

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Departamento de Ingeniería Mecánica y de Materiales



Trabajo Fin de Máster en Ingeniería Mecánica

Desarrollo e implementación de una metodología de
caracterización del comportamiento acústico de
silenciadores reactivos y disipativos mediante Ansys
Workbench

Presentado por: D. Pedro Javier Munuera Otón

Dirigido por: Dr. D. Francisco D. Denia Guzmán

Valencia, Mayo de 2019



RESUMEN

Este Trabajo Fin de Máster se centra en el desarrollo e implementación de una metodología numérica detallada que permita simular y caracterizar el comportamiento acústico de silenciadores de escape de motores de combustión. Las tipologías consideradas abarcan tanto configuraciones puramente reactivas como disipativas, es decir, con material absorbente en su interior, pudiendo tener en cuenta además el efecto de la presencia de un conducto perforado. La metodología desarrollada tiene como base el método de elementos finitos (MEF), y el programa seleccionado para realizar las simulaciones acústicas es Ansys Workbench, concretamente la versión 19.0. Ansys Workbench es un programa de elementos finitos muy potente y versátil que se ha desarrollado considerablemente durante los últimos años, añadiendo y mejorando diferentes módulos, como el correspondiente a la disciplina de acústica. Este software permite realizar las tres fases de un análisis (pre-procesado, procesado y post-procesado) dentro del mismo programa de manera sencilla y muy intuitiva, consiguiendo además unos resultados precisos.

Dentro del desarrollo de este trabajo, en primer lugar se exponen los fundamentos acústicos que conforman la base que da sustento a las actividades y tareas llevadas a cabo. Con este objetivo, se revisa la teoría acústica, la definición de silenciador desde un punto de vista acústico, las tipologías de silenciadores y los métodos tradicionales de análisis acústico, como el modelo de onda plana. También se desarrolla la teoría pertinente sobre la caracterización de materiales absorbentes y superficies perforadas, donde se resalta su importancia como agentes atenuadores de ruido y se definen sus propiedades más importantes. Una vez mostrada la teoría acústica necesaria, se desarrolla la formulación del problema acústico presentando las ecuaciones que describen la propagación acústica del sonido y su aplicación a los silenciadores. Además de la teoría acústica, se exponen los fundamentos del método de elementos finitos, en el cual está basado el software que se utilizará en este trabajo, y que servirá para resolver la ecuación de onda en el interior del silenciador.



Finalmente, se aplica el método de los elementos finitos para cuantificar y analizar la atenuación acústica de diferentes geometrías y configuraciones de silenciadores. Para ello, se procede a la utilización del software comentado. Este aspecto se trata con mucho nivel de detalle, con una exposición paso a paso de todo el proceso que permite describir de una manera precisa la metodología seguida en este trabajo. A partir de la metodología desarrollada, se realiza un estudio de la influencia de ciertos parámetros de diseño, como la longitud de la cámara de expansión y el diámetro de la cámara, en la atenuación acústica para diversas geometrías. También se analiza el efecto de la presencia de material fonoabsorbente en la cámara de expansión, y el efecto del tubo perforado en el nivel de atenuación del silenciador.

Para dar validez al método desarrollado con el programa Ansys Workbench, se han comparado los resultados obtenidos por el método de los elementos finitos, con los valores del TL correspondientes a cada geometría, calculados de manera analítica a partir de diversos programas en Matlab y Mathcad implementados en el departamento en varios proyectos de investigación previos. Además, se han comparado y validado los resultados obtenidos con una serie de mediciones experimentales del TL de algunas de las geometrías estudiadas. De esta manera, también se han podido observar las discrepancias de las medidas reales con el modelo acústico lineal. Esta validación experimental se ha llevado a cabo en uno de los bancos de ensayos construidos en el marco de varias tesis doctorales y proyectos investigación.

Palabras clave: acústica, ecuación de ondas, elementos finitos, Ansys Workbench, elementos perforados, longitud de cámara, atenuación acústica, silenciadores, material absorbente.



RESUM

Este Treball Fi de Màster es centra en el desenvolupament i implementació d'una metodologia numèrica detallada que permeta simular i caracteritzar el comportament acústic de silenciadors d'escapament de motors de combustió. Les tipologies considerades tenen en compte tant configuracions purament reactives com dissipatives, és a dir, amb material absorbent en el seu interior, a més de considerar també l'efecte de la presència d'un conducte perforat. La metodologia desenvolupada té com a base el mètode d'elements finits (MEF), i el programa seleccionat per realitzar les simulacions acústiques és Ansys Workbench, concretament la versió 19.0. Ansys Workbench és un programa d'elements finits molt potent i versàtil que s'ha desenvolupat considerablement durant els últims anys, afegint i millorant diferents mòduls, com el corresponent a la disciplina d'acústica. Este programa permet realitzar les tres fases d'una anàlisi (pre-processat, processat i post-processat) dins del mateix codi de manera senzilla i molt intuïtiva, aconseguint a més uns resultats precisos.

En primer lloc s'exposen els fonaments acústics que conformen la base que dona suport a les activitats i tasques realitzades. Amb este objectiu, es revisa la teoria acústica, la definició de silenciador des d'un punt de vista acústic, les tipologies de silenciadors i els mètodes tradicionals d'anàlisi acústica, com el model d'ona plana. També es desenvolupa la teoria pertinent sobre la caracterització de materials absorbents i superfícies perforades, on es destaca la seua importància com a agents atenuadors de soroll i es defineixen les seues propietats més importants. Una vegada mostrada la teoria acústica necessària, es desenvolupa la formulació del problema acústic presentant les equacions que descriuen la propagació acústica del so i la seua aplicació als silenciadors. A més de la teoria acústica, s'exposen els fonaments del mètode d'elements finits, en el qual està basat el programa que s'utilitzarà en este treball, i que servirà per resoldre l'equació d'ona a l'interior del silenciador.

Finalment, s'aplica el mètode dels elements finits per quantificar i analitzar l'atenuació acústica de diferents geometries i configuracions de silenciadors. Per a això, es procedeix a la utilització del programa



comentat. Este aspecte es tracta amb molt nivell de detall, amb una exposició pas a pas de tot el procés que permet descriure d'una manera precisa la metodologia seguida en este treball. A partir de la metodologia desenvolupada, es realitza un estudi de la influència de certs paràmetres de disseny, com la longitud de la cambra d'expansió i el diàmetre de la cambra, en l'atenuació acústica per a diverses geometries. També s'analitza l'efecte de la presència de material fonoabsorbent a la cambra d'expansió, i l'efecte del tub perforat en el nivell d'atenuació del silenciador.

Per donar validesa al mètode desenvolupat amb el programa Ansys Workbench, s'han comparat els resultats obtinguts pel mètode dels elements finits, amb els valors del TL corresponents a cada geometria, calculats de manera analítica a partir de diversos programes en Matlab i Mathcad implementats en el departament en diversos projectes d'investigació previs. A més, s'han comparat i validat els resultats obtinguts amb una sèrie de mesuraments experimentals del TL d'algunes de les geometries estudiades. D'esta manera, també s'han pogut observar les discrepàncies de les mesures reals amb el model acústic lineal. Esta validació experimental s'ha dut a terme en un dels bancs d'assajos construïts en el marc de diverses tesis doctorals i projectes investigació.

Paraules clau: acústica, equació d'ones, elements finits, Ansys Workbench, elements perforats, longitud de cambra, atenuació acústica, silenciadors, material absorbent.



ABSTRACT

This Master Thesis is focused on the development and implementation of a detailed numerical methodology which allows the characterization and simulation of the acoustic behaviour of exhaust mufflers of combustion engines. The typologies considered cover reactive and dissipative configurations. The last configuration includes absorbent materials in the chamber, and it is also possible to take into account the effect of the presence of a perforated pipe. The methodology developed is based on the finite element method (FEM), and the software selected to perform the acoustic simulations is Ansys Workbench, specifically version 19.0. Ansys Workbench is a very powerful and versatile finite element software that has been developed considerably during the last years, adding and improving different modules, such as the one corresponding to the discipline of acoustics. This software allows the user to perform the three phases of an analysis (pre-processing, processing and post-processing) with the same programme in a simple and very intuitive way, also achieving accurate results.

About the development of this study, firstly the acoustic foundations are exposed. These form the basis to sustain the activities and tasks developed in this project. For this reason, the acoustic theory is reviewed, as well as the muffler definition from an acoustical point of view. In addition, details are given about the muffler typologies and the traditional methods for their acoustic analysis, such as plane wave models. Furthermore, a bibliography review related to the characterization of absorbent materials and perforated surfaces is made. Their importance as noise attenuators is highlighted and their most important properties are defined. Then, the formulation of the acoustic problem is developed presenting the governing equations which describe the acoustic sound propagation and its application to the muffler. Thereupon, the fundamentals of the finite element method are described for solving the wave equation inside mufflers.

Finally, the finite element method is applied in order to quantify and analyse the acoustic attenuation of different geometries and configurations of mufflers. For this reason, the commented software is used. This process is treated with an adequate level of detail, with a



systematic exposition of the whole process that allows us to describe accurately the methodology followed in this work. The influence of several design parameters on the acoustic attenuation of different geometries has been assessed, such as the length of the chamber and the diameter of the chamber. The effect of the presence of absorbent material in the expansion chamber, and the effect of the perforated pipe on the attenuation level of the muffler are also analysed.

In order to validate the method developed with Ansys Workbench, the results obtained by the finite element method were compared with the acoustic attenuation values corresponding to each geometry, computed analitically from several in-house codes developed in the department using Matlab and Mathcad. In addition, the results obtained have been compared and validated with a series of experimental acoustic attenuation measurements of some of the geometries studied. This comparison has allowed us to realise of the discrepancies between the real measurements and the lineal acoustic model. This experimental validation has been performed in a test-bench created in the framework of several doctoral theses and research projects.

to each geometry, computed analitically

Keywords: acoustics, wave equation, finite element method, perforated elements, Ansys Workbench, chamber length, Transmission Loss, mufflers, absorbent material.



ÍNDICE

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN.

1.1. MOTIVACIÓN	2
1.2. ANTECEDENTES	6
1.3. OBJETIVOS DE ESTE TRABAJO	8
1.4. ORGANIZACIÓN DEL DOCUMENTO	9

CAPÍTULO 2. FUNDAMENTOS ACÚSTICOS.

2.1. INTRODUCCIÓN	14
2.2. SONIDO Y ACÚSTICA	15
2.2.1. EL SONIDO	15
2.2.2. ACÚSTICA	16
2.3. ONDA ACÚSTICA	18
2.3.1. TIPOS DE ONDAS SEGÚN EL MOVIMIENTO DE LAS PARTÍCULAS	18
2.3.2. ONDAS PLANAS, CILÍNDRICAS Y ESFÉRICAS.....	19
2.3.3. VELOCIDAD DE PROPAGACIÓN.....	22
2.3.4. ONDA ACÚSTICA EN EL TIEMPO Y EL ESPACIO	23
2.3.5. COMPORTAMIENTO ARMÓNICO Y NOTACIÓN COMPLEJA ..	25
2.3.6. ONDAS PROGRESIVAS, REGRESIVAS Y ESTACIONARIAS	27
2.3.7. IMPEDANCIA ACÚSTICA	29
2.3.8. MEDICIÓN DEL SONIDO	30
2.4. ECUACIÓN DE ONDAS	33
2.4.1. MODELOS APLICABLES	33
2.4.2. MODELO DINÁMICO NO LINEAL.....	34
2.4.3. MODELO ACÚSTICO LINEAL.....	39
2.4.4. HIPÓTESIS DE PARTIDA.....	39
2.4.5. SOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES DE ONDA PARA EL MODELO ACÚSTICO LINEAL.....	42
2.4.6. ECUACIÓN DE HELMHOLTZ	46
2.4.7. CONSIDERACIONES DEL MODELO ACÚSTICO	46
2.5. ACÚSTICA EN CONDUCTOS	48



2.5.1. PROPAGACIÓN EN CONDUCTOS	48
2.5.2. SOLUCIÓN EN PRESIÓN.....	48
2.5.3. SOLUCIÓN EN VELOCIDAD.....	50
2.5.4. IMPEDANCIA ACÚSTICA	51
2.6. ACÚSTICA EN PLACAS Y TUBOS PERFORADOS	53
2.6.1. PLACAS Y TUBOS PERFORADOS.....	53
2.6.2. IMPEDANCIA ACÚSTICA EN SUPERFICIES PERFORADAS	55
2.7. MATERIALES FONOAORSORBENTES	57
2.7.1. GENERALIDADES.....	57
2.7.2. CARACTERÍSTICAS DEL MATERIAL.....	58
2.8. SILENCIADORES.....	60
2.8.1. DEFINICIÓN.....	60
2.8.2 TIPOS DE SILENCIADORES.....	61
2.8.3. INDICES DE ATENUACIÓN SONORA	64
2.8.4. REPRESENTACIÓN MATRICIAL DE UN SILENCIADOR.....	66

CAPÍTULO 3. MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS.

3.1. INTRODUCCIÓN	76
3.2. MODELOS DISCRETOS Y CONTINUOS	78
3.3. MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS	79
3.3.1. PASO 1: DISCRETIZACIÓN DEL DOMINIO.....	79
3.3.2. PASO 2: INTERPOLACIÓN POLINÓMICA.....	81
3.3.3. PASO 3: PLANTEAMIENTO MATRICIAL Y ENSAMBLADO.....	83
3.3.4. PASO 4: CONDICIONES DE CONTORNO.....	84
3.3.5. PASO 5: TRANSFORMACIÓN DE COORDENADAS	85
3.3.6. PASO 6: RESOLUCIÓN	86

CAPÍTULO 4. MÉTODO DE TRABAJO.

4.1. INTRODUCCIÓN	88
4.2. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA	88
4.2.1. TIPOS DE GEOMETRÍAS.....	89
4.2.2. MATERIAL FONOAORSORBENTE.....	92
4.2.3. SUPERFICIE PERFORADA.....	93
4.3. IMPLEMENTACIÓN EN ANSYS WORKBENCH.....	94



4.3.1. <i>PRE-PROCESADO</i>	95
4.3.2. <i>PROCESADO</i>	97
4.3.3. <i>POST-PROCESADO</i>	97

CAPÍTULO 5. MEF EN ANSYS WORKBENCH.

5.1. INTRODUCCIÓN	100
5.2. ENTORNO DE TRABAJO	101
5.3. SILENCIADORES REACTIVOS	106
5.3.1. <i>MATERIALES</i>	106
5.3.2. <i>GEOMETRÍA</i>	108
5.3.3. <i>MALLADO</i>	126
5.3.4. <i>CONDICIONES DE CONTORNO</i>	131
5.3.5. <i>SIMULACIÓN Y RESULTADOS</i>	135
5.4. SILENCIADORES DISIPATIVOS	139
5.5. SIMULACIÓN CON EL EFECTO DE LA SUPERFICIE PERFORADA	144

CAPÍTULO 6. VALIDACIÓN DE RESULTADOS.

6.1. INTRODUCCIÓN	152
6.2. VALIDACIÓN ANALÍTICA	152
6.3. VALIDACIÓN EXPERIMENTAL	156
6.3.1. <i>BANCO DE ENSAYOS</i>	156
6.3.2. <i>MÉTODOS EXPERIMENTALES</i>	161
6.3.3. <i>RESULTADOS EXPERIMENTALES</i>	164

CAPÍTULO 7. ANÁLISIS DE RESULTADOS.

7.1. INTRODUCCIÓN	174
7.2. EFECTO DE LA LONGITUD DE LA CÁMARA DE EXPANSIÓN	175
7.3. EFECTO DEL DIÁMETRO DE LA CÁMARA DE EXPANSIÓN	179



7.4. EFECTO DEL MATERIAL ABSORBENTE	182
7.5. EFECTO DE LA INTRODUCCIÓN DE LA SUPERFICIE PERFORADA	185
7.6. INCOHERENCIA FÍSICA EN LOS RESULTADOS DEL PERFORADO	189
 CAPÍTULO 8. CONCLUSIONES.	
8.1. CONCLUSIONES	194
 BIBLIOGRAFÍA.....	197
 ANEXOS	
ANEXO I. Cálculo de las propiedades del material absorbente.	203
ANEXO II. Cálculo de la impedancia de la placa perforada.	206
ANEXO III. Informe del análisis acústico generado por Ansys Workbench.	209



Capítulo 1
INTRODUCCIÓN



1.1. MOTIVACIÓN

Los sonidos son una parte fundamental en la vida diaria de cualquier ser vivo. Los animales utilizan los sonidos con una infinidad de funciones diferentes, pero todas ellas esenciales para su supervivencia. La función que puede resultar más obvia es la comunicación entre individuos de la misma especie. Por ejemplo, se puede observar cuando los lobos aúllan desde sus respectivas posiciones para lograr así reunir a la manada de nuevo o alertar sobre algún peligro. Dependiendo de la especie los sonidos pueden ser utilizados, entre otras cosas, como rito de apareamiento o para intimidar a un adversario, un claro ejemplo de ello podría ser la serpiente de cascabel.

Una función muy interesante de los sonidos en el mundo animal es el empleo del eco o captación de las ondas sonoras reflejadas. Para los animales que desarrollan su vida en la oscuridad de la noche o el interior del mar, como los murciélagos o los delfines, el empleo del eco es algo habitual. Su principio es simple, la onda sonora, originada por el animal, repercute en los objetos que se encuentra en el camino y regresa de nuevo. De acuerdo con el tiempo que se necesite para que la onda sonora regrese, el animal puede determinar la distancia a la que se encuentra el objeto, y por el carácter del eco, las cualidades de este objeto.

Al igual que para los animales, los sonidos son parte esencial de la vida y la evolución del ser humano. Resulta fácil imaginar, que la capacidad humana para percibir sonidos ha sido clave en el desarrollo de la especie. Desde los tiempos más remotos el hombre ha sido capaz de comunicarse con señales sonoras rudimentarias, y más tarde, con un lenguaje perfectamente estructurado.

Tal y como se verá posteriormente en este trabajo, una onda sonora se puede definir como la propagación de una perturbación provocada por la vibración o movimiento de un objeto en un medio elástico como puede ser el aire. Sin embargo, para el ser humano tiene un componente social y según las características de estas ondas le puede producir sensaciones placenteras o incómodas. La unión perfectamente armonizada de los sonidos, es decir la música, fue muy probablemente el origen técnico del estudio del sonido. El interés de la humanidad por



la música ha sido siempre una motivación para que científicos e ingenieros aumentaran sus conocimientos de acústica.

Al contrario que la música, hay características de las ondas sonoras y la combinación de éstas que nos resulta molesto. Aparece por tanto el concepto de ruido, entendido éste como un sonido que crea una sensación auditiva desagradable para el ser humano, suele caracterizarse por una intensidad elevada y un comportamiento disarmónico. El ruido ha estado siempre presente en la vida diaria del ser humano. De manera ilustrativa se puede poner como ejemplo la ciudad de Roma en la época del Imperio romano. Roma debió de ser una ciudad muy ruidosa, hasta el punto de ser reflejado en textos históricos de la época. En el texto siguiente de Séneca, epístola LVI a Lucilio, se puede intuir la resignación del pensador frente al ruido [1].

“Creo que la voz humana distrae más que el rumor, porque aquella reclama la atención del espíritu, mientras que el rumor no llena ni hiere más que a los oídos. Entre los ruidos que suenan a mí alrededor sin distraerme pongo los carros que pasan por la calle, mi vecino el serrador, y aquel otro que cerca de la fuente ensaya las trompetas y flautas que más que cantar, aúlla. Pues ¿qué? ¿No será alguna vez más cómodo estar libre de todo tumulto? Estoy seguro, por eso me iré de este lugar. Intenté probarme y ejercitarme. ¿Qué necesidad de torturarse más tiempo, si Ulises encontró tan fácilmente para sus compañeros el remedio adecuado contra las sirenas?”

En la actualidad, y contextualizado en el bullicio de las ciudades modernas, el ritmo de vida frenético al que estamos expuestos y los ruidosos puestos de trabajo que sufre la mayoría de la sociedad, ha aumentado la preocupación por el control del ruido y el desarrollo de aparatos que puedan reducir este nivel de molestia en nuestra vida diaria. Debido a los efectos de toda esta cantidad de sonidos molestos en las ciudades del mundo moderno, el ruido ha llegado al punto de ser considerado una contaminación constante en la sociedad llamada contaminación acústica.

Los sonidos afectan a todo el mundo. Afecta en la seguridad de los vehículos, en la construcción de los edificios, en la eficiencia en el



trabajo, etc. De hecho el ruido está presente en la mayor parte de nuestra vida diaria. Se encuentra en todo lo que nos rodea, impregna cada aspecto del mundo cotidiano. Y lo más importante de todo, esto afecta a nuestra calidad de vida [2].

Los humanos estamos expuestos al ruido durante el día y la noche. Se pueden sufrir múltiples problemas de salud cuando las personas se encuentran sometidas de manera continuada al ruido, o incluso, si sufren una exposición de manera puntual con niveles de intensidad demasiado elevados. Ruidos muy intensos, a veces, pueden conducir a enfermedades fisiológicas como puede ser la pérdida parcial o total de la audición. Asimismo, podemos padecer problemas psicológicos como el estrés, las alteraciones del sueño, disminución de la atención, depresión, falta de rendimiento o agresividad. Debido a estos aspectos negativos sobre la salud, se han desarrollado criterios para decidir sobre la aceptabilidad de los niveles de ruido para diferentes actividades. Estos criterios están marcados para mejorar la comunicación, reducir las molestias y disminuir la interferencia del sueño. Con el objetivo de mejorar nuestra calidad de vida, muchos de los esfuerzos científicos en la actualidad están destinados a atenuar esta contaminación acústica.

Desde hace años, el ruido se ha convertido en un factor contaminante persistente en la mayoría de las ciudades. Para poder reducir la contaminación acústica a la que estamos sometidos, el primer paso es saber de dónde proviene. El principal causante de la contaminación acústica es la propia actividad humana. Para conocer en más detalle el origen de esta problemática tendremos que remontarnos hasta La Revolución Industrial impulsada por Inglaterra en el siglo XIX, la cual es considerada como uno de los hitos que generó los mayores cambios tecnológicos, económicos, sociológicos y culturales en la historia de la humanidad. Pero esta transformación profunda en la producción de bienes trajo aparejados un sinnúmero de problemas ambientales, cuyos efectos perduran hasta la fecha y que los científicos siguen tratando de revertir. La introducción de ruidosas maquinarias y largas jornadas laborales fue el preludio de la contaminación acústica que conocemos hoy en día y que es tan dañina en los puestos de trabajo, como en las ciudades [3].



La contaminación acústica afecta de manera especialmente negativa a aquellos individuos que desarrollan actividades industriales, y además, a los que usan con bastante frecuencia determinados vehículos para poder desplazarse. Esto es debido a que la principal fuente de ruido en las ciudades y en el entorno industrial son los motores de combustión, que proporcionan la energía necesaria a la mayoría de las máquinas pudiendo así desempeñar las funciones para las que fueron diseñadas. La salida de los gases de escape de los motores de combustión interna alternativos genera un ruido intenso e indeseable. Para reducir este ruido, los ingenieros han desarrollado diferentes diseños de la línea de escape donde se presta especial atención a los silenciadores como el principal elemento de reducción de la intensidad de la onda sonora transmitida al exterior [4].

La función de los silenciadores es reducir la intensidad acústica de la señal en el escape del motor, de tal manera que los niveles de ruido queden por debajo de un nivel fijado, como criterio de homologación para cada caso. En función del principio de atenuación utilizado por los silenciadores para reducir la transmisión del sonido, podemos distinguir tres tipos: los silenciadores reactivos, cuyo mecanismo principal para atenuar el paso del sonido a través del silenciador es reflejar, mediante cámaras de expansión, la energía acústica de vuelta hacia la fuente. Los resonadores, estos silenciadores pueden disipar la energía acústica de un rango de frecuencias determinadas cuando estas frecuencias excitan alguno de los modos de vibración del fluido que se encuentra dentro de la cámara, colocada estratégicamente en el conducto de escape. Por último están los silenciadores disipativos, geoméricamente pueden ser parecidos a los silenciadores reactivos, sin embargo, la diferencia reside principalmente en que estos silenciadores introducen materiales fonoabsorbentes y tubos perforados para disipar la energía acústica de una manera más eficiente.

Para el modelado y análisis acústico de la línea de escape se debe analizar el comportamiento individual de sus componentes. Por lo que se estudian los silenciadores por ser el elemento más relevante en la atenuación acústica. En los últimos años, se han mejorado los modelos unidimensionales con una caracterización tridimensional. Las metodologías asociadas se fundamentan en las ecuaciones



multidimensionales de comportamiento acústico del aire y de otros materiales, existentes en sus correspondientes dominios, para calcular la solución en el contorno de la interfase. La existencia de un elemento perforado en la interfase y la presencia de flujo medio, conectan estas soluciones. Asimismo, estas metodologías se pueden dividir en dos grandes grupos: las basadas en métodos numéricos de tipo convencional (método de elementos de contorno) y el de elementos finitos (tipo modal). Aunque presenta algunas ventajas, el método de elementos de contorno es difícil incorporar el efecto convectivo debido al flujo medio.

Cuando existe flujo medio, el método de elementos finitos (MEF) es más versátil, además, tiene la capacidad de modelar geometrías de silenciadores más complejas. Por ello, en el ámbito del estudio de silenciadores está más extendida su utilización [5].

1.2. ANTECEDENTES

Este Trabajo Fin de Máster se enmarca dentro de una de las líneas de investigación del Centro de Investigación en Ingeniería Mecánica de la Universitat Politècnica de València. En las dos últimas décadas, el grupo investigador ha participado en múltiples proyectos y ha realizado numerosos trabajos en relación con el desarrollo de técnicas experimentales de caracterización acústica de sistemas de control de ruido, así como con la implementación y aplicación de software de simulación por elementos finitos para la resolución de problemas acústicos reales. Por lo tanto, se parte de la experiencia previa del grupo investigador en este ámbito de la ingeniería, en concreto para el modelado y caracterización del comportamiento acústico de la línea de escape de vehículos equipados con motor de combustión interna alternativo.

En lo referente a modelos acústicos, en las actividades realizadas hasta la fecha se ha llevado a cabo un trabajo exhaustivo en relación al desarrollo, implementación y validación de herramientas computacionales basadas en soluciones analíticas tridimensionales de la ecuación de ondas para reducir el coste computacional, si bien su



aplicabilidad queda relegada a configuraciones relativamente simples desde un punto de vista geométrico [6-11]. Con el fin de eliminar dichas limitaciones geométricas, el grupo de investigación también ha dedicado especial atención al método de elementos finitos. Inicialmente, dos décadas atrás, se apostó por el programa comercial Sysnoise, que fue utilizado de forma exhaustiva hasta su obsolescencia. La empresa propietaria por entonces (LMS) apostó por su integración en el software LMS Virtual.Lab, pero esta opción no acabó de encajar dentro del esquema del Centro de Investigación en Ingeniería Mecánica de la Universitat Politècnica de València, que apenas recurrió a la licencia disponible. En su lugar se apostó por Comsol Multiphysics, con excelentes resultados, si bien el coste anual limita el número de licencias disponibles. Por este motivo, en los últimos años, se ha hecho un esfuerzo para poder explotar las posibilidades acústicas de Ansys Workbench, cuyo coste corre a cargo de la UPV y puede considerarse como software de elementos finitos "institucional". Precisamente aquí es donde entra en juego el presente Trabajo Fin de Máster, cuyo objetivo fundamental es desarrollar en detalle una metodología de trabajo que permita la caracterización acústica de silenciadores de escape con Ansys Workbench, tanto en casos relativamente sencillos (configuraciones reactivas) como en geometrías más complejas de tipo disipativo con material absorbente y superficies perforadas.

De cualquier manera, dadas las limitaciones existentes en los programas comerciales de elementos finitos, el grupo de investigación ha tenido que abordar el desarrollo de herramientas propias más generales (igualmente basadas en elementos finitos) para considerar casos más complejos, como por ejemplo la presencia de altas temperaturas, gradientes térmicos y flujo medio [12-14]. Dado el elevado coste computacional de las técnicas numéricas tales como el Método de Elementos Finitos [15,16], es destacable también el interés en modelos híbridos analítico-numéricos que reduzcan dicho coste en términos de cálculo en el estudio de casos complejos [17-19]. Si bien la atenuación acústica viene dada en gran medida por los silenciadores de la línea de escape, otros dispositivos tales como los catalizadores y los filtros de partículas también tienen una influencia relevante. Por este motivo, en los últimos años se han desarrollado modelos y herramientas para la adecuada caracterización acústica de dichos dispositivos [20-23].

También se han realizado algunas contribuciones recientes en el ámbito de los silenciadores flexibles, de interés en la admisión [24], así como en la propuesta de soluciones basadas en material granular como alternativa a la utilización de materiales de tipo fibroso [25].

En lo referente a técnicas experimentales de caracterización acústica de materiales y sistemas de control de ruido, en el seno del grupo investigador se han llevado a cabo diversos proyectos y trabajos, entre los que cabe destacar varias Tesis Doctorales [26-28] así como algunas publicaciones de interés en revistas científicas [29]. Aunque la parte experimental queda fuera de los objetivos del presente Trabajo Fin de Máster, se utilizarán aquí algunos resultados experimentales obtenidos en el banco de ensayos a modo de validación.

1.3. OBJETIVOS DE ESTE TRABAJO

El objetivo principal de este trabajo es desarrollar e implementar una metodología detallada basada en elementos finitos que permita simular el comportamiento acústico de silenciadores de escape, tanto en el caso de configuraciones meramente reactivas como en situaciones generales que incluyan fenómenos disipativos, pudiendo tener en cuenta también el efecto de una superficie perforada.

El proceso de desarrollo de este objetivo se realizará con el programa comercial Ansys, y más concretamente, con la nueva versión 19.0 del software Ansys Workbench de dicha compañía. Este software de simulación es uno de los programas líderes a nivel industrial en cuanto a simulaciones con elementos finitos se refiere.

Con esta herramienta de simulación, se estudiarán diferentes configuraciones geométricas de silenciadores, alternando también la introducción de los efectos del material absorbente y la superficie perforada en el comportamiento acústico de dichos silenciadores. A partir de los resultados obtenidos de este estudio, se hará un análisis de la influencia de ciertas variables de diseño (longitud de la cámara de expansión, diámetro de la cámara, presencia de material absorbente, etc.) sobre la atenuación acústica de los silenciadores.



Paralelamente al desarrollo de la metodología para simular el comportamiento de los silenciadores a partir de elementos finitos, se va a llevar a cabo una validación de los resultados obtenidos de atenuación acústica. Esta validación se realizará mediante un procedimiento analítico y otro experimental, ambos desarrollados en otros proyectos de este departamento [7, 27, 30, 31 y 40].

Por tanto, y a modo de resumen, los objetivos que se pretenden acometer en este trabajo son los descritos a continuación:

Objetivo I: Desarrollar e implementar una metodología enfocada a simular el comportamiento acústico de diferentes configuraciones de silenciadores de escape. Esta metodología estará basada en elementos finitos y se desarrollará a partir del programa *Ansys Workbench V19.0 Academic*.

Objetivo II: Analizar la influencia de diferentes variables de diseño en el comportamiento acústico de los silenciadores y definir qué factores favorecen en mayor medida la eficiencia en la atenuación acústica de dichos elementos.

Objetivo III: Evaluar la herramienta de software *Ansys Workbench V19.0* como programa de simulación y modelado acústico, contrastando a su vez los resultados obtenidos en este software a partir de análisis analíticos y experimentales del comportamiento acústico de los silenciadores.

1.4. ORGANIZACIÓN DEL DOCUMENTO

Este Trabajo Fin de Máster se puede estructurar en tres partes diferentes. La primera parte corresponde a la revisión de los fundamentos y la formulación necesarios para desarrollar el trabajo (capítulos dos y tres), la segunda parte incluye la definición del problema y la metodología que se va a usar en este trabajo (capítulo cuatro), además de un capítulo (capítulo cinco) donde se explica de manera detallada cómo obtener los resultados requeridos con el



software que se está utilizando. Por último, hay una tercera fase en la que se analizan los resultados obtenidos, dándole validez al método utilizado y llegando a unas conclusiones finales sobre el trabajo (capítulos seis, siete y ocho). Los objetivos de cada capítulo son los siguientes:

Capítulo 2: Fundamentos acústicos. En este capítulo, se presentan los conceptos acústicos que forman la base teórica sobre la cual se desarrolla este proyecto. El objetivo es explicar los conceptos de la teoría acústica, definir las ecuaciones que gobiernan la propagación acústica del sonido y los diferentes modelos e hipótesis que permiten simplificar el problema acústico obteniendo soluciones aceptables, y describir el funcionamiento de un silenciador y qué tipologías existen.

Capítulo 3: Método de los elementos finitos. En este capítulo, se explican los conceptos básicos del método de elementos finitos (MEF) y se describe el procedimiento de trabajo de este método para poder aplicarlo a la ecuación de ondas que rige la propagación acústica en los silenciadores.

Capítulo 4: Método de trabajo. El objetivo de este capítulo es presentar los datos que caracterizan el problema acústico al que se le quiere dar solución en este trabajo. Adicionalmente, se explica de manera general las fases de trabajo que conforman el método a seguir en Ansys Workbench para realizar un análisis.

Capítulo 5: MEF en Ansys Workbench. En este capítulo se aplica el método de elementos finitos descrito en el capítulo anterior, utilizando el software Ansys Workbench v19.0, con el fin de realizar un análisis del comportamiento acústico de las diferentes configuraciones de silenciador explicadas en el trabajo.

Capítulo 6: Validación de resultados. Los resultados obtenidos mediante el método de los elementos finitos, se validan a partir de una comparación con los valores del índice de pérdidas de transmisión (TL) de las mismas configuraciones, calculadas de manera analítica con un programa desarrollado en Mathcad. Adicionalmente, se realizará una comprobación experimental haciendo uso del banco de ensayos instalado en el laboratorio acústico del departamento.



Capítulo 7: Análisis de resultados. En este capítulo se presentan los resultados obtenidos de la aplicación del método de los elementos finitos. Se realiza un análisis sobre estos resultados poniendo de manifiesto la dependencia del comportamiento acústico de los silenciadores con respecto a las variables de diseño estudiadas.

Capítulo 8: Conclusiones. El último capítulo presenta los logros que se han podido llevar a cabo en este trabajo, así como las conclusiones más importantes que se han extraído de la realización del mismo. Además, se añaden algunas líneas de trabajo interesantes para poder ampliar el desarrollo de este trabajo en un futuro.





Capítulo 2

FUNDAMENTOS ACÚSTICOS

2.1. INTRODUCCIÓN

En este capítulo se van a exponer los fundamentos de la teoría acústica a partir de los cuales se desarrollan los contenidos de este trabajo. En primer lugar se va a definir el concepto de sonido, cuál es su origen y cómo se propaga. Además de ello, se describirá brevemente como se ha visto el campo de la acústica dentro de la ciencia, por el paso de los años.

Se desarrollarán una serie de conceptos básicos que caracterizan a las ondas acústicas, se diferenciarán los distintos tipos de ondas que existen y como se propagan con un comportamiento armónico. Además de ello, se introducirán las variables que intervienen en la propagación del sonido, entre ellas se explicará cómo calcular la velocidad del sonido en diferentes medios. Prestando especial atención al aire ya que será el medio que se utilizará en este trabajo. Es de especial interés también, cuantificar el nivel de intensidad de los sonidos, para ello se utilizarán los decibelios (dB) y se pondrá como ejemplo algunos sonidos usuales en la vida diaria para poder tener un orden de magnitud con el que poder comparar.

Para definir matemáticamente el comportamiento de una onda acústica existen dos modelos aplicables, el modelo dinámico no lineal y el modelo acústico lineal, en este trabajo se desarrollará y se obtendrá la solución del segundo de estos modelos. En este capítulo se planteará la deducción de la ecuación de ondas, a partir de las ecuaciones de continuidad, equilibrio dinámico y energía. Para obtener el modelo de onda plana se parte del modelo más general y se linealiza a partir de una serie de hipótesis. Este modelo tiene una serie de limitaciones debido a la simplificación del problema que también se han de tener en cuenta para evitar la utilización de este modelo en unas condiciones donde se producirían grandes errores de cálculo. Los modelos de onda plana pueden ser representados a través de matrices de transferencia. Concretamente en este caso se expondrá el caso de la propagación en conductos.

Otro apartado importante que será relevante durante el desarrollo de este trabajo es el concepto de impedancia acústica de las placas y tubos perforados. Estos elementos modifican visiblemente el TL de un

silenciador, para poder calcular la impedancia que tienen estas superficies perforadas se deberá de tener en cuenta también la presencia, o ausencia, de materiales fonoabsorbentes dentro de la cámara de expansión. Los materiales fonoabsorbentes también añaden una impedancia acústica que se debe tener en cuenta, para ello se expondrá la formulación, ajustada experimentalmente, que permite calcular la impedancia y el número de onda complejos de estos materiales. También se definen las propiedades acústicas como la densidad y la velocidad acústicas efectivas de estos materiales.

Finalmente, se describirá el concepto de silenciador y se explicarán los efectos de atenuación acústica que se producen en su interior, diferenciando entre las diferentes categorías existentes de silenciadores según su principio de funcionamiento. En este apartado, también se explicarán los principales índices de atenuación acústica: el índice de Pérdidas de Inserción, el índice de Reducción de Ruido y el índice de Pérdidas de Transmisión. Por último, se obtendrá la matriz de transferencia que define el comportamiento de un silenciador, a partir del cálculo de la matriz de transferencia de cada conducto simple del que se compone un silenciador. Una vez conocidos los valores de los cuatro polos de la matriz de transferencia de un silenciador se procederá a obtener matemáticamente la expresión para calcular el TL del tipo de silenciador propuesto en este apartado.

2.2. SONIDO Y ACÚSTICA

2.2.1. EL SONIDO

El sonido se puede definir como la sensación o impresión producida en el oído por un conjunto de vibraciones que se propagan por un medio elástico con capacidad de comprimirse, como el aire. El sonido no se puede transmitir por el vacío ya que necesita de un medio donde las ondas sonoras puedan viajar. En el aire, que es el medio más usual y el que se asumirá en este Trabajo Fin de Máster, la propagación del sonido se produce por la vibración de las moléculas de aire situadas en la proximidad de un elemento vibrante, que a su vez transmiten el

movimiento a las moléculas vecinas, y así sucesivamente. La vibración de las moléculas de aire provoca una variación de la presión atmosférica, es decir, el paso de una onda sonora produce una onda de presión que se propaga por el aire. La velocidad de propagación en este medio, en condiciones normales de temperatura y presión, es de aproximadamente 340 m/s.

Las vibraciones transmitidas por el medio, en este caso el aire, en forma de ondas sonoras, se introducen por el pabellón del oído haciendo vibrar la membrana del tímpano, de ahí pasa al oído medio, oído interno y excita las terminales del nervio acústico que transporta al cerebro los impulsos neuronales que finalmente generan la sensación sonora.

Las ondas de presión u ondas sonoras se caracterizan por tener un comportamiento armónico por lo tanto poseen frecuencia y amplitud. La frecuencia de la onda sonora es el número de ciclos de variación de presión que realiza en una unidad de tiempo. La frecuencia de las ondas sonoras es conocida también como el tono de un sonido, un sonido será más agudo cuanto mayor sea su frecuencia y por el contrario, será más grave cuanto menor sea su frecuencia. El oído humano es capaz de percibir sonidos de frecuencias comprendidas aproximadamente entre 20 Hz y 20000 Hz, siendo considerados los sonidos con frecuencias inferiores a 20 Hz como infrasonidos y los sonidos con frecuencias mayores de 20000 Hz como ultrasonidos. La amplitud es el volumen del sonido, la cualidad que nos permite distinguir entre sonidos fuertes y suaves. Esta amplitud mide en nivel de presión sonora en (dB), esta presión es la que ejerce la onda de sonido sobre las partículas del medio por el que se propaga.

2.2.2. ACÚSTICA

La acústica, del griego *akoustika*, es la parte de la física que estudia la producción, transmisión, recepción, control y audición de los sonidos. Los primeros estudios sobre fenómenos acústicos provienen de la Antigua Grecia donde el afán por mejorar la acústica de los recintos teatrales motivó el estudio de la

transmisión del sonido. El interés por el conocimiento de las leyes que rigen los fenómenos asociados con el sonido se inicia casi con toda seguridad con Pitágoras en el siglo VI a.C., Pitágoras de Samos y sus discípulos, observaron que el ruido de los martillos al golpear un yunque variaba de tono en función de la masa del martillo. Se descubre de esta forma la frecuencia natural de los cuerpos. También estudiaron la variación de las frecuencias naturales de la vibración de las cuerdas tensas, estableciendo las razones numéricas entre distintos tonos. Aristóteles, con su *Leyes del Movimiento* y *Libro sobre Acústica* estudió el fenómeno natural del eco, explicando que se debía a la reflexión del sonido. También es importante el aporte de Arquímedes, que estableció los fundamentos de la Acústica Geométrica ligados a los fenómenos ópticos, postulando el principio del llamado “inverso del cuadrado de la distancia para la intensidad acústica y lumínica” [1].

El Renacimiento fue una época muy fructífera para el campo de la acústica con aportaciones de grandes científicos de la época. En el campo de la acústica, Leonardo da Vinci, llegó a definir de forma implícita el principio de superposición, que es el pilar básico de todos los fenómenos ondulatorios en medios lineales no dispersivos. Galileo Galilei fue capaz de establecer los parámetros de los cuales depende la frecuencia de oscilación del péndulo. Isaac Newton, establece las leyes del movimiento de la mecánica. En relación con la acústica, calcula la velocidad del sonido en función de la densidad y otros parámetros del medio en el que se produce la propagación.

Poco a poco, a lo largo de la historia se fueron conformando las bases de la acústica física, hasta que en el siglo XIX, Lord Rayleigh publica en 1886 su trabajo *The Theory of Sound* (reeditado en 1945 por la editorial Dover en N.Y.). En sus publicaciones dejó claramente definidos los principios teóricos y

prácticos que rigen los fenómenos relacionados con el sonido, sentando así las bases de la acústica moderna.

En la actualidad, los conocimientos adquiridos en acústica durante años permiten ahora luchar contra la contaminación acústica, ayudando al ser humano a vivir en un mundo menos ruidoso y más confortable durante su trabajo y su tiempo libre. Aunque la aplicación de los conocimientos en acústica hoy en día no está únicamente enfocada a la atenuación del ruido, gracias a los avances científicos en electrónica, informática, procesado de señal, etc. son muchas las áreas del conocimiento que se ven afectadas por el desarrollo de la acústica: la medicina, la arquitectura, y por supuesto, la ingeniería en todas sus facetas.

2.3. ONDA ACÚSTICA

2.3.1. TIPOS DE ONDAS SEGÚN EL MOVIMIENTO DE LAS PARTÍCULAS

Tal y como se ha explicado en el *apartado 2.2.1.*, la transmisión del sonido se produce por la vibración de las moléculas del medio en el que se desarrolla la onda sonora, situadas en la proximidad de un elemento vibrante. Las moléculas del medio tienden a vibrar respecto de su posición de equilibrio transmitiendo así su energía a las moléculas más próximas a ellas. Dependiendo del mecanismo de transmisión de esta perturbación podemos distinguir dos tipos de ondas, las ondas transversales y las longitudinales.

Las ondas transversales son aquellas en las que la dirección del desplazamiento de las partículas alrededor de la posición de equilibrio es perpendicular a la dirección de propagación de la perturbación.

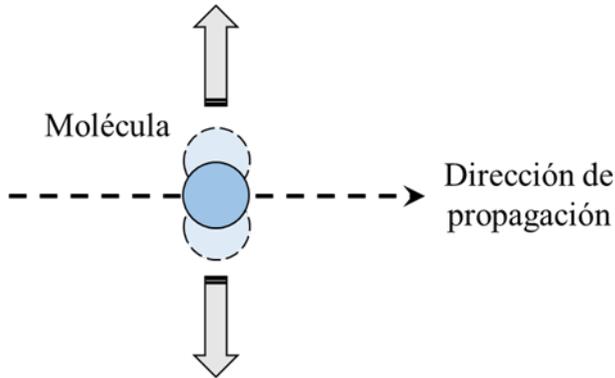


Figura 1. Movimiento de una molécula en una onda transversal.

Las ondas longitudinales son aquellas en las que la dirección del desplazamiento de las partículas alrededor de la posición de equilibrio es la misma que la dirección de propagación de la perturbación.

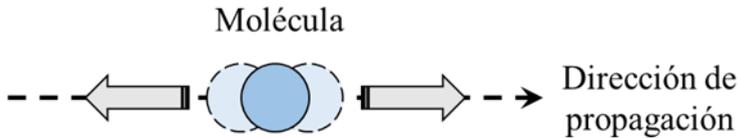


Figura 2. Movimiento de una molécula en una onda longitudinal.

La velocidad a la que se mueven las partículas del fluido se denomina velocidad de partícula y se representa con el símbolo v .

2.3.2. ONDAS PLANAS, CILÍNDRICAS Y ESFÉRICAS

Las ondas sonoras también se pueden clasificar dependiendo de la forma en la que se propaga dicha onda. Atendiendo a este criterio existen tres tipos de onda: las ondas planas o unidimensionales, las

ondas cilíndricas o bidimensionales y las ondas esféricas o tridimensionales. Para entender esta clasificación primero se debe de definir el concepto de frente de onda. Un frente de onda se define como el lugar geométrico que une todos los puntos que, en un instante dado, se encuentran en idéntico estado de vibración, es decir, tienen igual fase.

Se considera onda plana o unidimensional (ver *figura 3*) cuando la onda producida por un elemento puntual en vibración se propaga en una sola dimensión produciendo así frentes de onda paralelos, esto quiere decir que en un instante determinado todos los puntos con un estado de vibración idéntico se encuentran en un plano cuya dirección normal coincide con la dirección de propagación de la onda. Todos los frentes de onda de los diferentes estados de vibración forman por tanto un conjunto infinito de planos paralelos y perpendiculares a la dirección de propagación. Al propagarse la perturbación únicamente en una sola dimensión, su comportamiento solo depende de la coordenada espacial respecto de la que se propaga (x) y del tiempo, la función de onda resulta independiente de las otras dos coordenadas espaciales (y), (z).

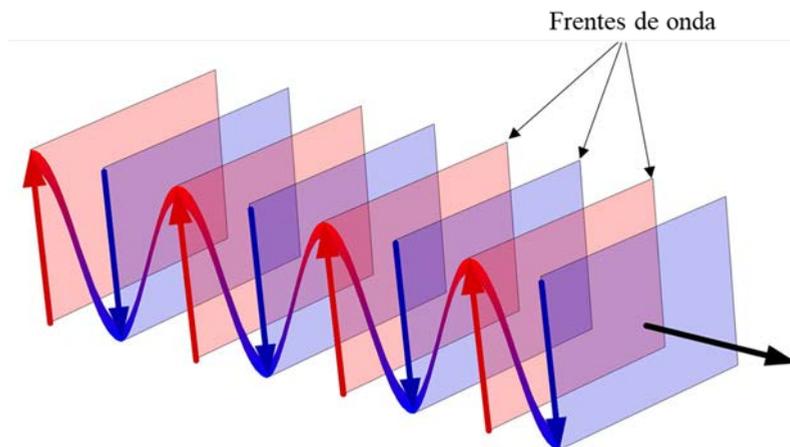


Figura 3. Frente de onda de una onda plana.

Se considera onda cilíndrica o bidimensional (ver *figura 4*) cuando la onda producida por una fuente puntual se propaga en un plano produciendo así frentes de onda circulares cuyo centro es el eje del foco que ha generado la onda. Como por ejemplo la onda que se produce al caer un objeto en el agua. Debido a que los frentes de onda son circulares y concéntricos a la fuente, el comportamiento de cada frente de onda dependerá del radio al que se encuentre del origen de la onda y del tiempo.

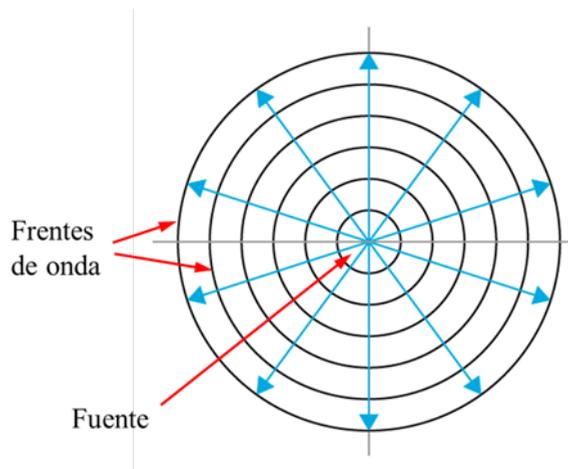


Figura 4. Frente de onda de una onda cilíndrica.

