



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA



Escuela Técnica Superior de Ingeniería del Diseño

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Escuela Técnica Superior de Ingeniería del Diseño

Grado en ingeniería aeroespacial

Trabajo Fin de Grado (11982)

**CREACIÓN DE UNA INTERFAZ Y DESARROLLO DE UNA
IMPLEMENTACIÓN EN MATLAB DEL MÉTODO DE LA
CURVATURA DE LAS LÍNEAS DE CORRIENTE**

Autor: Soto Gallego, Álvaro

Tutor: Galindo Lucas, José

Curso 2018-2019

Agradecimientos

Me gustaría expresar mis agradecimientos a:

Mi familia por todo el apoyo recibido, no solo a lo largo de estos cuatro años sino todas las decisiones que me han llevado hasta este punto.

José Galindo por tutorizar este trabajo, ya que sin su dedicación y guía estoy seguro de que no habría podido realizar con éxito este proyecto.

A todas las personas que han convertido estos últimos cuatro años en una experiencia inolvidable. En especial a los OGW por su amistad y compañía, sin vosotros nada habría sido igual.

A todos vosotros, muchas gracias.

Resumen

El objetivo de este proyecto es la creación de una herramienta que permita al usuario tanto definir la geometría y las condiciones del flujo de un escalonamiento como realizar su cálculo en unos pocos segundos.

En primer lugar se desarrolla una interfaz gráfica, mediante la herramienta GUIDE de Matlab, que permita definir matrices que contengan las características geométricas y de funcionamiento de una turbomáquina, así como las condiciones del flujo que la trasiega, para que puedan ser utilizadas en programas CFD.

Una vez están definidas las matrices, se desarrolla un programa CFD 2D basado en el método de la curvatura de las líneas de corriente que pueda utilizarlas como datos de entrada. Además, se realiza una validación del programa empleando modelos teóricos y comparaciones con cálculos realizados por otros programas CFD.

Abstract

The aim of this project is the creation of a tool that allows the user to define the geometry and the flow conditions of a stage, as well as its calculation in a few seconds.

Firstly, a graphical interface is developed, using the Matlab GUIDE tool, which allows to define matrices that contain the geometric and operating characteristics of a turbomachine, as well as the conditions of its flow, so that they can be used in CFD programs.

Once the matrices are defined, a 2D CFD program based on the streamline curvature method which can use them as input data is developed. In addition, a program validation is performed using theoretical models and comparisons with calculations made by other CFD programs.

Índice de contenidos

Resumen	2
Tabla de figuras	5
Nomenclatura	7
PARTE 1: MEMORIA	
1. Introducción y objetivos	10
2. Desarrollo de la interfaz gráfica	11
2.1. Herramienta GUIDE	12
2.2. Geometría de la vista meridional	13
2.3. Características de los álabes	14
2.4. Características del flujo	16
2.5. Otras funciones y ejecución del programa	17
3. Formulación de las ecuaciones	18
3.1. Introducción	18
3.2. Aceleración de una partícula de fluido	19
3.3. Fuerzas generadas por los álabes	23
3.4. Pérdidas	25
3.5. Solución formal	26
4. Implementación en Matlab	27
4.1. Iniciación del programa	27
4.2. Estructura del programa	33
4.2.1. Curve	34
4.2.2. Gradient	35
4.2.3. Velocity	35
4.2.4. Velocity Convergence	37
4.2.5. Radial	37
4.2.6. Radial Convergence	37
4.2.7. Posprocesado	37

5. Resultados	38
5.1. Turbina axial	38
5.2. Compresor axial	41
5.3. Turbina radial	44
6. Verificación del programa	48
6.1. Equilibrio radial simplificado	48
6.1.1. Equilibrio radial no simplificado	50
6.2. Comparación con Star CCM+	52
7. Conclusiones	56
PARTE 2: PRESUPUESTO	
1. Presupuesto	58
1.1. Equipo informático y licencias	58
1.2. Personal	59
1.3. Coste total	59
Bibliografía	60

