

Optimización del Espacio de Trabajo de un Robot Deltoide

Alfredo Gutiérrez-Preciado^a, Max Antonio González-Palacios^{b,*}, Luz Antonio Aguilera-Cortés^b, Francisco Javier Mendoza-Patiño^b

^aFraenkische Industrial Pipes México S.A. de C.V., Av. Paraiso 405, Parque Industrial y de Negocios Las Colinas C.P. 36270, Silao, Guanajuato, México.

^bDivisión de Ingenierías Campus Irapuato-Salamanca, Universidad de Guanajuato, Carr. Salamanca-V. de Santiago km. 3.5 + 1.8, Comunidad Palo Blanco C.P. 36885, Salamanca, Guanajuato, México.

Resumen

Los estudios realizados en el robot Delta han reportado inconveniencias con respecto a su limitado espacio de trabajo. Este artículo propone una modificación en la colocación de sus actuadores, convirtiéndose así en lo que se denomina robot Deltoide. Con este cambio, el espacio de trabajo puede aumentar o disminuir considerablemente. De esta manera, se propone una optimización usando algoritmos genéticos para encontrar el mayor espacio de trabajo que el robot puede tener dependiendo de las variables de diseño. Además, se explica e implementa el análisis general de la cinemática directa e inversa del robot Deltoide, en un software creado especialmente para esta aplicación.

Palabras Clave:

Robot Deltoide, Diseño, Optimización, Simulación por computadora, Espacio de trabajo, ADEFID.

Workspace Optimization of a Deltoid Robot.

Abstract

Studies conducted on the Delta robot have reported drawbacks regarding its limited workspace. In this paper, it is proposed a modification in the placement of its actuators, thus becoming what is called the Deltoide robot. With this change, the workspace can greatly increase or decrease. This way, an optimization using genetic algorithms is proposed to find the largest workspace that the robot can have depending on the design variables. Additionally, the general analysis of the forward and inverse kinematics of the Deltoide robot, is explained and implemented in a software specially created for this application.

Keywords:

Deltoid Robot, Design, Optimization, Computer simulation, Workspace, ADEFID.

1. Introducción

Los mecanismos paralelos se han aplicado exitosamente en varios procesos industriales como simuladores de vuelo y maquinado de partes; aplicaciones que no requieren mucho movimiento ni largas distancias de desplazamiento del efector final. Esto se debe a su espacio de trabajo relativamente pequeño en comparación con los manipuladores seriales. Aún así, también se han utilizado como parte de las aplicaciones de ensamblaje o empacado rápido, ya que su precisión, rigidez y velocidad de movimiento son mayores que otros tipos de robots.

Formalmente, un robot paralelo está constituido por un

efector final con n grados de libertad, y una base fija, unidos por al menos dos cadenas cinemáticas independientes (Merlet, 2006).

El robot Delta, propuesto por (Clavel, 1985), fue uno de los primeros manipuladores paralelos que demostró ser adecuado para líneas de producción debido a sus grandes propiedades cinemáticas. Este robot está compuesto clásicamente con tres cadenas seriales que se unen en dos puntos, una plataforma fija en forma de triángulo equilátero y un efector final que normalmente tiene la misma forma que el eslabón fijo pero más pequeño. Estas cadenas seriales tienen los mismos eslabones y tamaños;

*Autor para correspondencia: maxg@ugto.mx

To cite this article: Gutiérrez-Preciado A., González-Palacios M. A., Aguilera-Cortés L. A., Mendoza-Patiño F. J. 2019. Workspace Optimization of a Deltoid Robot. Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial 16, 159-170. <https://doi.org/10.4995/riai.2018.8747>

Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4,0 International (CC BY-NC-ND 4,0)

separadas por 120 grados como se muestra en la Figura 1.

Con base en la aplicación, los parámetros de construcción del robot a considerar pueden determinarse en función de sus requerimientos cinemáticos o estructurales (Clavel et al., 2008). Se ha trabajado exhaustivamente para optimizar esos requisitos (Zhao, 2013). Por ejemplo, (Laribi et al., 2007) sintetizan el robot Delta tradicional utilizando algoritmos genéticos estableciendo el objetivo de alcanzar 8 esquinas de un cubo y optimizando el diseño para alcanzar esas esquinas. A su vez los estudios realizados por (Courteillie et al., 2009) hablan sobre el diseño de este robot para aplicaciones médicas. Su objetivo es optimizar los parámetros geométricos para garantizar una gran rigidez y sensibilidad estática mediante el uso de algoritmos genéticos.



Figura 1: Robot Delta. (Istvan, 2015).

En la búsqueda de una mejor versión de robot Delta, varios investigadores han hecho ligeros cambios en su forma estructural. Ya que el efector final básico del robot Delta no puede girar, (Isaksson et al., 2015) investigaron la adición de mecanismos de engranaje para ayudar a incrementar el espacio de trabajo rotacional de robots paralelos. Por otra parte, (Miller, 1999) introdujo un nuevo concepto de robot Delta, donde se cambió la orientación de los motores para lograr un mayor espacio de trabajo y rigidez. (Ardestani and Asgari, 2012) cambiaron la orientación y la posición de los actuadores colocando cada uno de ellos en las esquinas de un triángulo isósceles. Otro enfoque popular en el robot Delta es utilizar actuadores lineales colocados en las esquinas del triángulo equilátero y dejar que los enlaces se muevan hacia arriba y hacia abajo en tres pilas fijas. (Wang et al., 2007) optimizaron este robot Delta lineal para poder alcanzar la mayoría de las áreas de un cuboide. (Kelaiaia et al., 2012) mejoraron las dimensiones geométricas de un robot Delta lineal utilizando el concepto de optimización multiobjetivo por algoritmos genéticos. (Borchert et al., 2015) se enfocaron en los mecanismos de extensión en lugar de las variables de diseño del robot Delta. Con una selección adecuada de dispositivos de extensión, los robots paralelos pueden mejorar sus capacidades sin afectar demasiado la dinámica del robot mismo, dependiendo de la forma en que se realicen las mejoras.

(Stamper et al., 1997) optimizaron el espacio de trabajo del robot Delta teniendo en cuenta el ángulo del eje de cada subcadena cinemática respecto a las otras dos. Encontraron que al

acercar una subcadena a otra resultó en un espacio de trabajo mayor, pero también disminuyó el "Índice Global de Condicionamiento" (Gosselin and Angeles, 1991) que evalúa el desempeño del manipulador, como menciona (Moreno et al., 2012), en función del "Número de Condición", propuesto por (Salisbury and Craig, 1982) de la matriz Jacobiana, la cual relaciona las velocidades del actuador con las velocidades de la plataforma. Centrar su optimización en el índice de condición y dejaron de lado un estudio más profundo de las ventajas del espacio de trabajo que surgen al cambiar el ángulo entre las subcadenas cinemáticas manteniendo los mismos parámetros dimensionales del robot.

(Gutiérrez-Preciado et al., 2014) trataron el análisis inverso y directo de posición y el análisis del espacio de trabajo del robot Delta usando diferentes colocaciones de los actuadores para tener una primera aproximación de la mejoría del espacio de trabajo alcanzable para aplicaciones comunes. En consecuencia, en este trabajo se realiza la optimización del espacio de trabajo usando algoritmos genéticos, además se analiza la velocidad y aceleración mostrando una comparación de los perfiles de velocidad y aceleración para una aplicación de "pick and place", así como la implementación en un software creado para esta tarea.

Normalmente, en los robots seriales cada par es actuado y por lo tanto, forma parte de los grados de libertad. Usando herramientas como los parámetros de Denavit-Hartenberg se simplifica la tarea de resolver el problema de la cinemática directa debido a que se presenta de manera organizada la obtención de las ecuaciones utilizando únicamente la posición y dirección de cada par. Por el contrario, en los robots paralelos la solución de dicho problema es más complicada de obtener pues involucra la cinemática de 2 o más subcadenas cinemáticas que al relacionarlas, producen un sistema de ecuaciones que generalmente son no lineales. Además, los manipuladores paralelos normalmente incluyen pares pasivos, es decir, no tienen un motor o actuador directamente acoplado. Por lo que se presenta un método geométrico que propone otros parámetros variables para el análisis de la cinemática del robot Deltoide.

2. Cinemática del Robot Deltoide.

El robot Deltoide, es de tipo paralelo y consta de 3 subcadenas cinemáticas iguales que se unen en el efector final con diferentes separaciones angulares entre ellas, para crear un espacio de trabajo más amplio acorde a diferentes aplicaciones y además muestra una menor demanda en las aceleraciones.