Se consideran ondas esféricas o tridimensionales (ver *figura 5*) cuando la onda se propaga de igual manera en todas las direcciones. Por lo tanto, los frentes de onda son esferas concéntricas cuyo centro es la fuente. El comportamiento de los frentes de onda dependerá del tiempo y del radio al que se encuentren de la fuente.

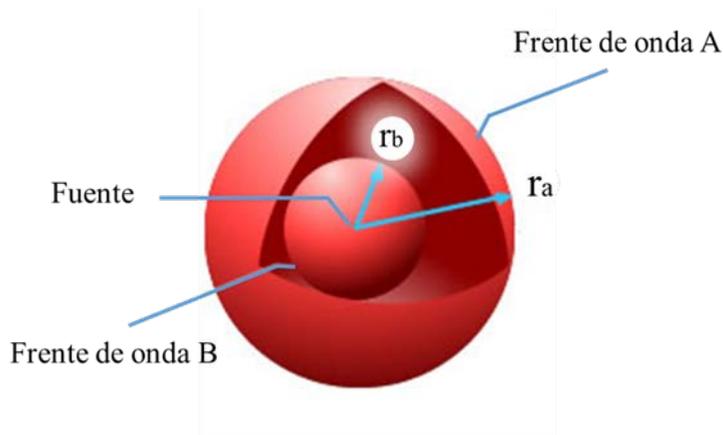


Figura 5. Frente de onda de una onda esférica.

2.3.3. VELOCIDAD DE PROPAGACIÓN

Cualquiera de estos tipos de onda sonora necesitan de un medio para poder propagarse ya que la perturbación se transmite entre las moléculas en contacto, el medio puede ser gaseoso, líquido o sólido. La velocidad de propagación o velocidad de onda (representada con la letra c o c_0) es el nombre que recibe la velocidad a la que se propagan una onda en el espacio. Las ecuaciones que definen la velocidad de propagación dependiendo del medio son las siguientes [34]:

- Gas: $c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M_m}}$ (2.1)

- Líquido: $c = \sqrt{\frac{K}{\rho_0}}$, $K = -\frac{dp_T}{dV/V} \approx \frac{dp_0}{d\rho_0/\rho_0}$ (2.2)

- Sólido:

- Medio homogéneo tridimensional

$$c_p = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho_0(1+\nu)(1-2\nu)}}; \quad c_s = \sqrt{\frac{G}{\rho_0}} \quad (2.3)$$

- Sólidos longitudinales

$$c_1 = \sqrt{\frac{E}{\rho_0}} \quad (2.4)$$

Para este Trabajo Fin de Máster el medio utilizado es el aire. Suponiéndole al aire un comportamiento de gas ideal y considerando que el proceso de propagación es adiabático, se puede utilizar la ecuación (2.1) para calcular la velocidad de propagación que tendrá una onda sonora en el aire. Introduciendo los valores típicos del aire: γ (coef. adiabático) = 1,4; $R = 8,314 \text{ Nm/K}$; $M_{mol}(\text{aire}) = 28,9 \times 10^{-3} \text{ kg}$; $T_0 = 288 \text{ K}$; se obtiene que: $c_0 = 341 \text{ m/s}$.

2.3.4. ONDA ACÚSTICA EN EL TIEMPO Y EL ESPACIO

Según se ha visto en el apartado 2.3.2. el comportamiento de una onda durante su propagación es función del tiempo y la posición. Por lo tanto, se podría definir una función que predijera el campo de presiones de una onda sonora a partir de estos parámetros. Esta dependencia se puede escribir como: $p(x, t)$, siendo x la posición y t el tiempo.

En la figura 6 se puede observar la presión instantánea de una onda acústica unidimensional en un tiempo fijo determinado. Por lo que si se cogen dos puntos, $x_1 = A$ y $x_2 = B$, y se mide la presión en esos dos puntos, cuando el tiempo vale t , se puede observar a simple vista una diferencia entre el sonido en A , $p(t)$ y el sonido en B , $f(t)$.

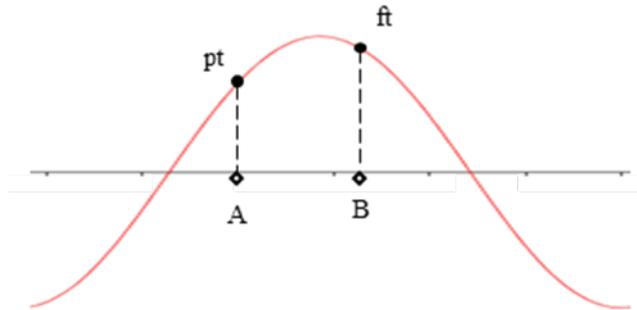


Figura 6. Presión sonora instantánea en dos puntos.

Aunque el valor de la presión en cada punto no coincide de manera exacta, es evidente que hay una relación entre ellos y de alguna forma están conectados. Para clarificarlo, supóngase que en el caso de estar dentro del rango de alcance de una fuente sonora, la percepción del sonido no varía de manera radical estando a una distancia específica de la fuente o un metro más alejado de ella. Por lo que se puede concluir que ambos sonidos son idénticos con la única excepción que no coinciden en el tiempo, así pues, se puede escribir [35]:

$$p(t) = f(t + \Delta t) \quad (2.5)$$

Sustituyendo $\Delta t = x/c_0$, donde x es la distancia y c_0 la velocidad de onda, la ecuación anterior se puede reescribir como:

$$p(t) = f\left(t + \frac{x}{c_0}\right) \quad (2.6)$$

Y generalizando, se tendrá:

$$p(x, t) = f\left(t \pm \frac{x}{c_0}\right) \quad (2.7)$$

Además, si se considera el número de onda como la relación entre la velocidad angular y la de propagación ($k = \omega/c_0$), se tendrá:

$$p(x, t) = p_0 \cos(\omega t - k \cdot x) \quad (2.9)$$

Con el fin de describir las ondas acústicas de forma más simple, estas se suelen representar utilizando la notación compleja, debido a que la dependencia con el tiempo se da con el factor $e^{j\omega t}$ en lugar de utilizar el $\cos(\omega t)$ o $\sin(\omega t)$. De este modo la onda cosenoidal mostrada anteriormente se puede representar de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} p(x, t) &= p_0 \cos(\omega t - k \cdot x) = \operatorname{Re}\{p_0 e^{j(\omega t - kx)}\} \\ &= \operatorname{Re}\{p_0 e^{-jkx} e^{j\omega t}\} = \operatorname{Re}\{\widehat{p}_0 e^{j\omega t}\} \end{aligned} \quad (2.10)$$

Siendo \widehat{p}_0 la denominada amplitud compleja:

$$\widehat{p}_0 = p_0 e^{-jkx} \quad (2.11)$$

Para representar de forma compleja la onda sonora, ecuación (2.9), se ha utilizado la fórmula de Euler:

$$e^{jz} = \cos z + j \operatorname{sen} z \quad (2.12)$$

donde Re denota la parte real del número complejo. Y como cualquier otro número complejo, se puede representar como un “fasor” en el plano complejo:

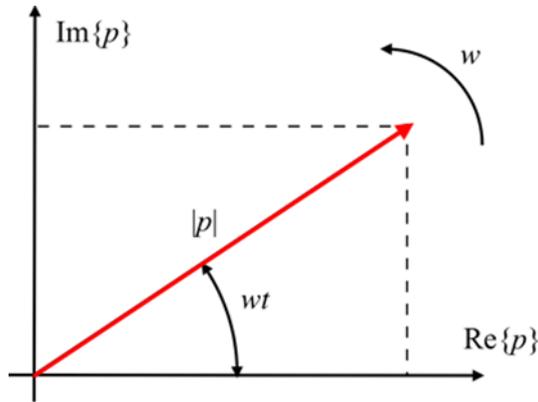


Figura 8. Representación compleja de una oscilación armónica.

2.3.6. ONDAS PROGRESIVAS, REGRESIVAS Y ESTACIONARIAS

Como se verá de manera más precisa posteriormente, el principio de funcionamiento de un silenciador con cámara de expansión es la pérdida de energía acústica de las perturbaciones procedentes del foco del sonido. Para lograr esta disminución de energía, los silenciadores aprovechan la geometría de las cámaras de expansión para provocar la reflexión de la onda sonora en las paredes interiores de la cámara, retornando así la onda sonora hacia motor. Para poder entender y desarrollar el comportamiento de las ondas dentro de los silenciadores, se debe conocer en primer lugar la diferencia entre ondas regresivas, ondas progresivas y ondas estacionarias [5, 34].

Son **ondas progresivas** aquellas cuya propagación se produce en sentido creciente de la coordenada espacial y puede definirse como una función $f(ct - x)$. En el caso de una onda plana, la onda se propagaría en el sentido positivo de la coordenada x , por lo tanto siguen lo descrito en el apartado anterior y su forma de onda e impedancia compleja es:

$$p(x, t) = p_0 \cdot \cos(\omega t - k \cdot x) \implies \widehat{p}_0 = p_0 e^{-jkx} \quad (2.13)$$

Son **ondas regresivas** aquellas cuya propagación se produce en sentido decreciente de la coordenada espacial y puede definirse como una función $g(ct + x)$. En el caso de una onda plana, la onda se propagaría en el sentido negativo de la coordenada x , por lo tanto su forma de onda e impedancia compleja es:

$$p(x, t) = p_0 \cdot \cos(\omega t + k \cdot x) \implies \widehat{p}_0 = p_0 e^{jkx} \quad (2.14)$$

Una **onda estacionaria** se produce cuando una onda progresiva incide sobre un obstáculo, creando una onda regresiva en sentido contrario. En este caso, el campo sonoro está formado por dos ondas viajando en sentidos opuestos: la onda progresiva viaja en el sentido positivo del eje x (caso unidimensional), mientras que la onda regresiva que viene reflejada del obstáculo viaja en sentido negativo del eje x . Su impedancia compleja queda definida a continuación:

$$\widehat{p}_0 = p_0 e^{-jkx} + p_0 r e^{jkx} = p_0 (e^{-jkx} + r e^{jkx}) \quad (2.15)$$

r es el coeficiente de reflexión de la presión incidente sobre el obstáculo. [38] Se define el coeficiente de reflexión r como la relación entre la onda incidente (onda progresiva) y la onda reflejada (onda regresiva). El coeficiente de reflexión se considera un número complejo de la forma:

$$r = R e^{j\varphi} \text{ (Siendo } R \text{ un número real)} \quad (2.16)$$

Este coeficiente muestra la modificación que sufre la onda reflejada respecto a la incidente tanto en amplitud (siendo R el valor que marca su relación y cuyo valor dependerá de la absorción y/o impedancia del obstáculo que produce la reflexión) como en fase (siendo $e^{j\varphi}$ un número complejo que puede cambiar la fase de la onda regresiva respecto a la progresiva).

2.3.7. IMPEDANCIA ACÚSTICA

La relación entre presión acústica en un medio y la velocidad de la partícula se define en general como impedancia acústica específica. La impedancia acústica se entiende como la resistencia que opone un medio (ya sea gaseoso, líquido o sólido) a las ondas sonoras que se propagan en este. La impedancia acústica es comparable a la impedancia eléctrica como concepto, análogamente a la ley de Ohm, se puede escribir por tanto la “ley de Ohm acústica” de la siguiente forma:

$$Z = \frac{p}{v} \quad (2.17)$$

En la que la presión sonora p hace el papel de un potencial eléctrico y la velocidad de las partículas v el de una corriente eléctrica.

La relación entre la presión y la velocidad para una onda plana progresiva definida como la impedancia característica del medio de propagación se puede calcular también a partir de la densidad y la velocidad del sonido en el medio tal y como podemos ver a continuación (para ondas planas regresivas, el mismo resultado es válido con el correspondiente cambio de signo).

$$Z = \rho_0 c_0 \quad (2.18)$$

Es de especial interés los casos en los que el medio de propagación son materiales fonoabsorbentes comúnmente utilizados en la práctica tales como fibras de vidrio, lana de basalto, etc. así como ondas tridimensionales. En estos casos, la impedancia acústica específica puede tener una parte real R_A y una parte imaginaria X_A , ambas en general dependientes de la frecuencia. Su unidad en el sistema internacional de unidades, $\text{kg}/(\text{m}^2\text{s})$, se conoce como rayl.

2.3.8. MEDICIÓN DEL SONIDO

La perturbación generada por la propagación de una onda sonora provoca en el aire el movimiento relativo entre sus moléculas que da lugar a zonas donde se concentran más moléculas (aumentando así la densidad en estas zonas) llamadas zonas de concentración y otras zonas menos saturadas (disminuyendo así la densidad), son las zonas de rarefacción. Este aumento y disminución de la densidad del aire de manera alterna provoca pequeñas variaciones en el valor total de la presión estática del aire en un lugar determinado. La presión total se puede dividir en la presión atmosférica que tiene un valor normalizado constante de 101 325 Pa al nivel del mar, y la presión acústica que se define como la diferencia de presión instantánea y la presión atmosférica estática. Mientras que la presión atmosférica estática se puede considerar invariante con el tiempo, la presión acústica va fluctuando rápidamente entre valores un poco mayores y menores que la presión estática.



Figura 9. Variaciones de la presión atmosférica debido a la presión acústica [1].

A parte de la presión sonora hay otras variables para la cuantificación del nivel sonoro. Resulta de interés práctico el concepto de intensidad sonora, que se define como la energía por unidad de tiempo (potencia) que fluye por una superficie unitaria perpendicular a la dirección de

propagación. La intensidad instantánea puede calcularse de manera general como [34]

$$I(t) = p(t) u(t) \Rightarrow \vec{I}(t) = p(t) \vec{u}(t) \quad (2.19)$$

A partir de la intensidad, puede obtenerse la potencia acústica mediante integración en la superficie S considerada:

$$Pot(t) = \int \vec{I}(t) d\vec{S} \quad (2.20)$$

Para el caso particular de solución armónica, puede obtenerse la intensidad en un punto:

$$I(t) = p(t) u(t) = Re(\hat{P}e^{j\omega t})Re(\hat{U}e^{j\omega t}) = \frac{1}{2}Re(\hat{P}\hat{U}^* + \hat{P}\hat{U}e^{j2\omega t}) \quad (2.21)$$

Si se considera la integral a lo largo de un periodo se obtiene:

$$\bar{I} = \frac{1}{2}Re(\hat{P}\hat{U}^*) \quad \text{Intensidad activa} \quad (2.22)$$

En el caso de ondas planas progresivas resulta finalmente:

$$\bar{I} = \frac{1}{2}Re(\hat{P}\hat{U}^*) = \frac{1}{2\rho_0 c}Re(\hat{P}\hat{P}^*) = \frac{|\hat{P}|^2}{2\rho_0 c} = \frac{P_{eff}^2}{\rho_0 c} \quad (2.23)$$

$$P_{eff} = \frac{|\hat{P}|}{\sqrt{2}} \quad \text{Presión eficaz (rms)}$$

Para la cuantificación del sonido y su medida, así como en la aplicación de técnicas de control de ruido, es habitual la utilización de escalas logarítmicas. La aplicación de dichas escalas proporciona valores comúnmente conocidos como niveles sonoros. Una razón, entre otras, está asociada al rango de presiones e intensidades, que es muy amplio. Por ejemplo, el umbral de audición en el ser humano se sitúa cercano a 20 μPa , mientras que el umbral de dolor aparece alrededor de 20 Pa. La utilización de la escala logarítmica se realiza con el fin de “comprimir” dichos rangos de presiones e intensidades tan amplios y disponer de valores numéricos “manejables”. Además, el oído humano tiene una respuesta subjetiva no lineal y se acepta en general que guarda cierta similitud con una función logarítmica. Las definiciones son:

- Nivel de **presión** sonora:

$$L_p = 10 \log \left(\frac{P_{eff}}{P_{ref}} \right)^2 = 20 \log \left(\frac{P_{eff}}{P_{ref}} \right) dB \quad (2.24)$$

$$P_{ref} = 20 \cdot 10^{-6} Pa$$

- Nivel de **intensidad** sonora

$$L_I = 10 \log \left(\frac{I}{I_{ref}} \right) dB \quad I_{ref} = 10 \cdot 10^{-12} W/m^2 \quad (2.25)$$

- Nivel de **potencia** sonora

$$L_W = 10 \log \left(\frac{Pot}{Pot_{ref}} \right) dB \quad Pot_{ref} = 10 \cdot 10^{-12} W \quad (2.26)$$

donde la presión/intensidad/potencia de referencia hace referencia al valor mínimo necesario para que el oído humano pueda percibir un sonido, situando en este valor como se puede observar en las fórmulas el nivel nulo de decibelios.

En la *figura 10* se muestran diversos niveles de presión sonora asociados distintas fuentes sonoras que puede generarlos. A partir de 120 dB el oído humano entra en el umbral del dolor y hay riesgo de sordera. Es por ejemplo, el ruido del despegue de un avión a menos de 25 metros, o el de un petardo que estalla cerca.



Figura 10. Niveles de presión sonora correspondiente para distintas fuentes.

2.4. ECUACIÓN DE ONDAS

2.4.1. MODELOS APLICABLES

En este apartado se muestra cuáles son las expresiones matemáticas que gobiernan la propagación acústica y que definen por tanto el comportamiento de las variables acústicas que caracterizan a la onda sonora en el tiempo y en el espacio, variables como la presión, la velocidad, la densidad, etc. Para el cálculo de la atenuación sonora en silenciadores se pueden considerar varios modelos. En este trabajo se presentará en primer lugar el modelo fluido-dinámico no lineal de carácter general y en segundo lugar el modelo acústico lineal, que es el que se utilizará como base para realizar las simulaciones correspondientes en ANSYS Workbench.

2.4.2. MODELO DINÁMICO NO LINEAL

El modelo dinámico no lineal es el modelo con un comportamiento más general, adaptándose de manera más precisa al comportamiento real de las ondas, a diferencia del modelo acústico lineal que como se verá más adelante realiza una serie de simplificaciones. Este método destaca por su complejidad debido a que tiene en cuenta las no linealidades del comportamiento de las variables acústicas. El modelo dinámico no lineal necesita considerar simultáneamente las ecuaciones de continuidad, equilibrio dinámico y energía [39]. La solución de estas ecuaciones describe el comportamiento espacio-temporal de las variables acústicas y el caso más general tiene en cuenta la fricción en las superficies, la transmisión de calor y, en consecuencia, las variaciones de entropía.

- *Ecuación de continuidad:*

La ecuación de continuidad muestra la conservación de la masa dentro del volumen de control estableciendo que la rapidez de aumento de la masa dentro de un volumen de control es igual a la rapidez neta del flujo hacia adentro del volumen de control. Por lo tanto la ecuación de continuidad resulta [40].

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} = 0 \quad (2.27)$$

o, en forma vectorial

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla^T \rho \bar{u} = 0 \quad (2.28)$$

siendo u , v y w las componentes de la velocidad \bar{u} en x , y y z respectivamente, ρ es la densidad, t es el tiempo y el operador nabla

$$\nabla^T = \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} \quad \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} \quad \frac{\partial}{\partial z} \vec{k} \right\}.$$

- *Ecuación de equilibrio dinámico:*

Esta relación matemática representa el equilibrio dinámico entre las fuerzas inerciales, volumétricas, de presión y viscosas. Para el caso de fluidos Newtonianos, la ecuación es conocida como las ecuaciones de Navier-Stokes [40]:

$$\rho a_x = \rho B_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \left(\zeta - \frac{2}{3}\mu \right) \nabla^T \vec{u} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right) \quad (2.29)$$

$$\rho a_y = \rho B_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left(2\mu \frac{\partial v}{\partial y} + \left(\zeta - \frac{2}{3}\mu \right) \nabla^T \vec{u} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right) \quad (2.30)$$

$$\rho a_z = \rho B_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left(2\mu \frac{\partial w}{\partial z} + \left(\zeta - \frac{2}{3}\mu \right) \nabla^T \vec{u} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right) \quad (2.31)$$

Siendo $a_x = \frac{Du}{Dt}$, $a_y = \frac{Dv}{Dt}$, $a_w = \frac{Dw}{Dt}$ las aceleraciones de las fuerzas de inercia y $\frac{D}{Dt}$ la derivada material definida como:

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z} \quad (2.32)$$

B_x, B_y, B_z son las fuerzas volumétricas, μ la viscosidad dinámica y ζ es el segundo coeficiente de viscosidad (de valor cero para gases monoatómicos).

- *Ecuación de la energía:*

En flujos no isotermos donde la viscosidad es dependiente de la temperatura, las ecuaciones de equilibrio dinámico y de continuidad están acopladas con la ecuación de la energía, de modo que todas las ecuaciones deben ser resueltas simultáneamente. La ecuación de la energía pone de manifiesto la relación entre energía entrante, energía saliente y energía acumulada. En general, se puede representar como [40]

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{\partial Q}{\partial t} + \phi_d - \nabla^T \bar{q}_r = \\ = \frac{\partial}{\partial x} (\rho u) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w) + \frac{\rho}{2} \frac{D}{Dt} (x^2 + y^2 + z^2) + \rho \frac{DE}{Dt} \end{aligned} \quad (2.33)$$

donde k representa la conductividad térmica, T la temperatura, Q el calor generado por el fluido por unidad de volumen, E la energía interna, \bar{q}_r el vector de flujo de radiación de calor y ϕ_d la función de disipación, expresada como [40, 41]:

$$\begin{aligned} \phi_d = +\lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + 2\mu \left(\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right) \\ + \mu \left(\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right) \end{aligned} \quad (2.34)$$

donde λ es el segundo coeficiente de viscosidad y es igual a $\zeta - 2/3\mu$, en el caso de un gas monoatómico equivalente a $-2/3\mu$.

Particularizando para fluidos no viscosos se tiene que $\phi_d = 0$. Es necesario incluir tres ecuaciones adicionales para poder definir el problema completamente: la ecuación de estado, la de energía interna y la de viscosidad [40]. De forma general,

$$\rho = \rho(p, T) \quad (2.35)$$

$$E = E(p, T) \quad (2.36)$$

$$\mu = \mu(p, T) \quad (2.37)$$

Dado un dominio, las propiedades del flujo, un conjunto adecuado de condiciones de contorno e iniciales y utilizando las ecuaciones presentadas en este apartado, se puede plantear la solución a un problema general de flujo con el objetivo de calcular el campo de velocidades u, v, w , el campo de presión p , temperatura T , densidad ρ , energía interna E y viscosidad μ . Se han de resolver por tanto ocho ecuaciones con ocho incógnitas, sin embargo, en aplicaciones prácticas se suele disponer de definiciones explícitas de la densidad, la energía interna y la viscosidad reduciendo así el problema a cinco incógnitas. Aun así, se trata de un problema complejo que podría aumentar su dificultad si se tiene en cuenta que el contorno del dominio puede ser deformado debido a las fuerzas actuantes o la temperatura.

Tomando un volumen de control diferencial de dimensiones dx, dy y dz , las ecuaciones de energía entrante, saliente y acumulada se pueden expresar de la forma siguiente [5].

a) Energía entrante:

$$\begin{aligned}
 & \left[\left\{ \rho u E - \frac{\partial}{\partial x} (\rho u E) \frac{dx}{2} \right\} + \frac{1}{2} \left\{ \rho u |\bar{u}|^2 - \frac{\partial}{\partial x} [\rho u |\bar{u}|^2] \frac{dx}{2} \right\} + \left\{ pu - \frac{\partial(pu)}{\partial x} \frac{dx}{2} \right\} - \left\{ k \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) \frac{dx}{2} \right\} \right] dydz + \\
 & \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{Energía interna en x} & \text{Energía cinética en x} & \text{Trabajo de flujo en x} & \text{Conducción de calor en x} \\ \hline \end{array} \\
 & \left[\left\{ \rho v E - \frac{\partial}{\partial y} (\rho v E) \frac{dy}{2} \right\} + \frac{1}{2} \left\{ \rho v |\bar{u}|^2 - \frac{\partial}{\partial y} [\rho v |\bar{u}|^2] \frac{dy}{2} \right\} + \left\{ pv - \frac{\partial(pv)}{\partial y} \frac{dy}{2} \right\} - \left\{ k \frac{\partial T}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) \frac{dy}{2} \right\} \right] dx dz + \\
 & \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{energía interna en y} & \text{Energía cinética en y} & \text{Trabajo de flujo en y} & \text{Conducción de calor en y} \\ \hline \end{array} \\
 & \left[\left\{ \rho w E - \frac{\partial}{\partial z} (\rho w E) \frac{dz}{2} \right\} + \frac{1}{2} \left\{ \rho w |\bar{u}|^2 - \frac{\partial}{\partial z} [\rho w |\bar{u}|^2] \frac{dz}{2} \right\} + \left\{ pw - \frac{\partial(pw)}{\partial z} \frac{dz}{2} \right\} - \left\{ k \frac{\partial T}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) \frac{dz}{2} \right\} \right] dy dx + \\
 & \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{Energía interna en z} & \text{Energía cinética en z} & \text{Trabajo de flujo en z} & \text{Conducción de calor en z} \\ \hline \end{array}
 \end{aligned}
 \tag{2.38}$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \frac{\partial Q}{\partial t} dx dy dz + \phi dx dy dz & \\ \hline \text{Generación volumétrica de calor interna} & \text{Función de disipación debida a la viscosidad} \\ \hline \end{array}$$

donde K representa la conductividad térmica, T la temperatura, Q el calor generado por el fluido por unidad de volumen y E la energía interna.

b) Energía saliente:

$$\left[\left\{ \rho u E + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u E) \frac{dx}{2} \right\} + \frac{1}{2} \left\{ \rho u |\bar{u}|^2 + \frac{\partial}{\partial x} [\rho u |\bar{u}|^2] \frac{dx}{2} \right\} + \left\{ p u + \frac{\partial (p u)}{\partial x} \frac{dx}{2} \right\} - \left\{ k \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) \frac{dx}{2} \right\} \right] dy dz +$$

Energía interna en x	Energía cinética en x	Trabajo de flujo en x	Conducción de calor en x
----------------------	-----------------------	-----------------------	--------------------------

$$\left[\left\{ \rho v E + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v E) \frac{dy}{2} \right\} + \frac{1}{2} \left\{ \rho v |\bar{v}|^2 + \frac{\partial}{\partial y} [\rho v |\bar{v}|^2] \frac{dy}{2} \right\} + \left\{ p v + \frac{\partial (p v)}{\partial y} \frac{dy}{2} \right\} - \left\{ k \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) \frac{dy}{2} \right\} \right] dx dz +$$

Energía interna en y	Energía cinética en y	Trabajo de flujo en y	Conducción de calor en y
----------------------	-----------------------	-----------------------	--------------------------

$$\left[\left\{ \rho w E + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w E) \frac{dz}{2} \right\} + \frac{1}{2} \left\{ \rho w |\bar{w}|^2 + \frac{\partial}{\partial z} [\rho w |\bar{w}|^2] \frac{dz}{2} \right\} + \left\{ p w + \frac{\partial (p w)}{\partial z} \frac{dz}{2} \right\} - \left\{ k \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) \frac{dz}{2} \right\} \right] dy dx$$

Energía interna en z	Energía cinética en z	Trabajo de flujo en z	Conducción de calor en z
----------------------	-----------------------	-----------------------	--------------------------

(2.39)

$\frac{\partial Q}{\partial t} dx dy dz$	volumétrica de calor	Función de disipación debida a la viscosidad
Generación interna		

c) Energía acumulada:

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} (\rho E) + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \{ \rho (u^2 + v^2 + w^2) \} \right] dx dy dz \quad (2.40)$$

Las ecuaciones que caracterizan el comportamiento del flujo son válidas para flujo laminar, de transición y turbulento en cualquier instante de tiempo. Sin embargo, ni siquiera para el caso de flujo laminar se ha logrado una solución analítica completa, por lo que se deben usar programas basados en volúmenes finitos o elementos finitos para abordar estos problemas. En el caso del estudio de los silenciadores se puede resolver el problema acústico a partir de la consideración de varias suposiciones que simplifican el problema en gran medida.

2.4.3. MODELO ACÚSTICO LINEAL

El modelo acústico lineal se desarrolla con el objetivo de simplificar el problema acústico. Este modelo aparece de eliminar los términos no lineales de las ecuaciones de flujo, para ello, linealiza las ecuaciones de equilibrio dinámico, continuidad y comportamiento del fluido para posteriormente combinarlas y obtener así la ecuación de ondas o ecuación de Helmholtz para el caso de comportamiento armónico.

La hipótesis utilizada para linealizar las ecuaciones es suponer que la presión, velocidad y densidad acústicas varían entre unos márgenes tan estrechos que se puede considerar que poseen un valor constante que corresponde al valor total medio de estas variables. Esta suposición no define de manera precisa el comportamiento de la onda limitando así la aplicación de este modelo únicamente a fenómenos acústicos de baja amplitud. A pesar de ello, esta limitación no supone un problema en la práctica ya que proporciona resultados precisos para fluctuaciones de presión del orden de 20 a 200 Pa respecto de la presión atmosférica. Este rango de presiones es suficiente para la caracterización de silenciadores y para su comprobación experimental ya que se utilizan sistemas de excitación que rara vez superan los 140 dB [5].

En el siguiente apartado se va a introducir la denominada “Ecuación de Ondas” después de haber simplificado, linealizado y combinado las ecuaciones del punto anterior, esta ecuación es llamada “Ecuación de Helmholtz” para el caso de comportamiento armónico.

2.4.4. HIPÓTESIS DE PARTIDA

Debido a que el modelo acústico lineal puede ser utilizado en el estudio de silenciadores, como se ha visto en el apartado anterior, se van a desarrollar a continuación las hipótesis asumidas con el fin de conseguir linealizar el modelo acústico y así poder ser aplicado a casos prácticos. El programa utilizado en este Trabajo Fin de Máster tiene como base la resolución de las ecuaciones de este método para calcular las variables acústicas fundamentales. Las hipótesis utilizadas para linealizar las ecuaciones de ondas son por tanto las presentadas a continuación [5, 40].



Hipótesis 1

La propagación de las ondas sonoras se considera que se realiza en un gas perfecto.

Hipótesis 2

El proceso de propagación de ondas no intercambia calor con su entorno, por lo tanto, se considera como un proceso adiabático. Se puede asumir esta hipótesis como cierta debido a que se puede despreciar el intercambio de energía térmica entre las partículas de un fluido y su entropía prácticamente no varía, debido a estas razones, se puede suponer que no hay un intercambio de energía entre los elementos de una perturbación acústica.

Cuando una porción de gas se comprime rápidamente, su temperatura aumenta, y cuando se expande, su temperatura disminuye. Esta variación ocurre a la misma frecuencia que la onda sonora. El máximo gradiente de temperatura se da en puntos separados una semilongitud de onda $\lambda / 2$. El intercambio de calor dependerá de la velocidad del flujo de calor entre las zonas de máxima compresión y máxima expansión del fluido. Se conoce que el oído humano tan solo puede percibir sonidos con una frecuencia de onda entre 20 y 20000 Hz. Suponiendo entonces una onda promedio de 10000 Hz en condiciones atmosféricas normales con una velocidad de difusión térmica del orden de 1,5 m/s y sabiendo que el semiperiodo y la semilongitud de onda de dicha onda tienen un valor de 0,00005 seg y 0,017 m respectivamente, queda visible que el flujo de calor que se realiza en un ciclo es insignificante si comparamos la distancia que viaja el flujo de calor en este ciclo que es de 0,000075 m con la semilongitud de onda calculada anteriormente. Por lo tanto esta hipótesis junto con la hipótesis anterior conduce al hecho de que el proceso es isoentrópico.

Hipótesis 3

Debido a que se trata de un gas perfecto no hay pérdidas de energía por fricción por lo que su viscosidad es nula. (Gas ideal).

$$\mu = 0$$

Hipótesis 4

Se supone que el medio está en reposo, es decir, la velocidad media del fluido es nula $\vec{u}_0 = 0$. Las partículas sólo tienen un movimiento oscilatorio alrededor de su posición de equilibrio provocando una propagación en forma de perturbación y no una propagación neta de las partículas.

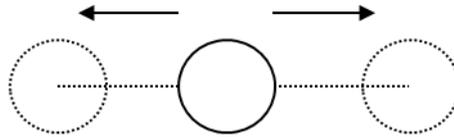


Figura 11. Oscilación de una partícula en la posición de equilibrio.

Hipótesis 5

Se considera que sólo existen pequeñas variaciones de las funciones de presión, densidad y velocidad de partícula para poder linealizar el problema. Añadiendo una amplitud acústica pequeña, se tiene:

$$\rho = \rho_0 + \rho_a \quad (2.41)$$

$$P = P_0 + P_a \quad (2.42)$$

$$\vec{u} = \vec{u}_0 + \vec{u}_a \quad (2.43)$$

donde las variables sin subíndice corresponden al valor total de densidad/presión/velocidad en el fluido, las variables con el subíndice

0 corresponden a los valores estáticos o medios del fluido y las variables con el subíndice a corresponden a los valores de las variables pulsantes o acústicas.

Considerando que las variables pulsantes ρ_a , P_a y \vec{u}_a son pequeñas frente a los valores estáticos o medios ρ_0 , p_0 y \vec{u}_0 . Se pueden suponer como nulas las variables pulsantes en los casos que sea necesarios para poder linealizar las ecuaciones de onda.

2.4.5. SOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES DE ONDA PARA EL MODELO ACÚSTICO LINEAL

Tomando de partida las ecuaciones mostradas anteriormente y aplicando las hipótesis que se acaban de ver se obtiene la ecuación de ondas linealizada. Ecuación que permite definir el comportamiento de la onda sonora en el interior de un silenciador. A continuación, se presentará la demostración de la linealización de dichas ecuaciones [5].

- *Ecuación de continuidad*

Para linealizar la ecuación de continuidad se aplican las hipótesis 4 y 5 resultando lo siguiente:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_0 + \rho_a) + \nabla[(\rho_0 + \rho_a)\vec{u}_a] = 0 \quad (2.44)$$

$$\frac{\partial \rho_0}{\partial t} + \frac{\partial \rho_a}{\partial t} + \rho_0 \nabla \vec{u}_a + \nabla(\rho_a \vec{u}_a) = 0 \quad (2.45)$$

Debido a que el término $\rho_a \vec{u}_a$ tiene un valor infinitésimo y de orden superior frente al resto de términos, y a que como densidad media es constante el término $\frac{\partial \rho_0}{\partial t}$ es nulo, estos dos términos se eliminarán. Por lo tanto la ecuación de continuidad linealizada es:

$$\boxed{\frac{\partial \rho_a}{\partial t} + \rho_0 \nabla \vec{u}_a = 0} \quad (2.46)$$

Ec. continuidad linealizada

- *Ecuación de equilibrio dinámico*

La ecuación de equilibrio dinámico se linealiza aplicando las hipótesis 1 y 3 a la ecuación de Navier-Stokes. De este modo se obtendrá:

$$\rho a_x = \rho B_x - \frac{\partial P}{\partial x} \quad (2.47)$$

$$\rho a_y = \rho B_y - \frac{\partial P}{\partial y} \quad (2.48)$$

$$\rho a_z = \rho B_z - \frac{\partial P}{\partial z} \quad (2.49)$$

Estas ecuaciones se llaman ecuaciones de Euler en forma vectorial:

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = \rho \vec{B} - \nabla P \quad (2.50)$$

Si se aplica la derivada material o total al vector velocidad y se considera la gravedad de manera que $\vec{B} = \vec{g}$, se tendrá:

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \nabla \vec{u} - \vec{g} \right) = -\nabla P \quad (2.51)$$

Si se aplica conjuntamente las hipótesis número 4 y 5, se obtendrá:

$$(\rho_0 + \rho_a) \left(\frac{\partial \vec{u}_a}{\partial t} + \vec{u}_a \nabla \vec{u}_a - \vec{g} \right) = -\nabla(P_0 + P_a) \quad (2.52)$$

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{u}_a}{\partial t} + \rho_0 \vec{u}_a \nabla \vec{u}_a - \rho_0 \vec{g} + \rho_a \frac{\partial \vec{u}_a}{\partial t} + \rho_a \vec{u}_a \nabla \vec{u}_a - \rho_a \vec{g} = -\nabla P_0 - \nabla P_a \quad (2.53)$$

Como se considera que los términos pulsantes son muy pequeños (hipótesis 5) se eliminarán los términos $\vec{u}_a \nabla \vec{u}_a$ y $\rho_a \frac{\partial \vec{u}_a}{\partial t}$ ya que son infinitésimos de orden superior. Por otro lado que P_0 sea constante implica que ∇P_0 es nulo y el término $(\rho_0 + \rho_a) \vec{g}$ es muy pequeño comparado con $\rho_0 \frac{\partial \vec{u}_a}{\partial t}$, por lo tanto también se eliminarán. De este modo, la ecuación de Navier-Stokes linealizada se escribe como:

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{u}_a}{\partial t} = -\nabla P_a \quad (2.54)$$

Navier-Stokes linealizada

- *Ecuación de comportamiento*

Partiendo de las ecuaciones de comportamiento del gas y las hipótesis 1 y 2 se llega a la deducción de la ecuación (2.55) tal y como se muestra a continuación:

- Ecuación del comportamiento isoentrópico del gas:

$$PV^\gamma = Cte$$

- Derivando y obteniendo los diferenciales:

$$V^\gamma dP + P\gamma V^{\gamma-1} dV = 0$$

- Dividiendo entre PV las ecuaciones anteriores:

$$\frac{dP}{P} + \gamma \frac{dV}{V} = 0$$

- Considerando la masa fija del volumen de control:

$$\frac{dP}{P} + \gamma \frac{d\rho}{\rho} = 0$$

- Reorganizando:

$$\frac{dP}{d\rho} = \gamma \frac{P}{\rho} = c_0^2$$

- Quedando finalmente:

$$\frac{dP}{d\rho} = c_0^2 \quad (2.55)$$

siendo c_0 la velocidad de propagación del sonido en el aire. La combinación de la ecuación (2.55) y la hipótesis 5 desembocará en la ecuación (2.56) mostrada más abajo:

$$P = P_0 + P_a$$

$$\frac{dP}{d\rho} = \gamma \frac{P}{\rho} = c_0^2$$

$$\frac{\partial P_a}{\partial \rho_a} = \gamma \frac{P_0 + P_a}{\rho_0 + \rho_a} = c_0^2 \quad (2.56)$$

Si se toman las pequeñas variaciones de presión y densidad como nulas, se concluye:

$$\frac{\partial P_a}{\partial \rho_a} = \gamma \frac{P_0}{\rho_0} = c_0^2 \quad (2.57)$$

Ec. de comportamiento

- *Ecuación de ondas*

Combinando las ecuaciones linealizadas anteriormente, se obtendrá la ecuación de ondas:

$$\text{Navier Stokes} \quad \rho_0 \frac{\partial \vec{u}_a}{\partial t} = -\nabla P_a \quad (2.58)$$

$$\text{Continuidad} \quad \frac{\partial \rho_a}{\partial t} + \rho_0 \nabla \vec{u}_a = 0 \quad (2.59)$$

$$\text{Comportamiento} \quad \frac{\partial P_a}{\partial \rho_a} = \gamma \frac{P_0}{\rho_0} = c_0^2 \quad (2.60)$$

Tras combinar las ecuaciones y una serie de transformaciones se obtiene:

$$\nabla^2 P_a - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 P_a}{\partial t^2} = 0 \quad (2.61)$$

Ecuación de ondas

Se puede observar que la ecuación de ondas solo depende de la variable de presión acústica pulsante cuando la velocidad media del fluido es nula (hipótesis 4), es decir, $\vec{u}_0 = 0$.

2.4.6. ECUACIÓN DE HELMHOLTZ

La ecuación de Helmholtz se obtiene a partir de la ecuación de onda cuando la presión acústica P_a tiene un comportamiento armónico [5]. Se considera a la presión P_a como una presión compleja:

$$P_a = P \cdot e^{j\omega t} \quad (2.62)$$

Si la ecuación (2.59) se sustituye en la ecuación de ondas, ecuación (2.58), se obtiene la ecuación de Helmholtz:

$$\nabla^2 P + k^2 \cdot P = 0 \quad (2.63)$$

Ecuación de ondas

donde $k = \omega/c_0$ es el número de onda, j es la unidad imaginaria, ω la frecuencia angular dada por $\omega = 2\pi f$ y P la amplitud compleja de la presión acústica P_a .

2.4.7. CONSIDERACIONES DEL MODELO ACÚSTICO

La consecución de la ecuación de ondas supone un gran avance en el estudio del comportamiento de las ondas acústicas y por consiguiente en el diseño y simulación de elementos como los silenciadores, caso de estudio en este trabajo. Sin embargo el uso de ésta ecuación está limitado como veremos a continuación por la aplicación de las hipótesis vistas en el apartado 2.4.4. En forma de resumen, se va a realizar un análisis de las ventajas y desventajas que presenta la ecuación de ondas para poder poner en contexto su utilización dentro de un marco práctico.

La principal ventaja del modelo acústico lineal con respecto al modelo dinámico es la simplificación matemática obtenida gracias a la asunción de hipótesis que evitan las no linealidades de las variables acústicas. En el modelo acústico lineal solo es necesario resolver una única ecuación por tres en el modelo dinámico que además están interrelacionadas. Esta simplificación matemática lleva a poder extraer conclusiones de forma sencilla con cálculos simples a través de aproximaciones unidimensionales que dan lugar a lo que se denomina ondas planas. Otra ventaja evidente de simplificar el problema matemático que define el comportamiento de una onda es el bajo coste computacional que tiene analizar un problema respecto al modelo dinámico.

El modelo acústico lineal se utiliza para la caracterización del estudio de sistemas acústicos como ya sabemos. En el caso del estudio de sistemas acústicos con un comportamiento armónico invariante en el tiempo, como puede ser el caso del estudio de los silenciadores, el modelo acústico se puede resolver mediante la ecuación de Helmholtz. Esta resolución se lleva a cabo en el dominio de la frecuencia, esta característica es ideal en el estudio de sistemas debido a que la solución dependerá únicamente de la frecuencia, la cual, a su vez solo depende de las características propias del sistema.

Otra ventaja reseñable del modelo acústico lineal es que también puede ser usado para realizar estimaciones previas que permitan ver la viabilidad de otros modelos más complejos.

Sin embargo, el modelo acústico lineal también presenta una serie de desventajas, la más importante sin duda es que solo puede ser aplicable a una serie de casos acotados. En concreto, solo se puede utilizar en el caso de las perturbaciones o pulsos de baja amplitud con fluctuaciones de presión del orden de 20 a 200 Pa. Está acotación del rango de aplicación del modelo es producto de las hipótesis asumidas en el proceso de linealización del problema acústico. Esta linealización simplifica el problema desde el punto de vista resolutivo como ya se ha comentado, sin embargo, a su vez limita las variaciones de presión, densidad y velocidad de las partículas.

Debido a que, como se acaba de ver, el rango de aplicación práctica del modelo acústico lineal está limitado y se han asumido una serie de

hipótesis con el fin de reducir la complicación del problema, es importante que como paso previo a resolver cualquier problema acústico se analice el problema para corroborar que las hipótesis asumida son aplicables a ese caso en concreto, con el fin de no cometer errores de cálculo importantes que invalidarían los resultados obtenidos del estudio.

2.5. ACÚSTICA EN CONDUCTOS

2.5.1. PROPAGACIÓN EN CONDUCTOS

La intención de este apartado es explicar la solución a las ecuaciones que gobiernan la propagación acústica del sonido en conductos, partiendo de las ecuaciones e hipótesis explicadas en los apartados anteriores, con el fin de aplicar estos resultados a un silenciador acústico en el campo de presiones y velocidades. Se va a suponer una propagación unidimensional de la onda acústica en el interior del conducto ya que la propagación acústica dentro de un conducto se asemeja a la propagación en un silenciador.

Para poder realizar esta suposición sin cometer errores es necesario que el diámetro del conducto sea pequeño en comparación con la longitud de onda [36], de manera que todos los puntos pertenecientes a una misma sección transversal tengan la misma presión y velocidad. Dicho de otra manera, la onda acústica debe de propagarse como una onda plana por el conducto en dirección axial a este.

2.5.2. SOLUCIÓN EN PRESIÓN

Para explicar la propagación de una onda acústica en un conducto a partir del campo de las presiones, se considera un conducto terminado en pared rígida, con su eje axial paralelo a la dirección x y de diámetro lo suficientemente pequeño para que la propagación se realice como una onda plana.



Figura 12. Conducto por donde se propaga la onda acústica.

En primer lugar se asume que la onda sonora tiene un comportamiento de tipo armónico, por lo que $P_a = P \cdot e^{j\omega t}$ donde P es una amplitud compleja, también se considera que la fuente del sonido está instalada en la entrada del conducto. A partir de estas condiciones y aplicando la ecuación de Helmholtz (2.63) para una coordenada (x) se tiene:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + k^2 \cdot P = 0 \quad (2.64)$$

la solución a esta ecuación aparece del tipo:

$$P(x) = P^+ e^{-jkx} + P^- e^{jkx} \quad (2.65)$$

En donde $P^+ e^{-jkx}$ define el comportamiento de una onda progresiva que se propaga en la dirección positiva del eje x y $P^- e^{jkx}$ sin embargo hace referencia a una onda regresiva que se propaga en la dirección negativa del eje x . Esta última onda es debida a la reflexión a la que se ve sometida la onda progresiva al alcanzar la pared rígida del final del conducto.

Debido a que la onda regresiva es producto de la reflexión de la onda progresiva, la ecuación (2.65) también se puede escribir como:

$$P(x) = P \cdot e^{-jkx} + r \cdot P \cdot e^{jkx} \quad (2.66)$$

donde r es el coeficiente de reflexión de la presión incidente sobre la pared rígida. Este número se considera un número complejo pudiendo aportar por tanto un desfase de una onda respecto a la otra. Este coeficiente es el resultado del cociente entre la onda regresiva y la onda progresiva. Además, su valor depende de la absorción y/o impedancia de la pared rígida. r puede definirse por tanto como:

$$r = Re^{j\varphi} \quad (2.67)$$

siendo R un número real

2.5.3. SOLUCIÓN EN VELOCIDAD

A pesar de que la velocidad media de las partículas del fluido sea nula, $\bar{u}_0 = 0$, tal y como se definió en la hipótesis 4, las partículas oscilan alrededor de su posición de equilibrio con una velocidad $\vec{u} = \vec{u}_a$ mientras la propagación de la onda sigue el comportamiento que rige la onda de presión:

$$P_a(x, t) = f(t - x/c_0) + g(t + x/c_0) \quad (2.68)$$

donde f y g son dos funciones arbitrarias que representan la onda progresiva y reflexiva respectivamente.

Para conseguir la forma de la solución de la ecuación de ondas enfocada en el campo de velocidades que tienen las partículas, se utilizará la ecuación linealizada de Navier-Stokes (2.54) aplicada a la onda plana, esto es:

$$\rho_0 \frac{\partial \bar{u}_a}{\partial t} = -\nabla P_a \rightarrow \rho_0 \frac{\partial \bar{u}_a}{\partial t} = -\frac{\partial P_a}{\partial x} \rightarrow \rho_0 v_a = -\int \frac{\partial P_a}{\partial x} dt \quad (2.69)$$

Sustituyendo P_a por la denominada regla de convención del tiempo: $P_a(x, t) = Re\{P(x)e^{j\omega t}\}$ con $P(x)$ amplitud compleja, se tiene:

$$\rho_0 v_a = - \int \frac{\partial P(x) e^{j\omega t}}{\partial x} dt = - \frac{\partial P(x)}{\partial x} \int e^{j\omega t} dt = - \frac{\partial P(x)}{\partial x} \frac{1}{j\omega} e^{j\omega t} \quad (2.70)$$

que utilizando la notación compleja queda:

$$\rho_0 V(x) = - \frac{\partial P(x)}{\partial x} \frac{1}{j\omega} \quad (2.71)$$

donde $V(x)$ corresponde a la amplitud compleja de la velocidad de las partículas y $P(x)$ a la amplitud compleja de su presión.

Asumiendo que el sonido tiene un comportamiento armónico como el descrito en el apartado anterior y sustituyendo P por la ecuación (2.68), se obtiene:

$$\rho_0 V(x) = - \frac{\partial(P^+ e^{-jkx} + P^- e^{jkx})}{\partial x} \frac{1}{j\omega} = \frac{1}{c_0} (P^+ e^{-jkx} - P^- e^{jkx}) \quad (2.72)$$

Despejando la velocidad, ésta tendrá una solución de la forma:

$$V(x) = \frac{1}{\rho_0 c_0} (P^+ e^{-jkx} - P^- e^{jkx}) \quad (2.73)$$

$$V(x) = \frac{1}{Z_0} (P^+ e^{-jkx} - P^- e^{jkx}) \quad (2.74)$$

donde $Z_0 = \rho_0 c_0$ es denominada Impedancia característica del medio, este término se analiza en el apartado que se presenta a continuación.

