

PREDICCIÓN DEL CONSUMO DE AGUA EN CÓRDOBA

José M^a Caridad y Ocerin¹, Genoveva Millán Vázquez de la Torre² y Rafaela Dios Palomares³

Resumen

La modelización del consumo de agua en un municipio de tipo medio permite analizar fenómenos como los efectos de campañas de uso racional del agua y la concienciación ciudadana en épocas de sequía, la desaparición paulatina de este estado de ánimo cuando las condiciones climáticas se recuperan, y la incidencia de la implantación de los contadores individuales, y las distintas reacciones de éstos en relación a los abonados en contadores colectivos. La predicción del consumo tiene una utilidad directa sobre la planificación anual de la empresa suministradora, en el terreno económico y financiero. Al predecir magnitudes desagregadas, se presentan problemas de discrepancias entre distintos tipos de predicciones, y se incluye una metodología para tratar estas discrepancias, así como la consolidación de predicciones utilizando varios modelos alternativos. Los resultados aquí presentados se enmarcan en unos estudios que están siendo impulsados por EMACSA, compañía suministradora de Córdoba.

Palabras clave: consumo de agua, predicción del consumo, consolidación de predicciones, modelos dinámicos

INTRODUCCIÓN

El consumo de agua en una población de tamaño medio evoluciona a lo largo del tiempo en función de diversos factores causales. Entre estos cabe citar el número de habitantes y su densidad, la estructura de edad, la situación socioeconómica, la industrialización de la zona, el clima, etc. Uno de estos factores que incide significativamente en el consumo es la concienciación de los consumidores de la necesidad del uso racional del agua. Aunque este estado de ánimo está íntimamente relacionado con la situación climática en épocas de sequía prolongada, las campañas publicitarias se ven potenciadas por la evidencia que observa el consumidor, si bien, al cambiar el ciclo pluviométrico, la demanda tiende a recuperar los niveles anteriores, con un retardo temporal. La compañía EMACSA, suministradora en la ciudad de Córdoba y periferia, ha abordado el estudio econométrico de esta evolución, así como la caracterización de los abonados y

su comportamiento, en función de las condiciones y modalidades del suministro. Este trabajo es el primero de una serie, en la que se presentan los resultados básicos, y la experiencia acumulada en temas de predicción, evaluación del uso del agua en el consumo asociado a distintas políticas de precios y publicitarias, y la utilización de éstos en los procesos de toma de decisiones.

La política de precios incide en el consumo sólo si el consumidor final percibe la incidencia de la factura del agua en su economía. En el caso del consumo doméstico, el suministro a través de un contador individual permite la transferencia de información económica al usuario, mientras que los contadores colectivos ocultan esta relación consumo-coste a las economías familiares. Los mecanismos del mercado dejan de funcionar en este último caso, y las pautas de los consumidores se asemejan más a la consideración de ser el agua un bien libre, o, en todo caso, de coste no significativo. Además,

(1) Dpto. de Estadística, Econometría y Empresa. Universidad de Córdoba. ccjm @uco.es. Telf.: 957 218 477. Fax: 957 218 481

(2) Dpto. de Métodos Cuantitativos. Universidad de Córdoba. gmillan@etea.com. Telf.: 957 222 159

(3) Dpto. de Estadística, Econometría y Empresa. Universidad de Córdoba. maldipar@uco.es. Telf.: 957 218 568

Artículo recibido el 25 de noviembre de 1999, recibido en forma revisada el 12 de junio de 2000 y aceptado para su publicación el 29 de noviembre de 2000. Pueden ser remitidas discusiones sobre el artículo hasta seis meses después de la publicación del mismo siguiendo lo indicado en las "Instrucciones para autores". En el caso de ser aceptadas, éstas serán publicadas conjuntamente con la respuesta de los autores.

el consumo tiende a ser menos estacional que en los suministros individuales. En el caso de medidas mediante contadores individuales existen dos grupos diferenciados de consumidores, según sea su vivienda con o sin jardín.

La predicción del consumo mensual con un horizonte de un año y medio permite ajustar el cálculo de la evolución de las tarifas de cara a la planificación del ejercicio siguiente, predecir la evolución de los ingresos y de las necesidades de tesorería, y realizar un control eficaz sobre las desviaciones. Además, su desagregación espacial es una herramienta para analizar posibles alteraciones en el sistema de distribución, a través de la detección de datos anormales, [1] y [2], o alternativamente, detectar necesidades futuras en la red.

Este trabajo se centra en la predicción de la evolución del consumo a corto plazo, y, en definir una metodología de predicción a corto y medio plazo, resolviendo las dificultades estadísticas derivadas del uso de varios modelos alternativos para realizar predicciones, minimizando el error estimado de predicción. Otros resultados tratan sobre la consolidación de diversos conjuntos de predicciones obtenidas con series agregadas y desagregadas. Las diferencias en los resultados obtenidos a diversos niveles de desagregación son tratadas con unos procedimientos en los que se introduce información sobre la magnitud de el error estándar de predicción en cada instante. Las predicciones finales se basan en diversos modelos temporales (arima, regresión dinámica y var, [3]), y en la refundición de varias predicciones en una única previsión global de consumo, teniendo en cuenta la fiabilidad de los resultados obtenidos con diversos modelos.

EVOLUCIÓN DEL CONSUMO EN LOS ÚLTIMOS QUINCE AÑOS

La evolución del consumo mensual de agua en el municipio cordobés ha seguido unas pautas en las que se aprecian cuatro periodos claramente diferenciados: desde 1984 a 1988 se observa una tendencia con crecimiento sostenido, tendencia que se estabiliza en el periodo 1989 a 1992, para dar paso a unos años de disminución en el consumo durante el periodo de sequía entre 1993 y 1997, y de una fase expansiva en el último año y medio, pero sin superar los niveles de 1992.

Gráficamente (figura 1) se aprecia el comportamiento del consumo mensual (en millones de me-

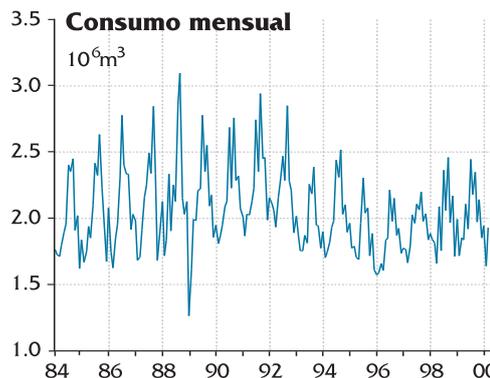


Figura 1: Consumo mensual en Córdoba

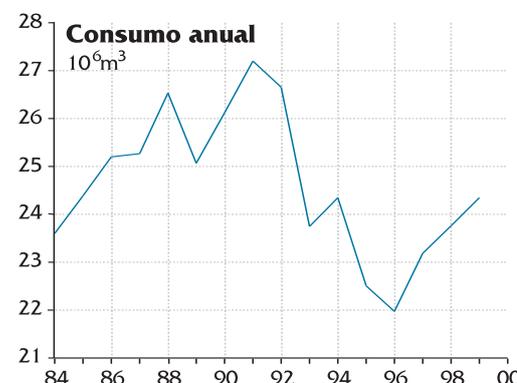


Figura 2: Consumo anual 1984-1998

tros cúbicos), y el acumulado sobre períodos anuales (figura 2). La estacionalidad del consumo en una ciudad de clima mediterráneo es muy acusada, y con claras diferenciaciones entre distintos tipos de consumidores.

