UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Escuela Técnica Superior de Ingeniería del Diseño

DISEÑO DE UNA APP COMO APOYO PARA EL APRENDIZAJE DE MATERIAS BÁSICAS EN TITULACIONES DE LA RAMA DE INGENIERÍA

TRABAJO FINAL DEL

Grado en Ingeniería Electrónica Industrial y Automática

REALIZADO POR

MARIO GIMENO SORIANO

TUTORIZADO POR

ESTHER SANABRIA CODESAL

FECHA: **Valencia, septiembre, 2019**

RESUMEN

El objetivo de este Trabajo Fin de Grado es el diseño y desarrollo de una aplicación para dispositivos móviles (App) orientada a facilitar el aprendizaje en las materias básicas de los alumnos de titulaciones de grado en la rama de ingeniería.

La aplicación, planteada para el sistema operativo Android, se programa haciendo uso del entorno oficial de desarrollo integrado para esta plataforma: Android Studio, así como del lenguaje de programación Java. Consiguiendo una Interfaz amigable donde el contenido está dividido en las asignaturas asociadas a cada materia, y dentro de cada una, en sus diversos tipos de recursos asociados: esquema teórico, ejercicios propuestos y resueltos, vídeos ilustrativos, etc.

El propósito principal de esta App es solventar las posibles carencias en las asignaturas básicas de los alumnos de nuevo ingreso, cuando se da el salto de secundaria a un nivel superior. En ocasiones, esta falta de base puede desencadenar problemas de desmotivación y esta aplicación pretende ser una herramienta de apoyo, tanto para el alumnado como para al profesorado, que facilite la adaptación a los primeros cursos universitarios, de forma cómoda y accesible.

Esta aplicación servirá como ayuda puntual en determinados momentos, lo que le facilitará una mejor comprensión de la materia, pero de ningún modo pretende reemplazar al profesor (ni sus tutorías), ni a un libro o artículo especializado en la materia.

Consideramos que una la aplicación para dispositivos móviles es una manera rápida y sencilla de acceder a la información que necesitamos, ya que la mayoría del alumnado tiene acceso a uno, pero para profundizar en los temas de cada asignatura, entendemos que lo adecuado es acceder al contenido específico que en la plataforma docente PoliformaT tiene cada asignatura.

En el presente documento se detalla el diseño y desarrollo de una aplicación Android con el objetivo de servir como apoyo para el aprendizaje de las materias básicas específicamente para alumnos de ingeniería. Desde los primeros pasos hasta el resultado final, el trabajo se encuentra dividido en varios apartados: introducción (ideas iniciales y motivación del proyecto), solución adoptada y alternativas (justificación de la selección elegida y alternativas), diseño y desarrollo del mismo (entorno de desarrollo utilizado, partes de la aplicación…), resultados finales y conclusiones (mostrando un vídeo de ejemplo de funcionamiento), futuras mejoras de la aplicación (mejoras o contenido por desarrollar en un futuro cercano), un anexo (mostrando el código principal de la aplicación y resaltando el contenido de la misma) y por último la bibliografía consultada para la realización del proyecto.

Palabras clave: App; aprendizaje; materias básicas; titulaciones de la rama de ingeniería; Android; programación; aplicación; docencia; Java; Android Studio; diseño.

AGRADECIMIENTOS

A Esther, mi tutora, por acompañarme en este camino y confiar en mí todo este tiempo. Por haberme brindado la oportunidad de conocer a grandes personas y docentes y de ser partícipe de la innovación en las aulas, que es el primer paso para mejorar la calidad de la docencia en las escuelas universitarias.

Espero que sigamos en contacto y algún día poder seguir tu camino y convertirme también en un profesional de la docencia como lo eres tú.

Gracias de corazón.

A mis padres, por aguantarme y por tener la paciencia necesaria y de creer en mis ideas. Sin ellos tampoco sería posible este proyecto, sin ellos no estaría hoy aquí escribiendo estas palabras. Por eso les doy las gracias, porque me han enseñado valores de los que sentirse orgulloso: humildad, amabilidad, esfuerzo…todo eso y mucho más. La inversión que han invertido en mi es enorme y no tengo palabras suficientes para demostrar lo agradecido que estoy por ello.

De nuevo muchas gracias por todo, os quiero mucho.

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN.

Actualmente, la tecnología se está introduciendo desde la educación primaria en las aulas. Por tanto, es habitual observar a alumnos de secundaria con *Smartphones* en sus manos, ya que en cada vez más colegios e institutos se dinamiza la enseñanza mediante el uso de tablets, simulaciones, y todo tipo de técnicas relacionadas con las nuevas tecnologías (TIC), para facilitar el aprendizaje significativo de los contenidos básicos necesarios para el posterior desarrollo académico. (Carreño, Gimeno, Sanabria, & Sixto, 2019)

En los niveles de educación superior, prácticamente la totalidad del alumnado posee, además del Smartphone, un ordenador portátil y/o tablet que, mediante el uso de aplicaciones o programas informáticos, facilita su trabajo académico.

Por tanto, el objetivo principal del proyecto propuesto en este trabajo, consiste en utilizar estas herramientas, para ayudar a reducir las carencias, y así solventar los problemas de aprendizaje, que pueden surgir en los alumnos de nuevo ingreso en los grados de la UPV. Ya que, en demasiadas ocasiones, se da por hecho que lo alumnos poseen ciertos conocimientos previos, exigidos en las asignaturas básicas de los grados, que genera un desajuste en el nivel de la explicaciones, dificulta la comprensión de los nuevos contenidos y puede conducir a cierta desmotivación en parte del alumno. La idea es desarrollar una aplicación Android que busca dar apoyo, tanto al alumnado como al profesorado, y facilitar en lo posible una mejor adaptación a los estudios de grado.

Se pretende aprovechar el uso de la tecnología disponible actualmente en los smartphones para diseñar una aplicación Android que sirva de apoyo a los alumnos, y sea capaz de ayudarlos a afianzar los conceptos más complicados, relacionados con las materias básicas en la rama de ingeniería.

El objetivo de esta aplicación es servir de ayuda al alumno, pero de ningún modo pretende reemplazar la figura del profesor o de los libros de referencia en las materias, sugeridos en la bibliografía de las asignaturas, sino que lo que se pretende es facilitar la comprensión de dichas materias a los alumnos.

Para el desarrollo de la aplicación, se realizó un estudio (Sanabria Codesal & Gimeno Soriano, 2019) previo mediante una encuesta a través de la plataforma Google Docs, tanto a alumnos de los Grados en Ingeniería Mecánica e Ingeniería Electrónica Industrial y Automática de la Escuela Técnica Superior de Ingeniería del Diseño (ETSID) de la Universitat Politècnica de València (UPV), como a egresados de estos y otros grados de la UPV, impartidos en la Escuela Técnica Superior de Ingenierios Industriales (ETSII) o la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Telecomunicación (ETSIT), entre otras.

Como base para el estudio, se ha considerado la asignatura Matemáticas I de los grados de la ETSID, anteriormente descritos. Se obtuvieron un total de 127 respuestas, que analizar la viabilidad del proyecto.

Las conclusiones extraídas del estudio son las siguientes:

- La mayoría de los encuestados, a priori tiene un nivel con los conocimientos previos adecuados para cursar los grados considerados y sin embargo, hay un alto porcentaje que considera que el aprendizaje en las asignaturas básicas podría mejorarse.

- Una aplicación móvil para estudiantes de la ETSID con posibilidad de extender la utilidad a estudiantes de otras escuelas, universidades e institutos.
- Que contenga apuntes, ejercicios resueltos y vídeos explicativos de todo el material académico para las distintas asignaturas básicas.
- La aplicación tendrá su base en las asignaturas de Matemáticas I (enfocándola con un mayor contenido sobre el cálculo integral) con la posibilidad de añadir, en un futuro, el resto de materias básicas de los principales grados de la escuela.
- Desarrollada en principio para el sistema operativo Android de Google.

2. SOLUCIÓN ADOPTADA Y ALTERNATIVA.

Para el desarrollo del programa se ha decidido utilizar el software gratuito ofrecido por Google, Android Studio, un entorno de desarrollo integrado (IDE) que permite realizar aplicaciones para Android de forma sencilla e intuitiva y además dispone de un manual de uso en su sitio oficial para poder consultar cualquier tutorial o duda sobre el uso del mismo. (Google, 2019)

Fig. 1. Logo de Android Studio

Además del IDE escogido, también se ha optado por el uso del lenguaje de programación Java, utilizado en la mayoría de aplicaciones en Android (alrededor de tres mil millones de teléfonos móviles ejecutan Java) (Oracle Corporation, 2019) y del que se tienen numerosas guías y documentación sobre su uso en Android.

Fig. 2. Logo de Java

Como alternativas a las propuestas podemos encontrar otros IDE que permiten el desarrollo de aplicaciones para Android como por ejemplo Eclipse, un entorno de código abierto y gratuito que además es compatible con otros lenguajes tales como C, C++, C#; Netbeans, otro entorno de desarrollo integrado similar a Eclipse, entre otros.

De igual forma también se tiene como alternativa el uso de otros lenguajes de programación distintos de Java para poder desarrollar el programa: C++ y Kotlin principalmente.

C++ es un lenguaje completo, robusto y de alto nivel con el que se pueden crear aplicaciones muy eficientes y versátiles. Existe numerosa documentación para aprenderlo a usar por lo que podría ser el candidato para el desarrollo de la aplicación. No obstante, la complejidad de uso ha hecho que este no sea el elegido para esta tarea pudiendo elegir opciones más adecuadas.

Kotlin es un lenguaje que está despegando ya que Google ha dado soporte oficial a éste en el desarrollo de aplicaciones para Android (desde la versión 3.0 de Android Studio en 2017). Kotlin es el lenguaje preferido por los desarrolladores de Apps de Android porque requiere menos líneas de código y su sintaxis es sencilla pero concisa. (TechCrunch, 2019). Sin embargo se ha preferido rechazar esta opción debido a la poca información que existe respecto a Java en cuanto a documentación, guías de terceros, tutoriales, etc.

3. DISEÑO Y DESARROLLO DEL PROYECTO

3.1. Nombre y logotipo de la aplicación

Como en principio la aplicación contaba con tan solo la materia básica de Matemáticas I, temporalmente se la ha nombrado como “**MathAPP**”.
Probablemente este nombre cambie en futuras actualizaciones cuando otras asignaturas además de las anteriormente descritas se implementen en la APP.

En cuanto al logotipo, se ha utilizado uno de dominio público y gratuito, que muestra un estudiante genérico:

Fig. 3. Icono de la aplicación "MathAPP”. Icono realizado por Freepik de www.flaticon.com

3.2. *Activities* y tipos de *activities*

Una Activity es un componente de la aplicación que contiene una pantalla con la que los usuarios pueden interactuar para realizar una acción, como marcar un número telefónico, tomar una foto, enviar un correo electrónico o ver un mapa. A cada actividad se le asigna una ventana en la que se puede dibujar su interfaz de usuario. La ventana generalmente abarca toda la pantalla, pero en ocasiones puede ser más pequeña que esta y quedar "flotando" encima de otras ventanas.

Una aplicación generalmente consiste en múltiples actividades vinculadas de forma flexible entre sí. Normalmente, una actividad en una aplicación se especifica como la actividad "principal" que se presenta al usuario cuando este inicia la aplicación por primera vez. Cada actividad puede a su vez iniciar otra actividad para poder realizar diferentes acciones. Cada vez que se inicia una actividad nueva, se detiene la actividad anterior, pero el sistema conserva la actividad en una pila (la "pila de actividades"). Cuando se inicia una actividad nueva, se la incluye en la pila de actividades y capta el foco del usuario. La pila de actividades cumple con el mecanismo de pila "el último en entrar es el primero en salir", por lo que, cuando el usuario termina de interactuar con la actividad actual y presiona el botón Atrás, se quita de la pila (y se destruye) y se reanuda la actividad anterior. (Android)

En la aplicación se pueden encontrar varios tipos distintos de actividades, entre ellos están:

- **Actividad principal o *Main Activity*:** es la actividad principal del programa donde se encuentran las diferentes materias y la que sirve de enlace con el resto de actividades de la aplicación. Incluye un menú en la parte superior que dirige a la actividad de **créditos o "Acerca de"**.
- ***Activity* de materia:** es la actividad de cada materia donde se encuentran los distintos bloques de cada una de ellas.
- ***Activity* de bloque:** es la actividad de cada bloque donde podemos encontrar las actividades de teoría, ejercicios y vídeos para cada tema.
- ***Activity* de teoría:** es la actividad que muestra en una lista los distintos temas para cada bloque y su correspondiente acceso a la teoría del tema seleccionado.
    - ***Activity* de tema:** se accede desde la actividad de teoría y en él se encuentra el contenido del tema seleccionado en dicha actividad.
- ***Activity* de ejercicios:** análogamente a la actividad de teoría, muestra una lista de los distintos temas del bloque seleccionado y su correspondiente acceso a los ejercicios de ese tema en particular.
- ***Activity* de vídeos:** análogamente a la actividad de teoría, muestra una lista de los distintos temas del bloque seleccionado y su correspondiente acceso a los vídeos de ese tema en particular.

3.2.1. *Main Activity* o Actividad Principal.

En el *layout* o diseño de la interfaz de usuario de la actividad principal podemos encontrar una barra en la parte superior en la que se muestra el nombre de la aplicación y el icono a la izquierda y un menú a la derecha para acceder a la activity de "Acerca de" (menú Overflow, más información en el apartado **3.2.4 – Menú Overflow y Activity "Acerca de"** y en el apartado **6 -** Anexo del documento). Bajo la barra se encuentra un texto (clase del tipo TextView) que da la bienvenida a la aplicación y centrado en la pantalla un botón con una imagen que indica la materia a la que se desea acceder (en este caso Matemáticas)

A continuación una imagen mostrando el *layout* descrito anteriormente:

Fig. 4. Layout de la Actividad Principal. Icono realizado por [Freepik](#) de [www.flaticon.com](#).

3.2.2. *Activity* de materia.

Siguiendo la misma dinámica que con el apartado anterior, en esta actividad encontramos los botones de acceso a los bloques o categorías de la materia seleccionada en la actividad principal, junto a un mensaje en la parte superior.

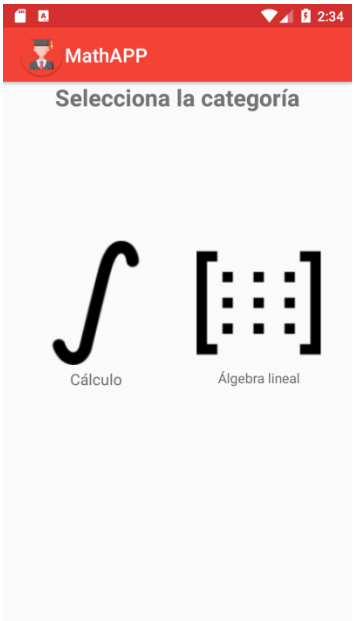


Fig. 5. Layout de la actividad de materia de "Matemáticas". Icono de la integral realizado por Freepik de www.flaticon.com. Icono de la matriz realizado por Vitaly Gorbachev de www.flaticon.com.

3.2.3. *Activity* de bloque.

En esta actividad encontramos un diseño similar al anterior, el bloque se encuentra dividido en tres apartados: teoría, ejercicios resueltos y vídeos explicativos.

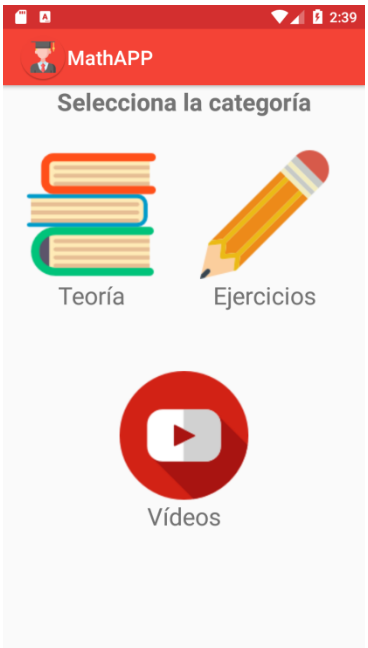


Fig. 6. Layout de la actividad de bloque. Iconos de los libros y de YouTube realizados por Freepik de www.flaticon.com. Icono del lápiz realizado por Smashicons de www.flaticon.com.

3.2.3.1. *Activity* de teoría.

En la actividad de teoría se ha creado un listado de todos los temas correspondientes al bloque seleccionado en la actividad de tema utilizando para ello una clase del tipo ListView que permite crear listas de nombres, texto, botones, etc. En concreto se ha programado que cada ítem de la lista pueda ser *clicado* para mostrar el temario relacionado con él. Esta acción dirige al usuario a la actividad de tema seleccionado.

En el siguiente ejemplo se muestra el funcionamiento seleccionando el segundo tema: “Cálculo diferencial de funciones de una variable”:

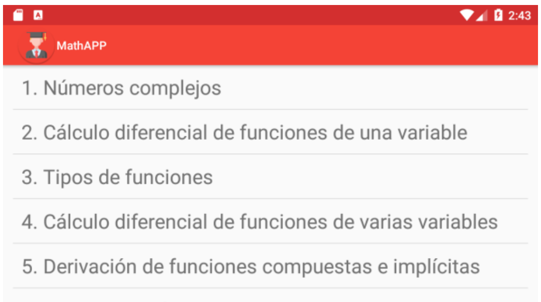


Fig. 7. Layout del activity de teoría de “cálculo”

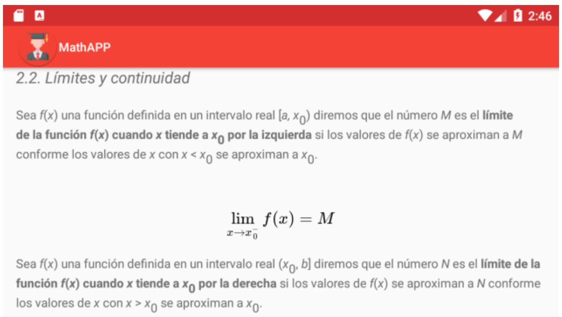


Fig. 8. Layout del activity de tema: "cálculo diferencial de funciones de una variable"

Desde el punto de vista del diseño de la aplicación se ha optado por reducir lo máximo posible el tamaño de esta, por lo que para mostrar las fórmulas necesarias se ha recurrido a una librería externa llamada ***MathView*** en lugar de mostrarlas mediante una imagen. MathView permite mostrar fórmulas matemáticas en las aplicaciones de Android de forma muy sencilla. Para más información sobre esta librería, consultar el apartado **6 - Anexo**.

3.2.3.2. *Activity* de ejercicios

Para la actividad de ejercicios se han seguido los mismos pasos que la actividad de teoría: un listado de los temas del bloque seleccionado que conduce a otra actividad con los ejercicios resueltos divididos por el tipo de contenido junto al enunciado y su solución. Esta última está oculta desde un inicio y se accede a ella pulsando el botón "*solución*" para poder comprobar los resultados. A continuación se muestra un ejemplo para el tema de números complejos:

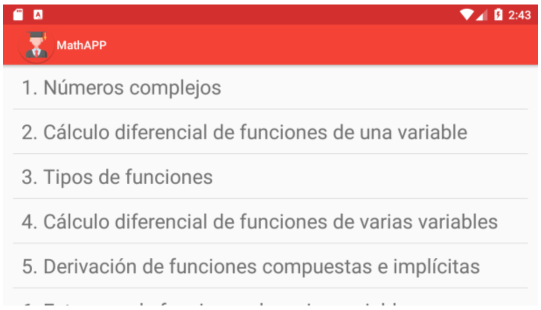


Fig. 9. Layout del activity de ejercicios del bloque de cálculo

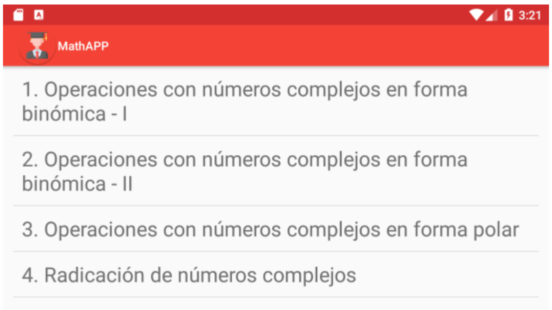


Fig. 10. Layout del activity de ejercicios del tema "números complejos"

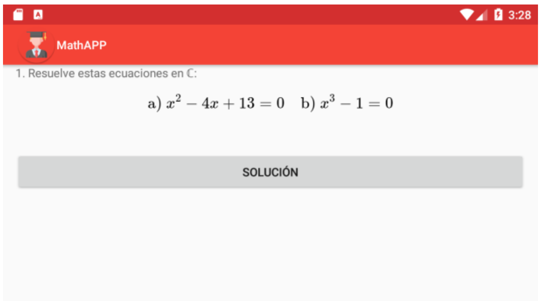


Fig. 11. Layout del activity del ejercicio 5 del tema "números complejos"

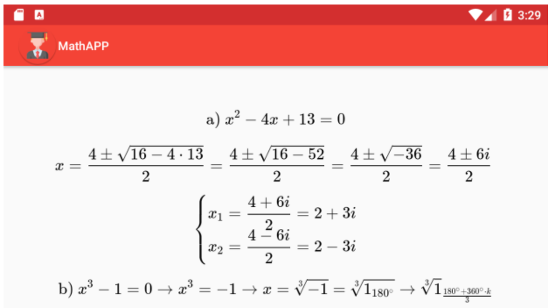


Fig. 12. Layout del activity del ejercicio 5 del tema "números complejos" (solución)

3.2.3.3. *Activity* de vídeos

Este activity está dividido por temas. En cada tema se puede encontrar los distintos vídeos ordenados por título y contenido, siguiendo un orden didáctico gracias a un *TreeMap*, una clase de Java que permite almacenar pares de datos en orden ascendente (para más información consultar el apartado **6 – Anexo**). Los vídeos se reproducen gracias a la aplicación de *YouTube* del teléfono móvil. A continuación se muestra un ejemplo:

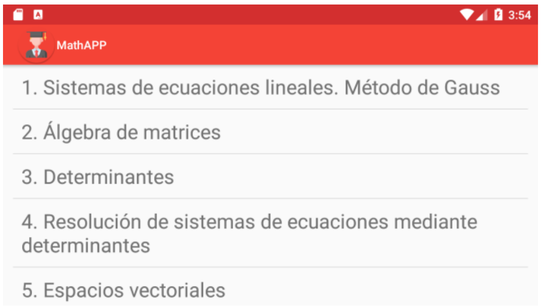


Fig. 13. Layout del activity de vídeos del bloque de álgebra lineal.

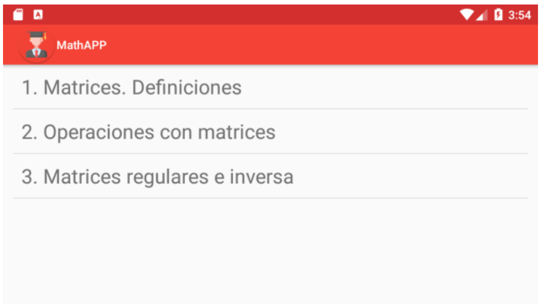


Fig. 14. Layout del activity de vídeos del tema de álgebra de matrices del bloque de álgebra lineal.

Fig. 15. Vídeo 1 del tema de álgebra de matrices.

3.2.4. Menú *Overflow* y *activity* "Acerca de"

Por último, en la actividad principal de la aplicación, se encuentra el menú *overflow*, situado en la esquina superior derecha, en la barra superior, representado por tres puntos dispuestos en forma de columna. Si se hace *click* en estos tres puntos se puede acceder a un menú desplegable que muestra un ítem nombrado como "Acerca de". Si se pulsa el ítem la aplicación se dirigirá a una actividad con dicho nombre en el que se resumen la información necesaria acerca de la aplicación:

Fig. 16. Menú Overflow de la actividad principal

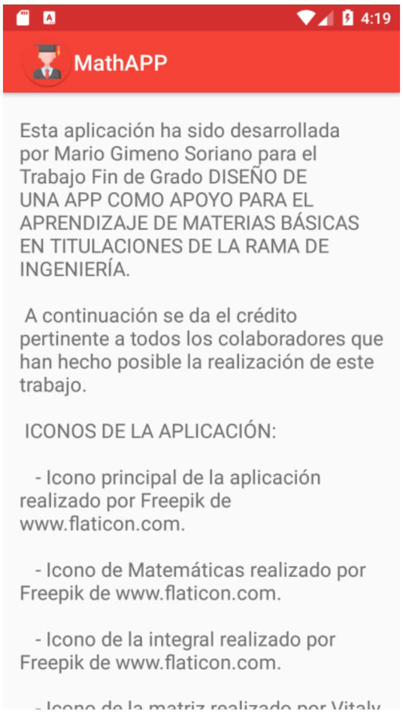
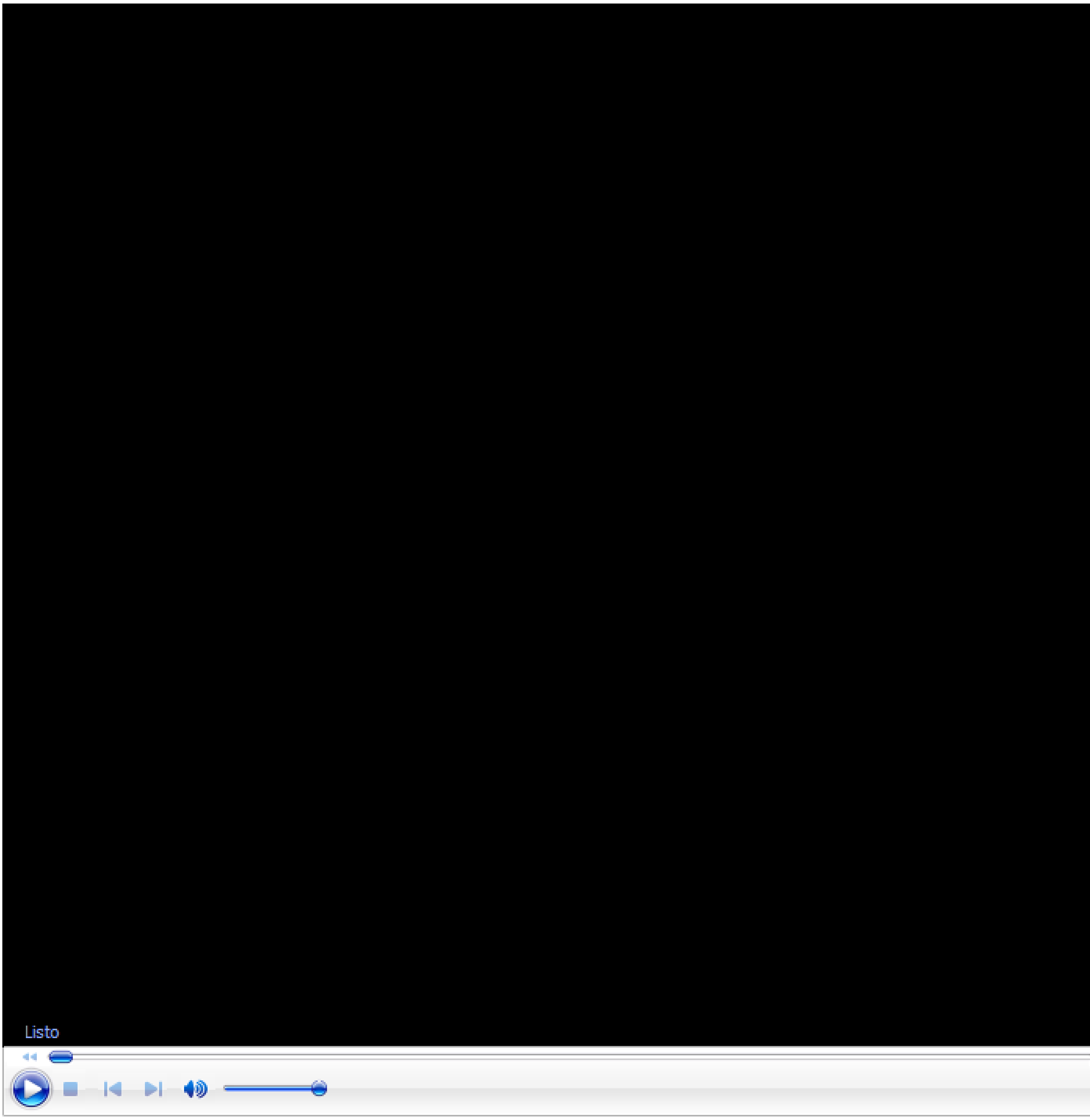


Fig. 17. Actividad "Acerca de"

4. RESULTADOS FINALES Y CONCLUSIONES

El resultado final del proyecto concluye en el desarrollo de una aplicación totalmente funcional que servirá de apoyo a los estudiantes que necesiten obtener toda la información sobre materias básicas al alcance de su bolsillo. A continuación se muestra un vídeo que muestra el funcionamiento de la versión final de la App:



El camino, desde el boceto de las ideas iniciales hasta la última etapa del producto ha sido un aprendizaje constante ya que se ha conseguido familiarizar con el lenguaje de programación Java y con el entorno de desarrollo integrado Android Studio, pudiendo diseñar una aplicación desde cero sin conocimiento alguno sobre dichos elementos, tan solo lo extrapolable a otros lenguajes como son los tipos de variables, las estructuras de repetición, estructuras de condición, etc.

5. MEJORAS POSIBLES PARA EL PROYECTO

El proyecto final ya es funcional y se puede usar con total normalidad. No obstante conviene destacar que es posible añadir una serie de mejoras que completen la aplicación para así mejorarla y que por falta de tiempo se han tenido que aplazar para posteriores actualizaciones. Algunas de las mejoras propuestas son las siguientes:

- **Completar con ejercicios resueltos:** algunos ejercicios no se han incluido y podrían ser terminados futuras actualizaciones a medio/corto plazo.
- **Incluir otras materias básicas:** el siguiente paso sería incluir contenido de asignaturas como "Matemáticas II", "Física", "Química", "Estadística", "Automática Básica", etc. Esto sería posible a medio/largo plazo.
- **Crear un sistema de búsqueda:** cuánta mayor cantidad de información disponga la aplicación, mayor es el tiempo que el usuario dedique a buscar aquello que necesita. Por ello un sistema de búsqueda facilitaría el poder encontrar la información exacta rápidamente. Esto sería posible a largo plazo.
- **Posibilitar hacer zoom sobre el texto:** A través de Android Studio se puede cambiar el tamaño o el tipo de letra de un TextView, sin embargo una opción asequible que podría considerarse es la de posibilitar un zoom al contenido para que cualquier usuario de la aplicación pueda visualizar cada bloque de acuerdo a sus necesidades. Esto sería posible a corto/medio plazo.

Todas estas mejoras son algunas, entre muchas, que se han pensado para poder mejorar la aplicación. Cualquier sugerencia será bienvenida, y será posible contactar con el autor mediante la actividad "Acerca de", donde se indicarán las instrucciones a seguir para ello.

6. ANEXO

En el siguiente apartado se detalla el contenido de cada bloque, el código de cada tipo de *activity* y las librerías externas utilizadas en el desarrollo de la aplicación, en ese orden.

6.1. Contenido de los bloques

Como el contenido teórico de la aplicación al momento de realizarla es el de la asignatura Matemáticas I, impartida en los grados de la Escuela Técnica Superior de Ingeniería del Diseño (ETSID) de la Universidad Politécnica de Valencia, se hace referencia a la guía docente de dicha asignatura.

8. Unidades didácticas

1. Introducción
   1. Funciones hiperbólicas y sus inversas
   2. Números complejos
2. Cálculo diferencial de funciones de varias variables
   1. Funciones de varias variables. Límites y continuidad
   2. Derivación y diferenciabilidad
   3. Extremos de funciones de varias variables. Aplicaciones
3. Cálculo integral de funciones de una y varias variables. Análisis vectorial y aplicaciones
   1. Cálculo integral de una variable. Aplicaciones
   2. Cálculo integral de funciones de varias variables. Aplicaciones
   3. Análisis vectorial. Aplicaciones
4. Algebra lineal
   1. Sistemas de ecuaciones lineales: polinomio interpolador
   2. Matrices: mínimos cuadrados
   3. Espacios vectoriales
   4. Diagonalización de matrices

Fig. 18. Guía docente de Matemáticas I, asignatura impartida en el Grado en Ingeniería Electrónica Industrial y Automática

La correspondencia del contenido de la aplicación con la guía docente de la asignatura es la siguiente:

1.1. Funciones Hiperbólicas.	Bloque de Cálculo – Tema 3. Tipos de funciones.
1.2. Números Complejos.	Bloque de Cálculo – Tema 1. Números complejos.
2.1. Funciones de varias variables. Límites y continuidad.	Bloque de Cálculo – Tema 4. Cálculo diferencial de funciones de varias variables.
2.2. Derivación y diferenciabilidad.	Bloque de Cálculo – Tema 2. Cálculo diferencial de funciones de una variable. – Tema 4. Cálculo diferencial de funciones de varias variables. – Tema 5. Derivación de funciones compuestas e implícitas.
2.3. Extremos de funciones de varias variables. Aplicaciones.	Bloque de Cálculo – Tema 6. Extremos de funciones de varias variables.
3.1. Cálculo integral de una variable. Aplicaciones.	Bloque de Cálculo – Tema 7. Integración indefinida. – Tema 8. Integración definida y aplicaciones.
3.2. Cálculo integral de funciones de varias variables. Aplicaciones.	Bloque de Cálculo – Tema 9. Integración múltiple
3.3. Análisis vectorial. Aplicaciones.	Bloque de Cálculo – Tema 10. Integral curvilínea.
4.1. Sistemas de ecuaciones lineales:	Bloque de Álgebra Lineal – Tema 1. Sistemas de

polinomio interpolador.	ecuaciones lineales. Método de Gauss.
4.2. Matrices: mínimos cuadrados.	Bloque de Álgebra Lineal – Tema 2. Álgebra de matrices. – Tema 3. Determinantes. – Tema 4. Resolución de sistemas de ecuaciones mediante determinantes.
4.3. Espacios vectoriales.	Bloque de Álgebra Lineal – Tema 5. Espacios vectoriales. – Tema 6. Subespacios vectoriales.
4.4. Diagonalización de matrices.	Bloque de Álgebra Lineal – Tema 7. Diagonalización.

El contenido teórico ha sido recopilado de varias fuentes, que se indican en el apartado **7. - Bibliografía**

6.2. Código de cada tipo de *activity.*

A continuación se muestra el código de toda la aplicación organizado según el tipo de *activity* y explicando los más importante de él.

6.2.1. Código de la actividad principal o *main activity*.

```
package com.example.mathapp;

import android.content.Intent;
import android.support.v7.app.AppCompatActivity;
import android.os.Bundle;
import android.view.Menu;
import android.view.MenuItem;
import android.view.View;

public class MainActivity extends AppCompatActivity {

    @Override
    protected void onCreate(Bundle savedInstanceState) {
        super.onCreate(savedInstanceState);
        setContentView(R.layout.activity_main);

        getSupportActionBar().setDisplayShowHomeEnabled(true);
        getSupportActionBar().setIcon(R.mipmap.ic_launcher);
    }

    //Método para mostrar y ocultar el menú Overflow
    public boolean onCreateOptionsMenu(Menu menu)
    {
        getMenuInflater().inflate(R.menu.menuoverflow, menu);
        return true;
    }
    //Método para el item "Acerca De..." del menú Overflow
    public boolean onOptionsItemSelected(MenuItem item)
    {
        int id = item.getItemId();

        if(id == R.id.item_Acerca)
        {
            Intent intent = new Intent(this, Activity_AcercaDe.class);
            startActivity(intent);
        }
        return super.onOptionsItemSelected(item);
    }
    //Método para bloquear el botón de "atrás" (para que no reinicie la
aplicación)
```

```
    @Override
    public void onBackPressed()
    {

    }
    //Método para el botón "Matemáticas"
    public void onClick_Mat(View view)
    {
        Intent intent = new Intent(this, Activity_Mat.class);
        startActivity(intent);

    }
}
```

Lo más importante del código son los métodos `onCreateOptionsMenu`, `onOptionsItemSelected` y `onClick_Mat`.

- `onCreateOptionsMenu` nos permite mostrar un menú de tipo Overflow creado desde el layout de la activity utilizando un MenuInflater, un objeto capaz de crear un Menú desde recursos XML, lo que se traduce en que construye una nueva instancia de Menú dado un identificador de recurso de Menú. El método es llamado cuando el botón de menú se pulsa o cuando otro método, denominado Activity.openOptionsMenu() es llamado.
- `onOptionsItemSelected` es un método al que se le pasa un parámetro de un ítem de menú (en este caso el ID del ítem de menú correspondiente al ítem de menú "Acerca de"). Cuando este reconoce que, en efecto, el ID corresponde se corresponde con la actividad a la que se desea cambiar, la aplicación navega hacia la actividad elegida.
- `onClick_Mat` nos permite navegar hacia la siguiente actividad del programa.

6.2.2. Código de la actividad de materia.

```
package com.example.mathapp;

import android.content.Intent;
import android.support.v7.app.AppCompatActivity;
import android.os.Bundle;
import android.view.View;

public class Activity_Mat extends AppCompatActivity {

    @Override
    protected void onCreate(Bundle savedInstanceState) {
        super.onCreate(savedInstanceState);
        setContentView(R.layout.activity__mat);

        getSupportActionBar().setDisplayShowHomeEnabled(true);
        getSupportActionBar().setIcon(R.mipmap.ic_launcher);
    }

    // Método para el botón "Cálculo"

    public void onClickMat_Calculo(View view)
    {
        Intent intent = new Intent(this, Activity_Mat_Calculo.class);
        startActivity(intent);
```

```
    }

    // Método para el botón "Álgebra Lineal"

    public void onClickMat_Algebra(View view)
    {
        Intent intent = new Intent(this, Activity_Mat_Algebra.class);
        startActivity(intent);

    }

    @Override
    public void onBackPressed()
    {
        finish();
    }
}
```

En este caso no es necesario explicar los métodos ya que tienen la misma función que `onClick_Mat`.

