

ANÁLISIS COMPARATIVO DE TÉCNICAS DE ESTIMACIÓN DE AVENIDAS DE DISEÑO

Fabián Rivera Trejo¹ y Carlos Escalante Sandoval²

RESUMEN: Las avenidas extremas definidas tanto por su gasto de pico y su volumen total son de vital importancia para el diseño de los aprovechamientos hidráulicos, especialmente para las obras de control. En este trabajo se realiza un análisis comparativo de algunas técnicas utilizadas para estimar avenidas de diseño, desde la Mayoración de la avenida más adversa registrada, hasta una técnica de probabilidad multivariada, en la que las principales componentes de los hidrogramas registrados son modelados a través de una distribución de probabilidad bivariada. Estas técnicas se aplicaron en la estimación de avenidas de diseño en cuencas ubicadas en el Noroeste de México. De la comparación de resultados se concluye que la técnica multivariada representa la mejor alternativa para la estimación de avenidas de diseño.

INTRODUCCIÓN

Dada la necesidad de obtener avenidas de diseño cada vez más confiables, se han desarrollado diferentes técnicas de predicción, desde las más simples como la de Mayoración de la avenida más adversa (Domínguez *et al.*, 1980), hasta aquellas en que se utilizan distribuciones de probabilidad bivariada (Peagram and Deacon, 1992, Escalante, 1998a). La primera se basa en estimar el gasto de pico (Q_p) y con algún procedimiento adicional se construye el hidrograma correspondiente, con lo que se deja como variable secundaria al volumen total (V_t). Esta consideración no siempre es la mejor, pues en ocasiones es más importante conocer V_t que Q_p . Por ejemplo, en el diseño de una presa, la descarga máxima sobre el vertedor no solo depende de Q_p , sino también de V_t , la duración y la forma del hidrograma de entrada. Es por ello, que las técnicas que son capaces de modelar más de una de las componentes de los hidrogramas registrados (Q_p , V_t , tiempo pico t_p , tiempo base t_b , etc.) podrán proporcionar avenidas de diseño con una incertidumbre inherente más baja.

En este trabajo se hace una comparación entre algunos de los métodos utilizados para la estimación de avenidas de diseño como son:

- Mayoración (M)
- Avenidas de probabilidad seleccionada (APS)
- Avenidas mediante curvas de reducción (ACR)
- Técnica del Instituto de Ingeniería de la UNAM (II)
- Estimación conjunta bivariada (ECB).

A continuación se hará una breve descripción de estas técnicas.

MÉTODO DE MAYORACIÓN (M)

Este método es uno de los más populares y de mayor arraigo en México, debido a la rapidez y facilidad en su aplicación (Domínguez *et al.*, 1980). A partir del análisis de los gastos medios diarios se determina la máxima avenida registrada, la cual se puede considerar como la más adversa. El criterio para seleccionar dicha avenida puede tomar en cuenta el valor registrado más grande de Q_p , V_t o una combinación de ambos. Una vez seleccionada, se deberá obtener un hidrograma adimensional, donde cada ordenada será Q_o/Q_p para $o = 1$ hasta la duración d (horas o días). Con el objetivo de estimar los eventos de diseño para diferentes periodos de retorno (Q_T), se deberá realizar un análisis de frecuencias a los gastos máximos anuales y, mediante un criterio de bondad de ajuste, seleccionar aquella distribución de probabilidad que mejor describa el comportamiento de la muestra analizada. Finalmente, para obtener la avenida de diseño solo se requiere multiplicar las ordenadas Q_o/Q_p del hidrograma adimensional por el valor estimado de Q_T , obteniendo así una avenida con las mismas características de la más adversa registrada, solo que más grande (mayorada). Una desventaja de este método es que en algunas ocasiones la avenida propuesta como más adversa es superada al año siguiente, por lo que se presentan dudas sobre los pronósticos realizados.