2.5.4. IMPEDANCIA ACÚSTICA

Tal y como se vio en el *apartado 2.3.7.*, la impedancia se describe como la oposición que presentan las partículas de un medio, ya sea líquido, gaseoso o sólido, a la propagación de una onda acústica. Por lo tanto se puede decir que la impedancia acústica mide la predisposición o

facilidad que presenta un medio para la propagación del sonido. Matemáticamente, la impedancia se define como el cociente entre la presión y la velocidad de las partículas de un medio:

$$Z = \frac{P}{V} \quad (2.75)$$

Impedancia acústica del aire

Una onda plana progresiva que se propaga en el aire en dirección positiva del eje x responde a un comportamiento según:

$$P(x) = P^+ e^{-jkx} \quad (2.76)$$

Aplicando la ecuación en amplitudes complejas (2.71) se puede calcular la velocidad de las partículas:

$$\begin{aligned} \rho_0 V(x) &= -\frac{\partial P(x)}{\partial x} \frac{1}{j\omega} \rightarrow \rho_0 V(x) = -\frac{\partial (P^+ e^{-jkx})}{\partial x} \frac{1}{j\omega} \\ V(x) &= \frac{1}{c_0 \rho_0} P^+ e^{-jkx} \end{aligned} \quad (2.77)$$

Sustituyendo en la ecuación (2.75), se consigue la impedancia acústica del aire:

$$Z = \frac{P(x)}{V(x)} = \frac{P^+ e^{-jkx}}{\frac{1}{c_0 \rho_0} P^+ e^{-jkx}} = c_0 \rho_0 \quad (2.78)$$

Impedancia acústica de la pared rígida

A continuación se deducirá la ecuación de la impedancia acústica de la pared rígida en la que acaba un conducto como el mostrado en la *figura 12*.

El campo sonoro de la pared se puede describir con la suma de una onda progresiva y una regresiva, la cual es producida al ocurrir la reflexión de la onda progresiva en la pared. El campo de presiones y velocidades quedaría entonces de la siguiente manera:

$$P(x) = P^+ e^{-jkx} + P^- e^{jkx} = (p)e^{-jkx} + (p \cdot r)e^{jkx} \quad (2.79)$$

$$V(x) = \frac{1}{\rho_0 c_0} (P^+ e^{-jkx} - P^- e^{jkx}) = \frac{1}{\rho_0 c_0} [(p)e^{-jkx} + (p \cdot r)e^{jkx}] \quad (2.80)$$

Aplicando la fórmula de la impedancia (2.75) quedaría:

$$Z = \frac{P(x)}{V(x)} = \rho_0 c_0 \left(\frac{1+r}{1-r} \right) \quad (2.81)$$

donde r el coeficiente de reflexión que dependerá de la potencia que la pared rígida sea capaz de absorber.

2.6. ACÚSTICA EN PLACAS Y TUBOS PERFORADOS

2.6.1. PLACAS Y TUBOS PERFORADOS

Las superficies perforadas son una parte importante a tener en cuenta en el estudio del comportamiento de las ondas acústicas dentro de los silenciadores. Los conductos perforados consisten básicamente en un conducto con un número alto de pequeños orificios colocados bastante cerca unos de otros. Los tubos y placas perforadas o microperforadas tienen como objetivo principal la contención de los materiales absorbentes en los silenciadores disipativos, evitando obstruir de esta manera la vía central por donde fluye el aire o los gases de escape, como se puede ver en la *figura 13* Además de esta función, los tubos perforados guían el flujo, lo que permite disminuir las pérdidas por flujo y mejorar la calidad del ruido generado en los cambios bruscos de sección.

A la hora de modelar un tubo perforado para el estudio de un silenciador, éste puede ser sustituido por una impedancia acústica compleja que representa el efecto de la existencia de este elemento en nuestro sistema. Por lo tanto no es necesario modelar este componente de manera física sino simplemente sustituirlo por una superficie que presente una oposición a las ondas sonoras idéntica a la que produciría el conducto perforado. La impedancia acústica es por tanto el parámetro más importante del modelado de placas y tubos perforados. La impedancia acústica es una función compleja que depende de tres parámetros principales [5, 42]: el campo acústico, indicando si el flujo es transversal o tangencial, el nivel de presión acústica y la geometría y distribución de los elementos perforados que tiene en cuenta la porosidad. Estos son la forma y tamaño de los orificios, espesor de la pared de la placa perforada y distancia entre orificios.

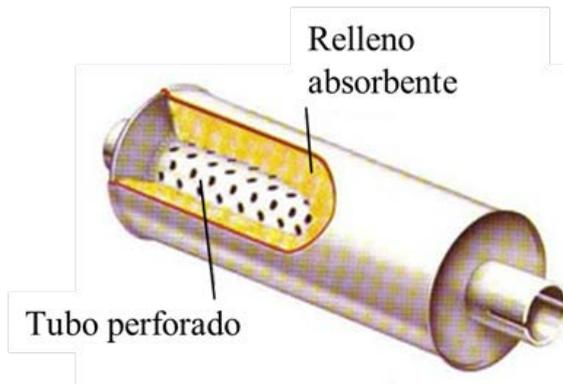


Figura 13. Tubo perforado en un silenciador disipativo.

2.6.2. IMPEDANCIA ACÚSTICA EN SUPERFICIES PERFORADAS

La impedancia acústica Z_p de una superficie perforada se define como la relación entre la diferencia de presión acústica de ambas partes de la superficie y la velocidad acústica que las atraviesa a través de los orificios perforados. Esta impedancia tiene un valor complejo lo que se traduce en una reducción de la amplitud del sonido y un desfase de la onda.

$$Z_p = \frac{P_e - P_s}{\vec{U}} = R_0 + jX_0 \quad (2.82)$$

donde P_e es la presión acústica a la entrada de un orificio, P_s es la presión acústica a la salida del orificio y \vec{U} es la velocidad acústica promedio que atraviesa el orificio. La impedancia acústica se expresa como un número complejo siendo la parte real R_0 la resistencia de la impedancia acústica y la parte imaginaria X_0 la reactancia.

Cuando los niveles de presión acústica son considerablemente bajos a un lado y al otro de la superficie perforada y se presenta un régimen lineal, la impedancia acústica se relaciona linealmente con la diferencia de presión que hay entre ambas caras. Sin embargo, cuando la presión acústica es aumentada se produce un incremento de la amplitud de la velocidad y variaciones del desfase a través de los orificios, este hecho lleva a que el comportamiento de la propagación de la onda a través de la superficie perforada presente un carácter no lineal, en estos casos la impedancia depende de la velocidad a través de los orificios [5]. Existen muchos y diferentes modelos de impedancia que aportan resultados divergentes pero el modelo propuesto por Sullivan y Crocker es un modelo sencillo y comúnmente utilizado. Su ecuación matemática es la siguiente:

$$Z_p = \rho_0 c_0 \frac{1}{\sigma} (6 \cdot 10^{-3} + jk_0(t_h + 0,75 d_h)) \quad (2.83)$$

siendo ρ_0 la densidad del aire, c_0 la velocidad del sonido en el aire, k_0 el número de onda, t_h el espesor de la superficie perforada, d_h el diámetro de los orificios y σ la porosidad de la superficie perforada. Por lo tanto, las características que deben ser proporcionadas sobre una superficie perforada para poder calcular su impedancia son la porosidad σ , el diámetro del agujero d_h y espesor de placa t_h . La porosidad es un valor adimensional que se define como el cociente entre el área de la superficie que corresponde a las perforaciones, es decir, el área donde no hay material, y el área total de la superficie perforada.

La fórmula (2.83) no tiene en cuenta la influencia que existe del material absorbente que hay en el interior de la cámara en el caso de un silenciador disipativo. Ya que la presencia de materiales fonoabsorbentes afecta a la impedancia resultante de una superficie perforada, será necesario definir una nueva fórmula que tenga en cuenta dicho efecto. Por lo tanto, en el caso de que el silenciador sea disipativo se utilizará la siguiente ecuación [37]:

$$Z_p = \rho_0 c_0 \frac{1}{\sigma} \left[6 \cdot 10^{-3} + j k_0 \left(t_h + 0,425 \left(1 + \frac{Z_{abs} \cdot k_{abs}}{\rho_0 c_0 k_0} \right) d_h \cdot F(\sigma) \right) \right] \quad (2.84)$$

donde se añade un factor de corrección cuyo valor es:

$$F(\sigma) = 0.5[(1 - 0.7\sqrt{\sigma}) + (1 - 1.41\sqrt{\sigma} + 0.34(\sqrt{\sigma})^3 + 0.07(\sqrt{\sigma})^5)] \quad (2.85)$$

La impedancia de la placa ahora depende también del factor de corrección $F(\sigma)$ y de Z_{abs} y k_{abs} , que corresponden a la impedancia del absorbente y el número de onda del absorbente respectivamente, las ecuaciones que definen el valor de estos dos últimos parámetros vienen explicadas en el apartado siguiente.

2.7. MATERIALES FONOABSORBENTES

2.7.1. GENERALIDADES

La principal función de los materiales fonoabsorbentes o porosos es reducir la propagación de las ondas, es decir, disminuir la energía acústica del sonido. Estos materiales están presentes en una gran variedad de aplicaciones para aumentar la atenuación sonora. Los materiales fonoabsorbentes más utilizados son las fibras naturales, artificiales y espumas poliméricas [26].

El material absorbente que envuelve el conducto perforado en los silenciadores disipativos puede caracterizarse como una estructura isótropa en la que el aire puede moverse a través de cavidades o poros interconectados en su interior y distribuidos de manera aleatoria. En el caso de que este flujo de aire no fuera turbulento, el volumen de aire que atraviesa el material es directamente proporcional a la diferencia de presión que origina el flujo. Estos materiales pueden atenuar los sonidos debido en parte a que en el interior del material la onda acústica sufre una serie de reflexiones, y también debido a las pérdidas viscosas que se dan lugar en los intersticios.

El uso de silenciadores disipativos ha sido limitado por el hecho de que el material absorbente se degrada debido a las altas temperaturas provocadas por los gases de escape provenientes del motor y por arrastre del material. Sin embargo, las propiedades de los materiales absorbentes han sido mejoradas durante los últimos años propiciando así un aumento del uso de los silenciadores disipativos.

En el *apartado 2.5.4.* se definió la impedancia acústica del aire como una magnitud real y constante, sin embargo, en el caso de utilizar materiales fonoabsorbentes la impedancia característica se convierte en una magnitud compleja y dependiente de la frecuencia. Esto significa que entre la presión y la velocidad existe un desfase que es provocado por los fenómenos de fricción y disipación viscotérmica que tienen lugar en los poros y fibras del material absorbente. Además, estos materiales poseen unas características disipativas mucho mayores que

otros medios de propagación como el aire debido a que tienen una elevada superficie específica [38].

2.7.2. CARACTERÍSTICAS DEL MATERIAL

La caracterización acústica de materiales absorbentes suele realizarse mediante el uso de dos modelos, el modelo macroscópico de comportamiento de materiales y el modelo poroelástico [26]. El primero de ellos, conocido también como modelo de dos parámetros, considera que el material absorbente puede caracterizarse por medio del número de onda k_{abs} y la impedancia acústica compleja Z_{abs} . Se aplica al análisis de materiales de tipo fibroso, de baja rigidez y en los que existe una significativa interacción entre la estructura sólida y los espacios ocupados por el aire u otro gas. Básicamente los materiales utilizados por la industria en la fabricación de silenciadores son del tipo fibroso.

El segundo modelo es empleado para caracterizar materiales absorbentes de tipo espuma, en los que la contribución de la rigidez en la parte estructural es elevada. Delany y Bazley realizaron estudios experimentales abarcando una extensa gama de materiales absorbentes de los que obtuvieron expresiones analíticas que podían definir la impedancia y el número de onda en función de la frecuencia y de la resistencia al flujo estacionario.

Posteriormente varios autores, en base a este planteamiento, llevaron a cabo numerosos estudios del comportamiento acústico global de silenciadores con materiales absorbentes. De estos estudios se obtiene una expresión analítica, ajustada experimentalmente, para calcular la impedancia característica del medio absorbente para materiales de tipo fibroso. La ecuación que se utilice para caracterizar el material absorbente de los silenciadores disipativos en este Trabajo Fin de Máster será por tanto [38]:

$$Z_{abs} = Z_0 \left[1 + a_5 \left(\frac{\rho_0 f}{R_{flujo}} \right)^{a_6} - j a_7 \left(\frac{\rho_0 f}{R_{flujo}} \right)^{a_8} \right] \quad (2.86)$$

Para la realización de cálculos y simulaciones, a parte de la impedancia, es necesario calcular el número de onda complejo para poder caracterizar adecuadamente al material absorbente. Este parámetro puede ser calculado a partir de la siguiente expresión:

$$k_{abs} = k_0 \left[1 + a_3 \left(\frac{\rho_0 f}{R_{flujo}} \right)^{a_4} - j a_1 \left(\frac{\rho_0 f}{R_{flujo}} \right)^{a_2} \right] \quad (2.87)$$

En las expresiones anteriores, Z_0 , k_0 y ρ_0 hacen referencia a la impedancia, número de onda y densidad del aire que se encuentra entre las fibras del material absorbente respectivamente. El valor f representa la frecuencia (Hz) y R_{flujo} la resistividad a flujo estacionario del material absorbente (Pa s/m^2). Los coeficientes a_1 , a_2 , a_3 , a_4 , a_5 , a_6 , a_7 y a_8 se obtienen por ajuste matemático y se muestran en la *tabla 1* para tres materiales que se utilizan de manera habitual en control de ruido.

Tabla 1. Coeficientes experimentales para el número de onda y la impedancia de materiales fonoabsorbentes.

Material	Fibra de vidrio E	Lana de basalto	Fibra texturizada
a_1	0.220	0.218	0.189
a_2	-0.585	-0.605	-0.595
a_3	0.201	0.128	0.160
a_4	-0.583	-0.675	-0.577
a_5	0.095	0.060	0.095
a_6	-0.669	-0.766	-0.754
a_7	0.169	0.138	0.085
a_8	-0.571	-0.628	-0.732

Es habitual definir el comportamiento de la onda acústica dentro de un material absorbente a partir de las variables de densidad ρ_{abs} y velocidad del sonido c_{abs} del material absorbente. Estas variables tienen un valor “equivalente” para resolver las ecuaciones que definen la

propagación de la onda sonora. A partir de los valores de Z_{abs} y k_{abs} se pueden calcular estas variables equivalentes de la siguiente manera:

$$k_{abs} = \frac{\omega}{c_{abs}} \Rightarrow c_{abs} = \frac{\omega}{k_{abs}}$$
$$Z_{abs} = \rho_{abs} \cdot c_{abs} \Rightarrow \rho_{abs} = \frac{Z_{abs}}{c_{abs}} \quad (2.88)$$

2.8. SILENCIADORES

2.8.1. DEFINICIÓN

Un silenciador es un componente del sistema de escape de gases de los motores de combustión interna cuya función es reducir la transmisión de ruido hacia el exterior. La transmisión del ruido generado por una fuente sonora se reduce ya que el silenciador logra disminuir el nivel sonoro y a la vez permite el libre flujo del aire hacia la atmósfera. En el proceso del diseño de un silenciador es necesario atender a una serie de criterios [26]:

- *El criterio acústico*, este criterio determina que se debe alcanzar una atenuación mínima para un determinado rango de frecuencias. En materia medioambiental, se deben de considerar los límites para el nivel de ruido máximo que se puede emitir.
- *El criterio aerodinámico y de operación*, en el que se marca una mínima caída de carga a través del silenciador dadas unas condiciones de flujo y temperatura determinadas.
- *El criterio geométrico y de instalación*, definiendo el volumen permisible del silenciador, su longitud, diámetro, peso, posición y las posibles restricciones geométricas de su instalación en el sistema de escape.

La emisión de ruido proveniente de los gases de escape puede ser modificada a través del diseño geométrico del silenciador, al cual pueden ser incorporados elementos como materiales absorbentes o superficies perforadas con el fin de reducir el sonido radiado a la atmósfera.

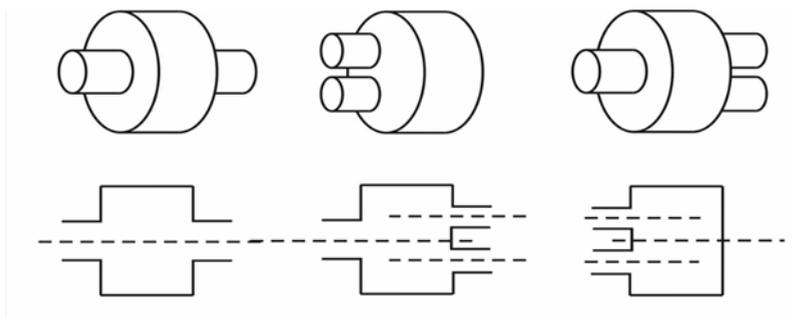
Los silenciadores se pueden clasificar principalmente en dos tipos, silenciadores reactivos y silenciadores disipativos, esta clasificación atiende al principio de funcionamiento con el que se atenúa el nivel de ruido. Los silenciadores reactivos reducen la potencia sonora a partir de la reflexión que sufren las ondas sonoras en las cámaras de expansión, devolviendo así el ruido hacia la fuente. Por el contrario, el principio físico de funcionamiento de los silenciadores disipativos es la disipación de la energía de la onda al propagarse en un material con un alto grado de porosidad. Sin embargo, no existe una barrera clara en la que se pueda expresar un concepto de silenciador puramente disipativo o puramente reactivo ya que todos los silenciadores atenúan por medio de la disipación y reflexión de la energía acústica.

Además de estos dos tipos, existe un tercer tipo de silenciadores, los silenciadores resonadores, el principio de funcionamiento de estos silenciadores es la disipación de la energía sonora debido a que el fluido entra en resonancia. Este tipo de silenciadores realmente se puede considerar como un caso concreto de los silenciadores reactivos.

2.8.2 TIPOS DE SILENCIADORES

Los **silenciadores reactivos** atenúan el nivel acústico generando reflexiones de las ondas incidentes a partir de la modificación de la geometría del conducto. Al incidir una onda sobre una pared u obstáculo, una parte de su energía vuelve (debido a la reflexión de ondas) propagándose en dirección hacia la fuente de emisión. Por tanto este tipo de silenciadores consiguen la atenuación acústica de la onda beneficiándose de los efectos de reflexión que generan sus geometrías que tienden a diseñarse con una serie de ramificaciones u otras particularidades geométricas.

Los ejemplos de silenciadores reactivos más comunes son: la cámara de expansión simple (compuesta por un conducto de entrada, una cámara de expansión central y un conducto de salida), la cámara con doble salida (con dos conductos de salida) y el silenciador de cámara reversa (donde los conductos de entrada y salida se sitúan en un mismo plano de la cámara de expansión) [5].



Cámara de expansión simple

Cámara reversa

Cámara con doble salida

Figura 14. Ejemplos de silenciadores reactivos [5].

Los **silenciadores disipativos** atenúan el nivel acústico gracias a la utilización de materiales absorbentes, estos materiales suelen ser de tipo fibroso (fibra de vidrio, lanas metálicas o de basalto, etc.) y presentan una gran superficie específica. Estos materiales se sitúan en el interior de la cámara de expansión oponiendo una resistencia al paso del flujo de aire que los atraviesa. Esta resistencia se produce gracias a que al progresar el fluido a través del material se genera una fricción viscotérmica en los canales o poros, disipando la energía cinética del campo sonoro en forma de calor.

A diferencia de los silenciadores reactivos, la onda sonora no es desviada al ser reflejada en los diferentes cambios de geometría que presenta el silenciador, sino que es disipada a medida que la onda se pone en contacto con la fibra absorbente. Conforme mayor sea la densidad de compactación que tenga el material y su resistencia al flujo, aumentará la atenuación en este tipo de silenciadores. Para describir la

eficacia de estos materiales se utiliza la resistencia al flujo por unidad de espesor: $\text{rayl/cm}^3 = 1000 \text{ N s/m}^4$

Los silenciadores disipativos presentan un amplio rango de frecuencias atenuadas tendiendo a incrementarse a medida que aumenta la superficie específica. Son más efectivos en la atenuación de ruidos emitidos a altas frecuencias o cuando la emisión de ruido tiene un amplio espectro de frecuencias. Sin embargo, a frecuencias bajas no son aconsejables.

Un elemento a tener en cuenta en estos silenciadores son las superficies perforadas, su principal función es permitir la introducción del material absorbente en la cámara de expansión, a la vez que el conducto principal por donde fluye el aire permanece despejado. Este tramo de tubo perforado guía el flujo del aire hacia la cámara de expansión donde se encuentra el material absorbente, sin embargo en ese proceso también se introduce una resistencia al paso del fluido entre los orificios, generando así una disipación adicional gracias a la fricción existente en los orificios.

La incorporación de tubos perforados presenta otras ventajas además del aumento de la atenuación sonora. Uno de los inconvenientes de trabajar con materiales absorbentes a altas temperaturas es que suelen deteriorarse por el contacto de los gases calientes que los ensucian y los desintegran. La incorporación de tubos perforados supone una mayor rigidez del silenciador, evitando así el arrastre del material absorbente por el flujo de los gases.

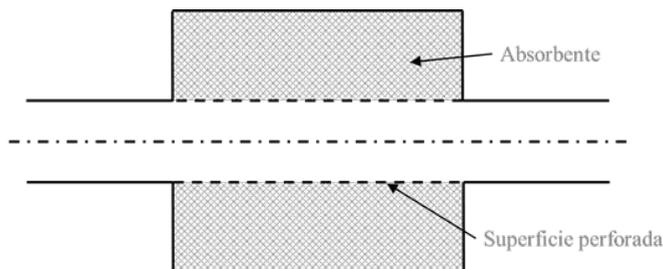
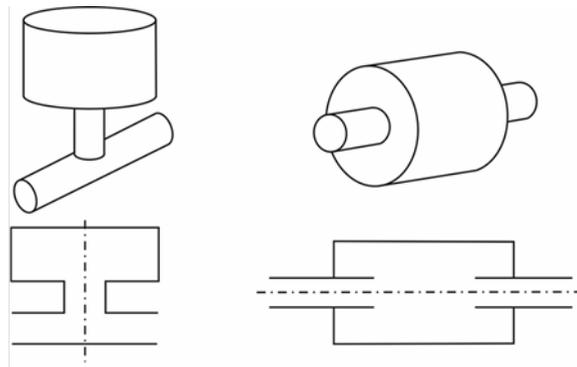


Figura 15. Silenciador disipativo.

Los **resonadores** hacen referencia a un tipo concreto de silenciador reactivo. Su principio de funcionamiento está basado en la pérdida de energía debida a que el fluido entra en resonancia absorbiendo parte de esa energía sonora. La utilización típica de estos silenciadores es para atenuar el nivel acústico en frecuencias de excitación propias, también son útiles para atenuar frecuencias bajas específicas que aparecen a la salida de un tubo de escape.

Algunos ejemplos de este tipo de silenciadores son: el resonador de Helmholtz (en él se produce una efectiva atenuación acústica a bajas frecuencias y la resonancia se origina por una combinación de la unión del cuerpo o cavidad y el cuello) y el silenciador con conductos extendidos los tubos extendidos:



Resonador de Helmholtz Cámara con conductos extendidos

Figura 16. Ejemplo de resonadores [5].

2.8.3. INDICES DE ATENUACIÓN SONORA

Se define la atenuación sonora como la reducción de potencia acústica de una onda que se propaga entre dos puntos de un sistema acústico. Hay diferentes índices que permiten expresar esta disminución de potencia, como por ejemplo, Pérdidas de Inserción (*IL-Insertion loss*), Reducción de Ruido (*NR- Noise reduction*), o Pérdidas de Transmisión

(*TL- Transmission loss*). En este apartado se verá cómo se definen los anteriores índices [37, 26].

- Índice de **Perdidas de Inserción, *IL***: este índice relaciona los niveles de potencia acústica medidos en un mismo punto antes y después de introducir un silenciador entre la fuente y el punto de medida. El cálculo de este índice depende del silenciador, la impedancia de la fuente y la impedancia de radiación o salida. Debido a la dependencia del *IL* con estos tres factores, resulta un parámetro difícil de calcular y por tanto no es muy apropiado para el diseño de silenciadores.

$$IL = 10 \log \left(\frac{W_1}{W_2} \right) \quad (2.89)$$

donde W_1 es la potencia emitida con silenciador y W_2 sin silenciador.

- Índice de **Reducción de Ruido, *NR***: este índice hace referencia a la diferencia de los niveles de presión acústicos medidos en la fuente de generación de ruido (aguas arriba del silenciador) y en la salida (aguas abajo del silenciador). Para el cálculo de este índice, no es necesario que la salida del silenciador sea anecoica. Este índice tampoco es muy fiable para el diseño de silenciadores ya que además de las propiedades del silenciador, depende de las características de la salida de la onda sonora al exterior del propio sistema.

$$NR = 20 \log \left(\left| \frac{P_1}{P_2} \right| \right) \quad (2.90)$$

donde P_1 es la presión aguas arriba del silenciador y P_2 es la presión aguas abajo.

- Índice de **Pérdidas de Transmisión, *TL***: este índice es la relación entre la potencia acústica que incide en el silenciador y la

potencia transmitida al exterior cuando se utiliza una salida anecoica. Es decir, cuando no existe reflexión de la onda progresiva a la salida del silenciador.

$$TL = 10 \log \left(\frac{|W_i|}{|W_t|} \right) \quad (2.91)$$

donde W_i es la potencia sonora incidente y W_t la potencia sonora transmitida.

En ausencia de flujo medio, las pérdidas de transmisión se obtienen por medio de la siguiente expresión. Siendo S_1 y S_2 las áreas de los conductos de entrada y salida respectivamente, P_1^+ la presión incidente y P_2^+ la presión transmitida.

$$TL = 10 \cdot \log \left(\frac{S_1 |P_1^+|^2}{S_2 |P_2^+|^2} \right) = 20 \cdot \log \left(\left(\frac{S_1}{S_2} \right)^{\frac{1}{2}} \left| \frac{P_1^+}{P_2^+} \right| \right) \quad (2.92)$$

A diferencia del resto de parámetros, este índice solo depende de las características del silenciador, por lo tanto es un parámetro adecuado para el diseño de silenciadores. El índice de Pérdidas de Transmisión es por tanto el parámetro con el que se trabajará en este Trabajo Fin de Máster de aquí en adelante.

2.8.4. REPRESENTACIÓN MATRICIAL DE UN SILENCIADOR

Tras haber desarrollado los fundamentos que definen la propagación de una onda acústica en el interior de un conducto, y sabiendo que un silenciador se puede definir como una combinación de varios conductos conectados entre sí. El comportamiento de la onda sonora en de cada conducto simple que conforma la geometría del silenciador seguirá las ecuaciones básicas descritas en el *apartado 2.5*. De esta forma, se puede considerar un silenciador como combinación de matrices. En este apartado por lo tanto, se definirá la matriz de transferencia o matriz de cuatro polos que describe el comportamiento acústico del silenciador [5, 26].

Caracterización matricial

Suponiendo una propagación de onda unidimensional, la propagación de la onda acústica a través de un conducto tiene asociado una matriz de transferencia o matriz de cuatro polos. Considerando ahora que un silenciador es una combinación de conductos, se puede definir el comportamiento de todo el silenciador como la combinación de las matrices de comportamiento de todos los conductos.

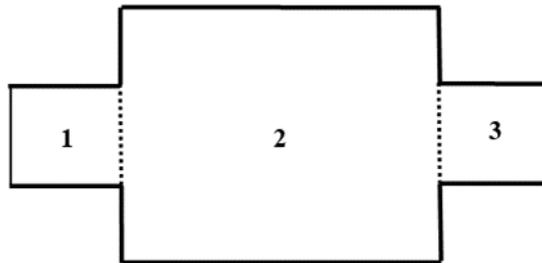


Figura 17. Silenciador definido como unión de conductos.

Para definir el comportamiento de un silenciador en concreto, como el presentado en la *figura 17*, es necesario conocer su matriz de transferencia:

$$\begin{Bmatrix} P_{1e} \\ U_{1e} \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} P_{3s} \\ U_{3s} \end{Bmatrix} \quad (2.93)$$

siendo P_{1e} y U_{1e} la presión y velocidad acústica en la entrada del silenciador, P_{3s} y U_{3s} la presión y velocidad acústica en la salida del silenciador y A, B, C, D los polos de la matriz de transferencia del silenciador.

Para definir esta matriz de transferencia, se deben de definir en primer lugar las matrices de comportamiento de cada uno de los conductos que componen el silenciador. El cálculo de la matriz de transferencia del silenciador quedará por tanto como:

$$\begin{Bmatrix} P_{1e} \\ U_{1e} \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} P_{1s} \\ U_{1s} \end{Bmatrix} \quad (2.94)$$

$$\begin{Bmatrix} P_{2e} \\ U_{2e} \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} P_{2s} \\ U_{2s} \end{Bmatrix} \quad (2.95)$$

$$\begin{Bmatrix} P_{3e} \\ U_{3e} \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} A_3 & B_3 \\ C_3 & D_3 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} P_{3s} \\ U_{3s} \end{Bmatrix} \quad (2.96)$$

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_3 & B_3 \\ C_3 & D_3 \end{pmatrix} \quad (2.97)$$

Matriz de transferencia en un conducto

Una vez visto que la matriz de comportamiento de un silenciador depende de la matriz de comportamiento de cada conducto, se pasará a definir a continuación el cálculo de la matriz de un conducto. Para ello se considerará un conducto de longitud L y sección transversal uniforme S como se ilustra en la figura siguiente.

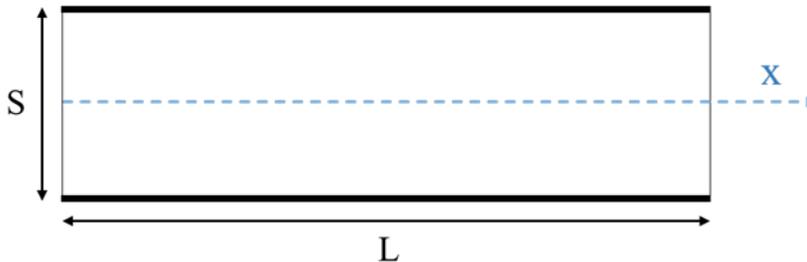


Figura 18. Conducto simple.

Como ya se ha visto previamente, las expresiones que definen el campo de presiones y velocidades en un conducto son:

$$P(x) = P^+ e^{-jkx} + P^- e^{jkx} \quad (2.98)$$

$$U(x) = \frac{1}{Z_0} (P^+ e^{-jkx} - P^- e^{jkx}) \quad (2.99)$$

Particularizando al caso concreto del conducto que se está estudiando se tendría que la matriz de transferencia queda definida como:

$$\begin{Bmatrix} P_e \\ U_e \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} P_s \\ U_s \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} P(x=0) \\ U(x=0) \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} P(x=L) \\ U(x=L) \end{Bmatrix} \quad (2.100)$$

Para poder calcular los cuatro polos de la matriz de transferencia (A, B, C y D), se suponen unas condiciones de contorno concretas. Para calcular A y C se supone que la salida del conducto está cerrada, por lo que, $U_s = 0$. Por el contrario, suponiendo que la salida del conducto da hacia el exterior se tiene que $P_s = 0$ y de esta manera se puede calcular B y D. Sustituyendo en la ecuación anterior, se obtienen el siguiente valor para cada uno de los polos:

$$A = \left. \frac{P_1}{P_2} \right|_{U_2=0} \quad (2.101)$$

$$C = \left. \frac{U_1}{P_2} \right|_{U_2=0} \quad (2.102)$$

$$B = \left. \frac{P_1}{U_2} \right|_{P_2=0} \quad (2.103)$$

$$D = \left. \frac{U_1}{U_2} \right|_{P_2=0} \quad (2.104)$$

1. Cálculo de A y C (hipótesis $U_s = 0$)

Para calcular el valor de los componentes A y C de la matriz de transferencia se supone que la velocidad a la salida del conducto es nula $U_s = 0$ y que la presión de entrada P_e tiene un valor unitario. Al aplicar estas condiciones de contorno a las ecuaciones (2.98) y (2.99) se tiene que:

$$P_e = P(x=0) = P^+ + P^- = 1$$

$$U_s = U(x = L) = \frac{1}{Z_0} (P^+ e^{-jkL} - P^- e^{jkL}) = 0$$

De donde se puede obtener las siguientes expresiones despejando:

$$P^+ = \frac{1 \cos(kL) + j \operatorname{sen}(kL)}{2 \cos(kL)} \quad (2.105)$$

$$P^- = \frac{1 \cos(kL) - j \operatorname{sen}(kL)}{2 \cos(kL)} \quad (2.106)$$

Sustituyendo estos resultados en las ecuaciones (2.101) y (2.102) se pueden calcular los polos A y C:

$$A = \left. \frac{P_1}{P_2} \right|_{U_2=0} = \cos(kL) \quad (2.107)$$

$$C = \left. \frac{U_1}{P_2} \right|_{U_2=0} = \frac{j}{Z_0} \cos(kL) \quad (2.108)$$

2. Cálculo de B y D (hipótesis $P_s = 0$)

En este caso se supone que la presión a la salida del conducto es nula, $P_s = 0$, es decir que la salida del conducto está abierta, y que la presión de a la entrada, P_e , tiene un valor unitario. Al aplicar estas condiciones de contorno en la ecuación (2.98) tanto en la entrada ($x = 0$) como en la salida ($x = L$), el resultado es el siguiente:

$$P_e = P(x = 0) = P^+ + P^- = 1 \quad (2.109)$$

$$P_s = P(x = L) = P^+ e^{-jkL} + P^- e^{jkL} = 0 \quad (2.110)$$

De donde se puede obtener las siguientes expresiones despejando:

$$P^+ = \frac{-j \cos(kL) + j \operatorname{sen}(kL)}{2 \operatorname{sen}(kL)} \quad (2.111)$$

$$P^- = \frac{1 \operatorname{sen}(kL) + j \cos(kL)}{2 \operatorname{sen}(kL)} \quad (2.112)$$

Sustituyendo estos resultados en las ecuaciones (2.103) y (2.104) se pueden calcular los polos B y D:

$$B = \left. \frac{P_1}{U_2} \right|_{P_2=0} = jZ_0 \operatorname{sen}(kL) \quad (2.113)$$

$$D = \left. \frac{U_1}{U_2} \right|_{P_2=0} = \cos(kL) \quad (2.114)$$

3. Matriz de transferencia

Combinando los cuatro polos calculados, la matriz de transferencia para un conducto queda definida como:

$$\begin{Bmatrix} P_e \\ U_e \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(kL) & j Z_0 \operatorname{sen}(kL) \\ \frac{j}{Z_0} \cos(kL) & \cos(kL) \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} P_s \\ U_s \end{Bmatrix} \quad (2.115)$$

Cálculo del TL a partir de la matriz de transferencia

En este punto se procede a evaluar el índice de Pérdidas de Transmisión, TL , para poder determinar el comportamiento acústico de algunos silenciadores. Para ello si se considera la hipótesis de propagación unidimensional se puede usar la Matriz de Transferencia. Esta matriz relaciona las variables a la entrada y salida del silenciador, denotadas

como subíndices e y s y se representa mediante la expresión obtenida en el punto anterior:

$$\begin{Bmatrix} P_e \\ U_e \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} P_s \\ U_s \end{Bmatrix}$$

Si se descompone la expresión anterior en ondas incidentes y reflejadas y se tiene en cuenta las ecuaciones (2.98) y (2.99) se obtiene:

$$P_1 = P_1^+ + P_1^- \quad (2.116)$$

$$U_1 = \frac{1}{\rho_0 c_0} (P_1^+ + P_1^-) \quad (2.117)$$

por tanto

$$P_1^+ = \frac{P_1 + \rho_0 c_0 U_1}{2} \quad (2.118)$$

Si se considera la salida anecoica se tiene

$$P_2 = P_2^+ = \rho_0 c_0 U_2 \quad (2.119)$$

Si se utiliza la definición de TL se obtiene:

$$TL = 10 \log \left(\frac{S_1 |P_1^+|^2}{S_2 |P_2^+|^2} \right) = 20 \log \left[\left(\frac{S_1}{S_2} \right)^{\frac{1}{2}} \left| \frac{P_1 + \rho_0 c_0 U_1}{2 \rho_0 c_0 U_2} \right| \right] \quad (2.120)$$

Finalmente considerando (2.93) se tiene



$$TL = 20 \log \left[\left(\frac{S_1}{S_2} \right)^{\frac{1}{2}} \left| \frac{A + \frac{B}{\rho_0 c_0} + \rho_0 c_0 C + D}{2} \right| \right] \quad (2.121)$$



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA Y DE MATERIALES
MÁSTER EN INGENIERÍA MECÁNICA





Capítulo 3

MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

3.1. INTRODUCCIÓN

La propagación de las ondas sonoras es un problema físico, el cual se rige por las ecuaciones en derivadas parciales vistas en el capítulo 2. La resolución de los casos formulados con estas ecuaciones supone un problema de gran complejidad generalmente. El método que proporciona una solución más precisa para este caso de problemas es buscar su solución analítica, sin embargo, hay casos que debido a la complejidad de las geometrías o condiciones de contorno del problema, la obtención de la solución se torna especialmente compleja o incluso imposible de calcular analíticamente, incluso haciendo simplificaciones. Por este motivo, se suele recurrir a métodos de resolución numérica para solucionar estos problemas.

Los métodos numéricos obtienen la solución al problema recurriendo a procesos iterativos donde se discretiza el dominio donde está definido el problema. De esta manera, en lugar de tener que resolver un problema de gran complejidad, se resuelven muchos problemas pero de menor complicación. Resulta evidente pensar que discretizar el dominio de un problema que es continuo se traducirá en un error, o una baja precisión, en los resultados obtenidos con este método si se comparan con los resultados teóricos reales. Sin embargo dependiendo del grado de discretización del dominio, se pueden llegar a obtener unos resultados muy próximos al comportamiento real con un error inferior al admisible, de manera que sean adecuados para utilizarlos en aplicaciones ingenieriles. Existen diferentes métodos capaces de encontrar esta aproximación, los más conocidos son [37]:

1. Método de las diferencias finitas.
2. Método de las funciones de prueba.
3. Método de los elementos finitos o MEF.

A la hora de analizar el comportamiento de un problema físico, el método generalmente utilizado es el método de los elementos finitos o MEF. Este método realiza su planteamiento basándose en los otros dos métodos, aunque evita sus inconvenientes. Algunas de las ventajas de este método son:

1. El dominio se divide en elementos “independientes” en los que se define una función local.
2. Cada elemento está formado por nodos en los que el valor de la función local es incógnita.
3. Su discretización permite analizar geometrías complejas.
4. El método es “fácilmente” implementable mediante el uso de numerosas aplicaciones de software.

Sin embargo, debido a la discretización del dominio, el método de los elementos finitos también presenta una serie de limitaciones. Al reducir los infinitos grados de libertad de un dominio continuo a N grados de libertad en un dominio discretizado, se está cometiendo un error que debe de ser considerado, este es un método de aproximación por lo que nunca podrá ser completamente exacto. Por lo tanto, antes de aceptar los resultados obtenidos se recomienda analizarlos para ver que son coherentes físicamente y validarlos a partir de un prototipo.

El objetivo de este capítulo es describir de manera general en qué se basa el método de los elementos finitos para poder solucionar un problema acústico. Para ello, en primer lugar se explicará la diferencia entre modelos discretos y continuos para posteriormente explicar de manera general el proceso que se sigue en MEF para la resolución de un sistema. Dentro de este proceso, se presentarán los tipos de elementos finitos más comunes (triangulares y cuadriláteros) utilizados para discretizar un dominio, junto a cada una de las configuraciones posibles (lineales, cuadráticas y cúbicas) que definen el comportamiento matemático de las funciones de interpolación polinómicas. Una vez obtenido el modelo discreto del sistema objeto de estudio, se deberán de combinar todas las ecuaciones que definen el valor de las incógnitas en cada elemento finito, para ello se trabaja con un sistema matricial global que combina las matrices de todos los elementos del sistema. Finalmente, se obtendrá la solución matemática de los valores de todos los grados de libertad que se definen en cada nodo del sistema. La solución del problema se puede obtener por varios métodos dependiendo de la complejidad del mismo.

3.2. MODELOS DISCRETOS Y CONTINUOS

Los problemas físicos se representan por modelos continuos con infinitos grados de libertad, sin embargo, también se pueden representar de manera aproximada a partir de modelos discretos con un número finitos de grados de libertad, simplificando así el modelo [37].

Los **modelos continuos** describen de manera precisa las propiedades físicas del problema, por lo tanto, las soluciones analíticas obtenidas con estos modelos son exactas. Por el contrario, estos modelos llevan consigo la dificultad de necesitar ecuaciones diferenciales en derivadas parciales para definirlos, lo que supone una complicación elevada para obtener la solución del problema, o incluso la imposibilidad de alcanzar una solución analítica cuando los sistemas no son simples.

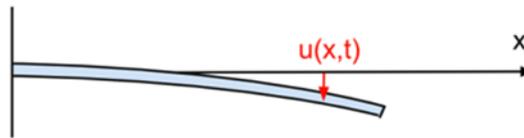


Figura 19. Modelo continuo.

Los **modelos discretos** simplifican el problema original de tal manera que se definen las propiedades físicas del sistema por medio de un conjunto de variables discretas representadas por un sistema de ecuaciones algebraicas. Para poder configurar el problema correctamente, se necesita un número mínimo de variables discretas, el número mínimo de estas variables se denomina grados de libertad o gdl.



Figura 20. Modelo discreto.

Gracias a los modelos discretos la resolución del problema físico es más sencilla, aunque el uso de estos modelos introduce un error llamado de discretización. Este error se debe a las simplificaciones y

aproximaciones realizadas para transformar las ecuaciones diferenciales en algebraicas. Por lo tanto, los resultados obtenidos siempre serán aproximaciones y nunca exactos. Para el estudio del comportamiento de los silenciadores, en este Trabajo Fin de Máster se utilizará el programa ANSYS Workbench donde se aplicará un modelo discreto del dominio del aire que fluye por los silenciadores haciendo uso del método de los elementos finitos.

3.3. MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

El método de los elementos finitos se puede definir como un método numérico que busca una solución aproximada a problemas gobernados por ecuaciones diferenciales en derivadas parciales.

El método de los elementos finitos transforma el problema diferencial en un problema algebraico, por medio de la discretización, pasando el sistema continuo de infinitos grados de libertad a uno equivalente de N grados de libertad.

En este apartado se explicarán brevemente los pasos que sigue el software para aplicar este método.

3.3.1. PASO 1: DISCRETIZACIÓN DEL DOMINIO

El dominio se descompone en un número finito de elementos interconectados entre sí. Estos elementos pueden ser puntos, líneas o superficies dependiendo de si el problema que se quiere modelar es un caso unidimensional, bidimensional o tridimensional respectivamente. La precisión de la solución en este método dependerá del tamaño que se le asigne a estos elementos, siendo una solución más aproximada a la realidad cuanto menor sea su tamaño. Sin embargo, debe haber un equilibrio entre el número de elementos del modelo y el tiempo de cálculo necesario para la resolución del problema, ya que al aumentar el número de elementos se multiplica el número de sistemas de ecuaciones que debe resolver el programa, con el consiguiente aumento

del coste computacional. Por lo tanto, en todo análisis con MEF se debe tener en cuenta tanto el nivel de precisión requerido, como el gasto computacional que se asume para conseguirlo, con el fin de optimizar el proceso de cálculo [37].

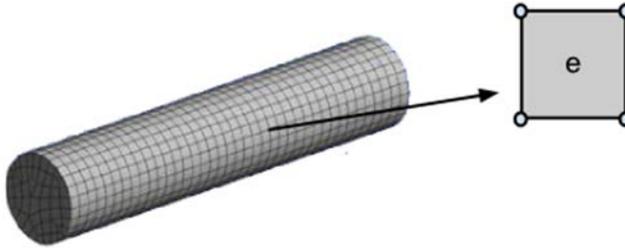
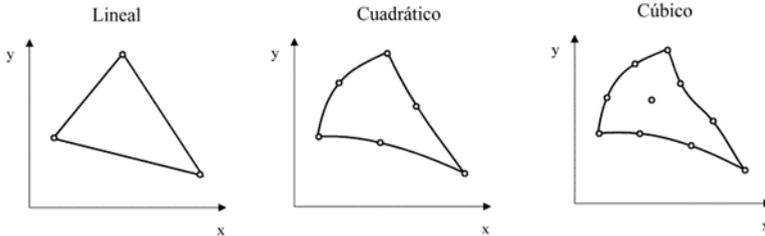


Figura 21. Discretización del dominio en elementos e .

Cada elemento en el que se divide un dominio, se compone de una serie de nodos. Los nodos, matemáticamente representan los grados de libertad del elemento, es decir, las incógnitas fundamentales del problema físico que se deben de resolver localmente. Estos puntos son compartidos entre un elemento y los contiguos de tal manera que actúan como conexión entre los diferentes elementos finitos, existiendo así una continuidad en el sistema.

La mayoría de los elementos finitos que discretizan un dominio poseen geometrías muy simples. Los elementos más usuales suelen ser los triangulares y los cuadriláteros. Dentro de cada geometría de los elementos se pueden distinguir tres tipos: lineales, cuadráticos y cúbicos. Los elementos bidimensionales más sencillos son el cuadrilátero de 4 nodos y el triangular de 3 nodos, ambos lineales [43].

ELEMENTOS TRIANGULARES



ELEMENTOS CUADRILATEROS

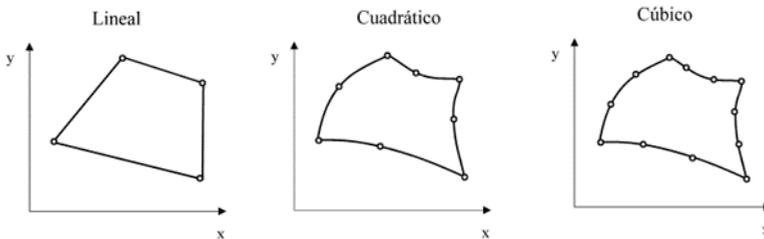


Figura 22. Familia de elementos bidimensionales.

Los elementos lineales son los más sencillos, en cambio, los cuadráticos y cúbicos son de un orden superior. Por lo tanto, los definen funciones de interpolación polinómicas de orden superior que permite tener lados curvos permitiendo aproximarse mejor a contornos curvos sin necesidad de una gran cantidad de nodos.

3.3.2. PASO 2: INTERPOLACIÓN POLINÓMICA

Se denominan funciones de interpolación a las funciones locales que relacionan el comportamiento en el interior del elemento con el valor que toma la función en los nodos del propio elemento. Es decir, siendo u la incógnita, a partir de la función de interpolación se puede calcular

el valor de u , en este caso la presión, en cualquier punto interior del elemento. Generalizando, la función de interpolación será [37]:

$$u^e = \sum_{i=1}^n N_i u_i^e = [N]\{u^e\} \quad (3.1)$$

siendo e , el elemento considerado, n el número de nodos del elemento, $[N]$ el vector de las funciones de forma transpuesto y $\{u^e\}$ el vector que contiene el valor de la función de interpolación en los nodos del elemento.

Estas funciones de interpolación deben ser compatibles, por lo que se plantean mediante funciones de forma elegidas específicamente. Las funciones de forma dependen de la geometría del elemento (triángulo, cuadrilátero,...) y del tipo de elemento seleccionado dentro de dicha geometría (lineal, cuadrático o cúbico).

En elementos bidimensionales y tridimensionales, es adecuado que se pueda representar el mismo tipo de variación de la función incógnita en cualquier dirección. Para que esto se cumpla, la interpolación debe ser de isotropía geométrica. En dos dimensiones se obtiene la isotropía geométrica incluyendo de forma simétrica los términos del triángulo de Pascal. En donde, la base del triángulo hace referencia a los elementos cúbicos, el siguiente nivel a los cuadráticos y el siguiente a los lineales [43].

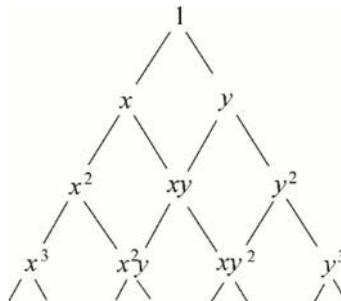


Figura 23. Triángulo de Pascal.

El error en la interpolación depende del orden del polinomio completo de la interpolación y no del término de mayor grado. Esto es debido a que la aproximación polinómica se considera como un desarrollo en serie de la función incógnita dentro de cada elemento.