De acuerdo a (Pérez-Soto et al., 2014), la generación directa de la subálgebra de traslaciones espaciales en una plataforma paralela se puede lograr con la intersección de subcadenas cinemáticas que generen la subálgebra Schonflies. Tomando en cuenta que las intersecciones de los subespacios de cada una de las subcadenas siempre tendrán como resultado traslaciones en el espacio, sin importar en qué posición se encuentren las subcadenas cinemáticas con respecto al sistema coordinado $X_1 Y_1 Z_1$ de la base fija, se propone lo siguiente:

El ángulo de cada una de las i -ésimas revolutas, R_i , actúadas, que tradicionalmente es de 120° , puede variarse sin afectar el movimiento resultante del manipulador. Es decir, se pueden

poner los actuadores a 60° uno de los otros y se seguirán teniendo traslaciones espaciales para el efector final del manipulador, cuyo sistema coordinado es $X_H Y_H Z_H$, sin embargo, el espacio de trabajo cambiará notoriamente.

La Figura 2 muestra las variables de diseño que se utilizarán para construir el robot Deltoide.

Con el fin de realizar un análisis cinemático general del robot Deltoide, se definen las variables de diseño que serán relevantes para las cualidades cinemáticas del robot:

- A = Radio de la base fija.
- L = Distancia entre los ejes de las revolutas paralelas R_1 y R_2 .
- B = Radio de la plataforma móvil.
- p = Distancia entre los ejes de las revolutas paralelas R_3 y R_4 que en todo momento es igual a la distancia entre las revolutas R_5 y R_6 .
- α_j = Ángulo que forma la subcadena cinemática 1 con la subcadena cinemática j en la base fija, medido desde el eje X_1 .

Las variables definidas afectan directamente al análisis cinemático de posición, velocidad y aceleración y con ellas es posible construir un robot Deltoide.

La solución geométrica de las ecuaciones de la posición cinemática del robot Delta ha sido reportada en varios artículos o trabajos, de modo que las ecuaciones se presentarán aquí sólo como referencia. Para una descripción más detallada de los cálculos, consulte (Robotics, 2014).

2.1. Análisis inverso de posición del Robot Deltoide.

El análisis inverso de posición debe calcularse para comprobar si existen desplazamientos alcanzables por el robot Deltoide y determinar si los puntos dados caen dentro del espacio de trabajo.

En este caso, los desplazamientos angulares, θ_j , deben de ser calculados para cada subcadena cinemática, j , con sistema de referencia $X_j Y_j Z_j$. Si existe solución real para las tres subcadenas entonces el punto H puede ser alcanzado por el robot Deltoide, si una subcadena cinemática no tiene solución real, entonces ese punto está afuera del espacio de trabajo. Para facilitar la visualización en el cálculo de la cinemática, puede ser conveniente representar el robot Deltoide de manera esquemática para definir su estructura, como se muestra en la Figura 2.

Utilizando la Figura 3, donde se muestra el punto de origen O de la base fija y los puntos I_1, I_2, I_3 de origen de sus respectivas revolutas, además se muestra las componentes p_{jx}, p_{jy}, p_{jz} del vector de posición, \mathbf{h}_{j3} , del punto I_3 con respecto a I_2 y la Figura 4, la cual muestra el vector de posición \mathbf{h}_q del punto H respecto del sistema fijo $X_1 Y_1 Z_1$, y el vector de posición $(\mathbf{h}_q)_j$ del punto H visto desde el sistema de la subcadena j y sus componentes $(h_{qx})_j, (h_{qy})_j, (h_{qz})_j$, por lo que se pueden escribir las ecuaciones de la cinemática inversa en la forma:

$$\theta_j = 2 \tan^{-1} \left[\frac{4L(h_{qz})_j + \sqrt{16L^2(h_{qz})_j^2 - 4(M_j^2 - 4Q_j^2L^2)}}{2(M_j - 2LQ_j)} \right] \quad (1)$$

donde:

$$M_j = (h_{qz})_j^2 + (h_{qy})_j^2 + L^2 + Q_j^2 - p^2 \quad (2)$$

$$Q_j = (h_{qx})_j - A + B \quad (3)$$

$$(h_{qx})_j = (h_{qx})_1 \cos \alpha_j + (h_{qy})_1 \sin \alpha_j \quad (4)$$

$$(h_{qy})_j = -(h_{qx})_1 \sin \alpha_j + (h_{qy})_1 \cos \alpha_j \quad (5)$$

$$(h_{qz})_j = (h_{qz})_1 \quad (6)$$

A partir de ahora, “c” y “s” se utilizarán en lugar de “cos” y “sen”, respectivamente, para simplificar las ecuaciones.

2.2. Análisis inverso de velocidad del Robot Deltoide.

Al igual que el análisis de posición, el análisis inverso de velocidad consiste en determinar las velocidades de las articulaciones activas dado un determinado estado de velocidad de la plataforma móvil. Conocer estas relaciones ayudará a comprender el movimiento del robot Deltoide. Usando la Figura 3, donde se define el ángulo β_{j1} , formado por la componente p_{jz} y la hipotenusa p_{jxz} , medido en el plano $X_j Z_j$, el ángulo β_{j2} , formado por la componente p_{jz} y la hipotenusa p_{jyz} , medido en el plano $Y_j Z_j$, el vector de posición, \mathbf{h}_{j1} , del punto I_1 con respecto a O , además se definen los vectores de posición, \mathbf{h}_{j2} y \mathbf{h}_{j3} , del punto I_2 e I_3 vistos desde el punto I_1 e I_2 , respectivamente, y el vector de posición, \mathbf{h}_{j4} , del punto H con respecto a I_3 , haciendo posible establecer las ecuaciones (7) a (11).

$$(\mathbf{h}_q)_j = \mathbf{h}_{j1} + \mathbf{h}_{j2} + \mathbf{h}_{j3} + \mathbf{h}_{j4} \quad (7)$$

$$(h_{qx})_1 = Ac(-\alpha_j) + Lc(-\alpha_j)c(\theta_j) + p_{jx} - Bc(-\alpha_j) \quad (8)$$

$$(h_{qy})_1 = -As(-\alpha_j) - Ls(-\alpha_j)c(\theta_j) + p_{jy} + Bs(-\alpha_j) \quad (9)$$

$$(h_{qz})_1 = Ls(\theta_j) + p_{jz} \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} (h_{qx})_j \\ (h_{qy})_j \\ (h_{qz})_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Lc\theta_j \\ 0 \\ Ls\theta_j \end{bmatrix} + p \begin{bmatrix} c\beta_{j2}s\beta_{j1} \\ s\beta_{j2} \\ c\beta_{j2}c\beta_{j1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -B \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

La ecuación (11) también puede escribirse como la ecuación (12).

$$(\mathbf{h}_q)_j = \mathbf{h}_{j1} + \mathbf{h}_{j2} + p\mathbf{p}_j + \mathbf{h}_{j4} \quad (12)$$

donde \mathbf{p}_j es el vector unitario en dirección de \mathbf{h}_{j3} y puede escribirse como:

$$\mathbf{p}_j = \begin{bmatrix} c\beta_{j2}s\beta_{j1} \\ s\beta_{j2} \\ c\beta_{j2}c\beta_{j1} \end{bmatrix} \quad (13)$$

Si la ecuación (12) se deriva con respecto al tiempo, se obtiene una expresión para obtener la velocidad del efector final $(\mathbf{V}_q)_j$ vista desde la subcadena j . Obsérvese que los vectores \mathbf{h}_{j1} y \mathbf{h}_{j4} son constantes, de modo que después de diferenciar, se obtiene:

$$(\dot{\mathbf{h}}_q)_j = (\mathbf{V}_q)_j = \dot{\mathbf{h}}_{j2} + p\dot{\mathbf{p}}_j \quad (14)$$

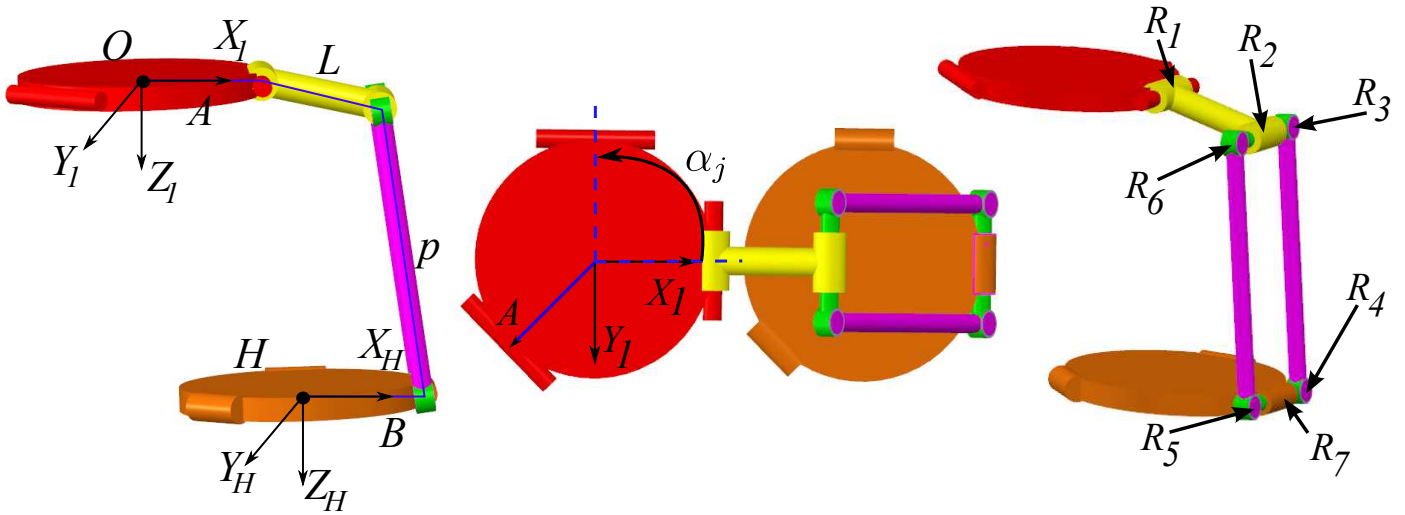


Figura 2: Diagrama esquemático que muestra el ángulo entre las subcadenas cinemáticas del robot Deltoido.

