

CORRIENTES DE RETORNO EN MEDIOS REFLEJANTES Y DISIPATIVOS

F. J. Méndez, I. J. Losada y M. A. Losada¹

RESUMEN: Se ha analizado teóricamente y experimentalmente los movimientos medios inducidos por la propagación de un tren de ondas de pequeña amplitud sobre un medio disipativo y reflejante cualquiera. A partir de la solución de teoría lineal, y sin considerar los efectos de rotura del oleaje, se ha obtenido la evolución de las magnitudes promediadas (nivel medio, flujo de masa, etc.) en el medio, teniendo en cuenta la transformación del oleaje. Las modificaciones del tren de ondas a su paso por el elemento disipativo-reflejante producen un desequilibrio espacial de las magnitudes medias, que se traduce en una sobre elevación y modulación del nivel medio y una disminución del flujo de masa. Esta variación espacial del caudal medio induce un sistema circulatorio de corrientes con estructura vertical. Dicho flujo ha sido modelado de forma analítica a través de la resolución del problema de contorno bidimensional de la función de corriente media. La teoría se ha aplicado a medios emergidos y sumergidos, tanto artificiales (dique permeable) como naturales (campo de algas), obteniéndose en todos ellos un buen ajuste de los resultados experimentales.

INTRODUCCIÓN

La zona de rompientes se caracteriza por la rápida evolución del oleaje hasta su total extinción en la línea de costa. En playas intermedias y reflejantes este proceso disipativo está acompañado por la reflexión de parte de la energía incidente. Ambos procesos se complementan, predominando uno sobre el otro en función de las características del oleaje incidente y de la morfología de la playa. En general, estas transformaciones afectan la altura de ola, conservando su período de pico; aunque parte de la energía puede transferirse a otros períodos armónicos, la mayor parte de la energía se mantiene en el período de pico del espectro incidente.

El movimiento oscilatorio, a diferencia de un movimiento estacionario, se encuentra acompañado de propiedades medias producidas como la resultante neta de su acción durante un período. Por ejemplo, la propagación de un tren de ondas por un fondo horizontal provoca un descenso uniforme del nivel medio del mar, cuya magnitud depende de las características del tren. Este descenso está equilibrado por la cantidad de movimiento media, promediada en un período, asociada al tren de ondas. Cuando la propagación se produce sobre un fondo inclinado, las características del oleaje y las cantidades medias asociadas a la propagación del tren evolucionan rápidamente con la distancia. Esta evolución es máxima en la zona de rotura. En ella, el desequilibrio espacial de las cantidades medias se equilibra

generando un sistema circulatorio de corriente y una variación espacial del nivel medio del mar. La distribución espacial de los movimientos medios depende del régimen oscilatorio, progresivo o parcialmente estacionario y disipativo.

Esta interacción entre la transformación del oleaje y los movimientos medios asociados no es exclusiva de la zona de rompientes. Es esperable que cualquier medio disipativo y reflejante por el cual se propague un tren de ondas provocará la generación de movimientos medios, esencialmente un sistema circulatorio y una variación del nivel medio cuyas características dependan del régimen oscilatorio en el medio.

En este artículo se considera la propagación de un tren de ondas por un medio disipativo-reflejante, p.e. un dique de escollera construido para la protección frente a la acción del oleaje. En este caso el tren de ondas, al propagarse por el interior del dique, se disipa y se refleja, de manera análoga a la zona de rotura. La diferencia esencial entre ambos medios es la probable existencia de un tren transmitido a sotavento del medio poroso o dique. Al objeto de simplificar el análisis, en este artículo se considera el problema en dos dimensiones y sin rotura del oleaje, debiéndose la disipación exclusivamente al flujo a través del medio poroso.

La solución del problema requiere dos pasos consecutivos, pero separados. En el primer paso, se debe resolver la propagación del oleaje por el medio disipativo, eva-

¹ Grupo de Ingeniería Oceanográfica y de Costas. E. T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Universidad de Cantabria. Avda. de los Castros, s/n. 39005 Santander. e-mail: fmi@puer.unican.es

Artículo publicado en *Ingeniería del Agua*. Vol.5 Num.1 (marzo 1998), páginas 11-22, recibido el 6 de octubre de 1997 y aceptado para su publicación el 22 de septiembre de 1997. Pueden ser remitidas discusiones sobre el artículo hasta seis meses después de la publicación del mismo. En el caso de ser aceptadas, las discusiones serán publicadas conjuntamente con la respuesta de los autores en el primer número de la revista que aparezca una vez transcurrido el plazo indicado.

luando los coeficientes de reflexión y transmisión y las características cinemáticas y dinámicas del movimiento oscilatorio. Este problema se denomina problema de primer orden, porque se resuelve en el ámbito de la teoría lineal y todas las magnitudes involucradas en el análisis dependen linealmente de la altura de ola. De esta forma, la altura de ola juega un papel de factor de escala. En el segundo paso se resuelve el problema de las magnitudes medias, tales como el nivel medio y el sistema circulatorio de corrientes. Este problema se denomina problema de segundo orden, porque las magnitudes involucradas en él son funciones cuadráticas de las magnitudes del problema de primer orden y, en concreto, del peralte de la ola.

En este artículo se presenta la teoría y la solución de los problemas de primer y segundo orden en la propagación de un tren de ondas por medios disipativos y reflejantes artificiales (dique poroso) o naturales (campo de algas). El dique poroso es modelado con la teoría de la propagación de una onda lineal sobre un medio poroso de Sollitt y Cross (1972). Por otro lado, el campo de algas se modela con base en la teoría de Kobayashi *et al.* (1991).

El artículo está organizado de la siguiente manera: primeramente, se presenta el procedimiento teórico de la resolución de los problemas de primer y segundo orden. En el problema de 2º orden se obtiene la expresión analítica de las magnitudes promediadas en un medio afectado por disipación y reflexión y se resuelve de forma analítica la estructura vertical del flujo medio. Posteriormente, se analiza diversos casos teóricos de variación de magnitudes medias y del flujo medio en diques porosos y campos de algas, tanto sumergidos como emergidos. En el siguiente apartado se presenta los resulta-

dos experimentales que permiten validar cualitativamente el modelo desarrollado, tanto en cuanto a las variaciones del nivel medio en un dique sumergido como a la corriente de retorno que se observa en una estructura permeable. Esta corriente media puede ser muy importante desde el punto de vista del diseño del pie de la estructura (dique permeable) o desde el punto de vista de renovación de agua (campo de algas).

PROCEDIMIENTO TEÓRICO

Problema de primer orden

Se considera la interacción de un tren lineal de ondas de período T con un medio o elemento disipativo isótropo, ya sea emergido (profundidad h) o sumergido (profundidad ah), de anchura b entre dos regiones semiinfinitas de agua de profundidad constante h (Figura 1). Se asume fluido incompresible y movimiento irrotacional tanto en el medio fluido como en el medio disipativo, pudiéndose definir un potencial de velocidades Φ en cada región. El tren de ondas que incide oblicuamente con un ángulo θ sobre el elemento, aguas arriba (región 1), se refleja y transmite parcialmente. En el interior del medio disipativo (región 2) la amplitud de la onda 'a' va decayendo a medida que se propaga a través del medio. Al final de éste, aguas abajo (región 3), parte de la onda se refleja hacia el interior del mismo y parte se transmite hacia la región semiinfinita de agua a sotavento del medio disipativo. En su interior las ondas transmitida y reflejada se vuelven a reflejar y transmitir hasta que se consigue el equilibrio (igualdad de presión y de flujo horizontal) en las dos caras de la estructura disipativa.

