; en definitiva, y expresado de forma genérica, del estrato de población en el que se encuentre situada la vivienda. Si bien podría definirse en términos de un análisis de Fourier, parece más indicado emplear funciones sencillas, de 3 ó 4 parámetros que describan lo esencial de la variación diaria en términos probabilísticos. No interesa una función con un excesivo número de parámetros, la cual reproduzca innecesariamente fluctuaciones muestrales, y rompa el esquema general deseable de parsimoniedad en la concepción del modelo.

En el caso que hemos analizado, ha sido empleado un polinomio de grado 3:

$$g(t) = \frac{1}{10.000} \cdot [A_3 \cdot t^3 + A_2 \cdot t^2 + A_1 \cdot t + C_0] \quad t \in [0,24] \text{ horas} \quad (3.137)$$

Los únicos parámetros a estimar son los coeficientes A_1, A_2, A_3 , mientras que C_0 se toma de modo que quede garantizada la condición impuesta anteriormente, según

la ecuación (3.135).

La componente aleatoria $\varepsilon(t)$ se distribuye normalmente $N(0, \sigma_r)$, debiendo estimarse el parámetro σ_r de los datos empíricos.

3.6.4 Consumo diario. Distribución log-normal

El consumo diario en una vivienda es la variable más tangible desde el punto de vista hidráulico, puesto que representa la dotación necesaria para satisfacer diariamente las necesidades de agua. Asimismo, es la que puede determinarse con una mayor sencillez, siendo tan sólo necesario disponer de un contador domiciliario.

Si bien en algunas ocasiones se adopta una distribución normal para los consumos de agua, debe tenerse en cuenta que esta distribución presenta el inconveniente de asignar probabilidades no nulas a valores negativos de la variable aleatoria, lo que no tiene ningún sentido en el caso del consumo de agua. En la presente Tesis hemos considerado una distribución log-normal para la descripción estadística del consumo diario, que además de no tener el inconveniente mencionado, está de acuerdo con investigaciones previas de otros autores (Bowen *et al.*, 1993; Buchberger y Wells, 1996; Billings y Jones, 1996).

Esta variable la vamos a representar por \forall_d , siendo μ y σ su media y su desviación estándar, respectivamente.

La función de densidad será por tanto:

$$\text{F. densidad: } f(\forall_d) = \frac{1}{\sigma_n \forall_d \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln \forall_d - \mu_n}{\sigma_n} \right)^2 \right] \quad \forall_d \geq 0 \quad (3.138)$$

La media y la desviación estándar vienen determinados en función de los parámetros μ_n , σ_n , que son en realidad la media y la desviación estándar del logaritmo neperiano de la variable, respectivamente:

$$\mu = \exp \left(\mu_n + \frac{\sigma_n^2}{2} \right) \quad (3.139)$$

$$\sigma = \sqrt{\exp(2\mu_n + 2\sigma_n^2) - \exp(2\mu_n + \sigma_n^2)} \quad (3.140)$$

3.6.5 Cierre del modelo

Una vez analizadas las distribuciones de las variables que van a intervenir, debemos encontrar una relación que nos permita vincular los diferentes parámetros.

Dicha relación se va a obtener a partir del valor esperado del consumo diario (en litros). Para ello, debe tenerse en cuenta que esta variable es la suma de los

consumos \forall_i correspondientes a cada uno de los pulsos rectangulares producidos a lo largo del día:

$$\forall_d = \sum_{i=1}^C \forall_i \quad (3.141)$$

Puede considerarse en principio que las variables \forall_i son independientes entre sí, así como que son independientes de C . Considerando además que las variables \forall_i están distribuidas idénticamente como una variable \forall , resulta:

$$E[\forall_d] = C \cdot E[\forall] \quad (3.142)$$

Teniendo en cuenta, además, que $\forall_i = T_i \cdot I_i$, así como que las variables T , I son independientes:

$$E[\forall_d] = C \cdot E[T] \cdot E[I] = C \cdot \left(\frac{1}{\alpha}\right) \cdot \lambda \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \quad (3.143)$$

Reviste especial interés el mantenimiento de las variables diarias agregadas, y concretamente, el consumo diario total. Para ello, conviene introducir un grado más de libertad en el modelo, adoptando C como una variable aleatoria (en vez de ser constante para una vivienda dada), de manera que:

$$E[C] = \frac{\mu \cdot \alpha}{\lambda \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)} \quad (3.144)$$

La ecuación (3.144) es la que vamos a utilizar como cierre del modelo.

Partiendo de las premisas anteriores, la varianza del consumo diario será (Parzen, 1967):

$$Var[\forall_d] = E[C] \cdot Var[\forall] + Var[C] \cdot E^2[\forall] \quad (3.145)$$

Por otra parte,

$$\begin{aligned} Var[\forall] &= Var[T \cdot I] = E[T^2] \cdot E[I^2] - E^2[T] \cdot E^2[I] = \\ &= Var[T] \cdot Var[I] + E^2[T] \cdot E^2[I] \cdot \left[\frac{Var[T]}{E^2[T]} + \frac{Var[I]}{E^2[I]} \right] \end{aligned} \quad (3.146)$$

Sustituyendo (3.146) en (3.145), resulta:

$$\begin{aligned} Var[\forall_d] &= E[C] \cdot \left\{ Var[T] \cdot Var[I] + E^2[T] \cdot E^2[I] \cdot \left[\frac{Var[T]}{E^2[T]} + \frac{Var[I]}{E^2[I]} \right] \right\} + \\ &+ Var[C] \cdot E^2[T] \cdot E^2[I] \end{aligned} \quad (3.147)$$

3.6.6 Parámetros y ecuaciones del modelo

El modelo descrito tendrá los siguientes parámetros a estimar:

Distribución	Parámetro	Variable
EXPONENCIAL	α	Duraciones de pulsos
WEIBULL	λ, β	Intensidades de pulsos
POLINOMIAL	A_1, A_2, A_3	Función $g(t)$ del proceso de punteo
NORMAL	σ_r	Desviación estándar del ruido blanco
LOG-NORMAL	μ, σ	Consumo diario de agua (litros)

Por lo tanto, deberán estimarse un total de 9 parámetros, en el caso de adoptar un polinomio de 3° grado para $g(t)$.

Respecto a las ecuaciones, se van a utilizar las siguientes:

$$\text{Función intensidad proceso Poisson: } \nu(t) = C \cdot g(t) + \varepsilon(t) \quad (3.134)$$

$$\text{Condición de cierre de la función } g(t): \int_0^{24h} g(t) \cdot dt = 1 \quad (3.135)$$

$$\text{Condición de cierre del modelo: } E[C] = \frac{\mu \cdot \alpha}{\lambda \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)} \quad (3.144)$$

3.7 Conclusiones

En el presente Capítulo se han expuesto los fundamentos de un modelo para simular consumos domésticos de agua, basado en un proceso de Poisson de pulsos rectangulares. Los procesos de punteo de pulsos rectangulares han sido ampliamente utilizados para la modelación temporal de la precipitación, siendo el modelo de Poisson de pulsos rectangulares el punto de partida para la construcción de otros modelos más completos.

Utilizando conceptos básicos de la teoría de colas, se han derivado expresiones para la media, varianza y distribución de probabilidad del caudal a través de una tubería que alimenta varias viviendas, así como la distribución de probabilidad del número de aparatos sanitarios ocupados. Las expresiones obtenidas han sido aplicadas a una serie de mediciones realizadas en un edificio de viviendas, comprobando que las propiedades estadísticas del número de viviendas ocupadas y de los caudales, corroboran la hipótesis del proceso de Poisson para el caso de consumos domésticos. La distribución horaria de viviendas ocupadas muestra un excelente ajuste con el modelo propuesto, mientras que la varianza de los consumos de agua individuales parece ser aditiva, como se requiere por la hipótesis de que los consumos de agua son independientes.

Los consumos de agua pueden quedar adecuadamente representados mediante

pulsos rectangulares de duración e intensidad aleatorias, con tiempos de inicio que siguen un proceso de Poisson no homogéneo. El modelo supone que existe independencia entre las variables duración e intensidad de pulso, así como entre dichas variables y el proceso de ocurrencia de pulsos a lo largo del día. La independencia entre las duraciones e intensidades será analizada con mayor profundidad en el Capítulo 4.

Debe hacerse notar que el modelo no requiere una extensa estimación de parámetros; tan sólo son necesarios 9 parámetros para tener completamente caracterizado el consumo, pudiendo ser estimados dichos parámetros de un modo directo, a partir de mediciones detalladas de consumos, como se verá en el Capítulo 4. Algunos de estos parámetros podrán ser considerados constantes para un mismo uso del agua, como por ejemplo los parámetros que gobiernan la duración e intensidad de los pulsos, mientras que aquellos relativos al consumo de agua diario y al patrón horario del número de pulsos, variarán de forma significativa entre diferentes usuarios.

El modelo propuesto permite simular los consumos de agua producidos en las viviendas individuales, lo que hace que sea útil para la modelación de redes de abastecimiento en donde se precise una escala de agregación espacial pequeña, como ocurre en los modelos de calidad aplicados a la periferia de redes de abastecimiento, donde la variación temporal de consumos de los usuarios individuales puede dar lugar a períodos de estancamiento del agua, con la consiguiente pérdida de calidad. La información derivada de este modelo puede mejorar la fiabilidad de modelos que intentan predecir el destino y el transporte de contaminantes que llegan a puntos de consumo remotos, permitiendo evaluar los riesgos de los consumidores individuales expuestos a diversas sustancias transportadas por el agua a través del sistema de distribución de agua.

Hay diversas extensiones al modelo propuesto. Por un lado, se ha analizado tan sólo el consumo de agua en el interior de las viviendas que, si bien es el mayoritario, en ocasiones no es el único, cuando existe un consumo externo para el riego de jardines ó llenado de piscinas, con unas características diferentes del consumo interior. El patrón de ocurrencia de pulsos a lo largo del día se ha supuesto invariable para una determinada vivienda, aunque se podrían tener en cuenta las variaciones semanales (diferente patrón para días laborables y fines de semana), ó incluso estacionales. Podría ser también interesante distinguir entre aparatos sanitarios deterministas y aleatorios, analizando de forma independiente sus patrones de consumo. Puede ser posible además extender este planteamiento para simular otros usos de agua (comercial, industrial, etc.), en caso de disponer de suficientes datos históricos que sean representativos. Por último, el modelo puede servir para cuantificar cómo influye el grado de agregación espacial y temporal en los resultados obtenidos de los modelos hidráulicos convencionales de redes de abastecimiento de agua.

El modelo que aquí se ha presentado, puede por tanto considerarse que com-

prende los fundamentos necesarios para la realización de un análisis riguroso del problema, siendo posible mejorarlo mediante diversos refinamientos, condicionado por un lado a la disponibilidad y representatividad de los datos históricos accesibles, y por otro, a la aplicación a que esté orientado el uso del modelo. Cualquier modificación que pueda plantearse del presente modelo deberá basarse en datos de suficiente calidad.

Con relación a la obtención de los datos necesarios para el modelo, cabe indicar que el proceso de medición es laborioso y costoso, puesto que se requiere disponer de datos de consumos detallados, obtenidos en viviendas ó usuarios individuales, no siendo una información de la que hasta el momento se disponga de registros históricos extensos.

Capítulo 4

CONSTRUCCIÓN DEL MODELO. EJEMPLOS

4.1 Introducción

Es evidente que el resultado obtenido del diseño ó el análisis de una red de abastecimiento de agua va a depender en gran medida de los caudales que tenga que suministrar el sistema. Si bien es posible, cuando se trata del análisis de una red en servicio, disponer de los caudales demandados por los usuarios, normalmente la información disponible tiene un nivel de agregación elevado, bien a nivel espacial, como es el caso de los contadores que existen en los puntos de inyección del sistema, ó a nivel temporal, como sucede en el caso de los volúmenes de agua facturados a los abonados del servicio. Tales niveles de agregación, si bien pueden resultar adecuados en determinadas aplicaciones, como es el caso de un macromodelo ó modelo estratégico de la red, resulta poco apropiado cuando el nivel de agregación es más pequeño, en donde los consumos de agua requeridos por los usuarios individuales influirán de forma significativa en la variación de los consumos asignados a los nudos de la red. Este problema es particularmente evidente en el caso de los consumos domésticos, pues si bien se observan una serie de patrones que se repiten periódicamente, existe una fuerte componente aleatoria.

Como ha sido puesto de manifiesto en el Capítulo 3, es posible modelar los consumos domésticos mediante un proceso de Poisson de pulsos rectangulares. El modelo propuesto servirá para la generación de series sintéticas de consumos que se aproximen lo suficiente a secuencias posibles, y que puedan ser utilizadas para determinar, dentro de ciertos errores estadísticos, las cantidades de interés en el sistema. Se contempla el fenómeno de generación de caudales como un proceso estocástico en que se repite el pasado, pero en un sentido estadístico, y las características estadísticas se suponen independientes del tiempo. De esta forma, se obtendrán muchas series de la duración que se desee, cada una de las cuales tiene la misma probabilidad que las demás de ocurrir (equiprobables), y serán utilizadas para evaluar el comportamiento del sistema bajo diferentes condiciones de carga. Del uso de todas las series generadas se pueden obtener estadísticos de interés de dicho comportamiento.

Con objeto de determinar los parámetros del modelo correspondientes a una determinada vivienda, es necesario disponer de un registro histórico de consumos. Dicho registro histórico consistirá en una medición continua del caudal demandado en la vivienda durante un intervalo de tiempo que permita identificar los patrones que se repiten de forma periódica, así como realizar la estimación de parámetros con un alto grado de representatividad desde el punto de vista estadístico, especialmente por lo que se refiere al consumo total diario.

Puesto que el registro histórico consistirá en el caudal producido por la superposición de los diferentes usos de los aparatos domésticos, una vez se disponga de dicho registro, es necesario identificar los pulsos de consumo rectangulares que han generado los consumos observados. Dicha identificación se realizará mediante un procedimiento dividido en dos pasos, basado en fundamentos de carácter empírico.

En el presente Capítulo se va a exponer, en primer lugar, el procedimiento empleado para identificar los pulsos de consumo individuales, y a continuación se aplicará dicho procedimiento a registros históricos correspondientes a viviendas de diferentes ciudades, con objeto de realizar la estimación de parámetros del modelo. Seguidamente, se generarán diferentes series sintéticas para cada vivienda, comparando algunas variables de interés de la serie histórica, con respecto a los valores obtenidos en las series sintéticas, analizando finalmente el comportamiento del modelo, en función de las aplicaciones a que vaya a estar destinado.

4.2 Identificación de los pulsos de consumo domésticos

Idealmente, un consumo de agua puede representarse como un pulso rectangular, con un tiempo de inicio τ_0 , un tiempo final τ_n , una intensidad (ó caudal) positiva $I(t) > 0$ para $\tau_0 \leq t \leq \tau_n$, y una duración $T = \tau_n - \tau_0$ (Figura 4.1).

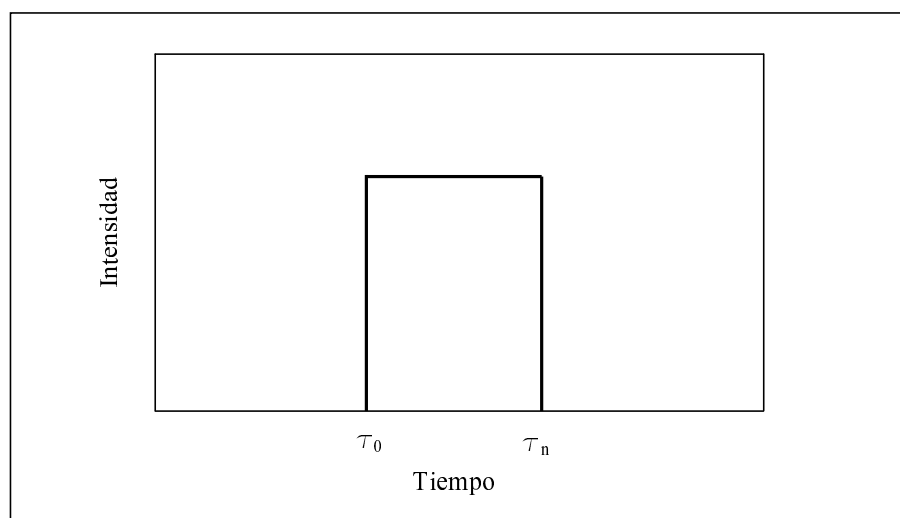


Figura 4.1.- *Pulso rectangular simple*

En la realidad, los consumos de agua registrados muestran una intensidad cuasi estacionaria, con pequeñas fluctuaciones, pudiendo comprender en ocasiones distintos niveles de intensidad, debido a la intervención del usuario durante el consumo, variando el grado de apertura del correspondiente grifo.

Si bien en general, se observan ascensos y descensos en la intensidad muy definidos, que producen unos perfiles de intensidad rectangulares, hay que hacer una mención especial al llenado de las cisternas de los inodoros, con una zona de descen-

so gradual, que va a hacer que su análisis sea algo diferente al de los otros aparatos (Figura 4.2).

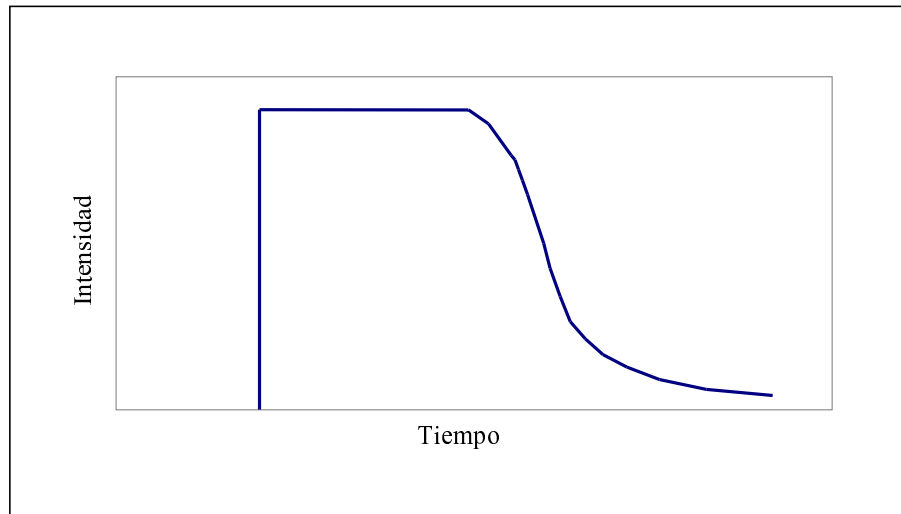


Figura 4.2.- Llenado de cisterna de inodoro

El proceso para identificar los pulsos rectangulares a partir del registro continuo de caudales va a comprender dos etapas (Wells, 1994; Buchberger y Wells, 1996):

- Suavización de la señal
- Separación de pulsos

Este proceso va a ser aplicado a los registros históricos obtenidos por el Departamento de Ingeniería Hidráulica y Medio Ambiente de esta Universidad, en los cuales están recogidos los instantes en los que se produce el paso de un volumen de 0,1 litros a través de un contador volumétrico. La intensidad es por tanto calculada como el cociente entre el volumen de 0,1 litros, y el tiempo transcurrido entre dos señales consecutivas. En lo que sigue, se va a denominar como “pulso”, a cada uno de los consumos de 0,1 litros que producía una señal, mientras que “pulso rectangular” será el consumo total de un determinado aparato doméstico.

4.2.1 Suavización de la señal

Esta etapa va a suponer la eliminación de fugas y de valores de intensidad intermedios, dejando sólo aquellos puntos en que se producen cambios significativos en la intensidad (Figuras 4.3(a) y 4.3(b)).

Seguidamente se indica el proceso que se ha seguido para realizar esta etapa:

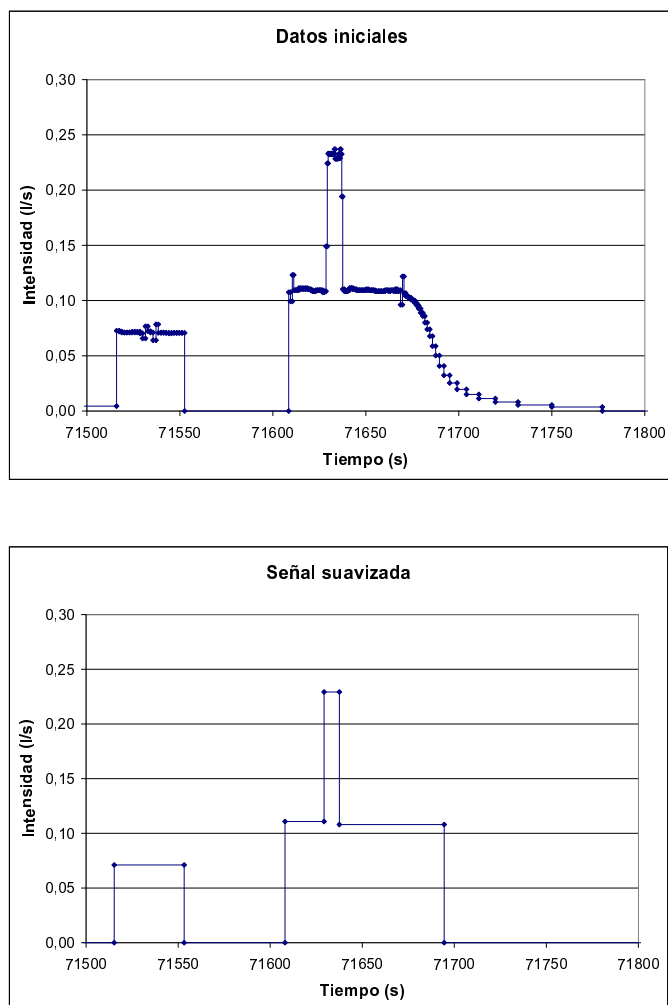


Figura 4.3.- Suavización de la señal

1. En primer lugar, los valores de intensidad que se encuentran por debajo de 0,03 l/s (1,8 l/min) son desechados, al considerar que los consumos reales producen intensidades superiores a este valor, pudiendo deberse las intensidades pequeñas a fugas de la instalación. A esta conclusión se ha llegado tras observar detenidamente los valores registrados en varias de las viviendas analizadas.

Hay que hacer, no obstante, una matización a lo que se acaba de indicar. Debido a que los caudales se obtienen dividiendo el volumen de un pulso (0,1 l) por el tiempo transcurrido entre dos pulsos sucesivos, en el caso que haya dos consumos de agua separados lo suficiente, el primer pulso de agua correspondiente al segundo consumo tendrá una intensidad muy pequeña, inferior al de los siguientes pulsos de ese consumo (Figura 4.4). No sería lógico, por tanto, eliminar ese pulso, aún cuando su intensidad fuese inferior a 0,03 l/s.

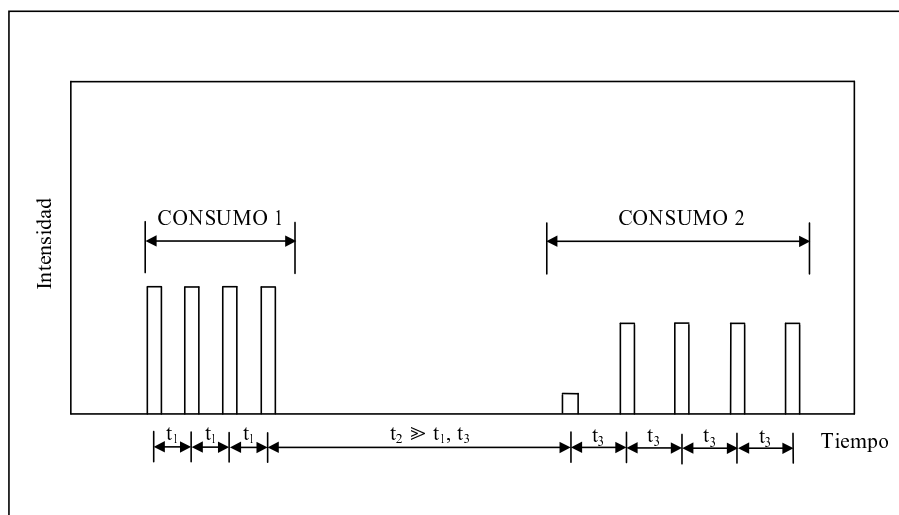


Figura 4.4.- Pulsos de dos consumos consecutivos

Por otra parte, hay que indicar que los instantes en que se producen los pulsos no van a coincidir, en general, con el inicio y el final de los consumos. Según se aprecia en la Figura 4.4, el consumo 1 termina con posterioridad al último pulso asignado a dicho consumo, y el consumo 2 comienza antes que su primer pulso. Ello va a ser así casi siempre, pues los volúmenes demandados en cada consumo no serán múltiplos del volumen del pulso. En el caso de la Figura 4.4, una parte del volumen del primer pulso asignado al consumo 2, corresponde al consumo 1, ya que finalizó con posterioridad al último pulso asignado a ese consumo.

Para soslayar los problemas indicados, lo que se ha hecho ha sido repartir el primer pulso correspondiente a un consumo, entre el consumo anterior y dicho consumo, asignando el 50% de volumen a cada uno, con independencia de la intensidad del pulso, eliminando el resto de pulsos intermedios cuya intensidad fuese inferior a los 0,03 l/s.

2. Con objeto de identificar los cambios significativos en la intensidad, se utilizó un esquema de media móvil. Desde el principio de cada consumo se calculaba una media acumulada de las intensidades, así como una media móvil de los últimos cinco valores. Cuando la diferencia entre dichas medias era superior a 0,0083 l/s (0,5 l/min), se consideraba que se producía un salto a un nuevo nivel de intensidad. Lógicamente, este criterio sólo sirve cuando hay cinco valores acumulados; para los pulsos anteriores, lo que se hizo fue comparar el pulso en estudio con los anteriores y posteriores, con objeto de detectar saltos significativos en los valores de intensidad.

Si bien este esquema funciona bien en general, en el caso que el salto de in-

tensidad se produzca cuando hay pocos valores acumulados, resulta ineficaz, ya que entonces, la media acumulada varía de forma similar a la media móvil, por lo que la diferencia entre ambas medias no supera el valor indicado anteriormente. Por ejemplo, si se produce primero un consumo con N pulsos de intensidad $I_1 = 0,1$ l/s, y a continuación se produce un pulso de intensidad $I_2 = 0,15$ l/s, para que la diferencia entre la media acumulada y la media móvil sea superior a $0,0083$ l/s, debe ser $N > 28,4 \approx 29$.

Para evitar este problema, lo que se hizo fue combinar la condición de media móvil, con otras condiciones que comparan los valores de los pulsos anteriores y posteriores al pulso que se está analizando.

3. Una vez se tienen acumulados los pulsos correspondientes a un determinado nivel de intensidad, se calcula su intensidad equivalente como:

$$I = \frac{N \cdot \forall_p}{t_{final} - t_{inicio}} \quad (4.1)$$

siendo:

I : intensidad equivalente, en l/s.

N : número de pulsos.

\forall_p : volumen de un pulso = $0,1$ l.

t_{final} : instante en que finaliza el último pulso de la serie.

t_{inicio} : instante en que comienza el primer pulso de la serie.

El proceso descrito hasta ahora es de aplicación general para todos los casos; sin embargo, existen dos casos particulares, cuando se trata del llenado de la cisterna de un inodoro, y cuando la serie de pulsos es irregular, que requieren un análisis más detallado, según se va a describir a continuación.

4.2.1.1 Identificación de inodoro

Como se ha indicado anteriormente, el llenado de la cisterna del inodoro presenta una zona de descenso gradual de caudal, que debe ser tratada de forma diferente a los pulsos que se producen en la zona de caudal uniforme.

Una vez comienza el descenso gradual de caudal, el criterio descrito de media móvil detecta una variación significativa en la intensidad. Lo que se hace entonces es comprobar si dicha variación corresponde a un inodoro, y en tal caso, acumular los pulsos que se producen hasta que la cisterna está totalmente llena; es decir, hasta que la intensidad vale 0 l/s (en la práctica, lo que se ha hecho ha sido acumular los pulsos hasta que su intensidad fuese de $0,003$ l/s).

Para comprobar si la variación de intensidad corresponde a un inodoro, en primer lugar se comprueba si el promedio de las intensidades que se producen a continuación es inferior a las intensidades anteriores. En caso afirmativo, se comparan entre sí los 10 pulsos siguientes al pulso en que se produce el salto de intensidad. Si al menos en la mitad de los casos, el pulso posterior es inferior al anterior, y la diferencia entre el primer y el último pulso es superior a un determinado valor, entonces se considera que se trata de un inodoro.

Si bien el criterio descrito para la comprobación del inodoro es relativamente simple, la presencia de oscilaciones en la señal (debidas probablemente a errores en los aparatos de medición), hizo necesaria la introducción de comprobaciones adicionales.

La intensidad equivalente del pulso rectangular correspondiente al inodoro, se obtiene teniendo en cuenta tan sólo los pulsos producidos hasta que se alcanza la zona de descenso de intensidad, empleando la ecuación (4.1). El volumen de la zona descendente se añade a continuación, calculando el tiempo correspondiente a dicha intensidad como (Figura 4.5):

$$t_{cierre} = \frac{V_{cierre}}{I_{inodoro}} \quad (4.2)$$

siendo:

t_{cierre} : tiempo transcurrido desde que comienza la zona de descenso de intensidad, hasta el cierre completo de la válvula del inodoro.

V_{cierre} : volumen correspondiente a la zona de descenso de intensidad.

$I_{inodoro}$: intensidad equivalente del inodoro, teniendo sólo en cuenta los pulsos de la zona de caudal uniforme.

4.2.1.2 Identificación de serie irregular

Como se ha indicado anteriormente, las señales registradas mostraron ocasionalmente oscilaciones importantes, que obligaron a su identificación y tratamiento particularizado.

En la Figura 4.6 puede observarse que se producen unas oscilaciones en la intensidad, que no pueden ser debidas a una intervención del usuario sobre un grifo de consumo, ni tampoco a superposición de varios consumos, por lo que se considera que se trata de una perturbación que debe eliminarse. A la serie de pulsos que cuenta con alguna perturbación de este tipo se le denomina serie irregular.

La eliminación de dicha perturbación va a consistir en considerar que todos los pulsos de la serie pertenecen al mismo pulso rectangular, calculando su intensidad equivalente mediante la ecuación (4.1).

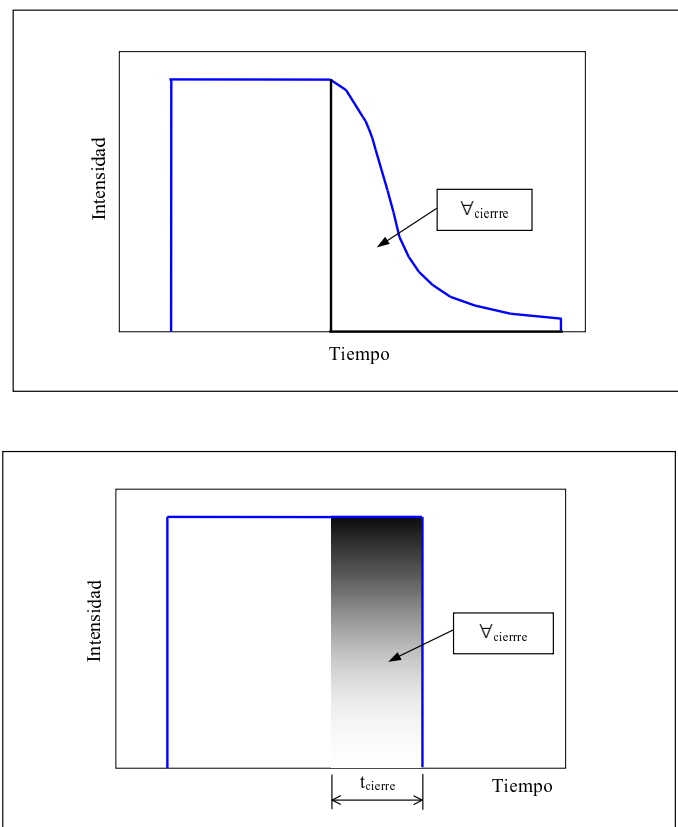


Figura 4.5.- Pulso equivalente rectangular al llenado de la cisterna de un inodoro

Puesto que, con el criterio descrito anteriormente de media móvil, va a detectarse un salto en el nivel de intensidad al comenzar las oscilaciones, lo que se hace entonces es comprobar si dicho salto se debe a una serie irregular.

Para ello, en primer lugar se comprueba si el salto de intensidad entre pulsos consecutivos es superior a 0,02 l/s, así como si la diferencia entre el promedio de los cinco pulsos anteriores y el promedio de los cinco posteriores al pulso en que se detecta el salto de intensidad, es inferior a 0,035 l/s. En caso afirmativo, se calcula la desviación estándar de los 7 pulsos siguientes al salto de intensidad; si dicha desviación es superior a 0,02 l/s, se considera que se trata de una serie irregular.

Como resumen al proceso descrito de suavización de la señal, en la Figura 4.7 se representa su diagrama de flujo.

4.2.2 Separación de pulsos

Este proceso consiste en identificar, en aquellos consumos en los que hay varios niveles de intensidad, si hay varios usos de agua (ó pulsos de consumo) superpuestos,

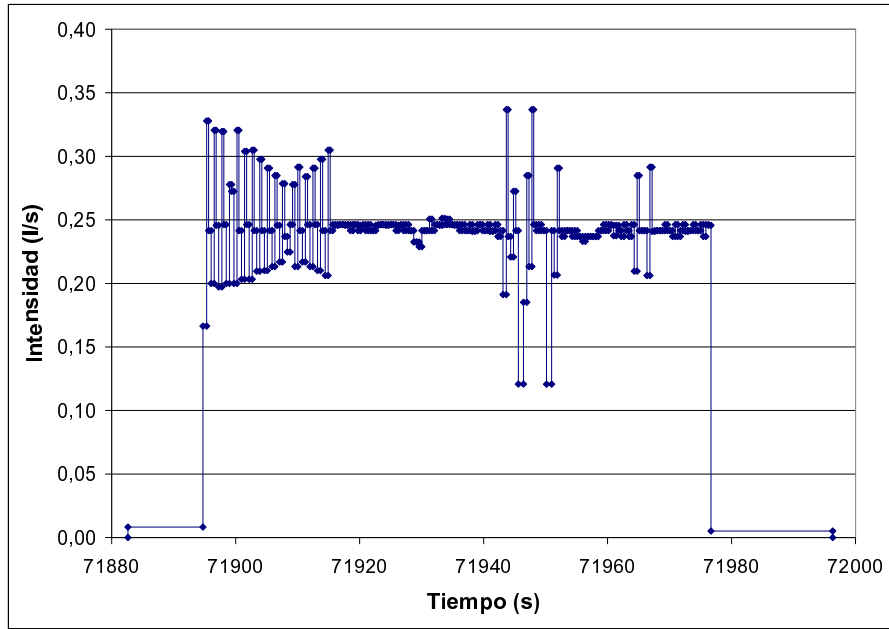


Figura 4.6.- Serie irregular

procediendo en tal caso a su separación.

Para realizar dicha identificación se utilizan dos reglas empíricas:

1. dos pulsos no pueden empezar ni acabar al mismo tiempo;
2. los usos de agua coincidentes deben producir un incremento en la intensidad.

La primera regla elimina aquellos consumos con sólo dos niveles de intensidad, como candidatos a estar generados por una superposición de pulsos, puesto que para que dos pulsos produzcan un perfil con dos niveles de intensidad, deberían empezar ó acabar al mismo tiempo, ó bien el segundo pulso debería comenzar en el instante en que finaliza el primer pulso.

La superposición de dos pulsos va a producir 3 niveles de intensidad, tal como aparece en la Figura 4.8. Denominando \hat{I}_n a la intensidad del nivel n , en este caso se debe cumplir:

$$\hat{I}_1 < \hat{I}_3 < \hat{I}_2 \quad (4.3)$$

$$\hat{I}_2 \approx \hat{I}_1 + \hat{I}_3 \quad (4.4)$$

Hay que observar que la expresión (4.4) no es una igualdad, debido a que las pérdidas de carga varían con el cuadrado del caudal, por lo que en el caso de dos consumos coincidentes, el caudal no será exactamente igual a la suma de los caudales

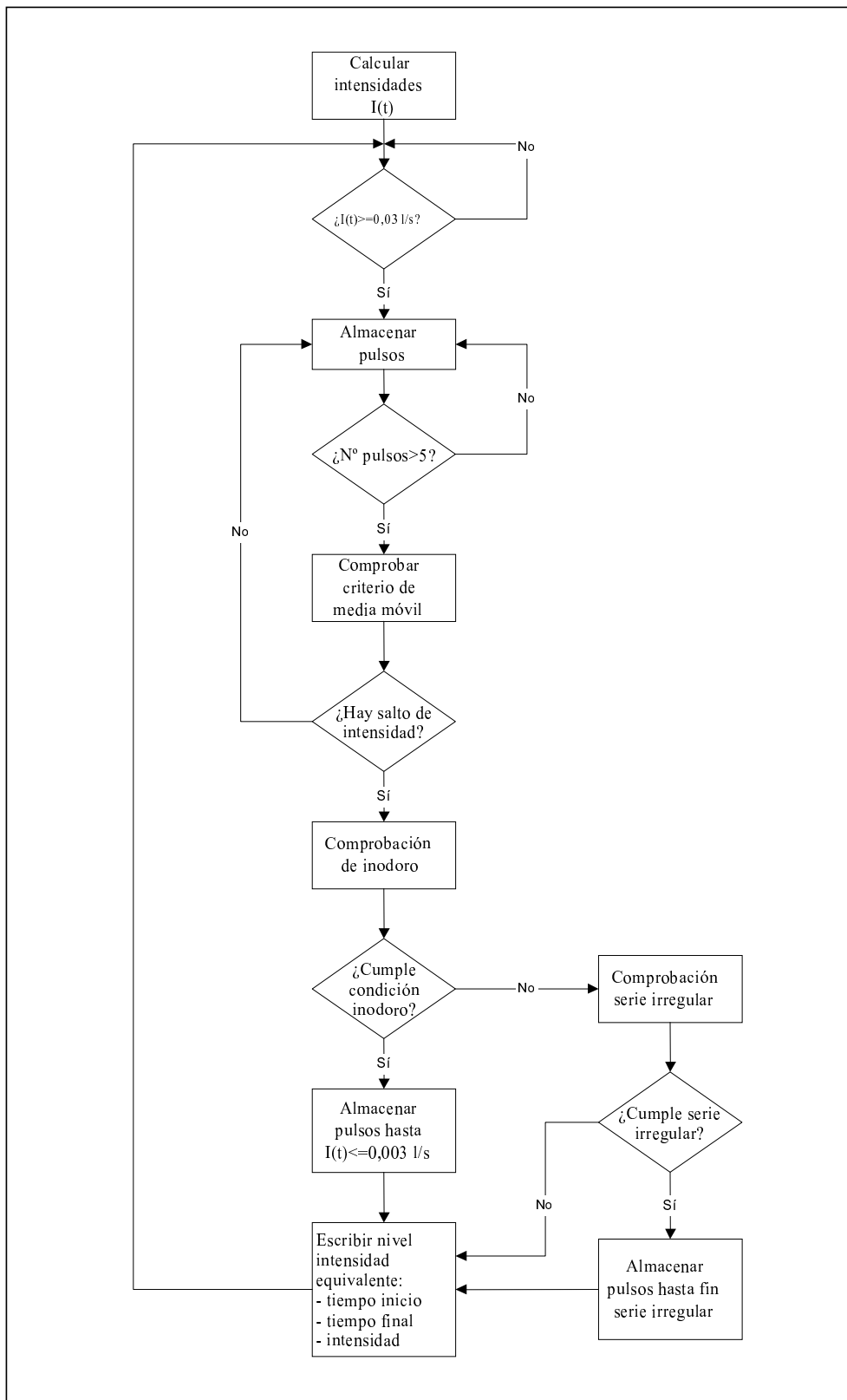


Figura 4.7.- Diagrama de flujo de la suavización de la señal

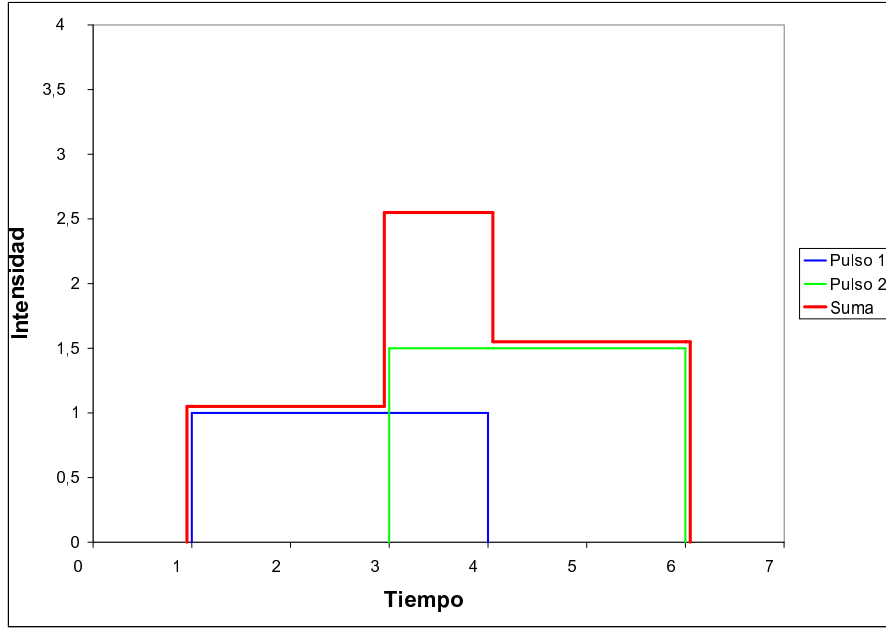


Figura 4.8.- Perfil de intensidad correspondiente a la superposición de 2 pulsos

de cada consumo por separado.

Wells (1994) ha comprobado que la intensidad resultante de 2 usos de agua coincidentes debe ser como mucho un 15% inferior a la suma de las intensidades individuales, por lo que la ecuación (4.4) puede escribirse como:

$$0,85 \cdot (\hat{I}_1 + \hat{I}_3) \leq \hat{I}_2 \leq \hat{I}_1 + \hat{I}_3 \quad (4.5)$$

Según puede observarse en la Figura 4.8, los pulsos rectangulares superpuestos tienen las siguientes características:

$$I_1 = \hat{I}_1 \quad \tau_{i,1} = t_{i,1} \quad \tau_{f,1} = t_{f,2} = t_{i,3} \quad (4.6)$$

$$I_2 = \hat{I}_3 \quad \tau_{i,2} = t_{f,1} = t_{i,2} \quad \tau_{f,2} = t_{f,3} \quad (4.7)$$

siendo:

I_p : intensidad del pulso rectangular p .

$\tau_{i,p}, \tau_{f,p}$: tiempos de inicio y final, respectivamente, del pulso rectangular p .

$t_{i,n}, t_{f,n}$: tiempos de inicio y final, respectivamente, del nivel de intensidad n .

Para el caso de la superposición de dos pulsos cabe otra posibilidad, que el pulso 1 abarque completamente al pulso 2, siendo entonces:

$$\hat{I}_2 > \hat{I}_1, \hat{I}_3 \quad (4.8)$$

$$\hat{I}_1 = \hat{I}_3 \quad (4.9)$$

Las intensidades y tiempos de inicio y final de los pulsos serán en este caso:

$$I_1 = \hat{I}_1 \quad \tau_{i,1} = t_{i,1} \quad \tau_{f,1} = t_{f,3} \quad (4.10)$$

$$I_2 = \hat{I}_2 - \hat{I}_1 \quad \tau_{i,2} = t_{f,1} = t_{i,2} \quad \tau_{f,2} = t_{f,2} = t_{f,3} \quad (4.11)$$

Por lo tanto, en el caso de la superposición de 2 pulsos rectangulares, sólo existen dos posibilidades, que podrían quedar caracterizadas mediante:

- $\tau_{f,1} < \tau_{f,2}$
- $\tau_{f,1} > \tau_{f,2}$

4.2.2.1 Superposición de más de dos pulsos

Si bien el análisis de superposición de dos pulsos rectangulares es relativamente sencillo, puesto que sólo pueden superponerse de dos maneras, a medida que se consideran más pulsos, el análisis se complica, puesto que las posibilidades de superposición aumentan considerablemente.

Puede comprobarse que por cada pulso que se añade, el número de niveles de intensidad aumenta en 2, por lo que para p pulsos, el número de niveles de intensidad será:

$$\text{Núm. niveles intensidad} = 2 \cdot p - 1 \quad (4.12)$$

Por otro lado, el número de posibles secuencias de finalización de los pulsos (orden en que aparecen los tiempos de finalización de los pulsos) sería:

$$P_{p,p} = \frac{p!}{(p-p)!} = p! \quad (4.13)$$

Cada una de las posibles combinaciones de pulsos tendrá un perfil determinado, verificándose entre las intensidades una serie de ecuaciones como las vistas anteriormente; sin embargo, cuando la diferencia de intensidades entre los pulsos que se superponen sea pequeña, va a ser difícil determinar qué combinación de pulsos ha originado el perfil de intensidades observado.

Considerando el caso de la superposición de tres pulsos, resultarían 6 posibles secuencias de finalización de los pulsos. En la Figura 4.9 vienen representadas dos de esas secuencias.

Por otra parte, en el caso de las secuencias 2-1-3 y 2-3-1, existen dos posibilidades, según que $\tau_{i,3} < \tau_{f,2}$ y $\tau_{i,3} > \tau_{f,2}$. Asimismo, para las secuencias 1-2-3 y 1-3-2

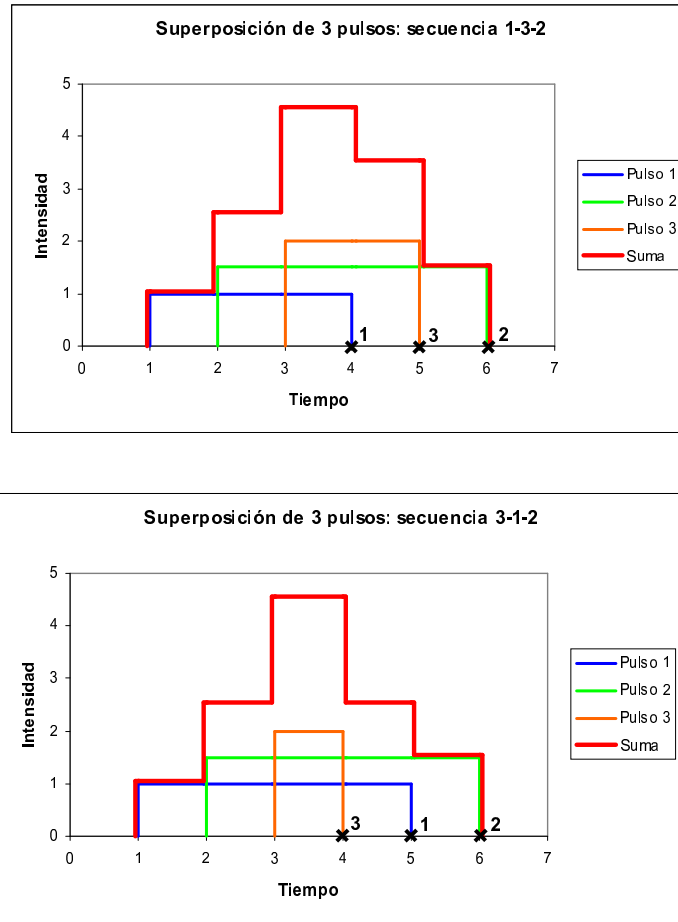


Figura 4.9.- Diferentes perfiles de intensidad debido a la superposición de 3 pulsos

hay otras dos posibilidades: $\tau_{i,3} < \tau_{f,1}$ y $\tau_{i,3} > \tau_{f,1}$. Si bien en los casos en que $\tau_{i,3} > \tau_{f,2}$ ó $\tau_{i,3} > \tau_{f,1}$ no llegan a superponerse los 3 pulsos a la vez, el perfil resultante presenta 5 niveles de intensidad, como en el resto (Figura 4.10). Contando estas posibilidades, resultaría un total de 10 posibles combinaciones de superposición para un perfil compuesto por 5 niveles de intensidad.

En el caso de superposición de 4 pulsos, el número de combinaciones posible se hace muy grande, pues tan sólo el número de secuencias de finalización de pulsos asciende a 24 (4!). Hay que indicar, no obstante, que la probabilidad de uso simultáneo de 4 aparatos es muy baja, siendo muy difícil que se produzca un uso simultáneo de más de 3 aparatos. En (Wells, 1994; Buchberger y Wells, 1996) tan sólo se considera la posibilidad que se produzca un uso simultáneo de 2 aparatos.

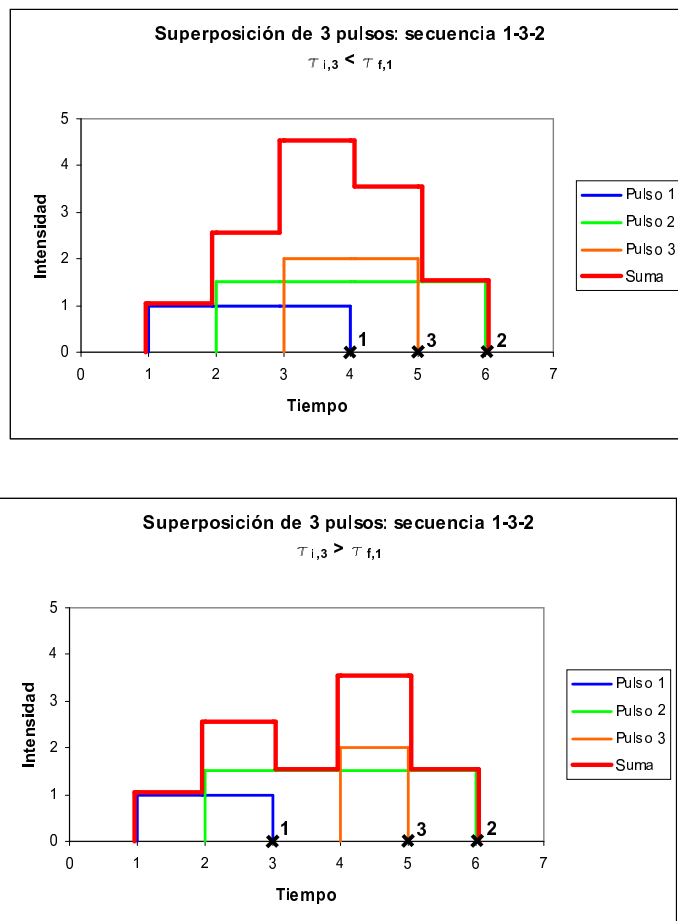


Figura 4.10.- *Diferentes combinaciones de pulsos para una secuencia 1-3-2*

4.2.2.2 Superposición de inodoro

Los perfiles de intensidad analizados en el apartado anterior son válidos cuando los perfiles de los pulsos que se superponen son rectangulares. Sin embargo, cuando la superposición se produce entre dos utilizaciones del inodoro, ó entre un inodoro y un pulso con perfil rectangular, es posible que no se observen dichos perfiles de intensidad, lo que obliga a un planteamiento algo diferente.

Seguidamente se va a examinar el caso de superposición de 2 pulsos cuando uno de ellos, ó los dos, corresponde a un inodoro. La consideración de más pulsos conllevaría un número de combinaciones elevado, que complicaría excesivamente el análisis, no estando justificada, dada su baja probabilidad de ocurrencia.

En las Figuras 4.11, 4.12, 4.13 y 4.14 se representan los perfiles de intensidad correspondientes a las posibles combinaciones. El caso 12 corresponde al uso sucesivo de un mismo inodoro, por lo que no supone una superposición de usos; tan sólo

se ha representado para diferenciarlo de los casos 10 y 11, en los que se produce un uso simultáneo de 2 inodoros diferentes.

Una vez realizado el proceso de suavización de la señal, en los casos 1, 3, 4 y 6 van a aparecer perfiles con tres niveles de intensidad, con la forma indicada en la Figura 4.8, ya que la zona descendente del inodoro va a agruparse con la zona de caudal constante, obteniendo un pulso rectangular equivalente. Estos casos van a poder ser tratados de la misma forma que cuando se produce la superposición de 2 pulsos rectangulares.

Los perfiles de intensidad suavizados en los casos 2 y 5 tan sólo presentan dos niveles de intensidad puesto que, como se ha indicado anteriormente, una vez detectada la zona de descenso de intensidad del inodoro, los pulsos se acumulan hasta que $I \leq 0,003$ l/s. En estos casos, a la vez que se acumulaban los pulsos de la zona descendente, se ha detectado si se producía un salto (descenso) brusco en la intensidad, como sucede en los casos 2 y 5. Al hacer la separación de pulsos, se realizan las siguientes comprobaciones, para aquellos pulsos correspondientes a un inodoro en los que ha habido un salto brusco de intensidad:

$$\text{Si } \begin{cases} \hat{I}_1 \cdot (t_{f,2} - t_{i,1}) < \forall_{max} + 0,5 \\ \hat{I}_1 \cdot (t_{f,2} - t_{i,1}) > \forall_{min} - 0,5 \\ \hat{I}_1 < I_{max} + 0,02 \\ \hat{I}_1 > I_{min} - 0,02 \end{cases} \implies \text{Caso 5}$$

$$\text{Si } \begin{cases} (\hat{I}_2 - \hat{I}_1) \cdot (t_{f,2} - t_{i,2}) < \forall_{max} + 0,5 \\ (\hat{I}_2 - \hat{I}_1) \cdot (t_{f,2} - t_{i,2}) > \forall_{min} - 0,5 \\ \hat{I}_2 - \hat{I}_1 < I_{max} + 0,02 \\ \hat{I}_2 - \hat{I}_1 > I_{min} - 0,02 \end{cases} \implies \text{Caso 2}$$

siendo:

\hat{I}_2 : intensidad del inodoro que presenta un salto brusco de intensidad.

\hat{I}_1 : intensidad del pulso anterior.

\forall_{max} : volumen máximo de los inodoros aislados detectados en la fase de suavización de la señal.

\forall_{min} : volumen mínimo de los inodoros aislados.

I_{max}, I_{min} : intensidades máxima y mínima de los inodoros aislados, respectivamente.

En los casos 7, 8 y 9 también resultarían dos niveles de intensidad tras la suavización de la señal, correspondiendo un nivel de intensidad a la zona en la que el inodoro está solo, y el otro nivel, a la zona en la que están superpuestos el inodoro y el pulso rectangular. En estos casos, resultaría difícil la obtención de los pulsos originales en el proceso de separación de pulsos, siendo más sencillo realizarlo durante

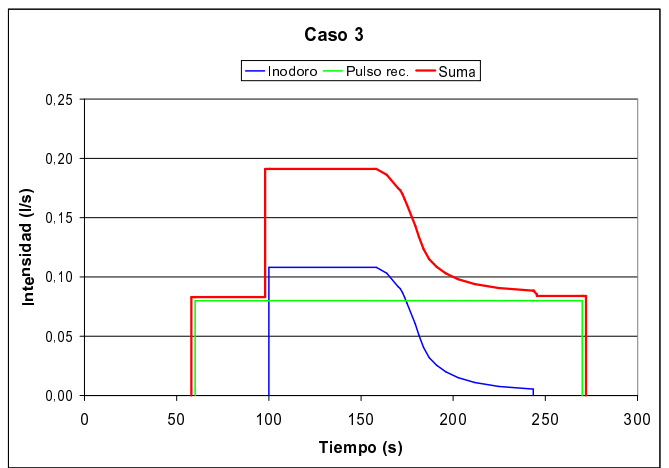
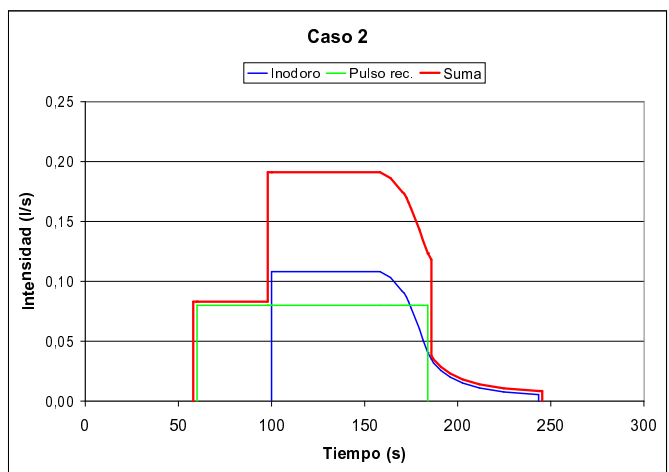
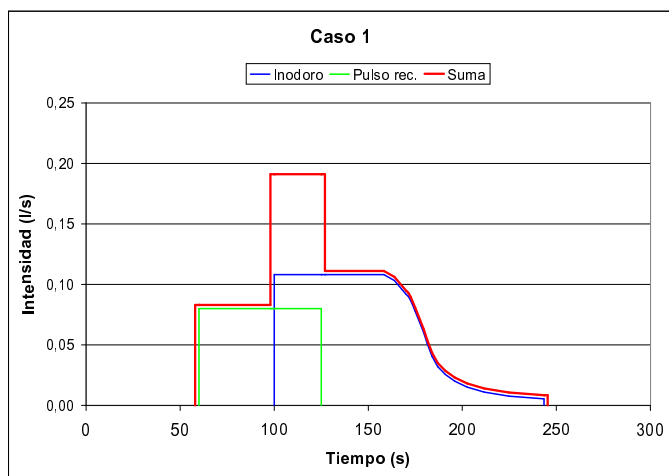


Figura 4.11.- Superposiciones en las que están presentes uno ó varios inodoros

4.2 Identificación de los pulsos de consumo domésticos

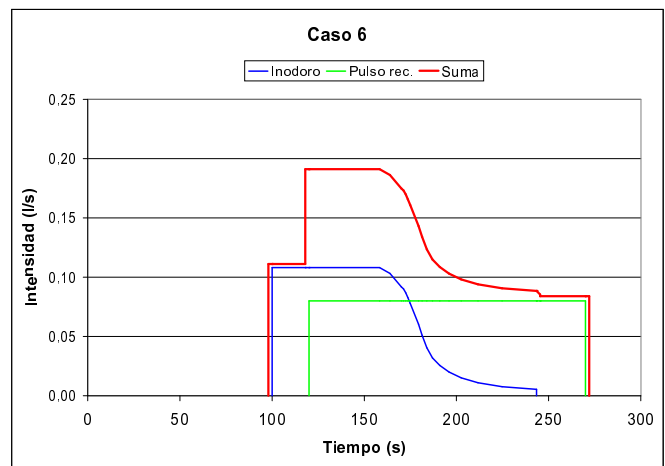
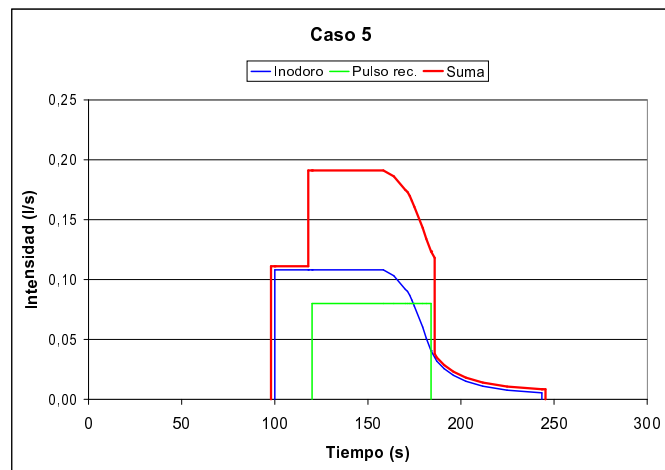
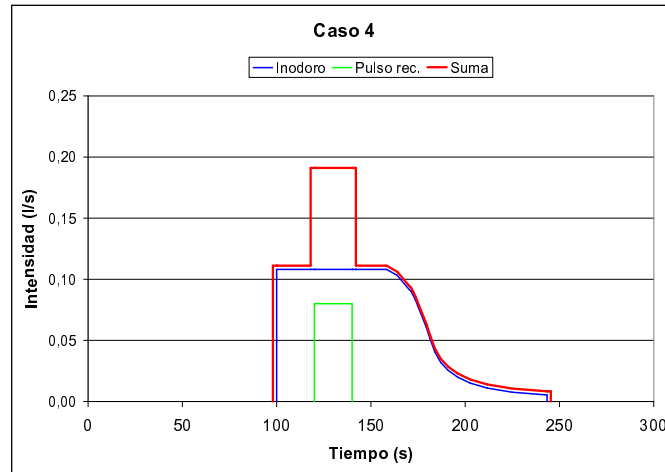


Figura 4.12.- Superposiciones en las que están presentes uno ó varios inodoros (cont.)

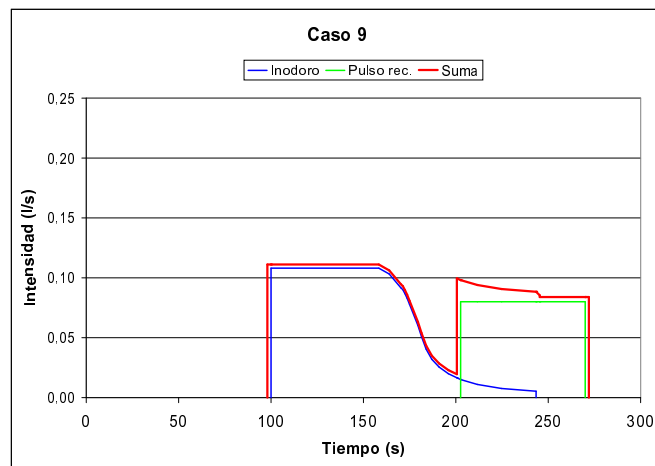
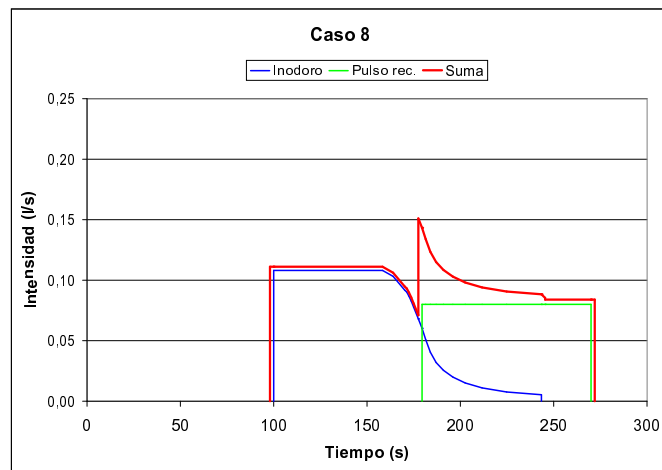
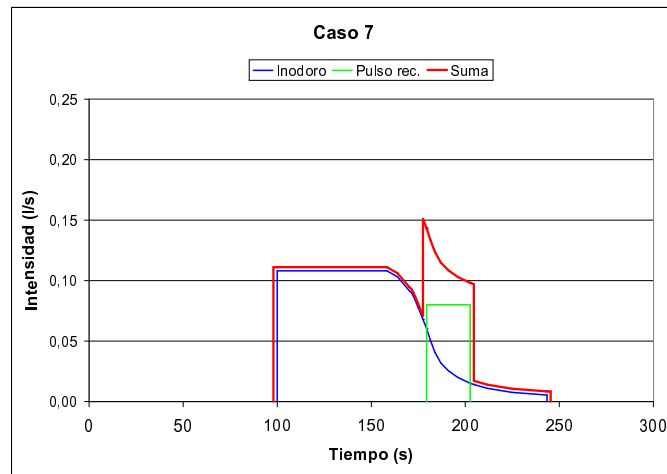


Figura 4.13.- Superposiciones en las que están presentes uno ó varios inodoros (cont.)

4.2 Identificación de los pulsos de consumo domésticos

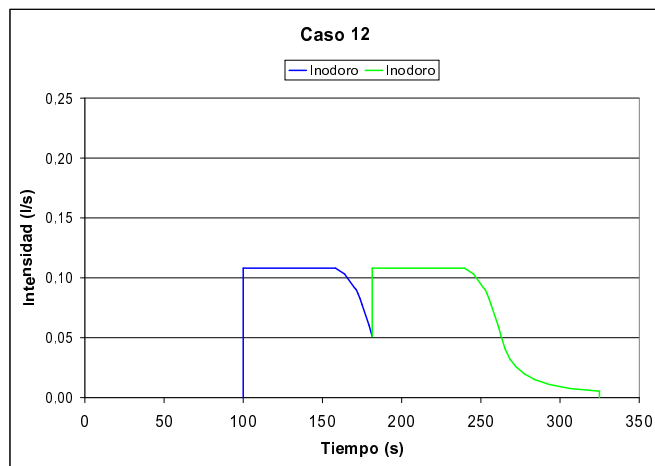
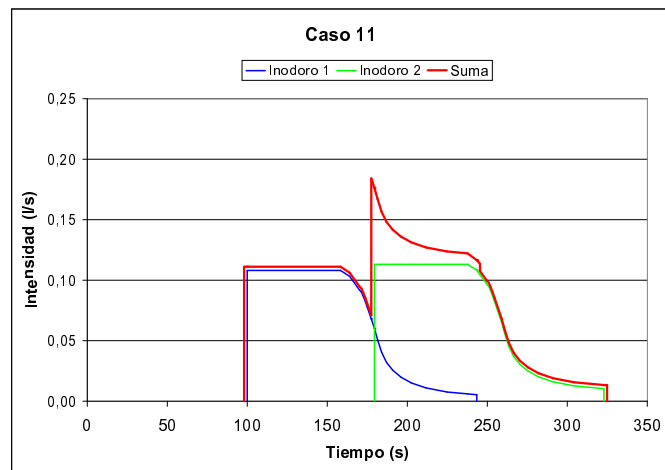
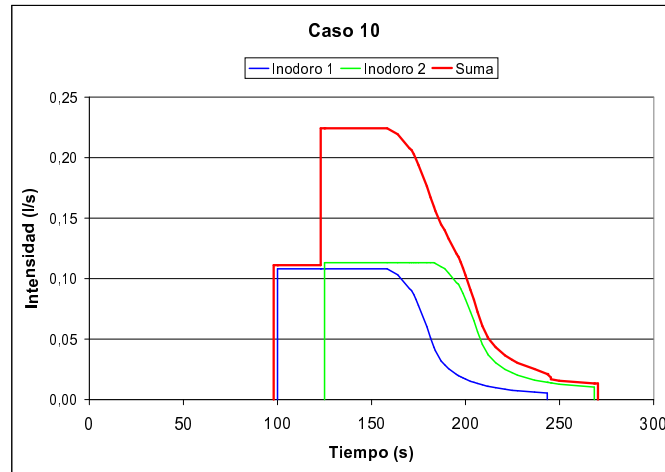


Figura 4.14.- Superposiciones en las que están presentes uno ó varios inodoros (cont.)

la suavización de la señal.

Por lo tanto, una vez interrumpida la zona de descenso del inodoro por un incremento brusco de intensidad ($> 0,05$ l/s), se comprueba si a continuación se produce un descenso continuo de intensidad (de forma similar a la comprobación que se hace para identificar los inodoros). En caso afirmativo, se acumulan los pulsos de esta nueva zona descendente hasta que se produce un descenso brusco de intensidad (caso 7) ó hasta que la intensidad alcanza un valor estable (caso 8).

En el caso 9, la superposición de los dos pulsos se produce cuando la intensidad del inodoro ha descendido hasta valores muy bajos, por lo que el descenso de intensidad que se produce tras el incremento brusco de intensidad, no es de la suficiente entidad como para ser detectado. Este caso se trata como si no hubiese superposición, asignando todo el volumen de los pulsos producidos a continuación del salto de intensidad, al pulso rectangular, siendo pequeño el error que se comete.

En los casos 7 y 8, el volumen acumulado se reparte entre el inodoro y el siguiente pulso rectangular de esta manera:

$$\forall_{ino} = \forall_{acum} - I_u \cdot (\tau_{final,u} - \tau_{final,a}) \quad (4.14)$$

$$\forall_{rec} = I_u \cdot (\tau_{final,u} - \tau_{final,a}) \quad (4.15)$$

siendo:

\forall_{ino} : volumen a añadir al pulso identificado como inodoro.

\forall_{acum} : volumen acumulado desde el incremento brusco de intensidad.

\forall_{rec} : volumen correspondiente al siguiente pulso rectangular.

I_u : intensidad del último pulso anterior al tercer descenso de intensidad.

$\tau_{final,u}$: tiempo final del último pulso.

$\tau_{final,a}$: tiempo final del pulso anterior al que se produce el incremento de intensidad.

Los casos 10 y 11 corresponden a la superposición de 2 inodoros, si bien el tratamiento que se realiza en cada caso es diferente.

Una vez realizada la suavización de la señal, en el caso 10 resultan dos niveles de intensidad: el primero, correspondiente a la zona en la que sólo hay un inodoro, y el segundo, a la zona en la que los inodoros están superpuestos. Este segundo nivel de intensidad se ha identificado además como inodoro, debido al descenso continuo de intensidad que presenta. Por otra parte, a diferencia de los casos 2 ó 5, en éste no se produce un descenso brusco de intensidad. Al realizar el proceso de separación de pulsos, se hacen las siguientes comprobaciones:

$$\text{Si } \left\{ \begin{array}{l} (\hat{I}_2 - \hat{I}_1) \cdot (t_{f,2} - t_{i,2}) < \forall_{max} + 0,5 \\ (\hat{I}_2 - \hat{I}_1) \cdot (t_{f,2} - t_{i,2}) < \forall_{min} - 0,5 \\ \hat{I}_1 \cdot (t_{f,2} - t_{i,1}) < \forall_{max} + 0,5 \\ \hat{I}_1 \cdot (t_{f,2} - t_{i,1}) > \forall_{min} - 0,5 \\ \hat{I}_2 - \hat{I}_1 < I_{max} + 0,02 \\ \hat{I}_2 - \hat{I}_1 > I_{min} - 0,02 \end{array} \right. \implies \text{Caso 10}$$

siendo:

\hat{I}_2 : intensidad del inodoro que no presenta un salto brusco de intensidad.

\hat{I}_1 : intensidad del pulso anterior.

$\forall_{max}, \forall_{min}$: volumen máximo y mínimo de los inodoros aislados, respectivamente.

I_{max}, I_{min} : intensidades máxima y mínima de los inodoros aislados, respectivamente.

El caso 11 es similar a los casos 7 y 8 vistos anteriormente, realizándose la separación de los pulsos en el proceso de suavización de la señal. En este caso, una vez producido el incremento brusco (salto) de intensidad, se acumulan los pulsos hasta que el valor de la intensidad es inferior al valor de dicho salto, repartiendo el volumen acumulado entre los dos inodoros, de forma similar a los casos 7 y 8.

4.2.2.3 Resumen del proceso de separación de pulsos

Una vez analizadas las diferentes posibilidades de superposición de pulsos, se describe seguidamente el proceso empleado para realizar la separación de pulsos.

El proceso comprende las siguientes etapas:

1. Determinación de las intensidades y volúmenes máximo y mínimo de los pulsos de inodoro aislados que hayan aparecido en el proceso de suavización de la señal. Puesto que existe una cierta variabilidad en las características de los aparatos instalados en las viviendas, en primer lugar obtenemos dichos valores extremos, con objeto de utilizarlos como referencia en las etapas siguientes.
2. Obtención y almacenamiento de los valores de intensidad, tiempo de inicio y final de los diferentes niveles de intensidad que componen cada consumo.
3. En el caso que el consumo comprenda más de un nivel de intensidad, comparación y análisis de los niveles de intensidad obtenidos. Esta etapa comprende a su vez los siguientes pasos:
 - (a) Comparación de los niveles de intensidad contiguos, juntándolos en un solo nivel, en aquellos casos que la diferencia de intensidad entre ambos sea inferior a 0,02 l/s. Se considera, por tanto, que diferencias menores a

0,02 l/s no pueden deberse a una superposición de dos pulsos de consumo, sino más bien a oscilaciones que se hayan producido en la adquisición de datos.

- (b) Comprobación de la existencia de superposiciones de 4, 3 ó 2 pulsos. Para cada agrupación de 7, 5 ó 3 niveles de intensidad, se comprueba si puede haber sido generada por una superposición de 4, 3 ó 2 pulsos, respectivamente.

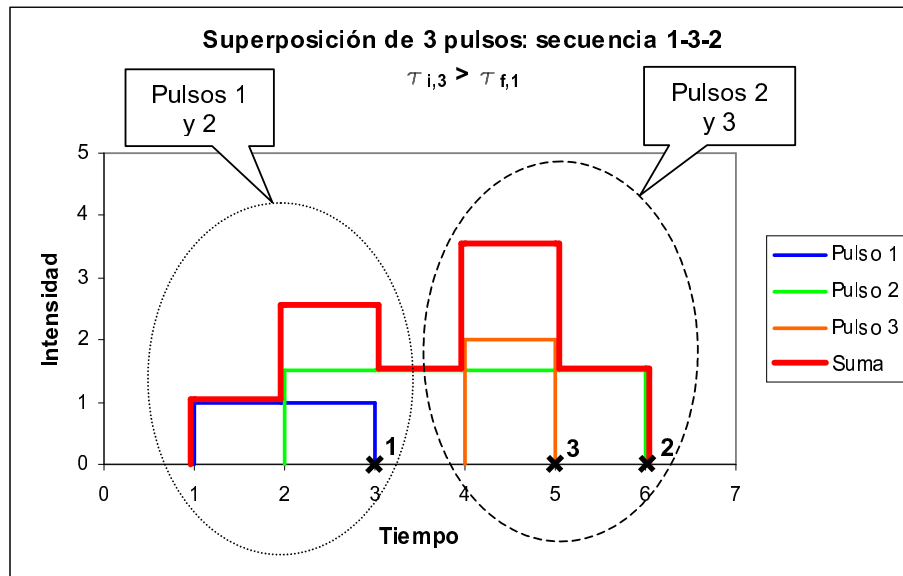


Figura 4.15.- Superposiciones consecutivas de 2 pulsos

Con respecto a la comprobación de superposiciones, hay que hacer las siguientes observaciones: en primer lugar, tal como se ha expuesto anteriormente, el número de combinaciones posibles para la superposición de 4 pulsos es muy grande, siendo por otra parte difícil que se produzca este caso en una vivienda. Por este motivo, no se ha realizado la comprobación de todas las combinaciones posibles, sino tan sólo de 4 de ellas. Por otra parte, el número de combinaciones posibles que presenta un perfil con 5 niveles de intensidad es de 10; sin embargo, en los casos en que $t_{i,3} > t_{f,2}$ y $t_{i,3} > t_{f,1}$, no llegan a superponerse los tres pulsos a la vez, pudiendo tratarse estos casos como dos superposiciones consecutivas de 2 pulsos (Figura 4.15).

Como se ha indicado anteriormente, la intensidad resultante de la superposición de varios pulsos es inferior a la suma de las intensidades de los pulsos individuales, como consecuencia del incremento de las pérdidas de carga al aumentar el caudal. Por este motivo, en este trabajo se ha considerado la siguiente relación para la superposición de n pulsos:

$$\sum_{i=1}^n I_i \geq \hat{I}_{super.,n} \geq C_n \cdot \sum_{i=1}^n I_i \quad (4.16)$$

siendo:

I_i : intensidad del pulso número i ;

$\hat{I}_{super.,n}$: intensidad del nivel correspondiente a la superposición de n pulsos;

C_n : coeficiente que depende del número de pulsos superpuestos.

La obtención de los coeficientes C_n para el caso de las superposiciones de 2, 3 y 4 pulsos se ha realizado mediante simulaciones calculadas con el programa SARA (Grupo Mecánica de Fluidos, 1997) en una vivienda tipo. Los resultados se muestran en la Tabla 4.1.

Tabla 4.1.- *Coefficientes para la superposición de varios pulsos*

N° pulsos superpuestos	C_n
2	0,84
3	0,74
4	0,62

Los casos en que uno ó varios pulsos están incluidos completamente dentro de otro (como sería el caso de la secuencia 21 en el caso de superposición de 2 pulsos, y la 321 para 3 pulsos), son tratados de una forma diferente, según se expondrá a continuación.

En las Tablas 4.2, 4.3 y 4.4 se resumen las distintas combinaciones de pulsos que han sido analizadas.

- (c) Comprobación de la existencia de pulsos incluidos completamente dentro de otros. Este sería el caso, por ejemplo, de la superposición de 3 pulsos mediante la secuencia 3-2-1, estando los tiempos de inicio y final de los pulsos 2 y 3 comprendidos entre los del pulso 1; y los del pulso 3, a su vez, comprendidos entre los del pulso 2 (Figura 4.16).

En este caso, se cumpliría lo siguiente:

$$\hat{I}_1 \approx \hat{I}_5 \quad (4.17)$$

$$\hat{I}_2 \approx \hat{I}_4 \quad (4.18)$$

Si bien en un principio las ecuaciones anteriores deberían ser igualdades, en la práctica se ha admitido una tolerancia de 0,02 l/s, por las razones

Tabla 4.2.- Combinaciones de superposición de pulsos analizadas

COMBINACIÓN	Comprobaciones	Pulsos originales	Representación
4 pulsos			
Secuencia 1234-A	$K \geq 0,84$ $\hat{I}_2 \leq \hat{I}_2 / K + 0,02$ $\hat{I}_6 \leq \hat{I}_6 / K + 0,02$ $\hat{I}_3 \leq \hat{I}_3 / (0,9 \cdot K) + 0,02$ $\hat{I}_5 \geq (0,74 / K) \cdot (\hat{I}_2 + \hat{I}_6) \cdot (1 - \hat{I}_1 / \hat{I}_7)$ $\hat{I}_5 \leq (1 / K) \cdot (\hat{I}_2 + \hat{I}_6) \cdot (1 - \hat{I}_1 / \hat{I}_7) + 0,02$ $\hat{I}_4 \geq (0,62 / K) \cdot (\hat{I}_2 + \hat{I}_6)$ $\hat{I}_4 \leq (1 / K) \cdot (\hat{I}_2 + \hat{I}_6) + 0,02$ $K = [0,9 \cdot (\hat{I}_2 + \hat{I}_6) - \hat{I}_3] / (0,9 \cdot \hat{I}_7)$	$I_1 = \hat{I}_1$ $I_2 = \hat{I}_2 - \hat{I}_1$ $I_3 = V / (\tau_{f3} - \tau_{f3})$ $I_4 = \hat{I}_7$ $V = (\tau_{f3} - \tau_{f3}) \cdot (\hat{I}_3 - \hat{I}_2) + (\tau_{f4} - \tau_{f4}) \cdot (\hat{I}_4 - \hat{I}_2 - \hat{I}_7) + (\tau_{f5} - \tau_{f5}) \cdot (\hat{I}_5 - \hat{I}_2 + \hat{I}_1 - \hat{I}_7) + (\tau_{f6} - \tau_{f6}) \cdot (\hat{I}_6 - \hat{I}_7)$	
Secuencia 1234-B	$K \geq 0,84$ $\hat{I}_2 \leq \hat{I}_2 / K + 0,02$ $\hat{I}_6 \leq \hat{I}_6 / K + 0,02$ $\hat{I}_3 \geq 0,74 \cdot (\hat{I}_1 \hat{I}_6 + \hat{I}_1 \hat{I}_2 + \hat{I}_1 \hat{I}_7) / (\hat{I}_6 \hat{I}_4 + \hat{I}_2)$ $\hat{I}_3 \leq (\hat{I}_1 \hat{I}_6 + \hat{I}_1 \hat{I}_2 + \hat{I}_1 \hat{I}_7) / (\hat{I}_6 \hat{I}_4 + \hat{I}_2) + 0,02$ $\hat{I}_5 \geq 0,74 \cdot (\hat{I}_1 \hat{I}_7 + \hat{I}_1 \hat{I}_4 + \hat{I}_1 \hat{I}_7) / (\hat{I}_6 \hat{I}_4 + \hat{I}_2)$ $\hat{I}_5 \leq (\hat{I}_1 \hat{I}_7 + \hat{I}_1 \hat{I}_4 + \hat{I}_1 \hat{I}_7) / (\hat{I}_6 \hat{I}_4 + \hat{I}_2) + 0,02$ $\hat{I}_4 \leq (\hat{I}_4 / K) + 0,02$ $K = (\hat{I}_6 \hat{I}_4 + \hat{I}_2) \cdot (\hat{I}_4 - \hat{I}_2) / (\hat{I}_1 \hat{I}_4 - \hat{I}_1 \hat{I}_2 + \hat{I}_1 \hat{I}_7)$	$I_1 = \hat{I}_1$ $I_2 = \hat{I}_2 - \hat{I}_1$ $I_3 = V / (\tau_{f3} - \tau_{f3})$ $I_4 = \hat{I}_7$ $V = (\tau_{f3} - \tau_{f3}) \cdot (\hat{I}_3 - \hat{I}_2) + (\tau_{f4} - \tau_{f4}) \cdot (\hat{I}_4 - \hat{I}_2 + \hat{I}_1) + (\tau_{f5} - \tau_{f5}) \cdot (\hat{I}_5 - \hat{I}_2 + \hat{I}_1 - \hat{I}_7) + (\tau_{f6} - \tau_{f6}) \cdot (\hat{I}_6 - \hat{I}_7)$	
Secuencia 1243-A	$K \geq 0,84$ $\hat{I}_2 \leq \hat{I}_2 / K + 0,02$ $\hat{I}_6 \leq \hat{I}_6 / K + 0,02$ $\hat{I}_3 \leq \hat{I}_3 / (0,9 \cdot K) + 0,02$ $\hat{I}_5 \geq 0,74 \cdot (0,9 \hat{I}_1 \hat{I}_2 + 0,9 \hat{I}_1 \hat{I}_3 + 0,9 \hat{I}_1 \hat{I}_6) / (0,9 K \hat{I}_7)$ $\hat{I}_5 \leq (0,9 \hat{I}_1 \hat{I}_2 + 0,9 \hat{I}_1 \hat{I}_3 + 0,9 \hat{I}_1 \hat{I}_6) / (0,9 K \hat{I}_7) + 0,02$ $\hat{I}_4 \geq (0,62 / K) \cdot (\hat{I}_2 + \hat{I}_6)$ $\hat{I}_4 \leq (1 / K) \cdot (\hat{I}_2 + \hat{I}_6) + 0,02$ $K = (\hat{I}_3 - 0,9 \cdot \hat{I}_2) / (0,9 \cdot \hat{I}_7)$	$I_1 = \hat{I}_1$ $I_2 = \hat{I}_2 - \hat{I}_1$ $I_3 = V_a / (\tau_{f3} - \tau_{f3})$ $I_4 = V_b / (\tau_{f4} - \tau_{f4})$ $V_a = (\tau_{f3} - \tau_{f3}) \cdot (\hat{I}_3 - \hat{I}_2) + (\tau_{f7} - \tau_{f4}) \cdot \hat{I}_7$ $V_b = (\tau_{f4} - \tau_{f4}) \cdot (\hat{I}_4 - \hat{I}_2 - \hat{I}_7) + (\tau_{f5} - \tau_{f5}) \cdot (\hat{I}_5 - \hat{I}_2 + \hat{I}_1 - \hat{I}_7) + (\tau_{f6} - \tau_{f6}) \cdot (\hat{I}_6 - \hat{I}_7)$	

Tabla 4.3.- Combinaciones de superposición de pulsos analizadas (cont.)

COMBINACIÓN	Comprobaciones	Pulsos originales	Representación
4 pulsos Secuencia 1243-B	$K \geq 0,84$ $\hat{I}_2 \leq \hat{I}_2 / K + 0,02$ $\hat{I}_4 \leq \hat{I}_4 / K + 0,02$ $\hat{I}_6 \leq \hat{I}_6 / K + 0,02$ $\hat{I}_3 \geq 0,74 \cdot (\hat{I}_4 \hat{I}_7 - \hat{I}_1 \hat{I}_2) / [K(\hat{I}_7 - \hat{I}_1)]$ $\hat{I}_3 \leq (\hat{I}_4 \hat{I}_7 - \hat{I}_1 \hat{I}_2) / [K(\hat{I}_7 - \hat{I}_1)] + 0,02$ $\hat{I}_5 \geq 0,74 \cdot [\hat{I}_7(\hat{I}_2 + \hat{I}_6) - \hat{I}_1(\hat{I}_4 + \hat{I}_6)] / [(\hat{I}_4 - \hat{I}_2)]$ $\hat{I}_5 \leq [\hat{I}_7(\hat{I}_2 + \hat{I}_6) - \hat{I}_1(\hat{I}_4 + \hat{I}_6)] / [(\hat{I}_4 - \hat{I}_2)] + 0,02$ $K = (\hat{I}_4 - \hat{I}_2) / (\hat{I}_7 - \hat{I}_1)$	$\hat{I}_1 = \hat{I}_1$ $\hat{I}_2 = \hat{I}_2 - \hat{I}_1$ $\hat{I}_3 = \nabla_a / (\tau_{f,3} - \tau_{i,3})$ $\hat{I}_4 = \nabla_b / (\tau_{f,4} - \tau_{i,4})$ $\nabla_a = (\tau_{f,3} - t_{i,3}) \cdot (\hat{I}_3 - \hat{I}_2) + (\tau_{f,4} - t_{i,4}) \cdot (\hat{I}_4 - \hat{I}_2 + \hat{I}_1) + (\tau_{f,7} - t_{i,5}) \cdot \hat{I}_7$ $\nabla_b = (\tau_{f,5} - t_{i,5}) \cdot (\hat{I}_5 - \hat{I}_2 - \hat{I}_7 + \hat{I}_1) + (\tau_{f,6} - t_{i,6}) \cdot (\hat{I}_6 - \hat{I}_7)$ $\tau_{i,1} = t_{i,1}$ $\tau_{i,2} = t_{i,2}$ $\tau_{i,3} = t_{i,3}$ $\tau_{i,4} = t_{i,5}$ $\tau_{f,1} = t_{f,3}$ $\tau_{f,2} = t_{f,5}$ $\tau_{f,3} = t_{f,7}$ $\tau_{f,4} = t_{f,6}$	
3 pulsos Secuencia 123	$K \geq 0,84$ $\hat{I}_2 \leq \hat{I}_2 / K + 0,02$ $\hat{I}_4 \leq \hat{I}_4 / K + 0,02$ $\hat{I}_3 \geq 0,74 \cdot (\hat{I}_5 \hat{I}_4 - \hat{I}_1 \hat{I}_2) / (\hat{I}_4 - \hat{I}_2)$ $\hat{I}_3 \leq (\hat{I}_5 \hat{I}_4 - \hat{I}_1 \hat{I}_2) / (\hat{I}_4 - \hat{I}_2) + 0,02$ $K = (\hat{I}_4 - \hat{I}_2) / (\hat{I}_5 - \hat{I}_1)$	$\hat{I}_1 = \hat{I}_1$ $\hat{I}_2 = \nabla / (\tau_{f,2} - \tau_{i,2})$ $\hat{I}_3 = \hat{I}_5$ $\nabla = (\tau_{f,2} - t_{i,2}) \cdot (\hat{I}_2 - \hat{I}_1) + (\tau_{f,3} - t_{i,3}) \cdot (\hat{I}_3 - \hat{I}_1 - \hat{I}_5) + (\tau_{f,4} - t_{i,4}) \cdot (\hat{I}_4 - \hat{I}_5)$ $\tau_{i,1} = t_{i,1}$ $\tau_{i,2} = t_{i,2}$ $\tau_{i,3} = t_{i,3}$ $\tau_{f,1} = t_{f,3}$ $\tau_{f,2} = t_{f,4}$ $\tau_{f,3} = t_{f,5}$	
Secuencia 132	$K \geq 0,84$ $\hat{I}_2 \leq \hat{I}_2 / K + 0,02$ $\hat{I}_4 \leq \hat{I}_4 / K + 0,02$ $\hat{I}_3 \geq 0,74 \cdot (\hat{I}_1 + \hat{I}_4 / K)$ $\hat{I}_3 \leq (\hat{I}_1 + \hat{I}_4 / K) + 0,02$ $K = \hat{I}_2 / (\hat{I}_5 + \hat{I}_1)$	$\hat{I}_1 = \hat{I}_1$ $\hat{I}_2 = \nabla_a / (\tau_{f,2} - \tau_{i,2})$ $\hat{I}_3 = \nabla_b / (\tau_{f,3} - \tau_{i,3})$ $\nabla_a = (\tau_{f,2} - t_{i,2}) \cdot (\hat{I}_2 - \hat{I}_1) + (\tau_{f,5} - t_{f,2}) \cdot \hat{I}_5$ $\nabla_b = (\tau_{f,3} - t_{i,3}) \cdot (\hat{I}_3 - \hat{I}_1 - \hat{I}_5) + (\tau_{f,4} - t_{i,4}) \cdot (\hat{I}_4 - \hat{I}_5)$ $\tau_{i,1} = t_{i,1}$ $\tau_{i,2} = t_{i,2}$ $\tau_{i,3} = t_{i,3}$ $\tau_{f,1} = t_{f,3}$ $\tau_{f,2} = t_{f,5}$ $\tau_{f,3} = t_{f,4}$	

Tabla 4.4.- Combinaciones de superposición de pulsos analizadas (cont.)

COMBINACIÓN	Comprobaciones	Pulsos originales	Representación
3 pulsos Secuencia 213	$K \geq 0,84$ $\hat{I}_2 \leq \hat{I}_2 / K + 0,02$ $\hat{I}_4 \leq \hat{I}_4 / K + 0,02$ $\hat{I}_3 \geq 0,74 \cdot (\hat{I}_5 + \hat{I}_2 / K)$ $\hat{I}_3 \leq (\hat{I}_5 + \hat{I}_2 / K) + 0,02$ $K = \hat{I}_4 / (\hat{I}_5 + \hat{I}_1)$	$I_1 = \hat{I}_1$ $I_2 = V_a / (\tau_{f2} - \tau_{f,2})$ $I_3 = V_b / (\tau_{f3} - \tau_{f,3})$ $V_a = (\tau_{f2} - \tau_{f,2}) \cdot (\hat{I}_2 - \hat{I}_1) + (\tau_{f3} - \tau_{f,3}) \cdot (\hat{I}_3 - \hat{I}_1 - \hat{I}_5)$ $V_b = (\tau_{f3} - \tau_{f,3}) \cdot \hat{I}_5 + (\tau_{f4} - \tau_{f,4}) \cdot (\hat{I}_4 - \hat{I}_1) + (\tau_{f5} - \tau_{f,5}) \cdot \hat{I}_5$	
Secuencia 231	$K \geq 0,84$ $\hat{I}_2 \leq \hat{I}_2 / K + 0,02$ $\hat{I}_4 \leq \hat{I}_4 / K + 0,02$ $\hat{I}_3 \leq \hat{I}_3 / (0,9 \cdot K) + 0,02$ $Abs[\hat{I}_5 - \hat{I}_1] \leq 0,02$ $K = (0,9 \cdot \hat{I}_2 + 0,9 \hat{I}_4 - \hat{I}_3) / (0,9 \cdot \hat{I}_1)$	$I_1 = V_a / (\tau_{f1} - \tau_{f,1})$ $I_2 = V_b / (\tau_{f2} - \tau_{f,2})$ $I_3 = V_c / (\tau_{f3} - \tau_{f,3})$ $V_a = (\tau_{f4} - \tau_{f,1}) \cdot \hat{I}_1 + (\tau_{f5} - \tau_{f,5}) \cdot \hat{I}_5$ $V_b = (\tau_{f3} - \tau_{f,2}) \cdot (\hat{I}_2 - \hat{I}_1)$ $V_c = (\tau_{f3} - \tau_{f,3}) \cdot (\hat{I}_3 - \hat{I}_2) + (\tau_{f4} - \tau_{f,4}) \cdot (\hat{I}_4 - \hat{I}_1)$	
Secuencia 312	$K_1 \geq 0,84$ $K_2 \geq 0,84$ $\hat{I}_2 \leq \hat{I}_1 + \hat{I}_5 + 0,02$ $\hat{I}_4 \leq \hat{I}_1 + \hat{I}_5 + 0,02$ $\hat{I}_3 \leq \hat{I}_3 / (0,9 \cdot K_1) + 0,02$ $K_1 = \hat{I}_2 / (\hat{I}_1 + \hat{I}_5)$ $K_2 = \hat{I}_4 / (\hat{I}_1 + \hat{I}_5)$	$I_1 = \hat{I}_1$ $I_2 = V_a / (\tau_{f2} - \tau_{f,2})$ $I_3 = V_b / (\tau_{f3} - \tau_{f,3})$ $V_a = (\tau_{f2} - \tau_{f,2}) \cdot (\hat{I}_2 - \hat{I}_1) + (\tau_{f5} - \tau_{f,5}) \cdot \hat{I}_5$ $V_b = (\tau_{f3} - \tau_{f,3}) \cdot (\hat{I}_3 - \hat{I}_1 - \hat{I}_5)$	
2 pulsos Secuencia 12	$\hat{I}_2 \geq 0,84 \cdot (\hat{I}_1 + \hat{I}_3)$ $\hat{I}_2 \leq \hat{I}_1 + \hat{I}_3 + 0,02$	$I_1 = \hat{I}_1$ $I_2 = V / (\tau_{f2} - \tau_{f,2})$ $V = (\tau_{f2} - \tau_{f,2}) \cdot (\hat{I}_2 - \hat{I}_1) + (\tau_{f3} - \tau_{f,3}) \cdot \hat{I}_3$	

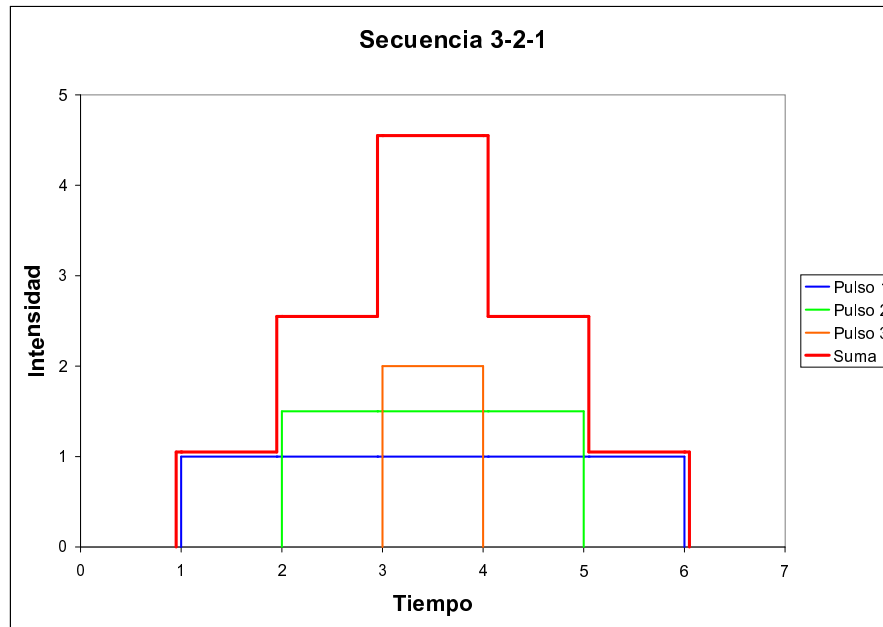


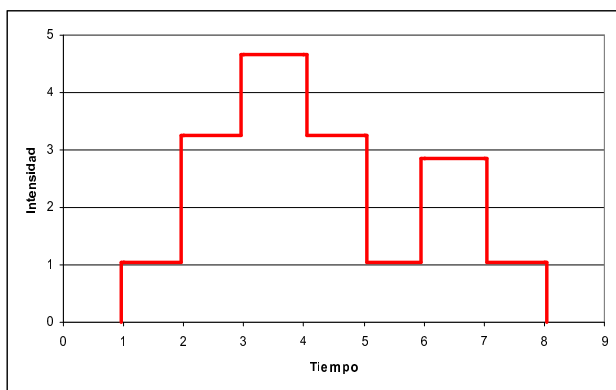
Figura 4.16.- Pulsos completamente incluidos dentro de otros

que se han señalado anteriormente.