AVENIDAS DE PROBABILIDAD SELECCIONADA (APS)

Peagram y Deacon (1992) propusieron un método para la estimación conjunta de Q_p y V_t que emplea la distribución de probabilidad Lognormal en su forma estandarizada. Las variables analizadas Q_p y V_t se transforman mediante la apli-

¹ Instituto de Ingeniería. UNAM. P.O. Box 70-472 -04510- Cd. Universitaria, México, D.F. México, email: jrt@pumas.iingen.unam.mx

² Facultad de Ingeniería. UNAM. P.O. Box 70-560 -04510- Cd. Universitaria, México, D.F. México, email: caes@servidor.unam.mx

Artículo publicado en *Ingeniería del Agua*. Vol. 6 Num.1 (marzo 1999), páginas 49-54, recibido el 16 de julio de 1998 y aceptado para su publicación el 12 de enero de 1999. Pueden ser remitidas discusiones sobre el artículo hasta seis meses después de la publicación del mismo. En el caso de ser aceptadas, las discusiones serán publicadas conjuntamente con la respuesta de los autores en el primer número de la revista que aparezca una vez transcurrido el plazo indicado.

cación de los logaritmos naturales y son llamadas por los autores como estandarizadas. Fijando el valor de Q_p , generaron una función de distribución condicional para V_t . El producto de este análisis es una tabla donde se representa la variación de V_t en función del valor de Q_p para tres diferentes combinaciones probabilísticas condicionales seleccionadas para V_t (25%, 50% y 75%) y diferentes valores del coeficiente de correlación r entre las variables Q_p y V_t (0.70, 0.75, 0.80, 0.85, 0.90 y 0.95) y los periodos de retorno $T= 50, 100, 500, 1000, 5000$ y 10000 años. La primera fase consiste en encontrar tres combinaciones $(Q_p \text{ y } V_t)_T$ para el periodo de retorno T (años) que le corresponde a la avenida registrada más adversa, bajo el criterio del Q_p más grande. Los hidrogramas se generan siguiendo la forma de la distribución Pearson tipo III (Hiemstra y Francis, 1979). Dado que se requiere encontrar la combinación probabilística condicional más adecuada entre Q_p y V_t , los tres hidrogramas se comparan con la avenida más adversa y se selecciona aquella que tenga la misma forma. Con la proporción definida entre Q_p y V_t es posible estimar la avenida de diseño para un periodo de retorno seleccionado.

AVENIDAS MEDIANTE CURVAS DE REDUCCIÓN (ACR)

El National Environment Research Council de Gran Bretaña (NERC, 1975) propuso un método para estimar avenidas, a través de la relación entre el promedio de los gastos medios máximos anuales con diferentes duraciones respecto al promedio de los gastos máximos anuales, ya sean instantáneos o diarios. Al dibujar la relación de los gastos, llamada tasa de reducción, contra la duración, se obtienen las curvas de reducción como se muestra en la *Figura 1*, a partir de las cuales es posible construir el hidrograma de la avenida de diseño al aplicar la formula siguiente:

$$Q_T = \left(\frac{Q_i}{\bar{Q}_i} \right)_T \cdot Q_{prom} \cdot r(d) \quad (1)$$

Donde (Q_i / \bar{Q}_i) es el valor estimado para un periodo retorno T , mediante el ajuste de la mejor distribución de probabilidad para cada sitio analizado. \bar{Q}_i es el promedio de los gastos máximos registrados $Q_i \cdot Q_{prom}$ se estima al ajustar los \bar{Q}_i a las características fisiográficas y/o climatológicas de los sitios en la región en estudio; $r(d)$ es la tasa de reducción que se obtiene de la *Figura 1*. En esta figura se aprecian ejemplos de curvas que corresponden a tres sitios diferentes dentro de una misma región hidrológica.