6.2.3. Código de la actividad de bloque.

```
package com.example.mathapp;

import android.content.Intent;
import android.support.v7.app.AppCompatActivity;
import android.os.Bundle;
import android.view.View;

public class Activity_Mat_Calculo extends AppCompatActivity {

    @Override
    protected void onCreate(Bundle savedInstanceState) {
        super.onCreate(savedInstanceState);
        setContentView(R.layout.activity__mat__calculo);

        getSupportActionBar().setDisplayShowHomeEnabled(true);
        getSupportActionBar().setIcon(R.mipmap.ic_launcher);
    }

    public void onClickMatCalc_Video(View view)
    {
        Intent intent = new Intent(this,
Activity_Mat_Calculo_Videos.class);
        startActivity(intent);
    }

    public void onClickMatCalc_Ejerc(View view)
    {
        Intent intent = new Intent(this,
Activity_Mat_Calculo_Ejerc.class);
        startActivity(intent);
    }

    public void onClickMatCalc_Teoria(View view)
    {
        Intent intent = new Intent(this,
Activity_Mat_Calculo_Teoria.class);
        startActivity(intent);
```

```
    }

    @Override
    public void onBackPressed()
    {
        finish();
    }
}
```

6.2.4. Código de la actividad de teoría.

```
package com.example.mathapp;

import android.content.Intent;
import android.support.v7.app.AppCompatActivity;
import android.os.Bundle;
import android.view.View;
import android.widget.AdapterView;
import android.widget.ArrayAdapter;
import android.widget.ListView;



public class Activity_Mat_Calculo_Teoria extends AppCompatActivity {

    private ListView listV;
    private String titulos [] = {"1. Números complejos", "2. Cálculo
diferencial de funciones de una variable", "3. Tipos de funciones", "4.
Cálculo diferencial de funciones de varias variables",
            "5. Derivación de funciones compuestas e implícitas", "6.
Extremos de funciones de varias variables", "7. Integración indefinida",
"8. Integración definida y aplicaciones",
            "9. Integración múltiple", "10. Integral curvilínea"};

    @Override
    protected void onCreate(Bundle savedInstanceState) {
        super.onCreate(savedInstanceState);
        setContentView(R.layout.activity__mat__calculo__teoria);

        getSupportActionBar().setDisplayShowHomeEnabled(true);
        getSupportActionBar().setIcon(R.mipmap.ic_launcher);

        listV = findViewById(R.id.listV_Temas);

        final ArrayAdapter<String> arrayAdapter = new
ArrayAdapter<>(this, R.layout.list_item_titulos, titulos);

        listV.setAdapter(arrayAdapter);
        listV.setTextFilterEnabled(true);

        listV.setOnItemClickListener(new
AdapterView.OnItemClickListener() {
            @Override
            public void onItemClick(AdapterView<?> parent, View view, int
position, long id) {

                if(position == 0)
                {
                    Intent intent = new
Intent(Activity_Mat_Calculo_Teoria.this, Activity_Mat_Calculo_T1.class);
                    startActivity(intent);
                }
                else if(position == 1)
                {
                    Intent intent = new
Intent(Activity_Mat_Calculo_Teoria.this, Activity_Mat_Calculo_T2.class);
                    startActivity(intent);
                }

                else if(position == 2)
                {
                    Intent intent = new
```

```
Intent(Activity_Mat_Calculo_Teoria.this, Activity_Mat_Calculo_T3.class);
                    startActivity(intent);
                }
                else if(position == 3)
                {
                    Intent intent = new
Intent(Activity_Mat_Calculo_Teoria.this, Activity_Mat_Calculo_T4.class);
                    startActivity(intent);
                }
                else if(position == 4)
                {
                    Intent intent = new
Intent(Activity_Mat_Calculo_Teoria.this, Activity_Mat_Calculo_T5.class);
                    startActivity(intent);
                }
                else if(position == 5)
                {
                    Intent intent = new
Intent(Activity_Mat_Calculo_Teoria.this, Activity_Mat_Calculo_T6.class);
                    startActivity(intent);
                }
                else if(position == 6)
                {
                    Intent intent = new
Intent(Activity_Mat_Calculo_Teoria.this, Activity_Mat_Calculo_T7.class);
                    startActivity(intent);
                }
                else if(position == 7)
                {
                    Intent intent = new
Intent(Activity_Mat_Calculo_Teoria.this, Activity_Mat_Calculo_T8.class);
                    startActivity(intent);
                }
                else if(position == 8)
                {
                    Intent intent = new
Intent(Activity_Mat_Calculo_Teoria.this, Activity_Mat_Calculo_T9.class);
                    startActivity(intent);
                }
                else if(position == 9)
                {
                    Intent intent = new
Intent(Activity_Mat_Calculo_Teoria.this, Activity_Mat_Calculo_T10.class);
                    startActivity(intent);
                }


            }
        });


    }

    @Override
    public void onBackPressed()
    {
        finish();
    }
}
```

El método a destacar es `onItemClick`, que permite reconocer la posición pulsada en el ListView y de esa misma forma acceder a la actividad correspondiente a cada tema. El nombre de cada tema es un parámetro del ListView que toma del *array* de tipo String definido al inicio del código. La posibilidad de que el ListView sea pulsado se garantiza gracias al método `setOnItemClickListener`.

6.2.5. Código de la actividad de tema.

```
package com.example.mathapp;

import android.support.v7.app.AppCompatActivity;
import android.os.Bundle;
import io.github.kexanie.library.MathView;


public class Activity_Mat_Calculo_T1 extends AppCompatActivity {

    MathView compPot, compMod, compArg, compExpCompl, compDivBin,
compPotBin, compDivTrig, compMoivre, compRadic;
    String pot = "$$" + "i^{234} = i^2 = -1" + "$$";
    String mod = "$$" + "r = \\lvert z\\rvert = \\lvert a + bi\\rvert =
\\lvert \\vec{OP} \\rvert = +\\sqrt{a^2 + b^2}" + "$$";
    String arg = "$$" + "arg(z) = \\varphi = arctg\\frac{b}{a}" + "$$";
    String expComp = "$$" + "e^{\\frac{\\pi}{3}i} = cos\\frac{\\pi}{3} +
isen\\frac{\\pi}{3} = \\frac{1}{2} + \\frac{\\sqrt 3}{2}i" + "$$";
    String divBin = "$$" + "\\frac{z_1}{z_2} = \\frac{a + bi}{c + di} =
\\frac{(a + bi)(c - di)}{(c + di)(c - di)} = \\frac{ac + bd}{c^2 + d^2} +
i\\frac{bc - ad}{c^2 + d^2}" + "$$";
    String potBin = "$$" + "(a + bi)^n = \\binom{n}{0}a^n +
\\binom{n}{1}a^{n-1}bi + \\binom{n}{2}a^{n-2}b^2i^2 + \\cdots +
\\binom{n}{n}b^ni^n" + "$$";
    String divTrig = "$$" + "\\frac{z_1}{z_2} =
\\frac{z_1\\bar{z_2}}{\\lvert z_2 \\rvert^2} =
\\frac{m}{n}(\\cos{\\alpha} + i\\sin{\\alpha})(\\cos{\\beta} -
i\\sin{\\beta}) =" + "$$" +
        "$$" + "=\\frac{m}{n}(\\cos{(\\alpha - \\beta)} + i\\sin{(\\alpha
- \\beta)})" + "$$";
    String moivre = "$$" + "(m(\\cos{\\alpha} + i\\sin{\\alpha}))^k =
m^k(\\cos{(k\\alpha)} + i\\sin{(k\\alpha)})" + "$$";
    String radic = "$$" + "\\sqrt[n]{m_\\alpha} =
\\sqrt[n]{m}_{\\frac{\\alpha}{n} + \\frac{2\\pi}{n}k}, \\qquad k = 0, 1,
2, \\ldots, n - 1" + "$$";

    @Override
    protected void onCreate(Bundle savedInstanceState) {
        super.onCreate(savedInstanceState);
        setContentView(R.layout.activity__mat__calculo__t1);

        getSupportActionBar().setDisplayShowHomeEnabled(true);
        getSupportActionBar().setIcon(R.mipmap.ic_launcher);
    }

    protected void onResume()
    {
        super.onResume();


        compPot = findViewById(R.id.mathV_compPot);
        compMod = findViewById(R.id.mathV_compMod);
        compArg = findViewById(R.id.mathV_compArg);
        compExpCompl = findViewById(R.id.mathV_compExpCompl);
        compDivBin = findViewById(R.id.mathV_compDivBin);
        compPotBin = findViewById(R.id.mathV_compPotBin);
        compDivTrig = findViewById(R.id.mathV_compDivTrig);
        compMoivre = findViewById(R.id.mathV_compMoivre);
        compRadic = findViewById(R.id.mathV_compRadic);


        // Parámetros para hacer el MathView más pequeño
```

```java
        /* compPot.getSettings().setBuiltInZoomControls(true);
         compPot.getSettings().setLoadWithOverviewMode(true);
         compPot.getSettings().setUseWideViewPort(true);

         compMod.getSettings().setBuiltInZoomControls(true);
         compMod.getSettings().setLoadWithOverviewMode(true);
         compMod.getSettings().setUseWideViewPort(true);

         compArg.getSettings().setBuiltInZoomControls(true);
         compArg.getSettings().setLoadWithOverviewMode(true);
         compArg.getSettings().setUseWideViewPort(true);

         compExpCompl.getSettings().setBuiltInZoomControls(true);
         compExpCompl.getSettings().setLoadWithOverviewMode(true);
         compExpCompl.getSettings().setUseWideViewPort(true);

         compDivBin.getSettings().setBuiltInZoomControls(true);
         compDivBin.getSettings().setLoadWithOverviewMode(true);
         compDivBin.getSettings().setUseWideViewPort(true);

         compPotBin.getSettings().setBuiltInZoomControls(true);
         compPotBin.getSettings().setLoadWithOverviewMode(true);
         compPotBin.getSettings().setUseWideViewPort(true);

         compDivTrig.getSettings().setBuiltInZoomControls(true);
         compDivTrig.getSettings().setLoadWithOverviewMode(true);
         compDivTrig.getSettings().setUseWideViewPort(true);

         compMoivre.getSettings().setBuiltInZoomControls(true);
         compMoivre.getSettings().setLoadWithOverviewMode(true);
         compMoivre.getSettings().setUseWideViewPort(true);

         compRadic.getSettings().setBuiltInZoomControls(true);
         compRadic.getSettings().setLoadWithOverviewMode(true);
         compRadic.getSettings().setUseWideViewPort(true);
*/
        compPot.setText(pot);
        compMod.setText(mod);
        compArg.setText(arg);
        compExpCompl.setText(expComp);
        compDivBin.setText(divBin);
        compPotBin.setText(potBin);
        compDivTrig.setText(divTrig);
        compMoivre.setText(moivre);
        compRadic.setText(radic);

    }

    @Override
    public void onBackPressed()
    {
        finish();
    }
}
```

La parte más importante de este código es el uso de la librería MathView para mostrar fórmulas matemáticas en la actividad. Como se puede observar se introduce el texto directamente en LaTeX en las variables de tipo String, teniendo en cuenta que cualquier carácter como por ejemplo el salto de línea "\" ha de ser escapado y por consiguiente en el código se muestra doble. El String se muestra en el MathView correspondiente mediante la función `setText`.

6.2.6. Código de la actividad de ejercicios.

A continuación el código de la lista de temas de los cuales podemos acceder a los ejercicios (similar al del apartado **6.2.4.**)

```
package com.example.mathapp;

import android.content.Intent;
import android.support.v7.app.AppCompatActivity;
import android.os.Bundle;
import android.view.View;
import android.widget.AdapterView;
import android.widget.ArrayAdapter;
import android.widget.ListView;



public class Activity_Mat_Calculo_Ejerc extends AppCompatActivity {

    private ListView listV;
    private String titulos [] = {"1. Números complejos", "2. Cálculo
diferencial de funciones de una variable", "3. Cálculo diferencial de
funciones de varias variables",
            "4. Derivación de funciones compuestas e implícitas", "5.
Extremos de funciones de varias variables", "6. Integración indefinida",
"7. Integración definida y aplicaciones",
            "8. Integración múltiple", "9. Integral curvilínea"};

    @Override
    protected void onCreate(Bundle savedInstanceState) {
        super.onCreate(savedInstanceState);
        setContentView(R.layout.activity__mat__calculo__ejerc);

        getSupportActionBar().setDisplayShowHomeEnabled(true);
        getSupportActionBar().setIcon(R.mipmap.ic_launcher);

        listV = findViewById(R.id.listV_Temas);

        final ArrayAdapter<String> arrayAdapter = new
ArrayAdapter<>(this, R.layout.list_item_titulos, titulos);

        listV.setAdapter(arrayAdapter);
        listV.setTextFilterEnabled(true);

        listV.setOnItemClickListener(new
AdapterView.OnItemClickListener() {
            @Override
            public void onItemClick(AdapterView<?> parent, View view, int
position, long id) {

                if(position == 0)
                {
                    Intent intent = new
Intent(Activity_Mat_Calculo_Ejerc.this,
Activity_Mat_Calculo_Ejerc_T1.class);
                    startActivity(intent);
                }
                else if(position == 1)
                {
                    Intent intent = new
Intent(Activity_Mat_Calculo_Ejerc.this,
```

```
Activity_Mat_Calculo_Ejerc_T2.class);
                        startActivity(intent);
                    }
/*
                    else if(position == 2)
                    {
                        Intent intent = new
Intent(Activity_Mat_Calculo_Ejerc.this, Activity_Mat_Calculo_T3.class);
                        startActivity(intent);
                    }
                    else if(position == 3)
                    {
                        Intent intent = new
Intent(Activity_Mat_Calculo_Ejerc.this, Activity_Mat_Calculo_T4.class);
                        startActivity(intent);
                    }
                    else if(position == 4)
                    {
                        Intent intent = new
Intent(Activity_Mat_Calculo_Ejerc.this, Activity_Mat_Calculo_T5.class);
                        startActivity(intent);
                    }
                    else if(position == 5)
                    {
                        Intent intent = new
Intent(Activity_Mat_Calculo_Ejerc.this, Activity_Mat_Calculo_T6.class);
                        startActivity(intent);
                    }
                    else if(position == 6)
                    {
                        Intent intent = new
Intent(Activity_Mat_Calculo_Ejerc.this, Activity_Mat_Calculo_T7.class);
                        startActivity(intent);
                    }
                    else if(position == 7)
                    {
                        Intent intent = new
Intent(Activity_Mat_Calculo_Ejerc.this, Activity_Mat_Calculo_T8.class);
                        startActivity(intent);
                    }
                    else if(position == 8)
                    {
                        Intent intent = new
Intent(Activity_Mat_Calculo_Ejerc.this, Activity_Mat_Calculo_T9.class);
                        startActivity(intent);
                    }
*/
               }
          });


     }

     @Override
     public void onBackPressed()
     {
          finish();
     }
}
```

El código comentado (en azul) corresponde al temario que de momento no tiene ejercicios propuestos (en este ejemplo corresponde desde el tema 3 al tema 9 del bloque de cálculo).

El código de cada *activity* de ejercicio se resume de la siguiente forma:

```
package com.example.mathapp;

import android.support.v7.app.AppCompatActivity;
import android.os.Bundle;
import android.view.View;


import io.github.kexanie.library.MathView;


public class Activity_Mat_Calculo_Ejerc_T1_E2 extends AppCompatActivity {



    MathView E2_en1, E2_en2, E2_sol1, E2_sol2;
    String en1 = "$$" + "\\frac{(2+i)^2 + (1-i)^2}{1-3i}" + "$$";
    String en2 = "$$" + "\\frac{1+3xi}{3-4i}" + "$$";

    String sol1 = "$$" + "1. \\quad \\frac{(2+i)^2 + (1-i)^2}{1-3i} =
\\frac{(4+4i+i^2)+(1-2i+i^2)}{1-3i} = \\frac{3+2i}{1-3i} =" + "$$" +
                        "$$" + "\\frac{(3+2i)(1+3i)}{(1-3i)(1+3i)} =
\\frac{3+9i+2i+6i^2}{1-9i^2} =" +
                         "\\frac{-3}{10}+\\frac{11}{10}i" + "$$";

    String sol2 = "$$" + "2. \\quad \\frac{1+3xi}{3-4i} =
\\frac{(1+3xi)(3+4i)}{(3-4i)(3+4i)} = \\frac{3+4i+9xi+12xi^2}{9-16i^2} ="
+ "$$" +
                    "$$" + "\\frac{3-12x+i(4+9x)}{25} = \\frac{3-
12x}{25}+\\frac{4+9x}{25}i" + "$$" +
                  "$$" + "\\text{a) Numero real} \\rightarrow Im(z) = 0"
+ "$$" +
                  "$$" + "\\frac{4+9x}{25}=0 \\rightarrow 9x+4=0
\\rightarrow x=\\frac{-4}{9}" + "$$" +
                  "$$" + "\\text{b) Numero imaginario puro} \\rightarrow
Re(z) = 0" + "$$" +
                  "$$" + "\\frac{3-12x}{25}=0 \\rightarrow 3-12x=0
\\rightarrow x=\\frac{3}{12}=\\frac{1}{4}" + "$$";

    @Override
    protected void onCreate(Bundle savedInstanceState) {
        super.onCreate(savedInstanceState);
        setContentView(R.layout.activity__mat__calculo__ejerc__t1__e2);

        getSupportActionBar().setDisplayShowHomeEnabled(true);
        getSupportActionBar().setIcon(R.mipmap.ic_launcher);

    }


    protected void onResume()
    {
        super.onResume();

        E2_en1 = findViewById(R.id.mathV_enunciado1);
        E2_en2 = findViewById(R.id.mathV_enunciado2);
        E2_sol1 = findViewById(R.id.mathV_solucion1);
        E2_sol2 = findViewById(R.id.mathV_solucion2);

        /*
```

```
        E2_en1.getSettings().setBuiltInZoomControls(true);
        E2_en1.getSettings().setLoadWithOverviewMode(true);
        E2_en1.getSettings().setUseWideViewPort(true);
        E2_en2.getSettings().setBuiltInZoomControls(true);
        E2_en2.getSettings().setLoadWithOverviewMode(true);
        E2_en2.getSettings().setUseWideViewPort(true);
        E2_sol1.getSettings().setBuiltInZoomControls(true);
        E2_sol1.getSettings().setLoadWithOverviewMode(true);
        E2_sol1.getSettings().setUseWideViewPort(true);
        E2_sol2.getSettings().setBuiltInZoomControls(true);
        E2_sol2.getSettings().setLoadWithOverviewMode(true);
        E2_sol2.getSettings().setUseWideViewPort(true);
        */
        E2_en1.setText(en1);
        E2_en2.setText(en2);
        E2_sol1.setText(sol1);
        E2_sol2.setText(sol2);



    }

    @Override
    public void onBackPressed()
    {
        finish();
    }

    public void solucion(View view)
    {
        E2_sol1.setVisibility(View.VISIBLE);
        E2_sol2.setVisibility(View.VISIBLE);
    }


}
```

Lo destacable en el código es el método `solucion` que es llamado cuando se pulsa el botón de solución del correspondiente ejercicio, mostrando la solución mediante un MathView, el cual anteriormente está oculto al usuario.

6.2.7. Código de la actividad de vídeos.

A continuación el código de la lista de temas de los cuales podemos acceder a los vídeos (similar al del apartado **6.2.4.**)

```
package com.example.mathapp;

import android.content.Intent;
import android.support.v7.app.AppCompatActivity;
import android.os.Bundle;
import android.view.View;
import android.widget.AdapterView;
import android.widget.ArrayAdapter;
import android.widget.ListView;

public class Activity_Mat_Calculo_Videos extends AppCompatActivity {
```

```
    private ListView listV;
    private String titulos [] = {"1. Números complejos", "2. Cálculo
diferencial de funciones de una variable", "3. Tipos de funciones",
            "4. Cálculo diferencial de funciones de varias variables",
"5. Derivación de funciones compuestas e implícitas", "6. Extremos de
funciones de varias variables", "7. Integración indefinida",
            "8. Integración definida y aplicaciones", "9. Integración
múltiple", "10. Integral curvilínea"};

    @Override
    protected void onCreate(Bundle savedInstanceState) {
        super.onCreate(savedInstanceState);
        setContentView(R.layout.activity__mat__calculo__videos);

        getSupportActionBar().setDisplayShowHomeEnabled(true);
        getSupportActionBar().setIcon(R.mipmap.ic_launcher);

        listV = findViewById(R.id.listV_Temas);

        final ArrayAdapter<String> arrayAdapter = new
ArrayAdapter<>(this, R.layout.list_item_titulos, titulos);

        listV.setAdapter(arrayAdapter);
        listV.setTextFilterEnabled(true);

        listV.setOnItemClickListener(new
AdapterView.OnItemClickListener() {
            @Override
            public void onItemClick(AdapterView<?> parent, View view, int
position, long id) {

                if(position == 0)
                {
                    Intent intent = new
Intent(Activity_Mat_Calculo_Videos.this,
Activity_Mat_Calculo_Videos_T1.class);
                    startActivity(intent);
                }
                else if(position == 1)
                {
                    Intent intent = new
Intent(Activity_Mat_Calculo_Videos.this,
Activity_Mat_Calculo_Videos_T2.class);
                    startActivity(intent);
                }

                else if(position == 2)
                {
                    Intent intent = new
Intent(Activity_Mat_Calculo_Videos.this,
Activity_Mat_Calculo_Videos_T3.class);
                    startActivity(intent);
                }
                else if(position == 3)
                {
                    Intent intent = new
Intent(Activity_Mat_Calculo_Videos.this,
Activity_Mat_Calculo_Videos_T4.class);
                    startActivity(intent);
                }
                else if(position == 4)
                {
```

```
                    Intent intent = new
Intent(Activity_Mat_Calculo_Videos.this,
Activity_Mat_Calculo_Videos_T5.class);
                    startActivity(intent);
                }
                else if(position == 5)
                {
                    Intent intent = new
Intent(Activity_Mat_Calculo_Videos.this,
Activity_Mat_Calculo_Videos_T6.class);
                    startActivity(intent);
                }
                else if(position == 6)
                {
                    Intent intent = new
Intent(Activity_Mat_Calculo_Videos.this,
Activity_Mat_Calculo_Videos_T7.class);
                    startActivity(intent);
                }
                else if(position == 7)
                {
                    Intent intent = new
Intent(Activity_Mat_Calculo_Videos.this,
Activity_Mat_Calculo_Videos_T8.class);
                    startActivity(intent);
                }
                else if(position == 8)
                {
                    Intent intent = new
Intent(Activity_Mat_Calculo_Videos.this,
Activity_Mat_Calculo_Videos_T9.class);
                    startActivity(intent);
                }
                else if(position == 9)
                {
                    Intent intent = new
Intent(Activity_Mat_Calculo_Videos.this,
Activity_Mat_Calculo_Videos_T10.class);
                    startActivity(intent);
                }

            }
        });



    }

    @Override
    public void onBackPressed()
    {
        finish();
    }
}
```

El código para cada *activity* de vídeo es el siguiente:

```
package com.example.mathapp;

import android.content.Intent;
import android.net.Uri;
```

```java
import android.support.v7.app.AppCompatActivity;
import android.os.Bundle;
import android.view.View;
import android.widget.AdapterView;
import android.widget.ArrayAdapter;
import android.widget.ListView;

import java.util.ArrayList;
import java.util.TreeMap;



public class Activity_Mat_Calculo_Videos_T2 extends AppCompatActivity {

    private ListView listV;
    private TreeMap<String, String> tm = new TreeMap<>();

    @Override
    protected void onCreate(Bundle savedInstanceState) {
        super.onCreate(savedInstanceState);
        setContentView(R.layout.activity__mat__calculo__videos__t2);

        getSupportActionBar().setDisplayShowHomeEnabled(true);
        getSupportActionBar().setIcon(R.mipmap.ic_launcher);

        tm.put("1. Límites y continuidad",
"https://youtu.be/Ls0vuya6JwQ");
        tm.put("2. Indeterminación ∞ - ∞",
"https://youtu.be/__kkSMaoKwI");
        tm.put("3. Derivada mediante la defición",
"https://youtu.be/yQ7H40pdMps");
        tm.put("4. Derivada - Regla de la cadena",
"https://youtu.be/m_APcwjkup8");
        tm.put("5. Derivación implícita y recta tangente a una curva",
"https://youtu.be/HGElpLm-4bY");
        tm.put("6. Teoremas de Rolle y de Bolzano",
"https://youtu.be/pdnsAvBQWa0");
        tm.put("7. Estudio completo de una función logarítmica",
"https://youtu.be/EvDCxmwr82A");


        listV = findViewById(R.id.listV_Temas);
        ArrayList<String> listItems = new ArrayList<>(tm.keySet());

        final ArrayAdapter<String> arrayAdapter = new
ArrayAdapter<>(this, R.layout.list_item_titulos, listItems);

        listV.setAdapter(arrayAdapter);
        listV.setTextFilterEnabled(true);

        listV.setOnItemClickListener(new
AdapterView.OnItemClickListener() {
            @Override
            public void onItemClick(AdapterView<?> parent, View view, int
position, long id) {

                String url = tm.get(arrayAdapter.getItem(position));
                Intent intent = new Intent(Intent.ACTION_VIEW);
                intent.setData(Uri.parse(url));
                startActivity(intent);

            }
        });
```

```
    }

    @Override
    public void onBackPressed()
    {
        finish();
    }
}
```

Lo destacable de este código es el uso de un ListView y de un TreeMap para ordenar los vídeos. El TreeMap recibe dos parámetros String: el título del vídeo y la URL del vídeo correspondiente. Al clickar el ítem se crea una nueva *activity* en el dispositivo que abre el vídeo seleccionado en la aplicación de preferencia del teléfono (*YouTube* en este caso).

6.2.8. Código de la actividad de "Acerca de".

```
package com.example.mathapp;

import android.support.v7.app.AppCompatActivity;
import android.os.Bundle;

public class Activity_AcercaDe extends AppCompatActivity {

    @Override
    protected void onCreate(Bundle savedInstanceState) {
        super.onCreate(savedInstanceState);
        setContentView(R.layout.activity__acerca_de);

        getSupportActionBar().setDisplayShowHomeEnabled(true);
        getSupportActionBar().setIcon(R.mipmap.ic_launcher);
    }
    //Método para el botón "Atrás" (volver a la activity anterior)
    @Override
    public void onBackPressed()
    {
        finish();
    }
}
```

El texto de esta actividad se encuentra en el *layout* de la misma.

6.2.9. Código XML del archivo *AndroidManifest*.xml.

Un archivo del tipo *Manifest* es aquel que contiene datos sobre otros datos de la aplicación como pueden ser la versión de la misma, el preguntar para obtener ciertos permisos del dispositivo para poder ejecutar cierto módulo de la aplicación, etc.

A continuación se muestra el código del archivo *AndroidManifest*.xml

```xml
<?xml version="1.0" encoding="utf-8"?>
<manifest xmlns:android="http://schemas.android.com/apk/res/android"
    package="com.example.mathapp">

    <application
        android:allowBackup="true"
        android:icon="@mipmap/ic_launcher"
        android:label="@string/app_name"
        android:roundIcon="@mipmap/ic_launcher_round"
        android:supportsRtl="true"
        android:theme="@style/AppTheme">
        <activity android:name=".Activity_Mat_Calculo_Ejerc_T2_E5"
            android:screenOrientation="landscape"/>
        <activity android:name=".Activity_Mat_Calculo_Ejerc_T2_E4"
            android:screenOrientation="landscape"/>
        <activity android:name=".Activity_Mat_Calculo_Ejerc_T2_E3"
            android:screenOrientation="landscape"/>
        <activity android:name=".Activity_Mat_Calculo_Ejerc_T2_E2"
            android:screenOrientation="landscape"/>
        <activity android:name=".Activity_Mat_Calculo_Ejerc_T2_E1"
            android:screenOrientation="landscape"/>
        <activity android:name=".Activity_Mat_Calculo_Ejerc_T2" />
        <activity android:name=".Activity_Mat_Algebra_Videos_T7" />
        <activity android:name=".Activity_Mat_Algebra_Videos_T6" />
        <activity android:name=".Activity_Mat_Algebra_Videos_T5" />
        <activity android:name=".Activity_Mat_Algebra_Videos_T4" />
        <activity android:name=".Activity_Mat_Algebra_Videos_T3" />
        <activity android:name=".Activity_Mat_Algebra_Videos_T2" />
        <activity android:name=".Activity_Mat_Algebra_Videos_T1" />
        <activity android:name=".Activity_Mat_Calculo_Videos_T10" />
        <activity android:name=".Activity_Mat_Calculo_Videos_T9" />
        <activity android:name=".Activity_Mat_Calculo_Videos_T8" />
        <activity android:name=".Activity_Mat_Calculo_Videos_T7" />
        <activity android:name=".Activity_Mat_Calculo_Videos_T6" />
        <activity android:name=".Activity_Mat_Calculo_Videos_T5" />
        <activity android:name=".Activity_Mat_Calculo_Videos_T4" />
        <activity android:name=".Activity_Mat_Calculo_Videos_T3" />
        <activity android:name=".Activity_Mat_Calculo_Videos_T2" />
        <activity
            android:name=".Activity_Mat_Calculo_T10"
            android:screenOrientation="landscape" />
        <activity
            android:name=".Activity_Mat_Calculo_Ejerc_T1_E6"
            android:screenOrientation="landscape" />
        <activity
            android:name=".Activity_Mat_Calculo_Ejerc_T1_E5"
            android:screenOrientation="landscape" />
        <activity
            android:name=".Activity_Mat_Calculo_Ejerc_T1_E4"
            android:screenOrientation="landscape" />
        <activity
            android:name=".Activity_Mat_Calculo_Ejerc_T1_E3"
            android:screenOrientation="landscape" />
        <activity
            android:name=".Activity_Mat_Calculo_Ejerc_T1_E2"
            android:screenOrientation="landscape" />
        <activity
            android:name=".Activity_Mat_Calculo_Ejerc_T1_E1"
            android:screenOrientation="landscape" />
        <activity android:name=".Activity_Mat_Calculo_Ejerc_T1" />
        <activity android:name=".Activity_Mat_Calculo_Videos_T1" />
        <activity
            android:name=".Activity_Mat_Calculo_T9"
```

```xml
            android:screenOrientation="landscape" />
        <activity
            android:name=".Activity_Mat_Calculo_T8"
            android:screenOrientation="landscape" />
        <activity
            android:name=".Activity_Mat_Calculo_T7"
            android:screenOrientation="landscape" />
        <activity
            android:name=".Activity_Mat_Calculo_T6"
            android:screenOrientation="landscape" />
        <activity
            android:name=".Activity_Mat_Calculo_T5"
            android:screenOrientation="landscape" />
        <activity
            android:name=".Activity_Mat_Calculo_T4"
            android:screenOrientation="landscape" />
        <activity
            android:name=".Activity_Mat_Calculo_T3"
            android:screenOrientation="landscape" />
        <activity
            android:name=".Activity_Mat_Calculo_T2"
            android:screenOrientation="landscape" />
        <activity
            android:name=".Activity_Mat_Calculo_T1"
            android:screenOrientation="landscape" />
        <activity android:name=".Activity_Mat_Calculo_Ejerc" />
        <activity android:name=".Activity_Mat_Calculo_Videos" />
        <activity android:name=".Activity_Mat_Calculo_Teoria" />
        <activity
            android:name=".Activity_Mat_Calculo"
            android:screenOrientation="portrait" />
        <activity
            android:name=".Activity_Mat_Algebra_T7"
            android:screenOrientation="landscape" />
        <activity
            android:name=".Activity_Mat_Algebra_T6"
            android:screenOrientation="landscape" />
        <activity
            android:name=".Activity_Mat_Algebra_T5"
            android:screenOrientation="landscape" />
        <activity
            android:name=".Activity_Mat_Algebra_T4"
            android:screenOrientation="landscape" />
        <activity
            android:name=".Activity_Mat_Algebra_T3"
            android:screenOrientation="landscape" />
        <activity
            android:name=".Activity_Mat_Algebra_T2"
            android:screenOrientation="landscape" />
        <activity
            android:name=".Activity_Mat_Algebra_T1"
            android:screenOrientation="landscape" />
        <activity android:name=".Activity_Mat_Algebra_Teoria" />
        <activity android:name=".Activity_Mat_Algebra_E0"
            android:screenOrientation="landscape"/>
        <activity android:name=".Activity_Mat_Algebra_Ejerc" />
        <activity android:name=".Activity_Mat_Algebra_Videos" />
        <activity
            android:name=".Activity_Mat_Algebra"
            android:screenOrientation="portrait" />
        <activity
            android:name=".Activity_Mat"
            android:screenOrientation="portrait" />
```

```xml
        <activity
            android:name=".Activity_AcercaDe"
            android:screenOrientation="portrait" />
        <activity
            android:name=".MainActivity"
            android:screenOrientation="portrait">
            <intent-filter>
                <action android:name="android.intent.action.MAIN" />

                <category android:name="android.intent.category.LAUNCHER"
/>
            </intent-filter>
        </activity>
    </application>

</manifest>
```