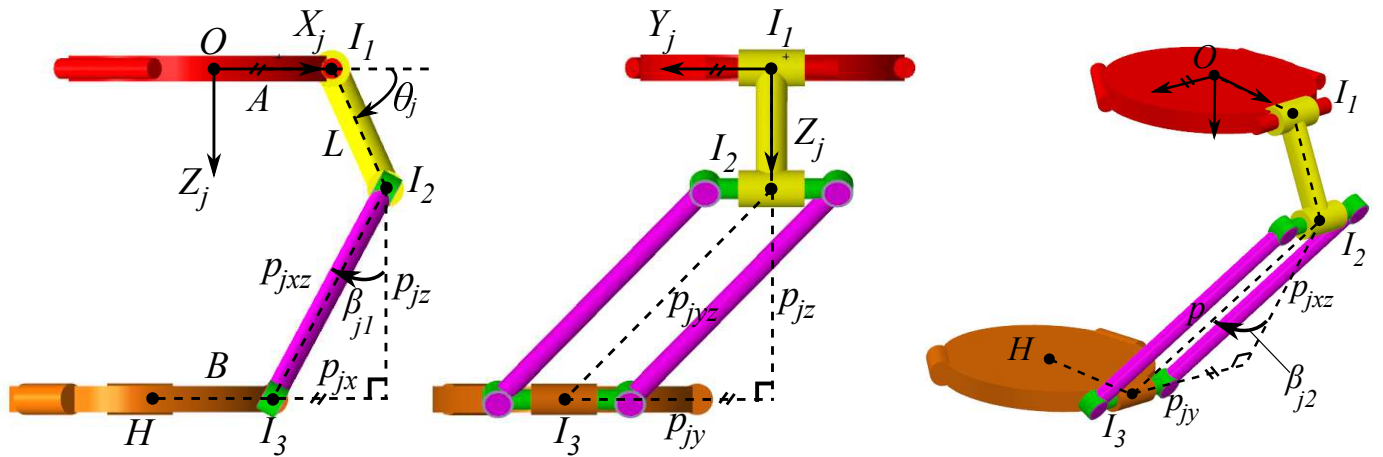


Figura 3: Diagrama auxiliar para el análisis de la cinemática inversa del robot Deltoido.

Después de expandirse, la ecuación (14) se convierte,

$$(\mathbf{V}_q)_j = \begin{bmatrix} -Ls\theta_j\dot{\theta}_j \\ 0 \\ Lc\theta_j\dot{\theta}_j \end{bmatrix} + p \begin{bmatrix} c\beta_{j2}c\beta_{j1}\dot{\beta}_{j1} - s\beta_{j2}s\beta_{j1}\dot{\beta}_{j2} \\ c\beta_{j2}\dot{\beta}_{j2} \\ -c\beta_{j2}s\beta_{j1}\dot{\beta}_{j1} - s\beta_{j2}c\beta_{j1}\dot{\beta}_{j2} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} (V_{qx})_1 c\alpha_j + (V_{qy})_1 s\alpha_j \\ -(V_{qx})_1 s\alpha_j + (V_{qy})_1 c\alpha_j \\ (V_{qz})_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -Ls\theta_j\dot{\theta}_j \\ 0 \\ Lc\theta_j\dot{\theta}_j \end{bmatrix} + p \begin{bmatrix} c\beta_{j2}c\beta_{j1}\dot{\beta}_{j1} - s\beta_{j2}s\beta_{j1}\dot{\beta}_{j2} \\ c\beta_{j2}\dot{\beta}_{j2} \\ -c\beta_{j2}s\beta_{j1}\dot{\beta}_{j1} - s\beta_{j2}c\beta_{j1}\dot{\beta}_{j2} \end{bmatrix} \quad (17)$$

Además, el vector $(\mathbf{V}_q)_j$ puede escribirse en sus componentes vectoriales para la j -ésima subcadena cinemática:

$$(\mathbf{V}_q)_j = \begin{bmatrix} (V_{qx})_1 c\alpha_j + (V_{qy})_1 s\alpha_j \\ -(V_{qx})_1 s\alpha_j + (V_{qy})_1 c\alpha_j \\ (V_{qz})_1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

donde $(V_{qx})_1$, $(V_{qy})_1$ y $(V_{qz})_1$ son las componentes de velocidad del efector final del manipulador vistas desde el sistema de referencia 1. Sustituyendo (16) en (15) se obtiene,

Cuando se aplica la ecuación (17), a las subcadenas cinemáticas 1, 2 y 3 del robot Deltoido, se obtiene como resultado 9 ecuaciones con 12 incógnitas o componentes de velocidad, las cuales son: V_{qx} , V_{qy} , V_{qz} , $\dot{\theta}_1$, $\dot{\theta}_2$, $\dot{\theta}_3$, $\dot{\beta}_{11}$, $\dot{\beta}_{21}$, $\dot{\beta}_{31}$, $\dot{\beta}_{12}$, $\dot{\beta}_{22}$ y $\dot{\beta}_{32}$. Es importante señalar que anteriormente, el análisis de posición se hizo para poder utilizar la ecuación (17).

Finalmente, para completar la ecuación de velocidad inversa, las variables V_{qx} , V_{qy} y V_{qz} se toman como conocidas. Separando y sustituyendo expresiones, se encuentra la siguiente ecuación para la velocidad angular ω_{jy} del actuador j :

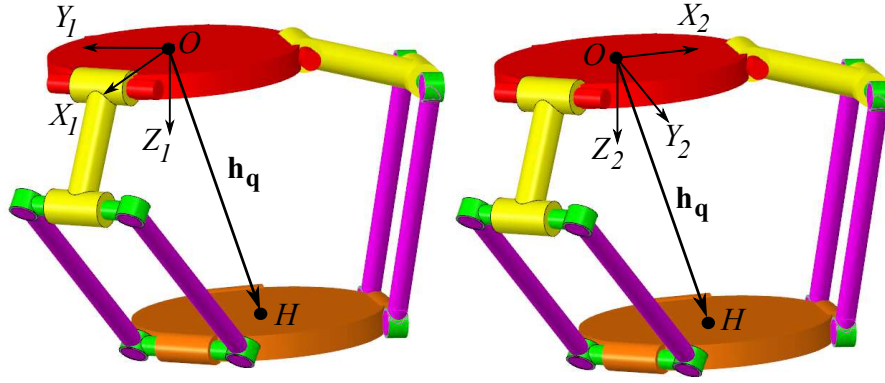


Figura 4: Sistemas de referencia para las subcadenas cinemáticas 1 y 2.

$$\dot{\theta}_j = \omega_{jy} = \frac{(V_{qx})_1 A_{Xj} + (V_{qy})_1 A_{Yj} + (V_{qz})_1 A_{Zj}}{A_{\omega j}} \quad (18)$$

donde A_{Xj} , A_{Yj} y A_{Zj} son las componentes de la proyección del vector unitario p_j en $(V_q)_j$ y $A_{\omega j}$ es su componente radial, las cuales se pueden escribir como:

$$\begin{aligned} A_{Xj} &= [c\alpha_j c\beta_{j2} s\beta_{j1} - s\alpha_j s\beta_{j2}] \\ A_{Yj} &= [s\alpha_j c\beta_{j2} s\beta_{j1} + c\alpha_j s\beta_{j2}] \\ A_{Zj} &= [c\beta_{j2} c\beta_{j1}] \\ A_{\omega j} &= Lc\beta_{j2} [c\theta_j c\beta_{j1} - s\theta_j s\beta_{j1}] \end{aligned}$$

La ecuación (18) se puede usar para conocer las velocidades angulares de los actuadores a partir de las velocidades deseadas en ciertas posiciones del manipulador.