Tabla de figuras

Figura 2.1. Interfaz 'Bezier' con leyenda.	12
Figura 2.2.a) Geometría meridional de una tipología radial en la interfaz 'Bezier'.	13
Figura 2.2.b) Geometría meridional de una tipología axial en la interfaz 'Bezier'.	13
Figura 2.3. Ley de ángulos beta del estator de una turbina (R-Raíz, P-Punta).	14
Figura 2.4. a) Plot 2D de θ vs m para un escalonamiento de turbina axial.	15
Figura 2.4. b) Plot 3D de θ vs m para diferentes radios de un escalonamiento de turbina axial.	15
Figura 2.5. Geometría en star CCM+ de un escalonamiento de turbina axial	16
Figura 2.6. Representación en 3D de un escalonamiento de turbina axial.	17
Figura 3.1. Superficies S1 y S2	18
Figura 3.2.a) Vectores unitarios en el plano meridional.	21
Figura 3.2.b) Vectores unitarios en la vista frontal.	21
Figura 4.1. Estructura de la malla generada por la interfaz.	27
Figura 4.2.a) Distribución radial inicial de las líneas de corriente.	29
Figura 4.2.b) Modificación de la ubicación radial de las líneas de corriente, sección de entrada.	29
Figura 4.3. Distribución radial final de las líneas de corriente.	30
Figura 4.4. Iniciación de la V_m a lo largo del plano meridional para una turbina axial.	31
Figura 4.5. Iniciación de la V_u a lo largo del plano meridional para una turbina axial.	32
Figura 4.6. Estructura de los bucles de cálculo del programa.	33
Figura 5.1. Configuración del caso con la interfaz 'Bezier', turbina axial.	39
Figura 5.2. V_m a lo largo del plano meridional, turbina axial.	40
Figura 5.3. Pendiente de las líneas de corriente a lo largo del plano meridional, turbina axial.	40
Figura 5.4. Presión absoluta a lo largo del plano meridional, turbina axial.	41

Figura 5.5. Configuración del caso con la interfaz 'Bezier', compresor axial.	42
Figura 5.6. V_m a lo largo del plano meridional, compresor axial.	43
Figura 5.7. Pendiente de las líneas de corriente a lo largo del plano meridional, compresor axial.	43
Figura 5.8. Presión absoluta a lo largo del plano meridional, compresor axial.	44
Figura 5.9. Configuración del caso con la interfaz 'Bezier', turbina radial.	46
Figura 5.10. V_m a lo largo del plano meridional, turbina radial.	47
Figura 6.1. Ángulo beta de los álabes, turbina axial con equilibrio radial simplificado.	49
Figura 6.2. V_m a lo largo del plano meridional, turbina axial con equilibrio radial simplificado.	49
Figura 6.3. Presión absoluta a lo largo del plano meridional, turbina axial con equilibrio radial simplificado	50
Figura 6.4. V_m a lo largo del plano meridional, turbina axial con equilibrio radial no simplificado.	51
Figura 6.5. Presión absoluta a lo largo del plano meridional, turbina axial con equilibrio radial no simplificado.	51
Figura 6.6. Sector de la malla generada en star CCM+ con los datos de la interfaz.	53
Figura 6.7.a) V_m a lo largo del plano meridional, turbina axial programa CFD.	54
Figura 6.7.b) V_m a lo largo del plano meridional, turbina axial star CCM+.	54
Figura 6.8.a) Pendiente de las líneas de corriente a lo largo del plano meridional, turbina axial resuelta con el programa CFD.	55
Figura 6.8.b) Pendiente de las líneas de corriente a lo largo del plano meridional, turbina axial resuelta con star CCM+.	55