6.2.10. Código XML del archivo *strings*.xml.

Todos los textos (tanto del nombre de los títulos de las páginas como el contenido de los bloques, etc.), se encuentran en el archivo del programa *strings*.xml y su código se muestra a continuación:

```
<resources>
    <string name="app_name">MathAPP</string>

    // Strings del MainActivity
    <string name="tv_bienvenida">¡Bienvenido a MathApp, selecciona la
materia!</string>
    <string name="tv_matematicas">Matemáticas</string>
    <string name="imgb_matematicas">Matemáticas</string>

    // Strings del menú Overflow
    <string name="item_AcercaDe">Acerca de...</string>
    <string name="tv_AcercaDe">\nEsta aplicación ha sido desarrollada por
Mario Gimeno Soriano para el Trabajo Fin de Grado "DISEÑO DE UNA APP COMO
APOYO PARA EL APRENDIZAJE DE MATERIAS BÁSICAS EN TITULACIONES DE LA RAMA
DE INGENIERÍA".\n\n

A continuación se da el crédito pertinente a todos los colaboradores que
han hecho posible la realización de este trabajo.\n\n

ICONOS DE LA APLICACIÓN:\n\n
\t - Icono principal de la aplicación realizado por Freepik de
www.flaticon.com.\n\n
\t - Icono de "Matemáticas" realizado por Freepik de
www.flaticon.com.\n\n
\t - Icono de la integral realizado por Freepik de www.flaticon.com.\n\n
\t - Icono de la matriz realizado por Vitaly Gorbachev de
www.flaticon.com.\n\n
\t - Icono principal de la aplicación realizado por Freepik de
www.flaticon.com\n\n
\t - Icono principal de la aplicación realizado por Freepik de
www.flaticon.com\n\n
\t - Icono principal de la aplicación realizado por Freepik de
www.flaticon.com\n\n
\t - Iconos de los libros y de YouTube realizados por Freepik de
www.flaticon.com.\n\n
    \t - Icono del lápiz realizado por Smashicons de
www.flaticon.com.\n\n

CONTENIDO DE LA APLICACIÓN:\n\n
Todo el contenido teórico ha sido recopilado por mi utilizando diversas
fuentes. El contenido pertenece a sus autores y a continuación se
muestran una lista con todos ellos:\n\n
\t - MARÍN MOLINA, J. [et.al.], (2012). Álgebra lineal. Valencia:
Editorial Universitat Politècnica.\n\n
\t - RAMÍREZ FERNÁNDEZ, ANTONIO J. [et.al.], (2002). Apuntes de
Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería: Cálculo en una variable.
Valencia: Editorial UPV.\n\n
\t - COLL ALIAGA, C. [et.al.], (1999). Apuntes de la asignatura
Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería: Cálculo. Valencia: Servicio de
Publicaciones de la UPV.\n\n
\t - STEWART, JAMES, (2012). Multivariable Calculus, Seventh Edition.
USA: Brookes/Cole, Cengage Learning.\n\n
\t - SANABRIA CODESAL, ESTHER. Transparencias de clase. Valencia.\n\n
\t - CAPILLA ROMÁ, MARÍA TERESA. Transparencias de clase. Valencia.\n\n

VIDEOS DE LA APLICACIÓN:\n\n
```

```
Me gustaría agradecer a los autores de los vídeos utilizados:\n\n
    \t - Personal UPV:\n\n
    \t\t - CAMACHO GARCÍA, ANDRÉS\n\n
    \t\t - GIMÉNEZ VALENTÍN, MARCOS HERMINIO\n\n
    \t\t - GUIRAO, ANTONIO JOSÉ\n\n
    \t\t - HERRERO DEBÓN, ALICIA\n\n
    \t\t - MARTÍNEZ USO, MARÍA JOSÉ\n\n
    \t\t - MOLL LÓPEZ, SANTIAGO\n\n
    \t\t - MONREAL MENGUAL, LLÚCIA\n\n
    \t\t - RODRÍGUEZ, MARÍA JOSÉ\n\n
    \t\t - TRUJILLO GUILLÉN, MACARENA\n\n
    \t - Canales de YouTube:\n\n

    \t\t - 1A CON BERNI
(https://www.youtube.com/channel/UCq5YfKN6SfUHKBoIxhnAhgQ)\n\n
    \t\t - 8CIFRAS (https://www.youtube.com/user/8CIFRAS)\n\n
    \t\t - CANAL MISTERCINCO
(https://www.youtube.com/user/holamistercinco)\n\n
    \t\t - CLASSESAMIDA (https://www.youtube.com/user/classesamida)\n\n
    \t\t - JULIOPROFE (https://www.youtube.com/user/julioprofe)\n\n
    \t\t - KHANACADEMYESPAÑOL
(https://www.youtube.com/user/KhanAcademyEspanol)\n\n
    \t\t - LASMATEMATICAS.ES (https://www.youtube.com/user/juanmemol)\n\n
    \t\t - MATEFACIL (https://www.youtube.com/user/Arquimedes1075)\n\n
    \t\t - MATES CON ANDRÉS
(https://www.youtube.com/channel/UC73702acnOOmrWMzFRHe4oA)\n\n
    \t\t - UNICOOS (https://www.youtube.com/user/davidcpv)\n\n

    Para cualquier consulta o sugerencia puedes contactar conmigo
enviando un email a la siguiente dirección de correo electrónico:\n\n
    \t mgsoriano.0@gmail.com\n\n
</string>

    // Strings del Activity_Mat
    <string name="tvMat_bienvenida">Selecciona la categoría</string>
    <string name="tvMat_Calculo">Cálculo</string>
    <string name="tvMat_Algebra">Álgebra lineal</string>
    <string name="tvMat_Fourier">Series de Fourier</string>
    <string name="tvMat_EcDif">Ecuaciones Diferenciales</string>
    <string name="tvMat_Laplace">Transformadas Integrales</string>
    <string name="imgBMat_Calculo">Cálculo_imgB</string>
    <string name="imgBMat_Algebra">Álgebra lineal y de
Boole_imgB</string>
    <string name="imgBMat_Fourier">Series de Fourier_imgB</string>
    <string name="imgBMat_EcDif">Ecuaciones Diferenciales_imgB</string>
    <string name="imgBMat_Laplace">Transformadas Integrales_imgB</string>

    // Strings Genéricos de categoría
    <string name="tvGen_Teoria">Teoría</string>
    <string name="tvGen_Ejercicios">Ejercicios</string>
    <string name="tvGen_Videos">Vídeos</string>
    <string name="imgBGen_Teoria">Teoría_imgB</string>
    <string name="imgBGen_Ejercicios">Ejercicios_imgB</string>
    <string name="imgBGen_Videos">Vídeos_imgB</string>
    <string name="Button_Ejercicios">Solución</string>

    // STRINGS DEL CONTENIDO DE CALCULO

    // Strings del Tema 1 de teoría de Cálculo - Números complejos

    <string name="tvMat_Calc_T1_Titulo">Tema 1. Números
complejos\n</string>
```

```
    <string name="tvMat_Calc_T1_Subtitulo1">1. Introducción a los números
complejos\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T1_Apartado1_1">· Definiciones\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T1_Contenido1_1">Los números complejos son
muy útiles para resolver problemas de variable compleja en matemática
aplicada. Son muy frecuentes en campos como en la física (mecánica
cuántica…) o en ingeniería (electrónica y telecomunicaciones…). Contienen
a los números reales, por lo que cualquier número real se puede expresar
en el dominio complejo
    y surgen de la necesidad de encontrar soluciones a las ecuaciones del
tipo <i>x<sup>2</sup> + a</i> = 0 con <i>a</i> > 0.\n
    Si despejamos la <i>x</i> se obtiene que <i>x</i> = ±√(-<i>a</i>) =
√((-1)<i>a</i>) = √(-1)√(<i>a</i>) donde se conoce √(a) pero no √(-1).
Por ello se establece la siguiente definición:\n
    A √(-1) se le representa por <i>i</i> y se le denomina <b>unidad
imaginaria</b>\n
    Decimos que un número <i>z</i> es un <b>número complejo</b> si se
escribe de la forma <i>z</i> = <i>a + bi</i>.\n
    ℂ = {<i>a + bi</i> / <i>a, b</i> ∈ ℝ} es el conjunto de los números
complejos y es una extensión del conjunto de los números reales, ℝ ⊂
ℂ:\n
    \t - <i>a</i> es la parte real de <i>z</i> y se denota por
<i>Re</i>(<i>z</i>), <i>Re</i>(<i>z</i>) = <i>a</i>.\n
    \t - <i>b</i> es la parte imaginaria de <i>z</i> y se denota por
<i>Im</i>(<i>z</i>), <i>Im</i>(<i>z</i>) = <i>b</i>.\n
    </string>

    <string name="tvMat_Calc_T1_Apartado1_2">· Conjugado de un número
complejo\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T1_Contenido1_2">El número complejo
conjugado de <i>z</i> = <i>a + bi</i> es <i>a - bi</i> y se representa
por <i>z</i><sup>*</sup> = <i>a - bi</i>.\n
    Sea <i>w</i> otro número complejo tal que <i>w</i> = <i>c + di</i>:\n
    \t - (<i>z + w</i>)<sup>*</sup> = (<i>z</i>)<sup>*</sup> +
(<i>w</i>)<sup>*</sup>\n
    \t - (<i>z  · w</i>)<sup>*</sup> = (<i>z</i>)<sup>*</sup> ·
(<i>w</i>)<sup>*</sup>\n
    \t - ((<i>z</i>)<sup>*</sup>)<sup>*</sup> = <i>z</i>\n
    \t - <i>z</i>  · (<i>z</i>)<sup>*</sup> = |<i>z</i>|<sup>2</sup> =
<i>a</i><sup>2</sup> + <i>b</i><sup>2</sup>.\n
    </string>

    <string name="tvMat_Calc_T1_Apartado1_3">· Potencias de la unidad
imaginaria\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T1_Contenido1_3">Si calculamos las sucesivas
potencias de la unidad imaginaria obtenemos:\n
    \t - <i>i</i><sup>0</sup> = 1\n
    \t - <i>i</i><sup>1</sup> = <i>i</i>\n
    \t - <i>i</i><sup>2</sup> = <i>i</i>  · <i>i</i> = √(-1)  · √(-1) =
(√(-1))<sup>2</sup> = -1\n
    \t - <i>i</i><sup>3</sup> = <i>i</i><sup>2</sup>  · <i>i</i> = -1  ·
<i>i</i> = -<i>i</i>\n
    \t - <i>i</i><sup>4</sup> = <i>i</i><sup>2</sup>  ·
<i>i</i><sup>2</sup> = (-1)<sup>2</sup> = 1\n
    \t - <i>i</i><sup>5</sup> = <i>i</i><sup>4</sup>  · <i>i</i> =
<i>i</i>\n\n
    \t - En general <i>i<sup>n</sup></i> = <i>i</i><sup>resto de la
división de n entre 4</sup>:\n
    </string>
```

```
    // mathV

    <string name="tvMat_Calc_T1_Apartado1_4">· Representación
gráfica\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T1_Contenido1_4">Se representa el número
<i>z</i> = <i>a + bi</i>, <i>z</i> ≠ 0, como el vector del plano
(<i>a,</i> <i>b</i>) en el <b>plano complejo</b>:\n
    \t - El punto <i>P</i> = (<i>a</i>, <i>b</i>) del plano, que
representa a un número complejo se le denomina <i>afijo</i> del número
complejo <i>z</i>.\n
    \t - Todo vector libre <b><i>OP</i></b> se puede determinar por sus
coordenadas o por su <b>módulo</b> <i>r</i> = |<b><i>OP</i></b>| y
<b>argumento</b> <i>φ</i> (ángulo entre el vector <b><i>OP</i></b> y el
eje <i>OX</i><sup>+</sup>).\n
    </string>
    // img
    <string name="tvMat_Calc_T1_Contenido1_5">El módulo de un número
complejo <i>z</i> = <i>a + bi</i> se representa por:\n</string>
    //mathv modulo num complejo
    <string name="tvMat_Calc_T1_Contenido1_6">El argumento de un número
complejo <i>z</i> = <i>a + bi</i> viene dado por:\n</string>
    //mathv argumento num complejo

    <string name="tvMat_Calc_T1_Apartado1_5">· Formas de expresión de un
número complejo\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T1_Contenido1_7">De las expresiones del
módulo y argumento de un número complejo se puede deducir que <i>a</i> =
<i>r cos φ</i> y <i>b</i> = <i>r sen φ</i>, por lo que\n\n
    \t <i>z</i> = <i>a</i> + <i>bi</i> = <i>r</i> cos <i>φ</i> +
<i>i</i>(<i>r</i>sen <i>φ</i>).\n\n
    En consecuencia, los números complejos se pueden escribir de las
siguientes formas:\n\n
    \t - Forma binómica: <i>z</i> = <i>a</i> + <i>bi</i>\n
    \t - Forma polar: <i>z</i> = <i>r<sub>φ</sub></i>\n
    \t - Forma trigonométrica: <i>z</i> = <i>r</i>(cos<i>φ</i> +
<i>i</i>sen<i>φ</i>)\n
    \t - Forma exponencial: <i>z</i> = <i>re<sup>φi</sup></i>\n
    \t - Forma cartesiana: (<i>a</i>, <i>b</i>)\n
    </string>

    <string name="tvMat_Calc_T1_Apartado1_6">· Exponencial
compleja\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T1_Contenido1_8">Dado <i>φ</i> ∈ ℝ, se
define la exponencial compleja como\n\n
    \t <i>e<sup>iφ</sup></i> = cos <i>φ</i> + <i>i</i>sen <i>φ</i>\n\n
    Todo número complejo se puede expresar de la siguiente forma:\n\n
    \t <i>z</i> = <i>a</i> + <i>bi</i> = <i>r</i>(cos <i>φ</i> +
<i>i</i>sen <i>φ</i>) = <i>re<sup>iφ</sup></i>\n\n
    Si <i>z</i> = <i>a</i> + <i>bi</i> la exponencial de <i>z</i> es:\n\n
    \t <i>e<sup>z</sup></i> = <i>e<sup>a + bi</sup></i> =
<i>e<sup>a</sup></i> · <i>e<sup>bi</sup></i> = <i>e<sup>a</sup></i> ·
(cos <i>b</i> + <i>i</i>sen <i>b</i>)\n\n
    A continuación se muestra un ejemplo:\n
    </string>
    //mathv ejemplo expcompleja

    <string name="tvMat_Calc_T1_Subtitulo2">2. Operaciones con números
complejos\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T1_Apartado2_1">· Operaciones con números
```

```
complejos en forma binómica\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T1_Contenido2_1">Sean <i>z</i><sub>1</sub> =
<i>a</i> + <i>bi</i> y <i>z</i><sub>2</sub> = <i>c</i> + <i>di</i>\n\n
    \t - Suma: <i>z</i><sub>1</sub> + <i>z</i><sub>2</sub> = (<i>a</i> +
<i>bi</i>) + (<i>c</i> + <i>di</i>) = (<i>a</i> + <i>c</i>) + (<i>b</i> +
<i>d</i>)<i>i</i>\n\n
    \t - Resta: <i>z</i><sub>1</sub> - <i>z</i><sub>2</sub> = (<i>a</i> +
<i>bi</i>) - (<i>c</i> + <i>di</i>) = (<i>a</i> - <i>c</i>) + (<i>b</i> -
<i>d</i>)<i>i</i>\n\n
    \t - Producto: <i>z</i><sub>1</sub> · <i>z</i><sub>2</sub> =
(<i>a</i> + <i>bi</i>) · (<i>c</i> + <i>di</i>) = (<i>ac</i> - <i>bd</i>)
+ (<i>ad</i> + <i>bc</i>)<i>i</i>\n\n
    \t - División: se multiplica numerador y denominador por el conjugado
del denominador:\n</string>
    // mathv división binómica

    <string name="tvMat_Calc_T1_Contenido2_2">\t - Potenciación: se
utiliza el binomio de Newton\n\n</string>
    // mathv potenciación binómica

    <string name="tvMat_Calc_T1_Contenido2_3">Para el cálculo del
producto y el cociente de dos números complejos o la potencia n-ésima de
un número complejo es conveniente utilizar la forma polar o la forma
trigonométrica para facilitar los cálculos\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T1_Apartado2_2">· Operaciones con números
complejos en forma polar y exponencial\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T1_Contenido2_4">En forma polar, sean
<i>z</i><sub>1</sub> = <i>m<sub>α</sub></i> y <i>z</i><sub>2</sub> =
<i>n<sub>β</sub></i>,
    siendo <i>m</i> = |<i>z</i><sub>1</sub>|, <i>n</i> =
|<i>z</i><sub>2</sub>|, <i>α</i> = Arg(<i>z</i><sub>1</sub>) y <i>β</i> =
Arg(<i>z</i><sub>2</sub>):\n\n
        \t - Producto: <i>z</i><sub>1</sub> · <i>z</i><sub>2</sub> =
(<i>mn</i>)<sub><i>α</i> + <i>β</i></sub>\n\n
        \t - División: <i>z</i><sub>1</sub> / <i>z</i><sub>2</sub> =
(<i>m</i>/<i>n</i>)<sub><i>α</i> - <i>β</i></sub>\n\n
        \t - Potenciación: (<i>z</i><sub>1</sub>)<sup><i>k</i></sup> =
(<i>m<sup>k</sup></i>)<sub><i>kα</i></sub>\n\n
        En forma exponencial, sean <i>z</i><sub>1</sub> =
<i>me<sup>iα</sup></i> y <i>z</i><sub>2</sub> =
<i>ne<sup>iβ</sup></i>:\n\n
        \t - Producto: <i>z</i><sub>1</sub> · <i>z</i><sub>2</sub> =
(<i>mn</i>)<i>e</i><sup><i>i</i>(<i>α</i> + <i>β</i>)</sup>\n\n
        \t - División: <i>z</i><sub>1</sub> / <i>z</i><sub>2</sub> =
(<i>m</i> / <i>n</i>) · <i>e</i><sup><i>i</i>(<i>α</i> -
<i>β</i>)</sup>\n\n
        \t - Potenciación: (<i>z</i><sub>1</sub>)<sup><i>k</i></sup> =
(<i>m<sup>k</sup></i>) · <i>e</i><sup><i>ikα</i></sup>\n
    </string>

    <string name="tvMat_Calc_T1_Apartado2_3">· Operaciones con números
complejos en forma trigonométrica\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T1_Contenido2_5">Sean <i>z</i><sub>1</sub> =
<i>m</i>(cos <i>α</i> + <i>i</i>sen <i>α</i>) y <i>z</i><sub>2</sub> =
<i>n</i>(cos <i>β</i> + <i>i</i>sen <i>β</i>)\n\n
    \t - Producto: <i>z</i><sub>1</sub> · <i>z</i><sub>2</sub> =
<i>mn</i>(cos(<i>α</i> + <i>β</i>) + <i>i</i>(sen(<i>α</i> +
<i>β</i>))\n\n
    \t - División: se multiplica numerador y denominador por el conjugado
```

```
del denominador:\n
    </string>
    //mathv división trigonométrica

    <string name="tvMat_Calc_T1_Contenido2_6">\t - Potenciación: se
realiza gracias a la Fórmula de Moivre:\n\n</string>
    //mathv fórmula moivre

    <string name="tvMat_Calc_T1_Apartado2_4">· Radicación de número
complejos\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T1_Contenido2_7">Es la operación inversa de
la potenciación. Solo se puede hacer en forma polar y trigonométrica.
Dado <i>z</i> = <i>m<sub>α</sub></i>:\n\n
    </string>
    // mathv radicación

    <string name="tvMat_Calc_T1_Contenido2_8">Hay <i>n</i> soluciones
distintas, todas ellas con el mismo módulo, por lo que sus afijos se
encuentran en un círculo de radio <sup>n</sup>√(<i>m</i>) igualmente
separados. Estas soluciones, además, determinan polígonos regulares de
<i>n</i> vértices.\n
    </string>
    // EJERCICIOS

    // 1
    <string name="tvMat_Calc_T1_E1_Enunciado_1">Efectúa las siguientes
operaciones y simplifica el resultado:\n\n</string>
    // 2
    <string name="tvMat_Calc_T1_E2_Enunciado_2_1">1. Calcula en forma
binómica:\n\n</string>
    <string name="tvMat_Calc_T1_E2_Enunciado_2_2">2. Halla el valor que
debe tener <i>x</i> para que el cociente:\n</string>
    <string name="tvMat_Calc_T1_E2_Enunciado_2_3">sea:\n
                        \t a) Un número real.\n
                        \t b) Un número imaginario puro.
                        </string>
    // 3
    <string name="tvMat_Calc_T1_E3_Enunciado_3_1">1. Efectúa estas
operaciones y da el resultado en forma polar y binómica:\n\n</string>
    <string name="tvMat_Calc_T1_E3_Enunciado_3_2">2. Sean:\n</string>
    <string name="tvMat_Calc_T1_E3_Enunciado_3_2_1">Prueba
que:\n</string>
    <string name="tvMat_Calc_T1_E3_Enunciado_3_2_2">Si:\n</string>

    //4
    <string name="tvMat_Calc_T1_E4_Enunciado_4_1">1. Calcula:</string>
    <string name="tvMat_Calc_T1_E4_Enunciado_4_2">2. Halla las
coordenadas de los vértices del triángulo <i>ABC</i>, sabiendo que son
los afijos de las raíces cúbicas de -64. Calcula su área.</string>
    <string name="tvMat_Calc_T1_E4_Solucion_4_2_1">Aplicamos el Teorema
del coseno para calcular el lado <i>AB</i>:</string>
    <string name="tvMat_Calc_T1_E4_Solucion_4_2_2">Como el triángulo es
equilátero, su altura y su área son:</string>

    //5
    <string name="tvMat_Calc_T1_E5_Enunciado_5">1. Resuelve estas
ecuaciones en ℂ:</string>

    //6
    <string name="tvMat_Calc_T1_E5_Enunciado_6_1">1. Determina el valor
del <i>cos 15°</i> y <i>sen 15°</i> a partir de <i>cos 60°</i> , <i>sen
60°</i> , <i>cos 45°</i> y <i>sen 45°</i>.\n\n</string>
```

```
    <string name="tvMat_Calc_T1_E5_Enunciado_6_2">2. Calcular <i>cos 
2α</i> y <i>sen 2α</i>.</string>


//////////////////////////////////////////////////////////////////////////
//////////////////////////


    // Strings del Tema 2 de teoría de Cálculo - Cálculo diferencial de 
funciones de una variable

    <string name="tvMat_Calc_T2_Titulo">Tema 2. Cálculo diferencial de 
funciones de una variable\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T2_Subtitulo1">2.1. Definiciones\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T2_Contenido1_1">Sea <i>D</i> ⊆ ℝ 
llamaremos <b>función real de dominio real, <i>D</i></b>, a cualquier 
correspondencia <i>f</i> que asigne a cada número <i>x</i> ∈ <i>D</i> 
otro número real único, denotado por <i>f</i>(<i>x</i>), que llamaremos 
<b>valor de <i>f</i> en x</b>.\n\nPor ejemplo, si consideramos la función 
que a cada número <i>x</i> le asocia el valor de su cuadrado y denotamos 
por <i>f</i> a esta función tenemos que <i>f</i>(<i>x</i>) = 
<i>x<sup>2</sup></i>\n\n
        Dada una función <i>f</i> con dominio <i>D</i>, llamaremos 
<b>gráfica de <i>f</i></b> a la colección de los pares numéricos (<i>x, 
f</i>(<i>x</i>)) con <i>x</i> ∈ <i>D</i>.\n\n
        Dado que cada par de números puede ser representado mediante un 
punto en un plano, donde se ha establecido un sistema de ejes coordenados 
y una unidad de longitud, podemos interpretar la gráfica de una función 
<i>f</i> como una colección de puntos en el plano.\n\n
        Por ejemplo, la siguiente gráfica corresponde a la función dada 
por <i>f</i>(<i>x</i>) = <i>x<sup>2</sup></i>:\n\n
    </string>
    //imagen x^2

    <string name="tvMat_Calc_T2_images_x2">Gráfica de x^2, elaboración 
propia</string>

    <string name="tvMat_Calc_T2_Contenido1_2">Sea <i>f</i>(<i>x</i>) una 
función definida en un intervalo real [<i>a, b</i>] y 
<i>x</i><sub>0</sub> ∈ [<i>a, b</i>]:\n\n
        \t - La función <i>f</i>(<i>x</i>) alcanza un <b>mínimo local o 
relativo</b> en <i>x</i><sub>0</sub> si existe <i>ε</i> > 0 de forma que 
para todo <i>x</i> ∈ [<i>x<sub>0</sub> - ε</i>, <i>x<sub>0</sub> + 
ε</i>], se cumple que <i>f</i>(<i>x</i>) ≥ 
<i>f</i>(<i>x</i><sub>0</sub>).\n\n
        \t - La función <i>f</i>(<i>x</i>) alcanza un <b>máximo local o 
relativo</b> en <i>x</i><sub>0</sub> si existe <i>ε</i> > 0 de forma que 
para todo <i>x</i> ∈ [<i>x<sub>0</sub> - ε</i>, <i>x<sub>0</sub> + 
ε</i>], se cumple que <i>f</i>(<i>x</i>) ≤ 
<i>f</i>(<i>x</i><sub>0</sub>).\n\n
        \t - La función <i>f</i>(<i>x</i>) alcanza un <b>mínimo 
absoluto</b> en <i>x</i><sub>0</sub> si <i>f</i>(<i>x</i>) ≥ 
<i>f</i>(<i>x</i><sub>0</sub>) para todo <i>x</i> perteneciente al 
dominio de <i>f</i>.\n\n
        \t - La función <i>f</i>(<i>x</i>) alcanza un <b>máximo 
absoluto</b> en <i>x</i><sub>0</sub> si <i>f</i>(<i>x</i>) ≤ 
<i>f</i>(<i>x</i><sub>0</sub>) para todo <i>x</i> perteneciente al 
dominio de <i>f</i>.\n\n
        Se suele decir que <i>x</i><sub>0</sub> es un extremo de 
<i>f</i>(<i>x</i>) si esta función alcanza un máximo o un mínimo en dicho 
punto <i>x</i><sub>0</sub>.
```

```
     </string>

    <string name="tvMat_Calc_T2_Subtitulo2">2.2. Límites y
continuidad\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T2_Contenido2_1">Sea <i>f</i>(<i>x</i>) una
función definida en un intervalo real [<i>a, x</i><sub>0</sub>) diremos
que el número <i>M</i> es el <b>límite de la función <i>f</i>(<i>x</i>)
cuando <i>x</i> tiende a <i>x</i><sub>0</sub> por la izquierda</b> si los
valores de <i>f</i>(<i>x</i>) se aproximan a <i>M</i> conforme los
valores de <i>x</i> con <i>x</i> \u003C <i>x</i><sub>0</sub> se aproximan
a <i>x</i><sub>0</sub>.\n\n
    </string>
    // insertar latex de limite por la izquierda

    <string name="tvMat_Calc_T2_Contenido2_2">Sea <i>f</i>(<i>x</i>) una
función definida en un intervalo real (<i>x</i><sub>0</sub>, <i>b</i>]
diremos que el número <i>N</i> es el <b>límite de la función
<i>f</i>(<i>x</i>) cuando <i>x</i> tiende a <i>x</i><sub>0</sub> por la
derecha</b> si los valores de <i>f</i>(<i>x</i>) se aproximan a <i>N</i>
conforme los valores de <i>x</i> con <i>x</i> > <i>x</i><sub>0</sub> se
aproximan a <i>x</i><sub>0</sub>.\n\n
    </string>
    // insertar latex de limite por la derecha

    <string name="tvMat_Calc_T2_Contenido2_3">Sea <i>f</i>(<i>x</i>) una
función definida en los intervalos reales [<i>a, x</i><sub>0</sub>) y
(<i>x</i><sub>0</sub>, <i>b</i>] (<i>f</i>(<i>x</i>) no tiene por qué
estar definida en <i>x</i><sub>0</sub>) diremos que el número <i>L</i> es
el <b>límite de la función <i>f</i>(<i>x</i>) cuando <i>x</i> tiende a
<i>x</i><sub>0</sub></b> si los límites laterales coinciden con el valor
del límite anterior, es decir:\n\n
    </string>
    // insertar latex de definicion de límite

    <string name="tvMat_Calc_T2_Contenido2_4">Sea <i>f</i>(<i>x</i>) una
función definida en un intervalo real [<i>a, b</i>] y sea un valor
<i>x</i><sub>0</sub> ∈ [<i>a, b</i>] diremos que el <i>f</i>(<i>x</i>) es
<b>continua en <i>x</i><sub>0</sub></b> si\n\n
    </string>
    // insertar latex de definicion de continuidad

    <string name="tvMat_Calc_T2_Contenido2_5">Diremos que la función
<i>f</i>(<i>x</i>) es <b>continua en un subconjunto <i>S</i> ⊆ ℝ</b> si
<i>f</i>(<i>x</i>) es continua en todos los puntos de <i>S</i>.\n\n
        La definición de continuidad de <i>f</i>(<i>x</i>) en un punto
<i>x</i><sub>0</sub> exige que:\n\n
    </string>
    // insertar latex de condiciones de continuidad

    <string name="tvMat_Calc_T2_Contenido2_6">Un punto donde la función
<i>f</i>(<i>x</i>) no es continua se le denomina <b>punto de
discontinuidad</b> y se distinguen tres tipos de discontinuidades:\n\n
        \t - <i>x</i><sub>0</sub> ∈ ℝ es una discontinuidad
<b>evitable</b> si existe <i>f</i>(<i>x</i><sub>0</sub>), existe el
límite de <i>f</i>(<i>x</i>) cuando <i>x</i> tiende a
<i>x</i><sub>0</sub> pero no coinciden.\n\n
        \t - <i>x</i><sub>0</sub> ∈ ℝ es una discontinuidad de
<b>primera especie o de salto finito</b> si existe
<i>f</i>(<i>x</i><sub>0</sub>), existen los límites laterales pero son
distintos.\n\n
        \t - <i>x</i><sub>0</sub> ∈ ℝ es una discontinuidad de
<b>segunda especie o de salto infinito</b> si alguno de los límites
```

```
laterales no existe.\n\n
        A continuación resumimos algunos resultados fundamentales sobre
límites y continuidad de funciones.
    </string>
    // insertar latex de propiedades de límites

    <string name="tvMat_Calc_T2_Apartado2_1">·
Indeterminaciones\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T2_Contenido2_7">Existen ciertos límites que
al calcularlos dan lugar a los siguientes resultados:\n\n
    </string>
    // insertar latex de indeterminaciones de límites

    <string name="tvMat_Calc_T2_Contenido2_8">A este tipo de resultados
se les denomina indeterminación, y hay que realizar algunas operaciones
algebraicas previas para resolverlos. En el apartado de ejercicios se
verán los distintos casos posibles con su resolución:\n\n
    </string>

    <string name="tvMat_Calc_T2_Subtitulo3">2.3. La derivada\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T2_Contenido3_1">Consideremos una función
<i>f</i>(<i>x</i>) definida para todos los valores cercanos a <i>x</i>,
entonces la <b>derivada de la función <i>f</i> en el punto
<i>x</i><sub>0</sub> viene dada por:</b>\n\n
    </string>
    // insertar latex de definición de derivada

    <string name="tvMat_Calc_T2_Contenido3_2">siempre que este límite
exista. Cuando dicho límite existe, se dice que <i>f</i> es
<b>derivable</b> en el punto <i>x</i><sub>0</sub>. Dicho de otro modo,
<i>f</i>(<i>x</i>) es derivable en <i>x</i><sub>0</sub> si y solo si
existen y son iguales las dos derivadas laterales en
<i>x</i><sub>0</sub>.\n\n
    </string>

    <string name="tvMat_Calc_T2_Apartado3_1">· Intepretación
física\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T2_Contenido3_3">El significado físico de la
derivada de una función <i>f</i> en un punto <i>x</i><sub>0</sub> es el
de la velocidad instantánea de crecimiento o razón instantánea de cambio,
de la función <i>f</i> en ese punto <i>x</i><sub>0</sub>.\n\n
    </string>

    <string name="tvMat_Calc_T2_Apartado3_2">· Intepretación
geométrica\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T2_Contenido3_4">Desde el punto de vista
geométrico, la derivada de una función <i>f</i> en un punto
<i>x</i><sub>0</sub> es igual a la pendiente de la recta tangente a la
gráfica de <i>f</i>(<i>x</i>) en el punto (<i>x</i><sub>0</sub>,
<i>f</i>(<i>x</i><sub>0</sub>)).\n\n
    </string>

    <string name="tvMat_Calc_T2_Apartado3_3">· Propiedades de las
derivadas\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T2_Contenido3_5">A continuación enunciamos
algunas propiedades y resultados importantes de la derivada que conviene
recordar:\n\n
    </string>
```

```
    // insertar latex de propiedades y resultados de derivadas

    <string name="tvMat_Calc_T2_Apartado3_4">· Rectas tangente y 
normal\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T2_Contenido3_6">Sea <i>f</i>(<i>x</i>) una 
función definida y derivable en <i>x</i><sub>0</sub>, la ecuación de la 
recta tangente a <i>f</i>(<i>x</i>) en el punto (<i>x</i><sub>0</sub>, 
<i>f</i>(<i>x</i><sub>0</sub>)) viene dada por:\n\n
    </string>
    // insertar latex de recta tangente

    <string name="tvMat_Calc_T2_Contenido3_7">Por otra parte, la ecuación 
de la recta normal (perpendicular a la recta tangente) a 
<i>f</i>(<i>x</i>) en el punto (<i>x</i><sub>0</sub>, 
<i>f</i>(<i>x</i><sub>0</sub>)) viene dada por:\n\n
    </string>
    // insertar latex de recta normal

    <string name="tvMat_Calc_T2_Apartado3_5">· Derivadas y valores 
extremos\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T2_Contenido3_8">Dada una función 
<i>f</i>(<i>x</i>), llamaremos <b>punto crítico de <i>f</i>(<i>x</i>)</b> 
a un valor <i>x</i> que cumpla una de las siguientes condiciones:\n\n
        \t - <i>f</i>(<i>x</i>) = 0.\n\n
        \t - No existe <i>f</i>(<i>x</i>) = 0.\n\n
        \t - Si el dominio de <i>f</i>(<i>x</i>) está definido por uno o 
varios intervalos, <i>x</i> es extremo de uno de esos intervalos.\n\n
    </string>

    <string name="tvMat_Calc_T2_Contenido3_9">Si la función 
<i>f</i>(<i>x</i>) tiene un extremo local (máximo o mínimo) en 
<i>x</i><sub>0</sub> y es <b>derivable</b> en <i>x</i><sub>0</sub>, 
entonces <i>f\'</i>(<i>x</i>) = 0. Sin embargo, que <i>f\'</i>(<i>x</i>) 
= 0 no garantiza que <i>f</i>(<i>x</i><sub>0</sub>) sea un valor extremo 
relativo.\n\n
    </string>

    <string name="tvMat_Calc_T2_Contenido3_10">\t - Si una función 
<i>f</i>(<i>x</i>) es continua en un intervalo cerrado [<i>a, b</i>], 
entonces alcanza un valor máximo y otro mínimo en dicho intervalo.\n\n
        \t - Si una función <i>f</i>(<i>x</i>) es derivable en un punto 
crítico, <i>x</i><sub>0</sub>, entonces <i>x</i><sub>0</sub> es un 
extremo relativo si y solo si <i>f</i>(<i>x</i>) cambia de signo en 
<i>x</i><sub>0</sub>.\n\n
        \t - Si <i>x</i><sub>0</sub> es un valor del dominio de 
<i>f</i>(<i>x</i>) tal que <i>f</i>(<i>x</i><sub>0</sub>) = 0 y además 
<i>f</i>(<i>x</i><sub>0</sub>) existe, entonces <i>f</i>(<i>x</i>) 
alcanza en:
    </string>
    //insertar latex pag 19 apartado 3

    <string name="tvMat_Calc_T2_Apartado3_6">· Reglas de 
derivación\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T2_Contenido3_11">A continuación se muestra 
la tabla de derivadas que resume todas las reglas de derivación. La 
demostración de las mismas no viene incluida, sin embargo se puede 
encontrar en cualquier libro o recurso.\n\n
    </string>
    //latex tabla derivadas
```

```
    <string name="tvMat_Calc_T2_Apartado3_7">· Derivación
logarítmica\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T2_Contenido3_12">En ocasiones tomando
logaritmos y aprovechando sus propiedades se simplifica notablemente el
cálculo de la derivada de una función. Suele ocurrir cuando tenemos una
función del tipo <i>y</i> =
<i>f</i>(<i>x</i>)<sup><i>g</i>(<i>x</i>)</sup>. Un ejemplo:\n\n
    </string>
    // latex derivación logarítmica

    <string name="tvMat_Calc_T2_Apartado3_8">· Regla de
L\'Hopital\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T2_Contenido3_13">Sean <i>f</i> y <i>g</i>
funciones derivables en un entorno (<i>a - r, a + r</i>) del punto
<i>a</i>.\n\n
    </string>
    //latex l'hopital

    <string name="tvMat_Calc_T2_Contenido3_14">En resumen:\n\n
    </string>
    //latex l'hopital 2

    <string name="tvMat_Calc_T2_Contenido3_15">Este proceso por el cual
se calcula el límite de un cociente del tipo (0/0) mediante el cálculo
del límite del cociente de sus derivadas se denomina Regla de
L\'Hopital.\n\n
        A veces, después de este primer paso, se llega a otra
indeterminación, por lo que se puede repetir el proceso. Hay expresiones
del tipo (∞ - ∞), (1<sup>∞</sup>) u otras que, con un poco de habilidad,
se pueden poner en forma de cociente para que se les pueda aplicar la
regla de L\'Hopital.
    </string>
    //latex l'hopital

    <string name="tvMat_Calc_T2_Subtitulo4">2.4. Diferencial de una
función\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T2_Apartado4_1">· Definición\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T2_Contenido4_1">Una función
<i>f</i>(<i>x</i>) se dice que es diferenciable en un punto de abcisa
<i>x</i> cuando su incremento se puede descomponer en dos sumandos: uno
de ellos es <i>f\'(x)  · h</i> y el otro es <i>ε · h</i>, es decir:\n\n
        <i>f</i>(<i>x + h</i>) - <i>f</i>(<i>x</i>) = <i>f\'(x)  · h</i> +
<i>ε  · h</i>\n\n
        donde <i>ε</i> es una función que depende de <i>h</i> y tiende a
cero cuando <i>h</i> también tiende a cero\n\n
    </string>
    // imagen diferencial

    <string name="tvMat_Calc_T2_Contenido4_2">Se llama <b>diferencial</b>
de una función <i>y</i> = <i>f</i>(<i>x</i>) en <i>x</i> al valor
<i>f\'(x)  · h</i> y se representa por d<i>y</i> o
d<i>f</i>(<i>x</i>).\n\n
        Si <i>f</i>(<i>x</i>) = <i>x</i> → <i>f\'</i>(<i>x</i>) = 1 →
d<i>f</i>(<i>x</i>) = d<i>x</i> = <i>h</i> → d<i>f</i>(<i>x</i>) =
d<i>y</i> = <i>f\'</i>(<i>x</i>)  · d<i>x</i>.\n\n
        Toda función derivable es diferenciable.\n\n
    </string>

    <string name="tvMat_Calc_T2_Apartado4_2">· Interpretación
```

```
física\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T2_Contenido4_3">Si <i>f</i>(<i>x</i>) es una función que representa una medida física, su diferencial es una estimación del error absoluto de dicha medida.\n\n
        Recordemos que el error absoluto es la diferencia entre el valor aproximado y el valor exacto de una medida.\n\n
        Como el error absoluto en sí no dice gran cosa, se compara con el valor de la medida o de la función para ver si es aceptable o no.\n\n
        Se define el error relativo como el cociente entre el error absoluto y el valor exacto, es decir, entre el diferencial y el valor de la función. Si este error se expresa como un porcentaje se denomina error porcentual.\n\n
        En la práctica el valor exacto de una cantidad se desconoce, por lo que se toma como valor exacto el medido o calculado.\n\n
    </string>

    <string name="tvMat_Calc_T2_Contenido4_4">El diferencial de una función <i>f</i>(<i>x</i>) en un punto <i>x</i> es la diferencia entre las ordenadas de la recta tangente a la gráfica de dicha función en <i>x</i> correspondientes a los puntos <i>x</i> y <i>x + h</i>.\n\n
    </string>

    <string name="tvMat_Calc_T2_images_Usuwiki">Imagen usuario Usuwiki wikipedia</string>

    <string name="tvMat_Calc_T2_images_prop">Imagen propia</string>

    // EJERCICIOS

    // 1
    <string name="tvMat_Calc_T2_E1_Enunciado_1">Calcula la ecuación de las rectas tangente y normal a la gráfica de la función <i>y</i> = 3<i>x</i><sup>2</sup> + 5<i>x</i> - 2 en <i>x</i> = 1:\n</string>
    // 2
    <string name="tvMat_Calc_T2_E2_Enunciado_2_1">Mediante la diferencial hallar un valor aproximado de <i>f</i>(<i>x</i>) = <i>x</i><sup>2</sup> cuando <i>x</i> = 1\'02:\n\n</string>
    <string name="tvMat_Calc_T2_E2_Enunciado_2_2">Como <i>x</i> = 1\'02 tomamos <i>x</i> = 1 y d<i>x</i> = 0\'02\n</string>

    // 3
    <string name="tvMat_Calc_T2_E3_Enunciado_3_1">Calcula y simplifica la derivada de la siguiente función racional:\n</string>

    // 4
    <string name="tvMat_Calc_T2_E4_Enunciado_4_1">Calcula y simplifica la derivada de la siguiente función trigonométrica:\n</string>

    // 5
    <string name="tvMat_Calc_T2_E5_Enunciado_5">Realiza el estudio de la siguiente función racional:\n</string>


////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////


    // Strings del Tema 3 de teoría de Cálculo - Tipos de funciones

    <string name="tvMat_Calc_T3_Titulo">3. Tipos de funciones\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T3_Subtitulo1">3.1. Características
```

```
generales de una función\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T3_Contenido1_1">Además del dominio, la
continuidad y la derivabilidad, existen otras características que definen
a una función tales como:\n\n
        \t - <b>Periodicidad</b>: una función <i>f</i>(<i>x</i>) es
periódica si y solo si existe un <i>T</i> tal que <i>f</i>(<i>x + T</i>)
= <i>f</i>(<i>x</i>) para todo <i>x</i> dentro del dominio de
<i>f</i>(<i>x</i>).\n\n
        \t   El menor número real positivo <i>T</i> que cumpla esta
condición es el periodo de <i>f</i>.\n\n
        \t - <b>Simetrías</b>: Estudiaremos dos tipos de simetrías:\n\n
        \t\t a) <b>Simetría impar o respecto del eje OY</b>:
<i>f</i>(<i>x</i>) es simétrica respecto del eje OY si <i>f</i>(<i>-
x</i>) = <i>f</i>(<i>x</i>) para todo <i>x</i> dentro del dominio de
<i>f</i>(<i>x</i>).\n\n
        \t\t b) <b>Simetría par o respecto del origen de coordenadas</b>:
<i>f</i>(<i>x</i>) es simétrica respecto del origen si <i>f</i>(<i>-
x</i>) = -<i>f</i>(<i>x</i>) para todo <i>x</i> dentro del dominio de
<i>f</i>(<i>x</i>).\n\n
        \t - <b>Asíntotas</b>: Se llama asíntota de una curva <i>y</i> =
<i>f</i>(<i>x</i>) a una recta <i>r</i> tal que, si un punto (<i>x,
y</i>) se mueve sobre la curva de modo que, al menos, una de sus
coordenadas tienda a infinito, entonces la distancia entre ese punto y la
recta <i>r</i> tiende a cero. Estudiaremos tres tipos de asínttotas:\n\n
        \t\t a) <b>Asíntotas verticales</b>: Son rectas paralelas al eje
OY. Sus ecuaciones son de la forma <i>x</i> = <i>a</i>. La determinación
de <i>a</i> se hace calculando los valores finitos de <i>x</i> que hacen
que <i>f</i>(<i>x</i>) sea ±∞.\n\n
        \t\t b) <b>Asíntotas horizontales</b>: Son rectas paralelas al
eje OX. Sus ecuaciones son de la forma <i>y</i> = <i>a</i>. Los valores
de <i>a</i> se determinan calculando los límites de <i>f</i>(<i>x</i>)
cuando <i>x</i> tiende a ±∞. La posición de la curva respecto de la
asíntota se obtiene estudiando el signo de <i>f</i>(<i>x</i>) - <i>a</i>
cuando <i>x</i> → ±∞.\n\n
        \t\t c) <b>Asíntotas oblicuas</b>: Son rectas de ecuación
<i>y</i> = <i>ax + b</i>, siendo:
    </string>
    //latex asintota oblicua

    <string name="tvMat_Calc_T3_Contenido1_2">\t - <b>Puntos de corte con
los ejes</b>:\n\n
        \t\t a) <b>Con el eje OX</b>: Hacemos <i>y</i> = 0 y hallamos el
valor de <i>x</i>.\n\n
        \t\t b) <b>Con el eje OY</b>: Solo puede haber un punto de corte
cuya ordenada se obtiene haciendo <i>x</i> = 0.\n\n
        \t - <b>Monotonía, concavidad e inflexión</b>: vamos a definir
estos conceptos:\n\n
        \t\t a) <b>Monotonía</b>: se dice que una función
<i>f</i>(<i>x</i>) es <i>monótona creciente</i> en un intervalo <i>I</i>
si y solo si x<sub>1</sub> \u003C x<sub>2</sub> ⇒
<i>f</i>(<i>x</i><sub>1</sub>) ≤ <i>f</i>(<i>x</i><sub>2</sub>), ∀
<i>x</i><sub>1</sub>, <i>x</i><sub>2</sub> ∈ <i>I</i>\n\n
        \t\t Se dice que una función es <i>monótona decreciente</i> en un
intervalo <i>I</i> si y solo si x<sub>1</sub> \u003C x<sub>2</sub> ⇒
<i>f</i>(<i>x</i><sub>1</sub>) ≥ <i>f</i>(<i>x</i><sub>2</sub>), ∀
<i>x</i><sub>1</sub>, <i>x</i><sub>2</sub> ∈ <i>I</i>\n\n
        \t\t Si se sustituyen los ≤ y ≥ por \u003C y > se dice que
<i>f</i>(<i>x</i>) es <i>estrictamente creciente</i> y <i>estrictamente
decreciente</i>, respectivamente.\n\n
        \t\t Una función <i>f</i>(<i>x</i>) es <i>creciente en un punto
x<sub>0</sub></i> si y solo si existe un entorno de <i>x<sub>0</sub></i>
en el cual la función es creciente. Equivalentemente, existe un entorno
```

```
<i>I</i> de <i>x<sub>0</sub></i> tal que <i>x<sub>1</sub></i> \u003C
<i>x<sub>0</sub></i> \u003C <i>x<sub>2</sub></i> ⇒
<i>f</i>(<i>x</i><sub>1</sub>) ≤ <i>f</i>(<i>x</i><sub>0</sub>) ≤
<i>f</i>(<i>x</i><sub>2</sub>) ∀ <i>x</i><sub>1</sub>,
<i>x</i><sub>2</sub> ∈ <i>I</i>\n\n
        \t\t Análogamente se define decreciente, estrictamente creciente
y estrictamente decreciente en <i>x<sub>0</sub></i>.\n\n
        \t\t Si <i>f</i>(<i>x</i>) es una función definida y derivable en
<i>x<sub>0</sub></i>, entonces:\n\n
        \t\t\t - Si <i>f\'</i>(<i>x<sub>0</sub></i>) > 0 la función es
estrictamente creciente en  <i>x<sub>0</sub></i>.\n\n
        \t\t\t - Si <i>f\'</i>(<i>x<sub>0</sub></i>) \u003C 0 la función
es estrictamente decreciente en  <i>x<sub>0</sub></i>.\n\n
        \t - <b>Concavidad e inflexión</b>: Se dice que una función
<i>f</i>(<i>x</i>) es <i>cóncava</i> en un intervalo <i>I</i>, respecto
de la dirección positiva del eje de ordenadas, cuando para todo punto
<i>x</i> ∈ <i>I</i> la curva se encuentra respecto de la tangente en el
mismo semiplano que la dirección positiva del eje de ordenadas.\n\n
        \t\t Se dice que una función <i>f</i>(<i>x</i>) es <i>convexa</i>
en un intervalo <i>I</i>, respecto de la dirección positiva del eje de
ordenadas, cuando para todo punto <i>x</i> ∈ <i>I</i> la curva se
encuentra respecto de la tangente en distinto semiplano que la dirección
positiva del eje de ordenadas.\n\n
        \t\t Se dice que <i>f</i>(<i>x</i>) tiene un <i>punto de
inflexión</i> en <i>x<sub>0</sub></i> cuando existe un entorno de
<i>x<sub>0</sub></i> en el que la curva es cóncava a la izquierda y
convexa a la derecha de <i>x<sub>0</sub></i> o viceversa.\n\n
        \t Por tanto:\n\n
        \t\t Sea <i>f</i>(<i>x</i>) una función definida y derivable
hasta la segunda derivada en <i>x<sub>0</sub></i>, entonces:\n\n
        \t\t\t - Si <i>f\'\'</i>(<i>x<sub>0</sub></i>) \u003C 0 entonces
<i>f</i>(<i>x</i>) es convexa en <i>x<sub>0</sub></i>.\n\n
        \t\t\t - Si <i>f\'\'</i>(<i>x<sub>0</sub></i>) > 0 entonces
<i>f</i>(<i>x</i>) es cóncava en <i>x<sub>0</sub></i>.\n\n
        \t\t\t - Si <i>f\'\'</i>(<i>x<sub>0</sub></i>) = 0 y
<i>f\'\'\'</i>(<i>x<sub>0</sub></i>) ≠ 0 entonces <i>f</i>(<i>x</i>)
tiene un punto de inflexión en <i>x<sub>0</sub></i>.\n\n
    </string>

    <string name="tvMat_Calc_T3_Subtitulo2">3.2. Tipos de
funciones\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T3_Contenido2_1">Existen distintos tipos de
funciones y a continuación se resumen las características de cada uno de
ellos.\n\n
        \t - <b>Funciones polinómicas</b>: una función polinómica es
aquella que está definida por un polinomio:\n\n
    </string>
    //latex polinomio

    <string name="tvMat_Calc_T3_Contenido2_2">\t donde
<i>a<sub>0</sub></i>, <i>a<sub>1</sub></i>, …, <i>a<sub>n-1</sub></i>,
<i>a<sub>n</sub></i> son números reales que se llaman <b>coeficientes del
polinomio</b> y n es el <b>grado del polinomio</b>.\n\n
        \t Las <b>características generales</b> son las siguientes:\n\n
        \t\t 1) El dominio de definición es el conjunto de los números
reales (ℝ).\n\n
        \t\t 2) Son siempre continuas.\n\n
        \t\t 3) No tienen asíntotas.\n\n
        \t\t 4) Cortan al eje X, como máximo, un número de veces igual