La propagación de una onda sobre un medio poroso disipativo y reflejante depende de la porosidad, ϵ , el coeficiente de masa añadida, s , la permeabilidad intrínseca,

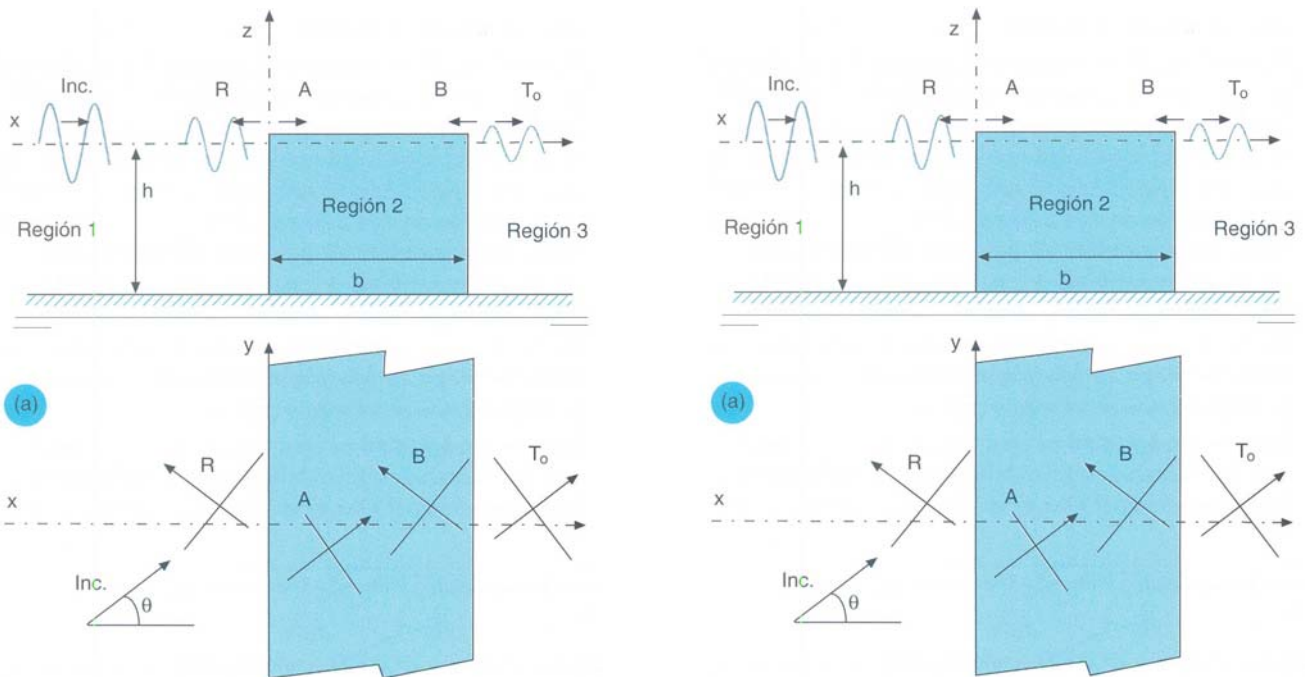


Figura 1. Esquema del problema de contorno en (a) medio disipativo emergido y (b) medio disipativo sumergido

K_p y el coeficiente de resistencia específica, C_f . La fricción se representa a través de un parámetro f (D en el campo de algas).

El problema de primer orden es un problema de contorno que ha sido resuelto en numerosas ocasiones basándose en el Método de Desarrollo en Serie de Autofunciones (MDSA), Dalrymple et al. (1991), Losada et al. (1996), Méndez (1997). Este método permite plantear un sistema de ecuaciones a partir de la compatibilización de los flujos de masa y de cantidad de movimiento en las interfaces entre las regiones, obteniendo el coeficiente de reflexión, R , aguas arriba del elemento; el coeficiente de transmisión, T_o , aguas abajo; y los coeficientes A y B , de transmisión y reflexión dentro del medio disipativo, respectivamente.

Ecuación de la dispersión y sus raíces

En el medio fluido el movimiento oscilatorio satisface la ecuación de dispersión, $f(\sigma, h, k_o) = 0$, la cual liga la frecuencia angular de la onda, $\sigma = 2\pi/T$, con la profundidad, h , y el número de onda real, k_o . En el medio disipativo y reflejante la relación de dispersión es una función, $f(s, h, K_o, \{f_i\}, \alpha h) = 0$, que además de depender de σ, h y del número de onda complejo K_o , depende de la geometría, αh , y de los parámetros de fricción del medio, $\{f_i\}$. La parte real del número de onda, K_R , da la información de la parte progresiva de la onda y la parte imaginaria, K_I , la tasa de disipación de la onda. La forma de la función depende del problema de contorno, ecs. (14), (15) y (16).

Problema de segundo orden. Magnitudes promediadas

En este apartado se derivan las expresiones de las magnitudes promediadas flujo de masa euleriano y nivel medio de la superficie libre en cada región. Otras magnitudes promediadas (presión media en el fondo, tensor de radiación, flujo medio de energía, etc.) pueden encontrarse en Méndez (1997), tanto para el medio fluido como para el medio disipativo. La notación que se va a utilizar es la siguiente:

$$\frac{1}{T} \int_t^{t+T} (Magnitud) dt = \overline{Magnitud}$$

Transporte de masa Euleriano

La velocidad en la superficie libre es periódica, de magnitud mayor en la cresta que en el seno. Esta asimetría de velocidades provoca un flujo de agua de avance bajo la cresta mayor que de retroceso bajo el seno, el cual induce un flujo neto de masa promediado en un período en el sentido de propagación de la onda. La componente en la dirección del eje x del flujo de masa integrado en vertical y promediado en un período para un tren de ondas propagándose por cualquier medio se define como:

$$M_x = \int_0^\eta \overline{\rho u dz} = \rho (\overline{\Phi_x \eta})_{z=0} \quad (1)$$

Se puede obtener la expresión del flujo de masa, M_x , en cada región de estudio (1), (2) y (3), en el caso de que el

medio disipativo sea, por ejemplo, un dique poroso vertical, Losada et al. (1997a):

$$M_{1,x} = \frac{1}{2} \rho g a^2 \frac{q_o}{\sigma} \{I - RR^*\} \quad (2)$$

$$M_{2,x} = \frac{1}{2} \frac{\epsilon \rho g a^2}{\sigma} \left[(sQ_R - fQ_I) \left\{ AA^* e^{2Q_I x} - BB^* e^{-2Q_I(x-b)} \right\} + (sQ_I + fQ_R) i \left\{ AB^* e^{-iQ_R(2x-b)} - BA^* e^{iQ_R(2x-b)} \right\} e^{Q_I b} \right] \quad (3)$$

$$M_{3,x} = \frac{1}{2} \rho g a^2 \frac{q_o}{\sigma} \{TT_o^*\} \quad (4)$$

donde (*) significa complejo conjugado, ρ es la densidad, $q_o = \sqrt{k_o^2 - \lambda^2}$ es el número de onda en el medio fluido en la dirección $x, \lambda = k_o \sin \theta$ es el número de onda en la dirección $y, Q_o = \sqrt{K_o^2 - \lambda^2} = Q_R - Q_I i$ es el número de onda en la dirección x en el medio disipativo y el subíndice indica la región.

Obsérvese que en la expresión del flujo de masa en el medio disipativo, ec. (3), aparecen explícitos los parámetros que modelan dicho medio. Además, analizando la estructura de la expresión se puede observar los dos fenómenos que se están analizando: disipación proporcional a $e^{2Q_I x}$ y modulación proporcional $e^{i2Q_R x}$. En las interfaces se puede comprobar que se cumple la continuidad del flujo de masa: $M_{1,x} = M_{2,x}$ en $x = 0$ y $M_{2,x} = M_{3,x}$ en $x = b$, presentando la solución en las regiones (1) y (3) un valor constante función de los coeficientes de reflexión R y de transmisión T_o .

Nivel medio de la superficie libre

Para obtener la magnitud nivel medio $\bar{\eta}$ en el medio fluido se parte de la ecuación de Bernoulli aplicada en $z = \eta$. Desarrollando en serie de Taylor alrededor de $z = 0$, promediando en un período de la onda y tras varias operaciones algebraicas se llega a la siguiente expresión del nivel medio:

$$\bar{\eta} = -\frac{1}{2g} \left[\overline{\Phi_x^2} + \overline{\Phi_y^2} - \overline{\Phi_z^2} \right]_{z=0} + \frac{\overline{C(t)}}{g} \quad (5)$$

donde $\overline{C(t)}$ es la constante de Bernoulli promediada.

En el campo de algas la expresión del nivel medio es similar a la del medio fluido, si bien los potenciales están afectados de un parámetro de fricción D característico del medio natural, (Kobayashi et al., 1991). Para incidencia normal resulta, (Méndez, 1997):

$$\bar{\eta} = -\frac{1}{2g} \left[\left(\frac{\sigma}{\sigma - iD} \right)^2 \overline{\Phi_x^2} - \overline{\Phi_z^2} \right]_{z=0} + \frac{\overline{C(t)}}{g} \quad (6)$$

En el caso del dique poroso vertical y aceptando la teoría de Sollitt y Cross (1972), el nivel medio está afectado por s , (Losada et al., 1997a):

$$\bar{\eta} = -\frac{s}{2g} \left[\overline{\Phi_x^2} + \overline{\Phi_y^2} - \overline{\Phi_z^2} \right]_{z=0} + \frac{\overline{C(t)}}{g} \quad (7)$$

Aguas arriba del elemento disipativo se obtiene, (Losada *et al.*, 1997a):

$$\bar{\eta} = -\frac{1}{2} \frac{a^2 k_o}{\sinh 2k_o h} - \frac{1}{2} \frac{a^2 k_o}{\sinh 2k_o h} RR^* + \frac{a^2 k_o [\cos 2\theta \cosh^2 k_o h - \sinh^2 k_o h]}{2 \sinh 2k_o h} \cdot (8) \cdot \{R^* e^{-2iq_o x} + R e^{2iq_o x}\} + \frac{\overline{C_1(t)}}{g}$$

De forma análoga al caso del flujo de masa, en esta expresión se puede distinguir una parte asociada al tren de ondas incidente y otra al tren de ondas reflejado. Además, existe una tercera asociada a la interacción entre los dos trenes, la cual produce una modulación del nivel medio de longitud de onda π/q_o .