Para estimar el volumen total de la avenida de diseño se puede considerar que el hidrograma es del tipo triangular y los tiempos de pico (t_p) y base (t_b) son función del tiempo de concentración de la cuenca, el cual puede estimarse a través de la fórmula de Kirpich:

$$t_c = 0.000325 \cdot \frac{L^{0.77}}{S^{0.385}} \quad (2)$$

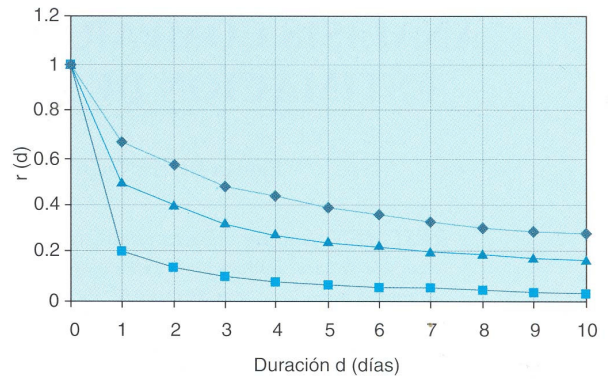


Figura 1. Ajuste de curvas típicas de reducción para cada sitio analizado

Donde t_c es el tiempo de concentración (h), L longitud del cauce principal (km) y S es la pendiente del cauce principal (km/km).

TÉCNICA DEL INSTITUTO DE INGENIERÍA DE LA UNAM (II)

El objetivo de éste método es la estimación de avenidas de diseño para distintos periodos de retorno a través de un análisis probabilístico de los gastos máximos de todos los años de registro (Vázquez, 1995). A la muestra de gastos diarios se le hace un análisis para obtener los gastos máximos anuales asociados a varias duraciones (d) en días. Estos valores se obtienen al considerar, para cada año, todos los grupos posibles de gastos medios diarios en d días consecutivos. Obtenidos los valores máximos anuales correspondientes a cada duración, se ajustan a diferentes distribuciones de probabilidad y se elige aquella que mejor se ajuste a la muestra de acuerdo con algún criterio de bondad de ajuste (Kite 1988). Para llevar a cabo este procedimiento en este trabajo se utilizó el paquete de cómputo FLODRO (Raynal y Escalante, 1992)

Una vez elegida la distribución de probabilidad que mejor ajusta a la muestra de datos, se calculan los gastos máximos para diferentes duraciones y periodos de retorno. A su vez, a éstos les corresponden gastos individuales (gastos diarios) para cada periodo, los cuales se calculan de las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} Q_1 &= Q_{med_1} \\ Q_2 &= 2 * Q_{med_2} - Q_1 \\ Q_3 &= 3 * Q_{med_3} - (Q_1 + Q_2) \\ &\vdots \\ Q_d &= d * Q_{med_d} - \left(\sum_{i=1}^{d-1} Q_i \right) \end{aligned} \quad (3)$$

donde Q_d es el gasto en el día d , Q_{med_d} es el gasto promedio máximo para una duración de d días.

Dado el procedimiento de cálculo, los gastos que se obtienen para cada periodo de retorno están ordenados de modo que no corresponde a un hidrograma ordinario, por lo que es necesario distribuir dichos valores para obtener las avenidas de diseño. El ordenamiento consis-

te en que el hidrograma resultante tenga semejanza con el mayor hidrograma registrado en la estación, y por otro lado que los valores se agrupan con la condición de que el promedio máximo de n valores máximos consecutivos resulte igual al gasto promedio máximo (Q_{med}) correspondiente al período de retorno analizado.

ESTIMACIÓN CONJUNTA BIVARIADA (ECB)

Escalante (1998a) propuso una técnica que consiste en estimar avenidas de diseño a través de la modelación conjunta de 4 variables que son obtenidas de los hidrogramas registrados: gasto de pico (Q_p), volumen total (V_t), volumen acumulado previo al gasto de pico (V_p) y volumen acumulado después del gasto de pico (V_d). Las relaciones ($Q_p - V_t$), ($Q_p - V_p$), ($Q_p - V_d$) y ($Q_p - V_d$) se modelan por una distribución de probabilidad bivariada conocida como el modelo logístico (Gumbel, 1960):

$$F(x, y, \theta) = \exp\left\{-\left[(-\ln F(x))^m + (-\ln F(y))^m\right]^{1/m}\right\} \quad (4)$$

donde m es el parámetro de asociación, $m > 1$ y $F(s)$ es la función de distribución marginal, la cual puede ser del tipo Gumbel, General de Valores Extremos o Gumbel para dos poblaciones y θ representa el conjunto de parámetros a ser estimados (Raynal, 1985, Escalante 1998b).