En cada frontera la interpolación debe depender únicamente del valor de la función incógnita en los nodos que pertenecen a esa frontera para que exista continuidad C^0 entre elementos. Por lo tanto, la función de forma adjunta a un nodo tiene que ser nula en las fronteras del elemento en las que no se encuentre ese nodo [43].

$$N_j(x_i, y_i, z_i) = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases} \quad (3.2)$$

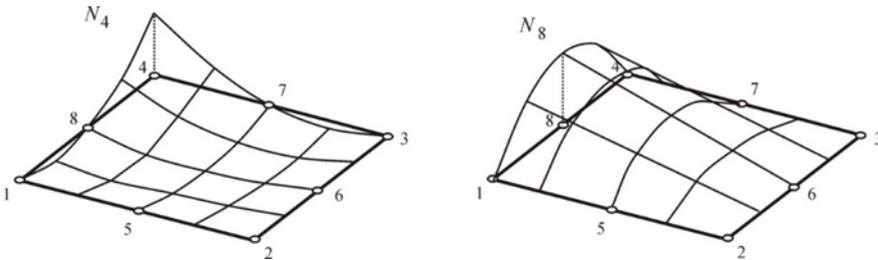


Figura 24. Comportamiento de las funciones de forma.

3.3.3. PASO 3: PLANTEAMIENTO MATRICIAL Y ENSAMBLADO

Debido a que en cada elemento se presenta un sistema de ecuaciones que debe resolver el programa, el planteamiento de resolución de las ecuaciones pasa por determinar las matrices que definen el comportamiento de cada uno de los elementos para posteriormente combinarlas.

Para combinar las matrices de cada elemento finito del fluido, se lleva a cabo un ensamblado de todas ellas para obtener una matriz global. Con esta matriz se puede definir el comportamiento de todo el problema a través de un sistema de M ecuaciones algebraicas. El ensamblado de las matrices de los elementos, se realiza siguiendo una ley de ordenación que establece una relación entre la numeración local de los nodos de los elementos, y la numeración global de los mismos.

Finalmente, se obtendrá un sistema de ecuaciones como el siguiente [37]:

$$[M]\{\ddot{P}\} + [C]\{\dot{P}\} + [K]\{P\} = \{F\} \quad (3.3)$$

Solucionando esta ecuación, se hallará el valor de la presión acústica en cada uno de los nodos de todos los elementos del modelo discretizado, cuyo vector está representado por $\{P\}$.

3.3.4. PASO 4: CONDICIONES DE CONTORNO

A partir de las condiciones de contorno, se especifican los valores de la solución del problema en la frontera del dominio. De esta manera, se configura el modelo a estudio con las condiciones que definen su comportamiento real. Las condiciones de contorno más usuales en problemas acústicos son las siguientes [37,43]:

Contorno abierto

$$P = 0$$

Es una condición de frontera: Dirichlet. Esta condición consiste en fijar un valor constante de la función incógnita en los puntos del contorno definido como abierto. En este caso, se definirá un valor de presión nulo en cada nodo de la frontera.

Pared rígida

$$\vec{U} = 0$$

En el caso de considerar que el contorno es cerrado, se anulará la velocidad de flujo, y consecuentemente, su aceleración también será nula.

Onda de presión armónica forzada en contorno

$$P = P_0$$

Con esta condición se fuerza a que, en la resolución del problema armónico, la presión máxima de los nodos del contorno definido, tenga un valor igual al valor fijado con esta condición (P_0).

Onda de velocidad armónica forzada en contorno

$$\vec{U} = \vec{U}_m$$

Esta condición se conoce como condición de Neumann. Se fuerza a que el valor de los elementos del vector de flujos sea igual al valor del flujo prefijado.

3.3.5. PASO 5: TRANSFORMACIÓN DE COORDENADAS

Una vez aplicado el método de los elementos finitos, solo faltará resolver el sistema de ecuaciones expresado por la ecuación (3.3). El sistema general y en concreto los elementos finitos y nodos que lo forman, están referenciados a unos ejes globales [37].

Con el fin de resolver el sistema de ecuaciones que gobierna el comportamiento en cada elemento finito, se realiza una transformación

de coordenadas que permita calcular fácilmente las matrices de cada elemento desde un sistema de coordenadas local propio de cada elemento. Por lo tanto, antes de iniciar la fase de resolución del sistema de ecuaciones, se debe aplicar una transformación de coordenadas que permita relacionar el sistema de coordenadas globales con las coordenadas locales en las que se expresan las funciones de forma [N].

3.3.6. PASO 6: RESOLUCIÓN

Una vez se ha realizado la transformación de coordenadas, se podrá proceder con la resolución del sistema de ecuaciones representado por la matriz global, que hace referencia a la ecuación (3.3) vista anteriormente. La solución de este sistema, da como resultado los valores de las incógnitas en cada uno de los nodos del sistema completo [37].

$$[M]\{\ddot{P}\} + [C]\{\dot{P}\} + [K]\{P\} = \{F\}$$

La resolución se puede llevar a cabo con diferentes procedimientos. Si el sistema de ecuaciones es pequeño se pueden aplicar métodos directos, tales como el método de Gauss o la factorización de Cholesky. Para sistemas más grandes se suelen aplicar métodos iterativos, tales como los métodos de Gauss-Seidel o el de Jacobi, y para sistemas no lineales se aplica el método de Newton-Raphson.

Una vez obtenidos los resultados de la presión en cada uno de los nodos, se calcular la presión en puntos diferentes a los nodos. Este cálculo se consigue recurriendo a la función de interpolación del elemento donde esté situado el punto en el que se quiere calcular la presión, como ya se ha visto anteriormente. De esta forma, estaría completamente definida la solución del problema siendo conocido el valor de todas las incógnitas que hacen referencia a los N grados de libertad del sistema.



Capítulo 4

MÉTODO DE TRABAJO

4.1. INTRODUCCIÓN

Una vez conocidas las ecuaciones y conceptos teóricos que definen la propagación de las ondas sonoras a través de un silenciador, y visto también como se puede implementar esta formulación en el método de elementos finitos; es el momento de definir de manera detallada la problemática en la que se basa este Trabajo Fin de Máster, y a la que se le dará solución con la ayuda del software ANSYS Workbench.

Además de presentar el problema acústico al que se quiere hacer frente en este trabajo, este capítulo explica el método de trabajo a seguir para resolverlo. El proceso a seguir se dividirá en tres fases: pre-procesado, procesado y post-procesado. Una vez realizados los estudios de comportamiento se validarán los resultados tanto de manera analítica como de manera experimental.

4.2. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

El objetivo principal de este trabajo es analizar el comportamiento acústico de tres geometrías diferentes de silenciadores: dos con una cámara de expansión cilíndrica y uno con una cámara de expansión cónica. Variando así diferentes características en el estudio como la incorporación de material fonoabsorbente en la cámara de expansión o el efecto que produce la presencia de la superficie perforada que se utiliza para separar la cámara de expansión del conducto de salida.

Asimismo, las dos geometrías de silenciador con cámara de expansión cilíndrica tienen diferentes puntos de diseño para el estudio, variando la longitud de la cámara de expansión. En concreto, la primera geometría (G1) tiene tres configuraciones con diferentes longitudes de cámara de expansión (A, B y C), la segunda geometría (G2) tiene dos configuraciones (A y B), y por último, el silenciador con cámara cónica solamente tiene una configuración (G3).

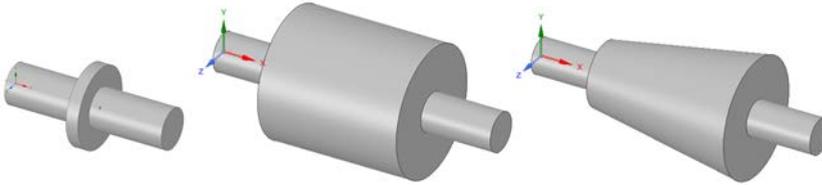


Figura 25. Geometrías sometidas a estudio $G1$, $G2$ y $G3$.

Para cada una de las configuraciones de las distintas geometrías de silenciador, se realizarán cuatro estudios donde se obtendrá una gráfica del TL (*Transmission Loss*) con respecto a la frecuencia de las ondas sonoras que se propagan por el interior.

Los cuatro estudios de cada configuración hacen referencia al comportamiento de los silenciadores al funcionar como silenciadores reactivos, con y sin la presencia de superficie perforada, y como silenciadores disipativos, con y sin la presencia de superficie perforada.

La consecución de dichos análisis con el software ANSYS Workbench se desarrolla paso a paso en el capítulo 5. Una vez obtenidos los resultados del análisis, el objetivo será validar estos resultados a partir de un procedimiento analítico y otro experimental tal y como se explica en el capítulo 6. Por último, se realizará una comparativa de los resultados para obtener unas conclusiones finales sobre qué factores mejoran el comportamiento acústico de los silenciadores, esta comparativa puede encontrarse en el capítulo 7.

4.2.1. TIPOS DE GEOMETRÍAS

En este apartado se van a detallar las dimensiones de cada configuración geométrica que va a ser objeto de estudio. Hay un total de seis configuraciones diferentes siendo definidas estas como: $G1A$, $G1B$, $G1C$, $G2A$, $G2B$ y $G3$. Los números hacen referencia a las tres geometrías presentadas anteriormente y las letras a la longitud de la cámara de expansión específica dentro de esa geometría. Las

dimensiones necesarias para modelar cada configuración se presentan a continuación:

Geometría 1

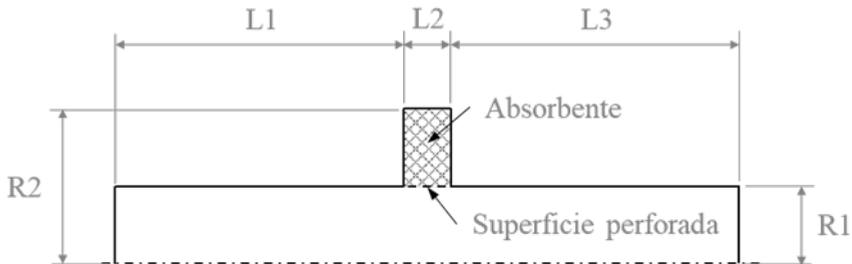


Figura 26. Dimensiones de la geometría G1.

El silenciador tendrá definida la entrada de aire a la izquierda y la salida se situará en la parte derecha. Las cotas mostradas en la figura anterior se corresponderán con las medidas siguientes:

Tabla 2. Dimensiones de la geometría 1.

Parámetro	Símbolo	Medida
Radio del conducto	R1	0,0268 m
Radio de la cámara	R2	0,0532 m
Longitud de entrada	L1	0,1 m
Longitud de salida	L3	0,1 m
Longitud de la cámara (A)	L2	0,0165 m
Longitud de la cámara (B)	L2	0,1998 m
Longitud de la cámara (C)	L2	0,4 m

Geometría 2

Geometría 2

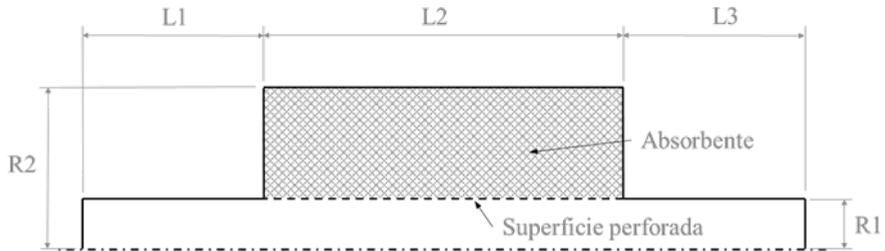


Figura 27. Dimensiones de la geometría G2.

El silenciador tendrá definida la entrada de aire a la izquierda y la salida se situará en la parte derecha. Las cotas mostradas en la figura anterior se corresponderán con las medidas siguientes:

Tabla 3. Dimensiones de la geometría 2.

Parámetro	Símbolo	Medida
Radio del conducto	R1	0,0268 m
Radio de la cámara	R2	0,0886 m
Longitud de entrada	L1	0,1 m
Longitud de salida	L3	0,1 m
Longitud de la cámara (A)	L2	0,2 m
Longitud de la cámara (B)	L2	0,395 m

Geometría 3

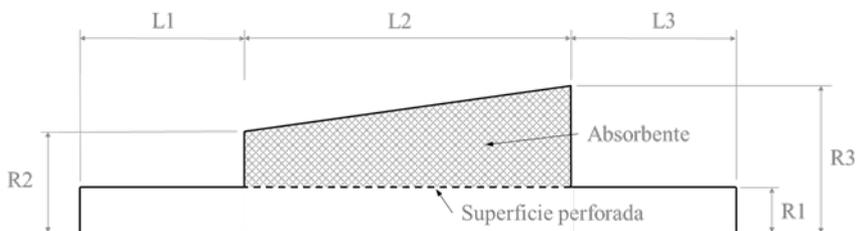


Figura 28. Dimensiones de la geometría G3.

El silenciador tendrá definida la entrada de aire a la izquierda y la salida se situará en la parte derecha. Las cotas mostradas en la figura anterior se corresponderán con las medidas siguientes:

Tabla 4. Dimensiones de la geometría 3.

Parámetro	Símbolo	Medida
Radio del conducto	R1	0,0268 m
Radio menor de la cámara	R2	0,049 m
Radio mayor de la cámara	R3	0,0896 m
Longitud de entrada	L1	0,1 m
Longitud de salida	L3	0,1 m
Longitud de la cámara	L2	0,2395 m

4.2.2. MATERIAL FONOABSORBENTE

Los diferentes tipos de silenciadores se estudiarán en primer lugar, sin ningún elemento en su interior, es decir, con un comportamiento reactivo. Posteriormente, se estudiarán las mismas geometrías pero con la introducción de un material que absorba parte de la energía acústica

de la onda sonora. Para poder definir el problema correctamente en el caso de un silenciador disipativo, es necesario definir el efecto que produce la oposición a la propagación de ondas del material absorbente. Para ello, se han de calcular la impedancia Z_{abs} y el número de onda k_{abs} del material absorbente, en función de la frecuencia y su resistencia al flujo estacionario. El cálculo de estas variables se puede realizar a partir de las ecuaciones expuestas en el *apartado 2.7.2*.

En este trabajo se ha seleccionado un material fonoabsorbente de estructura fibrosa como es la fibra de vidrio texturizada, material ampliamente utilizado para el aislamiento acústico. La propiedad característica de este material, necesaria para el cálculo de sus propiedades absorbentes, es su resistividad a flujo estacionario que tiene un valor de **4896 rayl/m** (para $100 \text{ kg/m}^3 = 100 \text{ g/l}$). El cálculo de la impedancia y el número de onda acústicos para este material se encuentra desarrollado en el Anexo I.

4.2.3. SUPERFICIE PERFORADA

Para realizar un análisis preciso, se ha de implementar el efecto de la presencia de una superficie perforada que confina el espacio de la cámara de expansión donde se coloca el material absorbente. Se puede definir como superficie perforada aquella que tiene dispuestos uniformemente una serie de agujeros que la atraviesan de lado a lado de forma que:

- El tamaño de los agujeros está entre: 2 y 3 mm de diámetro.
- La porosidad es del orden del: 5-20%

Entendiendo como porosidad la relación entre el sumatorio de las áreas de cada agujero y el área correspondiente a la superficie total.

Para poder introducir este efecto en el programa, es necesario calcular la admitancia de la superficie, es decir, la inversa de la impedancia característica de la superficie. Tal y como se vio en el *apartado 2.6*. Para calcular la impedancia del perforado se aplicarán las ecuaciones

(2.83) y (2.84) según si hay presencia de material fonoabsorbente en la cámara de expansión o no.

En este caso de estudio, los parámetros que definen el comportamiento del conducto perforado son los siguientes:

Tabla 5. Propiedades de la superficie perforada.

Parámetro	Símbolo	Medida
Densidad del aire	ρ_0	1,225 kg/m ³
Velocidad del sonido en el aire	c_0	340 m/s ²
Número de onda en el aire	k_0	Dependiente de la frec.
Porosidad	σ	10 %
Diámetro del agujero	d_h	0,0035 m
Espesor	t_h	0,001 m
Factor de corrección	F(σ)	0,671866259
Impedancia del absorbente	Z_{abs}	Dependiente de la frec.
Número de onda del absorbente	k_{abs}	Dependiente de la frec.

Como se puede observar, el valor de la impedancia dependerá de la frecuencia de la onda, ya que Z_{abs} , k_{abs} y k_0 dependen de la frecuencia. El procedimiento de cálculo viene definido en el Anexo II.

4.3. IMPLEMENTACIÓN EN ANSYS WORKBENCH

Para el cálculo acústico de silenciadores mediante elementos finitos se utilizará el programa *Workbench* de ANSYS. Este programa permite tanto el proceso de modelado como el de análisis mediante MEF, por lo tanto, tiene la ventaja de que se puede realizar todo el estudio acústico en el mismo programa. Así pues, este Trabajo Fin de Máster tendrá dos objetivos principales. Por un lado, se buscarán diferentes soluciones que aumenten la atenuación acústica de los silenciadores y por otro lado, se

realizará una validación de los resultados obtenidos con dicho programa con el fin de valorar su eficacia como software de análisis acústico.

Independientemente del software utilizado, la implementación computacional del MEF se lleva a cabo en tres fases:

1. Pre-procesado.
2. Procesado.
3. Post-procesado de los resultados.

El método de trabajo en *ANSYS Workbench* se estructura dentro de bloques que corresponden a cada análisis diferente. Estos bloques, a su vez, se descomponen en componentes que corresponden a las fases a seguir dentro de cualquier cálculo mediante elementos finitos. Tal y como se muestra en la siguiente figura, estos componentes constituyen las tres fases: pre-procesado, procesado y post-procesado.

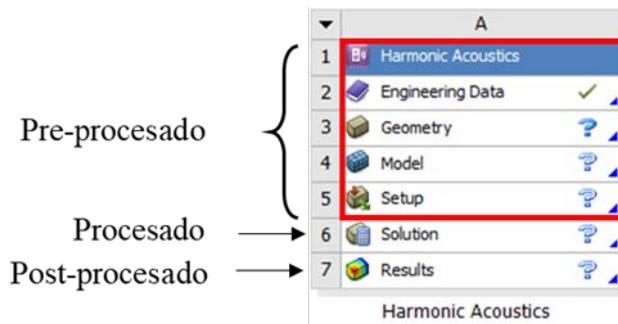


Figura 29. Fases del análisis MEF en ANSYS Workbench.

4.3.1. PRE-PROCESADO

El objetivo principal de esta fase es introducir los parámetros de entrada del problema al software computacional y generar el modelo de elementos finitos, en el que posteriormente se resolverán las ecuaciones

que definen su comportamiento acústico. Estos parámetros de entrada se dividen en ANSYS Workbench en cuatro componentes:

1- Engineering Data

En este apartado, se definirán las propiedades de los materiales que componen cada una de las partes del modelo. En este caso se utilizarán dos materiales para el estudio. El primero es el aire, el cual se definirá con su densidad y la velocidad de propagación del sonido. Y el segundo es la fibra de vidrio texturizada, se caracteriza por su impedancia, Z_{abs} , y número de onda, k_{abs} , tal y como se verá más adelante.

2- Geometry

En este apartado se define la geometría del silenciador, para ello ANSYS Workbench presenta varias opciones. El mismo software tiene dos interfaces de tipo CAD donde se puede generar el modelo geométrico del sistema sometido a estudio. Además de ello, se puede generar la geometría con el software ANSYS Mechanical APDL que pertenece a la misma compañía. Por último, existe la opción de importar una geometría creada en otro software CAD.

3- Model

En *Model*, se genera el modelo de elementos finitos mallando la geometría generada en el paso anterior. La elección del tipo y del tamaño de los elementos finitos en los que se dividirá la geometría del silenciador es un paso crucial, ya que de ello depende la exactitud y eficiencia del MEF. Hay cuatro tipos básicos de elementos para problemas acústicos, estos elementos se pueden dividir en elementos para problemas acústicos en dos dimensiones (FLUID29 y FLUID129) y elementos para problemas acústicos en tres dimensiones (FLUID30 y FLUID130). Los elementos FLUID129 y FLUID130 tienen la propiedad de simular los efectos de absorción [44].



4- Set up

En este punto se aplican las condiciones de contorno adecuadas para que el modelo se comporte de la forma más fiel posible al modelo real. Las condiciones de contorno definidas son: las superficies de entrada y salida del fluido, perturbación incipiente en el silenciador, salida anecoica, asignación de los materiales, etc.

4.3.2. PROCESADO

Esta fase corresponde al componente Solution, en esta fase se obtiene la solución al sistema de ecuaciones definiendo de esta manera las propiedades acústicas en todos los puntos del modelo. La resolución de este sistema de ecuaciones se obtiene por medio de la aplicación de métodos iterativos, esto incluye: la generación de las funciones de forma, el cálculo de las matrices de cada elemento finito, la transformación de coordenadas, el ensamblado y la utilización de las condiciones de contorno introducidas en la etapa del pre-procesado.

4.3.3. POST-PROCESADO

Esta fase corresponde al componente Results. Una vez calculadas las variables fundamentales, el programa te permite representar los resultados mostrando el valor de las variables que se quieren conocer como resultado del estudio. En esta fase, es muy importante analizar los resultados obtenidos para verificar la validez de la solución calculada.





Capítulo 5

MEF EN ANSYS WORKBENCH

5.1. INTRODUCCIÓN

Vistas las particulares geométricas de los silenciadores en el capítulo anterior y conocidos los fundamentos del método de los elementos finitos (MEF) para la ecuación de ondas, a continuación, se pretende llevar a cabo la simulación acústica de los silenciadores con el fin de estudiar su atenuación.

Para conseguir este objetivo, se utilizará el programa de simulación y modelado ANSYS Workbench, y más concretamente su módulo acústico. ANSYS es actualmente uno de los softwares de simulación más importantes y usados, abarca un gran número de áreas de trabajo diferentes pudiendo simular problemas estructurales, cinemáticos, térmicos, de campos magnéticos, de fluidos, acústicos, etc. ANSYS continuamente desarrolla tecnología enfocada en la simulación y a través del tiempo, ha adquirido otros softwares para ofrecer un paquete de aplicaciones que pueden ser unificadas para los problemas más complejos.

El desarrollo de este capítulo comenzará con una explicación general del entorno de trabajo de ANSYS Workbench para familiarizarse con este software. Posteriormente, se explicará de manera detallada el procedimiento a seguir para poder realizar con éxito la simulación de los diferentes tipos de silenciadores que ya se han visto. La secuencia de trabajo que servirá de guía para realizar un análisis en este software se divide en tres fases: pre-procesado, procesado y post-procesado. Dentro del pre-procesado, se definirá la geometría que representa el volumen interior del silenciador a estudio, se mallará dicha geometría de manera adecuada con el objetivo de conseguir la mayor precisión posible en los resultados y por último se definirán las condiciones de contorno que definen el problema acústico y las propiedades del análisis que se va a realizar. Todo ello está explicado con mayor exactitud en el capítulo 4.

En este Trabajo Fin de Máster se van a estudiar tres geometrías de silenciadores diferentes G1, G2 y G3, aunque las dos primeras geometrías tienen a su vez una serie de configuraciones con longitudes

de la cámara de expansión de diferente valor cada una. Dentro de todas las configuraciones posibles de geometrías del silenciador, se van a realizar cuatro análisis (comportamiento reactivo, comportamiento reactivo con superficie perforada, comportamiento disipativo y comportamiento disipativo con superficie perforada). Debido a que el desarrollo de los cuatro análisis tiene un gran número de similitudes, siendo posible incluso reutilizar los modelos para configurar un ensayo diferente modificando el anterior, se va a explicar en detalle el análisis de un silenciador reactivo y posteriormente se explicará cómo realizar el resto de ensayos partiendo de lo descrito en este análisis.

5.2. ENTORNO DE TRABAJO

ANSYS Workbench tiene un entorno de trabajo muy intuitivo y sencillo de manejar, esto hace que se puedan completar los datos necesarios para realizar un análisis de manera muy visual mediante un árbol de trabajo como veremos a continuación. Esta interface del programa contrasta con otros programas de la compañía como puede ser ANSYS Mechanical APDL, donde es esencial conocer en profundidad la organización y el funcionamiento del programa para poder utilizarlo correctamente.

Antes de comenzar la explicación de cómo realizar los análisis acústicos en este software, se hará una breve introducción al entorno de trabajo que presenta el programa para que el lector pueda seguir el proceso realizado sin ningún tipo de duda.

ANSYS Workbench posee dos zonas principales de trabajo, la caja de herramientas (*Toolbox*) y el esquema de proyectos (*Project schematic*). La caja de herramientas se encuentra a la izquierda de la pantalla y contiene las plantillas de los distintos análisis que se pueden utilizar para construir un proyecto. El esquema de proyectos que encontramos a la derecha es el área de la interface donde se controlan los proyectos creados. En la parte superior izquierda se encuentra la barra de menú y una barra de herramientas con las funciones más utilizadas.

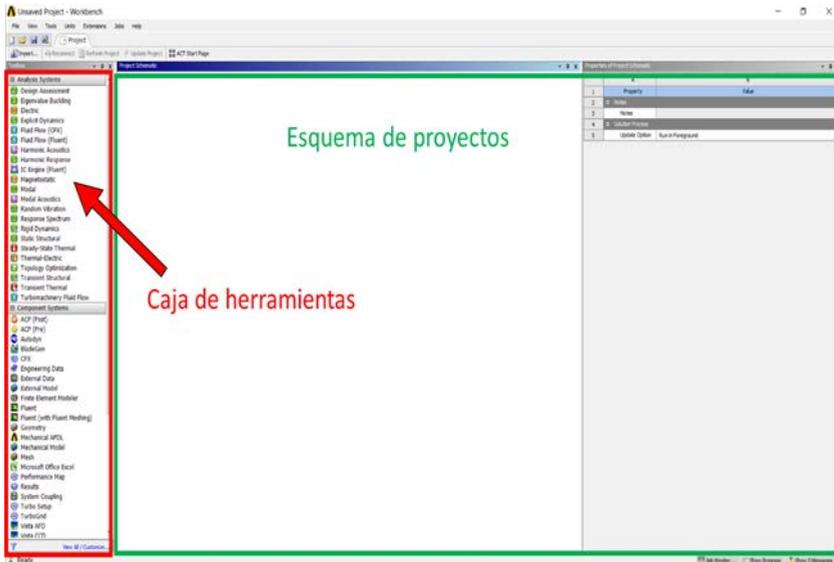


Figura 30. Área de trabajo.

Dentro de la caja de herramientas, podemos diferenciar dos apartados principales que son los más importantes y usados. Por un lado, está la pestaña de sistemas de análisis y por otro lado, la pestaña de componentes de sistemas. Dentro de los sistemas de análisis se encuentran los diferentes análisis que se pueden realizar sobre un modelo. Una vez seleccionado el tipo de análisis que se desea realizar, aparece en la ventana de esquema de proyectos un árbol de trabajo con los campos que se han de rellenar para poder realizar dicho análisis. Cada uno de esos campos se llama componente de sistema. También están recogidos en la pestaña de componentes de sistemas donde se pueden elegir y editar de manera individual para posteriormente conectarlos a diferentes análisis.

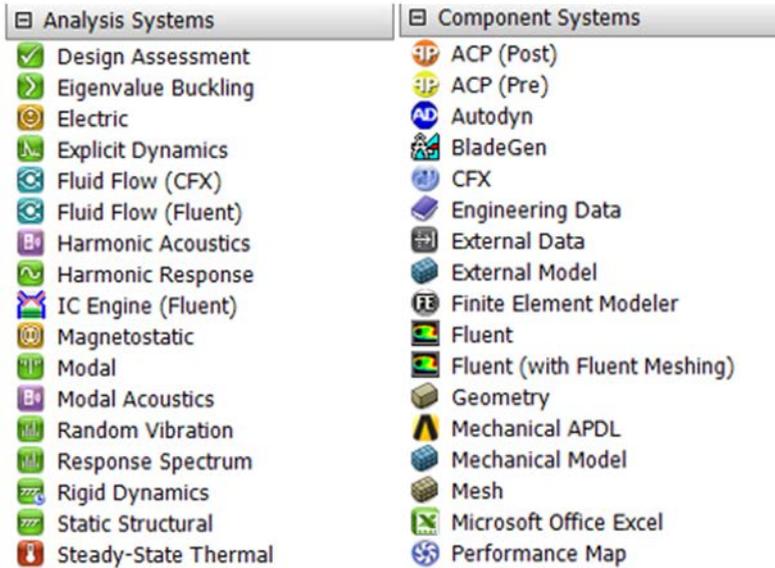


Figura 31. Sistemas de análisis y componentes de sistemas.

Para poder elegir el análisis con el que se desea trabajar y por tanto poder editarlo, se puede arrastrar dicho análisis a la ventana de esquemas de proyectos, o también hacer doble clic sobre su icono para que se abra de manera automática en la ventana de trabajo. Una vez abierto un análisis aparecerá un bloque con un árbol de trabajo como el que se ve en la siguiente figura.

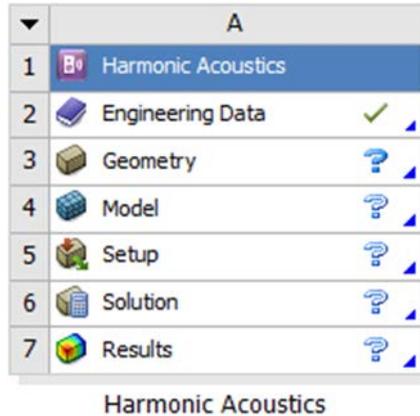


Figura 32. Bloque de trabajo para el análisis acústico de un silenciador.

Estos bloques contienen componentes enumerados en orden creciente según la secuencia en la que deben de ser definidos para poder completar el análisis. Por tanto, cada componente se tiene que definir correctamente antes de avanzar al siguiente.

En la parte derecha de cada componente aparecen una serie de indicadores que definen el estado en el que se encuentra dicho componente. El tick verde (✓) significa que está correctamente configurado; la interrogación azul (?) marca que un componente tiene ya los requisitos previos completados para poder ser definido; y la interrogación blanca (?) significa que dicho componente aún no se puede definir, ya que no se han completado los requisitos previos, es decir, que los componentes anteriores a este aún no están correctamente configurados. Si se selecciona alguno de estos componentes se puede apreciar que en el lado derecho de la pantalla se despliega un panel como el que se puede ver en la *figura 33* con las propiedades que definen la configuración de dichos componentes.

Properties of Schematic A G1A:		
	A	B
1	Property	Value
2	General	
3	System ID	SYS
4	Physics	
5	Analysis Type	
6	Solver	1 Item
8	Notes	
9	Notes	

Figura 33. Propiedades del estudio.

Para comenzar el estudio, la primera acción que se ha de realizar es asegurarse de que se está trabajando en el Sistema Internacional, evitando así, posibles errores posteriores. Para ello, hay que ir a la pestaña *Units* y seleccionar *S.I.*

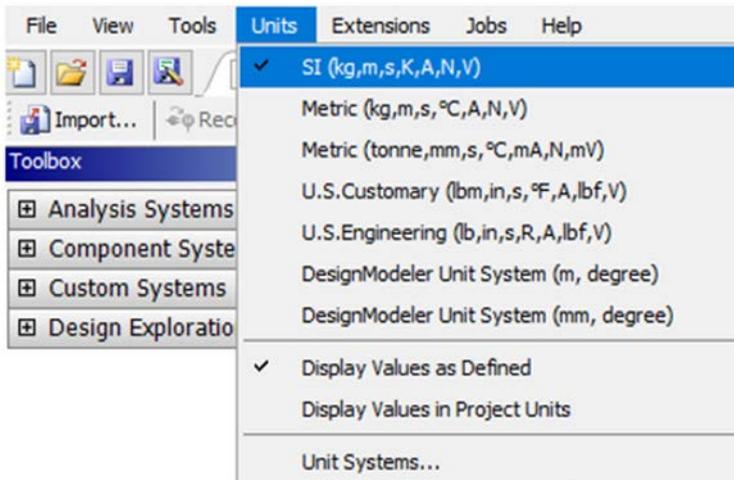


Figura 34. Selección de las unidades de medida.

5.3. SILENCIADORES REACTIVOS

En este apartado se explicará con detalle los pasos a seguir para realizar el cálculo del coeficiente de atenuación (TL) de un silenciador reactivo. Para este análisis se utilizarán diferentes geometrías tal y como se explicó en el *apartado 4.2.1.* y se seguirá el proceso de trabajo explicado en el *apartado 4.3.*

5.3.1. MATERIALES

Tal y como se puede observar en el árbol de trabajo de la *figura 32*, el primer componente que se debe definir para realizar un análisis acústico son los datos de ingeniería. Dentro de este componente definiremos básicamente las propiedades de los materiales que se usarán para el análisis. Para empezar a editar este componente (y cualquiera de los demás) se hace doble clic con el botón derecho sobre su icono (*Engineering data*).

El programa tiene por defecto asignado un acero estructural, sin embargo, para este caso habrá que definir un material nuevo que será el aire, ya que se quiere simular como se transmiten las ondas acústicas en el interior de un silenciador a través de este fluido. Para definir este nuevo material, se introduce su nombre “Aire” en la casilla correspondiente a nuevos materiales y se acepta, quedando definido así un material sin propiedades aún, con el nombre de “Aire” como se ve en la figura siguiente.

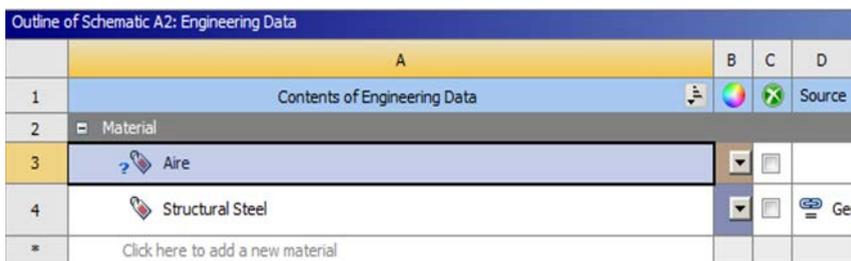


Figura 35. Creación de un nuevo material.

Para introducir en este nuevo material las propiedades que definirán su comportamiento hay que arrastrar las propiedades que se desean introducir desde la caja de herramientas que aparece a la izquierda de la lista de materiales. En este caso, se arrastraran las propiedades de velocidad del sonido en dicho medio y la densidad.

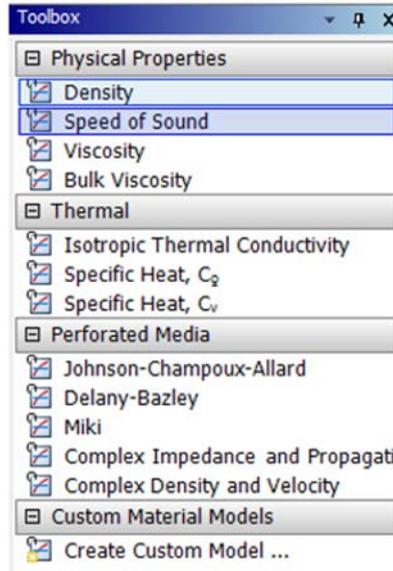


Figura 36. Propiedades de los materiales.

Los valores de densidad y velocidad del sonido asignados al material serán los correspondientes a temperatura ambiente (15°).

Properties of Outline Row 3: Aire					
	A	B	C	D	E
1	Property	Value	Unit		
2	Material Field Variables	Table			
3	Density	1,225	kg m ⁻³		
4	Speed of Sound	340	m s ⁻¹		

Figura 37. Propiedades del aire.

Una vez definido el material con el que se realizarán las simulaciones, se volverá a la ventana principal dándole a la pestaña *Project* y se

actualizará o refrescará el programa dándole a *Refresh project* en la barra del menú, situada en la parte superior de la ventana. Quedando así definido el material del proyecto.

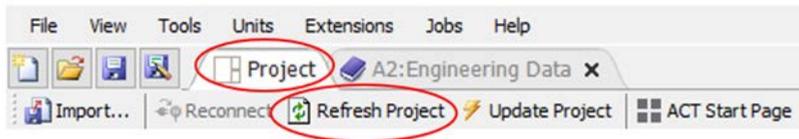


Figura 38. Actualización de los datos del material.

5.3.2. GEOMETRÍA

Este programa no es muy potente en cuanto a diseño asistido por ordenador si se compara con otros softwares como Inventor, CATIA, Solid Works, etc. Sin embargo, se va a generar la geometría dentro del mismo programa debido a que estos casos de estudio son sencillos de modelar, de esta manera se puede realizar todo el análisis desde un único software. Esta versión de ANSYS Workbench, presenta tres opciones para obtener la geometría. En primer lugar, se pueden importar ficheros CAD, una opción muy aconsejable si la geometría es compleja, aunque hay que tener en cuenta que a la hora de importar ficheros pueden aparecer problemas de compatibilidad. También se puede generar el fichero desde el mismo programa, para ello, ANSYS Workbench dispone de dos espacios de diseño diferentes (*Design Modeler* y *Space Claim*). En este trabajo se explicaran ambos, con un fin informativo, aunque las geometrías utilizadas en los estudios se realizarán en *Design Modeler*.

Space Claim

Una vez definido el material se pasa al siguiente componente que es la geometría. Para abrir el espacio de trabajo referente al *SpaceClaim* se hace clic con el botón derecho en *geometry* y se selecciona *SpaceClaim*.

Este software de diseño es el último implementado en ANSYS Workbench y una de las novedades de la versión 19.0.

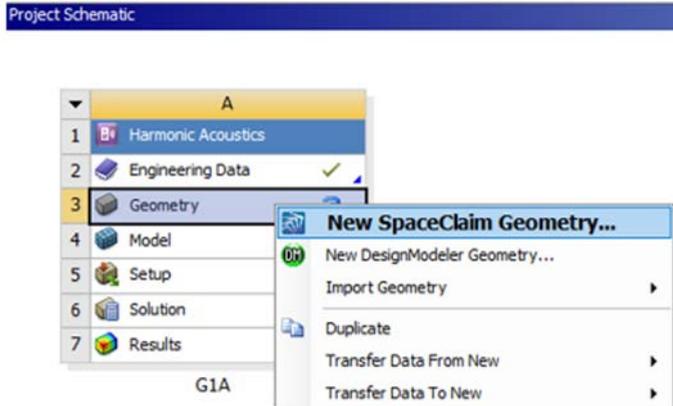


Figura 39. Selección del Space Claim.

Las medidas necesarias para definir la geometría de los silenciadores se muestran en el *apartado 4.2.1*. En primer lugar, se va a crear la geometría del silenciador reactivo correspondiente a la denominada como G1A. Para iniciar el diseño se empezará por seleccionar el plano donde se realizará el croquis del silenciador, para posteriormente revolucionarlo. Para ello, se clic en el botón *Select New Sketch Planet* situado en la zona inferior de la pantalla, y posteriormente, se selecciona el plano xy como plano de trabajo.

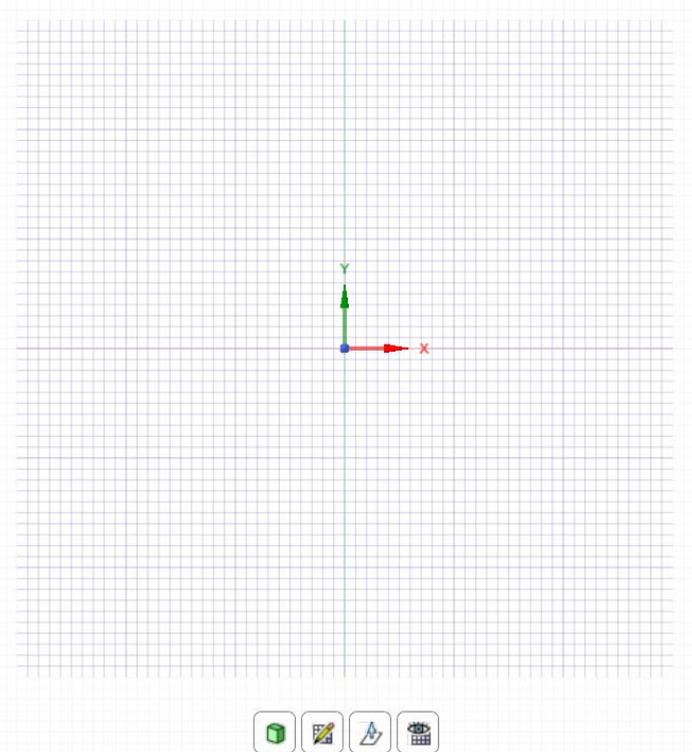


Figura 40. Plano xy .

Antes de empezar el croquis, hay que asegurar que las unidades de medida son las correctas. Para ello se selecciona *File* → *SpaceClaim options* → *Units*. En el panel de opciones de medida se marcará la unidad de metros situada en la casilla de longitudes tanto para el documento actual, como para todos los nuevos documentos. Asimismo, se cambiará la precisión de la parte decimal a 5 cifras significativas.

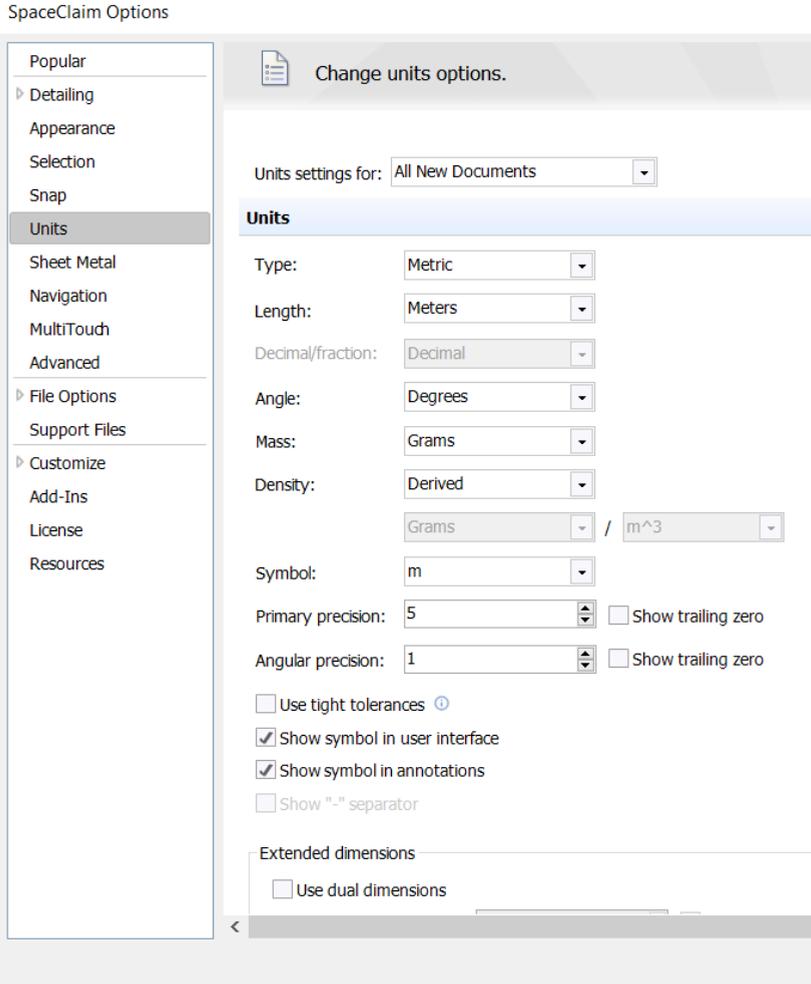


Figura 41. Ventana de opciones de unidades de medida.

Este software no tiene un árbol de trabajo que resulte familiar con otros programas CAD. En primer lugar, se generan una serie de líneas que definen el croquis. Cuando un croquis se cierra se crea una superficie y cuando esta se extruye, un sólido. La dificultad es que una vez creada un área o un sólido, desaparece el croquis desde el que se ha creado. Además, las operaciones realizadas para modificar los elementos no

quedan guardadas en un árbol de operaciones de tal manera que pueda modificarse o suprimirse su efecto. Por lo tanto, se ha de prestar especial atención para no equivocarse, ya que supondría rehacer el modelo desde el principio o intentar corregirlo con otras operaciones.

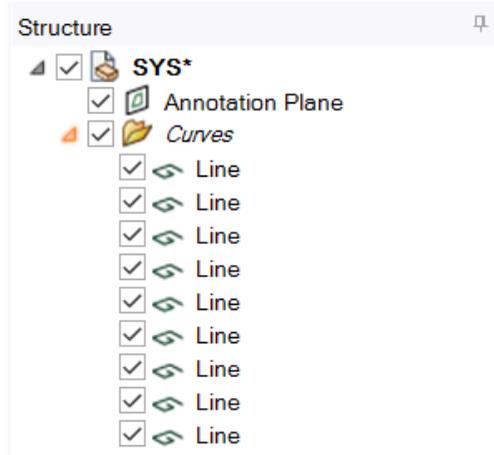


Figura 42. Representación del croquis en líneas.

Las herramientas para crear el croquis y para realizar las posteriores operaciones están en la pestaña *Design*, desde allí se seleccionará un elemento línea. Para definir la línea, primero se seleccionará el origen de coordenadas y con la ayuda de la cuadrícula, se hará una línea vertical, en sentido positivo del eje Y, de longitud 0,0268 m. Antes de clicar por segunda vez para definir la línea, se introduce el valor de su longitud. A continuación, se realizarán otras tres líneas horizontales de 0,1 m; 0,0165 m y 0,1 m; respectivamente. Y por último, se cerrará el rectángulo con otra línea vertical hasta la altura del origen de coordenadas y una última horizontal que cierre el área.

Para realizar la cámara de expansión se definirá un rectángulo (de altura indiferente) que generará el área correspondiente a la cámara, teniendo como base la línea de 0,0165 m; que representa la longitud de la cámara. Para introducir el valor del radio de la cámara de expansión se selecciona en primer lugar, la línea horizontal que representa la superficie exterior de la cámara y seguidamente, la opción *Move Dimension Base Point* (en la esquina superior izquierda de la ventana

de diseño). Con esta opción se puede definir el valor del radio de la cámara de expansión, seleccionando así la línea que coincide con el eje X e introduciendo el valor del radio (0,0532 m).

Por último, dentro del área que se acaba de crear, se introduce una línea horizontal. Esta línea generará un tercer área que representa la superficie perforada utilizada para separar la cámara de expansión del conducto. La línea se situará a una distancia de 1mm del área que representa al conducto, siendo este valor el correspondiente a su espesor t_n . De esta manera, estará definido el croquis por completo.

Es aconsejable añadir las cotas del croquis para asegurar que las medidas son correctas, sin embargo, acotar una distancia no se traduce en una restricción, al contrario que en la mayoría de softwares de diseño. La acotación se realiza en la pestaña *Detail* → *Dimension*.

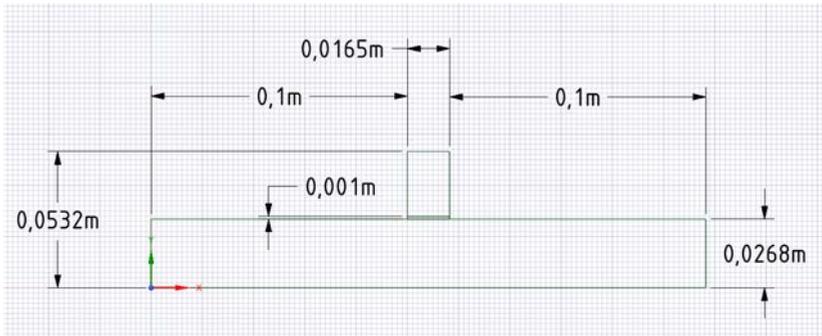


Figura 43. Croquis geometría G1A.

Una vez queda comprobado que las dimensiones son correctas, se pasa del modo de croquis al modo de sólidos seleccionando el icono de *3D Mode*, que se encuentra en la sección *mode* de la pestaña de *Design*. De esta manera se verá como el programa transforma las líneas que definían el croquis en tres áreas, que representarán el conducto de los gases de salida y la cámara de expansión.

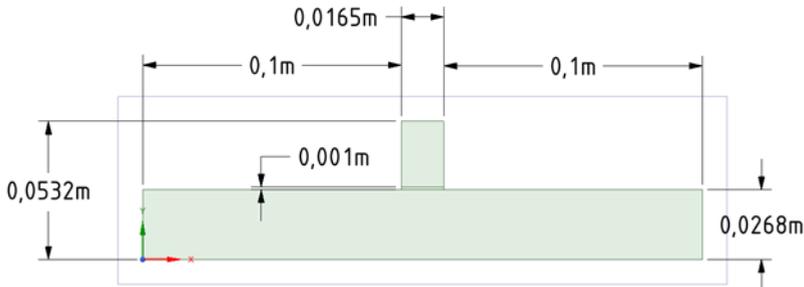


Figura 44. Generación de áreas.