En el caso de que el elemento disipativo sea, por ejemplo, un dique poroso sumergido, la expresión del nivel medio es, Méndez (1997):

$$\bar{\eta} = -\frac{1}{4g} \left(\frac{ga}{\sigma}\right)^2 \left[\left(\lambda^2 + |Q_o|^2 - \left| K_o \frac{\sinh K_o h - F_o \cosh K_o h}{\cosh K_o h - F_o \sinh K_o h} \right|^2 \right) \cdot \{AA^* e^{2Q_I x} + BB^* e^{-2Q_I(x-b)}\} + \left(\lambda^2 - |Q_o|^2 - \left| K_o \frac{\sinh K_o h - F_o \cosh K_o h}{\cosh K_o h - F_o \sinh K_o h} \right|^2 \right) \cdot \{AB^* e^{-iQ_R(2x-b)} + BA^* e^{iQ_R(2x-b)}\} e^{Q_I b} \right] + \frac{\overline{C_2(t)}}{g} \quad (9)$$

donde

$$F_o = \left(1 - \frac{\varepsilon}{s - if} \right) \frac{\tanh K_o \alpha h}{1 - \left(\frac{\varepsilon}{s - if} \right) \tanh^2 K_o \alpha h} \quad (10)$$

Las constantes promediadas, $\overline{C_1(t)}$, $\overline{C_1(t)}$ y $\overline{C_1(t)}$ (constante de Bernoulli aguas abajo del medio disipativo), se pueden obtener a partir de la condición de continuidad del nivel medio en las interfaces, (Méndez, 1997).

Problema de segundo orden. Teoría de la función de corriente media

El flujo de masa debido al movimiento oscilatorio, aguas arriba de un medio disipativo, tiene un valor constante, ec. (2). En su paso por el elemento, el flujo de masa presenta una disminución y una modulación espacial, ec. (3),

y se transforma, aguas abajo, en otra cantidad constante, ec. (4). Esta variación del flujo de masa induce un flujo neto con sentido vertical descendente que retorna hacia aguas arriba del elemento disipativo. En este apartado se obtiene la estructura vertical del flujo medio en un elemento disipativo a través de la resolución del problema de contorno de segundo orden de la función de corriente media, $\bar{\psi}$. La teoría de la función de corriente, en general, sólo es válida para flujos bidimensionales. Por tanto, su aplicación se reducirá a incidencia normal del tren de ondas. A partir de $\bar{\psi}$ se puede definir las componentes de la velocidad media .

$$\vec{u} = \bar{u} \vec{i} + \bar{w} \vec{k} = -\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial z} \vec{i} + \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial x} \vec{k}$$

La magnitud y dirección del campo de velocidades medio dependerá de las características de la onda incidente y de la geometría a y forma de disipación del medio.

Problema de contorno

Se resuelve el problema de contorno definido en la Figura 1, a partir de la ecuación de Laplace $\nabla^2 \bar{\psi} = 0$ (vorticidad nula $\vec{\omega} = \vec{0}$) y de las condiciones de contorno necesarias: flujo medio vertical nulo tanto en la superficie libre como en el fondo en todas las regiones excepto en la superficie libre en la región del medio disipativo en la cual se debe cumplir (véase Méndez, 1997):

$$\bar{w} = \left[\frac{\partial u \bar{\eta}}{\partial x} \right]_{z=0}$$

Resolución del problema de contorno

Se acepta la técnica de separación de variables, siendo la solución en cada región el producto de $X_i(x)Z_i(z)$. El problema de contorno se resuelve aplicando el balance de flujo de masa en las interfaces y las condiciones de compatibilidad. Tras varias operaciones se puede obtener, para el caso de un elemento disipativo emergido, las expresiones de las funciones de corriente en cada región tomando el fondo $z = -h$ como nivel de referencia y asumiendo un valor nulo de la función de corriente media, $\bar{\psi}_1(x, -h) = \bar{\psi}_2(x, -h) = \bar{\psi}_3(x, -h) = 0$.

$$\bar{\psi}_1(x, z) = (U_1 - U_3)(z + h) + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \text{sen} \frac{n\pi}{h} (h + z) e^{\frac{n\pi}{h} x} \quad (11)$$

en donde U_1 y U_3 son las velocidades medias en las regiones 1 y 3: $U_i = \frac{M_{i,x}}{\rho h}$

$$\bar{\psi}_3(x, z) = \sum_{n=1}^{\infty} D_n \text{sen} \frac{n\pi}{h} (h + z) e^{\frac{n\pi}{h} x} \quad (12)$$

En el caso de que el elemento disipativo fuese un campo de algas emergido, la expresión de la función de corriente media es, (Méndez, 1997):

$$\begin{aligned} \bar{\Psi}_2(x, z) = & \frac{1}{2} \frac{a^2 g}{\sigma^2 + D^2} (\sigma K_R - DK_I) \frac{\text{sen } 2K_I (h+z)}{\text{sen } 2K_I h} \\ & \left\{ |A|^2 e^{2K_I x} - |B|^2 e^{-2K_I (x-b)} \right\} + \\ & + \frac{a^2 g}{\sigma^2 + D^2} (\sigma K_I + DK_R) e^{K_I b} \frac{\text{senh } 2K_R (h+z)}{\text{senh } 2K_R h} \\ & \cdot \{ \cos K_R (2x-b) [A_R B_I - A_I B_R] + \\ & + \text{sen } K_R (2x-b) [A_R B_R + A_I B_I] \} - U_3 (z+h) \end{aligned} \quad (13)$$

En la estructura de la solución se pueden distinguir tres partes: (1) amortiguación en x y modulación en z proporcional a $2K_I$, (2) modulación en x y ley hiperbólica en z proporcional a $2K_R$ y (3) una corriente neta U_3 para satisfacer la condición de balance de flujo de masa.

Los coeficientes C_n y D_n se determinan a partir de las condiciones de compatibilidad en las interfaces, Méndez (1997). Conocida $\bar{\Psi}$, se puede obtener el esquema de líneas de corriente inducido por el medio disipativo o el campo de velocidades medias en cualquier punto del dominio.

RESULTADOS TEÓRICOS

Elementos disipativos artificiales. Dique permeable emergido y sumergido

En este apartado se presentan dos ejemplos de variaciones de magnitudes de segundo orden en diques (flujo de masa en dique emergido y nivel medio en dique sumergido). Las variables representadas se han adimensionalizado con valores característicos de las magnitudes analizadas. Posteriormente, en la siguiente sección se presentarán los resultados de la validación experimental.

Las propiedades intrínsecas de un medio poroso continuo son la porosidad, ϵ , el coeficiente de masa añadida, s , la permeabilidad intrínseca, K_p y el coeficiente de resistencia específica, C_f . El flujo en dicho medio está afectado por una fricción no lineal que se representa por una ley cuadrática tipo Forchheimer. Esta fricción puede linealizarse a través del coeficiente f , obtenido a partir de la hipótesis de trabajo equivalente de Lorentz, Sollitt y Cross (1972). A partir de esta teoría se obtiene la relación de dispersión para una onda lineal propagándose por un medio poroso emergido:

$$\sigma^2 (s - if) = gK_o \tanh K_o h \quad (14)$$

Por otro lado, para una onda lineal propagándose sobre un lecho poroso, la relación de dispersión es, (Losada, 1991):

$$\sigma^2 - gK_o \tanh K_o h = F_o (\sigma^2 \tanh K_o h - gK_o) \quad (15)$$

donde F_o ya fue definido anteriormente, ec. (10). El sentido físico de las ecs. (14) y (15) ya fue comentado en el

apartado con el epígrafe *Ecuación de la dispersión y sus raíces*.