La población de Córdoba ha permanecido estable en este periodo (alrededor de 310.000 habitantes), si bien el número de abonados ha experimentado un crecimiento sostenido, como se aprecia

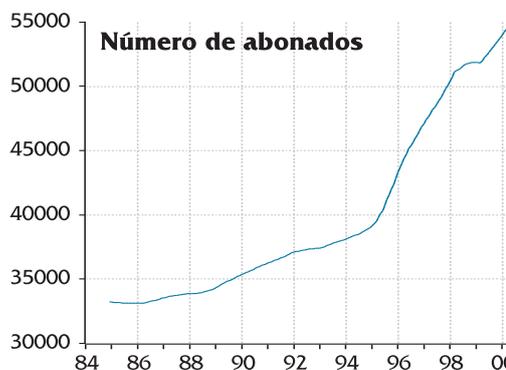


Figura 3: Evolución del número de abonados (individuales y colectivos).

en la figura 3. La no instalación de nuevos contadores colectivos, incide decisivamente en esta evolución.

El aumento de la renta disponible por los consumidores, y la construcción de nuevas viviendas, están originando un crecimiento en el consumo total, aún sin llegar a los niveles de final de última década. Los efectos de la sequía y la concienciación en la necesidad de uso racional del agua son claramente perceptibles en el comportamiento de los consumidores, que de haber continuado en la tendencia de consumo de la década de los ochenta, se hubiera producido un gasto adicional total de 28.481.759 m³, aproximadamente, según se aprecia con el modelo estimado hasta 1991, es decir, un ahorro superior a lo gastado durante un año (figuras 4 y 5).

Es claro que el consumo no tiene por qué seguir la tendencia creciente de la década anterior, pero la disminución asociada al largo período de escasez de lluvias, y, en menor medida, a las campañas de concienciación (no se han producido restricciones de agua en Córdoba en estos años) ha originado un cambio estructural en las pautas de uso del agua.

Incluso, si el consumo se hubiera mantenido a nivel de 1991, entre 1993 y 1998 se hubieran consumido 23.578.731 m³ más de lo que realmente ocurrió. Así, pues el efecto de la sequía ha inducido un cambio estructural en el comportamiento de los abonados, si bien, en los últimos dos años, en los que se han recogido, respectivamente, 1112 mm y 750 mm de lluvia, frente a una pluviometría media de 640 mm, está creciendo rápidamente la demanda de agua. Hay que tener también en cuenta que 1998 fue un año excepcionalmente seco (menos de 400 mm), lo que ha supuesto un recordatorio para los consumidores.

El comportamiento de los abonados, como es bien sabido, [6], depende del tipo de contador utilizado, ya que la asociación del coste del agua con la incidencia en la renta familiar no es claramente percibida por el consumidor que dispone de un contador comunitario. Este hecho es claramente observable en la evolución del consumo por abonado, según se observa en las figuras siguientes que corresponden a la evolución, en los últimos años, del consumo medido en contadores colectivos e individuales, tanto mensualmente, como con periodicidad anual (figuras 6 y 7). El abonado con contador in-

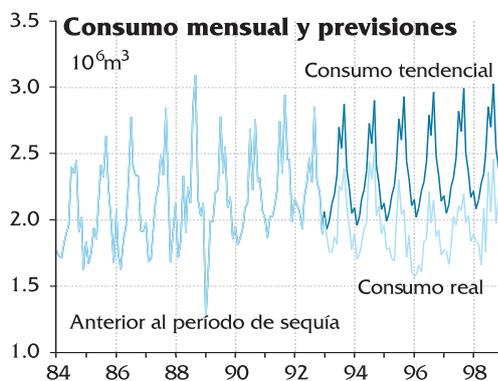


Figura 4: Evolución mensual del consumo real y previsto

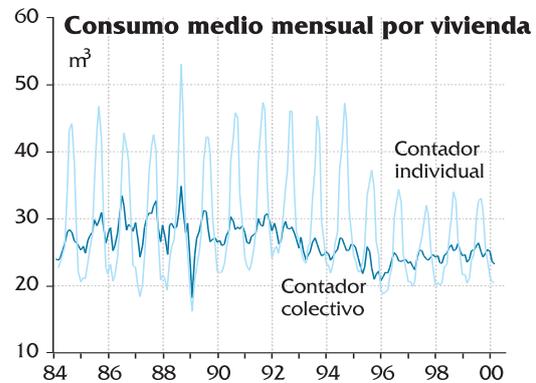


Figura 6: Consumo mensual medio en contadores colectivos

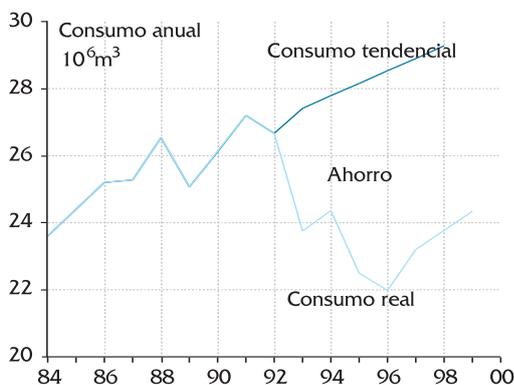


Figura 5: Evolución anual del consumo real y previsto

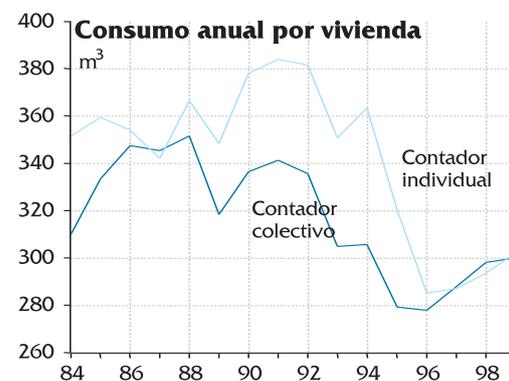


Figura 7: Consumo anual medio en contadores colectivos

Ratio estacional	91	92	93	94	95	96	97	98
Total	1.576	1.508	1.362	1.482	1.349	1.407	1.324	1.485
Doméstico	1.557	1.496	1.397	1.453	1.532	1.403	1.274	1.527
Industrial	1.888	1.701	1.691	1.947	1.728	1.685	1.549	1.713

Tabla 1: Ratios de estacionalidad mensual del consumo

dividual y alto nivel de consumo, tiene una mayor capacidad de disminución del gasto.

Las diferencias entre las pautas de comportamiento son evidentes. No obstante hay que señalar que en los datos analizados están superpuestos los abonados domésticos con contador individual que habitan viviendas en el casco urbano, y los que disponen de una casa con jardín, y, en muchos casos, piscina. Los primeros, sin duda, tienen un nivel de consumo mucho mas bajo, por lo que su capacidad de un gasto menor es mas limitada que en los que usan una gran parte del agua consumida en riego o llenado de piscinas.

Así pues, para poder analizar de forma precisa el comportamiento de los consumidores domésticos con contador individual, sería preciso disponer de información desagregada en función del tipo de vivienda.

Los abonados con contadores individuales disminuyeron su consumo en mas de un 20%, en el tercer año de sequía, mientras que los abonados con contador colectivo no alcanzaron el 10%. Por otra parte, al concluir el período en el que la concienciación del uso racional del agua era evidente, de nuevo se produce una discrepancia en el comportamiento: los abonados a través de contadores colectivos han recuperado de forma casi inmediata el nivel de consumo anterior, mientras que los abonados con contador individual mantienen los niveles inferiores, es decir que se ha producido un cambio estructural en la demanda de agua asociada al tipo de contador. Todo ello sin tener en cuenta la percepción del incremento del coste marginal debido a la estructura de bloques de tarifas: en los usuarios individuales se produce con claridad este efecto, mientras que en los colectivos, no se aplican de hecho las tarifas marginales más elevadas. No obstante, la instalación exclusiva de contadores individuales en los últimos años induce a un crecimiento relativo del consumo a través de éstos, alcanzándose el 40% facturado en el año 2000. Respecto a la capacidad de respuesta de los consumidores dotados de contador individual, es necesario recordar lo expuesto anteriormente: no nos es posible diferenciar el tipo de comportamiento en relación al nivel de consumo de cada uno, y, es previsible que aquellas

viviendas sin jardín tengan un nivel de consumo mucho mas bajo, y una capacidad de disminución de éste mucho mas limitada.