que el grado del polinomio.\n\n
        \t\t 5) Cortan el eje Y en el punto (0,
<i>a<sub>0</sub></i>).\n\n
```

```
        \t\t 6) El número de máximos y mínimos relativos es, a lo sumo,
igual al grado del polinomio menos uno.\n\n
        \t\t 7) El número de puntos de inflexión es, a lo sumo, igual al
grado del polinomio menos dos.\n\n
        \t <b>Funciones racionales</b>: una función es racional si es el
cociente de dos polinomios:\n\n
    </string>
    //latex función racional

    <string name="tvMat_Calc_T3_Contenido2_3">\t siendo el grado del
polinomio <i>Q</i>(<i>x</i>) ≠ 0.\n\n
        \t Las <b>características generales</b> son las siguientes:\n\n
        \t\t 1) El dominio de definición son los números reales menos las
raíces del denominador, es decir: <i>D</i>(<i>f</i>) = ℝ - {<i>x</i> ∈ ℝ
/ <i>Q</i>(<i>x</i>) = 0}.\n\n
        \t\t 2) Son discontinuas en los valores de <i>x</i> que son
raíces del denominador.\n\n
        \t\t 3) Tienen asíntotas verticales en cada raíz del denominador
que no lo sea del numerador, y pueden tener asíntotas horizontales y
oblicuas.\n\n
        \t <b>Funciones con radicales o irracionales</b>: Las funciones
con radicales son las funciones que tienen la variable independiente
<i>x</i> bajo el signo radical, es decir:\n\n
    </string>
    //latex función irracional

    <string name="tvMat_Calc_T3_Contenido2_4">\t Las <b>características
generales</b> son las siguientes:\n\n
        \t\t 1) Si <i>n</i> es un número par su dominio es el intervalo
en el que g(x) ≥ 0.\n\n
        \t\t 2) Si <i>n</i> es impar, su dominio es ℝ.\n\n
        \t\t 3) Su representación gráfica es una rama de una
parábola.\n\n
        \t - <b>Funciones exponenciales</b>: son las funciones que tienen
la variable independiente en el exponente, es decir, son de la forma
<i>f</i>(<i>x</i>) = <i>a<sup>x</sup></i> siendo <i>a</i> > 0 y <i>a</i>
≠ 1. Cumple las siguientes propiedades:\n\n
        \t\t 1) ∀<i>x</i>, <i>y</i> ∈ ℝ, <i>a<sup>x+y</sup></i> =
<i>a<sup>x</sup></i> · <i>a<sup>y</sup></i>.\n\n
        \t\t 2) Si <i>x</i> = m/n, m, n ∈ ℤ, <i>a<sup>x</sup></i> =
<i>a<sup>m/n</sup></i> = (<i>a<sup>m</sup></i>)<sup>1/n</sup> =
(<i>a<sup>1/n</sup></i>)<sup>m</sup>.\n\n
        \t\t 3) La función <i>a<sup>x</sup></i> es derivable.\n\n
        \t\t 4) Como <i>a<sup>0</sup></i> = 1 , la función siempre pasa
por el punto (0, 1). La función corta el eje Y en el punto (0, 1) y no
corta el eje X.\n\n
        \t\t 5) Si <i>a</i> > 1 la función es creciente. Si 0 \u003C a
\u003C 1 la función es decreciente.\n\n
        \t\t 6) El dominio de una función exponencial es ℝ.\n\n
        \t\t 7) Su recorrido es (0, +∞).\n\n
        \t\t 8) Son funciones continuas.\n\n
        \t\t 9) Como <i>a<sup>1</sup></i> = <i>a</i>, la función siempre
pasa por el punto (1, <i>a</i>).\n\n
        \t\t 10) Son siempre concavas.\n\n
        \t\t 11) El eje X es una asíntota horizontal.\n\n
        \t\t\t - Si <i>a</i> > 1: Al elevar un número mayor que 1 a
cantidades negativas cada vez más grandes, el valor de la potencia se
acerca a cero, por tanto cuando <i>x</i> → -∞ , entonces
<i>a<sup>x</sup></i> → 0.\n\n
        \t\t\t - Si 0 \u003C <i>a</i> \u003C 1: ocurre lo contrario que
en el caso anterior, cuando <i>x</i> → +∞, entonces  <i>a<sup>x</sup></i>
→ 0.\n\n
        \t\t 12) Respecto a la función exponencial
```

```
<i>e<sup>x</sup></i>:\n\n
        \t\t\t - La función inversa es el logaritmo neperiano: <i>y</i> =
<i>e<sup>x</sup></i> ⇔ <i>x</i> = ln <i>y</i>.\n\n
        \t\t\t - Su dominio es ℝ y el recorrido <i>y</i> > 0.\n\n
        \t\t\t - Es continua, cóncava hacia arriba y creciente en todo su
dominio.\n\n
        \t\t\t - Los límites de la función cuando <i>x</i> tiende a +∞ y
-∞ son ∞ y 0 respectivamente.\n\n
        \t - <b>Funciones logarítmicas</b>: son funciones del tipo
<i>f</i>(<i>x</i>) = log<sub>a</sub><i>x</i> siendo <i>a</i> > 0 y
<i>a</i> ≠ 1.\n\n
        \t Sean <i>a, b</i> ∈ ℝ, <i>a, b</i> > 0, <i>a</i> ≠ 1 diremos
que log<sub>a</sub>(<i>b</i>) = <i>x</i> si <i>a<sup>x</sup></i> =
<i>b</i>.\n\n
        \t\t - Al número <i>x</i> lo denominaremos <b>logaritmo en base
<i>a</i> de <i>b</i></b>.\n\n
        \t\t - Si <i>a</i> = <i>e</i> se denomina logaritmo <b>neperiano
o natural</b> de <i>b</i> y se denota <i>x</i> = ln(<i>b</i>).\n\n
        \t\t A continuación se resumen las propiedades de los
logaritmos:\n\n
    </string>
    //latex propiedades logaritmos

    <string name="tvMat_Calc_T3_Contenido2_5">\t Las <b>características
generales</b> de la función son las siguientes:\n\n
        \t\t 1) Es la inversa de la función exponencial
<i>f</i>(<i>x</i>) = <i>a<sup>x</sup></i>.\n\n
        \t\t 2) El dominio de una función logarítmica son los números
reales positivos: Dom(<i>f</i>(<i>x</i>)) = (0, +∞).\n\n
        \t\t 3) Su recorrido es ℝ.\n\n
        \t\t 4) Son funciones continuas.\n\n
        \t\t 5) Como log<sub><i>a</i></sub>1 = 0, la función siempre pasa
por el punto (1, 0). La función corta el eje X en el punto (1, 0) y no
corta el eje Y.\n\n
        \t\t 6) Como log<sub><i>a</i></sub><i>a</i> = 1, la función
siempre pasa por el punto (<i>a</i>, 1).\n\n
        \t\t 7) Si <i>a</i> > 1 la función es creciente. Si 0 \u003C a
\u003C 1 la función es decreciente.\n\n
        \t\t 8) Son funciones continuas.\n\n
        \t\t 9) Como <i>a<sup>1</sup></i> = <i>a</i>, la función siempre
pasa por el punto (1, <i>a</i>).\n\n
        \t\t 10) Son convexas si <i>a</i> > 1. Son cóncavas si 0 \u003C a
\u003C 1.\n\n
        \t\t 11) El eje Y es una asíntota vertical.\n\n
        \t\t\t - Si <i>a</i> > 1: cuando <i>x</i> → 0<sup>+</sup>,
entonces log<sub><i>a</i></sub><i>x</i> → -∞.\n\n
        \t\t\t - Si 0 \u003C <i>a</i> \u003C 1: cuando <i>x</i> →
0<sup>+</sup>, entonces log<sub><i>a</i></sub><i>x</i> → +∞.\n\n
        \t\t 12) Respecto a la función logaritmo neperiano:\n\n
        \t\t\t - La función inversa es la exponencial de base <i>e</i>:
<i>y</i> = ln<i>x</i> ⇔ <i>x</i> = <i>e</i><sup><i>y</i></sup>.\n\n
        \t\t\t - Su dominio es ℝ, con <i>x</i> > 0 y el recorrido ℝ.\n\n
        \t\t\t - Es continua, convexa y creciente en todo su dominio.\n\n
        \t\t\t - Los límites de la función cuando <i>x</i> tiende a
0<sup>+</sup> y +∞ son -∞ e ∞ respectivamente.\n\n
        \t - <b>Funciones trigonométricas</b>: una función trigonométrica
es aquella que da el valor de una razón trigonométrica en función de un
ángulo. Todas las funciones trigonométricas son periódicas.\n\n
        \t Las características fundamentales de la función <b>seno</b>
son las siguientes:\n\n
        \t\t 1) Su dominio es ℝ y es continua.\n\n
        \t\t 2) Su recorrido es [- 1, 1] ya que - 1 ≤ sen<i>x</i> ≤
1.\n\n
```

```
        \t\t 3) Corta al eje X en los puntos <i>k</i>·π con <i>k</i> ∈ ℤ.
Corta al eje Y en el punto (0, 0).\n\n
        \t\t 4) Es impar, es decir, simétrica respecto al origen, sen(-
<i>x</i>) = -sen (-<i>x</i>).\n\n
        \t\t 5) Es estrictamente creciente en los intervalos de la forma
(<i>a, b</i>) donde <i>a</i> = -π/2 + 2·<i>k</i>·π y b = π/2 +
2·<i>k</i>·π siendo <i>k</i> ∈ ℤ. Es estrictamente decreciente en los
intervalos de la forma (<i>a, b</i>) donde <i>a</i> = π/2 + 2·<i>k</i>·π
y b = 3π/2 + 2·<i>k</i>·π siendo <i>k</i> ∈ ℤ.\n\n
        \t\t 6) Tiene infinitos máximos relativos en los puntos de la
forma (π/2 + 2·<i>k</i>·π, 1) con <i>k</i> ∈ ℤ. Tiene infinitos mínimos
relativos en los puntos de la forma (3π/2 + 2·<i>k</i>·π, - 1) con
<i>k</i> ∈ ℤ.\n\n
        \t\t 7) Es periódica de periodo 2π  → sen <i>x</i> = sen(<i>x</i>
+ 2π). La función <i>f</i>(<i>x</i>) = sen(<i>k·x</i>) es periódica de
periodo <i>T</i> = 2π/<i>k</i>. Para |<i>k</i>| > 1 el periodo disminuye
y para 0 \u003C |<i>k</i>| \u003C 1 el periodo aumenta.\n\n
        \t Las características fundamentales de la función <b>coseno</b>
son las siguientes:\n\n
        \t\t 1) Su dominio es ℝ y es continua.\n\n
        \t\t 2) Su recorrido es [- 1, 1] ya que - 1 ≤ cos<i>x</i> ≤
1.\n\n
        \t\t 3) Corta al eje X en los puntos  π/2 + <i>k</i>·π con
<i>k</i> ∈ ℤ. Corta al eje Y en el punto (0, 1).\n\n
        \t\t 4) Es par, es decir, simétrica respecto al eje Y,
cos(<i>x</i>) = cos(-<i>x</i>).\n\n
        \t\t 5) Es estrictamente creciente en los intervalos de la forma
(<i>a, b</i>) donde <i>a</i> = -π + 2·<i>k</i>·π y b = 0 + 2·<i>k</i>·π
siendo <i>k</i> ∈ ℤ. Es estrictamente decreciente en los intervalos de la
forma (<i>a, b</i>) donde <i>a</i> = 0 + 2·<i>k</i>·π y b = π +
2·<i>k</i>·π siendo <i>k</i> ∈ ℤ.\n\n
        \t\t 6) Tiene infinitos máximos relativos en los puntos de la
forma (2·<i>k</i>·π, 1) con <i>k</i> ∈ ℤ. Tiene infinitos mínimos
relativos en los puntos de la forma (π + 2·<i>k</i>·π, - 1) con <i>k</i>
∈ ℤ.\n\n
        \t\t 7) Es periódica de periodo 2π  → cos<i>x</i> = cos(<i>x</i>
+ 2π). La función <i>f</i>(<i>x</i>) = cos(<i>k·x</i>) es periódica de
periodo <i>T</i> = 2π/<i>k</i>. Para |<i>k</i>| > 1 el periodo disminuye
y para 0 \u003C |<i>k</i>| \u003C 1 el periodo aumenta.\n\n
        \t Se define la función <b>tangente</b> como la razón entre la
función seno y la función coseno → <i>f</i>(<i>x</i>) = tg(<i>x</i>) =
sen<i>x</i>/cos<i>x</i>. Las características fundamentales son las
siguientes:\n\n
        \t\t 1) Su dominio es ℝ - {π/2 + <i>k</i>·π con <i>k</i> ∈
ℤ}.\n\n
        \t\t 2) Es discontinua en los puntos   π/2 + <i>k</i>·π con
<i>k</i> ∈ ℤ.\n\n
        \t\t 3) Su recorrido es ℝ .\n\n
        \t\t 4) Corta al eje X en los puntos <i>k</i>·π con <i>k</i> ∈ ℤ.
Corta al eje Y en el punto (0, 0).\n\n
        \t\t 5) Es impar, es decir, simétrica respecto al origen, tg(-
<i>x</i>) = -tg(<i>x</i>).\n\n
        \t\t 6) Es estrictamente creciente en todo su dominio.\n\n
        \t\t 7) No tiene máximos ni mínimos.\n\n
        \t\t 8) Es periódica de periodo π → tg <i>x</i> = tg(<i>x</i> +
π). La función <i>f</i>(<i>x</i>) = tg(<i>k·x</i>) es periódica de
periodo <i>T</i> = π/<i>k</i>. Para |<i>k</i>| > 1 el periodo disminuye y
para 0 \u003C |<i>k</i>| \u003C 1 el periodo aumenta.\n\n
        \t\t 9) Las rectas y = π/2 + <i>k</i>·π con <i>k</i> ∈ ℤ son
asíntotas verticales.\n\n
        \t\t 10) No está acotada.\n\n
        \t <b>Funciones inversas trigonométricas</b>: dada una
```

```
función:\n\n
    </string>
    // latex funcion inversa


    <string name="tvMat_Calc_T3_Contenido2_6">\t se llama función inversa
de <i>f</i>, a una aplicación tal que
    </string>
    //latex funcion inversa 2

    <string name="tvMat_Calc_T3_Contenido2_7">\t de forma que se
satisface que (<i>f</i> ° <i>f</i><sup>-1</sup>) y (<i>f</i><sup>-1</sup>
° <i>f</i>) son la función identidad.\n\n
        \t Dada la función <i>y</i> = sen(<i>x</i>), su función inversa
se denomina función arcoseno y se denota por <i>y</i> = arcsen(<i>x</i>).
Sus características generales son:\n\n
        \t\t 1) Su dominio es [-1, 1].\n\n
        \t\t 2) Su recorrido es [-π/2, π/2].\n\n
        \t\t 3) Pasa por el punto (0, 0).\n\n
        \t\t 4) Es creciente en todo su dominio.\n\n
        \t\t 5) Es una función impar.\n\n
        \t\t 6) Máximo absoluto en (1, π/2) y mínimo absoluto en (-1, -
π/2).\n\n
        \t Dada la función <i>y</i> = cos(<i>x</i>), su función inversa
se denomina función arcocoseno y se denota por <i>y</i> =
arccos(<i>x</i>). Sus características generales son:\n\n
        \t\t 1) Su dominio es [-1, 1].\n\n
        \t\t 2) Su recorrido es [0, π].\n\n
        \t\t 3) La gráfica corta al eje Y por el punto (0, π/2) y al eje
X por el punto (1, 0).\n\n
        \t\t 4) Es decreciente en todo su dominio.\n\n
        \t\t 5) No es una función simétrica.\n\n
        \t\t 6) Máximo absoluto en (- 1, π) y mínimo absoluto en (1,
0).\n\n
        \t Dada la función <i>y</i> = tg(<i>x</i>), su función inversa se
denomina función arcotangente y se denota por <i>y</i> = arctg(<i>x</i>).
Sus características generales son:\n\n
        \t\t 1) Su dominio es ℝ.\n\n
        \t\t 2) Su recorrido es (-π/2, π/2).\n\n
        \t\t 3) La gráfica pasa por el punto (0, 0).\n\n
        \t\t 4) Es decreciente en todo su dominio.\n\n
        \t\t 5) Es una función impar.\n\n
        \t\t 6) La función tiene asintotas horizontales en <i>y</i> = -
π/2 e <i>y</i> = π/2 .\n\n
        \t <b>Funciones hiperbólicas</b>: A partir de la función
exponencial se definen el seno y el coseno hiperbólicos, respectivamente,
de la forma\n\n
    </string>
    //latex seno coseno hiperbólico

    <string name="tvMat_Calc_T3_Contenido2_8">\t A partir de esta
definición es fácil demostrar las siguientes propiedades:\n\n
    </string>
    //propiedades hiperbólicas

    <string name="tvMat_Calc_T3_Contenido2_9">\t Las características
generales del seno hiperbólico son las siguientes:\n\n
        \t\t 1) Su dominio es ℝ.\n\n
        \t\t 2) Es continua en ℝ.\n\n
        \t\t 3) No es periódica.\n\n
        \t\t 4) Corta a los ejes en (0, 0).\n\n
        \t\t 5) Es impar.\n\n
        \t\t 6) Siempre es creciente, no tienen máximos ni mínimos. Es
```

```
convexa en (-∞, 0) y cóncava en (0, +∞)\n\n
        \t\t 7) No tiene asíntotas de ningún tipo.\n\n
        \t Las características generales del coseno hiperbólico son las
siguientes:\n\n
        \t\t 1) Su dominio es ℝ.\n\n
        \t\t 2) Es continua en ℝ.\n\n
        \t\t 3) No es periódica.\n\n
        \t\t 4) Corta a los ejes en (0, 1).\n\n
        \t\t 5) Es par.\n\n
        \t\t 6) Decreciente en (-∞, 0) y creciente en (-∞, 0). Mínimo
relativo en (0, 1). Siempre es cóncava.\n\n
        \t\t 7) No tiene asíntotas de ningún tipo.\n\n
        \t Las características generales de la tangente hiperbólica son
las siguientes:\n\n
        \t\t 1) Su dominio es ℝ.\n\n
        \t\t 2) Es continua en ℝ.\n\n
        \t\t 3) No es periódica.\n\n
        \t\t 4) Corta a los ejes en (0, 0).\n\n
        \t\t 5) Es impar.\n\n
        \t\t 6) Siempre es creciente. Punto de inflexión en (0, 0).\n\n
        \t\t 7) Asíntotas horizontales en <i>y</i> = ±1.\n\n
        \t <b>Funciones inversas hiperbólicas</b>: Son las funciones
inversas de las hiperbólicas y se denominan argsh <i>x</i>, argch
<i>x</i> y argth <i>x</i>:\n\n
        \t Las características generales del argumento seno hiperbólico
son las siguientes:\n\n
        \t\t 1) Su dominio y recorrido es ℝ.\n\n
        \t\t 2) argsh <i>x</i> también se puede expresar como ln(<i>x</i>
+ √(<i>x</i><sup>2</sup> + 1)).\n\n
        \t\t 3) No es periódica.\n\n
        \t\t 4) Corta a los ejes en (0, 0).\n\n
        \t\t 5) Es impar.\n\n
        \t\t 6) Siempre es creciente. Punto de inflexión en (0, 0).\n\n
        \t Las características generales del argumento coseno hiperbólico
son las siguientes:\n\n
        \t\t 1) Su dominio es [1, +∞) y su recorrido [0, +∞).\n\n
        \t\t 2) argsh <i>x</i> también se puede expresar como ln(<i>x</i>
+ √(<i>x</i><sup>2</sup> - 1)), con x ≥ 1.\n\n
        \t\t 3) No es periódica.\n\n
        \t\t 4) Corta a los ejes en (1, 0).\n\n
        \t Las características generales del argumento tangente
hiperbólica son las siguientes:\n\n
        \t\t 1) Su dominio es (-1, 1) y su recorrido ℝ.\n\n
        \t\t 2) argsh <i>x</i> también se puede expresar como 1/2 · ln((1
+ <i>x</i>)/(1 - <i>x</i>)), con x ≠ 1.\n\n
        \t\t 3) No es periódica.\n\n
        \t\t 4) Tiene asíntotas en <i>x</i> = ±1.\n\n
    </string>

    <string name="tvMat_Calc_T3_Subtitulo3">3.3. Gráficas de
funciones\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T3_Apartado3_1">· Función
<i>e<sup>x</sup></i> y logaritmo neperiano\n\n</string>
    //img explog

    <string name="tvMat_Calc_T3_Apartado3_2">· Funciones sen(<i>x</i>),
cos(<i>x</i>) y tg(<i>x</i>)\n\n</string>
    //img sen cos tg

    <string name="tvMat_Calc_T3_Apartado3_3">· Funciones
arcsen(<i>x</i>), arccos(<i>x</i>) y arctg(<i>x</i>)\n\n</string>
    //img arcsen arccos arctg
```

```
    <string name="tvMat_Calc_T3_Apartado3_4">· Funciones senh(<i>x</i>),
cosh(<i>x</i>) y tgh(<i>x</i>)\n\n</string>
    //img senh cosh tgh

    <string name="tvMat_Calc_T3_Apartado3_5">· Funciones
argsenh(<i>x</i>), argcosh(<i>x</i>) y argtgh(<i>x</i>)\n\n</string>
    //img argsenh argcosh argtgh

    <string name="tvMat_Calc_T3_images_prop">Imagen propia</string>

    <string name="tvMat_Calc_T3_images_Geek3">Imagen usuario Geek3
wikipedia</string>

    // Strings del Tema 4 de Teoría de Cálculo - Cálculo diferencial de
funciones de varias
    variables


    <string name="tvMat_Calc_T4_Titulo">Tema 4. Cálculo diferencial de
funciones de varias variables\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T4_Subtitulo1">4.1. Introducción\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T4_Contenido1_1">Sea el conjunto
ℝ<sup><i>n</i></sup> = {(<i>x<sub>1</sub></i>, …,
<i>x<sub>n</sub></i>)/<i>x<sub>i</sub></i> ∈ ℝ, <i>i</i> = 1, …,
<i>n</i>}. En lo sucesivo, a los elementos de este conjunto los
denotaremos por <b><i>x</i></b> = ((<i>x<sub>1</sub></i>, …,
<i>x<sub>n</sub></i>).\n\n
        En el conjunto ℝ<sup><i>n</i></sup> consideramos una distancia,
es decir, una aplicación\n\n
    </string>
    //latex pag 87_1

    <string name="tvMat_Calc_T4_Contenido1_2">que satisface las
siguientes propiedades:\n\n
    </string>
    //latex pag 87_2

    <string name="tvMat_Calc_T4_Contenido1_3">Con esta aplicación se dice
que se ha establecido en ℝ<sup><i>n</i></sup> una estructura de
<i>espacio métrico</i>.\n\n
    </string>

    <string name="tvMat_Calc_T4_Apartado1_1">· Bola abierta\n\n
    </string>

    <string name="tvMat_Calc_T4_Contenido1_4">Sea <b><i>a</i></b> ∈
ℝ<sup><i>n</i></sup> y ρ > 0.
        El conjunto de todos los puntos <b><i>x</i></b> ∈
ℝ<sup><i>n</i></sup> cuya distancia a <b><i>a</i></b> es menor que ρ, se
le llama <i>bola abierta</i> de centro <b><i>a</i></b> y radio ρ.
        Denotaremos este conjunto por
<i>B</i><sub>ρ</sub>(<b><i>a</i></b>), luego\n\n
    </string>
    // latex bola abierta pag 88

    <string name="tvMat_Calc_T4_Contenido1_5">En ℝ<sup>2</sup>, el
conjunto de puntos <b><i>x</i></b> ∈
<i>B</i><sub>ρ</sub>(<b><i>a</i></b>), será el conjunto de todos los
puntos que se encuentren
```

```
        dentro del círculo de centro <b><i>a</i></b> y radio ρ.\n\n
        En ℝ<sup>3</sup>, el conjunto de puntos <b><i>x</i></b> ∈
<i>B</i><sub>ρ</sub>(<b><i>a</i></b>), será el conjunto de todos los
puntos que se encuentren
        en el interior de una esfera de centro <b><i>a</i></b> y radio
ρ.\n\n
    </string>

    <string name="tvMat_Calc_T4_Apartado1_2">· Bola cerrada\n\n
    </string>

    <string name="tvMat_Calc_T4_Contenido1_6">Llamaremos <i>bola
cerrada</i> de centro <b><i>a</i></b> y radio ρ, al conjunto\n\n
    </string>
    // latex bola cerrada pag 88

    <string name="tvMat_Calc_T4_Subtitulo2">4.2. Funciones de varias
variables\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T4_Contenido2_1">Llamaremos función real de
<i>n</i>-variables reales a una aplicación\n\n
    </string>
    //latex funcion varias vaiables pag 88

    <string name="tvMat_Calc_T4_Contenido2_2">El conjunto de valores,
<i>D</i>, para los cuales está definida la función <i>z</i> =
<i>f</i>(<b><i>x</i></b>), se le llama <i>dominio de definición o
    dominio de existencia de la función</i>\n\n
        Por ejemplo, la función <i>z</i>(<i>x, y</i>) = 3<i>x</i> +
2<i>y</i><sup>2</sup> tiene como dominio de definición todo
ℝ<sup>2</sup>. Mientras que la función:\n\n
    </string>
    //latex funcion raiz cuadrada pag 89


    <string name="tvMat_Calc_T4_Contenido2_3">tiene como dominio de
definición la bola cerrada de centro (0, 0) y radio 1.\n\n
    </string>

    <string name="tvMat_Calc_T4_Apartado2_1">· Representación gráfica\n\n
    </string>

    <string name="tvMat_Calc_T4_Contenido2_4">Consideremos el caso
particular de <i>n</i> = 2 y sea <i>z</i> = <i>f</i>(<b><i>x</i></b>), la
función definida en el dominio <i>D</i> ⊆ ℝ<sup>2</sup>.
        Se utiliza como sistema de referencia un sistema de coordenadas
cartesianas en el espacio. El lugar geométrico de los puntos <i>P</i> =
(<i>x, y, z</i>), cuyas coordenadas satisfacen la ecuación
        <i>z</i> = <i>f</i>(<i>x, y</i>), se llama gráfica de la función
de dos variables, <i>f</i>(<i>x, y</i>),\n\n
    </string>
    //latex grafica pág 89

    <string name="tvMat_Calc_T4_Contenido2_5">La gráfica de una función
de dos variables, <i>z</i> = <i>f</i>(<i>x, y</i>), representa a una
superficie <i>S</i> en el espacio cuya proyección en el plano
        XOY es el dominio de definición de la función, como puede
observarse en la siguiente figura:\n\n
    </string>

    <string name="tvMat_Calc_T4_imgGrafica">Gráfica de una función
<i>z</i> = <i>f</i>(<i>x, y</i>), (<i>x, y</i>) ∈ <i>D</i>.
    </string>
```

```
    <string name="tvMat_Calc_T4_Contenido2_6">\n\nPartimos de una función
<i>z</i> = <i>f</i>(<i>x, y</i>) y la intersectamos con un plano
horizontal <i>z</i> = <i>k</i>, si la curva resultante se proyecta
        sobre el plano XOY, se obtiene lo que llamaremos <i>curva de
nivel de altura k</i>. La curva de nivel tendrá por ecuación <i>k</i> =
<i>f</i>(<i>x, y</i>).\n\n
    </string>

    <string name="tvMat_Calc_T4_Subtitulo3">4.3. Límites de funciones de
varias variables\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T4_Contenido3_1">Sea <i>z</i> =
<i>f</i>(<i>x, y</i>) definida en un dominio <i>D</i> ⊆
ℝ<sup><i>n</i></sup> y sea <b><i>a</i></b> ∈ ℝ<sup><i>n</i></sup>. Se
dice que el
        número <i>L</i> es el límite de la función <i>z</i> =
<i>f</i>(<b><i>x</i></b>) cuando el punto <b><i>x</i></b> tiende al punto
<b><i>a</i></b> y se representa por\n\n
    </string>
    //latex limite def pag 90

    <string name="tvMat_Calc_T4_Contenido3_2">El límite, si existe, es
único, y además es independiente de la forma en que el punto
<b><i>x</i></b> tiende al punto <b><i>a</i></b>.\n\n
    </string>

    <string name="tvMat_Calc_T4_Apartado3_1">· Límites de funciones de
dos variables\n\n
    </string>

    <string name="tvMat_Calc_T4_Contenido3_3"><b>Límite Reiterado
(Iterado)</b>: Consideremos un punto <b><i>x</i></b> = (<i>x, y</i>) ∈
ℝ<sup><i>2</i></sup> y el punto <b><i>a</i></b> = (<i>a, b</i>).
        Llamaremos límites reiterados de la función <i>z</i> =
<i>f</i>(<b><i>x</i></b>) cuando el punto <b><i>x</i></b> tiende al punto
<b><i>a</i></b>, si existen, a los límites de funciones de una
        variable:\n\n
    </string>
    //latex limite reiterados pag 91

    <string name="tvMat_Calc_T4_Contenido3_4">Si existe el límite\n\n
    </string>
    //latex limite pag 91

    <string name="tvMat_Calc_T4_Contenido3_5">y en alguna bola de centro
<b><i>a</i></b> y radio ρ, <i>B</i><sub>ρ</sub>(<b><i>a</i></b>), salvo
quizá en el punto <b><i>a</i></b>, existen las funciones\n\n
    </string>
    //latex funciones limite pag 91

    <string name="tvMat_Calc_T4_Contenido3_6">entonces existen los
límites reitarados, son iguales y valen <i>L</i>. El recíproco, en
general, no es cierto.\n\n
        <b>Límite radial</b>: Si consideramos un punto <b><i>x</i></b> =
(<i>x, y</i>) ∈ ℝ<sup><i>2</i></sup> y el punto <b><i>a</i></b> = (<i>a,
b</i>), el límite <i>radial</i> se obtiene cuando nos aproximamos
        a <b><i>a</i></b> siguiendo rectas que pasen por el punto
<b><i>a</i></b> = (<i>a, b</i>).\n\n
        La ecuación de la recta que pasa por el punto <b><i>a</i></b>, de
pendiente <i>m</i> será de la forma <i>y = b + m(x - a)</i>.\n\n
        Si hacemos que <i>x</i> → <i>a</i>, conseguiremos que <i>y</i> →
<i>b</i>. De este modo uno de los límites radiales lo podremos obtener
```

```
como sigue, utilizando <i>x</i> como variable independiente:\n\n
    </string>
    //latex limite radial 1 pag 91

    <string name="tvMat_Calc_T4_Contenido3_7">Análogamente, se puede
utilizar la ecuación de la recta donde la variable independiente es la
<i>y</i>:\n\n
    </string>
    //latex limite radial 2 pag 91

    <string name="tvMat_Calc_T4_Contenido3_8">Si existe el límite\n\n
    </string>
    //latex limite pag 91

    <string name="tvMat_Calc_T4_Contenido3_9">entonces existen los
límites radiales, son iguales, independientes de la pendiente de la recta
y valen <i>L</i>\n\n
        Otro método muy importante para estudiar la existencia del límite
es utilizar las coordenadas polares (para descartar la existencia de
límite doble por ejemplo). Dado un punto del plano de coordenadas
        se puede representar a partir de las coordenadas polares por
medio de las siguientes relaciones:\n
        De cartesianas a polares:\n\n
    </string>
    // latex cartesianas a polares pag 92

    <string name="tvMat_Calc_T4_Contenido3_10">De polares a
cartesianas:\n\n
    </string>
    // latex polares a cartesianas y teorema 5.4. pag 93

    <string name="tvMat_Calc_T4_Contenido3_11">Si queremos saber si
existe el límite cuando se tiende a cualquier otro punto que no sea el
vector nulo podremos utilizar la expresión anterior realizando
        un cambio de variable, es decir, si el punto <b><i>x</i></b> =
(<i>x, y</i>) tiende al punto <b><i>a</i></b> = (<i>a, b</i>),
realizaremos el cambio\n\n
    </string>
    // latex cambio de variable coordenadas pag 93

    <string name="tvMat_Calc_T4_Contenido3_12">entonces el punto (<i>u,
v</i>) tiende al (0, 0) y podemos aplicar el teorema anterior, ya que\n\n
    </string>
    // latex limite cambio de variable coordenadas pag 93

    <string name="tvMat_Calc_T4_Apartado3_2">· Cálculo de límites de
funciones de dos variables\n\n
    </string>

    <string name="tvMat_Calc_T4_Contenido3_13">Pasaremos ahora a
recopilar algunas consideraciones que pueden ser de interés para estudiar
la existencia o no, del límite de una función de dos variables.\n\n
        El problema está en calcular\n
    </string>
    // latex calculo lím pag 93

    <string name="tvMat_Calc_T4_Contenido3_14">Existen ciertas
similitudes con el cálculo de límites para funciones de una variable. El
procedimiento a seguir es el siguiente:\n\n
        \t 1. Para calcular un límite, el primer paso es susituir en
(<i>a, b</i>) en <i>f</i>(<i>x, y</i>).\n
        \t\t (1) Si el resultado es una constante <i>L</i>, entonces el
límite equivale a ese valor.\n
```

```
        \t\t (2) Si el resultado es <i>k</i>/0, con <i>k</i> ≠ 0, el
límite no existe.\n
        \t\t (3) Si el resultado es 0/0, ∞ - ∞, ∞/∞ o 1<sup>∞</sup>,
existe indeterminación y tendremos que intentar eliminarla.\n
        \t 2. Si el límite que se pretende resolver presenta una
indeterminación y es un límite en el punto (0, 0) podemos intentar un
cambio a coordenadas polares. Si el nuevo límite depende de <i>α</i>, el
límite
        \t\t general no existe. Si no depende de <i>α</i>,\n\n
    </string>
    //latex lim polares pag 95

    <string name="tvMat_Calc_T4_Contenido3_15">\t 3. En caso de
indeterminación, para demostrar que no existe límite podemos calcular los
límites reiterados, el límite radial o cualquier límite acercándonos
        mediante otras funciones como por ejemplo una parábola.\n\n
    </string>

    <string name="tvMat_Calc_T4_Subtitulo4">4.4. Continuidad de funciones
de varias variables\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T4_Contenido4_1">Sea un punto
<b><i>a</i></b> que pertenece al dominio de definición de
<i>f</i>(<b><i>x</i></b>), se dice que la función
<i>f</i>(<b><i>x</i></b>) es continua
        en el punto <b><i>a</i></b> si se cumple que el límite de
<i>f</i>(<b><i>x</i></b>) cuando <b><i>x</i></b> → <b><i>a</i></b> es
igual al valor de la función en <b><i>a</i></b>.\n\n
        Como en una variable, la función <i>f</i> es continua en
<b><i>a</i></b> si:\n\n
        \t (1) ∃ <i>f</i>(<b><i>a</i></b>)\n
        \t (2) ∃ el límite de <i>f</i>(<b><i>x</i></b>) cuando
<b><i>x</i></b> → <b><i>a</i></b>\n
        \t (3) (1) y (2) coinciden\n\n
        A continuación una serie de propiedades:\n\n
        \t 1) Si <i>f</i>(<i>x</i>) es una función continua en <i>a</i> y
<i>g</i>(<i>y</i>) es una función continua en <i>b</i>, entonces
<i>f</i>(<i>x, y</i>) = <i>f</i>(<i>x</i>)<i>g</i>(<i>y</i>) es
        continua en (<i>a, b</i>).\n
        \t 2) La suma de funciones continuas es una función continua.\n
        \t 3) El producto de funciones continuas es una función
continua.\n
        \t 4) El conciente de funciones continuas en un dominio <i>D</i>,
es una función continua en <i>D</i>, salvo en los puntos donde se anule
el denominador.\n
        \t 5) La composición de funciones continuas es una función
continua.\n\n
    </string>

    <string name="tvMat_Calc_T4_Subtitulo5">4.5. Derivadas parciales y
diferenciales\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T4_Contenido5_1">Dada la función <i>f</i> :
<i>D</i> ⊆ ℝ<sup>n</sup> ⟶ ℝ y un punto <b><i>x</i></b> =
(<i>x</i><sub>1</sub>, …,<i>x</i><sub><i>n</i></sub>) ∈ <i>D</i>,
        llamaremos derivada parcial de la función <i>f</i> respecto de la
<i>i</i>-ésima variable en el punto <b><i>x</i></b>, al límite\n\n
    </string>
    //latex definicion derivada parcial pag 103

    <string name="tvMat_Calc_T4_Contenido5_2">En el caso de una función
de dos variables <i>z</i> = <i>f</i>(<i>x, y</i>), las derivadas
parciales respecto a <i>x</i> e <i>y</i> tienen un significado
```

```
        geométrico. Por ejemplo, la derivada de <i>f</i>(<i>x, y</i>)
respecto a <i>y</i> nos da la pendiente de la recta tangente en el punto
<i>P</i>(<i>x</i><sub>0</sub>, <i>y</i><sub>0</sub>,
        <i>f</i>(<i>x</i><sub>0</sub>, <i>y</i><sub>0</sub>)) a la curva
intersección de la superficie <i>z</i> = <i>f</i>(<i>x, y</i>) con el
plano <i>x</i> = <i>x</i><sub>0</sub>.\n\n
    </string>

    <string name="tvMat_Calc_T4_imgDerParcialGeom">Interpretación
geométrica derivada parcial
    </string>

    <string name="tvMat_Calc_T4_Contenido5_3">\n\nLas reglas de cálculo
que se utilizan para calcular las derivadas parciales de una función
respecto de una variable determinada son las mismas que las de una
        variable, suponiendo que las variables de las respecto de las que
no se deriva son constantes.\n\n
    </string>

    <string name="tvMat_Calc_T4_Apartado5_1">· Derivadas parciales de
orden superior. Teorema de Schwartz\n\n
    </string>

    <string name="tvMat_Calc_T4_Contenido5_4">Sea <i>z</i> =
<i>f</i>(<i>x, y</i>), entonces la derivada de <i>z</i> respecto de
<i>x</i> y la derivada de <i>z</i> respecto de <i>y</i> seguirán siendo
        funciones de <i>x</i> e <i>y</i> por lo tanto, podemos calcular
sus derivadas parciales, obteniendo las derivadas de segundo orden de la
función\n\n
    </string>
    //latex derivadas parciales de orden superior pag 105

    <string name="tvMat_Calc_T4_Contenido5_5">Análogamente se podrán
definir las derivadas de tercer orden, cuarto orden, etc.\n\n
        <b>Teorema de Schwartz</b>: Sea <i>f</i>(<i>x, y</i>) una función
real para la cual existen las derivadas parciales
∂<sub><i>x</i></sub><i>f</i>, ∂<sub><i>y</i></sub><i>f</i>
        y ∂<sup>2</sup><sub><i>xy</i></sub><i>f</i> en una bola abierta
de centro (<i>a, b</i>), <i>B</i><sub>δ</sub>(<i>a, b</i>), y
∂<sup>2</sup><sub><i>xy</i></sub><i>f</i> es continua en
        <i>B</i><sub>δ</sub>(<i>a, b</i>), entonces existe
∂<sup>2</sup><sub><i>yx</i></sub><i>f</i> en (<i>a, b</i>) y se cumple
que ∂<sup>2</sup><sub><i>xy</i></sub><i>f</i> =
        ∂<sup>2</sup><sub><i>yx</i></sub><i>f</i>.\n\n
    </string>

    <string name="tvMat_Calc_T4_Apartado5_2">· Diferencial\n\n
    </string>

    <string name="tvMat_Calc_T4_Contenido5_6">\nDada la función <i>f</i>
: <i>D</i> ⊆ ℝ<sup>n</sup> ⟶ ℝ, con derivadas parciales continuas en
una bola abierta de centro
        <b><i>x</i><sub>0</sub></b>, se define la diferencial de <i>f</i>
en
        <b><i>x</i><sub>0</sub></b> como\n
    </string>
    //latex def 6.4 pag 107

    <string name="tvMat_Calc_T4_Contenido5_7">\nToda función
diferenciable en un punto es continua en dicho punto.
        La diferencial nos da una idea de lo que varía una función al
sufrir un cambio las variables (<i>x, y</i>), pero como Δ<i>x</i> y
Δ<i>y</i> pueden ser
```

```
        positivos o negativos, no será conveniente utilizar la
diferencial para evaluar estos cambios ya que las variaciones se pueden
compensar al ir en distintas direcciones. Por ello se define el
        <i>error absoluto o error cuadrático medio</i> de una función
<i>f</i>(<i>x</i><sub>1</sub>, …,<i>x</i><sub><i>n</i></sub>), debido a
un error en las variables de la forma
        (<i>ε</i><i>x</i><sub>1</sub>,
…,<i>ε</i><i>x</i><sub><i>n</i></sub>) como\n
    </string>
    //latex def 6.5 pag 108

    // EJERCICIOS




////////////////////////////////////////////////////////////////////////////
///////////////////////////

    // Strings del Tema 5 de Teoría de Cálculo - Derivación de funciones
compuestas e implícitas

    <string name="tvMat_Calc_T5_Titulo">Tema 5. Derivación de funciones
compuestas e implícitas\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T5_Subtitulo1">1. Derivadas de funciones
compuestas\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T5_Apartado1_1">· Función
compuesta\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T5_Contenido1_1">Una función compuesta es
una función formada por la composición o aplicación sucesiva de otras dos
funciones.\n\n
        La función compuesta <i>f</i> ∘ <i>g</i> : <i>A</i> → <i>B</i>
expresa que (<i>f</i> ∘ <i>g</i>)(<i>x</i>) =
<i>f</i>(<i>g</i>(<i>x</i>)) para todo <i>x</i> perteneciente a
<i>A</i>\n\n
        A <i>f</i> ∘ <i>g</i> se le llama composición de <i>f</i> y
<i>g</i>. A continuación un ejemplo de la composición de funciones:\n
    </string>
    //latex 1 composición funciones

    <string name="tvMat_Calc_T5_Apartado1_2">· Regla de la
cadena\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T5_Contenido1_2">\t - Si <i>f</i> y <i>g</i>
son funciones de una variable derivables con el rango de <i>g</i>
contenido en el dominio de <i>f</i>, la composición
        <i>z</i> = (<i>f</i> ∘ <i>g</i>)(<i>x</i>) es derivable de modo
que si <i>y</i> = <i>g</i>(<i>x</i>),\n
    </string>
    //latex 2 tema 5

    <string name="tvMat_Calc_T5_Contenido1_3">\t - Si <i>z</i> =
(<i>f</i> ∘ <i>g</i>)(<i>x</i>, <i>y</i>), con <i>t</i> =
<i>g</i>(<i>x</i>, <i>y</i>), tenemos que <i>z</i> =
<i>f</i>(<i>g</i>(<i>x</i>,
        <i>y</i>)). Al aplicar la regla de la cadena:\n
    </string>
    //latex 3 tema 5
```

```
    <string name="tvMat_Calc_T5_Contenido1_4">A continuación algunos
ejemplos de una y dos variables:\n\n
    </string>
    //latex 4 tema 5

    <string name="tvMat_Calc_T5_Apartado1_3">· Funcion compuesta con una
variable independiente\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T5_Contenido1_5">Sea <i>z</i> =
<i>f</i>(<i>x</i>, <i>y</i>) función compuesta con <i>x</i> =
<i>x</i>(<i>t</i>) e <i>y</i> = <i>y</i>(<i>t</i>) definidas en un
intervalo
        <i>I</i> ⊆ ℝ. Si <i>x</i> e <i>y</i> son derivables en <i>t</i>
∈ <i>I</i> y <i>z</i> es diferenciable en (<i>x</i>(<i>t</i>),
<i>y</i>(<i>t</i>)), entonces <i>z</i> es derivable en <i>t</i> y
        su derivada es:\n
    </string>
    //latex 5 tema 5

    <string name="tvMat_Calc_T5_Contenido1_6">\t - Análogamente, si
<i>z</i> = <i>f</i>(<i>x</i><sub>1</sub>, <i>x</i><sub>2</sub>, …,
<i>x<sub>n</sub></i>) es diferenciable con <i>x<sub>i</sub></i> =
        <i>x<sub>i</sub></i>(<i>t</i>) derivables, su derivada es:\n
    </string>
    //latex 6 tema 5

    <string name="tvMat_Calc_T5_Contenido1_7">A continuación algunos
ejemplos:\n\n
        \t - 1. Halla d<i>z</i>/d<i>t</i> y evaluala en <i>t</i> = 0,
siendo <i>z</i> = <i>x</i><sup>2</sup><i>y</i>-<i>y</i><sup>2</sup>,
donde <i>x</i>(<i>t</i>) = sen(<i>t</i>) e <i>y</i>(<i>t</i>) =
         <i>e<sup>t</sup></i>\n\n
        \t - 2. Calcula d<i>w</i>/d<i>t</i> si <i>w</i> =
<i>x</i>(<i>y</i> + <i>z</i>), con <i>x</i>(<i>t</i>) = cos(<i>t</i>),
<i>y</i>(<i>t</i>) = <i>t</i> y <i>z</i>(<i>t</i>) =
<i>e<sup>t</sup></i>\n\n
    </string>
    //latex 7 tema 5

    <string name="tvMat_Calc_T5_Apartado1_4">· Funcion compuesta con
varias variables independientes\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T5_Contenido1_8">Cuando la función compuesta
depende de dos o más variables independientes, se aplica lo
siguiente:\n\n
        Sea <i>z</i> una función de <i>n</i> variables
<i>u</i><sub>1</sub>, …, <i>u<sub>n</sub></i>, es decir, <i>z</i> =
<i>f</i>(<i><i>u</i><sub>1</sub>, ..., <i>u<sub>n</sub></i></i>),
diferenciable
        y a su vez cada <i>u<sub>i</sub></i> diferenciable y dependiente
de <i>x</i><sub>1</sub>, …, <i>x<sub>m</sub></i>, es decir,
<i>u<sub>i</sub></i> = <i>u<sub>i</sub></i>(<i>x</i><sub>1</sub>,
        …, <i>x<sub>m</sub></i>), <i>i</i> = 1, …, <i>n</i>.\n\n
        Entonces,\n
    </string>
    //latex 8 tema 5

    <string name="tvMat_Calc_T5_Contenido1_9">A continuación un
ejemplo:\n\n
        Dada <i>z</i> = (<i>f</i> ∘ <i>g</i>)(<i>x</i>, <i>y</i>), con
<i>g</i>(<i>x</i>, <i>y</i>) = (<i>x</i> - 2<i>y</i>,
<i>x</i><sup>2</sup><i>y</i>), <i>f</i>(<i>u</i>, <i>v</i>) =
<i>u</i><sup>2</sup>
```

```
        - <i>v</i>, hallar las derivadas parciales de z respecto de
<i>x</i> y respecto de <i>y</i> aplicando la regla de la cadena y
evalúalas en el punto (1, 1).\n\n
    </string>
    //latex 9 tema 5

    <string name="tvMat_Calc_T5_Subtitulo2">2. Funciones
implícitas\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T5_Apartado2_1">· Definición\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T5_Contenido2_1">Las funciones implícitas
son aquellas que vienen definidas por una ecuación o sistema de
ecuaciones, por ejemplo:\n
    </string>
    //latex 10 tema 5

    <string name="tvMat_Calc_T5_Contenido2_2">Otras veces no es posible
obtenerlas explícitamente, como por ejemplo <i>y<sup>x</sup></i> =
<i>x<sup>y</sup></i>.\n\n
        Formalizando la noción de función implícita:\n\n
        \t - <i>Una ecuación y una variable independiente</i>:\n\n
        \t\t <i>F</i>(<i>x</i>, <i>y</i>) = 0, donde <i>F</i> : <i>D</i>
⊆ ℝ<sup>2</sup> → ℝ, <i>D</i> abierto, define una función
<b>implícita</b> <i>y</i> = <i>y</i>(<i>x</i>) en un <i>I</i> ⊆ ℝ,
        <i>I</i> abierto, si para cada <i>x</i> perteneciente a <i>I</i>,
se verifica que (<i>x</i>, <i>y</i>(<i>x</i>)) pertenece a <i>D</i> y
<b><i>F</i>(<i>x</i>, <i>y</i>(<i>x</i>)) = 0</b>, siendo
        <i>y</i>(<i>x</i>) única.\n\n
        \t\t - Derivación:\n\n
        Sea <i>F</i>(<i>x</i>, <i>y</i>) = 0 la ecuación que define una
función <i>y</i> = <i>y</i>(<i>x</i>), con ∂<i>F</i>/∂<i>x</i> y
∂<i>F</i>/∂<i>y</i> continuas y  ∂<i>F</i>/∂<i>y</i> ≠ 0.\n\n
        Si derivamos respecto a <i>x</i>:\n
    </string>
    //latex 11 tema 5

    <string name="tvMat_Calc_T5_Contenido2_3">A continuación un
ejemplo:\n\n
        Hallar <i>y</i>\'(<i>x</i>), siendo <i>y</i>(<i>x</i>) una
función definida implícitamente por la ecuación <i>y</i><sup>3</sup> +
<i>y</i><sup>2</sup> -5<i>y</i> - <i>x</i><sup>2</sup> + 4 = 0\n
    </string>
    //latex 12 tema 5

    <string name="tvMat_Calc_T5_Contenido2_4">\t - <i>Una ecuación y dos
variables independientes</i>:\n\n
        \t\t - <i>F</i>(<i>x</i>, <i>y</i>, <i>z</i>) = 0, donde <i>F</i>
: <i>D</i> ⊆ ℝ<sup>3</sup> → ℝ, <i>D</i> abierto, define una función
<b>implícita</b> <i>z</i> = <i>z</i>(<i>x</i>, <i>y</i>).\n
        \t\t Derivando <i>F</i> con respecto a las variables <i>x</i> e
<i>y</i>:\n
    </string>
    //latex 13 tema 5

    <string name="tvMat_Calc_T5_Contenido2_5">A continuación un
ejemplo:\n\n
        La ecuación <i>z</i><sup>3</sup> - <i>xz</i> - <i>y</i> = 0
define <i>z</i> como una función implícita de <i>x</i> e <i>y</i>.
Calcular las derivadas parciales ∂<i>z</i>/∂<i>x</i>,
         ∂<i>z</i>/∂<i>y</i> y
∂<sup>2</sup><i>z</i>/(∂<i>x</i>∂<i>y</i>):\n
    </string>
```

```
    //latex 14 tema 5

    // EJERCICIOS


    // Strings del Tema 6 de Teoría de Cálculo - Extremos de funciones de
varias variables

    <string name="tvMat_Calc_T6_Titulo">Tema 6. Extremos de funciones de
varias variables\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T6_Subtitulo1">1. Extremos libres\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T6_Apartado1_1">· Máximos y mínimos
relativos. Definiciones\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T6_Contenido1_1">Sea la función <i>f</i> :
<i>D</i> ⊂ ℝ<sup>2</sup> → ℝ. Dado (<i>x</i><sub>0</sub>,
<i>y</i><sub>0</sub>) ∈ <i>D</i>, se dice que <i>f</i>(<i>x</i>,
<i>y</i>)
         tiene un:\n\n
        \t - <b>Mínimo relativo</b> en (<i>x</i><sub>0</sub>,
<i>y</i><sub>0</sub>), si existe un δ > 0 tal que <i>f</i>(<i>x</i>,
<i>y</i>) ≥ <i>f</i>(<i>x</i><sub>0</sub>, <i>y</i><sub>0</sub>),\n
        \t\t para |(<i>x</i>, <i>y</i>) - (<i>x</i><sub>0</sub>,
<i>y</i><sub>0</sub>)| \u003C δ.\n\n
        \t - <b>Máximo relativo</b> en (<i>x</i><sub>0</sub>,
<i>y</i><sub>0</sub>), si existe un δ > 0 tal que <i>f</i>(<i>x</i>,
<i>y</i>) ≤ <i>f</i>(<i>x</i><sub>0</sub>, <i>y</i><sub>0</sub>),\n
        \t\t para |(<i>x</i>, <i>y</i>) - (<i>x</i><sub>0</sub>,