Flujo de masa euleriano en un dique poroso vertical

En la *Figura 2* se muestra la evolución a lo largo de la estructura del flujo de masa para tres materiales de las siguientes características:

Material	D ₅₀	ε	K _p	C _r	f
1	6.0 cm	0.390	3.7·10 ⁻⁷ m ²	0.332	1.25
2	2.5 cm	0.442	1.9·10 ⁻⁷ m ²	0.270	1.87
3	1.2 cm	0.468	0.9·10 ⁻⁷ m ²	0.380	3.5

En la *Figura 2* se presenta el resultado para un caso teórico que tiene las siguientes características:

$$a=0.01 \text{ m, } h=1 \text{ m, } b/h=1, k_o h=0.90 \text{ y } \theta=30^\circ.$$

Se puede observar, para los tres materiales, cómo el flujo de masa decae a lo largo del medio poroso. Se observa igualmente la compatibilidad en las interfaces. Se puede apreciar que el factor determinante de los materiales es la permeabilidad intrínseca, K_p . A mayor permeabilidad, mayor es la transmisión en el medio poroso y, por tanto, menor es la reflexión. Consiguientemente, el material 1 (de mayor permeabilidad) es el material que transmite más flujo de masa.

Por otra parte, cuanto mayor es la fricción, mayor es la reflexión. Así, por ejemplo, el material 3 ($f=3.5$) es el que refleja más energía aguas arriba. Esto se traduce en una reducción del flujo de masa, ya que a mayor reflexión menor es esta magnitud.

Nivel medio de la superficie libre en un dique sumergido permeable

En la *Figura 3* se muestra la variación del nivel medio, delante de la estructura, a lo largo de la misma y tras ella, para distintos ángulos de incidencia y en un caso con las siguientes características: $b/h = 3$, $k_o h = 0.90$, $h=1 \text{ m}$, $a = 0.01 \text{ m}$ y $\alpha = 0.5$ para el Material 1 y con tres distintas condiciones de contorno aguas abajo: dique finito 3(a), dique finito con pared impermeable 3(b) y dique semiinfinito 3(c).

En el medio fluido aguas arriba de la estructura se produce una modulación de la envolvente de altura de ola de longitud de onda π/q_o que produce una variación espacial del tensor de radiación. Para equilibrar esta fuerza se genera una variación del nivel medio, la cual presenta la misma modulación. Además, cuanto más oblicua es la incidencia, la reflexión es menor y, consiguientemente, la modulación que se produce es más atenuada.

Sobre la región porosa, en la *Figura 3(a)*, la tendencia general es una variación del nivel medio, presentando un mínimo en $x = 0$ y un máximo relativo en $x = b$. La disminución de la altura de ola a lo largo del medio poroso induce un desequilibrio del tensor de radiación que se traduce en un ascenso relativo del nivel medio

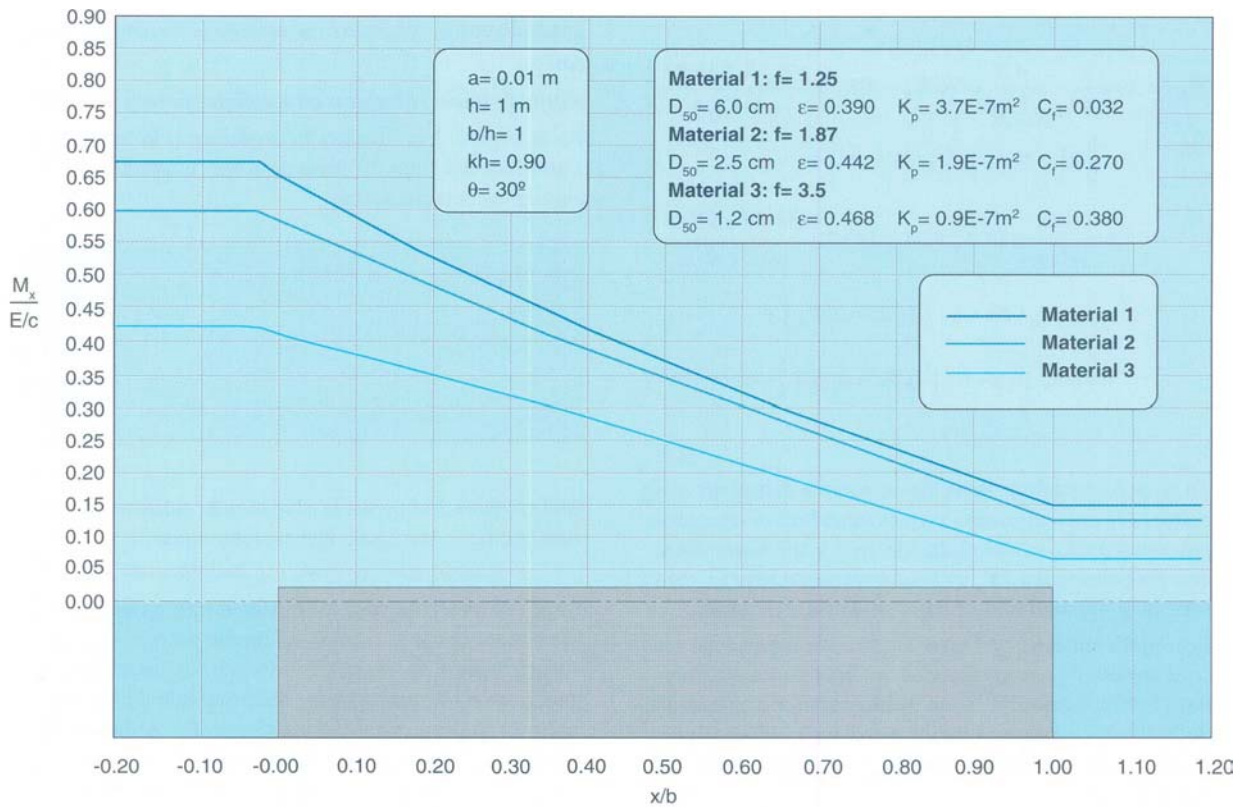


Figura 2. Variación del flujo de masa euleriano a través de un dique emergido permeable

(set-up). El sistema de ondas cuasiestacionarias que se forma en la estructura provoca una modulación del nivel medio con longitud de onda π/Q_R (al estar en el medio poroso se debe tomar la parte real del número de onda en la dirección x). Esta modulación se atenúa al aumentar el ángulo de incidencia. El comportamiento es similar en la gráfica 3(b), si bien en esta ocasión el ascenso relativo del nivel medio es más acentuado. Se aprecia, además, que en la pared impermeable el nivel medio presenta un máximo, es decir, $\frac{\partial \bar{\eta}}{\partial x} = 0$

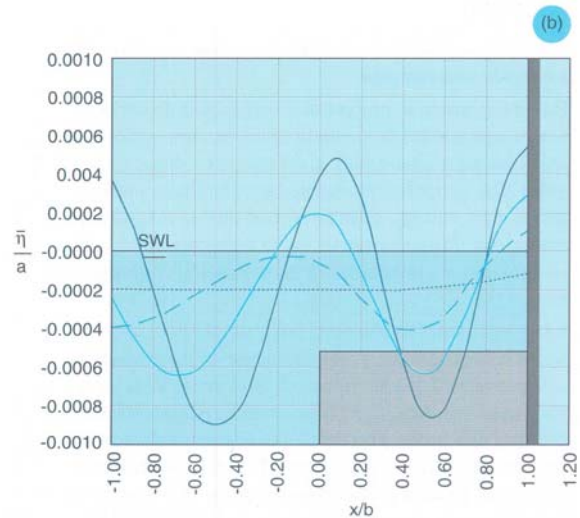
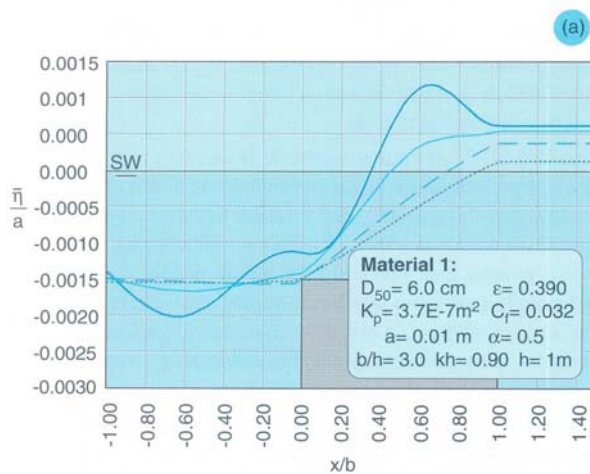
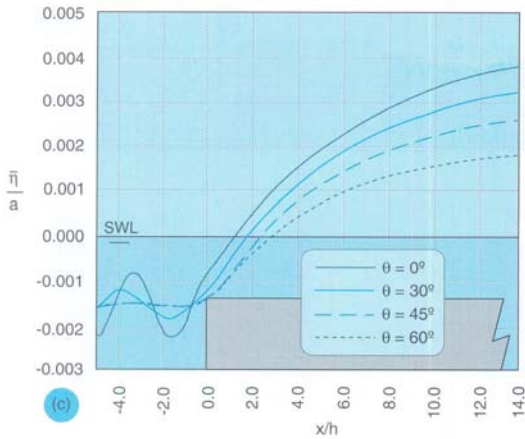


Figura 3. Variación del nivel medio de la superficie libre en: un dique sumergido permeable finito (a), finito con pared impermeable (b) y semiinfinito 9(c)

Esto quiere decir que en la pared se está formando un antinodo, al igual que se produce en la solución de primer orden.