Los abonados domésticos han ido incrementando su participación en el consumo global, frente a los de tipo industrial, en Córdoba. Es un hecho observado, la disminución del número de industrias en Córdoba, con la consiguiente caída del consumo. El consumo doméstico es más estacional, sobre todo al usar contadores individuales. Este hecho origina periodos en los que la demanda de agua es muy superior a la media.

En la tabla 1 anterior se muestra la evolución de los ratios correspondientes al consumo mensual máximo frente al mínimo, en los últimos ocho años, y su particularización para la tarifa doméstica y la industrial. En la tarifa doméstica el mes de mayor consumo suele ser el de septiembre, y en la industrial este o el de agosto; el mínimo suele ser en los meses de invierno. En los años de sequía el consumo doméstico ha sido menos estacional, posiblemente debido al efecto de las campañas publicitarias. Esta tendencia hacia el aumento de la estacionalidad tiene una incidencia de tipo financiero al planificar la evolución de la tesorería de la empresa a lo largo del año.

PREDICCIONES CON MODELOS ALTERNATIVOS

Para representar la evolución a corto plazo del consumo global de agua y de algunas series desagregadas es conveniente utilizar diversos métodos de modelización, [3],[4] y [12], y sus resultados serán en general satisfactorios para predecir con un horizonte no superior a los dos años. Entre estos métodos se propone el uso de modelos arima estacional multiplicativos, modelos de regresión dinámica, la metodología X11/2, y los métodos VAR.

En el caso que el objetivo de la predicción sea la planificación a medio y largo plazo, o la toma de decisiones sobre instalaciones de la red de distribución, es necesario incluir unas variables causales que tengan en cuenta la estructura y caracterización de abonados, la segmentación de las zonas de su-

ministro homogéneas, la previsión sobre el desarrollo urbanístico y del sector industrial, y lógicamente, la demografía y su evolución, [7], [8] y [9].

Este apartado se centra en la modelización a corto plazo, es decir con un horizonte temporal entre 12 y 18 meses, orientada hacia la planificación operativa y el análisis de las tarifas para el ejercicio siguiente. Para ello se define una notación aplicable a cada serie, modelo, y nivel de desagregación. Así y_{am} representa una serie mensual en la que el subíndice a representa el año y m el mes. Los datos disponibles son para $a = A_0, A_0+1, \dots, A$, $m = 1, 2, \dots, 12$, siendo M el último mes disponible del año A , y A_0 el primer año disponible.

Si la serie y_{am} se desagrega en D componentes, se emplea para cada una de ellas la notación $y^{(d)}_{am}$, $d = 1, 2, \dots, D$, siendo

$$\sum_{d=1}^D y^{(d)}_{am} = y_{am} \quad (1)$$

Cuando una serie se representa mediante un modelo f determinado, a las estimaciones y predicciones obtenidas con él se les designa mediante

$$\begin{aligned} \hat{y}_{f,am} &= \hat{y}_{f,AM,am} \\ a &= A, A + 1 \\ m &= M+1, \dots, 12, 1, \dots, 12. \end{aligned} \quad (2)$$

Generalmente las predicciones se realizan con varios modelos alternativos, pues no tiene por qué existir un único modelo como mecanismo generador de una serie, ni siquiera tiene sentido el pensar que existe un mejor modelo. En realidad los distintos modelos, $\{f\}$, son abstracciones que se utilizan como instrumentos para obtener estimaciones y predicciones razonables y que sean útiles.

En general, para una serie y_{am} se dispondrá de un conjunto de modelos $\{M_f; f = 1, 2, \dots, F\}$ que se consideran adecuados. Con cada uno de estos se obtienen las predicciones y las respectivas varianzas de los errores de predicción $\bar{s}_{f,AM,am}^2$. La predicción final obtenida para dicha serie es

$$\hat{y}_{F,AM,am} = \sum_{f=1}^F \alpha_{f,am} \hat{y}_{f,AM,am} \quad (3)$$

siendo las ponderaciones $\alpha_{f,am}$ la raíz cuadrada de los valores

$$\alpha_{f,am}^2 = \bar{s}_{f,AM,am}^{-2} / \sum_{i=1}^F \bar{s}_{i,AM,am}^{-2} \quad (4)$$

Estas ponderaciones se obtienen minimizando la varianza del error de predicción correspondiente a la combinación lineal, $\hat{y}_{F,AM,am}$ obtenida a partir de las predicciones con los distintos modelos. Los coeficientes se obtienen minimizando la función lagrangiana

$$\begin{aligned} L &= \bar{s}_{F,AM,am}^2 + \lambda \left(1 - \sum_{f=1}^F \alpha_{f,am} \right) = \\ &= \sum_{f=1}^F \alpha_{f,am}^2 \bar{s}_{f,AM,am}^2 + \lambda \left(1 - \sum_{f=1}^F \alpha_{f,am} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

Si no existe una gran variabilidad entre las distintas ponderaciones cabe usar una ponderación media asociada a cada modelo $\alpha_f = \bar{\alpha}_f$.

Así pues, si se utilizan los dos modelos siguientes para estimar las predicciones del consumo global en Córdoba correspondientes a diciembre de 1998 y a todo 1999, se obtienen dos series muy parecidas de predicciones que deben ser refundidas. En ambos casos, se han realizado los contrastes usuales de validación.

El primer modelo ($f = 1$) adecuado para el consumo global (y_t) es de tipo arima, [3], y resulta

$$(1 + 0.7576B) \nabla \nabla_{12} y_t = (1 + 0.1404B - 0.26225B^2) a_t \quad (6)$$

en el que el operador retardo, B , es tal que $B^k y_t = y_{t-k}$, y los operadores diferencia y diferencia estacional son $\nabla = 1 - B$ y $\nabla_{12} = 1 - B^{12}$. El segundo modelo ($f = 2$) es de regresión dinámica, y una vez estimado se obtiene

$$\begin{aligned} y_t = & 1659903 + 2902.88t - 123629 \text{ Ene} - \\ & 166386 \text{ Feb} - 177321 \text{ Mar} - \\ & 195369 \text{ Abr} + 16630 \text{ May} - 327 \text{ Jun} + \\ & 326854 \text{ Jul} + 127685 \text{ Ago} + \\ & 290088 \text{ Sep} - 19516 \text{ Oct} + \\ & 80797 \text{ Nov} - 159506 \text{ Dic} + e_t \end{aligned} \quad (7)$$

siendo $t = 1, 2, \dots$, y su estructura de autocorrelación

$$(1 - 0.175B + 0.356B^2) e_t = (1 - 0.886B^{12}) a_t \quad (8)$$

En ambos casos la serie residual a_t no debe tener estructura estocástica; es decir que se supone generada por un proceso de tipo ruido blanco.