Nomenclatura

C	Curvatura de una línea de corriente [rad]
CFD	Dinámica de Fluidos Computacional (Computational Fluid Dynamics)
Cp	Calor específico a presión constante [J/(kg·K)]
ct	Constante de pérdidas en el encastre [-]
ch	Constante de pérdidas en el cubo [-]
e_m	Vector unitario en la dirección meridional [-]
e_r	Vector unitario en la dirección radial [-]
e_z	Vector unitario en la dirección axial [-]
e_u	Vector unitario en la dirección tangencial [-]
e_n	Vector unitario en la dirección perpendicular a e_u y e_m [-]
e_q	Vector unitario en la dirección de flecha (sweep) del álabe [-]
e_e	Vector unitario en la dirección de diedro (lean) del álabe [-]
e_s	Vector unitario en la dirección del flujo [-]
e_b	Vector unitario en la dirección de la resultante de las fuerzas generadas por el álabe [-]
F_m	Componente en la dirección meridional de la fuerza [m/s]
F_n	Componente en la dirección normal a la superficie del álabe de la fuerza [m/s]
h	Entalpía [J]
ho	Entalpía de parada [J]
i	Indexación de la ubicación axial[-]
j	Indexación de la línea de corriente [-]
M	Número total de celdas en la dirección axial por cada línea de corriente [-]

m	Coordenada meridional [m]
\dot{m}_t	Gasto másico total
\dot{m}_s	Gasto másico por tubo de corriente
\dot{m}_f	Fracción de masa [-]
N	Número total de líneas de corriente [-]
p	Presión [Pa]
p_o	Presión de parada [Pa]
R	Constante del gas [J/(kg·K)]
s	Entropía [J/K]
T	Temperatura [K]
T_o	Temperatura de parada [K]
V_u	Componente tangencial de la velocidad [m/s]
V_r	Componente tangencial de la velocidad [m/s]
V_z	Componente tangencial de la velocidad [m/s]
V_m	Componente tangencial de la velocidad [m/s]
V	Velocidad total [m/s]
γ	Coefficiente de dilatación adiabática [-]
ρ	Densidad [Kg/ m ³]
θ	Variación del ángulo beta del álabe [rad]
ψ	Ángulo de flecha de los álabes (Sweep angle) [rad]
ϕ	Ángulo del flujo respecto a la coordenada axial [rad]
β	Ángulo del flujo respecto a la coordenada meridional [rad]
ϵ	Ángulo de diedro de los álabes (Lean angle) [rad]

PARTE 1

MEMORIA

1. Introducción y objetivos

El método de la curvatura de las líneas de corriente es utilizado en el proceso de diseño después de que se haya completado un primer análisis del flujo medio y antes de que se implemente un método tridimensional más completo, ya que la resolución de estos sigue siendo un proceso muy exigente y costoso.

Este trabajo se basa en un proyecto anterior [1] cuyo objetivo era incluir el método de la curvatura de las líneas de corriente en cursos intermedios de diseño de turbomáquinas mediante el desarrollo de las ecuaciones que rigen el flujo en detalle y un programa en el lenguaje de programación Matlab para resolverlas. Sin embargo, el código presentado en la tesis solo representaba una geometría y condiciones de flujo particulares haciendo complicado variar estas en caso de que se quieran analizar otras condiciones. Además, ninguno de los casos resueltos en ella contiene una región con álabes en su interior o geometrías que no sean puramente axiales.

Es por eso que el objetivo de este trabajo es la creación en una interfaz que permita al usuario definir y modificar fácilmente la geometría de la vista meridional y los álabes de una turbomáquina, de forma similar a lo que se logra con programas como BladeGen de ANSYS para después importar esos datos a un programa de cálculo. Además, permitirá al usuario definir y modificar las condiciones del flujo necesarias para inicializar el programa CFD desarrollado en este trabajo.

Con una herramienta que permite definir todos los datos de entrada necesarios para el programa, se procede a continuar el desarrollo del programa CFD de forma que sea capaz de aceptar los datos generados por la interfaz para cualquier tipo de tipología y resolver escalonamientos con álabes tanto de turbina como de compresor.

Finalmente, se muestran los resultados obtenidos para diversas configuraciones y se realiza la validación del programa aplicando equilibrio radial, así como importando la geometría generada por la interfaz a star CCM+ para comparar los resultados.