Aguas abajo de la estructura, Figuras 3(a) y 3(b), se produce un nivel medio constante, que es el debido a la onda transmitida, estando condicionado dicho nivel por la estructura. Al existir tan solo una onda progresiva, en esta región no se produce modulación alguna. Cuanto más oblicuo es el tren de ondas incidente, menor es la transmisión y, por tanto, menor es la variación del nivel medio.



En la Figura 3(c) se puede comprobar que la solución varía exponencialmente con $e^{2\theta x}$, por lo cual el nivel medio se amortigua hasta hacerse constante en $x \rightarrow \infty$.

Función de corriente

En la Figura 4 se muestra el esquema de líneas de corriente para dos resultados del problema de contorno en un dique finito. Las características de los casos presentados son las siguientes: $b/h = 1$, $k_o h = 0.34$, $\epsilon = 0.5$, con las siguientes fricciones $f=6$ y 12 . En el eje vertical se representa la coordenada vertical adimensionalizada z/h y en el eje horizontal x/b . La región del dique poroso se limita a $0 \leq x/b \leq 1$

y $-1 \leq z/h \leq 0$. Dalrymple *et al.* (1991) introduce el parámetro m , denominado admitancia de la estructura. Este parámetro,

$$m = \frac{\epsilon}{s - if} \frac{K_o}{k_o}$$

da una idea de las características hidráulicas de la estructura. En función de la admitancia, m , se obtienen diferentes patrones de líneas de corriente. Los casos presentados tienen los siguientes valores absolutos de las admitancias: 0.20 y 0.14 . En general, cuanto mayor es la fricción, menor es la admitancia de la estructura.

En las Figuras 4(a) y 4(b) se puede observar una corriente de retorno hacia aguas arriba de la estructura. En función de m este flujo de retorno es más o menos acusado. A medida que se disminuye la admitancia, el gradiente negativo de altura de ola aumenta. Cuando mayor sea este gradiente, mayor es la velocidad media vertical al comienzo de la estructura. En la gráfica 4(b) se observa una acumulación de líneas de corriente en la zona más cercana a la interfaz. Es decir, existe una acusada corriente media en sentido descendente en el principio de la estructura. Por otro lado, cercano al pie de la estructura, las líneas de corriente también se acumulan, produciendo una fuerte corriente de retorno. Por otro lado, la región 3 no se ve prácticamente afectada por el dique en el esquema de la circulación media.

En la Figura 4(c) se muestran, a nivel cualitativo, varios perfiles de velocidad horizontal media correspondientes a distintos valores del parámetro m . Se puede

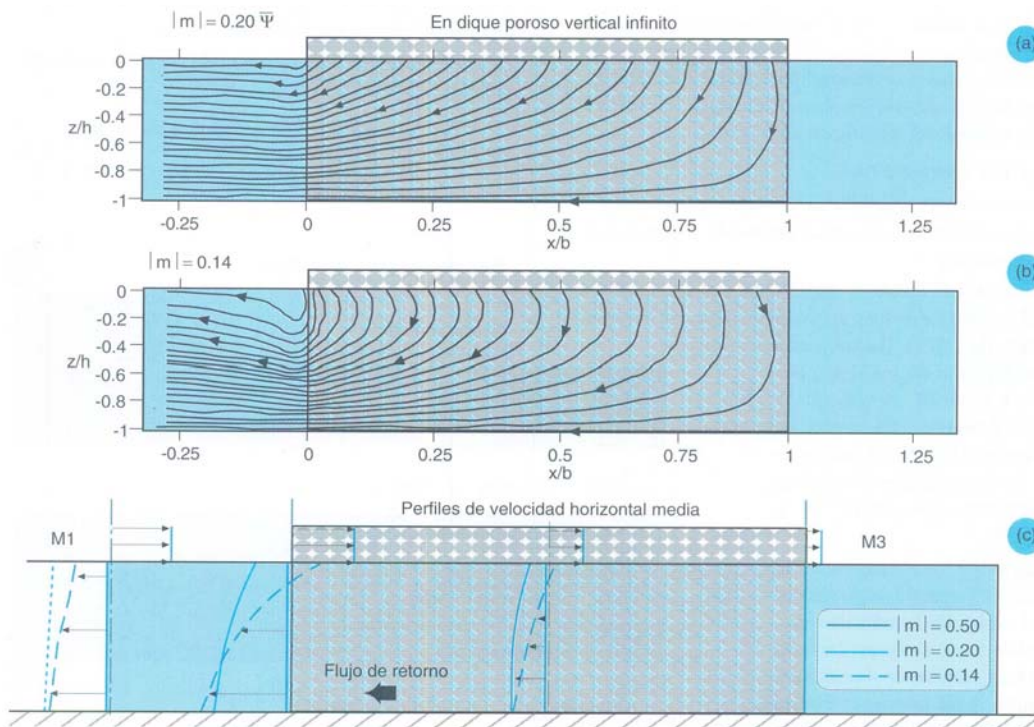


Figura 4. Función de corriente media en dique permeable vertical finito

observar, para el caso con $|m|=0.50$, la mínima influencia del dique poroso (flujo horizontal medio mínimo). A medida que disminuye la admitancia de la estructura, se aprecia un mayor flujo de retorno, debido al mayor decaimiento del flujo de masa en $z=0$. El caso con menor admitancia presenta la mayor curvatura en el perfil de flujo de retorno, distinguiéndose incluso un flujo contrario al de retorno en la parte superior del dique. Además, se ha representado el flujo de masa euleriano en la superficie libre, apreciándose la disminución del mismo a lo largo de la estructura.

En la Figura 5 se muestran dos casos que pretenden modelar distintos fenómenos: en la Figura 5(a) se está modelando, a partir de la teoría de la función de corriente media para un dique emergido con pared impermeable, el esquema de circulaciones medias inducido por la protección de un paseo marítimo ($x=b$ es una línea de corriente). Por otra parte, en la Figura 5(b) se está modelando el vaciado de una playa macromareal a través de la función de corriente media para un dique poroso sumergido semiinfinito. En este caso se ha modificado la condición en $x=b \rightarrow \infty$. Aunque no se observa claramente en las gráficas, una de las líneas de corriente es la que viene desde la pared en $x \rightarrow \infty$ y regresa por el fondo $z = -h$. El esquema de líneas de corriente muestra un retroceso del flujo hacia aguas arriba del macizo poroso. La validez de la solución está acotada para la zona de macizo poroso sumergido (nivel medio por encima del medio poroso).

Aplicación a un caso real

Se plantea en este apartado un hipotético caso real en el cual se diseña un dique vertical poroso de las características siguientes:

tren de ondas de altura de ola $H=2$ m, periodo de $T=16$ s, profundidad de $h=6$ m, anchura del dique de $b=12$ m, escollera de 200 kg (tamaño medio del material $D_{50}=42$ cm y porosidad $\epsilon=0.40$). A partir de diversas formulaciones empíricas, p.e. van Gent (1995), se puede obtener las propiedades hidráulicas del material: $K_p=3.26 \cdot 10^{-5} m^2$ y $C_f = 0.226$.

Aplicando la formulación de la función de corriente se puede obtener la velocidad media de retorno en la cara de aguas arriba de la estructura, resultando 4 cm/s a pie de dique. Esta corriente podría ayudar a la erosión del pie de la estructura.