<i>y</i><sub>0</sub>)| \u003C δ.\n\n
        Los extremos relativos de una función son puntos donde la función
alcanza un máximo o un mínimo. Hay que distinguir si son extremos
relativos o absolutos.\n\n
    </string>

    <string name="tvMat_Calc_T6_Apartado1_2">· Extremos de una función de
dos variables\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T6_Contenido1_2">Dada <i>f</i> : <i>D</i> ⊆
ℝ<sup>2</sup> → ℝ, <i>D</i> abierto. El punto (<i>x</i><sub>0</sub>,
<i>y</i><sub>0</sub>) ∈ <i>D</i>, es un <b>punto crítico</b>
         de <i>f</i> si:\n
    </string>
    //latex 1 tema 6

    <string name="tvMat_Calc_T6_Contenido1_3">Dada <i>f</i> : <i>D</i> ⊆
ℝ<sup>2</sup> → ℝ, si (<i>x</i><sub>0</sub>, <i>y</i><sub>0</sub>) es un
<b>extremo relativo</b> de <i>f</i>, entonces
        (<i>x</i><sub>0</sub>, <i>y</i><sub>0</sub>) es un punto crítico
de <i>f</i>.\n\n<b>ATENCIÓN</b>: las derivadas parciales primeras pueden
anularse en puntos que no son extremos. En general los puntos críticos se
clasifican en:\n\n
        \t - <b>Extremos</b>: máximos y mínimos.\n\n
        \t - <b>Puntos de silla</b>.\n\n
        \t - <b>Otros</b>.\n\nEn cuanto a los puntos de silla: son puntos
sobre una superficie en el que la pendiente es nula, pero no se trata de
un extremo local (máximo o mínimo). Es el punto en el que la elevación es
máxima
         en una dirección y mínima en la dirección perpendicular. Se
asemejan a una silla de montar, de ahí su nombre.\n
    </string>
    //img 1 tema 6
```

```
    <string name="tvMat_Calc_T6_img_PuntoSilla">Imagen de un punto de
silla. Autor: María Teresa Capilla Romá.</string>

    <string name="tvMat_Calc_T6_Apartado1_3">· Extremos relativos:
clasificación\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T6_Contenido1_4">Dada una función escalar de
dos variables <i>f</i> : <i>D</i> ⊆ ℝ<sup>2</sup> → ℝ que admite todas
las derivadas parciales segundas, llamaremos <b>Hessiano
    de <i>f</i></b> en el punto (<i>x</i><sub>0</sub>,
<i>y</i><sub>0</sub>), \n(que se representa por
<i>Hf</i>(<i>x</i><sub>0</sub>, <i>y</i><sub>0</sub>), al
determinante:\n\n
    </string>
    //latex 2 tema 6

    <string name="tvMat_Calc_T6_Contenido1_5">Sea <i>f</i> : <i>D</i> ⊆
ℝ<sup>2</sup> → ℝ y (<i>x</i><sub>0</sub>, <i>y</i><sub>0</sub>) ∈
<i>D</i> un punto crítico de <i>f</i>. Si:\n
    </string>
    //latex 3 tema 6

    <string name="tvMat_Calc_T6_Contenido1_6">Si el hessiano evaluado en
el punto (<i>x</i><sub>0</sub>, <i>y</i><sub>0</sub>) es igual a 0, el
criterio para distinguir el punto crítico no es concluyente.\nA
continuación un ejemplo de determinación de extremos relativos:\n\nSea
<i>f</i>(<i>x</i>, <i>y</i>) = <i>x</i><sup>3</sup> - 6<i>xy</i> +
<i>y</i><sup>3</sup>, determinar sus extremos relativos.\n
    </string>
    //latex 4 tema 6

    <string name="tvMat_Calc_T6_Subtitulo2">2. Extremos
condicionados\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T6_Contenido2_1">Consiste en determinar los
máximos y mínimos de una función sujetos a ciertas condiciones. Es decir,
cuando las variables involucradas en la función a optimizar
         están relacionadas por medio de una o más ecuaciones.\n\n
        Para resolver un problema de extremos condicionados, usaremos el
método de los <b>multiplicadores de Lagrange</b>, mediante el cual se
hallan los extremos de una función de <i>n</i> variables
         <i>f</i>(<i>x</i><sub>1</sub>, …,<i>x<sub>n</sub></i>) sujetas a
satisfacer <i>m</i> ecuaciones:
<i>F<sub>i</sub></i>(<i>x</i><sub>1</sub>, …,<i>x<sub>n</sub></i>) = 0, 1
≤ <i>i</i> ≤ <i>m</i>,
         <i>m</i> \u003C <i>n</i>.\n\n
    </string>

    <string name="tvMat_Calc_T6_Apartado2_1">· Método de los
multiplicadores de Lagrange\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T6_Contenido2_2">\t1. Se construye la
función lagrangiana <i>G</i>:\n
    </string>
    //latex 5 tema 6

    <string name="tvMat_Calc_T6_Contenido2_3">\t\t Donde λ<i>i</i> son
los <b>multiplicadores de Lagrange</b>.\n\n
        \t2. Se calculan las derivadas parciales de la nueva función
<i>G</i>:\n
    </string>
    //latex 6 tema 6
```

```
    <string name="tvMat_Calc_T6_Contenido2_4">\t3. Se calculan los puntos
críticos de la función lagrangiana <i>G</i>, que tienen la forma
        (<i>x</i><sub>1</sub>, …,<i>x<sub>n</sub></i>,λ<i>1</i>,
…,λ<i>m</i>).\n\n
        \t4. Los máximos y mínimos se encuentran entre los puntos
(<i>x</i><sub>1</sub>, …,<i>x<sub>n</sub></i>), correspondientes a los
(<i>x</i><sub>1</sub>, …,<i>x<sub>n</sub></i>,λ<i>1</i>, …,λ<i>m</i>)
         del paso anterior.\n\n
        A continuación un ejemplo:\n
        Hallar los extremos de la función <i>f</i>(<i>x</i>, <i>y</i>) =
<i>x</i><sup>2</sup> + <i>y</i><sup>2</sup> bajo la restricción <i>x</i>
+ <i>y</i> = 1.\n
    </string>
    //latex 7 tema 6

    <string name="tvMat_Calc_T6_Subtitulo3">3. Extremos absolutos en
regiones compactas\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T6_Apartado3_1">· Máximos y mínimos
absolutos. Definiciones\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T6_Contenido3_1">Sea <i>f</i> : <i>D</i> ⊆
ℝ<sup>2</sup> → ℝ, si <i>P</i><sub>0</sub>, <i>P</i><sub>1</sub> ∈
<i>D</i> tales que\n\n
        \t - <i>f</i>(<i>P</i><sub>0</sub>) ≤ <i>f</i>(<i>x</i>),
<i>x</i> ∈ <i>D</i> ⇒ <i>f</i>(<i>P</i><sub>0</sub>) es un <b>mínimo
absoluto</b> de <i>f</i> en <i>D</i>.\n\n
        \t - <i>f</i>(<i>P</i><sub>1</sub>) ≥ <i>f</i>(<i>x</i>),
<i>x</i> ∈ <i>D</i> ⇒ <i>f</i>(<i>P</i><sub>1</sub>) es un <b>máximo
absoluto</b> de <i>f</i> en <i>D</i>.\n\n
        Si <i>f</i>(<i>x</i>, <i>y</i>) es continua en una región del
plano <i>R</i> cerrada y acotada (compacta, que contiene los puntos en su
frontera), entonces <i>f</i> alcanza al menos un mínimo y
        un máximo absolutos en <i>R.</i>\n
        Si <i>R</i> no es cerrado y acotado, el resultado anterior puede
ser falso. En la siguiente figura se observan los extremos en la región
acotada {<i>x</i> / -1.5 ≤ <i>x</i> ≤ 1.5} e
        {<i>y</i> / -1.5 ≤ <i>y</i> ≤ 1.5}:\n
    </string>
    //img 2 tema 6

    <string name="tvMat_Calc_T6_img_ExtremosAbs">Extremos absolutos de
una función. Autor: María Teresa Capilla Romá.</string>

    <string name="tvMat_Calc_T6_Apartado3_2">· Método de cálculo.
\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T6_Contenido3_2">Para obtener los máximos y
mínimos de una función <i>f</i>(<i>x</i>, <i>y</i>) en una región cerrada
y acotada <i>R</i> de ℝ<sup>2</sup>:\n\n
        \t 1. Se obtienen los <b>puntos críticos de <i>f</i>(<i>x</i>,
<i>y</i>)</b> y se seleccionan aquellos que estén en la región
<i>R</i>.\n\n
        \t 2. Se obtienen los <b>extremos</b> de <i>f</i>(<i>x</i>,
<i>y</i>) sujetos a la <b>condición</b> dada por la región <i>R</i>.\n\n
        \t\t a) Si la frontera de <i>R</i> viene definida por una
ecuación <i>g</i>(<i>x</i>, <i>y</i>) = 0, se aplicará el método de los
multiplicadores de Lagrange:\n\n
        \t\t\t <i>L</i>(<i>x, y, λ</i>) = <i>f</i>(<i>x</i>, <i>y</i>) +
λ<i>g</i>(<i>x</i>, <i>y</i>)\n\n
        \t\t b) Si la frontera de la región es una poligonal o está
encerrada por curvas, se escogerán los vértices y los puntos críticos en
```

```
cada trozo.\n\n
        \t 3. Finalmente se sustituyen todos los puntos obtenidos en la
función <i>f</i>, para determinar cuáles son los <b>máximos y mínimos
absolutos</b>.\n\n
        A continuación se muestra un ejemplo:\n
        Hallar los extremos absolutos de la función <i>f</i>(<i>x</i>,
<i>y</i>) = <i>y</i><sup>3</sup> + <i>x</i><sup>2</sup><i>y</i> +
2<i>x</i><sup>2</sup> + 2<i>y</i><sup>2</sup> - 4<i>y</i> - 8
        en el conjunto <i>U</i> ≔ {(<i>x</i>, <i>y</i>) ∈ ℝ<sup>2</sup>
/ <i>x</i><sup>2</sup> + <i>y</i><sup>2</sup> ≤ 1}\n
    </string>
    //latex 8 tema 6

    // EJERICIOS TEMA 6

    // Strings del Tema 7 de Teoría de Cálculo - Integración Indefinida

    <string name="tvMat_Calc_T7_Titulo">Tema 7. Integración
Indefinida\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T7_Subtitulo1">1. Integración
indefinida\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T7_Apartado1_1">· Definiciones\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T7_Contenido1_1">Sea <i>f</i> : [<i>a</i>,
<i>b</i>] → ℝ una función continua en [<i>a</i>, <i>b</i>]. Diremos que
la función <i>F</i> es una <b>primitiva</b> de <i>f</i>
        si <i>F\'</i>(<i>x</i>) = <i>f</i>(<i>x</i>), para todo <i>x</i>
∈ [<i>a</i>, <i>b</i>]\n\nSi <i>F</i> y <i>G</i> son dos primitivas de
<i>f</i>, entonces se verifica que <i>F</i>(<i>x</i>) -
<i>G</i>(<i>x</i>) = C,
         donde <i>C</i> ∈ ℝ es una constante arbitraria. Esto es lo que
se conoce como el <b>Teorema fundamental del cálculo integral</b>.\n\n
        Al conjunto de todas las primitivas de <i>F</i> se le llama
<b>integral indefinida</b> de <i>f</i>. Se representa como
∫<i>f</i>(<i>x</i>)<i>dx</i> = <i>F</i>(<i>x</i>) + <i>C</i> y la función
<i>f</i>(<i>x</i>) se conoce como <b>integrando</b>.\n\n
    </string>

    <string name="tvMat_Calc_T7_Apartado1_2">· Propiedades\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T7_Contenido1_2">Las propiedades de la
integral indefinida son las siguientes:\n\n
        \t - Relación con la derivación\n
    </string>
    // Latex 1 T7

    <string name="tvMat_Calc_T7_Contenido1_3">\t - <b>Linealidad</b>:
Dadas las funciones <i>f</i>, <i>g</i> y <i>α</i>, <i>β</i> ∈ ℝ se
cumple:\n
    </string>
    // Latex 2 T7

    <string name="tvMat_Calc_T7_Subtitulo2">2. Cálculo de
primitivas\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T7_Apartado2_1">· Tabla de integrales
básica\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T7_Contenido2_1">A continuación se muestra
la tabla de integrales básicas que hay que conocer:\n
        \t - Funciones básicas:\n
```

```
    </string>
    // Latex 3 T7

    <string name="tvMat_Calc_T7_Contenido2_2">\t - Funciones
trigonométricas:\n
    </string>
    // Latex 4 T7

    <string name="tvMat_Calc_T7_Contenido2_3">\t - Funciones
trigonométricas inversas:\n
    </string>
    // Latex 5 T7

    <string name="tvMat_Calc_T7_Contenido2_4">\t - Funciones
hiperbólicas:\n
    </string>
    // Latex 6 T7

    <string name="tvMat_Calc_T7_Contenido2_5">\t - Funciones hiperbólicas
inversas:\n
    </string>
    // Latex 7 T7

    <string name="tvMat_Calc_T7_Apartado2_2">· Reducción a integración
inmediata\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T7_Contenido2_6">El objetivo es transformar
las integrales en inmediatas (las de la tabla):\n
        \t - Utilizando la propiedad de la linealidad de la integral.\n\n
        \t - Simplificando el integrando, aplicando fórmulas
trigonométricas.\n\n
        \t - A través de los distintos métodos de integración que veremos
en los siguientes apartados.\n\n
    </string>

    <string name="tvMat_Calc_T7_Subtitulo3">3. Métodos de
integración\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T7_Apartado3_1">· Cambio de
variable\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T7_Contenido3_1">Dada
∫<i>f</i>(<i>x</i>)<i>dx</i>, consideramos una función <i>x</i> =
<i>u</i>(<i>t</i>) que admita inversa <i>t</i> = <i>u</i><sup>-
1</sup>(<i>x</i>) cuya
        derivada sea continua y no nula.\nEs posible calcular la integral
respecto a la nueva variable ya que <i>dx</i> =
<i>u</i>\'(<i>t</i>)<i>dt</i>:\n
    </string>
    // Latex 8 T7

    <string name="tvMat_Calc_T7_Contenido3_2">Si encontramos la
primitiva\n
    </string>
    // Latex 9 T7

    <string name="tvMat_Calc_T7_Contenido3_3">deshaciendo el cambio
tenemos la solución\n
    </string>
    // Latex 10 T7

    <string name="tvMat_Calc_T7_Contenido3_4">A continuación unos
ejemplos:\n
```

```
        Demostrar que ∫<i>f</i>\'(<i>x</i>)tg <i>f</i>(<i>x</i>)<i>dx</i>
= -ln |cos <i>f(<i>x</i>)</i>| + C y calcular
∫(cos√(<i>x</i>))/(2√(<i>x</i>))<i>dx</i>\n
    </string>
    // Latex 11 T7

    // Latex 12 T7

    <string name="tvMat_Calc_T7_Apartado3_2">· Integración por
partes\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T7_Contenido3_5">Dadas dos funciones
<i>u</i>(<i>x</i>) y <i>v</i>(<i>x</i>), recordamos la derivada del
producto:\n\n
        \t\t (<i>u</i>(<i>x</i>) · <i>v</i>(<i>x</i>))\' =
<i>u</i>\'(<i>x</i>) · <i>v</i>(<i>x</i>) + <i>u</i>(<i>x</i>) ·
<i>v</i>\'(<i>x</i>) \n\n
        Multiplicando por <i>dx</i> e integrando en ambos lados de la
igualdad obtenemos: \n\n
        \t\t <i>u</i><i>v</i> = ∫<i>vdu</i> + ∫<i>udv</i>,\n\n
        donde <i>du</i> = <i>u</i>\'(<i>x</i>)<i>dx</i> y <i>dv</i> =
<i>v</i>\'(<i>x</i>)<i>dx</i>, por tanto obtenemos la regla de
integración por partes:\n
    </string>
    // Latex 13 T7

    <string name="tvMat_Calc_T7_Contenido3_6">¿Qué tipo de funciones
conviene utilizar como <i>u</i> y como <i>dv</i>? Existe una regla
mnemotécnica muy conveniente (regla ILATE, en alguna bibliografía LIATE)
que asigna la prioridad de la variable <i>u</i>
         a los distintos tipos de funciones que se resume en la siguiente
imagen:\n
    </string>
    // Img 1 T7

    <string name="tvMat_Calc_T7_img_ilate">Imagen de la regla ILATE para
integración por partes. Autor: Imagen propia.</string>

    <string name="tvMat_Calc_T7_Apartado3_3">· Integración de funciones
racionales\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T7_Contenido3_7">Dados los polinomios
<i>P</i>(<i>x</i>) y <i>Q</i>(<i>x</i>), para integrar
∫(<i>P</i>(<i>x</i>)/<i>Q</i>(<i>x</i>))<i>dx</i> distinguiremos dos
casos:\n
        \t - Si grado <i>P</i>(<i>x</i>) ≥ <i>Q</i>(<i>x</i>), entonces\n
    </string>
    // Latex 14 T7

    <string name="tvMat_Calc_T7_Contenido3_8">\ndonde <i>C</i>(<i>x</i>)
es el cociente y <i>R</i>(<i>x</i>) el resto de la división de los
polinomios <i>P</i>(<i>x</i>)/<i>Q</i>(<i>x</i>), de manera que
        el grado de <i>R</i>(<i>x</i>) \u003C grado de <i>Q</i>(<i>x</i>)
en la segunda integral y estamos en el siguiente caso.\n\n
        \t - Si el grado de <i>P</i>(<i>x</i>) \u003C grado de
<i>Q</i>(<i>x</i>), descomponemos la función racional
<i>P</i>(<i>x</i>)/<i>Q</i>(<i>x</i>) en una suma de fracciones simples y
estas depende de las
        raíces de <i>Q</i>(<i>x</i>).\n\n

        Las raíces de un polinomio <i>P<sub>n</sub></i>(<i>x</i>) =
<i>a<sub>n</sub></i><i>x<sup>n</sup></i> + <i>a<sub>n-
1</sub></i><i>x<sup>n-1</sup></i> + … + <i>a</i><sub>1</sub><i>x</i> +
```

```
<i>a</i><sub>0</sub>
        son las soluciones de la ecuación <i>P<sub>n</sub></i>(<i>x</i>)
= 0, es decir, los <i>α</i> ∈ ℂ tales que <i>P<sub>n</sub></i>(<i>α</i>)
= 0.\n\n

        El <b>teorema fundamental del álgebra</b> dice que todo polinomio
no constante de grado <i>n</i> ≥ 1, con <i>a<sub>i</sub></i> ∈
ℝ:\n<i>P<sub>n</sub></i>(<i>x</i>) =
<i>a<sub>n</sub></i><i>x<sup>n</sup></i> + <i>a<sub>n-
1</sub></i><i>x<sup>n-1</sup></i> + … + <i>a</i><sub>1</sub><i>x</i> +
<i>a</i><sub>0</sub>
        tiene <i>n</i> raíces <i>α<sub>i</sub></i> ∈ ℂ, <i>i</i> = 1,
…,<i>n</i>\n\n

        Algunas propiedades de las funciones polinómicas son las
siguientes:\n

        Si <i>α<sub>i</sub></i>, <i>i</i> = 1, …,<i>n</i> son las raíces
de <i>P<sub>n</sub></i>(<i>x</i>) y <i>k<sub>i</sub></i> el número de
veces que cada una de ellas se repite (multiplicidad), entonces:\n\n
        \t - <i>n</i> = <i>k</i><sub>1</sub> + … + <i>k<sub>r</sub></i>\n
        \t - <i>P<sub>n</sub></i>(<i>x</i>) =
<i>a<sub>n</sub></i>(<i>x</i> -
<i>α</i><sub>1</sub>)<sup><i>k</i><sub>1</sub></sup>(<i>x</i> -
<i>α</i><sub>2</sub>)<sup><i>k</i><sub>2</sub></sup>···(<i>x</i> -
<i>α<sub>r</sub></i>)<sup><i>k<sub>r</sub></i></sup>.\n\n

        La descomposición en fracciones simples de
<i>P</i>(<i>x</i>)/<i>Q</i>(<i>x</i>) depende de las raíces de
<i>Q</i>(<i>x</i>).\n\n
        \t - Si <i>Q</i>(<i>x</i>) solo tiene <b>raíces reales y
simples</b> (multiplicidad <i>k</i> = 1), entonces\n
    </string>
    // Latex 15 T7

    <string name="tvMat_Calc_T7_Contenido3_9">\ndonde
<i>A<sub>i</sub></i> son constantes y <i>α<sub>i</sub></i> las raíces
reales simples de <i>Q</i>(<i>x</i>), <i>i</i> = 1, …,<i>n</i>.\n
        Las integrales asociadas a esta descomposición son
<b>logaritmos.</b>\n
    </string>
    // Latex 16 T7

    <string name="tvMat_Calc_T7_Contenido3_10">\n\t - Si
<i>Q</i>(<i>x</i>) solo tiene <b>raíces reales de multiplicidad <i>k</i>
> 1</b>, entonces\n
    </string>
    // Latex 17 T7

    <string name="tvMat_Calc_T7_Contenido3_11">\ncon
<i>A<sub>ij</sub></i> ∈ ℝ, <i>α<sub>i</sub></i> ∈ ℝ raíces de
multiplicidad <i>k<sub>i</sub></i>, <i>j</i> = 1, …,<i>k<sub>i</sub></i>,
<i>i</i> = 1, …,<i>m</i>.\n
        Las integrales asociadas a esta descomposición son <b>logaritmos
o potencias</b>.\n
    </string>
    // Latex 18 T7

    <string name="tvMat_Calc_T7_Contenido3_12">\n\t - Si
<i>Q</i>(<i>x</i>) tiene <b>raíces complejas simples</b>, entonces\n
    </string>
    // Latex 19 T7
```

```
    <string name="tvMat_Calc_T7_Contenido3_13">\ncon
<i>M<sub>i</sub></i>, <i>N<sub>i</sub></i> constantes y
<i>a<sub>i</sub></i><i>x</i><sup>2</sup> + <i>b<sub>i</sub></i><i>x</i> +
<i>c<sub>i</sub></i> = (<i>x</i> - <i>α<sub>i</sub></i>)<sup>2</sup> +
<i>β<sub>i</sub></i><sup>2</sup>\n
        parejas de raíces complejas de <i>Q</i>(<i>x</i>), <i>i</i> = 1,
…,<i>p</i>.\n
        Las integrales asociadas son suma de un <b>logaritmo</b> y una
<b>arcotangente</b>.\n
    </string>
    // Latex 20 T7

    <string name="tvMat_Calc_T7_Contenido3_14">\n\t - Si
<i>Q</i>(<i>x</i>) tiene <b>raíces complejas de multiplicidad <i>k</i> >
1</b>, entonces\n
    </string>
    // Latex 21 T7

    <string name="tvMat_Calc_T7_Contenido3_15">\ncon
<i>M<sub>ij</sub></i>, <i>N<sub>ij</sub></i> constantes y
<i>a<sub>i</sub></i><i>x</i><sup>2</sup> + <i>b<sub>i</sub></i><i>x</i> +
<i>c<sub>i</sub></i> = (<i>x</i> - <i>α<sub>i</sub></i>)<sup>2</sup> +
<i>β<sub>i</sub></i><sup>2</sup>\n
        parejas de raíces complejas de multiplicidad <i>k<sub>i</sub></i>
de <i>Q</i>(<i>x</i>), <i>j</i> = 1, …,<i>k<sub>i</sub></i>, <i>i</i> =
1, …,<i>q</i>.\n
        Las integrales asociadas a las raíces complejas múltiples se
pueden descomponer como:\n
    </string>
    // Latex 22 T7

    <string name="tvMat_Calc_T7_Contenido3_16">\nEn general:\n
    </string>
    // Latex 23 T7

    <string name="tvMat_Calc_T7_Contenido3_17">\ndonde
<i>A<sub>i</sub></i>, <i>B<sub>jm</sub></i>, <i>M<sub>k</sub></i>,
<i>N<sub>k</sub></i> son constantes, <i>α<sub>i</sub></i> son las raíces
reales simples,
        <i>β<sub>j</sub></i> son las raíces reales de multiplicidad
<i>k<sub>j</sub></i> y <i>a<sub>k</sub></i><i>x</i><sup>2</sup> +
<i>b<sub>k</sub></i><i>x</i> + <i>c<sub>k</sub></i> son las parejas de
raíces complejas de <i>Q</i>(<i>x</i>).\n\n
        En el apartado de ejercicios resueltos se verán distintos casos
de integrales de funciones racionales.\n\n
    </string>

    <string name="tvMat_Calc_T7_Apartado3_4">· Integración de funciones
irracionales\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T7_Contenido3_18">Si tenemos una integral
con raíces en el denominador del integrando:\n
    </string>
    // Latex 24 T7

    <string name="tvMat_Calc_T7_Contenido3_19">\ndescomponemos el
polinomio como suma o diferencia de cuadrados, para obtener alguna de
estas primitivas:\n
    </string>
    // Latex 25 T7

    <string name="tvMat_Calc_T7_Contenido3_20">\nSi tenemos raíces en el
integrando, utilizamos los siguientes cambios:\n
```

```
    </string>
    // Latex 26 T7

    <string name="tvMat_Calc_T7_Apartado3_5">· Integración de funciones
trigonométricas\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T7_Contenido3_21">Si tenemos productos de
funciones trigonométricas de la forma\n\n
    </string>
    // Latex 27 T7

    <string name="tvMat_Calc_T7_Contenido3_22">
        donde <i>a</i> y <i>b</i> son reales, utilizamos las fórmulas\n\n
        \t - <b>sen(<i>ax</i>)cos(<i>bx</i>)</b> = 1/2(sen((<i>a</i> -
<i>b</i>)<i>x</i>) + sen((<i>a</i> + <i>b</i>)<i>x</i>))\n\n
        \t - <b>sen(<i>ax</i>)sen(<i>bx</i>)</b> = 1/2(cos((<i>a</i> -
<i>b</i>)<i>x</i>) - cos((<i>a</i> + <i>b</i>)<i>x</i>))\n\n
        \t - <b>cos(<i>ax</i>)cos(<i>bx</i>)</b> = 1/2(cos((<i>a</i> -
<i>b</i>)<i>x</i>) + cos((<i>a</i> + <i>b</i>)<i>x</i>))\n\n

        Si tenemos funciones trigonométricas pares o impares del tipo
∫<i>R</i>(sen(<i>x</i>), cos(<i>x</i>))<i>dx</i>,\n\n
        \t - Si <i>R</i>(sen(<i>x</i>), cos(<i>x</i>)) es impar en sen
<i>x</i>, es decir, <i>R</i>(-sen(<i>x</i>), cos(<i>x</i>)) = -
<i>R</i>(sen(<i>x</i>), cos(<i>x</i>)), hacemos el cambio <b><i>t</i> =
cos <i>x</i></b>\n\n
        \t - Si <i>R</i>(sen(<i>x</i>), cos(<i>x</i>)) es impar en cos
<i>x</i>, es decir, <i>R</i>(sen(<i>x</i>), -cos(<i>x</i>)) = -
<i>R</i>(sen(<i>x</i>), cos(<i>x</i>)), hacemos el cambio <b><i>t</i> =
sen <i>x</i></b>\n\n
        \t - Si <i>R</i>(sen(<i>x</i>), cos(<i>x</i>)) es par en sen
<i>x</i> y cos <i>x</i>, es decir, <i>R</i>(-sen(<i>x</i>), -
cos(<i>x</i>)) = <i>R</i>(sen(<i>x</i>), cos(<i>x</i>)), hacemos el
cambio <b><i>t</i> = tg <i>x</i></b>\n\n

        Para integrar funciones que no son del tipo anterior, como por
ejemplo las funciones racionales de funciones trigonométricas:\n
    </string>
    // Latex 28 T7

    <string name="tvMat_Calc_T7_Contenido3_23">\nhacemos el cambio de
variable <b><i>t</i> = tg(<i>x</i>/2)</b>, donde <b><i>dx</i> =
2<i>dt</i>/(1 + <i>t</i><sup>2</sup>)</b>.\nUtilizando las razones
trigonométricas
        del ángulo doble y la igualdad\n
        \t 1 + tg<sup>2</sup>(<i>x</i>/2) = sec^2(<i>x</i>/2),
obtenemos:\n\n
        \t\t\t sen <i>x</i> = 2<i>t</i>/(<i>t</i><sup>2</sup> + 1), \t
cos <i>x</i> = (1 - <i>t</i><sup>2</sup>)/(<i>t</i><sup>2</sup> + 1)
    </string>

    // EJERCICIOS


//////////////////////////////////////////////////////////////////////////
//////////////////////////////////////////////////////////////////////////
/////////////////////////////////////////////////

    // Strings del Tema 8 de Teoría de Cálculo - Integración Definida y
aplicaciones

    <string name="tvMat_Calc_T8_Titulo">Tema 8. Integración Definida y
Aplicaciones\n</string>
```

```
    <string name="tvMat_Calc_T8_Subtitulo1">1. Integración
definida\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T8_Apartado1_1">· Función integrable
Riemann\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T8_Contenido1_1">Dado el intervalo
[<i>a</i>, <i>b</i>] ⊂ ℝ, decimos que un conjunto de números
<i>x<sub>i</sub></i> ∈ [<i>a</i>, <i>b</i>] ℘ = {<i>x</i><sub>0</sub>,
<i>x</i><sub>1</sub>, …,<i>x<sub>n</sub></i>}
        es una <b>partición</b> de [<i>a</i>, <i>b</i>] si <i>a</i> =
<i>x</i><sub>0</sub> \u003C <i>x</i><sub>1</sub> \u003C … \u003C
<i>x<sub>n</sub></i> = <i>b</i>.\n\n

        La <b>norma de la partición</b> ℘ viene dada por el máximo de la
distancia entre dos puntos de la partición. Si Δ<i>x<sub>i</sub></i> =
<i>x<sub>i</sub></i> - <i>x</i><sub><i>i</i>-1</sub>, <i>i</i> = 1,
…,<i>n</i>: ‖ ℘ ‖ = max{Δ<i>x</i><sub>1</sub>, Δ<i>x</i><sub>2</sub>,
…,Δ<i>x<sub>n</sub></i>}\n\n

        Decimos que la función <i>f</i> : [<i>a</i>, <i>b</i>] ⊂ ℝ → ℝ
es <b>integrable Riemann</b> en [<i>a</i>, <i>b</i>], si existe el
límite:\n
    </string>
    // Latex 1 T8

    <string name="tvMat_Calc_T8_Apartado1_2">· Integral
definida\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T8_Contenido1_2">Si <i>f</i> es integrable
en [<i>a</i>, <i>b</i>], llamamos <b>integral definida</b> de <i>f</i> en
[<i>a</i>, <i>b</i>] al valor del límite y la denotamos como:\n
    </string>
    // Latex 2 T8

    <string name="tvMat_Calc_T8_Contenido1_3">Si la función <i>f</i> es
continua en [<i>a</i>, <i>b</i>], entonces es integrable en [<i>a</i>,
<i>b</i>]. Si la función <i>f</i> está acotada en [<i>a</i>, <i>b</i>]
        y la continuidad solo falla en un número finito de puntos de
dicho intervalo, entonces <i>f</i> también es integrable. Si <i>f</i> es
continua a trozos en [<i>a</i>, <i>b</i>], entonces también es integrable
en [<i>a</i>, <i>b</i>].\n
    </string>

    <string name="tvMat_Calc_T8_Apartado1_3">· Propiedades de la integral
definida\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T8_Contenido1_4">Dada una función <i>f</i>
integrable en [<i>a</i>, <i>b</i>], se cumplen las siguientes
propiedades:\n
    </string>
    // Latex 3 T8

    <string name="tvMat_Calc_T8_Contenido1_5">Dadas dos funciones
<i>f</i>, <i>g</i> integrables en el intervalo [<i>a</i>, <i>b</i>] y
<i>α</i>, <i>β</i> ∈ ℝ se cumplen las siguientes propieadaes:\n
    </string>
    // Latex 4 T8

    <string name="tvMat_Calc_T8_Apartado1_4">· Interpretación
geométrica\n\n</string>
```

```
    <string name="tvMat_Calc_T8_Contenido1_6">Dada la función <i>f</i> no
negativa e integrable en [<i>a</i>, <i>b</i>]:\n
    </string>
    // Latex 5 T8

    <string name="tvMat_Calc_T8_Contenido1_7">La integral definida de
<i>f</i> ≥ 0 en [<i>a</i>, <i>b</i>] es una estimación del área de la
región comprendida entre la gráfica de la función, el eje X y
        las dos rectas verticales <i>x</i> = <i>a</i>, <i>x</i> =
<i>b</i>.\n
    </string>
    // Img 1 T8

    <string name="tvMat_Calc_T8_img_intgeom">Imagen de la interpretación
geométrica de la integral definida. Autor: Transparencias de Esther
Sanabria Codesal.</string>

    <string name="tvMat_Calc_T8_Contenido1_8">Si la función <i>f</i> es
negativa en [<i>a</i>, <i>b</i>], el área viene dada por la integral
definida de -<i>f</i>.\n\n
        Si la función <i>f</i> toma valores positivos y negativos en
[<i>a</i>, <i>b</i>], tendremos que averiguar donde es positiva y
negativa y calcular el área en cada intervalo para sumarlas, es decir,
        calcular la integral definida del valor absoluto de <i>f</i> en
[<i>a</i>, <i>b</i>].
    </string>
    // Img 2 T8

    <string name="tvMat_Calc_T8_img_intgeom2">Imagen de la interpretación
geométrica de la integral definida. Autor: Transparencias de Esther
Sanabria Codesal.</string>

    <string name="tvMat_Calc_T8_Apartado1_5">· Regla de
Barrow\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T8_Contenido1_9">Si <i>f</i> es una función
integrable en [<i>a</i>, <i>b</i>], definimos la <b>función integral
como</b>:\n
    </string>
    // Latex 6 T8

    <string name="tvMat_Calc_T8_Contenido1_10">La función integral es
continua y además es una primitiva de <i>f</i>, ya que
<i>F</i>\'(<i>x</i>) = <i>f</i>(<i>x</i>)\n\n
        Si <i>F</i> es una primitiva de la función continua <i>f</i> en
[<i>a</i>, <i>b</i>], entonces:\n
    </string>
    // Latex 7 T8

    <string name="tvMat_Calc_T8_Apartado1_6">· Integración por partes y
cambio de variable\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T8_Contenido1_11">\t - <b>Integración por
partes</b>\n\n
        Si las funciones <i>f</i>, <i>g</i> son derivables y <i>f</i>,
<i>g</i>, <i>f</i>\' y <i>g</i>\' son integrables en [<i>a</i>,
<i>b</i>], entonces:\n
    </string>
    // Latex 8 T8

    <string name="tvMat_Calc_T8_Contenido1_12">\t - <b>Cambio de
variable</b>\n\n
        Si el cambio de variable <i>x</i> = <i>u</i>(<i>t</i>) admite
```

```
derivada continua en [<i>c</i>, <i>d</i>], <i>f</i> es continua en el
conjunto imagen de <i>u</i> y se verifica que <i>a</i> =
<i>u</i>(<i>c</i>) y
        <i>b</i> = <i>u</i>(<i>d</i>), entonces:\n
    </string>
    // Latex 9 T8

    <string name="tvMat_Calc_T8_Subtitulo2">2. Integrales
impropias\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T8_Contenido2_1">Las integrales impropias
aparecen cuando la función, o el intervalo no están acotados. Por tanto
existen dos tipos de integrales impropias:\n\n
        \t - Integrales impropias de primera especie (si el intervalo no
está acotado)\n\n
        \t - Integrales impropias de segunda especie (si la función no
está acotada)\n\n
    </string>

    <string name="tvMat_Calc_T8_Apartado2_1">· Integrales impropias de
primera especie\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T8_Contenido2_2">Dado <i>a</i> ∈ ℝ, si
<i>f</i> es integrable en [<i>a</i>, <i>t</i>], para <i>t</i> > <i>a</i>
planteamos la función integral y si existe el límite:\n
    </string>
    // Latex 10 T8

    <string name="tvMat_Calc_T8_Contenido2_3">\nDado <i>b</i> ∈ ℝ, si
<i>f</i> es integrable en [<i>t</i>, <i>b</i>], para <i>t</i> \u003C
<i>b</i> planteamos la función integral y si existe el límite:\n
    </string>
    // Latex 11 T8

    <string name="tvMat_Calc_T8_Contenido2_4">\nSi <i>f</i> es integrable
Riemann en cualquier intervalo [<i>t</i>, <i>t</i>\'], <i>t</i> \u003C
<i>t</i>\' planteamos dos funciones integrales\n\n
    </string>
    // Latex 12 T8

    <string name="tvMat_Calc_T8_Contenido2_5">\n Si existen los límites
de ambas integrales:\n
    </string>
    // Latex 13 T8

    <string name="tvMat_Calc_T8_Apartado2_2">· Integrales impropias de
segunda especie\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T8_Contenido2_6">Si <i>f</i> es integrable
en (<i>a</i>, <i>b</i>], planteamos la función integral y si existe el
límite\n
    </string>
    // Latex 14 T8

    <string name="tvMat_Calc_T8_Contenido2_7">\nAnálogamente si <i>f</i>
es integrable en [<i>a</i>, <i>b</i>):\n
    </string>
    // Latex 15 T8

    <string name="tvMat_Calc_T8_Contenido2_8">\nSi <i>f</i> es integrable
Riemann en el intervalo [<i>a</i>, <i>c</i>) ∪ (<i>c</i>, <i>b</i>],
planteamos dos funciones integrales:\n
    </string>
```

```
    // Latex 16 T8

    <string name="tvMat_Calc_T8_Contenido2_9">\nSi existen los límites de
ambas integrales\n
    </string>
    // Latex 17 T8

    <string name="tvMat_Calc_T8_Apartado2_3">· Propiedades\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T8_Contenido2_10">Dadas las funciones
integrables <i>f</i>(<i>x</i>) y <i>g</i>(<i>x</i>) en [<i>a</i>,
<i>t</i>], para <i>t</i> > <i>a</i> ∈ ℝ, tales que 0 ≤
<i>f</i>(<i>x</i>) ≤ <i>g</i>(<i>x</i>)
        se cumple:\n\n
        \t - Si ∫<sub><i>a</i></sub><sup>+∞</sup>
<i>g</i>(<i>x</i>)<i>dx</i> converge ⇒ ∫<sub><i>a</i></sub><sup>+∞</sup>
<i>f</i>(<i>x</i>)<i>dx</i> converge.\n\n
        \t - Si ∫<sub><i>a</i></sub><sup>+∞</sup>
<i>f</i>(<i>x</i>)<i>dx</i> diverge ⇒ ∫<sub><i>a</i></sub><sup>+∞</sup>
<i>g</i>(<i>x</i>)<i>dx</i> diverge.\n\n
        El comportamiento de integrales impropias es similar en el resto
de casos.\n\n
    </string>

    <string name="tvMat_Calc_T8_Subtitulo3">3. Aplicaciones\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T8_Apartado3_1">· Cálculo de áreas
planas\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T8_Contenido3_1"><b>Coordenadas
cartesianas</b>\n\n
        Dada una función <i>f</i> integrable en [<i>a</i>, <i>b</i>]\n\n
        \t - Si la función <i>f</i> cambia de signo en [<i>a</i>,
<i>b</i>] el área de la región es ∫<sub><i>a</i></sub><sup><i>b</i></sup>
|<i>f</i>(<i>x</i>)|<i>dx</i>\n\n
        \t - Dadas dos funciones <i>f</i> y <i>g</i> integrables en
[<i>a</i>, <i>b</i>], el área de la región comprendida entre las gráficas
de las funciones y las rectas <i>x</i> = <i>a</i>, <i>x</i> = <i>b</i>,
viene dada por:\n
    </string>
    // Latex 18 T8 - Img 3 T8

    <string name="tvMat_Calc_T8_img_areacart">Imagen de la interpretación
geométrica del cálculo del área plana entre dos curvas en coordenadas
cartesianas. Autor: Transparencias de Esther Sanabria Codesal.</string>

    <string name="tvMat_Calc_T8_Contenido3_2"><b>Coordenadas
paramétricas</b>\n\n
        Sea <i>C</i> una curva en coordenadas paramétricas
(<i>x</i>(<i>t</i>), <i>y</i>(<i>t</i>)) con <i>t</i> ∈
[<i>t<sub>a</sub></i>, <i>t<sub>b</sub></i>] tal que las funciones
<i>x</i>(<i>t</i>),
        <i>y</i>(<i>t</i>) y <i>x</i>\'(<i>t</i>) son continuas en
[<i>t<sub>a</sub></i>, <i>t<sub>b</sub></i>], de modo que cuando <i>t</i>
varía de <i>t<sub>a</sub></i> a <i>t<sub>b</sub></i>, <i>x</i>
        alcanza valores entre <i>a</i> y <i>b</i>, e <i>y</i> ≥ 0\n\n

        El área de la región limitada por la curva <i>C</i> el eje
<i>X</i> y las abcisas <i>x</i> = <i>x</i>(<i>t<sub>a</sub></i>),
<i>x</i>(<i>t<sub>b</sub></i>) viene dada por:\n
    </string>
    // Latex 19 T8 - Img 4 T8
```

```
    <string name="tvMat_Calc_T8_img_areapar">Imagen de la interpretación
geométrica del cálculo del área plana entre dos curvas en coordenadas
paramétricas. Autor: Transparencias de Esther Sanabria Codesal.</string>

    <string name="tvMat_Calc_T8_Contenido3_3"><b>Coordenadas
polares</b>\n\n
        Dada una curva <i>C</i> en coordenadas polares <i>ρ</i> =
<i>ρ</i>(<i>α</i>) con <i>α</i> ∈ [<i>w<sub>a</sub></i>,
<i>w<sub>b</sub></i>] donde 0 \u003C <i>w<sub>b</sub></i> -
<i>w<sub>a</sub></i> \u003C 2π,
        el área de la región de plano comprendida entre 0 ≤ <i>ρ</i> ≤
<i>ρ</i>(<i>α</i>), cuando <i>α</i> ∈ [<i>w<sub>a</sub></i>,
<i>w<sub>b</sub></i>], viene dada por la integral definida\n
    </string>
    // Latex 20 T8 - Img 5 T8

    <string name="tvMat_Calc_T8_img_areapol">Imagen de la interpretación
geométrica del cálculo del área plana entre dos curvas en coordenadas
polares. Autor: Transparencias de Esther Sanabria Codesal.</string>

    <string name="tvMat_Calc_T8_Apartado3_2">\n· Cálculo de volúmenes de
revolución alrededor del eje OX\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T8_Contenido3_4"><b>Coordenadas
cartesianas</b>\n\n
        Sea <i>f</i> una función integrable Riemann en [<i>a</i>,
<i>b</i>], consideramos la región plana comprendida entre la gráfica de
<i>f</i>, el eje <i>X</i> y las abcisas <i>x</i> = <i>a</i>, <i>x</i> =
<i>b</i>.\n\n
        El volumen del sólido de revolución generado al girar dicha
región <i>α</i> ∈ [0, 2π] radianes alrededor del eje <i>OX</i> viene dado
por la integral definida:\n
    </string>
    // Latex 21 T8 - Img 6 T8

    <string name="tvMat_Calc_T8_img_volcartox">Imagen de la
interpretación geométrica del cálculo del volumen engendrado al girar
sobre el eje OX en coordenadas cartesianas.
        Autor: Transparencias de Esther Sanabria Codesal.</string>

    <string name="tvMat_Calc_T8_Contenido3_5">\n<b>Coordenadas
paramétricas</b>\n\n
       Sea <i>C</i> una curva en coordenadas paramétricas
(<i>x</i>(<i>t</i>), <i>y</i>(<i>t</i>)) con <i>t</i> ∈
[<i>t<sub>a</sub></i>, <i>t<sub>b</sub></i>] tal que las funciones
<i>x</i>(<i>t</i>),
        <i>y</i>(<i>t</i>) y <i>x</i>\'(<i>t</i>) son continuas en
[<i>t<sub>a</sub></i>, <i>t<sub>b</sub></i>], de modo que cuando <i>t</i>
varía de <i>t<sub>a</sub></i> a <i>t<sub>b</sub></i>, <i>x</i>
        alcanza valores entre <i>x</i>(<i>t<sub>a</sub></i>) y
<i>x</i>(<i>t<sub>b</sub></i>), e <i>y</i> ≥ 0\n\n

        El volumen del sólido engendrado al girar <i>α</i> ∈ [0, 2π]
radianes la región limitada por la curva <i>C</i>, el eje <i>OX</i> y las
abcisas <i>x</i>(<i>t<sub>a</sub></i>), <i>x</i>(<i>t<sub>b</sub></i>)
viene dada por:\n
    </string>
    // Latex 23 T8 - Img 8 T8

    <string name="tvMat_Calc_T8_img_volparox">Imagen de la interpretación
geométrica del cálculo del volumen engendrado al girar sobre el eje OX en
coordenadas paramétricas.
        Autor: Transparencias de Esther Sanabria Codesal.</string>
```

```
    <string name="tvMat_Calc_T8_Apartado3_3">\n· Cálculo de volúmenes de
revolución alrededor del eje OY\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T8_Contenido3_6"><b>Coordenadas
cartesianas</b>\n\n
        Sea <i>f</i> una función integrable Riemann en [<i>a</i>,
<i>b</i>], consideramos la región plana comprendida entre la gráfica de
<i>f</i>, el eje <i>X</i> y las abcisas <i>x</i> = <i>a</i>, <i>x</i> =
<i>b</i>.\n\n
        El volumen del sólido de revolución generado al girar dicha
región <i>α</i> ∈ [0, 2π] radianes alrededor del eje <i>OY</i> viene dado
por la integral definida:\n
    </string>
    // Latex 22 T8 - Img 7 T8

    <string name="tvMat_Calc_T8_img_volcartoy">Imagen de la
interpretación geométrica del cálculo del volumen engendrado al girar
sobre el eje OY en coordenadas cartesianas.
        Autor: Transparencias de Esther Sanabria Codesal.</string>

    <string name="tvMat_Calc_T8_Apartado3_4">\n· Cálculo de volúmenes de
revolución alrededor del eje polar\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T8_Contenido3_7">\n\n
        Dada una curva <i>C</i> en coordenadas polares <i>ρ</i> =
<i>ρ</i>(<i>α</i>) con <i>α</i> ∈ [<i>w<sub>a</sub></i>,
<i>w<sub>b</sub></i>] donde 0 \u003C <i>w<sub>a</sub></i> \u003C
<i>w<sub>b</sub></i> \u003C π.\n
        El volumen del sólido engendrado al girar <i>β</i> radianes
alrededor del eje polar la región de plano comprendida entre 0 ≤ <i>ρ</i>
≤ <i>ρ</i>(<i>α</i>), cuando <i>α</i> ∈ [<i>w<sub>a</sub></i>,
<i>w<sub>b</sub></i>], viene dada por la integral definida\n
    </string>
    // Latex 24 T8

    <string name="tvMat_Calc_T8_Apartado3_5">\n· Curvas\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T8_Contenido3_8"><b>Curvas
espaciales</b>\n\n
        Una <b>curva alabeada</b> <i>C</i> en ℝ<sup>3</sup> viene dada
en forma paramétrica por tres funciones continuas (coordenadas)
<i>x</i>(<i>t</i>), <i>y</i>(<i>t</i>), <i>z</i>(<i>t</i>), <i>t</i> ∈
<i>I</i> ⊆ ℝ:
        <i>C</i> = {(<i>x</i>(<i>t</i>), <i>y</i>(<i>t</i>),
<i>z</i>(<i>t</i>)) ∈ ℝ<sup>3</sup> : <i>t</i> ∈ <i>I</i>}\n\n
        Podemos representar <i>C</i> de forma vectorial como
<b><i>r</i></b>(<i>t</i>) = <i>x</i>(<i>t</i>)<b><i>i</i></b> +
<i>y</i>(<i>t</i>)<b><i>j</i></b> + <i>z</i>(<i>t</i>)<b><i>k</i></b>. La
curva <i>C</i>
        tiene un sentido de dirección (orientación) si el vector de
posición <b><i>r</i></b>(<i>t</i>) de la curva se desplaza de <i>A</i> a
<i>B</i> cuando <i>t</i> varía de <i>a</i> a <i>b</i>.\n
    </string>
    // Img 9 T8

    <string name="tvMat_Calc_T8_img_curvaesp">Imagen de representación
geométrica de una curva alabeada en R^3. Autor: Transparencias de Esther
Sanabria Codesal.</string>

    <string name="tvMat_Calc_T8_Contenido3_9">\n<b>Curvas simples (de
Jordan) y cerradas</b>\n\n
       Una curva <i>C</i> es <b>simple</b> cuando no tiene
```

```
autointersecciones y es <b>cerrada</b> cuando el punto inicial coincide
con el punto final.\n
    </string>

    <string name="tvMat_Calc_T8_Apartado3_6">\n· Cálculo de longitudes de
curvas\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T8_Contenido3_10">\n<b>Coordenadas
paramétricas</b>\n\n
       La longitud del punto <i>A</i> al <i>B</i> de una curva simple
<i>C</i> en ℝ<sup>3</sup> dada en forma paramétrica, de manera que sus
funciones coordenadas tienen la derivada continua en el intervalo
        [<i>a</i>, <i>b</i>], viene dada por:\n
    </string>
    // Latex 25 T8

    <string name="tvMat_Calc_T8_Contenido3_11">\nEn el caso de que la
curva dada en forma paramétrica sea simple y plana, de manera que sus
funciones coordenadas tengan derivada continua en el intervalo [<i>a</i>,
<i>b</i>], entonces:\n
    </string>
    // Latex 26 T8

    <string name="tvMat_Calc_T8_Contenido3_12">\n<b>Coordenadas
cartesianas</b>\n\n
       Si tenemos un arco de curva plana que corresponde a la
representación gráfica de una función (con derivada continua) <i>y</i> =
<i>f</i>(<i>x</i>) en el intervalo [<i>a</i>, <i>b</i>], entonces su
longitud viene dada por:\n
    </string>
    // Latex 27 T8

    <string name="tvMat_Calc_T8_Contenido3_13">\n<b>Coordenadas
polares</b>\n\n
       Dada una curva <i>C</i> en coordenadas polares <i>ρ</i> =
<i>ρ</i>(<i>α</i>), con derivada continua en el intervalo
[<i>w<sub>a</sub></i>, <i>w<sub>b</sub></i>], la longitud del arco
comprendido entre
        <i>ρ</i>(<i>w<sub>a</sub></i>) y <i>ρ</i>(<i>w<sub>b</sub></i>),
viene dada por:\n
    </string>
    // Latex 28 T8

    <string name="tvMat_Calc_T8_Apartado3_7">\n· Cálculo de áreas de
superficies de revolución\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T8_Contenido3_14">\n<b>Coordenadas
cartesianas</b>\n\n
       Supongamos que tenemos una curva <i>C</i>, de ecuación (con
derivada continua) <i>y</i> = <i>f</i>(<i>x</i>) en el intervalo
[<i>a</i>, <i>b</i>]. El área de la superficie de revolución engendrada
al
        girar la curva <i>α</i> radianes alrededor de <i>OX</i> viene
dada por:\n
    </string>
    // Latex 29 T8

    <string name="tvMat_Calc_T8_Contenido3_15">\n<b>Coordenadas
paramétricas</b>\n\n
       Sea <i>C</i> una curva en coordenadas paramétricas <i>x</i> =
<i>x</i>(<i>t</i>), <i>y</i> = <i>y</i>(<i>t</i>), <i>t</i> ∈
[<i>t<sub>a</sub></i>, <i>t<sub>b</sub></i>], donde <i>x</i> e <i>y</i>
        son funciones con derivada continua en [<i>a</i>, <i>b</i>]. El
```

```
área de la superficie de revolución engendrada al girar la curva <i>α</i>
radianes alrededor de <i>OX</i> viene dada por:\n
    </string>
    // Latex 30 T8

    <string name="tvMat_Calc_T8_Contenido3_16">\n<b>Coordenadas
polares</b>\n\n
       Sea <i>C</i> una curva en coordenadas polares <i>ρ</i> =
<i>ρ</i>(<i>α</i>), donde <i>ρ</i> es una función con derivada continua
en el intervalo [<i>w<sub>a</sub></i>, <i>w<sub>b</sub></i>]. El área
        de la superficie de revolución engendrada al girar la curva
<i>β</i> radianes alrededor del eje polar viene dada por:\n