De esta forma, con la realización de este trabajo se intenta conseguir una herramienta que permita reducir la tarea de definir un caso sencillo y realizar su cálculo a unos pocos minutos, de forma que pueda ser utilizada tanto en aplicaciones de diseño como didácticas.

2. Desarrollo de la interfaz gráfica

En este apartado se presentan los múltiples subsistemas que componen la aplicación responsable de generar los datos de entrada del programa CFD, al mismo tiempo que se da una explicación del funcionamiento interno del código y cuales son sus posibilidades y limitaciones a la hora de definir las condiciones de un caso.

2.1. Herramienta GUIDE

GUIDE es un entorno de programación virtual disponible en MATLAB para realizar y ejecutar programas que necesiten ingreso continuo de datos. Esta herramienta facilita la creación de interfaces gráficas sencillas que mediante múltiples elementos, tales como sliders, cuadros de texto editable o checkboxes, permiten crear variables y datos que pueden ser utilizados dentro del propio programa GUIDE o ser almacenados para su uso en otro programa [3].

De esta forma, el programa creado para este proyecto utiliza los datos de entrada generados por el usuario para representar en una serie de gráficas de la propia interfaz la geometría de la vista meridional, así como la geometría y posición de los álabes. Mientras que al mismo tiempo se generan de forma interna las matrices de datos necesarias para el programa CFD y se envían todos los resultados a un programa secundario que representa la geometría final en 3D.

Una aplicación GUIDE consta de dos archivos: *.m* y *.fig*. El archivo *.m* es el que contiene el código con las correspondencias de los botones de control de la interfaz y el archivo *.fig* contiene los elementos gráficos. Cada vez que se agregue un nuevo elemento en la interfaz gráfica, se genera automáticamente código base en el archivo *.m* que necesitamos editar tanto si deseamos poder acceder a sus datos de entrada o modificar su valor.

A la hora de trabajar con múltiples entradas de datos al mismo tiempo en una aplicación GUIDE es muy importante crear una función encargada de almacenar todas las diferentes entradas de datos de la interfaz ya que por defecto no existe comunicación entre ellas. La función encargada de esta tarea es `gatherAndUpdate`, la cual es ejecutada cada vez que se modifican los datos de entrada o se navega en alguno de los menús de la interfaz.

Una vez recogidos todos los datos, se agrupan en la estructura `gatheredData` y se utilizan como entrada a las tres funciones encargadas de generar las matrices de datos y representar los resultados en las diversas gráficas de la interfaz: `updateAxes`, `updateAxes2` y `updateAxes3`.