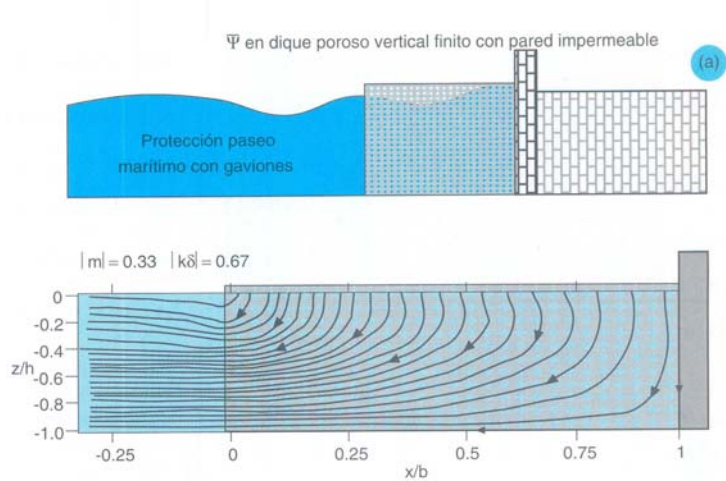


Figura 5a. Función de corriente media en dique poroso vertical finito con pared impermeable

Elementos disipativos naturales. Campo de algas emergido y sumergido

En este apartado se presentan dos ejemplos de variaciones de magnitudes de segundo orden en un campo de algas sumergidas (flujo de masa y nivel medio).

La disipación en el medio natural está inducida por la fuerza de arrastre que sufre el alga por acción del flujo. Esta fuerza depende de las características geométricas del campo de algas y es proporcional al cuadrado de la velocidad. Kobayashi et al. (1991) linealiza esta fuerza a través del parámetro D. Para dar generalidad a la fricción, se adimensionaliza D con $\Lambda = D/2s$.

Para un campo de algas sumergido, la relación de dispersión es, Kobayashi et al. (1991):

$$\sigma^2 = gK_o \frac{K_o \tanh[K_o(h - \alpha h)] + \gamma_o \tanh[\gamma_o \alpha h]}{K_o + \gamma_o \tanh[\gamma_o \alpha h] \tanh[K_o(h - \alpha h)]} \quad (16)$$

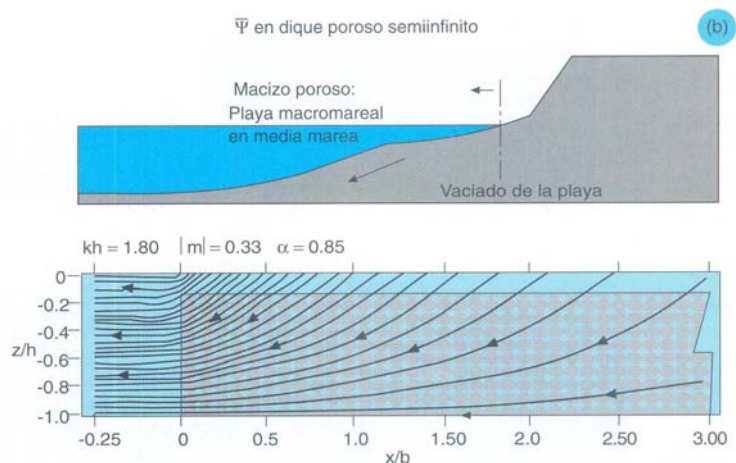


Figura 5b. Función de corriente media en dique sumergido semiinfinito

siendo $\gamma_o^2 = \frac{\sigma}{\sigma - iD} K_o^2$. Si el campo de algas llega a la

superficie, $a = 1$, se obtiene la relación de dispersión de un campo de algas emergido.

Nivel medio de la superficie libre en un campo de algas sumergido

En la Figura 6(a) se muestra la variación del nivel medio del mar para un caso definido por un clima marítimo con $H = 2\text{ m}$, $T = 10\text{ s}$, una profundidad de $h = 6\text{ m}$ y un campo de algas sumergido con una anchura de $b = 20\text{ m}$, una anchura del alga de $b' = 0.1\text{ m}$ y una densidad $N = 200\text{ algas/m}^2$. El parámetro que se deja libre es la altura del campo de algas, αh . En el eje vertical se representa el nivel medio del mar adimensionalizado con el parámetro $a^2 k_o$.

Se observa la mayor variación del nivel medio a medida que aumenta el espesor de las algas. Este comportamiento es similar al que se produce en la zona de rompientes (en 2D): la disipación por rotura de la ola induce un aumento del gradiente del tensor de radiación; para equilibrar esta fuerza se produce un ascenso del nivel medio del mar (set-up). Por tanto, cuanto más acusada sea la disipación mayor es el gradiente de altura de ola y mayor es la variación del nivel medio.

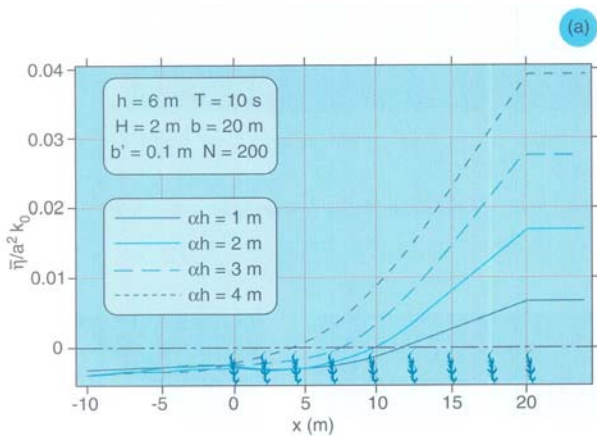


Figura 6a. Campo de algas finito: variación del nivel medio

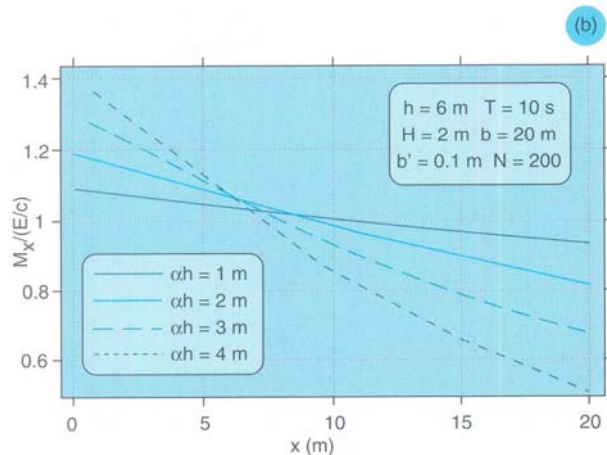


Figura 6b. Campo de algas finito: variación del flujo de masa

Flujo de masa euleriano en un campo de algas sumergido

En la Figura 6(b) se muestra, para el ejemplo de la Figura 6(a), la evolución del flujo de masa a lo largo del campo de algas variando el espesor de las algas desde $\alpha h = 1\text{ m}$ hasta $\alpha h = 4\text{ m}$. Se observa cómo, a medida que aumenta el espesor de las algas, se produce una más rápida disminución del flujo de masa a lo largo de la vegetación: la parte imaginaria del número de onda, K_i , crece a medida que aumenta la altura de las algas e induce una mayor disipación de la energía y, consecuentemente, de todas las cantidades.

Función de corriente en un campo de algas

En la Figura 7 se representa el esquema de líneas de corriente del campo de velocidades medio para el siguiente caso: $k_o h = 0.72$, $b/h = 20$ y $\Lambda = 0.19$. Se presenta el resultado para tres geometrías: (a) campo de algas emergido finito, (z) sumergido finito, $\alpha = 0.75$ y (c) sumergido semiinfinito, $\alpha = 0.2$. En todos ellos se puede observar una concentración de las líneas de corriente hacia aguas arriba del campo de algas. La corriente de retorno que se produce es importante desde el punto de vista biológico, ya que la renovación de agua que se produce puede ser un parámetro fundamental en la zonificación de las algas en el medio marino.

VALIDACIÓN EXPERIMENTAL

De entre los ensayos de validación experimental que se han realizado, se presentan en este artículo el de nivel medio de la superficie en un dique sumergido y el de flujo de retorno.