    </string>
    // Latex 31 T8

    // EJERCICIOS


//////////////////////////////////////////////////////////////////////////
///////////////////////////////

    // Strings del Tema 9 de Teoría de Cálculo - Integración Múltiple

    <string name="tvMat_Calc_T9_Titulo">Tema 9. Integración
múltiple\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T9_Subtitulo1">1. Integración
doble\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T9_Apartado1_1">· Particiones\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T9_Contenido1_1">Dado un rectángulo <i>R</i>
= {(<i>x</i>, <i>y</i>) ∈ ℝ<sup>2</sup> : <i>a</i> ≤ <i>x</i> ≤
<i>b</i>, <i>c</i> ≤ <i>y</i> ≤ <i>d</i>} = [<i>a</i>, <i>b</i>] ×
        [<i>c</i>, <i>d</i>] ⊂ ℝ<sup>2</sup>\n\n
        Consideramos una <b>partición</b> de <i>R</i> en <i>n</i>
rectángulos <i>R<sub>ij</sub></i> = [<i>x</i><sub><i>i</i>-1</sub>,
<i>x<sub>i</sub></i>] × [<i>y</i><sub><i>j</i>-1</sub>,
<i>y<sub>j</sub></i>],
        donde <i>a</i> = <i>x</i><sub>0</sub> \u003C <i>x</i><sub>1</sub>
\u003C … \u003C <i>x<sub>n</sub></i> = <i>b</i>, <i>c</i> =
<i>y</i><sub>0</sub> \u003C <i>y</i><sub>1</sub> \u003C … \u003C
<i>y<sub>n</sub></i> = <i>d</i>. \n\n

        El área de cada rectángulo <i>R<sub>ij</sub></i>, viene dada por
Δ<i>R<sub>ij</sub></i> = Δ<i>x<sub>i</sub></i>Δ<i>y<sub>j</sub></i>,
donde Δ<i>x<sub>i</sub></i> = <i>x<sub>i</sub></i> -
<i>x</i><sub><i>i</i>-1</sub>, y
        Δ<i>y<sub>j</sub></i> = <i>y<sub>j</sub></i> -
<i>y</i><sub><i>j</i>-1</sub>, <i>i, j</i> = 1, …, <i>n</i>.\n\n

        <b>Función integrable</b>:\n
        Decimos que la función <i>f</i> : <i>R</i> ⊂ ℝ<sup>2</sup> ⟶ ℝ
es <b>integrable</b> en <i>R</i> ⊂ ℝ<sup>2</sup> si existe el límite:\n
    </string>
    // Latex 1 T9

    <string name="tvMat_Calc_T9_Apartado1_2">\n· Integral
doble\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T9_Contenido1_2">Si <i>f</i> es integrable
en <i>R</i> = [<i>a</i>, <i>b</i>] × [<i>c</i>, <i>d</i>] ⊂
ℝ<sup>2</sup>, llamamos <b>integral doble</b> de <i>f</i> en <i>R</i> al
```

```
valor del
         límite y la denotamos como:\n
    </string>
    // Latex 2 T9 - Img 1 T9

    <string name="tvMat_Calc_T9_img_intdoble">Imagen de la representación
geométrica de la integral doble. Autor: Transparencias de Esther Sanabria
Codesal.</string>

    <string name="tvMat_Calc_T9_Contenido1_3">\nSi la función <i>f</i> es
continua en <i>R</i> ⊂ ℝ<sup>2</sup>, entonces es integrable en
<i>R</i>.\n\n
    </string>

    <string name="tvMat_Calc_T9_Apartado1_3">· Interpretación geométrica:
volúmenes en el espacio\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T9_Contenido1_4">Si <i>f</i>(<i>x</i>,
<i>y</i>) ≥ 0 e integrable en <i>R</i>, la integral doble de <i>f</i> en
el rectángulo <i>R</i> = [<i>a</i>, <i>b</i>] × [<i>c</i>, <i>d</i>] ⊂
ℝ<sup>2</sup>
         es una estimación del volumen del sólido espacial comprendido
bajo la gráfica de la función <i>f</i> (superficie <i>z</i> = f(<i>x</i>,
<i>y</i>)), el plano horizontal <i>z</i> = 0 (plano XY) y los cuatro
        planos verticales <i>x</i> = <i>a</i>, <i>x</i> = <i>b</i>,
<i>y</i> = c e <i>y</i> = <i>d</i>.\n\n

        Si <i>f</i>(<i>x</i>, <i>y</i>) = 1, entonces
∬<sub><i>R</i></sub> <i>f</i>(<i>x</i>, <i>y</i>)<i>dxdy</i> representa
el área de <i>R</i>.\n
    </string>
    // Img 2 T9

    <string name="tvMat_Calc_T9_img_intdoblevol">Imagen de la
representación geométrica del volumen calculado por la integral doble.
Autor: Transparencias de Esther Sanabria Codesal.</string>

    <string name="tvMat_Calc_T9_Apartado1_4">\n· Integración doble en
coordenadas cartesianas\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T9_Contenido1_5">Si <i>f</i> es continua en
el rectángulo <i>R</i> = {(<i>x</i>, <i>y</i>) ∈ ℝ<sup>2</sup> :
<i>a</i> ≤ <i>x</i> ≤ <i>b</i>, <i>c</i> ≤ <i>y</i> ≤ <i>d</i>} =
[<i>a</i>, <i>b</i>] ×
        [<i>c</i>, <i>d</i>] ⊂ ℝ<sup>2</sup>,\n\n
        Entonces podemos calcularla como:\n
    </string>
    // Latex 3 T9

    <string name="tvMat_Calc_T9_Contenido1_6">\nExtendemos esta
definición a cualquier región <i>D</i> ⊂ ℝ<sup>2</sup>, rodeando esta
por un rectángulo u extendiendo <i>f</i> al rectángulo
        asignándole el valor cero fuera de <i>D</i>.\n\n
        Si <i>f</i> es continua en <i>D</i> ⊂ ℝ<sup>2</sup>, entonces es
integrable en <i>D</i>.\n\n
        Para cualquier recinto, si <i>f</i> es continua sobre la región
<i>D</i> ⊂ ℝ<sup>2</sup> que podemos definir como:\n\n
        <i>D</i> = {(<i>x</i>, <i>y</i>) ∈ ℝ<sup>2</sup> : <i>a</i> ≤
<i>x</i> ≤ <i>b</i>, <i>f</i><sub>1</sub>(<i>x</i>) ≤ <i>y</i> ≤
<i>f</i><sub>2</sub>(<i>x</i>)},\n\n
        o bien como:\n\n
        <i>D</i> = {(<i>x</i>, <i>y</i>) ∈ ℝ<sup>2</sup> : <i>c</i> ≤
```

```
<i>y</i> ≤ <i>d</i>,<i>g</i><sub>1</sub>(<i>y</i>) ≤ <i>x</i> ≤
<i>g</i><sub>2</sub>(<i>y</i>)},\n\n
        entonces la integral doble la podemos calcular:\n
    </string>
    // Latex 4 T9

    <string name="tvMat_Calc_T9_Apartado1_5">\n· Cambio de variable en
integrales dobles\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T9_Contenido1_7">En algunos casos, haciendo
un cambio de variable adecuado, la integral doble en coordenadas
cartesianas se transforma en una integral doble con un recinto de
        integración más simple y por lo tanto de cálculo más
sencillo.\n\n
        Sea <i>f</i> : <i>D</i> ⊂ ℝ<sup>2</sup> ⟶ ℝ y un cambio de
variable\n
    </string>
    // Latex 5 T9

    <string name="tvMat_Calc_T9_Apartado1_6">\n· Integración doble en
coordenadas polares generalizadas\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T9_Contenido1_8">En el caso de las
coordenadas polares:\n
    </string>
    // Latex 6 T9

    <string name="tvMat_Calc_T9_Contenido1_9">\nEste cambio es muy útil
para recintos de integración elípticos o circulares centrados en el punto
(<i>x</i><sub>0</sub>, <i>y</i><sub>0</sub>). En el caso de que
        el recinto esté centrado en el punto (0, 0), <i>x</i><sub>0</sub>
= 0, <i>y</i><sub>0</sub> = 0, <i>a</i> = 1 y <i>b</i> = 1.\n\n
    </string>

    <string name="tvMat_Calc_T9_Apartado1_7">· Aplicaciones\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T9_Contenido1_10">Dada <i>f</i> : <i>D</i>
⊂ ℝ<sup>2</sup> ⟶ ℝ función continua en <i>D</i>.\n\n
        \t - <b>Volúmenes en el espacio</b>\n\n
        \t Si <i>f</i>(<i>x</i>, <i>y</i>) ≥ 0 en el recinto <i>D</i> ⊂
ℝ<sup>2</sup>, el volumen de la región entre la superficie determinada
por la gráfica de <i>f</i>(<i>x</i>, <i>y</i>) sobre <i>D</i> y
        \t el plano <i>XY</i> viene dado por:\n
    </string>
    // Latex 7 T9

    <string name="tvMat_Calc_T9_Contenido1_11">\n\t - <b>Áreas en el
plano</b>\n\n
        \t Si <i>f</i>(<i>x</i>, <i>y</i>) = 1 en el recinto <i>D</i> ⊂
ℝ<sup>2</sup>:\n
    </string>
    // Latex 8 T9

    <string name="tvMat_Calc_T9_Contenido1_12">\n\t - <b>Masas de objetos
planos</b>\n\n
        \t Si <i>δ</i>(<i>x</i>, <i>y</i>) es la densidad de un objeto
plano de forma <i>D</i> ⊂ ℝ<sup>2</sup>:\n
    </string>
    // Latex 9 T9

    <string name="tvMat_Calc_T9_Subtitulo2">\n2. Integración
triple\n</string>
```

```
    <string name="tvMat_Calc_T9_Contenido2_1">Dado un paralelepípedo
recto (o caja)\n
        \t <i>P</i> = {(<i>x, y, z</i>) ∈ ℝ<sup>3</sup> : <i>a</i> ≤
<i>x</i> ≤ <i>b</i>, <i>c</i> ≤ <i>y</i> ≤ <i>d</i>, <i>e</i> ≤ <i>z</i>
≤ <i>f</i>} = [<i>a</i>, <i>b</i>] × [<i>c</i>, <i>d</i>] ×
        [<i>e</i>, <i>f</i>] ⊂ ℝ<sup>3</sup>\n
        consideramos una <b>partición</b> de <i>P</i> en <i>n</i>
cajas:\n
        <i>P<sub>ijk</sub></i> = [<i>x</i><sub><i>i</i>-1</sub>,
<i>x<sub>i</sub></i>] × [<i>y</i><sub><i>j</i>-1</sub>,
<i>y<sub>j</sub></i>] × [<i>z</i><sub><i>k</i>-1</sub>,
<i>z<sub>k</sub></i>],
        donde <i>a</i> = <i>x</i><sub>0</sub> \u003C <i>x</i><sub>1</sub>
\u003C … \u003C <i>x<sub>n</sub></i> = <i>b</i>, <i>c</i> =
<i>y</i><sub>0</sub> \u003C <i>y</i><sub>1</sub> \u003C … \u003C
<i>y<sub>n</sub></i> = <i>d</i>, <i>e</i> = <i>z</i><sub>0</sub> \u003C
<i>z</i><sub>1</sub> \u003C … \u003C <i>z<sub>n</sub></i> = <i>f</i>.\n\n
        El volumen de cada caja <i>P<sub>ijk</sub></i>, viene dado por
Δ<i>P<sub>ijk</sub></i> =
Δ<i>x<sub>i</sub></i>Δ<i>y<sub>j</sub></i>Δ<i>z<sub>k</sub></i>, donde
Δ<i>x<sub>i</sub></i> = <i>x<sub>i</sub></i> - <i>x</i><sub><i>i</i>-
1</sub>,
        Δ<i>y<sub>j</sub></i> = <i>y<sub>j</sub></i> -
<i>y</i><sub><i>j</i>-1</sub>, Δ<i>z<sub>k</sub></i> =
<i>z<sub>k</sub></i> - <i>z</i><sub><i>k</i>-1</sub> <i>i, j, k</i> = 1,
…, <i>n</i>.\n\n
        <b>Función integrable</b>:\n
        Decimos que la función <i>f</i> : <i>P</i> ⊂ ℝ<sup>3</sup> ⟶ ℝ
es <b>integrable</b> en <i>P</i> ⊂ ℝ<sup>3</sup> si existe el límite
dado por los sumatorios asociados a la partición de <i>P</i>.
        En este caso llamamos <b>integral triple</b> de <i>f</i> en
<i>P</i> al valor del límite y la denotamos como:\n
    </string>
    // Latex 10 T9

    <string name="tvMat_Calc_T9_Apartado2_1">\n· Integración triple en
coordenadas cartesianas\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T9_Contenido2_2">Si la función <i>f</i> es
continua en <i>P</i> ⊂ ℝ<sup>3</sup>, entonces es integrable en
<i>P</i>.\n\n
        Si <i>f</i> es continua en la caja:\n
        <i>P</i> = {(<i>x, y, z</i>) ∈ ℝ<sup>3</sup> : <i>a</i> ≤
<i>x</i> ≤ <i>b</i>, <i>c</i> ≤ <i>y</i> ≤ <i>d</i>, <i>e</i> ≤ <i>z</i>
≤ <i>f</i>} = [<i>a</i>, <i>b</i>] × [<i>c</i>, <i>d</i>] ×
        [<i>e</i>, <i>f</i>] ⊂ ℝ<sup>3</sup>\n\n
        Entonces la integral triple podemos calcularla como:\n
    </string>
    // Latex 11 T9

    <string name="tvMat_Calc_T9_Contenido2_3">\nPodemos extender esta
definición a cualquier región <i>E</i> ⊂ ℝ<sup>3</sup>, rodeando esta
por una caja y extendiendo <i>f</i> a la caja asignándole el valor cero
        fuera de <i>E</i>.\n
        Si <i>f</i> es continua en <i>E</i> ⊂ ℝ<sup>3</sup>, entonces es
integrable en <i>E</i>.\n
        Si <i>f</i> es continua sobre la región <i>E</i> ⊂ ℝ<sup>3</sup>
y consideramos como <i>D</i> ⊂ ℝ<sup>2</sup> su proyección en el plano
<i>XY</i>, entonces la integral triple podemos calcularla como:\n
    </string>
    // Latex 12 T9 - Img 3 T9 - Latex 13 T9
```

```
    <string name="tvMat_Calc_T9_img_inttriplegeom">Imagen de la
interpretación geométrica de la integral triple sobre una región <i>E</i>
en coordenadas cartesianas. Autor: Transparencias de Esther Sanabria
Codesal.</string>

    <string name="tvMat_Calc_T9_Apartado2_2">\n· Cambio de variable en
integrales triples\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T9_Contenido2_4">Del mismo modo que en el
caso de las integrales dobles, haciendo un cambio de variable podemos
transformar una integral triple en coordenadas cartesianas en otra
        con un recinto de integración más simple que nos facilite su
cálculo.\n\n
        Sea <i>f</i> : <i>E</i> ⊂ ℝ<sup>3</sup> ⟶ ℝ y un cambio de
variable:\n
    </string>
    // Latex 14 T9

    <string name="tvMat_Calc_T9_Apartado2_3">\n·Integración triple en
coordenadas cilíndricas y esféricas\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T9_Contenido2_5">En el caso de las
coordenadas cilíndricas:\n
    </string>
    // Latex 15 T9

    <string name="tvMat_Calc_T9_Contenido2_6">En el caso de las
coordenadas esféricas:\n
    </string>
    // Latex 16 T9

    <string name="tvMat_Calc_T9_Apartado2_4">\n·Aplicaciones\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T9_Contenido2_7">Dada <i>f</i> : <i>E</i> ⊂
ℝ<sup>3</sup> ⟶ ℝ función continua en <i>E</i>.\n\n
        \t - <b>Volúmenes en el espacio</b>:\n
        \t Si <i>f</i>(<i>x, y, z</i>) = 1 en el recinto <i>E</i> ⊂
ℝ<sup>3</sup>:\n
    </string>
    // Latex 17 T9

    <string name="tvMat_Calc_T9_Contenido2_8">\n\t - <b>Masas de objetos
planos</b>:\n
        \t Si <i>δ</i>(<i>x</i>, <i>y</i>, <i>z</i>) es la densidad de un
objeto plano de forma <i>E</i> ⊂ ℝ<sup>3</sup>:\n
    </string>
    // Latex 18 T9


    // EJERCICIOS


/////////////////////////////////////////////////////////////////////////
///////////////////////////////

    // Strings del Tema 10 de Teoría de Cálculo - Integral curvilínea

    <string name="tvMat_Calc_T10_Titulo">Tema 10. Integral
Curvilínea\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T10_Subtitulo1">1. Campos escalares y
vectoriales\n</string>
```

```
    <string name="tvMat_Calc_T10_Apartado1_1">· Definiciones\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T10_Contenido1_1"><b>Campo escalar</b>: es
una función <i>f</i> : ℝ<sup><i>n</i></sup> ⟶ ℝ, <i>n</i> ≥ 2. Algunos
ejemplos son la temperatura, la presión en un punto, etc.\n\n
        <b>Campo vectorial</b>: es una función <i>f</i> :
ℝ<sup><i>n</i></sup> ⟶ ℝ<sup><i>m</i></sup>, <i>n</i> = <i>m</i> ≥
2.\n\n
        \t\t\t <b><i>F</i></b>(<i>x, y</i>) = (<i>F</i><sub>1</sub>(<i>x,
y</i>), <i>F</i><sub>2</sub>(<i>x, y</i>))\n\n
        \t\t\t <b>V</b>(<i>x, y, z</i>) = (<i>V</i><sub>1</sub>(<i>x, y,
z</i>), <i>V</i><sub>2</sub>(<i>x, y, z</i>), <i>V</i><sub>3</sub>(<i>x,
y, z</i>))\n\n
        Algunos ejemplos de campos vectoriales son los campos eléctricos,
de fuerzas, etc.\n\n
    </string>

    <string name="tvMat_Calc_T10_Subtitulo2">2. Curvas\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T10_Apartado2_1">· Curvas en coordenadas
paramétricas\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T10_Contenido2_1">Una curva <i>C</i> en
ℝ<sup>3</sup> en forma <b>paramétrica</b> viene determinada por las
funciones coordenadas <i>x</i>(<i>t</i>), <i>y</i>(<i>t</i>),
        <i>z</i>(<i>t</i>), como <i>C</i> = {(<i>x</i>(<i>t</i>),
<i>y</i>(<i>t</i>), <i>z</i>(<i>t</i>)) ∈ ℝ<sup>3</sup> : <i>t</i> ∈
<i>I</i>}, es decir, definimos la curva <i>C</i> de forma vectorial
como:\n\n
        \t\t\t <b><i>r</i></b>(<i>t</i>) =
<i>x</i>(<i>t</i>)<b><i>i</i></b> + <i>y</i>(<i>t</i>)<b><i>j</i></b> +
<i>z</i>(<i>t</i>)<b><i>k</i></b>\n
    </string>
    // Img 1 T10

    // Img 1 T10 = t8_curvaEsp.png

    <string name="tvMat_Calc_T10_Contenido2_2">\nLa curva <i>C</i> se
dice <b>orientada</b> si el vector de posición <b><i>r</i></b>(<i>t</i>)
de <i>C</i> se desplaza de <i>A</i> a <i>B</i> cuando <i>t</i>
        varía entre <i>a</i> y <i>b</i> siendo <i>A</i> =
<b><i>r</i></b>(<i>a</i>) y <i>B</i> = <b><i>r</i></b>(<i>b</i>).\n\n
    </string>

    <string name="tvMat_Calc_T10_Apartado2_2">· Propiedades de las
curvas\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T10_Contenido2_3"><b>Curvas regulares y
regulares a trozos</b>: la curva <i>C</i> es <b>regular</b> si es
derivable y las derivadas de sus coordenadas <i>x</i>(<i>t</i>),
        <i>y</i>(<i>t</i>), <i>z</i>(<i>t</i>) son continuas y no se
anulan simultáneamente. Si la curva <i>C</i> es regular excepto en un
número finito de puntos se dice que es <b>regular a trozos</b>.\n\n
        <b>Curvas simples y cerradas</b>: una curva <i>C</i> es
<b>simple</b> cuando no tiene autointersecciones y es <b>cerrada</b>
cuando el punto inicial coincide con el punto final.\n
    </string>
    // Img 2 T10

    <string name="tvMat_Calc_T10_img_propCurvas">Imagen de la
representación gráfica de distintos tipos de curvas según las propiedades
anteriores. Autor: Transparencias de Esther Sanabria Codesal.</string>
```

```
    <string name="tvMat_Calc_T10_Subtitulo3">\n3. Integral curvilínea de
campos escalares\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T10_Apartado3_1">· Definición\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T10_Contenido3_1">Dado <i>f</i>(<i>x, y</i>)
: ℝ<sup>2</sup> ⟶ ℝ un campo escalar continuo sobre una curva <i>C</i>
regular, o regular a trozos, de ecuaciones paramétricas <i>x</i> =
<i>x</i>(<i>t</i>),
        <i>y</i> = <i>y</i>(<i>t</i>), es decir, dada en forma vectorial
como:\n\n
        \t\t\t <b><i>s</i></b>(<i>t</i>) =
<i>x</i>(<i>t</i>)<b><i>i</i></b> +
<i>y</i>(<i>t</i>)<b><i>j</i></b>,\t<i>t</i> ∈ [<i>a, b</i>].\n\n
        La <b>integral curvilínea de <i>f</i></b> a lo largo de la curva
<i>C</i> viene dada por la siguiente expresión:\n
    </string>
    // Latex 1 T10

    <string name="tvMat_Calc_T10_Contenido3_2">\nSi <i>C</i> viene dada
en coordenadas cartesianas de forma explícita <i>y</i> =
<i>f</i>(<i>x</i>), consideramos la parametrización (<i>x</i>,
<i>f</i>(<i>x</i>)),
        <i>x</i> ∈ [<i>a, b</i>], luego:\n
    </string>
    // Latex 2 T10

    <string name="tvMat_Calc_T10_Contenido3_3">\nAnálogamente se define
el mismo resultado para un campo escalar <i>f</i> : ℝ<sup>3</sup> ⟶ ℝ.
A esta integral también se le denomina integral de línea o integral
        curvilínea de primera especie. El valor de esta integral es
independiente de la parametrización de la curva <i>C</i>.\n\n
    </string>

    <string name="tvMat_Calc_T10_Apartado3_2">· Propiedades de la
integral curvilínea de campos escalares\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T10_Contenido3_4"><b>Linealidad</b>: dados
dos campos continuos <i>f</i><sub>1</sub> y <i>f</i><sub>2</sub> sobre
<i>C</i>, con <i>α</i> y <i>β</i> constantes:\n
    </string>
    // Latex 3 T10

    <string name="tvMat_Calc_T10_Contenido3_5">\n<b>Aditividad del
camino</b>: dado un campo <i>f</i> continuo, si <i>C</i><sub>1</sub> y
<i>C</i><sub>2</sub> son curvas concatenadas que definen la curva
<i>C</i>,
        es decir, <i>C</i> viene dada por <i>C</i><sub>1</sub> cuando
<i>a</i> ≤ <i>t</i> ≤ <i>c</i> y por <i>C</i><sub>2</sub> cuando <i>c</i>
≤ <i>t</i> ≤ <i>b</i>, entonces:\n
    </string>
    // Latex 4 T10

    <string name="tvMat_Calc_T10_Apartado3_3">\n· Aplicaciones de la
integral curvilínea\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T10_Contenido3_6"><b>Longitud de la curva
<i>C</i></b>: si <i>f</i>(<i>x, y, z</i>) = 1 y la integral curvilínea a
lo largo de <i>C</i> es la <b>longitud</b> de la curva:\n
    </string>
    // Latex 5 T10

    <string name="tvMat_Calc_T10_Contenido3_7">\n<b>Masa de un
```

```
cuerpo</b>: si <i>δ</i>(<i>x, y, z</i>) es la densidad de un cuerpo que
sigue la trayectoria de <i>C</i>, entonces la integral curvilínea es la
        <b>masa</b> total del cuerpo:\n
    </string>
    // Latex 6 T10

    <string name="tvMat_Calc_T10_Contenido3_8">\nA continuación algunos
ejemplos:\n\n
        1. Sea el campo escalar <i>f</i>(<i>x, y, z</i>) = <i>xy</i> +
<i>z</i>. Calcular la integral curvilínea de <i>f</i> a lo largo de la
curva <i>C</i> definida por <i>x</i>(<i>t</i>) = <i>t</i>,
        <i>y</i>(<i>t</i>) = 2<i>t</i>, <i>z</i>(<i>t</i>) = -<i>t</i>,
con <i>t</i> ∈ [0, 1].\n\n
        2. Halla la longitud y la masa de un cable recto entre los puntos
(0, 1) y (2, -1), sabiendo que la densidad en cada punto es
<i>δ</i>(<i>x, y</i>) = <i>x</i> + 1\n
    </string>
    // Latex 7 T10

    <string name="tvMat_Calc_T10_Subtitulo4">\n4. Integral curvilínea de
campos vectoriales\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T10_Apartado4_1">· Integral de un campo
vectorial\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T10_Contenido4_1">Sea <b><i>V</i></b>(<i>x,
y</i>) = <i>V</i><sub>1</sub>(<i>x, y</i>)<b><i>i</i></b> +
<i>V</i><sub>2</sub>(<i>x, y</i>)<b><i>j</i></b>, <b><i>V</i></b> :
ℝ<sup>2</sup> ⟶ ℝ<sup>2</sup>,
        un campo vectorial continuo sobre una curva regular <i>C</i>, de
coordenadas paramétricas <i>x</i> = <i>x</i>(<i>t</i>), <i>y</i> =
<i>y</i>(<i>t</i>), es decir, definido en forma vectorial como:\n\n
        \t\t\t <b><i>r</i></b>(<i>t</i>) =
<i>x</i>(<i>t</i>)<b><i>i</i></b> + <i>y</i>(<i>t</i>)<b><i>j</i></b>,
<i>t</i> ∈ [<i>a, b</i>].\n\n
        La <b>integral curvilínea</b> de <b><i>V</i></b> a lo largo de la
curva <i>C</i> viene dada por:\n
    </string>
    // Latex 8 T10

    <string name="tvMat_Calc_T10_Contenido4_2">\nTambién se denomina
integral curvilínea de segunda especie del campo vectorial
<b><i>V</i></b> a lo largo de la curva <i>C</i> o <b>circulación</b> de
        <b><i>V</i></b> a lo largo de <i>C</i>. Análogamente se llega al
mismo resultado para ℝ<sup>3</sup>.\n\n
    </string>

    <string name="tvMat_Calc_T10_Apartado4_2">· Propiedades de la
integral curvilínea de un campo vectorial\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T10_Contenido4_3"><b>Linealidad</b>: dados
dos campos vectoriales continuos <b><i>V</i></b><sub>1</sub> y
<b><i>V</i></b><sub>2</sub> sobre <i>C</i>, con <i>α</i> y <i>β</i>
constantes:\n
    </string>
    // Latex 9 T10

    <string name="tvMat_Calc_T10_Contenido4_4">\n<b>Aditividad del
camino</b>: dado un campo <b><i>V</i></b> continuo, si
<i>C</i><sub>1</sub> y <i>C</i><sub>2</sub> son curvas concatenadas que
definen la curva <i>C</i>,
        es decir, <i>C</i> viene dada por <i>C</i><sub>1</sub> cuando
<i>a</i> ≤ <i>t</i> ≤ <i>c</i> y por <i>C</i><sub>2</sub> cuando <i>c</i>
```

```
≤ <i>t</i> ≤ <i>b</i>, entonces:\n
    </string>
    // Latex 10 T10

    <string name="tvMat_Calc_T10_Contenido4_5">\nLa integral
∮<sub><i>C</i></sub>(<b><i>V dr</i></b>)  cambia de signo si se invierte
la orientación de la curva <i>C</i>.\n\n
        <b>Independencia del camino</b>: una integral curvílinea de un
campo vectorial es <b>independiente del camino</b> si dadas dos curvas
regulares <i>C</i> y <i>K</i>, que tengan el mismo punto inicial y
        final se cumple:\n
    </string>
    // Latex 11 T10

    <string name="tvMat_Calc_T10_Apartado4_3">\n·
Aplicaciones\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T10_Contenido4_6"><b>Trabajo</b>: si
<b><i>F</i></b> es un campo de fuerzas que actúa sobre una partícula que
se mueve a lo largo de una curva <i>C</i>, dada en forma vectorial como
        <b><i>r</i></b>(<i>t</i>), entonces el <b>trabajo</b> realizado
por <b><i>F</i></b> a lo largo de <i>C</i> viene dado por:\n
    </string>
    // Latex 12 T10

    <string name="tvMat_Calc_T10_Contenido4_7">\nEn general, las
integrales curvilíneas aplicadas dependen del camino elegido.\n\n
        A continuación unos ejemplos:\n\n
        \t1. Calcula ∮<sub><i>C</i></sub>(<b><i>V dr</i></b>) siendo
<b><i>V</i></b> = <i>x</i><sup>2</sup><i>y<b>i</b></i> +
(<i>x</i><sup>2</sup> - <i>y</i>)<i><b>j</b></i> a lo largo de <i>C</i>
dada por las
        \t ecuaciones <i>x</i>(<i>t</i>) = <i>t</i>, <i>y</i>(<i>t</i>) =
<i>t</i><sup>2</sup>, para <i>t</i> ∈ [0, 1]\n\n
        \t2. Halla el trabajo realizado por el campo de fuerzas
<b><i>F</i></b> = <i>x<b>i</b></i> + <i>y<b>j</b></i> + (<i>xz -
y</i>)<i><b>k</b></i> a lo largo de <i>C</i> ≡ <b><i>r</i></b>(<i>t</i>)
=
        <i>t</i><sup>2</sup><b><i>i</i></b> + 2<i>t<b>j</b></i> +
4<i>t</i><sup>3</sup><b><i>k</i></b>, <i>t</i> ∈ [0, 1]\n
    </string>
    // Latex 13 T10

    <string name="tvMat_Calc_T10_Apartado4_4">\n· Gradiente, divergencia
y rotacional\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T10_Contenido4_8"><b>Gradiente de un campo
escalar</b>: dado un campo escalar <i>u</i> = <i>u</i>(<i>x, y, z</i>),
el <b>gradiente</b> de <i>u</i> viene dado por:\n
    </string>
    // Latex 14 T10

    <string name="tvMat_Calc_T10_Contenido4_9">\n<b>Divergencia y
rotacional de un campo vectorial</b>: dado un campo vectorial
        <b><i>V</i></b> = <i>V</i><sub>1</sub>(<i>x, y,
z</i>)<b><i>i</i></b> + <i>V</i><sub>2</sub>(<i>x, y,
z</i>)<b><i>j</i></b> + <i>V</i><sub>3</sub>(<i>x, y,
z</i>)<b><i>k</i></b>:\n\n
        \t La <b>divergencia</b> de <b><i>V</i></b> viene dada por:\n
    </string>
    // Latex 15 T10

    <string name="tvMat_Calc_T10_Contenido4_10">\n\t El <b>rotacional</b>
```

```
de <b><i>V</i></b> viene dado por:\n
    </string>
    // Latex 16 T10

    <string name="tvMat_Calc_T10_Apartado4_5">\n· Campos conservativos y
función potencial\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T10_Contenido4_11">Aunque, en general, las
integrales curvilíneas sobre campos vectoriales dependen del camino
seguido, bajo ciertas condiciones son independientes de la curva
        considerada.\n\n
        Dado <b><i>F</i></b> : <i>D</i> ⊂ ℝ<sup>2</sup> ⟶ ℝ<sup>2</sup>
un campo vectorial continuo <b><i>F</i></b> = <i>F</i><sub>1</sub>(<i>x,
y</i>)<b><i>i</i></b> +
        <i>F</i><sub>2</sub>(<i>x, y</i>)<b><i>j</i></b> tal que sus
derivadas parciales ∂<i>F</i><sub>1</sub>/∂<i>y</i>,
∂<i>F</i><sub>2</sub>/∂<i>x</i> son funciones continuas en <i>D</i>,
entonces:\n\n
        \t - Decimos que <b><i>F</i></b> es un <i>campo conservativo</i>
si existe un campo escalar <i>U</i> : <i>D</i> ⊂ ℝ<sup>2</sup> ⟶ ℝ,
llamado <b>potencial</b> de <b><i>F</i></b>, tal que <b><i>F</i></b> =
<i><b>∇</b> U</i>.\n\n
        \t - En este caso, que <b><i>F</i></b> sea conservativo es
equivalente a la siguiente condición:\n
    </string>
    // Latex 17 T10

    <string name="tvMat_Calc_T10_Contenido4_12">\n
        Dado <b><i>F</i></b> : <i>D</i> ⊂ ℝ<sup>3</sup> ⟶ ℝ<sup>3</sup>
un campo vectorial continuo\n\n
        \t\t <b><i>F</i></b> = <i>F</i><sub>1</sub>(<i>x, y,
z</i>)<b><i>i</i></b> + <i>F</i><sub>2</sub>(<i>x, y,
z</i>)<b><i>j</i></b> + <i>F</i><sub>3</sub>(<i>x, y,
z</i>)<b><i>k</i></b>\n\n
        tal que sus derivadas parciales mixtas son continuas en <i>D</i>,
entonces:\n\n
        \t - <b><i>F</i></b> es un <i>campo conservativo</i> si existe un
campo escalar <i>U</i>(<i>x, y, z</i>), definidao en su dominio, llamado
<b>potencial</b> de <b><i>F</i></b>, tal que <b><i>F</i></b> =
<i><b>∇</b> U</i>.\n\n
        \t - En este caso, que <b><i>F</i></b> sea conservativo se
caracteriza por que su rotacional es nulo:\n\n
        \t\t <b><i>F</i></b> = <i><b>∇</b> U</i> ⟺ rot <b><i>F</i></b> =
<b>0</b>, ∀(<i>x, y, z</i>) ∈ <i>D</i>.\n\n
        Si el campo es conservativo, la integral
∮<sub><i>C</i></sub>(<b><i>F dr</i></b>) no depende del camino. Además si
<i>C</i> es cerrada, la integral curvilínea de
        <b><i>F</i></b> a lo largo de dicha curva es nula.\n\n
        Sea <b><i>F</i></b> un campo <b>conservativo</b> con
<b><i>F</i></b> = <i><b>∇</b> U</i> y <i>C</i> un arco de curva regular,
contenido en su dominio, que une dos puntos <i>A</i> y <i>B</i>,
entonces:\n\n
        \t\t\t ∮<sub><i>C</i></sub>(<b><i>F dr</i></b>) =
<i>U</i>(<i>B</i>) - <i>U</i>(<i>A</i>).\n\n
        A continuación un ejemplo:\n\n
        Dado el campo vectorial <b><i>F</i></b> =
<i>e<sup>y</sup><b>i</b></i> + <i>xe<sup>y</sup><b>j</b></i>, comprobar
que es conservativo, calcular la función potencial y calcular el trabajo
realizado
        por <b><i>F</i></b> a lo largo de la curva de la siguiente
figura, desde el punto <i>A</i> al punto <i>B</i>:\n
    </string>
```

```
    // Latex 18 T10 - Img 3 T10

    <string name="tvMat_Calc_T10_img_ejemplo3curva">Imagen de la
representación gráfica de la curva del ejemplo. Autor: Propio</string>

    <string name="tvMat_Calc_T10_Apartado4_6">\n· Teorema de
Green\n\n</string>

    <string name="tvMat_Calc_T10_Contenido4_13">Sea <i>D</i> ⊆
ℝ<sup>2</sup> una región acotada del plano cuya frontera es una curva
<i>C</i> cerrada y regular a trozos. Sea <b><i>V</i></b>(<i>x, y</i>) =
        <i>V</i><sub>1</sub>(<i>x, y</i>)<b><i>i</i></b> +
<i>V</i><sub>2</sub>(<i>x, y</i>)<b><i>j</i></b> un campo vectorial
continuo con derivadas parciales mixtas continuas. Entonces se
satisface:\n
    </string>
    // Latex 19 T10

    <string name="tvMat_Calc_T10_Contenido4_14">Si <i>V</i><sub>2</sub> =
<i>x</i>/2 y <i>V</i><sub>1</sub> = -<i>y</i>/2 entonces el área de
<i>D</i> se puede calcular como:\n
    </string>
    // Latex 20 T10

    // EJERCICIOS T10

    // STRINGS DEL CONTENIDO DE ALGEBRA

    // Strings del Tema 1 de Teoría de Álgebra - Matemáticas (Sistemas de
ecuaciones. Método de
    Gauss)

    <string name="tvMat_Alg_T1_Titulo">Tema 1. Sistemas de ecuaciones.
Método de Gauss\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T1_Subtitulo1">1. Sistemas de ecuaciones
lineales\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T1_Contenido1">· Ecuación lineal\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T1_Descripcion1">Es aquella ecuación
polinómica de grado uno con una o varias incógnitas:\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T1_Contenido2">\n· Ecuaciones
equivalentes\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T1_Descripcion2">Dos ecuaciones son
equivalentes cuando tienen la misma solución (o las mismas
soluciones):\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T1_Contenido3">\n· Sistemas de ecuaciones
lineales\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T1_Descripcion3">Un sistema de ecuaciones
lineales son varias ecuaciones dadas conjuntamente con el fin de
determinar la solución o
        las soluciones comunes a todas ellas. Un sistema de ecuaciones
lineales de dos incógnitas corresponde a un conjunto de rectas mientras
que uno de tres
        incógnitas corresponde a un conjunto de planos.\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T1_Contenido4">· Sistemas
equivalentes\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T1_Descripcion4">Son aquellos que tienen la
misma solución.\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T1_Contenido5">\n· Transformaciones en un
sistema de ecuaciones\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T1_Descripcion5">Son transformaciones válidas
las aquellas que mantienen las soluciones del sistema: \n\n
                                            1. Multiplicar o dividir los
dos miembros de una de las ecuaciones por un número distinto de 0.\n\n
```

```
                                                2. Añadir una ecuación que
sea combinación lineal de las demás o, al contrario, suprimir una que sea
C.L. de las otras.\n\n
                                                3. Sustituir una ecuación por
el resultado de sumarle otra multiplicada por un número.\n\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T1_Subtitulo2">2. Interpretación geométrica
de los sistemas de ecuaciones lineales\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T1_Imagen1">Imagen resumen de los casos de un
sistema de ecuaciones lineales.</string>
    <string name="tvMat_Alg_T1_Contenido6">\n· Sistemas de ecuaciones con
2 incógnitas\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T1_Descripcion6">Los sistemas de n ecuaciones
con 2 incógnitas corresponden a rectas en el plano.</string>
    <string name="tvMat_Alg_T1_Imagen2">Imagen resumen de los casos de un
sistema de ecuaciones lineales de 2 incógnitas.</string>
    <string name="tvMat_Alg_T1_Contenido7">· Sistemas de ecuaciones con 3
incógnitas\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T1_Descripcion7">Los sistemas de n ecuaciones
con 3 incógnitas corresponden a planos en el espacio.</string>
    <string name="tvMat_Alg_T1_Imagen3">Imagen resumen de los casos de un
sistema de ecuaciones lineales de 3 incógnitas.</string>
    <string name="tvMat_Alg_T1_Subtitulo3">3. Sistemas
escalonados\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T1_Descripcion8">Consiste en transformar un
sistema cualquiera en uno escalonado tal y como se muestra en la
imagen.\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T1_Subtitulo4">\n4. Método de
Gauss\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T1_Descripcion9">Consiste en transformar un
sistema cualquiera en otro escalonado (usando matrices) haciendo ceros
mediante dos
        transformaciones fundamentales:\n\n
                                                \t - Multiplicar una ecuación
por un número distinto de cero.\n\n
                                                \t - Sumar a una ecuación
otra multiplicada por un número.\n\n
        Podemos encontrar tres casos en el proceso:\n\n
                                                \t a) Una fila de ceros -
Solución trivial, prescindimos de esa fila. \n\n
                                                \t b) Dos filas
proporcionales - Prescindimos de una de ellas. \n\n
                                                \t c) Una fila de ceros salvo
el último número - Sistema incompatible.\n\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T1_Contenido8">· Distintos tipos de sistemas
de ecuaciones\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T1_Descripcion10">Al finalizar el proceso,
podemos llegar a uno de los siguientes casos: \n\n
                                                \t 1. Tantas ecuaciones
válidas como incógnitas - Sistema compatible determinado. \n\n
                                                \t 2. Hay menos ecuaciones
que incógnitas. Las incógnitas que están de más se pasan al segundo
miembro, con lo que el valor
        de las otras se dará en función de ellas - Sistema compatible
indeterminado. \n\n
                                                \t 3. La solución no se puede
cumplir nunca - Sistema incompatible.\n\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T1_Subtitulo5">5. Discusión de sistemas de
ecuaciones\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T1_Descripcion11">Discutir un sistema es
saber identificar para qué valores de los parámetros el sistema es
compatible (determinado
        o indeterminado) o incompatible.\n</string>
```

```
    // EJERICIOS


////////////////////////////////////////////////////////////////////////
////////////////////////////////////////////////////////////////////////
///////////

    // Strings del Tema 2 de Teoría de Álgebra - Matemáticas (Álgebra de
matrices)

    <string name="tvMat_Alg_T2_Titulo">Tema 2. Álgebra de
matrices\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T2_Subtitulo1">1. Nomenclatura.
Definiciones\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T2_Contenido1">Una matriz es una tabla
numérica rectangular donde las filas se representan con la letra m y las
columnas con la letra n. La dimensión de una matriz es mxn. Si m = n, se
dice que la matriz es cuadrada (mismo
                                           número de filas y de
columnas.\n\n
                                           Dos matrices son iguales si
son de la misma dimensión y sus elementos son los mismos:\n\n
                                           La traspuesta de una matriz
consiste en cambiar las filas por columnas y viceversa:\n\n
                                           Una matriz es simétrica si la
traspuesta es igual a la original. Los elementos por encima de la
diagonal principal son iguales a los que están por debajo. La matriz ha
de ser cuadrada:\n\n
                                           Una matriz triangular es
aquella en la que los elementos que están por debajo de la diagonal
principal son cero:\n\n
                                           Una matriz de dimensión 1xn es
un vector fila de dimensión n:\n\n
                                           Una matriz de dimensión nx1 es
un vector columna de dimensión n:\n\n
                                           Una matriz cuadrada es
antisimétrica cuando su opuesta es igual que su traspuesta:\n
    </string>
    <string name="tvMat_Alg_T2_Subtitulo2">\n2. Operaciones con
matrices\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T2_Apartado1">· Suma de matrices\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T2_Contenido2">Es necesario que sean de la
misma dimensión. En tal caso, se suman elemento a elemento.\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T2_Apartado2">\n· Producto de un número por
una matriz\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T2_Contenido3">Se multiplica el número por
cada término de la matriz.\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T2_Apartado3">\n· Producto de una matriz fila
por una matriz columna\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T2_Contenido4">\nEs un número que se obtiene
multiplicándolos término a término y sumando los resultados\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T2_Apartado4">\n· Producto de
matrices\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T2_Contenido5">Para multiplicar dos matrices
A y B, A · B, el número de columnas de la primera ha de coincidir con el
número de filas de la segunda. En tal caso, el producto A · B = C es otra
matriz
                                            cuyos elementos se obtienen
multiplicando cada vector fila de la primera por cada vector columna de
la segunda, del siguiente modo:\n</string>

    <string name="tvMat_Alg_T2_Subtitulo3">\n3. Propiedades de las
operaciones con matrices\n</string>
```

```
    <string name="tvMat_Alg_T2_Apartado5">· Propiedades de la suma de
matrices\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T2_Contenido6">Sean dos matrices de dimensión
mxn, la suma de ellas da otra matriz mxn.\n\n
                                            \t 1. Asociativa: (A + B) + C
= A + (B + C)\n\n
                                            \t 2. Conmutativa: A + B = B
+ A\n\n
                                            \t 3. Elemento neutro: A + 0
= 0 + A = A (siendo 0 la matriz nula)\n\n
                                            \t 4. Toda matriz A, tiene
una opuesta -A tal que A + (-A) = 0\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T2_Apartado6">· Propiedades del producto de
números por matrices\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T2_Contenido7">Si a y b son números reales y
A y B son matrices con m filas y n columnas:\n\n
                                            \t 1. Asociativa: a · (b · A)
= (a · b) · A\n\n
                                            \t 2. Distributiva: (a + b) ·
A = a · A + b · A\n\n
                                            \t                  a · (A +
B) = a · A + a · B\n\n
                                            \t 3. Producto por 1: 1 · A =
A\n\n
                                            \t 4. Toda matriz A, tiene
una opuesta -A tal que A + (-A) = 0\n\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T2_Apartado7">· Propiedades del producto de
matrices\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T2_Contenido8">Sean A, B y C tres matrices
mxn, nxp y pxq respectivamente:\n\n
                                            \t 1. Asociativa: (A · B) · C
= A · (B · C)\n\n
                                            \t 2. El producto de matrices
no es conmutativo: A · B es distinto de B · A\n\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T2_Subtitulo4">4. Matrices
cuadradas\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T2_Apartado8">· Matriz unidad o
identidad\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T2_Contenido9">Se llama I a la matriz unidad
o matriz identidad que se caracteriza por que los elementos que forman la
diagonal principal son todos 1 y el resto son todos 0. En consecuencia,
sea A una matriz mxn
                                                e I una matriz identidad
mxn:\n\n
                                                \t A · I = I · A =
A\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T2_Apartado9">\n· Matriz inversa de
otra\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T2_Contenido10">Una matriz es inversa de otra
si al multiplicarla por esta da lugar a la matriz identidad. Hay que
tener en cuenta que han de ser ambas cuadradas. Además algunas matrices
cuadradas tienen inversa y otras no.\n
                                                Las matrices que tienen
inversa se llaman regulares y las que no tienen inversa se denominan
singulares.\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T2_Apartado10">\n· Inversa de una matriz por
el método de Gauss\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T2_Contenido11">Para hallar la inversa de una
matriz A, impondremos a la matriz identidad, I, los mismos cambios a los
que hay que someter a la matriz A para obtener la matriz unidad.\n
                                            En la práctica, se coloca la
matriz A, y a su derecha la matriz I. Realizamos las transformaciones
necesarias para que A se transforme en I. Como consecuencia, la matriz
```

```
que se obtiene a la derecha de I
                                            es la inversa. Todas las
transformaciones que se realicen serán idénticas a las que utilizamos
para resolver un sistema de ecuaciones por el método de Gauss. Si en la
parte de la izquierda aparece una fila
                                            de ceros, A no tiene
inversa.\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T2_Subtitulo5">\n5. Rango de una
matriz\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T2_Contenido12">Las filas o columnas de una
matriz pueden ser consideradas vectores y puede que sean linealmente
independientes o también que algunas dependan linealmente de otras.\n
                                            Denominamos rango de una
matriz al número de filas o columnas que son linealmente
independientes.\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T2_Apartado11">\n· Obtención del rango de una
matriz por el método de Gauss\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T2_Contenido13">Para hallar el rango de una
matriz, procedemos a "hacer ceros" como en el método de Gauss. El rango
equivaldrá al número de filas distintas al vector nulo (0 0 0 …
0).\n</string>