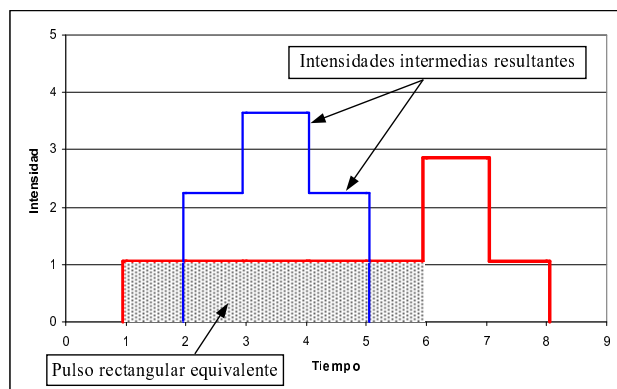
El proceso que se ha empleado en esta etapa es válido para cualquier número de pulsos superpuestos, siempre que alguno de los pulsos abarque completamente a los otros. El proceso es el siguiente: comenzando por el primer nivel de intensidad, se compara su intensidad con las del resto de niveles de intensidad. Suponiendo que la intensidad del nivel 1 y la del nivel n coinciden (con la tolerancia indicada), se comprueba si las intensidades intermedias son mayores que éstas (como se ha dicho anteriormente, la superposición de pulsos debe producir un incremento de intensidad). En caso afirmativo, se calcula el pulso rectangular equivalente para los niveles 1 y n , y se resta a las intensidades intermedias, la de dicho pulso rectangular. Este proceso se continúa hasta llegar al último nivel de intensidad, repitiéndolo para los niveles de intensidad siguientes al primero (Figura 4.17).

- (d) Comprobación de superposiciones de inodoro, y unión de niveles de intensidad restantes. Por una parte, se realizan las comprobaciones de superposición de inodoro para los casos 2, 5 y 10 analizados anteriormente, y por otra, se calcula el pulso rectangular equivalente para los niveles de intensidad que queden juntos (Figura 4.18).

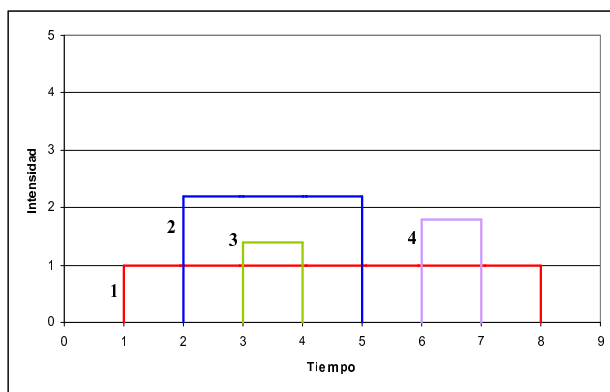
A modo de resumen, en la Figura 4.19 aparece reflejado el diagrama de flujo del proceso de separación de pulsos.



(a) Perfil de intensidades inicial

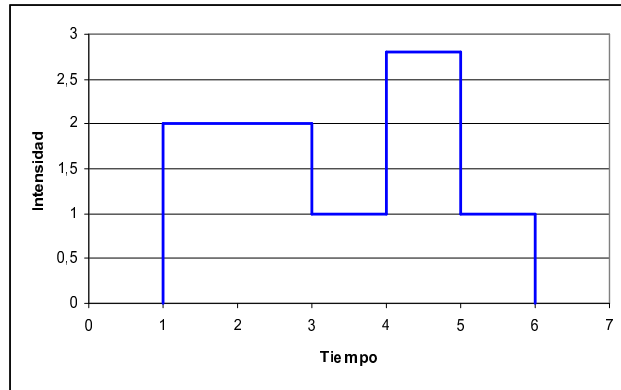


(b) Primera etapa: agrupación de los niveles de intensidad 1 y 5

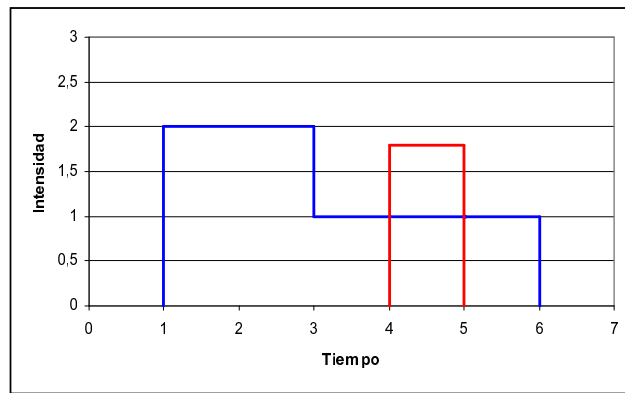


(c) Resultado final: pulsos rectangulares separados

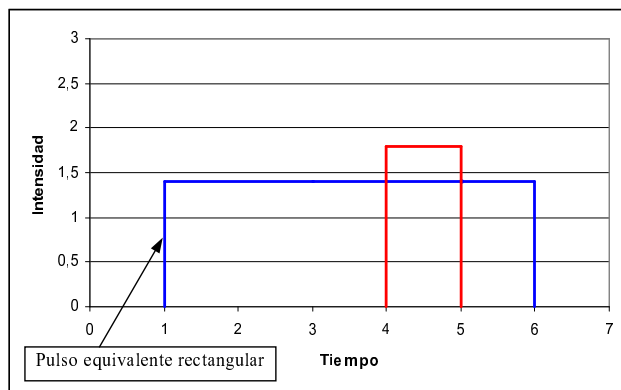
Figura 4.17.- Separación cuando hay pulsos incluidos dentro de otros



(a) Perfil de intensidades inicial



(b) Separación de pulso intermedio



(c) Obtención del pulso equivalente rectangular

Figura 4.18.- Unión de niveles de intensidad contiguos

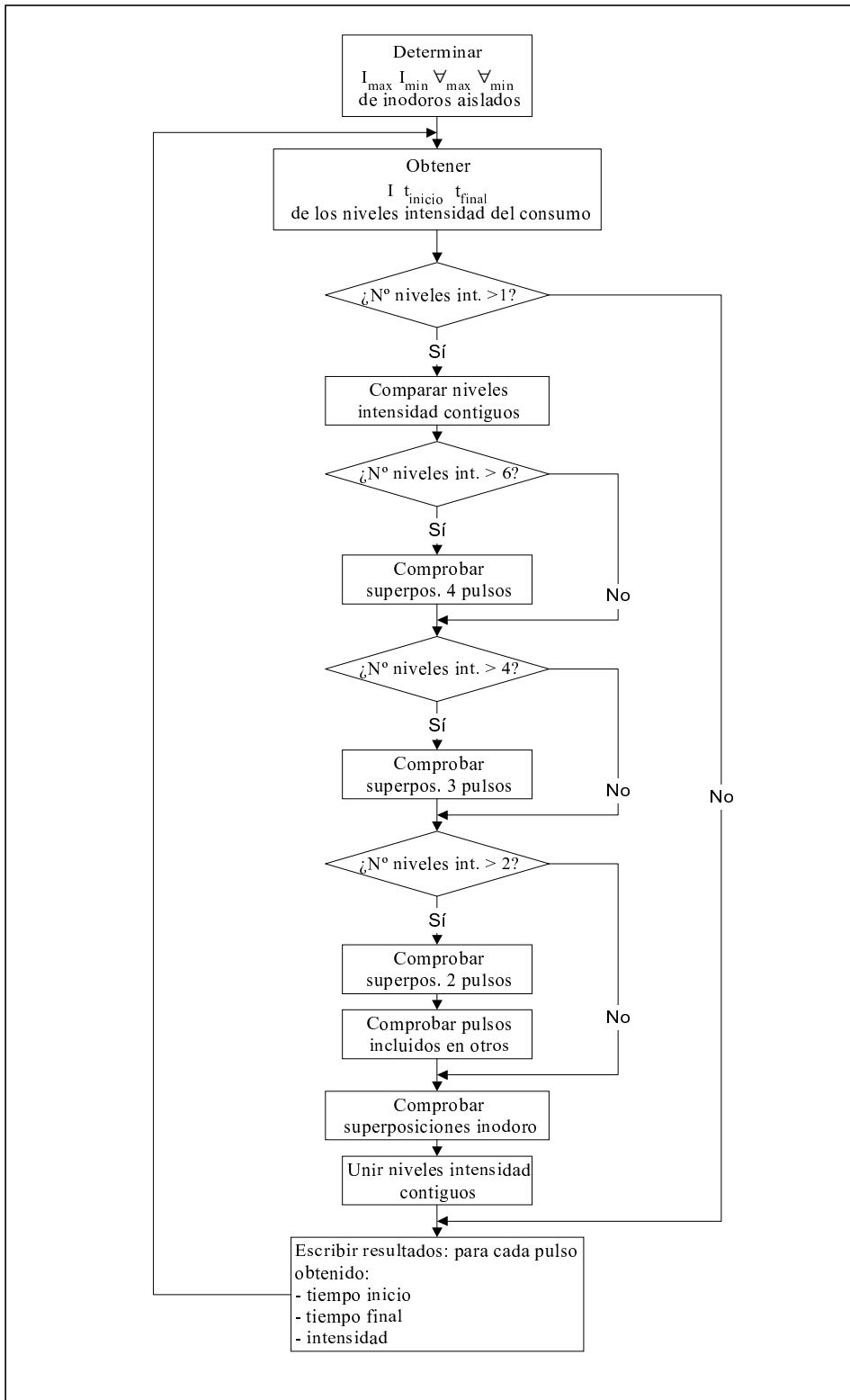


Figura 4.19.- Diagrama de flujo de la separación de pulsos

4.3 Estimación de parámetros

El modelo estocástico propuesto ha sido aplicado a viviendas en las que se disponía de consumos de agua detallados, en tres poblaciones diferentes: Valencia, Castellón y Milford (Ohio). Las mediciones de Valencia y Castellón fueron realizadas por el Departamento de Ingeniería Hidráulica y Medio Ambiente de esta Universidad, mientras que las correspondientes a Milford se llevaron a cabo por el Profesor Steven Buchberger y su equipo de trabajo en la Universidad de Cincinnati.

Las mediciones realizadas consistieron en todos los casos en el registro continuo de los caudales consumidos en el interior de las viviendas, durante un período comprendido entre 15 y 31 días, y un conjunto de viviendas entre 11 y 20. Algunos de los días fueron descartados, al no abarcar el registro de caudal la totalidad del día, mientras que algunas viviendas fueron también eliminadas, como consecuencia de no tener consumo de agua durante uno ó varios días.

Con objeto de poder aplicar el modelo, las mediciones realizadas tuvieron que ser en primer lugar filtradas, con objeto de eliminar posibles perturbaciones, y simplificar el conjunto inicial de datos (suavización de la señal), y posteriormente fueron procesadas, para identificar los pulsos de agua individuales que habían originado el registro continuo de caudal (separación de pulsos). En el caso de las viviendas de Valencia y Castellón, los procesos de suavización de la señal y separación de pulsos fueron realizados por el autor de esta Tesis, siguiendo el procedimiento descrito en el apartado 4.2, mientras que en el caso de las viviendas de Milford, el Profesor Steven Buchberger nos facilitó los pulsos individuales obtenidos por él, aplicando una metodología similar.

El procedimiento empleado para obtener los parámetros de las funciones de probabilidad ha sido en todos los casos el método de los momentos, mientras que para obtener los parámetros de la función $g(t)$ se ha utilizado el método de mínimos cuadrados.

4.3.1 Análisis de los datos de Valencia

En este caso, los datos de partida consistieron en mediciones de agua realizadas en 15 viviendas durante 15 días. De este conjunto inicial de datos, fueron seleccionadas 7 viviendas durante un período de 13 días.

Las mediciones fueron realizadas durante Septiembre de 1.998, estando el procedimiento de medida extensamente detallado en (Arregui, 1998). Se utilizaron caudalímetros volumétricos de la marca Schlumberger, con un caudal de arranque de 1 l/hora (0,0167 l/min.), equipados con un emisor de impulsos de 0,1 l/señal. Los tiempos de inicio de los pulsos (entendidos en este caso como “señales”) fueron registrados, con una resolución de 1 ms, y los datos fueron almacenados en un orde-

nador equipado con una tarjeta de adquisición de datos. Los caudales son calculados a partir de los datos medidos, dividiendo el volumen correspondiente a 1 señal (0,1 litros), por el tiempo transcurrido entre señales sucesivas.

4.3.1.1 Estimación de parámetros para una vivienda

Si bien los parámetros del modelo fueron determinados para cada una de las viviendas seleccionadas, seguidamente viene indicado el resultado para una de ellas; en concreto, la vivienda número 3.

Distribución de las duraciones de pulso El valor estimado resultante para α es de $0,0415 \text{ s}^{-1}$, empleando el total de pulsos registrados (2.079 pulsos). En la Figura 4.20 se muestra la función de densidad exponencial, contrastada con el histograma de frecuencias empíricas observadas en la muestra.

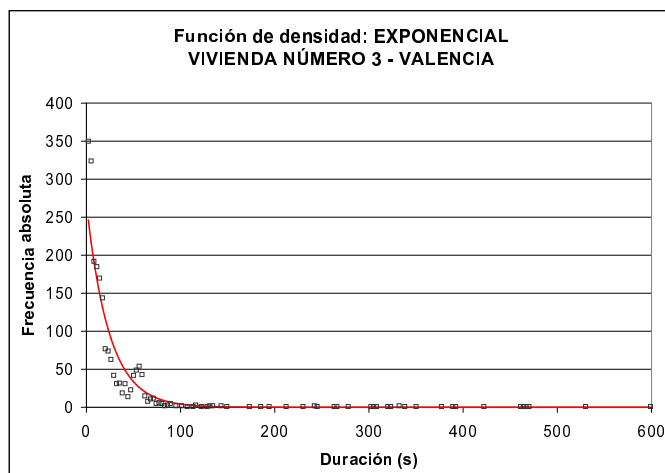


Figura 4.20.- Función de densidad de las duraciones de pulso

Hay una desviación muestral significativa respecto de la distribución teórica empleada, en la banda de duraciones de pulso alrededor de un minuto de duración. En esa zona, se perciben frecuencias de aparición de pulsos superiores a las esperadas según la función exponencial. En compensación, esto provoca que en las duraciones menores ($20 \text{ s} < T < 50 \text{ s}$), la función arroje probabilidades mayores a las probabilidades empíricas. Por otra parte, la distribución exponencial parece ajustarse adecuadamente a las frecuencias observadas, para duraciones mayores.

Con objeto de analizar la conveniencia de ajustar las duraciones de pulso adoptando un valor mínimo (T_{min}), se ha obtenido el porcentaje de pulsos de muy corta duración, en relación al número total de pulsos, según viene indicado en la Tabla 4.5. Como puede observarse, la proporción de pulsos de corta duración es significativa,

a partir de duraciones de 1 segundo, por lo que, en caso de considerar una duración mínima en el modelo, ésta debería ser de tan sólo 1 s.

Tabla 4.5.- Porcentajes de pulsos de muy corta duración - Vivienda 3 Valencia

Duración (s)	Porcentaje (%)	Intervalo (s)	Porcentaje (%)
1	4,81	1-5	26,60
2	7,41	6-10	18,13
3	4,62	Suma	44,73
4	4,86		
5	4,91		

Distribución de las intensidades de pulso Los parámetros estimados para la función de Weibull son:

$$\hat{\lambda} = 0,1361 \text{ l/s}$$

$$\hat{\beta} = 2,3251$$

El histograma muestral junto con la función de densidad teórica se muestra en la Figura 4.21.

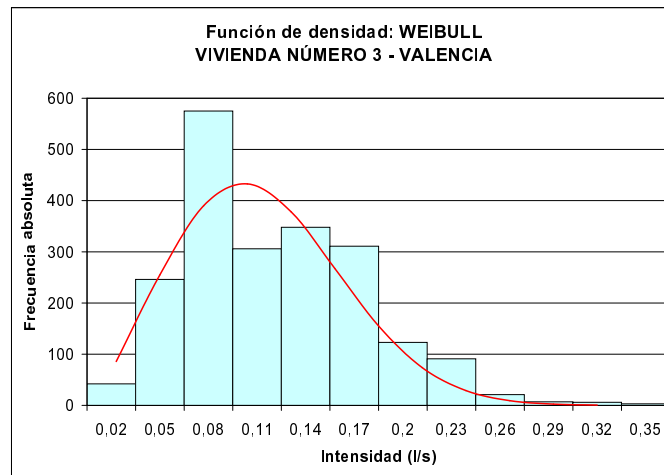


Figura 4.21.- Función de densidad de las intensidades de pulso

Proceso de punteo Para cada uno de los días considerados, se ha calculado el número de pulsos detectados en cada una de las horas del día. Posteriormente, ha sido calculado el valor promedio de pulsos en la primera hora, entre las 00:00 h y las 01:00 h, e igualmente con el resto de horas. Esto permite tener una secuencia temporal promedio de número de pulsos/hora a lo largo del día (n_t , $t \in [0, 24]$ horas), representativa para la vivienda considerada. La estadística para esta vivienda

arroja un número medio de pulsos por día de 160. Los valores de n_t pueden ser normalizados calculando $n_t/160$, dando por resultado una nueva serie cuya suma es 1, la cual refleja el patrón temporal necesario, asociado a la función $g(t)$ del modelo (Figura 4.22).

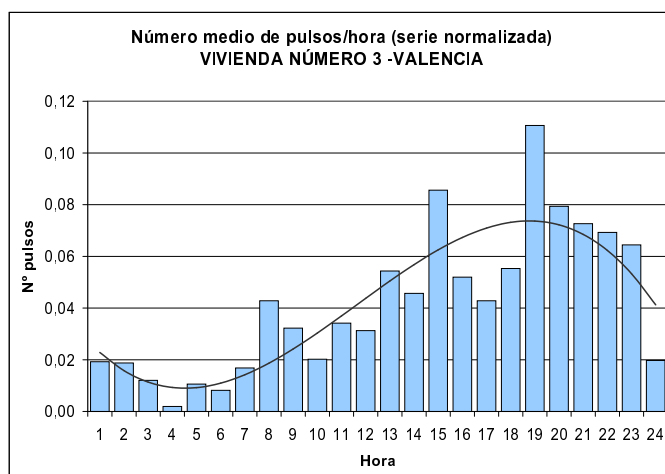


Figura 4.22.- Distribución horaria del número medio de pulsos

Los parámetros que definen la función $g(t)$ resultan:

$$\hat{A}_1 = -113,2367$$

$$\hat{A}_2 = 15,5405$$

$$\hat{A}_3 = -0,4447$$

Estando \hat{C}_0 calculado para cumplir la ecuación (3.135):

$$\hat{C}_0 = \frac{1250}{3} - 3750 \cdot \hat{A}_3 - 204,2 \cdot \hat{A}_2 - 12,5 \cdot \hat{A}_1 = 326,8395 \quad (4.19)$$

Para obtener la componente del ruido blanco, se calculan los residuos para cada día, como se muestra en la Figura 4.23 para uno de los días.

El histograma de frecuencias de los residuos obtenidos para todos los días se muestra en la Figura 4.24, observándose un buen ajuste a la hipótesis de normalidad indicada anteriormente.

El valor medio de los residuos vale igual a 0, ya que para cada día, el número de pulsos obtenidos mediante la función $\nu(t)$ coincide con el número de pulsos producidos. Respecto a la desviación estándar, se ha obtenido el siguiente valor:

$$\sigma_r = 6,6091$$

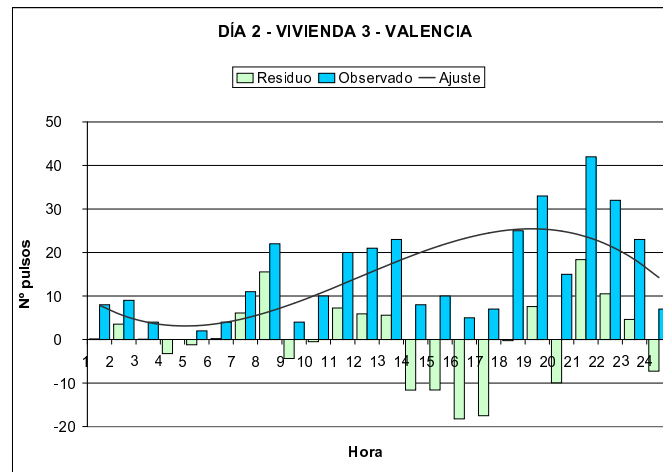


Figura 4.23.- Obtención de los residuos

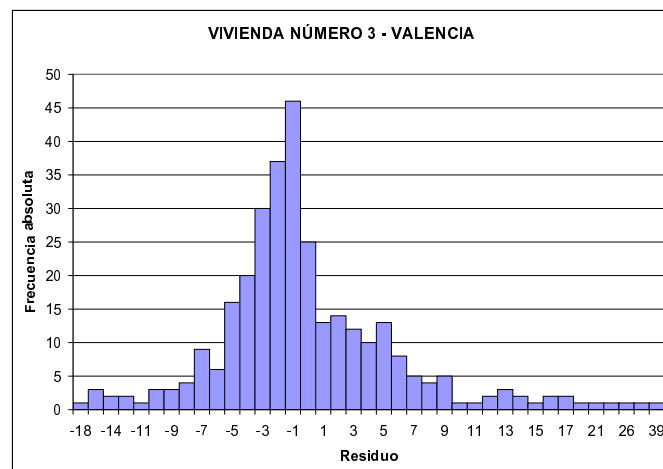


Figura 4.24.- Histograma de frecuencias de los residuos

Distribución del consumo diario El consumo total diario de agua correspondiente a la vivienda 3 de Valencia se resume en la Tabla 4.6.

Los valores estimados para la media y la desviación estándar son por lo tanto:

$$\hat{\mu} = 499,7 \text{ litros/día}$$

$$\hat{\sigma} = 215,2 \text{ litros/día}$$

De modo que la media y desviación estándar del número de pulsos por día (C) pueden calcularse con las expresiones vistas (3.144, 3.147):

Tabla 4.6.- Consumo diario de agua - Vivienda 3 Valencia

Día	Consumo (l)
2	768,2
3	473,5
4	269,4
5	347,2
6	603,6
7	945,5
8	445,2
9	391,2
10	455,6
11	225,9
12	260,9
13	668,2
14	641,7
Media	499,7
Desv. est.	215,2

$$\hat{\mu}_C = 171,9 \text{ pulsos/día}$$

$$\hat{\sigma}_C = 68,7 \text{ pulsos/día}$$

Estos valores se aproximan razonablemente bien a los valores muestrales (160 y 92,9 pulsos/día, respectivamente).

4.3.1.2 Estimación de parámetros para el conjunto de viviendas

En las Figuras 4.25, 4.26 y 4.27 vienen representados los ajustes obtenidos para el conjunto de viviendas seleccionadas en Valencia (considerando el total de pulsos de consumo producidos por estas viviendas).

Siguiendo el mismo procedimiento descrito para el ajuste de una vivienda, se han obtenido los 9 parámetros del modelo, resultando los siguientes valores:

$$\hat{\alpha} = 0,0266 \text{ s}^{-1}$$

$$\hat{\lambda} = 0,1326 \text{ l/s} \quad \hat{\beta} = 2,2258$$

$$\hat{\mu} = 3.254,81 \text{ l/día} \quad \hat{\sigma} = 669,92 \text{ l/día}$$

$$\hat{A}_1 = 6,5896 \quad \hat{A}_2 = 5,7680 \quad \hat{A}_3 = -0,2303 \quad \hat{C}_0 = 20,2406$$

$$\hat{\sigma}_r = 16,3748$$

Respecto a los pulsos de muy corta duración, se observan unos porcentajes similares a los obtenidos para el caso de una sola vivienda, como queda reflejado en la Tabla 4.7.

4.3 Estimación de parámetros

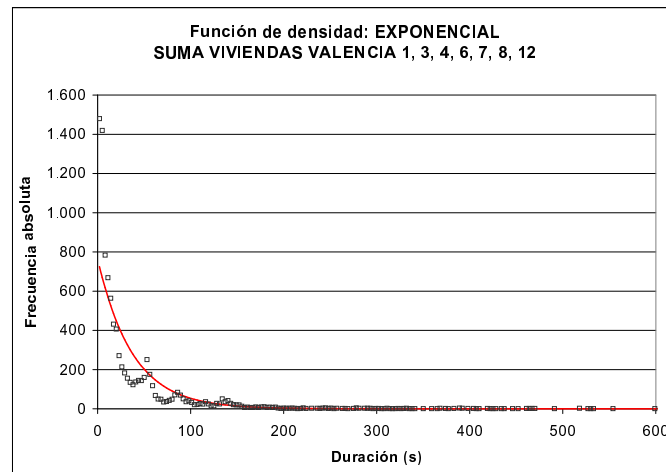


Figura 4.25.- Distribución de las duraciones

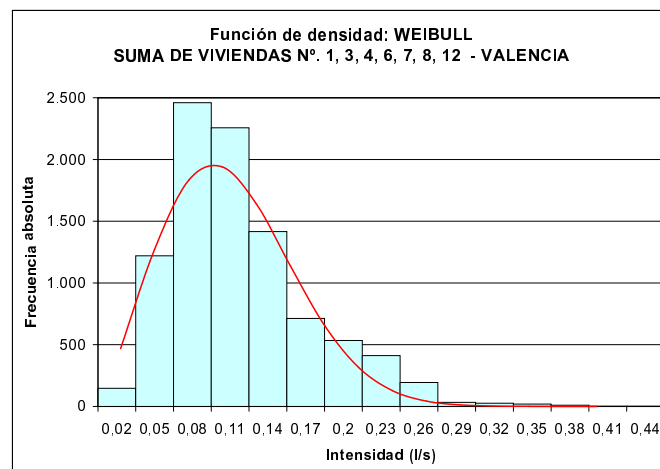


Figura 4.26.- Distribución de las intensidades

Tabla 4.7.- Porcentajes de pulsos de muy corta duración - Suma viv. Valencia

Duración (s)	Porcentaje (%)
1	2,76
2	6,75
3	6,15
4	5,57
5	5,17

Intervalo (s)	Porcentaje (%)
1-5	26,41
6-10	15,01
Suma	41,42

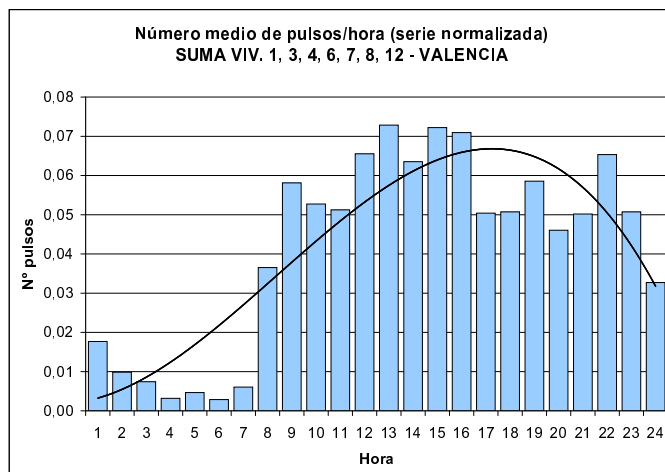


Figura 4.27.- *Distribución horaria del número medio de pulsos*

4.3.2 Análisis de los datos de Castellón

Las mediciones realizadas en Castellón se efectuaron en un período de 21 días y comprendieron un total de 11 viviendas. Del conjunto inicial de datos, fueron seleccionadas 8 viviendas durante un período de 15 días.

Las mediciones fueron realizadas entre Mayo y Junio de 1.998 (Arregui, 1998). El procedimiento utilizado de medición y registro de caudales fue similar al empleado para las viviendas de Valencia, si bien en este caso, la precisión con que se registraron los tiempos de inicio de los pulsos fue de 1 centésima de segundo, en lugar de 1 ms.

4.3.2.1 Estimación de parámetros para una vivienda

En las Figuras 4.28, 4.29 y 4.30 quedan representados los resultados para la vivienda de Castellón número 3-A.

Al igual que en el caso de las viviendas de Valencia, se observan diferencias significativas entre las distribuciones teórica y experimental de la variable duración de pulsos, consistentes en que los pulsos de muy corta duración presentan frecuencias mayores que las teóricas, observándose una tendencia similar para las duraciones de alrededor de un minuto. El ajuste de las intensidades de pulso a una función Weibull es similar al caso de Valencia, mientras que la distribución del número de pulsos a lo largo del día presenta puntas más acusadas que las observadas en Valencia.

Los resultados de la estimación de parámetros son en este caso:

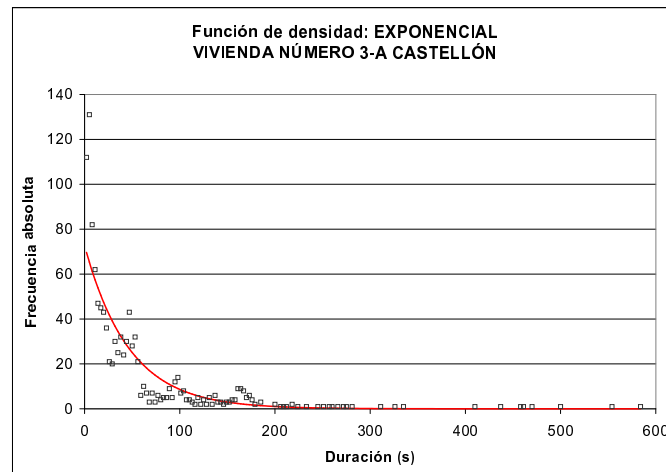


Figura 4.28.- Distribución de las duraciones

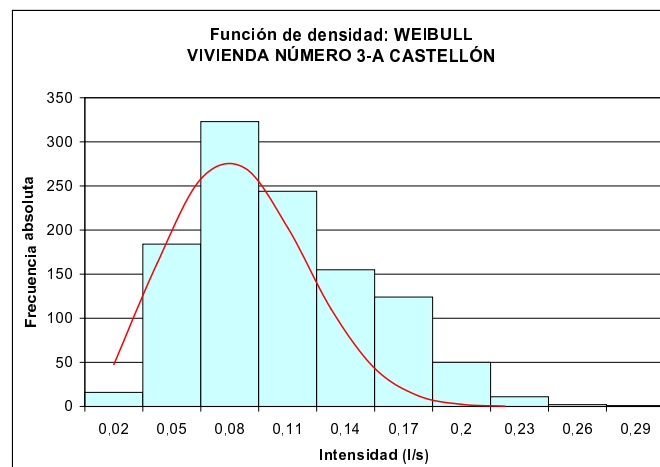


Figura 4.29.- Distribución de las intensidades

$$\begin{aligned}
 \hat{\alpha} &= 0,0213 \text{ s}^{-1} \\
 \hat{\lambda} &= 0,1206 \text{ l/s} & \hat{\beta} &= 2,5245 \\
 \hat{\mu} &= 369,6 \text{ l/día} & \hat{\sigma} &= 224,7 \text{ l/día} \\
 \hat{A}_1 &= 6,8061 & \hat{A}_2 &= 3,6932 & \hat{A}_3 &= -0,1182 & \hat{C}_0 &= 20,8014 \\
 \hat{\sigma}_r &= 4,3635
 \end{aligned}$$

Los porcentajes de pulsos de muy corta duración son algo inferiores a los obtenidos en Valencia, especialmente para una duración de 1 s, pudiendo en este caso adoptarse $T_{min} = 2$ s (Tabla 4.8).

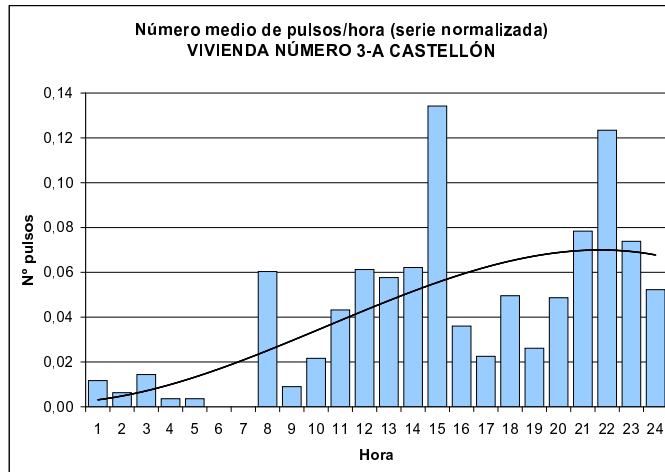


Figura 4.30.- Distribución horaria del número medio de pulsos

Tabla 4.8.- Porcentajes de pulsos de muy corta duración - Vivienda 3-A Castellón

Duración (s)	Porcentaje (%)
1	0,81
2	4,50
3	4,77
4	4,59
5	3,42

Intervalo (s)	Porcentaje (%)
1-5	18,11
6-10	13,24
Suma	31,35

4.3.2.2 Estimación de parámetros para el conjunto de viviendas

Las variables analizadas para el conjunto de las 8 viviendas seleccionadas en Castellón quedan representadas en las Figuras 4.31, 4.32 y 4.33.

Los valores de los parámetros del modelo resultan:

$$\begin{aligned}
 \hat{\alpha} &= 0,0251 \text{ s}^{-1} \\
 \hat{\lambda} &= 0,1333 \text{ l/s} & \hat{\beta} &= 2,4206 \\
 \hat{\mu} &= 3.731,9 \text{ l/día} & \hat{\sigma} &= 422,35 \text{ l/día} \\
 \hat{A}_1 &= 60,4870 & \hat{A}_2 &= -0,7857 & \hat{A}_3 &= -0,0356 & \hat{C}_0 &= -45,5845 \\
 \hat{\sigma}_r &= 21,7150
 \end{aligned}$$

A diferencia de lo que ocurría en el caso de una sola vivienda, cuando se considera el conjunto de viviendas, resultan unos porcentajes de pulsos de muy corta duración, bastante similares a los del conjunto de viviendas de Valencia (Tabla 4.9).

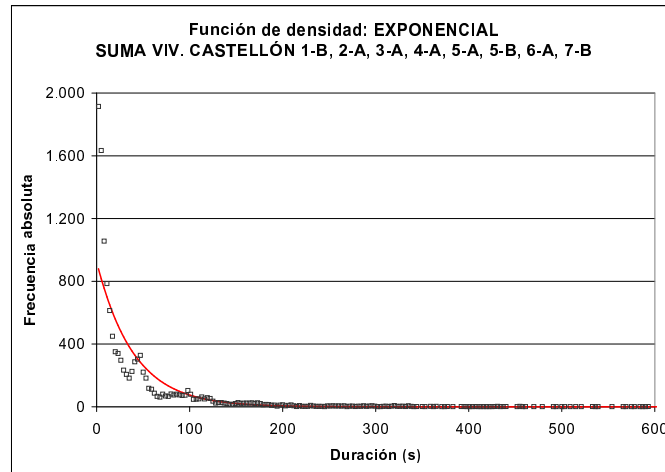


Figura 4.31.- Distribución de las duraciones

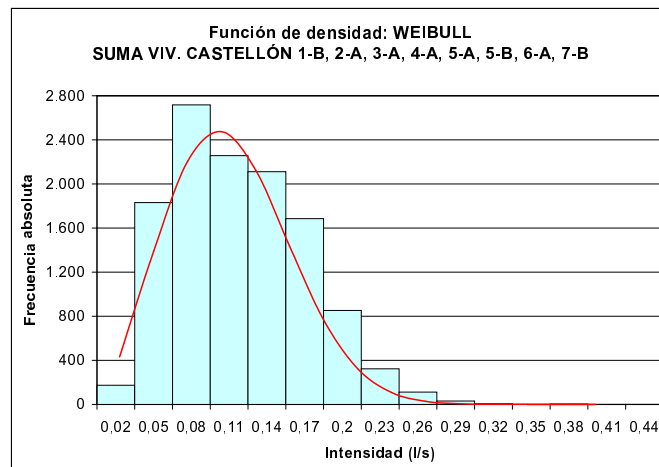


Figura 4.32.- Distribución de las intensidades

4.3.3 Análisis de los datos de Milford

Estos datos forman parte de un intensivo programa de muestreo realizado por el Profesor Steven Buchberger durante el año 1.997. Comprenden los datos recogidos en 20 viviendas, desde el 11 de Mayo hasta el 10 de Junio de 1.997. Todas las viviendas están situadas en una malla final de la red de agua, y pertenecen a una pequeña comunidad al Este de Cincinnati.

Un apropiado equipo de medida fue instalado en cada casa para obtener registros continuos de consumo de agua. La instrumentación consistió en un datalogger Rustrak Ranger II, un sensor de impulsos 4-29 mA, equipo de contaje y descarga de datos, una conexión de módem COM-504 y un módem de alta velocidad. El sensor

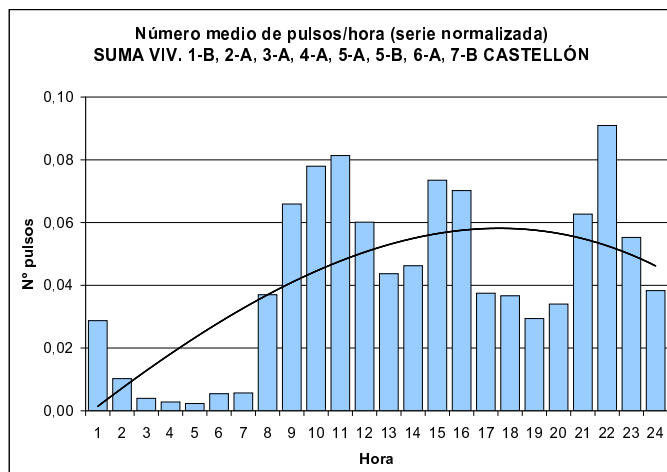


Figura 4.33.- Distribución horaria del número medio de pulsos

Tabla 4.9.- Porcentajes de pulsos de muy corta duración - Suma viv. Castellón

Duración (s)	Porcentaje (%)
1	3,27
2	6,67
3	5,86
4	5,33
5	4,34

Intervalo (s)	Porcentaje (%)
1-5	25,46
6-10	14,92
Suma	40,38

de impulsos transmitía una señal cada segundo a los datalogger, siendo las medidas convertidas a valores de caudal y almacenadas.

Como se ha indicado anteriormente, el procedimiento utilizado por el Profesor Buchberger para identificar los pulsos individuales fue similar al que se ha empleado en el presente trabajo, si bien existen varias diferencias significativas. Por una parte, respecto a la duración de los pulsos, el Profesor Buchberger interpretó que los pulsos de duración 1 s eran fugas y los eliminó. Por otra parte, respecto a la superposición de pulsos, si el tiempo entre dos pulsos consecutivos era inferior a 3 s, ambos pulsos eran combinados en un único pulso, mientras que el máximo número de pulsos que permitía superponer era 2. En la presente Tesis no se estableció ninguna limitación ni a la duración mínima que podían tener los pulsos, ni al modo en que podían superponerse, si bien en el proceso de separación de pulsos se han analizado las diferentes combinaciones en que podían superponerse los pulsos, hasta un máximo de 4 pulsos.

En la Tabla 4.10 se resumen las principales diferencias entre los procedimientos utilizados para la identificación de los pulsos rectangulares.

Tabla 4.10.- *Diferencias entre los procedimientos para identificar los pulsos rectangulares*

Condición	Valencia-Castellón	Milford
Duración mínima pulsos	Sin límite	2 segundos
Tiempo mínimo entre pulsos consecutivos	Sin límite	3 segundos
Núm. máximo de pulsos superpuestos	4	2

Las diferencias indicadas tienen como consecuencia que, si bien el consumo medio en las viviendas de Milford es superior al de las viviendas de Valencia ó Castellón, el número medio de pulsos obtenido es inferior, como se muestra en la Tabla 4.11.

Tabla 4.11.- *Comparación de valores medios diarios*

	Valencia	Castellón	Milford
Consumo (l/viv.)	464,97	466,49	603,07
N° pulsos/viv.	103,79	100,90	84,40

Del conjunto inicial de datos facilitado por el Profesor Buchberger, fueron seleccionados los datos correspondientes a 14 viviendas, durante la totalidad del período de medida (31 días).

4.3.3.1 Estimación de parámetros para una vivienda

Las Figuras 4.34, 4.35 y 4.36 ilustran los resultados para la vivienda número 8.

Se observan en general tendencias similares a las mostradas para el caso de Valencia y Castellón, por lo que respecta a las duraciones de pulsos, y a la distribución del número de pulsos a lo largo del día. Las intensidades de pulso, a diferencia de los casos anteriores, presentan una frecuencia decreciente a medida que aumenta la intensidad, siendo la máxima frecuencia la correspondiente a la intensidad mínima analizada.

Los parámetros estimados del modelo son en este caso:

$$\begin{aligned}
 \hat{\alpha} &= 0,0196 \text{ s}^{-1} \\
 \hat{\lambda} &= 0,1117 \text{ l/s} & \hat{\beta} &= 1,2121 \\
 \hat{\mu} &= 696,9 \text{ l/día} & \hat{\sigma} &= 576,2 \text{ l/día} \\
 \hat{A}_1 &= 15,1249 & \hat{A}_2 &= 3,0873 & \hat{A}_3 &= -0,1217 & \hat{C}_0 &= 53,5391 \\
 \hat{\sigma}_r &= 3,3198
 \end{aligned}$$

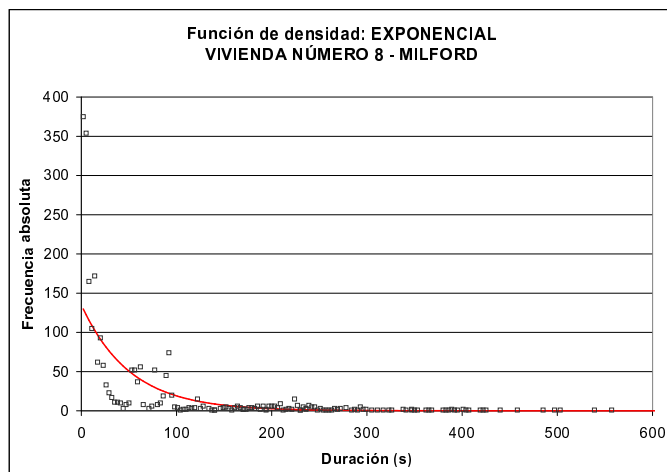


Figura 4.34.- Distribución de las duraciones

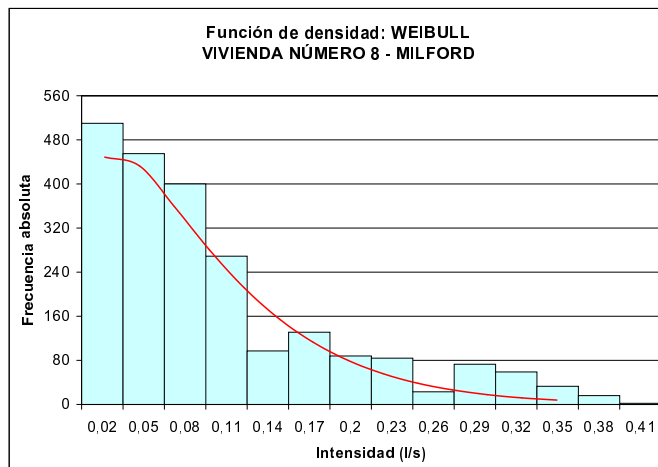


Figura 4.35.- Distribución de las intensidades

En cuanto a los pulsos de muy corta duración, se observa en este caso (Tabla 4.12) que pese a haberse eliminado los pulsos de duración 1 s, el porcentaje de pulsos de duración comprendida entre 1 y 5 s es ligeramente superior al observado en la vivienda número 3 de Valencia, pudiendo establecerse $T_{min} = 2$ s.

4.3.3.2 Estimación de parámetros para el conjunto de viviendas

Las Figuras 4.37, 4.38 y 4.39 ilustran el resultado para el conjunto de las 14 viviendas en consideración.

De nuevo, se observan desviaciones de la distribución de frecuencias de las dura-

4.3 Estimación de parámetros

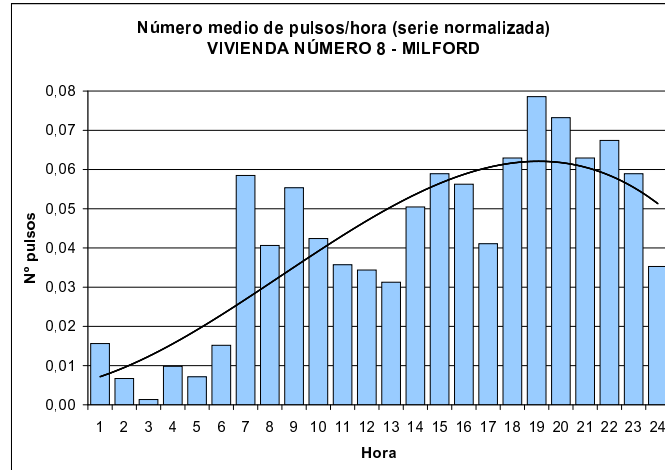


Figura 4.36.- Distribución horaria del número medio de pulsos

Tabla 4.12.- Porcentajes de pulsos de muy corta duración - Vivienda 8 Milford

Duración (s)	Porcentaje (%)	Intervalo (s)	Porcentaje (%)
1	0	1-5	29,60
2	6,16	6-10	11,79
3	10,58	Suma	41,38
4	7,05		
5	5,80		

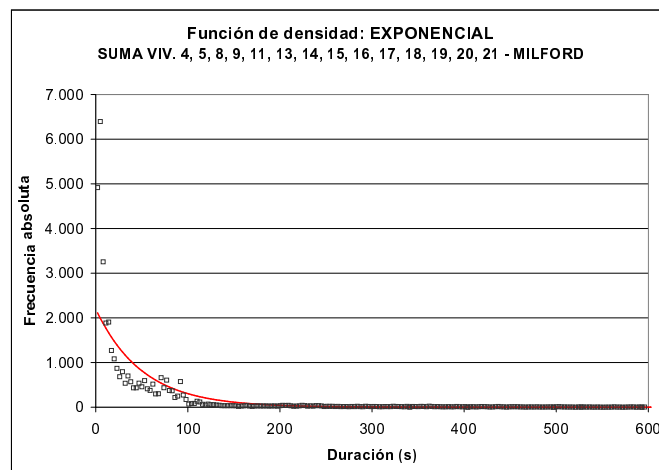


Figura 4.37.- Distribución de las duraciones

ciones de pulso, produciendo la distribución teórica, frecuencias más bajas para los

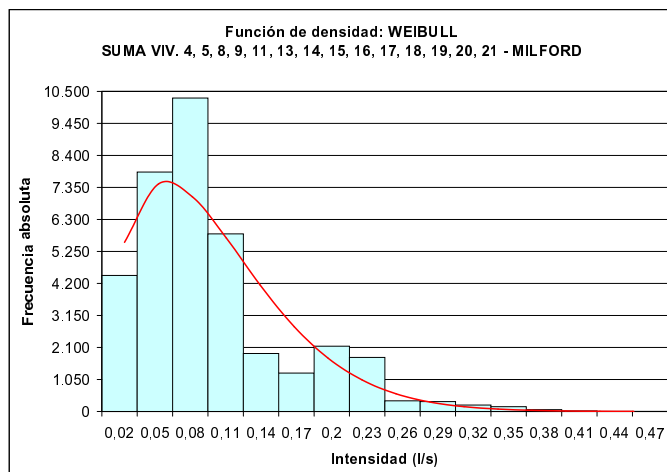


Figura 4.38.- Distribución de las intensidades

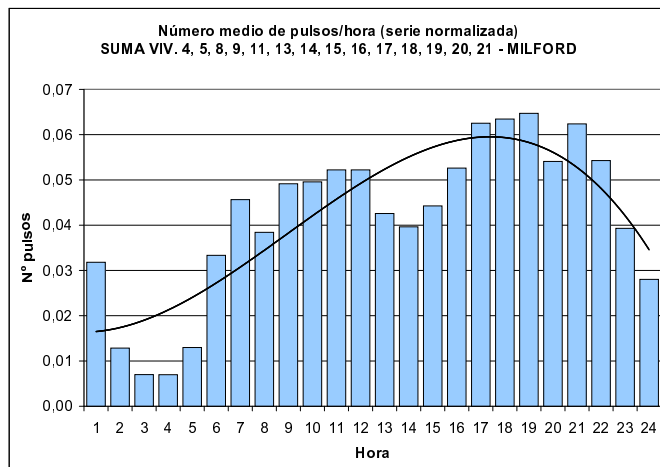


Figura 4.39.- Distribución horaria del número medio de pulsos

pulsos de corta duración, que la distribución empírica.

Los valores de los parámetros del modelo para el conjunto de viviendas son:

$$\begin{aligned} \hat{\alpha} &= 0,0198 \text{ s}^{-1} \\ \hat{\lambda} &= 0,1097 \text{ l/s} & \hat{\beta} &= 1,5357 \\ \hat{\mu} &= 8.443,0 \text{ l/día} & \hat{\sigma} &= 1.662,1 \text{ l/día} \\ \hat{A}_1 &= -4,2142 & \hat{A}_2 &= 4,7617 & \hat{A}_3 &= -0,1780 & \hat{C}_0 &= 164,6639 \\ \hat{\sigma}_r &= 20,6710 \end{aligned}$$

Los porcentajes de pulsos de muy corta duración son similares a los mostrados para el conjunto de viviendas de Valencia ó Castellón, siendo además de destacar el

que los porcentajes de los intervalos 1-5 s y 6-10 s sean casi coincidentes en los tres casos analizados (Tabla 4.13).

Tabla 4.13.- *Porcentajes de pulsos de muy corta duración - Suma viv. Milford*

Duración (s)	Porcentaje (%)	Intervalo (s)	Porcentaje (%)
1	0	1-5	26,89
2	5,81	6-10	14,81
3	7,61	Suma	41,70
4	7,40		
5	6,07		

4.4 Simulación numérica de las demandas de agua domésticas

Con objeto de realizar simulaciones de las demandas de agua domésticas, se ha desarrollado un programa de ordenador en lenguaje Visual Basic.

El procedimiento numérico empleado consiste en los siguientes 4 pasos:

1. Generación, de forma aleatoria, de un valor del consumo de agua diario \forall_d , de acuerdo con su correspondiente distribución estadística.
2. Obtención del valor de **C** (número de pulsos/día), a través de la ecuación (3.144).
3. Generación de **n** valores de ocurrencias de pulsos a lo largo del día, en instantes $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \dots, \tau_n$, por medio de un mecanismo estocástico definido por el proceso de punteo no homogéneo, con función de intensidad $\nu(t)$. Aquí se aplica de forma estricta la condición de que la probabilidad de que ocurra un suceso en el intervalo $[t; t+\Delta t]$ es igual a $[\nu(t) \cdot \Delta t]$. Esto produce como resultado, después de recorrer el día completo (con generación aleatoria en cada intervalo de 1 segundo), un valor de **n** que es habitualmente diferente del valor de **C**.
4. También mediante una generación de números aleatorios, y usando las respectivas funciones de distribución para la duración y la intensidad de pulso, se obtienen las intensidades (1/s) **I**₁, **I**₂, **I**₃, ... **I**_n y duraciones (s) **T**₁, **T**₂, **T**₃, ... **T**_n, de forma que los pulsos quedan totalmente definidos.

Para cada conjunto de parámetros del modelo obtenidos en el apartado anterior, se han simulado series sintéticas de consumos de agua a lo largo de 365 días. El resultado del modelo ha sido analizado en base a diversos estadísticos relevantes, como son las distribuciones de la intensidad máxima diaria y del consumo máximo

horario, junto con los máximos, valores medios y desviaciones estándar de las siguientes variables: consumo diario, número de horas de consumo a lo largo del día, y número de pulsos por día.

Además de los resultados mostrados en los siguientes apartados, se han realizado simulaciones para los conjuntos de viviendas de Valencia, Castellón y Milford, fijando el valor de la duración mínima en el ajuste de las duraciones de pulso, siendo éste de 1 s en el caso de las viviendas de Valencia y Castellón, y de 2 s en el de Milford. Los resultados son muy similares a los que se presentan a continuación, en donde no se ha establecido una duración mínima, por lo que la distribución exponencial de las duraciones de pulso comienza en $T = 0$ s. Únicamente en el caso del conjunto de viviendas de Milford se aprecia una ligera mejora en el ajuste de los consumos máximos horarios.

4.4.1 Resultados para una vivienda de Valencia

En la Tabla 4.14 se resumen los resultados para los estadísticos elegidos, calculados tanto para la serie sintética como para la histórica.

Tabla 4.14.- *Comparación entre la serie sintética y la histórica - Viv. 3 Valencia*

	Consumo diario (l)		N° horas consumo/día		N° pulsos/día	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	1.492,23	945,50	24	23	529	345
Media	556,84	499,70	18,38	16,31	193,16	159,92
Desv. est.	214,29	215,22	2,65	2,95	71,77	92,90

	Con. máx. horario (l)		Int. máx. diaria (l/s)	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	177,96	195,78	0,5959	0,4049
Media	79,46	108,49	0,3998	0,3485
Desv. est.	25,77	49,25	0,0667	0,0402

Los resultados son bastante satisfactorios, especialmente por lo que respecta a las variables número de horas de consumo al día, e intensidad máxima diaria (l/s). En ambos casos, estas variables no han sido utilizadas explícitamente durante el procedimiento de estimación de parámetros, y por lo tanto pueden ser consideradas como un test ó criterio de validación adecuados para la evaluación del resultado del modelo.

Aunque el tamaño de la muestra es claramente muy pequeño para poder realizar un riguroso análisis de extremos, puede obtenerse una indicación del comportamiento del modelo a través de la comparación de las distribuciones de probabilidad empíricas para los máximos. La fórmula empírica de Gringorten (4.20), adecuada para distribuciones extremas, se utiliza para realizar una asignación de probabilidad:

$$F_j = \frac{j - 0,44}{n + 0,12} \quad (4.20)$$

siendo:

F_j : probabilidad de que no se supere ese valor;
 n : tamaño de la serie sintética ó histórica;
 j : ordinal.

En el presente trabajo, se ha utilizado dicha fórmula para obtener las probabilidades empíricas correspondientes a los valores de la intensidad máxima diaria (1/s) y del consumo máximo horario (l).

Las Figuras 4.40 y 4.41 muestran los resultados obtenidos, tanto para la serie sintética como para la histórica. Se ha empleado papel Gumbel en los gráficos, con una varianza reducida en ordenadas (escala doble logarítmica). El hecho de utilizar esa escala en ordenadas se debe a que la función de distribución de Gumbel, utilizada habitualmente para los análisis estadísticos de las intensidades máximas de lluvia, tiene la siguiente expresión:

$$F(x) = \exp(-\exp(-a \cdot (x - b))) \quad (4.21)$$

siendo:

a : parámetro de escala (ó concentración);
 b : parámetro de localización.

Por lo tanto, al tomar dos veces logaritmos en la ecuación (4.21), se obtiene la ecuación de una recta.

Como puede observarse, el modelo genera intensidades máximas diarias superiores a las observadas en la serie histórica, mientras que el consumo máximo horario es normalmente inferior al de la serie histórica. El ajuste de las intensidades máximas diarias es mejor que el de los consumos máximos horarios, como puede apreciarse en las Figuras 4.40 y 4.41, así como si analizamos las desviaciones de los valores de la serie sintética respecto a la serie histórica, según se muestra en la Tabla 4.15.

Tabla 4.15.- *Desviaciones producidas entre la serie sint. y la hist. - Viv. 3 Valencia*

	Mínimo	Máximo	Promedio
Int. máx. diaria (1/s)	6%	31%	14%
Con. máx. horario (l)	2%	40%	23%

En próximos apartados se analizarán las causas de estas diferencias, así como el modo de reducirlas.

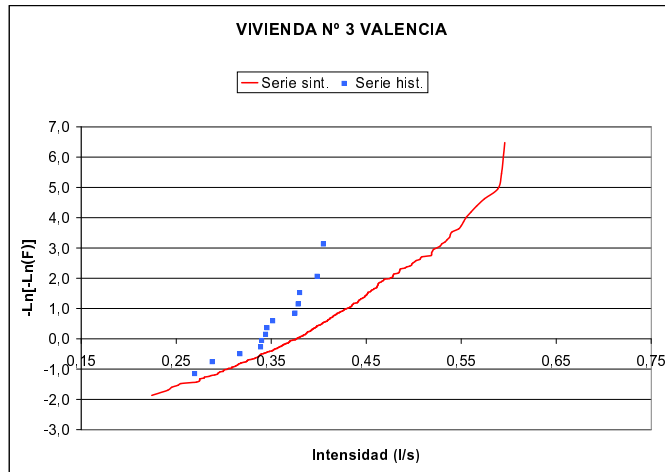


Figura 4.40.- Intensidad máxima diaria

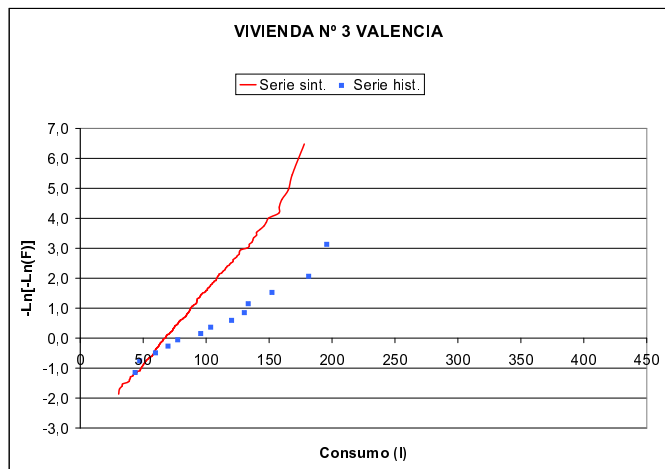


Figura 4.41.- Consumo máximo horario

4.4.2 Resultados para el conjunto de viviendas de Valencia

Cuando se realiza la simulación para el conjunto de viviendas seleccionadas, se aprecia un mejor ajuste a la serie histórica, que en el caso de una sola vivienda.

Las distribuciones de valor extremo muestran en este caso un mejor comportamiento que cuando analizamos una sola vivienda. El ajuste de las intensidades máximas diarias continúa siendo mejor que el de los consumos máximos horarios, según viene reflejado en la Tabla 4.17.

De nuevo, el modelo es capaz de producir máximos mayores que los observados históricamente en un período muy corto, que no pueden ser realmente considerados

Tabla 4.16.- Comparación entre la serie sintética y la histórica - Suma viv. Valencia

	Consumo diario (l)		N° horas consumo/día		N° pulsos/día	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	5.384,32	4.312,45	24	24	1.261	976
Media	3.330,14	3.254,81	21,72	22,54	756,59	726,54
Desv. est.	729,48	669,92	1,39	0,78	165,98	143,46

	Con. máx. horario (l)		Int. máx. diaria (l/s)	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	585,99	546,17	1,0397	0,7310
Media	345,30	390,93	0,6876	0,6379
Desv. est.	73,71	95,10	0,1058	0,0550

Tabla 4.17.- Desviaciones producidas entre la serie sint. y la hist. - Suma viv. Valencia

	Mínimo	Máximo	Promedio
Int. máx. diaria (l/s)	1%	20%	8%
Con. máx. horario (l)	9%	20%	12%

como representativos desde un punto de vista estadístico. Este es un punto fuerte del modelo, que indica su capacidad de generalización, una propiedad deseable cuando se pretende utilizar para realizar simulaciones numéricas de forma extensiva.

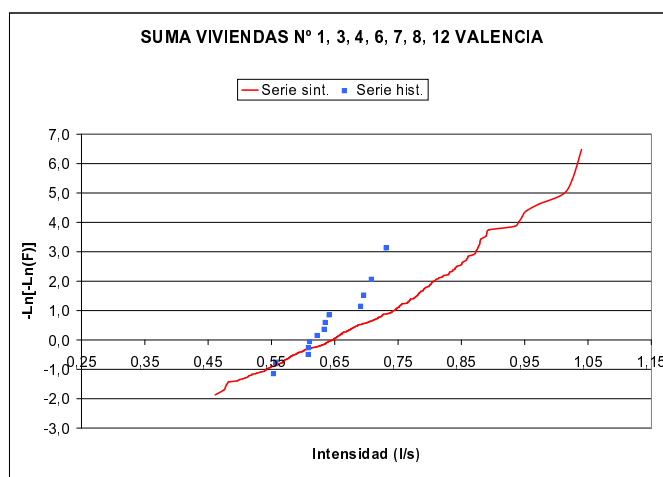


Figura 4.42.- Intensidad máxima diaria

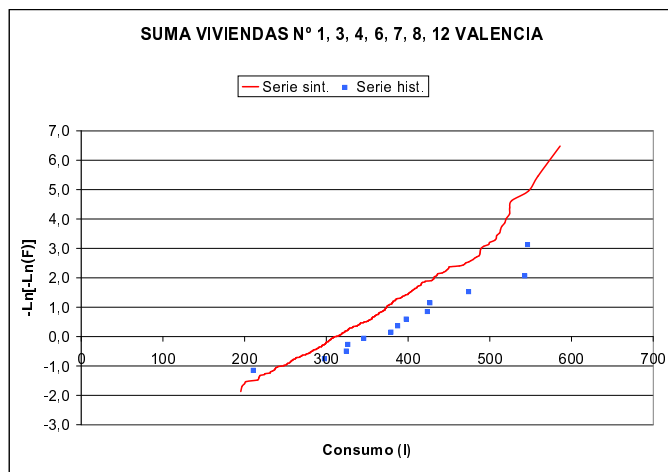


Figura 4.43.- Consumo máximo horario

4.4.3 Resultados para una vivienda de Castellón

El modelo produce en este caso unos resultados bastante mejores que para los casos analizados anteriormente correspondientes a las viviendas de Valencia. Es de destacar el buen ajuste tanto de la intensidad máxima diaria, como del consumo máximo horario, si bien continúa observándose una cierta sobreestimación de las intensidades máximas diarias, y una subestimación de los consumos máximos horarios.

Tabla 4.18.- Comparación entre la serie sintética y la histórica - Viv. 3-A Castellón

	Consumo diario (l)		N° horas consumo/día		N° pulsos/día	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	1.855,79	843,60	24	17	377	175
Media	478,26	369,65	15,91	11,60	95,10	74,00
Desv. est.	223,93	224,66	3,36	3,56	43,78	50,30

	Con. máx. horario (l)		Int. máx. diaria (l/s)	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	196,03	170,23	0,7352	0,4107
Media	83,14	96,40	0,3166	0,2992
Desv. est.	29,00	42,48	0,0703	0,0571

Respecto a la intensidad máxima diaria, cabe indicar además, que las desviaciones producidas entre la serie sintética y la serie histórica son incluso menores que en el caso de la suma de viviendas de Valencia (Tabla 4.19).

Tabla 4.19.- Desviaciones producidas entre la serie sint. y la hist. - Viv. 3-A Castellón

	Mínimo	Máximo	Promedio
Int. máx. diaria (l/s)	0%	11%	5%
Con. máx. horario (l)	1%	33%	18%

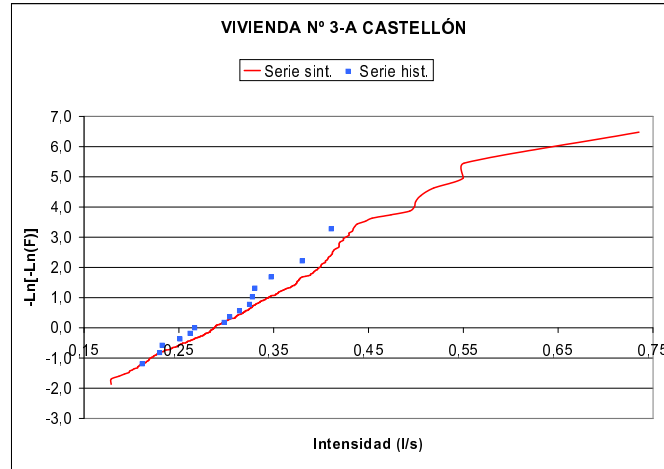


Figura 4.44.- Intensidad máxima diaria

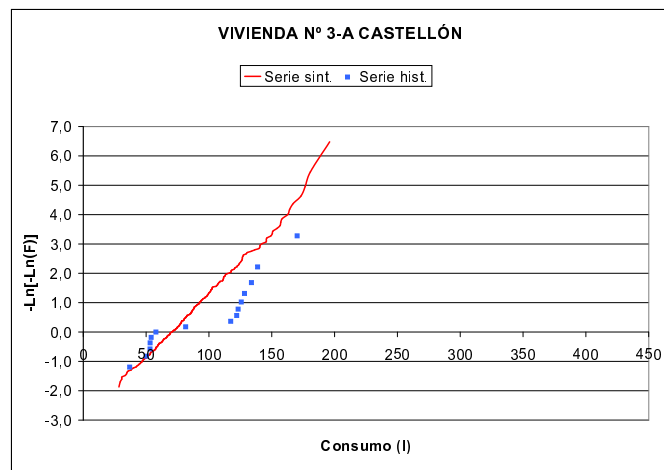


Figura 4.45.- Consumo máximo horario

4.4.4 Resultados para el conjunto de viviendas de Castellón

A diferencia de lo que ocurre en el caso de las viviendas de Valencia, en este caso el resultado para la suma de viviendas es algo peor que el obtenido para una sola vivienda, si bien el ajuste a la serie histórica continúa siendo bueno.

Tabla 4.20.- Comparación entre la serie sintética y la histórica - Suma viv. Castellón

	Consumo diario (l)		N° horas consumo/día		N° pulsos/día	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	5.775,91	4.407,45	24	24	1.235	908
Media	3.903,78	3.731,95	21,75	22,80	828,57	807,20
Desv. est.	641,19	422,35	1,33	0,86	136,45	58,92

	Con. máx. horario (l)		Int. máx. diaria (l/s)	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	725,72	718,76	1,1400	0,7594
Media	413,63	495,92	0,7143	0,6796
Desv. est.	77,62	118,89	0,1034	0,0603

Tabla 4.21.- Desviaciones producidas entre la serie sint. y la hist. - Suma viv. Castellón

	Mínimo	Máximo	Promedio
Int. máx. diaria (l/s)	0%	23%	7%
Con. máx. horario (l)	7%	28%	16%

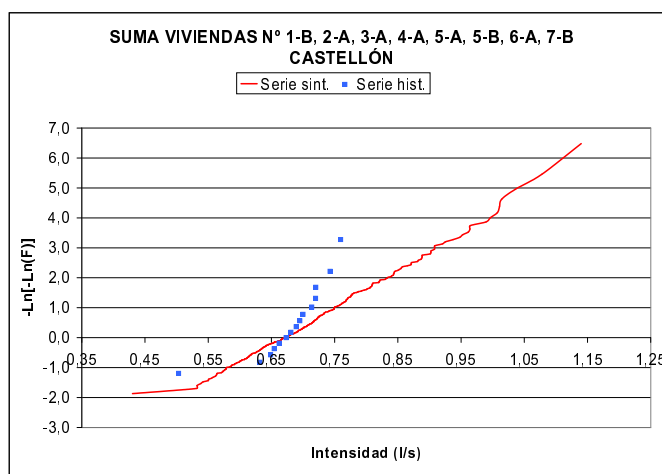


Figura 4.46.- Intensidad máxima diaria

4.4.5 Resultados para una vivienda de Milford

Aunque el resultado global del modelo puede considerarse aceptable, es peor que el de las viviendas de Valencia ó Castellón, existiendo una desviación significativa en el caso de la distribución extrema de la intensidad máxima diaria, como puede apreciarse en la Figura 4.48.

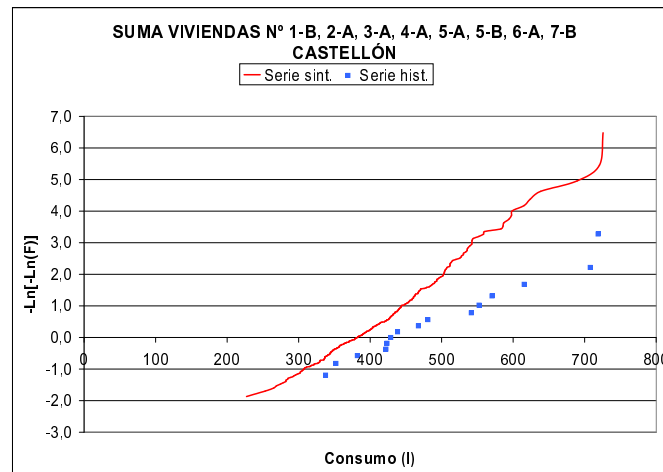


Figura 4.47.- Consumo máximo horario

Una posible explicación de este resultado es el procedimiento empleado para procesar los datos registrados. Como se ha indicado en el apartado 4.3.3, el Profesor Buchberger considera que sólo pueden superponerse 2 pulsos, por lo que las intensidades máximas diarias de la serie histórica son como mucho la suma de dos intensidades de pulso. Por el contrario, en los casos de Valencia y Castellón, en donde se ha considerado hasta un total de 4 pulsos superpuestos, se han encontrado algunas superposiciones de 3 ó 4 pulsos, dando lugar a valores mayores de la intensidad máxima diaria.

Si se compara la Figura 4.48 con las Figuras 4.29 ó 4.40, puede apreciarse que en estas dos últimas figuras, la intensidad máxima diaria tiene una tendencia mucho más lineal que en la primera, en donde parece que exista un límite superior para los valores que puede adoptar esta variable, debido a la restricción en el número de pulsos que pueden superponerse. Las grandes desviaciones mostradas en la Tabla 4.23 confirman el resultado gráfico de la Figura 4.48.

4.4.6 Resultados para el conjunto de viviendas de Milford

En este caso, el ajuste de las series sintética e histórica es mejor que para una sola vivienda. Es de destacar especialmente el buen ajuste de la intensidad máxima diaria, teniendo en cuenta los pobres resultados obtenidos cuando sólo se analizaba una vivienda. Al igual que en el caso de una vivienda, se produce una significativa sobreestimación del número diario de pulsos (C), si bien el consumo diario obtenido mediante la serie sintética se ajusta muy bien al de la serie histórica.

Tabla 4.22.- Comparación entre la serie sintética y la histórica - Viv. 8 Milford

	Consumo diario (l)		N° horas consumo/día		N° pulsos/día	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	4.315,89	2.338,56	24	23	836	173
Media	730,68	696,87	18,82	17,87	135,89	72,26
Desv. est.	534,13	576,21	3,37	3,35	97,51	35,60

	Con. máx. horario (l)		Int. máx. diaria (l/s)	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	382,31	380,79	1,2397	0,3998
Media	107,41	169,32	0,5040	0,3544
Desv. est.	51,93	84,32	0,1310	0,0353

Tabla 4.23.- Desviaciones producidas entre la serie sint. y la hist. - Viv. 8 Milford

	Mínimo	Máximo	Promedio
Int. máx. diaria (l/s)	1%	116%	40%
Con. máx. horario (l)	22%	47%	37%

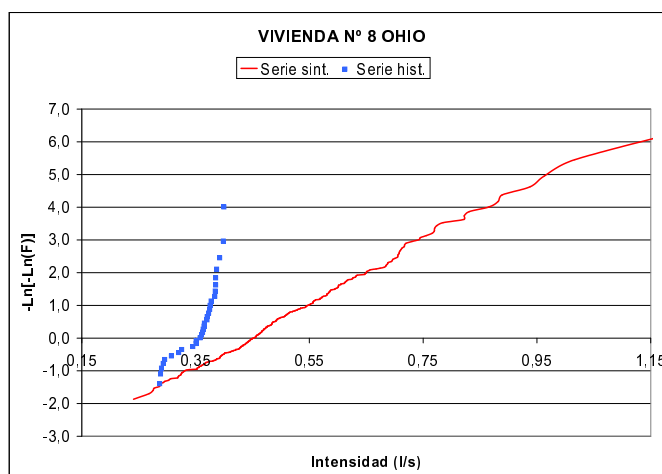


Figura 4.48.- Intensidad máxima diaria

4.5 Valoración del modelo

El modelo propuesto está basado en un análisis riguroso de las variables que intervienen en los consumos de agua, a pesar de lo cual utiliza funciones matemáticas sencillas en su formulación, y el número de parámetros que se deben estimar es moderado. Con ello, se ha pretendido conseguir un equilibrio entre la complejidad analítica del modelo y el realismo del mismo. Se ha pretendido evitar el uso de fun-

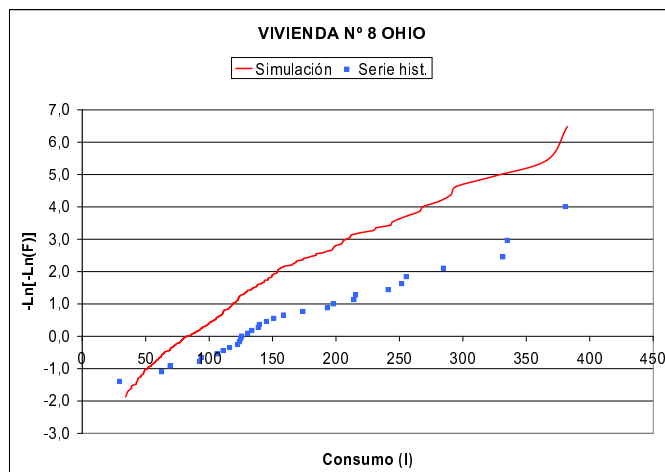


Figura 4.49.- Consumo máximo horario

Tabla 4.24.- Comparación entre la serie sintética y la histórica - Suma viv. Milford

	Consumo diario (l)		N° horas consumo/día		N° pulsos/día	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	14.212,88	11.800,51	24	24	2.820	1.542
Media	8.514,88	8.443,05	23,73	23,94	1.708,17	1.181,58
Desv. est.	1.797,10	1.662,15	0,52	0,36	357,76	146,45

	Con. máx. horario (l)		Int. máx. diaria (l/s)	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	1.130,99	1.420,05	1,5641	1,2017
Media	697,69	846,85	0,9655	0,9206
Desv. est.	130,27	195,64	0,1499	0,1292

Tabla 4.25.- Desviaciones producidas entre la serie sint. y la hist. - Suma viv. Milford

	Mínimo	Máximo	Promedio
Int. máx. diaria (l/s)	1%	11%	5%
Con. máx. horario (l)	9%	31%	17%

ciones matemáticas complejas que hubiesen proporcionado un mayor ajuste de las series sintéticas a los registros históricos, pero que no habrían aportado información a los patrones de consumo obtenidos.

En el equilibrio mencionado para la formulación de un modelo, uno de los aspectos claves será siempre la fiabilidad y representatividad de los datos originales utilizados para su calibración. Para ello, deberán tenerse en cuenta las siguientes

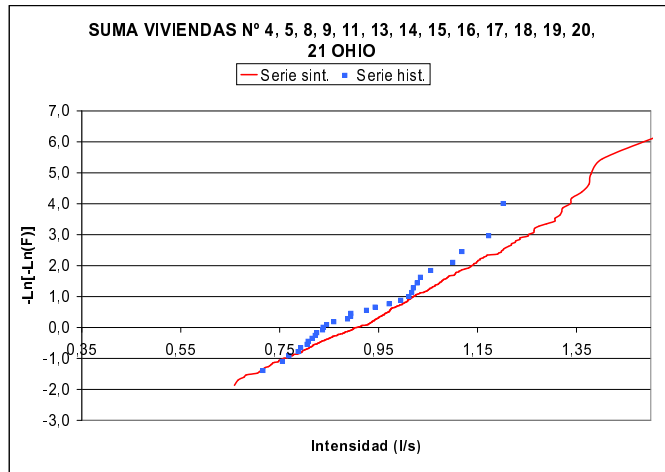


Figura 4.50.- Intensidad máxima diaria

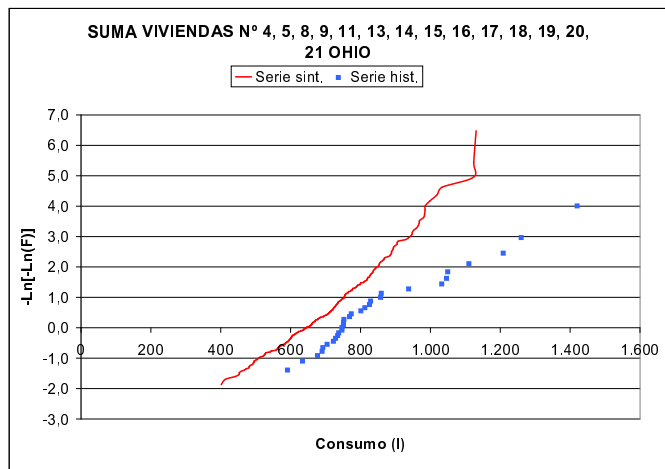


Figura 4.51.- Consumo máximo horario

consideraciones:

- Deberá disponerse de series de datos homogéneas; es decir, las mediciones realizadas deberán agruparse por estratos de población.
- El número de mediciones deberá ser lo suficientemente elevado para que los resultados sean representativos.
- El proceso de medición se realizará con los medios apropiados para evitar errores de lectura.
- El proceso de separación e identificación de los pulsos individuales deberá haber sido validado empíricamente.

En relación a las consideraciones anteriores, cabe señalar que en el presente trabajo se ha utilizado un número de mediciones bastante limitado, tanto por lo que respecta al número de viviendas analizadas como a la extensión temporal de las medidas. Por otra parte, al haber empleado viviendas situadas en poblaciones diferentes, no se pueden considerar de una forma conjunta. Asimismo, el proceso de identificación de los pulsos, si bien ha sido cuidadosamente elaborado, no ha podido ser contrastado experimentalmente.

A pesar de las limitaciones indicadas, a partir de los resultados mostrados en el apartado 4.4, se observa que el modelo produce máximos mayores que los obtenidos en la serie histórica. Esta propiedad es importante para la utilización de las series sintéticas en modelos matemáticos de redes, observándose que se cumple para todas las variables analizadas, excepto en el caso del consumo máximo horario, en donde el modelo produce habitualmente valores más bajos que los de la serie histórica, tanto por lo que respecta a los valores máximo y promedio, como a su desviación estándar.

Se observa asimismo que en general el número de pulsos producido por el modelo es mayor que el de la muestra, así como la intensidad máxima diaria. En el caso de esta última variable, no obstante, el análisis de extremos realizado muestra un buen ajuste, especialmente cuando se considera un conjunto de varias viviendas. De hecho, se observa que los resultados de las diferentes variables son mejores cuando se generan series sintéticas correspondientes a un conjunto de viviendas, que a una única vivienda, lo que es importante de cara a la utilización del modelo propuesto para la determinación de los consumos nodales en modelos matemáticos de redes de abastecimiento, en donde dichos nudos representan un conjunto de usuarios, que en el caso de tratarse de viviendas, puede ser del orden de 100.

A falta de disponer de datos más extensos sobre consumos de agua domésticos, se van a analizar seguidamente algunos factores que influyen en el ajuste del modelo a los registros históricos.

4.5.1 Proceso de punteo a lo largo del día

En primer lugar, se observa que el patrón horario de ocurrencia de pulsos muestra un diferente comportamiento, dependiendo de la hora del día. Hay una diferencia significativa entre las horas nocturnas y diurnas, de forma que puede resultar más conveniente considerar una tasa constante de pulsos durante la noche, y mantener el polinomio de 3° grado durante el día, lo que implica un incremento de un parámetro. Obviamente, las horas a las que empiezan y acaban los períodos nocturnos y diurnos, dependerán de los hábitos de los usuarios, por lo que dichas horas deberán ser establecidas para cada vivienda ó sector de la red de abastecimiento.

Por otra parte, además del ciclo diario mencionado, existe también un ciclo semanal, que implica un diferente patrón para los días laborables y los fines de semana.

Por lo tanto, sería aconsejable obtener diferentes patrones horarios para días laborales y fines de semana.

En conjunto, si se tuviesen en cuenta las consideraciones anteriores, el modelo tendría que incorporar 5 nuevos parámetros, siendo además necesario un importante incremento de la extensión de la serie histórica, con objeto de permitir una correcta estimación de los parámetros.

Por otra parte, si se analizan series de datos que comprendan un período de tiempo más largo (uno ó varios años), pueden tenerse en cuenta también variaciones estacionales de la demanda de agua.

Debido a la limitada extensión de las series históricas de que disponemos, no hemos podido evaluar la bondad de un modelo que tuviese en cuenta estas consideraciones. No obstante, en principio cabe pensar que el hecho de que se produzca una subestimación de los consumos máximos horarios se debe, al menos en parte, a que la curva horaria de producción de pulsos se ha obtenido como un promedio de las curvas correspondientes a los diferentes días en los que se disponía de mediciones, sin que se haya podido diferenciar en una curva para días laborales y otra para fines de semana.

4.5.2 Duración de los pulsos

La función exponencial propuesta en el modelo para representar las duraciones de pulso resulta muy conveniente debido a su simplicidad, y al hecho de incorporar un sólo parámetro, lo que contribuye a la parsimonia del modelo.

Por otra parte, cuando comparamos las funciones de *densidad* muestral y teórica, observamos un buen ajuste de la función exponencial a las duraciones registradas.

No obstante, un análisis más detallado de las funciones de *distribución* muestral y teórica, nos revela que la función exponencial crece más rápidamente que la muestral, lo que le impide reproducir adecuadamente los pulsos de larga duración.

Esta incapacidad para generar pulsos de larga duración, tiene como consecuencia que los consumos máximos horarios producidos por el modelo sean inferiores a los observados en la serie histórica, debido a que en general, en las horas en las que se producen los consumos máximos horarios, aparecen pulsos de larga duración.

Una forma de corregir este problema consiste en utilizar la función Gamma como función de probabilidad de las duraciones de pulso:

$$\text{Función de densidad: } f(T) = \lambda^\eta \cdot T^{\eta-1} \cdot \frac{\exp(-\lambda T)}{\Gamma(\eta)} \quad (4.22)$$

$$\text{Media: } E(T) = \frac{\eta}{\lambda} \quad (4.23)$$

$$\text{Varianza: } Var(T) = \frac{\eta}{\lambda^2} \quad (4.24)$$

Puede comprobarse fácilmente que la función exponencial es un caso particular de la función Gamma, puesto que cuando $\eta = 1$, obtenemos las expresiones de la función exponencial.

La utilización de la función Gamma tiene el inconveniente de introducir un parámetro más en el modelo; no obstante, el ajuste de los pulsos de larga duración es mejor que con la función exponencial, como se puede apreciar en la Figura 4.52, para el caso de la vivienda n° 3 de Valencia. Hay que indicar que el segundo gráfico de dicha Figura es la continuación del primero, para valores grandes de la duración, habiéndose modificado la escala del eje de ordenadas, con objeto de poder apreciar el diferente comportamiento de las funciones representadas.

El ajuste de las duraciones de pulso a una función Gamma da como resultado los siguientes valores de los parámetros:

$$\begin{aligned} \hat{\lambda} &= 0,0121 \text{ s}^{-1} \\ \hat{\eta} &= 0,2913 \end{aligned}$$

El valor obtenido para el parámetro η , bastante distante de la unidad, indica que la función Gamma resultante no va a mostrar una variación similar a la función exponencial, lo que pone de manifiesto la utilidad del ajuste propuesto a una función Gamma, confirmando el resultado gráfico mostrado en la Figura 4.52.

Con objeto de comprobar el efecto que produce la consideración de la función Gamma para representar las duraciones de pulso, hemos generado una serie sintética para la vivienda n° 3 de Valencia, indicándose a continuación los resultados. En las Figuras 4.53 y 4.54 aparecen además los valores correspondientes a la simulación realizada con la función exponencial, con objeto de apreciar la diferencia de las dos formulaciones, en el ajuste a la serie histórica.

Como puede verse en la Figura 4.54 y en las Tablas 4.26 y 4.27, la variable consumo máximo horario ha mejorado considerablemente respecto al ajuste exponencial, observándose que en este caso existen valores de la serie sintética que son superiores a los de la serie histórica. Por el contrario, la intensidad máxima diaria apenas experimenta variación respecto a los resultados obtenidos con el ajuste exponencial.

En los demás casos analizados en el presente trabajo, se han realizado también simulaciones utilizando una función Gamma para ajustar las duraciones de pulso,

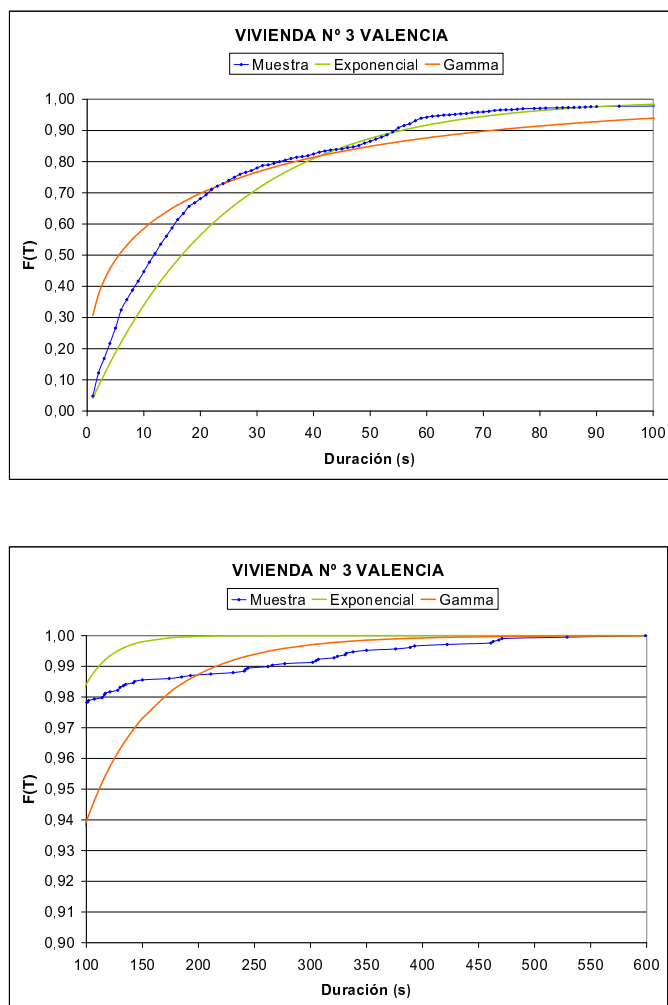


Figura 4.52.- Comparación entre las funciones exponencial y Gamma

observándose un resultado similar al mostrado para la vivienda 3 de Valencia: mientras que el consumo máximo horario mejora de forma significativa en comparación al ajuste exponencial, la intensidad máxima horaria apenas muestra una muy ligera mejora.

Por otra parte, se ha evaluado también el comportamiento de las variables consumo diario y n° pulsos/día, cuando se utiliza la función Gamma, resultando en todos los casos unos valores similares a los obtenidos con la función exponencial.

Por lo tanto, se puede concluir que la utilización de la función Gamma frente a la función exponencial, va a producir un mejor comportamiento del consumo máximo horario, sin que el resto de variables se vean afectadas de forma significativa, por lo que será conveniente su empleo tan sólo en aquellas aplicaciones donde sea impor-

Tabla 4.26.- Vivienda 3 Valencia. Duraciones ajustadas a una función Gamma

	Consumo diario (l)		N° horas consumo/día		N° pulsos/día	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	1.317,33	945,50	24	23	386	345
Media	548,44	499,70	18,27	16,31	187,20	159,92
Desv. est.	202,10	215,22	2,60	2,95	64,97	92,90

	Cons. máx. horario (l)		Inten. máx. diaria (l/s)	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	224,86	195,78	0,6599	0,4049
Media	94,08	108,49	0,4015	0,3485
Desv. est.	30,33	49,25	0,0693	0,0402

Tabla 4.27.- Comparación de desviaciones producidas entre la serie sint. y la hist. - Viv. 3 Valencia

		Mínimo	Máximo	Promedio
Int. máx. diaria (l/s)	Exponencial	6%	31%	14%
	Gamma	5%	33%	14%
Con. máx. horario (l)	Exponencial	2%	40%	23%
	Gamma	3%	32%	18%

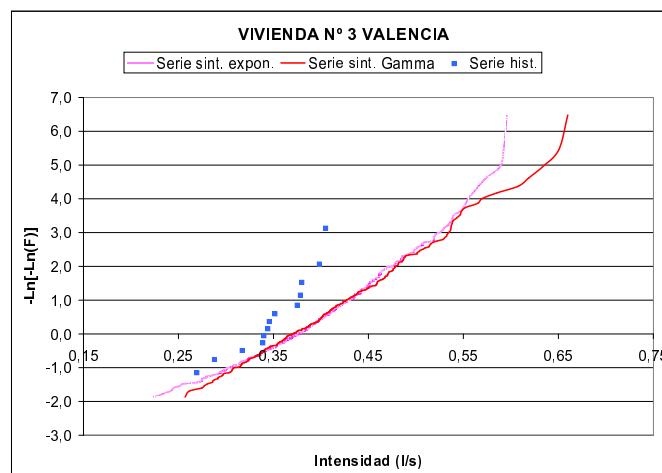


Figura 4.53.- Intensidad máxima diaria

tante reproducir de forma adecuada los consumos máximos horarios. Por ejemplo, si los resultados del modelo se van a emplear para realizar una simulación en período extendido, en donde se vaya a analizar la evolución del agua en los depósitos gene-

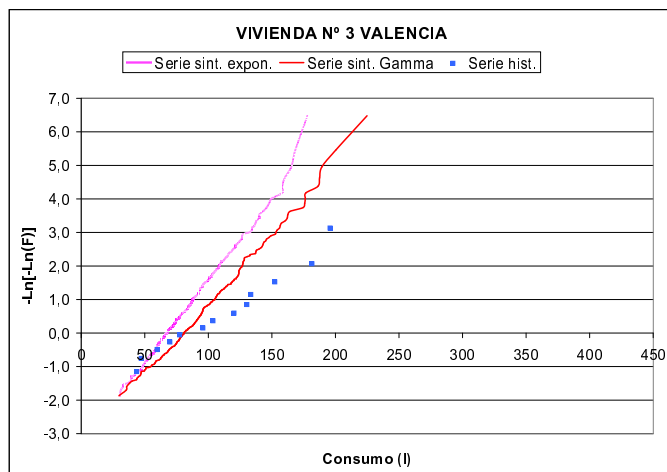


Figura 4.54.- Consumo máximo horario

rales de abastecimiento, la fiabilidad del sistema, ó la calidad del agua en la red, se deberá simular adecuadamente esta variable. Por el contrario, cuando se utilice en modelos estáticos, bien para realizar un diseño de la red ó para estudiar futuras ampliaciones, en los que deben considerarse únicamente los máximos caudales que se van a demandar, no será necesario acudir a esta formulación.

Como se ha indicado en el apartado 4.4, se ha estudiado también el efecto que produce el ajuste de las duraciones de los pulsos, fijando una duración mínima, sin que en los casos analizados se hayan apreciado variaciones significativas en los resultados del modelo. Esto debe ser una consecuencia de que los pulsos observados muestran frecuencias importantes para duraciones muy pequeñas (del orden de 1 ó 2 segundos), no existiendo por tanto apenas diferencia entre las funciones de probabilidad obtenidas, con la duración mínima ó sin ella. En otras situaciones, en las que las duraciones observadas mostrasen un valor mínimo alejado de $T = 0$ s, debería en principio considerarse un T_{min} en el ajuste de las duraciones de pulso. El mismo planteamiento descrito al analizar la función exponencial (desplazamiento del eje de ordenadas) sería igualmente válido en el caso de considerar una función Gamma.

4.5.3 Intensidad de los pulsos

Las intensidades de pulso quedan adecuadamente representadas mediante la función de Weibull, no pareciendo aconsejable la utilización de una función con un mayor número de parámetros. Comparando las funciones de distribución teórica y muestral, observamos que existe un buen ajuste para todo el rango de variación de las intensidades, tal como puede apreciarse en la Figura 4.55.

A pesar de lo que acabamos de indicar, se ha observado que las series sintéticas

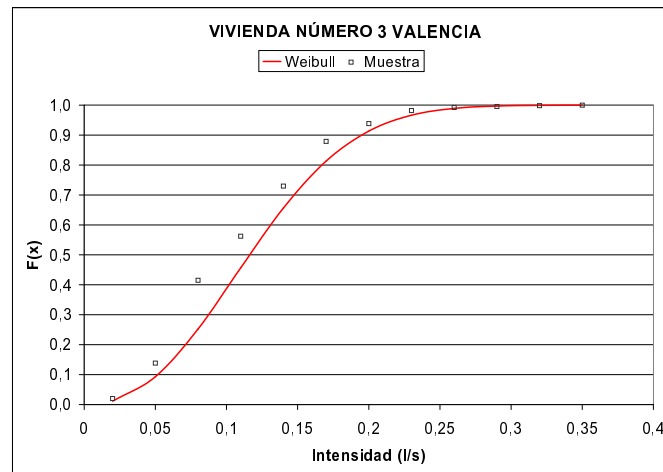


Figura 4.55.- Comparación de las funciones de distribución teórica y muestral

generadas mediante el modelo propuesto muestran una cierta sobreestimación de la intensidad máxima diaria. Dicha sobreestimación se debe fundamentalmente a que el modelo produce en general un mayor número de pulsos que los registrados en la serie histórica. Hay que tener en cuenta que la intensidad máxima diaria corresponde al caudal punta registrado en una vivienda a lo largo del día, por lo que normalmente resulta de la superposición de varios pulsos.

En este sentido, hay que destacar la importancia que tiene la identificación de los pulsos individuales a partir de los registros de caudales, que constituyen los registros históricos sin procesar. Tal como se ha visto anteriormente, en el caso de las viviendas de Milford, en donde el proceso de identificación de pulsos no contemplaba la posibilidad de que se produjeran más de dos pulsos superpuestos, las discrepancias entre la serie sintética y la histórica eran apreciablemente mayores que en los casos de las viviendas de Valencia ó Castellón, en donde se permitía un mayor número de pulsos superpuestos.

No cabe duda que la identificación de pulsos a partir de los datos agregados de caudal entraña serias dificultades, sobre todo si se tiene en cuenta que, cuando se produce la superposición de uso de varios aparatos sanitarios, el caudal resultante no es exactamente igual a la suma de caudales de los aparatos funcionando individualmente, sino que es algo menor, como consecuencia del aumento de las pérdidas de carga con el caudal. Dependiendo de la ubicación de los aparatos que se utilizan simultáneamente, y de la configuración de la instalación receptora de agua, este efecto será más ó menos acusado.

Una posible ayuda para realizar la identificación de pulsos sería obtener, en las viviendas en las que se realizan las mediciones de caudal, los patrones de consumo de los diferentes aparatos, con objeto de tratar posteriormente de identificarlos.

Este procedimiento está descrito en (DeOreo *et al.*, 1996) y, a falta de disponer de registros independientes de caudal para cada uno de los aparatos, podría suponer una mejora a tener en cuenta en futuros desarrollos.

4.5.4 Ecuación de continuidad

La ecuación (3.143) impone que se cumpla la ecuación de continuidad; es decir, el volumen total consumido a lo largo del día es la suma de los volúmenes de todos los pulsos. Al asumir independencia entre las variables que intervienen, el valor medio del volumen total es igual al producto de dichas variables. Puesto que esa ecuación no se utiliza en el procedimiento para identificar los pulsos individuales, puede ser usada como una forma de comprobar si se verifican las hipótesis asumidas.

Cuando se aplica la ecuación (3.143) para obtener el consumo total de la serie histórica, se observan algunas diferencias, como se puede observar en la Tabla 4.28, en donde \forall_{tot} denota el consumo total registrado durante todos los días de la serie, mientras que $E[\forall_{tot}]$ representa el valor medio del consumo, calculado mediante (3.143). En la última columna de dicha Tabla se indica el coeficiente de correlación entre las duraciones y las intensidades de pulso.