Una vez generadas las tres áreas se procede a revolucionarlas respecto al eje de simetría para generar la geometría del silenciador. Antes de realizar la revolución se cambiará la vista, para ello simplemente hay que clicar en el icono *Home* que se encuentra en la sección *Orient* de la pestaña *Design*.

En primer lugar, se revolucionará el área del conducto, para ello se selecciona *Design* → *Pull* y se escoge la opción *Revolve*, realizando así la revolución. Se selecciona primero el eje de revolución, que será la arista que coincide con el eje x, y después la cara que se va a revolucionar escribiendo el valor de 360° para generar la revolución completa.

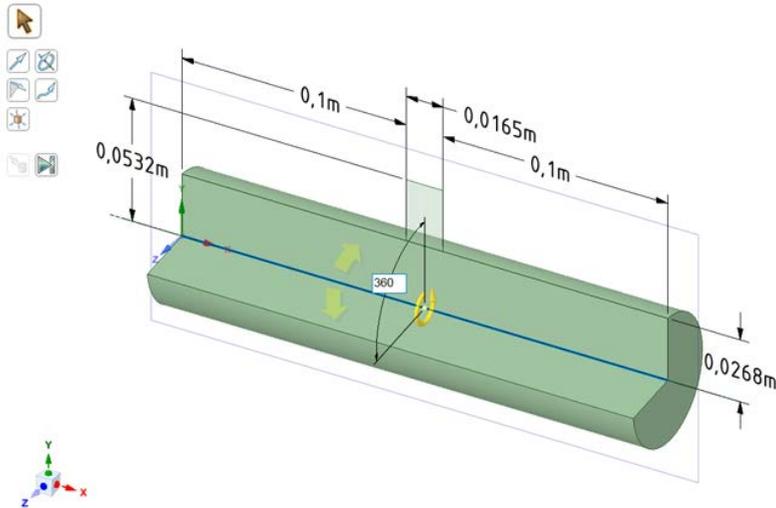


Figura 45. Revolución del conducto.

El siguiente paso es revolucionar las dos áreas que quedan para generar la cámara de expansión. En este paso, es importante que se seleccione en la ventana de opciones de extrusión, que aparece en la esquina inferior izquierda de la pantalla, la opción *No Merge* para que así no se fusionen las geometrías y se creen tres cuerpos diferentes. Este paso será de gran utilidad a la hora de mallar los cuerpos, ya que permitirá realizar un *Sweep* como veremos más adelante. Además de ello, será necesario para definir la impedancia del perforado, así como, para asignar un material diferente a esta parte del silenciador en los silenciadores disipativos.

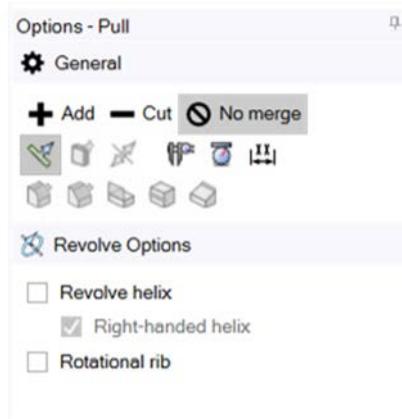


Figura 46. Opciones de extrusión.

De esta manera quedarán definidos los tres cuerpos que servirán para representar el fluido interior de un silenciador.

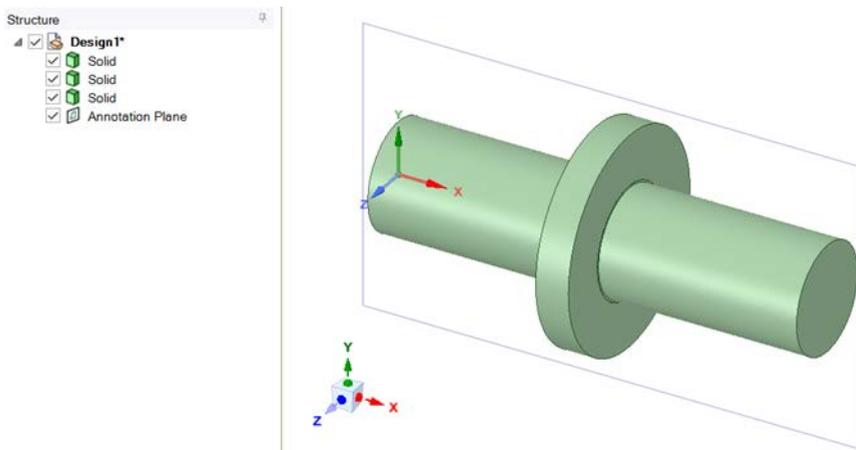


Figura 47. Modelado CAD de la geometría GIA en SpaceClaim.

El proceso que se acaba de desarrollar correspondería a las geometrías 1 y 2, ya que se ha definido la cámara de expansión como un cilindro. Sin embargo, para el caso de la geometría 3, la cámara de expansión tiene la geometría de un tronco de cono.

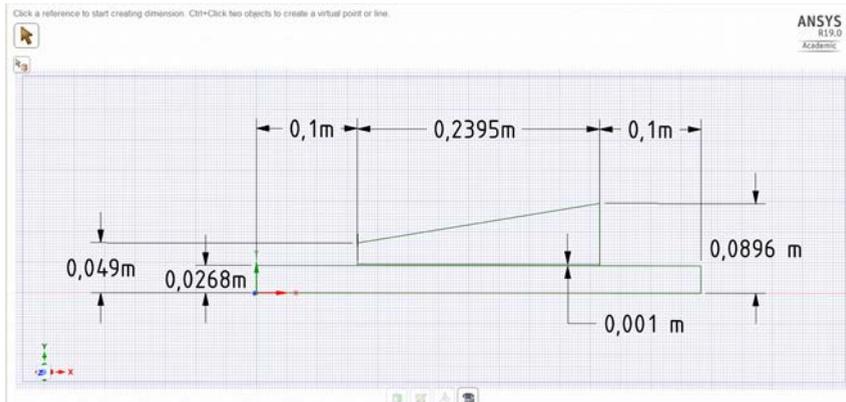


Figura 48. Croquis geometría G3.

En este caso, el procedimiento sería análogo al anterior, aunque tomando las medidas de referencia de la geometría 3. A la hora de realizar el croquis, una vez definido el conducto, se aconseja definir en primer lugar las dos líneas horizontales que hacen referencia a los dos radios que definen el tronco de cono. Para definir el valor de los dos radios, se selecciona el punto superior de cada línea y se acota el valor de radio a partir de *Move Dimension Base Point*, al igual que se vió anteriormente. Una vez hecho esto, se unen los dos extremos de las líneas y se crea una línea adicional a un milímetro de distancia del conducto, que hará referencia al área del tubo perforado.

Una vez obtenidas las tres áreas, el procedimiento a seguir para conseguir los tres sólidos independientes es igual que en el caso anterior.

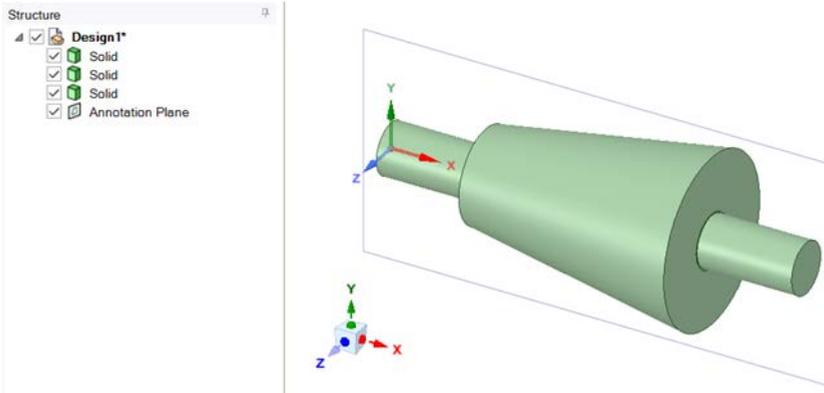


Figura 49. Modelado CAD de la geometría G3 en SpaceClaim.

Design Modeler

Una opción alternativa para realizar el diseño geométrico, es utilizar *Design Modeler*, que tiene una interface más familiar al resto de modeladores CAD y permite editar el modelo de una manera más flexible. En este Trabajo Fin de Máster, esta es la opción con la que se han realizado las geometrías. Para acceder a este módulo, se hará clic derecho sobre la casilla de geometría y se selecciona *New Design Modeler Geometry*.

Dentro de la interface se pueden diferenciar tres ventanas. La más grande, situada a la derecha, es la ventana de gráficos que es donde se realizarán los croquis y se harán las operaciones pertinentes para crear la geometría deseada. La segunda, situada en la parte superior izquierda, es el árbol de trabajo que a su vez tiene dos pestañas: *Modeling*, donde se muestra todo lo que hemos creado según sus planos, partes y cuerpos; y *Sketching*, que permite agregar líneas, modificarlas, dimensionarlas, etc. Esta ventana por tanto presenta las herramientas para el dibujo en CAD. Por último, la ventana que se encuentra debajo del árbol de trabajo, es la ventana de detalles de vista. Esta nos permite ver todos los parámetros que definen el elemento que tenemos seleccionado en la ventana de gráficos.



Figura 50. Interface de trabajo en Design Modeler.

Para realizar el croquis que posteriormente se revolucionará, se procede de igual forma que en el método anterior. Se selecciona en la pestaña *Modeling* el plano XY, para indicar que éste será el plano del croquis. Clicando sobre el eje Z en el icono de vistas (parte inferior derecha de la pantalla), se tendrá como vista de trabajo el plano XY seleccionado. Al igual que se hizo anteriormente, antes de empezar el croquis hay que asegurarse de que las unidades están bien. Para ello, se irá a la barra de menú, que se encuentra en la parte superior, y dentro de la pestaña *Units* debe estar seleccionado como unidad de medida *Meter*.

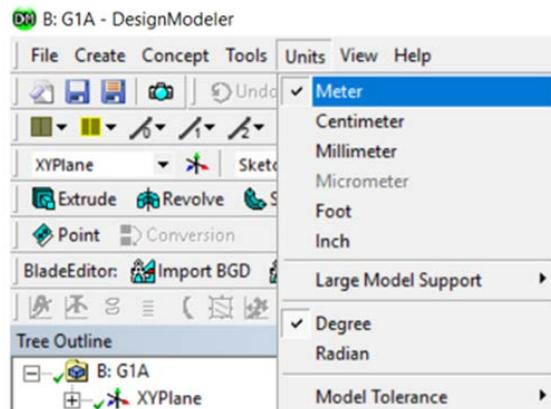


Figura 51. Unidades de medida.

Una vez definidas las unidades y alineados el plano de trabajo con la vista, se selecciona un rectángulo desde *Sketching* → *Draw* → *Rectangle*. Una vez escogido, se acerca el puntero del ratón hasta el origen de coordenadas hasta que aparece la letra *P* (señalando una coincidencia con ese punto cercano) y se define un rectángulo que hará referencia al conducto. Las medidas de dicho rectángulo no son importantes ahora, ya que posteriormente se dimensionará. Para hacer el área de la cámara de expansión y la superficie perforada, se definirán otros dos rectángulos. Para ello se sigue el procedimiento anterior y se acerca el puntero a la arista superior del rectángulo ya creado hasta que aparece la letra *C* (señalando una coincidencia con esa línea cercana), de esta forma se crea el rectángulo que hace referencia al perforado. Para crear el tercer área se realiza la misma operación, siendo ahora la línea superior del perforado a partir de la cual se crea el rectángulo. El hecho de generar el croquis con rectángulos y no por líneas es para definir tres áreas independientes, sin líneas comunes, y de esta manera crear tres sólidos independientes al revolucionar el croquis.

Antes de dimensionar el croquis generado, se indicará que las aristas verticales de las áreas que representan el perforado y la cámara de expansión son colineales. Para ello, se dirige a *Sketching* → *Constraints* → *Coincident*, y después se seleccionan las dos aristas que deban ser coincidentes.

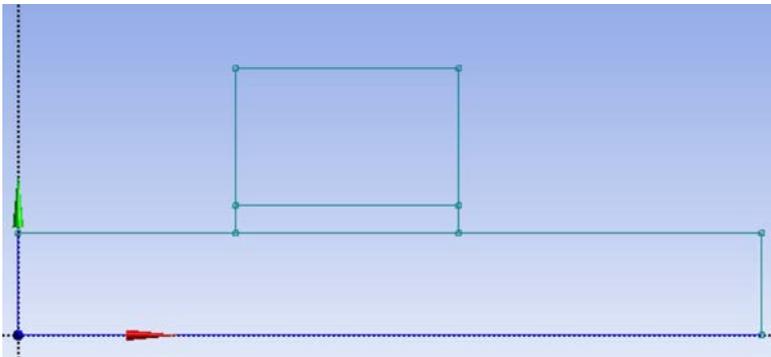


Figura 52. Croquis de la geometría GIA en Design Modeler.

Para definir las dimensiones del croquis hay que ir a la pestaña *Dimensions*, dentro de *Sketching*, en esta pestaña se puede ver que hay

diferentes tipos de cotas que ayudarán a definir el croquis de manera precisa. Utilizando las opciones de cotas horizontales y verticales, se definen las medidas de la geometría G1A descritas en el apartado 4.2.1. Las dimensiones se guardan como una variable V_x o H_x cuyos valores se pueden cambiar directamente desde la ventana de detalles de vista.

Details View	
Details of Sketch1	
Sketch	Sketch1
Sketch Visibility	Show Sketch
Show Constraints?	No
Dimensions: 6	
<input type="checkbox"/> H3	0,1 m
<input type="checkbox"/> H4	0,0165 m
<input type="checkbox"/> H5	0,1 m
<input type="checkbox"/> V1	0,0268 m
<input type="checkbox"/> V2	0,0532 m
<input type="checkbox"/> V6	0,001 m
Edges: 12	

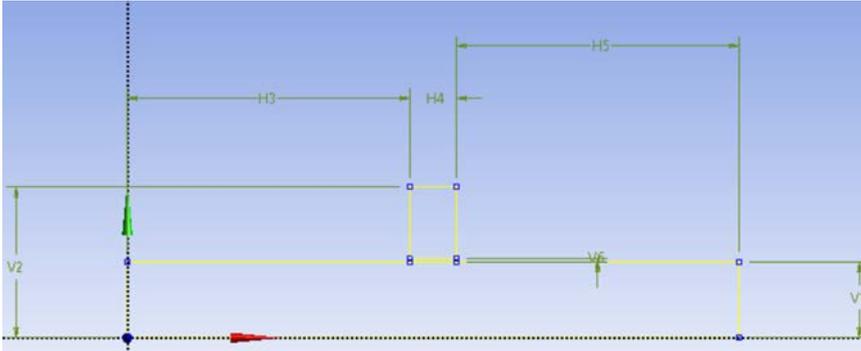


Figura 53. Dimensionado de la geometría G1A.

Para generar el sólido se utiliza la operación de revolución que se encuentra en *Barra de menú* → *Create* → *Revolve*. En los detalles de la operación, se selecciona el croquis que se acaba de hacer. El eje de revolución, que es el eje X del sistema de coordenadas, indica que la operación genere sólidos congelados (*Add Frozen*). Esto quiere decir que cada área generará un sólido independiente del otro y no se

fusionarán creando un único sólido. Para generar la revolución se le da a *Generate*.

Details View	
[-] Details of Revolve1	
Revolve	Revolve1
Geometry	Sketch1
Axis	2D Edge
Operation	Add Frozen
Direction	Normal
<input type="checkbox"/> FD1, Angle (>0)	360 °
As Thin/Surface?	No
Merge Topology?	Yes
[-] Geometry Selection: 1	
Sketch	Sketch1

Figura 54. Propiedades de la operación de revolución.

De esta manera, ya se ha definido la geometría necesaria para la realización del ensayo. Se han creado, al igual que en el caso anterior, tres cuerpos independientes con el objetivo de facilitar el mallado y posteriormente introducir los materiales absorbentes y el efecto del perforado.

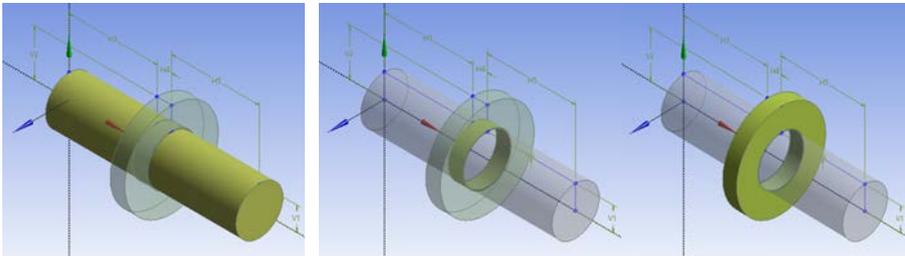


Figura 55. Geometría G1A generada en Design Modeler.

Para facilitar la creación de posteriores geometrías, se puede parametrizar el modelo de la siguiente forma. Dentro del croquis utilizado para generar la revolución, se puede seleccionar cada una de las dimensiones que se han acotado anteriormente y definir las, como parámetros de diseño pudiendo ser renombradas también. En este caso se parametrizarán las dimensiones H4, V2 y V6 que corresponden a las variables L2, R2 y t_h de las geometrías descritas en el apartado 4.2.1.

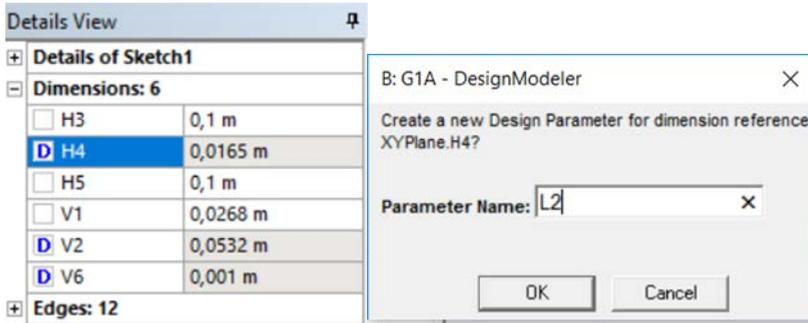


Figura 56. Definición de las dimensiones parametrizadas.

Se puede acceder a los parámetros creados y así editarlos en *Barra de menú* → *Tools* → *Parameters*. Si se cambia el valor de un parámetro, hay que volver a generar la geometría pulsando *Generate*. El hecho de tener parametrizado el modelo geométrico supone varias ventajas, ya que no solo se puede modificar la geometría de una manera rápida y simple, sino que también se mantienen las características de los componentes posteriores. Esto hará que no sea necesario redefinir el modelo, simplemente habrá que volver a lanzar el ensayo para conseguir los resultados de una configuración diferente a la que ya estaba definida.

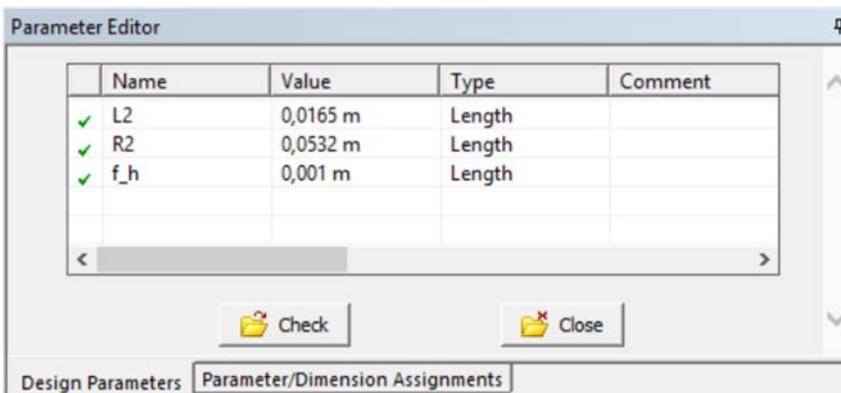


Figura 57. Editor de parámetros.

El proceso que se acaba de desarrollar correspondería a las geometrías 1 y 2, ya que se ha definido la cámara de expansión como un cilindro. Sin embargo, para el caso de la geometría 3, la cámara de expansión tiene la geometría de un tronco de cono. En este caso, el procedimiento sería análogo al anterior, aunque tomando las medidas de referencia de la geometría 3.

Details View	
[-] Details of Sketch1	
Sketch	Sketch1
Sketch Visibility	Show Sketch
Show Constraints?	No
[-] Dimensions: 7	
<input type="checkbox"/> H5	0,1 m
<input type="checkbox"/> H6	0,2395 m
<input type="checkbox"/> H7	0,1 m
<input type="checkbox"/> V1	0,0268 m
<input type="checkbox"/> V2	0,049 m
<input type="checkbox"/> V3	0,0896 m
<input type="checkbox"/> V4	0,001 m
[+] Edges: 12	

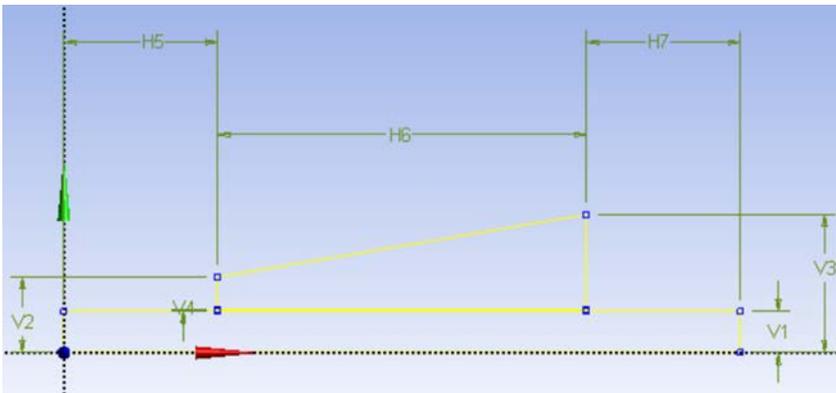


Figura 58. Dimensionado de la geometría G3.

A la hora de realizar el croquis, una vez definido el área de la superficie perforada, se debe realizar el área de la cámara de expansión a partir de líneas en vez de realizando otro rectángulo. Se selecciona la línea para

el croquis en *Sketching* → *Draw* → *Line*. A la hora de realizar una línea, hay que llevar el cursor hasta el punto, que se debe de haber definido previamente al crear las líneas que definen el conducto, donde empezaría la cámara de expansión. Al acercarse a este punto aparecerá la letra *P* (señalando una coincidencia con ese punto cercano), se clica entonces y se dibuja una línea vertical en el sentido positivo del eje *Y*. Una vez aparece en el lateral de la línea la letra *V* significa que esa línea tiene la condición de verticalidad. Se repite el proceso en el lado opuesto y se unen estas dos líneas tanto por arriba como por abajo para así cerrar el área y de esta manera, poder crear un sólido independiente.

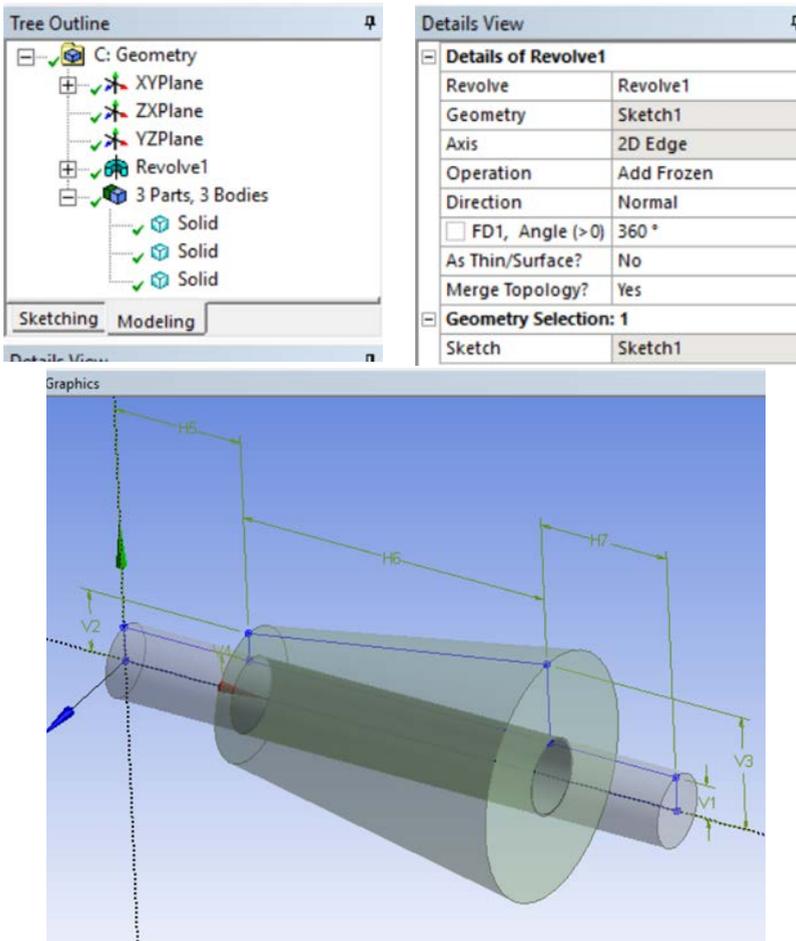


Figura 59. Operación de revolución de la geometría G3.

Una vez definidas las medidas del croquis, como ya se ha visto para la otra geometría, se genera una extrusión por revolución y se verá como aparecen tres sólidos independientes. Éstos representan el conducto de salida de los gases, la superficie perforada y la cámara de expansión del silenciador.

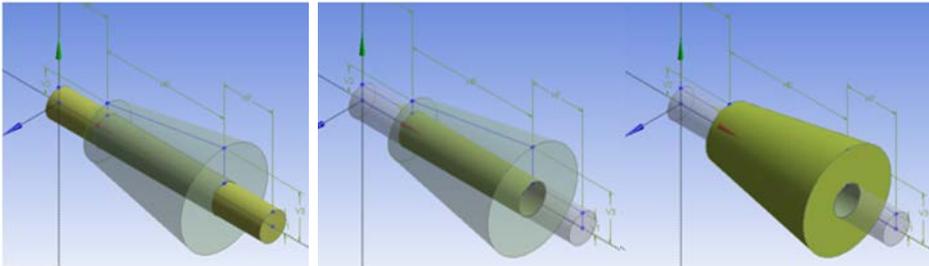


Figura 60. Geometría G3 generada en Design Modeler.

5.3.3. MALLADO

Para realizar el mallado de la geometría y de esta manera generar el modelo a estudio, se debe utilizar un nuevo componente del bloque de trabajo que se está utilizando para realizar el análisis acústico. Para ello, se seleccionará el componente *Model* con un doble clic. Dentro de este componente no solo se podrá realizar el mallado de la geometría, sino también definir las condiciones de contorno del estudio y obtener los resultados del *TL* a diferentes frecuencias sin necesidad de cambiar de componente.

La interface de este componente está organizada en un árbol con los pasos a completar a la hora de generar el modelo y obtener los resultados posteriormente. Se puede comprobar como dentro de *Geometry* están los tres sólidos creados. El espacio de trabajo es muy parecido al de los componentes de modelado, teniendo una ventana principal donde se editará el modelo, una ventana donde se muestra el árbol de trabajo en el que se van completando los parámetros necesarios

para la simulación y finalmente, una última ventana que muestra las propiedades de la acción u operación seleccionada en ese instante. Adicionalmente, hay una barra de herramientas encima de las ventanas citadas donde aparecen las herramientas necesarias según el apartado que esté seleccionado.

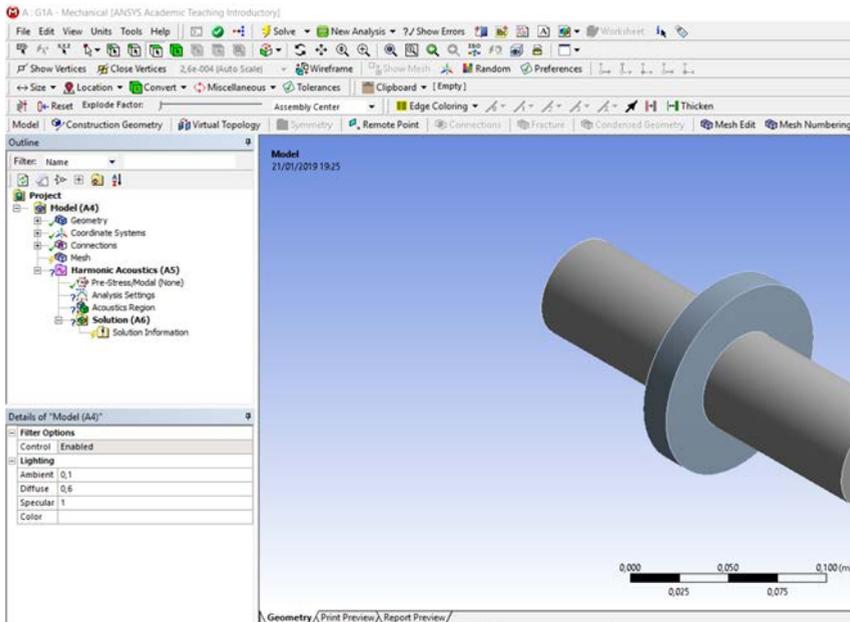


Figura 61. Interface de generación de modelos.

En primer lugar, se le asignará el material a los cuerpos que se han creado previamente. Para ello, se seleccionará uno de los cuerpos que aparecen al desplegar la pestaña de *Geometry*. En el apartado *Material* se asigna como material “Aire”, que fue creado previamente. Esta acción se repite con los otros cuerpos. De esta manera se está suponiendo que el interior del silenciador está totalmente vacío, por lo que no se considerará ni el material fonoabsorbente, ni la superficie perforada para este análisis.

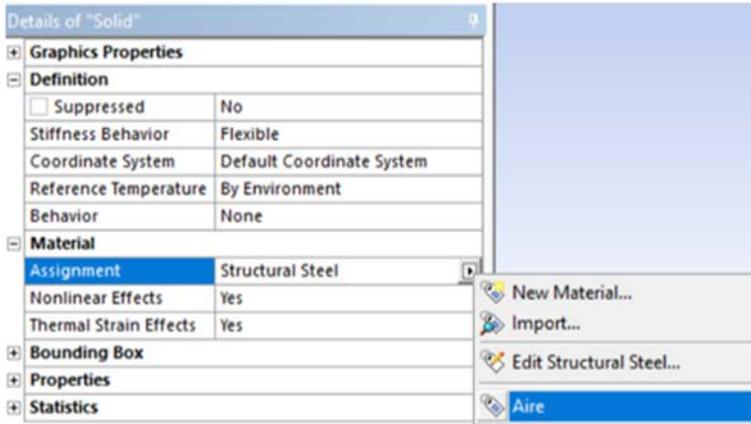


Figura 62. Asignación del material.

Una vez asignado el material, se definen las características del mallado en la pestaña *Mesh*. Para especificar el método de mallado que se quiere hay que dirigirse a *Barra de herramientas* → *Mesh control* → *Method*, de esta manera, aparecerá dentro de *Mesh* un nuevo componente donde se define el método de mallado. En la ventana de propiedades, aparecen las características configurables, en ella se seleccionan los tres cuerpos que se quieren mallar y el método de mallado. Quedando las propiedades de mallado como aparece en la siguiente imagen:

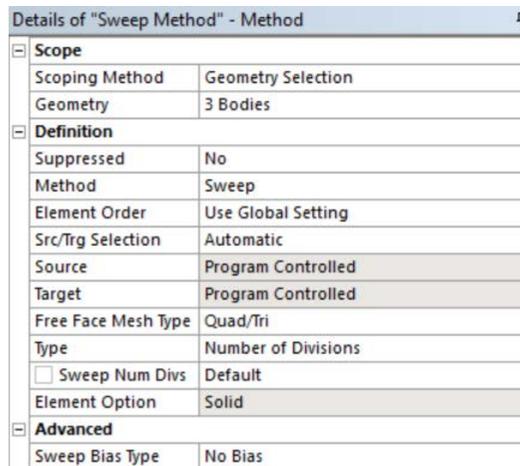


Figura 63. Método de mallado.

A continuación, se le especifica al programa que las cuatro caras laterales de la cámara de expansión se deben de mallar de forma mapeada. Al haber definido el método de mallado con un *Sweep* esta malla se repetirá a lo largo de toda la cámara de expansión. Para ello se entra en *Barra de herramientas* → *Mesh control* → *Face Meshing* y se seleccionan las cuatro caras laterales de la cámara de expansión.

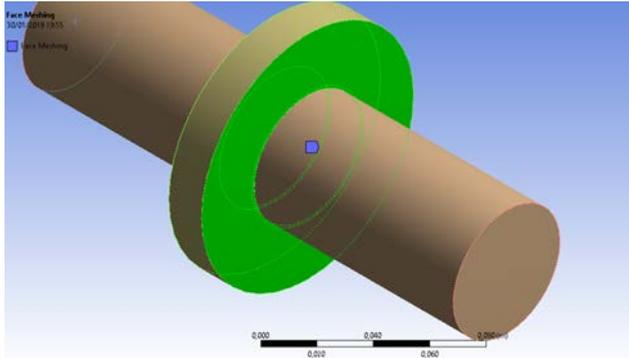


Figura 64. Selección de las caras laterales de la cámara de expansión.

Por último, se selecciona el tamaño de malla en la pestaña *Sizing* que se encuentra dentro de *Mesh*. En la casilla *Element Size* se selecciona un tamaño de elemento de 0,01m.

Details of "Mesh"	
+	Display
+	Defaults
-	Sizing
	Size Function: Adaptive
	Relevance Center: Coarse
<input checked="" type="checkbox"/>	Element Size: 0,01
	Mesh Defeaturing: Yes
<input type="checkbox"/>	Defeature Size: Default
	Transition: Fast
	Initial Size Seed: Assembly
	Span Angle Center: Coarse
	Bounding Box Diagonal: 0,263660 m
	Average Surface Area: 8,9149e-003 m ²
	Minimum Edge Length: 0,168390 m

Figura 65. Características del tamaño de malla.

Para generar la malla se clica en *Barra de herramientas* → *Mesh*
 → *Generate Mesh*.

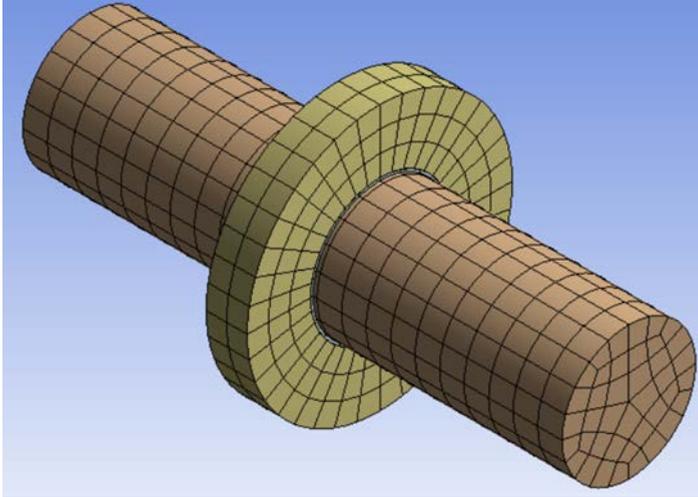


Figura 66. Modelo de análisis de la geometría G1A.

Este proceso se desarrolla de manera idéntica para obtener el modelo de la geometría G3.

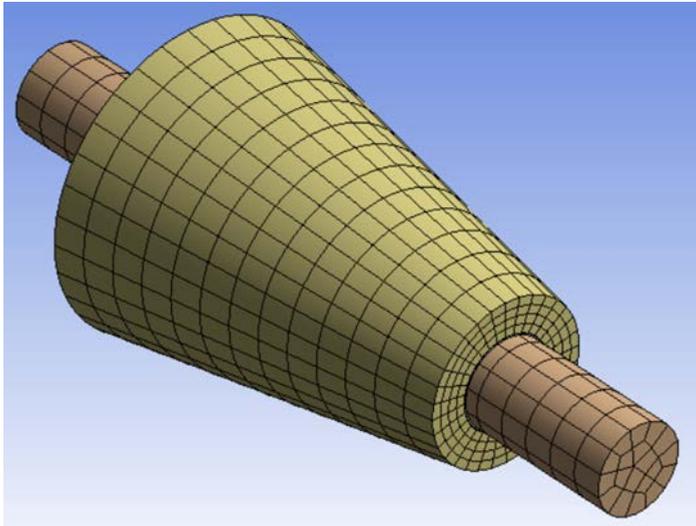


Figura 67. Modelo de análisis de la geometría G3.

5.3.4. CONDICIONES DE CONTORNO

Una vez obtenido el modelo del aire contenido dentro del silenciador, tan solo queda aplicarle las restricciones y condiciones de contorno necesarias para asemejar el modelo al caso que se quiere estudiar en la realidad. Para definir estas restricciones se va a trabajar dentro del mismo componente *Model*. Tanto la definición de las restricciones, como los parámetros del ensayo, se completan en la pestaña *Harmonic Acoustic* que corresponde al componente *Set up* del bloque de estudio.

En primer lugar, se definirá la región acústica. Para ello, se selecciona *Acoustic Region* y en la ventana de propiedades se seleccionan los tres cuerpos dentro de la celda de *Geometry*.

Una vez definida cual será la región acústica que debe considerar el programa, se define el comportamiento que tendrán las superficies del modelo dentro del estudio acústico. Hay dos tipos de superficie, los puertos (entrada y salida del fluido) y las paredes rígidas. Las superficies caracterizadas como puertos tendrán un comportamiento “transparente” a la propagación de la onda acústica. Por el contrario, las paredes rígidas tendrán un coeficiente de transmisión del sonido nulo por lo que no dejarán que la onda sonora se propague a través de ellos.

Para definir los puertos se selecciona la pestaña *Harmonic Acoustic* y se clica en *Barra de herramientas* → *Acoustic Boundary Conditions* → *Port*. Primero, se selecciona la superficie por donde el fluido entrará al silenciador, por lo que se selecciona la superficie con la cota X menor y después, la región acústica a la que hace referencia esa entra de fluido. La ventana de configuración quedará como sigue:

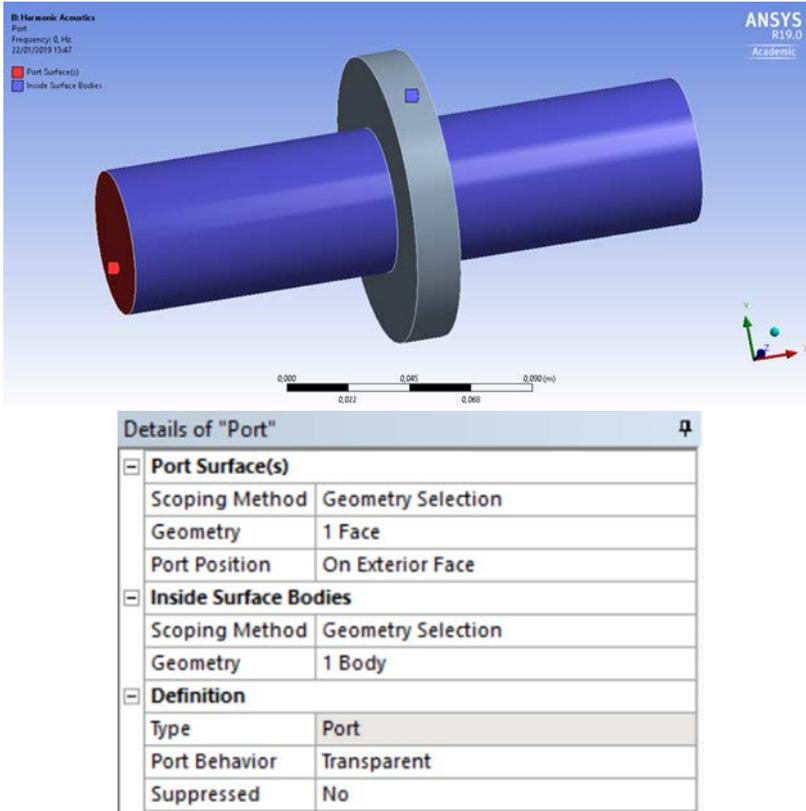


Figura 68. Configuración del puerto de entrada.

Se realiza la misma operación con la superficie de salida del silenciador. Después, se cambian los nombres de los dos puertos que se acaban de crear por “Entrada” y “Salida” respectivamente. Una vez definidos los puertos, se definen las paredes rígidas que corresponden al resto de superficies externas del modelo. Para definir las se va a *Barra de herramientas* → *Acoustic Boundary Conditions* → *Rigid Wall* y se seleccionan el resto de áreas externas del modelo. Sin embargo, no es necesario realizar este último procedimiento, ya que cuando a una superficie del modelo no se le asigna nada, el programa define por defecto estas superficies como paredes rígidas.

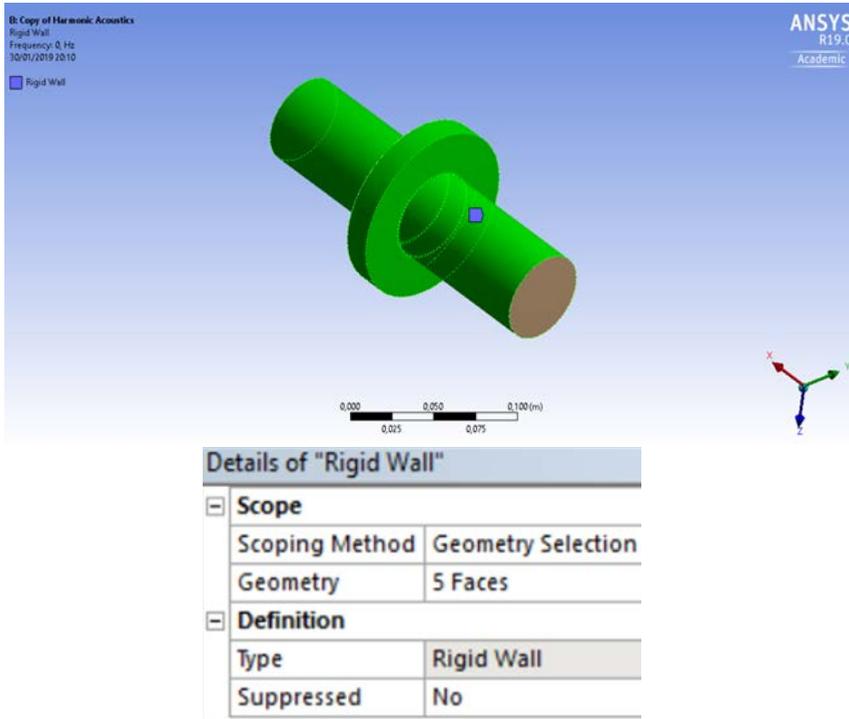


Figura 69. Configuración de las paredes rígidas.

Una vez definidos los puertos y las paredes del modelo, se definirá la excitación que caracteriza a la onda acústica. En este caso se introducirá una onda armónica con una velocidad máxima de valor unitario en el sentido positivo del eje X. Para ello, se selecciona *Barra de herramientas* → *Acoustic Excitations* → *Surface velocity*. Aparecerá entonces un cuadro donde se defina la excitación. En primer lugar, se seleccionará la cara correspondiente al puerto de entrada como área de aplicación de la excitación y posteriormente se escribirá el valor de la velocidad de la onda como -1 m/s. El signo negativo indica que el vector de velocidad tiene una dirección opuesta al vector normal de esa cara.

Details of "Surface Velocity"	
[-] Scope	
Scoping Method	Geometry Selection
Geometry	1 Face
[-] Definition	
Type	Surface Velocity
Define By	Normal To
<input type="checkbox"/> Magnitude	-1, m/s
<input type="checkbox"/> Phase Angle	0, °
Suppressed	No

Figura 70. Características de la onda de excitación.

La última condición de contorno que queda por implementar es la salida anecoica, de esta manera se evita que aparezcan ondas reflejadas del exterior, es decir, que todas las ondas que salen del silenciador son absorbidas por el entorno. Por tanto, el silenciador se comportará como si estuviera situado dentro de una cámara anecoica. Para especificarle a ANSYS Workbench este comportamiento, se utiliza la propiedad *Radiation Boundary* que se encuentra en *Barra de herramientas* → *Acoustic Boundary Conditions*. Al seleccionar esta condición aparece un cuadro de características, allí se seleccionarán como superficies de radiación a las dos superficies que corresponden a los puertos de salida y entrada del silenciador.

Details of "Radiation Boundary"	
[-] Scope	
Scoping Method	Geometry Selection
Geometry	2 Faces
[-] Definition	
Type	Radiation Boundary
Suppressed	No

Figura 71. Selección de caras de radiación.

Con este último paso, quedarían definidas todas las condiciones de contorno del problema para el caso del estudio de silenciadores

reactivos sin superficie perforada. Siendo el árbol de trabajo final el que aparece en la *figura 72*.

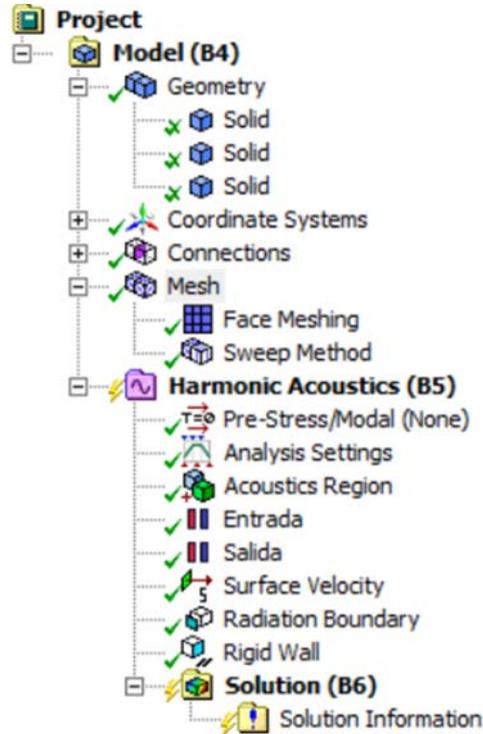


Figura 72. Condiciones de contorno para silenciadores reactivos.

5.3.5. SIMULACIÓN Y RESULTADOS

Una vez introducidas las condiciones de contorno, el modelo queda completamente definido. En este punto se habrá terminado la fase de pre-procesado y a continuación, se inicia el procesado. Para ello, se han de definir todos los parámetros que caracterizan el estudio acústico como el rango de frecuencias en el que se quiere realizar, el número de estudios dentro de ese rango de frecuencias, el tipo de solución que se quiere mostrar, etc.

Para configurar estos parámetros se sigue la ruta *Árbol de trabajo* → *Harmonic Acoustics* → *Analysis setting*. Una vez seleccionado este apartado se desplegará un cuadro con las opciones del análisis acústico. En este cuadro se introduce el rango de frecuencias a estudio (de 0 a 3200 Hz) y el número de soluciones dentro de este rango (100), quedando configurado este cuadro como sigue:

Details of "Analysis Settings" ⌵	
[-] Options	
Frequency Spacing	Linear
<input type="checkbox"/> Range Minimum	0, Hz
<input type="checkbox"/> Range Maximum	3200, Hz
<input type="checkbox"/> Solution Intervals	100
User Defined Frequencies	Off
Solution Method	Full
Variational Technology	Program Controlled
[-] Scattering Controls	
Scattered Field Formulation	Program Controlled
[-] Advanced	
Far-field Radiation Surface	Program Controlled
[+] Output Controls	
[+] Analysis Data Management	

Figura 73. Configuración de las propiedades del análisis acústico.

Tras definir las propiedades del análisis se entra en el apartado *Solution*. Una vez seleccionado este apartado, cambiarán los iconos del menú de herramientas, apareciendo los correspondientes a la solución del estudio. En este caso, se quiere conocer la gráfica del *TL* respecto a la frecuencia, que es el factor que caracteriza a un silenciador. Para indicarle al programa que esa es la solución que se requiere, hay que seleccionar dentro de la barra de herramientas: *Acoustic* → *Transmission loss*. En la zona inferior aparecerá un cuadro con las propiedades de esta solución. En el cuadro únicamente hay que definir los puertos de entrada y salida del silenciador, ya que el rango de frecuencias en el que se ofrecerá la solución ya está fijado del paso anterior. Este apartado quedará configurado por lo tanto como sigue:

Details of "Transmission Loss" ⌵	
[-] Definition	
Type	Transmission Loss
Input Port	Entrada
Output Port	Salida ▼
Suppressed	No
[-] Options	
Frequency Range	Use Parent
Minimum Frequency	0, Hz
Maximum Frequency	3200, Hz
[-] Results	
<input type="checkbox"/> Minimum	
<input type="checkbox"/> Maximum	

Figura 74. Configuración de los parámetros del TL.