2.3. Análisis inverso de aceleración del robot Deltoide.

La ecuación de análisis de velocidad también puede escribirse como,

$$\begin{bmatrix} A_{X1} & A_{Y1} & A_{Z1} \\ A_{X2} & A_{Y2} & A_{Z2} \\ A_{X3} & A_{Y3} & A_{Z3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (V_{qx})_1 \\ (V_{qy})_1 \\ (V_{qz})_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{\omega 1} & 0 & 0 \\ 0 & A_{\omega 2} & 0 \\ 0 & 0 & A_{\omega 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{1y} \\ \omega_{2y} \\ \omega_{3y} \end{bmatrix} \quad (19)$$

o incluso,

$$\begin{bmatrix} G_{X1} & G_{Y1} & G_{Z1} \\ G_{X2} & G_{Y2} & G_{Z2} \\ G_{X3} & G_{Y3} & G_{Z3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (V_{qx})_1 \\ (V_{qy})_1 \\ (V_{qz})_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_{1y} \\ \omega_{2y} \\ \omega_{3y} \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$J^{-1} (V_q)_1 = \omega_{act} \quad (21)$$

donde G_{Xj} , G_{Yj} y G_{Zj} son las razones siguientes:

$$G_{Xj} = \frac{A_{Xj}}{A_{\omega j}} \quad ; \quad G_{Yj} = \frac{A_{Yj}}{A_{\omega j}} \quad ; \quad G_{Zj} = \frac{A_{Zj}}{A_{\omega j}}$$

Derivando la ecuación (21) se obtiene la expresión de aceleración:

$$\dot{\omega}_{act} = J^{-1} (\dot{V}_q)_1 + \left(\frac{d}{dt} J^{-1} \right) (V_q)_1 \quad (22)$$

La ecuación (22) se puede escribir en forma expandida como:

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega}_{1y} \\ \dot{\omega}_{2y} \\ \dot{\omega}_{3y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{X1} & G_{Y1} & G_{Z1} \\ G_{X2} & G_{Y2} & G_{Z2} \\ G_{X3} & G_{Y3} & G_{Z3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\dot{V}_{qx})_1 \\ (\dot{V}_{qy})_1 \\ (\dot{V}_{qz})_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{G}_{X1} & \dot{G}_{Y1} & \dot{G}_{Z1} \\ \dot{G}_{X2} & \dot{G}_{Y2} & \dot{G}_{Z2} \\ \dot{G}_{X3} & \dot{G}_{Y3} & \dot{G}_{Z3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (V_{qx})_1 \\ (V_{qy})_1 \\ (V_{qz})_1 \end{bmatrix} \quad (23)$$

Para el análisis inverso de aceleración, una vez que se han realizado los análisis de posición y velocidad, puede utilizarse la ecuación (23) ya que proporciona valores de aceleración del efector final. Al expandir y resolver la ecuación (23), se obtiene la siguiente expresión para la j-ésima subcadena cinemática:¹

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_j &= \frac{1}{Lc^2\beta_{j2}c(\theta_j + \beta_{j1})^2} \{ c\beta_{j2} [(V_{qx}c\alpha_j + V_{qy}s\alpha_j) c\theta_j \\ &+ V_{qz}s\theta_j] c\beta_{j2} - s\beta_{j2}s(\beta_{j1} + \theta_j) (V_{qx}s\alpha_j - V_{qy}c\alpha_j)] \beta_{j1} \\ &+ [(V_{qx}c\alpha_j + V_{qy}s\alpha_j) s\beta_{j1} + V_{qz}c\beta_{j1}] c\beta_{j2} \\ &- s\beta_{j2} (V_{qx}s\alpha_j - V_{qy}c\alpha_j)] c\beta_{j1}s(\beta_{j1} + \theta_j) \omega_j \\ &+ [- (V_{qx}s\alpha_j - V_{qy}c\alpha_j) \dot{\beta}_{j2} + c\beta_{j2} ((V_{qx})_1 c\alpha_j \\ &+ (V_{qy})_1 s\alpha_j) s\beta_{j1} + (V_{qz})_1 c\beta_{j1}] c\beta_{j2} - s\beta_{j2} ((V_{qx})_1 s\alpha_j \\ &+ (V_{qy})_1 c\alpha_j)] c(\theta_j + \beta_{j1}) \} \end{aligned} \quad (24)$$

Aplicando la ecuación (24) a cada subcadena cinemática del robot deltoide, se podrá realizar el análisis inverso de aceleración.

¹La solución se obtuvo con el software Maple.

3. Herramienta Gráfica.

Para analizar el robot Deltoide y presentar los resultados de forma gráfica, se utilizó ADEFID como una plataforma base para codificar utilizando C ++, (Gonzalez-Palacios, 2012). Este software ha sido utilizado para estudiar varias áreas de ingeniería como vibraciones, engranajes, robots seriales y diversos mecanismos como muestra (González-Palacios, 2013). Además, la plataforma utiliza funciones OpenGL para alimentar el entorno gráfico.

El software desarrollado en la plataforma ADEFID consiste en un programa con varios menús interactivos para trabajar con los parámetros de construcción del robot Deltoide, cinemática directa e inversa, análisis de velocidad, aceleración y operaciones de optimización, como se muestra en la Figura 5. En el diálogo de optimización, el usuario puede variar los límites y definir el tamaño de los eslabones, además puede modificar la diferencia entre los radios y el ángulo entre las subcadenas. Además, el renderizado interactivo permite la visualización general del robot con su espacio de trabajo.

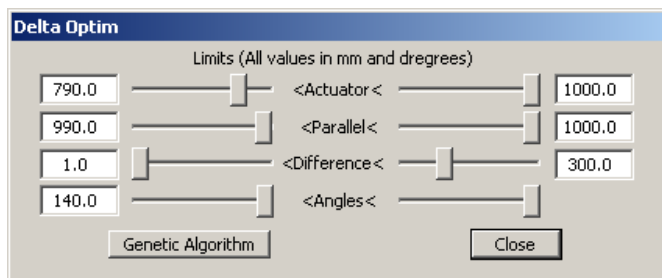


Figura 5: Menú para hacer optimización mediante algoritmos genéticos.

4. Espacio de trabajo.

El espacio de trabajo de un robot puede ser definido por todas las poses que el efector final puede alcanzar de acuerdo con las restricciones geométricas del robot. Para el robot Deltoide, su espacio de trabajo se limitará a las poses que sus tres subcadenas cinemáticas puedan alcanzar al mismo tiempo. Si se deja cada subcadena cinemática sola sin las restricciones de las otras dos, podría moverse en el espacio y girar en una dirección. El extremo de esta subcadena cinemática podrá moverse en un espacio de forma de toroide en el que el radio principal del toroide es la longitud L del eslabón del actuador y el radio menor es p , la longitud del siguiente eslabón. Conseguir el espacio de trabajo de las tres subcadenas cinemáticas juntas proporciona el espacio de trabajo total del robot Deltoide.

Para visualizar el espacio de trabajo, se recurrió a definir en ADEFID un volumen contenedor, posteriormente se discretizó en una malla, definida por el usuario. Teniendo el volumen contenedor, se evalúa la cinemática inversa de cada subcadena cinemática para cada punto definido en la malla, se obtiene una matriz binaria de 3 dimensiones donde 1 representa el espacio de trabajo y se unen los bordes del espacio de trabajo. La Figura 6 muestra el espacio de trabajo de las tres subcadenas cinemáticas y en la Figura 7 se visualiza el límite del espacio de trabajo del robot Deltoide.

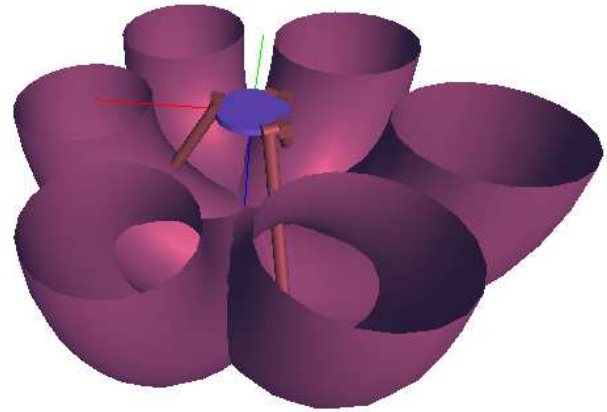


Figura 6: Espacio de trabajo para subcadenas de un robot Deltoide.

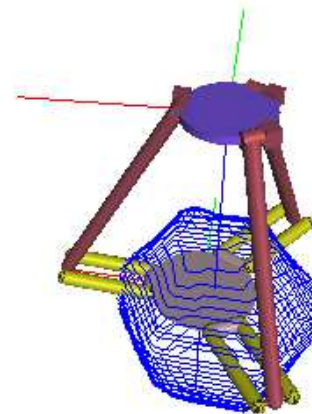


Figura 7: Espacio de trabajo de un robot Deltoide.

La totalidad del espacio de trabajo del robot Deltoide con frecuencia es muy irregular y por lo tanto, no es práctico utilizarlo todo. Por ejemplo, los fabricantes de robots Delta, generalmente definen el espacio de trabajo como un cilindro con un cono conectado en la parte inferior (Figura 8).