Tabla 4.28.- *Comprobación del consumo total*

Vivienda	C	$E[T]$ (s)	$E[I]$ (l/s)	$E[\forall_{tot}]$ (l)	\forall_{tot} (l)	Error relativo (%)	Coefficiente correlación
N° 1 Valencia	714	75,4413	0,1293	6.965	7.340	5,11	0,06
N° 3 Valencia	2.079	24,1146	0,1206	6.045	6.496	6,94	0,09
N° 4 Valencia	724	31,7503	0,1195	2.746	3.312	17,09	0,35
N° 6 Valencia	1.975	28,7199	0,1016	5.761	5.801	0,69	0,02
N° 7 Valencia	1.424	49,8237	0,1399	9.928	9.151	8,48	-0,06
N° 8 Valencia	859	40,0998	0,1151	3.964	4.072	2,66	0,03
N° 12 Valencia	1.670	39,8317	0,1083	7.201	6.140	17,28	-0,14
N° 1-B Castellón	2.059	28,0878	0,1257	7.269	6.738	7,88	-0,11
N° 2-A Castellón	1.141	40,2559	0,1086	4.986	6.406	22,17	0,35

Tabla 4.28.- Comprobación del consumo total

Vivienda	C	$E[T]$ (s)	$E[I]$ (l/s)	$E[V_{tot}]$ (l)	V_{tot} (l)	Error relativo (%)	Coefficiente correlación
N° 3-A Castellón	1.110	46,9526	0,1070	5.577	5.545	0,59	-0,01
N° 4-A Castellón	1.233	51,7977	0,1214	7.755	8.162	4,99	0,07
N° 5-A Castellón	1.254	52,0841	0,0978	6.389	6.034	5,88	-0,08
N° 5-B Castellón	1.643	40,6249	0,1294	8.638	8.517	1,42	-0,02
N° 6-A Castellón	1.409	35,5682	0,1160	5.812	6.662	12,76	0,18
N° 7-B Castellón	2.259	35,2354	0,1243	9.893	7.916	24,98	-0,32
N° 4 Milford	8.650	18,7281	0,0890	14.413	20.718	30,43	0,56
N° 5 Milford	1.897	100,1371	0,1102	20.934	20.503	2,10	-0,01
N° 8 Milford	2.240	50,9388	0,1048	11.958	21.603	44,65	0,60
N° 9 Milford	1.577	80,3944	0,1255	15.914	24.377	34,72	0,45
N° 11 Milford	1.483	36,5226	0,0911	4.937	7.237	31,78	0,59
N° 13 Milford	1.556	74,3278	0,1081	12.508	16.999	26,42	0,51
N° 14 Milford	2.633	30,3331	0,0761	6.080	10.452	41,83	0,40
N° 15 Milford	2.053	66,9922	0,1100	15.129	17.055	11,29	0,12
N° 16 Milford	2.436	30,6466	0,1145	8.547	10.668	19,88	0,30
N° 17 Milford	1.441	57,8626	0,0974	8.125	12.078	32,73	0,56
N° 18 Milford	3.328	70,6887	0,0620	14.596	23.038	36,64	0,44
N° 19 Milford	837	130,7670	0,0749	8.202	12.271	33,16	0,79
N° 20 Milford	3.051	58,0164	0,1326	23.476	35.475	33,82	0,50

Tabla 4.28.- *Comprobación del consumo total*

Vivienda	C	$E[T]$ (s)	$E[I]$ (1/s)	$E[V_{tot}]$ (l)	V_{tot} (l)	Error relativo (%)	Coefficiente correlación
N° 21 Milford	3.447	55,4189	0,1108	21.165	29.262	27,67	0,19

A partir de la Tabla 4.28 se observa que las diferencias entre el consumo total registrado y calculado es moderado para el caso de las viviendas de Valencia y Castellón, mientras que en el caso de Milford las diferencias son considerablemente mayores. Esto se debe a lo siguiente:

- El proceso de identificación de pulsos influye en el resultado final, porque los tres factores de la ecuación (3.143) dependen de ese proceso, que no fue el mismo en todos los casos.
- La ecuación (3.143) se aplica cuando la duración y la intensidad son independientes. Puesto que en algunos aparatos sanitarios ambas variables están correlacionadas, no se puede considerar que exista una total independencia, influyendo esta correlación en el resultado final. Como se puede comprobar, el coeficiente de correlación promedio entre duraciones e intensidades es 0,05 para Valencia, 0,01 para Castellón y 0,43 para Milford, siendo sus errores relativos promedio, respectivamente, iguales a 8,32%, 9,14% y 29,08%. Al representar los errores relativos frente al valor absoluto del coeficiente de correlación (Figura 4.56), se observa que existe una relación entre ambas variables, siendo mayor el error cuanto mayor es el coeficiente de correlación. Por consiguiente, la hipótesis de independencia resulta fundamental para la validez del modelo.

En el caso de las series sintéticas, la diferencia entre el consumo total registrado y calculado es despreciable, ya que durante el proceso de generación de pulsos, se impone que se cumpla la ecuación (3.143). Por ejemplo, en el caso de la vivienda 3 de Valencia, el error relativo que se produce es tan sólo del 0,15%, mientras que en el caso de la vivienda 8 de Milford resulta un error del 1,04%.

4.6 Conclusiones

En el presente Capítulo se ha expuesto la forma de generar series sintéticas de consumos a partir del modelo estocástico de pulsos rectangulares de Poisson, desarrollado en el Capítulo 3, utilizando para ello las mediciones de consumos llevadas a cabo en viviendas de tres ciudades diferentes.

El modelo estocástico propuesto comprende la modelación de tres fenómenos aleatorios e independientes entre sí: el proceso de punteo en el tiempo, que representa los instantes de inicio de los pulsos; las duraciones de pulso, y las intensidades

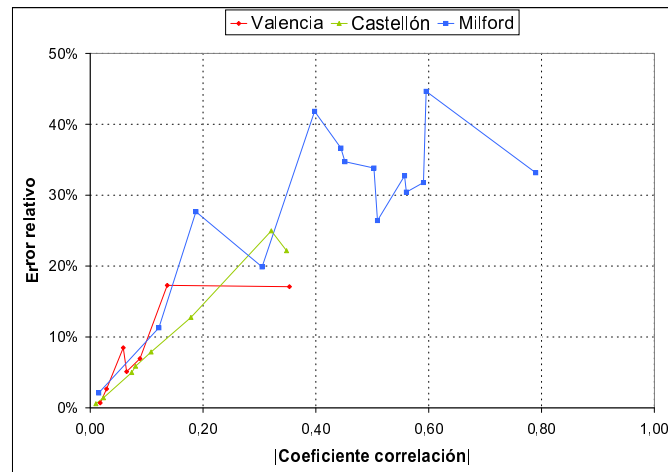


Figura 4.56.- Relación entre el error relativo del volumen total y el coeficiente de correlación entre duraciones e intensidades

de pulso. Puesto que cada uno de estos fenómenos ó variables, está asociado a los pulsos rectangulares de consumo, como paso previo para poder aplicar el modelo, se necesita disponer de la secuencia de pulsos rectangulares producidos en la vivienda a lo largo del día.

Se hace necesario, por tanto, disponer de un proceso para identificar los pulsos rectangulares a partir del registro continuo de consumos en la vivienda. El proceso propuesto está basado en el desarrollado por Wells (1994) y Buchberger y Wells (1996), y comprende dos etapas: suavización de la señal, y separación de pulsos. En la primera etapa se eliminan posibles perturbaciones, y se reduce el conjunto inicial de datos a los instantes en que se producen variaciones significativas de intensidad, mientras que en la segunda etapa, se analizan los perfiles de intensidad observados, con objeto de identificar los pulsos rectangulares que los han generado.

El proceso de identificación de pulsos está basado en una serie de reglas empíricas que pueden aplicarse sin excesivas restricciones, y ha sido cuidadosamente desarrollado en la presente Tesis, prestando especial atención a todas las posibles combinaciones de pulsos que se pueden producir. No obstante, no ha podido ser validado experimentalmente, ya que para ello se necesitaría disponer de registros de consumos independientes, para cada uno de los aparatos sanitarios de una vivienda.

Merece especial atención la comparación entre el procedimiento de identificación de pulsos elaborado en esta Tesis, que ha sido aplicado a las mediciones realizadas en Valencia y Castellón, y el utilizado por el profesor Steven Buchberger, aplicado a las mediciones de Milford. Si bien en el segundo caso, el consumo diario es superior al primero, resulta un número de pulsos diario inferior, como consecuencia de haber

impuesto unas restricciones más exigentes. Por otra parte, cabe destacar también la enorme similitud existente entre las viviendas de Valencia, Castellón y Milford, con relación a los porcentajes de los pulsos de corta duración, representando tales pulsos una proporción importante del total de pulsos que se producen diariamente.

Los 9 parámetros del modelo han sido estimados para las diferentes viviendas analizadas, a partir de las series históricas de pulsos rectangulares. La estimación de parámetros para las funciones de probabilidad de las variables que intervienen, se ha efectuado mediante el método de los momentos.

Una de las hipótesis en las que está basado el modelo es que las duraciones y las intensidades de pulso son variables aleatorias independientes. La obtención del coeficiente de correlación entre duraciones e intensidades en las diferentes viviendas analizadas muestra resultados bastante diferentes según la vivienda considerada, si bien se observa que se obtienen valores mayores para las viviendas de Milford, resultando valores similares para las viviendas de Valencia y Castellón. El hecho de encontrar estas diferencias parece indicar que el procedimiento utilizado para identificar los pulsos individuales tiene influencia en la naturaleza de los pulsos resultantes, siendo por tanto necesario disponer de un procedimiento que haya sido validado empíricamente.

Por otra parte, debe tenerse en cuenta que existen determinados usos de agua en los que la duración y la intensidad están relacionados, por consumirse un volumen de agua fijo cada vez que se producen. Tal es el caso de los inodoros, las lavadoras y los lavavajillas. Dependiendo de la cantidad de esos pulsos que se produzcan a lo largo del día, con relación al número total de pulsos, se podrá considerar en mayor ó menor medida la validez de la hipótesis de independencia. La falta de independencia entre duraciones e intensidades de pulso tiene como consecuencia que la ecuación (3.143) no se cumpla, debiendo en tal caso modificarse la ecuación de cierre del modelo.

La evaluación del modelo ha sido realizada a través del análisis de las series sintéticas generadas con las rutinas de cálculo apropiadas, de acuerdo con la formulación del modelo. Se han calculado algunos estadísticos relevantes, tanto para las series históricas como para las sintéticas, que permiten una evaluación del resultado del modelo, habiendo prestado especial atención en el análisis de las variables intensidad máxima diaria (l/s) y consumo máximo horario (l).

Con relación a estas dos últimas variables, los mejores resultados se obtienen cuando se estiman los parámetros para un conjunto de viviendas, mientras que en ocasiones, las series correspondientes a una sola vivienda producen desviaciones significativas. Esto apunta hacia un uso práctico del modelo para la simulación de redes de abastecimiento de agua, en donde son de interés las variaciones horarias de las demandas de los nudos, siendo normalmente cada demanda obtenida como

suma de las demandas de un grupo de viviendas. En realidad, no tendría sentido la utilización del modelo para simular los consumos de agua de una única vivienda, puesto que no existe ninguna aplicación, salvo el diseño de instalaciones interiores, en las que pueda tener interés la simulación del consumo de una sola vivienda.

Los consumos máximos horarios producidos por el modelo muestran un peor ajuste que las intensidades máximas diarias. Tanto los valores máximos de esta variable como su desviación estándar son inferiores a los de la serie histórica, debido a una serie de motivos que han sido analizados en el apartado 4.5. Entre ellos, cabe destacar el hecho que la curva horaria de producción de pulsos se ha obtenido como un promedio de las curvas de los diferentes días, si bien existen diferencias significativas en los patrones de consumo dependiendo del día de la semana, especialmente si comparamos los patrones correspondientes a los días laborables y los fines de semana. Por otro lado, el ajuste de las duraciones de pulso a una función exponencial tiene como consecuencia que los pulsos de larga duración no pueden ser reproducidos adecuadamente, lo que conlleva a la obtención de consumos máximos horarios inferiores a los de la serie histórica. Una posible solución a este último problema consiste en la utilización de una función Gamma en lugar de la función exponencial, si bien tiene el inconveniente de añadir un parámetro más al modelo.

Con respecto a la intensidad máxima diaria, los resultados son bastante satisfactorios, obteniendo unas desviaciones promedio respecto a la serie histórica inferiores al 8%, cuando se realizan simulaciones para un conjunto de viviendas. En este caso, los valores obtenidos en la simulación son mayores a los de la serie histórica, siendo consecuencia de que el modelo genera una sobreestimación en el número de pulsos producidos. No parece en principio que el ajuste de las intensidades de pulso a una función Weibull pueda tener influencia en dicha desviación.

Capítulo 5

METODOLOGÍA PARA LA EXTENSIÓN DEL MODELO

5.1 Introducción

Cuando se analiza una red de abastecimiento, debe conocerse la demanda en los nudos de consumo de la red, cada uno de los cuales representa un conjunto de usuarios. Mediante el modelo estocástico desarrollado en el Capítulo 3, es posible obtener series sintéticas de consumos correspondientes a un usuario individual de una red de abastecimiento. Para ello, deben realizarse previamente medidas detalladas del consumo de agua requerido por dicho usuario, con objeto de determinar los parámetros del modelo.

Si fuera posible determinar los parámetros de cada uno de los usuarios de una red, se podrían generar series sintéticas de consumos para todos los nudos, mediante superposición de los consumos correspondientes a los usuarios asignados a cada nudo. En términos estadísticos, los estudios que comprenden a todos los usuarios suponen el uso de poblaciones enteras. Sin embargo, una enumeración completa ó inventario de todos los usuarios puede no siempre abarcar a toda la población, porque además de las poblaciones definidas en términos de usuarios, que se pueden considerar como finitas ó delimitadas, algunos estudios pueden requerir definiciones extendidas de las poblaciones. Por ejemplo, una población en estudio puede definirse como las cantidades mensuales de consumo de agua de todos los usuarios durante un tiempo horizonte. Puesto que tal definición incluye el consumo de agua futuro, los registros históricos de consumos constituyen sólo una parte (ó una muestra) de la población total.

Por otra parte, el estudio de la población completa supondría un coste desmesurado, tanto en dinero como en tiempo empleado. Por ello, el conocimiento del consumo de agua se obtiene de forma invariable mediante muestras ó fragmentos de la población total. El muestreo tiene una serie de ventajas en relación a una enumeración completa ó censo de la población en estudio. En primer lugar, supone una economía, puesto que si en lugar de examinar todos los elementos, se examinan sólo unos cuantos, el coste será inferior, tanto en valor absoluto como en valor relativo; es decir, el coste en relación a la cantidad de información obtenida. Además, se obtendrá información de forma más rápida, frecuente y detallada, lo que aumentará su utilidad en el caso de fenómenos dinámicos. Por último, es posible cuidar más la precisión de la observación ó medida de cada elemento al utilizar muestras, por el mejor entrenamiento y formación del personal, uso de instrumentos más adecuados y mayor supervisión e intensidad en los controles.

Se entiende por lo tanto por muestra, un subconjunto lo más representativo posible de una población, y por muestreo, el procedimiento mediante el cual se obtienen una ó más muestras. La selección del método de muestreo se realiza en función de los objetivos del estudio, de las pautas de variabilidad en la población, del coste asociado a la obtención de información, y de la accesibilidad de la misma. En cualquier caso, el tipo de muestreo elegido debe garantizar representatividad, puesto que la

inferencia se caracterizará por aplicar al colectivo las conclusiones obtenidas a partir de la muestra, y dependiendo de cómo se haya constituido ésta, se seguirán unos u otros resultados.

En el presente Capítulo, se van a analizar los diferentes tipos de muestreo existentes, aplicando a continuación los conceptos desarrollados a diseñar un procedimiento de muestreo que permita determinar los parámetros del modelo para una red completa. Asimismo, se analizará la sensibilidad del modelo a los parámetros que lo definen, con objeto de evaluar el grado de precisión que se deberá alcanzar en la determinación de los parámetros poblacionales.

5.2 Procedimientos de muestreo

Los procedimientos de muestreo pueden clasificarse con carácter general, en probabilísticos y no probabilísticos. En el muestreo probabilístico se realiza una selección aleatoria, y es susceptible de aplicarle la teoría del muestreo para validar las medidas obtenidas a través del muestreo. Por otra parte, el muestreo no probabilístico no incluye una selección aleatoria, estando restringidas las muestras a sólo una parte de la población.

Dentro del muestreo no probabilístico, existen a su vez dos tipos de muestreo, denominados muestreo *intencional o subjetivo* y muestreo *sin norma, circunstancial ó errático*. En el primero es la persona que selecciona la muestra la que procura que ésta sea representativa; por consiguiente, la representatividad depende de su intención u opinión, y la evaluación de la representatividad es subjetiva. En este caso, la composición de la muestra puede estar influida por las preferencias ó tendencias, aún las subconscientes ó inconscientes, del individuo que la obtiene, y no sólo por factores objetivos que deben tenerse en cuenta de modo riguroso. Este tipo de muestreo carece pues, de una base teórica satisfactoria, a pesar de lo cual su uso está bastante generalizado, pudiendo ser adecuado si se tiene un buen conocimiento a priori de la población.

En el muestreo sin norma, la muestra se obtiene sin aplicar ningún criterio, seleccionando los elementos de cualquier manera, por razones de comodidad ó proximidad de los elementos. Sólo en el caso de que la población sea homogénea, la representatividad de tal muestra puede ser satisfactoria.

El muestreo probabilístico es el único susceptible de tratamiento estadístico, y al que nos referiremos en el resto del Capítulo. Mediante este muestreo, es posible calcular de antemano cuál es la probabilidad de obtener cada una de las muestras que sea posible seleccionar. Para esto, es necesario que la selección pueda considerarse como una prueba ó experimento aleatorio, de los que constituyen la base de la teoría de la probabilidad en la cual se funda la estadística matemática. Dentro del

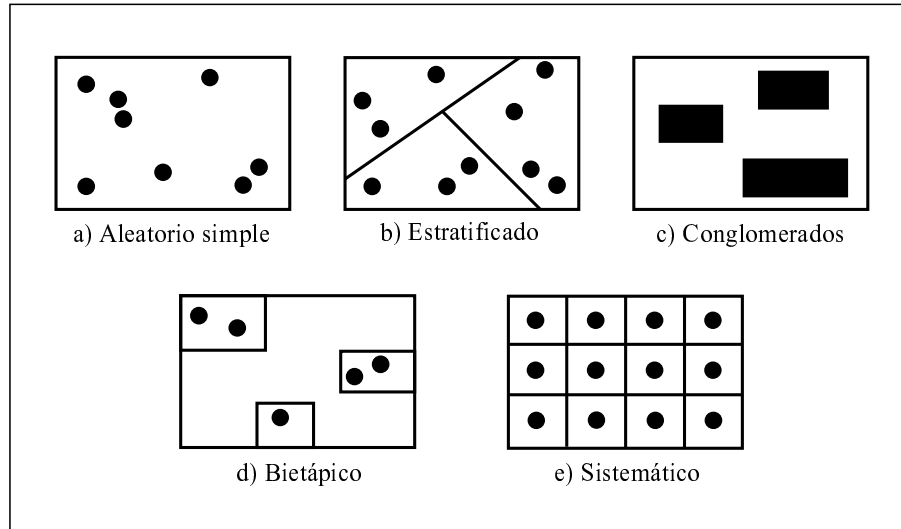


Figura 5.1.- Principales procedimientos de muestreo en el espacio

muestreo probabilístico existen diferentes métodos, siendo los más importantes los que se relacionan seguidamente (Figuras 5.1 y 5.2):

Muestreo aleatorio simple: Cada una de las N unidades de la población tiene la misma probabilidad de ser seleccionada para una muestra de tamaño n . Es adecuado cuando no hay tendencias, ciclos ó pautas en las variables a observar, y cuando la población es homogénea respecto a factores que pueden influir en las mismas. El muestreo aleatorio simple en poblaciones finitas de tamaño N puede ser con reemplazamiento ó sin reemplazamiento. En el primer caso, todas las muestras y en consecuencia, todas las unidades de la población, tienen la misma probabilidad de ser seleccionadas para formar parte de la muestra, por lo que los resultados de las n observaciones son siempre independientes. Formalmente coincide con el muestreo de poblaciones infinitas, ya que al devolver a la población cada elemento extraído de la misma, una vez anotadas sus características, la población es inagotable. En el muestreo sin reemplazamiento, todas las unidades de la población tienen la misma probabilidad de ser extraídas, pero si la población es finita, la probabilidad de que salga un elemento dependerá de los que fueron separados anteriormente para formar parte de la muestra y dejaron, por tanto, de pertenecer a los seleccionables. Por lo tanto, en este caso, el resultado de la extracción de cada elemento es aproximadamente independiente de los anteriores a él, cuando n es mucho más pequeño que N . El muestreo aleatorio simple sin reposición se denomina también *muestreo irrestricto aleatorio*. Normalmente, cuando se habla de muestreo aleatorio simple sin especificar si hay ó no reposición, se sobreentiende que se trata de muestreo aleatorio simple sin reposición.

Muestreo estratificado: Con objeto de mejorar las estimaciones mediante el previo agrupamiento de los elementos más parecidos entre sí, se divide la pobla-

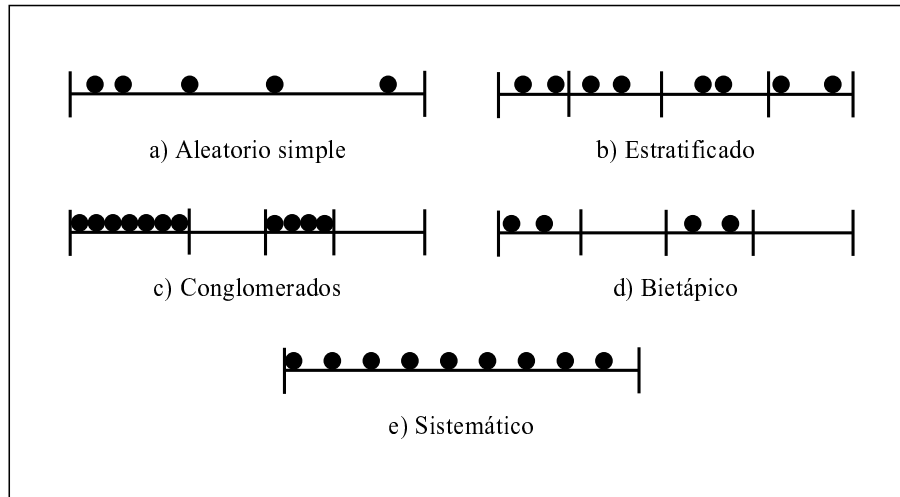


Figura 5.2.- Principales procedimientos de muestreo en el tiempo ó en una dimensión

ción en L subpoblaciones ó estratos, combinando las observaciones de todos los estratos para extraer conclusiones respecto a la población en estudio. Si la selección dentro de cada estrato se realiza mediante muestreo aleatorio simple, a este método se le denomina muestreo estratificado aleatorio, pero en general nada impide utilizar diferentes tipos de selección en cada estrato. Para un estrato en particular, pueden pertenecer todas sus unidades a la muestra, parte de ellas ó ninguna. También puede ocurrir que para formar la muestra estratificada, se obtengan elementos de todos los estratos ó sólo de parte de ellos. La ventaja principal que puede conseguirse estratificando es aumentar la precisión de las estimaciones al agrupar elementos con características comunes. En el caso extremo, si pudiera conseguirse que cada estrato estuviese constituido por elementos idénticos, bastaría tomar L elementos, uno por estrato, y la representatividad sería perfecta. Además de conseguir mediante la estratificación, la obtención de muestras más representativas, puede lograrse un mejor aprovechamiento de la organización administrativa, y en general de las particularidades de diferentes grupos de elementos de la población.

Muestreo por conglomerados ó áreas: Consiste este método en sustituir las unidades físicas, elementales ó últimas, a las cuales se refiere el estudio, por unidades primarias de muestreo ó conglomerados que comprendan un grupo de aquellas, de tal forma que no existan solapamientos entre los conglomerados y que éstos contengan en todo caso a la población en estudio. En este tipo de muestreo se seleccionan al azar algunas unidades primarias, y dentro de ellas se observan todos los elementos. Los conglomerados pueden ser de igual ó de distinto tamaño, y han de ser lo más heterogéneos posible dentro de ellos, y lo más homogéneos posible entre ellos, de tal forma que la situación ideal sería que un único conglomerado pudiese representar fielmente a la población (muestra de tamaño uno con mínimo coste). Se observa que la situación ahora

es la complementaria a la del caso de los estratos. Con frecuencia estos conglomerados son superficies ó áreas en que se ha dividido el terreno ó ámbito ocupado por la población en estudio. El empleo de conglomerados ó áreas como unidades de muestreo se justifica por razones de economía (en sentido amplio; esto es, economía en coste, en tiempo y en recursos), y en ciertos casos por la disminución de sesgos al facilitarse la supervisión.

Muestreo bietápico: Puede considerarse este método como una modificación del anterior, cuando no forman parte de la muestra todos los elementos ó unidades de los conglomerados, sino que, una vez seleccionados éstos, se efectúa una nueva selección ó submuestreo dentro de cada uno. Se tienen así definidas dos etapas en el muestreo: en la primera etapa, se selecciona una muestra de n conglomerados de tamaños M_i , $i = 1, 2, \dots, n$, mientras que en la segunda etapa se selecciona independientemente en cada conglomerado de la primera etapa, una submuestra de m_i unidades elementales. En ambas etapas la selección puede ser con ó sin reposición, aunque en la segunda etapa suele usarse muestreo sin reposición. Si en la segunda etapa, y dentro de cada conglomerado de la primera etapa, se vuelve a realizar un muestreo por conglomerados, de forma que en una tercera etapa se eligen sub-submuestras de unidades elementales, se está ante un muestreo *trietápico*. De esta forma, se puede generalizar al muestreo *polietápico*.

Muestreo sistemático: Los elementos de la muestra se seleccionan en localizaciones y/ó momentos según una pauta temporal ó espacial, que se establece previamente (por ejemplo, a intervalos constantes de tiempo, ó en puntos equidistantes en una zona geográfica). Suponiendo que el tamaño de la población sea N , para obtener una muestra de tamaño n , siendo N múltiplo de n , $N = k \cdot n$, habrá de elegirse aleatoriamente, como origen ó primer elemento, un número entre 1 y k . Con esto, quedarían automáticamente elegidos los $n - 1$ elementos siguientes, seleccionando, dentro de cada zona, la unidad que ocupa el mismo lugar que el que ocupaba la primera unidad seleccionada dentro de la primera zona. Todas las muestras tendrán probabilidades iguales a la probabilidad de selección aleatoria simple de su primera unidad en la primera zona; es decir, todas las muestras tendrán probabilidad $1/k = n/(k \cdot n) = n/N$. Además, dado que es imposible que una unidad de la población aparezca más de una vez en una muestra, el muestreo sistemático es un muestreo sin reposición. Este método es fácil de implementar y adecuado para estudiar la variabilidad temporal (ciclos, estacionalidad, etc.) y/ó espacial, si la frecuencia de muestreo es adecuada.

Otros métodos: Existen otros tipos de muestreo de interés para la resolución de problemas particulares. Así, el muestreo doble se aplica cuando hay dos ó más métodos para medir una característica, que difieren en precisión y coste. En este tipo de muestreo se toma una muestra, generalmente grande, de forma rápida, sencilla y poco costosa, a fin de que su información sirva de base para

la selección de otra más pequeña, relativa a la característica que constituye el objeto del estudio propiamente dicho. Se supone que la variable considerada en la muestra grande es una variable auxiliar relacionada con la que interesa de manera especial. El muestreo *polifásico* es una generalización del anterior para más de una variable auxiliar. En la práctica, es frecuente el uso de métodos mixtos y diseños complejos, como combinación de los anteriormente expuestos. Por ejemplo, es muy frecuente empezar clasificando la población en estratos, dividir después cada uno de éstos en áreas ó conglomerados a seleccionar, y establecer así cierto número de etapas, en algunas de las cuales se usa selección aleatoria y en otras sistemática. Aunque no sea en general recomendable, algunas veces se combinan también métodos probabilísticos e intencionales ó subjetivos.

5.3 Estimadores

Representando el conjunto de las N unidades que constituyen la población finita objeto de estudio mediante $U = \{U_1, U_2, \dots, U_N\}$, una muestra de tamaño n puede considerarse como un subconjunto ordenado $S_i = \{U_{i1}, U_{i2}, \dots, U_{in}\}$, de n elementos de U , donde U_{ij} denota el elemento que ocupa el lugar j en la muestra S_i . El conjunto de las N^n muestras posibles de tamaño n que se pueden formar con los N elementos de la población U es el espacio muestral S . Se considera el subconjunto S_i ordenado porque, en general, el orden de colocación de los elementos en las muestras puede intervenir, siendo distintas entre sí muestras con los mismos elementos, colocados en diferente orden. Sin embargo, lo habitual es que el orden de colocación de los elementos en las muestras no intervenga, en cuyo caso suele expresarse una muestra de tamaño n como $s = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$.

A partir de una muestra, seleccionada mediante un determinado método de muestreo, se estiman las características poblacionales (media, total, proporción, etc.) con un error cuantificable y controlable. Las estimaciones se realizan a través de funciones matemáticas de la muestra denominadas *estimadores*, que se convierten en variables aleatorias al considerar la variabilidad de selección de las muestras, y que por tanto cumplen las condiciones de una función de medida. Los errores se cuantifican mediante varianzas, desviaciones típicas ó errores cuadráticos medios de los estimadores, que miden la precisión de los mismos.

Considerando una población finita U en la que está definida una cierta característica X , que toma el valor numérico X_i sobre la unidad U_i , $i = 1, 2, \dots, n$, se puede definir una cierta función θ de los N valores X_i , denominada parámetro poblacional. Los más utilizados son los siguientes:

- Total poblacional: $\theta(X_1, \dots, X_N) = \sum_{i=1}^N X_i$

- Media poblacional: $\theta(X_1, \dots, X_N) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i$

Una vez seleccionada una muestra s , a partir de ella se pretende estimar el parámetro poblacional θ mediante una función $\hat{\theta} = \hat{\theta}(s(X)) = \hat{\theta}(X_1, \dots, X_n)$ basada en los valores $X_i, i = 1, 2, \dots, n$ que toma la característica X sobre las unidades de la muestra s . De esta forma, resulta:

- Total muestral: $\hat{\theta}(X_1, \dots, X_n) = \sum_{i=1}^n X_i$
- Media muestral: $\hat{\theta}(X_1, \dots, X_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$

Se denomina *estimador* del parámetro poblacional θ a la función $\hat{\theta}$ que asocia a cada muestra s el valor numérico $\hat{\theta}(s(X)) = \hat{\theta}(X_1, \dots, X_n)$, y a los valores $\hat{\theta}(s(X))$ para cada s se les denomina *estimaciones*. Dada la muestra $s = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$, suele especificarse el conjunto de valores $X_i, i = 1, 2, \dots, n$ que toma la característica X sobre las unidades de la muestra s mediante $s(X) = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$. Al considerar todas las muestras s del espacio muestral S asociado al procedimiento de muestreo, y los valores que toma la característica X sobre dichas muestras, se obtiene el conjunto $S(X) = \{s(X)/s \in S\}$.

La construcción de un estimador ha de ser tal que la función $\hat{\theta}$, que asocia a cada muestra s el valor numérico $\hat{\theta}(s(X)) = \hat{\theta}(X_1, \dots, X_n)$ sea calculable y esté definida para todas las muestras s del espacio muestral S generado por el procedimiento de muestreo considerado. Generalmente para construir estimadores se utiliza el principio de analogía; es decir, se estima un parámetro poblacional a partir del estimador muestral análogo (por ejemplo, se utiliza la media muestral, para estimar la media poblacional, etc.). No siempre estos estimadores por analogía tienen las propiedades más deseables, pero suelen ser siempre consistentes, y a veces puede corregirse su sesgo multiplicándolos por una constante convenientemente elegida.

Puesto que un estimador es una variable aleatoria unidimensional, interesa definir sus características de centralización y dispersión, utilizándose para ello los siguientes conceptos:

1. Esperanza matemática del estimador $\hat{\theta}$:

$$E(\hat{\theta}) = \sum_s \hat{\theta}(s_i) P(s_i) \quad (5.1)$$

2. Varianza del estimador $\hat{\theta}$:

$$var(\hat{\theta}) = E(\hat{\theta} - E(\hat{\theta}))^2 = E(\hat{\theta}^2) - (E(\hat{\theta}))^2 \quad (5.2)$$

3. Error de muestreo del estimador $\hat{\theta}$, igual a su desviación típica:

$$\sigma(\hat{\theta}) = +\sqrt{\text{var}(\hat{\theta})} \quad (5.3)$$

4. Error relativo de muestreo del estimador $\hat{\theta}$, igual a su coeficiente de variación:

$$CV(\hat{\theta}) = \frac{\sigma(\hat{\theta})}{E(\hat{\theta})} \quad (5.4)$$

5. Acuracidad del estimador $\hat{\theta}$, igual al error cuadrático medio del estimador, que cuantifica la concentración de las estimaciones alrededor del valor verdadero del parámetro θ :

$$ECM(\hat{\theta}) = E(\hat{\theta} - \theta)^2 \quad (5.5)$$

6. Sesgo del estimador $\hat{\theta}$, que cuantifica la distancia entre el valor esperado del estimador y el verdadero valor del parámetro:

$$B(\hat{\theta}) = E(\hat{\theta}) - \theta \quad (5.6)$$

Dos propiedades convenientes de los estimadores es que sean insesgados y consistentes. Se dice que el estimador $\hat{\theta}$ del parámetro poblacional θ es insesgado para θ cuando su sesgo es nulo; es decir, cuando el valor esperado del estimador $\hat{\theta}$ y el valor verdadero del parámetro θ coinciden. Expresado de forma matemática:

$$\hat{\theta} \text{ es insesgado para } \theta \Leftrightarrow E(\hat{\theta}) = \theta \Leftrightarrow B(\hat{\theta}) = 0$$

Se dice que el estimador $\hat{\theta}$ del parámetro poblacional θ es consistente para θ cuando su sesgo tiende a cero al aumentar el tamaño de la muestra:

$$\hat{\theta} \text{ es consistente para } \theta \Leftrightarrow B(\hat{\theta}) \rightarrow 0 \text{ cuando } n \rightarrow N$$

5.3.1 Estimación puntual y por intervalos de confianza

Cuando se realiza una afirmación acerca de los parámetros de la población en estudio, basándose en la información contenida en la muestra, bien sea mediante los valores puntuales de un estadístico, ó bien sea señalando un intervalo de valores dentro del cual se tiene confianza de que esté el valor del parámetro, nos encontramos ante *estimaciones*. En el primer caso, estamos ante el proceso de *estimación puntual*, en el que se utilizan directamente los valores de un estadístico sobre la muestra dada, denominado *estimador puntual*. En el segundo caso, estamos ante la estimación por intervalos, donde se calcula un intervalo de confianza en el que razonablemente cae el valor estimado con un *nivel de confianza* prefijado.

Hasta ahora se ha considerado que la característica X definida sobre los elementos de la población es cuantitativa; sin embargo, también se pueden definir

características cualitativas sobre los elementos de la población, como su pertenencia ó no a una determinada clase A . Si para cada unidad u_i , $i = 1, 2, \dots, N$ se define la característica A_i que toma valor 1 si la unidad u_i pertenece a la clase A , y que toma valor 0 en caso contrario, se puede definir el total de elementos de la población que pertenecen a la clase A (total de clase), y la proporción de elementos de la población que pertenecen a la clase A (proporción de clase) de la forma siguiente:

$$\text{Total de clase: } A = \theta(A_1, \dots, A_N) = \sum_{i=1}^N A_i \quad (5.9)$$

$$\text{Proporción de clase: } P = \theta(A_1, \dots, A_N) = \frac{A}{N} = \sum_{i=1}^N \frac{A_i}{N} \quad (5.10)$$

Estos parámetros, junto con el total poblacional y la media poblacional definidos anteriormente, son los cuatro parámetros poblacionales más típicos a estimar. De esta forma, se observa que en general, un parámetro poblacional θ puede expresarse como una suma de elementos Y_i , función de los valores que la característica cuantitativa X ó la cualitativa A , toma sobre los elementos de la población:

$$\theta = \sum_{i=1}^N Y_i \quad (5.11)$$

siendo

- $Y_i = X_i$ para el total poblacional
- $Y_i = X_i/N$ para la media poblacional
- $Y_i = A_i$ para el total de clase
- $Y_i = A_i/N$ para la proporción de clase

Existen razones por las que las mejores propiedades de los estimadores puntuales para estos parámetros poblacionales típicos, suelen presentarlas los estimadores lineales insesgados de la forma:

$$\hat{\theta} = \sum_{i=1}^n w_i Y_i \quad (5.12)$$

en donde w_i son coeficientes de ponderación que pueden depender, entre otros factores, del tamaño de las unidades muestrales, del orden de colocación de las mismas en la muestra, y sobre todo de la probabilidad que tiene la unidad u_i de pertenecer a la muestra, según el método de muestreo considerado.

Realizar una estimación por intervalos (ó definir un intervalo de confianza) para un parámetro poblacional θ al nivel de confianza α es hallar un intervalo real para

el que se tiene una probabilidad $1 - \alpha$ de que el verdadero valor del parámetro θ caiga dentro del citado intervalo. El valor $1 - \alpha$ se suele denominar coeficiente de confianza, y el intervalo se llama un intervalo de confianza del $100(1 - \alpha)\%$. Selecciones típicas (aunque arbitrarias) del valor de α son 0,01, 0,05 y 0,1. Bajo muestreo aleatorio simple, un intervalo de confianza del 95% tiene la interpretación de que para el 95% de las posibles muestras de tamaño n , el intervalo cubre el valor verdadero del parámetro poblacional.

5.3.1.1 Intervalos de confianza cuando el estimador es insesgado

Para estimadores insesgados, es necesario distinguir entre el caso en que la distribución del estimador es normal, y el caso en que dicha distribución no puede asegurarse que sea normal.

El estimador $\hat{\theta}$ tiene una distribución normal En este caso, para un nivel de confianza α prefijado, se tiene:

$$P\left(-\lambda_\alpha \leq \frac{\hat{\theta} - \theta}{\sigma(\hat{\theta})} \leq \lambda_\alpha\right) = 1 - \alpha \quad (5.13)$$

Teniendo en cuenta que la variable $(\hat{\theta} - \theta)/\sigma(\hat{\theta})$ tendrá una distribución normal estándar, así como la simetría de dicha distribución respecto al eje de ordenadas, resulta:

$$\lambda_\alpha = F_{N(0,1)}^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) \quad (5.14)$$

siendo $F_{N(0,1)}$ la función de distribución de la normal estándar.

De esta forma, el intervalo de confianza para el parámetro poblacional θ basado en $\hat{\theta}$ resultará:

$$[\hat{\theta} - \lambda_\alpha \sigma(\hat{\theta}), \hat{\theta} + \lambda_\alpha \sigma(\hat{\theta})]$$

Es usual que no se conozca el valor de $\sigma(\hat{\theta})$ porque en su cálculo intervienen datos poblacionales no conocidos, utilizándose en su lugar su estimación $\hat{\sigma}(\hat{\theta})$, que depende únicamente de datos muestrales conocidos. En tal caso, el intervalo de confianza es:

$$[\hat{\theta} - \lambda_\alpha \hat{\sigma}(\hat{\theta}), \hat{\theta} + \lambda_\alpha \hat{\sigma}(\hat{\theta})]$$

En este caso, no se puede afirmar con exactitud que dicho intervalo cubre a θ con probabilidad $1 - \alpha$, tan sólo es cierto de forma aproximada.

Si resulta dudoso que $\hat{\theta}$ tenga una distribución normal, puede utilizarse la distribución t de Student con $n - 1$ grados de libertad para calcular el intervalo de confianza para θ :

$$[\hat{\theta} - t_\alpha \hat{\sigma}(\hat{\theta}), \hat{\theta} + t_\alpha \hat{\sigma}(\hat{\theta})]$$

siendo

$$t_\alpha = F_{t_{n-1}}^{-1} \left(1 - \frac{\alpha}{2} \right)$$

El estimador $\hat{\theta}$ no tiene una distribución normal En este caso, se puede usar la desigualdad de Tchebychev, según la cual:

$$P \left(|\hat{\theta} - E(\hat{\theta})| < k \right) \geq 1 - \frac{\text{var}(\hat{\theta})}{k^2}, \forall k > 0 \quad (5.18)$$

Para un nivel de significación α determinado, se puede tomar $k = \sigma(\hat{\theta})/\sqrt{\alpha}$, quedando la desigualdad de Tchebychev de la forma:

$$P \left(-\frac{\sigma(\hat{\theta})}{\sqrt{\alpha}} \leq \hat{\theta} - \theta \leq \frac{\sigma(\hat{\theta})}{\sqrt{\alpha}} \right) = 1 - \alpha \quad (5.19)$$

Por lo tanto, resulta un intervalo de confianza:

$$\left[\hat{\theta} - \frac{\sigma(\hat{\theta})}{\sqrt{\alpha}}, \hat{\theta} + \frac{\sigma(\hat{\theta})}{\sqrt{\alpha}} \right]$$

Este intervalo suele ser más ancho que el obtenido cuando la distribución de $\hat{\theta}$ es normal, siendo mayor la anchura a medida que $\hat{\theta}$ se aleja más de la normalidad. Puesto que una estimación por intervalos es tanto mejor cuanto más reducido sea el intervalo de confianza, la propiedad de normalidad es muy deseable.

5.3.1.2 Influencia del sesgo en los intervalos de confianza

En el caso de que el estimador sea sesgado, se cumplirá:

$$\hat{\theta} - E(\hat{\theta}) = \hat{\theta} - \theta - B(\hat{\theta}) \quad (5.21)$$

Admitiendo una distribución normal para el estimador, resultará:

$$-\lambda_\alpha \leq \frac{\hat{\theta} - \theta}{\sigma(\hat{\theta})} - \frac{B(\hat{\theta})}{\sigma(\hat{\theta})} \leq \lambda_\alpha \quad (5.22)$$

La presencia del sesgo tiene como consecuencia que aparezca el término $B(\hat{\theta})/\sigma(\hat{\theta})$, pudiendo producirse dos situaciones:

- Si $|B(\hat{\theta})/\sigma(\hat{\theta})| < 1/10$, la influencia del sesgo es despreciable, por lo que el intervalo de confianza es el mismo que para el caso de estimadores insesgados.

- Si $|B(\hat{\theta})/\sigma(\hat{\theta})| > 1/10$, el sesgo de $\hat{\theta}$ influye en el intervalo de confianza para θ . En este caso, resulta el siguiente intervalo de confianza:

$$[\hat{\theta} - \lambda_{\alpha}\sigma(\hat{\theta}) - B(\hat{\theta}), \hat{\theta} + \lambda_{\alpha}\sigma(\hat{\theta}) - B(\hat{\theta})]$$

Como puede observarse, se trata de un intervalo no centrado en $\hat{\theta}$ y desplazado en la cantidad $B(\hat{\theta})$ respecto del intervalo sin sesgo, que debe centrarse tomando como extremo fijo del intervalo el más lejano del centro $\hat{\theta}$, y calculando el otro extremo por equidistancia al centro. Esto origina que el intervalo de confianza para θ basado en el estimador $\hat{\theta}$ y centrado en $\hat{\theta}$, tenga una longitud superior al intervalo cuando no hay sesgo. Por lo tanto, la presencia del sesgo conduce a una estimación por intervalos menos precisa.

5.4 Tamaño de la muestra

Una cuestión muy importante en cualquier método de selección de unidades de una población es conocer el tamaño de muestra adecuado para cometer un determinado error de muestreo prefijado. Con objeto de seleccionar una muestra, es absolutamente necesario conocer su tamaño. Establecida la característica ó características a estimar, y el grado de confianza y de precisión requeridos, hay que decidir cuál va a ser el tamaño de la muestra ó número de elementos a seleccionar por el procedimiento de muestreo que vaya a utilizarse, de forma que los resultados no sean excesivamente costosos ó imprecisos.

Una vez fijado el error máximo admisible, que representa la precisión mínima a exigir de los resultados, y el coeficiente de seguridad ó confianza, se debe conocer además la variabilidad de la población, ya que cuanto más dispersos estén los valores de la variable en estudio, deberán utilizarse muestras de tamaño más grande.

Supongamos que se quiera estimar un parámetro poblacional θ (por ejemplo, la media ó el total poblacional) mediante un estimador $\hat{\theta}$. Se pretende que la estimación esté cerca del valor verdadero con una alta probabilidad. Una vez especificada una diferencia máxima admisible d entre la estimación y el valor verdadero, y admitida una probabilidad pequeña α de que el error pueda exceder dicha diferencia, el objetivo es seleccionar un tamaño muestral n de forma que:

$$P(|\hat{\theta} - \theta| > d) < \alpha \tag{5.24}$$

Si $\hat{\theta}$ es un estimador de θ insesgado y normalmente distribuido, entonces $(\hat{\theta} - \theta)/\sigma(\hat{\theta})$ tiene una distribución normal estándar. De esta forma, resultará:

$$P\left(\frac{|\hat{\theta} - \theta|}{\sigma(\hat{\theta})} > \lambda_{\alpha}\right) = P\left(|\hat{\theta} - \theta| > \lambda_{\alpha}\sigma(\hat{\theta})\right) = \alpha \tag{5.25}$$

La varianza del estimador $\hat{\theta}$ disminuye a medida que aumenta el tamaño de muestra n , de manera que la desigualdad (5.24) será satisfecha si se puede elegir un valor de n suficientemente grande para hacer $\lambda_\alpha \sigma(\hat{\theta}) \leq d$.

Seguidamente se van a determinar los tamaños de muestra necesarios para cometer un error de muestreo dado, al estimar las características poblacionales más comunes, tanto mediante muestreo aleatorio simple sin reposición, como mediante muestreo estratificado.

5.4.1 Muestreo aleatorio simple

En muestreo aleatorio simple sin reposición, la cuasivarianza muestral \hat{S}^2 es un estimador insesgado de la cuasivarianza poblacional S^2 . La cuasivarianza poblacional está definida mediante:

$$S^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2 \quad (5.26)$$

mientras que la cuasivarianza muestral puede calcularse según la siguiente expresión:

$$\hat{S}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{x})^2 \quad (5.27)$$

en donde $\bar{x} = \hat{X}$ es la media muestral.

La varianza del estimador \hat{X} es:

$$V(\hat{X}) = \left(\frac{N-n}{N} \right) \frac{S^2}{n} = \left(1 - \frac{n}{N} \right) \frac{S^2}{n} = (1-f) \frac{S^2}{n} \quad (5.28)$$

La cantidad $(N-n)/N$, que puede escribirse de forma alternativa $1 - (n/N)$ se denomina el factor corrector de población finita. Si la población es grande con respecto al tamaño de la muestra, de forma que la fracción de muestreo n/N es pequeña, el factor corrector de población finita será próximo a 1, y la varianza de la media muestral \hat{X} será aproximadamente igual a S^2/n . La omisión de dicho factor al estimar la varianza de \hat{X} en tal situación, proporcionará una ligera sobreestimación de la varianza verdadera. Sin embargo, cuando se muestrean poblaciones pequeñas, el factor corrector de población finita puede tener un efecto apreciable de reducir la varianza del estimador, y es importante incluirlo en la estimación de dicha varianza. Debe observarse que a medida que el tamaño de la muestra n se aproxima al tamaño de la población N , el factor corrector de población finita se aproxima a cero, de forma que la varianza del estimador \hat{X} tiende a cero.

Puesto que el estimador \hat{X} es N veces el estimador \hat{X} , la varianza de \hat{X} será N^2 veces la varianza de \hat{X} :

$$V(\hat{X}) = N^2V(\hat{X}) = N^2(1-f)\frac{S^2}{n} \quad (5.29)$$

Para obtener la varianza del estimador de la proporción, se tiene que calcular previamente la expresión de la cuasivarianza S^2 para variables A_i que sólo toman los valores 0 y 1 (cuando se estima la proporción de elementos que pertenecen a una determinada clase A , la variable A_i vale 1 cuando la unidad u_i pertenece a la clase A , y vale 0 cuando no pertenece). De esta forma:

$$S^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (A_i - P)^2 = \frac{1}{N-1} NPQ \quad (5.30)$$

siendo $Q = 1 - P$.

Por lo tanto, la varianza del estimador de la proporción valdrá:

$$V(\hat{P}) = (1-f)\frac{S^2}{n} = \frac{N}{n(N-1)}(1-f)PQ \quad (5.31)$$

Mientras que la expresión de la varianza del estimador del total de clase será:

$$V(\hat{A}) = N^2(1-f)\frac{S^2}{n} = \frac{N^3}{n(N-1)}(1-f)PQ \quad (5.32)$$

5.4.1.1 Tamaño de muestra para un error de muestreo dado

En el caso que se pretenda estimar la media, teniendo en cuenta la ecuación (5.28) resultará:

$$e = \sigma(\hat{X}) = \sqrt{(1-f)\frac{S^2}{n}} \quad (5.33)$$

Despejando n de la ecuación (5.33) se obtiene:

$$n = \frac{S^2}{e^2 + \frac{S^2}{N}} = \frac{S^2/e^2}{1 + \frac{S^2/e^2}{N}} = \frac{n_0}{1 + \frac{n_0}{N}} \quad (5.34)$$

Se observa que cuando $N \rightarrow \infty$ (fracción de muestreo n/N tendiendo a cero), el tamaño muestral $n \rightarrow n_0$ (n inversamente proporcional al cuadrado del error de muestreo). La representación de la curva $n = f(N)$ se muestra en la Figura 5.3, en donde se aprecia que pasa por el origen de coordenadas, que tiene una asíntota paralela al eje OX de ecuación $n = n_0$, que es siempre creciente dado que la primera derivada es siempre positiva, y que no tiene máximos ni mínimos.

Como la curva $n = f(N)$ es creciente, al aumentar el tamaño poblacional N , también aumenta el tamaño muestral n necesario para un error de muestreo dado.

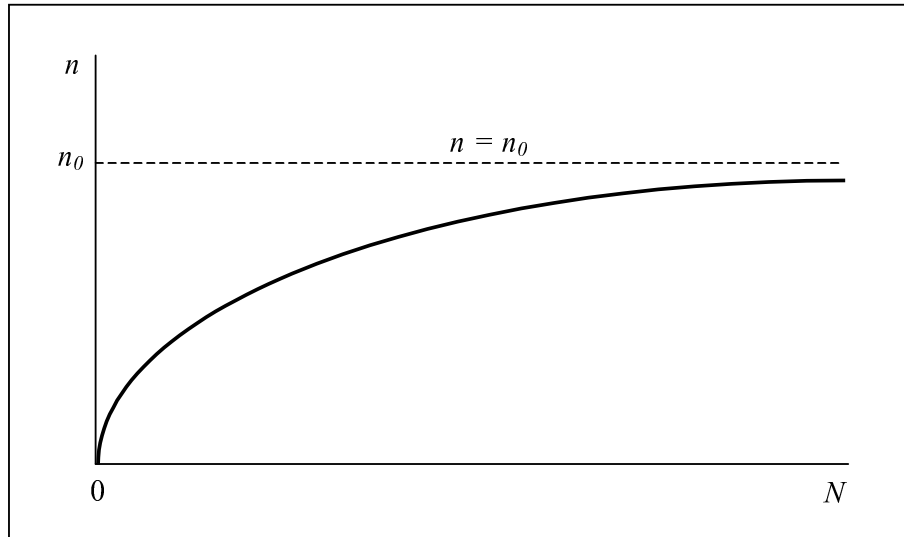


Figura 5.3.- *Tamaño de muestra para estimar la media poblacional*

Pero como n ha de ser un número entero, y la recta $n = n_0$ es una asíntota horizontal, desde un cierto N en adelante, los aumentos de N no producen aumentos en n . Es decir, los aumentos de N no producen aumentos en n cuando $|n - n_0| < 1$, lo que equivale a decir que la misma precisión proporciona una muestra de tamaño n para una población de N elementos, que para una población de N' elementos, siendo $N' > N$, siempre que se cumpla:

$$N > n_0(n_0 - 1) = \frac{S^2}{e^2} \left(\frac{S^2}{e^2} - 1 \right) \quad (5.35)$$

Operando de forma similar para la estimación del total poblacional, se obtiene el siguiente tamaño de muestra:

$$n = \frac{N^2 S^2}{e^2 + N S^2} = \frac{N^2 n_0}{1 + N n_0} \quad (5.36)$$

Si se representa gráficamente la curva $n = f(N)$, se observa que pasa por el origen de coordenadas, que tiene una asíntota oblicua de ecuación $n = N - 1/n_1$, que es siempre creciente y que no tiene máximos ni mínimos.

Las fórmulas del tamaño muestral para la proporción y el total de clase se obtienen sustituyendo el valor de S^2 para variables A_i (que sólo toman los valores 0 y 1) en las fórmulas del tamaño muestral para la media y el total poblacional, respectivamente. Para la proporción resulta:

$$n = \frac{NPQ}{e^2(N - 1) + PQ} \quad (5.37)$$

Se puede comprobar que para el caso de poblaciones grandes ó fracción de muestreo pequeña ($N \rightarrow \infty$), el valor máximo de n se obtiene para $P = Q = 1/2$. Por

lo tanto, para un error prefijado se necesitarán tamaños de muestra más pequeños cuanto más próximo esté P a 0 ó a 1. En la práctica, cuando se estiman proporciones y no se conoce el valor de la proporción poblacional P ni se tiene una aproximación suya, se toma $P = 1/2$, de forma que nos situamos en el caso de máximo tamaño muestral para el error prefijado, lo cual siempre es aceptable estadísticamente.

Para el total de clase se obtiene la siguiente expresión del tamaño muestral:

$$n = \frac{N^3 PQ}{e^2(N-1) + N^2 PQ} \quad (5.38)$$

5.4.1.2 Tamaño de muestra para un error de muestreo y un coeficiente de confianza dados

En algunas ocasiones, aparte de establecer un error de muestreo, también prefijamos un nivel de confianza para el cálculo del tamaño muestral, con la finalidad de relajar en cierta forma el cálculo de n .

Si se estima el parámetro θ mediante el estimador insesgado $\hat{\theta}$, cometiendo el error máximo admisible $e_\alpha = |\hat{\theta} - \theta|$, para un coeficiente de confianza $P_\alpha = 1 - \alpha$, se tiene:

$$P(|\hat{\theta} - \theta| \leq e_\alpha) = P_\alpha = 1 - \alpha \quad (5.39)$$

Por lo tanto, resultará:

$$e_\alpha = \lambda_\alpha \sigma(\hat{\theta}) \quad (5.40)$$

Teniendo en cuenta las expresiones de las varianzas para los diferentes estimadores, y procediendo de forma análoga al caso anterior, se obtienen los resultados que se resumen seguidamente.

Media:

$$n = \frac{\lambda_\alpha^2 S^2}{e_\alpha^2 + \frac{\lambda_\alpha^2 S^2}{N}} = \frac{n_0}{1 + \frac{n_0}{N}} \quad (5.41)$$

Cuando la población es grande ó la fracción de muestreo es pequeña, se verifica que $n \rightarrow n_0$, pudiendo realizarse una representación gráfica y un análisis similar al caso del estimador de la media, cuando no existía coeficiente de confianza adicional.

Total:

$$n = \frac{\lambda_\alpha^2 S^2 N^2}{\lambda_\alpha^2 S^2 N + e_\alpha^2} = \frac{N^2 n_0}{1 + N n_0} \quad (5.42)$$

Proporción:

$$n = \frac{\lambda_\alpha^2 NPQ}{(N-1)e_\alpha^2 + \lambda_\alpha^2 PQ} \quad (5.43)$$

Al igual que ocurría cuando no se prefijaba un coeficiente de confianza, en este caso se cumple que para poblaciones grandes ó fracción de muestreo pequeña ($N \rightarrow \infty$), el valor máximo de n se obtiene para $P = Q = 1/2$.

Total de clase:

$$n = \frac{\lambda_\alpha^2 N^3 PQ}{e_\alpha^2 (N-1) + \lambda_\alpha^2 N^2 PQ} \quad (5.44)$$

Como se puede observar, las expresiones obtenidas para la estimación de los diferentes parámetros poblacionales son iguales que las correspondientes al caso en el que no se establecía un coeficiente de confianza, salvo por lo que respecta al término λ_α^2 .

5.4.2 Muestreo estratificado aleatorio

En el muestreo estratificado aleatorio, la población se divide en L subpoblaciones ó estratos, seleccionando los elementos dentro de cada estrato mediante muestreo aleatorio simple. Se supone conocido no sólo el tamaño de la población N , como en el muestreo aleatorio simple, sino también el de cada estrato, designando por N_h al tamaño del estrato h -ésimo. De esta forma, se verifica:

$$N_1 + N_2 + \dots + N_L = \sum_{h=1}^L N_h = N \quad (5.45)$$

Por otra parte, se denomina peso relativo del estrato a la proporción $W_h = N_h/N$, por lo que se cumple:

$$\sum_{h=1}^L W_h = \frac{N}{N} = 1 \quad (5.46)$$

En cada uno de los estratos se seleccionan una serie de elementos para conformar la muestra; siendo n_h el número de elementos seleccionados en el estrato h -ésimo, se tendrá:

$$\sum_{h=1}^L n_h = n \quad (5.47)$$

La varianza del estimador \hat{X}_{st} es igual a la suma de las varianzas de las estimaciones de los totales en cada estrato, ya que el muestreo que se supone sin reposición, se realiza de forma independiente en los distintos estratos:

$$V(\hat{X}_{st}) = V\left(\sum_{h=1}^L \hat{X}_h\right) = \sum_{h=1}^L V(\hat{X}_h) = \sum_{h=1}^L N_h^2 \cdot (1 - f_h) \cdot \frac{S_h^2}{n_h} \quad (5.48)$$

siendo $f_h = n_h/N_h$: fracción de muestreo en el estrato h -ésimo.

De forma análoga se pueden obtener las varianzas para los estimadores de la media, el total de clase y la proporción:

$$V(\bar{x}_{st}) = V\left(\sum_{h=1}^L W_h \bar{x}_h\right) = \sum_{h=1}^L W_h^2 V(\bar{x}_h) = \sum_{h=1}^L W_h^2 \cdot (1 - f_h) \cdot \frac{S_h^2}{n_h} \quad (5.49)$$

$$V(\hat{A}_{st}) = V\left(\sum_{h=1}^L \hat{A}_h\right) = \sum_{h=1}^L V(\hat{A}_h) = \sum_{h=1}^L (1 - f_h) \cdot \frac{N_h^3}{N_h - 1} \cdot \frac{P_h Q_h}{n_h} \quad (5.50)$$

$$V(\hat{P}_{st}) = V\left(\sum_{h=1}^L W_h \hat{P}_h\right) = \sum_{h=1}^L W_h^2 V(\hat{P}_h) = \sum_{h=1}^L W_h^2 \cdot (1 - f_h) \cdot \frac{N_h}{N_h - 1} \cdot \frac{P_h Q_h}{n_h} \quad (5.51)$$

5.4.2.1 Afijación de la muestra

Se denomina afijación de la muestra al reparto ó distribución del tamaño muestral n entre los diferentes estratos. Pueden establecerse muchas afijaciones ó maneras de repartir la muestra entre los estratos, pero las más importantes son: la afijación uniforme, la afijación proporcional, la afijación de mínima varianza y la afijación óptima.

Afijación uniforme Consiste en asignar el mismo número de unidades muestrales a cada estrato, por lo que se tomarán todos los n_h iguales a n/L , aumentando ó disminuyendo este valor en una unidad, si n no fuese múltiplo de L . Este tipo de afijación da la misma importancia a todos los estratos, por lo que favorecerá a los estratos de menor tamaño y perjudicará a los grandes, siendo sólo conveniente en poblaciones con estratos de tamaño similar.

Afijación proporcional Consiste en repartir el tamaño de la muestra n entre los L estratos proporcionalmente a los tamaños de éstos. Se verificará por tanto:

$$n_h = kN_h \quad (5.52)$$

siendo k una constante de proporcionalidad. Para obtener el valor de dicha constante, basta con sumar ordenadamente las ecuaciones (5.52) para todos los estratos, resultando:

$$\sum_{h=1}^L n_h = k \sum_{h=1}^L N_h \quad (5.53)$$

Por lo tanto:

$$k = \frac{n}{N} \Leftrightarrow n_h = \frac{n}{N} N_h \Leftrightarrow f = f_h \quad (5.54)$$

De esta forma, las fracciones de muestreo son iguales en los diferentes estratos, y coinciden con la fracción global de muestreo, siendo su valor la constante de proporcionalidad.

Para este tipo de afijación, las varianzas de los estimadores serán las siguientes:

$$V(\hat{X}_{st}) = \frac{(1-k)}{k} \sum_{h=1}^L N_h \cdot S_h^2 \quad (5.55)$$

$$V(\bar{x}_{st}) = \frac{(1-k)}{n} \sum_{h=1}^L W_h \cdot S_h^2 \quad (5.56)$$

$$V(\hat{A}_{st}) = \frac{(1-k)}{k} \sum_{h=1}^L \frac{N_h^2}{N_h - 1} \cdot P_h Q_h \quad (5.57)$$

$$V(\hat{P}_{st}) = \frac{(1-k)}{k} \sum_{h=1}^L \frac{N_h^2/N}{N_h - 1} \cdot P_h Q_h \quad (5.58)$$

Afijación de mínima varianza La afijación de mínima varianza ó afijación de Neyman consiste en determinar los valores de n_h , de forma que para un tamaño de muestra fijo igual a n , la varianza de los estimadores sea mínima. Esta afijación resulta especialmente útil cuando hay grandes diferencias en la variabilidad de los estratos. En caso contrario, la mayor sencillez y autoponderación de la afijación proporcional la hacen preferible.

Si se considera el estimador de la media, el problema consiste en hacer mínima la expresión $V(\bar{x}_{st})$ bajo la condición $\sum n_h = n$. Utilizando el método de los multiplicadores de Lagrange, se obtiene:

$$n_h = n \cdot \frac{N_h S_h}{\sum_{k=1}^L N_k S_k} \quad (5.59)$$

En el caso de utilizar el estimador del total, se obtiene la misma expresión para n_h . De esta forma, el valor de la varianza mínima para el estimador de la media resulta:

$$V(\bar{x}_{st}) = \frac{1}{n} \left(\sum_{h=1}^L W_h S_h \right)^2 - \frac{1}{N} \sum_{h=1}^L W_h S_h^2 \quad (5.60)$$

Para obtener la expresión de la varianza mínima para el estimador de la proporción basta sustituir en la ecuación (5.60) S_h^2 por $P_h Q_h N_h / (N_h - 1)$. Por otra parte, la varianza del estimador del total resulta:

$$V(\hat{X}_{st}) = \frac{1}{n} \left(\sum_{h=1}^L N_h S_h \right)^2 - \frac{1}{N} \sum_{h=1}^L N_h S_h^2 \quad (5.61)$$

La expresión de la varianza mínima para el estimador del total de clase se puede obtener, sustituyendo en la ecuación (5.61) S_h^2 por $P_h Q_h N_h / (N_h - 1)$.

Afijación óptima La afijación óptima consiste en determinar los valores de n_h de forma que para un coste fijo C , la varianza de los estratos sea mínima. Si c_h es el coste por unidad de muestreo en el estrato h -ésimo, el coste total de selección de las n_h unidades en este estrato será $c_h n_h$. El coste fijo C será la suma de los costes de selección de las unidades muestrales en los L estratos. Esta afijación tiene su utilidad cuando existen diferencias importantes en los costes por unidad para los diferentes estratos.

Si se considera el estimador de la media, utilizando como antes el método de los multiplicadores de Lagrange, se obtiene:

$$n_h = n \cdot \frac{N_h S_h / \sqrt{c_h}}{\sum_{k=1}^L N_k S_k / \sqrt{c_k}} \quad (5.62)$$

La ecuación (5.62) se obtiene igualmente, si se considera el estimador del total. La varianza mínima del estimador de la media resulta en este caso:

$$V(\bar{x}_{st}) = \frac{1}{n} \left(\sum_{h=1}^L W_h S_h / \sqrt{c_h} \right) \left(\sum_{h=1}^L W_h S_h \sqrt{c_h} \right) - \frac{1}{N} \sum_{h=1}^L W_h S_h^2 \quad (5.63)$$

Por otra parte, la varianza del estimador del total tiene como expresión:

$$V(\hat{X}_{st}) = \frac{1}{n} \left(\sum_{h=1}^L N_h S_h / \sqrt{c_h} \right) \left(\sum_{h=1}^L N_h S_h \sqrt{c_h} \right) - \frac{1}{N} \sum_{h=1}^L N_h S_h^2 \quad (5.64)$$

Para obtener las varianzas mínimas para el estimador de la proporción y el total de clase, basta con sustituir en las ecuaciones (5.63) y (5.64), respectivamente, el término S_h^2 por $P_h Q_h N_h / (N_h - 1)$.

5.4.2.2 Tamaño de la muestra

En el caso más general de muestreo estratificado aleatorio sin especificar el tipo de afijación empleado, una vez fijados el error máximo admisible y el coeficiente de confianza P_α , se tiene la siguiente ecuación, cuando se trata de estimar la media:

$$e^2 = \lambda_\alpha^2 \sigma^2(\bar{x}_{st}) \quad (5.65)$$

Sustituyendo la ecuación (5.49), que expresa la varianza de la media, en la ecuación (5.65) y reordenando términos, se obtiene:

$$n = \frac{\sum_{h=1}^L \frac{W_h^2}{w_h} S_h^2}{\frac{e^2}{\lambda_\alpha^2} + \frac{1}{N} \sum_{h=1}^L W_h S_h^2} \quad (5.66)$$

siendo $w_h = n_h/n$: peso correspondiente al estrato h -ésimo.

La ecuación (5.66) es una fórmula general para calcular el tamaño de la muestra para cualquier afijación, en el caso de la estimación de la media, siendo necesario para su aplicación que se conozcan:

- Los tamaños de los estratos N_1, N_2, \dots, N_L , que permiten obtener los coeficientes $W_h = N_h/N$.
- La precisión prefijada, representada por el error máximo admisible e .
- El grado de seguridad ó confianza P_α , representado por el coeficiente λ_α .
- La variabilidad de cada estrato, representada por la cuasivarianza estratal S_h^2 , y que puede conocerse de una encuesta similar anterior ó de una encuesta piloto.
- El peso w_h correspondiente a cada estrato en la muestra.

Se pueden deducir las fórmulas del tamaño muestral n para los distintos tipos de afijación a través del valor que toma w_h . En el caso de afijación proporcional, se tiene que $w_h = W_h$, por lo que resulta:

$$n = \frac{\sum_{h=1}^L W_h S_h^2}{\frac{e^2}{\lambda_\alpha^2} + \frac{1}{N} \sum_{h=1}^L W_h S_h^2} \quad (5.67)$$

Para la afijación de mínima varianza resulta:

$$w_h = \frac{W_h S_h}{\sum_{k=1}^L W_k S_k} \quad (5.68)$$

Sustituyendo la ecuación (5.68) en (5.66) se obtiene:

$$n = \frac{\left(\sum_{h=1}^L W_h S_h \right)^2}{\frac{e^2}{\lambda_\alpha^2} + \frac{1}{N} \sum_{h=1}^L W_h S_h^2} \quad (5.69)$$

Cuando se trata de estimar el total, procediendo de forma similar al caso de la media, resulta la siguiente expresión general para el tamaño de la muestra:

$$n = \frac{\sum_{h=1}^L \frac{N_h^2}{w_h} S_h^2}{\frac{e^2}{\lambda_\alpha^2} + \sum_{h=1}^L N_h S_h^2} \quad (5.70)$$

Al igual que antes, sustituyendo el valor de w_h para cada tipo de afijación, se obtienen las expresiones siguientes:

- Afijación proporcional:

$$n = \frac{N \sum_{h=1}^L N_h S_h^2}{\frac{e^2}{\lambda_\alpha^2} + \sum_{h=1}^L N_h S_h^2} \quad (5.71)$$

- Afijación de mínima varianza:

$$n = \frac{\left(\sum_{h=1}^L N_h S_h \right)^2}{\frac{e^2}{\lambda_\alpha^2} + \sum_{h=1}^L N_h S_h^2} \quad (5.72)$$

5.5 Etapas en la realización de un programa de muestreo

Aunque se pueden obtener informaciones útiles a partir de una variedad de fuentes, tan sólo un programa bien diseñado que utilice modelos de muestreo aleatorio con una base estadística, es capaz de proporcionar datos a partir de los cuales se pueden extraer inferencias válidas de toda la población.

Cuando una empresa de abastecimiento de agua decide que la información acerca de los usuarios es útil y vale la pena dedicar los recursos necesarios, diversas etapas, algunas de las cuales pueden requerir la ayuda de un estadístico profesional, son necesarias para llevar a cabo una investigación científicamente válida. Seguidamente se indican cuáles son esas etapas, aplicado para el caso de realizar un programa de muestreo, con objeto de estimar en una red de abastecimiento los parámetros del modelo estocástico presentado en esta Tesis.

5.5.1 Establecer los objetivos

La primera tarea de cualquier programa de muestreo es fijar en términos concretos los objetivos del mismo. Es necesario establecer los objetivos del programa de una forma clara y concisa, y remitirse a estos objetivos conforme se vaya progresando en el diseño e instrumentación del mismo. El establecimiento de los objetivos del programa deberá tener en cuenta determinados factores, como por ejemplo:

- Qué información se necesita para cumplirlos.
- Cuál es el motivo del programa.
- Si existe información disponible de antemano de encuestas piloto u otras encuestas similares que pueda ser aprovechada.
- Si existe información complementaria que se pueda utilizar para mejorar los procesos de estratificación, selección ó estimación.
- De qué medios materiales y personales se dispone.
- Límites presupuestarios y temporales.
- Legislación y restricciones administrativas.
- Oportunidad de fechas.

Como se ha indicado anteriormente, el objetivo general del programa de muestreo que aquí nos ocupa, es estimar los parámetros del modelo estocástico en una red de abastecimiento. Este es un objetivo ambicioso, que debería concretarse. En

primer lugar, debería decidirse qué clases de usuarios se va a querer caracterizar. El modelo estocástico se ha desarrollado a partir de consumos de agua registrados en viviendas; sin embargo, sería posible aplicar el modelo para otro tipo de usuarios, tales como comercios, centros oficiales, industrias, etc. Aunque lo deseable sería tener caracterizados todos los grupos de usuarios, en una primera etapa sería conveniente comenzar por los usuarios domésticos, que como ha quedado expuesto en el Capítulo 1, representan la mayor parte del consumo en un abastecimiento urbano. En lo que sigue, nos vamos a referir a este caso.

Otro de los condicionantes clave del programa de muestreo va a ser durante cuánto tiempo se van a realizar las mediciones necesarias para la estimación de parámetros. Como se ha indicado en el Capítulo 4, las viviendas presentan patrones de consumo diferentes para los días laborables y los fines de semana. En este sentido, convendría que las medidas abarcasen períodos extensos, que incluyesen suficientes fines de semana de forma que se obtuviesen unos patrones temporales que fuesen estadísticamente representativos. Pero por otro lado, debe tenerse en cuenta que existe una variación estacional del consumo de agua, que hace que durante los meses de verano el consumo de agua sea mayor que en invierno. Por ello, y a falta de disponer de datos de consumo más extensos, se podría considerar la realización de mediciones que abarcasen las diferentes estaciones del año.

Con respecto a la instrumentación necesaria para llevar a cabo las mediciones de consumos, existen diferentes alternativas, por lo que se refiere a los contadores de agua. En primer lugar, existe la posibilidad de utilizar los contadores de los abonados, en el caso que dispongan de transmisión magnética y se les pueda acoplar un sensor de impulsos. Este caso sería únicamente aconsejable cuando se tenga certeza de que el parque de contadores de los abonados que componen la muestra es relativamente nuevo, y no presenta demasiados errores. Aquellos contadores cuya antigüedad sea más elevada podrían ser renovados, ó bien podría procederse a la sustitución completa de todos los contadores de la muestra. Otra posibilidad sería utilizar contadores volumétricos convenientemente calibrados para realizar las mediciones de consumos, que reemplazarían a los contadores de los abonados durante el período de tiempo que durasen las medidas.

5.5.2 Definición de la población a muestrear

Cuando se han establecido los objetivos del muestreo, se debe definir cuidadosamente la población que se va a muestrear, teniendo en cuenta que la población debe estar definida de manera que la selección de la muestra sea factible. Inicialmente una población es una colección de elementos acerca de los cuales se desea realizar alguna inferencia, denominándose *población objetivo* a esta población inicial que se desea investigar. En el caso de los consumos domésticos, la población objetivo podría estar formada por todas las viviendas unifamiliares de un determinado abastecimiento urbano, ó bien tan sólo aquellas que únicamente realicen consumo

de agua en el interior de la vivienda, al no existir la posibilidad de consumir en el exterior de la misma (por carecer de jardín ó de garaje individual).

Pero el muestreo de toda la población objetivo no es siempre posible, ya que en general existen problemas que van a impedir obtener información de algunos de sus elementos. Entre estos problemas, se pueden citar las negativas a colaborar, las ausencias, la inaccesibilidad a algunos elementos ó los errores en los instrumentos de medida. Por lo tanto, la población objetivo se ve restringida a la hora de obtener la información de sus elementos, dando lugar al concepto de *población investigada*, que es la población que realmente es objeto de estudio.

A este respecto, cabe indicar que en ocasiones las personas pueden ser reacias a colaborar en un programa de muestreo de sus hábitos de consumo, por considerar que con ello se está invadiendo su intimidad, a menos que se garantice que los resultados del muestreo van a ser anónimos, y se ponga de manifiesto la importancia que un estudio de estas características va a tener para el conjunto de la sociedad. Por otra parte, con objeto de facilitar la accesibilidad de los equipos de medida, los contadores deberían estar situados en batería, para lo que se tendrá en cuenta que en viviendas antiguas, suelen estar situados en el interior de la vivienda.

De este modo, la población que se procurará cubrir (población objetivo) será por lo general diferente de la que es en realidad objeto de muestreo (población investigada). Los resultados que se obtengan a partir de la población investigada se aplicarán a toda la población objetivo, presentando adicionalmente información sobre los sectores omitidos (análisis de la falta de respuesta y de los errores de respuesta).

5.5.3 Establecimiento del marco

Para poder seleccionar el conjunto de unidades de muestreo que componen la muestra, es necesario disponer de un listado material de unidades de muestreo. Esta relación de unidades de muestreo, de la que se selecciona la muestra, se denomina *marco*. En el caso que nos ocupa, el marco se obtendría a partir del padrón de abonados de que dispone el abastecimiento, filtrando la base de datos original de manera que queden seleccionados tan sólo los abonados que formen parte de la población investigada.

Lo ideal sería disponer de un marco tal que la lista de unidades muestrales que lo componen coincida con la población objetivo. Pero en la práctica el marco contiene impurezas debidas a desactualizaciones, errores, omisiones y otras causas que hacen que el marco no coincida con la población objetivo, lo que no impide que el marco sea la contrapartida en el mundo real de la población objetivo.

Con respecto a los marcos imperfectos, hay que citar el problema de la existencia

de unidades vacías y extrañas, entendiendo por *unidad vacía* aquella que estando incluida en el marco no contenía ninguna unidad estadística perteneciente al colectivo que se quiere investigar, y por *unidad extraña* la que estando incluida en el marco no era ella misma una unidad perteneciente al marco que se desea muestrear. Ambos tipos de unidades son equivalentes en cuanto al problema metodológico que plantea su presencia en el marco.

La presencia de unidades vacías y extrañas se produce en dos situaciones que son conceptualmente equivalentes. En la primera situación, la lista, por no estar actualizada, incluye unidades que no pertenecen al colectivo que se desea muestrear. En la segunda situación, la población que se va a muestrear es una subpoblación de la cubierta por el marco.

Como ejemplo de unidad vacía se pueden considerar las viviendas que se encuentran deshabitadas en el momento que se van a realizar las mediciones de los consumos de agua. Como ejemplo de unidades extrañas se pueden citar las viviendas que además de tener un consumo interior, presentan un consumo exterior, cuando tan sólo se quiere investigar aquellas viviendas que consumen agua en el interior.

Para evitar el problema de los marcos imperfectos, cabe adoptar diversas estrategias. Una primera puede ser la depuración directa del marco, que consiste en eliminar del marco las unidades vacías ó extrañas, al tiempo que se averigua cuántas incluía. En muchos casos, esto no será posible con los recursos dados, bien porque el marco disponible no contenga información acerca de qué unidades son vacías, ó por limitaciones de tiempo, presupuesto, etc. Una segunda opción consiste en la sustitución de las unidades vacías de la muestra, para lo cual se selecciona la muestra en el marco disponible no depurado, sustituyendo las unidades que resulten ser vacías en la muestra por otras aleatoriamente seleccionadas entre las restantes del marco, hasta completar el tamaño de muestra prefijado con unidades todas no vacías. En este caso, en ausencia de información acerca del número de unidades vacías en el marco, se produce un sesgo en la estimación del total. Una tercera estrategia consiste en utilizar la información disponible acerca del número de unidades vacías, trabajando ahora bajo la hipótesis de que el número de unidades vacías incluidas en el marco es conocido, pero no cuáles son.

5.5.4 Seleccionar un plan de muestreo

Como se ha indicado anteriormente, existen diferentes procedimientos de muestreo probabilístico, que deberían ser analizados en cada caso concreto con relación a su facilidad de aplicación, así como a su precisión. Por ejemplo, mediante un muestreo por conglomerados se puede considerar que cada edificio es un conglomerado, de forma que la selección de edificios completos puede tener la ventaja de disponer los equipos de medida concentrados en unos pocos puntos, evitando costes de des-

plazamiento. Los procedimientos no probabilísticos deben ser en general evitados, ya que reducirán la validez de los resultados.

Aunque como se ha señalado, en cada caso concreto se deberá evaluar el procedimiento de muestreo más idóneo, en un principio cabe pensar que un muestreo estratificado aleatorio puede aportar alguna ventaja, especialmente si la estratificación se realiza considerando determinadas variables que influyen en el consumo doméstico de agua. Para poder establecer el tamaño de cada uno de los estratos, se deberá realizar en primer lugar un muestreo para tener caracterizada la población con respecto a dichas variables, extrayendo seguidamente la muestra correspondiente al muestreo estratificado. A continuación se va a considerar este caso.

5.5.5 Seleccionar una muestra para caracterizar la población

Esta primera muestra va a tener como objetivo determinar el tamaño de los diferentes estratos, así como poder conocer determinadas características de los abonados que permitan la depuración del marco. En un principio, el marco lo constituirán todos aquellos abonados domésticos que hayan registrado consumo de agua en los 12 meses anteriores a la elaboración del mismo. El exigir que las viviendas se hayan encontrado activas en los 12 meses anteriores es con objeto, como se verá más adelante, de poder realizar un control de calidad de las muestras extraídas, verificando que no existen sesgos.

Para los objetivos de esta etapa, se deberá realizar una encuesta entre los abonados domésticos. Salvo que existan razones que aconsejen la adopción de otro procedimiento, se considera que en esta primera etapa se podría realizar un muestreo aleatorio simple, seleccionando aleatoriamente n elementos de la población.

Las cuestiones que en un principio deberían ser formuladas en la encuesta, podrían ser las siguientes:

- Número de ocupantes de la vivienda.
- Edad de los ocupantes.
- Número de aparatos sanitarios de que dispone la vivienda.
- Si la vivienda dispone de consumo exterior (riego de jardines, lavado de vehículos) ó sólo interior.
- Superficie de la vivienda.
- Año de construcción de la vivienda.

- Si el contador de agua está situado dentro de la vivienda, ó en una batería de contadores.
- Ingresos familiares.
- Si el titular de la instalación está dispuesto a colaborar en el programa de mediciones posterior, permitiendo que se instalen los aparatos medidores necesarios.

5.5.5.1 Determinación del tamaño de la muestra

Para determinar el tamaño de muestra necesario para caracterizar la población, se tiene en cuenta que lo que se pretende es determinar el tamaño de cada uno de los estratos en que se divide la población, por lo que se deberá evaluar en cada caso la proporción de la población que verifica una determinada propiedad (por ejemplo, que el número de ocupantes de la vivienda ó los ingresos familiares se encuentren comprendidos en un determinado intervalo). De esta forma, se parte de una población de N elementos, en donde Np representa el número de individuos que poseen una determinada característica A , y Nq son los individuos que no la poseen.

Se van a extraer sin reemplazamiento n unidades de la población, y puesto que el muestreo va a ser aleatorio simple, se considera que todas las muestras son igualmente probables. Se va a denominar por X al número de individuos en la muestra que poseen la característica A , de forma que X es una variable aleatoria, puesto que depende de la muestra elegida. En realidad, X es una variable aleatoria discreta, con valores posibles $(0, 1, \dots, n)$, cuya distribución se denomina hipergeométrica. Las características de esta distribución son:

$$E(X) = np \tag{5.73}$$

$$\sigma^2(X) = npq \frac{N-n}{N-1} \tag{5.74}$$

Cuando N es suficientemente grande ($N \rightarrow \infty$), X tiende a distribuirse como una binomial (n, p) :

$$E(X) = np \tag{5.75}$$

$$\sigma^2(X) = npq \tag{5.76}$$

Si se representa por $p^* = X/n$ a la probabilidad de que un individuo de la muestra elegida posea la característica A , p^* es un estimador de la probabilidad p de que un individuo de la población tenga la característica A . Los parámetros de esta nueva distribución hipergeométrica serán:

$$E(p^*) = E\left(\frac{X}{n}\right) = \frac{1}{n}E(X) = p \tag{5.77}$$

$$\sigma^2(p^*) = \sigma^2\left(\frac{X}{n}\right) = \frac{1}{n^2}\sigma^2(X) = \frac{pq}{n} \frac{N-n}{N-1} \quad (5.78)$$

Como se puede observar de la ecuación (5.77), p^* es un estimador insesgado de p . De esta forma, fijado un determinado nivel de significación α , se puede construir un intervalo de confianza para p mediante:

$$P\left(-\lambda_\alpha \leq \frac{p^* - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}} \leq \lambda_\alpha\right) = 1 - \alpha \quad (5.79)$$

Por lo tanto, el intervalo de confianza para p con un nivel de significación α será:

$$p^* \pm \lambda_\alpha \sqrt{\frac{pq}{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \quad (5.80)$$

siendo r la amplitud del intervalo de confianza ó precisión de la estimación:

$$r = \lambda_\alpha \sqrt{\frac{pq}{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \quad (5.81)$$

Puesto que a priori se desconoce el valor de p (y por lo tanto de q), se pueden considerar los valores correspondientes al caso más desfavorable; es decir, aquellos para los que pq es máximo. Este caso se produce cuando $p = q = 0,5$. Adoptando estos valores y despejando de la ecuación (5.81) se obtiene:

$$n = \frac{N}{1 + r^2 \frac{N-1}{0,25 \cdot \lambda_\alpha^2}} \quad (5.82)$$

En el caso que $N \rightarrow \infty$ resulta:

$$n = \frac{0,25 \cdot \lambda_\alpha^2}{r^2} \quad (5.83)$$

En la Tabla 5.1 se han calculado los tamaños muestrales para diferentes tamaños de la población, considerando una amplitud del intervalo de confianza de $2 * 2\sigma$, habiendo representado este resultado en la Figura 5.4. Como se puede observar, a medida que aumenta el tamaño de la población N , el tamaño de la muestra n tiende asintóticamente a un determinado valor máximo.

5.5.5.2 Selección del tipo de encuesta

El tipo de encuesta que se deba realizar en cada caso concreto dependerá del coste que se quiera asumir, y de la precisión de información que se quiera obtener. De una forma general, existen tres tipos de encuestas:

- Encuestas por correo.

Tabla 5.1.- *Tamaño muestral n para una precisión r y una amplitud del intervalo de confianza $2 * 2\sigma$*

Tamaño de población (N)	Tamaño muestral (n) para una precisión (r)					
	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,10
1.000	910	715	527	385	286	91
2.000	1.667	1.112	715	477	334	96
3.000	2.308	1.364	812	518	354	97
4.000	2.858	1.539	870	541	364	98
5.000	3.334	1.667	910	556	371	99
6.000	3.751	1.765	938	567	376	99
7.000	4.118	1.843	960	574	379	99
8.000	4.445	1.905	976	580	381	99
9.000	4.738	1.957	990	585	384	99
10.000	5.001	2.001	1.001	589	385	100
20.000	6.667	2.223	1.053	607	393	100
30.000	7.501	2.308	1.072	613	395	100
40.000	8.001	2.353	1.082	616	397	100
50.000	8.334	2.381	1.087	618	397	100
60.000	8.572	2.401	1.091	619	398	100
70.000	8.751	2.414	1.094	620	398	100
80.000	8.889	2.425	1.096	621	399	100
90.000	9.001	2.433	1.098	621	399	100
100.000	9.091	2.440	1.099	622	399	100
∞	10.000	2.500	1.111	625	400	100

- Encuestas telefónicas.
- Entrevistas personales.

Cada uno de estos métodos tiene sus puntos fuertes y débiles con relación a los costes administrativos, calidad de los datos, y la obtención de una muestra representativa. La Tabla 5.2 compara los tres métodos de una forma cualitativa.

Las encuestas por correo tienden a ser las menos costosas de los tres métodos. Es relativamente barato hacer una encuesta por correo, enviando un formulario conjuntamente con la factura del agua, en una muestra aleatoria de usuarios que reúnan algún criterio determinado. Por esta razón, las encuestas por correo pueden usarse para obtener muestras relativamente grandes. Puesto que las encuestas se completan a la conveniencia de la persona que responde, y puesto que las preguntas pueden ser releídas cuantas veces sea necesario, es posible formular preguntas más complejas y detalladas. Sin embargo, las tasas de respuesta a los cuestionarios por correo pueden ser muy bajas si no son continuados con recordatorios (postales ó

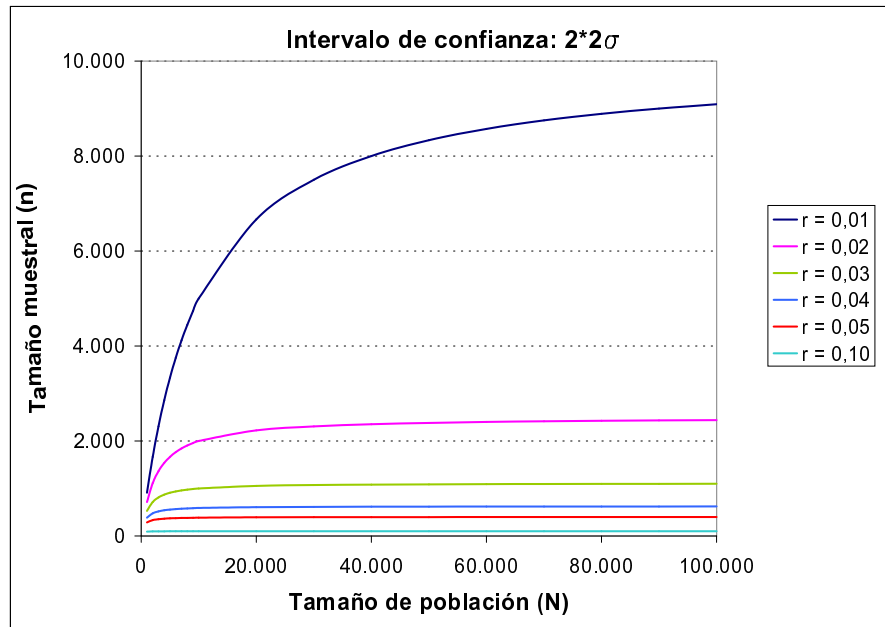


Figura 5.4.- *Tamaño muestral n para una precisión r y una amplitud del intervalo de confianza $2 * 2\sigma$*

cuestionarios adicionales). Un programa intensivo reducirá la falta de respuestas, aunque cada paso adicional incrementará el coste. Por ejemplo, un programa podría incluir algunos ó todos los pasos siguientes:

1. Enviar por correo una postal ó una breve carta explicando por qué la información de la encuesta es importante para la ciudad. Puede ser útil que el mensaje sea enviado por alguna personalidad importante, por ejemplo el alcalde de la ciudad.
2. Unos pocos días después, enviar el formulario de la encuesta.
3. Después de unos 10 días, enviar una postal recordatoria a los que no han respondido.
4. Después de otros 10 días, enviar un segundo cuestionario a los que todavía no han respondido.
5. Enviar una segunda postal recordatoria después de otros 10 días.
6. Enviar una carta certificada con otra copia del cuestionario a una muestra de los que no han respondido después de otras dos semanas.
7. Enviar un entrevistador cualificado para visitar una muestra de los que no han respondido después de otras dos semanas.

Tabla 5.2.- Comparación de las encuestas por correo, telefónicas y personales

Factor	Correo	Personal	Teléfono
Administración			
Coste	1	4	2
Requisitos de personal: entrevistadores	n/a	4	3
Requisitos de personal: supervisión	2	3	4
Tiempo de implementación	4	4	1
Muestra			
Cobertura de la muestra	3	1	1
Tasa de respuesta	4	2	2
Tasa de rechazo	desconocida	3	3
No accesible	2	3	2
Posibilidad de obtener respuesta de la población de élite	4	1	2
Persona que responde dentro de casa	4	1	1
Muestreo de una subpoblación especial	4	2	2
Calidad de los datos			
Control de la entrevista	n/a	3	1
(a) Consulta de control	4	1	1
Obtención de respuestas socialmente deseables	1	4	3
Elemento sin respuesta	3	2	3
Impacto de la longitud del cuestionario sobre la respuesta	3	1	2
Confidencialidad	4	4	3
Posibilidad de hacer preguntas sensibles	2	1	2
Hacer preguntas complejas	3	1	3
(a) Posibilidad de aclarar	4	1	2
(b) Uso de ayudas visuales	3	1	4
Uso de preguntas abiertas	4	1	2
(a) Posibilidad de sondear	4	1	2
Clave: 1 = principal ventaja 2 = pequeña ventaja 3 = pequeña desventaja 4 = principal desventaja n/a = no aplicable			

La razón para perseguir de una forma intensiva la información de sólo una muestra de los que no han respondido es para controlar el coste total, a la vez que se determina hasta qué punto los que no respondieron previamente difieren de aquellos que inicialmente respondieron.

Las encuestas por correo carecen del control de otros métodos de encuestas, incluyendo la aclaración de los procedimientos, el orden de las preguntas, ó la selección de la persona que responde (por ejemplo, el cabeza de familia). Puesto que las tasas de respuesta suelen ser bajas para los cuestionarios por correo, hay una probabilidad

grande de sesgo de los que no responden (es decir, las personas que no responden tienen características significativamente diferentes de aquellas que responden).

Las encuestas telefónicas suelen tener el tiempo más corto de ejecución. Aunque tienden a ser más costosas que las encuestas por correo, son menos costosas que las entrevistas personales. Las encuestas telefónicas pueden usarse para cribar la población (por ejemplo, cabezas de familia, participantes en un programa, etc.). Este método también permite examinar más a fondo las preguntas, así como una aclaración de las respuestas. Sin embargo, también está sujeto a un sesgo de las personas que no responden debido a que habitan viviendas sin teléfono ó viviendas con números que no están listados. Cuando se muestrea de directorios telefónicos u otros listados, los números de teléfono que no se encuentran listados pueden causar un sesgo significativo. Por el contrario, los métodos de marcado aleatorio, usados típicamente por las empresas de investigación de mercados, pueden superar el problema de los números que no están listados, y pueden ayudar a reducir el sesgo del muestreo.

La duración de las entrevistas telefónicas está también limitada, y por lo tanto puede reducir el número de preguntas posibles, así como limitar la complejidad de las preguntas. Debe tenerse también en cuenta que el contacto del entrevistador con la persona que responde puede también conducir a sesgos potenciales. En este sentido, hay que indicar que un coste adicional de las encuestas telefónicas ó personales es la preparación y el seguimiento de los entrevistadores para mantener la precisión y la consistencia. En ocasiones, las respuestas de la persona entrevistada pueden estar abiertas a una interpretación por parte del entrevistador. Por esta razón, las empresas de abastecimiento que desean realizar una encuesta telefónica, habitualmente contratan los servicios de una empresa comercial de encuestas. Una ventaja importante de hacer esto, es que los datos pueden ser introducidos en una base de datos computerizada a medida que son obtenidos por los entrevistadores, por lo tanto evitando la tarea posterior de la entrada de datos que se necesita en una encuesta por correo. Otra ventaja adicional del sistema computerizado es que el programa permite que las preguntas irrelevantes sean automáticamente saltadas en tiempo real.

Las entrevistas personales suelen ser el método de encuesta más costoso. Sin embargo, hay un control mucho mayor sobre la selección de las personas entrevistadas, y las tasas de respuesta suelen ser más altas que para los otros métodos. El tiempo que las personas entrevistadas está dispuesto a dedicar a las entrevistas personales tiende a ser más largo que con las entrevistas telefónicas. Por lo tanto, se pueden formular preguntas más complejas, y el entrevistador puede proporcionar aclaración a las respuestas con preguntas de seguimiento. Al igual que ocurre en el caso de las encuestas telefónicas, el contacto personal entre el entrevistador y el entrevistado puede conducir a sesgos en la respuesta. Con las entrevistas personales, los datos de situación pueden obtenerse incluso sin formular preguntas (tipo de

vivienda, existencia ó no de jardín, tamaño de la casa). Las entrevistas personales suelen ser prácticas sólo para tamaños de muestra pequeños sin grandes limitaciones geográficas.

5.5.6 Seleccionar una muestra para medir los parámetros poblacionales

En esta etapa se va a seleccionar una muestra estratificada, con objeto de realizar un programa de mediciones en las viviendas seleccionadas. El marco en este caso estará constituido por aquellas viviendas que contestaron afirmativamente en la primera etapa, a la cuestión de si estaban dispuestas a colaborar.

Puesto que en este momento se dispone de suficiente información para caracterizar los abonados, deberá plantearse en primer lugar en cuántos estratos se va a dividir la población. Una primera aproximación a este problema consistiría en realizar un análisis *cluster*, con objeto de determinar tanto el número de estratos como las variables de estratificación. En el caso que no sea posible la realización de dicho análisis, se deberán tener en cuenta las consideraciones siguientes.

En primer lugar, respecto al número óptimo de estratos que se deben formar, la decisión dependerá naturalmente de la distribución en la población de la característica objetivo y también, como en toda investigación, de la información marco disponible y del coste. Puede comprobarse que teóricamente, al aumentar el número L de estratos, aumenta la precisión de las estimaciones en relación directa con L ; es decir:

$$V(\hat{\theta}) = \frac{K}{L^2} \quad (5.84)$$

cuando la delimitación de los estratos se realiza respecto de la variable objetivo. En la realidad, esta delimitación se hace respecto de otra variable distinta y en consecuencia la anterior afirmación deja de ser cierta. Los estudios realizados, suponiendo que la variable utilizada para delimitar los estratos tiene una fuerte correlación lineal con la variable objetivo, muestran que los incrementos de precisión cuando L es mayor que 5 ó 6 son ya muy pequeños; por esta razón, en general se recomienda tomar L entre 2 y 5 si no hay otras razones que obliguen a formar un mayor número de estratos.

Como se ha indicado, las variables de estratificación deberán estar relacionadas con la variable objeto de estudio. En nuestro caso, las variables de interés son los parámetros del modelo estocástico, cada uno de los cuales tendrá un comportamiento algo diferente al resto. Sin embargo, con objeto de adoptar una solución de compromiso, consideraremos tan sólo las variables que afectan al consumo diario (parámetros μ y σ). Son muchos los factores que influyen en el consumo diario,

desde la edad de los ocupantes, al tipo de aparatos sanitarios que se encuentran instalados (especialmente, si se trata de aparatos de bajo consumo ó no), a los ingresos familiares ó incluso el nivel cultural de los ocupantes de la vivienda. Pero sin duda alguna, el factor que más influencia va a tener es el número de ocupantes. Por ello, salvo que la realización de un análisis cluster indique otros estratos diferentes, se propone establecer los siguientes estratos:

- Estrato 1: Número ocupantes = $[1, 3]$.
- Estrato 2: Número ocupantes = $[4, 6]$.
- Estrato 3: Número ocupantes > 6 .

La determinación del tamaño muestral en cada estrato se deberá realizar mediante las expresiones desarrolladas en el apartado 5.4.

5.5.7 Control de calidad

Con objeto de asegurar un alto nivel de precisión en todos los aspectos del programa, se deben implementar medidas para el control de calidad en cada etapa del proceso.

En primer lugar, se debe realizar un control de calidad para determinar si las características de consumo del agua de la muestra extraída para realizar la encuesta son estadísticamente representativas de la población formada por todos los abonados domésticos del abastecimiento. Usando la media y la desviación estándar del consumo total y medio por abonado (el realizado en los doce meses anteriores a la encuesta), se deberían llevar a cabo tests para determinar si existen diferencias estadísticamente significativas (por ejemplo, con un nivel de confianza del 95%) en las características del consumo de agua entre ambos grupos. En el caso que se observen diferencias significativas, se debe seleccionar otra muestra para realizar la encuesta.

Por otra parte, una vez realizada la encuesta, los abonados se pueden clasificar en aquellos que respondieron y aquellos que no lo hicieron. El consumo de agua total y medio de los que han respondido debería compararse con el consumo de los que no han respondido, y con el correspondiente a toda la población, con objeto de determinar si existen diferencias significativas. Asimismo, se debería evaluar si existen diferencias entre los abonados que componen la muestra que va a ser medida, aquellos que respondieron la encuesta, los que fueron seleccionados inicialmente para la encuesta, y la población en su conjunto. El objetivo último es que se realicen mediciones en viviendas cuyo consumo no sea diferente al de la población que se trata de caracterizar.