Una vez que se estiman los parámetros para cada combinación bivariada, se plantea un sistema no lineal de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas a través de la ecuación 4. La idea del método es suponer que las cuatro componentes analizadas ocurren conjuntamente con la misma probabilidad. Es decir, por ejemplo, en la técnica M con la finalidad de obtener un evento de diseño para cualquier período de retorno seleccionado se realiza un análisis de frecuencias de gastos máximos anuales y con el procedimiento ya descrito se construye el hidrograma final, sin embargo, la probabilidad conjunta del gasto de pico y el volumen total generalmente no corresponde con el período de retorno buscado para la avenida de diseño, es por ello que en la técnica ECB se busca una combinación para la cual las cuatro variables ocurran conjuntamente.

El sistema formado es no lineal, por lo que es necesario aplicar un método numérico para su solución, tal como el método de Newton-Raphson (Rivera, 1997). A continuación se hace una breve descripción del procedimiento de cálculo:

1. Se obtienen los estimadores univariados por máxima verosimilitud de los parámetros de las distribuciones ajustadas a las variables Q_p , V_t , V_p , y V_d , los cuales servirán como valores iniciales dentro del proceso de cálculo de los estimadores de las distribuciones bivariadas.
2. Se obtienen los estimadores por máxima verosimilitud de los parámetros para cada una de las relaciones bivariadas $Q_p - V_t$, $Q_p - V_p$, $Q_p - V_d$ y $V_p - V_d$, de acuerdo con procedimientos propuestos por Raynal (1985) o Raynal (1985) o Escalante (1998b) dependiendo del tipo de distribución marginal utilizada.

3. Se plantea el sistema de ecuaciones no lineales. El método seleccionado de solución requiere de valores iniciales de Q_p , V_t , V_p , y V_d , los cuales pueden obtenerse, para una probabilidad o período de retorno seleccionado a través de las distribuciones ajustadas en el paso número 1. Estos valores se pueden designar como Q_p^* , V_t^* , V_p^* y V_d^* , y se resuelve el sistema planteado. Si la diferencia entre el valor izquierdo y derecho de la ecuación 4 es menor que cierta tolerancia, por ejemplo $1E-05$, para las cuatro combinaciones bivariadas, entonces los valores Q_p^* , V_t^* , V_p^* y V_d^* de esa etapa se consideran como las componentes de la avenida de diseño, en caso contrario, se ajustarán estos valores paso a paso hasta que se logre la tolerancia seleccionada.
4. Para darle forma al hidrograma se propone que el valor del tiempo de pico y el tiempo de vaciado (tiempo base menos tiempo de pico) se calculan regionalmente a través de una técnica de correlación y regresión múltiple. Las variables independientes serán las características fisiográficas y/o climatológicas de las cuencas que pertenecen a la misma región meteorológicamente homogénea.

APLICACIÓN

Como ya se mencionó, el objetivo del trabajo es realizar una comparación entre los métodos de estimación de avenidas de diseño, lo que se hará al aplicarlas a tres estaciones localizadas en la Región Hidrológica número 10, en el Noreste de México. En la Tabla 1 se presentan algunas características de las estaciones seleccionadas. Cabe mencionar que estos tres sitios seleccionados pertenecen a una región meteorológicamente homogénea que cuenta con un total de 23 estaciones hidrométricas.