Con la finalidad de optimizar el espacio de trabajo del robot Deltoide para un espacio utilizable en lugar de la totalidad del espacio de trabajo, se propone optimizar el denominado “espacio de trabajo seguro” que tiene las siguientes características:

- Alcanzable por el robot.
- Fácil de representar en el espacio.
- Previene que el robot se acerque demasiado a los límites del espacio de trabajo.
- Formado por 4 conos elípticos truncados que describen mayor volumen del espacio de trabajo que sólo un cilindro y un cono.

El volumen del espacio de trabajo seguro utilizando el software desarrollado en ADEFID se define por 4 conos elípticos truncados con la misma altura, los cuales se visualizan al:

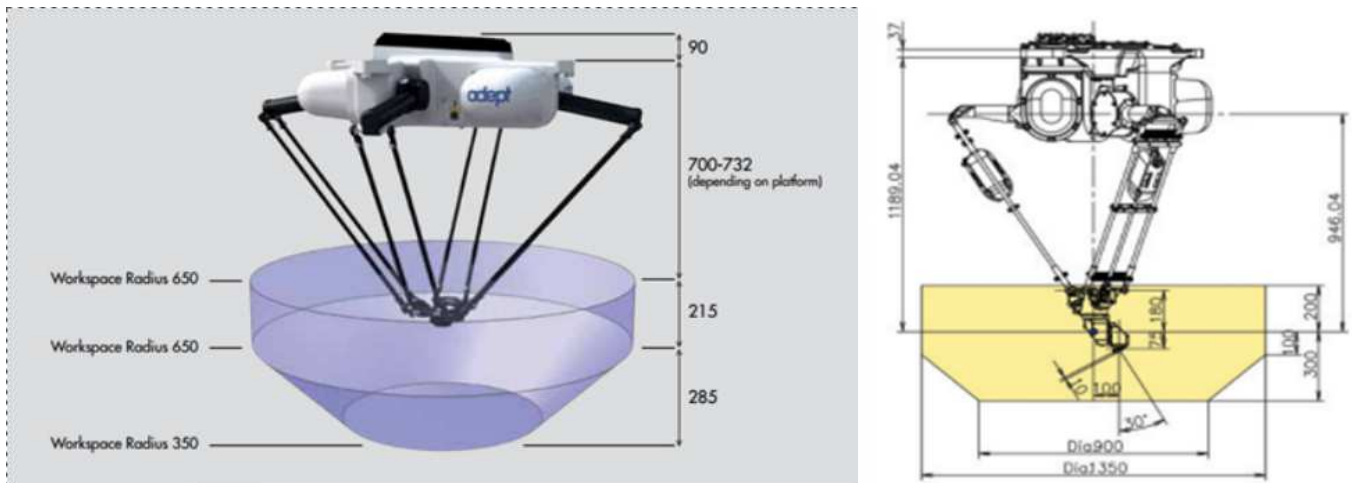


Figura 8: Hoja de datos de robots Delta de diferentes fabricantes (Adept, 2014; Fanuc, 2014).

- Buscar la altura inicial y final, es decir, el primer punto debajo del centro de la base fija que cae dentro del espacio de trabajo y un punto antes del último que alcanza el espacio de trabajo.
- Calcular la distancia entre la altura inicial y final y dividir entre 4, para determinar la altura de cada cono.
- Dibujar cada cono con la altura de su parte inicial más los dos radios de la elipse superior y la altura final con sus radios correspondientes.

Debido a que dos subcadenas del robot Deltoide estarían dispuestas simétricamente con respecto a la otra, la distancia más lejana del centro de la base a la frontera del espacio de trabajo será siempre perpendicular al eje del actuador de la subcadena cinemática fija. Por lo anterior, se define al primer radio como el 85 por ciento de la distancia del centro de la base fija a la frontera en dirección perpendicular del eje del actuador fijo. De similar manera, el segundo radio se mide con el 85 por ciento de la distancia del centro de la base fija a la frontera pero en dirección paralela al eje del primer actuador, que es generalmente la distancia más corta entre el centro de la base y las fronteras del espacio de trabajo total en un plano. Se repite el proceso de encontrar los radios para todas las alturas correspondientes y teniendo todos los valores, se puede dibujar el espacio de trabajo seguro.

La Figura 9 muestra cómo se ve el espacio de trabajo seguro propuesto en comparación con el espacio de trabajo total de un robot Deltoide.

5. Optimización del espacio de trabajo.

En el presente trabajo de investigación se optimiza el espacio de trabajo seguro del robot Deltoide, el cual es una de las principales limitaciones de los manipuladores paralelos. El objetivo es tener una expresión analítica del volumen de trabajo en función de cuatro parámetros que pueda ser maximizada.

Existen muchas técnicas de optimización, entre las cuales se encuentran los métodos matemáticos que requieren de una función objetivo y restricciones.

Otras técnicas son los métodos de optimización no tradicionales basados en herramientas computacionales para poder encontrar soluciones rápidas. En general, estos métodos no requieren la función objetivo porque su búsqueda no se basa en la función en sí, sino en evaluaciones numéricas de la función objetivo, que puede o no ser conocida. Tal es el caso de las redes neuronales y los algoritmos genéticos.

5.1. Formulación Matemática

Para un resultado preciso donde se obtenga un máximo absoluto, es necesario obtener algebraicamente una función objetivo, al igualar las ecuaciones de cada uno de los toroides formados por las subcadenas cinemáticas del robot. Sin embargo, no se considera viable dado que es complejo matemáticamente, pues el centro de cada toroide varía según las modificaciones de los parámetros de diseño. Además, la superficie resultante sería el espacio de trabajo total y no el espacio de trabajo seguro, por lo que se opta por un algoritmo genético continuo. Para lograrlo, es necesario obtener el volumen del espacio de trabajo seguro utilizando el software desarrollado en este trabajo mediante la plataforma ADEFID.

Se han utilizado ajustes por regresión lineal y no lineal para modelar el volumen del espacio de trabajo seguro. Las regresiones se basan en datos obtenidos del área de trabajo total de muchos casos que satisfacen los límites definidos en la Tabla 1.

Tabla 1: Datos usados para los análisis de regresión.

Dato	Inferior (mm)	Superior (mm)	Incrementos (mm)
Diferencia Base y Efecto	0	300	20
Longitud Paralelogramo	160	1000	56
Longitud Actuador	130	805	45
Ángulo subcadenas (°)	40	160	8

Si se tomaran en cuenta las 6 variables de diseño del robot y se deseara evaluar para 15 configuraciones de cada una, se tendrían 11,390,625 puntos para obtener el volumen de trabajo total. Sin embargo, se han definido algunas condiciones que reducen el coste de computación. Con lo anterior, el número de

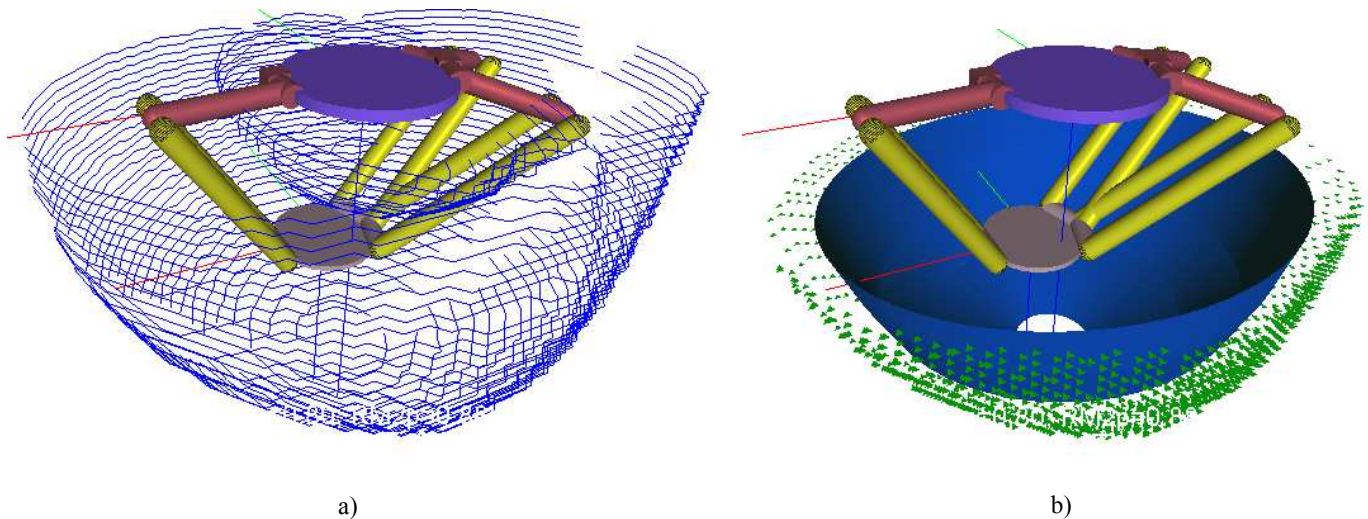


Figura 9: Comparación entre el espacio de trabajo total a) y el espacio de trabajo seguro b).

casos se reduce a 38,402. El tiempo que se requiere en evaluar cada configuración depende del tamaño de la malla del espacio de trabajo y de la capacidad de procesamiento de la computadora. Si se pretende obtener un resultado preciso en cada caso, es necesario hacer mallas relativamente grandes para que cada prueba tarde un tiempo de 1.5 segundos aproximadamente en una computadora con un procesador intel i7 2630QM a 2GHz de velocidad, 6GB de RAM y disco duro de estado sólido de 128GB. Con lo anterior, la recopilación de información tomó cerca de 16 horas. El programa desarrollado en ADEFID genera un archivo de tipo csv que puede ser leído como hoja de datos, el cual incluye los valores de cada variable para cada caso y el volumen de trabajo total obtenido.