Además de los controles de calidad mencionados, que se realizan para verificar que las características de consumo se mantienen durante las diferentes etapas, se

debería llevar a cabo un control de calidad de los equipos de medida y adquisición de datos, con objeto de verificar que tanto al inicio como al final del período de medida, dichos equipos no presentan errores apreciables.

5.6 Análisis de sensibilidad del modelo estocástico

El modelo estocástico propuesto en la presente Tesis queda definido mediante nueve parámetros independientes, que caracterizan los diferentes procesos que intervienen en el consumo de agua. Con objeto de conocer la precisión que se debe requerir en la estimación de los distintos parámetros, es necesario evaluar la influencia que tiene cada uno de esos parámetros sobre la respuesta del modelo. En este apartado se va a abordar esta cuestión, realizando un análisis de sensibilidad del modelo con respecto a cada uno de los parámetros que lo definen.

El análisis de sensibilidad va a partir de la respuesta del modelo, para el conjunto de parámetros que se han estimado a partir de los registros históricos de consumos, y se van a estudiar diferentes escenarios, variando los valores de los parámetros un 50% en torno a su valor de origen. En concreto, se van a utilizar como valores de partida, los parámetros correspondientes a la vivienda número 3 de Valencia.

Si bien en general, cada uno de los parámetros va a ser variado de forma independiente, y se va a analizar la respuesta del modelo ante tal variación, mediante la generación de una serie sintética de consumos, en el caso de los parámetros que definen la función $g(t)$, la cual, como se recordará, describe la variación temporal de la función de intensidad del proceso de Poisson, se va a realizar un planteamiento algo diferente. En este caso, en lugar de variar de forma independiente los tres parámetros A_1 , A_2 , A_3 , se utilizarán curvas $g(t)$ cuyo valor máximo se produzca en el mismo instante que en la curva original, permitiendo una variación de dicho valor máximo en torno a un 50%.

El valor máximo de la función $g(t)$ se obtiene igualando a cero su derivada:

$$\frac{dg(t)}{dt} = \frac{1}{10.000} \cdot [3A_3t^2 + 2A_2t + A_1] = 0 \quad (5.85)$$

Se puede comprobar que la solución de la ecuación (5.85) que conduce a un máximo es la siguiente:

$$t_{max} = \frac{-2A_2 - \sqrt{4A_2^2 - 12A_1A_3}}{6A_3} \quad (5.86)$$

De esta forma, si a partir de la curva $g(t)$ original, se construye una nueva curva $g'(t)$, con parámetros $A'_1 = K \cdot A_1$, $A'_2 = K \cdot A_2$, $A'_3 = K \cdot A_3$, su valor máximo se producirá en el mismo instante. El valor C'_0 se obtendrá teniendo en cuenta la

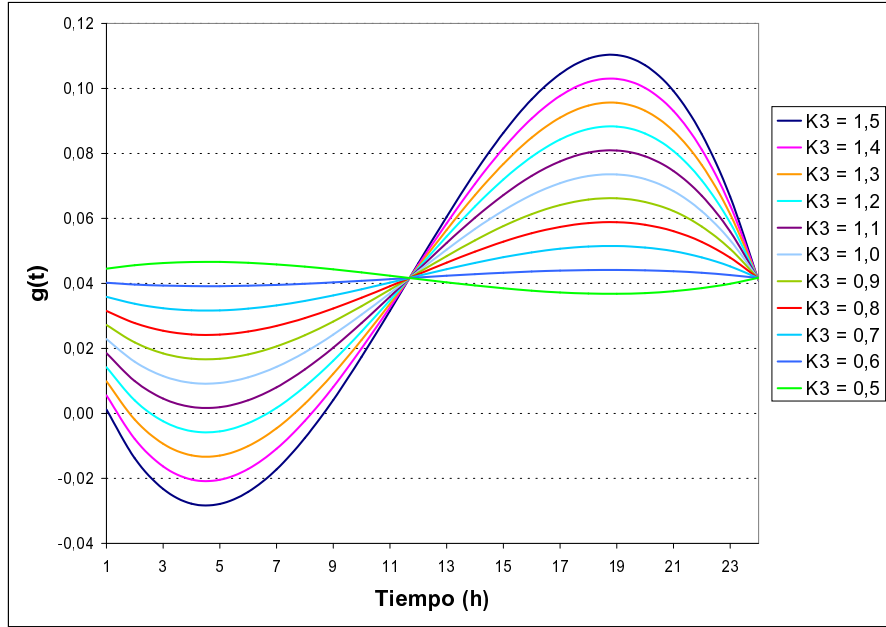


Figura 5.5.- Curvas $g(t)$ a considerar en el análisis de sensibilidad

ecuación (3.135), que expresada de forma discreta, para tener en cuenta que durante cada intervalo de 1 hora se supone que $g(t)$ es constante, resulta:

$$\sum_{t=1}^{24} g'(t)\Delta t = K + \frac{24}{10.000} \cdot (C'_0 - K \cdot C_0) = 1 \quad (5.87)$$

Por lo tanto, se obtiene:

$$C'_0 = \frac{10.000}{24} \cdot (1 - K) + K \cdot C_0 \quad (5.88)$$

Por otra parte, denominando $g(t_{max}) = K_2$, la relación entre los valores máximos de la nueva curva y la curva original será:

$$\frac{g'(t_{max})}{g(t_{max})} = K + \frac{1 - K}{24 \cdot K_2} = K_3 \quad (5.89)$$

El valor de la constante K necesaria para que la relación entre los máximos de las curvas $g(t)$ sea un determinado valor K_3 , se puede obtener a partir de la ecuación (5.89):

$$K = \frac{24K_2K_3 - 1}{24K_2 - 1} \quad (5.90)$$

Habiendo procedido de esta manera, se han obtenido las curvas $g(t)$ mostradas en la Figura 5.5 para la vivienda 3 de Valencia.

Como se ha indicado anteriormente, el análisis de sensibilidad se va a realizar evaluando la respuesta del modelo frente a variaciones de los parámetros. Para ello, en cada situación analizada, se generará una serie sintética de consumos que comprenda un intervalo temporal de 365 días, con objeto que los resultados sean representativos desde un punto de vista estadístico. Las variables que van a ser analizadas van a ser el consumo diario, el consumo máximo horario, y la intensidad máxima diaria, por ser éstas las que más influencia van a tener sobre el comportamiento hidráulico del sistema. En todos los casos, se van a considerar los valores medios de dichas variables.

5.6.1 Consumo diario

El resultado obtenido para la variación del consumo diario, cuando se modifican independientemente los parámetros del modelo, queda reflejado en la Figura 5.6.

Como se puede observar, el parámetro que más influye en el consumo diario es μ , ya que precisamente este parámetro representa el valor medio del consumo diario. El otro parámetro que le sigue en importancia es α , la inversa del valor medio de las duraciones de pulso, mientras que el consumo diario es relativamente insensible al resto de parámetros, en especial a los parámetros β (parámetro de dispersión de la función Weibull de intensidades de pulso) y σ (desviación estándar del consumo diario).

5.6.2 Consumo máximo horario

En este caso, se puede comprobar que el parámetro que más influye en el consumo máximo horario es α . Como se puede apreciar en la Figura 5.7, la variación del consumo máximo horario es inversa a la del parámetro α : conforme α disminuye, el consumo máximo horario aumenta, y viceversa. La disminución del parámetro α supone un aumento de la duración media de los pulsos; por lo tanto, este resultado está de acuerdo con las conclusiones del Capítulo 4, en donde se vio que la subestimación de los consumos máximos horarios que el modelo producía, era una consecuencia de la incapacidad de la función exponencial de reproducir los pulsos de larga duración. Mediante el análisis de sensibilidad realizado se pone de manifiesto, además, la importancia que tiene un buen ajuste de las duraciones de pulso, sobre el consumo máximo horario obtenido.

Después del parámetro α , el segundo parámetro que más influye en el consumo máximo horario es λ , el parámetro de escala de la función Weibull. Como se puede comprobar, a medida que aumenta λ , también aumenta el consumo máximo horario, lo cual parece razonable, porque un incremento de λ supone un aumento de la intensidad media de los pulsos. Le siguen en importancia el parámetro μ , la relación K_3 y σ_r , la desviación estándar del ruido blanco. Respecto a estos dos últimos parámetros, se observa que tanto un aumento de K_3 como de σ_r suponen un aumento

5.6 *Análisis de sensibilidad del modelo estocástico*

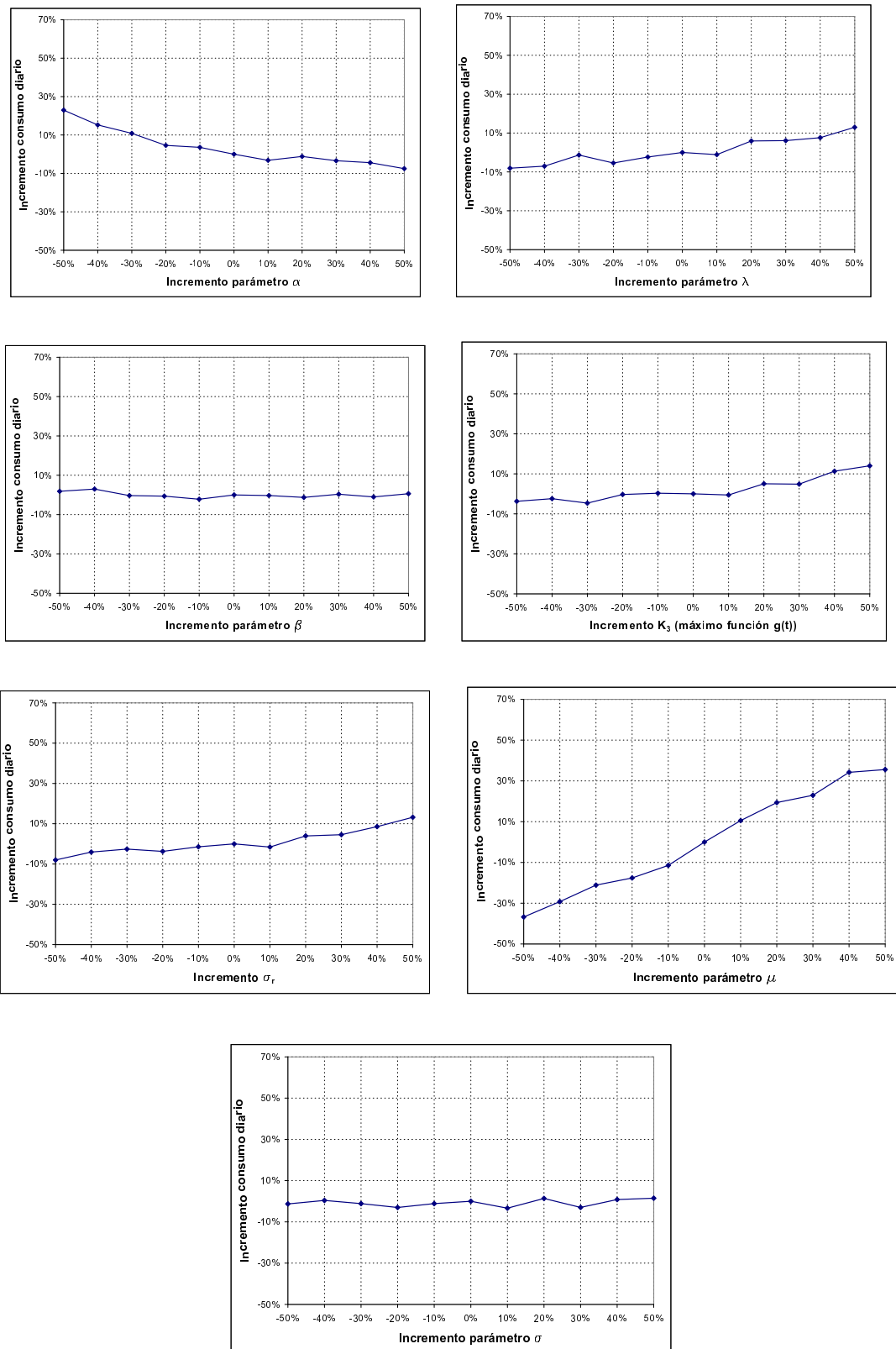


Figura 5.6.- *Sensibilidad del consumo diario*

del consumo máximo horario, como consecuencia que un aumento de cualquiera de esos dos parámetros supone una mayor variación del patrón temporal de ocurrencia de pulsos, quedando repartido el consumo a lo largo del día de forma menos uniforme, y alcanzándose puntas mayores. Ello justifica la otra posible solución señalada en el Capítulo 4 para mejorar los consumos máximos horarios, consistente en diferenciar los patrones de los días laborables y los fines de semana.

5.6.3 Intensidad máxima diaria

En la Figura 5.8 se representa el resultado obtenido para la intensidad máxima diaria. Como se puede observar, los dos parámetros que más influencia tienen son λ y β , lo cual es razonable, puesto que ambos parámetros definen la función Weibull utilizada para representar las intensidades de pulso. En el caso del parámetro λ , se produce una variación prácticamente lineal de la intensidad máxima diaria, debido a que el valor medio de la intensidad de pulso es directamente proporcional al parámetro λ , mientras que en el caso del parámetro β dicha variación no es lineal, aumentando la sensibilidad para bajos valores de este parámetro.

El otro parámetro que sigue en importancia a los dos anteriores es μ , el valor medio del consumo diario. Ello es como consecuencia de que al aumentar μ , aumenta el número de pulsos diario, y por lo tanto aumenta la posibilidad de que se produzca la superposición de un mayor número de pulsos, lo que origina una mayor intensidad máxima diaria. Sin embargo, debido a que los pulsos que se producen a lo largo del día son cortos e infrecuentes, un aumento considerable del número de pulsos tan sólo tiene como consecuencia que se produzca un aumento moderado de la intensidad máxima diaria. Con respecto al resto de parámetros del modelo, se observa que la influencia sobre la intensidad máxima diaria es sensiblemente menor.

5.7 Conclusiones

La aplicación del modelo estocástico presentado en esta Tesis a una red de abastecimiento, requiere que se conozcan los parámetros del modelo correspondientes a esa red. Puesto que la determinación de dichos parámetros exige la realización de una serie de mediciones detalladas de consumos, resulta imposible realizar un censo de toda la población, debiendo estimarse los parámetros poblacionales mediante un programa de muestreo convenientemente diseñado, que permita realizar inferencias a partir de los resultados obtenidos en la muestra. Por ello, se deberán utilizar procedimientos de muestreo probabilísticos, en donde la selección de la muestra es aleatoria, evitando en la medida de lo posible los procedimientos no probabilísticos.

En el presente Capítulo se han analizado los principales procedimientos de muestreo probabilístico existentes, desarrollando expresiones para los principales estimadores que se utilizan, así como para los tamaños de muestra necesarios, en función

5.7 Conclusiones

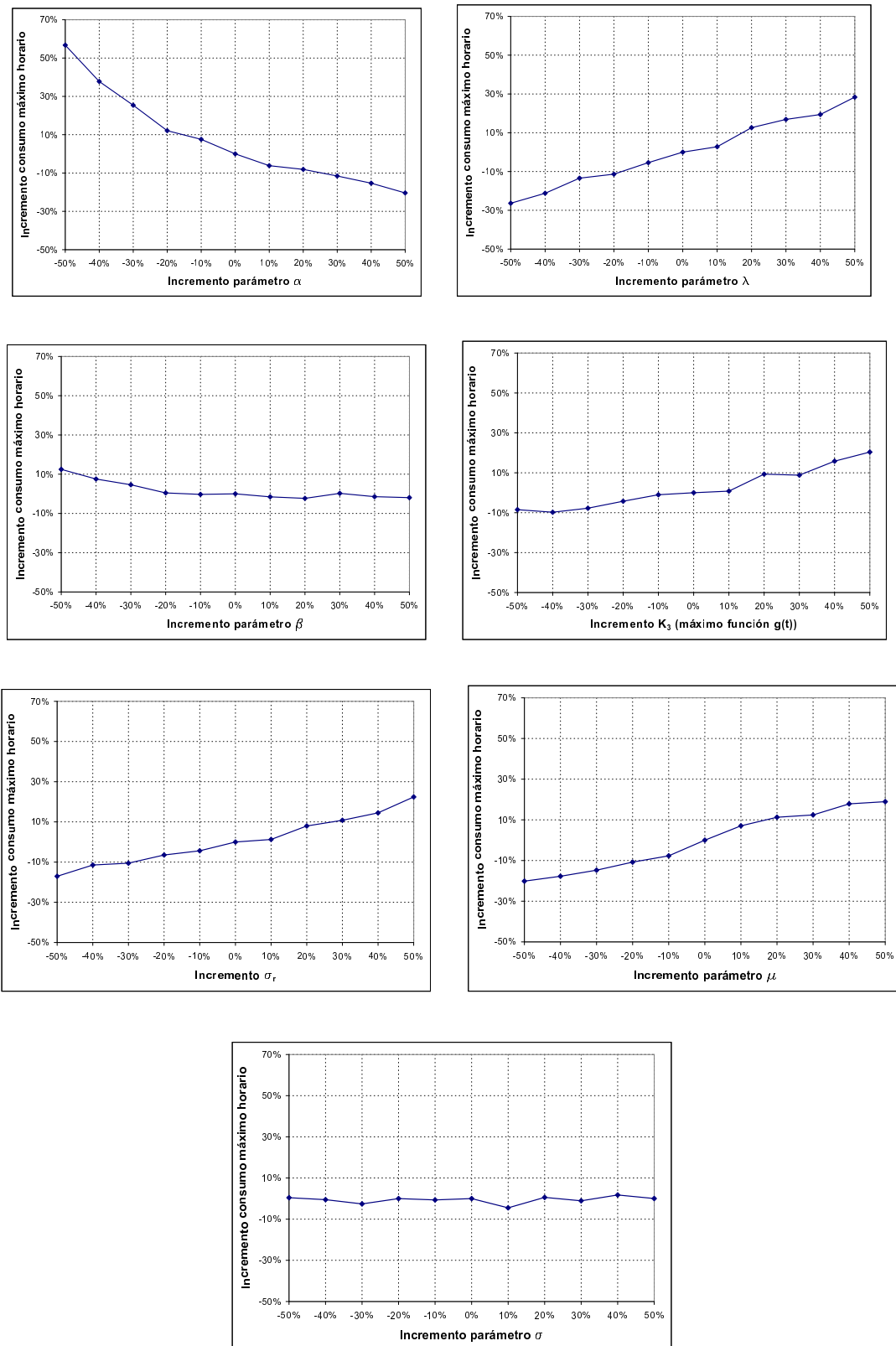


Figura 5.7.- Sensibilidad del consumo máximo horario

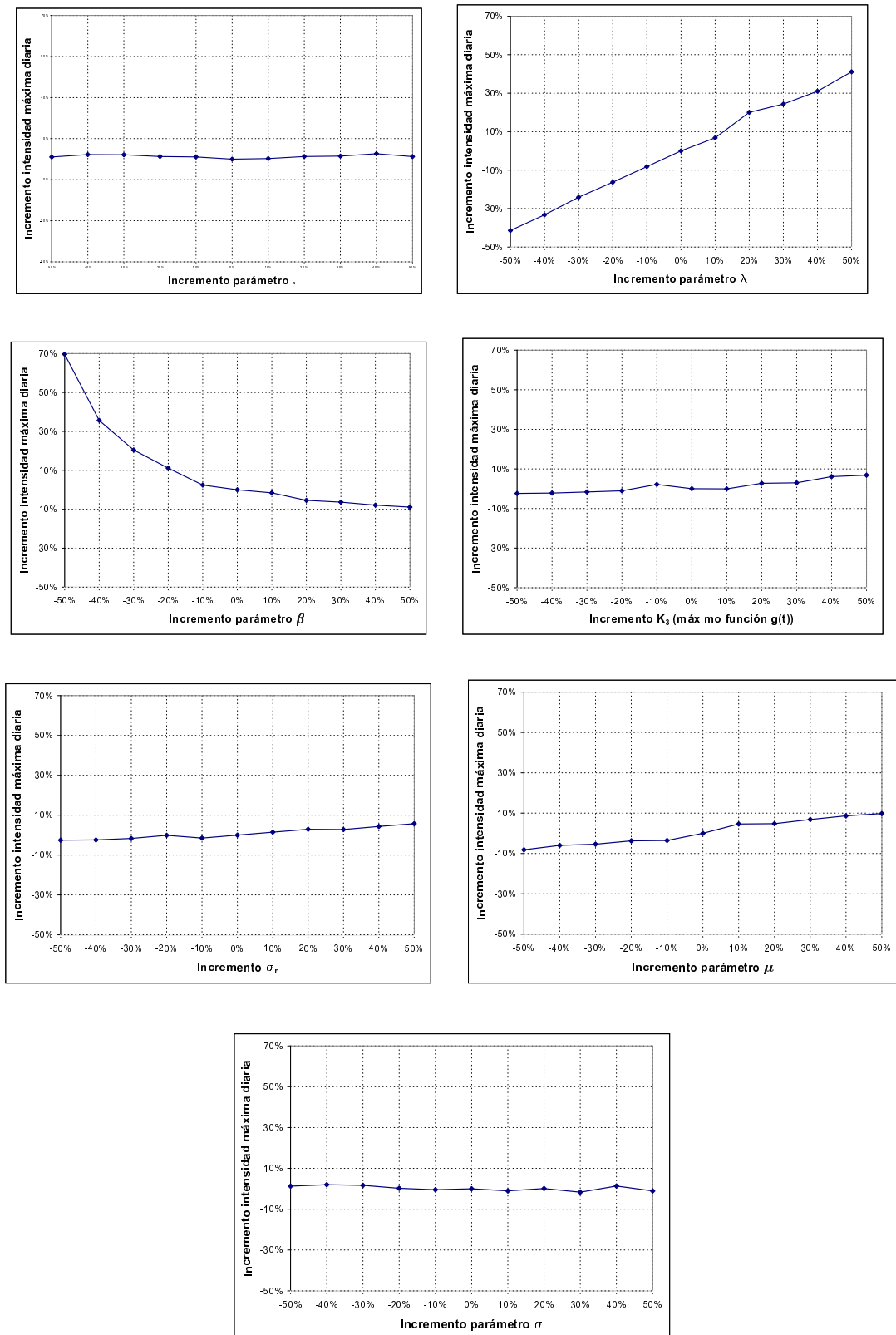


Figura 5.8.- Sensibilidad de la intensidad máxima diaria

del grado de confianza y de precisión requeridos.

Puesto que el modelo estocástico ha sido desarrollado a partir de mediciones de consumos realizadas en viviendas, en este Capítulo se ha considerado el caso en que la población objetivo sean los abonados domésticos, si bien se podrían aplicar los mismos desarrollos para caracterizar otros grupos de abonados.

La selección del procedimiento de muestreo más idóneo en cada caso dependerá de diversos condicionantes, como su facilidad de aplicación ó la precisión que se quiera alcanzar. No obstante, la realización de un muestreo estratificado tiene como ventaja el aumentar la representatividad de la muestra, al dividir la población en estratos homogéneos. Por este motivo, se propone la utilización de un muestreo estratificado aleatorio en donde, una vez formados los estratos, la selección de las unidades dentro de cada estrato se realiza mediante muestreo aleatorio simple.

Puesto que se pretenden estimar, a partir de la muestra, los diferentes parámetros del modelo, que son independientes entre sí, una primera cuestión que surge es en base a qué variable se debería realizar la estratificación. En un principio, dependiendo del parámetro a estimar, podría utilizarse una variable u otra; sin embargo, parece más conveniente adoptar una solución de compromiso, utilizando un criterio único. Una variable de interés sería el consumo diario (parámetros del modelo μ y σ). Puesto que en principio esta variable no es conocida, podría utilizarse otra que estuviera fuertemente correlacionada, como es el caso del número de ocupantes de la vivienda. Esta última variable será conocida a partir de una encuesta realizada con anterioridad. Teniendo en cuenta que los incrementos de precisión, cuando el número de estratos es mayor que 5 ó 6, son muy pequeños, se propone la adopción de tres estratos.

Como se ha indicado, con objeto de poder establecer los estratos en los que queda dividida la población, se debe realizar previamente una encuesta a los abonados. Dicha encuesta servirá además para tener caracterizada la población, con respecto a determinadas variables, ayudando a la depuración del marco. Se han analizado las diferentes alternativas que existen para la realización de una encuesta, siendo la encuesta por correo la que tiene un menor coste, aunque suele ser la que presenta una tasa de respuesta más baja, siendo por ello conveniente realizar un programa intensivo en el que se realice un seguimiento de los que no responden. En cualquier caso, la utilización de un método u otro dependerá de las limitaciones presupuestarias, y de la precisión que se deba obtener.

Con objeto de evaluar la precisión que se requiere en la determinación de cada uno de los parámetros del modelo, se ha realizado un análisis de sensibilidad del modelo, analizando para ello la influencia que tiene una variación de los parámetros sobre el consumo diario, el consumo máximo horario y la intensidad máxima diaria. El parámetro que más influye sobre el consumo diario es μ , que representa el

valor medio del consumo diario, mientras que el parámetro α tiene una influencia dominante sobre el consumo máximo horario, existiendo además una relación inversamente proporcional entre ambas variables. Este último resultado es coherente con las conclusiones del Capítulo 4, en donde se vio que la subestimación de los consumos máximos horarios se debía en parte a que los pulsos de larga duración no quedaban bien reproducidos. Le siguen en importancia los parámetros λ y μ , existiendo una relación directamente proporcional entre dichos parámetros y el consumo máximo horario. Se observa asimismo, que conforme aumenta la variación de la ocurrencia de pulsos a lo largo del día, también lo hace el consumo máximo horario, como consecuencia que el consumo queda repartido de forma menos uniforme.

Con respecto a la intensidad máxima diaria, se observa que los parámetros que más influencia tienen son λ y β , que son los que definen la función Weibull que representa las intensidades de pulso. También tiene una cierta influencia el parámetro μ , ya que al aumentar el consumo diario, aumenta el número de pulsos producidos a lo largo del día, y con ello la probabilidad de que se superponga un mayor número de pulsos, produciéndose normalmente la intensidad máxima diaria en situaciones donde hay varios pulsos superpuestos.

Capítulo 6

APLICACIONES DEL MODELO ESTOCÁSTICO

6.1 Introducción

Como ha sido puesto de manifiesto en el Capítulo 2, los modelos matemáticos constituyen una herramienta esencial en cualquier sistema de abastecimiento de agua que esté gestionado de manera eficiente. No existe duda acerca de su capacidad para analizar este tipo de sistemas, empleándose para realizar estudios de planificación, diseño de nuevas redes, optimización del funcionamiento del sistema, etc. Sin embargo, si bien las ecuaciones que definen el comportamiento de los diferentes componentes del sistema se encuentran bien establecidas, y las formulaciones para resolver el sistema de ecuaciones resultante permiten la obtención de la solución de forma eficiente, existen algunas dificultades en la definición de las características de los parámetros de dichos elementos, fundamentalmente por lo que respecta a las rugosidades de las tuberías y a los consumos nodales.

Cualquier análisis de sensibilidad realizado en una red de abastecimiento, revela que la respuesta hidráulica de la red es mucho más sensible a variaciones de caudal que a variaciones de las rugosidades. Por otra parte, puesto que la calidad del agua en la red depende, entre otros factores, de las variables hidráulicas del sistema, es evidente el interés de caracterizar adecuadamente los consumos.

El modelo estocástico desarrollado en el Capítulo 3 constituye un punto de partida para determinar la variación espacial y temporal de los consumos para cualquier nivel de agregación, ya que es capaz de generar los pulsos de consumo elementales producidos en una vivienda. En el Capítulo 4 se han utilizado diferentes registros históricos obtenidos en viviendas de varias ciudades, con objeto de determinar los parámetros del modelo y evaluar su comportamiento, comparando diferentes estadísticos de interés de los consumos de agua. En general, se ha observado que existe una buena concordancia entre las series históricas y las series sintéticas generadas.

En el presente Capítulo se van a utilizar las series sintéticas obtenidas mediante el modelo estocástico propuesto, para el desarrollo de diversas aplicaciones de los modelos matemáticos de redes, de forma que se podrá evaluar el comportamiento del modelo cuando se utiliza como herramienta en el análisis de redes de abastecimiento. Para realizar las diferentes simulaciones hidráulicas de los ejemplos que se describen a continuación, se ha utilizado el programa SARA (Software de Análisis de Redes de Agua), desarrollado por el Grupo Mecánica de Fluidos de esta Universidad (Grupo Mecánica de Fluidos, 1997).

6.2 Construcción de modelos matemáticos de redes

Como se ha indicado anteriormente, el estudio de las redes de abastecimiento se aborda normalmente mediante el uso de modelos matemáticos. El término simula-

ción se refiere al proceso de usar una representación matemática del sistema real, ó modelo. Las simulaciones de una red imitan el comportamiento dinámico de un sistema existente ó propuesto, y se llevan a cabo normalmente cuando no hay forma de que el sistema real sea directamente experimentado, ó con objeto de evaluar un sistema antes que sea construido. Además, para las situaciones en las que se vea implicada la calidad del agua, el ensayo directo de un sistema puede ser costoso y potencialmente peligroso para la salud pública.

Las simulaciones se pueden usar para predecir la respuesta de un sistema bajo una variedad de condiciones, sin alterar el sistema real. Mediante el uso de simulaciones, se pueden anticipar los problemas en sistemas existentes ó propuestos, y se pueden evaluar diferentes soluciones antes de invertir tiempo y dinero en un determinado proyecto. Con independencia del tamaño del proyecto, las simulaciones pueden proporcionar una información valiosa para ayudar a la toma de decisiones.

Las simulaciones que se suelen realizar pueden ser estacionarias ó en período extendido. El término estado estacionario se refiere al estado de un sistema que no varía en el tiempo, representando fundamentalmente el comportamiento de un sistema una vez ha alcanzado el equilibrio. Los niveles de los tanques y los depósitos, las demandas, y el funcionamiento de las bombas y válvulas permanecen constantes y definen las condiciones de contorno de la simulación. Las simulaciones *estacionarias* representan una fotografía instantánea del sistema, y se usan para determinar el comportamiento operativo del sistema bajo condiciones estáticas. Este tipo de análisis puede ser útil para determinar el efecto de los caudales de incendio, ó las condiciones de la demanda promedio en el sistema.

Las simulaciones en *período extendido* se usan para evaluar el funcionamiento del sistema a lo largo del tiempo. Las condiciones de contorno variables en el tiempo son las que le confieren el carácter dinámico a este tipo de simulación, realizándose en cada intervalo de tiempo simulaciones estáticas, que son analizadas secuencialmente. Después de cada intervalo de tiempo, las condiciones de contorno del sistema son evaluadas y actualizadas para reflejar los cambios en las demandas nodales, los niveles de los tanques, el funcionamiento de las bombas, etc. Este tipo de análisis permite modelar el llenado y vaciado de tanques, la apertura y cierre de las válvulas de regulación, así como la variación de caudales y presiones a lo largo del sistema, en respuesta de condiciones variables de la demanda, y estrategias de control automáticas formuladas por el modelador.

Una simulación en período extendido puede ser realizada para cualquier longitud de tiempo, dependiendo del propósito del análisis. La duración más común es generalmente un múltiplo de 24 horas, ya que el patrón temporal de variación de demandas que es más fácilmente identificable, corresponde a 1 día. Sin embargo, cuando se modelan emergencias ó cortes en la red que ocurren durante un corto período de tiempo, puede ser más conveniente modelar sólo unas pocas horas en el

futuro, para predecir cambios inmediatos en los niveles de los tanques y presiones del sistema. Por otra parte, para las aplicaciones en las que interviene la calidad del agua, puede ser más apropiado modelar una duración de varios días, con objeto que se establezcan los parámetros de calidad.

Una decisión importante cuando se ejecuta una simulación en período extendido, es la selección del intervalo de tiempo hidráulico. Este intervalo de tiempo es la longitud de tiempo durante la cual se realizan cada una de las simulaciones en estado estacionario, y debe ser elegido de forma que los cambios en las condiciones hidráulicas del sistema, de un intervalo al siguiente, sean graduales. Para un sistema determinado, es difícil predecir con antelación la longitud que se debería adoptar para este intervalo de tiempo, aunque se suelen utilizar normalmente intervalos de una hora de duración, a menos que existan evidencias que aconsejen la elección de un intervalo diferente.

Con objeto que una simulación en período extendido refleje adecuadamente el comportamiento dinámico del sistema real, la variación de las demandas nodales a lo largo del tiempo debe ser incorporada en el modelo. Para ello, la mayoría de los modelos hidráulicos expresan las demandas utilizando una demanda base constante, multiplicada por un factor de demanda adimensional en cada intervalo de tiempo. La demanda base se elige habitualmente como la demanda diaria promedio. La serie de factores multiplicadores, denominados coeficientes de modulación, modela la variación diaria de la demanda, y puede ser utilizada en nudos con similares características de consumo. Normalmente los usuarios se agrupan en categorías, cada una de las cuales tiene un patrón de demanda determinado.

Como ha sido expuesto en el Capítulo 3, una de las principales aplicaciones del modelo estocástico propuesto en la presente Tesis, consiste en la determinación de las demandas que deben asignarse a los nudos de consumo. Puesto que el modelo permite simular la variación a lo largo del tiempo de las demandas domésticas, servirá para la obtención de las curvas de modulación que se deben asignar a los diferentes nudos de consumo.

Con objeto de evaluar la validez del modelo estocástico en esta aplicación, se va a comparar la respuesta de una red de abastecimiento ficticia, realizando simulaciones sobre el modelo matemático de dicha red, con diferentes curvas de modulación:

- por un lado, las curvas de modulación obtenidas a partir de los registros de caudal correspondientes a la suma de viviendas de Valencia (serán 13 simulaciones, puesto que disponemos de datos de 13 días diferentes);
- por otro, las curvas correspondientes a una serie sintética de 60 días generada a partir de los parámetros de la suma de viviendas de Valencia. El hecho de utilizar una serie de 60 días de duración, en lugar de 13 días, es con ob-

jeto de obtener resultados que sean representativos desde un punto de vista estadístico.

En cada simulación, la curva de modulación aplicada a los nudos de consumo ha sido la misma, siendo diferente para las distintas simulaciones. Puesto que en el caso de las viviendas de Valencia disponemos de un conjunto de 7 viviendas, el caudal medio asignado a cada nudo ha sido obtenido como el caudal medio del día correspondiente, multiplicado por la relación (número de viviendas del nudo)/7.

En todos los casos, el intervalo de cálculo será de 1 hora, y la respuesta de la red será evaluada, tanto en base a las presiones resultantes en los nudos de consumo, como a los tiempos de permanencia del agua en la red.

El cálculo del tiempo de permanencia proporciona un método simple e indirecto de medir la calidad global del agua suministrada, sin necesidad de conocer datos demasiado específicos ó difíciles de conseguir, como es el caso de las velocidades de reacción del Cloro, ó los parámetros de difusividad de los distintos compuestos químicos en el agua. Durante la simulación, cualquier partícula de agua que penetra en la red desde un depósito ó una fuente de suministro, lo hace con antigüedad cero, por lo que, si la simulación se realiza bajo condiciones hidráulicas constantes, la antigüedad del agua en cualquier nudo puede interpretarse como el tiempo de viaje hasta dicho nudo.

El esquema de la red de abastecimiento analizada se muestra en la Figura 6.1. Se ha considerado que la alimentación de la red se produce a partir de un depósito de capacidad suficiente, con objeto de disponer en todo momento de una presión de suministro constante en el inicio de la red, con independencia de las variaciones de consumo en los nudos, que afectarían al nivel del agua si se tratase de un depósito de capacidad limitada, y por tanto, a la presión de suministro.

Los diámetros de las diferentes líneas se indican en la Figura 6.1, mientras que la longitud de las mismas es igual a 937,5 m, excepto en el caso de la tubería de aducción (\varnothing 300 mm), en donde la longitud es de 500 m.

Respecto a los nudos, se ha considerado una cota constante e igual a 35 m en el depósito, e igual a 0 m en los nudos de consumo. Para la asignación de cargas a los nudos, partimos del supuesto que de dicha red se alimentan un total de 4.032 viviendas, estando las mismas repartidas en los nudos, de forma proporcional al número de líneas que confluyen en cada nudo (excepto en el caso de la tubería de aducción, de la que se considera que no se abastece ninguna vivienda), por lo que se tiene el reparto indicado en la Tabla 6.1.

El resultado obtenido para las diferentes simulaciones viene indicado en las Figuras 6.2 y 6.3, así como en las Tablas 6.2 y 6.3. No se representan las presiones

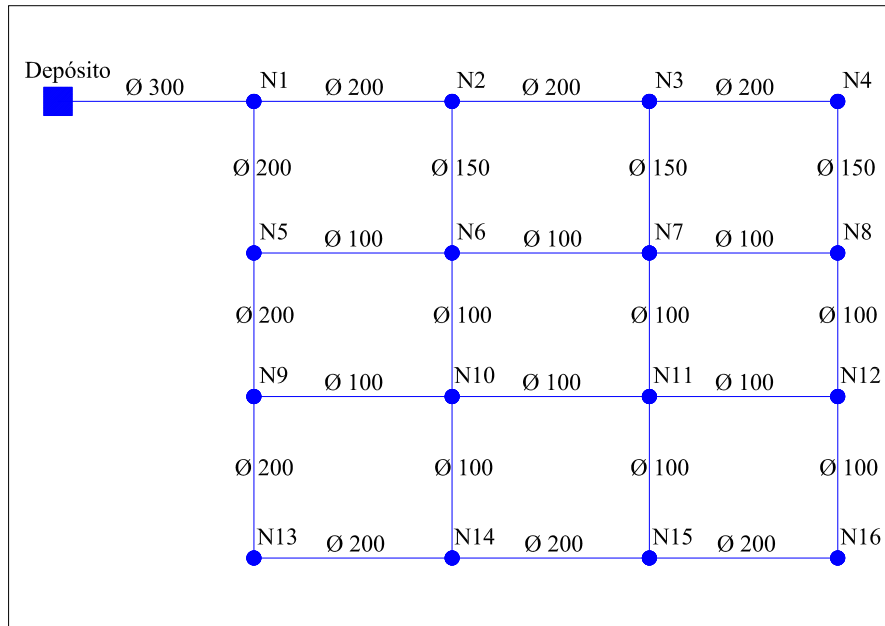


Figura 6.1.- Esquema de la red de abastecimiento analizada

Tabla 6.1.- Asignación de viviendas a los nudos de consumo

Nudo	N° viviendas
1	168
2	252
3	252
4	168
5	252
6	336
7	336
8	252
9	252
10	336
11	336
12	252
13	168
14	252
15	252
16	168

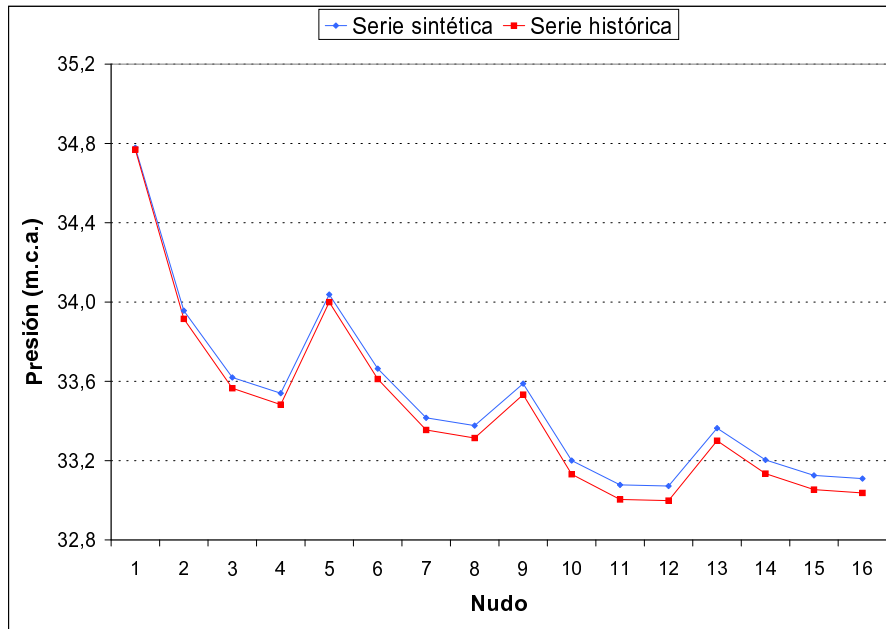
Tabla 6.2.- Resultados obtenidos para las presiones (función exponencial)

Nudo	Presión (m.c.a.)					
	Media			Promedio mínimos diarios		
	Serie sint.	Serie hist.	Error relat. (%)	Serie sint.	Serie hist.	Error relat. (%)
1	34,778	34,769	0,025	34,122	33,904	0,645
2	33,957	33,915	0,123	30,876	29,849	3,440
3	33,619	33,565	0,162	29,557	28,206	4,789
4	33,540	33,483	0,171	29,250	27,826	5,119
5	34,038	34,000	0,112	31,200	30,254	3,126
6	33,664	33,611	0,156	29,737	28,432	4,588
7	33,416	33,355	0,184	28,774	27,234	5,652
8	33,377	33,314	0,189	28,619	27,043	5,829
9	33,588	33,533	0,165	29,438	28,059	4,915
10	33,201	33,131	0,209	27,938	26,196	6,652
11	33,078	33,004	0,222	27,465	25,611	7,240
12	33,072	32,998	0,223	27,441	25,580	7,276
13	33,364	33,300	0,191	28,565	26,974	5,900
14	33,204	33,135	0,209	27,947	26,206	6,643
15	33,126	33,054	0,217	27,647	25,834	7,018
16	33,109	33,037	0,219	27,584	25,756	7,097

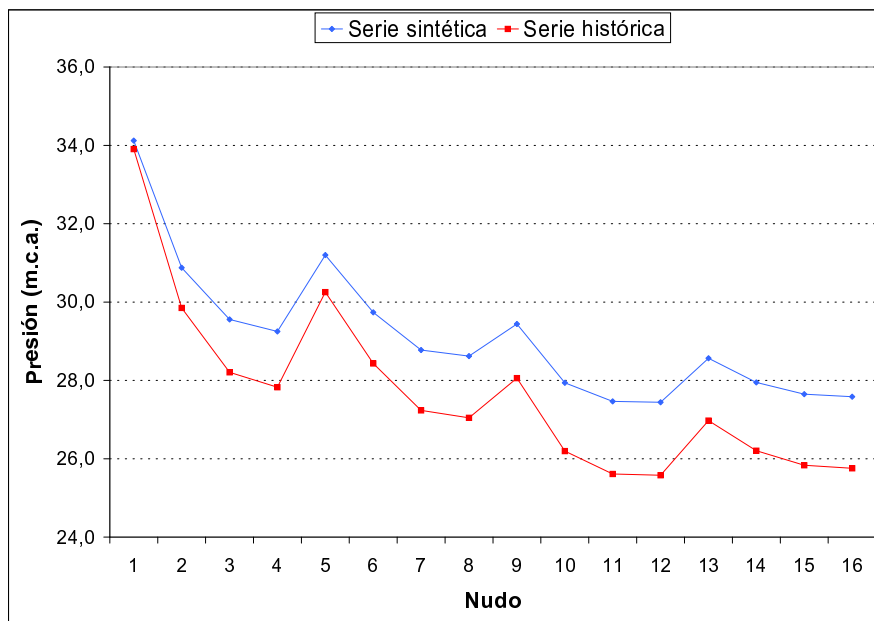
máximas ni los tiempos de permanencia mínimos porque tanto para la serie histórica como para la sintética tienen el mismo valor para todos los nudos, e igual a 35 m.c.a. y a 0 h, respectivamente, correspondientes a horas en las que no existe consumo.

Los resultados indicados en las Tablas 6.2 y 6.3 muestran un ajuste muy bueno de las presiones medias, y un ajuste relativamente bueno de los tiempos de permanencia medios, cuando se comparan las simulaciones realizadas a partir de la serie histórica y de la serie sintética. En el caso de los tiempos de permanencia medios, se producen diferencias significativas en los nudos 1, 2 y 5, que son los que presentan menores valores, debido a que son los que se encuentran más próximos a la fuente de suministro. Sin embargo, los valores extremos de las presiones (mínimos) y de los tiempos de permanencia (máximos) presentan diferencias mayores.

En el caso de las presiones mínimas, se observa una sobreestimación de los valores de la serie sintética respecto a la histórica, que se acentúa conforme el nudo se encuentra más alejado de la fuente de suministro. Este resultado, no obstante, es una consecuencia de la subestimación de los consumos máximos horarios que produce la serie sintética, puesto que, al haber considerado que todos los nudos tienen la misma curva de modulación, las presiones mínimas se alcanzan en aquellas horas que la serie sintética produce los consumos máximos horarios.

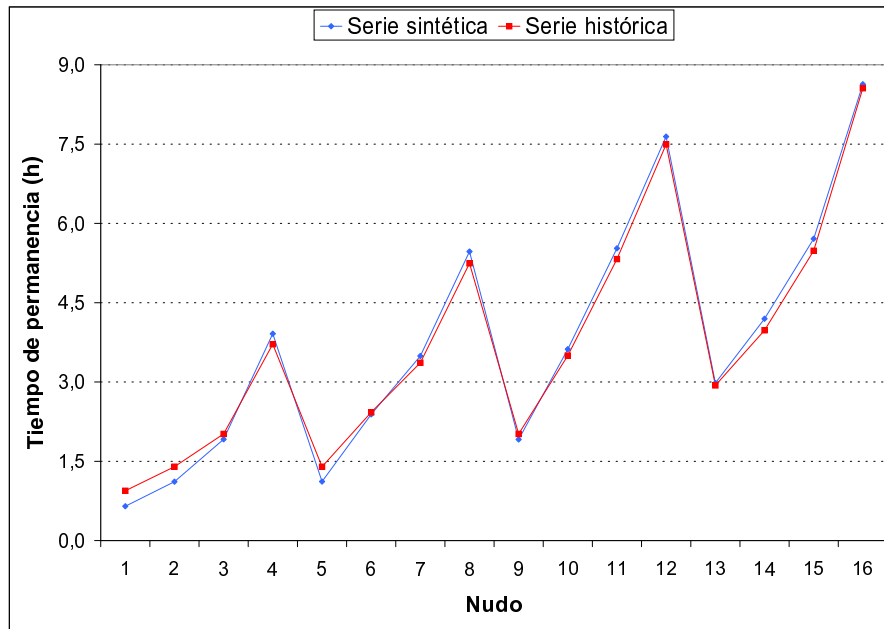


(a) Presiones medias

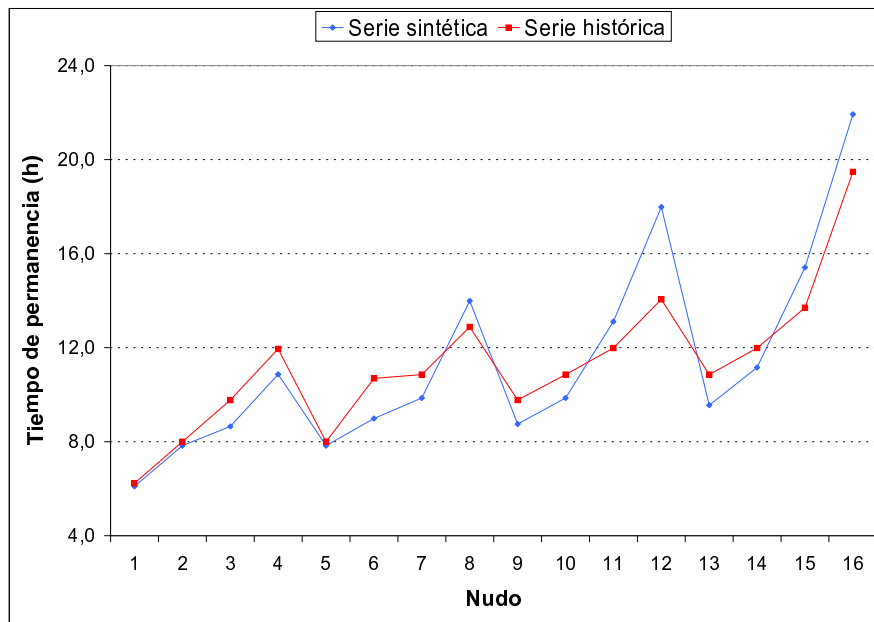


(b) Presiones mínimas

Figura 6.2.- Comparación de las presiones en los nudos de consumo (función exponencial)



(a) Tiempos de permanencia medios



(b) Tiempos de permanencia máximos

Figura 6.3.- Comparación de los tiempos de permanencia en los nudos de consumo (función exponencial)

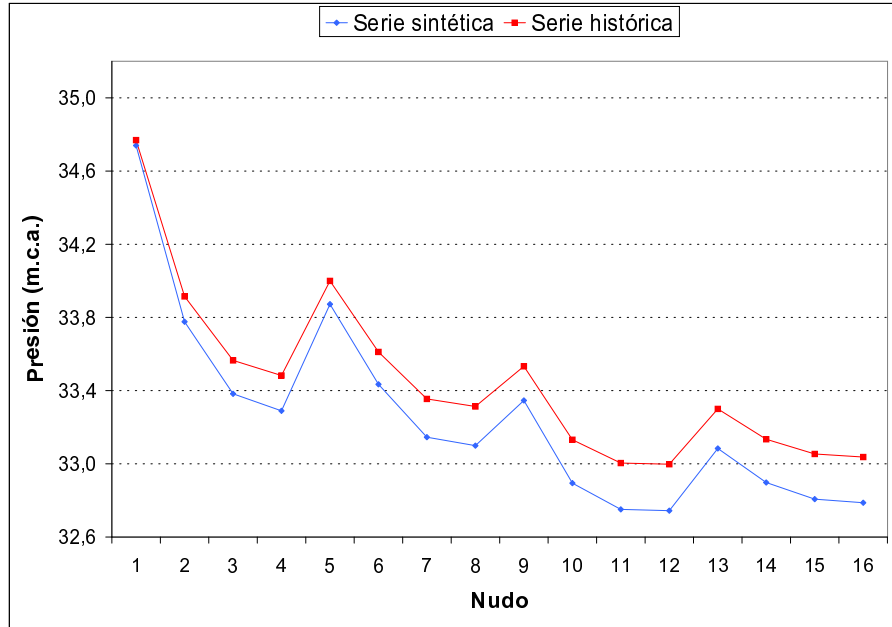
Tabla 6.3.- Resultados obtenidos para los tiempos de permanencia (función exponencial)

Nudo	Tiempo de permanencia (h)					
	Máximo			Medio		
	Serie sint.	Serie hist.	Error relat. (%)	Serie sint.	Serie hist.	Error relat. (%)
1	6,100	6,233	2,134	0,650	0,941	30,935
2	7,833	8,000	2,088	1,114	1,397	20,265
3	8,649	9,774	11,510	1,916	2,017	5,007
4	10,865	11,949	9,072	3,914	3,713	5,395
5	7,833	8	2,088	1,115	1,398	20,222
6	8,986	10,691	15,948	2,389	2,425	1,507
7	9,861	10,857	9,174	3,492	3,364	3,795
8	13,991	12,882	8,609	5,467	5,244	4,259
9	8,749	9,774	10,487	1,913	2,018	5,162
10	9,859	10,857	9,192	3,620	3,499	3,442
11	13,107	11,987	9,343	5,528	5,326	3,808
12	17,984	14,056	27,945	7,642	7,495	1,958
13	9,555	10,857	11,992	2,980	2,936	1,520
14	11,157	11,987	6,924	4,196	3,978	5,480
15	15,413	13,703	12,479	5,710	5,481	4,179
16	21,928	19,481	12,561	8,631	8,556	0,877

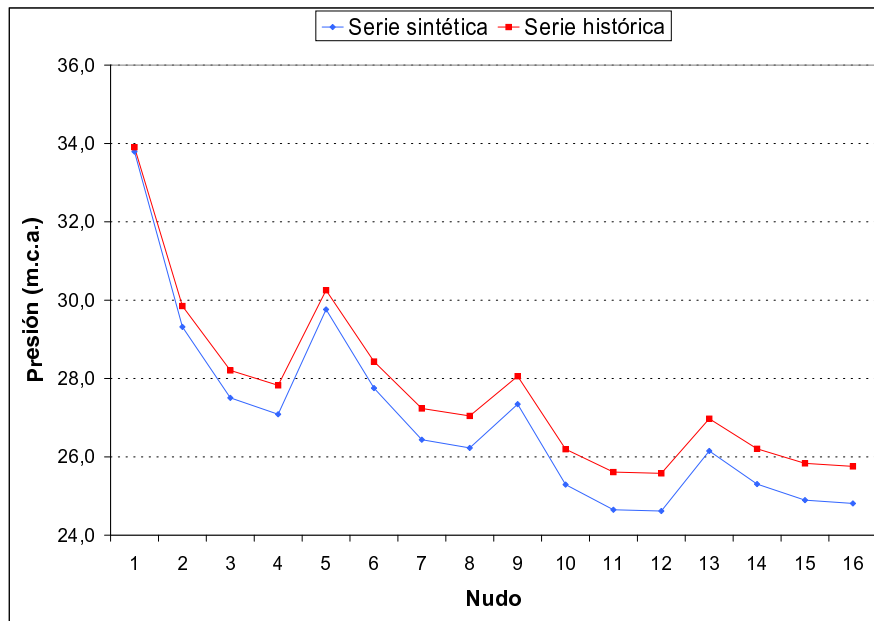
Respecto a los tiempos de permanencia máximos, se produce en general una cierta sobreestimación de los valores de la serie histórica respecto a la sintética, excepto en el caso de los nudos 8, 11, 12, 15 y 16, en los que ocurre lo contrario, siendo tan sólo significativa la diferencia del nudo 12.

Con objeto de analizar el comportamiento de las series sintéticas obtenidas empleando una función Gamma para representar las duraciones de pulso, se han repetido los cálculos utilizando una de estas series, mostrándose el resultado en las Figuras 6.4 y 6.5, y en las Tablas 6.4 y 6.5.

Como se puede observar, al contrario de lo que ocurría en el caso de la función exponencial, las presiones resultan ahora menores que las correspondientes a la serie histórica, siendo algo mayores las diferencias producidas entre los valores medios de las presiones, si bien los errores relativos quedan situados por debajo del 1%, lo cual es aceptable desde un punto de vista ingenieril. Por otra parte, se producen unas diferencias considerablemente menores con respecto al promedio de las presiones mínimas diarias, obteniéndose unos errores relativos por debajo del 4%. Este resultado era previsible ya que, como se indicó en el Capítulo 4, los consumos máximos horarios quedan mejor representados mediante series sintéticas que utilizan una función Gamma para describir las duraciones de pulso. Con relación a los tiempos de permanencia, en este caso se obtienen valores similares a los que se obtuvieron me-

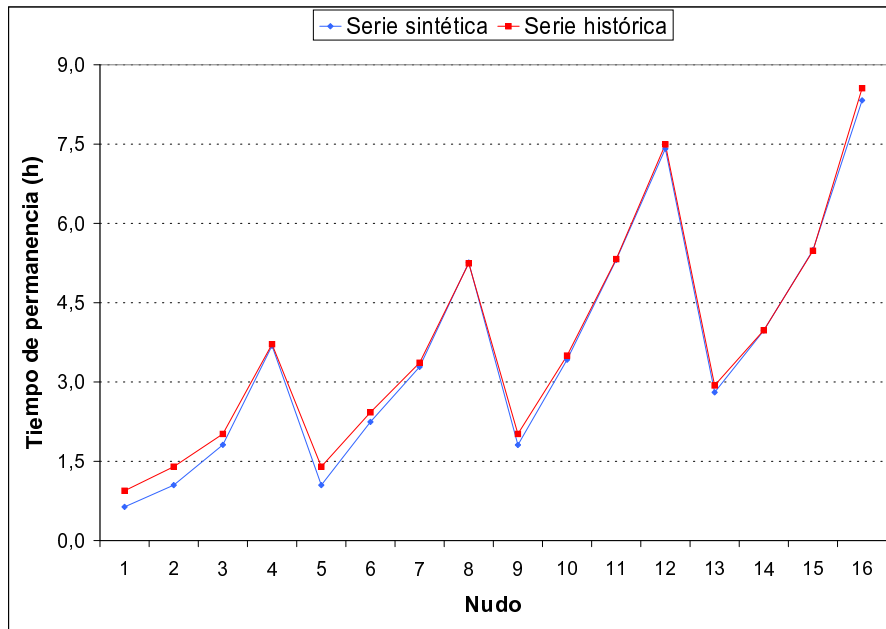


(a) Presiones medias

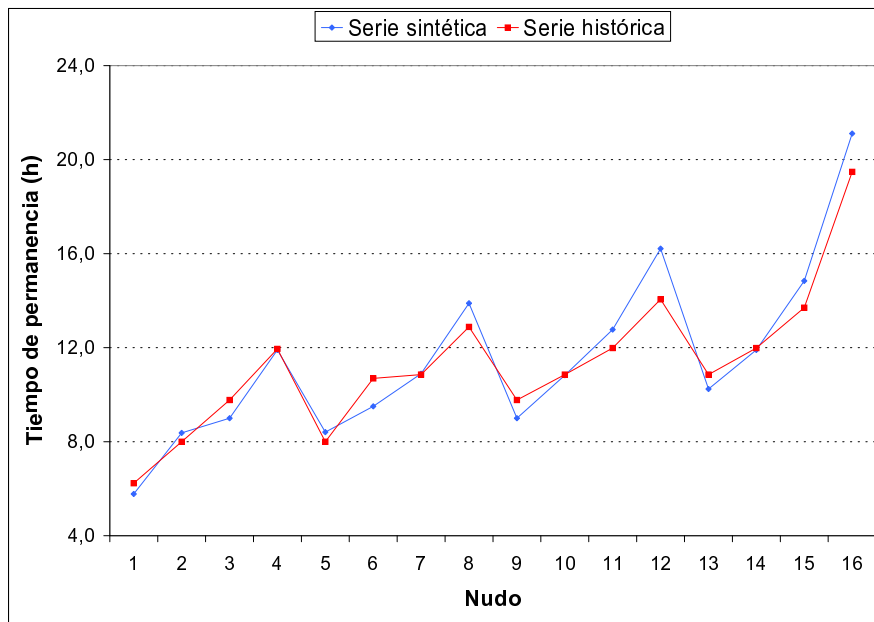


(b) Presiones mínimas

Figura 6.4.- Comparación de las presiones en los nudos de consumo (función Gamma)



(a) Tiempos de permanencia medios



(b) Tiempos de permanencia máximos

Figura 6.5.- Comparación de los tiempos de permanencia en los nudos de consumo (función Gamma)

Tabla 6.4.- Resultados obtenidos para las presiones (función Gamma)

Nudo	Presión (m.c.a.)					
	Media			Promedio mínimos diarios		
	Serie sint.	Serie hist.	Error rel. (%)	Serie sint.	Serie hist.	Error rel. (%)
1	34,740	34,769	0,085	33,790	33,904	0,334
2	33,777	33,915	0,408	29,316	29,849	1,785
3	33,382	33,565	0,544	27,506	28,206	2,483
4	33,290	33,483	0,576	27,087	27,826	2,654
5	33,872	34,000	0,375	29,764	30,254	1,620
6	33,435	33,611	0,525	27,756	28,432	2,379
7	33,146	33,355	0,627	26,436	27,234	2,930
8	33,100	33,314	0,643	26,226	27,043	3,020
9	33,346	33,533	0,557	27,344	28,059	2,548
10	32,894	33,131	0,716	25,292	26,196	3,448
11	32,751	33,004	0,767	24,650	25,611	3,752
12	32,744	32,998	0,769	24,616	25,580	3,770
13	33,084	33,300	0,649	26,149	26,974	3,058
14	32,898	33,135	0,715	25,304	26,206	3,443
15	32,807	33,054	0,747	24,894	25,834	3,637
16	32,788	33,037	0,754	24,809	25,756	3,677

Tabla 6.5.- Resultados obtenidos para los tiempos de permanencia (función Gamma)

Nudo	Tiempo de permanencia (h)					
	Máximo			Medio		
	Serie sint.	Serie hist.	Error rel. (%)	Serie sint.	Serie hist.	Error rel. (%)
1	5,775	6,233	7,348	0,636	0,941	32,438
2	8,376	8	4,700	1,048	1,397	25,004
3	9	9,774	7,919	1,812	2,017	10,184
4	11,906	11,949	0,360	3,686	3,713	0,742
5	8,408	8	5,100	1,049	1,398	24,994
6	9,503	10,691	11,112	2,244	2,425	7,461
7	10,895	10,857	0,350	3,285	3,364	2,345
8	13,892	12,882	7,840	5,260	5,244	0,303
9	9,000	9,774	7,919	1,809	2,018	10,337
10	10,828	10,857	0,267	3,422	3,499	2,216
11	12,773	11,987	6,557	5,309	5,326	0,304
12	16,216	14,056	15,367	7,412	7,495	1,107
13	10,239	10,857	5,692	2,805	2,936	4,455
14	11,906	11,987	0,676	3,972	3,978	0,139
15	14,842	13,703	8,312	5,495	5,481	0,260
16	21,112	19,481	8,372	8,327	8,556	2,679

diante la función exponencial, si bien existen diferencias algo menores respecto a los valores máximos.

6.3 Análisis de la calidad del agua en depósitos domiciliarios

En numerosas ocasiones, la incorrecta planificación y gestión de las redes de abastecimiento tienen como consecuencia que los diámetros de las conducciones queden pequeños, a causa del crecimiento de las ciudades, del aumento del consumo urbano, del propio envejecimiento de las tuberías (reducción del diámetro y aumento de la rugosidad debido a las incrustaciones), ó incluso por el incremento de las fugas de agua. Son muchos los abastecimientos que presentan este problema, siendo típico de ciudades costeras turísticas, que han experimentado un enorme crecimiento de la población en poco tiempo, sin que se haya producido la correspondiente ampliación de las infraestructuras urbanas.

Esta insuficiencia de la red produce que los niveles de presión sean inadecuados (excesivamente bajos), lo que conlleva a su vez un suministro de agua insuficiente en los puntos más alejados ó elevados de la ciudad. Por otra parte, en épocas de escasez de agua, es habitual que se recurra a las interrupciones temporales del servicio, con objeto fundamentalmente de reducir el nivel de fugas de las redes mal gestionadas.

Una forma de paliar estos inconvenientes es mediante el uso de depósitos ó aljibes domiciliarios, que permiten almacenar agua durante las horas de bajo consumo, de manera que durante las horas de mayor consumo, laminan las puntas que la red es incapaz de satisfacer, ó bien permiten el suministro en aquellas ocasiones en las que se ha interrumpido el servicio.

La instalación de los aljibes domiciliarios intermedios puede ser realizada por iniciativa del propio abonado, ó bien debido a una exigencia del gestor del abastecimiento; no obstante, son múltiples los problemas que conlleva, entre los cuales se pueden citar:

- Su insalubridad. El agua es almacenada en un depósito no estanco y ausente de cualquier control sanitario, de forma que cualquier fuga ó filtración que contamine el aljibe pasará inadvertida. Por otra parte, conforme aumenta el tiempo de residencia del agua en la red (a partir del instante en que abandona la planta de tratamiento), la calidad del agua disminuye, como consecuencia de la desaparición del agente desinfectante, y la formación de subproductos de reacción. Este último problema puede ser importante en el caso de poblaciones en las que existe una fuerte componente estacional, de forma que en temporada baja, el número de ocupantes de un edificio será muy pequeño, y por lo tanto, el tiempo de residencia será elevado.

- Su insolidaridad. El titular del abastecimiento traslada el problema de la insuficiencia de la red a los abonados, de forma que tienen que ser éstos quienes resuelvan el problema, asumiendo unos gastos que debería afrontar el suministrador.
- Tiene un sobrecoste de energía, puesto que el agua que se encuentra a presión en la red de abastecimiento, es despresurizada al entrar en un aljibe en donde el agua se encuentra en contacto con la atmósfera. Posteriormente, debe volver a presurizarse para atender las demandas de los abonados.
- Si el agua se mide de manera global para todos los usuarios de un edificio, se genera un error de medición por subcontaje (Cabrera y García-Serra, 1997). Ello es debido a que la medición se suele realizar en la acometida general que alimenta el aljibe, y puesto que el llenado del aljibe se realiza por medio de una válvula de boya de cierre final poco sensible, los consumos bajos de usuarios individuales dan lugar a caudales de llenado muy bajos, que no son detectados por el contador general, por ser inferiores a su caudal de arranque. Muchos pequeños consumos de agua no detectados pueden representar un porcentaje importante del consumo total.

Además de los aljibes que se instalan como consecuencia de los problemas existentes en la red de abastecimiento, también se da el caso de los depósitos que forman parte de instalaciones de sobreelevación para alimentar las plantas altas de los edificios. Según las Normas Básicas para las Instalaciones Interiores de Suministro de Agua, NIA (Orden de 9 de Diciembre de 1975, publicada en el B.O.E. de 13-1-76, y corrección de errores en el B.O.E. de 12-2-76): “Si la instalación interior requiere una presión más elevada que la disponible en la red del distribuidor, el abonado deberá aumentarla por medio de una instalación de bombeo alimentada desde un depósito.” Si bien estos depósitos serán en general de menor tamaño que los aljibes instalados para laminar las puntas de consumo, el análisis de la calidad del agua en ambos casos será similar.

Como se ha indicado en el apartado anterior, el estudio de la calidad del agua puede realizarse utilizando el tiempo de residencia del agua, que tiene la ventaja de no necesitar de parámetros específicos sobre reactividad, difusividad, etc. En el presente apartado se van a desarrollar en primer lugar, expresiones para el cálculo del tiempo de residencia en depósitos domiciliarios ó aljibes, para aplicarlas posteriormente a varios casos de ejemplo. Por otra parte, teniendo en cuenta, como se ha indicado anteriormente, que la existencia de estos depósitos supone un coste energético, como consecuencia de tener que volver a presurizar el agua, también se analizará el consumo energético.

6.3.1 Tiempo de residencia del agua en aljibes

La situación más general es la representada en la Figura 6.6, en donde existen un grupo de viviendas alimentadas directamente de la red, mientras que otro grupo

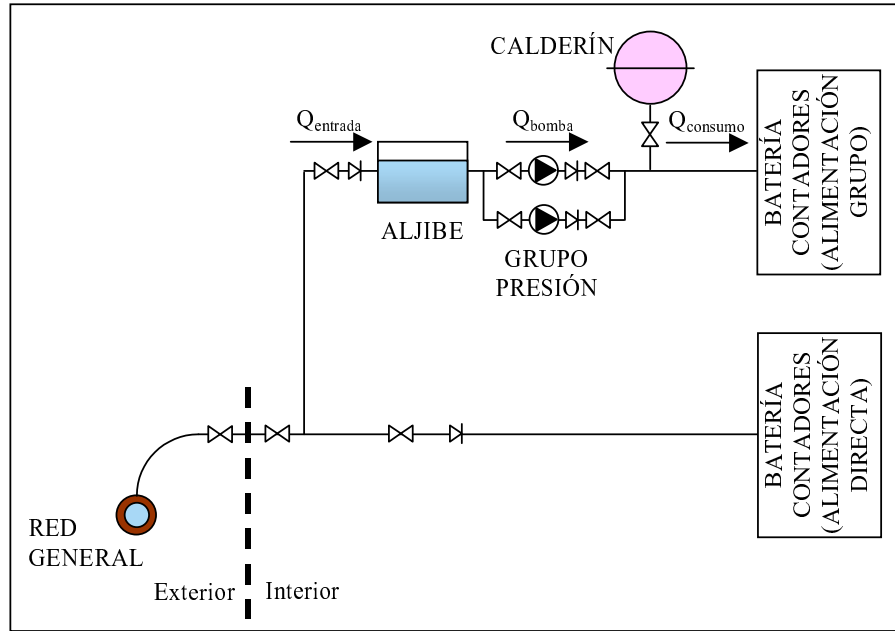


Figura 6.6.- Esquema de una instalación receptora de agua con grupo de sobreelevación

de viviendas es alimentado a través de un grupo de sobreelevación, que dispondrá de un calderín para acumular el agua que ha sido presurizada por la bomba.

Para el cálculo del tiempo de residencia del agua en el aljibe, se deben determinar los caudales que en cada momento entran ó salen del mismo. Estos caudales se obtendrán aplicando la ecuación de continuidad en el aljibe y en el calderín:

- Ecuación de continuidad en el aljibe:

$$\frac{dV_{aljibe}}{dt} = Q_{entrada} - Q_{bomba} \quad (6.1)$$

siendo:

$V_{aljibe} = V_{aljibe}(t)$: volumen de agua existente en cada instante en el aljibe;

$Q_{entrada} = Q_{entrada}(t)$: caudal de agua que entra al aljibe a través de una válvula de boya;

$Q_{bomba} = Q_{bomba}(t)$: caudal de agua extraído por el grupo de bombeo.

Denominando S a la superficie del aljibe, y N al nivel del agua en el aljibe, resultará:

$$S \cdot \frac{dN}{dt} = Q_{entrada} - Q_{bomba} \quad (6.2)$$

- Ecuación de continuidad en el calderín:

$$\frac{dV_{hc}}{dt} = Q_{bomba} - Q_{consumo} \quad (6.3)$$

siendo:

$V_{hc} = V_{hc}(t)$: volumen de agua en el interior del calderín;

$Q_{consumo} = Q_{consumo}(t)$: caudal consumido por los usuarios.

6.3.1.1 Determinación de $Q_{entrada}$

El caudal de entrada al aljibe dependerá de la presión existente en la acometida y de las pérdidas de carga en la instalación. Como se ha indicado anteriormente, se considera que existe una válvula de boya a la entrada del aljibe, cuya función es cortar la entrada del agua cuando el aljibe está lleno. De esta forma, las pérdidas de carga en la instalación estarán producidas en:

- Acometida.
- Tubería de alimentación general.
- Tubería de alimentación de la instalación de sobreelevación.
- Válvula de boya.

Denominando p_{red} a la presión existente en el punto de conexión de la acometida a la red general de distribución (que se supondrá constante a lo largo del día), y H_{aljibe} a la altura piezométrica aguas arriba de la válvula de boya del aljibe, se tendrá:

$$H_{aljibe} = p_{red} - h_{f,aco} - h_{f,gen} - h_{f,sobre} \quad (6.4)$$

siendo:

$h_{f,aco}$, $h_{f,gen}$, $h_{f,sobre}$: pérdidas de carga producidas en la acometida, tubo de alimentación general y tubo de alimentación de la instalación con sobreelevación, respectivamente.

Las pérdidas de carga en las tuberías se determinarán mediante la ecuación de Darcy-Weisbach:

$$h_f = \frac{8 \cdot f \cdot L_{calculo}}{\pi^2 \cdot g \cdot D^5} \cdot Q^2 \quad (6.5)$$

siendo:

f : factor de fricción.

$L_{calculo}$: longitud de cálculo, igual a la longitud real de la tubería, incrementada un 20% para tener en cuenta las pérdidas menores en codos, té, válvulas, etc.

Q : caudal circulante por la tubería.

g : aceleración de la gravedad (igual a 9,81 m²/s);

D : diámetro de la tubería.

El cálculo del factor de fricción se realiza mediante la ecuación de Colebrook-White:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \cdot \log_{10} \left[\frac{\epsilon_r}{3,7} + \frac{2,51}{Re \cdot \sqrt{f}} \right] \quad (6.6)$$

siendo:

$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{D}$: rugosidad relativa de la tubería, mientras que ϵ es la rugosidad absoluta de la tubería.

$Re = \frac{v \cdot D}{\nu}$: número de Reynolds, en donde v es la velocidad del agua en la tubería, y ν es la viscosidad cinemática del agua (se adopta generalmente $\nu = 1,01 \cdot 10^{-6}$ m²/s).

La utilización de la ecuación de Colebrook-White (6.6) puede resultar incómoda, al figurar el factor de fricción f en forma implícita; no obstante, es posible obtener f mediante un sencillo cálculo iterativo de punto fijo, cuya convergencia está asegurada para los valores de Re y ϵ_r que habitualmente se presentan. Para realizar la iteración de punto fijo, se reordena la ecuación (6.6) del siguiente modo:

$$f = G(f) = \frac{1}{4 \cdot \left[\log_{10} \left(\frac{\epsilon_r}{3,7} + \frac{2,51}{Re \cdot \sqrt{f}} \right) \right]^2} \quad (6.7)$$

Una vez determinados los valores de Re y ϵ_r , comienza el proceso iterativo, suponiendo un valor inicial del factor de fricción f_0 , que sustituido en la función G proporcionará el siguiente valor estimado, de la forma: $f_1 = G(f_0)$. El procedimiento continúa, sustituyendo f_i por f_{i+1} , hasta que la diferencia entre dos valores sucesivos es inferior a un determinado límite de convergencia. En la Figura 6.7 se ilustra este proceso.

La caracterización hidráulica de la válvula de boya se puede realizar mediante el *coeficiente de caudal* ó *factor de flujo* $K_v(\theta)$ (lo que en la literatura anglosajona se denota como C_v):

$$K_v(\theta) = \frac{Q}{\sqrt{\Delta p/s}} \quad (6.8)$$

siendo:

θ : grado de apertura de la válvula;

Q : caudal circulante;

Δp : pérdida de carga;

s : densidad relativa al agua (1 en nuestro caso).

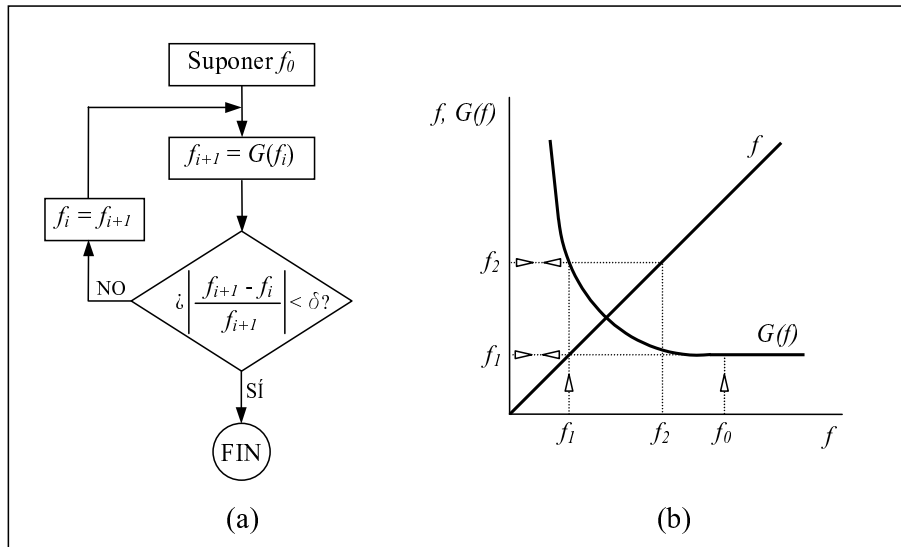


Figura 6.7.- Proceso iterativo para el cálculo del factor de fricción

Teniendo en cuenta que la descarga de la válvula de boya se produce a la atmósfera, resulta que $\Delta p = H_{aljibe}$; por lo tanto:

$$Q_{entrada} = K_v(\theta) \cdot \sqrt{H_{aljibe}} \quad (6.9)$$

Puesto que los fabricantes de las válvulas suelen proporcionar el valor del coeficiente de caudal a válvula abierta (denotado mediante K_{v0}), para obtener el coeficiente de caudal para cualquier grado de apertura de la válvula, puede utilizarse una tabla ó gráfico que relacione el grado de apertura θ con el cociente K_v/K_{v0} , tal como se muestra en la Figura 6.8. Este cociente coincide con la relación entre el caudal para el grado de apertura considerado, respecto del que pasaría a válvula abierta (Q/Q_0) para la misma pérdida de carga. Ello coincidiría con la relación de caudales entre ambas posiciones de la válvula, en una instalación en la que la válvula fuera el único elemento resistente, por lo que se denomina característica inherente de la válvula.

La relación mostrada en la Figura 6.8 puede ser adecuadamente ajustada mediante una función potencial:

$$\frac{K_v}{K_{v0}} = a \cdot \theta^b \quad (6.10)$$

Por otra parte, el grado de apertura de la válvula dependerá del nivel de agua en el aljibe. Considerando una relación lineal entre ambas variables, resultará:

$$\theta = 1 - \frac{N}{H} \quad (6.11)$$

siendo:

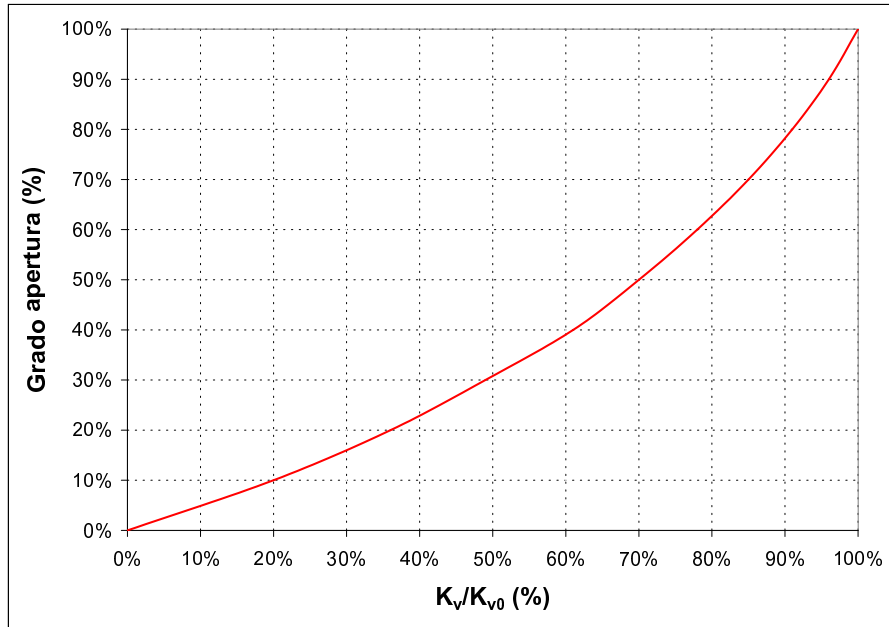


Figura 6.8.- Relación entre el grado de apertura y K_v/K_{v0} para válvulas de asiento plano en Y

N : nivel del agua en el aljibe, contado a partir del nivel en que la válvula está totalmente abierta;

H : altura que recorre el flotador de la válvula.

Combinando las ecuaciones (6.9), (6.10) y (6.11) se obtiene finalmente:

$$Q_{entrada} = K_{v0} \cdot a \cdot \left(1 - \frac{N}{H}\right)^b \cdot \sqrt{H_{aljibe}} \quad (6.12)$$

6.3.1.2 Determinación de Q_{bomba}

La bomba de la instalación de sobreelevación puede quedar caracterizada, como es habitual, mediante la ecuación de una parábola:

$$H_{bomba} = A - C \cdot Q_{bomba}^2 \quad (6.13)$$

siendo:

A, C : constantes;

H_{bomba} : altura piezométrica proporcionada por la bomba.

Puesto que la bomba aspira de un depósito que se encuentra a presión atmosférica, la altura que proporcione será aproximadamente igual a la presión en

el interior del calderín. Considerando que el aire en el interior del calderín sigue una evolución adiabática, se cumplirá:

$$p_c^* \cdot \forall_{ac}^{1,4} = K \quad (6.14)$$

siendo:

p_c^* : presión absoluta del aire en el interior del calderín;

\forall_{ac} : volumen del aire en el calderín;

K : constante.

Denominando p_h^* a la presión absoluta de hinchado del calderín y \forall_{cal} al volumen total del calderín, se cumplirá:

$$K = p_h^* \cdot \forall_{cal}^{1,4} \quad (6.15)$$

La presión relativa en el calderín p_c en un instante cualquiera, podrá ser por tanto obtenida mediante:

$$p_c = \frac{K}{(\forall_{cal} - \forall_{hc})^{1,4}} - 10,33 \quad (6.16)$$

Haciendo $p_c = H_{bomba}$, y teniendo en cuenta las ecuaciones (6.13) y (6.16), resulta:

$$Q_{bomba} = \sqrt{\frac{A + 10,33}{C} - \frac{K}{C \cdot (\forall_{cal} - \forall_{hc})^{1,4}}} \quad (6.17)$$

6.3.1.3 Integración de las ecuaciones de continuidad

La sustitución de las expresiones obtenidas para $Q_{entrada}$ y Q_{bomba} en las ecuaciones de continuidad del aljibe y del calderín, conduce a unas ecuaciones que no es posible resolver analíticamente, por lo que se realizará una integración numérica por la regla de los trapecios. La integración se realizará para intervalos de tiempo Δt lo suficientemente pequeños, en los cuales se pueda considerar que $Q_{consumo}$ es constante. Para ello, se van a diferenciar las situaciones en las que la bomba se encuentra en funcionamiento, y cuando está parada.

Bomba en funcionamiento

Ecuación de continuidad en el aljibe

$$N = N_0 + \frac{\Delta t}{2S} \left\{ K_{v0a} \left(1 - \frac{N}{H} \right)^b \sqrt{H_{aljibe}} - \sqrt{\frac{A + 10,33}{C} - \frac{K}{C(\forall_{cal} - \forall_{hc})^{1,4}}} + Q_{entrada,0} - Q_{bomba,0} \right\} \quad (6.18)$$

en donde el subíndice "0" representa las condiciones al inicio del intervalo de tiempo.

Ecuación de continuidad en el calderín

$$\begin{aligned} \forall_{hc} = \forall_{hc,0} + \frac{\Delta t}{2} \left[\sqrt{\frac{A + 10,33}{C} - \frac{K}{C(\forall_{cal} - \forall_{hc})^{1,4}}} \right. \\ \left. + Q_{bomba,0} \right] - \Delta t \cdot Q_{consumo} \end{aligned} \quad (6.19)$$

El proceso de cálculo para la obtención de las diferentes variables del problema comprende los siguientes pasos:

1. Mediante la ecuación (6.19) se obtiene \forall_{hc} . Puesto que esta variable aparece en los dos miembros de la ecuación, y no es posible despejarla, su determinación se deberá realizar mediante un proceso iterativo:
 - (a) Suponer un valor inicial $\forall_{hc,i}$ (por ejemplo, $\forall_{hc,i} = \forall_{hc,0}$).
 - (b) Calcular $\forall_{hc,i+1}$ mediante (6.19), introduciendo $\forall_{hc,i}$ en el segundo miembro de la ecuación.
 - (c) En el caso que la diferencia entre $\forall_{hc,i}$ y $\forall_{hc,i+1}$ sea superior que un determinado límite de convergencia, se hace $\forall_{hc,i} = \forall_{hc,i+1}$, y se vuelve al paso (b).
2. A partir de \forall_{hc} , la obtención de Q_{bomba} es inmediata utilizando la ecuación (6.17).
3. Puesto que H_{aljibe} depende de las pérdidas de carga que se producen en la instalación, y éstas a su vez, de $Q_{entrada}$, que es función de H_{aljibe} , la determinación de estas variables requiere también un proceso iterativo:
 - (a) Suponer un valor inicial $H_{aljibe,i}$ (por ejemplo, $H_{aljibe,i} = p_{red}$).
 - (b) Calcular N mediante la ecuación (6.18).
 - (c) Calcular $Q_{entrada}$ mediante la ecuación (6.12).
 - (d) Calcular $H_{aljibe,i+1}$ mediante (6.4).
 - (e) En el caso que la diferencia entre $H_{aljibe,i}$ y $H_{aljibe,i+1}$ sea superior que un determinado límite de convergencia, se hace $H_{aljibe,i} = H_{aljibe,i+1}$, y se vuelve al paso (b).
4. Con los valores obtenidos de N y H_{aljibe} , se determina $Q_{entrada}$ mediante (6.12).

Bomba parada En el caso en que $N = H$, el aljibe se encuentra totalmente lleno, por lo que no se produce entrada de agua. En este caso, se cumple: $Q_{entrada} = 0$, $Q_{bomba} = 0$. En caso contrario ($N < H$), se deben considerar las ecuaciones de continuidad en el aljibe y en el calderín.

Ecuación de continuidad en el aljibe

$$N = N_0 + \frac{\Delta t}{2S} \left\{ K_{v0} a \left(1 - \frac{N}{H} \right)^b \sqrt{H_{aljibe}} + Q_{entrada,0} \right\} \quad (6.20)$$

Ecuación de continuidad en el calderín

$$\forall_{hc} = \forall_{hc,0} - \Delta t \cdot Q_{consumo} \quad (6.21)$$

El proceso de cálculo comprende ahora los siguientes pasos:

1. Mediante la ecuación (6.21) se obtiene directamente \forall_{hc} .
2. La obtención de H_{aljibe} se realiza mediante el mismo proceso iterativo que en el caso de funcionamiento de la bomba, aunque en este caso se emplea (6.20) en lugar de (6.18) para el cálculo de N .
3. Con los valores obtenidos de N y H_{aljibe} , se determina $Q_{entrada}$ mediante (6.12).

Seguidamente se van a desarrollar las expresiones del tiempo de residencia, considerando en primer lugar, que el aljibe es un depósito de mezcla completa (CSTR), y a continuación, que es un depósito de tres compartimientos. Por simplicidad, se va a considerar que el agua que entra en el aljibe tiene en todo momento un tiempo de residencia igual a cero, y además que el tiempo de residencia del aljibe en $t = 0$ s es $t_{residencia} = 0$ s.

6.3.1.4 Depósito de mezcla completa

Para el cálculo del tiempo de residencia, deben diferenciarse las distintas situaciones que pueden producirse, en función de si está entrando agua en el aljibe, ó se está extrayendo agua del mismo. Se va a denominar $\Delta t_{acum.} = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \dots + \Delta t_n$ al incremento de tiempo acumulado, desde el inicio de la situación que se esté considerando, siendo Δt_i el incremento de tiempo de cálculo.

- 1°. $Q_{entrada} = 0$; $Q_{bomba} = 0$ Esta situación se produce cuando el aljibe está totalmente lleno, y la bomba se encuentra parada. En el instante inicial, se tiene el volumen máximo de agua en el aljibe (\forall_{max}), con un tiempo de residencia determinado ($t_{r,i}$). En cualquier instante durante esta situación se cumplirá:

$$t_{residencia} = t_{r,i} + \Delta t_{acum.} \quad (6.22)$$

- 2°. $Q_{entrada} > 0$; $Q_{bomba} > 0$ Para la determinación del tiempo de residencia, se considera que en cada instante, el volumen de agua que hay en el aljibe está formado por dos términos: por una parte, por el volumen de agua que ha entrado a través de la válvula de boya, en el intervalo de tiempo anterior al instante

considerado, y por otra, por el volumen de agua que queda en el aljibe, del que había al inicio de dicho intervalo de tiempo:

$$\forall_{aljibe} = \forall_1 + \forall_2 \quad (6.23)$$

siendo:

\forall_1 : volumen de agua que ha entrado en el aljibe en el intervalo de tiempo considerado;

\forall_2 : volumen de agua que ha permanecido en el aljibe.

Seguidamente se va a determinar el tiempo de residencia de cada uno de estos volúmenes.

1. $t_{residencia,1}$

En cada uno de los intervalos de tiempo, entra un volumen \forall_1 a un caudal que puede considerarse constante, e igual al promedio del caudal al inicio del intervalo, $Q_{entrada,i}$, y el caudal al final del intervalo, $Q_{entrada,f}$. De esta forma:

$$\forall_1 = \frac{\Delta t}{2} \cdot (Q_{entrada,i} + Q_{entrada,f}) \quad (6.24)$$

El tiempo de residencia de un elemento diferencial de volumen $d\forall_1$ que entre en el aljibe en el instante t será:

$$t_{residencia,d\forall_1} = \Delta t - t \quad (6.25)$$

El tiempo de residencia del volumen \forall_1 valdrá por tanto:

$$t_{residencia,1} = \frac{\int_0^{\Delta t} t_{residencia,d\forall_1} \cdot dt}{\forall_1} = \frac{\int_0^{\Delta t} (\Delta t - t) \cdot dt}{\frac{\Delta t}{2}} = \frac{\Delta t}{2} \quad (6.26)$$

Si bien lo que acaba de indicarse podría ser válido como una primera aproximación, puede determinarse el tiempo de residencia de una forma más exacta, teniendo en cuenta que el caudal que entra al aljibe en cada intervalo de tiempo no es constante, sino que varía entre $Q_{entrada,i}$ y $Q_{entrada,f}$. Considerando una variación lineal entre ambos valores extremos, resulta:

$$Q_{entrada} = Q_{entrada,i} + \frac{Q_{entrada,f} - Q_{entrada,i}}{\Delta t} \cdot t \quad (6.27)$$

En este caso, el tiempo de residencia del volumen \forall_1 será:

$$t_{residencia,1} = \frac{\int_0^{\forall_1} t_{residencia,d\forall_1} \cdot d\forall}{\int_0^{\forall_1} d\forall} = \frac{\int_0^{\Delta t} (\Delta t - t) \cdot Q_{entrada} \cdot dt}{(\Delta t/2) \cdot (Q_{entrada,i} + Q_{entrada,f})} \quad (6.28)$$

Sustituyendo en la ecuación (6.28) el valor de $Q_{entrada}$ de la ecuación (6.27), resulta:

$$t_{residencia,1} = \frac{\Delta t}{3} \cdot \frac{2Q_{entrada,i} + Q_{entrada,f}}{Q_{entrada,i} + Q_{entrada,f}} \quad (6.29)$$

Como puede comprobarse, en el caso que $Q_{entrada,i} = Q_{entrada,f}$, la expresión (6.29) se convierte en (6.26). No obstante, hay que indicar que habiendo realizado cálculos del tiempo de residencia global, utilizando una u otra de las dos expresiones anteriores, se ha comprobado que apenas existen diferencias en los resultados obtenidos.

2. $t_{residencia,2}$

Siendo $\forall_{2,i}$ el volumen de agua en el aljibe al inicio del intervalo de tiempo, el volumen $\forall_{2,f}$ al final del intervalo valdrá:

$$\forall_{2,f} = \forall_{2,i} - \forall_{bomba} \quad (6.30)$$

en donde \forall_{bomba} es el volumen de agua extraído por la bomba en el intervalo de tiempo, con un valor:

$$\forall_{bomba} = \frac{\Delta t}{2} \cdot (Q_{bomba,i} + Q_{bomba,f}) \quad (6.31)$$

siendo:

$Q_{bomba,i}$: caudal de la bomba al inicio del intervalo;

$Q_{bomba,f}$: caudal de la bomba al final del intervalo.

El volumen $\forall_{2,i}$ al inicio del intervalo puede obtenerse mediante:

$$\forall_{2,i} = S \cdot h_i \quad (6.32)$$

siendo:

h_i : altura del agua en el aljibe en el instante inicial.

Llamando $t_{r,i}$ al tiempo de residencia del agua en el aljibe al inicio del intervalo de tiempo, el tiempo de residencia del volumen \forall_2 al final del intervalo valdrá:

$$t_{residencia,2} = t_{r,i} + \Delta t \quad (6.33)$$

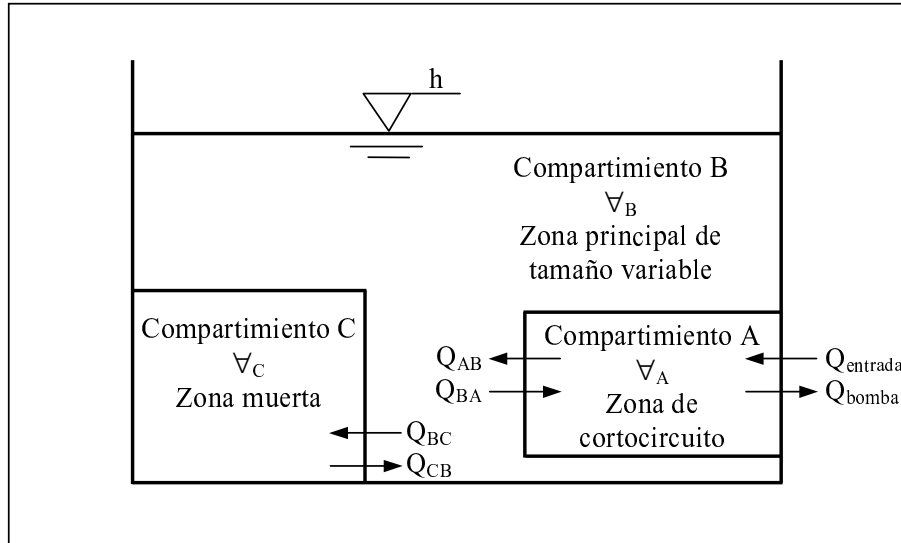


Figura 6.9.- Representación del modelo de tres compartimientos

El tiempo de residencia del volumen de agua en el interior del aljibe se obtiene como la media ponderada de los tiempos de residencia de los volúmenes V_1 y V_2 :

$$t_{residencia} = \frac{V_1 \cdot t_{residencia,1} + V_2 \cdot t_{residencia,2}}{V_1 + V_2} \quad (6.34)$$

- 3°. $Q_{entrada} > 0$; $Q_{bomba} = 0$ Esta situación se produce cuando la bomba ha parado, pero el aljibe no está totalmente lleno, y continúa entrando agua. La determinación del tiempo de residencia se hará igual que en el caso anterior; la única diferencia es que en este caso, V_2 permanece constante en cada intervalo de tiempo, al haber parado la bomba.
- 4°. $Q_{entrada} = 0$; $Q_{bomba} > 0$ Esta situación no puede producirse ya que, cuando arranca la bomba, disminuye el nivel de agua en el aljibe, haciendo que abra la válvula de boya ($Q_{entrada} > 0$).

6.3.1.5 Modelo de tres compartimientos

En este caso, se tienen los caudales y volúmenes indicados en la Figura 6.9. Se admite que los tres compartimientos se comportan como tanques de mezcla completa.

Se van a adoptar las siguientes hipótesis:

- $V_B = V_B(h)$
- $V_A = V_C = 0,2 \cdot V_{aljibe}$

- $Q_{AB} = Q_{entrada}$
- $Q_{BA} = Q_{bomba}$
- $Q_{BC} = Q_{CB} = X \cdot Q_{entrada} = 0, 1 \cdot Q_{entrada}$

Denominando S_B a la superficie asociada a la zona B , resultará:

$$V_B(t) = S_B \cdot h(t) \quad (6.35)$$

Por otra parte, denotando con el subíndice T a las variables en el instante en que el aljibe se encuentra totalmente lleno, se tendrá:

$$S_B = \frac{\forall_{aljibe,T} - \forall_{A,T} - \forall_{C,T}}{h_T} \quad (6.36)$$

El tiempo de residencia del aljibe se calculará como una media ponderada de los tiempos de permanencia de cada uno de los compartimientos:

$$t_{residencia} = \frac{\forall_A \cdot t_{r,A} + \forall_B \cdot t_{r,B} + \forall_C \cdot t_{r,C}}{\forall_A + \forall_B + \forall_C} \quad (6.37)$$

Debe tenerse en cuenta que si bien este valor representará el tiempo de residencia del volumen de agua que hay en el interior del aljibe, el caudal de agua que salga del aljibe tendrá un tiempo de residencia igual a $t_{r,A}$, ya que se supone que la zona A representa la zona de cortocircuito del depósito, en donde se produce la entrada y la salida del agua.

1°. $Q_{entrada} = 0$; $Q_{bomba} = 0$ Denominando con el subíndice “i”, las condiciones al inicio del intervalo de tiempo se tiene:

$$t_{r,A} = t_{r,Ai} + \Delta t_{acum.} \quad (6.38)$$

$$t_{r,B} = t_{r,Bi} + \Delta t_{acum.} \quad (6.39)$$

$$t_{r,C} = t_{r,Ci} + \Delta t_{acum.} \quad (6.40)$$

2°. $Q_{entrada} > 0$; $Q_{bomba} > 0$ En este caso, deben calcularse en primer lugar los tiempos de residencia de cada compartimiento por separado.