Estación	Años registro	Área drenada (km ²)	Longitud cauce pral. (km)	Pendiente cauce pral. (km/km)
Bamicori	30	223	20.2	0.0049
Álamos	20	2,270	124	0.00184
San Ignacio	16	12,166	209	0.01041

Tabla 1. Características de las estaciones que son analizadas

El proceso de análisis se llevo a cabo en dos partes, en la primera se compararon los resultados obtenidos para Q_p , V_p , V_p , y V_d , por las diferentes técnicas, considerando sólo los primeros cinco periodos de retorno de las avenidas registradas en cada estación. Para definir el período de retorno asignado a cada hidrograma registrado se consideró como variable primaria a los gastos de pico. Para cada estación analizada se ordenaron los Q_p de mayor a menor y se les asignó el período de retorno como $T = (n + 1)/mx$, donde n es el tamaño de muestra y mx el número de orden en la muestra. Con este criterio puede ocurrir que no necesariamente el hidrograma registrado

	T años	Q _p real	Q _p ECB	Q _p M	Q _p II	Q _p ACR	V _t real	V _t ECB	V _t M	V _t II	V _t ACR
Bamicori	31	142	104	149	149	291	13	10	15	17	7
	15.5	95	89	109	109	223	8	8	11	15	5
	10.3	79	80	88	88	180	7	7	9	14	5
	7.7	71	74	75	75	163	7	7	7	12	4
	6.2	70	69	66	66	145	7	6	6	11	3
Álamos	21	271	279	276	276	258	64	60	88	100	29
	10.5	261	233	266	266	196	36	50	85	79	22
	7	259	205	259	259	160	54	44	83	67	18
	5.25	240	185	252	252	134	25	40	80	58	15
	4.2	199	169	209	209	116	30	37	67	51	14
S. Ignacio	17	2654	2010	2238	2238	2453	442	413	488	695	224
	8.5	2081	1729	1802	1802	1817	359	361	393	594	165
	5.6	1611	1559	1547	1547	1454	302	329	337	536	135
	4.2	1456	1433	1366	1366	1181	187	306	297	495	115
	3.4	1326	1332	1225	1225	999	256	287	267	462	101

Tabla 2. Valores reales y estimados de Q_p (m³/s) y V_t (Mm³)

	T años	V _p real	V _p ECB	V _p M	V _p II	V _p ACR	V _d real	V _d ECB	V _d M	V _d II	V _d ACR
Bamicori	31	6	6	6	9	3	7	4	9	8	4
	15.5	4	5	4	7	2	4	4	7	8	3
	10.3	3	4	4	6	2	3	3	5	8	3
	7.7	3	3	3	5	1	5	3	5	7	3
	6.2	3	3	2	4	1	4	3	4	7	2
Álamos	21	15	30	14	47	11	49	31	75	54	18
	10.5	11	25	14	34	8	25	25	72	45	14
	7	23	22	13	27	7	31	23	70	40	11
	5.25	11	20	13	22	6	14	20	68	32	9
	4.2	9	18	11	19	5	22	19	57	32	9
S. Ignacio	17	178	157	156	288	84	265	257	332	409	140
	8.5	127	135	125	249	62	232	227	268	346	103
	5.6	128	121	107	228	50	174	208	230	309	85
	4.2	65	111	95	212	40	122	196	203	283	72
	3.4	80	102	85	200	38	185	185	182	262	63

Tabla 3. Valores reales y estimados de V_p (Mm³) y V_d (Mm³).

con el periodo de retorno más grande tenga en forma conjunto los valores más grandes de Q_p, V_t, V_p, y V_d, sino los correspondientes en función del Q_p. De acuerdo con el tamaño de la cuencas analizadas se pueden considerar como chica, mediana y grande y se determinará si esta característica influye en los resultados.

En las Tablas 2 y 3 se presentan los valores obtenidos para Q_p, V_t, V_p, y V_d, por las diferentes técnicas en los sitios analizados.