Las predicciones obtenidas con ambos modelos, en metros cúbicos, y sus varianzas respectivas aparecen en la tabla siguiente

a	m	Modelo f = 1		Modelo f = 2	
		$\hat{y}_{1,am}$	$\bar{s}_{1,am}^2$	$\hat{y}_{2,am}$	$\bar{s}_{2,am}^2$
1998	Dic.	1870897	209108205	1820205	1294791139
1999	Ene.	1986556	140096949	1852836	1483082760
	Feb.	1878518	185957850	1813815	1177299416
	Mar.	1863631	149326858	1816740	1158396932
	Abr.	1816841	171462676	1824156	1163481766
	May.	2055357	270027380	1954591	1305774262
	Jun.	1990425	676481544	2074793	1196157352
	Jul.	2398316	1170622852	2289760	1387833516
	Ago.	2212172	884035766	2103818	1377665361
	Sep.	2402112	1027293770	2161011	918081406
	Oct.	2066386	1079082726	1950548	1315981343
	Nov.	2152133	1023688236	2019886	1069705991
	Dic.	1930701	1072526929	1825600	1290323277
Total		24753148		23687555	

Tabla 2: Predicciones con dos modelos y varianzas estimadas

Por lo tanto, las ponderaciones a emplear cada mes, para refundir las predicciones son las que aparecen en la tabla 3 siguiente con las predicciones mensuales ponderadas finales, $\hat{y}_{F9812,am}$, y en la figura 10.

a	m	$\alpha_{1,am}$	$\alpha_{2,am}$	$\hat{y}_{F98,am}$
1998	Dic.	0.974581	0.025419	1869609
1999	Ene.	0.991156	0.008844	1985373
	Feb.	0.975658	0.024342	1876943
	Mar.	0.983654	0.016346	1862864
	Abr.	0.978744	0.021256	1816996
	May.	0.958990	0.041010	2051225
	Jun.	0.757667	0.242333	2010870
	Jul.	0.584292	0.415708	2353189
	Ago.	0.708332	0.291668	2180568
	Sep.	0.444037	0.555963	2268069
	Oct.	0.597953	0.402047	2019813
	Nov.	0.521972	0.478028	2088915
	Dic.	0.591399	0.408601	1887756
Total				24402583

Tabla 3: Ponderaciones mensuales del consumo con los modelos f=1,2, y refundidas

Las predicciones finalmente obtenidas son más precisas que las que se generan con un único modelo. No sólo la desviación típica del error de predicción es menor, sino que al compararla con el consumo real en 1999, se obtiene un error de predicción inferior. Estos resultados son reproducibles con otros períodos de consumo de agua, y empleando más de dos modelos correctamente especificados.

Gráficamente, (figura 8), se observa la evolución de las predicciones finales, así como las obte-

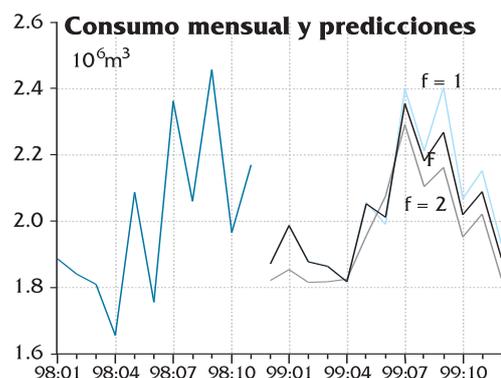


Figura 8: Predicciones obtenidas con dos modelos univariantes y refundición (F) en una única predicción

nidas con los dos modelos anteriores. En la primera mitad del año, predominan las predicciones obtenidas con el modelo arima, mientras que en el segundo semestre de 1999, el modelo de regresión dinámica va adquiriendo una mayor influencia.

Al considerar varios modelos alternativos, la actualización de las predicciones, cada vez que se disponga de un dato real adicional, es menos propensa a desviaciones sistemáticas, cuando el horizonte temporal se extiende, debido a ligeros errores de especificación en algunos de los modelos.

CONTROL DE LAS PREDICCIONES

Al realizar predicciones del consumo de agua es necesario establecer un método de seguimiento de las desviaciones, y analizar las causas de estas. Generalmente, los errores de predicción no serán

a	m	$\hat{y}_F(O)_{,am}$	S_{am}^2	$\hat{y}_F(-)_{,am}$	$\hat{y}_F(+)_{,am}$
1998	Jul.	2205217	40754.85	2125337	2285096
	Ago.	2063618	62079.85	1941942	2185295
	Sep.	2192861	44865.27	2104925	2280797
	Oct.	1903496	55057.68	1795583	2011409
	Nov.	1961387	48691.60	1865952	2056823
	Dic.	1755594	52470.27	1652753	1858436
1999	Ene.	1810208	50140.75	1711932	1908484
	Feb.	1738442	51538.99	1637425	1839458
	Mar.	1702853	50690.38	1603500	1802206
	Abr.	1676560	51205.61	1576197	1776923
	May.	1900939	51798.00	1799415	2002463
	Jun.	1847373	56510.44	1736613	1958133
	Jul.	2193353	71659.06	2052901	2333805
	Ago.	2049441	82022.85	1888676	2210205
	Sep.	2180084	73578.83	2035870	2324299
	Oct.	1889871	78040.46	1736912	2042831
	Nov.	1948276	75104.34	1801071	2095480
	Dic.	1742172	76775.65	1591692	1892652

Tabla 4: Predicción inicial, vazianza de la predicción e intervalo de predicción

excesivamente grandes, dada la inercia del consumo, pero, en ocasiones se producirán datos anormales; por ejemplo, un cambio en las rutas de medida, la implantación de grupos de nuevos abonados o de algún gran consumidor. Algunos de estos efectos son temporales y otros son permanentes; en ambos casos la inclusión de intervenciones mejoran los modelos uniecuacionales. También cabe considerar los efectos de la climatología sobre el consumo, que aumenta al incrementarse la temperatura.

Para realizar el seguimiento de las predicciones es necesario mantener simultáneamente cuatro tipos de series: la predicción inicial, $\hat{y}_F(O)_{,am}$, realizada generalmente a mitad del año A y que se extiende hasta el final del año A+1, las predicciones optimista y pesimista, que se representan mediante las expresiones $\hat{y}_F(\pm)_{,am} = \hat{y}_F(O)_{,am} \pm z_{\alpha/2} S_{F,am}$ y se generan estimando un intervalo de confianza de nivel $1-\alpha$, siendo $z_{\alpha/2}$ el correspondiente cuantil de una distribución $N(0;1)$, y las predicciones actualizadas generadas cada vez que se dispone de un nuevo dato.

Así pues, cada vez que se disponga de un dato adicional se actualizan las predicciones obtenidas con los espacios de modelos asociados a cada serie, y se obtiene las predicciones $\hat{y}_{FAM,am}$. De forma gráfica se realiza un primer seguimiento, comprobándose las desviaciones respecto $\hat{y}_F(O)_{,am}$, y si éstas se comportan de forma sistemática. La obtención de una predicción fuera del intervalo $\hat{y}_F(-)_{,am}$,

$\hat{y}_F(+)_{,am}$ debe ser examinada para analizar las causas de esta situación. Cabe establecer criterios similares al de los gráficos de control en la gestión de calidad para decidir la conclusión a adoptar, en función de si se ha producido una observación anormal en una predicción agregada o desagregada.