Compartimiento A Al igual que antes, se designa mediante el subíndice “1” al volumen de agua que entra al compartimiento en el intervalo de tiempo Δt , mientras que el subíndice “2” denota al volumen que permanece:

$$\forall_A = \forall_{A_1} + \forall_{A_2} \quad (6.41)$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned}\forall_{A1} &= \frac{\Delta t}{2} \cdot (Q_{BA,i} + Q_{BA,f} + Q_{entrada,i} + Q_{entrada,f}) \\ &= \frac{\Delta t}{2} \cdot (Q_{bomba,i} + Q_{bomba,f} + Q_{entrada,i} + Q_{entrada,f})\end{aligned}\quad (6.42)$$

$$\forall_{A2} = \forall_A - \frac{\Delta t}{2} \cdot (Q_{bomba,i} + Q_{bomba,f} + Q_{entrada,i} + Q_{entrada,f}) \quad (6.43)$$

El tiempo de residencia será la media ponderada de los tiempos de residencia de los volúmenes \forall_{A1} y \forall_{A2} :

$$t_{r,A} = \frac{\forall_{A1}t_{r,A1} + \forall_{A2}t_{r,A2}}{\forall_A} \quad (6.44)$$

$$\begin{aligned}t_{r,A1} &= \frac{\int_0^{\forall_{A1}} t_{r,d\forall} d\forall}{\int_0^{\forall_{A1}} d\forall} = \frac{\int_0^{\forall_{A1}} t_{r,d\forall_{BA}} d\forall_{BA} + t_{r,d\forall_{entrada}} d\forall_{entrada}}{\int_0^{\forall_{A1}} d\forall} \\ &= \frac{(t_{r,Bi} + \Delta t)(Q_{bomba,i} + Q_{bomba,f}) + \frac{Q_{entrada,f} + 2Q_{entrada,i}}{3} \Delta t}{Q_{entrada,i} + Q_{entrada,f} + Q_{bomba,i} + Q_{bomba,f}}\end{aligned}\quad (6.45)$$

Para la obtención de la ecuación (6.45) se tiene en cuenta que el caudal que entra al compartimiento A procedente del compartimiento B lo hace con un tiempo de residencia igual a $t_{r,Bi} + t$; por lo tanto:

$$t_{r,d\forall_{BA}} = t_{r,Bi} + t + \Delta t - t = t_{r,Bi} + \Delta t \quad (6.46)$$

Por otra parte, el tiempo de residencia del volumen \forall_{A2} será:

$$t_{r,A2} = t_{r,Ai} + \Delta t \quad (6.47)$$

Compartimiento B El compartimiento B intercambia agua con los compartimientos A y C , por lo que resulta:

$$\forall_{B1} = \frac{\Delta t}{2} (Q_{entrada,i} + Q_{entrada,f})(1 + X) \quad (6.48)$$

$$\forall_{B2} = \forall_{Bi} - \frac{\Delta t}{2} [Q_{bomba,i} + Q_{bomba,f} + X(Q_{entrada,i} + Q_{entrada,f})] \quad (6.49)$$

Procediendo de forma similar al caso anterior, se obtienen las siguientes expresiones:

$$t_{r,B} = \frac{\forall_{B1}t_{r,B1} + \forall_{B2}t_{r,B2}}{\forall_{B1} + \forall_{B2}} \quad (6.50)$$

$$\begin{aligned} t_{r,B1} &= \frac{\int_0^{\forall_{B1}} t_{r,d\forall} d\forall}{\int_0^{\forall_{B1}} d\forall} = \frac{\int_0^{\forall_{B1}} t_{r,d\forall_{AB}} d\forall_{AB} + t_{r,d\forall_{CB}} d\forall_{CB}}{\int_0^{\forall_{B1}} d\forall} \\ &= \frac{t_{r,Ai} + \Delta t + X(t_{r,Ci} + \Delta t)}{1 + X} \end{aligned} \quad (6.51)$$

$$t_{r,B2} = t_{r,Bi} + \Delta t \quad (6.52)$$

Compartimiento C El compartimiento C tan sólo intercambia agua con el compartimiento B, obteniéndose las siguientes expresiones:

$$\forall_{C1} = \frac{\Delta t}{2}(Q_{entrada,i} + Q_{entrada,f})X \quad (6.53)$$

$$\forall_{C2} = \forall_{C0} - \frac{\Delta t}{2}X(Q_{entrada,i} + Q_{entrada,f}) \quad (6.54)$$

$$t_{r,C} = \frac{\forall_{C1}t_{r,C1} + \forall_{C2}t_{r,C2}}{\forall_{C1} + \forall_{C2}} \quad (6.55)$$

$$t_{r,C1} = t_{r,Bi} + \Delta t \quad (6.56)$$

$$t_{r,C2} = t_{r,Ci} + \Delta t \quad (6.57)$$

3°. $Q_{entrada} > 0$; $Q_{bomba} = 0$

Compartimiento A Teniendo en cuenta que en este caso $Q_{BA} = Q_{bomba} = 0$, resulta:

$$\forall_{A1} = \frac{\Delta t}{2}(Q_{entrada,i} + Q_{entrada,f}) \quad (6.58)$$

$$\forall_{A2} = \forall_A - \frac{\Delta t}{2} \cdot (Q_{entrada,i} + Q_{entrada,f}) \quad (6.59)$$

$$t_{r,A1} = \frac{\Delta t}{3} \frac{2Q_{entrada,i} + Q_{entrada,f}}{Q_{entrada,i} + Q_{entrada,f}} \quad (6.60)$$

$$t_{r,A2} = t_{r,Ai} + \Delta t \quad (6.61)$$

Compartimiento B Sirven las mismas expresiones que se han obtenido en la situación anterior, salvo por lo que respecta a \forall_{B2} :

$$\forall_{B2} = \forall_{Bi} - \frac{\Delta t}{2} X(Q_{entrada,i} + Q_{entrada,f}) \quad (6.62)$$

Compartimiento C Puesto que el compartimiento C tan sólo intercambia agua con el compartimiento B , y los caudales Q_{BC} y Q_{CB} dependen únicamente del caudal de entrada, sirven todas las expresiones obtenidas en la situación anterior.

6.3.2 Ejemplo de aplicación

En este apartado se van a utilizar las expresiones desarrolladas en el apartado anterior para calcular el tiempo de residencia en un aljibe que alimenta un edificio de viviendas. Las principales hipótesis de partida van a ser las siguientes:

- El edificio dispone de planta baja más 8 plantas situadas por encima (9 alturas en total).
- En la planta baja no existe consumo, mientras que en las plantas 1 a la 8 hay dos viviendas por planta (16 viviendas en total).
- Todas las viviendas son de tipo D, según la NIA.
- El caudal consumido en las viviendas será igual al registrado en las viviendas de Milford a que se hace referencia en el Capítulo 4.
- La presión de la red de distribución en el punto de acometida se considera constante e igual a 20 m.c.a. durante todo el período de simulación (31 días).
- El edificio dispone de una instalación de sobreelevación que alimenta a la totalidad de las viviendas.
- El volumen unitario del aljibe es de 1.000 l/viv. (16.000 l en total).
- La evolución del aire en el interior del calderín es adiabática.

Con objeto de analizar el diferente comportamiento del aljibe, en función del grado de ocupación del edificio, se van a considerar dos situaciones: por un lado, que exista consumo en 14 viviendas (correspondiente a las 14 viviendas seleccionadas en Milford), y por otro, que tan sólo se produzca consumo en 4 viviendas. El caso de una ocupación baja del edificio se presenta en poblaciones con una fuerte componente estacional, en donde fuera de la temporada alta, el grado de ocupación disminuye considerablemente, mientras que la capacidad de almacenamiento de los aljibes no varía, pudiendo producirse condiciones de insalubridad.

En cada una de las situaciones que se van a analizar, en primer lugar se realizará la simulación del tiempo de residencia en el aljibe, considerando los consumos de agua correspondientes a la serie histórica, pasando a continuación a realizar diferentes simulaciones para series sintéticas obtenidas mediante el modelo estocástico. De esta forma, se comprobará que las series sintéticas son adecuadas para estudiar la calidad del agua en los depósitos de agua domiciliarios ó aljibes.

6.3.2.1 Dimensionado de la instalación

El dimensionado de la instalación se va a realizar de acuerdo con la NIA.

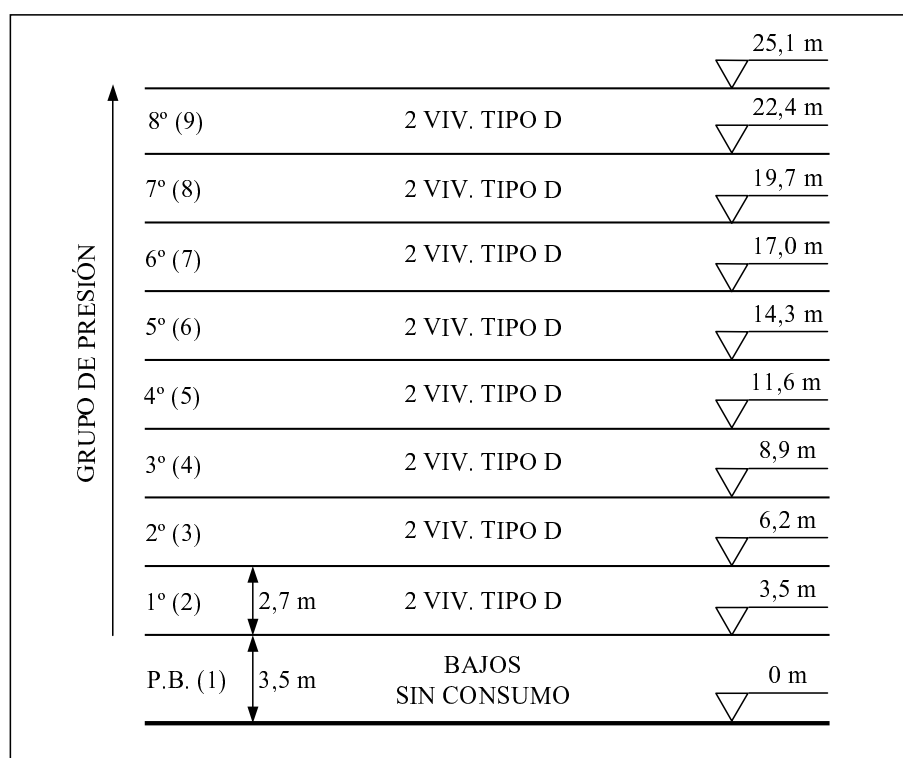


Figura 6.10.- Esquema de la sección del edificio considerado

Acometida (acero galvanizado; longitud = 1,5 m) Según el apartado 1.5.1.2 de la NIA, teniendo en cuenta el número y tipo de suministros a abastecer, así como el material de la tubería, el diámetro de la acometida debe ser 2". Por otra parte, según la Tabla 6.6, el diámetro interior correspondiente será:

$$\phi_{int,aco} = 60,3 - 2 \cdot 3,6 = 53,1 \text{ mm}$$

Tubo de alimentación (acero galvanizado; longitud: 8 m) De acuerdo con el apartado 1.5.2 de la NIA, le corresponde un diámetro de 2 1/2", siendo su diámetro interior: $\phi_{int,alim} = 68,9 \text{ mm}$.

Tabla 6.6.- Dimensiones de los tubos de acero galvanizado

Diámetro nominal		Diámetro exterior (mm)			Diámetro de pared (mm)	
Pulgadas	mm	Medio	Máximo	Mínimo	Nominal	Mínimo
3/8	10	17,2	17,5	16,7	2,3	2,07
1/2	15	21,3	21,8	21,0	2,6	2,34
3/4	20	26,9	27,3	26,5	2,6	2,34
1	25	33,7	34,2	33,3	3,2	2,88
1 1/4	32	42,4	42,9	42,0	3,2	2,88
1 1/2	40	48,3	48,8	47,9	3,2	2,88
2	50	60,3	60,8	59,7	3,6	3,24
2 1/2	65	76,1	76,6	75,3	3,6	3,24
3	80	88,9	89,5	88,0	4,0	3,6
4	100	114,3	115,0	113,1	4,5	4,05
5	125	139,7	140,8	138,5	5,0	4,5
6	150	165,1	166,5	163,9	5,0	4,5

Válvula de boya del aljibe Sobre este asunto no se da ninguna indicación en la normativa, por lo que consultado un catálogo de un fabricante de válvulas (Válvulas ROSS), se selecciona una válvula 20F de diámetro 1", cuya característica resistente a válvula abierta queda representada en la Figura 6.11.

Ajustando la curva mostrada en la Figura 6.11 a una función potencial, se obtiene el siguiente resultado:

$$H = 454.104,7 \cdot Q^{1,8022}$$

Teniendo en cuenta, además, la relación indicada en la Figura 6.8, resulta finalmente la siguiente ecuación de pérdidas de carga para la válvula de boya elegida:

$$H_{aljibe} = 389.465,82 \cdot \theta^{-1,3910} \cdot Q^{1,8022}$$

Instalación de sobreelevación El apartado 1.6.1.1 de la NIA define el caudal de la bomba del grupo de sobreelevación funcionando en el límite más alto de presión, lo que equivale a establecer el caudal de la bomba en el instante que para:

$$Q_{paro} = 100 \text{ l/min.} = 1,67 \text{ l/s}$$

Si bien la Norma no indica cuál debe ser el caudal de arranque de la bomba, parece lógico considerar que la bomba deberá ser capaz de satisfacer el caudal punta demandado por las 16 viviendas. Para calcular dicho caudal punta, se va

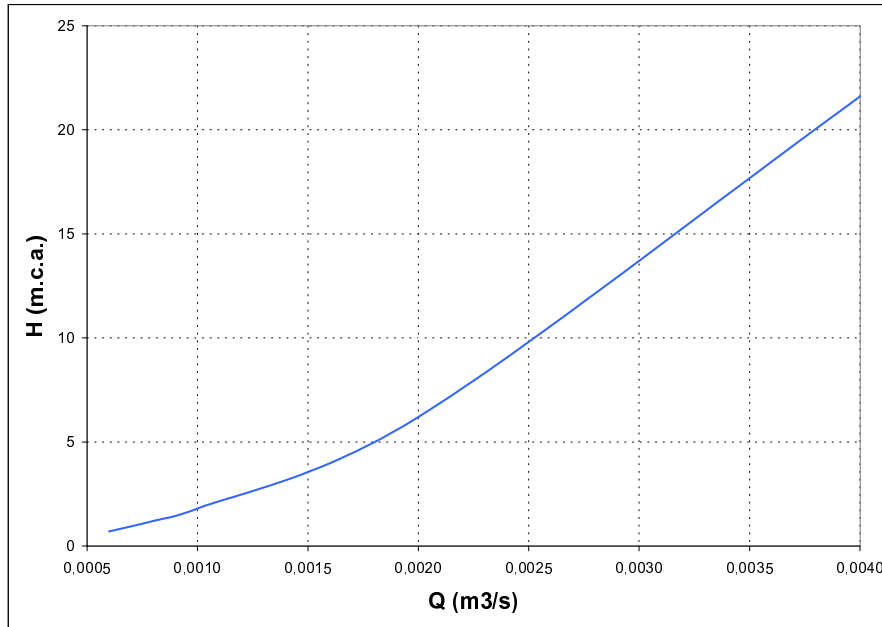


Figura 6.11.- Pérdidas de carga a válvula abierta (Ross 20F 1")

a suponer que las viviendas disponen de 11 aparatos sanitarios, con un caudal instalado de 1,9 l/s. Para tener en cuenta el hecho que no todos los aparatos van a estar funcionando simultáneamente, se adopta el siguiente coeficiente de simultaneidad:

$$k = \frac{1}{\sqrt{n - 1}} \quad (6.63)$$

siendo n el número de aparatos sanitarios. Aplicando la ecuación (6.63), se obtiene el caudal punta por vivienda, mediante el producto del caudal instalado y el coeficiente de simultaneidad k . Para tener en cuenta la simultaneidad entre varias viviendas del mismo tipo, se utiliza otro coeficiente k' :

$$k' = \frac{19 + N}{10 \cdot (N + 1)} \quad (6.64)$$

en donde N es el número de viviendas iguales. Por otra parte, dada la incertidumbre existente en la determinación de caudales, así como los cambios de costumbres de la población, algunos autores mayoran los caudales obtenidos mediante la aplicación de estas expresiones, entre un 15 y un 25%. Adoptando un coeficiente de mayoración del 20%, y denotando Q_i al caudal instalado, resulta un caudal punta para el conjunto de viviendas:

$$Q_{punta} = 1,2 \cdot N \cdot k \cdot k' \cdot Q_i = 2,37 \text{ l/s} \quad (6.65)$$

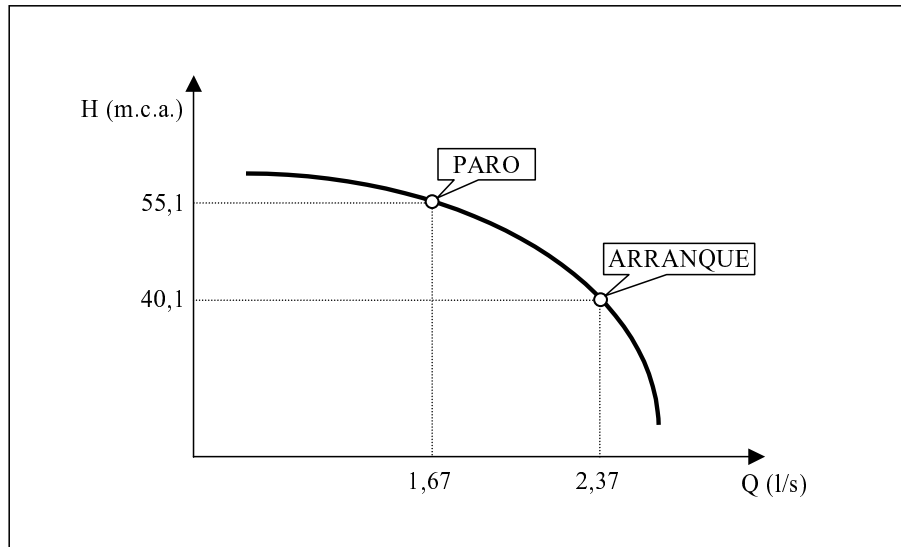


Figura 6.12.- Especificaciones de la bomba

Según la Figura 6.10, el techo de la planta más elevada se encuentra a 25,1 m, por lo que de acuerdo con el apartado 1.6.1.2 de la NIA, se precisa una presión mínima en el calderín, superior en 15 m a dicha altura. Puesto que la bomba aspira de un depósito que se encuentra a presión atmosférica, dicha presión mínima en el calderín coincidirá con la presión de arranque de la bomba:

$$P_{arranque} = 25,1 + 15 = 40,1 \text{ m}$$

La presión máxima del agua en el calderín que fija la Norma, que coincidirá con la presión de paro de la bomba, es superior en 30 m.c.a. a dicha presión mínima. Este incremento de presión se considera excesivo, puesto que conllevaría fluctuaciones de presión muy grandes, adoptándose finalmente un incremento de 15 m.c.a. De esta forma:

$$P_{paro} = P_{arranque} + 15 = 55,1 \text{ m}$$

En la Figura 6.12 se indican gráficamente los puntos de arranque y paro de la bomba.

Consultado el catálogo de un fabricante de bombas (Bombas Ideal), se comprueba que la bomba que mejor se ajusta a estos puntos de funcionamiento es la VIP-96, cuya curva característica es:

$$H = 77,68 - 4.590.897,79 \cdot Q^2$$

estando expresado H en m.c.a., y Q en m^3/s . Por otra parte, su curva de rendimientos es:

$$\eta = 0,22 + 387,95 \cdot Q - 99.563,91 \cdot Q^2$$

estando igualmente Q expresado en m^3/s , y el rendimiento η , en tanto por uno. La potencia consumida por la bomba valdrá por tanto:

$$P_{bomba} = \frac{\gamma \cdot Q_{bomba} \cdot H_{bomba}}{\eta} \quad (6.66)$$

siendo γ el peso específico del agua. El cálculo de la energía consumida durante un intervalo de tiempo Δt se realizará mediante integración numérica de la potencia, por la regla de los trapecios:

$$E_{bomba} = \frac{\Delta t}{2} \cdot [P_{bomba,i} + P_{bomba,f}] \quad (6.67)$$

Teniendo en cuenta la curva característica de esta bomba, así como las indicaciones de la normativa, y la condición impuesta anteriormente de que exista un incremento de presión de 15 m entre el arranque y paro de la bomba, resultan finalmente los siguientes puntos extremos de funcionamiento:

<u>ARRANQUE</u>	<u>PARO</u>
$Q = 2,50 \text{ l/s}$	$Q = 1,67 \text{ l/s}$
$H = 48,99 \text{ m}$	$H = 64,93 \text{ m}$

Para el cálculo del calderín, va a considerarse que éste es un acumulador de membrana, por lo que puede asimilarse al calderín con compresor que figura en la NIA. De esta forma, resulta:

$$V_{cal} = 16 \cdot 23 = 368 \text{ l} \approx 400 \text{ l}$$

Considerando que la presión de hinchado del calderín sea 5 m.c.a. inferior a la presión de arranque de la bomba, se obtiene:

$$K = p_c^* \cdot V_{ac}^{1,4} = (43,99 + 10,33) \cdot 0,4^{1,4} = 15,06 \text{ m}^{5,2}$$

6.3.2.2 Resultados para una ocupación de 14 viviendas

En la Tabla 6.7 se muestran los resultados obtenidos para el tiempo de residencia, considerando un modelo de mezcla completa, mientras que en la Tabla 6.8 figuran los resultados correspondientes a un modelo de tres compartimientos. Como puede observarse en ambos casos, los resultados obtenidos utilizando series sintéticas son similares a los correspondientes a la serie histórica, tanto por lo que respecta al valor promedio, como al valor máximo y desviación estándar, si bien se aprecia que los valores máximos de las series sintéticas son ligeramente inferiores que los de la serie histórica. Esto puede ser consecuencia de que las series sintéticas producen un reparto del consumo a lo largo del día de forma más uniforme que la serie histórica, lo que impide que hayan largos períodos sin consumo, que son los que producen los valores máximos del tiempo de residencia.

Por otra parte, se observa también que el tiempo de residencia promedio del modelo de tres compartimientos es aproximadamente un 84% mayor que el tiempo de residencia del modelo de mezcla completa. Ello es debido a que en el modelo de tres compartimientos, el agua que entra por el compartimiento A (que se ha considerado con un tiempo de residencia igual a 0 segundos) no se mezcla completamente con el agua del resto del tanque, existiendo tan sólo un intercambio parcial de agua con el compartimiento B, y produciéndose la salida del agua a través del compartimiento A, que es el de menor tiempo de residencia de los tres compartimientos. En el caso que se hubiera considerado que el agua de entrada al aljibe tiene un tiempo de residencia igual al tiempo de permanencia del agua en la red de abastecimiento, las diferencias entre ambos modelos habrían sido menores. No obstante, debe tenerse en cuenta que en el modelo de tres compartimientos, el agua entra ó sale del tanque a través del compartimiento A, por lo que el tiempo de residencia que se debería considerar en un análisis de la calidad de agua del tanque, sería el correspondiente al compartimiento A. Si se compara el tiempo de residencia del compartimiento A con el del tanque de mezcla completa, se observa que es aproximadamente un 7% inferior a aquel, por lo que las diferencias son en este caso menores.

En las Figuras 6.13 y 6.14 se muestra la evolución del tiempo de residencia a lo largo del período de simulación, para el modelo de tres compartimientos. Se puede observar que durante los primeros 6-8 días se produce un aumento pronunciado del tiempo de residencia, siguiendo con un incremento más moderado en los días siguientes, alcanzándose al final del período simulado, un valor del tiempo de residencia para el compartimiento A en torno a 300.000 s, lo que equivale a 3,5 días. Este valor, al que habría que añadirle el tiempo de permanencia del agua en la red, puede hacer perder las características de potabilidad del agua, lo que pone de manifiesto los problemas de insalubridad que se pueden presentar en el caso de utilizar estos dispositivos como medio para paliar las deficiencias en la red de distribución.

En la Tabla 6.9 se indican los principales parámetros de funcionamiento corres-

Tabla 6.7.- *Tiempo de residencia para un modelo de mezcla completa (14 viviendas)*

	Suma consumos diarios (l)	Tiempo de residencia (s)		
		Máximo	Promedio	Desviación estándar
Serie histórica	261.707,182	207.774,13	154.571,75	30.894,68
Serie sintética n° 1	246.502,188	206.636,69	162.247,96	28.396,36
Serie sintética n° 2	256.005,454	202.821,25	156.897,82	31.309,48
Serie sintética n° 3	251.611,894	203.576,36	161.463,86	33.400,09
Serie sintética n° 4	271.727,680	192.528,81	147.757,47	27.513,36
Serie sintética n° 5	280.766,293	186.497,04	143.598,21	27.036,19
Serie sintética n° 6	282.937,338	184.243,11	143.123,43	25.591,99
Serie sintética n° 7	247.706,555	206.769,56	162.591,10	32.101,47
Serie sintética n° 8	255.935,060	187.097,74	156.230,31	29.528,88
Serie sintética n° 9	260.860,725	196.091,13	155.360,58	31.556,48
Serie sintética n° 10	257.357,090	200.930,49	155.927,27	31.084,67

pondientes al equipo de bombeo. Todos los valores mostrados se refieren a la totalidad del período de simulación, observándose que existe un buen ajuste de las series sintéticas con respecto a la serie histórica. No obstante, en el caso del número de horas de funcionamiento, el valor correspondiente a la serie histórica es inferior al de las series sintéticas. Esto es consecuencia, al igual que en el caso del valor máximo del tiempo de residencia, a que las series sintéticas reparten el consumo de manera más uniforme que los registros históricos.

6.3.2.3 Resultados para una ocupación de 4 viviendas

En las Tablas 6.10 y 6.11 se muestran los resultados del tiempo de residencia correspondientes a un modelo de mezcla completa y de tres compartimientos, respectivamente. Al igual que ocurría en el caso de una ocupación de 14 viviendas, se observan unos resultados similares para la serie histórica y para las series sintéticas, aunque en este caso los valores del tiempo de residencia son considerablemente mayores. Como se puede apreciar en las Figuras 6.15 y 6.16, el tiempo de residencia del compartimiento A llega a alcanzar valores cercanos a 800.000 s (equivalente a 9,3 días) al final del período de simulación, lo que supone un deterioro muy importante de la calidad del agua.

En la Tabla 6.12 se indican los parámetros de funcionamiento del equipo de bombeo, observándose un comportamiento similar al caso en que existía una ocupación de 14 viviendas, aunque en este caso las diferencias entre el número de horas de funcionamiento correspondiente a las series sintéticas, con respecto a la serie histórica son mayores, estando comprendidas entre un 10-18%.

Tabla 6.8.- Tiempo de residencia para un modelo de tres compartimientos (14 viviendas)

	$t_{r,A}$ (s)			$t_{r,B}$ (s)			$t_{r,C}$ (s)		
	Máximo	Promedio	Desv. est.	Máximo	Promedio	Desv. est.	Máximo	Promedio	Desv. est.
Serie histórica	200.387,53	144.315,44	33.823,55	342.873,82	257.892,36	62.645,48	673.307,73	510.344,29	155.803,15
Serie sint. n° 1	190.967,64	151.012,54	33.013,13	331.655,75	269.602,33	62.262,89	657.944,35	532.103,24	160.122,36
Serie sint. n° 2	192.215,25	145.787,59	34.877,04	332.016,43	260.170,74	64.922,36	672.612,08	512.404,94	160.597,85
Serie sint. n° 3	190.368,93	150.319,08	35.128,53	331.386,19	268.450,12	65.567,53	674.490,31	530.030,16	163.962,48
Serie sint. n° 4	187.317,79	137.961,02	31.856,59	325.769,67	246.281,50	59.519,51	654.308,72	487.197,64	149.093,14
Serie sint. n° 5	179.268,26	134.259,31	30.134,24	312.461,19	239.800,78	56.219,04	622.300,74	475.187,11	140.667,06
Serie sint. n° 6	175.504,34	134.983,12	28.431,01	306.183,22	241.247,01	53.439,08	607.859,91	481.880,06	137.732,68
Serie sint. n° 7	198.150,30	151.096,35	36.264,96	341.788,27	269.775,56	67.673,09	679.632,54	531.753,89	168.981,11
Serie sint. n° 8	184.921,09	145.679,17	34.108,39	320.683,73	259.999,83	63.646,74	653.620,80	513.766,56	159.760,52
Serie sint. n° 9	191.528,86	144.624,11	35.638,76	332.422,57	258.292,93	66.252,95	673.861,85	509.977,19	163.260,53
Serie sint. n° 10	195.875,45	145.237,11	35.992,84	338.216,72	259.234,90	66.911,00	676.279,79	511.819,20	165.507,62

	$t_{r,prom.}$ (s)		
	Máximo	Promedio	Desv. est.
Serie histórica	380.382,95	285.667,36	74.928,64
Serie sint. n° 1	366.302,60	298.384,56	75.531,35
Serie sint. n° 2	370.799,83	287.740,95	77.589,86
Serie sint. n° 3	371.734,05	297.139,92	78.398,76
Serie sint. n° 4	363.706,01	272.800,63	71.556,06
Serie sint. n° 5	347.456,89	265.769,75	67.446,70
Serie sint. n° 6	340.099,45	268.120,84	64.741,20
Serie sint. n° 7	378.922,66	298.435,38	81.185,53
Serie sint. n° 8	359.982,19	287.889,04	76.578,88
Serie sint. n° 9	371.330,60	285.896,02	79.150,29
Serie sint. n° 10	377.203,40	286.952,20	80.131,01

Tabla 6.9.- *Parámetros de funcionamiento de la bomba (14 viviendas)*

	E_{bomba} (KW·h)	N° arranques	Tiempo funcionamiento (s)	N° horas funcionamiento
Serie histórica	68,9009	3.797	124.437,00	710
Serie sint. n° 1	64,8738	3.698	117.133,10	724
Serie sint. n° 2	67,3906	3.817	121.682,42	716
Serie sint. n° 3	66,2164	3.760	119.555,89	716
Serie sint. n° 4	71,5162	4.043	129.109,47	722
Serie sint. n° 5	73,9040	4.189	133.434,49	739
Serie sint. n° 6	74,4713	4.201	134.457,88	730
Serie sint. n° 7	65,1984	3.706	117.716,38	717
Serie sint. n° 8	67,3613	3.814	121.616,13	720
Serie sint. n° 9	68,6532	3.892	123.954,36	725
Serie sint. n° 10	67,7371	3.836	122.300,89	714

Tabla 6.10.- *Tiempo de residencia para un modelo de mezcla completa (4 viviendas)*

	Suma consumos diarios (l)	Tiempo de residencia (s)		
		Máximo	Promedio	Desviación estándar
Serie histórica	87.201,524	545.275,99	400.716,86	110.960,51
Serie sintética n° 1	95.073,460	482.250,41	366.454,97	91.389,93
Serie sintética n° 2	92.650,199	523.665,04	376.590,74	113.232,20
Serie sintética n° 3	90.028,375	532.640,65	387.609,83	110.766,85
Serie sintética n° 4	95.384,663	536.099,44	382.791,20	134.298,45
Serie sintética n° 5	90.097,348	517.192,25	394.097,86	111.081,97
Serie sintética n° 6	96.373,419	471.658,77	373.826,85	96.942,17
Serie sintética n° 7	79.089,119	569.546,56	427.446,36	129.168,21
Serie sintética n° 8	98.401,859	453.373,04	363.035,65	92.487,09
Serie sintética n° 9	87.362,887	510.826,71	406.212,45	113.063,51
Serie sintética n° 10	88.901,806	523.218,07	400.166,64	115.076,64

Tabla 6.11.- Tiempo de residencia para un modelo de tres compartimientos (4 viviendas)

	$t_{r,A}$ (s)			$t_{r,B}$ (s)			$t_{r,C}$ (s)		
	Máximo	Promedio	Desv. est.	Máximo	Promedio	Desv. est.	Máximo	Promedio	Desv. est.
Serie histórica	484.101,78	328.763,07	104.083,16	831.533,96	577.147,39	195.495,45	1.540.952,69	985.800,54	433.198,03
Serie sint. n° 1	448.328,35	305.258,34	91.060,68	770.841,94	536.798,31	172.419,50	1.479.531,12	935.932,39	396.280,04
Serie sint. n° 2	476.235,65	310.642,43	108.112,96	824.094,49	544.544,51	199.959,17	1.554.859,95	935.225,23	429.797,75
Serie sint. n° 3	478.092,71	319.579,30	104.819,59	817.362,07	560.610,63	195.130,06	1.552.743,66	963.136,46	425.169,30
Serie sint. n° 4	464.034,02	313.435,22	124.191,82	807.145,99	550.699,49	228.246,57	1.567.448,45	940.162,95	473.150,47
Serie sint. n° 5	462.673,04	324.449,35	105.783,97	806.120,39	570.312,08	198.702,75	1.513.860,84	980.588,96	438.183,34
Serie sint. n° 6	429.161,24	311.069,35	95.340,09	748.144,47	547.693,29	180.305,96	1.451.186,37	955.151,71	411.591,92
Serie sint. n° 7	512.425,87	345.132,01	120.582,12	892.132,78	603.648,21	224.802,50	1.679.825,03	1.007.699,67	475.521,70
Serie sint. n° 8	407.801,02	303.640,45	90.659,30	716.873,31	534.554,38	171.650,66	1.415.468,35	937.346,11	395.574,19
Serie sint. n° 9	446.315,30	333.369,30	107.215,98	780.253,38	585.653,73	202.244,40	1.531.662,20	1.002.594,61	448.329,46
Serie sint. n° 10	445.127,51	329.743,51	106.696,22	767.955,00	579.210,37	200.144,28	1.508.082,11	996.224,81	444.164,66

	$t_{r,prom.}$ (s)		
	Máximo	Promedio	Desv. est.
Serie histórica	899.333,93	609.201,15	223.228,73
Serie sint. n° 1	848.074,51	570.317,13	199.963,12
Serie sint. n° 2	900.460,47	575.900,23	226.795,98
Serie sint. n° 3	893.825,46	592.909,53	221.949,62
Serie sint. n° 4	888.820,42	581.139,33	255.700,41
Serie sint. n° 5	876.771,76	603.194,91	226.929,59
Serie sint. n° 6	824.388,83	581.860,19	208.495,89
Serie sint. n° 7	972.559,87	632.755,26	253.415,04
Serie sint. n° 8	790.384,24	568.929,94	198.965,69
Serie sint. n° 9	859.641,29	618.585,02	231.236,75
Serie sint. n° 10	850.878,98	612.719,89	228.474,28

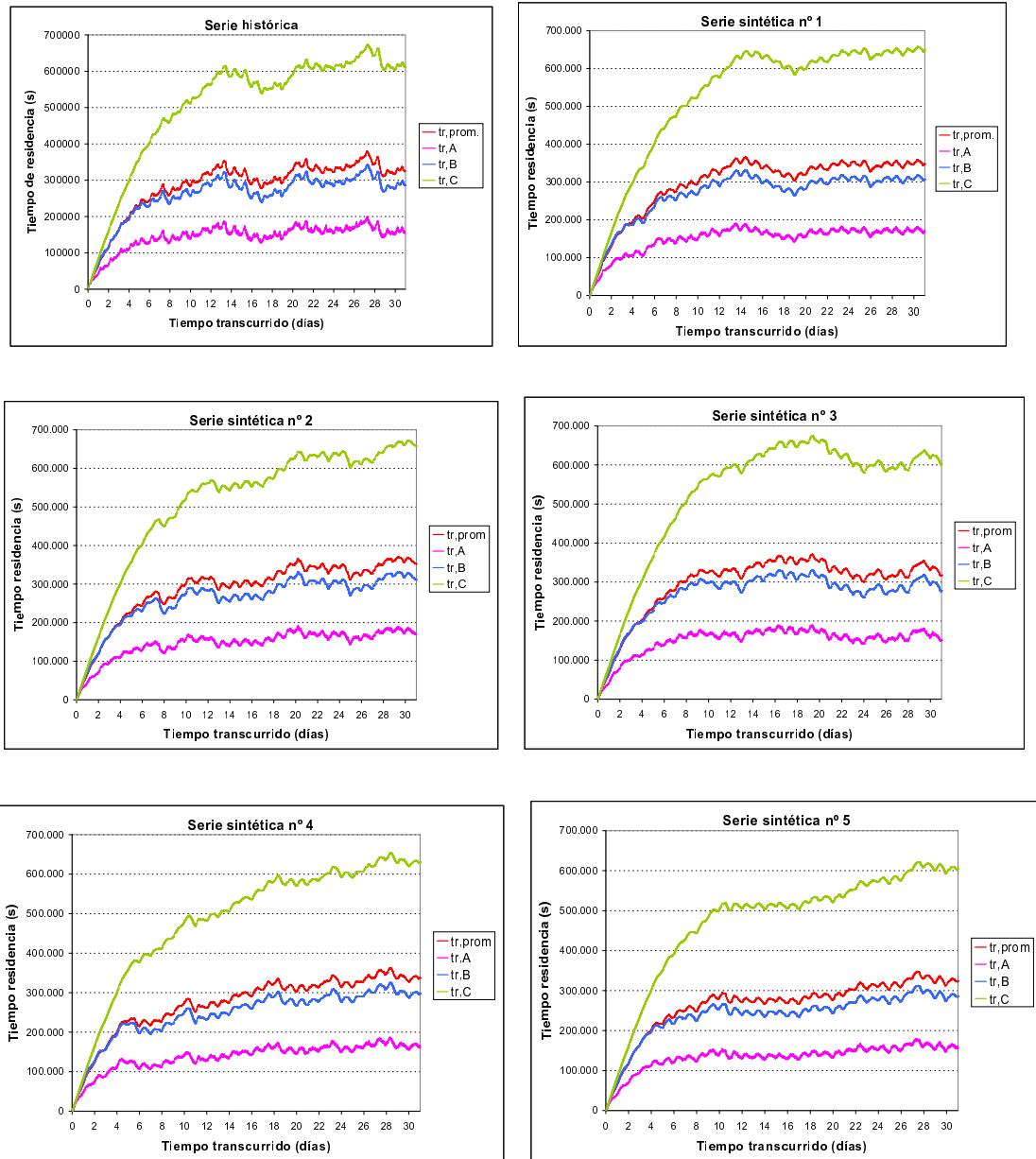


Figura 6.13.- Tiempo de residencia para una ocupación de 14 viviendas

6.4 Detección de fugas

Las fugas son habitualmente el componente más grande del caudal de agua no registrado, e incluye pérdidas de agua en tuberías de distribución, acometidas y depósitos. Junto con los errores de medición y los consumos no registrados, constituyen la causa por la que la suma de todos los consumos medidos sea inferior que

6.4 Detección de fugas

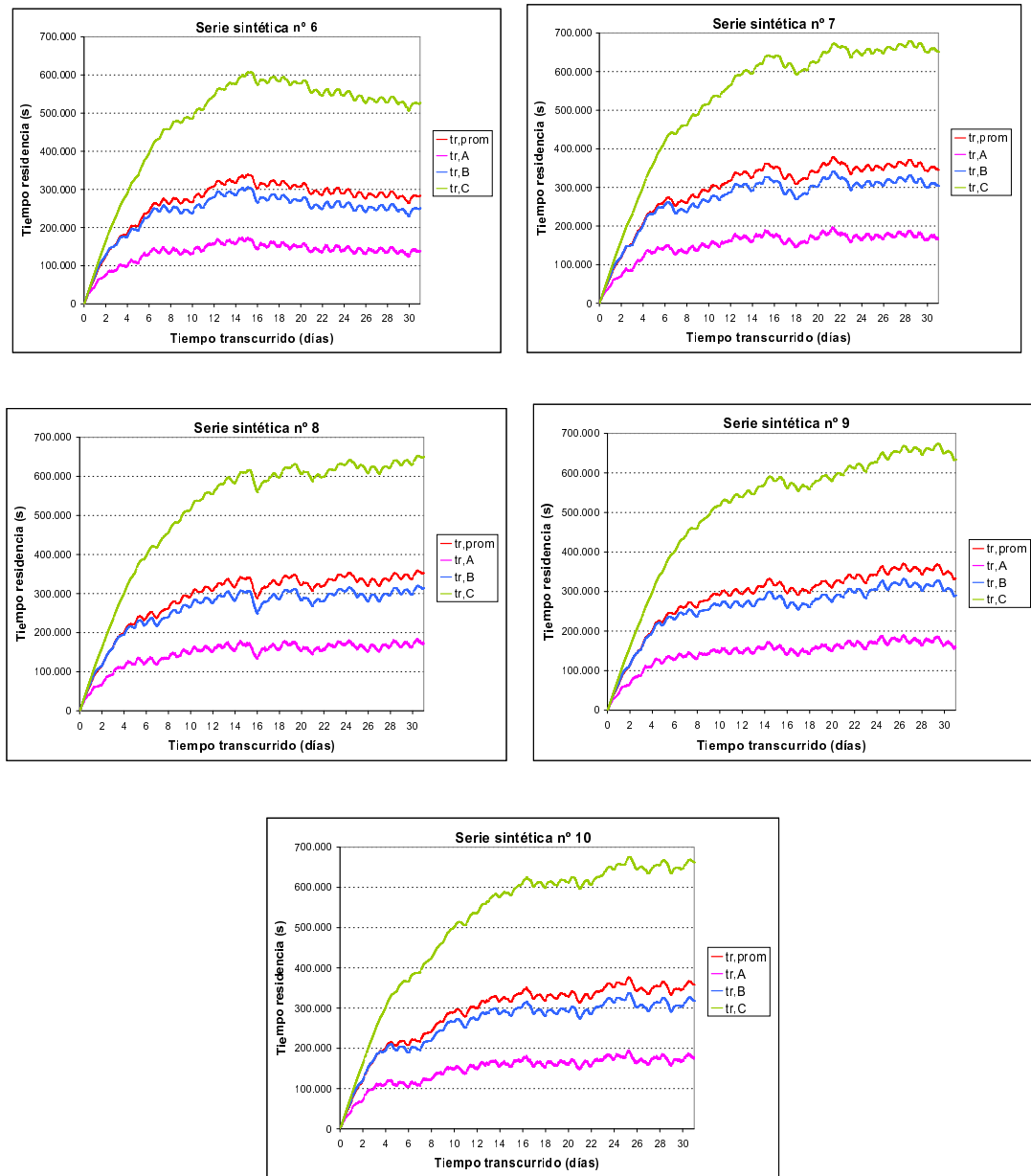


Figura 6.14.- Tiempo de residencia para una ocupación de 14 viviendas (cont.)

la cantidad total de agua producida en la planta de tratamiento.

Debido a la importancia de las fugas, las operaciones tendentes a su localización y reparación son una parte esencial del mantenimiento de cualquier sistema de abastecimiento. Los métodos que se suelen utilizar para la detección de fugas están basados en la escucha del sonido producido por éstas. Puesto que los recursos disponibles para llevar a cabo esta tarea son limitados, resulta muy útil disponer de métodos que permitan estimar la localización probable de las fugas, con objeto

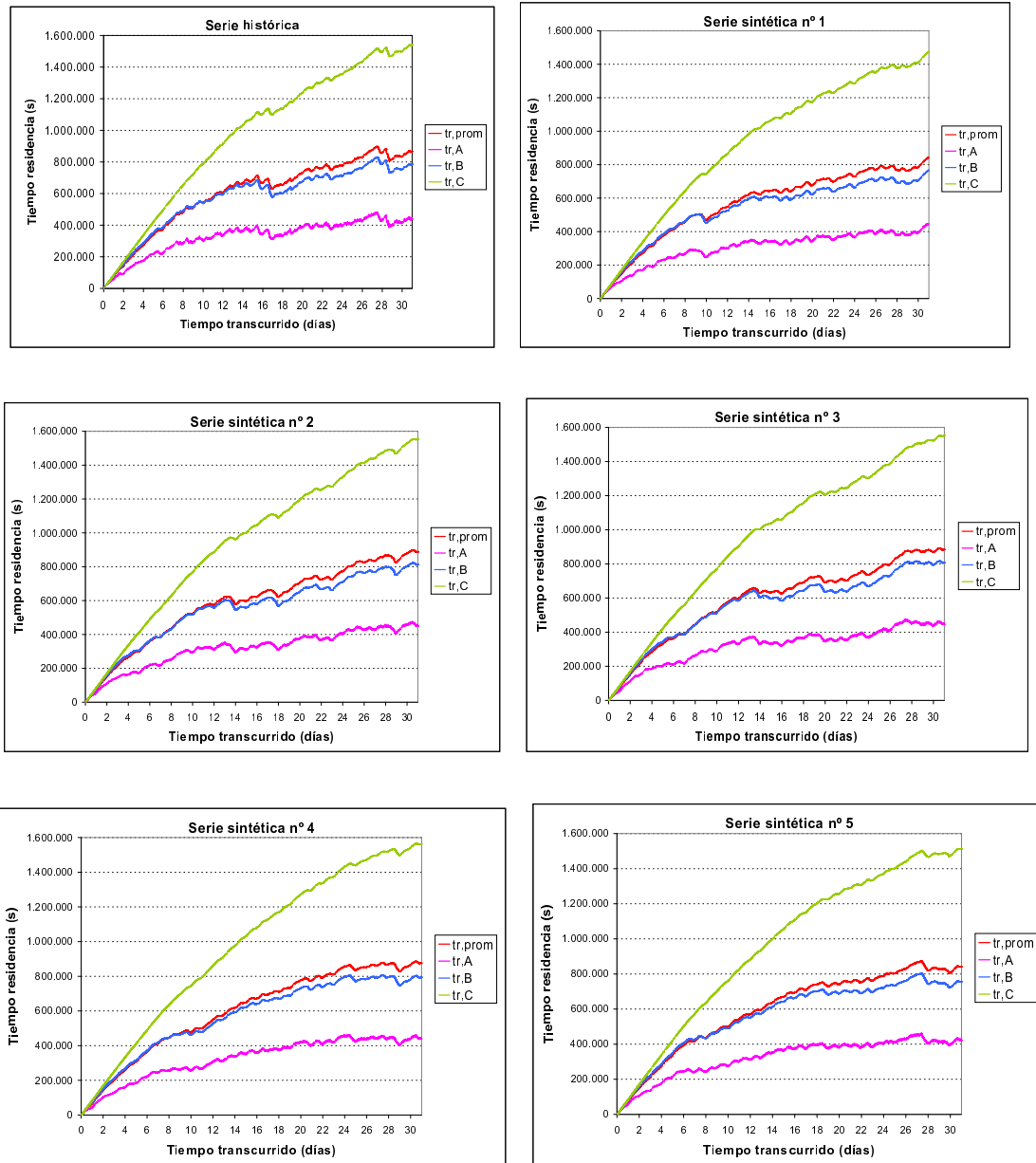


Figura 6.15.- *Tiempo de residencia para una ocupación de 4 viviendas*

de poder realizar una adecuada planificación de los programas de detección de fugas.

En el Capítulo 2 se han expuesto algunos de tales métodos: medición de caudales nocturnos, discriminación de los términos que constituyen el caudal de agua incontrolado (fugas y consumos no medidos), y métodos inversos. Ninguno de estos métodos puede considerarse que sea una solución definitiva al problema, siendo más bien métodos complementarios, cada uno con una serie de limitaciones. La medición de caudales nocturnos supone que deben conocerse adecuadamente los consumos

6.4 Detección de fugas

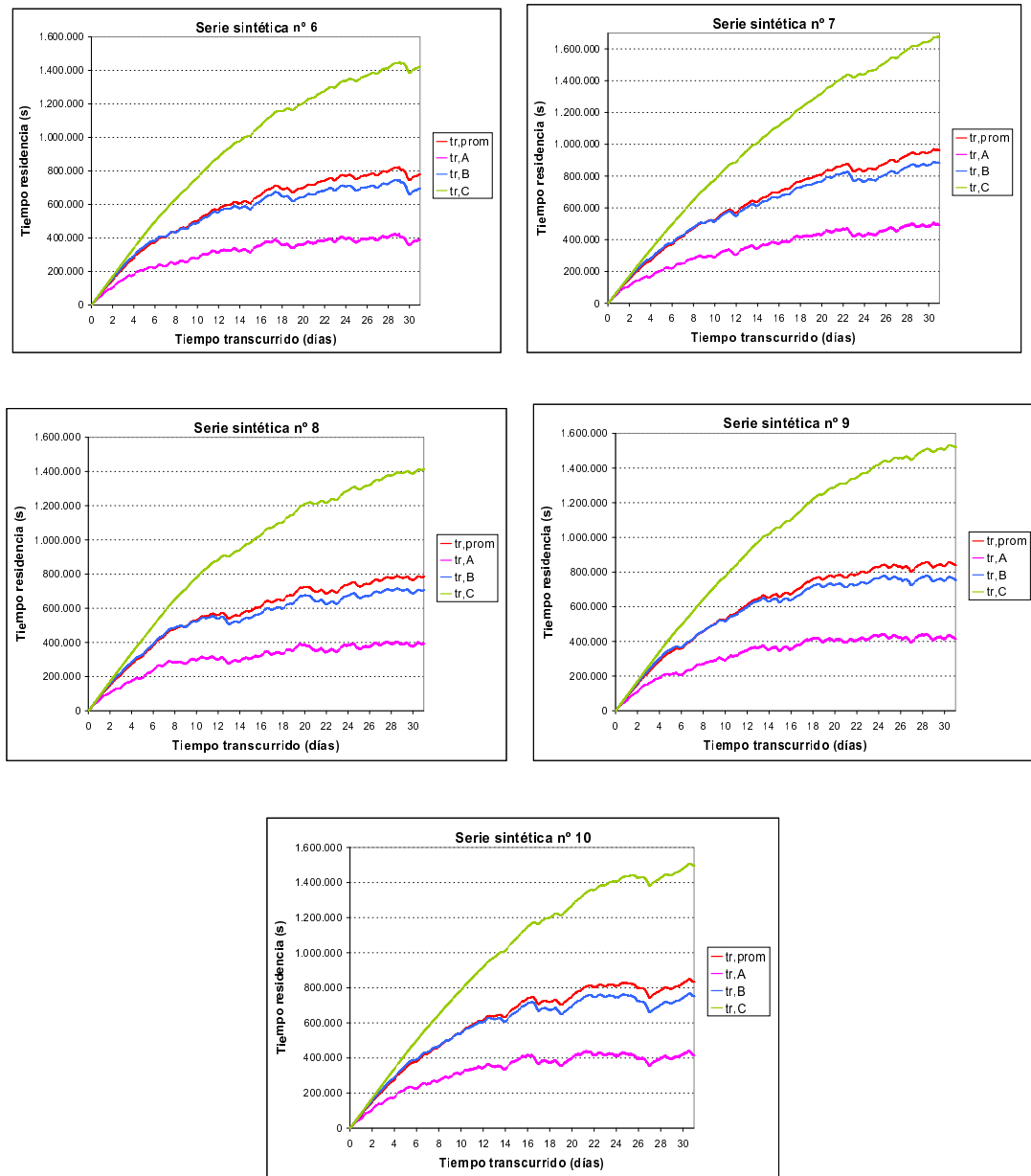


Figura 6.16.- *Tiempo de residencia para una ocupación de 4 viviendas (cont.)*

nocturnos, con objeto de poder obtener las fugas como diferencia de ambos. En el caso de la discriminación del caudal de agua incontrolado, debe disponerse de un modelo matemático bien calibrado, y conocer con suficiente precisión los patrones temporales de los consumos de agua. Los métodos inversos, si bien son muy sólidos desde un punto de vista teórico, presentan algunas dificultades para su aplicación práctica, como la necesidad de disponer de los parámetros del modelo bien ajustados, ó los recursos que se precisan para resolver el problema inverso.

Tabla 6.12.- *Parámetros de funcionamiento de la bomba (4 viviendas)*

	E_{bomba} (KW·h)	N° arranques	Tiempo funcionamiento (s)	N° horas funcionamiento
Serie histórica	22,9508	1.311	41.442,00	563
Serie sint. n° 1	25,0120	1.474	45.153,60	644
Serie sint. n° 2	24,3729	1.440	44.000,33	635
Serie sint. n° 3	23,6756	1.404	42.735,35	641
Serie sint. n° 4	25,0862	1.478	45.283,52	658
Serie sint. n° 5	23,7054	1.405	42.795,48	649
Serie sint. n° 6	25,3484	1.498	45.761,20	663
Serie sint. n° 7	20,7992	1.235	37.546,59	620
Serie sint. n° 8	25,8876	1.532	46.732,52	652
Serie sint. n° 9	22,9754	1.363	41.472,39	642
Serie sint. n° 10	23,3830	1.384	42.212,58	628

En el presente apartado, se va a utilizar el modelo estocástico desarrollado, para aplicarlo a la discriminación del caudal de agua incontrolado en una red de ejemplo. Por una parte, se utilizarán las curvas de modulación correspondientes a la suma de viviendas de Milford, durante todo el período en el que se dispone de registros históricos (31 días), para obtener la relación $\sigma_s(Q) \div x$, y por otra, se utilizarán curvas de modulación correspondientes a series sintéticas generadas mediante el modelo estocástico. Puesto que, como se ha indicado, el método para realizar esta discriminación, es muy sensible a los patrones temporales de consumo de agua, esto nos servirá para evaluar si los patrones obtenidos mediante el modelo estocástico se aproximan suficientemente bien a los patrones registrados.

En el ejemplo que se va a analizar, se va a considerar que el exponente γ que caracteriza la relación entre fugas y presión es igual a 0,5. De esta forma, el caudal que va a asignarse a cada nudo j para realizar la simulación mediante el modelo matemático de la red será:

$$Q_j = (Q_r)_j \left[1 + (1 - x) \left(\frac{1}{\bar{\eta}_s} - 1 \right) \right] + K_f \bar{L}_j (H_j - z_j)^{0,5} \quad (6.68)$$

siendo:

$(Q_r)_j$: caudal registrado en el nudo j ;

x : relación entre el caudal incontrolado fugado, y el caudal incontrolado total ($x = Q_{if}/Q_i$);

$\bar{\eta}_s$: rendimiento global del sistema, uniforme en toda la red de distribución, con un valor igual a 0,6;

\bar{L}_j : longitud ponderada de cada nudo j ; determinada asignando a cada nudo el 50% de las longitudes de las tuberías que en él concurren;

K_f : constante de fuga desconocida, invariante en toda la zona de estudio;
 H_j : altura piezométrica en el nudo j ;
 z_j : cota del nudo j .

Puesto que la constante de fuga es desconocida, y va a ser diferente para cada simulación (diferente valor de x), su determinación se realizará en cada caso mediante el siguiente procedimiento:

1. Suponer que en toda la red existe una presión constante a lo largo de todo el período de simulación, e igual a $(H - z)_0$. De esta forma, la estimación inicial de la constante de fuga será:

$$K_{f0} = \frac{Q_{if}}{(H - z)_0^{0,5}} \quad (6.69)$$

2. Introducir el valor de K_{f0} obtenido mediante la ecuación (6.69), en la ecuación (6.68) y realizar la simulación de la red.
3. Obtener la presión en todos los nudos de la red, $(H_j - z_j)$
4. Extender la ecuación (6.68) a todos los nudos de la red, durante el período completo de simulación:

$$\sum_{t=1}^{24} Q(t)\Delta t = \sum_{t=1}^{24} \sum_{j=1}^n (Q_r)_j [1 + (1 - x)\left(\frac{1}{\bar{\eta}_s} - 1\right)] \Delta t + \sum_{t=1}^{24} \sum_{j=1}^n K_f \bar{L}_j (H_j - z_j)^{0,5} \Delta t \quad (6.70)$$

siendo:

$Q(t)$: caudal inyectado a la red;

Δt : intervalo temporal adoptado en la simulación (1 hora).

De esta forma, resulta:

$$K_f = \frac{\sum_{t=1}^{24} Q(t)\Delta t - \sum_{t=1}^{24} \sum_{j=1}^n (Q_r)_j \left[1 + (1 - x)\left(\frac{1}{\bar{\eta}_s} - 1\right)\right] \Delta t}{\sum_{t=1}^{24} \sum_{j=1}^n \bar{L}_j (H_j - z_j)^{0,5} \Delta t} \quad (6.71)$$

5. Comparar K_{f0} con K_f . En el caso que la diferencia sea superior a un determinado límite de convergencia, volver al paso (2), con el valor obtenido de K_f .

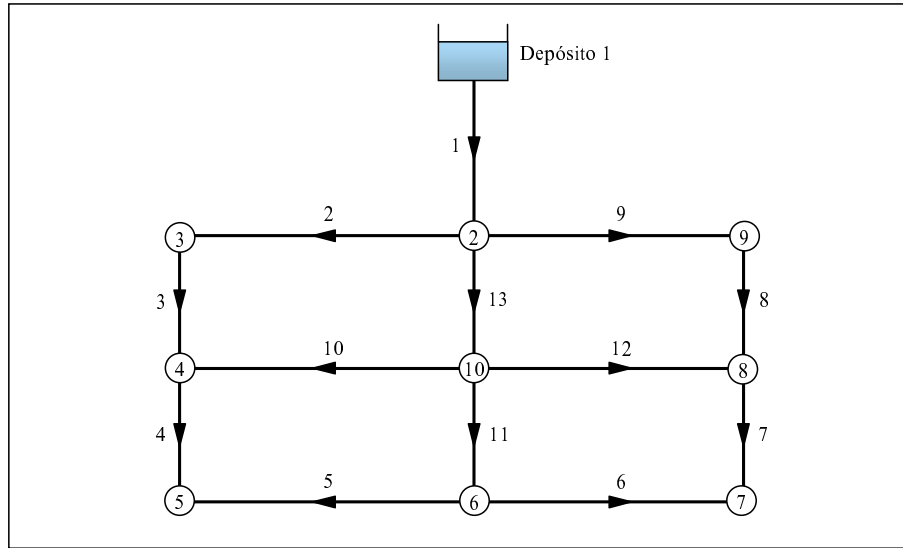


Figura 6.17.- Red ejemplo para la discriminación del agua incontrolada

La red sobre la que se van a realizar los cálculos es la misma que se utiliza en (Almandoz *et al.*, 2002), viniendo representada en la Figura 6.17. Está constituida por 1 depósito de suministro de agua, 13 tuberías y 9 nudos, cuyas características se indican en la Tabla 6.13. Para el cálculo de las pérdidas de carga se utilizará la fórmula de Darcy-Weisbach, con una rugosidad absoluta para todas las tuberías $\varepsilon = 0,1 \text{ mm}$.

Tabla 6.13.- Características de la red ejemplo

Tubería	Diámetro (mm)	Longitud (m)	Nudo	Demanda (l/s)	Tipo demanda	Cota (m)
1	600	1.600	Depósito 1	-	-	85
2	350	500	2	5	doméstica	40
3	350	300	3	18	combinada	30
4	300	670	4	15	industrial	25
5	100	600	5	45	doméstica	4
6	125	350	6	20	comercial	4
7	300	100	7	35	doméstica	20
8	100	1.140	8	15	industrial	25
9	350	200	9	22	comercial	40
10	100	400	10	15	oficial	30
11	100	600				
12	350	200				
13	400	600				

Como puede verse en la Tabla 6.13, se consideran 4 tipos de demanda: doméstica (nudos 2, 5 y 7), industrial (nudos 4 y 8), comercial (nudos 6 y 9) y oficial (nudo

10). Por otra parte, en el nudo 3 existe una demanda combinada de los 4 tipos: 50% doméstica, 20% comercial, 15% oficial y 15% industrial. Se va a considerar que la curva de modulación doméstica es diferente para cada día, obtenida a partir de la serie histórica ó la serie sintética correspondientes a la suma de viviendas de Milford, mientras que las curvas de modulación del resto de tipos de demandas no van a experimentar variación. En la Figura 6.18 se representan las curvas de modulación indicadas.

La modelación de los caudales de fuga se ha hecho mediante válvulas de retención, conectadas a nudos con presión = 0 m.c.a. (Figura 6.19). El coeficiente de pérdidas de carga de las válvulas de retención se ha igualado, en cada caso, al producto $\bar{L}_j \cdot K_f$, mientras que la cota de los nudos donde descargan las válvulas de retención es la misma que la de los correspondientes nudos origen.

Con objeto de analizar la linealidad de la relación $\sigma_s(Q) \div x$, se han obtenido los valores de $\sigma_s(Q)$ para $x = 0, 0,25, 0,50, 0,75$ y 1 , correspondientes al día 1 de la serie histórica. El ajuste de estos valores a una recta, tiene un coeficiente de determinación de 0,9999, por lo que se considera que en el resto de días, es suficiente calcular los valores extremos $x = 0$ y $x = 1$. Los resultados obtenidos se muestran en la Tabla 6.14, quedando representados gráficamente en la Figura 6.20.

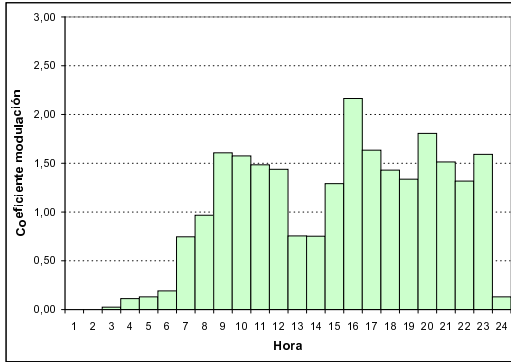
Al comparar las Figuras 6.20(a) y 6.20(b), se puede observar que las relaciones $\sigma_s(Q) \div x$ muestran en ambos casos una tendencia similar, con unas pendientes muy parecidas. No obstante, en el caso de la serie histórica existe una mayor variabilidad que en el caso de la serie sintética, alcanzándose valores mayores de $\sigma_s(Q)$. Con objeto de comparar de una forma más directa, el diferente comportamiento de ambas series, se han obtenido las rectas promedio correspondientes a cada una, estando representado este resultado en la Figura 6.21, y quedando caracterizadas por las siguientes expresiones:

$$\text{Serie histórica: } \sigma_s(Q) = -84,43 \cdot x + 200,52$$

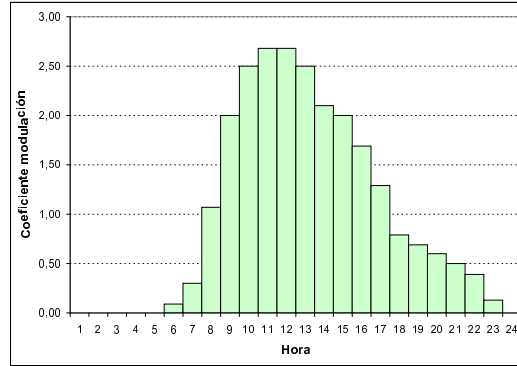
$$\text{Serie histórica: } \sigma_s(Q) = -77,70 \cdot x + 184,42$$

Como puede apreciarse, la pendiente de ambas rectas es bastante similar, aunque la recta correspondiente a la serie sintética queda situada por debajo de la de la serie histórica, lo que supone que la serie sintética obtenida mediante el modelo produce una variación menor en la modulación de caudales diarios que la serie histórica. Si se comparan los valores de x correspondientes a diferentes valores de $\sigma_s(Q)$ (Tabla 6.15), se observa que el error que se cometería al utilizar la recta de la serie sintética, en lugar de la de la serie histórica, está comprendido entre 0,12 y 0,21.

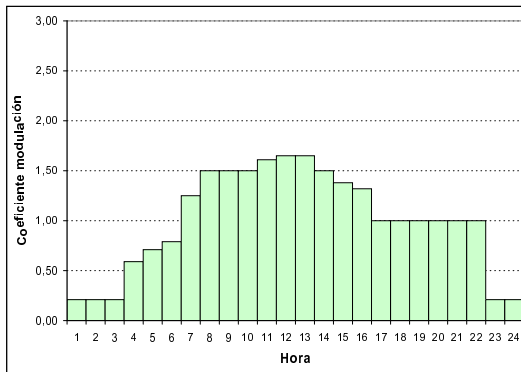
En un principio, cabría pensar que el origen de esta diferencia puede deberse a que la curva de modulación temporal $g(t)$ que se utiliza en el modelo para obtener el número de pulsos a lo largo del día, es una curva promedio de las correspondien-



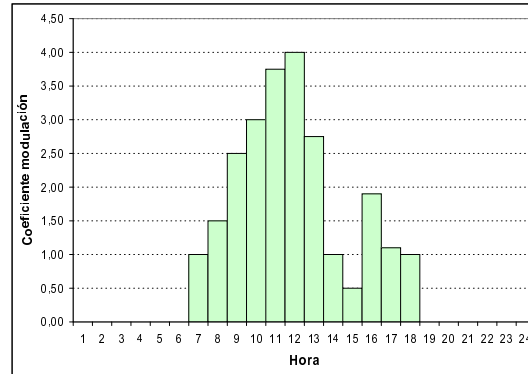
(a) Curva de modulación doméstica (día 1 serie histórica)



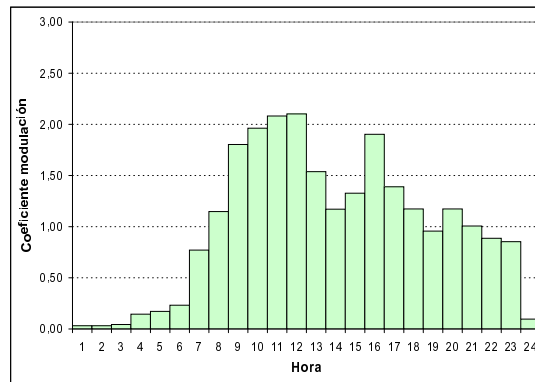
(b) Curva de modulación comercial



(c) Curva de modulación industrial



(d) Curva de modulación oficial



(e) Curva de modulación combinada

Figura 6.18.- Curvas de modulación para cada tipo de demanda

Tabla 6.14.- Resultados obtenidos para las diferentes curvas de modulación analizadas

Día	$\sigma_s(x)$			
	Serie histórica		Serie sintética	
	$x = 0$	$x = 1$	$x = 0$	$x = 1$
1	214,45	124,34	181,08	104,75
2	186,81	108,43	168,72	97,78
3	199,06	115,22	189,18	109,49
4	190,70	110,46	186,29	107,71
5	168,41	97,71	190,17	110,14
6	202,24	117,02	218,60	126,40
7	234,23	135,23	173,97	100,83
8	235,11	135,94	175,10	101,27
9	214,11	123,92	184,81	106,93
10	183,39	106,33	194,73	112,68
11	199,01	115,27	174,04	100,71
12	177,42	102,87	189,14	109,52
13	176,11	102,07	201,68	116,73
14	243,15	140,17	170,24	98,50
15	224,31	129,70	174,50	100,90
16	234,41	135,62	183,07	105,89
17	187,68	108,81	198,01	114,61
18	196,98	114,07	176,27	102,12
19	185,94	107,81	184,22	106,61
20	180,90	104,85	191,18	110,64
21	199,23	115,34	168,71	97,56
22	238,21	137,54	184,18	106,52
23	200,81	116,32	189,38	109,55
24	179,63	104,02	168,51	97,49
25	184,29	106,82	204,41	118,29
26	193,66	112,03	187,70	108,58
27	162,08	93,94	171,05	98,98
28	206,37	119,52	202,98	117,69
29	248,05	143,40	164,44	95,14
30	193,59	112,08	194,54	112,64
31	175,83	102,00	176,24	101,89

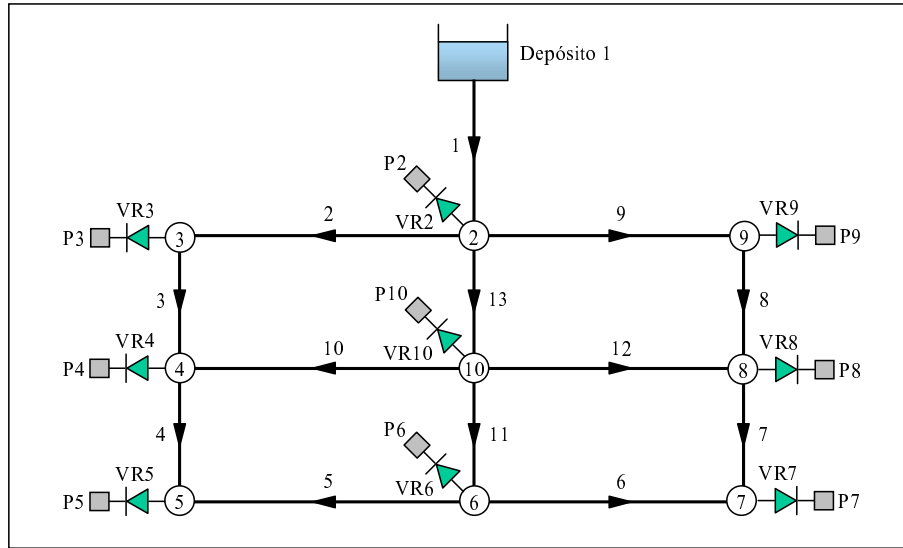
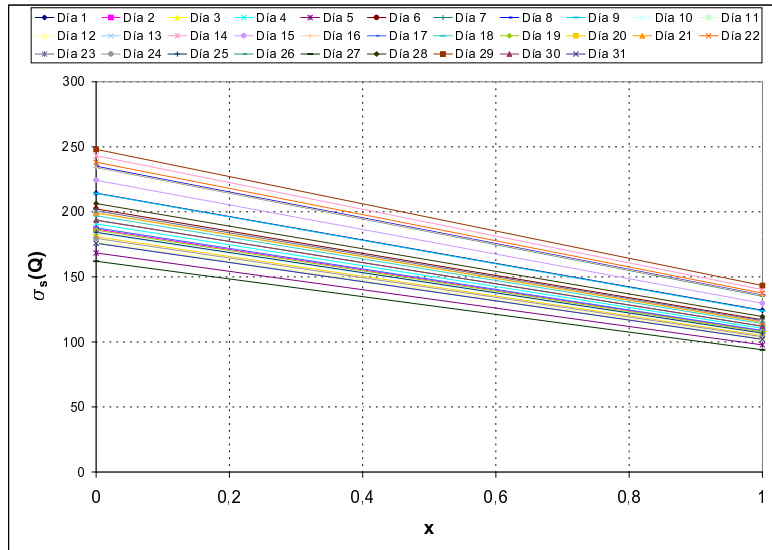


Figura 6.19.- Modelación de los caudales de fuga

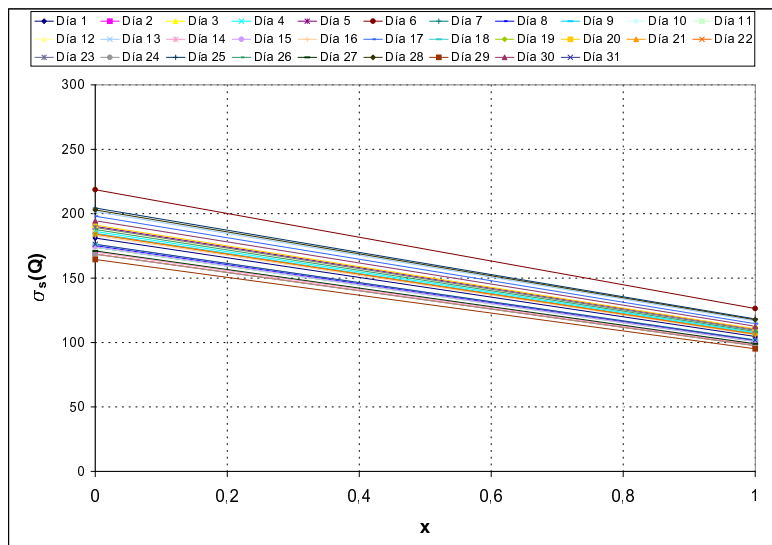
Tabla 6.15.- Comparación de las rectas promedio correspondientes a la serie histórica y a la serie sintética

$\sigma_s(Q)$	x		Error absoluto
	Serie histórica	Serie sintética	
200	0,01	-0,20	0,21
190	0,12	-0,07	0,20
180	0,24	0,06	0,19
170	0,36	0,19	0,18
160	0,48	0,31	0,17
150	0,60	0,44	0,16
140	0,72	0,57	0,15
130	0,84	0,70	0,13
120	0,95	0,83	0,12

tes a todos los días en los que se dispone de registros históricos, sin que se haya diferenciado entre una curva para días laborables y otra para fines de semana. Con objeto de analizar esta posibilidad, se ha generado una serie sintética en la que la curva $g(t)$ era diferente para días laborables y para fines de semana, y que además tenía el mismo número de días laborables y fines de semana que la serie histórica. Al obtener las relaciones $\sigma_s(Q) \div x$ se observa, no obstante, que el comportamiento de la serie sintética es muy similar al que se ha obtenido sin diferenciar los fines de semana de los días laborables (Figura 6.22). En este caso, existe una variación de los valores de $\sigma_s(Q)$ algo superior al caso anterior; sin embargo, la recta promedio



(a) Serie histórica



(b) Serie sintética

Figura 6.20.- Relaciones $\sigma_s(Q) \div x$

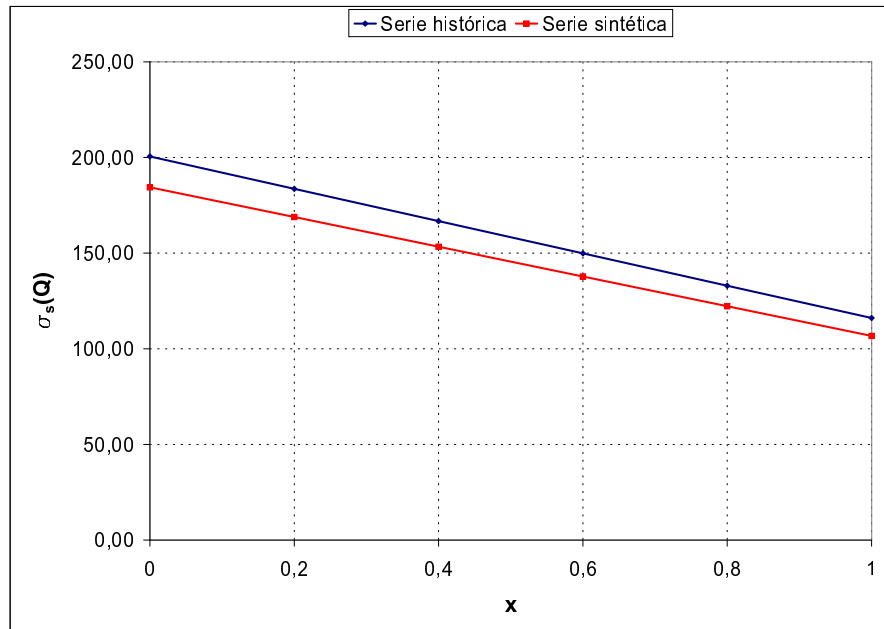


Figura 6.21.- Relaciones $\sigma_s(Q) \div x$ promedio

queda situada ligeramente por debajo, siendo su ecuación:

$$\sigma_s(Q) = -75,06 \cdot x + 178,16$$

De esta forma, los errores que se cometerían al utilizar la recta promedio correspondiente a la serie sintética quedarían comprendidos entre 0,18 y 0,30, algo superiores al caso anterior. Por lo tanto, parece evidente que el diferente comportamiento entre la serie histórica y la serie sintética, con respecto a los valores de $\sigma_s(Q)$ no es debido a considerar una única curva $g(t)$ para días laborables y fines de semana.

Se ha analizado también el resultado que se obtiene utilizando una serie sintética que represente las duraciones de pulso mediante una función Gamma, en lugar de la función exponencial. En este caso, resulta la siguiente curva promedio:

$$\sigma_s(Q) = -62,92 \cdot x + 181,36$$

produciéndose unas desviaciones entre la serie sintética y la histórica que están comprendidas entre 0,02 y 0,30. Este resultado parece confirmar que el origen de tales diferencias debe encontrarse en la forma como el modelo obtiene los patrones temporales de ocurrencia de pulsos (suma de un polinomio de grado tres y un ruido blanco), originando curvas de modulación con una menor dispersión que las curvas correspondientes a los registros históricos.

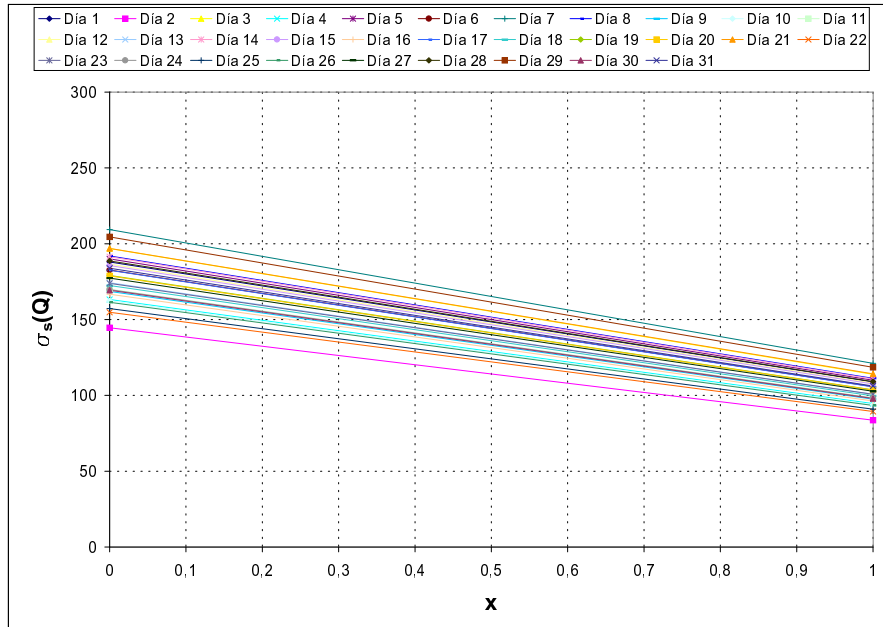


Figura 6.22.- Relaciones $\sigma_s(Q) \div x$ diferenciando días laborables y fines de semana

6.5 Análisis de la fiabilidad en redes de abastecimiento

Cuando se realiza el diseño de una red, se deben considerar las diferentes condiciones operativas que pueden presentarse, con objeto que la red sea capaz de hacer frente a tales condiciones. Aunque el sistema experimente algún deterioro de la calidad del servicio en situaciones excepcionales, como mínimo deberá garantizar unos determinados estándares de funcionamiento. Dichos estándares vendrán definidos en términos del caudal que se debe proporcionar, a la presión adecuada de suministro, por lo que se considera que se produce un fallo en el sistema cuando la presión, el caudal disponible ó ambos, en uno ó más nudos de la red, descienden por debajo del mínimo requerido.

Como se ha expuesto en el Capítulo 2, los sistemas de distribución de agua pueden fallar fundamentalmente por dos causas: ó bien por un fallo de demanda, cuando la demanda del sistema es superior al valor de diseño, ó por un fallo de componente, cuando se produce el fallo de componentes individuales de la red. Puesto que ambos modos de fallo tienen una base probabilística, cualquier análisis de fiabilidad deberá tener en cuenta las probabilidades de ocurrencia de tales fallos, así como su variabilidad espacio-temporal.

Si bien no existe una definición universalmente aceptada para la fiabilidad de las redes de abastecimiento de agua, éste es un campo en el que se han realizado nume-

rosos avances en los últimos años, existiendo diversas técnicas para la evaluación de la fiabilidad. En los métodos de simulación se evalúa la repercusión de los fallos en el funcionamiento del sistema, mediante la consideración de diferentes escenarios ó casos, cada uno de los cuales comprende un conjunto de demandas y de configuraciones de la red. Puesto que la probabilidad que se produzca el fallo simultáneo de más de un componente es normalmente muy pequeña, tan sólo se considera que los componentes fallen de forma individual. Con respecto a las demandas, en ocasiones se analizan determinadas combinaciones de demandas nodales que la red debe suministrar, como ocurre en el caso de los caudales de incendios.

En la metodología de Gargano y Pianese (2000), se considera que los coeficientes de modulación horaria (y por tanto los caudales nodales a lo largo del día) son variables aleatorias, proponiéndose un modelo de demanda para determinar estocásticamente dichos coeficientes, a partir de una curva de modulación de referencia. La fiabilidad del sistema se evalúa entonces, analizando el comportamiento del sistema bajo tales demandas aleatorias a lo largo del día, considerando además la posibilidad del fallo de los diferentes componentes electromecánicos. Teniendo en cuenta que el modelo estocástico desarrollado en la presente Tesis permite obtener la variación de la demanda a lo largo del día, esta metodología resulta útil con objeto de analizar el comportamiento del modelo para el estudio de la fiabilidad de redes.

Seguidamente se van a presentar los resultados obtenidos, utilizando la red ejemplo que se indica en (Gargano y Pianese, 2000), Figura 6.23. Por un lado, se analizará el sistema utilizando los registros históricos de consumos del conjunto de 14 viviendas de Milford, mientras que por otra parte, se utilizarán series sintéticas generadas mediante el modelo estocástico. Puesto que el resultado de la fiabilidad del sistema va a depender, en gran medida, de la variación a lo largo del día de las demandas nodales, y teniendo en cuenta, como ha quedado expuesto en el Capítulo 4, que los consumos máximos horarios quedan mejor representados mediante series sintéticas que utilizan una función Gamma para las duraciones de pulso, en el presente análisis se va a considerar una serie sintética obtenida con una función exponencial, y otra serie con una función Gamma. La interpretación de los índices de fiabilidad *HRI* y *ORI* que se han calculado, ha sido expuesta en el Capítulo 2.

En la Tabla 6.16 se indican las características de las tuberías de la red analizada, mientras que en la Tabla 6.17 vienen reflejadas las de los nudos. Como puede observarse, con objeto de simplificar se ha considerado que el *MTTR* de todas las tuberías es igual a 1 día, aunque los valores habituales de esta variable están comprendidos entre varias horas y uno ó más días. Por otra parte, si bien la aleatoriedad de los fallos que se pueden producir en las tuberías individuales requeriría un análisis estocástico que considerase la frecuencia y la probabilidad de estos sucesos como variables dependientes del tiempo, el análisis que aquí se realiza tiene en cuenta el comportamiento del sistema a largo plazo, por lo que es suficiente considerar la disponibilidad e indisponibilidad en estado estacionario, que se pueden calcular me-

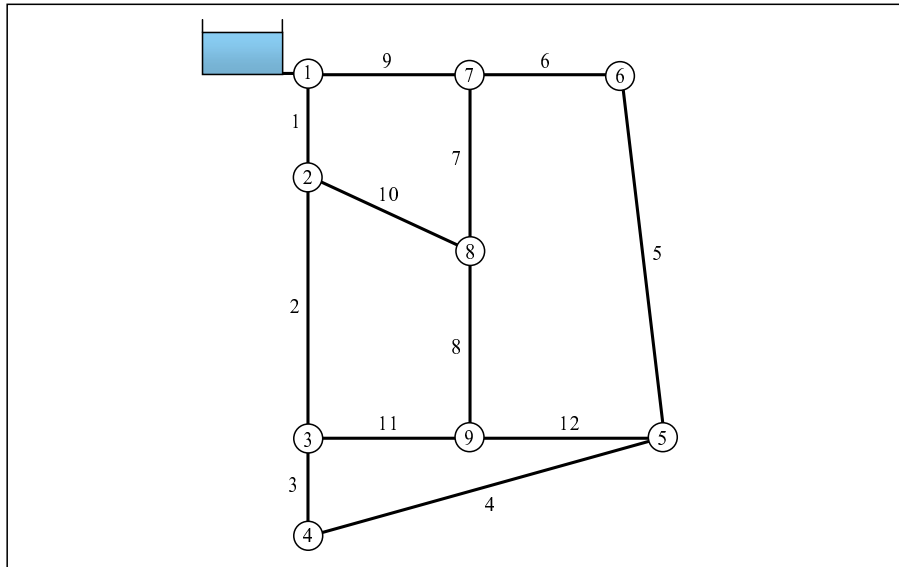


Figura 6.23.- Red ejemplo de Gargano y Pianese (2000)

diante las ecuaciones (2.191) y (2.192), teniendo en cuenta los valores de $MTTF_i$ y $MTTR_i$ mostrados en la Tabla 6.16.

Tabla 6.16.- Principales características de las tuberías

Tubería	D_i (mm)	L_i (m)	b_{Di} (roturas/Km·año)	$MTTF_i$ (días)	$MTTR_i$ (días)
1	450	400	6,492E-02	14.055,56	1
2	400	800	7,145E-02	6.385,94	1
3	200	175	1,400E-01	14.898,36	1
4	200	932	1,400E-01	2.797,44	1
5	300	1206	9,244E-02	3.274,12	1
6	300	420	9,244E-02	9.401,40	1
7	400	620	7,145E-02	8.239,92	1
8	200	580	1,400E-01	4.495,19	1
9	450	375	6,492E-02	14.992,60	1
10	200	435	1,400E-01	5.993,59	1
11	300	375	9,244E-02	10.529,56	1
12	300	540	9,244E-02	7.312,20	1

La demanda de cada nudo se considera que es debida a los edificios asignados al mismo, cada uno de los cuales se hace equivalente al conjunto de 14 viviendas de Milford. Para cada uno de los días en los que se dispone de registros históricos (31 días), se considera que la demanda de todos los nudos es idéntica.

Tabla 6.17.- Principales características de los nudos

Nudo	\underline{H}_j (m)	\bar{H}_j (m)	N° edificios
1	82	100	-
2	79	97	240
3	78	96	283
4	76	94	251
5	76	94	336
6	78	96	283
7	79	97	208
8	78	96	314
9	77	95	219

Los únicos componentes electromecánicos considerados en este ejemplo son las $R = 12$ tuberías que conforman la red de distribución de agua. Los valores del índice de fiabilidad hidráulica han sido evaluados para la condición en la cual todas las tuberías del sistema están en funcionamiento (configuración 0), y para las condiciones en las que se produce el fallo de una sola tubería cada vez (configuración i , siendo i la tubería que falla). Los índices de fiabilidad hidráulica locales y de toda la red (HRI_j y HRI_{red} , respectivamente) se han calculado para cada una de las condiciones operativas, imponiendo un valor umbral $hpi_{net}^* = 0,95$ para todo el sistema y $hpi_j^* = 0,90$ para los nudos individuales.

En la Tabla 6.18 se indican los resultados obtenidos para HRI , quedando representados gráficamente en las Figuras 6.24 y 6.25. Teniendo en cuenta la posición que ocupan las tuberías 1 y 9 en la red, es lógico el resultado obtenido para los casos 1 y 9, en donde la fiabilidad desciende significativamente. En contraste, se puede comprobar que un fallo de la tubería 4 (caso 4) apenas tiene influencia en el valor de la fiabilidad, con relación a la situación en la que todas las tuberías se encuentran operativas. Por otra parte, los valores de HRI de la Tabla 6.18 muestran que el fallo de un componente puede incrementar la fiabilidad en algunos nudos, comparada con el caso en el que todas las tuberías están en funcionamiento (por ejemplo, el caso 2 ó el caso 10 para el nudo 10). Esto es debido a que el fallo del componente impone una diferente distribución de caudales, con pérdidas de carga diferentes en cada tramo, por lo que las presiones resultantes en algún nudo pueden ser superiores al caso en el que todo el sistema está operativo.

Resulta especialmente significativo el diferente comportamiento de las dos series sintéticas generadas, observándose un ajuste mucho mejor de la serie obtenida con una función Gamma, que la de la función exponencial. Este resultado, aunque en parte era previsible, por el mejor ajuste de los consumos máximos horarios obtenidos mediante series sintéticas con una función Gamma, refuerza la idea señalada en el Capítulo 4 de que para determinadas aplicaciones, puede resultar interesante intro-

Tabla 6.18.- Índices de fiabilidad hidráulica para diferentes configuraciones

Índice	Serie	Caso 0	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5	Caso 6	Caso 7	Caso 8	Caso 9	Caso 10	Caso 11	Caso 12	
HRI_2	Histórica	0,6452	0,0000	0,9032	0,7097	0,6452	0,6129	0,5806	0,5806	0,6452	0,0968	0,7097	0,7419	0,7097	
	Sint. Gamma	0,6500	0,0167	0,8833	0,6833	0,6500	0,6167	0,5667	0,5667	0,6333	0,1500	0,6833	0,7167	0,6833	
	Sint. expon.	0,7833	0,0000	0,9500	0,8167	0,7833	0,7667	0,7333	0,7333	0,7333	0,7833	0,3500	0,8167	0,8500	0,8167
HRI_3	Histórica	0,5484	0,0000	0,0000	0,5806	0,4516	0,3226	0,0645	0,2581	0,3871	0,0000	0,0000	0,5484	0,6129	0,5806
	Sint. Gamma	0,5000	0,0167	0,0000	0,5667	0,5000	0,3333	0,1500	0,3000	0,4333	0,0167	0,5000	0,5833	0,5667	
	Sint. expon.	0,6500	0,0167	0,0000	0,7333	0,6500	0,5000	0,3500	0,5000	0,5333	0,0667	0,6500	0,7833	0,7333	
HRI_4	Histórica	0,5484	0,0000	0,0000	0,5806	0,6129	0,2903	0,0000	0,3871	0,5161	0,0000	0,5484	0,5484	0,4839	
	Sint. Gamma	0,5667	0,0167	0,0000	0,5667	0,5833	0,3333	0,1333	0,3833	0,4500	0,0167	0,5667	0,4500	0,4333	
	Sint. expon.	0,7833	0,0167	0,0167	0,7333	0,8167	0,5333	0,3500	0,6333	0,7000	0,1167	0,7833	0,7167	0,7000	
HRI_5	Histórica	0,6129	0,0000	0,0000	0,5806	0,6129	0,2903	0,0000	0,4516	0,5484	0,0000	0,6129	0,3871	0,3871	
	Sint. Gamma	0,5833	0,0167	0,0000	0,5667	0,5833	0,3333	0,0833	0,4167	0,5167	0,0000	0,5833	0,3667	0,3833	
	Sint. expon.	0,8000	0,0500	0,0167	0,7333	0,8167	0,5333	0,2000	0,6667	0,7167	0,0500	0,8000	0,6167	0,6333	
HRI_6	Histórica	0,5484	0,0000	0,0000	0,5806	0,5806	0,7742	0,0000	0,4516	0,4516	0,0000	0,5484	0,3871	0,3871	
	Sint. Gamma	0,5167	0,0500	0,0333	0,5667	0,5500	0,7500	0,0000	0,5000	0,5000	0,0000	0,5167	0,4333	0,4333	
	Sint. expon.	0,7000	0,1333	0,1333	0,7333	0,7000	0,9000	0,0500	0,6500	0,6500	0,0167	0,6833	0,5333	0,5333	
HRI_7	Histórica	0,6774	0,0968	0,3871	0,6452	0,6774	0,8065	0,8387	0,8387	0,7097	0,0000	0,6452	0,6452	0,6452	
	Sint. Gamma	0,6500	0,1667	0,4667	0,6500	0,6667	0,7167	0,7833	0,7833	0,6833	0,0000	0,6333	0,6167	0,6500	
	Sint. expon.	0,8167	0,3833	0,5333	0,7833	0,8167	0,8500	0,9000	0,9000	0,8167	0,0000	0,7833	0,7833	0,7833	
HRI_8	Histórica	0,7742	0,0000	0,4194	0,7742	0,7742	0,7742	0,7742	0,0645	0,8387	0,0000	0,7097	0,7097	0,7742	
	Sint. Gamma	0,7500	0,1333	0,5000	0,7500	0,7500	0,7500	0,7333	0,1500	0,8500	0,0000	0,7000	0,7000	0,7500	
	Sint. expon.	0,9000	0,2500	0,6333	0,9000	0,9000	0,9000	0,9000	0,3500	0,9500	0,0167	0,8667	0,8667	0,9000	
HRI_9	Histórica	0,5484	0,0000	0,0000	0,5484	0,5806	0,3226	0,0000	0,2903	0,4194	0,0000	0,5484	0,1613	0,6129	
	Sint. Gamma	0,5667	0,0167	0,0000	0,5333	0,5667	0,3667	0,1500	0,3167	0,4167	0,0000	0,5500	0,2500	0,6333	
	Sint. expon.	0,7500	0,0167	0,0167	0,7167	0,7667	0,5333	0,3500	0,5167	0,6333	0,0333	0,7500	0,4833	0,8167	
HRI_{red}	Histórica	0,1290	0,0000	0,0000	0,0968	0,1613	0,0645	0,0000	0,0323	0,0645	0,0000	0,0968	0,0645	0,0645	
	Sint. Gamma	0,1500	0,0000	0,0000	0,1500	0,1500	0,1500	0,0167	0,1000	0,1500	0,0000	0,1500	0,1500	0,1500	
	Sint. expon.	0,3500	0,0000	0,0000	0,3000	0,3667	0,2833	0,0667	0,1667	0,3167	0,0000	0,3500	0,2833	0,3167	

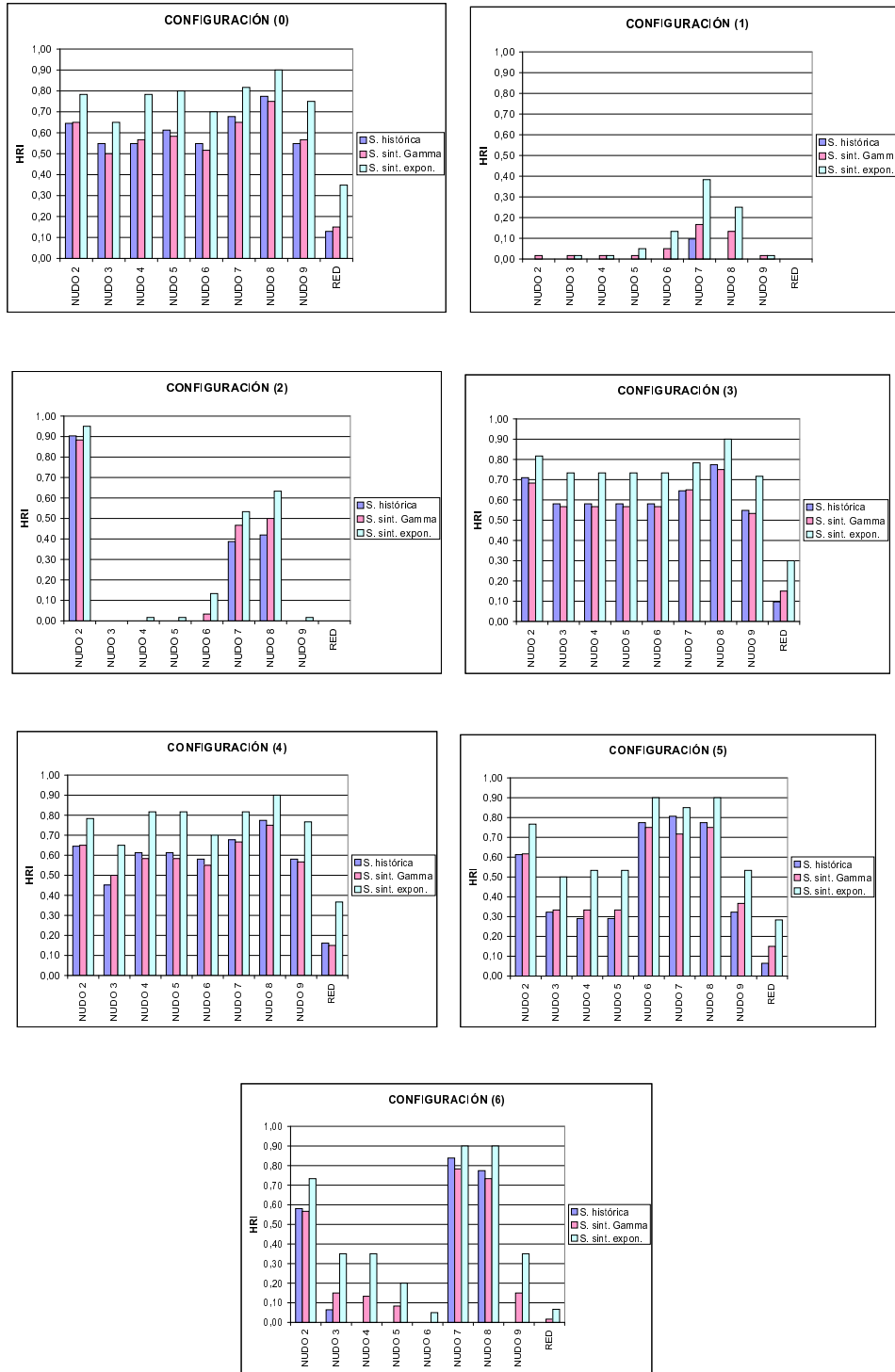


Figura 6.24.- Representación gráfica del índice de fiabilidad hidráulica

6.5 Análisis de la fiabilidad en redes de abastecimiento

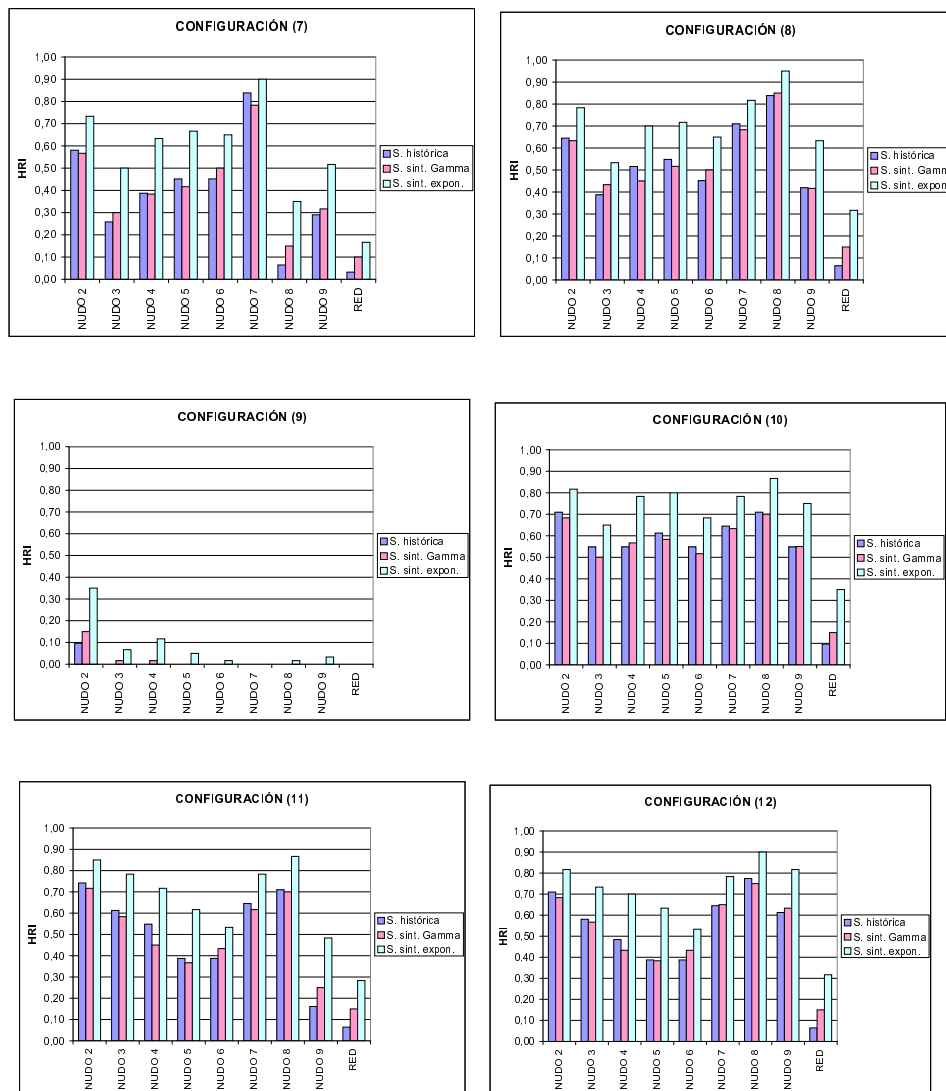


Figura 6.25.- Representación gráfica del índice de fiabilidad hidráulica (cont.)

ducir algunos refinamientos al modelo, uno de los cuales consistía en utilizar una función Gamma para representar las duraciones de pulso, con el único inconveniente frente a la función exponencial, de introducir un parámetro más al modelo.