Utilizando el programa SPSS² (Analytics, 2016) para el análisis estadístico de datos, se obtiene la siguiente ecuación lineal que intenta predecir el volumen del espacio de trabajo a partir de las variables dadas:

$$\text{Vol} = -1,213 + 0,065(A - B) + 3,21L + 0,825p + 0,07\alpha_1 \quad (25)$$

La ecuación lineal entrega un coeficiente de regresión de 0.862, lo cual no es suficiente para que la ecuación sea considerada útil para predecir el volumen de un espacio de trabajo seguro

Se intentaron numerosas formas de ecuaciones para predecir el volumen del espacio de trabajo seguro, pero sin encontrar una ecuación suficientemente precisa para ser usada con seguridad. No obstante, a continuación se presentan tres ejemplos de ecuaciones con los mejores resultados:

$$\text{Vol} = -0,354(A - B)^{0,043} + 0,519L^{3,656} + 2,068p^{0,720} + 5,19\alpha_1^{0,14} \quad (26)$$

$$\text{Vol} = 1,627(A - B)L/p^{-9,649} - 3,27(p - L)^{2,195} - 0,208\sin(\alpha_1) + 2,3L^{3,793} + 2,133p^{2,143} \quad (27)$$

$$\text{Vol} = 1,128(A - B)L/p^{-6,434} - 3,23(p - L)^{2,327} - 0,354\sin(\alpha_1) + 2,358L^{3,488} + 1,922p^{2,668} + 0,271 \quad (28)$$

Las ecuaciones (26), (27) y (28) tienen como coeficiente de correlación 0.930, 0.963 y 0.966 respectivamente.

Después de una búsqueda exhaustiva de la ecuación que predijera con éxito el volumen del espacio de trabajo seguro, se concluyó que sería más apropiado tratar con los métodos de optimización no convencionales. Se propone la ecuación (28) como función objetivo válida dependiente de 4 parámetros obtenida mediante regresión.

5.2. Algoritmo genético

Se realizó una optimización del espacio de trabajo seguro utilizando un algoritmo genético continuo, el cual busca una solución óptima en un espacio de soluciones del problema. Esta búsqueda se realiza simulando la teoría de la evolución, donde una población se desarrolla con el tiempo y mejora a través de la crianza de nuevos individuos y generaciones. Con el fin de obtener el mayor espacio de trabajo seguro como muestra la siguiente ecuación:

$$\text{FunciónObjetivo} = \max(\text{Vol}) \quad (29)$$

Se consideran varias restricciones de tamaño para presentar como resultado de la optimización a la mejor combinación posible de tamaños de eslabones. El algoritmo genético se implementó dentro del software desarrollado en ADEFID, dejando la posibilidad de variar la población inicial, función aptitud, operaciones de cruce y mutación, así como los criterios de finalización. Para este caso se ejecutó el programa con una población inicial de 20 individuos, generados de forma aleatoria, por 120 generaciones.

Teniendo una población definida, se ordenan los individuos de la población con respecto a su aptitud, colocando a los mejores individuos en la cima de una lista y a los peores al fondo.

²Paquete Estadístico para las Ciencias Sociales, por sus siglas en inglés (Statistical Package for the Social Sciences).

Los padres serán los individuos pertenecientes al 50% mejor adaptado de la población definida y las parejas se definen de manera aleatoria entre esos individuos. Cada pareja produce dos hijos por lo que el 50% restante es sustituido por los hijos producidos. Los genes de los hijos son determinados mediante:

$$Gen_{nuevo} = Gen_{mamá} + \beta(Gen_{mamá} - Gen_{papá}) \quad (30)$$

$$Gen_{nuevo} = Gen_{papá} + \beta(Gen_{mamá} - Gen_{papá}) \quad (31)$$

donde β es un valor aleatorio que va desde 0 hasta 1. $Gen_{papá}$ es un elemento que pertenece a un conjunto de valores del individuo papá que dan solución al problema que desea optimizarse. $Gen_{mamá}$ y Gen_{nuevo} son homólogos del $Gen_{papá}$.

Con las ecuaciones (30) y (31) se tiene 50% de individuos originales y 50% de individuos nuevos.

El diagrama de flujo de la Figura 10 muestra de manera simplificada del proceso realizado por el algoritmo genético.

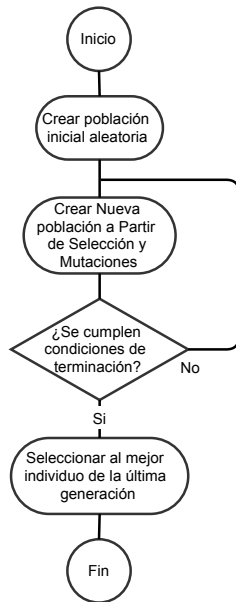


Figura 10: Proceso del algoritmo genético.

Para reducir el tiempo que el algoritmo gasta al encontrar una solución, el número de variables se reduce al mínimo y se establecen las siguientes condiciones:

- La longitud del eslabón L es igual para las tres subcadenas cinemáticas.
- La longitud del eslabón p es igual para las tres subcadenas cinemáticas.
- La diferencia entre el radio de la base fija y el radio de la plataforma móvil se convierte en una sola variable.
- Sólo se utilizará un ángulo α_j entre las subcadenas cinemáticas en el algoritmo y el segundo se encontrará por simetría.

Con solo 4 parámetros a encontrar, se pueden obtener resultados más rápidos y se pueden usar límites más amplios. Con eslabones de mayor longitud, se encontrará un espacio de trabajo más grande, y con ángulos más estrechos, la intersección

entre el espacio de trabajo aumentará, pero para encontrar soluciones prácticas, para un robot relativamente pequeño como en aplicaciones de empaquetado, se establecen los siguientes límites de búsqueda: ángulos en el rango de 40° a 160°, longitudes L y p entre 300 y 1000 mm y la diferencia entre radios de 0 a 300 mm.

5.3. Análisis de los resultados

Para identificar las tendencias que conducen a obtener espacios de trabajo más grandes, se realizaron varias optimizaciones con diferentes límites de búsqueda para poder entender cómo se comporta el espacio de trabajo. Las Tablas 2, 3, 4, 5 y 6 muestran los límites de búsqueda y los valores de los parámetros obtenidos de la optimización realizados con algoritmos genéticos continuos.

Tabla 2: Ejemplo 1 de optimización del espacio de trabajo

Variable	Límite Inferior	Límite Superior	Mejor	2º Mejor
L (mm)	300	1000	973	736
p (mm)	200	600	597	586
Ang (°)	40	160	143	143
Dif. (mm)	1	300	79	79
Vol. de trabajo seguro (m³)	-	-	0.8635	0.8067

Tabla 3: Ejemplo 2 de optimización del espacio de trabajo

Variable	Límite Inferior	Límite Superior	Mejor	2º Mejor
L (mm)	200	600	579	581
p (mm)	300	1000	988	963
Ang (°)	40	160	154	147
Dif. (mm)	1	300	24	63
Vol. de trabajo seguro (m³)	-	-	2.0931	2.0584

Tabla 4: Ejemplo 3 de optimización del espacio de trabajo

Variable	Límite Inferior	Límite Superior	Mejor	2º Mejor
L (mm)	530	1000	898	825
p (mm)	530	1000	990	870
Ang (°)	40	100	45	43
Dif. (mm)	1	300	99	222
Vol. de trabajo seguro (m³)	-	-	3.3839	2.4380

Tabla 5: Ejemplo 4 de optimización del espacio de trabajo

Variable	Límite Inferior	Límite Superior	Mejor	2º Mejor
L (mm)	10	1000	951	895
p (mm)	300	301	301	301
Ang (°)	140	160	160	160
Dif. (mm)	1	300	89	66
Vol. de trabajo seguro (m³)	-	-	0.1793	0.1791

Tabla 6: Ejemplo 5 de optimización del espacio de trabajo

Variable	Límite Inferior	Límite Superior	Mejor	2º Mejor
L (mm)	300	301	301	301
p (mm)	10	1000	951	881
Ang (°)	140	160	143	144
Dif. (mm)	1	300	10	4
Vol. de trabajo seguro (m ³)	-	-	0.6362	0.5224

En el ejemplo 1 se dejaron los límites prácticamente abiertos, siendo el valor máximo de la longitud del eslabón p menor que la longitud L . El resultado indica una tendencia mayor en el espacio de trabajo seguro entre mayores sean las longitudes de los eslabones, mayores los ángulos α_j y menor la diferencia entre radios. El segundo ejemplo muestra las mismas tendencias. Por otro lado, es posible reducir la diferencia entre la base fija y el efector final, esto hace que se incremente el espacio de trabajo. Al comparar los casos 1 y 2, queda claro que la longitud p tiene un mucho mayor efecto en el espacio de trabajo que la L .