Una vez está todo configurado se clicca en *Solve*, en la parte superior de la pantalla, para lanzar el ensayo. Cuando el programa ha terminado de calcular aparecen tres pantallas donde se muestra la gráfica del *TL*, los datos tabulados del *TL* frente a la frecuencia y una ventana de mensajes. Dentro de la pantalla de la gráfica del *TL* hay tres pestañas: *Worksheet*, que es la que aparece en primera instancia y muestra la gráfica del *TL*; *Graph*, donde se muestra la gráfica también, pero a diferencia de la pestaña anterior, se puede interactuar para conocer el valor exacto de la frecuencia en cada punto; y la última es *Graphics*, el propósito de este último apartado es generar un informe del estudio que se acaba de realizar con todos los datos relevantes.

Hay otras tres pestañas para este propósito: la primera *Geometry*, sirve para poder seleccionar la vista del modelo que se quiere utilizar para el informe; en *Print Preview* se puede ver como aparecería esa vista en el informe de tal manera que si no es adecuada se puede cambiar; y por último, en *Report Preview* aparece una previsualización de dicho informe. Dando a botón derecho sobre ésta última ventana se puede imprimir en PDF o exportar a Excel, o Word, la información generada. El ejemplo de informe del estudio que se acaba de explicar puede consultarse en el Anexo III.

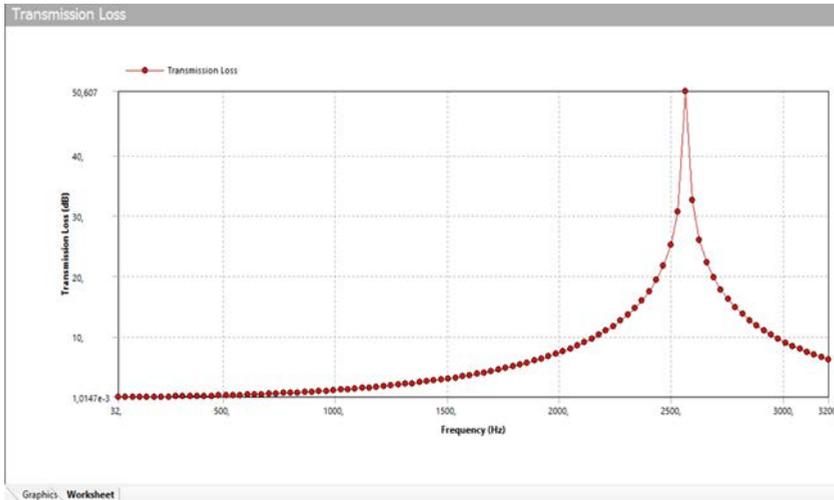


Figura 75. Resultados obtenidos del TL de la geometría G1A con comportamiento reactivo.

También se pueden exportar la tabla con los datos del nivel de *TL* correspondiente a cada frecuencia ensayada, para poder así reproducir la gráfica en otros programas e incluso comparar diferentes gráficas. Para ello, se clicca con el botón derecho dentro de la ventana *Tabular Data* y se selecciona *export* para generar un documento de texto y guardarlo.

Una opción muy ventajosa que tiene ANSYS Workbench es que, al cambiar la geometría del modelo se siguen manteniendo todos los pasos posteriores, como el mallado o las condiciones de contorno. De esta manera, se puede volver al componente *Geometry* y modificar la geometría para generar, por ejemplo, la configuración G1B. Después, solo habrá que volver al modelo, comprobar que todo este correcto y ejecutar de nuevo el estudio. Además, tal y como se vio en el apartado de la creación de geometrías, los valores que se modifican para generar las diferentes configuraciones están parametrizados. Esto significa que, cambiando dentro de los parámetros los valores y volviendo a generar la geometría será suficiente para modificarlo, siendo esta, una manera muy rápida y sencilla de lanzar varios estudios.

5.4. SILENCIADORES DISIPATIVOS

Para la realización del estudio de los silenciadores con comportamiento disipativo, el procedimiento a seguir es básicamente el mismo que se ha seguido para los silenciadores reactivos. Sin embargo, hay un par de diferencias relacionadas con el material ya que hay que crear y asignar un nuevo material con las propiedades del material fonoabsorbente. Por lo tanto, para realizar estos análisis se deben de tener dos materiales diferentes: el aire, cuya implementación se describió en el apartado 5.3.1., y el material absorbente, que en este caso será una fibra texturizada con las propiedades definidas en el *apartado 4.2.2.*

Como ya se puntualizó en el *apartado 2.7.2.*, un material absorbente se puede caracterizar por medio del número de onda (k_{abs}) y la impedancia acústica compleja (Z_{abs}). Tal y como veremos a continuación, hay varias maneras de implementar el efecto de los materiales absorbentes. En este Trabajo Fin de Máster, se va a llevar a cabo a partir de las propiedades de velocidad del sonido equivalente (c_{abs}) y densidad equivalente (ρ_{abs}) en el material absorbente.

Estas propiedades equivalentes son complejas y dependen de la frecuencia al igual que el número de onda y la impedancia. Los valores de dichas variables se introducirán en el programa a partir de ficheros de texto con las tablas que corresponden a la parte real e imaginaria de ambas variables respecto a la frecuencia. Estos ficheros se obtendrán a partir de una hoja de Excel donde se calcula su valor para cada frecuencia. El cálculo de las propiedades del material absorbente se puede consultar en el Anexo I.

Por tanto, para definir el nuevo material en ANSYS Workbench se va al componente *Engineering Data* y desde ahí se crea un nuevo material con el nombre de “Fibra texturizada”. Una vez creado el material hay varias opciones para caracterizar su comportamiento fonoabsorbente, en este caso se arrastra hasta el material que se acaba de crear la propiedad *Complex Density and Velocity*.

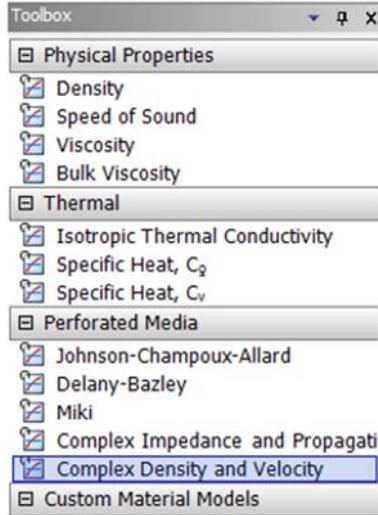


Figura 76. Opciones para la caracterización de materiales absorbentes.

En las propiedades del nuevo material, aparecerá entonces un cuadro donde se deben de importar los valores reales e imaginarios de la densidad y velocidad del sonido equivalente. Para poder importar los datos con forma de tabla, se clicca con el botón derecho sobre la tabla de propiedades del material que aparece en la parte derecha de la pantalla y se selecciona *Import Delimited Data*.

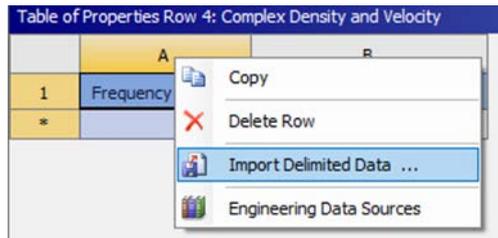


Figura 77. Insertar las propiedades absorbentes del material.

Delimited Data Import

Import File: [C:\Users\Javi Munuera\Desktop\TFM\Materiales absorbentes\Densidad y velocidad abs.txt]

Data

File Format: Data Starts at Line: 3, Delimiter Type: Tab, Auto Detect

Variable	A	B	C	D	E
Frequency	<input checked="" type="checkbox"/> Imp..	<input checked="" type="checkbox"/> Imp..	<input checked="" type="checkbox"/> Imp..	<input checked="" type="checkbox"/> Imp..	<input checked="" type="checkbox"/> Imp..
Unit	Hz	kg m ⁻³	Density (mag)	Speed of Sound...	Speed of Sound...
Unit		kg m ⁻³	kg m ⁻³	m s ⁻¹	m s ⁻¹
File					
1	Fr (Hz) Densidad Real Densidad Imag Velocidad Real Velocidad Imag				
2					
3	32	8,4125	-31,719	50,745	47,187
4	64	5,802	-14,404	75,133	60,694
5	96	4,7364	-9,2848	93,226	68,197
6	128	4,1339	-6,8757	107,74	72,867
7	160	3,7387	-5,4829	119,85	75,918
8	192	3,456	-4,5771	130,22	77,946
9	224	3,242	-3,9412	139,26	79,29
10	256	3,0733	-3,4701	147,25	80,155
11	288	2,9364	-3,1069	154,39	80,677
12	320	2,8225	-2,8182	160,82	80,946
13	352	2,7261	-2,583	166,66	81,026
14	384	2,6432	-2,3877	172	80,962
15	416	2,5711	-2,2227	176,9	80,789
16	448	2,5075	-2,0815	181,42	80,532
17	480	2,4511	-1,9591	185,61	80,21
18	512	2,4006	-1,8521	189,51	79,838
19	544	2,3551	-1,7575	193,15	79,427
20	576	2,3129	-1,6794	196,66	79,092

OK Cancel

Figura 78. Definición de la tabla de velocidad del sonido y densidad del material absorbente.

El archivo que se debe importar se llama “Densidad y velocidad abs.txt” y su generación se explica en el Anexo I. Una vez cargado el archivo se seleccionan las columnas que se quieren importar, en este caso se seleccionan todas, y se especifica en cada columna a que variable hace referencia y cuáles son sus unidades de medida. Una vez hecho esto se acepta en *OK*.

Para terminar de caracterizar el material absorbente, aun faltaría introducir las propiedades del aire que circula por su interior. Por lo tanto, se arrastran al material las propiedades de densidad y velocidad del sonido cuyos valores son 1,225 kg/m³ y 340 m/s respectivamente. Quedando el cuadro de propiedades del material de la siguiente manera:

Properties of Outline Row 4: Fibra texturizada				
	A	B	C	D E
1	Property	Value	Unit	 
2	 Material Field Variables	 Table		
3	 Density	1,225	kg m ⁻³	  
4	 Speed of Sound	340	m s ⁻¹	  
5	 Complex Density and Velocity	 Tabular		
6	Density (real): Scale	1		
7	Density (real): Offset	0	kg m ⁻³	
8	Density (imag): Scale	1		
9	Density (imag): Offset	0	kg m ⁻³	
10	Speed of Sound (real): Scale	1		
11	Speed of Sound (real): Offset	0	m s ⁻¹	
12	Speed of Sound (imag): Scale	1		
13	Speed of Sound (imag): Offset	0	m s ⁻¹	

Figura 79. Propiedades de la fibra texturizada.

Una vez definido el nuevo material, se va a la pestaña *Project* y se clicla en *Refresh Project* para cargar la nueva configuración.

La obtención de la geometría conlleva un proceso idéntico al del apartado 5.3.2. Se puede aprovechar el fichero creado para el estudio de los silenciadores reactivos introduciendo únicamente el nuevo material sin necesidad de rehacer la geometría. Por lo tanto, se puede ir directamente al componente *Model* en nuestro estudio de silenciadores disipativos.

La generación del modelo también es idéntica al caso anterior, *apartado 5.3.3* y *apartado 5.3.4.*, con la excepción que los dos cuerpos correspondientes a la cámara de expansión deben de estar definidos con el material absorbente que se acaba de crear. Si en vez de definir de nuevo la malla y las condiciones de contorno se reutiliza el estudio anterior, tan solo habría que cambiar el material para terminar la fase del pre-proceso. Para ello, se seleccionan los dos anillos que forman la cámara de expansión y en la ventana de propiedades se elige “Fibra texturizada” como el material asignado para cada uno.

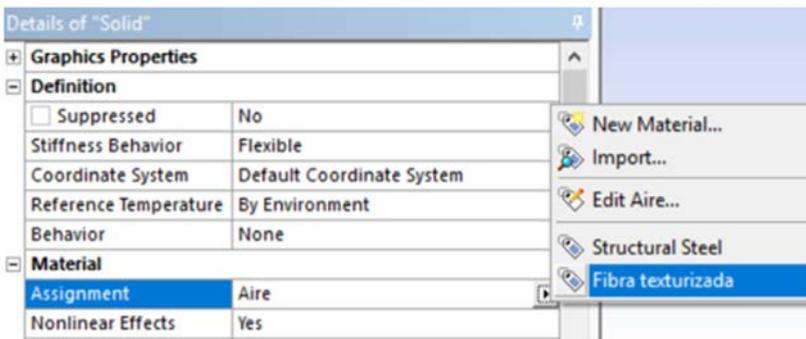


Figura 80. Asignación del material absorbente a la cámara de expansión.

Una vez cambiado el material, se vuelve a generar la malla y se lanza el estudio del *TL* predefinido en el caso anterior. Los resultados obtenidos se exportan para guardar el *TL* de esta configuración al igual que se hizo en el caso anterior.

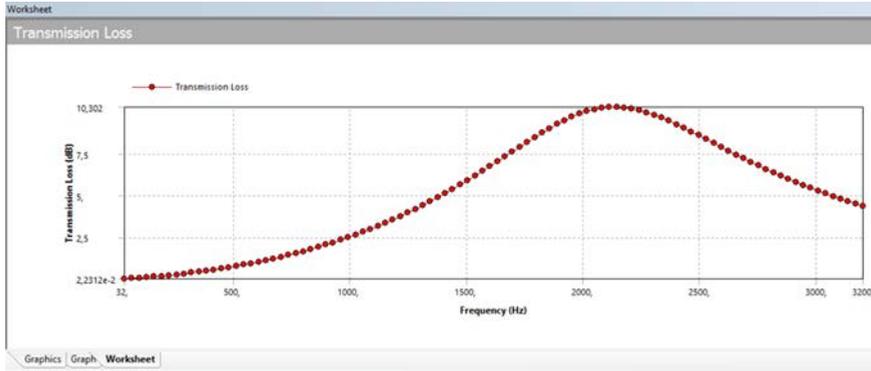


Figura 81. Resolución del estudio de la geometría GIA con un comportamiento disipativo.

5.5. SIMULACIÓN CON EL EFECTO DE LA SUPERFICIE PERFORADA

De forma análoga a la definición de la impedancia asociada al material absorbente, en las superficies perforadas también será necesario definir e importar sus características. Estas características dependerán de los datos que definen a la superficie perforada, para este caso en concreto se pueden consultar en el *apartado 4.2.3*. Dependiendo si el perforado tiene en uno de sus lados material absorbente o no, se utilizarán las ecuaciones (2.83) o (2.84) respectivamente para calcular la impedancia equivalente al efecto del perforado.

Para introducir el efecto del perforado en ANSYS Workbench se deben de cumplir algunos requisitos. El efecto que produce una superficie perforada se puede implementar en el programa a partir de la opción *Transfer Admittance Matrix*. Esta condición, solo se puede aplicar entre dos superficies de un mismo cuerpo, por ello, al crear la geometría se introdujo un tercer cuerpo que corresponde con la superficie perforada. Para poder seleccionar las dos superficies se han de crear dos puertos de entrada y salida de flujo en dichas áreas. Para crear los puertos, en primer lugar, se dejará visible únicamente el cuerpo de la superficie perforada yendo a *Geometry* y seleccionando *Hide All Other Bodies* con

el botón derecho en el cuerpo que representa al perforado. Tras esto, y clicando previamente en *Harmonic Acoustic*, se creará un puerto en *Barra de herramientas* → *Acoustic Boundary Conditions* → *Port* y se seleccionará la cara interna como superficie, además del propio anillo como la región acústica a la que hace referencia. Después, se renombra el puerto creado como “Salida del conducto”. Se repite la operación con la cara exterior y se renombra como “Entrada de la cámara”. Una vez definidos los puertos se clicca con el botón derecho en *Geometry* y se selecciona *Show All Bodies*.

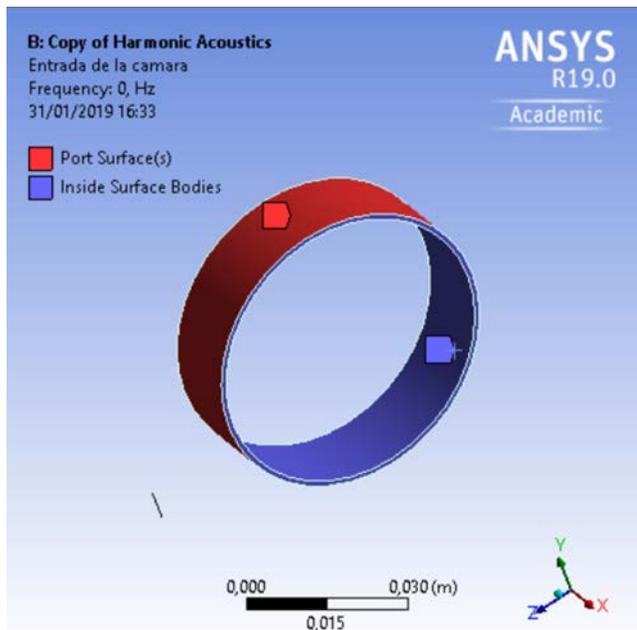


Figura 82. Creación de los puertos de salida y entrada a la superficie perforada.

Esta opción utiliza una matriz de admitancia para representar las impedancias entre dos contornos o caras diferentes. La admitancia, es la inversa de la impedancia. De ésta forma, ANSYS Workbench define la matriz de admitancias entre las caras de dos sets de la siguiente manera [44]:

$$\begin{bmatrix} V_{n1} \\ V_{n2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix}$$

- V_{n1} = Velocidad normal en los nodos de la 1º cara o en el lado positivo del elemento seleccionado.
- V_{n2} = Velocidad normal en los nodos de la 2º cara o en el lado positivo del elemento seleccionado.
- P_1 = Presión en los nodos de la 1º cara o en el lado positivo del elemento seleccionado.
- P_2 = Presión en los nodos de la 2º cara o en el lado positivo del elemento seleccionado.
- $Y_{11}, Y_{12}, Y_{21}, Y_{22}$ = Coeficientes de admitancias (nº complejo).
- α_1, α_2 = Coeficientes de término fuente (nº complejo).

Para poder introducir los valores requeridos, se clicará en *Barra de herramientas* → *Acoustic Models* → *Transfer Admittance Matrix* y aparecerá una nueva condición de contorno. Se selecciona la matriz de admitancia en *Árbol de trabajo* → *Harmonic Acoustics* → *Transfer Admittance Matrix* y de esta manera se desplegará un cuadro con las propiedades para poder introducir la matriz de admitancia.

En primer lugar, se seleccionan los dos puertos que se acaban de crear como las superficies de referencia entre las que actuará la impedancia del perforado. Para los valores de la matriz de admitancia se permite introducirlos de manera tabulada, para ello, se debe clicar en cualquiera de los apartados a rellenar y seleccionar *Tabular (Frequency)*. Esta nueva estructura dará la posibilidad de introducir las admitancias como tablas. Sin embargo, anteriormente será necesario crear las tablas de admitancias e importarlas a ANSYS Workbench. La creación se realizará por medio de Excel siguiendo el proceso descrito en el Anexo II. Es importante diferenciar si se va a estudiar un caso con comportamiento reactivo o disipativo, ya que las matrices se calcularán de forma diferente.

Ya creada la matriz, se completará la tabla donde aparecen todos los componentes. Para completar la tabla se copian las columnas de los



valores de Excel y se pegaran en las columnas de la variable correspondiente hasta que, finalmente, quede completada la tabla de la siguiente forma:

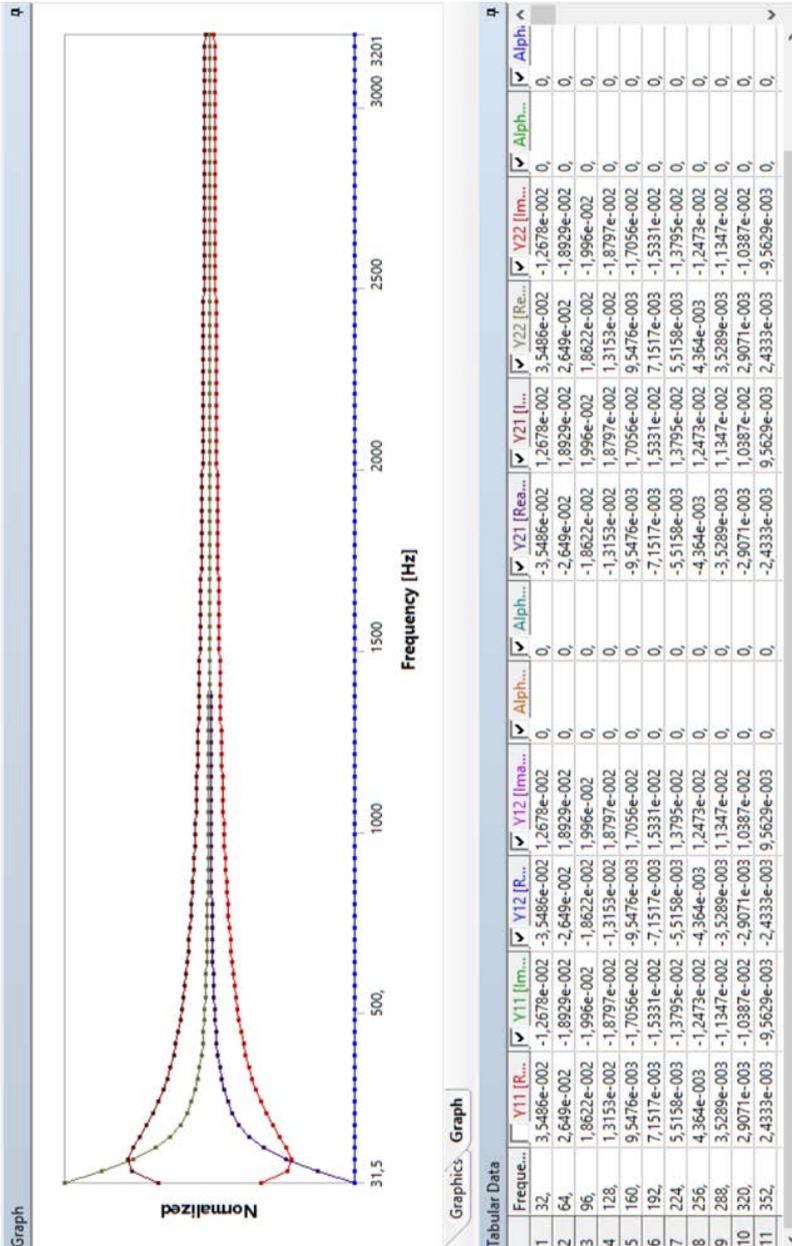


Figura 83. Introducción de los valores de la matriz de admitancia.

Una vez definida la matriz de admitancia entre las dos superficies ya se tiene en cuenta el efecto del perforado, y por tanto, se puede volver a solucionar el análisis, esta vez teniendo en cuenta dicho efecto. Los resultados obtenidos se exportan para guardar el *TL* de esta configuración al igual que se hizo en el caso anterior.

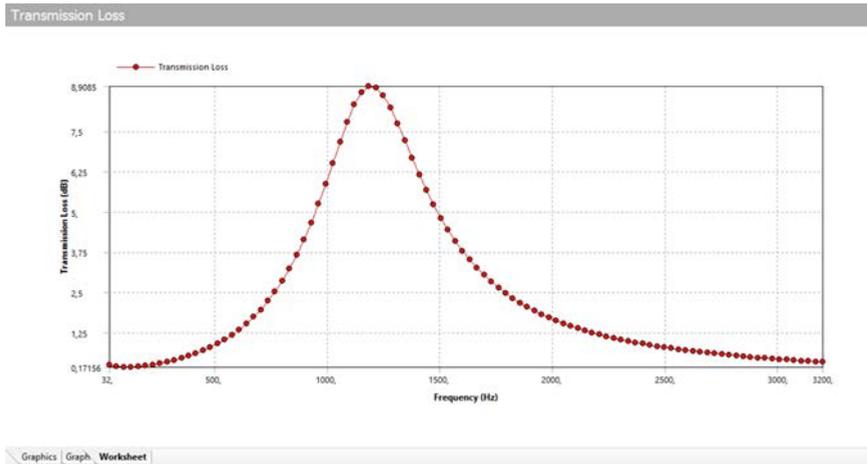


Figura 84. Grafica del TL de la geometría GIA con perforado y comportamiento reactivo.





Capítulo 6

VALIDACIÓN DE RESULTADOS

6.1. INTRODUCCIÓN

Con el fin de comprobar la precisión de los resultados obtenidos mediante las simulaciones de elementos finitos, se ha decidido realizar una validación de dichos resultados. Para lograr este fin, se han utilizado otros proyectos realizados o en vías de desarrollo en el departamento de ingeniería mecánica y de materiales [7, 27, 30, 31 y 40].

En este apartado, en primer lugar se van a comparar los resultados obtenidos en el capítulo 5 con el resultado analítico del TL de cada silenciador. Esta comparación se puede realizar gracias a que las geometrías que se están analizando en este trabajo son sencillas, y por lo tanto, se puede plantear y resolver un sistema de ecuaciones que defina el comportamiento del campo de presiones y velocidades en la región interior del silenciador. Esta comparación servirá para considerar como válidos los resultados obtenidos en las simulaciones con MEF, si estos presentan una buena correlación.

En segundo lugar, se realizarán una serie de mediciones experimentales en un banco de ensayos desarrollado para la tesis doctoral de Francisco Denia [40]. En este banco y con ayuda de un programa desarrollado en otro TFM [30], se van a obtener los TL de diferentes configuraciones geométricas con comportamiento reactivo. Los resultados obtenidos de este ensayo servirán para contrastar la validación analítica realizada en primer lugar, y a su vez, analizar las discrepancias del comportamiento real de un silenciador con los resultados obtenidos a partir de las hipótesis del método acústico lineal.

6.2. VALIDACIÓN ANALÍTICA

Para realizar la validación analítica, se va a utilizar un programa desarrollado en Mathcad, perteneciente al departamento de ingeniería mecánica y de materiales de la UPV. Este programa basado en las funciones de Bessel, permite resolver matemáticamente el sistema de ecuaciones que define el valor del TL de un silenciador pudiendo

introducir los efectos del material fonoabsorbente y de la superficie perforada. Los resultados obtenidos de esta validación se presentan en las siguientes gráficas comparando el valor analítico del *TL* con el obtenido mediante elementos finitos.

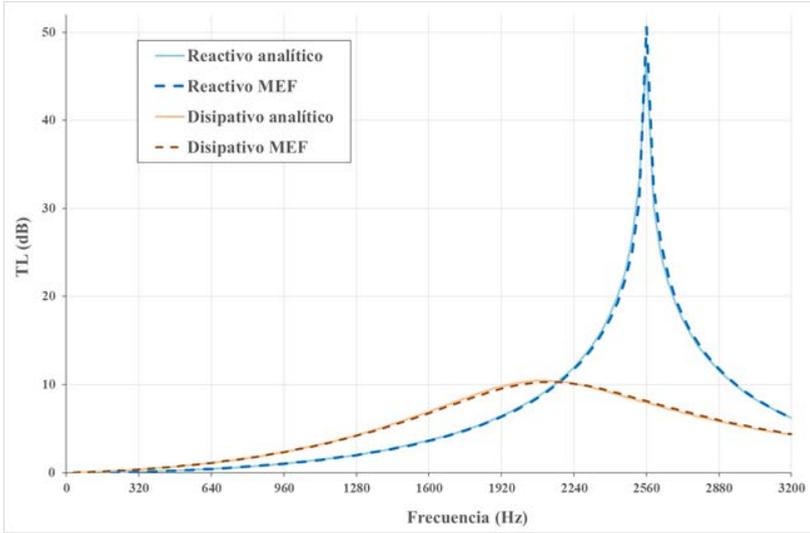


Figura 85. Validación analítica de la geometría G1A.

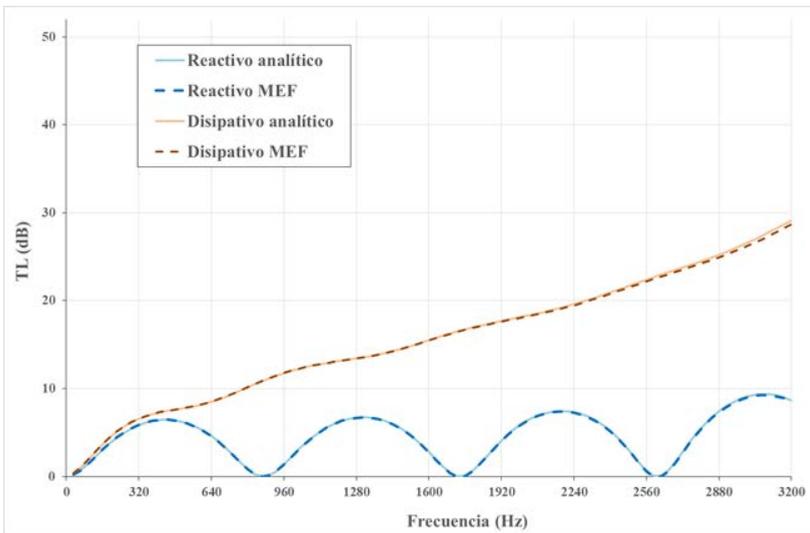


Figura 86. Validación analítica de la geometría G1B.

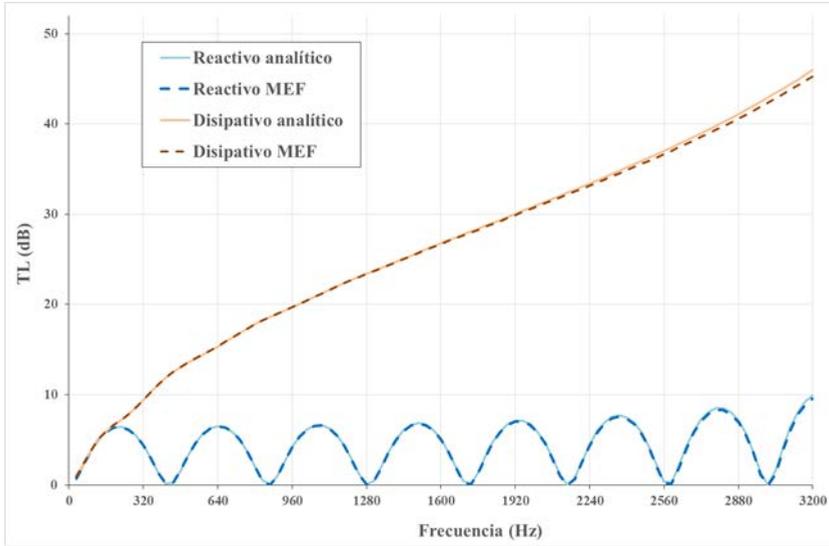


Figura 87. Validación analítica de la geometría G1C.

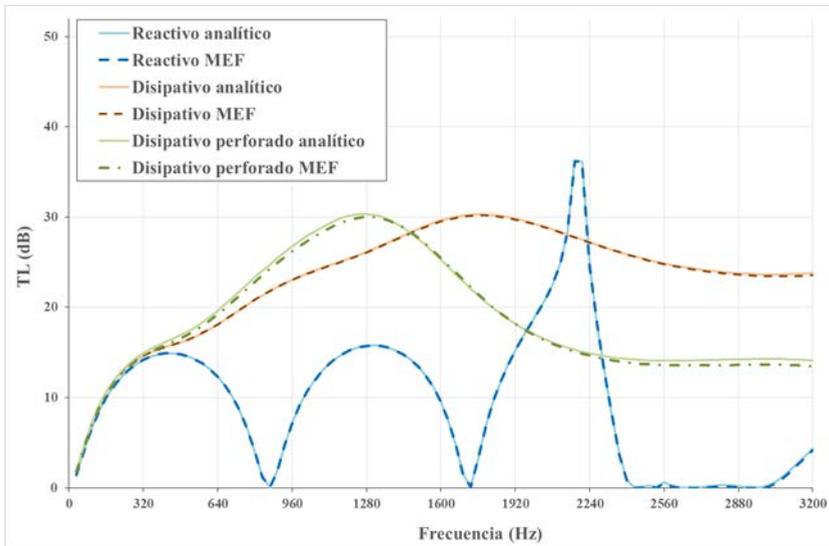


Figura 88. Validación analítica de la geometría G2A.

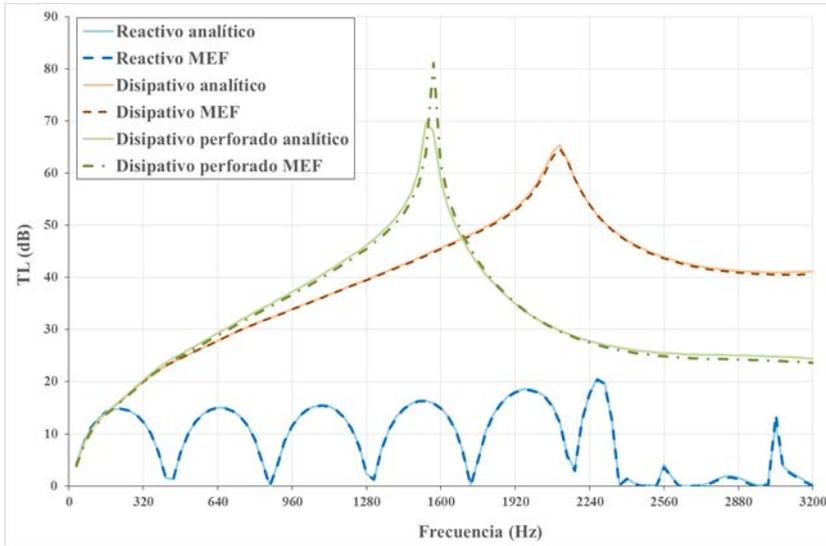


Figura 89. Validación analítica de la geometría G2B.

A raíz de esta validación, se puede concluir que los resultados obtenidos a partir de los análisis con ANSYS Workbench simulan de manera satisfactoria el comportamiento atenuador de los silenciadores a estudio, dando por válido por tanto el procedimiento de análisis desarrollado en dicho programa. Los errores cometidos en el estudio respecto a los valores analíticos tienen un valor máximo del 1,62 % en los análisis con comportamiento reactivo, 1,48 % en los análisis con comportamiento disipativo y 4,45 % en los análisis con comportamiento disipativo incluyendo el efecto de la superficie perforada.

En los resultados correspondientes a la geometría G2B hay dos valores de TL que presentan un error superior al mencionado anteriormente, llegando uno de ellos hasta el 16%. Estos puntos corresponden al pico de atenuación que se produce cerca de los 1600 Hz, pero este error no corresponde a un error de cálculo sino que es debido al paso de frecuencia que se ha utilizado para obtener los resultados del TL (32

Hz). El error se sitúa en un rango de frecuencias donde el valor del TL aumenta y disminuye rápidamente justo entre los dos valores discretos de frecuencia en donde se realiza el análisis de elementos finitos.

6.3. VALIDACIÓN EXPERIMENTAL

6.3.1. BANCO DE ENSAYOS

Con intención de obtener los resultados experimentales correspondientes al TL de algunas de las geometrías estudiadas en este proyecto, se ha trabajado a partir del banco de ensayos ubicado en el laboratorio de ruido. Este banco de ensayos ha sido desarrollado para otros proyectos [30, 31,40], y en este Trabajo Fin de Máster se utilizará para realizar la validación experimental de los resultados obtenidos en los análisis desarrollados anteriormente con ANSYS Workbench.



Figura 90. Banco de ensayos empleado para la obtención del TL de las geometrías $G1$ y $G3$.

El banco de ensayos se compone de los elementos siguientes: [30]

- Chasis CompactDAQ USB, 4 Ranuras. El cDAQ-9174 es un chasis USB CompactDAQ diseñado para sistemas pequeños y portátiles de medidas de sensor. El chasis brinda la sencillez de conexión rápida (plug-and-play) del USB a sus medidas eléctricas y de sensores. También controla la temporización, la sincronización y la transferencia de datos entre los módulos de E/S de la serie C y un servidor externo. Se puede utilizar este chasis con una combinación de módulos de E/S de la Serie C para poder realizar diversas medidas de E/S analógica, E/S digital y contador/temporizador.



Figura 91. NI CompactDAQ cDAQ-9174.

Este módulo contiene dos tarjetas, la NI 9263 que genera la señal de salida hacia el amplificador, y la tarjeta NI 9234 que recoge las señales de entrada de los cuatro micrófonos.

- Amplificador moaural FoneStar M-A 60. Este dispositivo recoge la señal de salida de la tarjeta NI 9263 y la transmite al altavoz. Dispone de cuatro canales más el auxiliar.

- Altavoz que genera la señal acústica hacia el interior del conducto. Este altavoz genera una onda de excitación cuyas propiedades son definidas en el programa implementado en un proyecto que se está desarrollando en paralelo a este [31]. El altavoz está confinado en una caja de aluminio de gran espesor con el objetivo de que no se disperse la excitación sonora emitida.

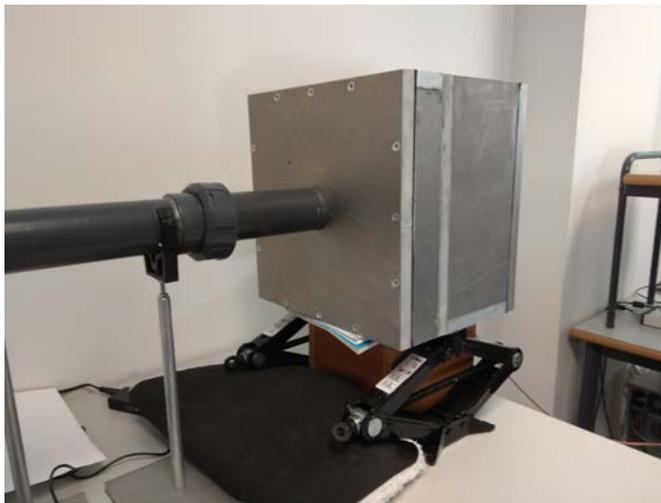


Figura 92. Altavoz generador de la excitación acústica para el ensayo experimental.

- Dos parejas de micrófonos o transductores que registran la presión acústica que emite el altavoz aguas arriba y aguas abajo del silenciador que se pretende estudiar. Estos micrófonos tienen una sensibilidad de 31,6 mV/Pa y están separados entre sí a una distancia de 0,045 m cada pareja.



Figura 93. Pareja de micrófonos separados entre sí 0,045 m.

- Conducto de salida anecoica. Se trata de un tubo de PVC con un diámetro de 63 mm y un espesor de 4,7 mm. Dicho tubo tiene una terminación cerrada, que va rellena de un material absorbente para conseguir un final anecoico. El otro extremo del tubo va conectado a la salida del silenciador que se quiere estudiar.



Figura 94. Conducto de salida anecoica.

- Amplificador Nexus 2690 de Brüel&Kjaer, este aparato recibe las señales analógicas de los transductores y las envía al módulo CompactDAQ.



Figura 95. Amplificador-acondicionador Nexus 2690.

- Estación meteorológica, utilizada para controlar la temperatura del laboratorio para ser conocedores de este parámetro ya que influye en los cálculos de la velocidad del sonido y densidad del aire necesarios para obtener el TL de un silenciador.



Figura 96. Estación meteorológica.

6.3.2. MÉTODOS EXPERIMENTALES

El hecho de poder disponer de un banco de ensayos como el descrito en el apartado anterior, permite realizar las pruebas pertinentes para obtener la caracterización acústica de los silenciadores. Para poder caracterizar el silenciador, el programa utilizado emplea dos métodos matemáticos, el método de Song & Bolton [45] y el método de la Función de transferencia [40]. Ambos métodos se basan en el mismo sistema de ensayo que consiste en dos micrófonos aguas arriba del silenciador y otros dos aguas abajo. Con ellos se puede calcular la matriz de transferencia y a partir de ahí obtener la caracterización del silenciador que se está analizando. Al utilizar dos métodos de cálculo diferentes se pretende verificar el buen funcionamiento del programa, ya que el resultado obtenido a partir de cada uno de ellos debe ser muy similar.

Song y Bolton desarrollaron un método que permite calcular la matriz de transferencia a partir de una única medida, sin necesidad de que se cumplan las condiciones anecoicas en la salida del conducto [30]. Sin embargo, esto solo es posible si se cumplen las condiciones de simetría y reciprocidad en el sistema acústico. Si estas condiciones están presentes en el sistema, se pueden obtener los cuatro polos de la matriz de transferencia con un único ensayo, evitando así tener que realizar un ensayo con la condición de $P = 0$ en la salida y otro con $U = 0$ para poder calcular los cuatro polos.

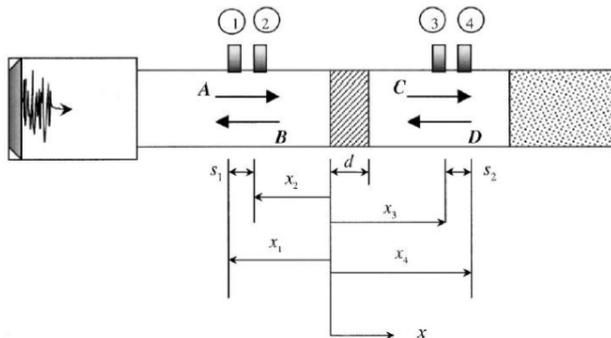


Figura 97. Montaje empleado en el desarrollo del método de Song & Bolton. [30]

En la *figura 97* se muestra el montaje experimental utilizado por Song y Bolton para obtener los parámetros acústicos. El experimento consiste en generar una excitación acústica conocida en uno de los extremos del conducto, para poder así medir los valores de presión de la onda sonora que se propaga a través de él en cuatro puntos del sistema. Al poder captar la presión en cuatro puntos del sistema, dos aguas arriba del silenciador y dos aguas abajo, se puede caracterizar el comportamiento de propagación de la onda, pudiendo expresar las presiones sonoras complejas como sigue [30]:

$$P_1 = (Ae^{-jkx_1} + Be^{jkx_1})e^{j\omega t} \quad (6.1)$$

$$P_2 = (Ae^{-jkx_2} + Be^{jkx_2})e^{j\omega t} \quad (6.2)$$

$$P_3 = (Ce^{-jkx_3} + De^{jkx_3})e^{j\omega t} \quad (6.3)$$

$$P_4 = (Ce^{-jkx_4} + De^{jkx_4})e^{j\omega t} \quad (6.4)$$

donde k es el número de onda, x_1 , x_2 , x_3 y x_4 son los cuatro puntos de medida representados en el esquema, ω es la frecuencia y t es el tiempo.

Conocido el valor de las presiones en los cuatro puntos, se pueden calcular los coeficientes A , B , C y D resolviendo los sistemas de ecuaciones. Una vez obtenida la expresión que caracteriza el campo de presiones en el conducto, se puede calcular la matriz de transferencia.

$$\begin{bmatrix} P \\ U \end{bmatrix}_{x=0} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \\ U \end{bmatrix}_{x=d} \quad (6.5)$$

Es posible aprovechar la naturaleza recíproca del material poroso homogéneo e isotrópico para generar dos ecuaciones adicionales. La reciprocidad requiere que el determinante de la matriz de transferencia sea la unidad, es decir, que el sistema acústico sea el mismo en ambas direcciones. Por ello, dada la reciprocidad y la simetría, se puede deducir que

$$T_{11} = T_{12} \quad (6.6)$$

$$T_{11}T_{22} - T_{12}T_{21} = 1 \quad (6.7)$$

Utilizando estas expresiones, se puede obtener directamente la matriz de transferencia expresada en términos de presión y velocidad en cada una de las superficies del silenciador. Una vez calculados los cuatro polos de la matriz, se realiza un promediado de estos, y se calcula el índice de Perdidas de Transmisión (TL) a partir de la siguiente expresión.

$$TL = 20 \log \left(\frac{|T_{11} + \frac{T_{12}}{\rho_0 c_0} + \rho_0 c_0 T_{21} + T_{22}|}{2} \right) \quad (6.8)$$

Para el método de la **Función de Transferencia**, se requiere el mismo montaje que se utiliza para el método de Song & Bolton, con la única diferencia de que la salida del conducto sí que debe presentar una caracterización anecoica. Este método fue desarrollado por Chung y Blaser, aunque fue Munjal quien simplificó la metodología para que su implementación fuese más sencilla.

En este método se obtiene la función de transferencia a partir de las densidades espectrales y de las funciones de transferencia entre los micrófonos [30]. Para ello, se obtienen en primer lugar los espectros de presión.

$$P(x = x_1, \omega) = P_1 = P^+ e^{-jk^+ x_1} + P^- e^{jk^- x_1} \quad (6.9)$$

$$P(x = x_2, \omega) = P_2 = P^+ e^{-jk^+ x_2} + P^- e^{jk^- x_2} \quad (6.10)$$

La función de transferencia entre dos señales se define por tanto como:

$$H_{21} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P^+ e^{-jk^+ x_2} + P^- e^{jk^- x_2}}{P^+ e^{-jk^+ x_1} + P^- e^{jk^- x_1}} \quad (6.11)$$

Teniendo en cuenta el coeficiente de reflexión que relaciona la amplitud de la presión reflejada P^- con la presión incidente P^+ , la expresión queda:

$$H_{21} = \frac{e^{-jk^+ x_2} + R^0 e^{jk^- x_2}}{e^{-jk^+ x_1} + R^0 e^{jk^- x_1}} \quad (6.12)$$

Desarrollando a partir de esta expresión, se puede calcular el valor del coeficiente de reflexión en la posición de los diferentes micrófonos. De esta manera se pueden relacionar los coeficientes de reflexión de dos micrófonos con la siguiente expresión:

$$\frac{R^{(1)}}{R^{(2)}} = \frac{e^{j(k^-+k^+)x_1}}{e^{j(k^-+k^+)x_2}} = \frac{H_i}{H_r} \quad (6.13)$$

Una vez se conoce el coeficiente de reflexión, obtener la impedancia del conducto en cualquier punto es directo.

$$Z = \frac{P}{U} = \frac{P_i+P_r}{\frac{1}{Z_0}(P_i-P_r)} \Rightarrow Z = Z_0 \frac{1+R}{1-R} \quad (6.14)$$

Como ya se ha mencionado, si al montaje de Song y Bolton se le añade un final anecoico, se puede obtener el índice de Pérdidas de Transmisión (TL) a partir de la siguiente expresión.

$$TL = 20 \log \left(\frac{H_r - H_{21}}{H_r - H_{43}} \right) + 10 \log \left(\frac{S_{UU}}{S_{DWDW}} \right) + 10 \log \left(\frac{A_U}{A_{DW}} \right) \quad (6.15)$$

donde S_{UU} y S_{DWDW} son las densidades espectrales de presión aguas arriba y aguas abajo del silenciador y, A_U y A_{DW} son las áreas transversales del conducto aguas arriba y aguas abajo del silenciador. Además el término H_r tiene como expresión $H_r = e^{j\beta s}$ donde s es la separación entre micrófonos y β es el número de onda.

6.3.3. RESULTADOS EXPERIMENTALES

En este apartado se presentarán los resultados obtenidos de la validación experimental realizada en el banco de ensayo de la *figura 90*. El cálculo del TL se ha llevado a cabo a partir de los dos métodos mencionados en el apartado anterior. Debido a que ya se ha realizado una validación analítica previa, se asume que las simulaciones realizadas son correctas, teniendo como verdadero objetivo en este análisis la comparación del comportamiento teórico del modelo

acústico lineal con el comportamiento real de la onda acústica en el interior de los silenciadores.

Para la realización de este análisis, se han utilizado de manera representativa unos prototipos que corresponden a las configuraciones geométricas G1A, G1B, G1C y G3. Los resultados obtenidos del TL de dichos prototipos corresponde a su comportamiento reactivo.



Figura 98. Prototipos correspondientes a las configuraciones G1A, G1B y G1C de abajo a arriba de la imagen respectivamente.



Figura 99. Prototipo correspondiente a la geometría G3.

La medida experimental se ha realizado con una temperatura de 23° centígrados. El montaje de los silenciadores dentro del banco de ensayos se representa en la siguiente imagen.



Figura 100. Montaje de todos los prototipos estudiados.

A continuación, se presentan las gráficas comparativas entre los resultados obtenidos experimentalmente con el TL calculado a partir del metodo de los elementos finitos (MEF) para diferentes configuraciones reactivas.