    // EJERCICIOS


/////////////////////////////////////////////////////////////////////////
////////////////////

    // Strings del Tema 3 de Teoría de Álgebra - Matemáticas
(Determinantes)

    <string name="tvMat_Alg_T3_Titulo">Tema 3. Determinantes\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T3_Subtitulo1">1. Determinantes de orden
2\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T3_Contenido1">Se llama determinante de una
matriz cuadrada a un número que se obtiene operando de la siguiente forma
con los términos de la matriz:\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T3_Apartado1">\n· Propiedades de los
determinantes de orden 2\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T3_Contenido2">\t 1. El determinante de una
matriz coincide con el de su traspuesta.\n\n
                                            \t 2. Si un determinante
tiene una fila o columna de ceros, su determinante es cero.\n\n
                                            \t 3. Si se permutan las
filas o las columnas, su determinante cambia de signo.\n\n
                                            \t 4. Si una matriz tiene las
filas o las columnas iguales, su determinante es cero.\n\n
                                            \t 5. Si se multiplica cada
término de una fila o columna de una matriz por un número, su
determinante queda multiplicado por ese número.\n\n
                                            \t 6. Si una matriz tiene sus
dos filas o columnas proporcionales (son linealmente dependientes), su
determinante es cero.\n\n
                                            \t 7. Si una fila o columna
de una matriz es suma de dos, su determinante puede descomponerse en suma
de los determinantes de dos matrices del siguiente modo:\n\n
                                            \t 8. Si a una fila o columna
de una matriz se le suma la otra fila o columna multiplicada por un
número, el determinante de la nueva matriz es igual al de la primera.\n\n
                                            \t 9. El determinante del
producto de dos matrices es igual al producto de sus
determinantes.\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T3_Subtitulo2">2. Determinantes de orden
```

```
3\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T3_Contenido3">De igual forma al determinante
de orden 2, el determinante de orden 3 se obtiene del siguiente modo
gracias a la regla de Sarrus:\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T3_img_detSarrus">Imagen del cálculo de un
determinante 3x3 mediante la regla de Sarrus. Autor: Eisenbahn%s -
Usuario Wikipedia</string>
    <string name="tvMat_Alg_T3_Apartado2">\n· Propiedades de los
determinantes de orden 3\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T3_Contenido4">\t 1. El determinante de una
matriz coincide con el de su traspuesta.\n\n
                                            \t 2. Si una matriz cuadrada
tiene una fila o columna de ceros, su determinante es cero.\n\n
                                            \t 3. Si se permutan una fila
o columnas paralelas, su determinante cambia de signo.\n\n
                                            \t 4. Si una matriz tiene dos
líneas paralelas iguales, su determinante es cero.\n\n
                                            \t 5. Si se multiplica por el
mismo número todos los términos de una fila o columna de una matriz
cuadrada, su determinante queda multiplicado por ese número.\n\n
                                            \t 6. Si una matriz cuadrada
tiene dos filas o columnas proporcionales (son linealmente dependientes),
su determinante es cero.\n\n
                                            \t 7. Si a una fila o columna
de una matriz se le suma una combinación lineal de las demás paralelas,
su determinante no cambia.\n\n
                                            \t 8. Si una matriz tiene una
fila o columna que es combinación lineal de las demás paralelas, su
determinante es cero. Recíprocamente, si el determinante de una matriz es
cero, significa que tiene una fila o columna que es combinación lineal de
las demás.\n\n
                                            \t 9. El determinante del
producto de dos matrices cuadradas es igual al producto de sus
determinantes.\n\n
                                            \t 10. El determinante de una
matriz por un número es igual a ese número elevado a la potencia que
equivale al orden de la matriz multiplicado por el determinante de dicha
matriz.\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T3_Subtitulo3">\n3. Menor complementario y
adjunto de una matriz\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T3_Contenido5">Un menor de orden r es una
submatriz cuadrada de orden r seleccionando r filas y r columnas.\n
        Si en una matriz cuadrada nxn destacamos un término, aij, al
suprimir su fila y su columna se obtiene una submatriz (n-1)x(n-1).\n
        Su determinante es un menor de orden n-1 que se denomina menor
complementario del elemento a<sub>ij</sub> y se le designa por
\u0251<sub>ij</sub>.\n
        Se llama adjunto de \u0251<sub>ij</sub> al número A<sub>ij</sub>
= (-1)<sup>i+j</sup> · \u0251<sub>ij</sub>, es decir, al menor
complementario con su signo o con el signo combinado, según si i+j es par
o impar.\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T3_Subtitulo4">\n4. Desarrollo de un
determinante por los elementos de una línea\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T3_Contenido6">Si los elementos de una fila o
columna de una matriz cuadrada se multiplican por sus respectivos
adjuntos y se suman los resultados, se obtiene el determinante de la
matriz inicial.\n
    \t Si los elementos de una fila o columna se multiplican por los
respectivos adjuntos de otras paralelas, el resultado de la suma es
0.\n\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T3_Subtitulo5">\n5. Método para calcular
determinantes de orden cualquiera.\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T3_Contenido7">A continuación se muestra una
```

```
forma de calcular el determinante de una matriz de orden n:\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T3_Subtitulo6">\n6. Rango de una matriz a
partir de sus menores.\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T3_Contenido8">La condición necesaria y
suficiente para que el determinante de una matriz cuadrada sea cero es
que sus filas o columnas sean linealmente dependientes, esto es,
        que alguna de ellas sea combinación lineal de las
otras.\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T3_Contenido8_1">\nEl rango de una matriz es
el máximo orden de sus menores no nulos.\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T3_Contenido8_2">\nLos 5 menores de orden 4
son nulos, luego la cuarta fila es linealmente dependiente de las tres
primeras. Como consecuencia el rango de la matriz A es 3 que equivale al
orden de los
        menores no nulos existentes en dicha matriz.\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T3_Apartado3">\n· Método para hallar el rango
de una matriz a partir de sus menores.\n</string>

    // EJERCICIOS


//////////////////////////////////////////////////////////////////////////
/////////////////////////////

    // Strings del Tema 4 de Teoría de Álgebra - Matemáticas (Resolución
de sistemas mediante
    determinantes)

    <string name="tvMat_Alg_T4_Titulo">Tema 4. Resolución de sistemas
mediante determinantes\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T4_Subtitulo1">1. Criterio para saber si un
sistema es compatible\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T4_Apartado1">· Teorema de Rouché-
Frobenius\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T4_Contenido1_1">La condición necesaria y
suficiente para que tenga solución el sistema:\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T4_Contenido1_2">\nEs que el rango de la
matriz de coeficientes, A, coincida con el rango de la matriz ampliada,
A<sup>*</sup>\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T4_Contenido1_3">\nEl sistema tiene solución
si rang(A) = rang(A<sup>*</sup>)\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T4_img_Rouche">Resumen del teorema de Rouche.
Autor: Propio</string>
    <string name="tvMat_Alg_T4_Subtitulo2">\n2. Regla de
Cramer\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T4_Contenido2_1">Se tiene un sistema de m
ecuaciones y n incógnitas:\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T4_Contenido2_2">\nSi det(A) es distinto de
0, rang(A) = rang(A<sup>*</sup>) = r\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T4_Contenido2_3">\nA<sub>xn</sub> es la
matriz que resulta de sustituir en A la columna x<sub>n</sub> por la de
términos independientes.\n\n
    Si r = m, todas las ecuaciones son últiles.\n\n
    Si r = n \u003C n, sobran ecuaciones que al suprimirlas quedan n
ecuaciones y n incógnitas.\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T4_Subtitulo3">3. Sistemas
homogéneos\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T4_Contenido3_1">Los sistemas homogéneos son
aquellos cuyos términos independientes son todos 0. \nTienen con
seguridad la solución trivial (x = y = z = … = 0)\nPara que un sistema
homogéneo tenga otras soluciones
    es necesario y suficiente que rang(A) \u003C número de
incógnitas.\n</string>
```

```
    <string name="tvMat_Alg_T4_Subtitulo4">4. Discusión de sistemas
mediante determinantes\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T4_Contenido4_1">A continuación se muestra un
ejemplo para discutir un sistema con parámetros mediante
determinantes.\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T4_Subtitulo5">\n5. Cálculo de la inversa de
una matriz\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T4_Contenido5_1">Para que una matriz cuadrada
A sea regular, es decir, tenga inversa (A<sup>-1</sup>), es necesario y
suficiente que |A| \u2260 0.\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T4_Apartado2">\n· Regla práctica para
calcular la inversa de una matriz\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T4_Contenido5_2">\n0. Se halla |A| y solo si
es no nulo continuamos.\n\n
        1. Se forma una nueva matriz con los menores complementarios de
cada elemento.\n\n
        2. Se cambia el signo alternativamente para obtener los
adjuntos.\n\n
        3. Se traspone la matriz, (A<sub>ji</sub>) =
(A<sub>ij</sub>)<sup>t</sup>.\n\n
        4. Se divide cada elemento por |A|. En ocasiones resulta más
fácil sacar factor común 1/|A|.\n
    </string>
    <string name="tvMat_Alg_T4_Subtitulo6">6. Forma matricial de un
sistema de ecuaciones\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T4_Contenido6_1">Un sistema de m ecuaciones
con n incógnitas se puede expresar como AX = C, donde:\n\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T4_Contenido6_2">- A es una matriz mxn
formada por los coeficientes de las incógnitas.\n\n
        - X es una matriz columna nx1 formada por las incógnitas.\n\n
        - C es una matriz mx1 formada por los términos
independientes.\n\n
    </string>
    <string name="tvMat_Alg_T4_Contenido6_3">Si A es cuadrada regular,
entonces:\n</string>

    // EJERCICIOS


//////////////////////////////////////////////////////////////////////////
//////////////////

    // Strings del Tema 5 de Teoría de Álgebra - Matemáticas (Espacios
vectoriales)

    <string name="tvMat_Alg_T5_Titulo">Tema 5. Espacios
Vectoriales\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T5_Subtitulo1">1. Espacios
vectoriales\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T5_Contenido1_1">Un espacio vectorial es un
conjunto de todos los vectores entre los cuales se definen unas
operaciones que cumplen ciertas propiedades, pero existen otros entes
matemáticos con esas mismas operaciones y
    propiedades, por lo que la definición de espacio vectorial es mucho
más amplia.\n\n
    Se tiene un conjunto, V, entre cuyos elementos (a los que denominamos
vectores) hay definidas dos operaciones:\n\n
    1. Suma de dos elementos de V\n
    </string>

    <string name="tvMat_Alg_T5_Contenido1_2">\n2. Producto por un número
real\n</string>
```

```
    <string name="tvMat_Alg_T5_Contenido1_3">\nSe dice que (V, +, ·) es
un espacio vectorial sobre R si las operaciones cumplen las siguientes
propiedades:\n\nSuma de vectores:\n</string>

    <string name="tvMat_Alg_T5_Contenido1_4">\nProducto de un número por
un vector:\n</string>

    <string name="tvMat_Alg_T5_Contenido1_5">\nUna serie de n números
reales dados en un cierto orden se llama una n-upla. El conjunto de todas
ellas de números reales forman un espacio vectorial, R^n.\n\n
        Tanto las filas como las columnas de las matrices son n-uplas de
números reales. A una n-upla de dos elementos se le denomina "par", una
de tres elementos "terna", de cuatro "cuaterna"…\n\n
    Algunos ejemplos de espacios vectoriales son R^2, que es el conjunto
de todos los pares de números reales, R^3, de todas las ternas, R^4 de
todas las cuaternas…\n\n
    Además, el conjunto M<sub>m,n</sub>, de las matrices de dimension mxn
es un espacio vectorial, pues también cumple todas las propiedades
anteriores.\n\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T5_Subtitulo2">2. Combinación lineal de
vectores\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T5_Contenido2_1">Dados: <b>v<sub>1</sub></b>,
<b>v<sub>2</sub></b>, <b>v<sub>3</sub></b>, …,
<b>v<sub><i>n</i></sub></b> ∈ <i>V</i> y <i>a<sub>1</sub></i>,
<i>a<sub>2</sub></i>,
        <i>a<sub>3</sub></i>, …, <i>a<sub>n</sub></i> ∈ ℝ </string>

    <string name="tvMat_Alg_T5_Contenido2_2">se le llama combinación
lineal (C.L) de los vectores anteriores al vector formado del siguiente
modo:\n</string>

    <string name="tvMat_Alg_T5_Subtitulo3">\n3. Dependencia e
independencia lineal\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T5_Contenido3_1">Se dice que un conjunto de
vectores (elementos de V) son linealmente dependientes (L.D) si alguno de
ellos se puede poner como C.L de los demás. A aquellos vectores que no se
puedan poner como C.L de los demás
    se dice que son linealmente independientes (L.I).\n\n
        Por ejemplo, la terna (0, 0, 0) es C.L de cualquier conjunto de
ternas ya que se obtiene sumando el resultado de multiplicar cada una de
ellas por cero. Sin embargo las ternas (1, 0, 0), (0, 1, 0) y
    (0, 0, 1) son L.I porque ninguna de ellas se puede poner como C.L de
las demás.\n\n
        Aunque esto es evidente, hay una propiedad fundamental que
permite averiguar si un conjunto de vectores es L.D o L.I:\n</string>

    <string name="tvMat_Alg_T5_Contenido3_2">\nSi los vectores son L.D,
existen números x<sub>1</sub>, x<sub>2</sub>,…,  x<sub>n</sub> no todos
nulos para los cuales se cumple la igualdad anterior, mientras que si los
vectores son linealmente independientes,
    la única combinación lineal de ellos que da como resultado el vector
nulo es que x<sub>n</sub> = 0.\n\n
        Si x<sub>n</sub> = 0, \u2200n = 1, 2, …, n se dice que V es un
sistema libre, mientras que si existe un x<sub>n</sub> \u2260 0 se dice
que
    el sistema V es ligado, es decir, existe un vector de V que es
combinación lineal del resto de vectores de V.\n\n
        Si se relaciona esta propiedad con el álgebra matricial, se puede
deducir que un conjunto de vectores <i>V</i>, subconjunto de un espacio
vectorial <i>E</i>, es un sistema libre si y solo si en la matriz
<i>A</i>,
    que tiene por columnas los vectores del sistema <i>V</i>, existe un
menor de orden <i>n</i> no nulo, es decir, si rang(<i>A</i>) =
```

```
<i>n</i>.\nPor otra parte, un conjunto de vectores <i>V</i> de un espacio
vectorial <i>E</i> es ligado si y solo si al menos uno de los vectores de
        <i>V</i> se puede expresar como combinación lineal de los otros
vectores de <i>V</i>, es decir,  existe un vector <b>w</b> que pertenece
a <i>V</i> tal que <b>w</b> pertenece a
\u27E8<i>V</i>\{<b>w</b>}\u27E9.\n\n
        Como consecuencia de las anteriores propiedades, se puede decir
que dado un espacio vectorial <i>E</i> se cumple:\n\n
    1. Si <i>V</i> es un sistema ligado de <i>E</i> y <i>V</i> \u2286
<i>T</i>, entonces <i>T</i> también es ligado.\n\n
    2. Si <i>T</i> es un sistema libre de <i>E</i> cualquier subconjunto
<i>V</i> \u2286 <i>T</i>, también es libre.\n\n
    3. Si <i>V</i> es libre y <b>w</b>\u2260 \u27E8<i>V</i>\u27E9,
entonces <i>V</i>\u222A{<b>w</b>} es libre.\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T5_Subtitulo4">4. Bases de un espacio
vectorial\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T5_Apartado4_1">· Envoltura lineal y sistema
generador.\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T5_Contenido4_1">Dado un espacio vectorial E,
la envoltura lineal de un conjunto de vectores V = {v1, v2, …, vn} \u2286
E es el conjunto de todas
    las posibles combinaciones lineales de los vectores de V que se
denota por \u27E8V\u27E9.\n\n
        Se dice que un conjunto de vectores V \u2286 E es un sistema
generador de E, o que V genera E, si todo vector de E es combinación
lineal de vectores de V, es decir,
        \u27E8V\u27E9 = E, la envoltura lineal de V es E.\n\n
        Si <i>V</i> es un sistema generador de <i>E</i> y <i>V</i> \u2286
<i>T</i> \u2286 <i>E</i>, entonces <i>T</i> también es un sistema
generador de <i>E</i>.\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T5_Apartado4_2">· Base: definición y
características.\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T5_Contenido4_2">Se llama <b>base</b> de un
espacio vectorial <i>E</i> a un sistema de vectores <i>V</i> que sea
sistema libre y generador de <i>E</i>\n\n
    Se llama base canónica de R^n o C^n al tipo de base cuyo conjunto de
vectores es {(1, 0, 0, …, 0), (0, 1, 0, …, 0), …,(0, 0, 0, …,
1)}.\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T5_Contenido4_3">\nDado un conjunto de
vectores \u2286 <i>E</i>, planteamos el sistema que expresa cuaquier
elemento vector x \u2208 <i>E</i> como combinación lineal de
ellos:\n</string>

    <string name="tvMat_Alg_T5_Contenido4_4">\nentonces:\n\n
    - Si el sistema es incompatible \u21D4 el conjunto de vectores no es
generador de <i>E</i> y por tanto no es base.\n\n
    - Si el sistema es compatible \u21D4 el conjunto de vectores es
generador:\n\n
    \t - Si es compatible indeterminado \u21D4 el conjunto de vectores
además de generador, es ligado y por tanto no es base.\n\n
    \t - Si es compatible determinado \u21D4 el conjunto de vectores
además de generador es libre y por tanto es una base de
<i>E</i>\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T5_Subtitulo5">5. Dimensión de un espacio
vectorial\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T5_Contenido5_1">En un espacio vectorial
<i>V</i> que no sea nulo, llamamos dimensión de <i>V</i>, expresada como
<i>dim(V)</i> al número de elementos de cualquiera de sus bases. Si el
espacio vectorial es nulo, la dimensión es 0\n\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T5_Apartado5_1">· Teorema de la base
incompleta.\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T5_Contenido5_2">Sea <i>V</i> \u2260
{<b>0</b>} un espacio vectorial de dimensión <i>n</i> y sea <i>S</i> =
```

```
{<b>v<sub>1</sub></b>, <b>v<sub>2</sub></b>, …, <b>v<sub>r</sub></b>}
\u2286 <i>V</i> un sistema libre de vectores, tal que <i>r</i> \u003C
<i>dim(V)</i> = <i>n</i>, entonces existen <i>n - r</i>
    vectores <b>v<sub>r+1</sub></b>, …,<b>v<sub>n</sub></b> \u2208
<i>V</i> tales que {<b>v<sub>1</sub></b>, <b>v<sub>2</sub></b>,
…,<b>v<sub>n</sub></b>} es una base de <i>V</i>\n\n
    Dado un espacio vectorial de dimensión <i>n</i>, si S es un sistema
libre o generador del espacio vectorial y su número de vectores es el
mismo que <i>n</i>, entonces ese sistema es una base del espacio
vectorial.\n\n
    Si el espacio vectorial tiene una dimensión <i>n</i> entonces
cualquier conjunto de <i>n+1</i> vectores del espacio vectorial son
linealmente dependientes.\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T5_Subtitulo6">6. Coordenadas en una
base\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T5_Contenido6_1">Si <i>B</i> =
{<b>v<sub>1</sub></b>, <b>v<sub>2</sub></b>, …, <b>v<sub>n</sub></b>} es
una base del espacio vectorial <i>V</i>, entonces para cada vector
<b>v</b> perteneciente a <i>V</i>, existen <i>n</i> escalares
x<sub>1</sub>, x<sub>2</sub>, …,x<sub>n</sub> llamados <b>coordenadas</b>
de <b>v</b>
    respecto a <i>B</i>, tales que:\n</string>

    <string name="tvMat_Alg_T5_Contenido6_2">\nLas coordenadas en una
base son únicas, se puede identificar cada vector de un espacio vectorial
con sus coordenadas en una base.</string>

    // EJERCICIOS


//////////////////////////////////////////////////////////////////////////
////////////////////////////////////////////

    // Strings del Tema 6 de Teoría de Álgebra - Matemáticas (Subespacios
vectoriales)

    <string name="tvMat_Alg_T6_Titulo">Tema 6. Subespacios
Vectoriales\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T6_Subtitulo1">1. Subespacios
Vectoriales\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T6_Contenido1_1">Sea <i>E</i> un espacio
vectorial y sea <i>V</i> \u2286 <i>E</i>. Se dice que <i>V</i> es un
subespacio vectorial de <i>E</i> si con las operaciones inducidas de
<i>E</i>, <i>V</i> también es un espacio vectorial.\n\n
    Para que <i>V</i> sea un subespacio vectorial de <i>E</i> se deben
satisfacer las siguientes condiciones:\n\n
        \t - <b>0</b> \u2208 <i>V</i>\n\n
        \t - <i>V</i> con las operaciones de <i>E</i> cumple que:
\u03B1<b>u</b> + \u03B2<b>v</b> \u2208 <i>V</i> para cualquier vector
<b>u</b>, <b>v</b> \u2208 <i>V</i> y para cualquier escalar
<i>\u03B1</i>, <i>\u03B2</i> \u2208 \u211D\n\n
    </string>
    <string name="tvMat_Alg_T6_Apartado1_1">· Subespacios vectoriales
propios\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T6_Contenido1_2">El espacio vectorial trivial
{<b>0</b>} y el espacio total <i>E</i> son subespacios vectoriales de
<i>E</i> denominados <b>subespacios impropios</b>. Los demás subespacios
vectoriales se denominan <b>propios</b>.\n\n
    Algunos ejemplos se pueden encontrar en las matrices diagonales de
orden <i>n</i>, que son un subespacio vectorial de las matrices cuadradas
ℳ<sub><i>nxn</i></sub>. \n\n
        Otro ejemplo es cualquier recta de \u211D<sup>2</sup> que pasa
por (0, 0), es también un subespacio vectorial de \u211D<sup>2</sup>.\n\n
```

```
    </string>
    <string name="tvMat_Alg_T6_Apartado1_2">· Subespacio clausura o
envoltura lineal\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T6_Contenido1_3">Dado <i>S</i> =
{<b>v<sub>1</sub></b>, <b>v<sub>2</sub></b>, …, <b>v<sub>p</sub></b>} un
conjunto de vectores del espacio vectorial <i>E</i>, se cumple:\n\n
    \t - \u2329<i>S</i>\u232A = \u2329<b>v<sub>1</sub></b>,
<b>v<sub>2</sub></b>, …, <b>v<sub>p</sub></b>\u232A es un subespacio
vectorial de <i>E</i>\n\n
    \t - \u2329<b>v<sub>1</sub></b>, <b>v<sub>2</sub></b>, …,
<b>v<sub>p</sub></b>\u232A contiene a los vectores {<b>v<sub>1</sub></b>,
<b>v<sub>2</sub></b>, …, <b>v<sub>p</sub></b>}, es decir, <i>S</i> \u2282
\u2329<i>S</i>\u232A\n\n
    \t - Además \u2329<i>S</i>\u232A es el menor subespacio vectorial que
contiene a <i>S</i>, por tanto si <i>T</i> es un subespacio vectorial de
<i>E</i> que contiene a <i>S</i>, entonces \u2329<i>S</i>\u232A \u2286
<i>T</i>\n\n
    \t - Dado <b><i>w</i></b> \u2208 <i>E</i>, entonces
\u2329<i>S</i>\u232A = \u2329<i>S</i>\u222A{<b><i>w</i></b>}\u232A si y
solo si <b><i>w</i></b> \u2208 \u2329<i>S</i>\u232A\n\n
    </string>
    <string name="tvMat_Alg_T6_Subtitulo2">2. Ecuaciones de un subespacio
vectorial\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T6_Contenido2_1">Un subespacio vectorial
<i>H</i> de \u211D<sup><i>n</i></sup> se puede expresar de tres formas
distintas:\n</string>

    <string name="tvMat_Alg_T6_Apartado2_1">\n· Ecuaciones
paramétricas\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T6_Contenido2_2">Para expresar un subespacio
<i>H</i> dado como envoltura lineal en ecuaciones paramétricas:\n\n
    \t - Se extrae la base del subespacio <i>H</i> de la envoltura
lineal, es decir, del sistema generador de <i>H</i>.\n\n
    \t - Se expresan los vectores <b><i>x</i></b> \u2208 <i>H</i> como
combinación lineal de la base que se ha encontrado y se obtiene de ese
modo la forma paramétrica de <i>H</i>.\n\n
    A continuación se muestra un ejemplo:\n\n
    Supongamos un subespacio vectorial <i>S</i> = \u2329(3, 2, 0), (1, 2,
0)\u232A \u2282 \u211D<sup>3</sup>\n\n
    \t - Construimos la matriz que tiene los vectores de <i>S</i> como
columnas:\n</string>
    //mathv
    <string name="tvMat_Alg_T6_Contenido2_3">\ncomo tiene un menor de
orden 2 distinto de cero, los vectores forman una base y por tanto
cualquier vector de <i>S</i> es combinación lineal de (3, 2, 0) y (1, 2,
0).\n\n
        Así se puede encontrar dos números reales <i>\u03B1</i> y
<i>\u03B2</i> tales que:\n</string>
    //mathv
    <string name="tvMat_Alg_T6_Contenido2_4">\nLuego <i>S</i> =
{(3<i>\u03B1</i> + <i>\u03B2</i>, 2<i>\u03B1</i> + 2<i>\u03B2</i>, 0) :
<i>\u03B1</i>, <i>\u03B2</i> \u2208 \u211D} es la forma paramétrica del
subespacio vectorial <i>S</i>.\n\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T6_Apartado2_2">· Ecuaciones
implícitas\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T6_Contenido_2_5">Para expresar un subespacio
<i>H</i> dado en forma paramétrica en ecuaciones implícitas:\n\n
    \t - Se plantea el sistema de ecuaciones paramétricas y se escalona
la matriz de coeficientes.\n\n
    \t - Se estudia la compatibilidad del sistema. Las relaciones que
hacen al sistema compatible son las ecuaciones implícitas de
<i>H</i>.\n\n
    </string>
```

```
    <string name="tvMat_Alg_T6_Apartado2_3">· Envoltura lineal y
ecuaciones paramétricas a partir de las implícitas\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T6_Contenido2_6">Las ecuaciones implícitas de
un espacio vectorial <i>H</i> = {<i>x</i> \u2208 \u211D<sup>n</sup>:
<i>A</i> · <b><i>x</i></b> = <b><i>0</i></b>} son
        un sistema homogéneo cuyas soluciones definen los vectores de
<i>H</i>.\n\n
    \t - Para pasar un subespacio expresado en ecuaciones implícitas a
forma paramétrica se resuelve el sistema <i>A</i> · <b><i>x</i></b> =
<b><i>0</i></b>.\n\n
    \t - Para pasar un subespacio de forma paramétrica a envoltura lineal
se separan los parámetros.\n\n
    Algunas observaciones:\n\n
    \t - Los vectores que determinan la envoltura lineal obtenida de las
ecuaciones implícitas siempre serán una base del subespacio vectorial, y
no solo un sistema generador.\n\n
    \t - El conjunto de soluciones de un sistema de ecuaciones lineal
homogéneo <i>A</i> · <b><i>x</i></b> = <b><i>0</i></b> <i>m</i> x
<i>n</i> es un subespacio vectorial de \u221D<sup>n</sup> que tiene como
dimensión el número de parámetros del sistema.\n\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T6_Subtitulo3">3. Intersección de subespacios
vectoriales\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T6_Apartado3_1">· Subespacio
intersección\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T6_Contenido3_1">Sean <i>F</i> y <i>G</i> dos
subespacios vectoriales de un espacio vectorial <i>E</i>.\n\n
        El subespacio intersección de <i>F</i> y <i>G</i>, que se denota
por <i>F</i> \u2229 <i>G</i>, viene dado por <i>F</i> \u2229 <i>G</i> =
{<b><i>v</i></b> \u2208 <i>E</i> : <b><i>v</i></b> \u2208 <i>F</i> y
<b><i>v</i></b> \u2208 <i>G</i>}\n\n
    </string>
    <string name="tvMat_Alg_T6_Subtitulo4">4. Suma de subespacios
vectoriales\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T6_Apartado4_1">· Suma de subespacios
vectoriales\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T6_Contenido4_1">Si <i>F</i> y <i>G</i> son
dos subespacios vectoriales de un espacio vectorial <i>V</i> entonces:\n
    </string>
    //mathv
    <string name="tvMat_Alg_T6_Contenido4_2">\nSi <i>F</i> =
⟨<i>S</i><sub>1</sub>⟩ y <i>G</i> = ⟨<i>S</i><sub>2</sub>⟩, entonces
<i>F</i> + <i>G</i> = ⟨<i>S</i><sub>1</sub> ∪ <i>S</i><sub>2</sub>⟩\n
    </string>
    <string name="tvMat_Alg_T6_Apartado4_2">· Fórmula de
Grassman\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T6_Contenido4_3">Si <i>F</i> y <i>G</i> son
dos subespacios vectoriales de un espacio vectorial <i>V</i>
entonces:\n</string>
    //mathv
    <string name="tvMat_Alg_T6_Apartado4_3">\n· Suma directa\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T6_Contenido4_4">Si <i>F</i> y <i>G</i> son
dos subespacios vectoriales de un espacio vectorial <i>E</i>, se dice que
la suma <i>F</i> + <i>G</i> es directa, y se denota por
        <i>F</i> ⊕ <i>G</i>, si <i>F</i> ∩ <i>G</i> = {<b>0</b>}.
Entonces se dice que los subespacios <i>F</i> y <i>G</i> son
suplementarios o complementarios.\n\n
    \t - Si <i>V</i> = <i>F</i> ⊕ <i>G</i> es una suma directa de
subespacios, entonces todo vector de <b><i>v</i></b> ∈ <i>V</i> se
escribe de manera única como suma <b><i>v</i></b> = <b><i>x</i></b> +
<b><i>y</i></b>, donde
    <b><i>x</i></b> ∈ <i>F</i> y <b><i>y</i></b> ∈ <i>G</i>, por tanto
<i>B<sub>F</sub></i> ∪ <i>B<sub>G</sub></i> es una base de <i>V</i>.\n\n
        \t - Sean <i>F</i> y <i>G</i> dos subespacios vectoriales de un
```

```
espacio vectorial <i>V</i> tales que la suma <i>F</i> + <i>G</i> es
directa, entonces:\n</string>
    //mathV

    // EJERCICIOS


////////////////////////////////////////////////////////////////////////

    // Strings del Tema 7 de Teoría de Álgebra - Matemáticas
(Diagonalización)

    <string name="tvMat_Alg_T7_Titulo">Tema 7. Diagonalización\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T7_Subtitulo1">1. Semejanza de matrices y
matrices diagonalizables\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T7_Apartado1_1">· Matrices
semejantes\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T7_Contenido1_1">Dos matrices cuadradas
<i>A</i> y <i>B</i> se dice que son semejantes si existe una matriz
invertible (regular)
        <i>P</i> de manera que <i>B</i> = <i>PA</i><i>P</i><sup>-
1</sup>.\n
    </string>
    <string name="tvMat_Alg_T7_Apartado1_2">· Matriz
diagonalizable\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T7_Contenido1_2">Una matriz cuadrada <i>A</i>
se dice que es diagonalizable si es semejante a una matriz diagonal, es
decir, si se puede
        hallar una matriz invertible <i>P</i> y una matriz diagonal
<i>D</i> de manera que <i>A</i> = <i>PD</i><i>P</i><sup>-1</sup>\nLas
matrices diagonales son diagonalizables.\n
    </string>
    <string name="tvMat_Alg_T7_Subtitulo2">2. Valores, vectores y
subespacios propios\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T7_Apartado2_1">· Valores y vectores
propios\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T7_Contenido2_1">Dada <i>A</i> una matriz
cuadrada de orden <i>n</i>\n\n
        \t - Un escalar <i>λ</i> es un <b>valor propio</b> (o
<b>autovalor</b>) de <i>A</i> si existe un vector no nulo <b>x</b> tal
que <i>A</i><b>x</b> = <i>λ</i><b>x</b>.\n\n
        \t - En este caso, cada vector <b>x</b> ≠ <b>0</b> con esta
condición se dice que es un <b>vector propio o autovector</b> de <i>A</i>
asociado a λ.\n\n
        \t - Se llama <b>espectro</b> de <i>A</i> y se denota por
<i>σ</i>(<i>A</i>) al conjunto de los autovalores de <i>A</i>.\n\n
    </string>
    <string name="tvMat_Alg_T7_Apartado2_2">· Propiedades de los valores
y vectores propios\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T7_Contenido2_2">Si λ es un valor propio de
<i>A</i> ⇔ existe <b>x</b> ≠ 0 tal que <i>A</i><b>x</b> = λ<b>x</b> o
equivalentemente
        (<i>A-λI</i>)<b>x</b> = 0 ⇔ el sistema homogéneo  (<i>A-
λI</i>)<b>x</b> = 0 tiene soluciones no nulas, es decir, es un sistema
compatible indeterminado ⇔ det(<i>A-λI</i>) = 0\n
    </string>
    <string name="tvMat_Alg_T7_Apartado2_3">· Subespacio
propio\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T7_Contenido2_3">El <b>subespacio propio</b>
asociado a <i>λ</i>, que se denota por <i>E</i><sub>λ</sub>, es el
subespacio vectorial formado por
        <b>0</b> y todos los vectores propios asociados al valor propio
<i>λ</i>\n</string>
```

```
    // mathv
    <string name="tvMat_Alg_T7_Apartado2_4">\n· Polinomio
característico\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T7_Contenido2_4">Dada una matriz cuadrada
<i>A</i> se denomina <b>polinomio característico</b> de <i>A</i> al
determinante de la matriz <i>A-λI</i>\n</string>
    //mathV
    <string name="tvMat_Alg_T7_Contenido2_5">\nLa <b>ecuación
característica</b> de <i>A</i> es det(<i>A-λI</i>) = 0\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T7_Apartado2_5">· Cálculo de los valores y
vectores propios de una matriz <i>A</i>\n\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T7_Contenido2_6">\t - Los valores propios de
<i>A</i> son las raíces de su polinomio característico
<i>p</i><sub><i>A</i></sub>(<i>λ</i>), es decir, las
        soluciones de su ecuación característica.\n\n
    \t - Los vectores propios asociados a <i>λ</i> son las soluciones del
sistema homogéneo (<i>A-λI</i>)<b>x</b> = 0.\n
    </string>
    <string name="tvMat_Alg_T7_Apartado2_6">· Propiedades del polinomio
característico\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T7_Contenido2_7">Dada una matriz cuadrada
<i>A</i> de orden <i>n</i>\n\n
        \t - El polinomio característico
<i>p</i><sub><i>A</i></sub>(<i>λ</i>) es de grado <i>n</i>.\n\n
    \t - Existen, a lo sumo, <i>n</i> valores propios distintos.\n\n
    \t - Dos matrices semejantes tienen el mismo polinomio
característico.\n\n
    \t - Si la matriz es triangular, los valores propios son los
elementos de su diagonal.\n\n
    \t - A y A<sup><i>t</i></sup> tienen los mismos valores propios.\n\n
        No se pueden realizar operaciones elementales en la matriz
<i>A</i> antes de calcular sus valores y vectores propios.\n
    </string>
    <string name="tvMat_Alg_T7_Apartado2_7">· Orden y multiplicidad
geométrica de un valor propio\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T7_Contenido2_8">Sea <i>A</i> una matriz
cuadrada de orden <i>n</i> y <i>λ<sub>i</sub></i> un valor propio:\n\n
    \t - Se llama <b>orden</b> de <i>λ<sub>i</sub></i> y se denota por
<i>o</i>(<i>λ<sub>i</sub></i>) a su multiplicidad como raíz del polinomio
característico de <i>A</i>, es decir, el mayor
    exponente <i>α<sub>i</sub></i> para el cual el factor (<i>λ -
λ<sub>i</sub></i>)<sup><i>α<sub>i</sub></i></sup> aparece en la
descomposición factorial de <i>p<sub>A</sub>(λ)</i>.\n\n
        \t - Se denomina <b>multiplicidad geométrica</b> de
<i>λ<sub>i</sub></i> a la dimensión <i>d<sub>i</sub></i> de su subespacio
propio asociado, es decir, <i>d<sub>i</sub></i> = dim
<i>E<sub>λ<sub>i</sub></sub></i> = n - rang(<i>A -
λ<sub>i</sub>I</i>).\n\n
    </string>
    <string name="tvMat_Alg_T7_Contenido2_9">Sea <i>A</i> una matriz
cuadrada de orden <i>n</i> y <i>λ<sub>i</sub></i> un valor propio:\n\n
        \t - 1 ≤ dim <i>E<sub>λ<sub>i</sub></sub></i> ≤
<i>o</i>(<i>λ<sub>i</sub></i>) para todo <i>i</i>.\n\n
        \t - Los vectores propios asociados a valores propios diferentes
son linealmente independientes.\n\n
        \t - La suma de los subespacios propios
<i>E<sub>λ<sub>1</sub></sub></i> + … + <i>E<sub>λ<sub>r</sub></sub></i>
es directa, es decir: <i>E<sub>λ<sub>i</sub></sub></i> ∩
<i>E<sub>λ<sub>j</sub></sub></i> = {<b>0</b>} si <i>i</i> ≠ <i>j</i>.\n\n
    </string>
    <string name="tvMat_Alg_T7_Subtitulo3">3. Diagonalización de
matrices\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T7_Apartado3_1">· Problema de la
```

```
diagonalización de matrices\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T7_Contenido3_1">Dada una matriz cuadrada
<i>A</i>:\n\n
    \t - ¿Cómo sabemos que <i>A</i> es diagonalizable?\n\n
    \t - Si es diagonalizable, ¿cómo encontramos la matriz diagonal
<i>D</i> y la matriz regular <i>P</i> tales que <i>P<sup>-1</sup>AP</i> =
<i>D</i>?\n
    </string>
    <string name="tvMat_Alg_T7_Apartado3_2">· Criterio de
diagonalización\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T7_Contenido3_2">Sea <i>A</i> una matriz
cuadrada de orden <i>n</i> y {<i>λ<sub>i</sub></i>, …,
<i>λ<sub>r</sub></i>} los valores propios de la matriz, entonces <i>A</i>
es <b>diagonalizable</b> si y sólo si se verifica:\n\n
    \t - <i>o</i>(<i>λ<sub>1</sub></i>) + <i>o</i>(<i>λ<sub>2</sub></i>)
+ … + <i>o</i>(<i>λ<sub>r</sub></i>) = <i>n</i>.\n\n
        \t - dim(<i>E<sub>λ<sub>i</sub></sub></i>) =
<i>o</i>(<i>λ<sub>i</sub></i>) para todo <i>i</i> = 1, 2, …,
<i>r</i>.\n\n
        Como consecuencia:\n\n
        Si <i>A</i> es una matriz cuadrada de orden <i>n</i> y tiene
<i>n</i> valores propios distintos entonces es diagonalizable.\n
    </string>
    <string name="tvMat_Alg_T7_Apartado3_3">· Pasos para determinar si
<i>A</i> es diagonalizable\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T7_Contenido3_3">Para determinar si una
matriz cuadrada <i>A</i> de orden <i>n</i> es diagonalizable:\n\n
        \t - Se calcula el polinomio característico
<i>p<sub>A</sub></i>(<i>λ</i>).\n\n
        \t - Se descompone el polinomio característico en factores,
obteniendo los valores propios <i>λ<sub>1</sub></i>, …,
<i>λ<sub>r</sub></i> y se calculan sus órdenes
<i>o</i>(<i>λ<sub>1</sub></i>), …, <i>o</i>(<i>λ<sub>r</sub></i>).\n\n
        \t   Si <i>o</i>(<i>λ<sub>1</sub></i>) + … +
<i>o</i>(<i>λ<sub>r</sub></i>) \u003C <i>n</i> entonces la matriz NO es
diagonalizable aplicando el primer apartado del criterio de
diagonalización.\n\n
        \t   En otro caso se continua con el paso siguiente.\n\n
        \t - Se calculan las dimensiones de los subespacios propios:\n\n
        \t   dim(<i>E<sub>λ<sub>i</sub></sub></i>) = <i>n</i> -
<i>rang</i>(<i>A - λ<sub>i</sub>I</i>).\n\n
        \t   Si para algún <i>i</i> dim(<i>E<sub>λ<sub>i</sub></sub></i>)
≠ <i>o</i>(<i>λ<sub>i</sub></i>), entonces la matriz NO es diagonalizable
aplicando el segundo apartado del criterio de diagonalización.\n\n
        \t   En otro caso la matriz <i>A</i> es diagonalizable.\n\n
    </string>
    <string name="tvMat_Alg_T7_Apartado3_4">· Pasos para encontrar las
matrices <i>P</i> y <i>D</i>\n\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T7_Contenido3_4">Si <i>A</i> es
diagonalizable para encontrar las matrices <i>P</i> y <i>D</i> tales que
<i>D</i> es diagonal y <i>P<sup>-1</sup>AP</i> = <i>D</i> consideramos
que:\n\n
    \t - Los elementos de la diagonal de <i>D</i> son los valores propios
de la matruz repetidos las veces que indica su orden.\n\n
        \t - Se obtienen bases 𝓑<i>i</i> de los subespacios propios
<i>E<sub>λ<sub>i</sub></sub></i>.\n\n
        \t - La matriz <i>P</i> tiene como columnas las coordenadas de
los vectores de las bases 𝓑<i>i</i> de <i>E<sub>λ<sub>i</sub></sub></i>
colocados en un orden acorde al de los valores propios en la diagonal de
<i>D</i>.\n\n
        A continuación se muestra un ejemplo:\n\n
        Calcula si la matriz <i>A</i> descrita más abajo es
diagonalizable y en tal caso, encuentra las matrices <i>P</i> y
```

```
<i>D</i>.\n
    </string>
    //mathv
    <string name="tvMat_Alg_T7_Apartado3_5">\n· Propiedades\n\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T7_Contenido3_5">\t - Si <i>A</i> es una
matriz <b>simétrica</b>, es decir, <i>A</i> = <i>A<sup>t</sup></i>,
entonces es diagonalizable.\n\n
    \t - Si <i>A</i> es una matriz triangular entonces sus valores
propios son los elementos de la diagonal principal.\n\n
        \t - Si <i>λ</i> es un valor propio de <i>A</i> entonces
<i>λ<sup>n</sup></i> es un valor propio de <i>A<sup>n</sup></i> para todo
<i>n</i> ∈ ℕ.\n
    </string>
    <string name="tvMat_Alg_T7_Subtitulo4">4. Aplicaciones de la
diagonalización de matrices\n\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T7_Apartado4_1">· Potencias <i>k</i>-ésimas
de matrices diagonalizables\n\n</string>
    <string name="tvMat_Alg_T7_Contenido4_1">Si <i>A</i> es una matriz
diagonalizable sabemos que <i>P</i> es una matriz invertible y <i>D</i>
es una matriz diagonal tales que <i>A</i> = <i>PDP<sup>-1</sup></i>.
Entonces si <i>k</i> es un número natural:\n\n
        \t - <i>A<sup>k</sup></i> = (<i>PDP<sup>-
1</sup></i>)<sup><i>k</i></sup>\n\n
        \t   = (<i>PDP<sup>-1</sup></i>)(<i>PDP<sup>-
1</sup></i>)…(<i>PDP<sup>-1</sup></i>)\n\n
        \t   = <i>PD</i>(<i>P<sup>-1</sup>P</i>)<i>D</i>(<i>P<sup>-
1</sup>P</i>)…(<i>P<sup>-1</sup>P</i>)<i>DP<sup>-1</sup></i>\n\n
        \t   = <i>PDIDI...IDP<sup>-1</sup></i>\n\n
        \t   = <i>PD<sup>k</sup>P<sup>-1</sup></i>\n\n
        Se calculan las potencias de <i>A</i> a través de las potencias
de <i>D</i> que se calculan elevando a esta potencia los elementos de su
diagonal.\n\n
        A continuación un ejemplo:\n\n
        Encuentra una fórmula para hallar las potencias k-ésimas de la
matriz:\n
    </string>
    //mathv
</resources>
```