En el caso 3 que se muestra en la Tabla 4, los límites se mantuvieron iguales para la longitud L y p , pero al ángulo α_j entre subcadenas se le limitó a no ser muy grande. El resultado fue que, nuevamente, entre mayores las longitudes de los eslabones, será mayor el espacio de trabajo y entre menor la diferencia entre radios, se obtendrán un volumen mayor del espacio de trabajo seguro. Sin embargo, debido a que no se podían lograr ángulos α_j muy grandes entre las subcadenas cinemáticas, resulta óptimo un ángulo más pequeño entre ellas, lo que acerca los volúmenes de cada toroide de las subcadenas.

Para el ejemplo 4 se fijó la longitud p y se dejó muy poca variación al ángulo α_j . A pesar de los nuevos límites de búsqueda, se confirmó que entre mayores las longitudes y el ángulo α_j entre subcadenas, mayor es el volumen de trabajo.

Tomando en cuenta los casos anteriores, la diferencia entre radios siempre se acerca a números pequeños, pero nunca llega a valores muy cercanos a cero, por lo que el óptimo de esa variable no es tan claro.

El último caso, fija la longitud del eslabón L y deja plena libertad a la longitud del eslabón p . Se confirma que entre mayor las longitudes, mejor el espacio de trabajo seguro. Sin embargo, para ese caso, la diferencia entre base fija y efector final si tendió a cero. Además, el mejor ángulo α_j entre las subcadenas no fue propenso a tener un mayor valor, si no que se mantuvo cerca del límite inferior.

Después de revisar los resultados reportados en las Tablas 2-6, se puede concluir que cuanto mayor sea el tamaño de los eslabones, mayor será el espacio de trabajo, sin importar las restricciones. Sin embargo, la diferencia entre los radios parece alejarse de los límites establecidos para obtener los espacios de trabajo más grandes, por lo que tienen que ser tratados y analizados con más cautela para obtener las mejores soluciones posibles.

El ángulo α_j entre las subcadenas cinemáticas presenta una tendencia a tener actuadores angularmente equidistantes y la diferencia entre radios busca mantener a las subcadenas paralelas para tener espacios de trabajo más grandes, pero no el robot con subcadenas más equidistantes y paralelas será el óptimo en todos los casos.

6. Perfiles de velocidad y aceleración.

El robot Delta se utiliza generalmente en actividades de "pick and place" para objetos pequeños, llevándolos de un lugar a otro en línea recta. Para esta aplicación, se presenta un ejemplo para comparar velocidades y aceleraciones de los actuadores de un robot Delta tradicional y un robot Deltoide con los mismos tamaños de eslabones. Para ambos robots, el eslabón L mide 800 mm, el eslabón p mide 1000 mm, el radio de la plataforma fija es de 703 mm y el radio móvil de la plataforma es de 500 mm. Los ángulos entre las subcadenas cinemáticas para el robot Delta tradicional son 120° y 240° , y para el robot Deltoide son 152° y 208° .

Como muestra la Figura 11, los robots toman una pieza en el punto localizado a $(-653, 75, 1320)$ mm visto desde el centro de su plataforma fija y lo mueven a la posición $(780, 0, 1320)$ mm. Ambos robots tienen que mover la pieza a una distancia total de 1435 mm. Para lograrlo, sus plataformas móviles tienen que acelerar y desacelerar a una razón de 60 m/s^2 partiendo del reposo para llegar a una velocidad constante de 4.5 m/s.

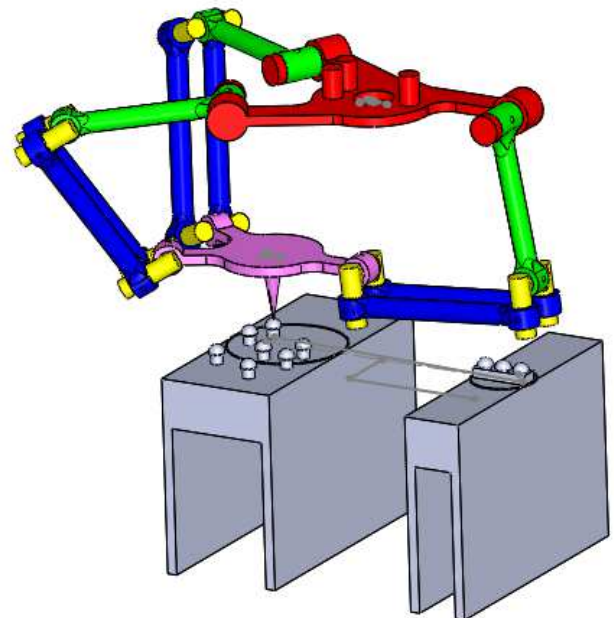


Figura 11: Ejemplo de "pick and place"

Aunque ambos robots tienen los mismos tamaños de eslabones, sus espacios de trabajo son muy diferentes, como puede verse en la Figura 12, pero para este ejemplo ambos robots pueden alcanzar las posiciones deseadas.

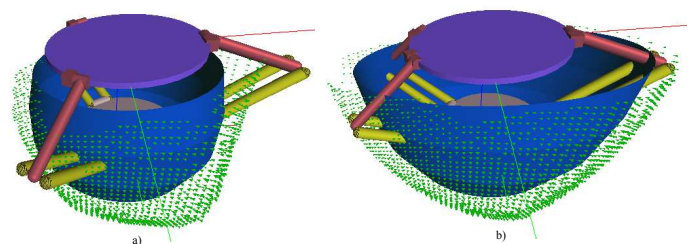


Figura 12: Comparación visual entre el robot Delta a) y el robot Deltoide b).

Utilizando los datos anteriores, se realiza una simulación de movimiento para ambos casos utilizando la herramienta gráfica desarrollada para analizar el robot Deltoide.

La Figura 13 muestra los gráficos de posición, velocidad y aceleración de los actuadores durante la actividad de “pick and place” para ambos robots.