Por ejemplo, si se considera la serie y_t de consumo global de agua en el municipio de Córdoba, con el modelo alternativo

$$(1 + 0.60524B)\nabla\nabla_{12}y_t = (1 + 0.0842B^2)(1 - 0.807B12)a_t \tag{10}$$

estimado con datos comprendidos entre enero de 1994 y junio de 1998, se obtienen las predicciones, que figuran en la tabla siguiente, hasta final de 1999. Éstas se consideran, a modo de ilustración del método, como las iniciales, es decir, las asociadas a los objetivos de la planificación. A partir de la serie de desviaciones típicas estimadas, se calcula el intervalo de confianza $1-\alpha = 0.95$

Las predicciones finales obtenidas $\hat{y}_F(O)$ en julio de 1998 ascendieron a 23284257 m³. Para realizar el seguimiento, se usan los datos reales posteriores al mes de junio de 1998; se dispone de un año y medio completo: desde julio de 1998 a diciembre de 1999.

La predicción actualizada en diciembre de 1998 detecta el crecimiento en el consumo de los últimos doce meses, y, produce unos errores de pre-

dicción mínimos, como se observa en la figura 9. La predicción oficial muestra un desfase a la baja a partir de abril de 1999, mientras que la actualizada sigue con precisión al consumo real.

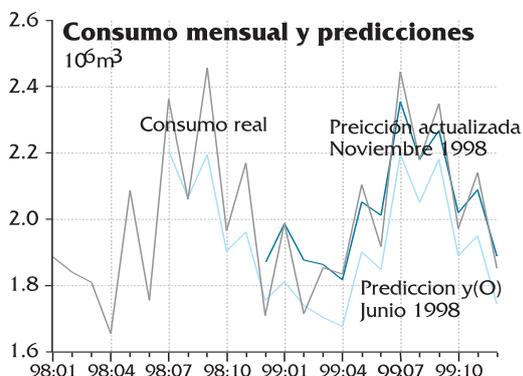


Figura 9: Predicción oficial y actualizada (12-99) y consumo real en el primer semestre de 1999.

Por lo tanto se verifica que el crecimiento inesperado en julio y septiembre de 1998 origina datos reales fuera del intervalo de confianza, y una evolución del consumo próxima al límite superior del intervalo de confianza (figura 10).

Otra forma de presentar estos resultados es mediante el diagrama de predicción - realización, y con el cálculo del índice U^2 de Theil, [3]. Las predicciones realizadas en junio de 1998 quedan generalmente debajo de las observadas, mientras que las predicciones actualizadas siguen casi sin error al consumo real en el último año (figura 11).



Figura 10: Intervalo de confianza de predicción

Esta metodología, incluyendo desagregaciones de distintos tipos (espacial, por tipo de tarifas, por bloques) se extiende a una base de datos de series temporales de consumo y facturación, formando un Sistema Integrado de Predicción. La especificación de los espacios de modelos se realiza anualmente, con objeto de proporcionar autonomía

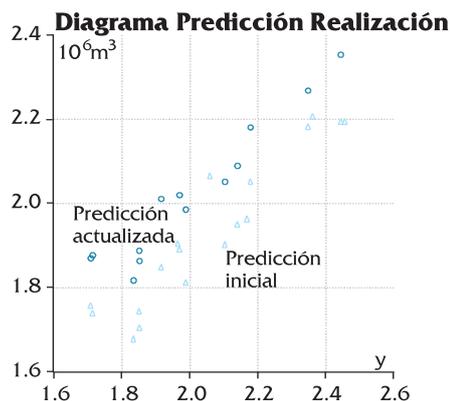


Figura 11: Diagrama predicción-realización

en el sistema de control del consumo y en la actualización de las predicciones. Incluye los módulos de mantenimiento de las predicciones, su actualización, el control de las desviaciones, y los procesos derivados de consolidación de predicciones desagregadas, con las agregadas. EMACSA, la compañía suministradora de agua de Córdoba ha propiciado estos desarrollos.

CONSUMO DESAGREGADO POR TIPOS DE TARIFA

El sistema de tarifas implantado en la mayoría de las compañías suministradoras distingue entre cuatro tipos de consumidores: domésticos, industriales, organismos públicos y otros. El sistema de tarifas con precios progresivos asociados a bloques de consumo también está generalizado, al menos en los dos primeros tipos de usuarios. Este hecho influye en el comportamiento de los consumidores, al establecer unas tarifas progresivas, que pueden incentivar el autoabastecimiento, en empresas o consumidores particulares con necesidades elevadas. Es necesario pues analizar el consumo en cada bloque tarifario con el fin de poder predecir tanto la demanda como la facturación asociada al suministro, y así poder realizar los cálculos adecuados para la revisión anual de las tarifas. El metro cúbico de agua cuesta, en Córdoba, unas 160 pesetas, en media, incluyendo cuotas de enganche y de depuración, es decir menos que la media en Andalucía, que se sitúa por encima de las doscientas pesetas, aunque la incidencia sobre los consumidores individuales es desigual [10]. Los desarrollos que siguen están pues referidos a esta ciudad.

El suministro de agua a las economías domésticas está concentrado en el primer bloque de la ta-

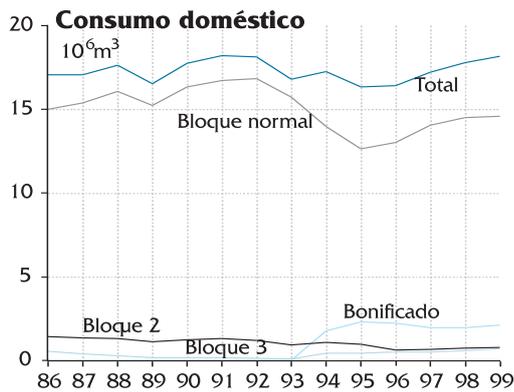


Figura 12. Consumo doméstico desagregado

rifa (89.06 ptas/m³, para consumos hasta 20 m³), que abarca el 75% del total (el 65% en 1984), y tiene una tendencia creciente, debida al incremento del número de abonados y a la influencia del mayor consumo en contadores colectivos. Existe una tarifa bonificada para abonados de muy bajo consumo (hasta 9 m³/mes) que reciben un suministro a precio más favorable (75.70ptas/m³). Los otros bloques, para consumos más elevados de 20 y de 40 m³ mensuales, (115.78 ptas/m³ y 138.05 ptas/m³, respectivamente) no tienen incidencia significativa en el consumo global, aunque sí en la facturación, y tienen un comportamiento más estacional. El precio para abonados industriales y comerciales está estructurado en tres bloques de tarifa: 89.06 ptas/m³, hasta 20 m³, 111.33 ptas/m³ hasta 70 m³, y 133.59 ptas/m³ a partir de esta cifra. Estas cantidades, que no incluyen las cuotas de enganche, ni el cargo por depuración, varían de una localidad a otra, tanto en los precios unitarios como en la estructura de bloques.

El consumo anual en distintos bloques de tarifa, para los usuarios domésticos e industriales se

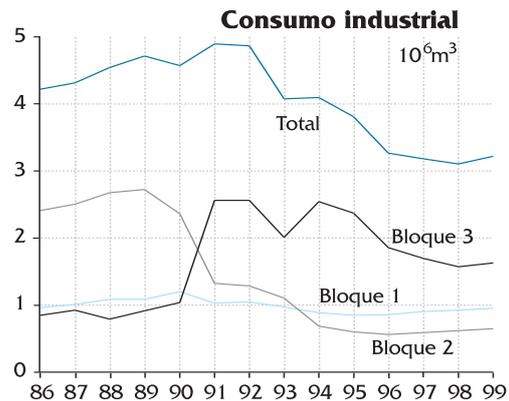


Figura 13. Consumo industrial desagregado

muestra en las figuras 12 y 13. En el caso del consumo industrial, su evolución ha sido decreciente, en los últimos años, como se ha indicado previamente; el bloque de mayor consumo es muy estacional, con oscilaciones superiores a las de los bloques inferiores.