De los resultados de las mismas se pueden obtener las siguientes conclusiones que a continuación se detallan:

- Se puede decir en general que las técnicas ECB, M, II y ACR pueden predecir, con aceptable confiabilidad, el valor de Q_p para los períodos de retorno analizados. La única excepción se tuvo en la estimación de Q_p por la técnica ACR en la estación Bamicori, debido a que los valores de $(Q_i/\bar{Q}_i)_T$ de la ecuación 1, se estiman al considerar las 23 estaciones de la región meteorológicamente homogénea. En dicha región los valores puntuales de $(Q_i/\bar{Q}_i)_T$ y las áreas drenadas de la mayoría de las cuencas analizadas son grandes en comparación de los valores obtenidos para la estación Bamicori, por lo que se tiene una sobre estimación de eventos.
- Con referencia al V_t , la estimación mediante las técnicas ECB y M se puede considerar aceptable, sin embargo, la selección de la avenida más adversa para la técnica M, puede afectar el valor estimado, tal es el caso de la estación Alamos, donde se presenta cierta sobre estimación. Las técnicas II y ACR producen sobrestimaciones o subestimaciones de más del 50%.
- Los volúmenes acumulados antes y después del gasto de pico V_p y V_d son bien estimados a través de las técnicas ECB y M, aunque nuevamente la selección de la avenida más adversa pueden producir sobrestimaciones. Nuevamente las técnicas II y ACR producen los peores resultados.

Debido a que el método APS sólo proporciona valores para períodos de retorno mayores o iguales a 50 años, no fue posible aplicar dicha técnica a los casos analizados.

La segunda parte del análisis consiste en que una vez seleccionado el mejor método de estimación, es posible obtener avenidas de diseño para algún período de retorno seleccionado. Con fines comparativos en la *Tabla 4* se presentan las componentes de los hidrogramas de diseño para 50, 100 y 500 años de período de retorno en la

estación San Ignacio por los diferentes métodos. Para la técnica APS se presentan los hidrogramas resultantes para las tres diferentes combinaciones condicionales de las variables Q_p y V_t que propone el método.

CONCLUSIONES

Del análisis realizado se puede concluir que la técnica ECB es una buena alternativa para la estimación de avenidas de diseño, ya que estima razonablemente bien las cuatro componentes de los hidrogramas registrados. Dicho análisis sólo consideró que las marginales del modelo bivariado son del tipo Gumbel, por lo que al tomar en cuenta otro tipo de distribución marginal, es posible mejorar los resultados.

La técnica M produce buenos resultados, sin embargo, todo depende de la avenida seleccionada como la más adversa, ya que se puede sobrestimar alguna de las componentes de los hidrogramas de diseño. La técnica II funciona bien en cuanto a la estimación del gasto máximo, sin embargo, las otras componentes son sobrestimadas en más del 50%, por lo que se deberán hacer realizar algunas adecuaciones para evitar este inconveniente. La técnica ACR subestimó los valores de los volúmenes. Esto puede corregirse al emplear la ecuación 1 para cada una de las variables analizadas.

De acuerdo con los resultados de la *Tabla 4* se concluye que es necesario seleccionar adecuadamente la técnica de análisis ya que las diferencias se incrementan significativamente con el período de retorno.

LISTA DE SÍMBOLOS

- ACR técnica de estimación mediante curvas de reducción
- APS técnica de estimación de probabilidad seleccionada

Componente	T (años)	Método ECB	Método M	Método II	Método ACR	Método APS(1)	Método APS(2)	Método APS(3)
$Q_p(\text{m}^3/\text{s})$	50	2510	2918	2918	3560	2538	2332	1984
	100	2963	3354	3354	8259	2898	2678	2332
	500	3581	4368	4368	22786	3778	3553	3172
$V_t(\text{Mm}^3)$	50	464	637	860	325	375	421	460
	100	506	732	971	422	411	462	509
	500	627	953	1247	753	497	560	621
$V_p(\text{Mm}^3)$	50	191	203	321	122	150	157	185
	100	215	233	350	158	152	167	190
	500	270	304	422	282	183	215	237
$V_d(\text{Mm}^3)$	50	273	434	539	203	225	264	275
	100	291	499	621	264	259	295	319
	500	357	649	825	471	314	345	384