Como puede observarse, mientras que la función exponencial produce siempre una sobreestimación de la fiabilidad, en el caso de la función Gamma se producen sobreestimaciones ó subestimaciones, siendo los errores relativos mucho más pequeños.

En la Tabla 6.19 se muestran los resultados obtenidos para el índice de fiabilidad global de todos los nudos y de la red, indicándose en las dos últimas columnas, el va-

Tabla 6.19.- Índices de fiabilidad global de los nudos y de la red

Índice	S. Histórica	S. sint. Gam.	S. sint. exp.	Error relativo (%)	
				S. sint. Gam.	S. sint. exp.
ORI_2	0,6451	0,6499	0,7833	0,75	20,51
ORI_3	0,5480	0,4997	0,6497	8,81	30,01
ORI_4	0,5481	0,5663	0,7829	3,33	38,25
ORI_5	0,6125	0,5829	0,7996	4,82	37,16
ORI_6	0,5482	0,5165	0,6998	5,77	35,47
ORI_7	0,6774	0,6500	0,8165	4,05	25,63
ORI_8	0,7739	0,7498	0,8998	3,12	20,00
ORI_9	0,5480	0,5663	0,7496	3,34	32,37
ORI_{red}	0,1289	0,1499	0,3498	16,30	133,31

lor absoluto del error relativo entre las series sintéticas generadas y la serie histórica. Como puede apreciarse, el error relativo correspondiente a la serie sintética obtenida mediante una función Gamma oscila entre 0,75% y 16,30%, siendo su media de 5,59%, mientras que el correspondiente a la función exponencial está comprendido entre 20,00% y 133,31%, con una media de 41,41%. Mientras que los resultados obtenidos mediante una función Gamma producen unos errores que pueden considerarse aceptables desde un punto de vista ingenieril, los correspondientes a la función exponencial tan sólo podrían considerarse válidos como una primera aproximación, para proporcionar un orden de magnitud del valor de la fiabilidad.

Es interesante comparar los valores del parámetro ORI con respecto a la fiabilidad hidráulica $HRI^{(0)}$, en donde todos los componentes electromecánicos están operativos. Por una parte, se observa que cuando un tramo deja de funcionar, el sistema de distribución sufre una considerable pérdida de fiabilidad, especialmente cuando se ven afectados los tramos 1 y 9. Sin embargo, se advierte también que existen pequeñas diferencias entre los valores de $HRI^{(0)}$ y los de ORI , lo que indica que para sistemas pequeños, la fiabilidad mecánica desempeña un papel poco significativo en la fiabilidad global, lo que justifica que para evaluar la fiabilidad global del sistema, se considere únicamente su fiabilidad hidráulica ó, como mucho, el fallo de un único componente cada vez. La fiabilidad mecánica podría tener una mayor incidencia cuando existan especiales condiciones geotécnicas ó climáticas, en donde las tasas de fallo sean muy superiores a las que aquí se han considerado.

6.6 Conclusiones

El modelo estocástico desarrollado en el Capítulo 3 permite obtener los pulsos de consumo que se producen en una vivienda a lo largo del tiempo, lo que lo hace adecuado para generar series sintéticas de consumos correspondientes a una ó varias viviendas. En el presente Capítulo se ha utilizado el modelo estocástico

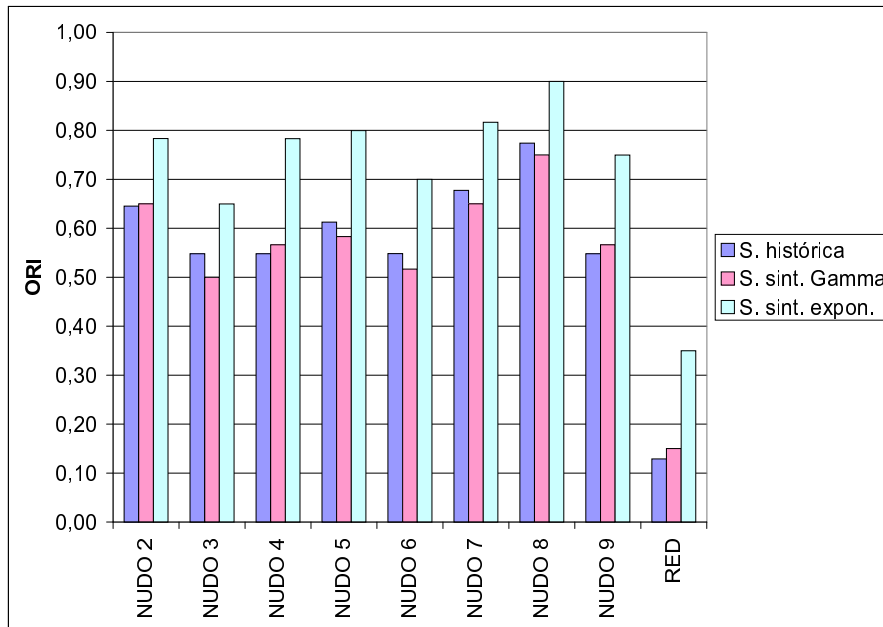


Figura 6.26.- Representación gráfica del índice de fiabilidad global

en diversas aplicaciones, orientadas fundamentalmente al análisis y diseño de redes hidráulicas. El procedimiento ha consistido en todos los casos en comparar los resultados obtenidos utilizando las series históricas de datos de que disponemos, con los correspondientes a series sintéticas generadas mediante el modelo.

La primera aplicación analizada ha sido la carga de un modelo matemático, mediante la obtención de los consumos nodales de una red de abastecimiento a lo largo del día. Las variables analizadas han sido las presiones nodales y el tiempo de permanencia del agua en la red. Si bien las presiones muestran un buen ajuste, en el caso de los tiempos de residencia se observan mayores diferencias, especialmente en los nudos próximos a la fuente de suministro. La utilización de una serie sintética que describa las duraciones de pulso mediante una función Gamma en lugar de una función exponencial, tiene como consecuencia un mejor ajuste de las presiones mínimas diarias, debido a que reproduce de una manera más eficaz los consumos máximos horarios. En este caso, no obstante, se produce un ajuste peor en los valores medios de las presiones nodales, aunque los errores producidos pueden considerarse totalmente satisfactorios, al quedar por debajo del 1%. Por el contrario, en relación a los tiempos de permanencia, no se consigue un mejor ajuste con la función Gamma. Por lo tanto, puede considerarse que la utilización de una serie sintética para la carga de un modelo matemático, produce unos buenos resultados, por lo que respecta a las presiones nodales, con independencia de si se utiliza una función exponencial ó una función Gamma, estando peor reproducidos los tiempos de permanencia, especialmente para los nudos situados próximos a la fuente de suministro (bajos tiempos de permanencia).

Puesto que las instalaciones interiores de los abonados domésticos incluyen con frecuencia, un aljibe ó depósito regulador de agua, bien como consecuencia de una insuficiencia de la red de abastecimiento, que no es capaz de suministrar los consumos en las horas punta, ó simplemente para servir de depósito de aspiración de una instalación de sobreelevación, se ha creído conveniente analizar el deterioro de la calidad del agua que tiene lugar en estos depósitos, mediante el estudio del tiempo de residencia del agua en el aljibe. Se han considerado dos formulaciones diferentes: por un lado, se ha simulado el aljibe como un depósito de mezcla completa, y por otro, como un depósito de tres compartimientos. Asimismo, se ha analizado el caso en el que se produce una renovación del agua adecuada, y el caso en el que existe un alto nivel de estancamiento, como consecuencia de que el grado de ocupación de las viviendas es bajo. En todos los casos, la evolución del tiempo de residencia a lo largo del período de simulación, obtenida a partir de una serie sintética, se ajusta con suficiente bondad al resultado correspondiente a la serie histórica. Se observa, como es lógico, que las diferencias entre el tiempo de residencia promedio de la serie histórica y de la serie sintética se deben, fundamentalmente, a las diferencias en la suma de consumos diarios. Los resultados obtenidos muestran que incluso en el caso de utilizarse aljibes de tamaño mediano, el tiempo de residencia del agua puede alcanzar valores excesivamente elevados, que tengan como consecuencia la pérdida de potabilidad del agua.

Si bien existen diversos métodos para tratar de evaluar las fugas, la discriminación del caudal de agua incontrolado en fugas y consumo de agua no contabilizado (Almandoz *et al.*, 2002) supone una aproximación analítica al problema, siendo muy sensible a las curvas de modulación horarias. Por este motivo, se ha considerado un método adecuado para verificar si los patrones temporales producidos por el modelo estocástico, tienen las mismas características que los observados en las series históricas. Utilizando una red de ejemplo, se han comparado las relaciones $\sigma_s(Q) \div x$ obtenidas a partir de las curvas de modulación de la serie histórica correspondiente a la suma de viviendas de Milford, con respecto a las obtenidas utilizando las curvas de modulación de una serie sintética. Si bien se observa una tendencia similar, con unas pendientes parecidas, existe una menor dispersión en el caso de la serie sintética, quedando situada la recta promedio por debajo de la correspondiente a la serie histórica. Se han analizado diversos refinamientos del modelo, tales como considerar diferentes curvas de modulación para los días laborables y los fines de semana, ó utilizar una función Gamma en lugar de la exponencial; sin embargo, ninguna de estas alternativas ha conseguido obtener un mejor resultado. Aparentemente, el diferente comportamiento de la serie sintética respecto a la histórica se debe a la forma como se obtiene el patrón temporal de ocurrencia de pulsos, mediante la superposición de un polinomio de grado 3 y un ruido blanco, produciendo unas curvas de modulación más uniformes que las de la serie histórica.

Para el cálculo de la fiabilidad de una red de abastecimiento se deben considerar

los diferentes modos de fallo que se pueden producir, bien porque se produzca el fallo de uno ó más de los componentes electromecánicos del sistema, ó bien porque la demanda sea mayor que la capacidad de transporte de la red. Ambos modos de fallo tienen una base probabilística, siendo adecuado el modelo estocástico, para analizar el fallo de demanda, mediante la obtención de diferentes patrones temporales de demanda en los nudos de una red. Adoptando como red ejemplo la indicada en (Gargano y Pianese, 2000), y empleando la metodología descrita en dicho trabajo, se ha comparado la fiabilidad resultante utilizando los consumos históricos correspondientes a la suma de viviendas de Milford, y los consumos obtenidos generando series sintéticas. Los resultados obtenidos muestran que cuando se utilizan series sintéticas que describen las duraciones de pulso mediante una función exponencial, los valores de la fiabilidad son superiores a los correspondientes a la serie histórica, existiendo diferencias significativas. Por el contrario, cuando se utiliza una función Gamma, las diferencias en los valores de fiabilidad son significativamente menores, siendo totalmente aceptables desde un punto de vista ingenieril. Este resultado es una consecuencia de que los consumos máximos horarios son subestimados cuando se utiliza una función exponencial, quedando mejor reproducidos mediante una función Gamma. Es también de destacar la baja incidencia que tiene la fiabilidad mecánica sobre la fiabilidad global (de los nudos ó de toda la red), siendo por lo tanto fundamental el disponer de un modelo que permita generar diferentes patrones de demanda, para evaluar la fiabilidad hidráulica del sistema. El modelo estocástico desarrollado en la presente Tesis resulta adecuado para este propósito.

En resumen, cabe indicar que el modelo estocástico constituye una herramienta eficaz para las diferentes aplicaciones que se han analizado en este Capítulo, en donde se han puesto de manifiesto las ventajas de utilizar en algunos casos una función Gamma, como por ejemplo en la asignación de las cargas de un modelo matemático, ó para el estudio de la fiabilidad de una red, mientras que en otros casos, no se obtiene ninguna mejora, como por ejemplo en el proceso de discriminación del caudal incontrolado, ó resulta innecesario, como ocurre para el estudio del tiempo de residencia del agua en un aljibe.

Capítulo 7

CONCLUSIONES

7.1 Principales aportaciones de la presente Tesis

El consumo de agua a lo largo de una red de abastecimiento por los distintos usuarios, es lo que da sentido a la existencia de la red, siendo además la principal causa responsable de los cambios en el sistema. El conocimiento de dichos consumos ó demandas resulta pues esencial para poder determinar el comportamiento de una red proyectada ó existente.

Si bien durante las últimas décadas se han realizado avances importantes con relación a la modelación matemática de redes de abastecimiento, tanto por lo que respecta a la modelación de los diferentes elementos constituyentes, como a los algoritmos de cálculo necesarios para analizar una red, el estudio de los fenómenos transitorios, ó el análisis de la calidad del agua a lo largo de la red y en las instalaciones de almacenamiento, se echa en falta el desarrollo de herramientas avanzadas que permitan la modelación de la demanda de agua. Es en este campo donde la presente Tesis ha pretendido realizar sus principales aportaciones.

Los problemas que se plantean para asignar las demandas a los nudos de una red son fundamentalmente dos: por un lado, conocer la cantidad de agua que se va a usar y su variación temporal, y por otro lado, repartir la demanda espacialmente entre los nudos. En el caso de los consumos de agua intencionados, dicho reparto espacial queda resuelto con suficiente aproximación; sin embargo, el conocimiento de los caudales demandados por los diferentes consumidores y su patrón temporal, resulta difícil de estimar, debido a su aleatoriedad.

El reconocimiento de que los consumos de agua se producen aleatoriamente, es lo que ha llevado a diversos autores (Kiya y Murakawa, 1989; Buchberger y Wu, 1995) a formular que la ocurrencia de consumos a lo largo del tiempo sigue un proceso de Poisson, habiendo sido además verificada esta hipótesis (Buchberger y Lee, 1999). Dicho proceso de Poisson es no homogéneo, debido a que la ocurrencia de consumos a lo largo del día varía considerablemente de unas horas a otras.

Mediante la presente Tesis se ha pretendido avanzar un poco más en la caracterización de la demanda de agua, integrando la hipótesis del proceso de Poisson en un modelo que tenga en cuenta los diferentes procesos ó variables que intervienen. El modelo ha sido concebido para simular consumos de agua domésticos, debido a que tan sólo ha sido posible disponer de mediciones de consumos en viviendas. No obstante, tal como ha sido expuesto con anterioridad, el consumo doméstico es el principal componente del consumo producido en un abastecimiento urbano, por lo que resulta altamente representativo.

Según el modelo expuesto, cada uno de los consumos individuales de agua que se producen a lo largo del día en una vivienda, queda representado mediante un pulso rectangular, con una duración e intensidad aleatorias, y un tiempo de inicio

definido mediante un proceso de Poisson no homogéneo. Cada una de las variables se ha supuesto independiente de las demás.

Si bien la independencia de las variables parece que es evidente en el caso de la ocurrencia de pulsos a lo largo del día, con respecto a las duraciones e intensidades, existen determinados consumos de agua, a los que se puede denominar deterministas, en los que el volumen de agua es fijo cada vez que se producen, por lo que en tales casos la duración y la intensidad están relacionadas. Tal es el caso de los inodoros, las lavadoras ó los lavavajillas. Aunque en esos casos no se puede hablar de independencia entre duraciones e intensidades, cabe pensar que cuando se considera la totalidad de consumos producidos a lo largo del día, puede admitirse la hipótesis de independencia. No obstante, habiéndose calculado los coeficientes de correlación para las diferentes viviendas analizadas, se han obtenido resultados diferentes, por lo que no se puede concluir si tal afirmación puede ser válida en todos los casos.

Es claro que ciertas tendencias y patrones mostrados por los registros históricos de demandas de agua domésticas no son estrictamente reproducidos por el modelo matemático que aquí se presenta. Por otro lado, debe también tenerse en cuenta que, con independencia de la técnica matemática utilizada para desarrollar la formulación ó concebir el proceso en análisis, es necesario que exista un equilibrio entre la complejidad analítica, el realismo del modelo y su facilidad de manejo.

Desde un punto de vista ingenieril, no tiene sentido complicar las funciones estadísticas empleadas, especialmente si es posible conseguir un buen ajuste con el empleo de funciones sencillas. En el caso que nos ocupa, se ha visto que el empleo de las funciones exponencial y Weibull para las duraciones e intensidades de pulso, respectivamente, así como la función log-normal para los consumos diarios, y un polinomio de 3° grado para reproducir la variación temporal de la función de intensidad del proceso de Poisson, permite generar series sintéticas que se aproximan razonablemente bien a los registros históricos. Con respecto a los consumos diarios, la utilización de una función log-normal ha sido propuesta por otros autores (Bowen *et al.*, 1993; Buchberger y Wells, 1996; Billings y Jones, 1996).

Junto a la simplicidad analítica del modelo propuesto, hay que destacar también su universalidad; es decir, el modelo podría aplicarse en principio para simular cualquier uso de agua (comercial, industrial, oficial, etc.), además del uso doméstico que aquí se ha analizado. Lo único que variará en cada caso serán los parámetros del modelo. Dichos parámetros no serán constantes a lo largo del tiempo, sino que cambiarán de acuerdo con las condiciones del abastecimiento; por ejemplo, un programa de gestión de la demanda ó una situación de sequía deberán tener su reflejo en una variación de los mismos. Asimismo, los procedimientos desarrollados para filtrar los datos originales y para identificar los pulsos de consumo, pueden ser aplicados a cualquier serie de medidas, ya que no se ha impuesto ninguna restricción ni a la naturaleza de los pulsos (duración e intensidad), ni a la forma en que los pulsos

pueden superponerse, salvo en el número máximo de pulsos superpuestos, que no debería ser superior a 4.

En el caso que se pudiera presentar un mayor número de pulsos superpuestos (por ejemplo, un consumo industrial, con muchos más puntos de consumo que una vivienda), una posibilidad sería revisar el procedimiento de separación de pulsos, para considerar todas las posibles combinaciones que pueden producirse. No obstante, teniendo en cuenta que el número de combinaciones para la superposición de n pulsos es $n!$, así como el hecho que la intensidad resultante de la superposición de varios pulsos no es igual a la suma de intensidades de los pulsos individuales, como consecuencia de las diferentes pérdidas de carga producidas, parece más conveniente que, en el caso de analizar usos de agua con muchos puntos de consumo, se divida la instalación en diferentes secciones, y se aplique el modelo para cada sección de forma independiente, pudiendo posteriormente combinar los resultados obtenidos.

A partir de las simulaciones realizadas, se ha podido comprobar que el modelo es capaz de producir máximos mayores que los observados en la serie histórica, lo que es importante de cara a su generalización, con objeto de poder emplearlo en simulaciones de redes de abastecimiento. Esta propiedad se observa en todas las variables analizadas, excepto en el consumo máximo horario, en donde el modelo produce habitualmente valores más bajos que los de la serie histórica. Por otra parte, se ha comprobado que la respuesta del modelo mejora cuando se utiliza para obtener la demanda de un grupo de viviendas, con relación al resultado obtenido cuando se aplica a una sola vivienda, lo cual es una propiedad deseable de cara a su aplicación práctica para el análisis de redes de abastecimiento, en donde los nudos representan agrupaciones de varios usuarios.

Con objeto de poder desarrollar el modelo propuesto para caracterizar la demanda de un determinado usuario, es necesario disponer de mediciones detalladas de su consumo. Aunque en un principio esto puede representar un inconveniente, debe tenerse en cuenta que cada vez está más extendido el uso de equipos de adquisición de datos, que permiten almacenar una cantidad de información elevada a un coste relativamente bajo, como queda puesto de manifiesto por otros trabajos previos (Bowen *et al.*, 1993; Buchberger y Wells, 1996; Buchberger y Lee, 1999; DeOreo *et al.*, 1996; Arregui, 1998; Mayer *et al.*, 1999). La tendencia parece que es clara, en el sentido de realizar de forma progresiva mediciones más extensas, con objeto de tener caracterizadas las demandas de los diferentes usuarios.

7.2 Conclusiones

A continuación se van a resumir las principales conclusiones que se pueden extraer de los Capítulos que comprende la presente Tesis.

Capítulo 1. Introducción

En este Capítulo se ha justificado la necesidad de conocer adecuadamente las demandas que se producen en una red de abastecimiento, con objeto de poder determinar con la suficiente precisión el comportamiento del sistema, tanto desde el punto de vista hidráulico como de la calidad del agua. Las demandas nodales forman parte de los datos de entrada que se necesitan conocer para el análisis de una red, y son el factor que más condiciona su respuesta. Las principales conclusiones de este Capítulo son las siguientes:

- Es necesario conocer las demandas que se producen en los nudos de una red, tanto para realizar su análisis bajo condiciones operativas que sean representativas, como para disponer de un modelo matemático calibrado.
- La información sobre demandas de la que se dispone habitualmente, cuando se construye el modelo de una red, tiene un grado de agregación espacial y temporal elevado, lo cual puede ser adecuado para la estimación de demandas en modelos estratégicos, pero resulta inapropiado cuando se requiere un análisis más detallado.
- Diversos autores han abordado el estudio de las demandas de agua, habiendo propuesto algunos de ellos, que sean consideradas variables aleatorias que deben ser analizadas mediante métodos probabilísticos.

Capítulo 2. Problemática del estudio de redes de distribución de agua

Este Capítulo supone una revisión de los modelos existentes para el análisis de las redes de agua, así como algunas de sus aplicaciones, poniendo de manifiesto su importancia en la gestión de cualquier abastecimiento urbano. Como principales conclusiones se pueden destacar las siguientes:

- Para determinar la evolución de una red a lo largo del tiempo se suele utilizar una simulación en período extendido, para lo cual se necesita disponer de las curvas de modulación de los diferentes nudos de consumo.
- Cuando se realiza el análisis de la calidad del agua en el interior de la red, las tuberías en las que se producen bajas velocidades del agua pueden conducir al deterioro del agua, lo cual se produce en ocasiones en la periferia de la red, al existir pocos consumidores que demanden agua. Por este motivo, los modelos de calidad requieren un grado de detalle mayor que los modelos hidráulicos, ya que se debe extender el análisis hasta las pequeñas tuberías, cuyos largos tiempos de retención afectan negativamente a la calidad del agua.
- Para el análisis de la calidad del agua, es también importante tener en cuenta el deterioro que tiene lugar en los depósitos de almacenamiento, como consecuencia de los largos períodos de tiempo que el agua permanece retenida. Para

el estudio de la calidad del agua en los depósitos se utilizan diversas formulaciones, una de las cuales consiste en los modelos de sistemas, que permiten caracterizar su comportamiento mediante relaciones empíricas.

- Para poder utilizar un modelo matemático de una red, éste debe haber sido previamente calibrado. La calibración supone modificar los parámetros del modelo, entre ellos los consumos nodales, de forma que éste reproduzca con suficiente precisión las medidas observadas.
- La sensibilidad de una red es mucho mayor frente a variaciones de las demandas nodales que a variaciones de las rugosidades de las tuberías. En una red ejemplo analizada, mientras que la variación de la presión en los nudos llega a alcanzar hasta un 47% cuando se duplica la demanda, se queda por debajo del 1% cuando es la rugosidad la que se duplica.
- Con objeto de evaluar las fugas que se producen en una red, se utiliza un procedimiento para discriminar los dos términos que componen el caudal de agua incontrolada (fugas y caudal incontrolado consumido). Para poder realizar este proceso, se necesita disponer de un modelo matemático calibrado, y conocer los patrones de consumo de los usuarios. El resultado de este método es muy sensible a dichos patrones de consumo.
- Cuando se analiza la fiabilidad de una red, deben tenerse en cuenta los diferentes modos de fallo que se pueden producir, siendo uno de ellos el fallo de funcionamiento, que ocurre cuando la demanda del sistema es mayor que el valor de diseño. Estos fallos tienen una base probabilística, debido a que cada uno de los escenarios de demanda que se pueden presentar, tiene asociada una probabilidad de ocurrencia.

Capítulo 3. Modelación estocástica de los consumos de agua

En este Capítulo se presenta un modelo estocástico para simular consumos de agua domésticos, basado en un proceso de Poisson de pulsos rectangulares. Mediante este modelo se podrán simular consumos instantáneos de agua de usuarios individuales, pudiendo agregarse estos consumos, tanto a nivel espacial como temporal, para obtener los patrones de consumo de los nudos. Las conclusiones más importantes de este Capítulo son las siguientes:

- Los procesos de punteo de pulsos rectangulares han sido aplicados con éxito en hidrología para la modelación temporal de la precipitación, pudiendo ser utilizados en hidráulica urbana para simular consumos de agua domésticos. En este último caso, los pulsos rectangulares son cada uno de los consumos que se realizan en una vivienda, cuando se utiliza un determinado aparato sanitario.

- Los consumos domésticos pueden ser analizados utilizando la teoría de colas, considerando a los ocupantes de las viviendas como los clientes, mientras que los grifos y aparatos sanitarios son los servidores.
- Debido a que las demandas domésticas son cortas e infrecuentes, normalmente no se forman colas en el interior de las viviendas, lo que equivale a considerar que siempre que se produce la llegada de un cliente, existe un servidor disponible, ó lo que es lo mismo, que existen infinitos servidores. Si además se considera que las llegadas de los clientes siguen un proceso de Poisson, y que las demandas de servicio tienen una distribución exponencial, resulta un sistema $M/M/\infty$.
- A partir de las hipótesis anteriores, se obtienen las distribuciones de probabilidad del número de servidores ocupados en una vivienda y en un bloque de viviendas alimentadas de un mismo ramal de la red de distribución, así como la media, varianza y distribución de probabilidad del caudal de agua. Las expresiones obtenidas se aplican a las mediciones correspondientes a las viviendas de la ciudad de Valencia, comprobando que las propiedades estadísticas del número de viviendas ocupadas y de los caudales, están de acuerdo con la hipótesis del proceso de Poisson.
- El modelo estocástico propuesto supone que existe independencia entre las duraciones e intensidades de pulso, así como entre dichas variables y la ocurrencia de pulsos a lo largo del día. En el caso de las duraciones e intensidades, se advierte que existen determinados consumos en los que ambas variables están relacionadas.
- El modelo comprende nueve parámetros independientes, que deben ser estimados a partir de mediciones detalladas de consumos. Para tener en cuenta la variación a lo largo del día de la función de intensidad del proceso de Poisson, se asume que dicha función es suma de un polinomio de 3° grado y de un ruido blanco.

Capítulo 4. Construcción del modelo. Ejemplos

Mediante el modelo presentado en el Capítulo 3, es posible generar series sintéticas de consumos. En el Capítulo 4 se expone la forma de estimar los parámetros del modelo a partir de una serie de mediciones detalladas del consumo en una vivienda, así como el procedimiento para obtener series sintéticas. El procedimiento descrito es aplicado a una serie de mediciones realizadas en tres ciudades diferentes: Valencia, Castellón y Milford. De este Capítulo se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- Todos los consumos que se producen en el interior de una vivienda pueden ser representados mediante pulsos rectangulares, con un tiempo de inicio, una duración y una intensidad aleatorias. Salvo en el caso del inodoro, en donde se observa que existe una zona de descenso de intensidad gradual, en el resto

de casos existen ascensos y descensos en la intensidad muy definidos, que producen perfiles rectangulares de intensidad.

- Con objeto de poder estimar los parámetros del modelo, las mediciones deben ser en primer lugar filtradas, para eliminar posibles perturbaciones, y posteriormente deben identificarse los pulsos individuales que han generado el registro continuo de caudal medido.
- Pese a que el procedimiento para separar los pulsos en los casos de Valencia y Castellón ha sido diferente que en el caso de Milford, se observa que el porcentaje de pulsos de corta duración ($T \leq 10$ s) en todos los casos es muy similar. Puesto que dicho porcentaje es importante, incluso para duraciones muy pequeñas, no parece necesario que se imponga en el modelo una duración mínima para los pulsos.
- Sin embargo, el diferente procedimiento empleado tiene como consecuencia que en el caso de Milford se obtenga un número de pulsos apreciablemente inferior que en Valencia ó Castellón, pese a que el consumo diario es superior.
- El número de pulsos producido por el modelo es mayor que el de la serie histórica, produciéndose las mayores diferencias en el caso de las viviendas de Milford. A pesar de las diferencias existentes en el número de pulsos, el consumo diario obtenido mediante la serie sintética se aproxima bastante bien al de la serie histórica.
- En el caso de la intensidad máxima diaria se obtienen ligeras sobreestimaciones, mientras que el consumo máximo obtenido mediante el modelo es inferior al de la serie histórica. La subestimación del consumo máximo horario aparentemente se debe a dos motivos: por un lado, como consecuencia de que la curva horaria de producción de pulsos se ha obtenido como un promedio de las curvas de los diferentes días, si bien se observan diferencias significativas en los patrones de consumo dependiendo del día de la semana, y por otro lado, porque la función de probabilidad exponencial que representa las duraciones de pulso, no permite reproducir los pulsos de larga duración. Una solución a este último problema consiste en utilizar una función Gamma en lugar de la función exponencial.
- Los resultados de las diferentes variables son mejores cuando se generan series sintéticas correspondientes a un conjunto de viviendas, que a una única vivienda, lo que es importante de cara a la utilización del modelo para la determinación de los consumos nodales en modelos matemáticos de redes de abastecimiento.
- El cálculo del coeficiente de correlación entre las duraciones y las intensidades de pulso muestra resultados bastante diferentes en función de la vivienda considerada, si bien se observa que en el caso de las viviendas de Milford,

existe una correlación bastante superior que para las viviendas de Valencia ó Castellón.

Capítulo 5. Metodología para la extensión del modelo

En este Capítulo se analizan los diversos procedimientos de muestreo, y se propone un programa de muestreo para estimar los parámetros del modelo correspondientes a una red de abastecimiento de agua, de cara a su aplicación para calcular las demandas nodales de un modelo matemático de una red. Asimismo, se analiza la sensibilidad del modelo a cada uno de los parámetros que lo definen. Las conclusiones más significativas de este Capítulo son las siguientes:

- Con objeto de estimar los parámetros del modelo estocástico correspondientes a una red de abastecimiento de agua, se debe realizar un programa de muestreo, de forma que se realicen mediciones detalladas de consumos en una fracción representativa de la población, a partir de la cual se puedan realizar inferencias sobre las características poblacionales.
- Puesto que el consumo de agua doméstico representa el componente mayor del consumo total en un abastecimiento de agua urbano, debería caracterizarse en primer lugar este grupo de usuarios. Teniendo en cuenta la gran influencia que tienen determinadas variables socioeconómicas sobre el consumo de agua, se propone realizar un muestreo estratificado, dividiendo la población en estratos homogéneos, con características similares.
- Con carácter previo a dicho muestreo, deberá realizarse una encuesta a un número elevado de usuarios, con objeto de estimar el tamaño de cada uno de los estratos. De entre las diferentes opciones que existen para realizar una encuesta, la realizada por correo representa una opción de bajo coste que permite extender la encuesta a un sector importante de la población. Sin embargo, debe tenerse en cuenta que dicho método requiere realizar un seguimiento en diversas etapas, para evitar que la tasa de respuesta sea excesivamente baja.
- Durante las etapas que comprenda el programa de muestreo deberán realizarse diferentes controles de calidad, de forma que se garantice que las muestras extraídas no presentan sesgo, así como para comprobar que los equipos que registran los consumos de agua no tienen errores.
- Cuando se analiza la sensibilidad del modelo, se observa que el parámetro que más influye en el consumo diario es μ , lo cual es lógico, ya que dicho parámetro representa el consumo medio diario, seguido en importancia por α , la inversa del valor medio de las duraciones de pulso.
- Con respecto al consumo máximo horario, se observa que el parámetro que más influencia tiene es α , existiendo una relación inversamente proporcional entre ambas variables. Este resultado está de acuerdo con las conclusiones del

Capítulo 4, en donde se puso de manifiesto que una función exponencial, que no permite reproducir los pulsos de larga duración, produce una subestimación de los consumos máximos horarios. Por otra parte, se observa que un aumento de la variación en el patrón de ocurrencia de pulsos a lo largo del día, produce mayores consumos máximos horarios, al quedar repartido el consumo de forma menos uniforme.

- La intensidad máxima diaria está fundamentalmente condicionada por los parámetros λ y β , que son los parámetros que definen la función Weibull que representa las intensidades de pulso. También es sensible dicha variable al parámetro μ , ya que al aumentar este parámetro, aumenta el número diario de pulsos, y con ello la probabilidad de que se superponga un mayor número de pulsos en un instante determinado, lo que origina una intensidad máxima diaria más elevada.

Capítulo 6. Aplicaciones del modelo estocástico

En el presente Capítulo se generan series sintéticas mediante el modelo, utilizándolas en algunas de las posibles aplicaciones de los modelos matemáticos de redes. Las conclusiones más relevantes que se pueden obtener de este Capítulo son las siguientes:

- Cuando se utilizan las series sintéticas para la carga de un modelo matemático de una red, se observan buenos resultados por lo que respecta a las presiones nodales, estando peor reproducidos los tiempos de permanencia, especialmente en el caso de los nudos situados en las proximidades de la fuente de suministro. En el caso de utilizar una función Gamma para las duraciones de pulso, en lugar de la función exponencial, se observa un mejor ajuste de las presiones mínimas diarias, debido a que reproduce mejor los consumos máximos horarios.
- El análisis de la calidad del agua en aljibes ó depósitos de agua domiciliarios muestra un buen ajuste de los tiempos de residencia obtenidos utilizando series sintéticas, con respecto a los correspondientes a la serie histórica, aunque se observa que los valores máximos de las series sintéticas son ligeramente inferiores que los de la serie histórica, como consecuencia de que las series sintéticas producen un reparto más uniforme del consumo a lo largo del día. Por otra parte, al comparar un modelo de mezcla completa con respecto a un modelo de tres compartimientos, resulta un tiempo de residencia promedio mayor en el modelo de tres compartimientos, como consecuencia de existir un menor grado de mezcla.
- Los tiempos de residencia del agua en los aljibes alcanzan valores que pueden ser de varios días, especialmente en situaciones de bajos consumos de agua, lo que pone en peligro las características de potabilidad del agua suministrada.

- El uso del modelo para tratar de discriminar el caudal de agua incontrolado en fugas y caudal consumido, pone de manifiesto que las rectas $\sigma_s(Q) \div x$ presentan una menor dispersión para la serie sintética que para la histórica, quedando situada la recta promedio de la serie sintética por debajo de la correspondiente a la serie histórica. Esto parece que es debido a que las series sintéticas producen curvas de modulación más uniformes que las series históricas, como consecuencia de la formulación utilizada para obtener el patrón temporal de ocurrencia de pulsos.
- Cuando se realiza el análisis de fiabilidad de una red, se observa que se producen diferencias significativas al emplear una función exponencial para representar las duraciones de pulso, obteniéndose sobreestimaciones con respecto a la serie histórica. Sin embargo, si se utiliza una función Gamma en lugar de la exponencial, se obtienen valores de fiabilidad con pequeñas diferencias respecto a la serie histórica, pudiendo considerarse totalmente aceptables.
- La fiabilidad mecánica tiene una importancia secundaria cuando se analiza la fiabilidad global de sistemas pequeños, desempeñando un papel más importante la fiabilidad hidráulica, en donde se tienen en cuenta los posibles fallos que se pueden producir como consecuencia de que las demandas superen el valor de diseño.

7.3 Desarrollos futuros

El estudio de la modelación de la demanda urbana de agua es un campo poco explorado hasta ahora, si bien en los últimos años se han realizado aportaciones importantes, algunas de las cuales han servido para inspirar la presente Tesis. Teniendo en cuenta que cada vez más se dispone de medios para poder registrar de forma extensiva los consumos individuales de los usuarios, y la importancia que tiene un buen conocimiento de la demanda de una red de abastecimiento de agua, se espera que en los próximos años se continúe profundizando en esta área de conocimiento. El modelo estocástico desarrollado en la presente Tesis pretende ser un punto de partida para el desarrollo de modelos más avanzados, así como para el estudio de los procesos que intervienen en el consumo de agua.

Como ha quedado de manifiesto en diversos apartados de la Tesis, existen diversas cuestiones que se deberán investigar en posteriores trabajos, para lo cual se deberá disponer de un mayor número de mediciones de consumos, tanto por lo que respecta a la extensión temporal, como al número de usuarios implicados. A modo de resumen, pueden citarse los siguientes aspectos en los que debería profundizarse en desarrollos futuros:

- El proceso mediante el cual se obtienen los pulsos individuales a partir del registro continuo de caudal, deberá validarse empíricamente. A este respecto,

sería conveniente medir, para algunas viviendas, tanto los consumos totales producidos a lo largo del día, como los consumos de cada uno de los aparatos sanitarios. Si el número de mediciones fuera suficientemente elevado, ello permitiría obtener patrones de consumo para cada uno de los aparatos. En (Mayer *et al.*, 1999) se hace referencia a un programa de análisis que permite identificar los usos finales del agua en una vivienda, a partir de la medición del consumo total. Puesto que dicho programa utiliza patrones de consumo obtenidos en viviendas americanas, podría resultar interesante desarrollar un programa similar para los consumos de nuestro país.

- A pesar que las funciones matemáticas empleadas para representar cada una de las variables se han escogido de forma que se garantizase un buen ajuste a los registros históricos, y se han tenido en cuenta las conclusiones de otros investigadores, puede probarse con funciones diferentes a las aquí analizadas, con objeto de evaluar si es posible mejorar los resultados obtenidos.
- Debe determinarse si las duraciones y las intensidades de pulso son variables aleatorias independientes, con objeto de verificar una de las hipótesis del modelo. Para ello, será conveniente partir de un proceso de identificación de pulsos contrastado, ya que las diferencias que se han obtenido entre las viviendas analizadas en este trabajo, parecen ser una consecuencia de dicho proceso, más que del diferente uso de determinados aparatos.
- En el caso de obtenerse un coeficiente de correlación elevado entre las duraciones y las intensidades, podría plantearse la posibilidad de desarrollar un modelo diferente para los aparatos deterministas (aquellos en los que se consume un volumen fijo de agua en cada utilización) y para los aleatorios. En el caso de los aparatos deterministas, el modelo debería prescindir de la hipótesis de independencia entre duraciones e intensidades. Ello implicaría, no obstante, la necesidad de disponer de mediciones del consumo de agua en cada uno de esos grupos de aparatos.
- El modelo estocástico debería extenderse a otros usos de agua, tales como comercial, oficial, industrial, etc. Para ello se debería avanzar en varias direcciones: por un lado, midiendo los consumos de suficientes usuarios que sean representativos; por otro lado, revisando el proceso de identificación de pulsos individuales para cada tipo de uso, y por último, evaluando la idoneidad de las funciones empleadas para describir las diferentes variables.
- Deberá evaluarse la ganancia de información que se obtiene cuando se aumenta el período de tiempo durante el cual se miden los consumos de agua, con objeto de estimar el período óptimo.
- Con independencia de lo anterior, se considera conveniente que las mediciones abarquen un período de tiempo suficiente como para poder diferenciar los patrones de consumo que se producen los días laborables y los fines de semana.

- Debe llevarse a cabo un programa de muestreo en una red de abastecimiento, con objeto de obtener los parámetros del modelo para toda la red, y de esta forma poder utilizar el modelo en las diferentes aplicaciones de los modelos matemáticos de redes (estudios de fiabilidad, análisis de la calidad del agua, detección de fugas, etc.).
- Se debería estudiar la aplicación del modelo estocástico para la calibración de las redes de abastecimiento.
- El modelo debería ser capaz de reproducir las variaciones estacionales de la demanda que se producen a lo largo del año.

Estas son algunas de las posibles líneas de investigación que se pueden desarrollar a partir de la presente Tesis. Confiamos en que algunas de ellas puedan ser desarrolladas en próximos trabajos, contribuyendo a profundizar en el conocimiento de las demandas que se producen en un abastecimiento urbano.

Referencias

- Almandoz, J. (2003). “Directrices y herramientas de mejora del rendimiento hídrico en redes de agua urbanas,” Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Valencia.
- Almandoz, J., Cabrera, E., Arregui, F., Cabrera Jr., E., y Cobacho, R. (2002). “Leakage assessment through water networks’ simulation.” Artículo aceptado en *Journal of Water Resources Planning and Management*.
- Arregui, F. (1998). “Propuesta de una metodología para el análisis y gestión del parque de contadores de agua en un abastecimiento,” Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Valencia.
- Awumah, K. y Goulter, I. (1992). “Maximizing entropy-defined reliability of water distribution networks.” *Engineering Optimization*, 20(11), 57–80.
- Awumah, K., Goulter, I., y Bhatt, S. (1991). “Entropy-based redundancy measures in water distribution network design.” *Journal of Hydraulic Engineering*, 117, 595–614.
- Babbitt, H. E. (1928). *Sewerage and Sewage Treatment*. Wiley, New York.
- Bao, Y. y Mays, L. (1990). “Model for water distribution system reliability.” *Journal of Hydraulic Engineering*, 116, 1119–1137.
- Bhave, P. R. (1988). “Calibrating water distribution network models.” *Journal of Environmental Engineering*, 114, No. 1, 120–136.
- Bhave, P. R. (1991). *Analysis of Flow in Water Distribution Networks*. Technomic Publishing Company, Inc., Lancaster, Pennsylvania. U.S.A.
- Billings, R. B. y Jones, C. V. (1996). *Forecasting Urban Water Demand*. American Water Works Association, Denver, CO.
- Boulos, P. y Ormsbee, L. (1991). “Explicit network calibration for multiple loading conditions.” *Civil Engineering Systems*, 8.
- Boulos, P. F., Altman, T., Jarrige, P. A., y Collevati, F. (1995). “Discrete simulation approach for network water quality models.” *Journal of Water Resources Planning and Management*, 121, 49–60.

-
- Boulos, P. F., Grayman, W. M., Bowcock, R. W., Clapp, J. W., Rossman, L. A., Clark, R. M., Deininger, R. A., y Dhingra, A. K. (1996). "Hydraulic mixing and free chlorine residual in reservoirs." *Journal of the American Water Works Association*, 88(7), 48–59.
- Bowen, P. T., Harp, J. F., Baxter, J. W., y Shull, R. D. (1993). *Residential Water Use Patterns*. AWWA Research Foundation, Denver, CO.
- Buchberger, S. G. y Lee, Y. (1999). *Water Industry Systems: Modelling and Optimization Applications*, capítulo Evidence Supporting the Poisson Pulse Hypothesis for Residential Water Demands, 215–227. Research Studies Press Ltd.
- Buchberger, S. G. y Wells, G. J. (1996). "Intensity, duration and frequency of residential water demands." *Journal of Water Resources Planning and Management*, 122, No. 1, 11–19.
- Buchberger, S. G. y Wu, L. (1995). "Model for instantaneous residential water demands." *Journal of Hydraulic Engineering*, 121, No. 3, 232–246.
- Bush, C. A. y Uber, J. G. (1998). "Sampling design methods for water distribution model calibration." *Journal of Water Resources Planning and Management*, 124, No. 6, 334–344.
- Butler, D. y Graham, N. (1995). "Modeling dry weather wastewater flow in sewer networks." *Journal of Environmental Engineering*, 121, No. 2, 161–173.
- Cabrera, E. y García-Serra, J. (1997). *Problemática de los Abastecimientos Urbanos. Necesidad de su Modernización*. Universidad Politécnica de Valencia.
- Chirivella, V. (2002). "Una metodología para la evaluación de parámetros de fiabilidad en redes de interconexión," Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Valencia.
- Clark, M., Grayman, W. M., y Males, R. M. (1987). "Contaminant propagation in distribution systems." *Journal of Environmental Engineering*, 114, 929–943.
- Clark, M. M. (1996). *Transport Modeling for Environmental Engineers and Scientists*. John Wiley and Sons, New York.
- Clark, R. M., Abdesaken, F., Boulos, P. F., y Mau, R. E. (1996). "Mixing in distribution system storage tanks: Its effect on water quality." *Journal of Environmental Engineering*, 122, No. 9, 814–821.
- Clark, R. M. y Grayman, W. M. (1998). *Modeling Water Quality in Drinking Water Distribution Systems*. American Water Works Association, Denver, CO. USA.
- Clarke, R. T. (1998). *Stochastic Processes For Water Scientists. Developments And Applications*. John Wiley and Sons Ltd., West Sussex, England.
-

- Cross, H. (1936). "Analysis of flow in networks of conduits or conductors." University of Illinois.
- Cullinane, M. J., Lansey, K. E., y Mays, L. W. (1992). "Optimization-availability-based design of water-distribution networks." *Journal of Hydraulic Engineering*, 118(3), 420–441.
- DeOreo, W. B., Heaney, J. P., y Mayer, P. W. (1996). "Flow trace analysis to assess water use." *Journal AWWA*, 79–90.
- Dziegielewski, B. y Opitz, E. (2002). "Water demand analysis." *Urban Water Supply Handbook*, L. W. Mays, ed., McGraw-Hill, USA, 5.1–5.55.
- EPA (Environmental Protection Agency) (2000). *EPANET 2.0*. Water Supply and Water Resources.
- García-Serra, J. (1988). "Estudio y mejora de las técnicas de calibración de modelos de redes hidráulicas," Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Valencia.
- Gargano, R. y Pianese, D. (2000). "Reliability as tool for hydraulic network planning." *Journal Of Hydraulic Engineering*, 126, No. 5, 354–364.
- Goulter, I. (1995). "Analytical and simulation models for reliability analysis in water distribution systems." *Improving Efficiency and Reliability in Water Distribution Systems*, E. Cabrera y A. F. Vela, eds., Kluwer Academic Publishers, Netherlands, 235–266.
- Goulter, I. y Coals, A. (1986). "Quantitative approaches to reliability assessment in pipe networks." *Journal of Transportation Engineering*, 112(3), 287–301.
- Goulter, I., M., T., Mays, L. W., Sakarya, B., Bouchart, F., y Tung, Y. K. (2000). "Reliability analysis for design." *Water Distribution Systems Handbook*, L. W. Mays, ed., McGraw-Hill, USA, 18.1–18.52.
- Goulter, I. C. (1988). "Measures of internal redundancy in water distribution network layouts." *Journal of Information and Optimization Science*, 9, 363–390.
- Grayman, W. M. (1998). *Use of Trace Studies and Water Quality Models to Calibrate a Network Hydraulic Model*. Haestad Press.
- Grayman, W. M. y Clark, R. M. (1993). "Using computer models to determine the effect of storage on water quality." *Journal of the American Water Works Association*, 85(7), 67–77.
- Grayman, W. M., Deininger, R. A., Green, A., Boulos, P. F., Bowcock, R. W., y Godwin, C. C. (1996). "Water quality and mixing models for tanks and reservoirs." *Journal of the American Water Works Association*, 60–73.

- Grayman, W. M., Rossman, L. A., Arnold, C., Deininger, R. A., Smith, C., Smith, J. F., y Schnipke, R. (1999). *Water Quality Modeling of Distribution System Storage Facilities*. American Water Works Association Research Foundation and American Water Works Association, Denver, CO. USA.
- Grayman, W. M., Rossman, L. A., y Geldreich, E. E. (2000). “Water quality.” *Water Distribution Systems Handbook*, L. W. Mays, ed., McGraw-Hill, USA, 9.1–9.24.
- Grupo Mecánica de Fluidos (1996). *Ingeniería Hidráulica Aplicada a Los Sistemas de Distribución de Agua. Tomos I Y II*. Grupo Mecánica de Fluidos. Universidad Politécnica de Valencia.
- Grupo Mecánica de Fluidos (1997). *SARA: Software de Análisis de Redes Hidráulicas. Manual del Usuario*. Grupo Mecánica de Fluidos. Universidad Politécnica de Valencia.
- Gupta, R. y Bhave, P. R. (1996). “Reliability-based design of water-distribution systems.” *Journal of Environmental Engineering*, 122(1), 51–54.
- Islam, M. R. (1995). “Modeling of chlorine concentration in unsteady flows in pipe networks,” PhD thesis, Washington State University.
- Islam, M. R. y Chaudry, M. H. (1998). “Modeling of constituent transport in unsteady flows in pipe networks.” *Journal Of Hydraulic Engineering*, 124, No. 11, 1115–1124.
- Jacobs, P. y Goulter, I. (1989). “Optimization of redundancy in water distribution networks using graph theoretic principles.” *Engineering Optimization*, 15, 71–82.
- Jacobs, P. y Goulter, I. (1991). “Estimation of maximum cut-set size for water network failure.” *Journal of Water Resources Planning and Management*, 117, 588–605.
- Jowitt, P. y Xu, C. (1993). “Predicting pipe failure effects in water distribution networks.” *Journal of Water Resources Planning and Management*, 119(1), 18–31.
- Karney, B. W. (2000). “Hydraulics of pressurized flow.” *Water Distribution Systems Handbook*, L. W. Mays, ed., McGraw-Hill, USA, 2.1–2.43.
- Kennedy, M. S., Moegling, S., Sarikelle, S., y Suravallo, K. (1993). “Assessing the effects of storage tank design on water quality.” *Journal of the American Water Works Association*, 85(7), 78–88.
- Kettler, A. J. y Goulter, I. C. (1985). “Analysis of pipe breakage in urban water distribution networks.” *Canadian Journal of Civil Engineering*, 12(2), 286–293.

- Kiya, F. y Murakawa, S. (1989). *Design Load for Water Supply in Buildings*. A. A. Balkema, Rotterdam.
- Kobayashi, H. (1981). *Modeling and Analysis. An Introduction to System Performance Evaluation Methodology*. Addison-Wesley Publishing Company, Inc., Philippines.
- Lambert, A., Myers, S., y Trow, S. (1998). *Managing Water Leakage*. Financial Times Energy, London.
- Lansey, K., Awumah, K., Zhong, Q., y Goulter, I. (1992). "A supply based reliability measure for water distribution systems." *6th IAHR International Symposium on Stochastic Hydraulic*, J. T. Kuo y G. F. Lin, eds., Taipei. Taiwan. 171–178.
- Lansey, K. y Basnet, C. (1991). "Parameter estimation for water distribution network." *Journal of Water Resources Planning and Management*, 117(1), 126–144.
- Leemis, L. M. (1995). *Reliability: Probabilistic Models and Statistical Methods*. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.
- Levenspiel, O. (1972). *Chemical Reaction Engineering*. John Wiley and Sons, New York.
- Liggett, J. A. (1993). "Network monitoring and the algorithmic location of leaks under steady and unsteady conditions." *Water Supply Systems. State of the Art and Future Trends*, E. Cabrera y F. Martínez, eds., Computational Mechanics Publications, Southampton. UK, 253–270.
- Liggett, J. A. y Chen, L.-C. (1994). "Inverse transient analysis in pipe networks." *Journal of Hydraulic Engineering*, 120(8), 934–955.
- Liggett, J. A. y Chen, L.-C. (1995). "Monitoring water distribution systems." *Improving Efficiency and Reliability in Water Distribution Systems*, E. Cabrera y A. F. Vela, eds., Kluwer Academic Publishers, The Netherlands, 107–132.
- Lingireddy, S. y Ormsbee, L. E. (1998). "Neural networks in optimal calibration of water distribution systems." *Artificial Neural Networks for Civil Engineers: Advanced Features and Applications*, I. Flood y N. Kartam, eds., American Society of Civil Engineers.
- Liou, C. P. y Kroon, J. R. (1987). "Modeling the propagation of waterborne substances in distribution networks." *Journal of the American Water Works Association*, 79(11), 54–58.
- Maddaus, W. O. (1987). *Water Conservation*. American Water Works Association, Denver, CO. USA.

- Males, R. M., Clark, R. M., Wehrman, P. J., y Gates, W. E. (1985). "Algorithm for mixing problems in water systems." *Journal of Hydraulic Division*, 111, 206–219.
- Martínez, F. J. (1994). "Análisis y elaboración de un modelo matemático del sistema de agua potable del municipio de Jávea," Proyecto Final de Carrera, Universidad Politécnica de Valencia.
- Martínez, J. (1998). "Dimensionado óptimo de instalaciones de fontanería en edificios de viviendas," Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Valencia.
- Mau, R. E., Boulos, P. F., Clark, R. M., Grayman, W. M., Tekippe, R. J., y Trussell, R. R. (1995). "Explicit mathematical models of distribution storage water quality." *Journal of Hydraulic Engineering*, 121(10), 699–709.
- Mayer, P. W., DeOreo, W. B., Opitz, E. M., Kiefer, J. C., Davis, W. Y., Dziegielewski, B., y Nelson, J. O. (1999). *Residential End Uses of Water*. AWWA Research Foundation, USA.
- Mays, L. W. (1989). *Reliability Analysis of Water Distribution Systems*. American Society of Civil Engineers, New York.
- Meier, R. W. y Barkdoll, B. D. (2000). "Sampling design for network model calibration using genetic algorithms." *Journal of Water Resources Planning and Management*, 126, No. 4, 245–250.
- Meredith, D. D. (1983). "Use of optimization in calibrating water distribution models." ASCE Spring Convention, Philadelphia, USA.
- Mirás, J. (2000). *Elementos de Muestreo Para Poblaciones Finitas*. Instituto Nacional de Estadística, Madrid.
- Nash, J. E. (1957). "The form of the instantaneous unit hydrograph." *IASH*, 45, 3, 114–121.
- O'Connor, P. D. T. (1995). *Practical Reliability Engineering*. John Wiley and Sons Ltd., Baffins Lane, Chichester. West Sussex. England.
- O'Day, D. K. (1982). "Organizing and analyzing leak and break data for making main replacement decisions." *Journal AWWA*, 74(11), 589–594.
- Office of Water Services (Ofwat) (1998). "1997-98 report on leakage and water efficiency." Ofwat, Birmingham. UK.
- Ormsbee, L. y Kessler, A. (1990). "Optimal upgrading of hydraulic-network reliability." *Journal of the American Water Works Association*, 82(3).
- Ormsbee, L. E. y Lingireddy, S. (1997). "Calibrating hydraulic networks models." *Journal AWWA*, 89(2), 42–50.

- Park, H. y Liebman, J. C. (1993). "Redundancy-constrained minimum-cost design of water-distribution nets." *Journal of Water Resources Planning and Management*, 119 (1), 83–98.
- Parzen, E. (1967). *Stochastic Processes*. Holden-Day, San Francisco, California.
- Pérez, C. (1999). *Técnicas de Muestreo Estadístico*. Rama, Madrid (España).
- Pérez, R. (1993). "Dimensionado óptimo de redes de distribución de agua ramificadas considerando los elementos de regulación," Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Valencia.
- Pianese, D. y Villani, P. (1994). "Verifica di affidabilità delle reti idriche in pressione. parte prima: Valutazione mediante indici locali." *XXIV Convegno Nazionale Di Idraulica e Costruzioni Idrauliche*. 67–80.
- Poch, F. A. (1969). *Curso de Muestreo y Aplicaciones*. Aguilar, S.A. de Ediciones, Madrid (España).
- Press, W. H., Flannery, B. P., Teukolsky, S. A., y Vetterling, W. T. (1986). *Numerical Recipes*. Cambridge University Press, New York. USA.
- Pudar, R. S. y Liggett, J. A. (1992). "Leaks in pipe networks." *Journal of Hydraulic Engineering*, 118(7), 1031–1046.
- Rodríguez-Iturbe, I., Gupta, V. K., y Waymire, E. (1984). "Scale considerations in the modeling of temporal rainfall." *Water Resources Research*, 20, No. 11, 1611–1619.
- Rossman, L. A. (1994). *EPANET Users Manual*. U.S. Environmental Protection Agency, Cincinnati, Ohio. USA.
- Rossman, L. A. (2000). "Computer Models/Epanet." *Water Distribution Systems Handbook*, L. W. Mays, ed., McGraw-Hill, USA, 12.1–12.23.
- Rossman, L. A. y Boulos, P. F. (1996). "Numerical methods for modeling water quality in distribution systems: A comparison." *Journal of Water Resources Planning and Management*, 122(2), 137–146.
- Segura, B. (1993). "La modelización de la calidad del agua en las redes de distribución de Madrid." *Tecnología Para Gestion de Las Redes de Distribución*, Canal Isabel II, Madrid.
- Spiegel, M. R. (1988). *Probabilidad y Estadística*. McGraw-Hill/Interamericana de México, S.A., Naucalpan de Juárez, Edo. de México.
- Su, Y.-C., Mays, L. W., Duan, N., y Lansey, K. E. (1987). "Reliability-based optimization model for water distribution systems." *Journal of Hydraulic Engineering*, 114(12), 1539–1556.

- Thompson, S. K. (1992). *Sampling*. John Wiley and Sons, Inc., USA.
- U.K. Water Industry (1994a). “Report e: Interpreting measured night flows.” U.K. Water Industry. Engineering and Operations Committee.
- U.K. Water Industry (1994b). “Report f: Using night flow data.” U.K. Water Industry. Engineering and Operations Committee.
- Vela, A. (1988). “Asignación de cargas al modelo de una red de distribución de agua potable. Aplicación al caso de la ciudad de Valencia,” Proyecto Final de Carrera, Universidad Politécnica de Valencia.
- Wagner, J. M., Shamir, U., y Marks, D. H. (1988b). “Water distribution reliability: Analytical methods.” *Journal of Water Resources Planning and Management*, 114(3), 253–275.
- Wagner, J. M., Shamir, U., y Marks, D. H. (1988a). “Water distribution reliability: Simulation methods.” *Journal of Water Resources Planning and Management*, 114(3), 276–294.
- Walski, T. M. (1983). “Technique for calibrating network models.” *Journal of Water Resources Planning and Management*, 109.
- Walski, T. M. (1990). “Sherlock Holmes meets Hardy Cross. Or model calibration in Austin, Texas.” *Journal of the American Water Works Association*, 82(3).
- Walski, T. M. (2000). “Model calibration data: The good, the bad and the useless.” *Journal AWWA*, 92(1), 94–99.
- Walski, T. M., Chase, D. V., y Savic, D. A. (2001). *Water Distribution Modeling*. Haestad Methods, Inc., U.S.A.
- Walski, T. M. y Pelliccia, A. (1982). “Economic analysis of water main breaks.” *Journal AWWA*, 74(3), 140–147.
- Walters, G. A., Savic, D. A., Morley, M. S., de Schaetzen, W., y Atkinson, R. M. (1998). “Calibration of water distribution network models using genetic algorithms.” *Hydraulic Engineering Software VII*, Computational Mechanics Publications.
- Water Research Center (WRc) (1989). “Network analysis - a code of practice.” WRc, Swindon, UK.
- Wells, G. J. (1994). “Statistical characteristics of residential water demands,” Master’s thesis, University of Cincinnati.
- Wu, L. (1996). “Stochastic model of flow in the periphery of a water distribution system,” PhD thesis, University of Cincinnati.

REFERENCIAS

- Wu, S. J., Yoon, Y. H., y Quimpo, R. (1993). "Capacity-weighted water distribution system reliability." *Reliability Engineering and System Safety*, 42, 39–46.
- Xu, C. y Goulter, I. C. (1998). "Probabilistic model for water distribution reliability." *Journal of Water Resources Planning and Management*, 124, No. 4, 218–228.

Apéndice A

CÓDIGO DE LOS PRINCIPALES PROGRAMAS DE CÁLCULO

A.1 Identificación de pulsos individuales

A.1.1 Suavización de la señal

```
Option Base 1 Private j As Integer, p As Integer, q As Integer, r
As Integer, tinicio As Double, tfinal As Double, caudal() As
Double, t2() As Double, delante As Boolean, inodoro As Boolean,
pulso_aislado As Integer, suma_acum As Double, media_acum As
Double, suma5 As Double, media5 As Double, MA As Boolean,
volu_cierre As Double, n As Integer, x As Integer, serie_irre As
Boolean, des_est As Double, consumo As Double, fila As Integer,
pulso As Integer, inicio0 As Boolean, final0 As Boolean,
pulso_unitario As Boolean, num_ino As Integer, num_irre As
Integer, promedio As Double, promedio5 As Double, promedio10 As
Double, tcorregido As Double, unir_inodoro As Boolean, intensidad
As Double, volumen As Double, volu_adic As Double, v_super As
Double, ti_super As Double, tf_super As Double, ino2 As Boolean,
salto_final As Boolean, promediop As Double, m As Integer, f As
Range, indice As Long
```

```
Sub Suavización_señal()
```

```
    m = 5
```

```
    Do While (IsEmpty(Cells(m + 1, 2 * dia)) = False)
```

```
        m = m + 1
```

```
    Loop
```

```
    Set f = Range(Cells(5, 2 * dia - 1), Cells(m, 2 * dia + 1))
```

```
    Workbooks("vivienda Castellón 3-A.xls").Activate
```

```
    Worksheets(dia).Activate
```

```
    j = 2: delante = False
```

```
    consumo = 0: fila = 3: pulso = 0: num_ino = 0: num_irre = 0
```

```
    Do While (j <= m - 2)
```

```
        pulso = pulso + 1
```

```
        pulso_aislado = 0: inicio0 = False: final0 = False: MA = True
```

```
        volu_adic = 0: ino2 = False: salto_final = False
```

```
        inodoro = False: serie_irre = False: pulso_unitario = False
```

```
        unir_inodoro = False
```

```
        Calcular_tiempo_inicio
```

```
        If (j <= m - 2) Then
```

```
            Almacenar_valores
```

```
            Escribir_resultados
```

```
        End If
```

```
    Loop
```

```
    Cells(fila + 2, 5) = "Consumo": Cells(fila + 2, 6) = consumo
```

```
    Cells(fila + 3, 5) = "Núm. inodoros": Cells(fila + 3, 6) = num_ino
```

```
Cells(fila + 4, 5) = "Núm s. irre.": Cells(fila + 4, 6) = num_irre
End Sub
```

```
Sub Calcular_tiempo_inicio()
If j = 2 Then
  If f(j, 3) > 0.03 Then
    delante = True
  End If
End If
If delante = False Then
  delante = True
  pulso_aislado = 1
  If f(j + 1, 3) > 0.03 Then
    tinicio = f(j, 2)
    j = j + 1
  Else
    Do While (f(j, 3) <= 0.03) And (j + 1 <= m - 2)
      j = j + 1
    Loop
    If (j + 1 <= m - 2) Then
      tinicio = f(j - 1, 2)
    Else
      j = j + 1
    End If
  End If
Else
  If (j <= m - 2) Then
    tinicio = f(j - 1, 2)
    If (j = 2) Then
      inicio0 = True
    Else
      If (Cells(fila, 8) = 0) Then
        inicio0 = True
      End If
    End If
  End If
End If
End Sub
```

```
Sub Almacenar_valores()
Dim salir As Boolean
p = 1: salir = False
ReDim caudal(p): ReDim t2(p)
caudal(p) = f(j, 3)
```

```
t2(p) = f(j, 2)
If (j > 2) Then
  If ((f(j, 3) - f(j + 1, 3) > 0.03) And
    (f(j + 2, 3) - f(j + 1, 3) > 0.03) And f(j + 1, 3) >
    0.03 And (f(j - 1, 3) > 0.03) And (Abs(f(j + 1, 3) -
    f(j + 3, 3)) > 0.05) And (f(j - 1, 3) - f(j + 1, 3) >
    0.6 * f(j - 1, 3)) And (f(j, 3) < f(j - 1, 3) - 0.02))
  Then
    MA = False
    tfinal = f(j, 2)
    Calcular_caudal_tiempo p, j: r = p
    Comprobar_serie_irregular
    If serie_irre = False Then
      delante = False
      pulso_aislado = pulso_aislado + 1
      pulso_unitario = True
    End If
  End If
End If
If (MA = True) And (f(j - 1, 3) <= 0.03) And (f(j + 1, 3)
<= 0.03) Then
  MA = False
  tfinal = f(j, 2)
  delante = False
  pulso_aislado = pulso_aislado + 1
  j = j + 1
  pulso_unitario = True
End If
If (MA = True) Then
  If (caudal(p) > f(j + 1, 3) + 0.003 And caudal(p) -
  f(j + 1, 3) < 0.03) And (f(j + 1, 3) > f(j + 2, 3) +
  0.004 And f(j + 1, 3) - f(j + 2, 3) < 0.025) And _
  (f(j + 2, 3) > f(j + 3, 3) + 0.004 And f(j + 2, 3) -
  f(j + 3, 3) < 0.025) And (f(j + 3, 3) > f(j + 4, 3) +
  0.004 And f(j + 3, 3) - f(j + 4, 3) < 0.025) Then
    Comprobar_inodoro
  End If
  If (inodoro = False) Then
    If (caudal(p) > 0.2) Then
      Do While (t2(p) - tinicio <= 0.5) And (caudal(p) > 0.03)
        Calcular_caudal_tiempo p, j
      Loop
    Else
      Do While ((t2(p) - tinicio <= 1.5) Or (p <= 2)) And
```

```
(caudal(p) > 0.03) And ((Abs(f(j, 3) - f(j - 1, 3)) <=
0.06 Or (p = 1) Or (tinicio <> tfinal)) Or f(j + 1, 3) >
0.03 Or f(j + 2, 3) > 0.03) And (salir = False)
  Calcular_caudal_tiempo p, j
  If (p > 2) Then
    If (Abs(caudal(p - 2) - caudal(p - 1)) < 0.007) And
      (Abs(caudal(p) - caudal(p - 1)) > 0.03) And (Abs(
f(j + 1, 3) - caudal(p - 1)) > 0.03) And (Abs(
f(j + 2, 3) - caudal(p - 1)) > 0.03) Then
      salir = True
      tfinal = t2(p - 1)
      If (caudal(p) <= 0.03) Then
        delante = False
        pulso_aislado = pulso_aislado + 1
      End If
    End If
  End If
  Loop
End If
If (salir = False) Then
  If (Abs(caudal(p) - caudal(p - 1)) > 0.06)
  And (f(j + 1, 3) <= 0.03) And (f(j + 2, 3) <= 0.03) And
  (Abs(f(j, 3) - f(j - 2, 3)) < 0.01) Then
    tfinal = t2(p - 1)
  ElseIf (caudal(p) <= 0.03) Or ((Abs(caudal(p) - caudal(p - 1))
  > 0.06) And (f(j + 1, 3) <= 0.03) And (f(j + 2, 3) <=
  0.03)) Then
    tfinal = t2(p - 1)
    delante = False
    pulso_aislado = pulso_aislado + 1
    If (Abs(caudal(p) - caudal(p - 1)) > 0.06) And
    (f(j + 1, 3) <= 0.03) And (f(j + 2, 3) <= 0.03) Then
      j = j + 1
    End If
  Else
    Calcular_media_movil
  End If
End If '(If salir=False)
End If '(If inodoro = False)
End If '(If MA = True)
End Sub

Sub Calcular_caudal_tiempo(ByRef a, b)
a = a + 1
```

```
ReDim Preserve caudal(a): ReDim Preserve t2(a)
b = b + 1
caudal(a) = f(b, 3)
t2(a) = f(b, 2)
End Sub

Sub Calcular_media_movil()
q = p
Calcular_primeros_valores
If (caudal(p) >= 0.2) And (MA = True) Then 'Con esto retrasamos el comienzo media 5
    q = p - 2 'Con esto eliminamos los 2 primeros valores en el cálculo de la media
    Calcular_primeros_valores
End If
If ((MA = False) And (caudal(p) > 0.03)) Then
    r = p
    Comprobar_serie_irregular
ElseIf (MA = True) Then
    Do While MA = True
        Calcular_caudal_tiempo p, j
        Calcular_media_acumulada
        Calcular_media5
        If (Abs(media_acum - media5) > 0.0083 And Abs(caudal(p) -
caudal(p - 1)) > 0.0015) Or (Abs(caudal(p) - caudal(p - 1))
> 0.02 And Abs(f(j + 1, 3) - caudal(p - 1)) > 0.012 And
Abs(f(j + 2, 3) - f(j - 3, 3)) > 0.03 And
Abs(f(j + 3, 3) - f(j - 2, 3)) > 0.03 And
Abs(f(j + 2, 3) - f(j - 2, 3)) > 0.03 And f(j + 1, 3)
> 0.03) Or (f(j, 3) > 1.35 * f(j - 2, 3) And
Abs(f(j + 1, 3) - caudal(p - 1)) > 0.005) Or (f(j - 2, 3)
> 1.35 * f(j, 3) And Abs(f(j + 1, 3) - caudal(p - 1)) >
0.005) Or (caudal(p) <= 0.03) Then
            MA = False
            tfinal = t2(p - 1)
        End If
    Loop
    If ((caudal(p) <= 0.03) And Abs(caudal(p) - caudal(p - 1)) > 0.01)
Then
        tfinal = t2(p - 1)
        pulso_aislado = pulso_aislado + 1
        delante = False
    Else
        r = p
        Comprobar_inodoro
        If inodoro = False Then
```

```
    If (caudal(p) <= 0.03) Then
        tfinal = t2(p - 1)
        pulso_aislado = pulso_aislado + 1
        delante = False
    Else
        Comprobar_serie_irregular
    End If
    ElseIf (volu_adic = 0) And (tinicio <> Cells(fila, 7)) And
        (caudal(p - 1) <= 0.03) And (caudal(p - 2) - caudal(p - 1) > 0.04)
        And (caudal(p - 3) - caudal(p - 1) > 0.04) Then '(inodoro=True)
        inodoro = False
    End If
End If
End Sub
```

```
Sub Calcular_primeros_valores()
Do While ((p - q) <= 3) And (MA = True) And (caudal(p) > 0.03)
    Calcular_caudal_tiempo p, j
    Calcular_media_acumulada
    If ((Abs(media_acum - caudal(p)) > 0.05 Or (Abs(caudal(p) -
        caudal(p - 1)) > 0.025 And (p > 3)) Or (Abs(caudal(p) -
        caudal(p - 1)) > 0.05)) And (Abs(f(j + 2, 3) - caudal(p - 2))
        > 0.025) And (Abs(f(j + 1, 3) - caudal(p - 1)) > 0.025) And
        (Abs(f(j + 2, 3) - f(j - 3, 3)) > 0.025)) Or (caudal(p) <=
        0.03) Or ((Abs(caudal(p - 2) - caudal(p - 1)) < 0.005) And
        (caudal(p) - caudal(p - 1) > 0.03) And (f(j + 1, 3)
        - caudal(p - 1) > 0.03) And (f(j + 2, 3) - caudal(p - 1) >
        0.03)) Then
        MA = False
        tfinal = t2(p - 1)
        If (caudal(p) <= 0.03) Then
            pulso_aislado = pulso_aislado + 1
            delante = False
        End If
    End If
Loop
End Sub
```

```
Sub Calcular_media_acumulada()
Dim m2 As Integer
suma_acum = 0
For m2 = q To p
    suma_acum = suma_acum + caudal(m2)
```



```
Next
media_acum = suma_acum / (p - q + 1)
End Sub

Sub Calcular_media5()
suma5 = 0
For n = p To p - 4 Step -1
    suma5 = suma5 + caudal(n)
Next
media5 = suma5 / 5
End Sub

Sub Comprobar_inodoro() Dim s As Integer, si As Integer, w As
Integer, salir As Boolean, u As Integer, salto As Double,
volu_cierre2 As Double, tfin As Double, i_ant As Double, a As
Integer, prom_ant As Double, prom_post As Double, d1 As Double, d2
As Double, d3 As Double, d4 As Double, d5 As Double, d6 As Double
si = 0: w = 0: salir = False: parar = False
volu_cierre2 = 0: tfin = 0
If (p = 1) Then
    Calcular_caudal_tiempo p, j
    r = p
End If
If (j > 5) Then
    If (f(j - 5, 2) >= tinicio) Then
        Calcular_promedio2 j - 5, 5
        prom_ant = promedio5
    Else
        prom_ant = 0
    End If
Else
    prom_ant = 0
End If
Calcular_promedio2 j + 1, 5
prom_post = promedio5
Calcular_promedio2 j + 1, 10
If (prom_ant > prom_post) Or
(caudal(p) > prom_post) Or (prom_ant > promedio10) Or (caudal(p) >
promedio10) Then
    If (prom_ant < prom_post + 0.04) Or (f(j - 1, 3) < f(j, 3)
+ 0.025 Or f(j - 1, 3) < f(j + 1, 3) + 0.03 Or
f(j - 1, 3) < f(j + 2, 3) + 0.03) Then
        If (Abs(caudal(p) - caudal(p - 1)) < 0.035 Or Abs(caudal(p) -
f(j + 1, 3)) < 0.03) And (Abs(caudal(p - 1) - f(j + 1, 3)) <
```

```

0.025 Or (caudal(p - 1) > f(j + 1, 3) And caudal(p - 1) <
f(j + 1, 3) + 0.05)) And (Abs(caudal(p - 1) - f(j + 2, 3))
< 0.02 Or (caudal(p - 1) > f(j + 2, 3) And
caudal(p - 1) < f(j + 2, 3) + 0.07)) Then
  If (Abs(caudal(p) - caudal(p - 1)) < 0.035) Then
    Do While (Abs(f(j + w + 1, 3) - f(j + w, 3)) < 0.055) And
      (w < 10) And (parar = False) And (f(j + w, 3) > 0.003)
      If (f(j + w, 3) <= f(j + w - 1, 3)) Then
        si = si + 1
      ElseIf (f(j + w, 3) - f(j + w - 1, 3) > 0.015 And
        Abs(f(j + w + 1, 3) - f(j + w - 1, 3)) > 0.01 And
        w > 5) Or (f(j + w, 3) - f(j + w - 1, 3) > 0.02 And
        f(j + w + 1, 3) - f(j + w - 1, 3) > 0.02) Then
        parar = True
        w = w - 2
      ElseIf (f(j + w, 3) - f(j + w - 1, 3) > 0.02) Then
        si = si - 1
      End If
      w = w + 1
    Loop
    If (f(j + w, 3) - f(j + w + 1, 3) > 0.1) And
      (f(j + w + 1, 3) < 0.03) Then
      parar = True
    End If
  Else
    Do While (Abs(f(j + w + 3, 3) - f(j + w + 2, 3)) < 0.05)
      And (w < 10) And (parar = False) And (f(j + w + 2, 3) < 0.003)
      If (f(j + w + 2, 3) <= f(j + w + 1, 3)) Then
        si = si + 1
      ElseIf (f(j + w + 2, 3) - f(j + w + 1, 3) > 0.02) And
        (f(j + w + 3, 3) - f(j + w + 1, 3) > 0.02) Then
        parar = True
        w = w - 2
      ElseIf (f(j + w + 2, 3) - f(j + w + 1, 3) > 0.02) Then
        si = si - 1
      End If
      w = w + 1
    Loop
    If (f(j + w + 2, 3) - f(j + w + 3, 3) > 0.1) And
      (f(j + w + 3, 3) < 0.03) Then
      parar = True
    End If
  End If
  If (w <= 3) Then 'Esto sería el caso de las series irregulares

```

```

If (f(j + w + 1, 3) < f(j + w + 2, 3) + 0.004) Or
(f(j + w + 1, 3) > f(j + w + 2, 3) + 0.025) Or
(f(j + w + 2, 3) < f(j + w + 3, 3) + 0.004) Or
(f(j + w + 2, 3) > f(j + w + 3, 3) + 0.025) Or
(f(j + w + 3, 3) < f(j + w + 4, 3) + 0.004) Or
(f(j + w + 3, 3) > f(j + w + 4, 3) + 0.025) Or
(f(j + w + 4, 3) < f(j + w + 5, 3) + 0.004) Or
(f(j + w + 4, 3) > f(j + w + 5, 3) + 0.025) Or (w = 1) Then
    salir = True
End If
End If
If (salir = False) And (si > (w / 2)) Then
    If (Abs(caudal(p) - caudal(p - 1)) < 0.035) Then
        If (f(j + 1, 3) < f(j, 3) + 0.005) Then
            a = 1
        ElseIf (f(j - 1, 3) < f(j, 3) + 0.005) Then
            a = 0
        Else
            a = 2
        End If
        d1 = f(j + a, 3) - f(j + w, 3)
        d2 = f(j + 2, 3) - f(j + w, 3)
        d3 = f(j + w - 1, 3) - f(j + w, 3)
        d4 = f(j + a, 3) - f(j + w - 1, 3)
        d5 = f(j + 2, 3) - f(j + w - 1, 3)
        d6 = f(j + w - 2, 3) - f(j + w - 1, 3)
        If (w <> a + 1) And (w <> a) Then
            If (((d1 > 0.012 * w / 10 And d2 > 0.012 * (w - 1) / 10 And
            w > 5) Or (d1 > 0.01 * w / 10 And d2 > 0.01 * (w - 1) / 10 And
            w <= 5)) And (d3 < 0.025 And d3 < 4.4 * d1 / (w - a))) Or
            ((d4 > 0.012 * (w - 1) / 10) And (d5 > 0.012 * (w - 2) / 10)
            And (d6 < 0.025 And d6 < 4.4 * d4 / (w - 1 - a))) Then
                inodoro = True
            ElseIf (w = 10) And (si >= 7) And (d1 >= 0.006) Then
                Do While (Abs(f(j + w + 1, 3) - f(j + w, 3)) < 0.01)
                    And (w < 20) And (parar = False) And (f(j + w, 3) > 0.003)
                        If (f(j + w, 3) <= f(j + w - 1, 3)) Then
                            si = si + 1
                        ElseIf (f(j + w, 3) - f(j + w - 1, 3) > 0.009 And
                        Abs(f(j + w + 1, 3) - f(j + w - 1, 3)) > 0.009) Then
                            parar = True
                            w = w - 2
                        ElseIf (f(j + w, 3) - f(j + w - 1, 3) > 0.008) Then
                            si = si - 1
                    
```

```

        End If
        w = w + 1
    Loop
    d1 = f(j + a, 3) - f(j + w, 3)
    d3 = f(j + w - 1, 3) - f(j + w, 3)
    If (w = 20) And (si >= 17) And (d1 > 0.015) And (d3 < 0.005)
    Then
        inodoro = True
    End If
End If
ElseIf (w > 3) Then
    d1 = f(j + 3, 3) - f(j + w, 3)
    d2 = f(j + w - 1, 3) - f(j + w, 3)
    d3 = f(j + 3, 3) - f(j + w - 1, 3)
    d4 = f(j + w - 2, 3) - f(j + w - 1, 3)
    If ((d1 > 0.012 * (w - 2) / 10) And (d2 < 0.025 And
    d2 < 4.4 * d1 / (w - 3))) Or ((d3 > 0.012 * (w - 3) / 10) And
    (d4 < 0.025 And d4 < 4.4 * d3 / (w - 3))) Then
        inodoro = True
    End If
End If
End If
If inodoro = True Then
    volu_cierre = 0
    s = r
    Do While (s - r < 2) And (caudal(s) > 0.003)
        volu_cierre = volu_cierre + 0.1
        Calcular_caudal_tiempo s, j
    Loop
    Calcular_promedio2 j, 10: Calcular_promedio2 j, 5
    Do While (caudal(s) - caudal(s - 1) <= 0.007 Or (Abs(caudal(s)
    - caudal(s - 1)) < 0.05 And (f(j + 2, 3) - caudal(s - 2)
    <= 0.007)) Or (f(j + 2, 3) - caudal(s - 2) <= 0.005
    And caudal(s - 2) > f(j + 3, 3) And f(j + 4, 3) -
    f(j + 3, 3) < 0.001 And Abs(f(j + 2, 3) - caudal(s - 2))
    < 0.025)) And (caudal(s) > 0.003) And (t2(s) - t2(r - 1) < 150)
    And (Abs(caudal(s) - promedio10) > 0.0012 Or Abs(caudal(s) -
    promedio5) > 0.0006 Or (caudal(s - 1) - caudal(s) >= 0.015 And
    caudal(s - 2) - caudal(s - 1) >= 0.015))
        volu_cierre = volu_cierre + 0.1
        Calcular_caudal_tiempo s, j
        If (caudal(s - 1) - caudal(s) > 0.035) And (caudal(s - 1) -
        f(j + 1, 3) > 0.045) And (caudal(s - 1) < caudal(s - 2)

```

```

+ 0.025) Then
    salto_final = True
End If
Calcular_promedio2 j, 10: Calcular_promedio2 j, 5
Loop
u = s
If (caudal(s) - caudal(s - 1) > 0.05 Or f(j + 1, 3) -
caudal(s - 1) > 0.05) And (caudal(s - 1) >
0.03) Then
    si = 0: w = 1: parar = False
    If (caudal(s) - caudal(s - 1) > 0.05) Then
        w = 0
    End If
    Do While (Abs(f(j + w + 1, 3) - f(j + w, 3)) < 0.05) And
(w < 10) And (parar = False)
        If (f(j + w + 1, 3) <= f(j + w, 3)) Then
            si = si + 1
        ElseIf (f(j + w + 1, 3) - f(j + w, 3) > 0.02) And
(f(j + w + 2, 3) - f(j + w, 3) > 0.02) Then
            parar = True
        End If
        w = w + 1
    Loop
    If ((si = w And w >= 4) Or (si = w - 1 And f(j + 1, 3) -
caudal(s - 1) > 0.05 And w >= 4)) And (f(j + 1, 3) -
f(j + w, 3) > 0.02 * w / 10) And (f(j + w - 1, 3) -
f(j + w, 3) < 0.025) Then
        If (caudal(s) - caudal(s - 1) > 0.05) Then
            salto = caudal(s) - caudal(s - 1)
        Else
            salto = f(j + 1, 3) - caudal(s - 1)
            volu_adic = volu_adic + 0.1
            Calcular_caudal_tiempo u, j
        End If
        volu_adic = volu_adic + 0.1
        Calcular_caudal_tiempo u, j
        Calcular_promedio2 j, 10: Calcular_promedio2 j, 5
        Do While (caudal(u) - caudal(u - 1) <= 0.007 Or
f(j + 2, 3) - f(j - 2, 3) <= 0.007) And (Abs(
caudal(u) - caudal(u - 1)) < salto - 0.01) And (Abs(
caudal(u) - caudal(u - 1)) < 0.06) And (caudal(u) >
0.03) And (t2(u) - t2(r - 1) < 150) And (Abs(caudal(u) -
promedio10) > 0.0012 Or Abs(caudal(u) - promedio5) > 0.0006
Or (caudal(s - 1) - caudal(s) >= 0.015 And caudal(s - 2) -

```

```

caudal(s - 1) >= 0.015))
    volu_adic = volu_adic + 0.1
    Calcular_caudal_tiempo u, j
    If (caudal(u) <= salto - 0.008) And (caudal(u - 1) -
caudal(u) < 0.03) Then 'Añadido 12-10-99. Caso 11
        volu_cierre2 = volu_cierre2 + 0.1
        If (tfin = 0) Then
            tfin = t2(u - 1)
        End If
    End If
    Calcular_promedio2 j, 10: Calcular_promedio2 j, 5
Loop
If (caudal(u) <= 0.01) And (tfin > 0) Then 'Añadido 12-10-99. Caso 11
    volu_adic = volu_adic - volu_cierre2 - salto * (tfin -
t2(s - 1))
    v_super = volu_cierre2 + salto * (tfin - t2(s - 1))
    tf_super = tfin + volu_cierre2 / salto
    ino2 = True
Else
    volu_adic = volu_adic - caudal(u - 1) * (t2(u - 1) -
t2(s - 1))
    v_super = caudal(u - 1) * (t2(u - 1) - t2(s - 1))
    tf_super = f(j - 1, 2)
End If
final0 = True
ti_super = t2(s - 1)
End If
End If
volu_cierre = volu_cierre + volu_adic
volumen = 0.1 * (p - 1)
If (p = 2) Then
    intensidad = caudal(1)
    tfinal = t2(1)
Else
    intensidad = volumen / (tfinal - tinicio)
End If
p = u
tcierre = volu_cierre / intensidad
tfinal = tfinal + tcierre
volumen = volumen + volu_cierre
If (fila = 3) Then
    i_ant = 0
Else
    i_ant = Cells(fila, 8)

```

```

End If
If (caudal(u - 1) <= 0.03) Or (caudal(u - 2) <= 0.03 And
caudal(u) <= 0.03) Or (caudal(u) <= 0.003) Or (volu_adic > 0 And
caudal(u) <= 0.03) Then
    pulso_aislado = pulso_aislado + 1
    delante = False
ElseIf ((tinicio = Cells(fila, 7) And Abs(caudal(s - 1) -
i_ant) < 0.03) Or (Abs(caudal(u - 1) - promedio10) < 0.01
And Abs(caudal(u - 1) - promedio5) < 0.01)
Or (Abs(caudal(s - 1) - f(j + 3, 3)) < 0.03 And
f(j + 4, 3) <= f(j + 3, 3) And f(j + 5, 3) <=
f(j + 4, 3) And f(j + 6, 3) <= f(j + 5, 3)) Or
(f(j - 1, 2) - tfinal <= 1)) And (volu_adic = 0) Then
    tcorregido = (intensidad * tfinal - f(j, 3) *
f(j - 1, 2)) / (intensidad - f(j, 3))
    If (tcorregido < tfinal) And (tcorregido > tinicio) Then
        tfinal = tcorregido
        volumen = intensidad * (tfinal - tinicio)
        unir_inodoro = True
    Else
        tfinal = f(j - 1, 2)
        intensidad = volumen / (tfinal - tinicio)
    End If
Else
    final0 = True
End If
End If
End If
End If
End Sub

Sub Comprobar_serie_irregular() If ((Abs(f(j, 3) - f(j + 1, 3)) >
0.02) Or (Abs(f(j + 1, 3) - f(j + 2, 3)) > 0.02)) And ((Abs(f(j +
1, 3) - f(j + 2, 3)) > 0.02) Or (Abs(f(j + 2, 3) - f(j + 3, 3))
> 0.02)) Then
    x = j
    Do
        Calcular_caudal_tiempo r, x
    Loop Until (r - p = 10) Or caudal(r) <= 0.03
    Calcular_promedio
    promedio5 = 0: promediop = 0
    If (p > 5) Then
        Calcular_promedio2 j - 5, 5
    End If
End Sub

```

```
Else
  Calcular_promedio2 j - p + 1, p - 1
End If
If ((Abs(promedio - caudal(p - 1)) < 0.035) Or (Abs(promedio -
promedio5) < 0.035 And p > 5) Or (Abs(promedio - promediop) <
0.035 And p <= 5)) And (Abs(caudal(p) - caudal(p - 1)) > 0.015) Then
  Calcular_desv_est 1 'Ojo: el último caudal(r) no debe incluirse
  If (des_est > 0.02) Then
    serie_irre = True
    If caudal(r) > 0.03 Then
      Do
        Calcular_caudal_tiempo r, x
        p = r
        Calcular_media_acumulada
        Calcular_promedio2 x, 10
        Calcular_desv_est 2
      Loop Until (caudal(r) <= 0.03) Or (Abs(caudal(r) -
caudal(r - 1)) > 0.1 And caudal(r) > 0.05 And
Abs(f(x + 1, 3) - caudal(r)) < 0.03 And Abs(
f(x + 2, 3) - caudal(r)) < 0.03) Or
(Abs(media_acum - promedio10) > 0.05) Or (des_est < 0.005)
    End If
    p = r
    j = x
    tfinal = t2(r - 1)
    If caudal(r) <= 0.03 Then
      pulso_aislado = pulso_aislado + 1
      delante = False
    End If
  End If
End If
End Sub

Sub Calcular_promedio()
Dim suma As Double, z As Integer
suma = 0
If r > p + 4 Then
  For z = p To p + 4
    suma = suma + caudal(z)
  Next
  promedio = suma / 5
Else
  For z = p To r - 1
```



```
        suma = suma + caudal(z)
    Next
    promedio = suma / (r - p)
End If
End Sub

Sub Calcular_promedio2(ByRef c, ByRef d)
Dim suma As Double, z As Integer
suma = 0
For z = 0 To d - 1
    suma = suma + f(c + z, 3)
Next
If d = 5 Then
    promedio5 = suma / d
End If
If d = 10 Then
    promedio10 = suma / d
End If
If (d <> 5) And (d <> 10) Then
    promediop = suma / d
End If
End Sub

Sub Calcular_desv_est(a)
Dim sumax2 As Double, sumax As Double, z As Integer
sumax2 = 0: sumax = 0
If (a = 1) Then
    If (r > p + 3) Then
        For z = r - 1 To p + 3 Step -1
            sumax2 = sumax2 + (caudal(z) ^ 2)
            sumax = sumax + caudal(z)
        Next
        If ((r - p - 3) * sumax2 - sumax ^ 2) > 0 Then
            des_est = Sqr(((r - p - 3) * sumax2 - sumax ^ 2) / ((r - p - 3)
                * (r - p - 4)))
        Else
            des_est = 0
        End If
    Else
        des_est = 0
    End If
End If
If (a = 2) Then
    For z = 0 To 4
```

```
    sumax2 = sumax2 + (f(x + z, 3) ^ 2)
    sumax = sumax + f(x + z, 3)
Next
If (5 * sumax2 - sumax ^ 2) > 0 Then
    des_est = Sqr((5 * sumax2 - sumax ^ 2) / (5 * 4))
Else
    des_est = 0
End If
End If
End Sub

Sub Escribir_resultados()
Dim i As Integer, tmediopulso As Double, tcierre As Double
If pulso_unitario = True Then
    volumen = 0.1
ElseIf inodoro = False Then
    volumen = 0.1 * (p - 1)
End If
If inodoro = False Then
    intensidad = volumen / (tfinal - tinicio)
End If
tmediopulso = 0.05 / intensidad
Select Case pulso_aislado
    Case 1
        If delante = True Then
            tinicio = tinicio - tmediopulso
            inicio0 = True
        Else
            tfinal = tfinal + tmediopulso
            final0 = True
        End If
        volumen = volumen + 0.05
    Case 2
        tinicio = tinicio - tmediopulso
        tfinal = tfinal + tmediopulso
        volumen = volumen + 0.1
        inicio0 = True
        final0 = True
End Select
fila = fila + 1
If inodoro = True Then
    num_ino = num_ino + 1
    If (salto_final = True) Then
        Cells(fila + 1, 5) = "Inodoro2"
```

```
Else
  Cells(fila + 1, 5) = "Inodoro"
End If
End If
If serie_irre = True Then
  num_irre = num_irre + 1
  Cells(fila + 1, 5) = "Serie irreg."
End If
consumo = consumo + volumen
Cells(fila, 5) = pulso: Cells(fila, 9) = volumen
Cells(fila, 6) = "tinicio": Cells(fila, 7) = tinicio
If inicio0 = True Then
  Cells(fila, 8) = 0
  Cells(fila + 1, 6) = "tinicio": Cells(fila + 1, 7) = tinicio
  fila = fila + 1
End If
Cells(fila, 8) = intensidad
fila = fila + 1
Cells(fila, 6) = "tfinal": Cells(fila, 7) = tfinal
Cells(fila, 8) = intensidad
If final0 = True Then
  fila = fila + 1
  Cells(fila, 6) = "tfinal": Cells(fila, 7) = tfinal
  Cells(fila, 8) = 0
End If
If unir_inodoro = True Then
  pulso = pulso + 1
  fila = fila + 1
  Cells(fila, 5) = pulso
  Cells(fila, 9) = f(j, 3) * (f(j - 1, 2) - tcorregido)
  consumo = consumo + Cells(fila, 9)
  Cells(fila, 6) = "tinicio": Cells(fila, 7) = tcorregido
  Cells(fila, 8) = f(j, 3)
  fila = fila + 1
  Cells(fila, 6) = "tfinal": Cells(fila, 7) = f(j - 1, 2)
  Cells(fila, 8) = f(j, 3)
End If
If (volu_adic > 0) Then
  pulso = pulso + 1
  fila = fila + 1
  Cells(fila, 5) = pulso
  Cells(fila, 9) = v_super
  consumo = consumo + Cells(fila, 9)
  Cells(fila, 6) = "tinicio": Cells(fila, 7) = ti_super
```

```
Cells(fila, 8) = 0
fila = fila + 1
Cells(fila, 6) = "tinicio": Cells(fila, 7) = ti_super
Cells(fila, 8) = v_super / (tf_super - ti_super)
fila = fila + 1
Cells(fila, 6) = "tfinal": Cells(fila, 7) = tf_super
Cells(fila, 8) = Cells(fila - 1, 8)
If (ino2 = True) Then
    Cells(fila - 1, 5) = "Inodoro"
    Cells(fila + 1, 6) = "tfinal": Cells(fila + 1, 7) = tf_super
    Cells(fila, 8) = 0
End If
End If
End Sub
```