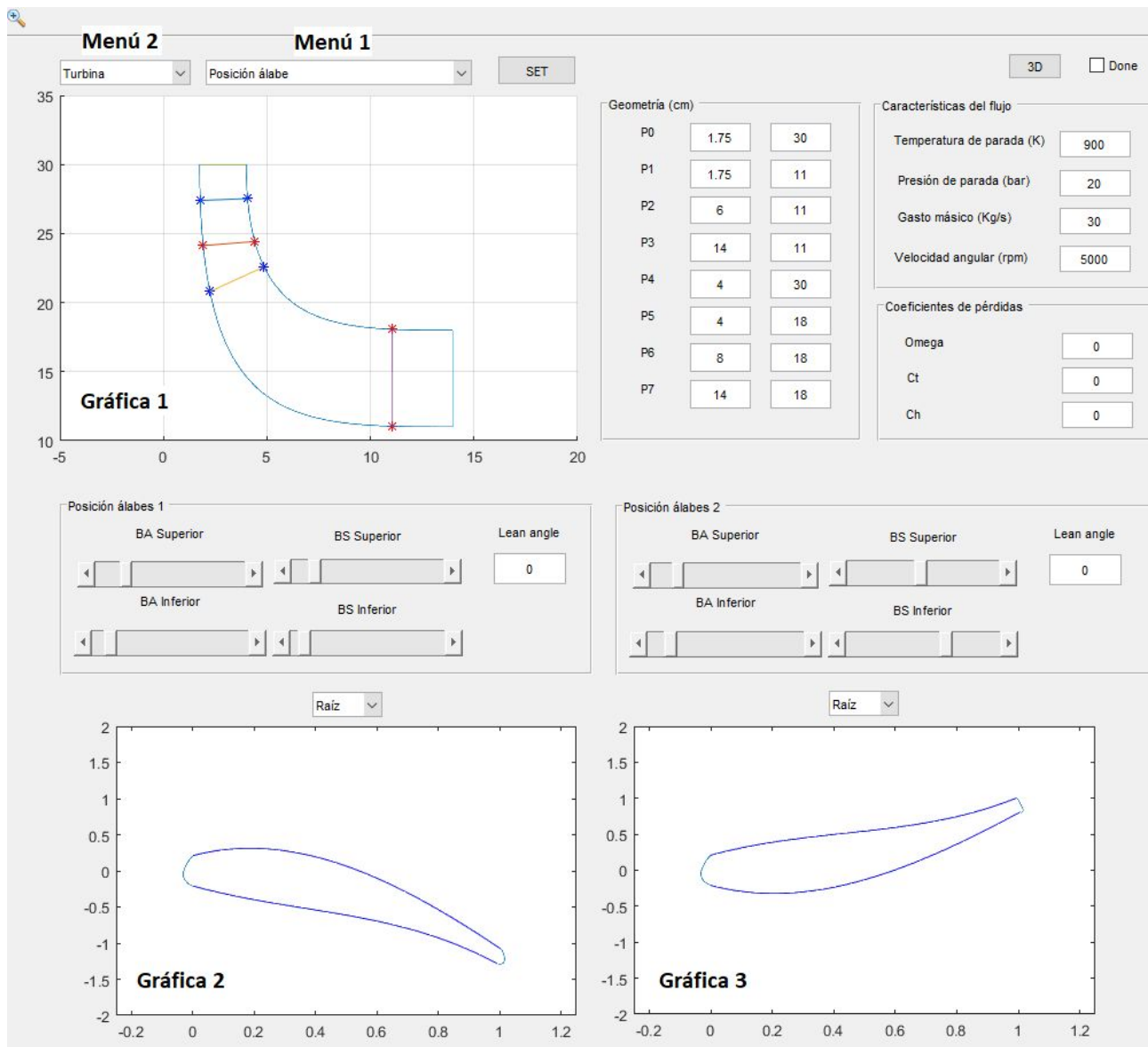


Figura 2.1. Interfaz 'Bezier' con leyenda.

En la figura 2.1 se muestra una imagen de la interfaz 'Bezier' en la que se pueden observar, además de algunas de las diversas herramientas de las que dispone GUIDE para introducir datos de entrada mencionadas anteriormente, tres gráficas y dos menús que componen el núcleo del programa.

El menú 2 sirve para indicar si el escalonamiento que se está definiendo es una turbina o un compresor de forma que se asigne correctamente la velocidad angular al álabes correspondiente, mientras que el menú 1 sirve para elegir la variable que se quiere definir.

Lo que se representa en la gráfica 1 está marcado por la opción que se tenga seleccionada en el menú 1 y es la gráfica utilizada tanto para definir/visualizar las características de la geometría meridional como para definir la geometría de los álabes, la cual es visualizada en las gráficas 2 y 3.

2.2. Geometría de la vista meridional

La primera opción del menú 1 es 'Geometría vista meridional' y se utiliza para representar una serie de puntos en la gráfica 1 que, tomando como eje de rotación el eje x pasando por $y = 0$, representan la vista meridional del escalonamiento.

Mientras esta opción está seleccionada es posible modificar la posición de los 8 puntos que la definen de forma manual introduciendo los datos en los cuadros de texto adecuados del panel 'Geometría (cm)' de la interfaz gráfica o haciendo click izquierdo y arrastrando los puntos hasta la posición deseada dentro de la gráfica. Sin embargo, si se hiciera de esta manera es necesario confirmar el movimiento haciendo click izquierdo en el botón 'SET' para que se ejecute de nuevo la representación de datos y la posición actual de los puntos se actualice en el panel.