El consumo benéfico, y en organismos públicos ha venido creciendo en los últimos años. Al no existir actualmente un incentivo para el control del gasto del agua, no cabría excluir el considerar extender el sistema de bloques a estos organismos, si se desea realmente promover un uso más eficiente del agua. Por otra parte, en industrias con un consumo elevado de agua, cabe preguntarse si es lógico utilizar una tarifa disuasoria que frene la actividad económica e incentive el recurso al autoabastecimiento.

Los modelos arima estimados en cada bloque de consumo y tarifa para datos mensuales, son los que aparecen en la tabla siguiente. En estos modelos se han efectuado los contrastes habituales de validación, y sobre los residuos. En todos ellos existe

Tarifa	Bloque	Modelo 1994-98
Doméstica	Bonificado	$(1+0.318B)(1+0.406B^{12})\nabla\nabla_{12}YB0T1_t = (1-0.885B^{12})a_t$
	1	$(1+0.447B)\nabla\nabla_{12}YB1T1_t = (1-0.867B^{12})a_t$
	2	$(1+0.202B^2)(1-0.35B^{12})\nabla\nabla_{12}YB2T1_t = (1-0.225B)(1-0.886B^{12})a_t$
	3	$(1+0.111B^2)(1+0.173B^{12})\nabla\nabla_{12}YB3T1_t = (1-0.866B^{12})a_t$
Industrial	1	$(1+0.924B)\nabla\nabla_{12}YB1T2_t = (1-0.833B^{12})a_t$
	2	$(1+0.87B)(1+0.18B^{12})\nabla\nabla_{12}YB2T2_t = (1+0.182B)(1-0.866B^{12})a_t$
	3	$(1+0.91B)\nabla\nabla_{12}YB3T2_t = (1+0.301B-0.202B^2)(1-0.866B^{12})a_t$
Benéfica Otros	1	$(1+0.643B)(1+0.262B^{12})\nabla\nabla_{12}YT3_t = (1-0.835B^{12})a_t$
	2	$(1+0.782B)(1+0.345B^{12})\nabla\nabla_{12}YT4_t = (1-0.885B^{12})a_t$
Consumo Global		$(1+0.756B)\nabla\nabla_{12}Y_t = (1+0.14B-0.262B^2)(1-0.875B^{12})a_t$

Tabla 5: Modelos Arima para series desagregadas de consumo

a	m	Doméstica	Industrial	Benéfica	O. Públicos	Agregada	Global
1998	Dic.	1464917	214257	9827	241770	1930771	1870897
1999	Ene.	1609836	217099	11519	145555	1984010	1986556
	Feb.	1500170	186293	8626	227477	1922566	1878518
	Mar.	1551408	197054	10510	163656	1922628	1863631
	Abr.	1434291	180311	10181	175036	1799819	1816841
	May.	1678134	250800	12681	190837	2132452	2055357
	Jun.	1497414	219152	10386	219836	1946789	1990425
	Jul.	1884716	314201	17090	243375	2459382	2398316
	Ago.	1589957	291408	12894	276335	2170594	2212172
	Sep.	1844171	325034	16945	271696	2457846	2402112
	Oct.	1506930	264517	10093	252819	2034359	2066386
	Nov.	1748106	245064	12449	159227	2164846	2152133
	Dic.	1491334	205265	7482	234987	1939069	1930701
Total 1999		19336467	2896198	140859	2560837	24753148	24934361

Tabla 5: Predicciones actualizadas, desagregadas, agregada y global

una parte autorregresiva no estacional, generalmente de grado $p=1$, aunque, en algunos casos, es $p=2$, ocasionado, sin duda, por el sistema bimestral de medida del consumo. La tendencia y componente cíclica estacional se han eliminado mediante una diferenciación ordinaria y otra estacional. En todos los modelos existe una componente de media móvil estacional, de grado $Q=1$, y con un coeficiente del orden de 0.88 unidades.

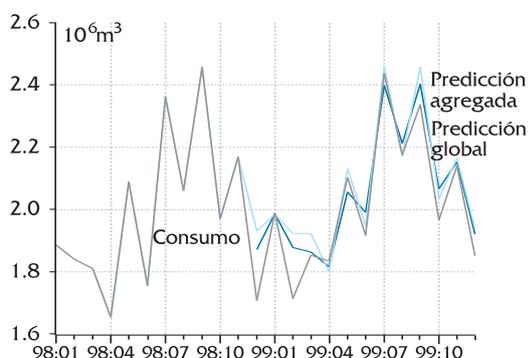


Figura 14. Predicciones mensuales agregada y global, y consumo real

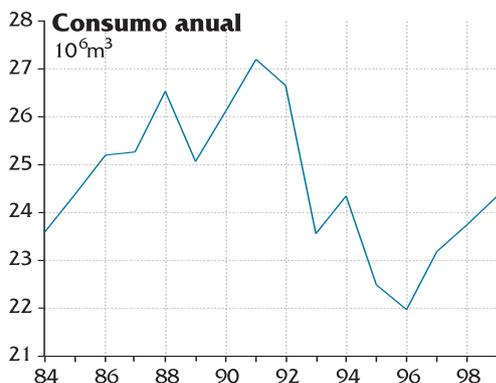


Figura 15. Consumo anual en Córdoba

Con los modelos anteriormente expuestos se realizan las previsiones de consumo correspondientes a 1999 resultando las siguientes predicciones en cada tarifa, la agregada a partir de éstas, y la global o deducida del modelo final para la serie de consumo.

Por lo tanto, el consumo global del agua previsto para 1999 se estima en 24753148 m³; no obstante, la evolución climatológica en los últimos meses de 1998, en el caso de prolongarse el período de sequía, inducirá cambios a la baja en esta cantidad. Las predicciones agregadas y desagregadas tienen un comportamiento muy similar.

La evolución en los últimos quince años se muestra en la figura 15, así como el crecimiento interanual, que ha ido oscilando en ambos sentidos, si bien, en los últimos años ha experimentado un crecimiento sostenido.

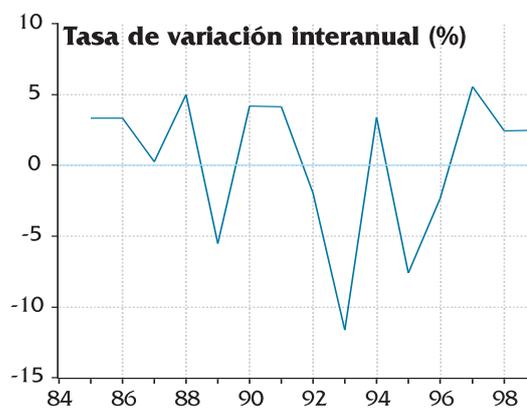


Figura 16. Evolución respecto al año anterior

En la práctica se emplean modelos causales de función de transferencia, incluyendo intervenciones para incorporar efectos conocidos, como, por ejemplo, un cambio de normativa legal o de cambios en el sistema de tarifas.