A.1.2 Separación de pulsos

```
Option Base 1 Private p As Integer, pulso As Integer, j As
Integer, intensidad() As Double, tinicio() As Double, tfinal() As
Double, inodoro() As Boolean, volumen As Double, consumo As
Double, fila As Integer, num_ino As Integer, num_orden As Integer,
tfinal_max As Double, i_ino_max As Double, i_ino_min As Double,
vol_max As Double, vol_min As Double, dos_p() As Boolean, tres_p()
As Boolean, cuatro_p() As Boolean, cortar() As Boolean, salto_f()
As Boolean
```

```
Sub Separación_de_pulsos()
Det_intensidad_ino_máx_min
num_orden = 0: pulso = 0: j = 4: fila = 4: consumo = 0: num_ino = 0
Do While (IsEmpty(Cells(j + 3, 7)) = False)
    p = 0
    Determinar_intensidades
    If (p > 1) Then
        Comparar_intensidades
    End If
    If (p > 1) Then
        Separar_y_unir_pulsos
    End If
    Escribir_resultados
Loop
Cells(fila + 1, 11) = "Consumo"
Cells(fila + 1, 12) = consumo
Cells(fila + 2, 11) = "Núm. inodoros"
```

```
Cells(fila + 2, 12) = num_ino
Cells(fila + 3, 11) = "I. inod. máx."
Cells(fila + 3, 12) = i_ino_max
Cells(fila + 4, 11) = "I. inod. min."
Cells(fila + 4, 12) = i_ino_min
Cells(fila + 5, 11) = "Vol. ino. máx."
Cells(fila + 5, 12) = vol_max
Cells(fila + 6, 11) = "Vol. ino. min."
Cells(fila + 6, 12) = vol_min End Sub

Sub Det_intensidad_ino_máx_min()
num_orden = 0: j = 4
i_ino_max = 0: i_ino_min = 1: vol_max = 0: vol_min = 30
Do While (IsEmpty(Cells(j + 3, 7))) = False)
  If (IsEmpty(Cells(j + 4, 7))) = False) Or (Cells(j, 5) = num_orden
  + 1) Then
    num_orden = num_orden + 1
    Do While (Cells(j, 5) <> num_orden)
      j = j + 1
    Loop
    If (Cells(j + 1, 5) = "Inodoro") Then
      If (Cells(j, 8) = 0) And (Cells(j + 3, 8) = 0) Then
        If (Cells(j + 2, 8) > i_ino_max) Then
          i_ino_max = Cells(j + 2, 8)
        End If
        If (Cells(j + 2, 8) < i_ino_min) Then
          i_ino_min = Cells(j + 2, 8)
        End If
        If (Cells(j, 9) > vol_max) And (Cells(j, 9) <= 15) Then
          vol_max = Cells(j, 9)
        End If
        If (Cells(j, 9) < vol_min) Then
          vol_min = Cells(j, 9)
        End If
      End If
      j = j + 2
    ElseIf (Cells(j + 1, 5) = "Serie irreg.") Or (Cells(j + 1, 5) =
    "Inodoro2") Then
      j = j + 2
    End If
  Else
    j = j + 1
  End If
Loop
```

```
If vol_max = 0 Then
    vol_max = 12
End If
If vol_min = 30 Then
    vol_min = 6
End If
If i_ino_max = 0 Then
    i_ino_max = 0.2
End If
If i_ino_min = 1 Then
    i_ino_min = 0.05
End If
End Sub

Sub Determinar_intensidades()
ReDim dos_p(1): ReDim tres_p(1): ReDim cuatro_p(1): ReDim cortar(1)
ReDim salto_f(1)
Do
    num_orden = num_orden + 1
    If (Cells(j, 5) = "Inodoro") Or (Cells(j, 5) = "Serie irreg.") Or
        (Cells(j, 5) = "Inodoro2") Then
        j = j + 1
    End If
    If ((Cells(j + 1, 5) = "Inodoro") Or (Cells(j + 1, 5) =
        "Serie irreg.") Or (Cells(j + 1, 5) = "Inodoro2")) And (Cells(j, 5)
        <> num_orden) Then
        j = j + 2
    End If
    Do While (Cells(j, 5) <> num_orden)
        j = j + 1
    Loop
    p = p + 1
    Redimensionar
    tinicio(p) = Cells(j, 7): intensidad(p) = Cells(j + 1, 8)
    inodoro(p) = False
    If (Cells(j + 1, 5) = "Inodoro") Or (Cells(j + 1, 5) = "Inodoro2")
    Then
        inodoro(p) = True
    End If
    If (Cells(j + 1, 5) = "Inodoro2") Then
        salto_f(p) = True
    End If
    volumen = Cells(j, 9)
    If Cells(j + 1, 7) = Cells(j, 7) Then
```

```
    j = j + 1
End If
    tfinal(p) = Cells(j + 1, 7)
Loop Until (Cells(j + 2, 8) = 0)
tfinal_max = tfinal(p)
End Sub

Sub Redimensionar()
ReDim Preserve intensidad(p): ReDim Preserve tinicio(p)
ReDim Preserve tfinal(p): ReDim Preserve inodoro(p)
ReDim Preserve dos_p(p): ReDim Preserve tres_p(p)
ReDim Preserve cuatro_p(p): ReDim Preserve cortar(p)
ReDim Preserve salto_f(p)
End Sub

Sub Comparar_intensidades()
Dim juntar As Boolean, i As Integer, m
As Integer, x As Integer, l As Integer, si As Boolean, intensi As
Double, i_med As Double, volu As Double
i_med = (i_ino_max + i_ino_min) / 2
If (vol_max >= 8) Then
    volu = vol_max
Else
    volu = 10
End If
For i = 1 To p
    dos_p(i) = False: tres_p(i) = False: cuatro_p(i) = False
    cortar(i) = False
Next
For i = 1 To p - 1
    If (i <= p - 1) Then
        juntar = True
        Do While (juntar = True) And (i <= p - 1)
            If (Abs(intensidad(i) - intensidad(i + 1)) <= 0.02) And
                (tfinal(i) = tinicio(i + 1)) Then
                If ((inodoro(i + 1) = True) Or (inodoro(i) = True)) Then
                    If (intensidad(i + 1) - intensidad(i) > 0.01) Or
                        (inodoro(i) = True And intensidad(i) * (tfinal(i + 1) -
                            tinicio(i)) > volu * (intensidad(i) / i_med) + 4) Or
                        (inodoro(i + 1) = True And intensidad(i + 1) *
                            (tfinal(i + 1) - tinicio(i)) > volu * (intensidad(i + 1)
                            / i_med) + 4) Then
                        juntar = False
                    End If
                End If
            End If
        Loop
    End If
End For
```

```
End If
If (i + 2 <= p) Then
  If (inodoro(i + 2) = True) And (intensidad(i + 2) -
    intensidad(i + 1) <= 0.01) And (intensidad(i + 2) * (
    tfinal(i + 2) - tinicio(i + 1)) <= volu * (intensidad(i + 2)
    / i_med) + 4) And (intensidad(i + 2) * (tfinal(i + 2) -
    tinicio(i)) > volu * (intensidad(i + 2) / i_med) + 4) And
    (inodoro(i) = False) Then
    juntar = False
  End If
End If
If (i + 3 <= p) Then
  If (inodoro(i + 3) = True) And (intensidad(i + 2) >
    intensidad(i + 1) + 0.02) And (intensidad(i + 2) >
    intensidad(i + 3) + 0.02) And (Abs(intensidad(i + 3) -
    intensidad(i + 1)) <= 0.015) And (intensidad(i + 3) * (
    tfinal(i + 3) - tinicio(i + 1)) <= volu * (intensidad(i + 3)
    / i_med) + 4) And (intensidad(i + 3) * (tfinal(i + 3) -
    tinicio(i)) > volu * (intensidad(i + 3) / i_med) + 4) And
    (inodoro(i) = False) Then
    juntar = False
  End If
End If
If (juntar = True) Then
  intensi = (intensidad(i) * (tfinal(i) - tinicio(i)) +
    intensidad(i + 1) * (tfinal(i + 1) - tinicio(i + 1))) /
    (tfinal(i) - tinicio(i) + tfinal(i + 1) - tinicio(i + 1))
  intensidad(i) = intensi
  tfinal(i) = tfinal(i + 1)
  If inodoro(i + 1) = True Then
    inodoro(i) = True
    If salto_f(i + 1) = True Then
      salto_f(i) = True
    End If
  End If
  Renumerar i + 2, p, 0
  p = p - 1
  Redimensionar
  If (p = 1) Then
    volumen = intensidad(1) * (tfinal(1) - tinicio(1))
  End If
End If
Else
  juntar = False
```



```
        End If
    Loop
End If
Next
If (p >= 7) Then
    Comprobar_4_pulsos
End If
If (p >= 5) Then
    Comprobar_3_pulsos
End If
If (p >= 3) Then
    Comprobar_2_pulsos
End If
If p > 1 Then
    For i = 1 To p - 1
        If (i <= p - 1) Then
            For x = (i + 1) To p
                If (x <= p) Then
                    juntar = True
                    Do While (juntar = True) And (x <= p)
                        If (Abs(intensidad(i) - intensidad(x)) <= 0.02 Or
                            (inodoro(x) = True And intensidad(i) > intensidad(x)
                                And Abs(intensidad(i) - intensidad(x)) <= 0.025 And
                                    intensidad(x) * (tfinal(x) - tinicio(i)) <= volu *
                                        (intensidad(x) / i_med) + 4)) And (tfinal(i) <=
                                        tinicio(x)) Then
                            If (x = i + 1) And (tfinal(i) <> tinicio(x)) Then
                                juntar = False
                            End If
                            If (x > i + 1) Then
                                If (tinicio(i + 1) > tfinal(i)) Or (tfinal(i) >
                                    tinicio(i + 1) And tfinal(i) < tfinal(i + 1)) Or
                                    (tfinal(x - 1) > tinicio(x) And tfinal(x - 1) <
                                        tfinal(x)) Then
                                    juntar = False
                                End If
                                m = i + 1
                                Do While (m <= x - 1) And (juntar = True)
                                    si = False
                                    For l = i To m - 1
                                        If (tfinal(l) >= tinicio(m + 1)) Then
                                            si = True
                                        End If
                                    Next
                                End If
                            End If
                        End While
                    End If
                End If
            End For
        End If
    End For
End If
Next
```

```

    If (tinicio(m + 1) <> tfinal(m)) And (si = False)
    Then
        juntar = False
    End If
    If ((intensidad(m) - intensidad(i) <= 0.02) Or
        (intensidad(m) - intensidad(x) <= 0.02)) And
        (tfinal(i) < tfinal(m)) Then
        juntar = False
    End If
    If (inodoro(m) = True) And (intensidad(m) -
        intensidad(i) < 0.04) And (tfinal(i) < tfinal(m))
    Then
        juntar = False
    End If
    m = m + 1
Loop
End If
If ((inodoro(x) = True) Or (inodoro(i) = True)) Then
    If (intensidad(x) - intensidad(i) > 0.015) Or
        (inodoro(x) = True And intensidad(x) < i_med - 0.075)
    Or (inodoro(x) = True And inodoro(i) = True And x >
        i + 1) Or (inodoro(i) = True And intensidad(i) * (
        tfinal(x) - tinicio(i)) > volu * (intensidad(i) /
        i_med) + 4) Or (inodoro(x) = True And intensidad(x) *
        (tfinal(x) - tinicio(i)) > volu * (intensidad(x) /
        i_med) + 4 And (p > 3 Or intensidad(x) > intensidad(i)
        + 0.012 Or Abs(intensidad(x) - i_med) > 0.008 Or
        intensidad(x) * (tfinal(x) - tinicio(i)) > 20 *
        intensidad(x) / i_med)) Then
        juntar = False
    End If
End If
If (x + 1 <= p) Then
    If (inodoro(x + 1) = True) And (intensidad(x + 1) -
        intensidad(x) <= 0.01) And (intensidad(x + 1) * (
        tfinal(x + 1) - tinicio(x)) <= volu *
        (intensidad(x + 1) / i_med) + 4) And
        (intensidad(x + 1) * (tfinal(x + 1) - tinicio(i)) >
        volu * (intensidad(x + 1) / i_med) + 4) Then
        juntar = False
    End If
End If
If (x + 2 <= p) Then
    If (inodoro(x + 2) = True) And (intensidad(x + 1) >

```

```

intensidad(x) + 0.02) And (intensidad(x + 1) >
intensidad(x + 2) + 0.02) And (Abs(intensidad(x + 2)
- intensidad(x)) <= 0.015) And (intensidad(x + 2) *
(tfinal(x + 2) - tinicio(x)) <= volu *
(intensidad(x + 2) / i_med) + 4) And
(intensidad(x + 2) * (tfinal(x + 2) - tinicio(i)) >
volu * (intensidad(x + 2) / i_med) + 4) And
(inodoro(i) = False) Then
    juntar = False
End If
End If
If (juntar = True) Then
    intensi = (intensidad(i) * (tfinal(i) -
tinicio(i)) + intensidad(x) * (tfinal(x) -
tinicio(x))) / (tfinal(i) - tinicio(i) + tfinal(x)
- tinicio(x))
    For l = i + 1 To x - 1
        If (tfinal(i) < tfinal(l)) Then
            intensidad(l) = intensidad(l) - intensi
        End If
    Next
    intensidad(i) = intensi
    tfinal(i) = tfinal(x)
    If inodoro(x) = True Then
        inodoro(i) = True
        If salto_f(x) = True Then
            salto_f(i) = True
        End If
    End If
    If dos_p(x) = True Then
        dos_p(i) = True
    End If
    If tres_p(x) = True Then
        tres_p(i) = True
    End If
    If cuatro_p(x) = True Then
        cuatro_p(i) = True
    End If
    Renumerar x + 1, p, 0
    p = p - 1
    Redimensionar
    If (p = 1) Then
        volumen = intensidad(1) * (tfinal(1) - tinicio(1))
    End If

```

```
        End If
    Else
        juntar = False
    End If
    Loop
End If
Next 'siguiente x
End If
Next
End If
End Sub

Sub Renumerar(a, b, c)
Dim m As Integer
For m = a To b
    intensidad(m - 1) = intensidad(m + c)
    tinicio(m - 1) = tinicio(m + c)
    tfinal(m - 1) = tfinal(m + c)
    inodoro(m - 1) = inodoro(m + c)
    dos_p(m - 1) = dos_p(m + c): tres_p(m - 1) = tres_p(m + c)
    cuatro_p(m - 1) = cuatro_p(m + c): cortar(m - 1) = cortar(m + c)
    salto_f(m - 1) = salto_f(m + c)
Next
End Sub

Sub Comprobar_4_pulsos() Dim i As Integer, vol As Double, vol1 As
Double, vol2 As Double, m As Integer, unir As Boolean, cont As
Integer, k1 As Double, k2 As Double, k3 As Double, k4 As Double

For i = 1 To p - 6
    If (i + 6 <= p) Then
        cont = 0
        For m = i To i + 6
            If inodoro(m) = True Then
                cont = cont + 1
            End If
        Next
        If (cont < 2) And (inodoro(i) = False) And
            (inodoro(i + 1) = False) And (inodoro(i + 2) = False) And
            (intensidad(i + 1) > intensidad(i)) And (intensidad(i + 2) >
            intensidad(i + 1)) And (intensidad(i + 4) > intensidad(i + 5))
            And (intensidad(i + 5) > intensidad(i + 6)) Then
                unir = False
                If (tfinal(i) = tinicio(i + 1)) And (tfinal(i + 1) = tinicio(i + 2))
```

```

And (tfinal(i + 2) = tinicio(i + 3)) And (tfinal(i + 3) =
tinicio(i + 4)) And (tfinal(i + 4) = tinicio(i + 5)) And
(tfinal(i + 5) = tinicio(i + 6)) And (Abs(intensidad(i) -
intensidad(i + 6)) > 0.02) Then
k1 = (0.9 * (intensidad(i + 1) + intensidad(i + 5)) -
intensidad(i + 2)) / (0.9 * intensidad(i + 6))
k2 = (intensidad(i + 5) - intensidad(i + 3) + intensidad(i + 1)) *
(intensidad(i + 3) - intensidad(i + 1)) / (intensidad(i) *
intensidad(i + 3) - intensidad(i) * intensidad(i + 1) +
intensidad(i + 3) * intensidad(i + 6) - intensidad(i + 1) *
intensidad(i + 6))
k3 = (intensidad(i + 2) - 0.9 * intensidad(i + 1)) / (0.9 *
intensidad(i + 6))
k4 = (intensidad(i + 3) - intensidad(i + 1)) / (intensidad(i + 6) -
intensidad(i))
If (k1 >= 0.84) And (intensidad(i + 1) <= intensidad(i + 1) / k1 +
0.02) And (intensidad(i + 5) <= intensidad(i + 5) / k1 + 0.02) And
(intensidad(i + 2) <= intensidad(i + 2) / (0.9 * k1) + 0.02) And
(intensidad(i + 4) >= 0.74 * ((intensidad(i + 1) + intensidad(i + 5))
/ k1) * (1 - (intensidad(i) / intensidad(i + 6)))) And
(intensidad(i + 4) <= ((intensidad(i + 1) + intensidad(i + 5)) / k1)
* (1 - (intensidad(i) / intensidad(i + 6)))) + 0.02) And
(intensidad(i + 3) >= 0.62 * (intensidad(i + 1) + intensidad(i + 5))
/ k1) And (intensidad(i + 3) <= (intensidad(i + 1) +
intensidad(i + 5)) / k1 + 0.02) And (intensidad(i + 2) <
intensidad(i + 3)) And (intensidad(i + 4) < intensidad(i + 3))
Then 'Secuencia 1-2-3-4 A
vol = (intensidad(i + 2) - intensidad(i + 1)) * (tfinal(i + 2)
- tinicio(i + 2)) + (intensidad(i + 3) - intensidad(i + 1) -
intensidad(i + 6)) * (tfinal(i + 3) - tinicio(i + 3)) +
(intensidad(i + 4) - intensidad(i + 1) + intensidad(i) -
intensidad(i + 6)) * (tfinal(i + 4) - tinicio(i + 4)) +
(intensidad(i + 5) - intensidad(i + 6)) * (tfinal(i + 5) -
tinicio(i + 5))
tfinal(i) = tfinal(i + 3)
intensidad(i + 1) = intensidad(i + 1) - intensidad(i)
tfinal(i + 1) = tfinal(i + 4)
tfinal(i + 2) = tfinal(i + 5)
intensidad(i + 2) = vol / (tfinal(i + 2) - tinicio(i + 2))
intensidad(i + 3) = intensidad(i + 6)
tfinal(i + 3) = tfinal(i + 6)
unir = True
cuatro_p(i) = True
If (inodoro(i + 3) = True) Then

```

```

        inodoro(i) = True
    End If
    If (inodoro(i + 4) = True) Then
        inodoro(i + 1) = True
    End If
    If (inodoro(i + 5) = True) Then
        inodoro(i + 2) = True
    End If
    If (inodoro(i + 6) = True) Then
        inodoro(i + 3) = True
    End If
ElseIf (k2 >= 0.84) And (intensidad(i + 1) <= intensidad(i + 1) /
k2 + 0.02) And (intensidad(i + 5) <= intensidad(i + 5) / k2 + 0.02)
And (intensidad(i + 2) >= 0.74 * (intensidad(i) * intensidad(i + 5)
+ intensidad(i) * intensidad(i + 1) + intensidad(i + 3) *
intensidad(i + 6)) / (intensidad(i + 5) - intensidad(i + 3) +
intensidad(i + 1))) And (intensidad(i + 2) <= (intensidad(i) *
intensidad(i + 5) + intensidad(i) * intensidad(i + 1) +
intensidad(i + 3) * intensidad(i + 6)) / (intensidad(i + 5) -
intensidad(i + 3) + intensidad(i + 1)) + 0.02) And
(intensidad(i + 4) >= 0.74 * (intensidad(i + 5) * intensidad(i + 6)
+ intensidad(i) * intensidad(i + 3) + intensidad(i + 1) *
intensidad(i + 6)) / (intensidad(i + 5) - intensidad(i + 3) +
intensidad(i + 1))) And (intensidad(i + 4) <= (intensidad(i + 5) *
intensidad(i + 6) + intensidad(i) * intensidad(i + 3) +
intensidad(i + 1) * intensidad(i + 6)) / (intensidad(i + 5) -
intensidad(i + 3) + intensidad(i + 1)) + 0.02) And
(intensidad(i + 3) <= intensidad(i + 3) / k2 + 0.02)
And (intensidad(i + 2) > intensidad(i + 3)) And (intensidad(i + 4)
> intensidad(i + 3)) Then 'Sec. 1-2-3-4 B
    vol = (intensidad(i + 2) - intensidad(i + 1)) * (
    tfinal(i + 2) - tinicio(i + 2)) + (intensidad(i + 3) -
intensidad(i + 1) + intensidad(i)) * (tfinal(i + 3) -
tinicio(i + 3)) + (intensidad(i + 4) - intensidad(i + 1) +
intensidad(i) - intensidad(i + 6)) * (tfinal(i + 4) -
tinicio(i + 4)) + (intensidad(i + 5) - intensidad(i + 6)) *
(tfinal(i + 5) - tinicio(i + 5))
    tfinal(i) = tfinal(i + 2)
    intensidad(i + 1) = intensidad(i + 1) - intensidad(i)
    tfinal(i + 1) = tfinal(i + 4)
    tfinal(i + 2) = tfinal(i + 5)
    intensidad(i + 2) = vol / (tfinal(i + 2) - tinicio(i + 2))
    intensidad(i + 3) = intensidad(i + 6)
    tinicio(i + 3) = tinicio(i + 4)

```

```

    tfinal(i + 3) = tfinal(i + 6)
    unir = True
    cuatro_p(i) = True
    If (inodoro(i + 3) = True) Or (inodoro(i + 4) = True) Then
        inodoro(i + 1) = True
    End If
    If (inodoro(i + 5) = True) Then
        inodoro(i + 2) = True
    End If
    If (inodoro(i + 6) = True) Then
        inodoro(i + 3) = True
    End If
    ElseIf (k3 >= 0.84) And (intensidad(i + 1) <= intensidad(i + 1) /
    k3 + 0.02) And (intensidad(i + 5) <= intensidad(i + 5) / k3 + 0.02)
    And (intensidad(i + 2) <= intensidad(i + 2) / (0.9 * k3) + 0.02)
    And (intensidad(i + 4) >= 0.74 * (0.9 * intensidad(i) *
    intensidad(i + 1) + 0.9 * intensidad(i + 1) * intensidad(i + 6) -
    intensidad(i) * intensidad(i + 2) + 0.9 * intensidad(i + 6) *
    intensidad(i + 5)) / (0.9 * k3 * intensidad(i + 6))) And
    (intensidad(i + 4) <= (0.9 * intensidad(i) * intensidad(i + 1) +
    0.9 * intensidad(i + 1) * intensidad(i + 6) - intensidad(i) *
    intensidad(i + 2) + 0.9 * intensidad(i + 6) * intensidad(i + 5)) /
    (0.9 * k3 * intensidad(i + 6)) + 0.02) And (intensidad(i + 3) >=
    0.62 * (intensidad(i + 5) + intensidad(i + 1)) / k3) And
    (intensidad(i + 3) <= (intensidad(i + 5) + intensidad(i + 1)) / k3 +
    0.02) And (intensidad(i + 2) < intensidad(i + 3)) And
    (intensidad(i + 4) < intensidad(i + 3)) Then 'Secuencia 1-2-4-3 A
        vol1 = (intensidad(i + 2) - intensidad(i + 1)) * (
        tfinal(i + 2) - tinicio(i + 2)) + intensidad(i + 6) *
        (tfinal(i + 6) - tinicio(i + 3))
        vol2 = (intensidad(i + 3) - intensidad(i + 1) -
        intensidad(i + 6)) * (tfinal(i + 3) - tinicio(i + 3)) +
        (intensidad(i + 4) - intensidad(i + 1) + intensidad(i) -
        intensidad(i + 6)) * (tfinal(i + 4) - tinicio(i + 4)) +
        (intensidad(i + 5) - intensidad(i + 6)) * (tfinal(i + 5) -
        tinicio(i + 5))
        tfinal(i) = tfinal(i + 3)
        intensidad(i + 1) = intensidad(i + 1) - intensidad(i)
        tfinal(i + 1) = tfinal(i + 4)
        tfinal(i + 2) = tfinal(i + 6)
        intensidad(i + 2) = vol1 / (tfinal(i + 2) - tinicio(i + 2))
        tfinal(i + 3) = tfinal(i + 5)
        intensidad(i + 3) = vol2 / (tfinal(i + 3) - tinicio(i + 3))
        unir = True

```

```

cuatro_p(i) = True
If (inodoro(i + 3) = True) Then
    inodoro(i) = True
End If
If (inodoro(i + 4) = True) Then
    inodoro(i + 1) = True
End If
If (inodoro(i + 5) = True) Then
    inodoro(i + 3) = True
End If
If (inodoro(i + 6) = True) Then
    inodoro(i + 2) = True
End If
ElseIf (k4 >= 0.84) And (intensidad(i + 1) <= intensidad(i + 1) /
k4 + 0.02) And (intensidad(i + 3) <= intensidad(i + 3) / k4 + 0.02)
And (intensidad(i + 5) <= intensidad(i + 5) / k4 + 0.02) And
(intensidad(i + 2) >= 0.74 * (intensidad(i + 3) * intensidad(i + 6)
- intensidad(i) * intensidad(i + 1)) / (k4 * (intensidad(i + 6) -
intensidad(i)))) And (intensidad(i + 2) <= (intensidad(i + 3) *
intensidad(i + 6) - intensidad(i) * intensidad(i + 1)) / (k4 *
(intensidad(i + 6) - intensidad(i))) + 0.02) And
(intensidad(i + 4) >= 0.74 * (intensidad(i + 6) * (intensidad(i + 1)
+ intensidad(i + 5)) - intensidad(i) * (intensidad(i + 3) +
intensidad(i + 5))) / (intensidad(i + 3) - intensidad(i + 1)))
And (intensidad(i + 4) <= (intensidad(i + 6) * (intensidad(i + 1)
+ intensidad(i + 5)) - intensidad(i) * (intensidad(i + 3) +
intensidad(i + 5))) / (intensidad(i + 3) - intensidad(i + 1))
+ 0.02) And (intensidad(i + 2) > intensidad(i + 3)) And
(intensidad(i + 4) > intensidad(i + 3)) Then 'Secuencia 1-2-4-3 B
    vol1 = (intensidad(i + 2) - intensidad(i + 1)) * (
        tfinal(i + 2) - tinicio(i + 2)) + (intensidad(i + 3) -
        intensidad(i + 1) + intensidad(i)) * (tfinal(i + 3) -
        tinicio(i + 3)) + intensidad(i + 6) * (tfinal(i + 6) -
        tinicio(i + 4))
    vol2 = (intensidad(i + 4) - intensidad(i + 6) -
        intensidad(i + 1) + intensidad(i)) * (tfinal(i + 4) -
        tinicio(i + 4)) + (intensidad(i + 5) - intensidad(i + 6)) *
        (tfinal(i + 5) - tinicio(i + 5))
    tfinal(i) = tfinal(i + 2)
    intensidad(i + 1) = intensidad(i + 1) - intensidad(i)
    tfinal(i + 1) = tfinal(i + 4)
    tfinal(i + 2) = tfinal(i + 6)
    intensidad(i + 2) = vol1 / (tfinal(i + 2) - tinicio(i + 2))
    tfinal(i + 3) = tfinal(i + 5)

```



```
    tinicio(i + 3) = tinicio(i + 4)
    intensidad(i + 3) = vol2 / (tfinal(i + 3) - tinicio(i + 3))
    unir = True
    cuatro_p(i) = True
    If (inodoro(i + 3) = True) Or (inodoro(i + 4) = True) Then
        inodoro(i + 1) = True
    End If
    If (inodoro(i + 5) = True) Then
        inodoro(i + 3) = True
    End If
    If (inodoro(i + 6) = True) Then
        inodoro(i + 2) = True
    End If
End If '(k1>=0.84 ...)'
If (unir = True) Then
    Renumerar i + 5, p - 2, 2
    p = p - 3
    Redimensionar
End If
End If '(tfinal(i)=tinicio(i+1) ...)'
End If '(cont < 2 ...)'
End If '(i+6 <= p)'
Next ' For i = 1 To p-6
End Sub
```

```
Sub Comprobar_3_pulsos()
Dim i As Integer, vol As Double, vol1 As
Double, vol2 As Double, m As Integer, unir As Boolean, cont As
Integer, k As Double, k1 As Double, k2 As Double, k3 As Double
For i = 1 To p - 4
    If (i + 4 <= p) Then
        cont = 0
        For m = i To i + 4
            If inodoro(m) = True Then
                cont = cont + 1
            End If
        Next
        If (cont < 2) And (inodoro(i) = False) And (inodoro(i + 1) = False)
        Then
            unir = False
            If (tfinal(i) = tinicio(i + 1)) And (tfinal(i + 1) =
            tinicio(i + 2)) And (tfinal(i + 2) = tinicio(i + 3)) And
            (tfinal(i + 3) = tinicio(i + 4)) And (intensidad(i + 1) >
            intensidad(i)) And (intensidad(i + 2) > intensidad(i + 1) + 0.025)
```

```

And (intensidad(i + 2) > intensidad(i + 3) + 0.025) And
(intensidad(i + 3) > intensidad(i + 4)) Then
  If (Abs(intensidad(i) - intensidad(i + 4)) <= 0.02) Then
    k = (0.9 * intensidad(i + 1) + 0.9 * intensidad(i + 3) -
    intensidad(i + 2)) / (0.9 * intensidad(i))
    If (k >= 0.84) And (intensidad(i + 1) <= intensidad(i + 1) / k
    + 0.02) And (intensidad(i + 3) <= intensidad(i + 3) / k + 0.02)
    And (intensidad(i + 2) <= intensidad(i + 2) / (0.9 * k) + 0.02)
    Then 'Secuencia 2-3-1
      vol = intensidad(i) * (tfinal(i + 3) - tinicio(i)) +
      intensidad(i + 4) * (tfinal(i + 4) - tinicio(i + 4))
      vol1 = (intensidad(i + 1) - intensidad(i)) * (tfinal(i + 2)
      - tinicio(i + 1))
      vol2 = (intensidad(i + 2) - intensidad(i + 1)) *
      (tfinal(i + 2) - tinicio(i + 2)) + (intensidad(i + 3) -
      intensidad(i)) * (tfinal(i + 3) - tinicio(i + 3))
      tfinal(i) = tfinal(i + 4)
      intensidad(i) = vol / (tfinal(i) - tinicio(i))
      tfinal(i + 1) = tfinal(i + 2)
      intensidad(i + 1) = vol1 / (tfinal(i + 1) - tinicio(i + 1))
      tfinal(i + 2) = tfinal(i + 3)
      intensidad(i + 2) = vol2 / (tfinal(i + 2) - tinicio(i + 2))
      unir = True
      tres_p(i) = True
      If (inodoro(i + 3) = True) Then
        inodoro(i + 2) = True
      End If
      If (inodoro(i + 4) = True) Then
        inodoro(i) = True
      End If
    End If
  ElseIf (Abs(intensidad(i + 1) - intensidad(i + 3)) <= 0.02) Then
    k1 = intensidad(i + 1) / (intensidad(i) + intensidad(i + 4))
    k2 = intensidad(i + 3) / (intensidad(i) + intensidad(i + 4))
    If (k1 >= 0.84) And (k2 >= 0.84) And (intensidad(i + 1) <=
    intensidad(i) + intensidad(i + 4) + 0.02) And (intensidad(i + 3)
    <= intensidad(i) + intensidad(i + 4) + 0.02) And
    (intensidad(i + 2) <= intensidad(i + 2) / (0.9 * k1) + 0.02)
    Then 'Secuencia 3-1-2
      tfinal(i) = tfinal(i + 3)
      vol1 = (intensidad(i + 1) - intensidad(i)) * (tfinal(i + 1) -
      tinicio(i + 1)) + intensidad(i + 4) * (tfinal(i + 4) -
      tinicio(i + 4) + tfinal(i + 2) - tinicio(i + 2)) +
      (intensidad(i + 3) - intensidad(i)) * (tfinal(i + 3) -

```

```

tinicio(i + 3))
tfinal(i + 1) = tfinal(i + 4)
intensidad(i + 1) = vol1 / (tfinal(i + 1) - tinicio(i + 1))
vol2 = (intensidad(i + 2) - intensidad(i) - intensidad(i + 4))
* (tfinal(i + 2) - tinicio(i + 2))
intensidad(i + 2) = vol2 / (tfinal(i + 2) - tinicio(i + 2))
unir = True
tres_p(i) = True
If (inodoro(i + 3) = True) Then
    inodoro(i) = True
End If
If (inodoro(i + 4) = True) Then
    inodoro(i + 1) = True
End If
End If
Else
k1 = (intensidad(i + 3) - intensidad(i + 1)) /
(intensidad(i + 4) - intensidad(i))
k2 = intensidad(i + 1) / (intensidad(i) + intensidad(i + 4))
k3 = intensidad(i + 3) / (intensidad(i) + intensidad(i + 4))
If (k1 >= 0.84) And (intensidad(i + 1) <= intensidad(i + 1)
/ k1 + 0.02) And (intensidad(i + 3) <= intensidad(i + 3) / k1
+ 0.02) And (intensidad(i + 2) >= 0.74 * (intensidad(i + 4) *
intensidad(i + 3) - intensidad(i) * intensidad(i + 1)) /
(intensidad(i + 3) - intensidad(i + 1))) And (intensidad(i + 2)
<= (intensidad(i + 4) * intensidad(i + 3) - intensidad(i) *
intensidad(i + 1)) / (intensidad(i + 3) - intensidad(i + 1)) +
0.02) Then 'Secuencia 1-2-3
    tfinal(i) = tfinal(i + 2)
    vol = (intensidad(i + 1) - intensidad(i)) * (tfinal(i + 1) -
tinicio(i + 1)) + (intensidad(i + 2) - intensidad(i) -
intensidad(i + 4)) * (tfinal(i + 2) - tinicio(i + 2)) +
(intensidad(i + 3) - intensidad(i + 4)) * (tfinal(i + 3) -
tinicio(i + 3))
    tfinal(i + 1) = tfinal(i + 3)
    intensidad(i + 1) = vol / (tfinal(i + 1) - tinicio(i + 1))
    intensidad(i + 2) = intensidad(i + 4)
    tfinal(i + 2) = tfinal(i + 4)
    unir = True
    tres_p(i) = True
    If (inodoro(i + 3) = True) Then
        inodoro(i + 1) = True
    End If
    If (inodoro(i + 4) = True) Then

```

```

        inodoro(i + 2) = True
    End If
ElseIf (k2 >= 0.84) And (intensidad(i + 1) <=
intensidad(i + 1) / k2 + 0.02) And (intensidad(i + 3) <=
intensidad(i + 3) / k2 + 0.02) And (intensidad(i + 2) >= 0.74 *
(intensidad(i) + intensidad(i + 3) / k2)) And (intensidad(i + 2)
<= intensidad(i) + intensidad(i + 3) / k2 + 0.02) Then 'Sec. 1-3-2
    tfinal(i) = tfinal(i + 2)
    vol1 = (intensidad(i + 1) - intensidad(i)) * (tfinal(i + 1)
- tinicio(i + 1)) + intensidad(i + 4) * (tfinal(i + 4) -
tfinal(i + 1))
    tfinal(i + 1) = tfinal(i + 4)
    intensidad(i + 1) = vol1 / (tfinal(i + 1) - tinicio(i + 1))
    vol2 = (intensidad(i + 2) - intensidad(i) -
intensidad(i + 4)) * (tfinal(i + 2) - tinicio(i + 2)) +
(intensidad(i + 3) - intensidad(i + 4)) * (tfinal(i + 3) -
tinicio(i + 3))
    tfinal(i + 2) = tfinal(i + 3)
    intensidad(i + 2) = vol2 / (tfinal(i + 2) - tinicio(i + 2))
    unir = True
    tres_p(i) = True
    If (inodoro(i + 3) = True) Then
        inodoro(i + 2) = True
    End If
    If (inodoro(i + 4) = True) Then
        inodoro(i + 1) = True
    End If
ElseIf (k3 >= 0.84) And (intensidad(i + 1) <=
intensidad(i + 1) / k3 + 0.02) And (intensidad(i + 3) <=
intensidad(i + 3) / k3 + 0.02) And (intensidad(i + 2) >= 0.74
* (intensidad(i + 4) + intensidad(i + 1) / k3)) And
(intensidad(i + 2) <= intensidad(i + 4) + intensidad(i + 1) /
k3 + 0.02) Then 'Secuencia 2-1-3
    tfinal(i) = tfinal(i + 3)
    vol1 = (intensidad(i + 1) - intensidad(i)) * (tfinal(i + 1)
- tinicio(i + 1)) + (intensidad(i + 2) - intensidad(i) -
intensidad(i + 4)) * (tfinal(i + 2) - tinicio(i + 2))
    tfinal(i + 1) = tfinal(i + 2)
    intensidad(i + 1) = vol1 / (tfinal(i + 1) - tinicio(i + 1))
    vol2 = intensidad(i + 4) * (tfinal(i + 2) - tinicio(i + 2)
+ tfinal(i + 4) - tinicio(i + 4)) + (intensidad(i + 3) -
intensidad(i)) * (tfinal(i + 3) - tinicio(i + 3))
    tfinal(i + 2) = tfinal(i + 4)
    intensidad(i + 2) = vol2 / (tfinal(i + 2) - tinicio(i + 2))

```

```

        unir = True
        tres_p(i) = True
        If (inodoro(i + 3) = True) Then
            inodoro(i) = True
        End If
        If (inodoro(i + 4) = True) Then
            inodoro(i + 2) = True
        End If
    End If
End If ' (Abs(intensidad(i)-intensidad(i+4)<=0.02) ...
If (unir = True) Then
    Renumerar i + 4, p - 1, 1
    p = p - 2
    Redimensionar
End If
End If '(tfinal(i)=tinicio(i+1)) ...
End If '(cont<2) ...
End If '(i+4<=p)
Next ' (i=1 To p-4)
End Sub

Sub Comprobar_2_pulsos()
Dim i As Integer, vol As Double, unir As Boolean, salir As Boolean
For i = 1 To p - 2
    If (i + 2 <= p) Then
        If (inodoro(i) = False) Then
            unir = False: salir = False
            If (i > 1) Then
                If (Abs(intensidad(i - 1) - intensidad(i + 2)) < 0.01 And
                    intensidad(i) > intensidad(i - 1)) Then
                    salir = True
                End If
            End If
        End If
        If (tfinal(i) = tinicio(i + 1)) And (tfinal(i + 1) = tinicio(i + 2))
        And (salir = False) Then
            If (intensidad(i + 1) > intensidad(i) + 0.02) And
                (intensidad(i + 1) > intensidad(i + 2) + 0.02) And
                ((intensidad(i + 1) >= 0.84 * (intensidad(i) + intensidad(i + 2))
                And intensidad(i + 1) <= intensidad(i) + intensidad(i + 2) +
                0.01) Or ((inodoro(i + 2) = True Or inodoro(i + 1) = True) And
                (intensidad(i + 1) >= 0.84 * (intensidad(i) + intensidad(i + 2))
                And intensidad(i + 1) <= intensidad(i) + intensidad(i + 2) +
                0.015))) And (Abs(intensidad(i) - intensidad(i + 2)) > 0.01) And
                (inodoro(i + 2) = False Or (inodoro(i + 2) = True And (Abs(

```

```
intensidad(i) - intensidad(i + 2)) >= 0.02 Or intensidad(i + 2)
* (tfinal(i + 2) - tinicio(i)) > vol_max))) Then
  If (intensidad(i + 2) > intensidad(i)) Then
    vol = (tfinal(i + 1) - tinicio(i + 1)) * (intensidad(i + 1)
    - intensidad(i)) + (tfinal(i + 2) - tinicio(i + 2)) *
    intensidad(i + 2)
    tfinal(i) = tfinal(i + 1)
    tfinal(i + 1) = tfinal(i + 2)
    intensidad(i + 1) = vol / (tfinal(i + 1) -
    tinicio(i + 1))
    dos_p(i) = True
    unir = True
  Else '(If (intensidad(i) > intensidad(i + 2))
    vol = (tfinal(i + 1) - tinicio(i + 1)) * (intensidad(i + 1)
    - intensidad(i + 2)) + (tfinal(i) - tinicio(i)) *
    intensidad(i)
    tfinal(i) = tfinal(i + 1)
    tfinal(i + 1) = tfinal(i + 2)
    intensidad(i) = vol / (tfinal(i) - tinicio(i))
    intensidad(i + 1) = intensidad(i + 2)
    dos_p(i) = True
    unir = True
  End If
End If
If (unir = True) Then
  If (inodoro(i + 2) = True) Then
    inodoro(i + 1) = True
  ElseIf (inodoro(i + 1) = True) Then
    inodoro(i) = True
    inodoro(i + 1) = False
  End If
  Renumerar i + 3, p, 0
  p = p - 1
  Redimensionar
End If
End If
End If
Next
End Sub
```

```
Sub Separar_y_unir_pulsos()
Dim i As Integer, l As Integer, m As Integer, juntar As Boolean
If (p = 2) And (tfinal(1) = tinicio(2)) Then 'Modificado 16-10-99
```

```

If (inodoro(1) = False) And (inodoro(2) = False) Then
  Unir_pulsos 1, 2
ElseIf (inodoro(1) = True And inodoro(2) = False) Or
(inodoro(1) = False And inodoro(2) = True) Then
  If (intensidad(1) > intensidad(2)) Then
    If (inodoro(1) = True) And (intensidad(1) - intensidad(2)
    > 0.045) And (intensidad(1) - intensidad(2) > i_ino_min -
    0.01) And (intensidad(1) > i_ino_max + 0.02) And
    (intensidad(1) * (tfinal(1) - tinicio(1)) > vol_max + 0.5)
    And ((intensidad(1) - intensidad(2)) * (tfinal(1) -
    tinicio(1)) > vol_min - 0.1) Then
      intensidad(1) = intensidad(1) - intensidad(2)
      tinicio(2) = tinicio(1)
    ElseIf (intensidad(1) * (tfinal(1) - tinicio(1)) +
    intensidad(2) * (tfinal(2) - tinicio(2)) <= vol_max + 0.5)
    And (intensidad(1) < i_ino_max + 0.025 Or intensidad(1) *
    (tfinal(1) - tinicio(1)) < 0.5) Then
      Unir_pulsos 1, 2
    End If
  Else '(intensidad(2)>intensidad(1))
    Comprobar_super_inodoro 1, 1
  End If
ElseIf (intensidad(1) > intensidad(2) + 0.03) And (intensidad(1)
* (tfinal(1) - tinicio(1)) + intensidad(2) * (tfinal(2) -
tinicio(2)) <= vol_max + 0.5) Then
  Unir_pulsos 1, 2
End If
Else '(If (p<>2))
  If (p = 3) Then
    If (inodoro(1) = True) And (inodoro(3) = True) Then
      If (tinicio(3) > tfinal(1)) Then
        If (intensidad(2) > intensidad(1) + 0.03) And (intensidad(2) >
        intensidad(3) + 0.03) Then
          intensidad(1) = (intensidad(1) * (tfinal(1) - tinicio(1)) +
          intensidad(3) * (tfinal(3) - tinicio(3))) / (tfinal(1) -
          tinicio(1) + tfinal(3) - tinicio(3))
          tfinal(1) = tfinal(3)
          intensidad(2) = intensidad(2) - intensidad(1)
          p = 2
          Redimensionar
        ElseIf (intensidad(1) * (tfinal(1) - tinicio(1)) +
        intensidad(2) * (tfinal(2) - tinicio(2)) + intensidad(3) *
        (tfinal(3) - tinicio(3)) < vol_max + 0.5) Then
          Unir_pulsos 1, 2
        End If
      End If
    End If
  End If

```

```
    Unir_pulsos 1, 2
  End If
End If
ElseIf (inodoro(3) = True) And (tfinal(1) = tinicio(3)) And
(intensidad(1) * (tfinal(1) - tinicio(1)) + intensidad(3) *
(tfinal(3) - tinicio(3)) < vol_max + 1) Then
  Unir_pulsos 1, 3
End If
End If
For i = 1 To p - 1
  If ((i + 1) <= p) Then
    If ((i - 1) >= 1) And (tfinal(i) = tinicio(i + 1)) And
(intensidad(i + 1) > intensidad(i)) Then
      If (tfinal(i - 1) > tfinal(i + 1)) Then
        If ((i + 2) <= p) Then
          If (tfinal(i + 1) <> tinicio(i + 2)) Then
            Comprobar_super_inodoro i, 1
            If ((inodoro(i) = True And inodoro(i + 1) = False)
Or (inodoro(i) = False And inodoro(i + 1) = True)) And
(intensidad(i) * (tfinal(i) - tinicio(i)) +
intensidad(i + 1) * (tfinal(i + 1) - tinicio(i + 1))) <=
vol_max + 0.5) And (intensidad(i) < i_ino_max +
0.025) And (intensidad(i + 1) < i_ino_max + 0.025)
And (tfinal(i) <> tfinal(i + 1)) Then
              Unir_pulsos i, i + 1
            End If
          End If
        Else
          Comprobar_super_inodoro i, 1
          If ((inodoro(i) = True And inodoro(i + 1) = False)
Or (inodoro(i) = False And inodoro(i + 1) = True)) And
(intensidad(i) * (tfinal(i) - tinicio(i)) +
intensidad(i + 1) * (tfinal(i + 1) - tinicio(i + 1))) <=
vol_max + 0.5) And (intensidad(i) < i_ino_max +
0.025) And (intensidad(i + 1) < i_ino_max + 0.025)
And (tfinal(i) <> tfinal(i + 1)) Then
            Unir_pulsos i, i + 1
          End If
        End If
      End If
    End If
  End If
  If (i + 1 <= p) Then
    If (i + 2 > p) And (tfinal(i) = tinicio(i + 1)) Then
      Comprobar_super_inodoro i, 1
```



```

End If
If (inodoro(i) = True) And (tfinal(i) = tinicio(i + 1))
And (intensidad(i) - intensidad(i + 1) > 0.04) And
(intensidad(i) > i_ino_max + 0.02) And (intensidad(i) -
intensidad(i + 1) > i_ino_min - 0.03) Then
    intensidad(i) = intensidad(i) - intensidad(i + 1)
    tinicio(i + 1) = tinicio(i)
End If
End If
If (i + 2 = p) Then
    If (intensidad(i + 2) > intensidad(i)) And (tfinal(i)
= tinicio(i + 2)) Then
        Comprobar_super_inodoro i, 2
    End If
End If
If (i + 3 = p) Then
    If (intensidad(i + 3) > intensidad(i)) And (tfinal(i)
= tinicio(i + 3)) Then
        Comprobar_super_inodoro i, 3
    End If
End If
End If
Next '(For i=1 To p-1)
For i = 1 To p - 1
    For l = 1 To p - i
        juntar = True
        If (i + l <= p) Then
            Do While (juntar = True) And (i + l <= p)
                If ((tfinal(i) = tinicio(i + l)) And
(inodoro(i) = False) And (inodoro(i + l) = False)) Then
                    Unir_pulsos i, i + l
                ElseIf (intensidad(i + l) <= 0.025 And intensidad(i + l) <
0.65 * intensidad(i)) And (tfinal(i) >=
tfinal(i + l)) And (tinicio(i) <= tinicio(i + l)) Then
                    volumen = intensidad(i) * (tfinal(i) - tinicio(i)) +
intensidad(i + l) * (tfinal(i + l) - tinicio(i + l))
                    intensidad(i) = volumen / (tfinal(i) - tinicio(i))
                    Renumerar i + l + 1, p, 0
                    p = p - 1
                    Redimensionar
                ElseIf (intensidad(i) <= 0.025 And intensidad(i) <
0.65 * intensidad(i + l)) And (tfinal(i + l) >=
tfinal(i)) And (tinicio(i + l) <= tinicio(i)) Then
                    volumen = intensidad(i) * (tfinal(i) - tinicio(i)) +

```

```

        intensidad(i + 1) * (tfinal(i + 1) - tinicio(i + 1))
        intensidad(i + 1) = volumen / (tfinal(i + 1) -
        tinicio(i + 1))
        Renumerar i + 1, p, 0
        p = p - 1
        Redimensionar
    Else
        juntar = False
    End If
    Loop
End If
Next '(For l=1 To p-i)
Next '(For i=1 To p-1)
End If '(If p=2)
If (p = 2) Then
    If (tfinal(1) = tinicio(2)) Then
        If (inodoro(2) = True And inodoro(1) = False) Then
            If (Abs(intensidad(1) - intensidad(2)) < 0.05 Or (intensidad(1) >
            intensidad(2) And intensidad(1) - intensidad(2) < intensidad(1) /
            3 And intensidad(2) * (tfinal(2) - tinicio(2)) < 0.25 * vol_max))
            And (intensidad(1) * (tfinal(1) - tinicio(1)) + intensidad(2) *
            (tfinal(2) - tinicio(2)) <= vol_max + 1.5) Then
                Unir_pulsos 1, 2
            ElseIf (intensidad(1) > intensidad(2) + 0.05) And (intensidad(2)
            * (tfinal(2) - tinicio(2)) >= 0.25 * vol_max) And (intensidad(2)
            * (tfinal(2) - tinicio(1)) < vol_max + 0.5) Then
                tinicio(2) = tinicio(1)
                intensidad(1) = intensidad(1) - intensidad(2)
            ElseIf (intensidad(2) > intensidad(1)) Then
                Comprobar_super_inodoro 1, 1
            End If
        ElseIf (inodoro(1) = True And inodoro(2) = False) Then
            If (intensidad(1) * (tfinal(1) - tinicio(1)) < vol_max - 1)
            And (intensidad(1) * (tfinal(1) - tinicio(1)) + intensidad(2) *
            (tfinal(2) - tinicio(2)) < vol_max + 0.5) And (intensidad(1)
            > intensidad(2)) Then
                Unir_pulsos 1, 2
            End If
        End If
    End If
End If
End If
End Sub

Sub Comprobar_super_inodoro(a, b)

```

```
If (inodoro(a + b) = True) And (inodoro(a) = False) Then
  If (intensidad(a + b) - intensidad(a) > 0.03) And (intensidad(a + b)
  - intensidad(a) > i_ino_min - 0.02 Or intensidad(a) > i_ino_min
  - 0.02) Then
    If (salto_f(a + b) = True) Then
      If (intensidad(a) < i_ino_max + 0.02) And (intensidad(a)
      > i_ino_min - 0.02) And (intensidad(a) * (tfinal(a + b)
      tinicio(a)) < vol_max + 0.5) And (intensidad(a) *
      (tfinal(a + b) - tinicio(a)) > vol_min - 0.5) Then 'Caso 5
        inodoro(a) = True
        inodoro(a + b) = False
        tfinal(a) = tfinal(a + b)
        intensidad(a + b) = intensidad(a + b) - intensidad(a)
      ElseIf (intensidad(a + b) - intensidad(a) < i_ino_max + 0.02)
      And (intensidad(a + b) - intensidad(a) > i_ino_min - 0.02) And
      ((intensidad(a + b) - intensidad(a)) * (tfinal(a + b) -
      tinicio(a + b)) < vol_max + 0.5) And ((intensidad(a + b) -
      intensidad(a)) * (tfinal(a + b) - tinicio(a + b)) > vol_min -
      0.5) Then 'Caso 2
        tfinal(a) = tfinal(a + b)
        intensidad(a + b) = intensidad(a + b) - intensidad(a)
      End If
    ElseIf (intensidad(a + b) - intensidad(a) > i_ino_min - 0.02) And
    (intensidad(a + b) - intensidad(a) < i_ino_max + 0.02) And
    ((intensidad(a + b) - intensidad(a)) * (tfinal(a + b) -
    tinicio(a + b)) > vol_min - 0.5) And ((intensidad(a + b) -
    intensidad(a)) * (tfinal(a + b) - tinicio(a + b)) < vol_max + 0.5)
    And (intensidad(a) > i_ino_min - 0.02) And (intensidad(a) <
    i_ino_max + 0.02) And (intensidad(a) * (tfinal(a + b) -
    tinicio(a)) > vol_min - 0.5) And (intensidad(a) * (tfinal(a + b)
    - tinicio(a)) < vol_max + 0.5) Then 'Caso 10
      inodoro(a) = True
      tfinal(a) = tfinal(a + b)
      intensidad(a + b) = intensidad(a + b) - intensidad(a)
    End If
  End If
End If
End Sub

Sub Unir_pulsos(c, d)
  volumen = intensidad(c) * (tfinal(c) -
  tinicio(c)) + intensidad(d) * (tfinal(d) - tinicio(d))
  tfinal(c) = tfinal(d)
  intensidad(c) = volumen / (tfinal(c) - tinicio(c))
```

```
If (inodoro(d) = True) Then
    inodoro(c) = True
End If
If (dos_p(d) = True) Then
    dos_p(c) = True
End If
If (tres_p(d) = True) Then
    tres_p(c) = True
End If
If (cuatro_p(d) = True) Then
    cuatro_p(c) = True
End If
If (salto_f(d) = True) Then
    salto_f(c) = True
End If
Renumerar d + 1, p, 0
p = p - 1
Redimensionar
End Sub

Sub Escribir_resultados()
Dim m As Integer
For m = 1 To p
    pulso = pulso + 1
    Cells(fila, 11) = pulso
    If (inodoro(m) = True) Then
        Cells(fila + 1, 11) = "Inodoro"
        num_ino = num_ino + 1
    End If
    If (dos_p(m) = True) Then
        Cells(fila + 2, 11) = "2 pulsos"
    ElseIf (tres_p(m) = True) Then
        Cells(fila + 2, 11) = "3 pulsos"
    ElseIf (cuatro_p(m) = True) Then
        Cells(fila + 2, 11) = "4 pulsos"
    End If
    Cells(fila, 12) = "tinicio"
    Cells(fila + 1, 12) = "tinicio"
    Cells(fila + 2, 12) = "tfinal"
    Cells(fila + 3, 12) = "tfinal"
    Cells(fila, 13) = tinicio(m)
    Cells(fila + 1, 13) = tinicio(m)
    Cells(fila + 2, 13) = tfinal(m)
    Cells(fila + 3, 13) = tfinal(m)

```

```
Cells(fila, 14) = 0
Cells(fila + 1, 14) = intensidad(m)
Cells(fila + 2, 14) = intensidad(m)
Cells(fila + 3, 14) = 0
If (p > 1) Then
    volumen = intensidad(m) * (tfinal(m) - tinicio(m))
End If
Cells(fila, 15) = volumen
consumo = consumo + volumen
fila = fila + 4
Next
End Sub
```

A.2 Generación de series sintéticas

```
Private respuesta As Integer, dia As Integer, consumo As Double, C
As Double, alfa As Double, beta As Double, lambda As Double, mu_n
As Double, sigma_n As Double, A1 As Double, A2 As Double, A3 As
Double, Co As Double, g As Double, nu As Double, hora As Double,
tinicio() As Double, duracion() As Double, intensidad() As Double,
prob As Double, segundo As Long, npulsos As Integer, n As Integer,
con_tot() As Double, con_h_max() As Double, con_h As Double,
inten_max() As Double, ti_nivel() As Double, int_niv() As Double,
durac() As Double, niv As Integer, npul() As Integer, comp_ct() As
Double, n_horas() As Integer, x1 As Double, x2 As Double, y_normal
As Double, ruido As Double, primer_p As Boolean, npul1() As
Integer, npul2() As Integer, npul3() As Integer, npul4() As
Integer, freq_dur() As Long, dur_max As Integer, freq_con() As
Long, consu_max As Integer
```

```
Sub Generación_series_largas()
```

```
Worksheets(1).Activate
alfa = 0.0213
beta = 2.5245
lambda = 0.1206
mu_n = 5.7554
sigma_n = 0.5607
A1 = 6.8061
A2 = 3.6932
A3 = -0.1182
Co = 20.8014
```

```
respuesta = Val(InputBox("Introduzca número de días a
generar"))
Randomize
ReDim npul(respuesta) : ReDim npul1(respuesta)
ReDim npul2(respuesta) : ReDim npul3(respuesta)
ReDim npul4(respuesta)
ReDim comp_ct(respuesta) 'comprobación consumo total
ReDim n_horas(respuesta) 'núm. de horas de consumo
ReDim freq_dur(0)
ReDim freq_con(0)
dur_max = 0: consu_max = 0

For dia = 1 To respuesta
  n_horas(dia) = 0
  npulsos = 0
  npul(dia) = 0
  consumo = WorksheetFunction.LogInv(Rnd, mu_n, sigma_n)
  C = (alfa * consumo) / (lambda * Exp(WorksheetFunction.GammaLn(1 +
  1 / beta)))
  For hora = 1 To 24
    g = (A3 * (hora ^ 3) + A2 * (hora ^ 2) + A1 * hora + Co) / 10000
    nu = C * g
    ruido = WorksheetFunction.NormInv(Rnd, 0, 4.3635)
    If (nu + ruido > 0) Then
      nu = nu + ruido
    Else
      nu = 0
    End If
    prob = nu / 3600
    primer_p = True
    For segundo = 3600 * (hora - 1) + 1 To 3600 * hora
      If (prob >= Rnd) Then
        npulsos = npulsos + 1
        If (hora <= 6) Then
          npul1(dia) = npul1(dia) + 1
        ElseIf (hora >= 7) And (hora <= 12) Then
          npul2(dia) = npul2(dia) + 1
        ElseIf (hora >= 13) And (hora <= 18) Then
          npul3(dia) = npul3(dia) + 1
        ElseIf (hora >= 19) Then
          npul4(dia) = npul4(dia) + 1
        End If
      ReDim Preserve tinicio(npulsos)
      tinicio(npulsos) = segundo
    End For
  End For
End For
```

```

        End If
    Next
Next
npul(dia) = npulsos
For n = 1 To npulsos
    ReDim Preserve duracion(n)
    ReDim Preserve intensidad(n)
    duracion(n) = (-WorksheetFunction.Ln(1 - Rnd)) / alfa
    If (CInt(duracion(n)) > dur_max) Then
        dur_max = CInt(duracion(n))
        ReDim Preserve freq_dur(dur_max)
    End If
    freq_dur(CInt(duracion(n))) = freq_dur(CInt(duracion(n))) + 1
    intensidad(n) = lambda * (-WorksheetFunction.Ln(1 - Rnd)) ^
    (1 / beta)
Next
ReDim Preserve con_tot(dia)
con_tot(dia) = 0
For n = 1 To npulsos
    If (tinicio(n) + duracion(n) <= 86400) Then 'Añadida condición If el 13-6-00
        con_tot(dia) = con_tot(dia) + intensidad(n) * duracion(n)
    Else
        con_tot(dia) = con_tot(dia) + intensidad(n) * (86400 - tinicio(n))
    End If
Next
ReDim Preserve con_h_max(dia)
con_h_max(dia) = 0
For hora = 1 To 24
    Calcular_consumo_horario
    comp_ct(dia) = comp_ct(dia) + con_h
    If (con_h > con_h_max(dia)) Then
        con_h_max(dia) = con_h
    End If
Next
Calcular_intensidad_maxima
Next
Escribir_resultados
End Sub

Sub Calcular_consumo_horario()

con_h = 0
n = 1
Do While (hora * 3600 - 3600 > tinicio(n) +

```

```
duracion(n)) And (n < npulsos)
  n = n + 1
Loop

If (n = npulsos) And (hora * 3600 - 3600 > tinicio(n) +
duracion(n)) Then
  n = n + 1
End If

If (n <= npulsos) Then
  Do While ((hora * 3600) >= tinicio(n))
    If (tinicio(n) + duracion(n) >= (hora - 1) * 3600) Then
      If (tinicio(n) <= (hora - 1) * 3600) Then
        If (tinicio(n) + duracion(n) <= hora * 3600) Then
          con_h = con_h + intensidad(n) * (tinicio(n) + duracion(n) -
(hora - 1) * 3600)
        Else
          con_h = con_h + intensidad(n) * 3600
        End If
      Else
        If (tinicio(n) + duracion(n) <= hora * 3600) Then
          con_h = con_h + intensidad(n) * duracion(n)
        Else
          con_h = con_h + intensidad(n) * (hora * 3600 - tinicio(n))
        End If
      End If
    End If
    n = n + 1
    If (n > npulsos) Then
      Exit Do
    End If
  Loop
End If

If (con_h > 0) Then
  n_horas(dia) = n_horas(dia) + 1
End If
End Sub

Sub Calcular_intensidad_maxima()

Dim m As Integer, k As Integer, num_niv As Integer, i As Integer,
tf_pulso_max As Double, l As Integer
Dim tmax_niv As Double
```



```
ReDim Preserve inten_max(dia)

inten_max(dia) = 0
n = 1

Do While (n < npulsos)
  p = n
  niv = 1
  Redimensionar
  ti_nivel(niv) = tinicio(n)
  tmax_niv = tinicio(n) + duracion(n)
  If (tinicio(n + 1) >= tinicio(n) + duracion(n)) Then
    int_niv(niv) = intensidad(n)
    If (int_niv(niv) > inten_max(dia)) Then
      inten_max(dia) = int_niv(niv)
    End If
  Else
    Do While (tinicio(n + 1) < tinicio(n) + duracion(n)) Or
      (tinicio(n + 1) < tmax_niv)
      n = n + 1
      If (tinicio(n) + duracion(n) > tmax_niv) Then
        tmax_niv = tinicio(n) + duracion(n)
      End If
      If (n = npulsos) Then
        Exit Do
      End If
    Loop
    m = 0
    For k = p To n - 1
      For l = 1 To n - k
        If (tinicio(k) + duracion(k) = tinicio(k + 1) + duracion(k + 1))
          Or (tinicio(k) + duracion(k) = tinicio(k + 1)) Or
          (tinicio(k) = tinicio(k + 1)) Then
          m = m + 1
        End If
      Next
    Next
    num_niv = 2 * (n - p + 1) - 1 - m
    For i = 2 To num_niv
      niv = niv + 1
      Redimensionar
      ti_nivel(niv) = 86400
      For k = p To n
```

```
    If (tinicio(k) + duracion(k) < ti_nivel(niv)) And (tinicio(k)
+ duracion(k) > ti_nivel(niv - 1)) Then
        ti_nivel(niv) = tinicio(k) + duracion(k)
    End If
Next
For k = p To n
    If (tinicio(k) < ti_nivel(niv)) And (tinicio(k) >
ti_nivel(niv - 1)) Then
        ti_nivel(niv) = tinicio(k)
    End If
Next
Next
tf_pulso_max = 0
For k = p To n
    If (tinicio(k) + duracion(k) > tf_pulso_max) Then
        tf_pulso_max = tinicio(k) + duracion(k)
    End If
Next
durac(niv) = tf_pulso_max - ti_nivel(niv)
For i = 1 To niv - 1
    durac(i) = ti_nivel(i + 1) - ti_nivel(i)
Next
For i = 1 To niv
    int_niv(i) = 0
    For k = p To n
        If (tinicio(k) <= ti_nivel(i)) And (tinicio(k) + duracion(k)
>= ti_nivel(i) + durac(i)) Then
            int_niv(i) = int_niv(i) + intensidad(k)
        End If
    Next
    If (int_niv(i) > inten_max(dia)) Then
        inten_max(dia) = int_niv(i)
    End If
Next
End If
n = n + 1
Loop

If (n = npulsos) Then
    If (intensidad(n) > inten_max(dia)) Then
        inten_max(dia) = intensidad(n)
    End If
End If
```

End Sub

Sub Redimensionar()

ReDim Preserve ti_nivel(niv)

ReDim Preserve durac(niv)

ReDim Preserve int_niv(niv)

End Sub

Sub Escribir_resultados() Dim ct As Range, ch As Range, im As Range, np As Range, nh As Range, np1 As Range, np2 As Range, np3 As Range, np4 As Range

Cells(1, 1) = "RESULTADOS SIMULACIÓN " & respuesta & " DÍAS"

Cells(3, 1) = "DÍA"

Cells(3, 2) = "Cons. total (1)"

Cells(3, 3) = "Cons. hor. máx. (1)"

Cells(3, 4) = "Inten. máx. (1/s)"

Cells(3, 5) = "Núm. pulsos"

Cells(3, 6) = "Núm. horas consumo"

Cells(3, 7) = "Npul. (0-6 h)"

Cells(3, 8) = "N pul. (6-12 h)"

Cells(3, 9) = "Npul. (12-18 h)"

Cells(3, 10) = "N pul. (18-24 h)"

Range(Cells(1,1), Cells(3, 10)).Select

With Selection

.Font.Bold = True

.HorizontalAlignment = xlCenter

End With

Range(Cells(3, 2), Cells(3, 4)).Select

Selection.Columns.AutoFit

Range(Cells(3, 6), Cells(3, 10)).Select

Selection.Columns.AutoFit

Range(Cells(1, 1), Cells(1, 4)).Select

Selection.MergeCells = True

For dia = 1 To respuesta

Cells(3 + dia, 1) = dia

Cells(3 + dia, 2) = con_tot(dia)

Cells(3 + dia, 3) = con_h_max(dia)

Cells(3 + dia, 4) = inten_max(dia)

Cells(3 + dia, 5) = npul(dia)

Cells(3 + dia, 6) = n_horas(dia)

Cells(3 + dia, 7) = npul1(dia)

```
Cells(3 + dia, 8) = npul2(dia)
Cells(3 + dia, 9) = npul3(dia)
Cells(3 + dia, 10) = npul4(dia)
Cells(3 + dia, 11) = comp_ct(dia)
Next

Range(Cells(4, 1), Cells(6 + dia, 10)).Select
Selection.HorizontalAlignment = xlCenter
Range(Cells(4, 2), Cells(6 + dia, 10)).Select
Selection.NumberFormat = "#,##0.0000"
Range(Cells(4, 5), Cells(4 + dia, 10)).Select
Selection.NumberFormat = "###"
Cells(4 + dia, 1) = "MÁXIMO"
Cells(5 + dia, 1) = "MEDIA"
Cells(6 + dia, 1) = "DESV. EST."
Set ct = Range(Cells(4, 2), Cells(2 + dia, 2))
Set ch = Range(Cells(4, 3), Cells(2 + dia, 3))
Set im = Range(Cells(4, 4), Cells(2 + dia, 4))
Set np = Range(Cells(4, 5), Cells(2 + dia, 5))
Set nh = Range(Cells(4, 6), Cells(2 + dia, 6))
Set np1 = Range(Cells(4, 7), Cells(2 + dia, 7))
Set np2 = Range(Cells(4, 8), Cells(2 + dia, 8))
Set np3 = Range(Cells(4, 9), Cells(2 + dia, 9))
Set np4 = Range(Cells(4, 10), Cells(2 + dia, 10))
Cells(4 + dia, 2) = WorksheetFunction.Max(ct)
Cells(4 + dia, 3) = WorksheetFunction.Max(ch)
Cells(4 + dia, 4) = WorksheetFunction.Max(im)
Cells(4 + dia, 5) = WorksheetFunction.Max(np)
Cells(4 + dia, 6) = WorksheetFunction.Max(nh)
Cells(4 + dia, 7) = WorksheetFunction.Max(np1)
Cells(4 + dia, 8) = WorksheetFunction.Max(np2)
Cells(4 + dia, 9) = WorksheetFunction.Max(np3)
Cells(4 + dia, 10) = WorksheetFunction.Max(np4)
Cells(5 + dia, 2) = WorksheetFunction.Average(ct)
Cells(5 + dia, 3) = WorksheetFunction.Average(ch)
Cells(5 + dia, 4) = WorksheetFunction.Average(im)
Cells(5 + dia, 5) = WorksheetFunction.Average(np)
Cells(5 + dia, 6) = WorksheetFunction.Average(nh)
Cells(5 + dia, 7) = WorksheetFunction.Average(np1)
Cells(5 + dia, 8) = WorksheetFunction.Average(np2)
Cells(5 + dia, 9) = WorksheetFunction.Average(np3)
Cells(5 + dia, 10) = WorksheetFunction.Average(np4)
Cells(6 + dia, 2) = WorksheetFunction.StDev(ct)
Cells(6 + dia, 3) = WorksheetFunction.StDev(ch)
```

```
Cells(6 + dia, 4) = WorksheetFunction.StDev(im)
Cells(6 + dia, 5) = WorksheetFunction.StDev(np)
Cells(6 + dia, 6) = WorksheetFunction.StDev(nh)
Cells(6 + dia, 7) = WorksheetFunction.StDev(np1)
Cells(6 + dia, 8) = WorksheetFunction.StDev(np2)
Cells(6 + dia, 9) = WorksheetFunction.StDev(np3)
Cells(6 + dia, 10) = WorksheetFunction.StDev(np4)
Cells(8 + dia, 1) = "Distribución de las duraciones de pulsos simulados"
Cells(9 + dia, 1) = "Duración (s)"
Cells(9 + dia, 2) = "Frecuencia"
j = 10
For i = 0 To dur_max
    If (freq_dur(i) > 0) Then
        Cells(j + dia, 1) = i
        Cells(j + dia, 2) = freq_dur(i)
        j = j + 1
    End If
Next
Range(Cells(9 + dia, 1), Cells(j - 1 + dia, 2)).Select
Selection.HorizontalAlignment = xlCenter
Cells(8 + dia, 6) = "Distribución de los consumos horarios simulados"
Cells(9 + dia, 6) = "Consumo h. (1)"
Cells(9 + dia, 7) = "Frecuencia"
j = 10
For i = 1 To consu_max
    If (freq_con(i) > 0) Then
        Cells(j + dia, 6) = i * 5 - 2.5
        Cells(j + dia, 7) = freq_con(i)
        j = j + 1
    End If
Next
Range(Cells(9 + dia, 6), Cells(j - 1 + dia, 7)).Select
Selection.HorizontalAlignment = xlCenter
End Sub
```

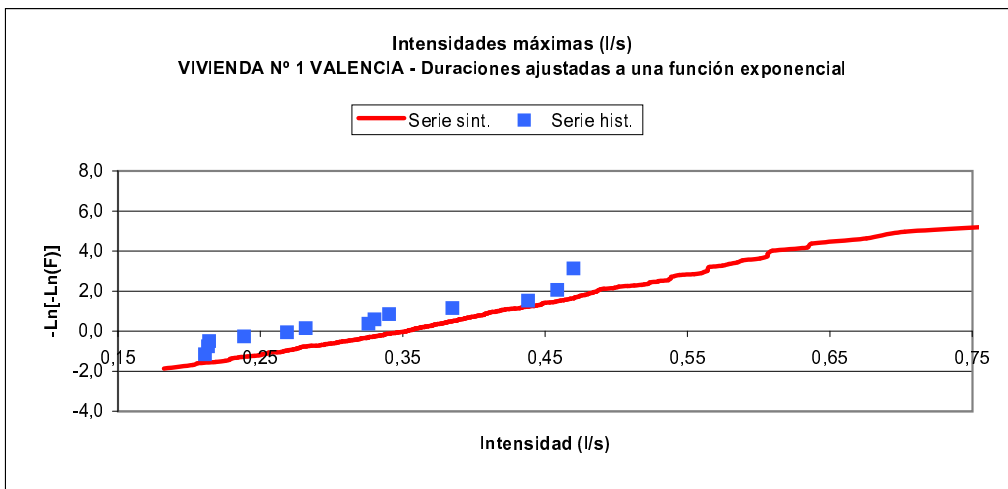

Apéndice B

RESULTADOS DE LAS SIMULACIONES PARA LAS VIVIENDAS ANALIZADAS

VIVIENDA Nº 1 VALENCIA

	Consumo diario (l)		Nº horas consumo/día		Nº pulsos/día	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	3.012,46	1.448,50	23	15	319	146
Media	749,94	564,59	15,10	9,62	77,45	54,92
Desviac. Est.	409,40	435,77	3,45	4,41	40,47	46,36

	Consumo máx. horario (l)		Intensidad máx. diaria (l/s)	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	371,39	374,63	0,8430	0,4700
Media	136,94	193,12	0,3878	0,3212
Desviac. Est.	56,67	103,14	0,0939	0,0938



Desviaciones entre la serie sintética y la histórica:

	Mínimo	Máximo	Promedio
Intensidad máx. diaria (l/s)	5%	45%	22%
Consumo máx. horario (l)	12%	157%	50%

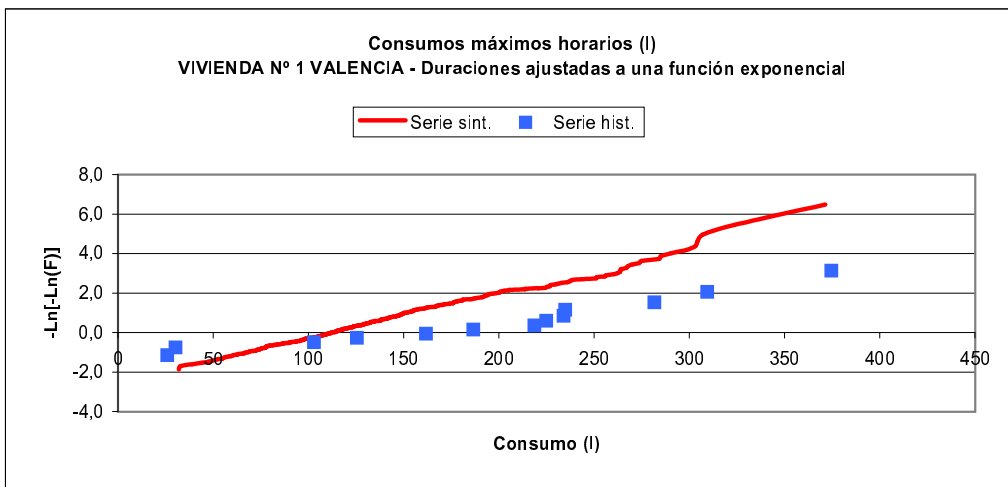


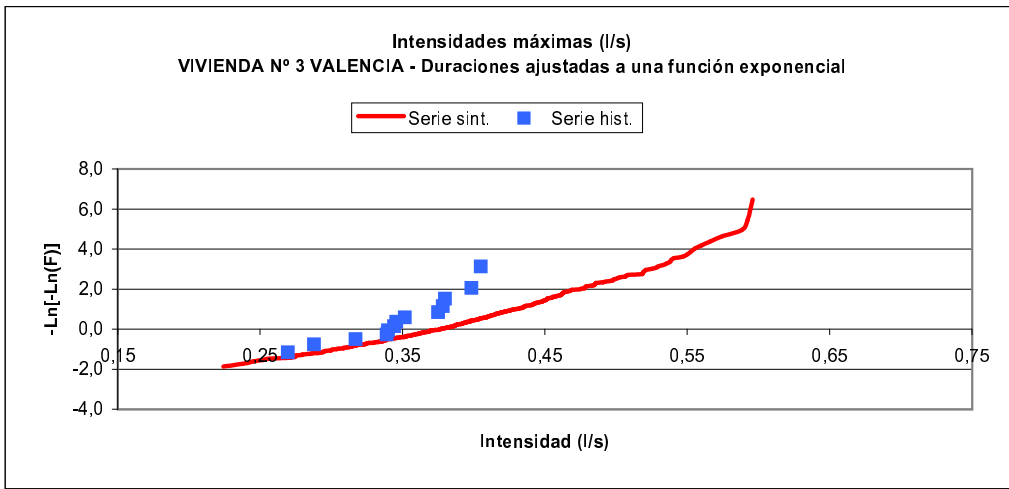
Figura B.1.-

CAPÍTULO B. RESULTADOS DE LAS SIMULACIONES PARA LAS VIVIENDAS ANALIZADAS

VIVIENDA Nº 3 VALENCIA

	Consumo diario (l)		Nº horas consumo/día		Nº pulsos/día	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	1.492,23	945,50	24	23	529	345
Media	556,84	499,70	18,38	16,31	193,16	159,92
Desviac. Est.	214,29	215,22	2,65	2,95	71,77	92,90

	Consumo máx. horario (l)		Intensidad máx. diaria (l/s)	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	177,96	195,78	0,5959	0,4049
Media	79,46	108,49	0,3998	0,3485
Desviac. Est.	25,77	49,25	0,0667	0,0402



Desviaciones entre la serie sintética y la histórica:

	Mínimo	Máximo	Promedio
Intensidad máx. diaria (l/s)	6%	31%	14%
Consumo máx. horario (l)	2%	40%	23%

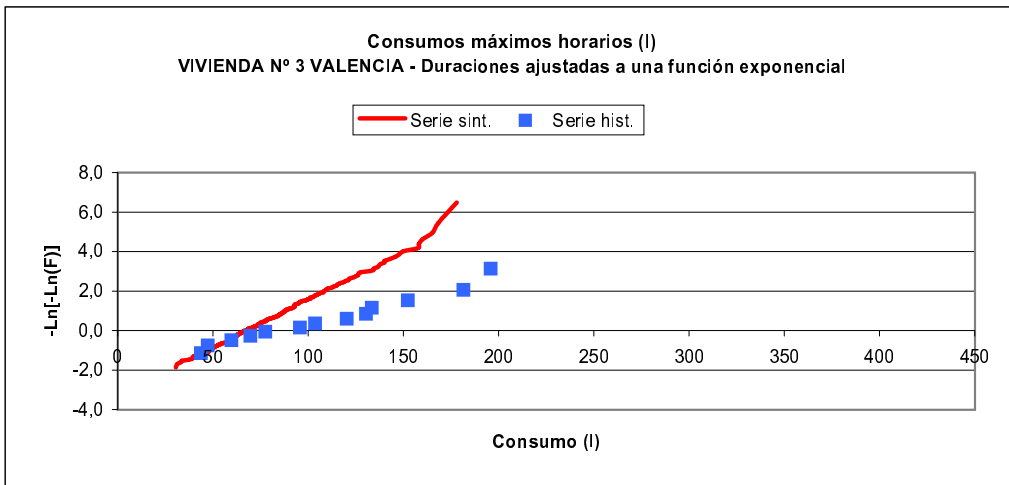
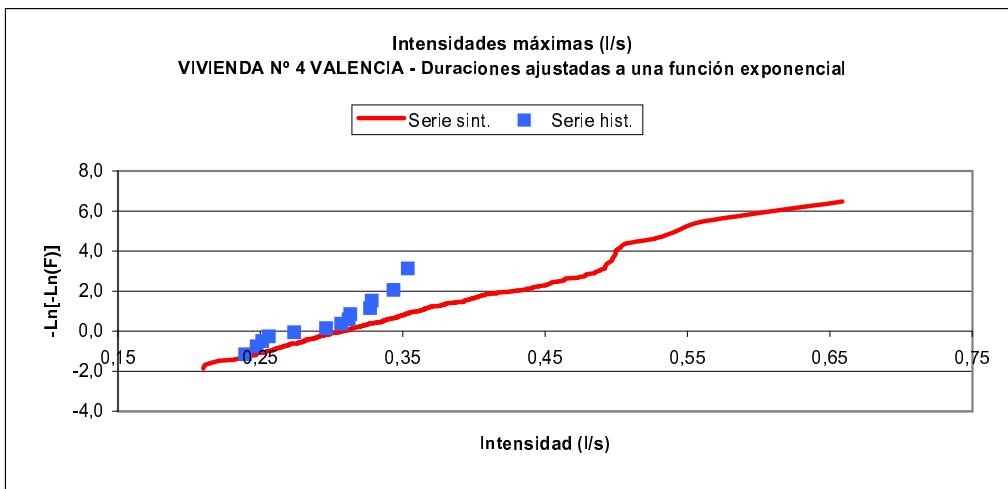


Figura B.2.-

VIVIENDA Nº 4 VALENCIA

	Consumo diario (l)		Nº horas consumo/día		Nº pulsos/día	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	993,07	526,90	22	16	229	111
Media	307,26	254,77	16,08	11,54	81,06	55,69
Desviac. Est.	117,78	105,86	2,77	2,79	29,55	22,77

	Consumo máx. horario (l)		Intensidad máx. diaria (l/s)	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	129,06	114,10	0,6587	0,3535
Media	55,44	70,27	0,3397	0,2960
Desviac. Est.	19,28	31,28	0,0699	0,0386



Desviaciones entre la serie sintética y la histórica:

	Mínimo	Máximo	Promedio
Intensidad máx. diaria (l/s)	3%	39%	14%
Consumo máx. horario (l)	3%	39%	20%

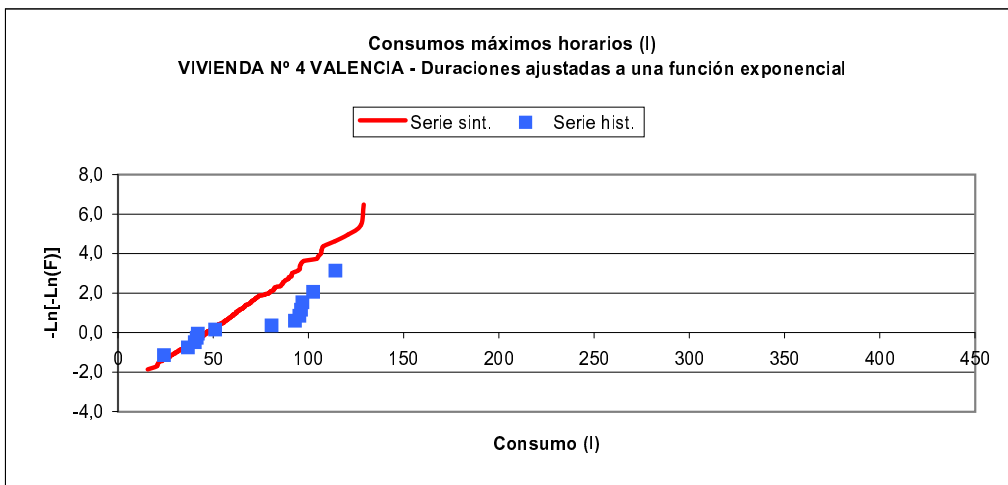


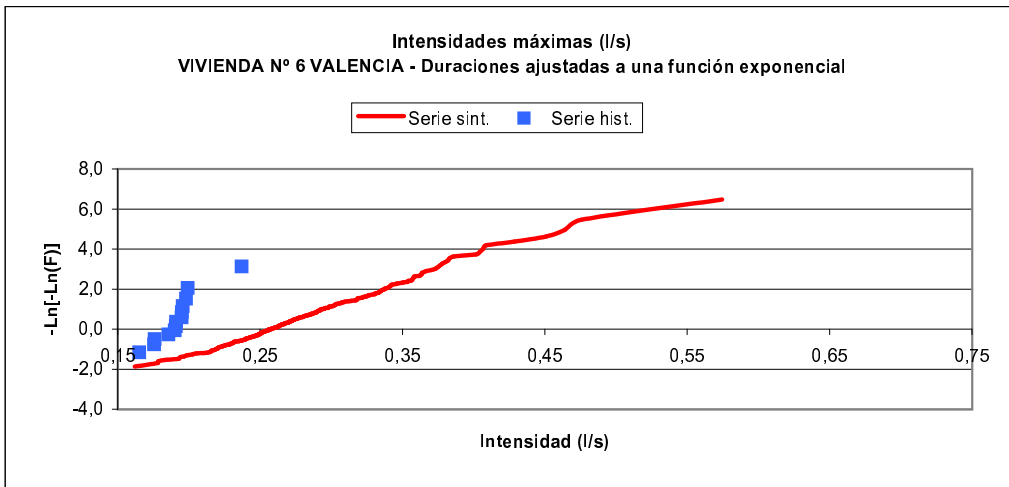
Figura B.3.-

CAPÍTULO B. RESULTADOS DE LAS SIMULACIONES PARA LAS VIVIENDAS ANALIZADAS

VIVIENDA Nº 6 VALENCIA

	Consumo diario (l)		Nº horas consumo/día		Nº pulsos/día	
	Serie sint.	Muestra	Serie sint.	Muestra	Serie sint.	Muestra
Máximo	1.092,82	610,30	23	18	363	227
Media	507,98	446,22	17,99	15,85	175,01	151,92
Desviac. Est.	132,06	97,52	2,29	1,14	43,07	39,93

	Consumo máx. horario (l)		Intensidad máx. diaria (l/s)	
	Serie sint.	Muestra	Serie sint.	Muestra
Máximo	154,53	117,40	0,5745	0,2370
Media	72,32	81,21	0,2796	0,1918
Desviac. Est.	18,26	20,71	0,0510	0,0169



Desviaciones entre la serie sintética y la histórica:

	Mínimo	Máximo	Promedio
Intensidad máx. diaria (l/s)	30%	71%	45%
Consumo máx. horario (l)	2%	24%	14%

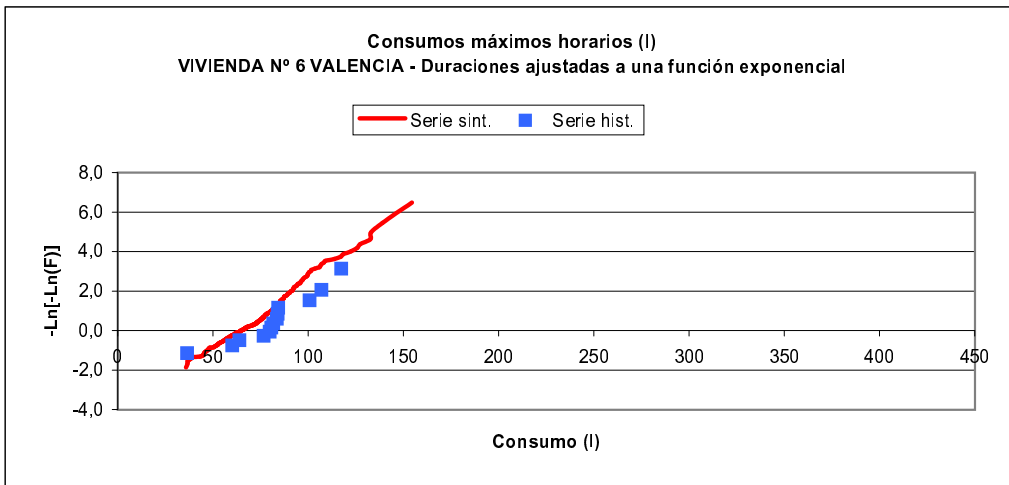
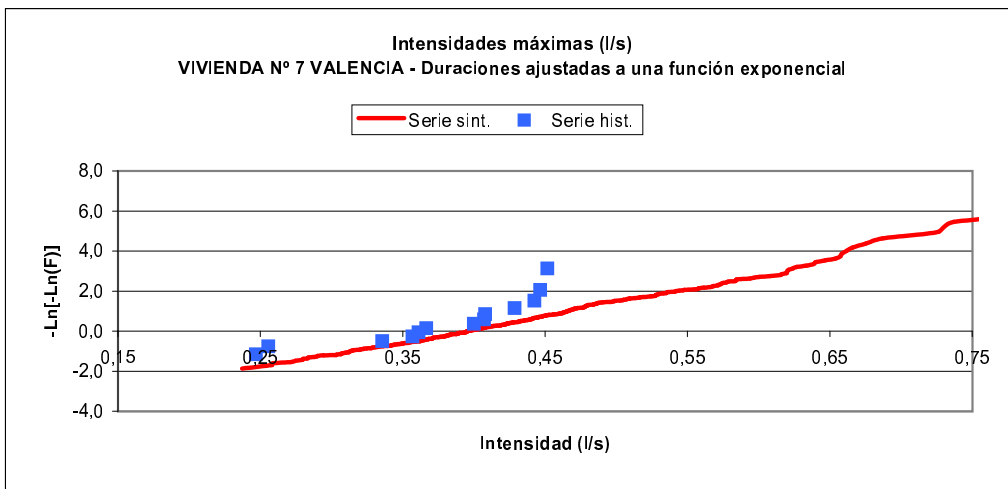


Figura B.4.-

VIVIENDA Nº 7 VALENCIA

	Consumo diario (l)		Nº horas consumo/día		Nº pulsos/día	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	4.202,66	1.201,60	23	19	633	185
Media	845,45	703,95	16,39	13,46	121,70	109,54
Desviac. Est.	385,50	366,89	3,05	5,30	54,44	66,62

	Consumo máx. horario (l)		Intensidad máx. diaria (l/s)	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	358,28	233,30	0,8968	0,4515
Media	139,46	167,70	0,4357	0,3774
Desviac. Est.	44,58	57,09	0,0930	0,0670



Desviaciones entre la serie sintética y la histórica:

	Mínimo	Máximo	Promedio
Intensidad máx. diaria (l/s)	6%	38%	15%
Consumo máx. horario (l)	4%	157%	30%

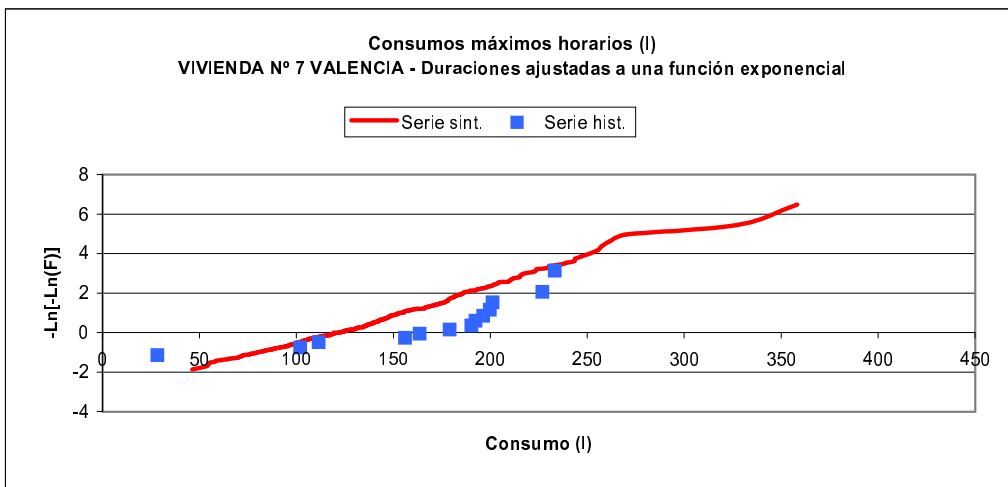


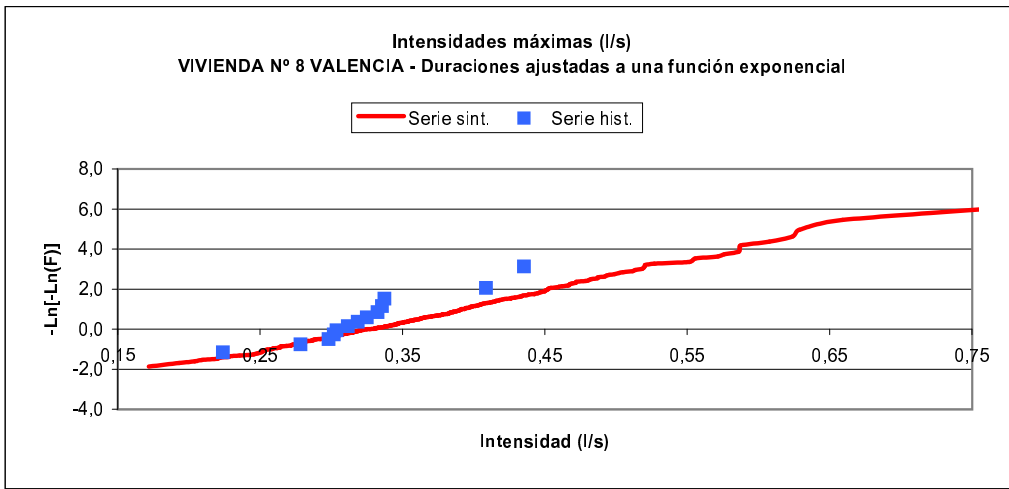
Figura B.5.-

CAPÍTULO B. RESULTADOS DE LAS SIMULACIONES PARA LAS VIVIENDAS ANALIZADAS

VIVIENDA Nº 8 VALENCIA

	Consumo diario (l)		Nº horas consumo/día		Nº pulsos/día	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	1.983,05	637,30	24	17	470	123
Media	388,09	313,26	15,69	11,31	86,05	66,08
Desviac. Est.	210,23	191,63	3,23	4,25	44,95	36,14

	Consumo máx. horario (l)		Intensidad máx. diaria (l/s)	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	182,79	135,70	0,8566	0,4354
Media	71,00	69,11	0,3633	0,3239
Desviac. Est.	27,36	33,39	0,0846	0,0531



Desviaciones entre la serie sintética y la histórica:

	Mínimo	Máximo	Promedio
Intensidad máx. diaria (l/s)	1%	26%	11%
Consumo máx. horario (l)	1%	70%	18%

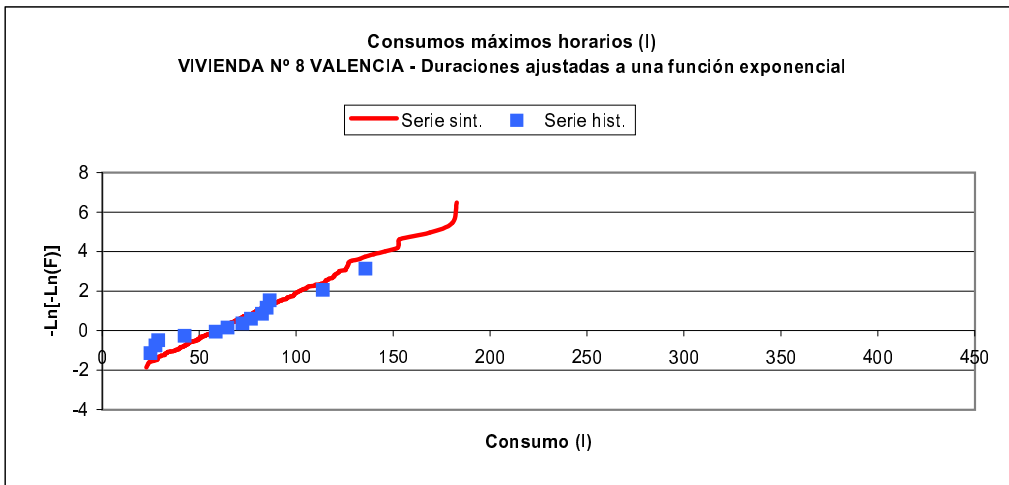
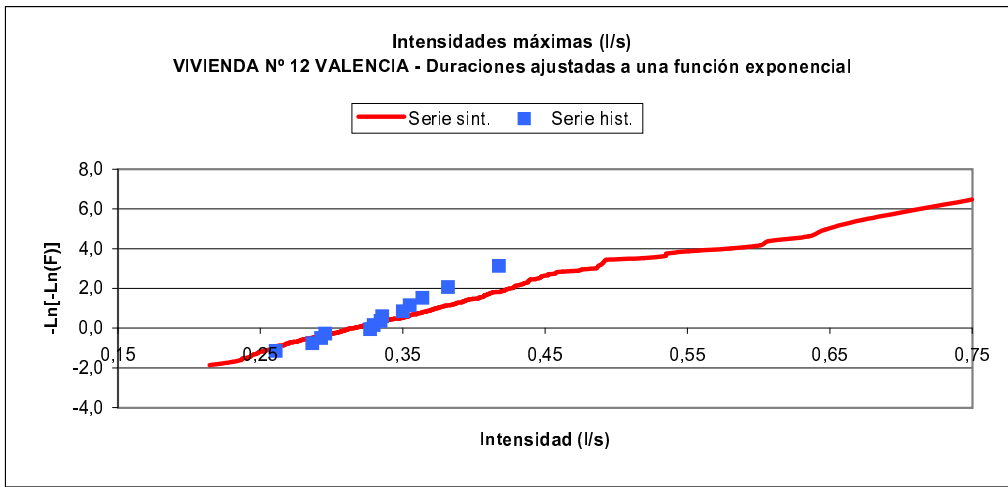


Figura B.6.-

VIVIENDA Nº 12 VALENCIA

	Consumo diario (l)		Nº horas consumo/día		Nº pulsos/día	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	1.403,00	950,70	24	19	331	185
Media	565,27	472,32	16,68	16,46	131,11	128,46
Desviac. Est.	209,97	189,68	2,68	1,76	46,17	30,45

	Consumo máx. horario (l)		Intensidad máx. diaria (l/s)	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	216,61	259,23	0,7498	0,4175
Media	93,60	108,25	0,3489	0,3331
Desviac. Est.	28,54	51,49	0,0746	0,0425



Desviaciones entre la serie sintética y la histórica:

	Mínimo	Máximo	Promedio
Intensidad máx. diaria (l/s)	0%	17%	6%
Consumo máx. horario (l)	2%	43%	10%

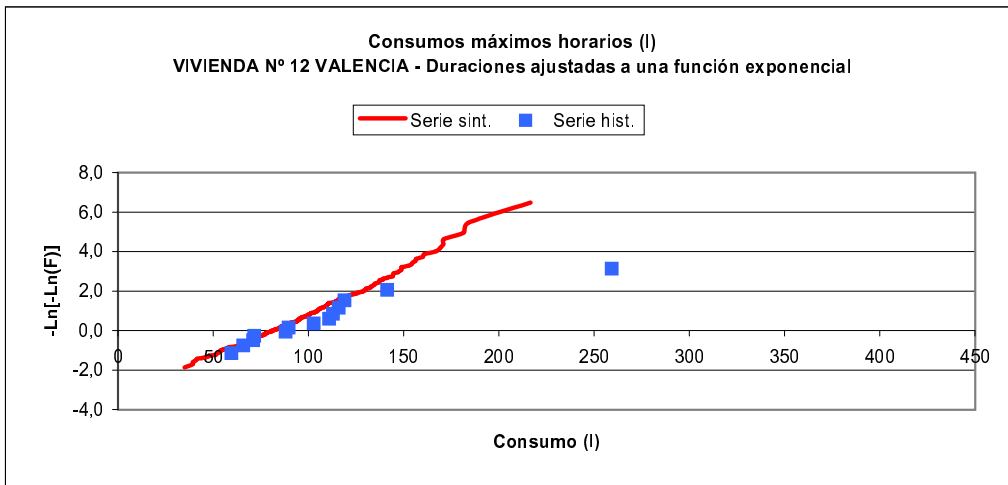


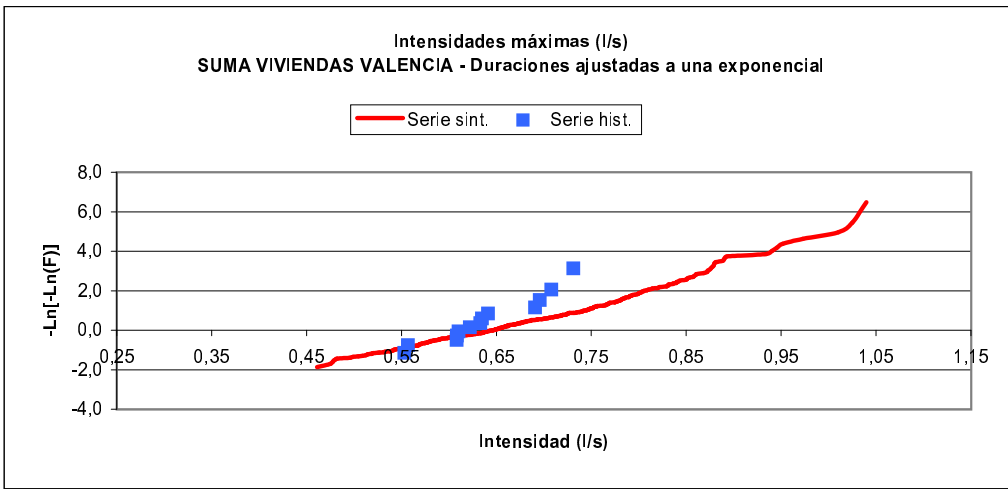
Figura B.7.-

CAPÍTULO B. RESULTADOS DE LAS SIMULACIONES PARA LAS VIVIENDAS ANALIZADAS

SUMA VIVIENDAS Nº 1, 3, 4, 6, 7, 8 Y 12 VALENCIA

	Consumo diario (l)		Nº horas consumo/día		Nº pulsos/día	
	Serie sint.	Muestra	Serie sint.	Muestra	Serie sint.	Muestra
Máximo	5.384,32	4.312,45	24	24	1.261	976
Media	3.330,14	3.254,81	21,72	22,54	756,59	726,54
Desviac. Est.	729,48	669,92	1,39	0,78	165,98	143,46