Cada uno de los dos grupos de 4 puntos son utilizados para definir el cubo y la envolvente de la turbomáquina mediante una curva de Bezier. Este método de descripción matemática de las curvas se ha utilizado en múltiples apartados del programa ya que como la curva está completamente contenida en la envolvente convexa de los puntos de control, dichos puntos pueden ser visualizados gráficamente sobre el área de trabajo y usados para manipular la curva de una forma muy intuitiva. Por otro lado, los puntos P0 y P4 son conectados mediante una recta que marca el inlet del volumen de control utilizado posteriormente en los programas CFD, mientras que los puntos P3 y P7 marcan el outlet.

Si bien el programa CFD en el que se basa este proyecto solamente resuelve casos en los que la geometría del escalonamiento es axial, el adaptarlo para que permitiera tipologías radiales fue uno de los objetivos principales. Es por ello que la interfaz gráfica del programa permite definir cualquier tipología de turbomáquina que pueda ser representada con las curvas de Bezier, tal y como se puede ver en la figuras 2.2.a) y 2.2.b).

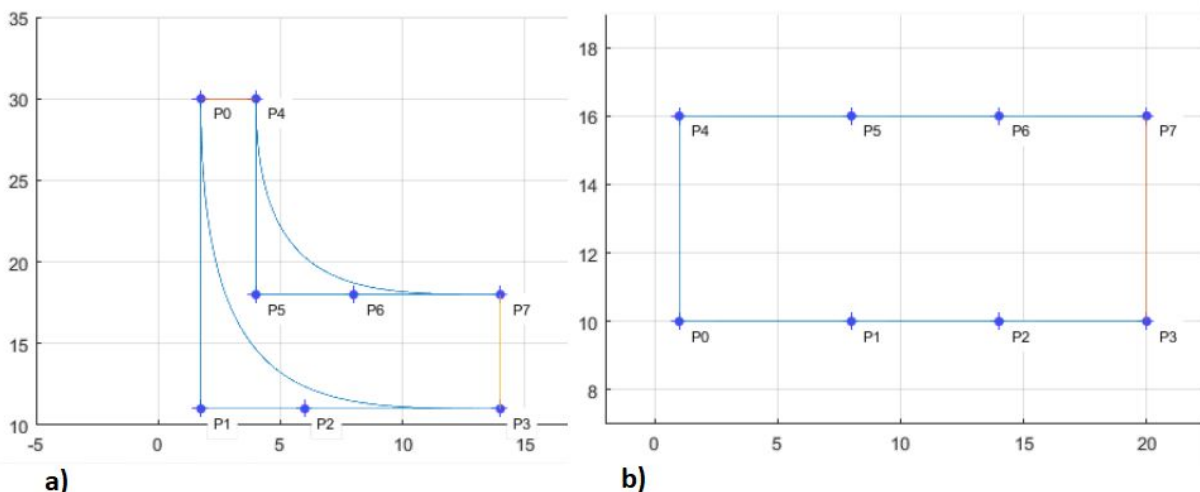


Figura 2.2.a) Geometría meridional de una tipología radial en la interfaz 'Bezier'.

Figura 2.2.b) Geometría meridional de una tipología axial en la interfaz 'Bezier'.

Cada vez que se modifica la posición de alguno de los puntos de forma interna se generan las **matrices 'r' y 'z'**, las cuales definen la posición de cada una de las estaciones de cálculo utilizadas en el programa CFD desarrollado. Las matrices tienen una dimensión de 50x100 por lo que generan una malla estructurada 2D de 5000 celdas, lo que no supone una gran carga computacional para generarlas o utilizarlas en el programa CFD y permite completar los cálculos en pocos segundos.