AGREGACIÓN Y CONSOLIDACIÓN DE PREDICCIONES

Un problema que se presenta cada vez que se realizan predicciones desagregadas, y su acumulación se compara con las predicciones obtenidas directamente a partir de la magnitud agregada, es la no coincidencia de las predicciones globales y la agregada a partir de las componentes de esta magnitud global. Así pues, si se verifica que la serie y_{am} es un agregado de diversas componentes, esto es

$$y_{am} = y_{(1)am} + y_{(2)am} + \dots + y_{(s)am} \quad (11)$$

y si se dispone de las predicciones $\hat{y}_{F,am}$ agregada, y de las desagregadas $\hat{y}_{(s)F,am}$, $s = 1, 2, \dots, S$, es preciso modificar algunas de estas predicciones, o la agregada, para conseguir que se verifique la identidad entre ambas. En general, existirá una diferencia

$$\epsilon_{am} = \hat{y}_{F,am} - \sum_{s=1}^S \hat{y}_{(s)F,am} \quad (12)$$

que será necesario eliminar, para lo cual se realiza una transformación de las series desagregadas, y posiblemente de la agregada, para anular esta diferencia

$$\hat{y}_{F,am} \rightarrow \hat{y}_{F,am}^* - \beta_{am} \epsilon_{am} = \hat{y}_{F,am}^* \quad (13)$$

$$\sum_{s=1}^S \hat{y}_{(s)F,am} \rightarrow \sum_{s=1}^S \hat{y}_{(s)F,am}^* - (1 - \beta_{am}) \epsilon_{am} = \sum_{s=1}^S \hat{y}_{(s)F,am}^* \quad (14)$$

por lo que es

$$\hat{y}_{F,am}^* = \sum_{s=1}^S \hat{y}_{(s)F,am}^* \quad (15)$$

Para determinar las ponderaciones $\beta_{am} \in [0, 1]$ es necesario fijar los criterios sobre la fiabilidad que merecen las predicciones globales frente a las desagregadas. Así, si se consideran fiables las predicciones globales se tomaría $\beta_{am} = 0$, lo que conllevaría la modificación de las predicciones desagregadas; el otro caso extremo es si se suponen fiables las predicciones desagregadas, con lo que $\beta_{am} = 1$, y la predicción global debe generarse mediante la adición de las predicciones desagregadas.

A continuación se considerará el primer caso, esto es $\beta_{am} = 0$, y se va a determinar el proceso de corrección de las predicciones desagregadas. Las series desagregadas transformadas son

$$\hat{y}_{F,am}^* = \hat{y}_{(s)F,am} + \beta_{(s)am} \epsilon_{am} \quad (16)$$

siendo $\beta_{(s)am} \in [0, 1]$, y $\sum_{s=1}^S \beta_{(s)F,am} = 1$. Estas ponderaciones pueden obtenerse de forma que las predicciones menos fiables se alteren en mayor proporción; así pues si se define

$$\beta_{(s)am} = \bar{s}_{(s)F,am}^2 / \sum_{s=1}^S \bar{s}_{(s)F,am}^2 \quad (17)$$

se consigue este objetivo. También cabe estimar estas ponderaciones minimizando la varianza de las nuevas predicciones agregadas con la restricción de anularse las diferencias con las predicciones globales, o también proporcionalmente a las predicciones obtenidas, esto es

$$\beta_{(s)am} = \hat{y}_{(s)F,am} / \sum_{s=1}^S \hat{y}_{(s)F,am} \quad (18)$$

a	m	Doméstica	Industrial	Benéfica	Organismos P.
1998	Dic.	248228763	7676707	769093	22602697
1999	Ene.	155865470	10725457	1138528	25234424
	Feb.	216781402	8870581	937619	20164574
	Mar.	166153544	13600793	966296	22102441
	Abr.	196699512	13060321	901965	20670501
	May.	181931444	12912122	921411	23234125
	Jun.	396421003	13164313	900612	22168892
	Jul.	856929232	13749786	920325	24276467
	Ago.	584195349	13194360	939538	28541266
	Sep.	737990789	13867792	929930	27651931
	Oct.	608030938	16734918	975086	30320722
	Nov.	678134842	16097830	1212797	26921165
	Dic.	723741706	20013672	1717043	37929644

Tabla 6: Varianzas de las predicciones desagregadas

Para ilustrar el sistema de corrección de las predicciones desagregadas parte de las varianzas de las predicciones obtenidas para cada una de las tarifas:

Utilizando el primer criterio, $\beta_{(s)am} \propto \bar{s}_{(s)F,am}^2$ o el segundo, $\beta_{(s)am} \propto \hat{y}_{(s)F,am}$, se llega a las tablas siguientes; la primera corresponde a las pondera-

ciones proporcionales a las varianzas de las predicciones, y la segunda, la proporcionalidad es el nivel de éstas.

Así pues, se modifican las predicciones desagregadas siguientes, de manera que su agregación coincida con la predicción global.

a	m	Doméstica $\beta(1)$	Industrial $\beta(2)$	Benéfica $\beta(3)$	Organismos P. $\beta(4)$
1998	Dic.	0.990828	0.000948	0.000010	0.008215
1999	Ene.	0.969932	0.004593	0.000052	0.025423
	Feb.	0.989761	0.001657	0.000018	0.008564
	Mar.	0.976153	0.006541	0.000033	0.017273
	Abr.	0.984763	0.004341	0.000021	0.010875
	May.	0.979075	0.004932	0.000025	0.015968
	Jun.	0.995783	0.001098	0.000005	0.003114
	Jul.	0.998940	0.000257	0.000001	0.000802
	Ago.	0.997109	0.000509	0.000003	0.002380
	Sep.	0.998244	0.000352	0.000002	0.001401
	Oct.	0.996764	0.000755	0.000003	0.002479
	Nov.	0.997862	0.000562	0.000003	0.001572
	Dic.	0.996495	0.000762	0.000006	0.002737

Tabla 7: Ponderaciones para consolidación de predicciones desagregadas por tarifas (criterio 1)

a	m	$\beta(1)$	$\beta(2)$	$\beta(3)$	$\beta(4)$
1998	Dic.	0.749348	0.115233	0.005289	0.130130
1999	Ene.	0.808802	0.111703	0.005830	0.073665
	Feb.	0.770062	0.101538	0.004691	0.123709
	Mar.	0.805656	0.101735	0.005589	0.087021
	Abr.	0.786476	0.107726	0.005816	0.099982
	May.	0.787034	0.114921	0.006109	0.091936
	Jun.	0.759259	0.122735	0.005324	0.112682
	Jul.	0.770278	0.122464	0.007038	0.100221
	Ago.	0.725249	0.140630	0.005979	0.128142
	Sep.	0.755844	0.125568	0.006962	0.111626
	Oct.	0.735148	0.135325	0.004972	0.124555
	Nov.	0.810528	0.109068	0.005830	0.074573
	Dic.	0.761413	0.111015	0.003937	0.123636

Tabla 8: Ponderaciones para consolidación de predicciones desagregadas por tarifas (criterio 2)

a	m	Doméstica	Industrial	Benéfica	Organismos	Agregada	Global
1998	Dic.	1392224	214092	9827	241770	1857913	1870897
1999	Ene.	1598115	220715	11519	145555	1975904	1986556
	Feb.	1415990	186707	8626	227477	1838800	1878518
	Mar.	1515169	191329	10510	163656	1880665	1863631
	Abr.	1376861	188593	10181	175036	1750671	1816841
	May.	1633688	238547	12681	190837	2075753	2055357
	Jun.	1481274	239450	10386	219836	1950947	1990425
	Jul.	1870541	297391	17090	243375	2428398	2398316
	Ago.	1563985	303266	12894	276335	2156481	2212172
	Sep.	1839716	305630	16945	271696	2433987	2402112
	Oct.	1492190	274680	10093	252819	2029782	2066386
	Nov.	1730620	232880	12449	159227	2135177	2152133
	Dic.	1447177	211000	7482	234987	1900646	1930701

Tabla 9: Predicciones desagregadas y global

PREDICCIÓN DEL CONSUMO DE AGUA EN CÓRDOBA

Las predicciones consolidadas utilizando el primer criterio aparecen en la tabla 10, y si se emplea el segundo criterio, en la tabla 11

mados en la ciudad de Córdoba, a través de un proceso de colaboración Universidad-Empresa con la compañía EMACSA.