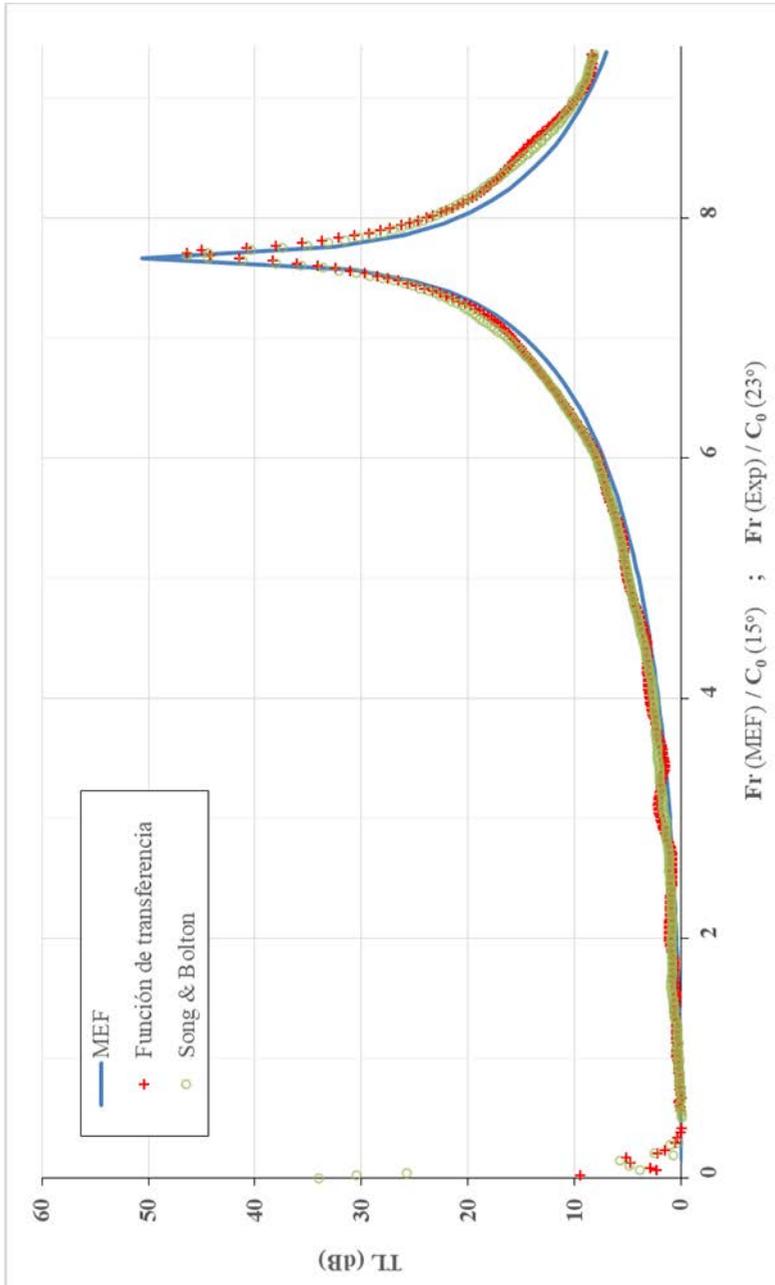


Figura 101. Comparación del TL experimental con el TL obtenido mediante MEF de la geometría G1A.

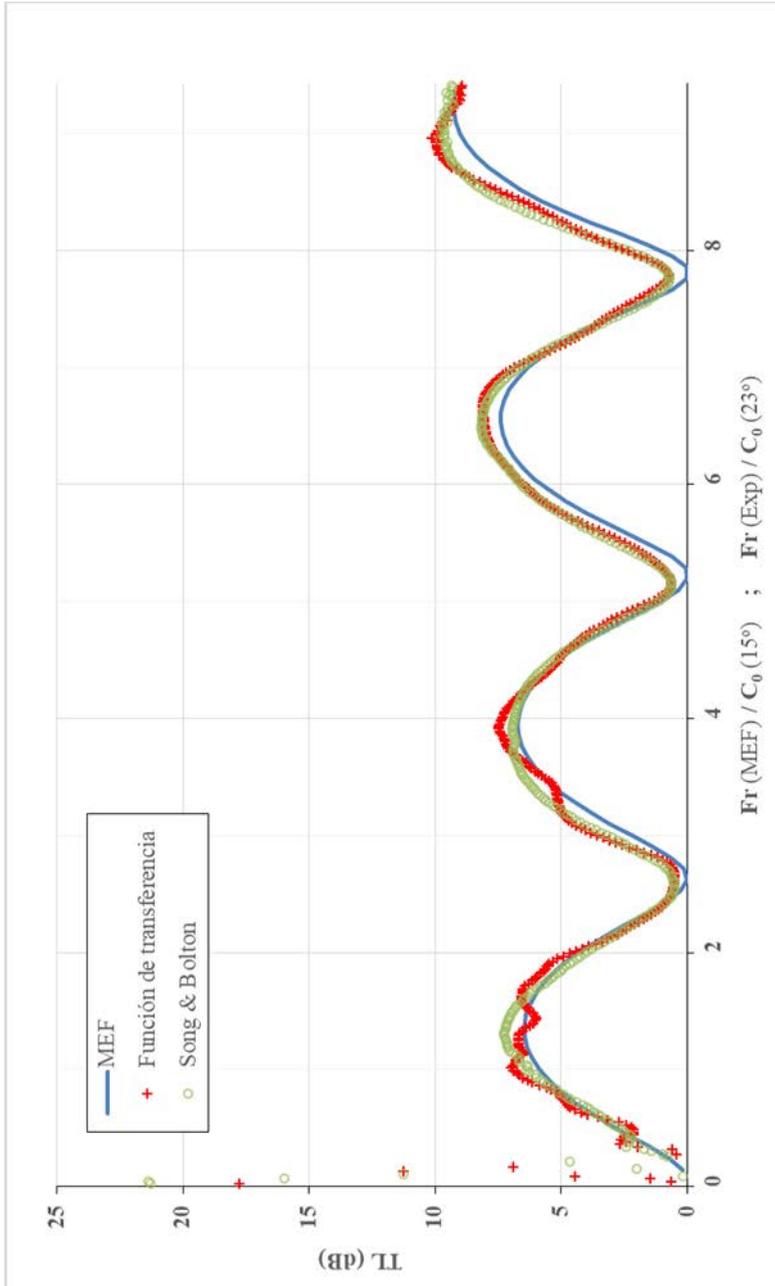


Figura 102. Comparación del TL experimental con el TL obtenido mediante MEF de la geometría G1B.

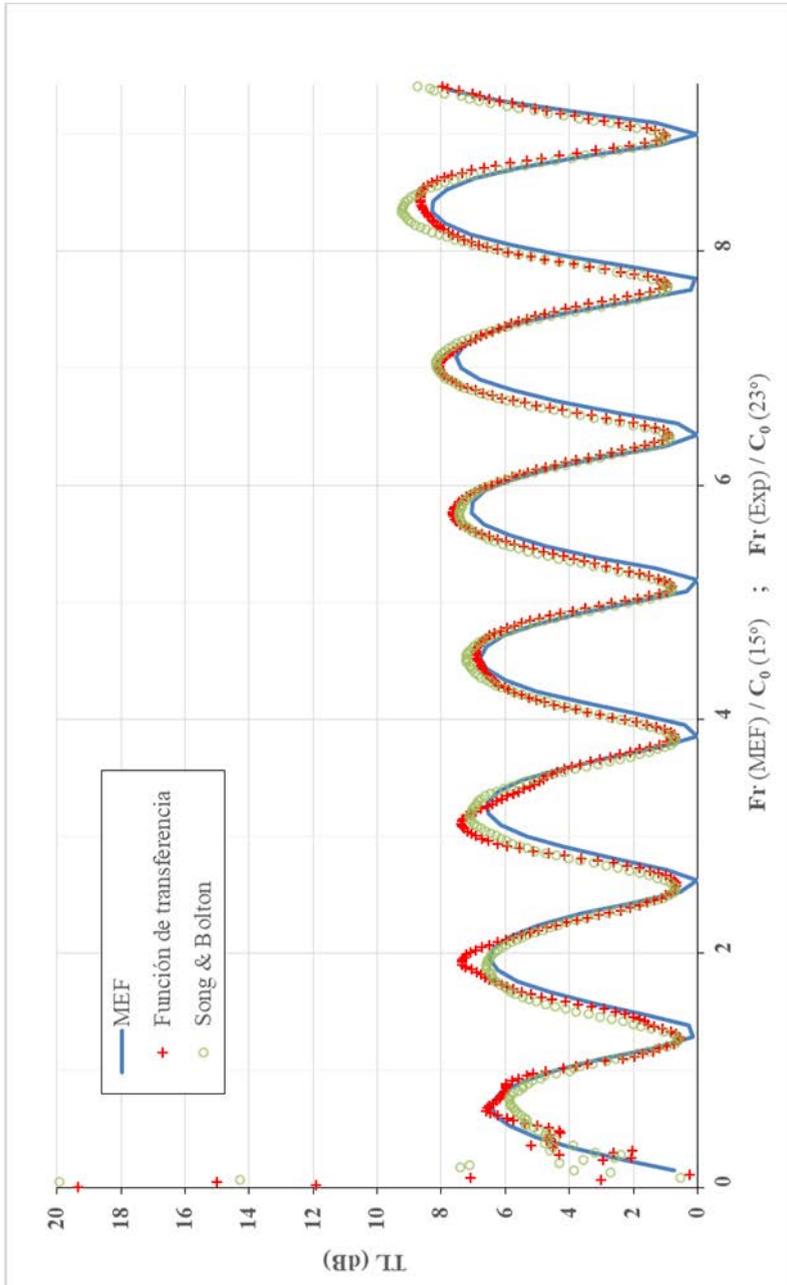


Figura 103. Comparación del TL experimental con el TL obtenido mediante MEF de la geometría G1C.

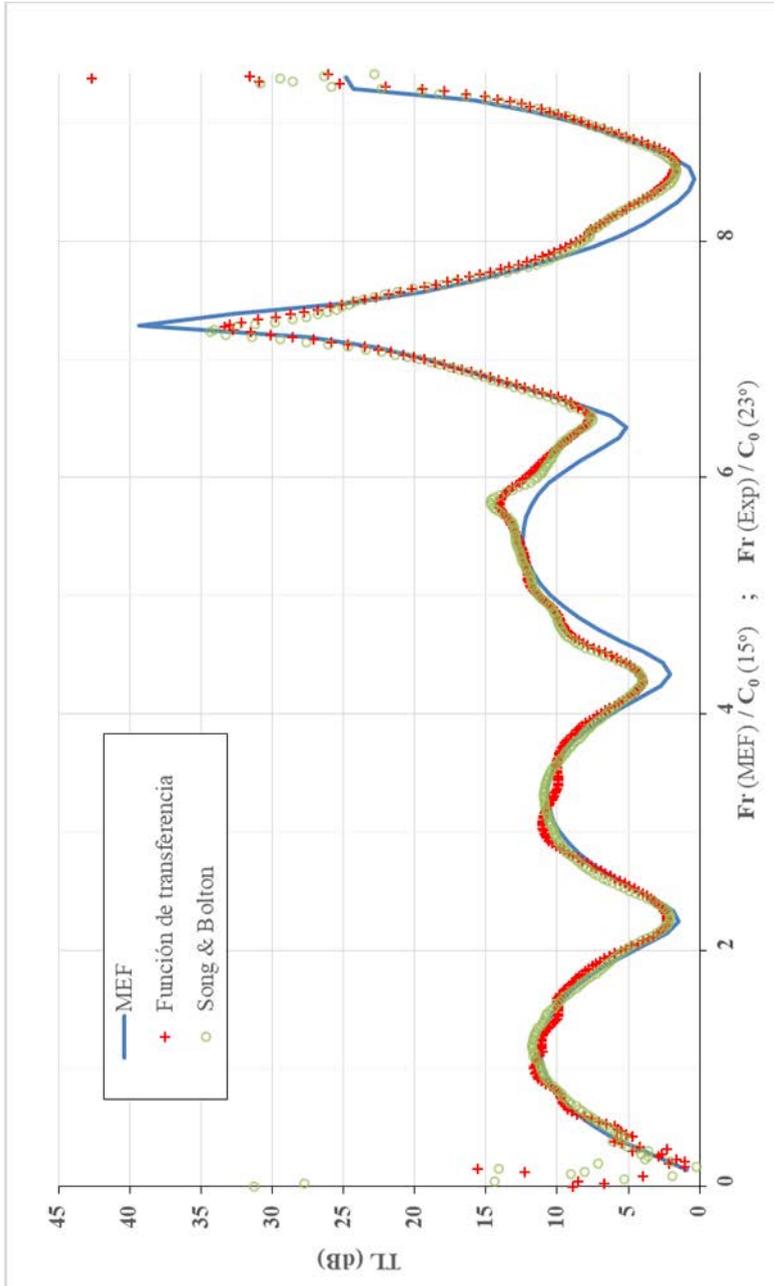


Figura 104. Comparación del TL experimental con el TL obtenido mediante MEF de la geometría G3.

Los análisis experimentales se han realizado a una temperatura ambiente (23°C) diferente a la utilizada para las simulaciones (15°C). El valor de la densidad del aire y de la velocidad del sonido en dicho medio, son dependientes de la temperatura, por lo tanto los resultados obtenidos por un método presentan una primera discrepancia debida a la temperatura. Concretamente, el efecto producido en el valor del TL al aumentar la temperatura consiste en una tendencia a desplazar la gráfica de comportamiento hacia valores de frecuencia mayores. Para solucionar este problema, se divide el valor de la frecuencia asociado a cada valor de TL por la velocidad del sonido a la temperatura de referencia con la que se realizó el análisis. Tras este procedimiento, se pueden comparar los resultados experimentales y los obtenidos mediante MEF obviando el efecto de la temperatura.

En los datos experimentales obtenidos, se puede comprobar que ningún modelo se comporta bien en frecuencias cercanas al cero, presentando valores ilógicos de comportamiento. La explicación a esta problemática es que con frecuencias muy bajas la longitud de onda de la señal es demasiado elevada, por ejemplo a 10 Hz con una onda cuya velocidad sea 340 m/s se obtiene una longitud de onda de 34 m. Las dimensiones del banco de ensayos no se adaptan para longitudes de onda tan altas, la distancia entre los micrófonos es de 0,045 m, un valor insuficiente para captar una variación significativa de presión entre estos dos puntos en ondas con longitudes tan altas.

Analizando los resultados obtenidos, se puede concluir que hay una buena correlación entre los valores calculados mediante elementos finitos y los medidos de manera experimental por los dos métodos empleados, aunque en ciertos casos aparece una discrepancia en los resultados obtenidos por el método de Song & Bolton y el método de la función de transferencia.

En general, el modelo acústico lineal predice de manera acertada el comportamiento de los silenciadores estudiados. Sin embargo, se puede observar que los valores experimentales de la atenuación del sonido, tienen sistemáticamente un valor ligeramente superior al calculado mediante elementos finitos. Una de las posibles causas de este comportamiento es que el modelo acústico lineal no considera las pérdidas debidas a la viscosidad del fluido.



Adicionalmente, se ha podido realizar la validación experimental de los resultados de la geometría G3. Acerca de esta geometría hay que matizar que el método de Song & Bolton asume una simetría en sus cálculos que esta geometría no cumple, por lo que los resultados pueden no ser del todo precisos aunque el modelo del prototipo no se aleja demasiado de ésta condición.

Con el fin de simplificar el proceso de validación experimental, la validación de las geometrías disipativas se ha contrastado a partir del trabajo desarrollado en otro proyecto realizado en el departamento [27]. En esta Tesis se ha realizado el estudio del comportamiento acústico de las geometrías G2A y G2B presentadas en este trabajo. Los resultados mostrados en esta referencia sirven para comprobar que el comportamiento acústico simulado con Ansys se ajusta al comportamiento real de los silenciadores.



Capítulo 7

ANÁLISIS DE RESULTADOS

7.1. INTRODUCCIÓN

Para poder realizar la comparación de resultados y de esta manera analizar el comportamiento de los silenciadores, se han realizado una serie de estudios variando diferentes parámetros en las geometrías presentadas en el *apartado 4.2*. A continuación, se presenta a modo de resumen una tabla en la que se especifica el valor de las variables parametrizadas para cada una de las configuraciones geométricas posibles.

Tabla 6. Resumen de las geometrías objeto de estudio.

Geometría	R_2 (m)	L_2 (m)	t_h (m)	
G1A	0,0532	0,0165	0,001	
G1B	0,0532	0,1998	0,001	
G1C	0,0532	0,4	0,001	
G2A	0,0866	0,2	0,001	
G2B	0,0866	0,395	0,001	
G3	0,049 (R_2)	0,0896 (R_3)	0,2395	0,001

A partir de cada una de las configuraciones expuestas, se generarán cuatro ensayos correspondientes al estudio de sus comportamientos reactivo, reactivo con perforado, disipativo y disipativo con perforado. La propiedad que caracteriza al material fonoabsorbente utilizado para los estudios de comportamiento disipativo, es su resistividad a flujo estacionario que tiene un valor de **4896 rayl/m** (para $100 \text{ kg/m}^3 = 100 \text{ g/l}$). Los datos correspondientes a la superficie perforada se presentan en la siguiente tabla a modo de recordatorio.

Tabla 7. Propiedades de la superficie perforada.

Parámetro	Símbolo	Medida
Densidad del aire	ρ_0	1,225 kg/m ³
Velocidad del sonido en el aire	c_0	340 m/s ²
Número de onda en el aire	k_0	Dependiente de la frec.
Porosidad	σ	10 %
Diámetro del agujero	d_h	0,0035 m
Espesor	t_h	0,001 m
Factor de corrección	F(σ)	0,671866259
Impedancia del absorbente	Z_{abs}	Dependiente de la frec.
Número de onda del absorbente	k_{abs}	Dependiente de la frec.

A continuación, se va a analizar el efecto de estos parámetros en el *TL* (Índice de Pérdidas de Transmisión) de cada silenciador, para poder así llegar a una serie de conclusiones sobre el comportamiento de los silenciadores.

7.2. EFECTO DE LA LONGITUD DE LA CÁMARA DE EXPANSIÓN

A continuación se presenta una comparativa de las diferentes configuraciones posibles de las geometrías G1 y G2, donde el parámetro que varía es la longitud de la cámara de expansión, manteniéndose constantes el resto de valores geométricos. Las gráficas que aparecen en este apartado hacen referencia al *TL* (*Transmission loss*) obtenido mediante el programa ANSYS Workbench.

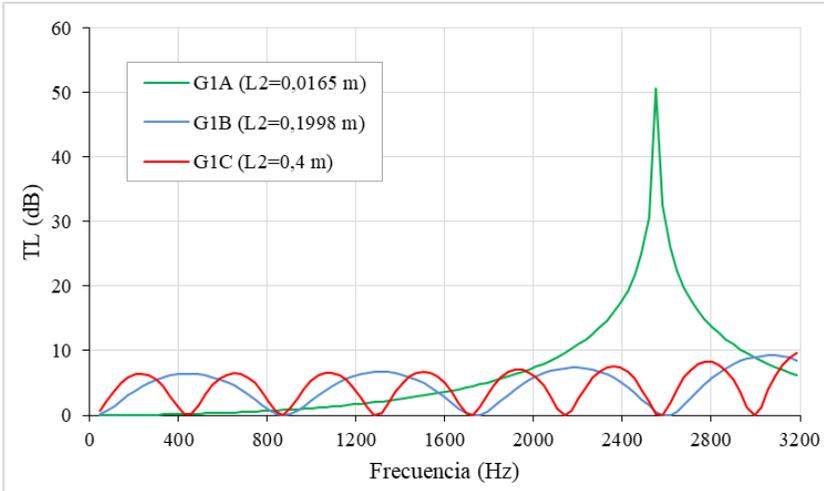


Figura 105. Comparación del TL para diferentes longitudes de cámara de expansión de la geometría G1 con comportamiento reactivo.

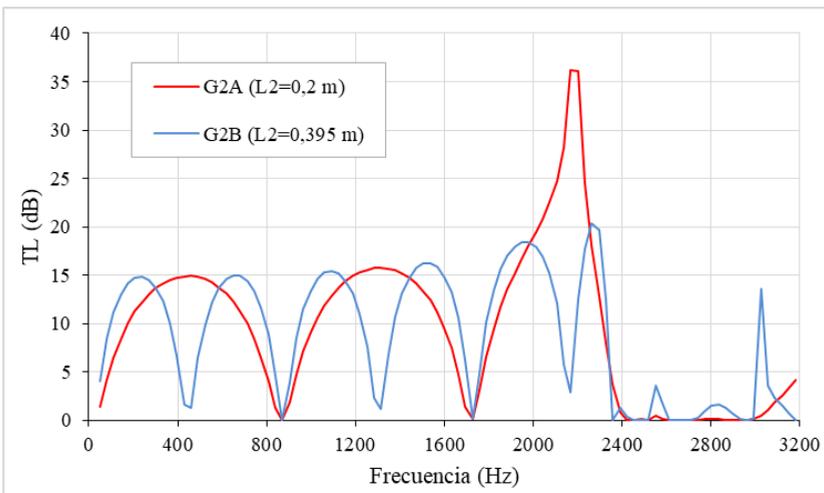


Figura 106. Comparación del TL para diferentes longitudes de cámara de expansión de la geometría G2 con comportamiento reactivo.

En la literatura referente al tema acústico [26, 32], se puede comprobar que el TL de un silenciador con una cámara de expansión simple está formado por una combinación de cúpulas de atenuación de una anchura constante. Estas cúpulas están definidas por dos parámetros que se van repitiendo de manera periódica, uno de ellos es el valor del TL máximo de la cúpula y el otro, el valor del TL mínimo, también conocido como bandas de paso. Las frecuencias en las que aparecen estos valores se pueden calcular a partir de las siguientes ecuaciones.

Para calcular el valor de la frecuencia del TL máximo se utiliza:

$$f = \frac{(2n+1)c_0}{4L_2} \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (7.1)$$

Las bandas de paso aparecen a unas frecuencias definidas por:

$$f = \frac{nc_0}{2L_2} \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (7.2)$$

Si se calculan las frecuencias del TL máximo y las bandas de paso de cada una de las configuraciones geométricas estudiadas, los datos resultantes coinciden con las gráficas obtenidas mediante MEF. Para dicho cálculo, se utiliza un valor de la velocidad del sonido de 340 m/s. Los valores resultantes de dichas frecuencias (Hz) se presentan en las tablas siguientes.

Tabla 8. Frecuencias del TL máximo para todas las configuraciones geométricas estudiadas con un comportamiento reactivo.

		Máximo TL							
Geometría	n	0	1	2	3	4	5	6	7
		G1A		5152	15455	25758	36061	46364	56667
G1B		425	1276	2127	2978	3829	4680	5531	6381
G1C		213	638	1063	1488	1913	2338	2763	3188
G2A		425	1275	2125	2975	3825	4675	5525	6375
G2B		215	646	1076	1506	1937	2367	2797	3228

Tabla 9. Frecuencias de paso para todas las configuraciones geométricas estudiadas con un comportamiento reactivo.

		Bandas de paso							
Geometría	n	0	1	2	3	4	5	6	7
G1A		0	10303	20606	30909	41212	51515	61818	72121
G1B		0	851	1702	2553	3403	4254	5105	5956
G1C		0	425	850	1275	1700	2125	2550	2975
G2A		0	850	1700	2550	3400	4250	5100	5950
G2B		0	430	861	1291	1722	2152	2582	3013

A partir de estos resultados y observando las expresiones (7.1) y (7.2), se evidencia que la longitud de la cámara de expansión en un silenciador reactivo afecta al número de cúpulas que aparecen en un intervalo de frecuencia determinado. La explicación física de este fenómeno es que en una cámara con una longitud mayor, caben un mayor número de longitudes de onda.

En el caso de la geometría G1A, se observa que su comportamiento se separa mucho de lo esperado según lo que se acaba de explicar. En este caso se produce una singularidad debido a que la longitud de la cámara de expansión es tan reducida, que la atenuación sonora se produce principalmente por la energía disipada debido a que el fluido entra en resonancia. Por lo tanto, se concluye que la geometría G1A tiene un comportamiento resonador. Este caso concreto de silenciadores reactivos presentan un comportamiento de atenuación muy bueno dentro del rango próximo a su frecuencia de excitación, sin embargo, para el resto de frecuencias se comportan mejor el resto de geometrías como se puede ver en la *figura 105*.

La *figura 106* hace referencia al comportamiento de las configuraciones geométricas de la geometría G2. En esta gráfica se puede observar que aparece una frecuencia en donde el silenciador colapsa y deja de atenuar el sonido prácticamente. Esta frecuencia se define como frecuencia de corte y se puede calcular a partir de la siguiente ecuación [43]:

$$f_c = \frac{3.83c_0}{\pi 2R_0} \quad \text{Modos axisimétricos} \quad (7.3)$$

donde C_0 es la velocidad del sonido en el aire (340 m/s) y R_0 el radio de la cámara de expansión (0,0866 m). Calculando el valor de la frecuencia de corte para la geometría G2 resulta:

$$f_c = 2\,393\text{ Hz}$$

Esta frecuencia de corte coincide perfectamente con los resultados de la *figura 106*. Para el caso de la geometría G1, la frecuencia de corte aparece en 3896 Hz por lo que no aparece en el rango de frecuencias de la gráfica mostrada en la *figura 105*.

7.3. EFECTO DEL DIÁMETRO DE LA CÁMARA DE EXPANSIÓN

En este apartado se va a estudiar el efecto de la relación de diámetros entre el conducto de flujo de aire y la cámara de expansión. Para ello, se han comparado la geometría G1B con la G2A y la geometría G1C con la G2B. Estas parejas geométricas tiene unas longitudes de cámara muy parecidas, por lo que servirán de ejemplo para estudiar la influencia del radio de la cámara de expansión en el comportamiento de atenuación de los silenciadores.

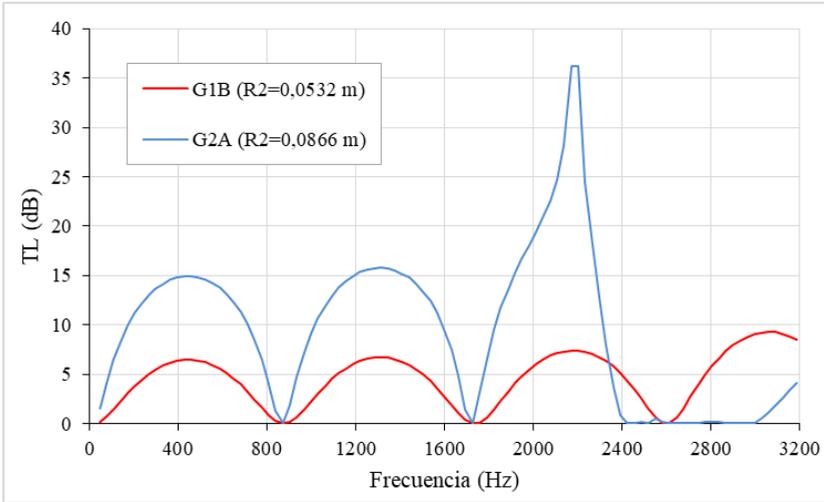


Figura 107. Comparación del TL para diferentes radios de cámara de expansión con comportamiento reactivo. G1B vs G2A.

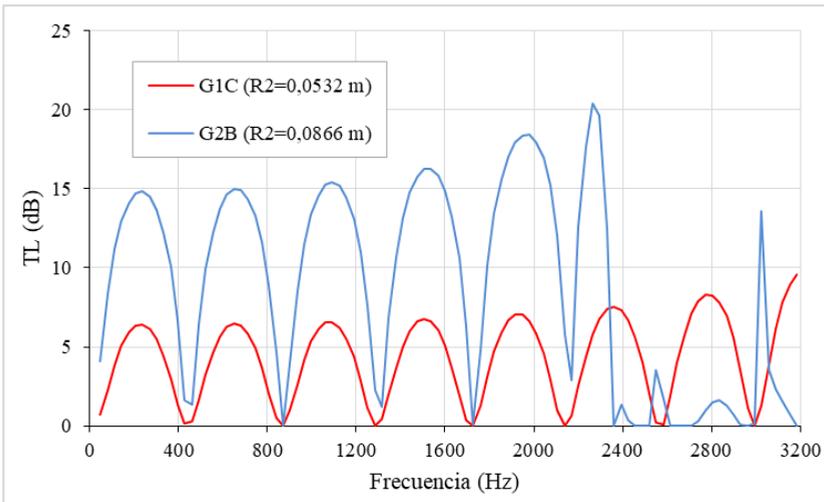


Figura 108. Comparación del TL para diferentes radios de cámara de expansión con comportamiento reactivo. G1C vs G2B.

Suponiendo una cámara de expansión simple, como es el caso de estos silenciadores, donde las secciones transversales de entrada y salida son respectivamente S_1 y S_3 y la sección transversal de la cámara S_2 .

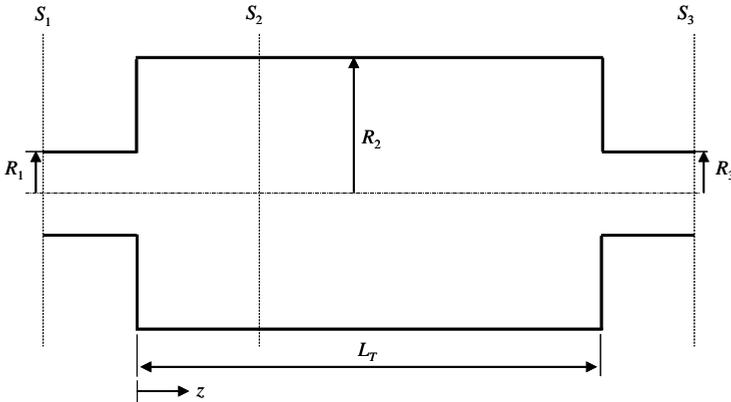


Figura 109. Cámara de expansión simple.

Desarrollando la matriz de transferencia, tal y como se vio en el apartado 2.8.4., a partir del cálculo de los cuatro polos de cada conducto por separado, se puede llegar a la siguiente expresión que define el TL de este tipo de silenciadores [26]:

$$TL = 10 \log \left[\frac{m_2}{4m_1} \left(1 + \frac{m_1}{m_2} \right) + \frac{m_2}{4m_1} (m_1^2 - 1) \left(1 - \frac{1}{m_2^2} \right) \sin^2 (k_0 L_0) \right] \quad (7.3)$$

siendo $m_1 = S_2/S_1$ y $m_2 = S_2/S_3$.

A partir de esta ecuación y analizando los datos obtenidos en las figuras 107 y 108, se puede afirmar que la relación de los radios cámara-conducto es proporcional a la amplitud máxima de atenuación. Consiguiendo un mayor nivel de atenuación con relaciones mayores. Sin embargo, un aumento en el radio de la cámara de expansión trae consigo la disminución de la frecuencia de corte del silenciador, frecuencia a partir de la cual colapsa este componente. Por lo tanto, se deben analizar minuciosamente las características requeridas a la hora de diseñar un silenciador para obtener un rendimiento óptimo en el rango de frecuencias donde trabajará dicho componente.

Adicionalmente, se puede observar en las gráficas que las cúpulas creadas en cada pareja de configuraciones geométricas estudiadas, tienen una misma periodicidad en el rango de frecuencias anteriores al colapso de la geometría G2. Este hecho es debido a que la longitud de sus cámaras de expansión es prácticamente idéntica, por lo que sus bandas de paso es lógico que coincidan siguiendo el razonamiento visto en el apartado 7.2.

7.4. EFECTO DEL MATERIAL ABSORBENTE

Para este estudio, se han comparado los resultados de cada configuración geométrica con un comportamiento reactivo (líneas continuas), con las mismas configuraciones pero introduciendo un material fonoabsorbente, es decir con un comportamiento disipativo (líneas discontinuas). Los resultados recogidos de dichas comparaciones se presentan a continuación:

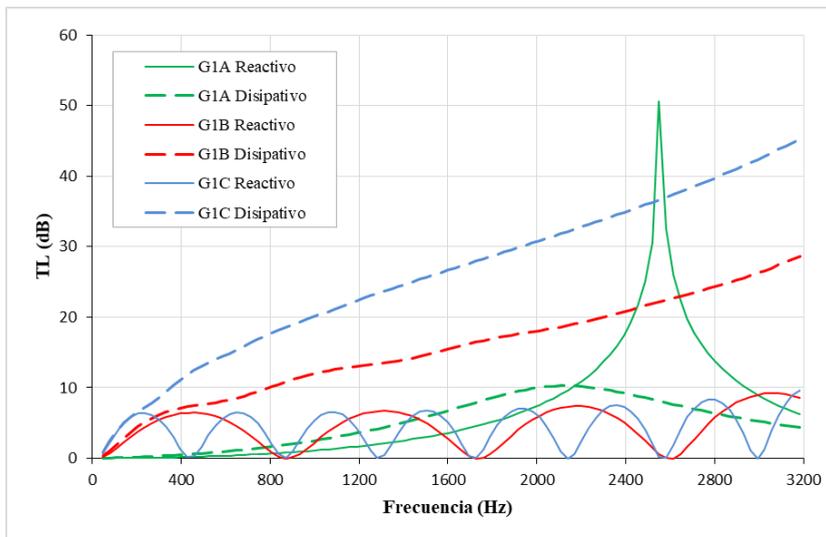


Figura 110. Comparación del TL de la geometría G1 con comportamiento reactivo y disipativo.

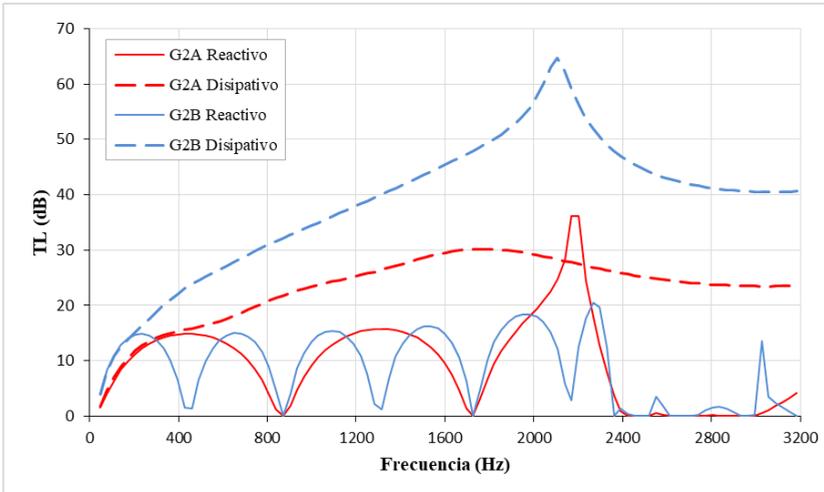


Figura 111. Comparación del TL de la geometría G2 con comportamiento reactivo y disipativo.

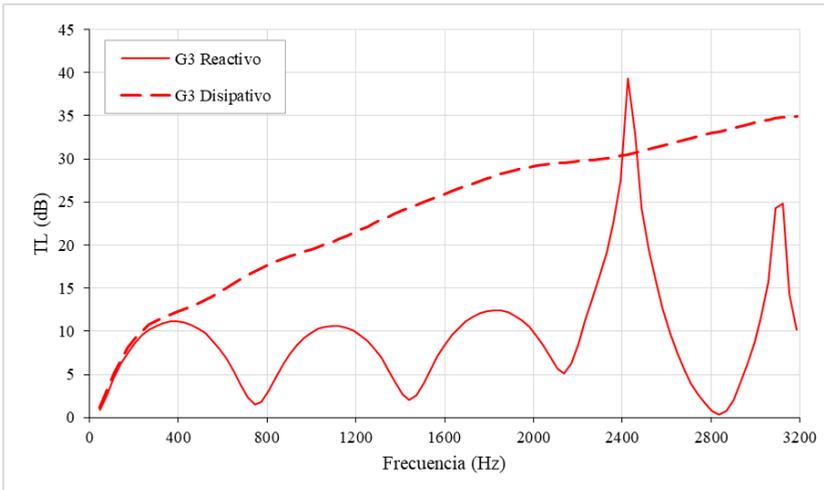


Figura 112. Comparación del TL de la geometría G3 con comportamiento reactivo y disipativo.

Se ha analizado lo que ocurre al introducir un material absorbente en la cámara de expansión de las anteriores configuraciones reactivas y con

los resultados obtenidos de dicho análisis se ha llegado a una serie de conclusiones presentadas a continuación.

La primera variación que se puede observar es que con el material absorbente, los niveles de atenuación acústica aumentan, este aumento del TL es debido a que se puede llegar a atenuar más energía por disipación que por reflexión. Exceptuando la configuración que hace referencia a un silenciador resonador, en todas las configuraciones ha mejorado el TL al introducir material absorbente para todo el rango de frecuencias.

También se puede ver que han desaparecido las cúpulas, este efecto se produce porque el material absorbente se caracteriza por una impedancia compleja. Por lo tanto, se introduce un desfase entre presión y velocidad que provoca que los niveles de atenuación fluctuen menos teniendo un TL más constante.

En la *figura 110*, donde no se presenta ningún colapso del silenciador dentro del rango de frecuencias estudiado, se puede apreciar que la tendencia del TL presenta una pendiente positiva. Se puede concluir por tanto que el nivel de disipación acústica es mayor en función que aumenta la frecuencia de la señal sonora. La explicación física para este fenómeno es que al aumentar la frecuencia de la onda sonora incipiente en el material absorbente, se produce una mayor disipación de energía debida al aumento de fricción viscosa entre el fluido y la superficie específica del material.

Por último, en base a las gráficas plasmadas en las *figuras 110 y 111*, donde se comparan las diferentes longitudes de cámara de las geometrías $G1$ y $G2$, se ha analizado el comportamiento del TL con diferentes longitudes de cámara. A partir de esta comparación se puede concluir que a mayor longitud de la cámara de expansión, se produce un aumento del nivel de disipación sonora. Este efecto se produce debido a la presencia de una mayor cantidad de material absorbente en dichas cámaras, gracias a que presentan un mayor volumen interior para alojarlo.

7.5. EFECTO DE LA INTRODUCCIÓN DE LA SUPERFICIE PERFORADA

El uso de materiales absorbentes en los sistemas de escape de vehículos ha presentado algunos problemas asociados con la degradación de sus propiedades con el tiempo provocada por las altas temperaturas que deben soportar y el ensuciamiento provocado por las partículas procedentes de los gases de escape provenientes del motor. Además, cabe considerar problemas de pérdida o desprendimiento del material absorbente a causa del arrastre sufrido por el flujo de gas.

Para reducir el efecto de estos problemas se utilizan superficies perforadas y forman parte fundamental de los silenciadores utilizados en los motores de automóviles. Generalmente los conductos perforados consisten en un número de pequeños orificios colocados bastante cerca unos de otros. Los tubos perforados proporcionan rigidez al silenciador y además, guían el flujo, evitan el arrastre o desprendimiento del material absorbente debido al flujo de los gases, sirven como apoyo para el material absorbente, mejoran la calidad del ruido generado en los cambios bruscos de sección y, en algunos casos, aumentan la atenuación. También desde el punto de vista acústico el efecto más significativo es aumentar la reactancia, o parte imaginaria, de la impedancia acústica de la superficie debido a la circulación de aire a través de los orificios [5].

El efecto de la presencia de este componente en la capacidad del silenciador de atenuar los sonidos, se analiza en este apartado comparando los cuatro estudios realizados para cada configuración geométrica posible.

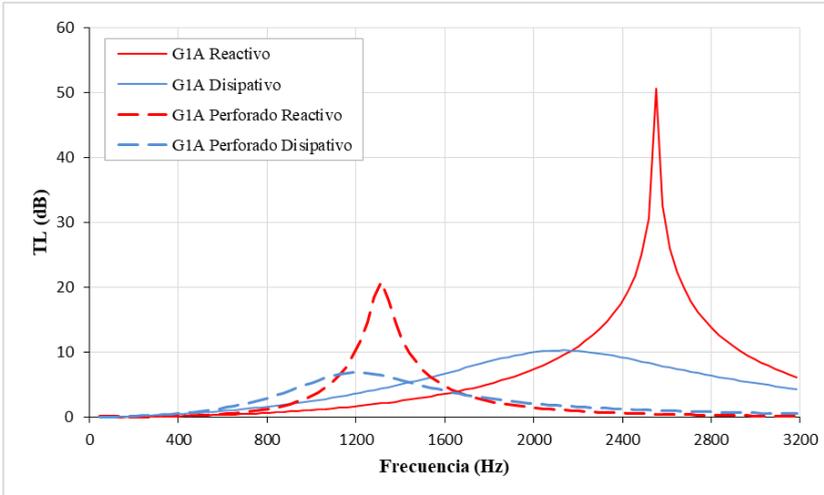


Figura 113. Comparación del TL de la geometría G1A en modo reactivo y disipativo, teniendo en cuenta la superficie perforada.

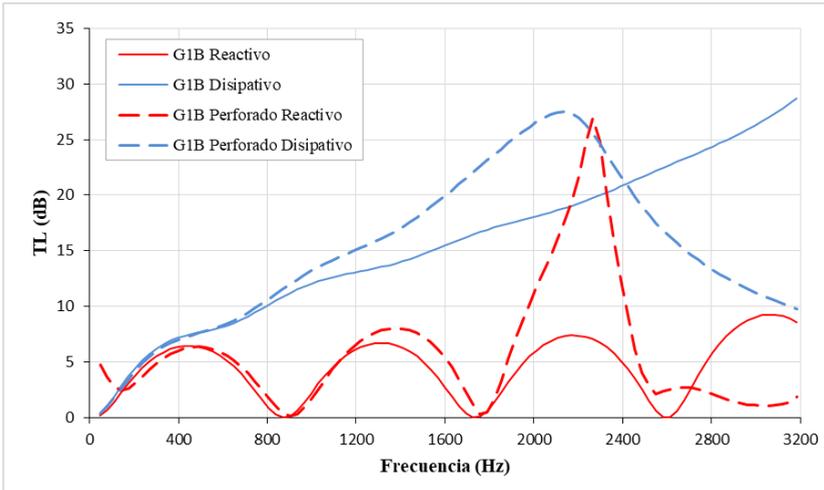


Figura 114. Comparación del TL de la geometría G1B en modo reactivo y disipativo, teniendo en cuenta la superficie perforada.

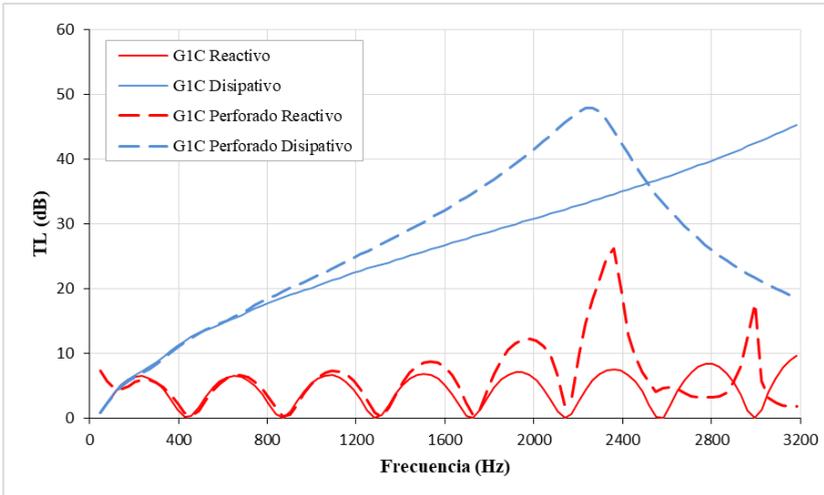


Figura 115. Comparación del TL de la geometría G1C en modo reactivo y disipativo, teniendo en cuenta la superficie perforada.

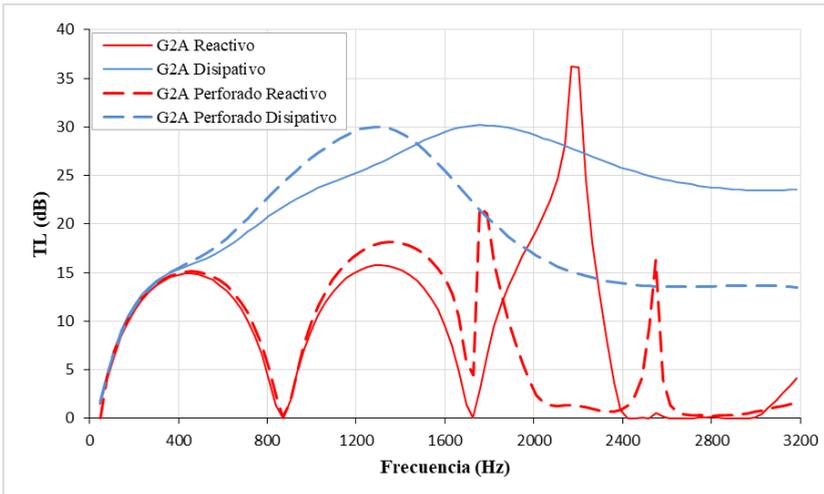


Figura 116. Comparación del TL de la geometría G2A en modo reactivo y disipativo, teniendo en cuenta la superficie perforada.

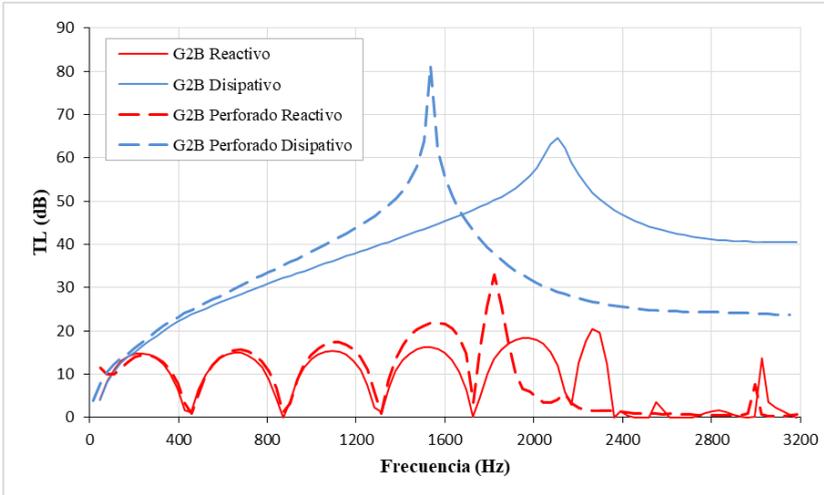


Figura 117. Comparación del TL de la geometría G2B en modo reactivo y disipativo, teniendo en cuenta la superficie perforada.

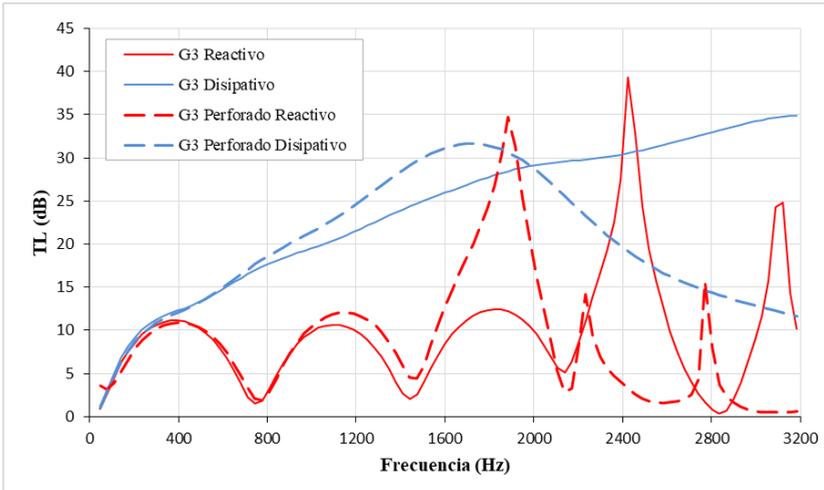


Figura 118. Comparación del TL de la geometría G3 en modo reactivo y disipativo, teniendo en cuenta la superficie perforada.

A partir de las graficas mostradas anteriormente, se puede comprobar que se produce un mejor comportamiento del silenciador perforado a

frecuencias medias. A frecuencias bajas (hasta 800 Hz), el efecto del perforado es prácticamente imperceptible, aunque mejora levemente la atenuación. Sin embargo, para altas frecuencias, el efecto del perforado empeora el comportamiento del silenciador, siendo mejor en muchos el comportamiento sin perforado.

Esta mejora en la atenuación para frecuencias bajas y medias es debido a que el tubo perforado aumenta la reactancia, o parte imaginaria, de la impedancia acústica de la superficie debido a la circulación de aire a través de los orificios y en este rango de frecuencias es donde la atenuación del silenciador está dictada principalmente por fenómenos reactivos.

El empeoramiento del comportamiento de los silenciadores con perforado tienen una explicación física. Cuando la frecuencia de la onda sonora es demasiado elevada, la impedancia acústica del conducto perforado es muy elevada y dicha onda no es capaz de propagarse a través de los orificios de la superficie perforada y penetrar en la cámara externa, de manera que no se aprovecha la presencia de material absorbente. Este fenómeno provoca el colapso del silenciador, donde el flujo de energía acústica pasa directamente a través del conducto de escape, sin llegar a propagarse por la cámara de expansión, y por lo tanto su comportamiento se asemeja al de un conducto de diámetro constante. Este efecto se puede apreciar de manera significativa en las *figuras 114 y 115*.