Ensayo de nivel medio de la superficie en un dique sumergido

Las características del canal de oleaje fueron descritas en Méndez (1997). La estructura tiene 0.8 m de anchura en la dirección del canal, 0.385 m de altura y 1.0 m de anchura transversalmente al canal. La estructura permeable está formada por un mallazo externo para evitar el movimiento del material. Éste tiene una porosidad de $\epsilon = 0.52$ y un tamaño medio de $D_{50} = 2.09\text{ cm}$. En la Figura 8 se muestra un croquis de la geometría y la disposición de los sensores de medida de superficie libre. Los ensayos se realizaron durante un tiempo de 120 segundos de toma de datos, descartando los primeros 30 segundos . El nivel medio en cada sensor se obtiene promediando los 1200 últimos datos de cada ensayo (a razón de 20 datos/segundo). En la siguiente tabla se muestra los casos que se realizaron:

Período	H _{programada}	H _{real}	L	k _o	k _o h
1.4s	2.8cm	2.53 cm	2.53m	2.48 m ⁻¹	1.2
1.2s	2.0cm	1.96 cm	2.02m	3.10m ⁻¹	1.5

En la Figura 8 se muestra los resultados experimentales conjuntamente con la curva obtenida a partir del modelo teórico. En dicha figura se puede observar la modula-

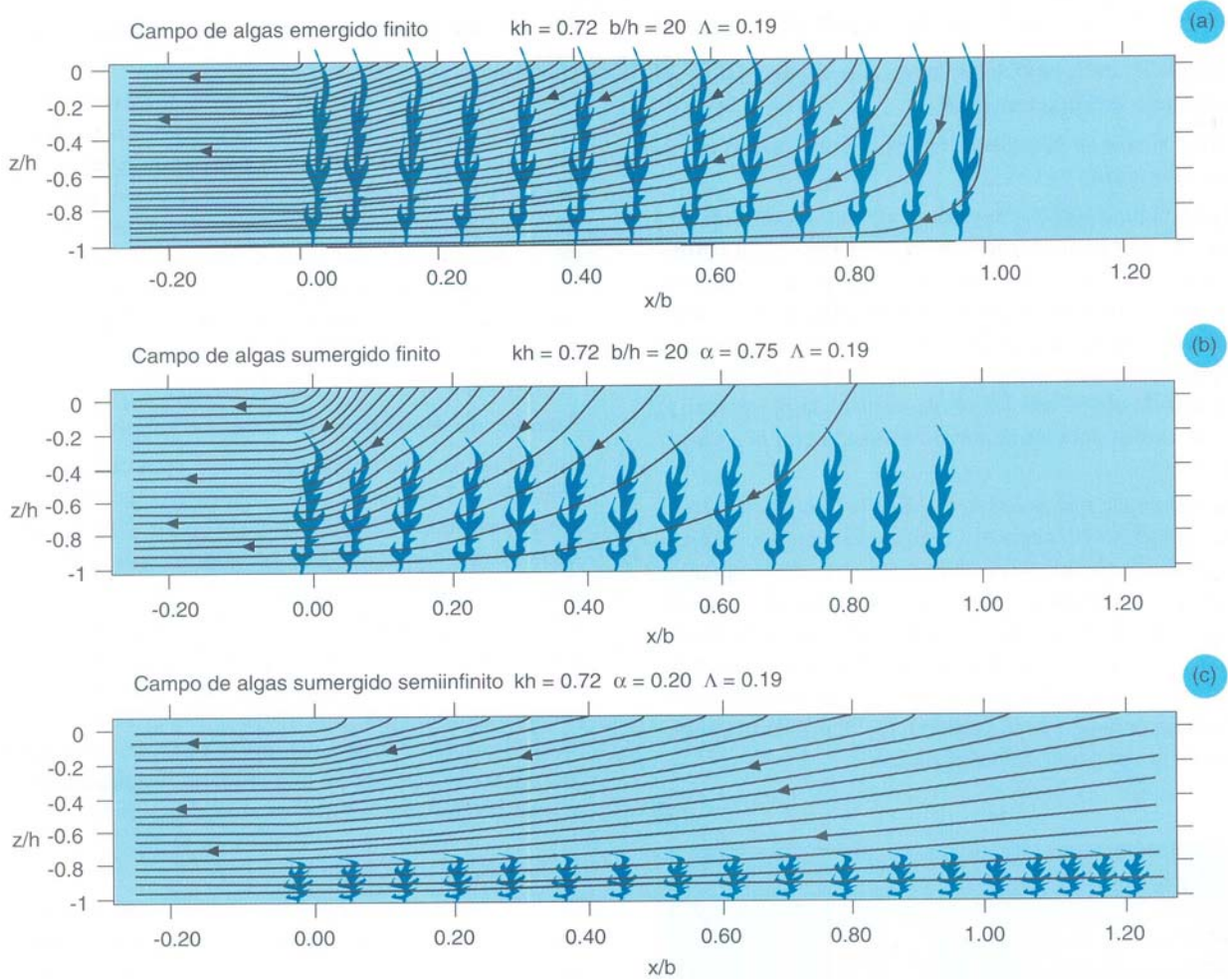


Figura 7. Función de corriente media en un campo de algas (a) emergido finito, (b) sumergido finito y (c) sumergido semiinfinito

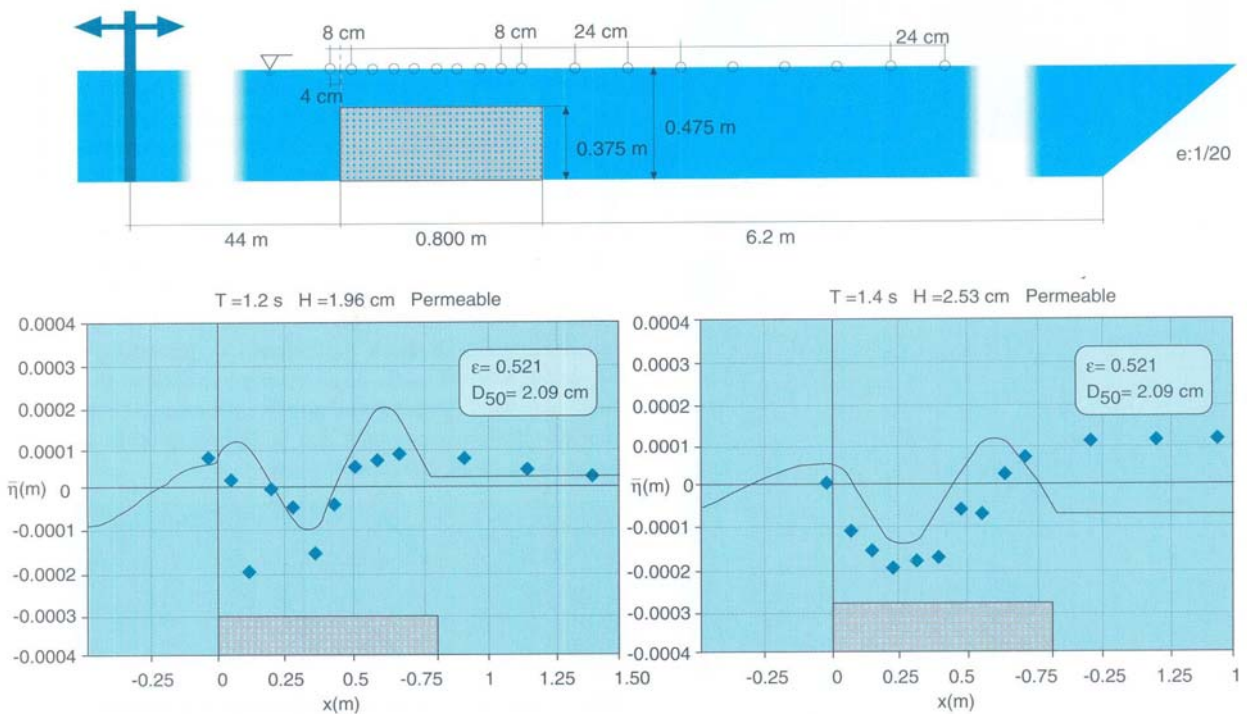


Figura 8. Ensayo de nivel medio en un dique sumergido permeable.

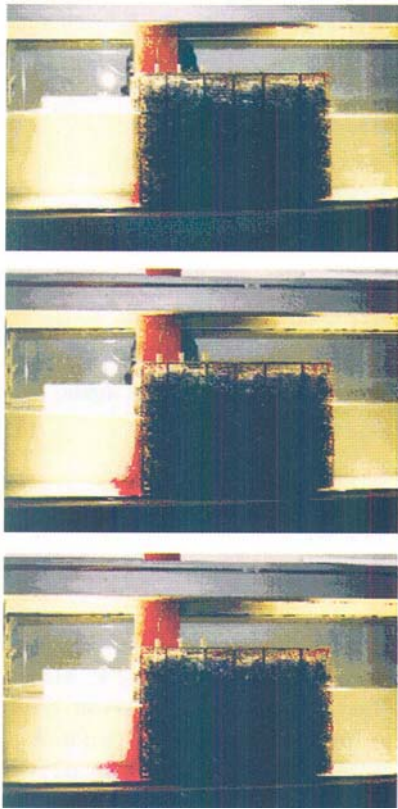


Figura 9a. Flujo de retorno en dique emergido:
 $H = 0.04\text{m}$ $T = 1.5\text{s}$ $h = 0.35\text{m}$

ción del nivel medio a lo largo de la estructura y la disminución del mismo en el inicio de la estructura para, posteriormente, aumentar por encima del nivel medio en reposo.