7. BIBLIOGRAFÍA

ANDROID. *Android Developers. Actividades.* (https://developer.android.com/guide/components/activities.html?hl=ES) [Consulta: 10 de septiembre de 2019]

CAPILLA ROMÁ, M. (2018) *Apuntes de Matemáticas I* [Material de aula]. Matemáticas I, Universidad Politécnica de Valencia, Valencia.

CARREÑO, A., GIMENO, M., SANABRIA, E. Y SIXTO, D. (2019). "Claves para dinamizar una asignatura básica de matemáticas, utilizando materiales disponibles en la web." en Congreso IN-RED 2019. Valencia

COLL ALIAGA, C. [et.al.], (1999). *Apuntes de la asignatura Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería: Cálculo*. Valencia: Servicio de Publicaciones de la UPV.

GOOGLE. *Documentación para desarrolladores de Apps*. (https://developer.android.com/docs) [Consulta: 10 de septiembre de 2019]

MARÍN MOLINA, J. [et.al.], (2012). *Álgebra lineal*. Valencia: Editorial Universitat Politècnica

NORMAS APA. *¿Cómo referenciar las clases del profesor en normas APA? (https://normasapa.co/como-referenciar-las-clases-del-profesor-en-normas-apa/)* [Consulta: 12 de septiembre de 2019]

ORACLE CORPORATION. *Acerca de: Java*. (https://www.java.com/es/about/) [Consulta: 10 de septiembre de 2019)]

RAMÍREZ FERNÁNDEZ, ANTONIO J. [et.al.], (2002). *Apuntes de Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería: Cálculo en una variable.* Valencia: Editorial UPV.

SANABRIA, E. Y GIMENO, M. (2019). "Diseño de una App como apoyo para el aprendizaje de materias básicas en titulaciones de la rama de ingeniería – Análisis de la utilidad de la aplicación" (*PrePrint)*.

SANABRIA CODESAL, E. *Apuntes de Matemáticas I* [Material de aula]. Matemáticas I, Universidad Politécnica de Valencia, Valencia.

STEWART, J. (2012). *Multivariable Calculus, Seventh Edition*. USA: Brookes/Cole, Cengage Learning.

TECHCRUNCH. (7 de Mayo de 2019). *Kotlin is now Google's preferred language for Android app development*. (https://techcrunch.com/2019/05/07/kotlin-is-now-googles-preferred-language-for-android-app-development/) [Consulta: 10 de septiembre de 2019]

VIDEOS

Realizados por personal de la UPV (https://media.upv.es/#/portal)

- CAMACHO GARCÍA, ANDRÉS
- GIMÉNEZ VALENTÍN, MARCOS HERMINIO
- GUIRAO, ANTONIO JOSÉ
- HERRERO DEBÓN, ALICIA
- MARTÍNEZ USO, MARÍA JOSÉ
- MOLL LÓPEZ, SANTIAGO
- MONREAL MENGUAL, LLÚCIA

- RODRÍGUEZ, MARÍA JOSÉ
- TRUJILLO GUILLÉN, MACARENA

Realizados por canales de *YouTube*

- 1A CON BERNI (*https://www.youtube.com/channel/UCq5YfKN6SfUHKBoIxhnAhgQ*)
- 8CIFRAS (*https://www.youtube.com/user/8CIFRAS*)
- CANAL MISTERCINCO (*https://www.youtube.com/user/holamistercinco*)
- CLASSESAMIDA (*https://www.youtube.com/user/classesamida*)
- JULIOPROFE (https://www.youtube.com/user/julioprofe)
- KHANACADEMYESPAÑOL (*https://www.youtube.com/user/KhanAcademyEspanol*)
- LASMATEMATICAS.ES (*https://www.youtube.com/user/juanmemol*)
- MATEFACIL (*https://www.youtube.com/user/Arquimedes1075*)
- MATES CON ANDRÉS (*https://www.youtube.com/channel/UC73702acnOOmrWMzFRHe4oA*)
- UNICOOS (*https://www.youtube.com/user/davidcpv*)