Tabla 4. Componentes de los hidrogramas de diseño en la estación San Ignacio

<i>ECB</i>	técnica de estimación conjunta bivariada
<i>II</i>	técnica de estimación del Instituto de Ingeniería de la UNAM
<i>L</i>	longitud del cauce principal (km)
<i>M</i>	técnica de estimación por Mayoración de la avenida más adversa
<i>m</i>	parámetro de asociación de la distribución logística bivariada
<i>n</i>	tamaño de la muestra analizada
Q_i	gastos máximos registrado en un sitio particular (m^3/s)
\bar{Q}_i	promedio de los gastos máximos (m^3/s)
Q_{medd}	gasto promedio máximo para una duración <i>d</i> (días)
Q_0	ordenadas de los hidrogramas registrados (m^3/s)
Q_{prom}	gasto promedio inferido regionalmente (m^3/s)
Q_p	gasto de pico (m^3/s)
Q_T	gasto máximo de diseño para un determinado <i>T</i> .
$r(d)$	relación de reducción del método ACR
<i>S</i>	pendiente del cauce principal (km/km)
<i>T</i>	periodo de retorno (años)
t_b	tiempo base de una avenida (horas o días)
t_c	tiempo de concentración de la cuenca (horas o días)
t_p	tiempo de pico de una avenida (horas o días)
V_t	volumen total de la avenida (Mm^3)
V_p	volumen acumulado previo a Q_p (Mm^3)
V_d	volumen acumulado después de Q_p (Mm^3)
θ	conjunto de parámetros del modelo logístico bivariado

REFERENCIAS

- Domínguez M. R., O. Fuentes y V. Franco. (1980) *Manual de Diseño de Obras Civiles. Hidrotecnia*. Capítulo. A.1.10. Avenidas de Diseño. Comisión Federal de Electricidad. México.
- Escalante C. (1998a) *Multivariate Estimation of Extreme Flood Hydrographs*, Hydrological Science and Technology Journal 14(1-4):1-10.
- Escalante C. (1998b). *Multivariate Extreme Value Distribution with Mixed Gumbel Marginals*, Journal of the American Water Resources Association 34(2):321-333.
- Gumbel, E. J. (1960) *Multivariate Extremal Distributions*, Bull. Internat. Statist. Inst. 39(2):471-475
- Hiemstra, L. A. y D. M. Francis. (1979) *The Runoff Hydrograph Theory and Application for Flood Predictions*, Water Resources Commission. Pretoria. Sudáfrica.
- Kite, G.W. (1988) *Frequency and Risk Analyses in Hydrology*. Water Resources Publications, pp. 187-188.
- NERC. (1975) *Estimation of Flood Volumes over Different Durations*, Flood Studies Report, Hydrological Studies. Natural Environment Research Council, Vol. 1. United Kingdom.
- Peagram S. y P. Deacon (1992) *Extreme Flood Hydrographs of chosen Probability (South Africa)*, Proceedings of the International Symposium on Dams and Extreme Floods, International Commission of Large Dams. Spanish National Committee, Granada.
- Raynal, J. A. (1985) *Bivariate Extreme Value Distributions applied to Flood Frequency Analysis*. Ph.D. Dissertation, Colorado State University, USA. 237 p.
- Raynal, J. A. y C. Escalante. (1992) *FLODRO: Flood and Drought Computer Package*. Hydrology and Water Resources Education, Training and Management. Water Resources Publications, USA. pp. 87-94.
- Rivera F. (1997) *Estimación Conjunta de Gasto Pico y Volumen Total de Avenidas*. Tesis de Maestría DEPFI-UNAM. México. 198 p.
- Vázquez C. T. (1995) *Procedimiento Sistemático para el Cálculo de la Avenida y Diseño en Presas con gran Regulación: Desarrollo y Validación*, Tesis de Maestría DEPFI-UNAM. México. 119 p.