7.6. INCOHERENCIA FÍSICA EN LOS RESULTADOS DEL PERFORADO

En las gráficas presentadas en el apartado anterior, aparece en el rango de frecuencias más próximo al origen de coordenadas, un comportamiento de los silenciadores con superficie perforada que no tiene un sentido físico. Aparentemente, los silenciadores con perforado presentan un nivel de atenuación considerable entorno a la frecuencia nula. Una onda de frecuencia nula no puede considerarse una onda por la propia definición de esta, matemáticamente este caso debería de



ofrecer un resultado de TL igual a cero, tal y como pasa en los otros estudios.

Con el objetivo de encontrar una razón coherente a este suceso, se ha realizado un análisis de dicho efecto. La conclusión de este análisis es que el problema reside en la forma que tiene ANSYS Workbench de definir las superficies perforadas. Este software introduce una impedancia compleja que relaciona los valores de presión y velocidad en dos caras de un mismo sólido. Esta impedancia ha sido calculada a partir de las ecuaciones (2.83) y (2.84), que corresponden al comportamiento de una placa perforada. Sin embargo en este caso, la superficie perforada es un tubo y no una placa. Por lo tanto, se está considerando el efecto del perforado en un cuerpo tubular de un espesor finito en lugar de en una placa. Definir las propiedades de un tubo perforado cuando el programa supone que es una placa trae consigo un error en las superficies conectadas, ya que el área en ambas caras de una placa es idéntica, al contrario que en un tubo donde el área exterior es mayor que el área interior. Este hecho supone que no se cumpla la ecuación de continuidad ecuación (2.46) ya que:

$$\overline{u}_1 \cdot S_1 \neq \overline{u}_2 \cdot S_2 \quad \text{siendo } S_2 > S_1 \quad (7.4)$$

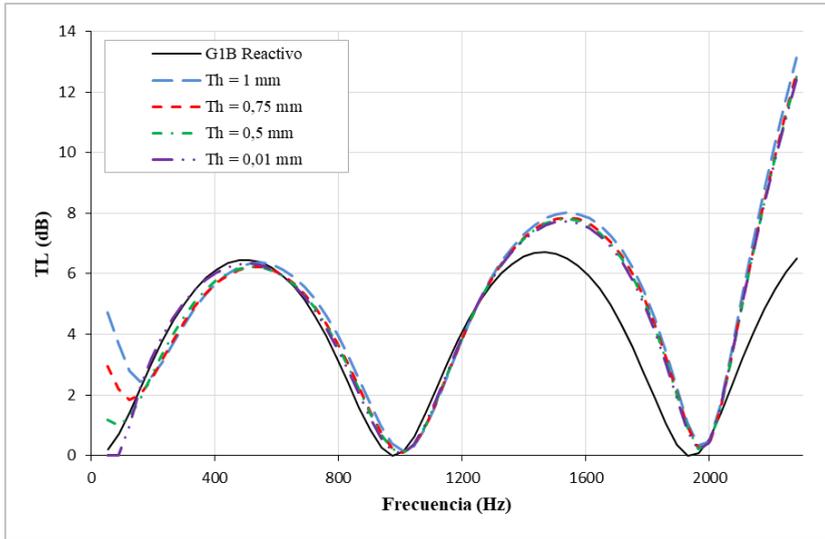


Figura 119. Análisis de la influencia del espesor de la superficie perforada en MEF.

En la gráfica de la *figura 119* se muestran los resultados de varios análisis, de la configuración G1B con comportamiento reactivo, generados a partir de diferentes espesores de la superficie perforada. Se puede observar cómo los niveles del TL tienden a cero cuando el valor del espesor tiende a cero. Este comportamiento corrobora la hipótesis planteada, ya que al reducir el espesor, la diferencia entre el área de ambos lados del tubo tiende a desaparecer. En el caso de poder generar un sólido con un espesor nulo donde ambas caras se solapasen en el mismo lugar geométrico, el error desaparecería.

Ya que este error solo afecta a la región de frecuencias más próxima al origen, se seguirán aceptando los resultados obtenidos en el apartado anterior con un espesor de 1 mm, a pesar de saber que el comportamiento descrito en frecuencias cercanas a cero es erróneo. En la *figura 119*, se puede observar que el comportamiento acústico para el resto de frecuencias coincide con un grado de exactitud adecuado entre los diferentes valores del espesor. Por lo tanto, se asumirá el error en las frecuencias más bajas para evitar generar otro error, debido a que aparezca un elemento de dimensiones muy inferiores al resto de dimensiones del modelo mallado en ANSYS Workbench.





Capítulo 8
CONCLUSIONES



8.1. CONCLUSIONES

Para finalizar este Trabajo Fin de Máster, se enumeran aquí todas las conclusiones obtenidas a raíz de su realización:

- Se ha logrado desarrollar e implementar una metodología que permite simular el comportamiento acústico de diferentes configuraciones de silenciadores de escape (tanto reactivos como disipativos) en *Ansys Workbench V19.0*. Adicionalmente, se ha parametrizado el modelo generado por elementos finitos, de tal modo que se puede conseguir un método de análisis rápido, eficaz y sencillo con el fin de poder analizar diferentes configuraciones del modo más eficiente posible.
- Se le ha dado validez a los resultados de la atenuación acústica obtenidos para cada una de las configuraciones propuestas. Para comprobar la bondad de estos resultados obtenidos mediante MEF, se ha realizado una comparación con los valores obtenidos a raíz de un cálculo analítico del *TL* de los diferentes casos a estudio, y a su vez, también se ha validado el análisis a partir de una comprobación experimental de algunas de las geometrías analizadas. Gracias a estas validaciones, se puede considerar la metodología definida para este modelo acústico de elementos finitos, apta para simular el comportamiento de otras configuraciones de silenciadores.
- La validación analítica se ha realizado a partir de programas propios desarrollados en Matlab y Mathcad en el marco de varios proyectos de investigación. La comparativa de resultados muestra un grado de precisión muy bueno entre los valores obtenidos mediante MEF y los analíticos, siendo la desviación máxima entre ellos menor del 5%. En cuanto a la validación experimental, se ha verificado que los análisis realizados con el software de trabajo, predicen de manera precisa el comportamiento real del nivel de atenuación de los silenciadores analizados. En esta validación se han analizado a su vez las discrepancias entre el modelo acústico lineal asumido para los cálculos en este proyecto, y el comportamiento real de la propagación del sonido en el interior del silenciador. Se ha concluido finalmente que el nivel de atenuación real es, de manera sistemática, ligeramente superior a la

calculada mediante MEF, este fenómeno se debe principalmente a los efectos disipativos de la viscosidad del fluido que no se tienen en cuenta en el modelo lineal.

- Se ha realizado un análisis detallado del comportamiento del TL en un silenciador en función de sus parámetros de diseño, estudio del que se han sacado varias conclusiones. La longitud de la cámara de expansión provoca que se generen un mayor número de cúpulas ya que en una mayor longitud de cámara, caben un mayor número de longitudes de onda. Sin embargo, cuando la longitud de la cámara es demasiado corta, el silenciador pasa a tener un comportamiento resonador. La relación de diámetros de la cámara de expansión y del conducto, influye en el valor máximo de atenuación de las cúpulas, obteniendo un TL mayor cuando la diferencia entre diámetros es mayor. La introducción de material fonoabsorbente en la cámara de expansión, supone un aumento de la atenuación acústica, a medias y altas frecuencias, producida por la disipación de la energía de la onda sonora. Esta disipación se produce gracias a la fricción viscosa del fluido en contacto con la superficie específica del material absorbente (usualmente de tipo fibroso). Las pérdidas de energía acústica debidas al material fonoabsorbente tienden a aumentar cuando la frecuencia de la onda sonora es mayor. Para poder introducir el material absorbente sin obstruir el conducto de salida de los gases, se utilizan superficies perforadas que confinan el material en la cámara de expansión. La introducción de estos elementos provoca una impedancia extra que puede traducirse en un aumento del nivel de atenuación. La impedancia del conducto perforado es compleja y depende de la frecuencia, aumentando su valor a frecuencias más altas. Sin embargo, cuando la frecuencia de la onda sonora es demasiado elevada, la impedancia del conducto perforado tiende a aumentar tanto que impide el paso de la energía acústica a través de él. Por lo tanto, el silenciador colapsa comportándose como si fuera únicamente un conducto sin cámara de expansión, disminuyendo drásticamente el valor del TL .

Tras utilizar y analizar el programa Ansys Workbench V19.0, se puede concluir que el módulo de acústica consigue resultados precisos del comportamiento acústico de diferentes configuraciones de silenciadores. Además, es un programa moderno, intuitivo, versátil,



fácil de usar, que permite diseñar el problema en el mismo programa, calcular el resultado y tratar los datos obtenidos sin necesidad de programas auxiliares. También permite parametrizar los modelos de tal manera que se pueden realizar modificaciones fáciles de los datos del programa para simular configuraciones similares con rapidez. Adicionalmente, permite importar datos tabulados para caracterizar las propiedades del material o la impedancia del perforado, hecho que ayuda a simplificar el proceso de configuración de las condiciones necesarias para el análisis. Sin embargo, también se presentan una serie de dificultades o limitaciones dentro de este módulo. El módulo acústico, solo permite realizar análisis tridimensionales, lo que supone un coste computacional muy elevado comparado a un análisis bidimensional que sería suficiente ya que se han estudiado problemas axisimétricos. Otra limitación que presenta el programa es la definición de superficies perforadas, como se ha visto en el capítulo anterior, el programa obliga a generar un tercer cuerpo para definir el perforado, esto provoca que la impedancia calculada para placas perforadas no funcione de manera adecuada en un tubo perforado debido a que las áreas entre sus dos caras no son iguales. Este error provoca comportamientos ilógicos en el rango de frecuencias cercano al origen.

Para finalizar el capítulo de conclusiones, se resaltan un par de desarrollos futuros que se podrían llevar a cabo tomando de base el trabajo desarrollado aquí. En primer lugar, se puede evaluar el efecto de la presencia de un campo de temperaturas con valores variables a lo largo del conducto de salida de los gases de escape del motor. En segundo lugar, se pueden implementar otros tipos de configuraciones para el análisis de la atenuación acústica como por ejemplo: silenciadores con conductos descentrados, silenciadores con conductos extendidos, silenciadores con más de una cámara de expansión o silenciadores donde se combinen zonas con absorbente y zonas sin él.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] G. Munuera, *Técnicas avanzadas de medida en intensimetría acústica para la caracterización de materiales aislantes*. Tesis doctoral, Universidad Politécnica de Cartagena (2008).
- [2] S.Ziaran. *Physical methods, instrument and measurements- Vol. II - Acoustics and Acoustic Measurement*. Slovak University of Technology, Bratislava, Eslovaquia (2005).
- [3] El legado tóxico de la Revolución Industrial. (1 de Julio de 2012). *BBC News*. Recuperado de www.bbc.com/mundo/noticias/2012/07/120626_ingles_revolucion_industrial_contaminacion_lp
- [4] S.A., Guía divulgativa de la ordenanza municipal de protección contra la contaminación acústica del ayuntamiento de Valencia. Ajuntament de València, Valencia. Recuperado de <http://www.valencia.es/ayuntamiento/OrdenanzaRuido.nsf>
- [5] J. Bresó, *Modelado y análisis de la influencia del gradiente de temperatura en silenciadores de escape disipativos mediante elementos finitos*. Trabajo Fin de Máster, Universitat Politècnica de València (2017).
- [6] F.D. Denia, J. Albelda, F.J. Fuenmayor, A.J. Torregrosa, Acoustic behaviour of elliptical chamber mufflers. *Journal of Sound and Vibration* 241, 401-421 (2001).
- [7] A. Selamet, F.D. Denia, A.J. Besa, Acoustic behavior of circular dual-chamber mufflers. *Journal of Sound and Vibration* 265, 967-985 (2003).
- [8] F.D. Denia, A. Selamet, F.J. Fuenmayor, R. Kirby, Acoustic attenuation performance of perforated dissipative mufflers

with empty inlet/outlet extensions. *Journal of Sound and Vibration* 302, 1000-1017 (2007).

- [9] R. Kirby, F.D. Denia, Analytic mode matching for a circular dissipative silencer containing mean flow and a perforated pipe. *Journal of the Acoustical Society of America* 122, 3471-3482 (2007).
- [10] F.D. Denia, A. Selamet, M.J. Martínez, F.J. Fuenmayor, Sound attenuation of a circular multi-chamber hybrid muffler. *Noise Control Engineering Journal* 56, 356-364 (2008).
- [11] F.D. Denia, A.G. Antebas, A. Selamet, A.M. Pedrosa, Acoustic characteristics of circular dissipative reversing chamber mufflers. *Noise Control Engineering Journal* 59, 234-246 (2011).
- [12] A.G. Antebas, F.D. Denia, A.M. Pedrosa, F.J. Fuenmayor, A finite element approach for the acoustic modeling of perforated dissipative mufflers with non-homogeneous properties. *Mathematical and Computer Modelling* 57, 1970-1978 (2013).
- [13] E.M. Sánchez-Orgaz, F.D. Denia, J. Martínez-Casas, L. Baeza, 3D acoustic modelling of dissipative silencers with nonhomogeneous properties and mean flow. *Advances in Mechanical Engineering* 6, 537935 (2014).
- [14] F.D. Denia, E.M. Sánchez-Orgaz, J. Martínez-Casas, R. Kirby, Finite element based acoustic analysis of dissipative silencers with high temperature and thermal-induced heterogeneity. *Finite Elements in Analysis and Design* 101, 46-57 (2015).
- [15] F.J. Fuenmayor, F.D. Denia, J. Albelda, E. Giner, H-adaptive refinement strategy for acoustic problems with a set of

- natural frequencies. *Journal of sound and vibration* 255, 457-479 (2002).
- [16] O.C. Zienkiewicz, R.L. Taylor, J.Z. Zhu, *The Finite Element Method: its basis and fundamentals*. Ed. Elsevier (2005).
- [17] J. Albelda, F.D. Denia, F.J. Fuenmayor, M.J. Martínez, A transversal substructuring modal method for the acoustic analysis of dissipative mufflers with mean flow. *Journal of the Acoustical Society of America* 123, 3534 (2008).
- [18] J. Albelda, F.D. Denia, M.I. Torres, F.J. Fuenmayor, A transversal substructuring mode matching method applied to the acoustic analysis of dissipative mufflers. *Journal of Sound and Vibration* 303, 614-631 (2007).
- [19] F.D. Denia, E.M. Sánchez-Orgaz, L. Baeza, R. Kirby, Point collocation scheme in silencers with temperature gradient and mean flow. *Journal of Computational and Applied Mathematics* 291, 127-141 (2016).
- [20] F.D. Denia, J. Martínez-Casas, L. Baeza, F.J. Fuenmayor, Acoustic modelling of exhaust devices with nonconforming finite element meshes and transfer matrices. *Applied Acoustics* 73, 713-722 (2012).
- [21] F.D. Denia, A.G. Antebas, R. Kirby, F.J. Fuenmayor, Multidimensional acoustic modelling of catalytic converters. *Proceedings of the 16th International Congress on Sound and Vibration, Krakow, 2009*.
- [22] F.D. Denia, L. Baeza, R. Kirby, A. Selamet, A multidimensional analytical study of sound attenuation in catalytic converters. *Proceedings of the Inter-noise 2010, 39th International Congress and Exposition on Noise Control Engineering, Lisbon, 2010*.



- [23] F.D. Denia, J. Martínez-Casas, J. Carballeira, E. Nadal, F.J. Fuenmayor, Computational performance of analytical methods for the acoustic modelling of automotive exhaust devices incorporating monoliths. *Journal of Computational and Applied Mathematics* 330, 995-1006 (2018).
- [24] A.J. Torregrosa, A. Gil, L.M. García-Cuevas, P. Quintero, F.D. Denia, Prediction of the transmission loss in a flexible chamber. *Journal of Fluids and Structures* 82, 134-153 (2018).
- [25] E.M. Sánchez-Orgaz, F.D. Denia, L. Baeza, R. Kirby, Numerical mode matching for sound propagation in silencers with granular material. *Journal of Computational and Applied Mathematics* 350, 233-2466 (2019).
- [26] M.J. Martínez, *Modelado analítico-numérico y caracterización experimental de silenciadores de escape híbridos*. Tesis Doctoral, Universitat Politècnica de València (2010).
- [27] A.M. Pedrosa, *Desarrollo de herramientas experimentales para la caracterización acústica de silenciadores en presencia de flujo medio*. Tesis Doctoral, Universitat Politècnica de València (2015).
- [28] T.V. Esquerdo, *Desarrollo de modelos de comportamiento acústico y caracterización experimental de materiales elaborados con aligerantes para la construcción. Aplicación a sistemas de control de ruido*. Tesis Doctoral, Universitat Politècnica de València (2015).
- [29] A.J. Torregrosa, A. Broatch, T. Fernández, F.D. Denia, Description and measurement of the acoustic characteristics of two-tailpipe mufflers. *The Journal of the Acoustical Society of America* 119, 723-728 (2006).
- [30] Borja Aragón Ramón. *Desarrollo de un sistema de adquisición de datos y tratamiento de señal para un banco*

experimental de ensayos acústicos. Trabajo Fin de Máster, Universitat Politècnica de València (2018).

- [31] X. Morandeira, *Implementación de un sistema de adquisición de datos y tratamiento de señal para un banco experimental de ensayos de caracterización acústica*. Trabajo Fin de Máster, Universitat Politècnica de València (En desarrollo).
- [32] A. Selamet, P.M. Radavich, The effect of length on the acoustic attenuation performance of concentric expansion chambers: an analytical, computational, and experimental investigation. *Journal of Sound and Vibration*, 201, 407-426, (1997).
- [33] A.M. Pedrosa, F.D. Denia, A.J. Besa, F.J. Fuenmayor, A two source method with simultaneous excitation for the acoustic characterization of exhaust systems with mean flow. *INTER-NOISE and NOISE-CON Congress and Conference Proceedings*, 247, 4, 3783-3790 (2015).
- [34] F.D. Denia (curso 2017/2018). *Tema 1. La ecuación de ondas*. Apuntes de la asignatura “Acústica y control de ruido”. Universitat politècnica de València.
- [35] Michael Carley. Some notes on acoustic. *What is sound?*, pag 5.
- [36] Michael Möser y José Luis Barros. *Ingeniería acústica. Teoría y aplicaciones*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg (2009).
- [37] V.J. Tato, *Desarrollo e implementación en Comsol de una metodología completa de modelado y simulación acústica de silenciadores disipativos de vehículos con superficies perforadas, microperforadas y sinterizadas*. Trabajo Fin de Máster, Universitat Politècnica de València (2016).

- [38] F.D. Denia (curso 2017/2018). *Tema 2. Fenómenos de propagación*. Apuntes de la asignatura “Acústica y control de ruido”. Universitat politècnica de València.
- [39] M. L. Munjal, *Acoustic of Ducts and Mufflers*. John Wiley & Sons, Nueva York (1987).
- [40] F.D. Denia, *Modelado del comportamiento acústico de silenciadores de escape mediante técnicas analíticas y el método de elementos finitos*. Tesis Doctoral, Universitat Politècnica de València (2004).
- [41] W.F. Hughes, E.W. Gaylord, *Ecuaciones básicas de las Ciencias de la Ingeniería*. McGraw-Hill, México (1971).
- [42] Y.H. Kim, D.B Yoon, An experimental study of the acoustic characteristics of perforated pipe in terms of wavenumber and porosity. *Journal of Sound and Vibration*, 183, 115-127, (1995).
- [43] J.D. Mohedano, *Desarrollo e implementación de herramientas numéricas basadas en ANSYS para la simulación acústica de dispositivos de control de ruido en vehículos. Aplicación a silenciadores de escape reactivos*. Trabajo Fin de Máster, Universitat Politècnica de València (2016).
- [44] Sharcnet. Help about Ansys Workbench. Recuperado de https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/en-us/help/ans_acous/acous_intro_overview.html
- [45] T.H. Impedance tube for precision-measurement of acoustic impedance and insertion loss at high sound pressure levels. *Journal of Sound and Vibration*, 28, 23-54, (1973).
- [46] Ansys Workbench User’s Guide, 16.2.3. Recuperado de www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/en-us/help/wb2_help/wb2_help.html

ANEXO I. Cálculo de las propiedades del material absorbente.

El objetivo de este anexo es explicar el cálculo que se ha llevado a cabo para obtener las características del material absorbente colocado en la cámara de expansión. Además, se explicará como disponer de los datos calculados en la forma adecuada para poder introducirlos correctamente en el programa.

Los datos requeridos para caracterizar el comportamiento acústico de un material fonoabsorbente en Ansys Workbench, se aportan a partir de una tabla que contiene cinco columnas, la primera columna presenta los valores de la frecuencia, las dos siguientes el valor real e imaginario de la velocidad del sonido equivalente en el absorbente, y las otras dos columnas, el valor real e imaginario de la densidad equivalente del absorbente. Para caracterizar el material en todo el rango de trabajo, estas variables se calculan para cada frecuencia de 32 a 3200 Hz utilizando un incremento de 32 Hz.

Para realizar el cálculo de estas variables se puede utilizar cualquier programa de cálculo matemático. En este trabajo, se ha usado una hoja de cálculo en Excel.

Para poder calcular la velocidad del sonido y la densidad equivalentes del absorbente, se deben de obtener en primer lugar los valores de la impedancia y el número de onda absorbentes. Las expresiones que se han utilizado en este trabajo para calcular dichas variables son las expuestas en el apartado 2.7.2., que se presentan nuevamente a continuación:

$$Z_{abs} = Z_0 \left[1 + a_5 \left(\frac{\rho_0 f}{R_{flujo}} \right)^{a_6} - j a_7 \left(\frac{\rho_0 f}{R_{flujo}} \right)^{a_8} \right]$$

$$k_{abs} = k_0 \left[1 + a_3 \left(\frac{\rho_0 f}{R_{flujo}} \right)^{a_4} - j a_1 \left(\frac{\rho_0 f}{R_{flujo}} \right)^{a_2} \right]$$

Los datos necesarios para calcular estas variables, son la velocidad del sonido en el aire que fluye por el interior del material, $c_0=340 \text{ m/s}$, la densidad del aire, $\rho_0 = 1,225\text{kg/m}^3$, la resistividad del absorbente, $R_{\text{fujio}}= 4896 \text{ rayl/m}$, y los coeficientes correspondientes a la fibra texturizada:

	Fibra texturizada
a_1	0.189
a_2	-0.595
a_3	0.160
a_4	-0.577
a_5	0.095
a_6	-0.754
a_7	0.085
a_8	-0.732

Introduciendo los datos en las expresiones de la impedancia y el número de onda se obtiene:

$$Z_{abs} = 416,5 \left[1 + 0,095 \left(\frac{1,225f}{4896} \right)^{-0,754} - j 0,085 \left(\frac{1,225f}{4896} \right)^{-0,732} \right]$$

$$k_{abs} = \frac{2\pi f}{340} \left[1 + 0,160 \left(\frac{1,225f}{4896} \right)^{-0,577} - j 0,189 \left(\frac{1,225f}{4896} \right)^{-0,595} \right]$$

Como puede verse, las dos variables dependen únicamente de la frecuencia, por lo tanto, se calcula la solución con ayuda de una hoja de Excel resolviendo cada caso con los valores discretos de frecuencias que se han descrito anteriormente. Por último se calculará la velocidad y densidad para cada frecuencia como sigue:

$$Velocidad = C_{abs} = \frac{2\pi f}{K_{abs}(f)} \qquad Densidad = \rho_{abs} = \frac{Z_{abs}(f)}{C_{abs}}$$



Una vez calculados los valores de la velocidad del sonido y la densidad en todo el rango de frecuencias deseado, se exportan los valores en una tabla que se guardará en un document de texto con extension .txt. El documento generado tendrá de nombre “Densidad y velocidad abs.txt” y se compone de cinco columnas con los valores de la frecuencia, el valor real de la densidad, el valor imaginario de la densidad, el valor real de la velocidad y el valor imaginario de la velocidad, respectivamente. De esta forma, se podrán introducir los datos necesarios para caracterizar el material absorbente en Ansys Workbench tal y como se ha visto en el apartado 5.4.

ANEXO II. Cálculo de la impedancia de la placa perforada.

El objetivo de este anexo es explicar el cálculo que se ha llevado a cabo para obtener la impedancia de la superficie perforada colocada en la cámara de expansión. Además, se explicará como disponer de los datos calculados en la forma adecuada para poder introducirlos correctamente en el programa.

Para poder introducir el efecto de la superficie perforada en Ansys Workbench, se debe cumplir la condición de que las superficies seleccionadas correspondientes a la entrada y salida de la superficie perforada, pertenezcan a un mismo sólido. Para implementar el efecto de la superficie perforada en el programa, será necesario proporcionar su admitancia, es decir, la inversa de su impedancia. Ansys Workbench define la admitancia entre las caras de dos sets de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} V_{n1} \\ V_{n2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix}$$

- V_{n1} = Velocidad normal en los nodos de la 1º cara o en el lado positivo del elemento seleccionado.
- V_{n2} = Velocidad normal en los nodos de la 2º cara o en el lado positivo del elemento seleccionado.
- P_1 = Presión en los nodos de la 1º cara o en el lado positivo del elemento seleccionado.
- P_2 = Presión en los nodos de la 2º cara o en el lado positivo del elemento seleccionado.
- $Y_{11}, Y_{12}, Y_{21}, Y_{22}$ = Coeficientes de admitancias (nº complejo).
- α_1, α_2 = Coeficientes de término fuente (nº complejo).

Los valores de Y_{11} e Y_{22} , corresponden a la inversa de la impedancia del perforado ($1/Z_p$). Y los valores de Y_{12} e Y_{21} , corresponden a la inversa de la impedancia del perforado con valor negativo ($-1/Z_p$). Los

coeficientes de término fuente son nulos. En este anexo se mostrara el proceso de cálculo de la admitancia característica de la superficie perforada, para el rango de frecuencias donde trabajará el silenciador, en este caso de 32 a 3200 Hz.

Para calcular la impedancia de la superficie perforada, hay que diferenciar entre el caso donde se cuenta con la presencia de material absorbente en la cámara de expansión, y el caso en el que el silenciador está vacío. Para realizar el cálculo de estas variables, se puede utilizar cualquier programa de cálculo matemático. En este trabajo, se ha usado una hoja de cálculo en Excel.

Las características básicas que definen el comportamiento de una placa perforada, son la porosidad (σ), el diámetro del agujero (d_h) y espesor de placa (t_h). Para este caso de perforado, se definirían las variables siguientes:

c_0	ρ_0	d_h	t_h	σ
340 m/s	1,225 kg/m ³	0.0035m	0.001m	0.10

Sustituyendo estos datos en la expresión de la impedancia de una superficie perforada, donde no se tiene en cuenta el efecto del material absorbente, vista en el apartado 2.6.2. se obtiene el siguiente resultado:

$$\begin{aligned} Z_p &= \rho_0 c_0 \frac{1}{\sigma} (6 \cdot 10^{-3} + j k_0 (t_h + 0.75 d_h)) \\ &= 24,99 + j 0,0888 \pi \cdot f \end{aligned}$$

Como se puede ver, la impedancia depende únicamente de la frecuencia de la onda sonora, y su valor se va incrementando en función de esta variable.

Para calcular la impedancia teniendo en cuenta el material fonoabsorbente, se utiliza la siguiente ecuación, tal y como se mostró en el apartado 2.6.2.

$$Z_p = \rho_0 c_0 \frac{1}{\sigma} \left[6 \cdot 10^{-3} + j k_0 \left(t_h + 0.425 \left(1 + \frac{Z_{ab} \cdot k_{ab}}{\rho_0 c_0 k_0} \right) d_h F(\sigma) \right) \right]$$

$$F(\sigma) = 0.5[(1 - 0.7\sqrt{\sigma}) + (1 - 1.41\sqrt{\sigma} + 0.34(\sqrt{\sigma})^3 + 0.07(\sqrt{\sigma})^5)]$$

Sustituyendo los valores de las características del perforado se obtiene:

$$Z_p = 24,99 + j \frac{2\pi \cdot f}{340} \left(0,001 + 10^{-3} \left(1 + \frac{Z_{abs} \cdot k_{abs}}{2,45 \pi \cdot f} \right) \right)$$

Siendo Z_{ab} y k_{ab} la impedancia y el número de onda del material absorbente, calculados en el Anexo I.

Una vez calculados los valores de la impedancia en todo el rango de frecuencias, se calcula su inversa y se expresa el resultado en una tabla con las siguientes columnas: frecuencia (f), Y_{11} Real, Y_{11} Imaginario, Y_{12} Real, Y_{12} Imaginario, Y_{21} Real, Y_{21} Imaginario, Y_{22} Real, Y_{22} Imaginario. Este tabla se exporta en un fichero de texto con el nombre “Matriz admitancia.txt” para posteriormente importarla en el programa como se explica en el apartado 5.5.

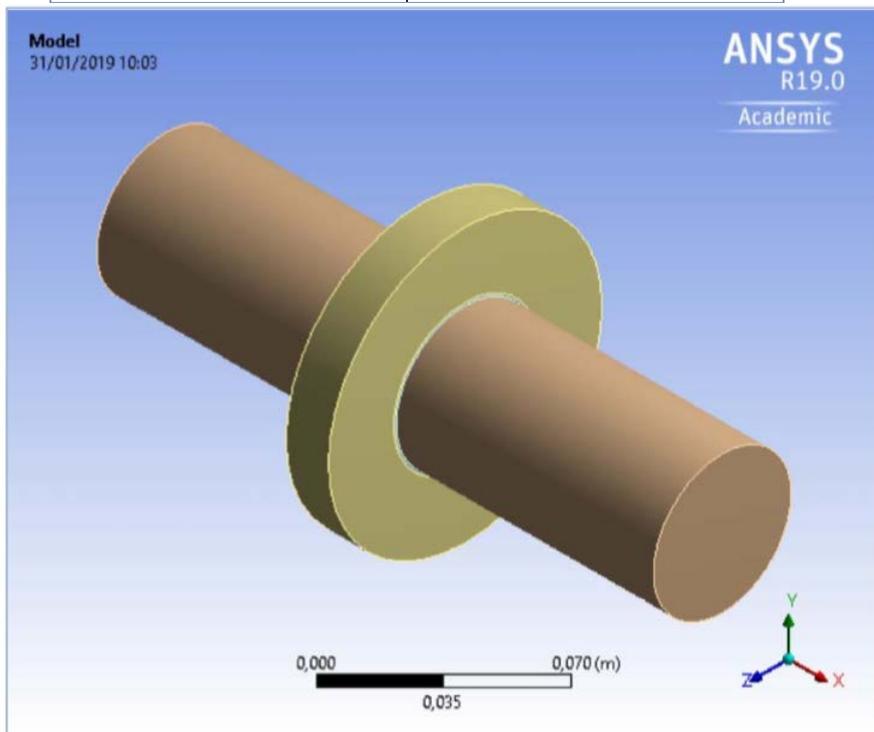


ANEXO III. Informe del análisis acústico generado por Ansys Workbench.



Project

First Saved	Tuesday, January 22, 2019
Last Saved	Wednesday, January 30, 2019
Product Version	19.0 Release
Save Project Before Solution	No
Save Project After Solution	No



Contents

- Units
- Model (B4)
 - Geometry
 - Parts
 - Coordinate Systems
 - Connections
 - Contacts
 - Contact Regions
 - Mesh
 - Mesh Controls
 - Harmonic Acoustics (B5)
 - Pre-Stress/Modal (None)
 - Analysis Settings
 - Acoustics Region
 - Loads
 - Solution (B6)
 - Solution Information
 - Transmission Loss
- Material Data
 - Aire

Units

TABLE 1

Unit System	Metric (m, kg, N, s, V, A) Degrees rad/s Celsius
Angle	Degrees
Rotational Velocity	rad/s
Temperature	Celsius

Model (B4)

Geometry

TABLE 2
Model (B4) > Geometry

Object Name	Geometry
State	Fully Defined

Definition	
Source	C:\Users\Javi Munuera\Desktop\Estudio MEF\Análisis MEF\Reactivos_files\dp0\Geom\DM\Geom.agdb
Type	DesignModeler
Length Unit	Meters
Element Control	Program Controlled
Display Style	Body Color
Bounding Box	
Length X	0,2165 m
Length Y	0,1064 m
Length Z	0,1064 m
Properties	
Volume	5,9799e-004 m ³
Mass	7,3254e-004 kg
Scale Factor Value	1,
Statistics	
Bodies	3
Active Bodies	3
Nodes	5922
Elements	1072
Mesh Metric	None
Basic Geometry Options	
Parameters	Independent
Parameter Key	
Attributes	Yes
Attribute Key	
Named Selections	Yes
Named Selection Key	
Material Properties	Yes
Advanced Geometry Options	
Use Associativity	Yes

Coordinate Systems	Yes
Coordinate System Key	
Reader Mode Saves Updated File	No
Use Instances	Yes
Smart CAD Update	Yes
Compare Parts On Update	No
Analysis Type	3-D
Decompose Disjoint Geometry	Yes
Enclosure and Symmetry Processing	Yes

TABLE 3
Model (B4) > Geometry >
Parts

Object Name	<i>Solid</i>	<i>Solid</i>	<i>Solid</i>
State	Meshed		
Graphics Properties			
Visible	Yes		
Transparency	1		
Definition			
Suppressed	No		
Stiffness Behavior	Flexible		
Coordinate System	Default Coordinate System		
Reference Temperature	By Environment		
Behavior	None		
Material			
Assignment	Aire		
Nonlinear Effects	Yes		

Thermal Strain Effects	Yes		
Bounding Box			
Length X	0,2165 m	1,65e-002 m	
Length Y	5,36e-002 m	5,56e-002 m	0,1064 m
Length Z	5,36e-002 m	5,56e-002 m	0,1064 m
Properties			
Volume	4,8851e-004 m ³	2,8303e-006 m ³	1,0665e-004 m ³
Mass	5,9843e-004 kg	3,4671e-006 kg	1,3064e-004 kg
Centroid X	0,10825 m		
Centroid Y	-2,5869e-019 m	-3,525e-018 m	-1,3183e-018 m
Centroid Z	-3,6307e-020 m	-7,3943e-018 m	5,9169e-019 m
Moment of Inertia Ip1	2,1274e-007 kg·m ²	2,5587e-009 kg·m ²	2,3347e-007 kg·m ²
Moment of Inertia Ip2	2,432e-006 kg·m ²	1,3576e-009 kg·m ²	1,1969e-007 kg·m ²
Moment of Inertia Ip3	2,432e-006 kg·m ²	1,3576e-009 kg·m ²	1,1969e-007 kg·m ²
Statistics			
Nodes	4047	1155	720
Elements	836	140	96
Mesh Metric	None		

Coordinate Systems

TABLE 4
Model (B4) > Coordinate Systems > Coordinate System

Object Name	<i>Global Coordinate System</i>
State	Fully Defined
Definition	
Type	Cartesian
Coordinate System ID	0,
Origin	
Origin X	0, m
Origin Y	0, m
Origin Z	0, m
Directional Vectors	

X Axis Data	[1, 0, 0,]
Y Axis Data	[0, 1, 0,]
Z Axis Data	[0, 0, 1,]

Connections

TABLE 5

Model (B4) > Connections

Object Name	<i>Connections</i>
State	Fully Defined
Auto Detection	
Generate Automatic Connection On Refresh	Yes
Transparency	
Enabled	Yes

TABLE 6

**Model (B4) > Connections >
Contacts**

Object Name	<i>Contacts</i>
State	Fully Defined
Definition	
Connection Type	Contact
Scope	
Scoping Method	Geometry Selection
Geometry	All Bodies
Auto Detection	
Tolerance Type	Slider
Tolerance Slider	0,
Tolerance Value	6,5914e-004 m
Use Range	No
Face/Face	Yes
Face Overlap Tolerance	Off
Cylindrical Faces	Include
Face/Edge	No
Edge/Edge	No
Priority	Include All
Group By	Bodies
Search Across	Bodies

Statistics	
Connections	2
Active Connections	2

TABLE 7**Model (B4) > Connections > Contacts > Contact Regions**

Object Name	<i>Contact Region</i>	<i>Contact Region 2</i>
State	Fully Defined	
Scope		
Scoping Method	Geometry Selection	
Contact	1 Face	
Target	1 Face	
Contact Bodies	Solid	
Target Bodies	Solid	
Protected	No	
Definition		
Type	Bonded	
Scope Mode	Automatic	
Behavior	Program Controlled	
Suppressed	No	
Advanced		
Formulation	Program Controlled	
Small Sliding	Program Controlled	

Mesh**TABLE 8 Model (B4) > Mesh**

Object Name	<i>Mesh</i>
State	Solved
Display	
Display Style	Body Color
Defaults	
Physics Preference	Mechanical
Relevance	0
Element Order	Program Controlled
Sizing	
Size Function	Adaptive

Relevance Center	Fine
Element Size	1,e-002 m
Mesh Defeaturing	Yes
Defeature Size	Default
Transition	Fast
Initial Size Seed	Assembly
Span Angle Center	Coarse
Bounding Box Diagonal	0,263660 m
Average Surface Area	6,1965e-003 m ²
Minimum Edge Length	0,168390 m
Quality	
Check Mesh Quality	Yes, Errors
Error Limits	Standard Mechanical
Target Quality	Default (0.050000)
Smoothing	Medium
Mesh Metric	None
Inflation	
Use Automatic Inflation	None
Inflation Option	Smooth Transition
Transition Ratio	0,272
Maximum Layers	5
Growth Rate	1,2
Inflation Algorithm	Pre
View Advanced Options	No
Advanced	
Number of CPUs for Parallel Part Meshing	Program Controlled
Straight Sided Elements	No
Number of Retries	Default (4)
Rigid Body Behavior	Dimensionally Reduced
Triangle Surface Mesher	Program Controlled
Topology Checking	Yes
Pinch Tolerance	Please Define
Generate Pinch on Refresh	No
Statistics	
Nodes	5922

Elements	1072
----------	------

TABLE 9**Model (B4) > Mesh > Mesh Controls**

Object Name	<i>Face Meshing</i>	<i>Sweep Method</i>
State	Fully Defined	
Scope		
Scoping Method	Geometry Selection	
Geometry	4 Faces	3 Bodies
Definition		
Suppressed	No	
Mapped Mesh	Yes	
Internal Number of Divisions	Default	
Constrain Boundary	No	
Method	Sweep	
Element Order	Use Global Setting	
Src/Trg Selection	Automatic	
Source	Program Controlled	
Target	Program Controlled	
Free Face Mesh Type	Quad/Tri	
Type	Number of Divisions	
Sweep Num Divs	Default	
Element Option	Solid	
Advanced		
Sweep Bias Type	No Bias	

Harmonic Acoustics (B5)**TABLE 10****Model (B4) > Analysis**

Object Name	<i>Harmonic Acoustics (B5)</i>
State	Solved
Physics Definition	
Structural	No
Acoustics	Yes
Definition	
Analysis Type	Harmonic Response
Solver Target	Mechanical APDL

Options	
Environment Temperature	22, °C
Generate Input Only	No

TABLE 11
Model (B4) > Harmonic Acoustics (B5) >
Initial Condition

Object Name	<i>Pre-Stress/Modal (None)</i>
State	Fully Defined
Definition	
Pre-Stress Environment	None
Modal Environment	None Available

TABLE 12
Model (B4) > Harmonic Acoustics (B5) >
Analysis Settings

Object Name	<i>Analysis Settings</i>
State	Fully Defined
Options	
Frequency Spacing	Linear
Range Minimum	0, Hz
Range Maximum	3200, Hz
Solution Intervals	100
User Defined Frequencies	Off
Solution Method	Full
Variational Technology	Program Controlled
Scattering Controls	
Scattered Field Formulation	Program Controlled
Advanced	
Far-field Radiation Surface	Program Controlled
Output Controls	
General Miscellaneous	Yes
-- Value	Program Controlled
Calculate Velocity	No
Calculate Energy	No

Analysis Data Management	
Solver Files Directory	C:\Users\Javi Munuera\Desktop\Estudio MEF\Análisis MEF\Reactivos_files\dp0 \SYS-2\MECH\
Future Analysis	None
Scratch Solver Files Directory	
Save MAPDL db	No
Contact Summary	Program Controlled
Delete Unneeded Files	Yes
Solver Units	Active System
Solver Unit System	mks

TABLE 13
Model (B4) > Harmonic Acoustics (B5) >
Acoustics Region

Object Name	<i>Acoustics Region</i>
State	Fully Defined
Scope	
Scoping Method	Geometry Selection
Geometry	All Bodies
Definition	
Structural	No
Acoustics	Yes
Suppressed	No
Acoustic Domain Definition	
Artificially Matched Layers	Off
Advanced Settings	
Reference Pressure	2,e-005 Pa
Reference Static Pressure	1,0133e+005 Pa
Fluid Behavior	Compressible

TABLE 14
Model (B4) > Harmonic Acoustics (B5) > Loads

Object Name	<i>Entrada</i>	<i>Salida</i>	<i>Surface Velocity</i>	<i>Radiation Boundary</i>	<i>Rigid Wall</i>
State	Fully Defined				
Port Surface(s)					

Scoping Method	Geometry Selection			
Geometry	1 Face			
Port Position	On Exterior Face			
Inside Surface Bodies				
Scoping Method	Geometry Selection			
Geometry	1 Body			
Definition				
Type	Port	Surface Velocity	Radiation Boundary	Rigid Wall
Port Behavior	Transparent			
Suppressed	No			
Define By		Normal To		
Magnitude		-1, m/s		
Phase Angle		0, °		
Scope				
Scoping Method		Geometry Selection		
Geometry		1 Face	2 Faces	5 Faces

Solution (B6)

TABLE 15
Model (B4) > Harmonic Acoustics (B5) > Solution

Object Name	<i>Solution (B6)</i>
State	Solved
Adaptive Mesh Refinement	
Max Refinement Loops	1,
Refinement Depth	2,
Information	
Status	Done
MAPDL Elapsed Time	39, s
MAPDL Memory Used	98, MB
MAPDL Result File Size	84,938 MB
Post Processing	
Beam Section Results	No

FIGURE 1
Model (B4) > Harmonic Acoustics (B5) > Solution (B6)

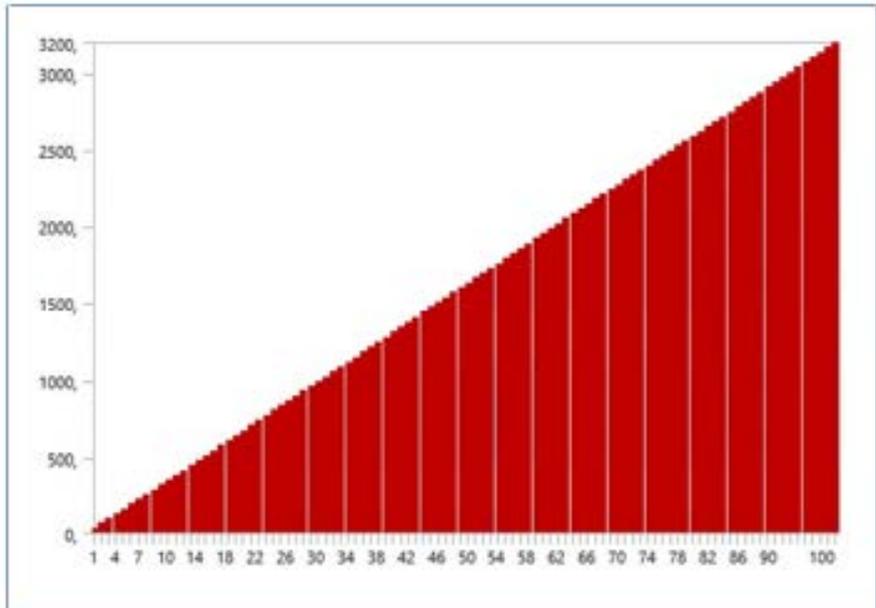


TABLE 16
Model (B4) > Harmonic Acoustics (B5) > Solution
(B6) > Solution Information

Object Name	<i>Solution Information</i>
State	Solved
Solution Information	
Solution Output	Solver Output
Update Interval	2,5 s
Display Points	All
FE Connection Visibility	
Activate Visibility	Yes
Display	All FE Connectors
Draw Connections Attached To	All Nodes
Line Color	Connection Type
Visible on Results	No
Line Thickness	Single
Display Type	Lines

TABLE 17 Model (B4) > Harmonic Acoustics (B5) >
Solution (B6) > Results

Object Name	<i>Transmission Loss</i>
-------------	--------------------------

State	Solved
Definition	
Type	Transmission Loss
Input Port	Entrada
Output Port	Salida
Suppressed	No
Options	
Frequency Range	Use Parent
Minimum Frequency	0, Hz
Maximum Frequency	3200, Hz
Results	
Minimum	1,0147e-003 dB
Maximum	50,607 dB

FIGURE 2

Model (B4) > Harmonic Acoustics (B5) > Solution (B6) > Transmission Loss

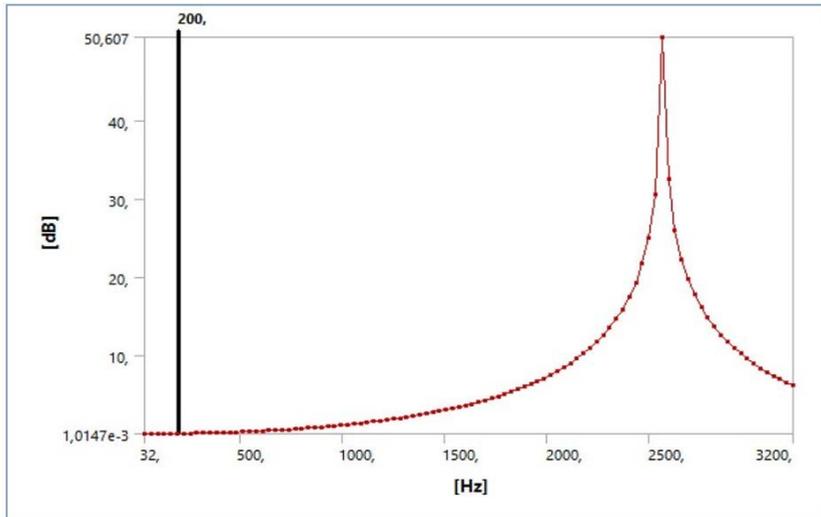


TABLE 18

Model (B4) > Harmonic Acoustics (B5) > Solution (B6) > Transmission Loss

Frequency [Hz]	Transmission Loss [dB]
----------------	------------------------

32,	1,0147e-003
64,	4,0614e-003
96,	9,1438e-003
128,	1,627e-002
160,	2,5449e-002
192,	3,6696e-002
224,	5,0026e-002
256,	6,5459e-002
288,	8,3019e-002
320,	0,10273
352,	0,12462
384,	0,14873
416,	0,17509
448,	0,20375
480,	0,23473
512,	0,26811
544,	0,30392
576,	0,34222
608,	0,38308
640,	0,42656
672,	0,47274
704,	0,52169
736,	0,5735
768,	0,62825
800,	0,68604
832,	0,74697
864,	0,81116
896,	0,87872
928,	0,94978
960,	1,0245
992,	1,1029
1024,	1,1853
1056,	1,2718

1088,	1,3626
1120,	1,4579
1152,	1,5578
1184,	1,6627
1216,	1,7726
1248,	1,888
1280,	2,009
1312,	2,136
1344,	2,2693
1376,	2,4092
1408,	2,5561
1440,	2,7104
1472,	2,8725
1504,	3,0429
1536,	3,2222
1568,	3,4109
1600,	3,6096
1632,	3,819
1664,	4,0398
1696,	4,2729
1728,	4,5191
1760,	4,7795
1792,	5,0552
1824,	5,3475
1856,	5,6577
1888,	5,9875
1920,	6,3388
1952,	6,7135
1984,	7,1141
2016,	7,5435
2048,	8,005
2080,	8,5023
2112,	9,0404

2144,	9,6249
2176,	10,263
2208,	10,963
2240,	11,737
2272,	12,599
2304,	13,57
2336,	14,677
2368,	15,961
2400,	17,484
2432,	19,35
2464,	21,748
2496,	25,098
2528,	30,657
2560,	50,607
2592,	32,589
2624,	26,036
2656,	22,346
2688,	19,77
2720,	17,791
2752,	16,188
2784,	14,843
2816,	13,687
2848,	12,676
2880,	11,779
2912,	10,976
2944,	10,249
2976,	9,5882
3008,	8,9832
3040,	8,427
3072,	7,9134
3104,	7,4376
3136,	6,9955
3168,	6,5837

3200,	6,1993
-------	--------

Material Data

Aire

TABLE 19 Aire > Constants

Density	1,225 kg m ⁻³
Speed of Sound	340, m s ⁻¹

**TABLE 20
Aire > Color**

Red	Green	Blue
181,	155,	130,