a	m	Doméstica	Industrial	Benéfica	Organismos
1998	Dic.	1405089	214105	9827	241877
1999	Ene.	1608447	220764	11520	145826
	Feb.	1455301	186773	8627	227817
	Mar.	1498541	191218	10510	163362
	Abr.	1442023	188880	10183	175755
	May.	1613719	238446	12681	190511
	Jun.	1520585	239494	10387	219959
	Jul.	1840491	297384	17090	243351
	Ago.	1619515	303295	12894	276468
	Sep.	1807897	305619	16945	271651
	Oct.	1528676	274708	10093	252909
	Nov.	1747541	232890	12449	159253
	Dic.	1477126	211023	7482	235070

Tabla 10: Predicciones consolidadas desagregadas y global (criterio 1)

a	m	Doméstica	Industrial	Benéfica	Organismos
1998	Dic.	1401953	215588	9896	243460
1999	Ene.	1606730	221905	11581	146340
	Feb.	1446575	190740	8812	232390
	Mar.	1501445	189597	10415	162174
	Abr.	1428902	195721	10566	181652
	May.	1617635	236203	12557	188962
	Jun.	1511248	244296	10597	224285
	Jul.	1847370	293707	16879	240360
	Ago.	1604375	311098	13227	283471
	Sep.	1815623	301628	16724	268138
	Oct.	1519099	279634	10275	257378
	Nov.	1744364	234730	12548	160491
	Dic.	1470061	214337	7600	238703

Tabla 11: Predicciones consolidadas desagregadas y global (criterio 2)

Los resultados son muy similares, tanto con el primer tipo de ponderaciones como con el segundo.

Este proceso de consolidación de predicciones puede ser aplicado a un segundo nivel (los bloques dentro de cada tarifa), o utilizando otro criterio de segmentación de los abonados, como las zonas o barriadas. La determinación de las constantes β_{am} puede enfocarse con una aproximación bayesiana que incorpore las creencias a priori sobre la fiabilidad de las predicciones desagregadas respecto a las predicciones globales.

CONSIDERACIONES FINALES

En estas páginas se han tratado diversos problemas que se presentan en la gestión y planificación de las actividades de una empresa suministradora de agua, ilustrando los resultados con datos to-

La necesidad de realizar predicciones de ventas es común a cualquier empresa, si bien, en el caso de una compañía de suministro de agua urbana, la intervención pública en el sistema de autorización de tarifas requiere un enfoque riguroso y todo lo preciso posible en este campo. El seguimiento del control de las desviaciones en las predicciones es básico para ir evaluando a lo largo de cada ejercicio si se van a conseguir los objetivos presupuestarios y financieros. La estacionalidad del consumo es diferente en diversos tipos de usuarios, pero también está asociada al tipo de contador empleado. La influencia del sistema de tarifas y la normativa legal sobre el tipo de contador tienen una incidencia real sobre el comportamiento de los consumidores; de igual forma, la concienciación ciudadana para el uso racional del agua es alcanzable de forma más fácil en épocas de prolongada sequía, como hemos comprobado en los datos de la ciudad de Córdoba correspondiente a mediados de la década de los no-

venta, y la evolución posterior, en el que se mantienen unos hábitos de ahorro durante varios años. La recuperación del consumo doméstico tras un período de sequía se produce de forma retardada y distinta en viviendas dotadas de contadores individuales, respecto a las que tienen un contador colectivo.

Se proponen varias soluciones de tipo estadístico a problemas reales de uso de diversos modelos sobre una misma serie, obteniéndose mejoras en la precisión de las predicciones. No tiene sentido pensar en un mejor modelo para la predicción, sino de modelos posibles y compatibles con la realidad y que se comportan con variables niveles de precisión en función del horizonte temporal, aconsejándose el uso de predicciones obtenidas con más de un modelo, y refundiéndolas con la metodología propuesta. La solución desarrollada, consistente en usar la combinación lineal convexa de las predicciones que minimiza la desviación típica para cada instante del período de predicción, es de fácil implementación práctica, y es un complemento útil para su empleo con métodos conocidos de análisis de series temporales. Asimismo se aborda el problema de consolidación de predicciones desagregadas y agregadas; es ésta una cuestión no resuelta en los paquetes econométricos y que, sin embargo, se presenta de forma habitual, al no ser compatibles predicciones obtenidas con diversos niveles de desagregación. La metodología aquí desarrollada soluciona de forma flexible este problema, con la posibilidad de incorporar información a priori en el proceso de consolidación.

LISTA DE SÍMBOLOS

- y_{am} Consumo mensual de agua (mes m del año a) en m³
- $\hat{y}_{t,am}$ Predicción del consumo mensual (mes m del año a) en m³
- $\hat{y}^*_{t,am}$ Predicciones obtenidas por agregación de componentes
- \bar{s}^2_{am} Varianza muestral de la predicción (mes m del año a)
- $\hat{y}_F(\mathbf{O})$ Predicción inicial del consumo en m³
- $y\mathbf{B}\mathbf{i}\mathbf{T}\mathbf{j}_t$ Consumo en el bloque i-ésimo de la tarifa j-ésima en m³
- t Instante en que se mide la serie (mes, año)
- a_t Serie temporal residual tipo ruido blanco
- e_t Serie temporal residual autocorrelada
- $\alpha_{t,am}$ Ponderaciones para consolidar predicciones desagregadas
- $\beta_{(s),am}$ Ponderaciones para consolidar predicciones obtenidas con varios modelos

- \mathbf{B} Operador retardo ($\mathbf{B}^r y_t = y_{t-r}$)
- ∇ Operador diferencia ($\nabla y_t = y_t - y_{t-1}$)
- ∇_{12} Operador diferencia estacional ($\nabla_{12} y_t = y_t - y_{t-12}$)
- α Proporcional a

BIBLIOGRAFÍA.

Chang, I., Tiao, G.C., Chen, C. (1988). Estimation of Time Series Parameters in the Presence of Outliers. *Technometrics*, 30, 193-204.

Chen, C., Liu, L. (1993). Joint Estimation of Model Parameters and Outlier Effects in Time Series. *Journal of the American Statistical Association*, 88, 284-297.

Caridad y Ocerin, J.M. (1998). *Econometría: Modelos Econométricos y Series Temporales* (2 tomos) Editorial Reverté. Barcelona.

Hamilton, J.D. (1994). *Time Series Analysis*. Princeton University Press. Princeton. New Jersey.

Gómez, V. Maravall, A. (1998). Automatic modeling methods for univariate series. Documento de trabajo n° 9808. Banco de España.

Aguilera Flink, F. (1996). Instrumentos útiles para mejorar la gestión del agua. *Cuadernos Aragoneses de Economía*, 6, 1, 15-39.

Martínez López, L.; Martín Barajas, S. (1995). Por un enfoque de demanda en la gestión del agua. *Ciudad y Territorio*, 3, 105, 509-513

Fluxá Ceva, J.M., Gistau Gistau, R.; Herreras Espino, J.A.; López Camacho, B. (1997) El mercado del agua. *Revista de Estudios Económicos*. 1-2, 173-188.

Iranzo, J.E. (1997) La gestión del agua. *Revista de Estudios Económicos*, 1-2, 147-150

Pages i Galtes, J (1995) La tarifa del servicio municipal de distribución domiciliaria de agua. *Revista de Hacienda Local*, 73, 25, 57-96.

Azqueta, D. (1999) Política hidrológica y valor económico del agua. *Economistas*, 80, 436-440.

Mipel, K.W., McLeod, A.I. (1994) *Time series modelling of water resources and environmental Systems*. Elsevier.