Hay un buen acuerdo entre ambas soluciones, teórica y experimental. Las diferencias pueden deberse a la existencia de armónicos, (Losada *et al.*, 1997b) y a la condición de contorno al final del canal. Por otra parte, debe tenerse en cuenta que las variaciones de nivel medio observadas son del orden de la décima de milímetro.

Ensayo deflujo de retorno

Las características del canal de oleaje fueron descritas en Vidal *et al.* (1997). Al final del canal se ha dispuesto una placa metálica horizontal de porosidad variable para absorber la energía del oleaje que transmite el medio disipativo. La estructura emergida tiene 0.76 m de anchura en la dirección del canal, 0.50 m de altura y 0.56 m de anchura transversalmente al canal (la estructura sumergida $0.76\text{ m} \times 0.38\text{ m} \times 0.56\text{ m}$). Las estructuras permeables están recubiertas por un mallazo externo para evitar el movimiento del material. Dicho material tiene una porosidad de $\varepsilon = 0.5$ y un diámetro medio de $D_{50} = 3.0\text{ cm}$. Los ensayos se han realizado sobre una profundidad de $\varepsilon = 0.35\text{ m}$ para el dique emergido y $h = 0.55\text{ m}$ para el sumergido. Previamente a la ejecución del ensayo, se ha realizado el mismo sin la estructura con el objeto de conocer el flujo medio en el canal.

La experimentación se ha llevado a cabo con un período de $T = 1.5\text{ s}$ y altura de ola variable ($0.04\text{ m} < H < 0.10\text{ m}$).

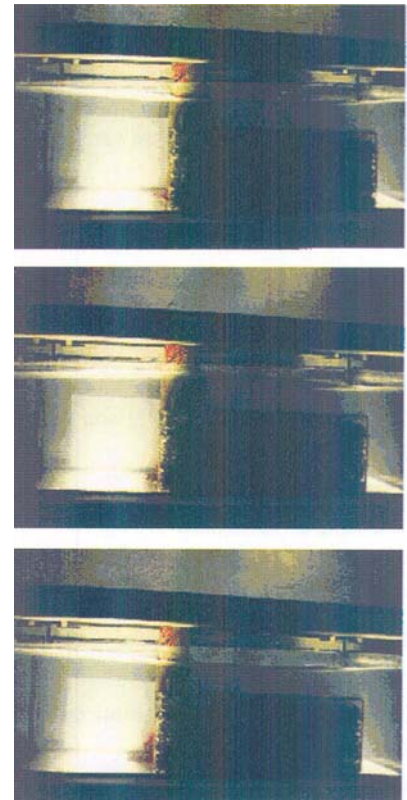


Figura 9b. Flujo de retorno en dique sumergido:
 $H = 0.05\text{m}$ $T = 1.5\text{s}$ $h = 0.55\text{m}$

El experimento consistió en la observación visual de un colorante rojo (*permanganato potásico*), que fue inyectado a varias profundidades en la estructura permeable. La inyección del tinte se realizó a través de tres tubos introducidos en cada estructura.

En todos los ensayos realizados se observó cómo el colorante salía a través de la interfaz de aguas arriba del dique permeable. En la *Figura 9* se observa en tres instantes consecutivos el movimiento de la mancha de colorante para el dique emergido, 9(a), y el dique sumergido, 9(b).

Al ser inyectado el colorante en el tubo más cercano a la interfaz de aguas arriba, la difusión que se produce es débil, observándose una fuerte coloración en el flujo de retorno. El esquema de líneas de corriente (fuerte corriente a pie de dique) es el mismo que predice el modelo teórico.

CONCLUSIONES

Se ha realizado un estudio teórico y experimental sobre la evolución de las cantidades de primer y segundo orden debidas a la propagación de un tren lineal de ondas monocromático sobre un medio disipativo y reflejante. En términos generales, los ensayos experimentales confirman los resultados del modelo teórico.

Se ha demostrado que cualquier estructura porosa reflejante y disipativa, tal como un campo de algas, un dique de escollera emergido o un dique sumergido, provoca una variación espacial del nivel medio y genera un flujo

de retorno que equilibra el balance medio de masa de agua transportada por el tren incidente. Esta corriente de retorno puede desempeñar un papel preponderante en la erosión del pie de un dique permeable y en la renovación de agua en el interior de un campo de algas.

LISTA DE SÍMBOLOS

- a : Amplitud de la onda
- A : Coeficiente de la onda transmitida en el medio disipativo
- b : Anchura del elemento estudiado
- b' : Anchura del alga
- B : Coeficiente de la onda reflejada en el medio disipativo
- c : Celeridad de la onda
- $C(t)$: Constante de Bernoulli
- C_f : Coeficiente de resistencia específica
- D : Coeficiente de fricción en el campo de algas
- D_{50} : Diámetro medio del material
- E : Energía de la onda
- f : Fricción linealizada de Lorentz en un medio poroso
- g : Aceleración de la gravedad
- h : Profundidad
- H : Altura de la onda
- i : Unidad imaginaria
- $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$: Vectores unitarios
- k_o : Número de onda en el medio fluido, $k_o = k$
- K_o : Número de onda en el medio disipativo
- K_R : Parte real del número de onda en el medio disipativo
- K_i : Parte imaginaria del número de onda en el medio disipativo
- K_p : Coeficiente de permeabilidad intrínseca
- m : Admitancia de la estructura
- M_x : Flujo de masa euleriano
- N : Número de algas por unidad de área
- P_{atm} : Presión atmosférica
- q_o : Número de onda en la dirección x en el medio fluido
- Q_o : Número de onda en el medio disipativo en la dirección x
- Q_R : Parte real de Q_o
- Q_i : Parte imaginaria de Q_o
- R : Coeficiente de reflexión $R = R_R + R_i$
- s : Factor de masa añadida
- t : Variable independiente temporal
- T_o : Coeficiente de transmisión $T_o = T + T_i$
- T : Período de la onda
- \vec{u} : Vector Velocidad $u = (u, v, w)$
- \bar{u} : Velocidad media horizontal
- \bar{w} : Velocidad media vertical

- x, y, z : Variables independientes espaciales
- $\bar{\alpha}$: Relación entre la altura del medio disipativo y la profundidad
- ∂ : Operador derivada parcial
- ε : Porosidad del medio poroso
- Φ : Función potencial
- $\bar{\Psi}$: Función de corriente media
- η : Superficie libre
- $\bar{\eta}$: Nivel medio de la superficie
- λ : Número de onda en la dirección y
- Λ : Fricción adimensional en el medio natural
- ρ : Densidad del medio fluido
- σ : Frecuencia angular de la onda
- θ : Ángulo de incidencia del tren de ondas con respecto al eje x
- ω : Vorticidad

REFERENCIAS

Dalrymple, R.A., M.A. Losada y P. Martin. (1991) *Reflection and transmission from porous structures under oblique wave attack*. Journal of Fluid Mechanics. Vol. 224, pp. 625-644.

Gent, M.R.A. van. (1995) Wave interaction with permeable coastal structures. Ph.D. Thesis. Delft University of Technology. 173 pp.

Kobayashi, N., A.W. Raichle y T. Asano. (1991) *Prediction of wave attenuation by vegetation and seaweed*. Research Report No. CACR-91-07, Center for Applied Coastal Research, University of Delaware, 55 pp.

Losada, I.J., R.A. Dalrymple y M.A. Losada. (1997a) *Wave-induced mean flows in breakwaters*. Re-mitido al Coastal Engineering. Elsevier.

Losada, I.J., M. Patterson y M.A. Losada. (1997b) *Harmonic generation past a submerged porous step*. Coastal Engineering. Elsevier. Vol. 31, pp. 281-304.

Losada, I.J., R. Silva y M.A. Losada. (1996) *3-D non-breaking regular wave interaction with submerged breakwaters*. Coastal Engineering. Elsevier. Vol. 28, pp. 229-248.

Losada, I.J. (1991) Estudio de la propagación de un tren lineal de ondas por un medio discontinuo. Tesis Doctoral. Universidad de Cantabria. 183 pp.

Méndez, F.J. 1997. Flujos medios inducidos por las ondas de gravedad en medios reflejantes y disipativos naturales o artificiales. Tesis Doctoral. Universidad de Cantabria. 343 pp.

Sollitt, C.K. y R.H. Cross. (1972) *Wave transmission through permeable breakwaters*. Proc. 13th Coastal Engineering Conference. ASCE. New York, N.Y. pp. 1827-1846.

Vidal, C., M.A. Losada y F.L. Martín. (1997) *Diseño y aplicaciones de un canal experimental de oleaje-corriente*. IV Jornadas Españolas de Ingeniería de Costas y Puertos. En prensa.