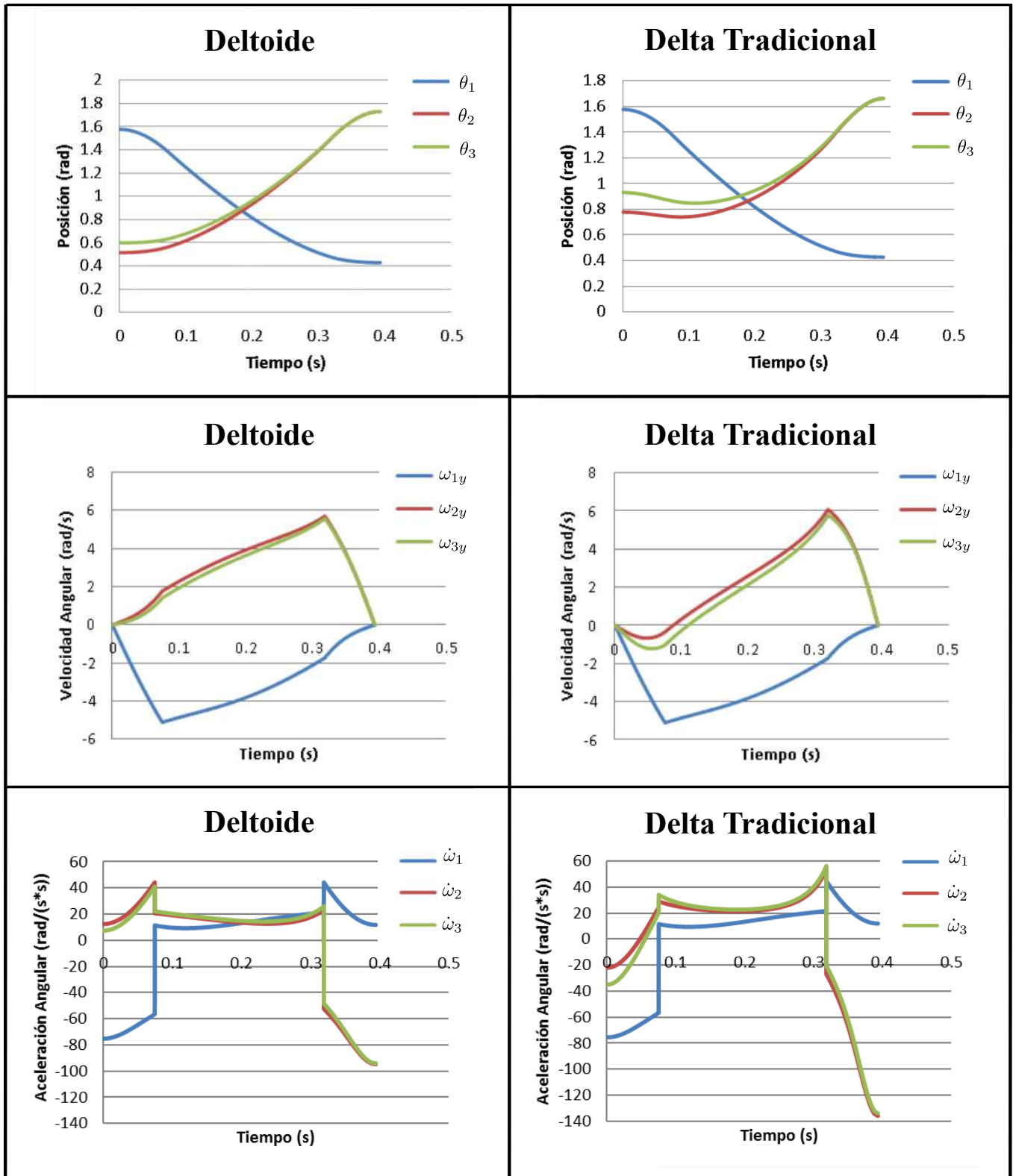


Figura 13: Posición, velocidad y aceleración angular para ambos robots durante el transporte de la pieza.

Para la posición y la velocidad angular, ambos robots se comportan de manera similar, logrando estados similares en el tiempo, pero cuando se trata de la aceleración se puede ver que las subcadenas cinemáticas 2 y 3 tienen que lograr sobre aceleraciones muy diferentes. Por ejemplo, el robot Deltoide alcanza una aceleración angular cerca de 40 rad/s^2 antes de 0.1 segundos, luego pasa a 20 rad/s^2 y después de 0.3 segundos, el robot Deltoide tiene que pasar de una aceleración de 20 rad/s^2 a casi -100 rad/s^2 . Por otro lado, el robot Delta antes del instante de 0.1 segundos acelera hasta 30 rad/s^2 , después llega a 50 rad/s^2 a los 0.3 segundos y tiene que ir de 50 rad/s^2 hasta alrededor de -140 rad/s^2 . Mientras que para la subcadena cinemática 1 de ambos robots se mantienen las aceleraciones pues están en la misma posición en ambos robots. Esto demuestra que, para esta aplicación específica, el robot Deltoide tiene una ligera ventaja cinemática sobre el robot Delta. Aunque, una desventaja se muestra al mover el robot de una manera perpendicular al ejemplo mostrado, porque es el lado más largo de su espacio de trabajo, donde el robot Delta tendrá aceleraciones más pequeñas.

7. Conclusiones.

En este trabajo, un algoritmo genético fue utilizado para optimizar los parámetros propuestos del robot Deltoide, variando los límites de búsqueda. Los resultados mostraron que se amplió el espacio de trabajo del robot Deltoide en función de la longitud de sus eslabones, porque cada subcadena cinemática tendrá un espacio de trabajo más grande y consecuentemente, la intersección entre su área de trabajo será mayor. También se observó que, cuando las subcadenas cinemáticas tienden a ser angularmente equidistantes, el espacio de trabajo aumenta pero no siempre esta configuración será la mejor opción. La diferencia óptima entre los radios del toroide generado por cada subcadena cinemática depende en gran medida del resto de las variables, así que después de que éstas son establecidas, se puede encontrar la mejor solución.

Una aplicación común para los robots Delta es una operación "pick and place" de objetos pequeños. En este sentido, se introdujo un ejemplo para comparar tanto al robot Delta como al robot Deltoide. Se demostró que el espacio de trabajo resultó más grande en el Deltoide incluso cuando ambos tenían los mismos tamaños de eslabón. Además, al simular el movimiento, los actuadores del robot Deltoide estaban bajo aceleraciones menores en comparación con el robot Delta.

Referencias

Adept, August 2014. Quattro s650h, <http://www.adept.com/products/robots/parallel/quattro-s650h/general>.
 Analytics, I., Nov. 2016. IBM SPSS, <http://www.ibm.com/analytics/us/en/technology/spss/>.
 Ardestani, M. A., Asgari, M., 2012. Modeling and analysis of a novel 3-dof spatial parallel robot. 19th International Conference on Mechatronics and Machine Vision in Practice, Auckland New Zealand, 162–167.
 Borchert, G., Battistelli, M., Runge, G., Raatz, A., 2015. Analysis of the mass distribution of a functionally extended delta robot. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 31, 111–120.

Clavel, R., 1985. Device for the movement and positioning of an element in space. US Patent 4,976,582.
 Clavel, R., Pham, P., Lorent, B., Le Gall, B., Bouri, M., 2008. New Variants of Delta Robots and Double-Tilt Platform for Assembly. In: *Proceedings of Robotic Systems for Assembly*. Braunschweig, pp. 237–249.
 Courteillie, E., Deblaise, D., Maurine, P., 2009. Design optimization of a delta-like robot through global stiffness performance evaluation. *IEEE/RSJ International conference on Intelligent Robots and Systems*, St. Louis USA, 5159–5166.
 Fanuc, August 2014. M3ia, <http://www.fanucrobotics.com/cmsmedia/datasheets/m-3ia>
 Gonzalez-Palacios, M. A., 2012. Advanced engineering platform for industrial development. *The Journal of Applied Research and Technology* vol. 10(3), 309–326.
 González-Palacios, M. A., 2013. The unified orthogonal architecture of industrial serial manipulators. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 29, 257–271.
 Gosselin, C., Angeles, J., Sep 1991. A global performance index for the kinematic optimization of robotic manipulators. *Journal of Mechanical Design* 113 (3), 220–226.
 URL: <http://dx.doi.org/10.1115/1.2912772>
 DOI: 10.1115/1.2912772
 Gutiérrez-Preciado, A., González-Palacios, M. A., Aguilera-Cortés, L. A., aug 2014. Workspace analysis of a delta-like robot using an alternative approach. In: *Multibody Mechatronic Systems*. Springer International Publishing, pp. 453–463.
 Isaksson, M., Nyhof, L., Nahavandi, S., 2015. On the feasibility of utilising gearing to extend the rotational workspace of a class of parallel robots. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 35, 126–136.
 Istvan, A., June 2015. <http://kvarc.extra.hu/step/motor/emc/emckinematics.html>.
 Kelaiaia, R., Company, O., Zaatri, A., 2012. Multiobjective optimization of a linear delta parallel robot. *Mechanism and Machine Theory* 50, 159 – 178.
 DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2011.11.004>
 Laribi, M. A., Romdhane, L., Zeghoul, S., 2007. Analysis and dimensional synthesis of the delta robot for a prescribed workspace. *Mechanism and Machine Theory* 42, 859–870.
 Merlet, J.-P., 2006. *Parallel Robots*, 2nd Edition. Springer.
 Miller, K., 1999. Synthesis of a manipulator of the new uwa robot. Department of Mechanical and Materials Engineering, The University of Western Australia.
 Moreno, H. A., Saltarén, R., Carrera, I., Puglisi, L., Aracil, R., 2012. Índices de desempeño de robots manipuladores: una revisión del estado del arte. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial* Vol. 9, Núm. 2.
 URL: <https://polipapers.upv.es/index.php/RIAI/article/view/9606>
 DOI: 10.1016/j.riai.2012.02.005
 Pérez-Soto, G. I., Rico, J. M., Cervantes-Sánchez, J. J., López-Custodio, P. C., Gallardo-Mosqueda, L. A., Camarillo-Gómez, K. A., 2014. A new method for the kinematic synthesis of parallel platforms. *Proceedings of the ASME 2014 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*. Paper DETC2014-34297.
 Robotics, T., April 2014. <http://forums.trossenrobotics.com/tutorials/introduction-129/delta-robot-kinematics-3276/>.
 Salisbury, J. K., Craig, J. J., 1982. Articulated hands: Force control and kinematic issues. *The International Journal of Robotics Research* 1 (1), 4–17.
 URL: <https://doi.org/10.1177/027836498200100102>
 DOI: 10.1177/027836498200100102
 Stamper, R. E., Tsai, L.-W., Walsh, G. C., 1997. Optimization of a three dof translational platform for well-conditioned workspace. *Proc. of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Albuquerque USA, 3250–3255.
 Wang, Z., Wang, G., Ji, S., Wan, Y., Yuan, Q., 2007. Optimal design of a linear delta robot for the prescribed cuboid dexterous workspace. *Proceedings of the 2007 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics*, Sanya China, 2183 – 2188.
 Zhao, Y., 2013. Dimensional synthesis of a three translational degrees of freedom parallel robot while considering kinematic anisotropic property. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 29, 169–179.