	Consumo máx. horario (l)		Intensidad máx. diaria (l/s)	
	Serie sint.	Muestra	Serie sint.	Muestra
Máximo	585,99	546,17	1,0397	0,7310
Media	345,30	390,93	0,6876	0,6379
Desviac. Est.	73,71	95,10	0,1058	0,0550



Desviaciones entre la serie sintética y la histórica:

	Mínimo	Máximo	Promedio
Intensidad máx. diaria (l/s)	1%	20%	8%
Consumo máx. horario (l)	9%	20%	12%

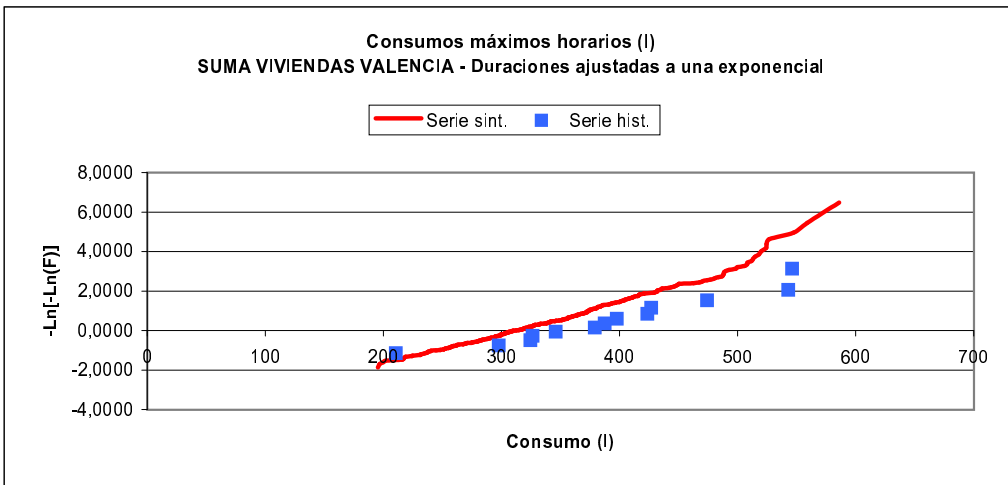
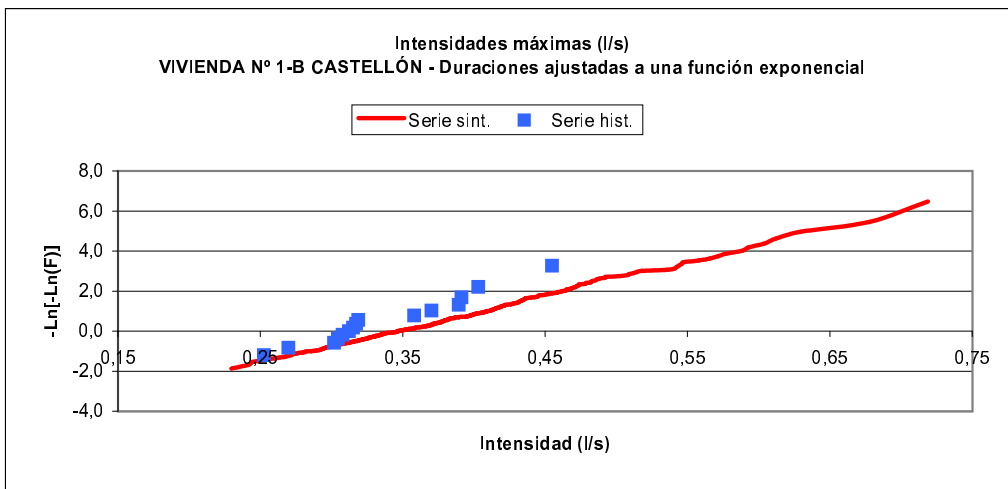


Figura B.8.-

VIVIENDA Nº 1-B CASTELLÓN

	Consumo diario (l)		Nº horas consumo/día		Nº pulsos/día	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	1.092,72	603,10	22	17	301	211
Media	539,85	449,17	17,28	13,93	153,18	137,27
Desviac. Est.	165,09	131,10	2,44	2,19	44,25	41,95

	Consumo máx. horario (l)		Intensidad máx. diaria (l/s)	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	163,53	176,00	0,7190	0,4549
Media	83,41	106,83	0,3802	0,3377
Desviac. Est.	22,84	32,73	0,0750	0,0549



Desviaciones entre la serie sintética y la histórica:

	Mínimo	Máximo	Promedio
Intensidad máx. diaria (l/s)	4%	20%	12%
Consumo máx. horario (l)	9%	30%	21%

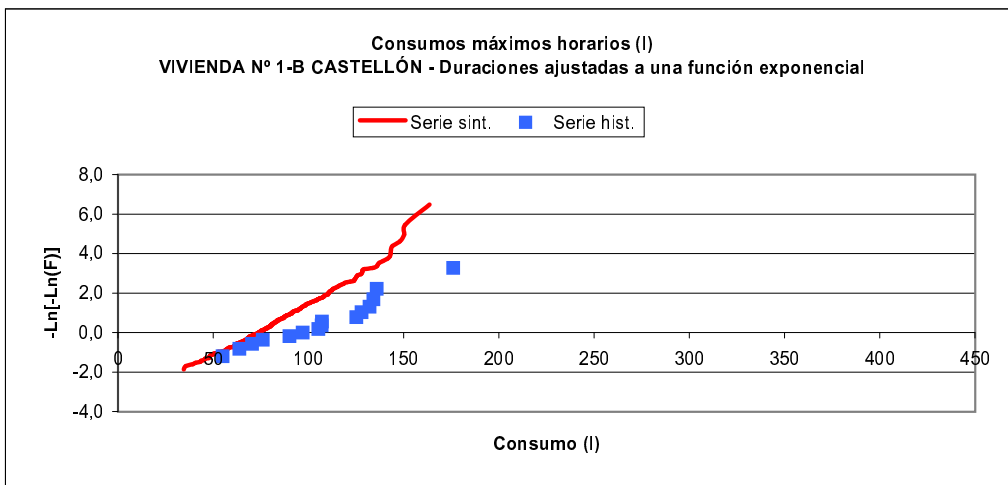


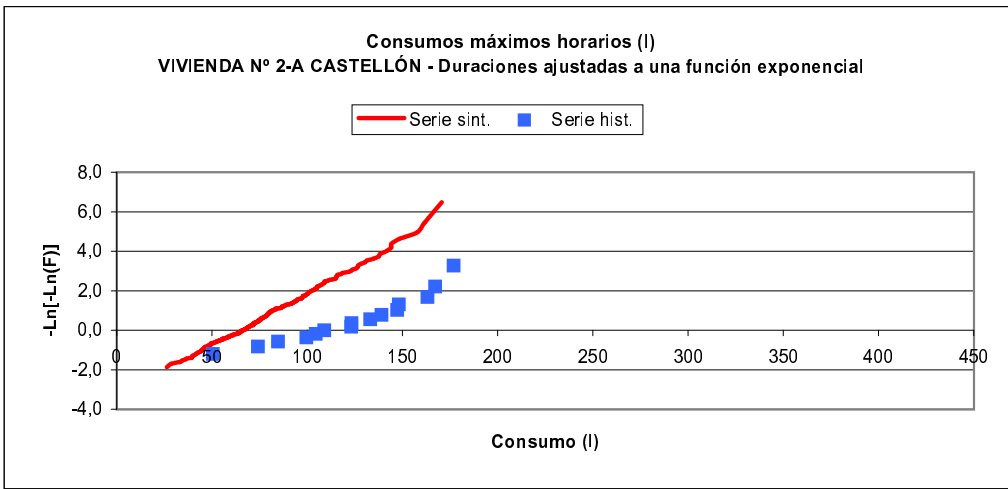
Figura B.9.-

CAPÍTULO B. RESULTADOS DE LAS SIMULACIONES PARA LAS VIVIENDAS ANALIZADAS

VIVIENDA Nº 2-A CASTELLÓN

	Consumo diario (l)		Nº horas consumo/día		Nº pulsos/día	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	912,33	681,20	23	16	207	143
Media	479,93	427,08	18,26	14,00	109,50	76,07
Desviac. Est.	155,98	138,13	2,45	1,60	32,92	24,21

	Consumo máx. horario (l)		Intensidad máx. diaria (l/s)	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	170,73	176,90	0,7400	0,4989
Media	75,58	122,90	0,3266	0,3571
Desviac. Est.	24,02	36,11	0,0611	0,0650



Desviaciones entre la serie sintética y la histórica:

	Mínimo	Máximo	Promedio
Intensidad máx. diaria (l/s)	2%	14%	9%
Consumo máx. horario (l)	17%	44%	38%

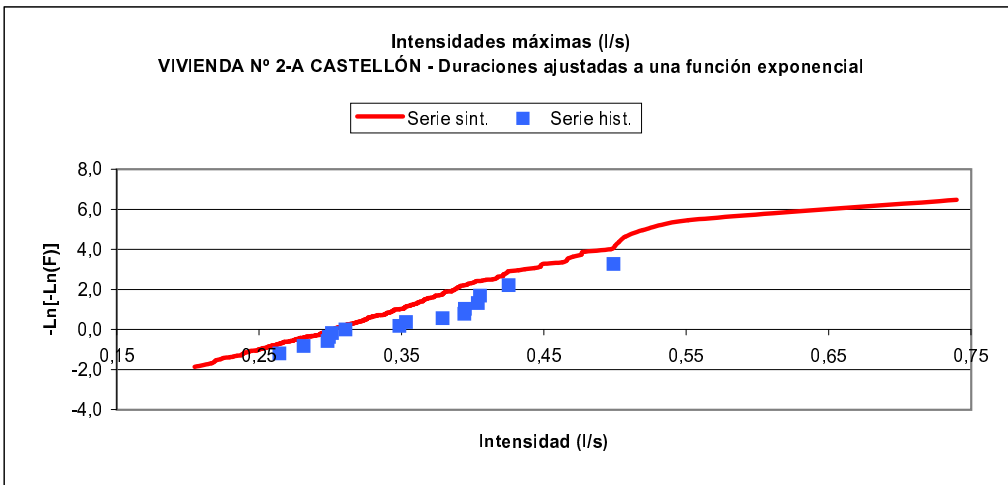
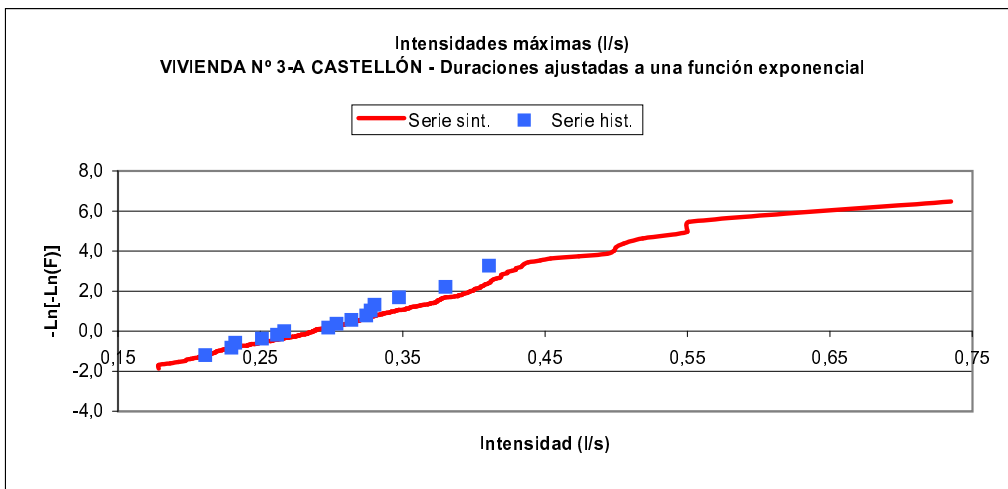


Figura B.10.-

VIVIENDA Nº 3-A CASTELLÓN

	Consumo diario (l)		Nº horas consumo/día		Nº pulsos/día	
	Serie sint.	Muestra	Serie sint.	Muestra	Serie sint.	Muestra
Máximo	1.855,79	843,60	24	17	377	175
Media	478,26	369,65	15,91	11,60	95,10	74,00
Desviac. Est.	223,93	224,66	3,36	3,56	43,78	50,30

	Consumo máx. horario (l)		Intensidad máx. diaria (l/s)	
	Serie sint.	Muestra	Serie sint.	Muestra
Máximo	196,03	170,23	0,7352	0,4107
Media	83,14	96,40	0,3166	0,2992
Desviac. Est.	29,00	42,48	0,0703	0,0571



Desviaciones entre la serie sintética y la histórica:

	Mínimo	Máximo	Promedio
Intensidad máx. diaria (l/s)	0%	11%	5%
Consumo máx. horario (l)	1%	33%	18%

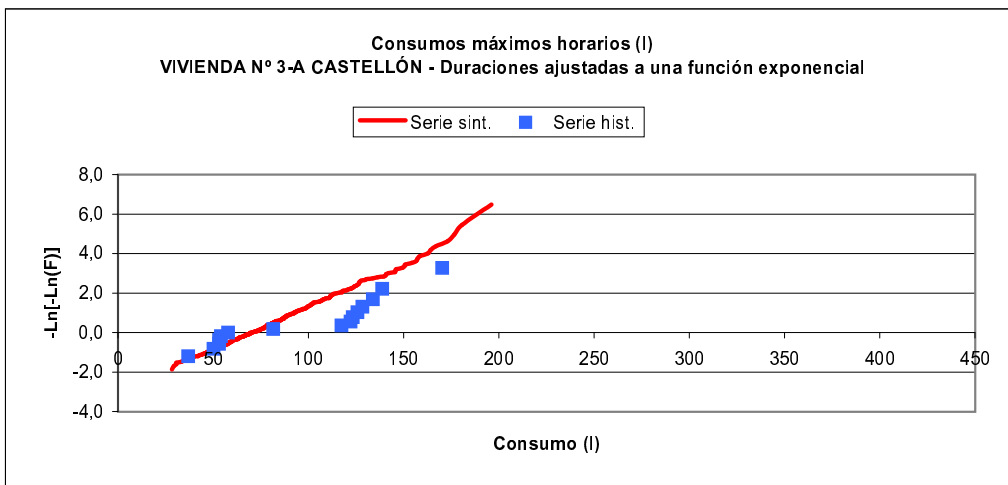
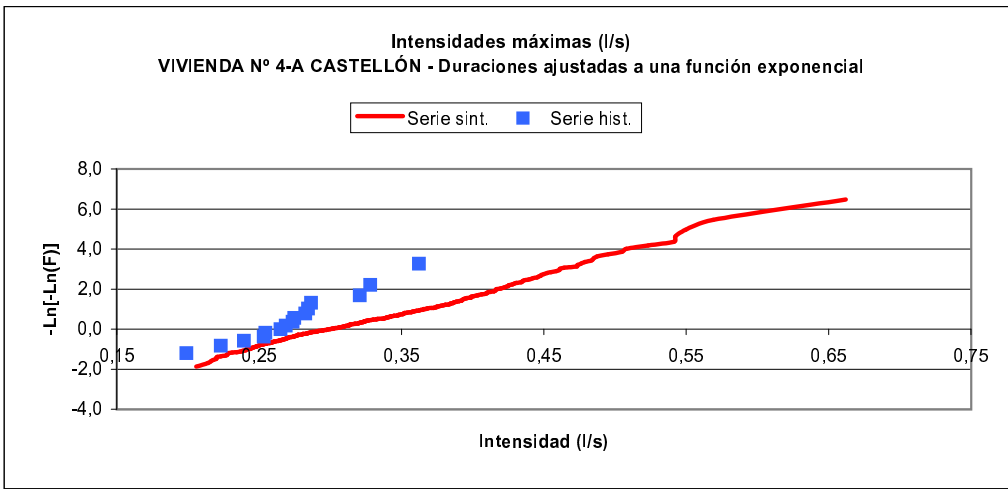


Figura B.11.-

VIVIENDA Nº 4-A CASTELLÓN

	Consumo diario (l)		Nº horas consumo/día		Nº pulsos/día	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	1.548,43	1.031,50	24	18	248	248
Media	606,56	544,12	16,95	14,13	97,03	97,03
Desviac. Est.	231,30	249,25	3,00	4,22	36,28	36,28

	Consumo máx. horario (l)		Intensidad máx. diaria (l/s)	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	232,70	355,49	0,6621	0,3622
Media	100,98	136,48	0,3341	0,2743
Desviac. Est.	34,31	76,91	0,0724	0,0410



Desviaciones entre la serie sintética y la histórica:

	Mínimo	Máximo	Promedio
Intensidad máx. diaria (l/s)	8%	35%	20%
Consumo máx. horario (l)	9%	51%	21%

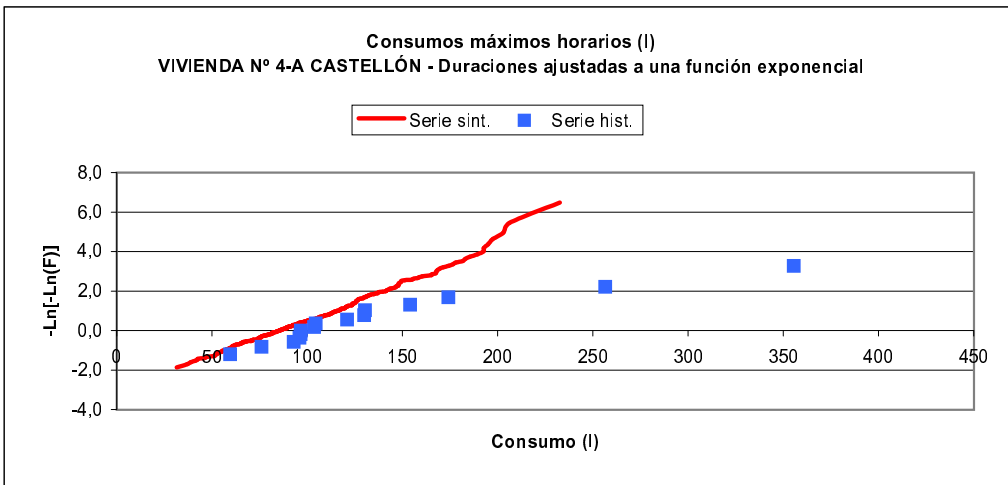
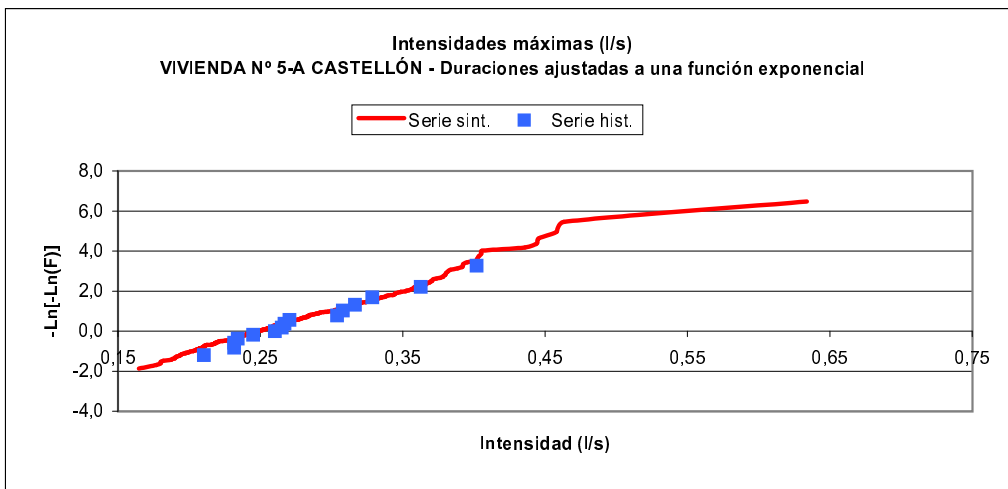


Figura B.12.-

VIVIENDA Nº 5-A CASTELLÓN

	Consumo diario (l)		Nº horas consumo/día		Nº pulsos/día	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	1.142,79	750,10	23	18	218	132
Media	474,29	402,25	16,44	15,33	92,87	83,60
Desviac. Est.	172,34	141,95	2,80	2,06	31,35	20,28

	Consumo máx. horario (l)		Intensidad máx. diaria (l/s)	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	177,09	154,80	0,6339	0,4019
Media	81,53	93,50	0,2765	0,2824
Desviac. Est.	26,46	35,81	0,0606	0,0537



Desviaciones entre la serie sintética y la histórica:

	Mínimo	Máximo	Promedio
Intensidad máx. diaria (l/s)	0%	10%	3%
Consumo máx. horario (l)	3%	25%	12%

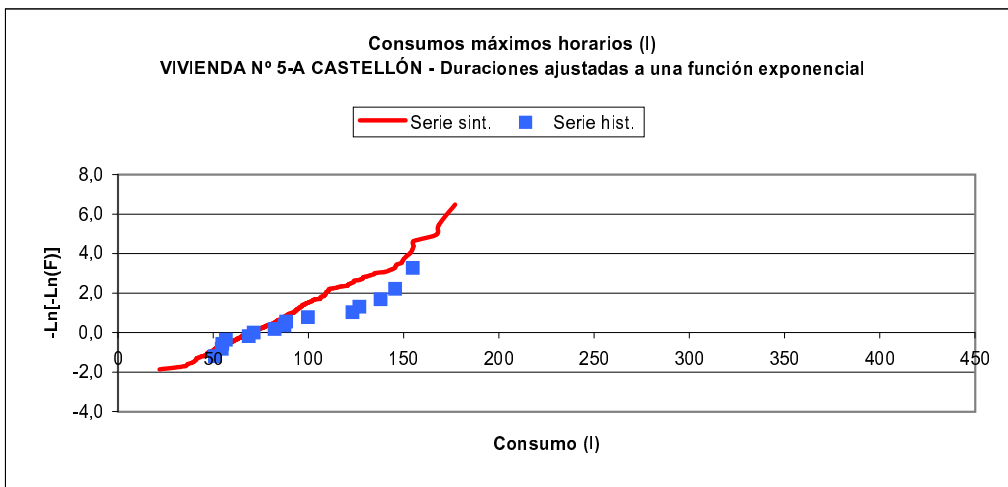
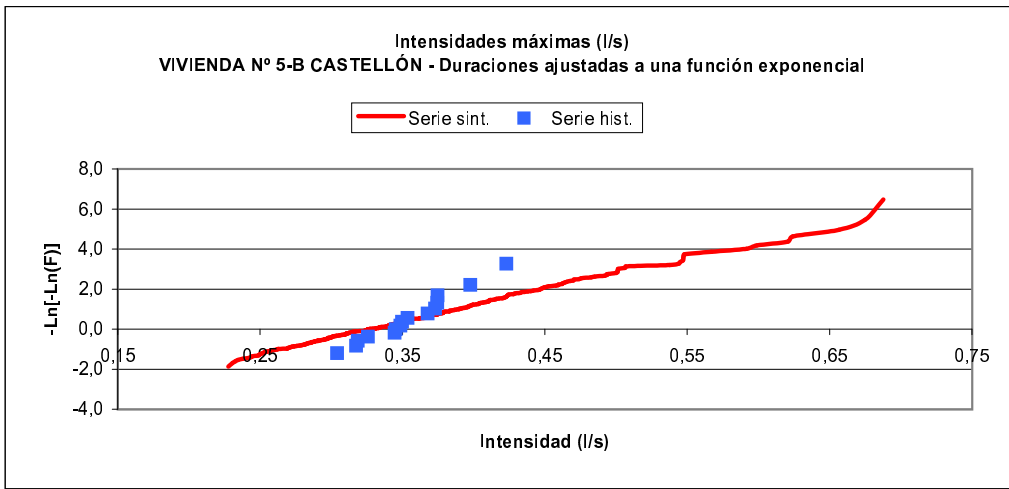


Figura B.13.-

VIVIENDA Nº 5-B CASTELLÓN

	Consumo diario (l)		Nº horas consumo/día		Nº pulsos/día	
	Serie sint.	Muestra	Serie sint.	Muestra	Serie sint.	Muestra
Máximo	1.182,83	702,60	23	21	212	153
Media	641,71	567,82	17,55	17,00	123,48	109,53
Desviac. Est.	157,96	88,86	2,38	2,00	29,01	20,25

	Consumo máx. horario (l)		Intensidad máx. diaria (l/s)	
	Serie sint.	Muestra	Serie sint.	Muestra
Máximo	192,98	189,50	0,6877	0,4230
Media	100,66	122,69	0,3620	0,3545
Desviac. Est.	26,75	35,97	0,0782	0,0318



Desviaciones entre la serie sintética y la histórica:

	Mínimo	Máximo	Promedio
Intensidad máx. diaria (l/s)	0%	29%	9%
Consumo máx. horario (l)	1%	25%	17%

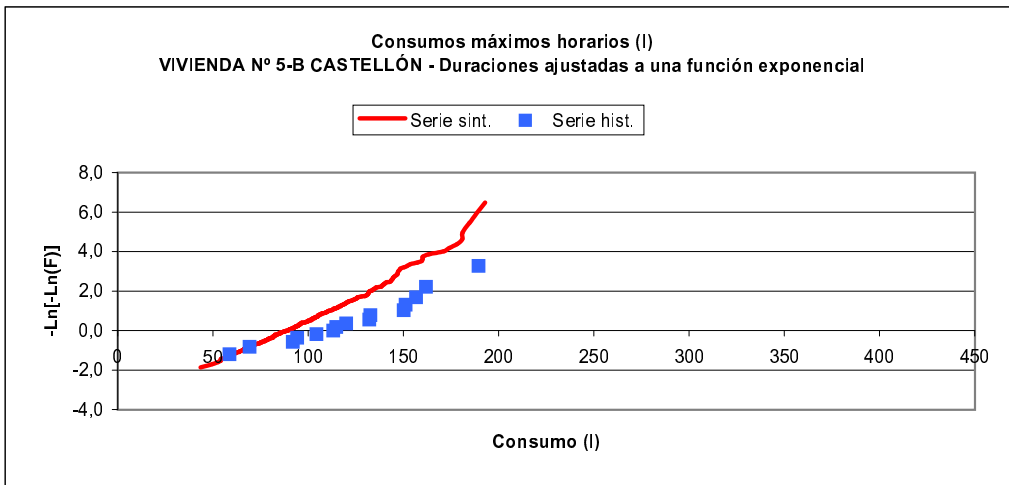
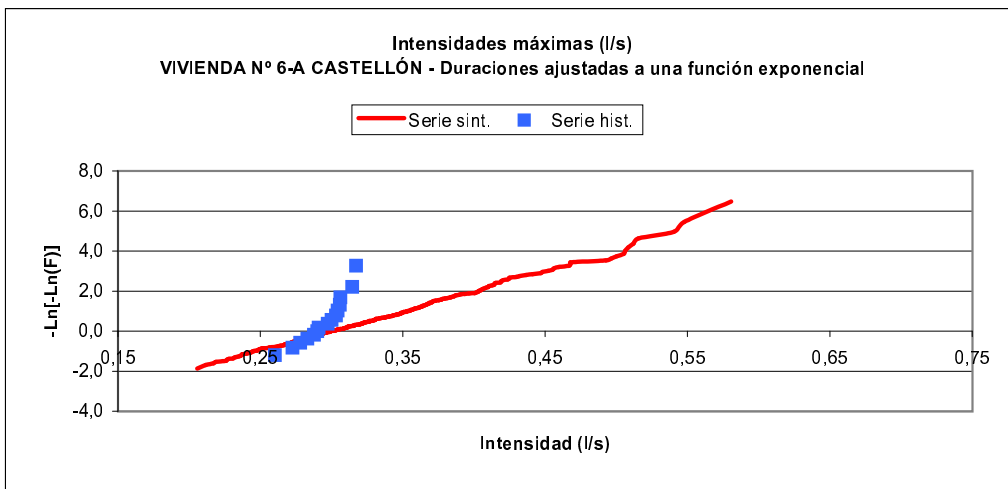


Figura B.14.-

VIVIENDA Nº 6-A CASTELLÓN

	Consumo diario (l)		Nº horas consumo/día		Nº pulsos/día	
	Serie sint.	Muestra	Serie sint.	Muestra	Serie sint.	Muestra
Máximo	852,59	518,00	23	20	197	113
Media	502,18	444,15	17,77	15,07	121,76	93,93
Desviac. Est.	121,98	64,42	2,26	2,81	26,53	10,85

	Consumo máx. horario (l)		Intensidad máx. diaria (l/s)	
	Serie sint.	Muestra	Serie sint.	Muestra
Máximo	153,55	214,10	0,5806	0,3172
Media	80,57	132,60	0,3288	0,2940
Desviac. Est.	21,49	45,53	0,0636	0,0159



Desviaciones entre la serie sintética y la histórica:

	Mínimo	Máximo	Promedio
Intensidad máx. diaria (l/s)	0%	47%	13%
Consumo máx. horario (l)	28%	49%	38%

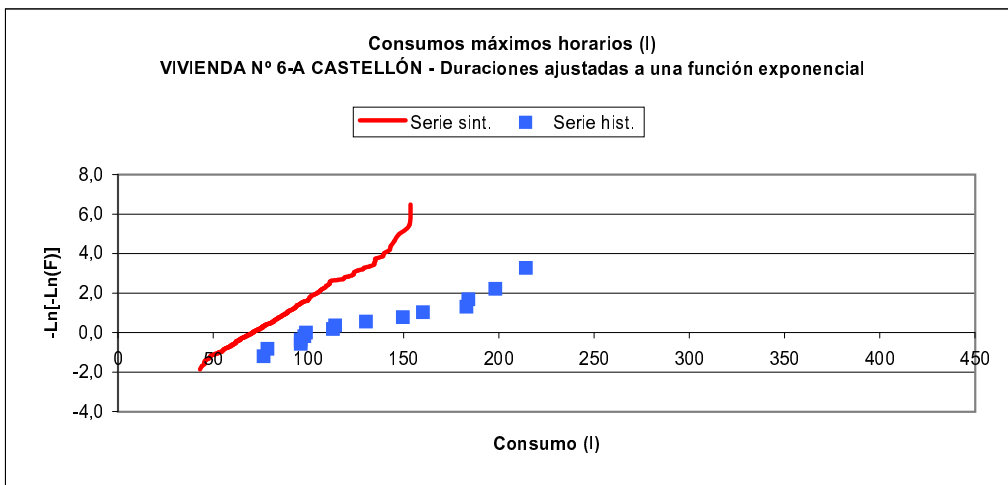
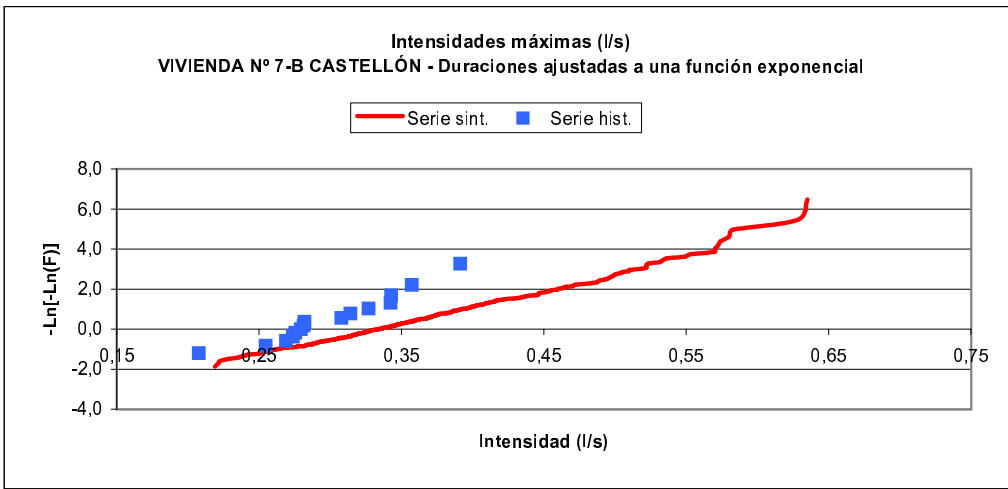


Figura B.15.-

VIVIENDA Nº 7-B CASTELLÓN

	Consumo diario (l)		Nº horas consumo/día		Nº pulsos/día	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	1.603,80	1.097,50	24	18	379	200
Media	662,28	527,71	15,98	14,87	150,31	150,60
Desviac. Est.	229,98	227,95	2,92	2,61	49,80	41,69

	Consumo máx. horario (l)		Intensidad máx. diaria (l/s)	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	217,98	155,00	0,6352	0,3912
Media	109,65	109,58	0,3672	0,3003
Desviac. Est.	30,56	26,36	0,0768	0,0464



Desviaciones entre la serie sintética y la histórica:

	Mínimo	Máximo	Promedio
Intensidad máx. diaria (l/s)	11%	34%	21%
Consumo máx. horario (l)	0%	19%	7%

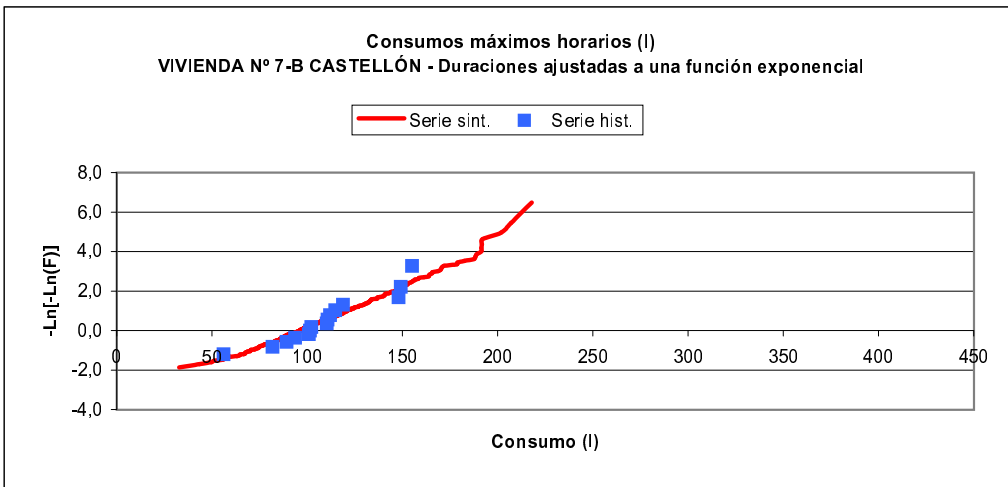
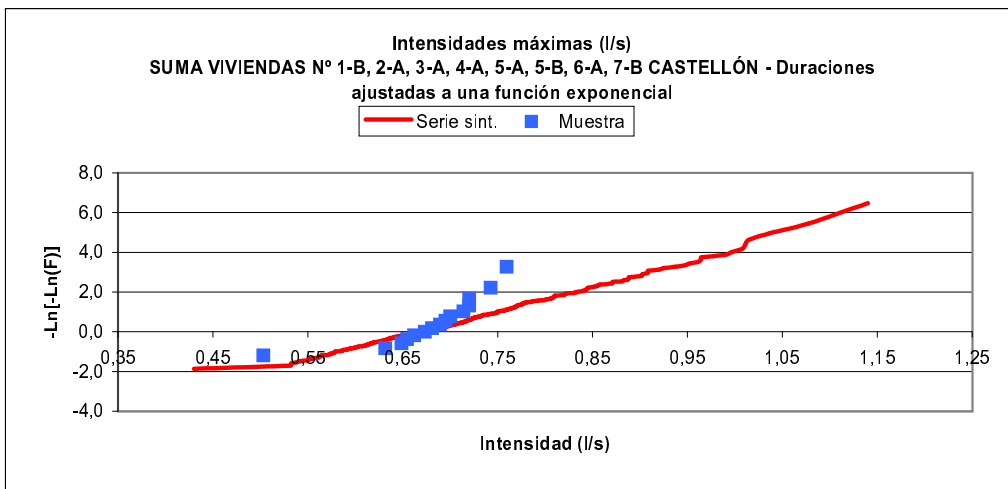


Figura B.16.-

SUMA VIVIENDAS N° 1-B, 2-A, 3-A, 4-A, 5-A, 5-B, 6-A Y 7-B CASTELLÓN

	Consumo diario (l)		N° horas consumo/día		N° pulsos/día	
	Serie sint.	Muestra	Serie sint.	Muestra	Serie sint.	Muestra
Máximo	5.775,91	4.407,45	24	24	1.235	908
Media	3.903,78	3.731,95	21,75	22,80	828,57	807,20
Desviac. Est.	641,19	422,35	1,33	0,86	136,45	58,92

	Consumo máx. horario (l)		Intensidad máx. diaria (l/s)	
	Serie sint.	Muestra	Serie sint.	Muestra
Máximo	725,72	718,76	1,1400	0,7594
Media	413,63	495,92	0,7143	0,6796
Desviac. Est.	77,62	118,89	0,1034	0,0603



Desviaciones entre la serie sintética y la histórica:

	Mínimo	Máximo	Promedio
Intensidad máx. diaria (l/s)	0%	23%	7%
Consumo máx. horario (l)	7%	28%	16%

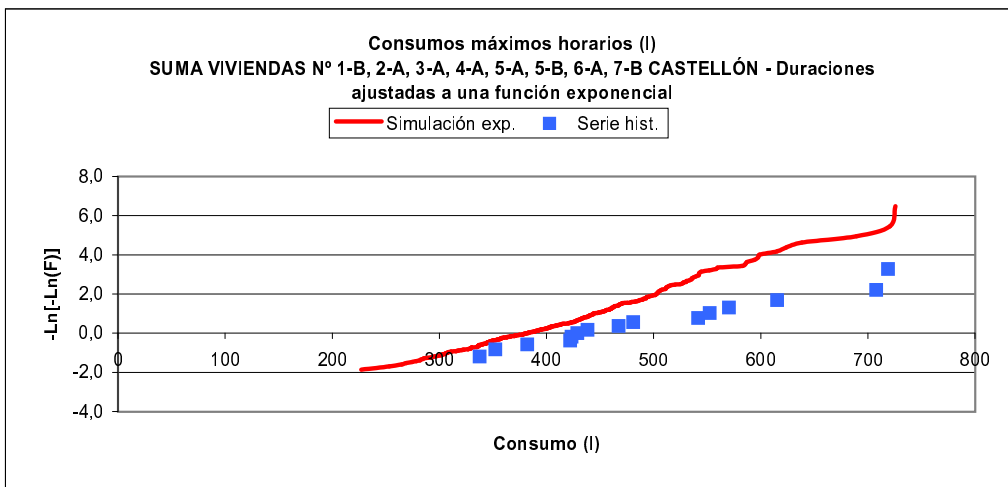


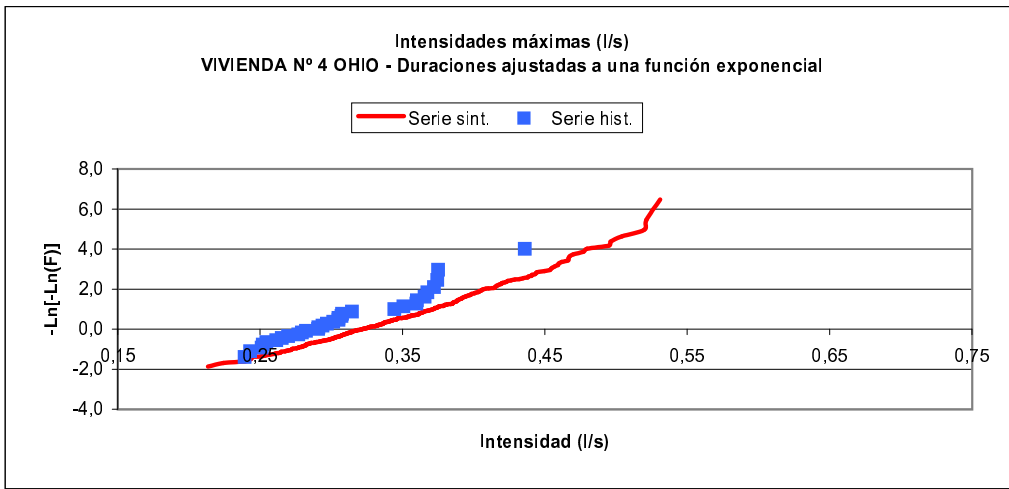
Figura B.17.-

CAPÍTULO B. RESULTADOS DE LAS SIMULACIONES PARA LAS VIVIENDAS ANALIZADAS

VIVIENDA N° 4 MILFORD

	Consumo diario (l)		N° horas consumo/día		N° pulsos/día	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	1.205,07	988,40	24	23	773	375
Media	686,64	668,32	21,71	21,52	412,64	279,03
Desviac. Est.	148,75	120,41	1,51	1,43	86,75	43,52

	Consumo máx. horario (l)		Intensidad máx. diaria (l/s)	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	158,98	238,42	0,5311	0,4360
Media	76,75	91,63	0,3466	0,3094
Desviac. Est.	17,93	45,33	0,0556	0,0489



Desviaciones entre la serie sintética y la histórica:

	Mínimo	Máximo	Promedio
Intensidad máx. diaria (l/s)	2%	21%	12%
Consumo máx. horario (l)	0%	52%	10%

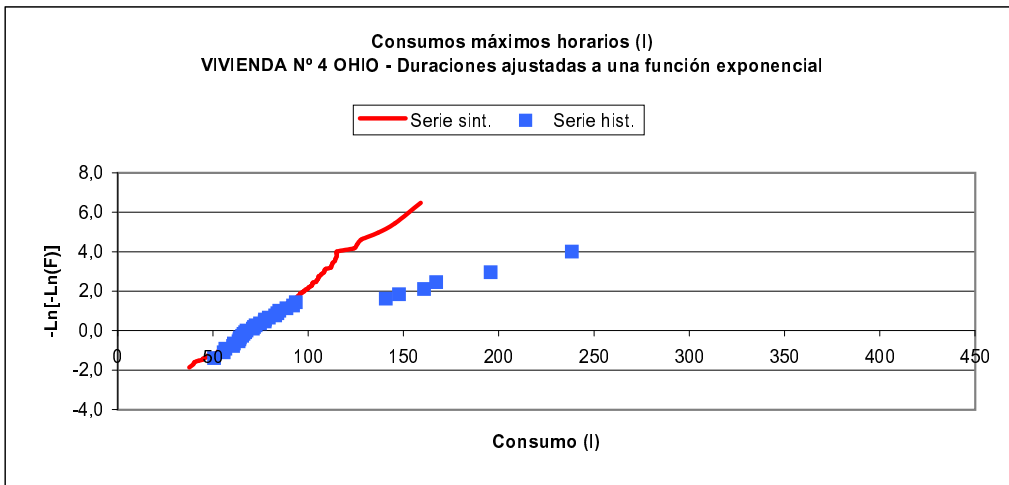
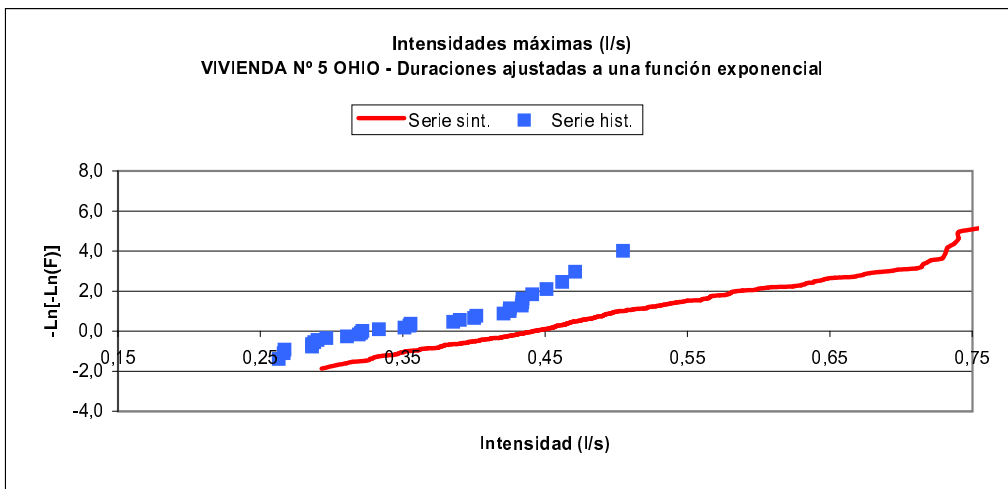


Figura B.18.-

VIVIENDA Nº 5 MILFORD

	Consumo diario (l)		Nº horas consumo/día		Nº pulsos/día	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	2.813,13	1.640,74	24	20	227	113
Media	796,67	661,40	15,40	14,26	72,63	61,19
Desviac. Est.	364,18	346,36	3,31	2,90	31,52	27,13

	Consumo máx. horario (l)		Intensidad máx. diaria (l/s)	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	344,83	403,37	0,7422	0,4256
Media	154,04	184,99	0,3926	0,3035
Desviac. Est.	55,93	85,37	0,0842	0,0455



Desviaciones entre la serie sintética y la histórica:

	Mínimo	Máximo	Promedio
Intensidad máx. diaria (l/s)	10%	46%	28%
Consumo máx. horario (l)	0%	32%	15%

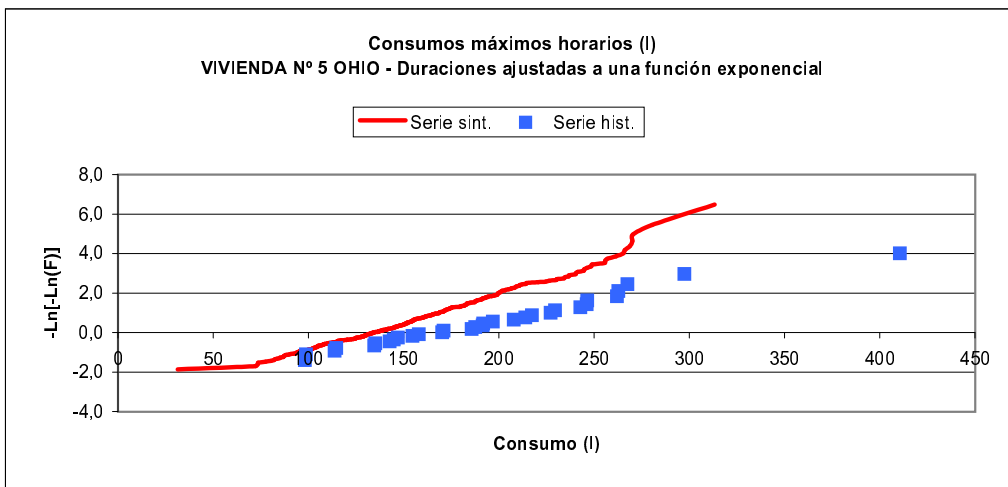
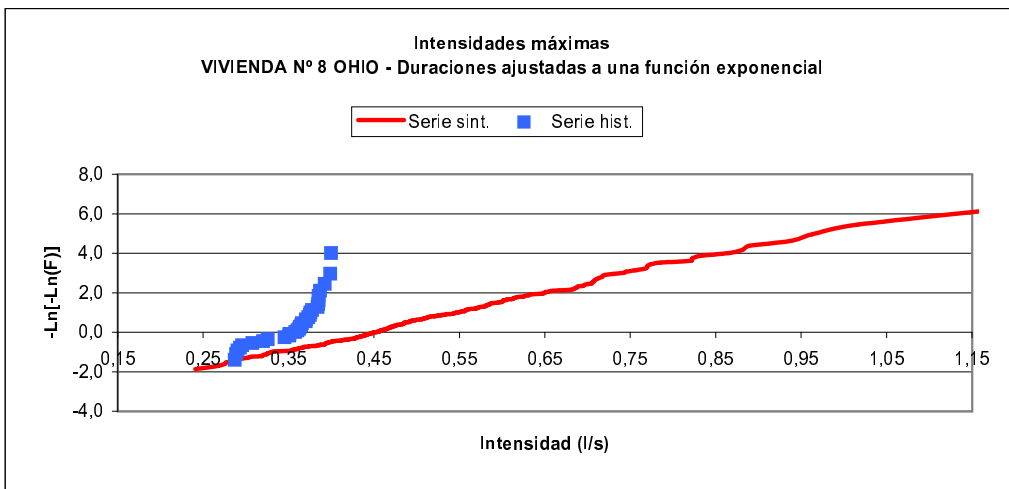


Figura B.19.-

VIVIENDA N° 8 MILFORD

	Consumo diario (l)		N° horas consumo/día		N° pulsos/día	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	4.315,89	2.338,56	24	23	836	173
Media	730,68	696,87	18,82	17,87	135,89	72,26
Desviac. Est.	534,13	576,21	3,37	3,35	97,51	35,60

	Consumo máx. horario (l)		Intensidad máx. diaria (l/s)	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	382,31	380,79	1,2397	0,3998
Media	107,41	169,32	0,5040	0,3544
Desviac. Est.	51,93	84,32	0,1310	0,0353



Desviaciones entre la serie sintética y la histórica:

	Mínimo	Máximo	Promedio
Intensidad máx. diaria (l/s)	1%	116%	40%
Consumo máx. horario (l)	22%	47%	37%

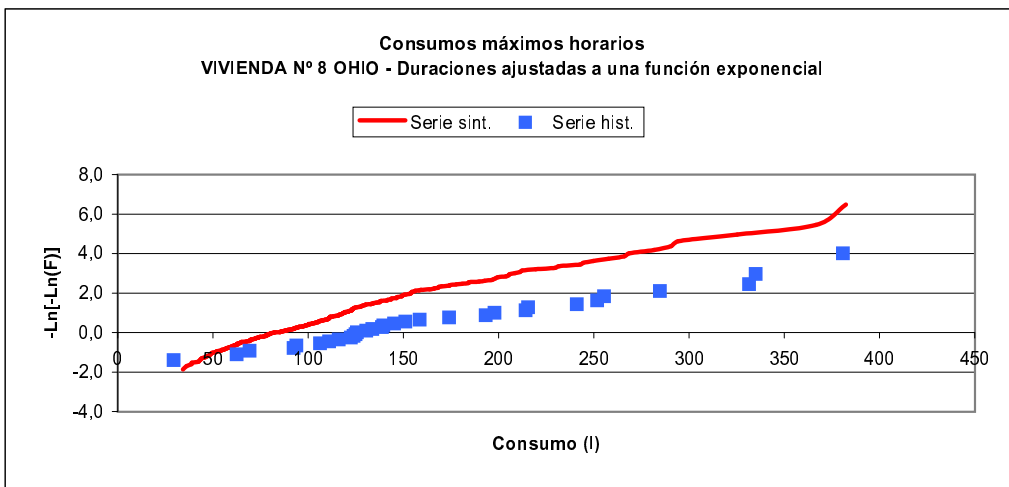
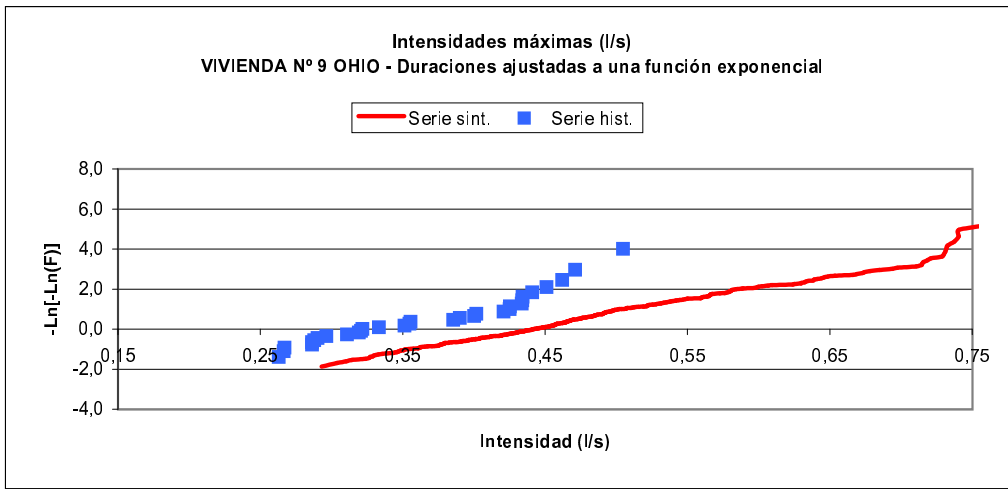


Figura B.20.-

VIVIENDA N° 9 MILFORD

	Consumo diario (l)		N° horas consumo/día		N° pulsos/día	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	5.890,03	4.480,01	24	18	576	143
Media	873,55	786,36	15,58	10,45	85,84	50,87
Desviac. Est.	736,45	944,96	4,25	4,00	70,96	31,11

	Consumo máx. horario (l)		Intensidad máx. diaria (l/s)	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	546,79	799,35	0,8617	0,4902
Media	147,45	226,68	0,4487	0,3567
Desviac. Est.	72,34	190,15	0,1218	0,0653



Desviaciones entre la serie sintética y la histórica:

	Mínimo	Máximo	Promedio
Intensidad máx. diaria (l/s)	3%	58%	24%
Consumo máx. horario (l)	3%	202%	42%

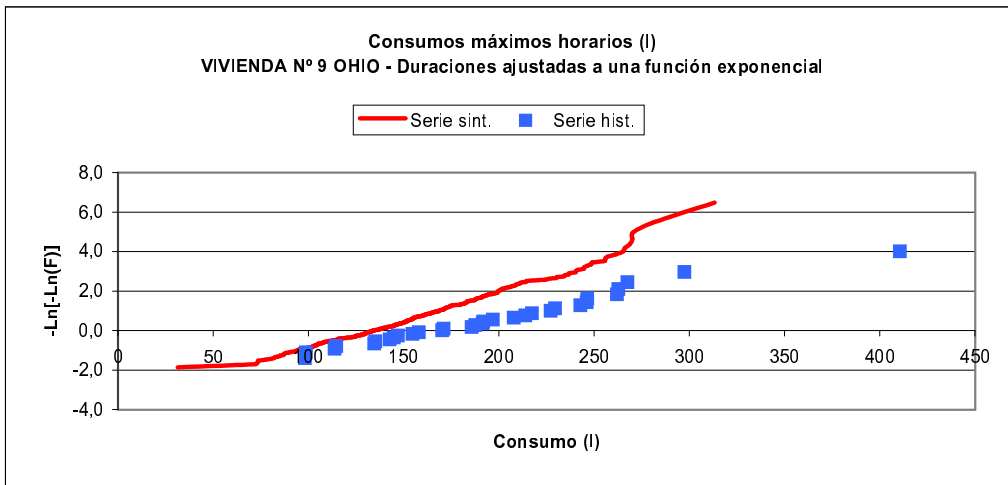


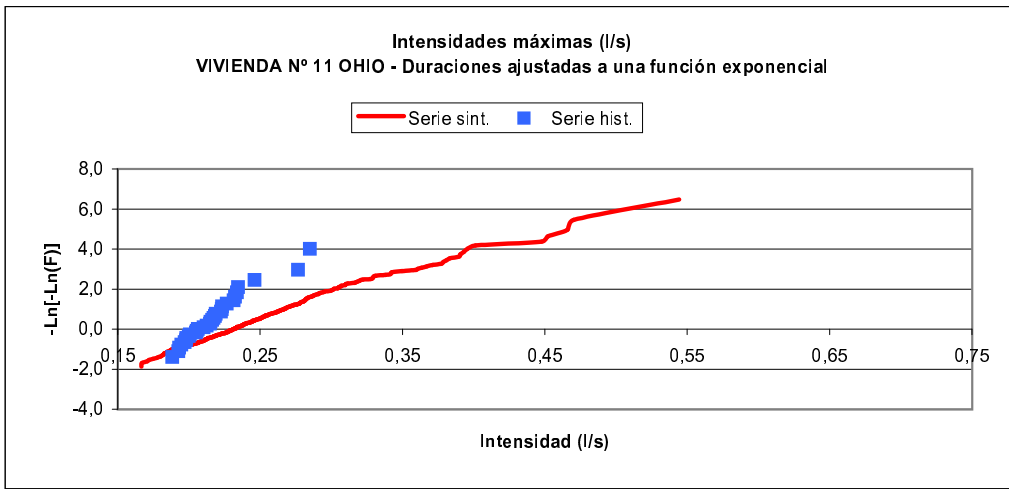
Figura B.21.-

CAPÍTULO B. RESULTADOS DE LAS SIMULACIONES PARA LAS VIVIENDAS ANALIZADAS

VIVIENDA Nº 11 MILFORD

	Consumo diario (l)		Nº horas consumo/día		Nº pulsos/día	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	1.200,00	708,83	23	18	346	85
Media	262,89	233,44	16,44	12,61	79,61	47,84
Desviac. Est.	130,84	127,75	3,47	2,25	38,61	14,18

	Consumo máx. horario (l)		Intensidad máx. diaria (l/s)	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	117,70	253,40	0,5443	0,2849
Media	45,69	71,26	0,2528	0,2173
Desviac. Est.	16,66	50,93	0,0520	0,0223



Desviaciones entre la serie sintética y la histórica:

	Mínimo	Máximo	Promedio
Intensidad máx. diaria (l/s)	1%	39%	16%
Consumo máx. horario (l)	14%	64%	28%

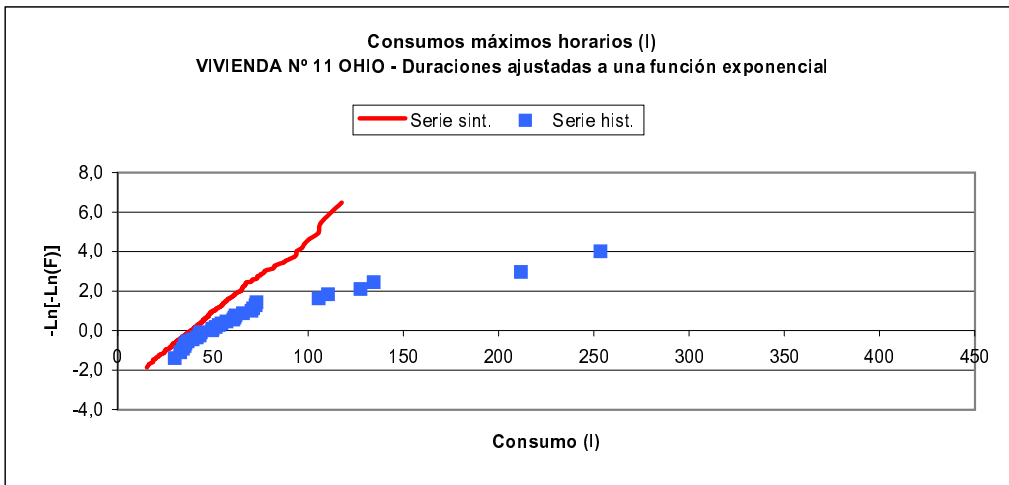
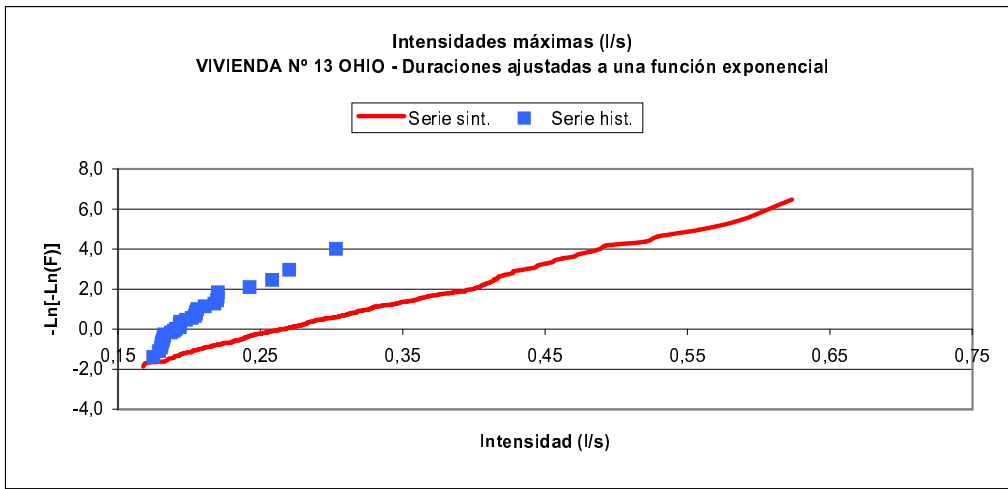


Figura B.22.-

VIVIENDA N° 13 MILFORD

	Consumo diario (l)		N° horas consumo/día		N° pulsos/día	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	2.217,77	1.520,87	23	21	272	100
Media	601,60	548,36	16,33	13,68	74,27	50,19
Desviac. Est.	339,46	397,33	3,83	4,71	40,48	25,85

	Consumo máx. horario (l)		Intensidad máx. diaria (l/s)	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	264,35	284,46	0,6234	0,3031
Media	104,07	141,04	0,3009	0,2047
Desviac. Est.	41,96	86,05	0,0751	0,0294



Desviaciones entre la serie sintética y la histórica:

	Mínimo	Máximo	Promedio
Intensidad máx. diaria (l/s)	9%	75%	45%
Consumo máx. horario (l)	1%	43%	31%

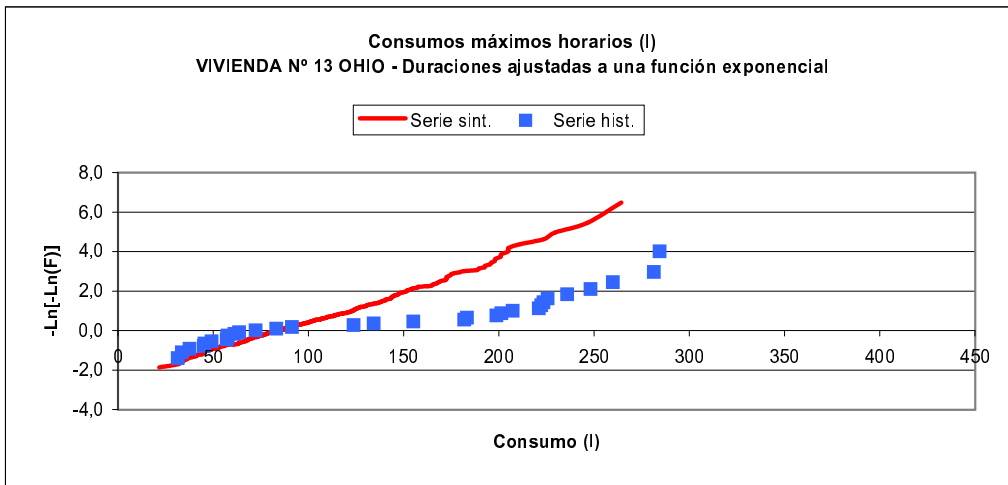


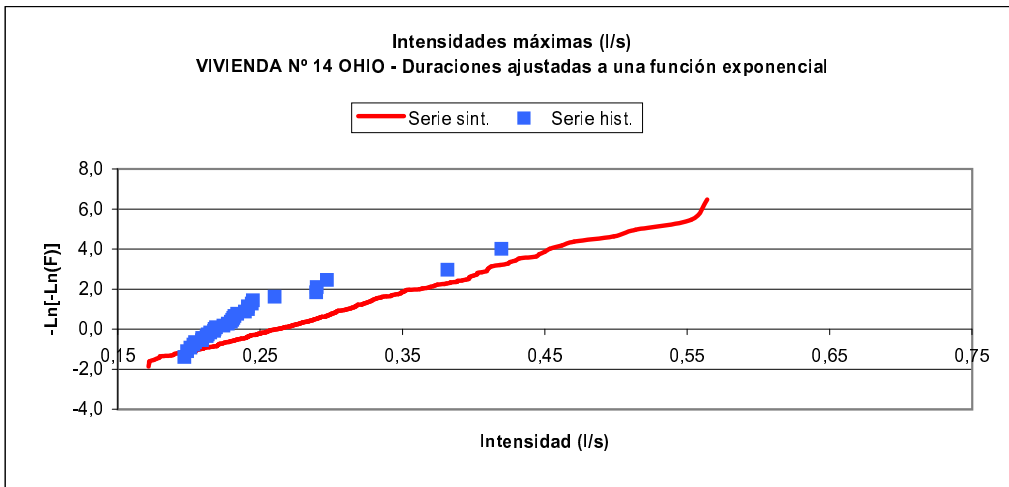
Figura B.23.-

CAPÍTULO B. RESULTADOS DE LAS SIMULACIONES PARA LAS VIVIENDAS ANALIZADAS

VIVIENDA N° 14 MILFORD

	Consumo diario (l)		N° horas consumo/día		N° pulsos/día	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	1.903,95	1.363,21	24	17	786	242
Media	389,56	337,16	17,52	10,03	170,13	84,94
Desviac. Est.	265,18	299,90	4,09	3,54	115,00	57,06

	Consumo máx. horario (l)		Intensidad máx. diaria (l/s)	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	179,21	462,37	0,5641	0,4194
Media	57,10	111,96	0,2896	0,2411
Desviac. Est.	23,68	90,58	0,0644	0,0499



Desviaciones entre la serie sintética y la histórica:

	Mínimo	Máximo	Promedio
Intensidad máx. diaria (l/s)	2%	34%	20%
Consumo máx. horario (l)	27%	74%	40%

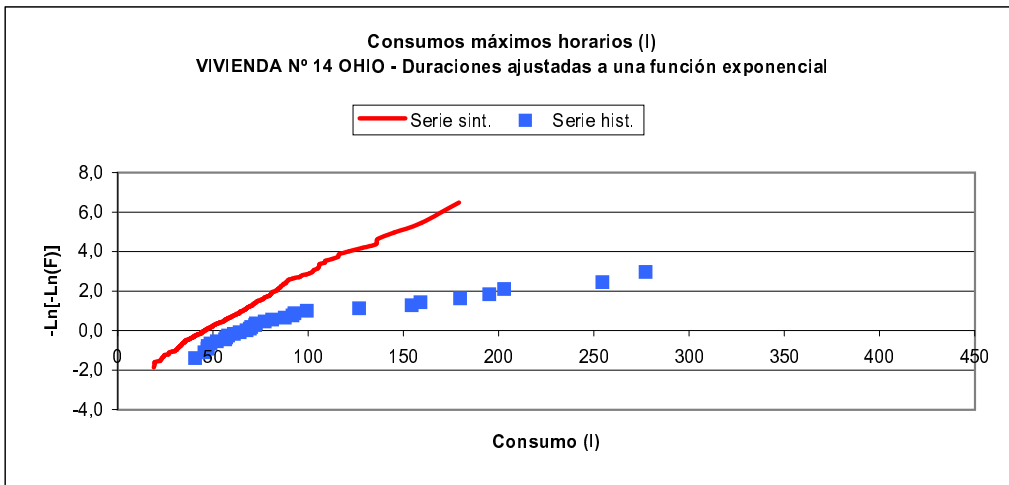
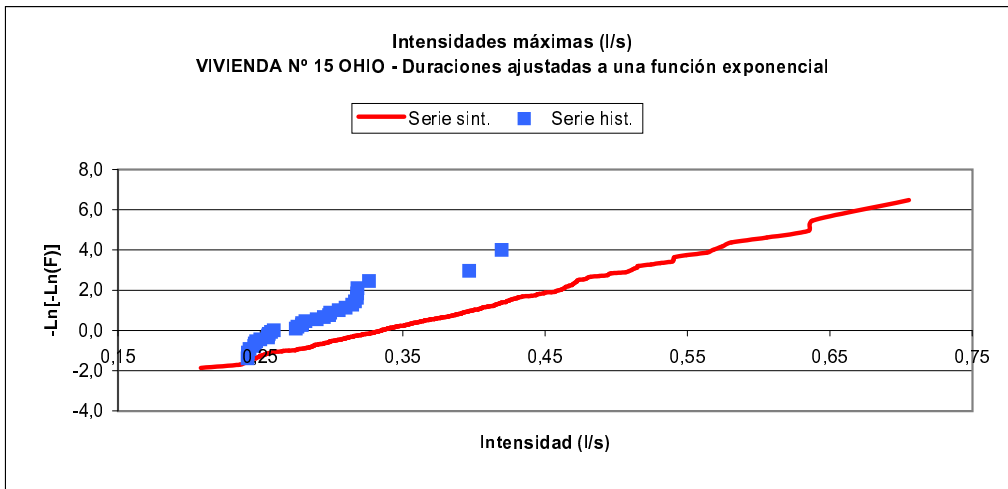


Figura B.24.-

VIVIENDA Nº 15 MILFORD

	Consumo diario (l)		Nº horas consumo/día		Nº pulsos/día	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	1.406,88	1.336,61	23	21	184	156
Media	611,30	550,16	17,07	17,68	81,89	66,23
Desviac. Est.	235,68	219,76	2,87	1,80	29,12	25,68

	Consumo máx. horario (l)		Intensidad máx. diaria (l/s)	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	337,26	345,99	0,7056	0,4195
Media	110,70	121,22	0,3691	0,2875
Desviac. Est.	38,45	65,10	0,0762	0,0426



Desviaciones entre la serie sintética y la histórica:

	Mínimo	Máximo	Promedio
Intensidad máx. diaria (l/s)	3%	46%	27%
Consumo máx. horario (l)	0%	40%	17%

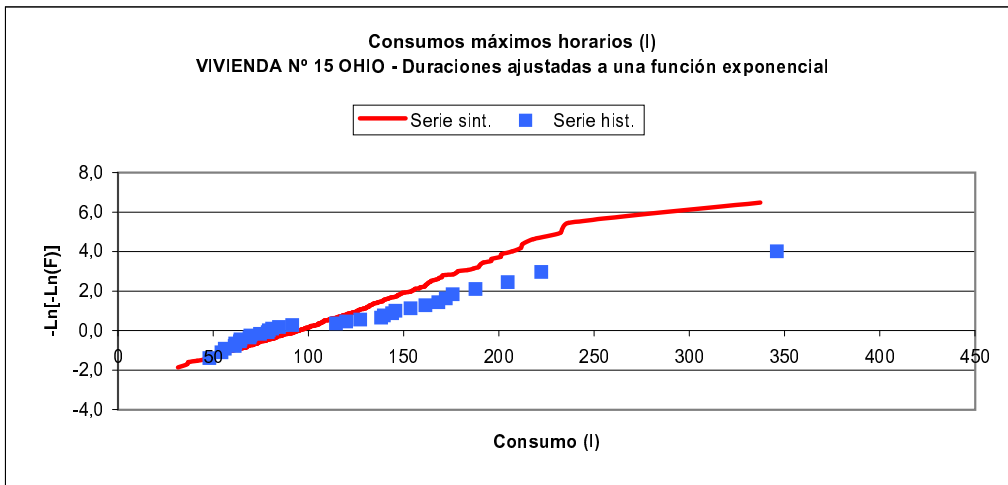


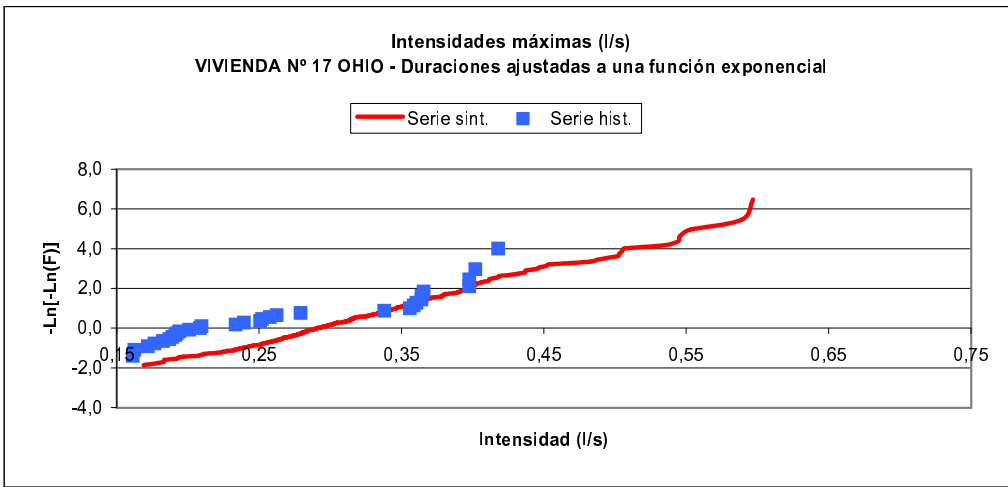
Figura B.25.-

CAPÍTULO B. RESULTADOS DE LAS SIMULACIONES PARA LAS VIVIENDAS ANALIZADAS

VIVIENDA N° 17 MILFORD

	Consumo diario (l)		N° horas consumo/día		N° pulsos/día	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	2.004,75	1.144,14	24	20	349	90
Media	455,00	389,61	16,71	12,94	80,97	46,48
Desviac. Est.	262,15	258,50	3,95	2,97	44,01	17,82

	Consumo máx. horario (l)		Intensidad máx. diaria (l/s)	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	200,89	294,60	0,5970	0,4179
Media	79,47	132,41	0,3220	0,2685
Desviac. Est.	31,80	75,85	0,0680	0,0862



Desviaciones entre la serie sintética y la histórica:

	Mínimo	Máximo	Promedio
Intensidad máx. diaria (l/s)	0%	46%	25%
Consumo máx. horario (l)	1%	56%	32%

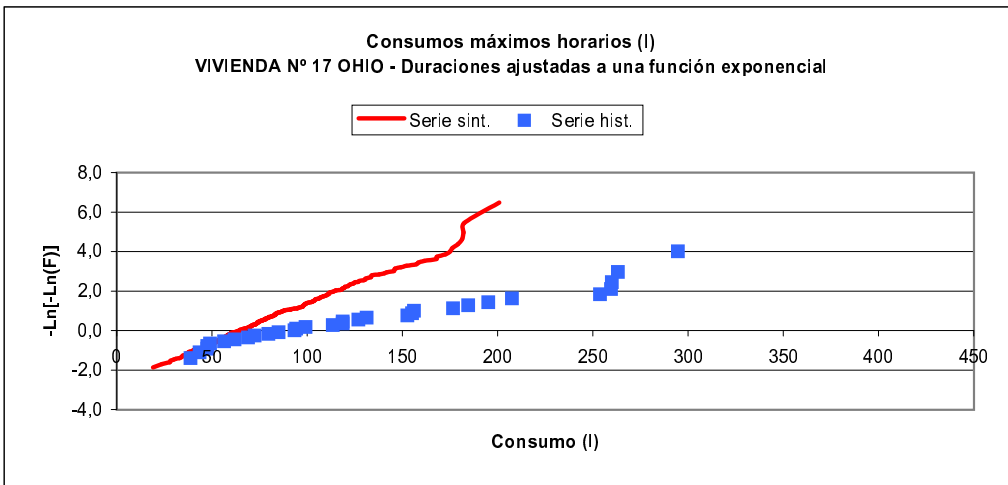
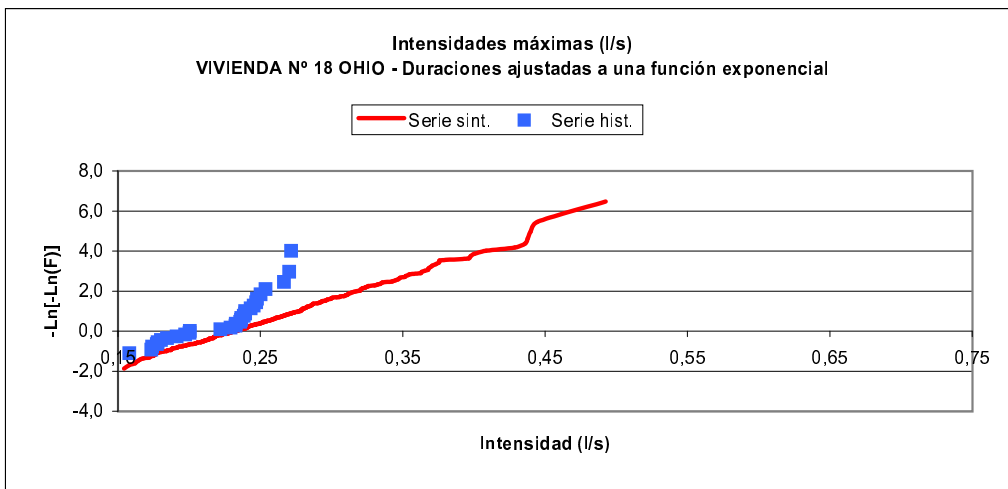


Figura B.26.-

VIVIENDA N° 18 MILFORD

	Consumo diario (l)		N° horas consumo/día		N° pulsos/día	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	2.278,94	1.315,70	24	23	512	153
Media	773,01	743,15	20,32	20,16	175,87	107,35
Desviac. Est.	305,73	283,79	2,28	1,59	67,74	20,39

	Consumo máx. horario (l)		Intensidad máx. diaria (l/s)	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	248,95	327,56	0,4924	0,2715
Media	102,78	191,48	0,2560	0,2193
Desviac. Est.	34,22	77,89	0,0558	0,0347



Desviaciones entre la serie sintética y la histórica:

	Mínimo	Máximo	Promedio
Intensidad máx. diaria (l/s)	5%	50%	16%
Consumo máx. horario (l)	21%	56%	43%

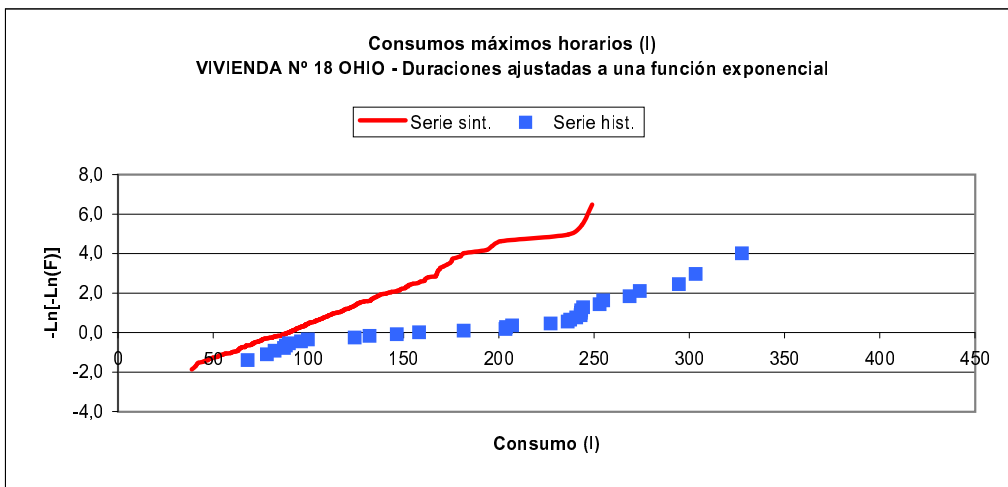


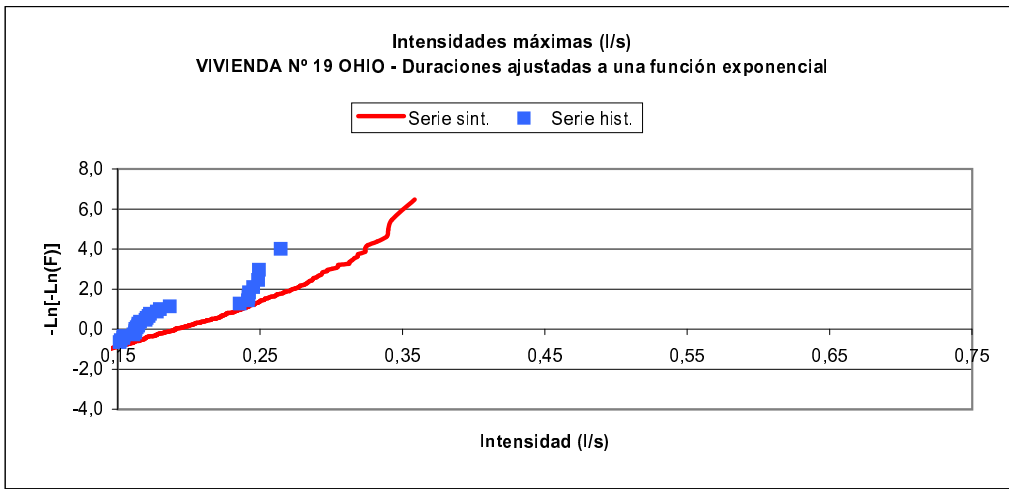
Figura B.27.-

CAPÍTULO B. RESULTADOS DE LAS SIMULACIONES PARA LAS VIVIENDAS ANALIZADAS

VIVIENDA N° 19 MILFORD

	Consumo diario (l)		N° horas consumo/día		N° pulsos/día	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	1.594,66	981,84	23	16	170	66
Media	446,75	395,82	14,76	10,10	45,66	27,00
Desviac. Est.	245,73	254,91	3,86	3,42	23,47	13,89

	Consumo máx. horario (l)		Intensidad máx. diaria (l/s)	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	372,06	261,81	0,3585	0,2644
Media	93,66	136,59	0,2131	0,1832
Desviac. Est.	42,12	48,36	0,0490	0,0394



Desviaciones entre la serie sintética y la histórica:

	Mínimo	Máximo	Promedio
Intensidad máx. diaria (l/s)	0%	32%	16%
Consumo máx. horario (l)	21%	58%	34%

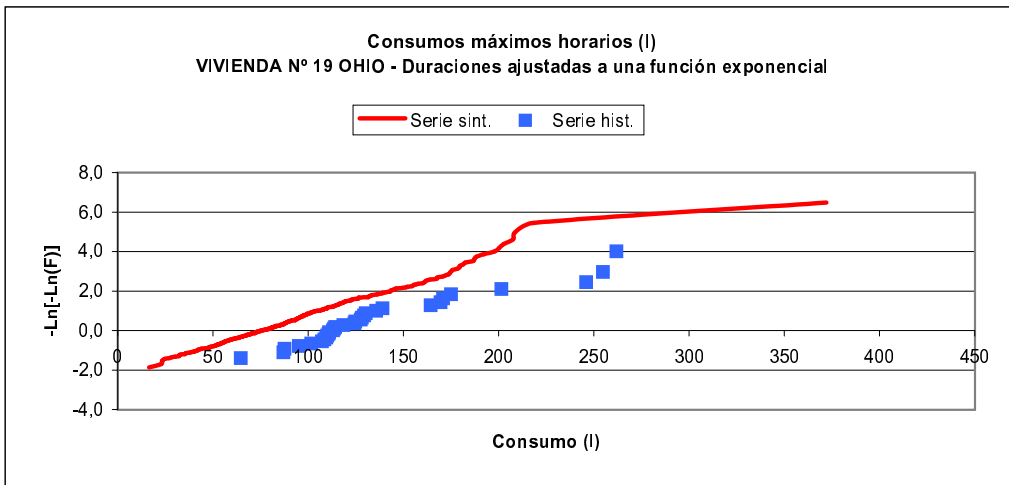
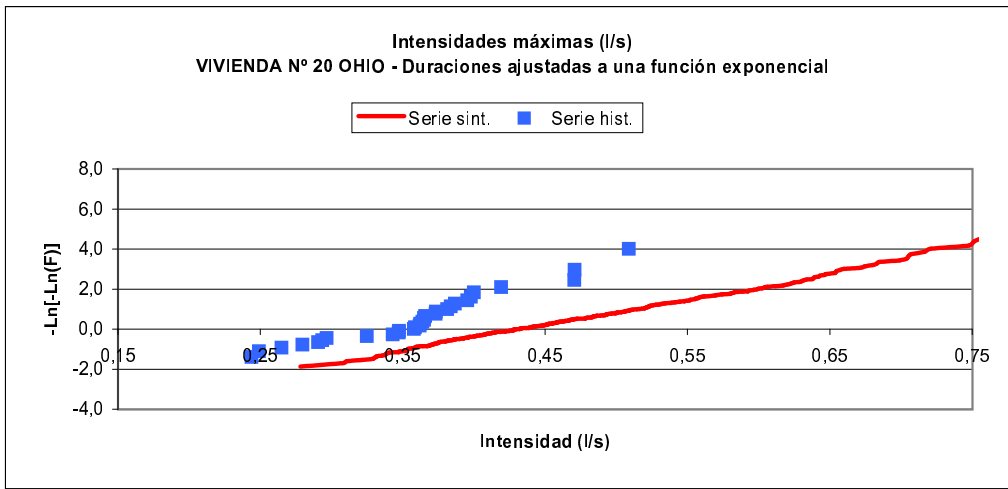


Figura B.28.-

VIVIENDA N° 20 MILFORD

	Consumo diario (l)		N° horas consumo/día		N° pulsos/día	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	2.813,73	1.939,33	24	21	367	153
Media	1.225,14	1.144,34	19,36	15,03	159,32	98,42
Desviac. Est.	406,49	360,12	2,40	3,31	49,60	28,67

	Consumo máx. horario (l)		Intensidad máx. diaria (l/s)	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	312,59	348,79	0,8677	0,5087
Media	170,78	234,71	0,4778	0,3593
Desviac. Est.	46,09	61,14	0,0990	0,0614



Desviaciones entre la serie sintética y la histórica:

	Mínimo	Máximo	Promedio
Intensidad máx. diaria (l/s)	19%	46%	32%
Consumo máx. horario (l)	13%	32%	27%

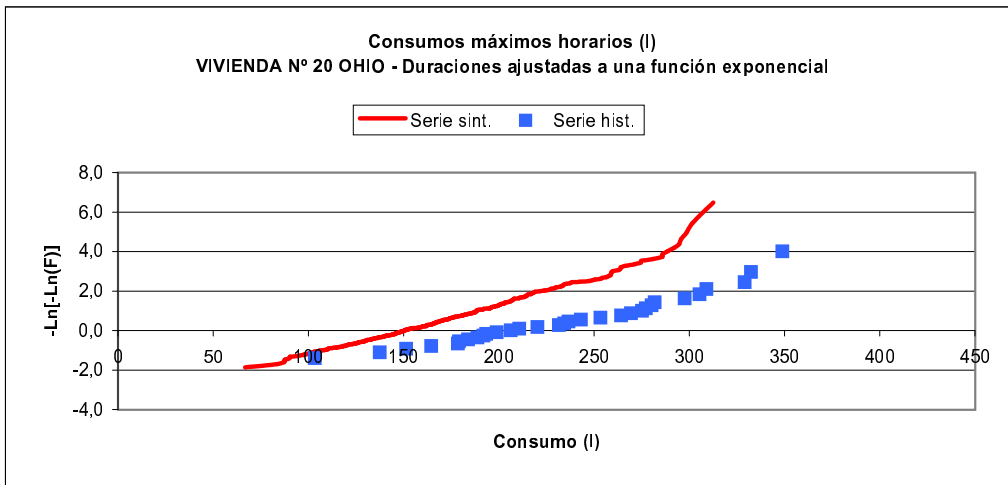


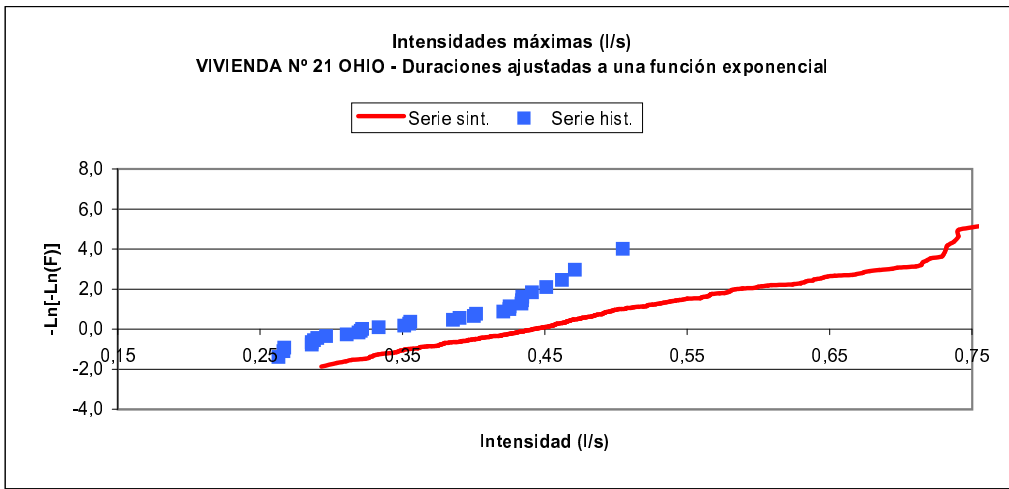
Figura B.29.-

CAPÍTULO B. RESULTADOS DE LAS SIMULACIONES PARA LAS VIVIENDAS ANALIZADAS

VIVIENDA Nº 21 MILFORD

	Consumo diario (l)		Nº horas consumo/día		Nº pulsos/día	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	2,220,75	1,541,46	24	22	337	301
Media	1,002,45	943,92	18,70	17,26	163,01	111,19
Desviac. Est.	329,00	292,88	2,61	3,40	49,86	45,06

	Consumo máx. horario (l)		Intensidad máx. diaria (l/s)	
	Serie sint.	Serie hist.	Serie sint.	Serie hist.
Máximo	313,29	410,58	0,7962	0,5047
Media	152,21	195,72	0,4807	0,3674
Desviac. Est.	43,29	66,58	0,0961	0,0707



Desviaciones entre la serie sintética y la histórica:

	Mínimo	Máximo	Promedio
Intensidad máx. diaria (l/s)	18%	46%	31%
Consumo máx. horario (l)	8%	35%	21%

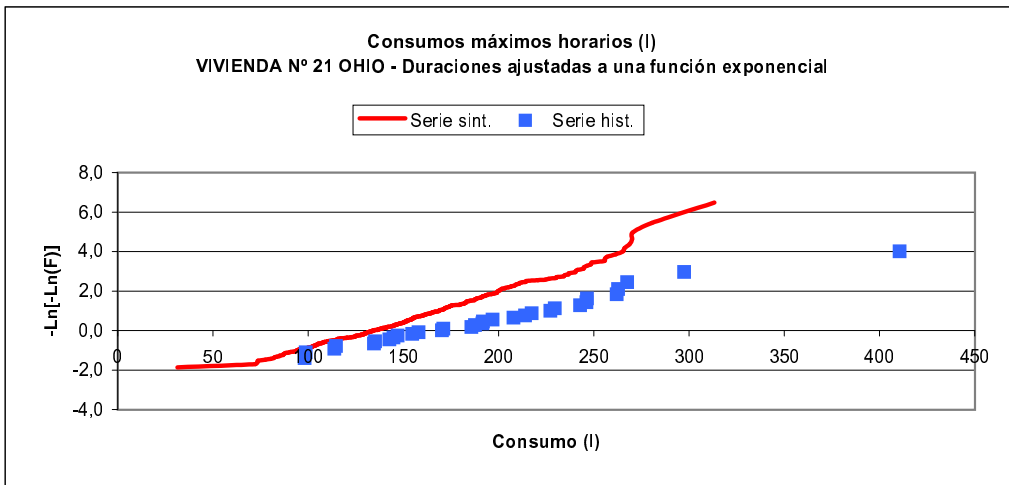
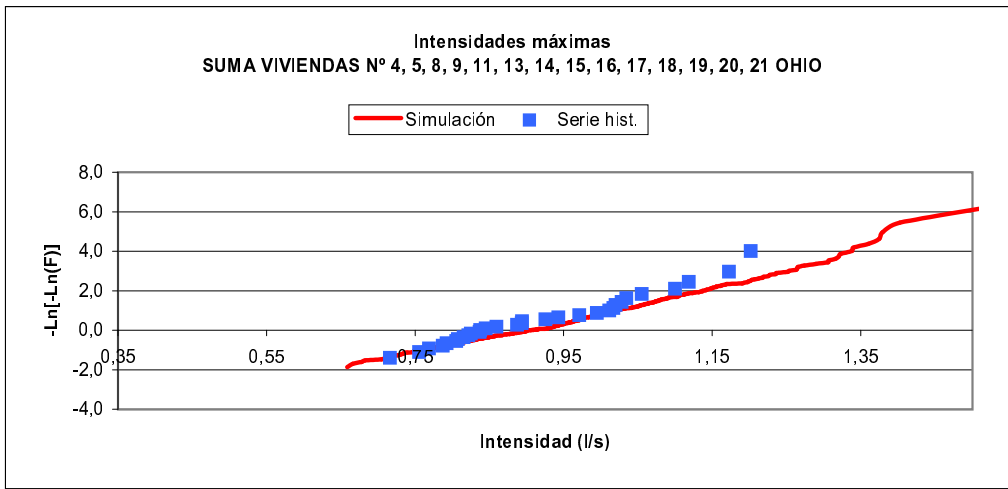


Figura B.30.-

SUMA VIV. N° 4, 5, 8, 9, 11, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21 MILFORD

	Consumo diario (l)		N° horas consumo/día		N° pulsos/día	
	Serie sint.	Muestra	Serie sint.	Muestra	Serie sint.	Muestra
Máximo	14.212,88	11.800,51	24	24	2.820	1.542
Media	8.514,88	8.443,05	23,73	23,94	1.708,17	1.181,58
Desviac. Est.	1.797,10	1.662,15	0,52	0,36	357,76	146,45

	Consumo máx. horario (l)		Intensidad máx. diaria (l/s)	
	Serie sint.	Muestra	Serie sint.	Muestra
Máximo	1.130,99	1.420,05	1,5641	1,2017
Media	697,69	846,85	0,9655	0,9206
Desviac. Est.	130,27	195,64	0,1499	0,1292



Desviaciones entre la serie sintética y la histórica:

	Mínimo	Máximo	Promedio
Intensidad máx. diaria (l/s)	1%	11%	5%
Consumo máx. horario (l)	9%	31%	17%

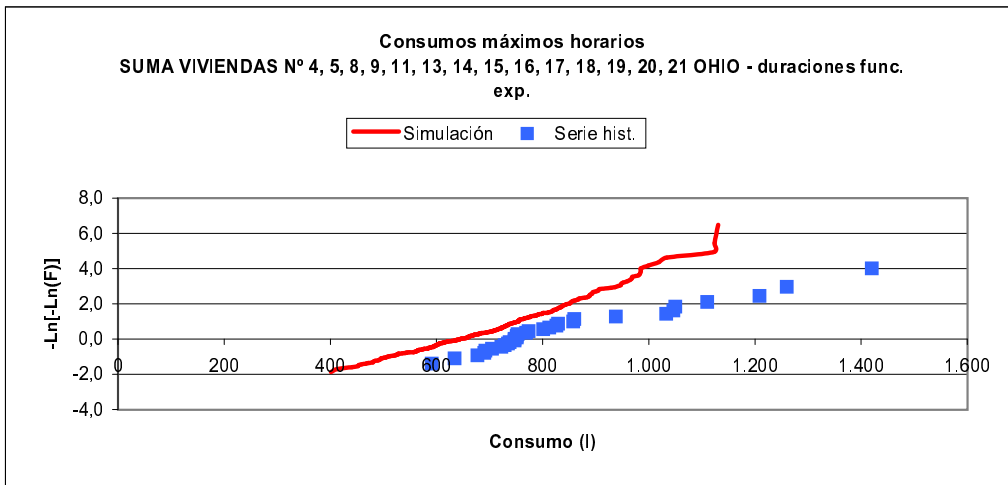


Figura B.31.-