2.3. Características de los álabes

Una vez se tiene definida la geometría de la vista meridional, la segunda opción del menú permite representar en ella la posición de los álabes de la estación, mientras que las otras cuatro sirven para definir la ley de ángulos y de espesor de cada uno de los dos álabes del escalonamiento.

Tanto la ley de espesor como la ley de ángulos de los álabes se definen mediante cuatro puntos controlables que se generan en la gráfica 1 y forman una curva de bésier similar a la utilizada para definir la geometría meridional. Los puntos 1 y 4 pueden variar su posición en el eje 'y', pero tienen fijas sus posiciones en el eje 'x' ya que definen el rango [0 - 1] del álabe, mientras que los tiradores (Puntos 2 y 3) tienen ambos grados de libertad.

Es posible además definir una curva diferente para la punta y raíz de cada uno de los álabes que luego son unidas mediante una interpolación lineal para generar álabes con una ley de torsión determinada. Además, mediante los menús situados en la parte superior de las gráficas 2 y 3 es posible cambiar entre la vista de la raíz o la punta para cada álabe.

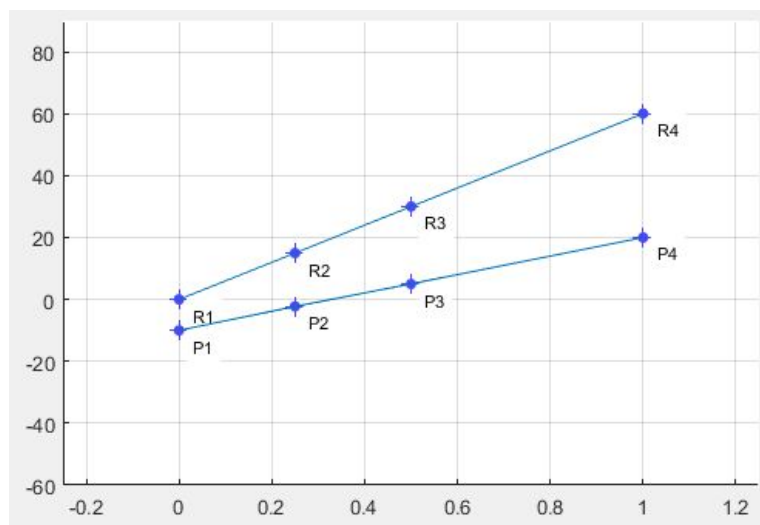


Figura 2.3. Ley de ángulos beta del estator de una turbina (R-Raíz, P-Punta).

Mediante los sliders que se encuentran en los paneles llamados 'Posición álabes' es posible controlar la posición de cada uno de los cuatro puntos la definen para cada álabe, cómo se puede ver en la figura 2.1. Los posibles movimientos de cada punto están limitados por el rango de valores del slider de forma que los álabes no se puedan superponer entre ellos o intercambiar posiciones ya que el menú 2 ya ha asignado cual es el álabe móvil/estático.

Además de definir la posición, cuando se ejecuta la opción segunda opción después de haber definido las características geométricas de los álabes mediante las otras 4 opciones del menú 1, se crean las matrices necesarias para el programa CFD.

La **matriz 'rel_f'** contiene la información relativa al ángulo beta de los álabes que ha sido impuesto por el usuario anteriormente. Dentro de la matriz 50x100 que componen todas las estaciones de cálculo, en las celdas que se encuentran en el interior de uno de los álabes tiene el valor de beta correspondiente en radianes mientras que en todas las demás es nula.

Una vez creadas las matrices 'r' y 'z', que definen la geometría meridional, y la matriz 'rel_f' es posible definir, para diferentes radios, **curvas 2D de la coordenada meridional (m) y la variación del ángulo beta** a lo largo de esta (θ). Estas curvas, además de ser necesarias para realizar cálculos dentro de la propia interfaz y el programa CFD desarrollado, pueden ser importadas en formato .csv a otros programas CFD tales como Fluent o star CCM de forma que la geometría del escalonamiento estaría definida al realizar una operación de loft con ellas como se puede ver en las figuras 2.4.b) y 2.5.

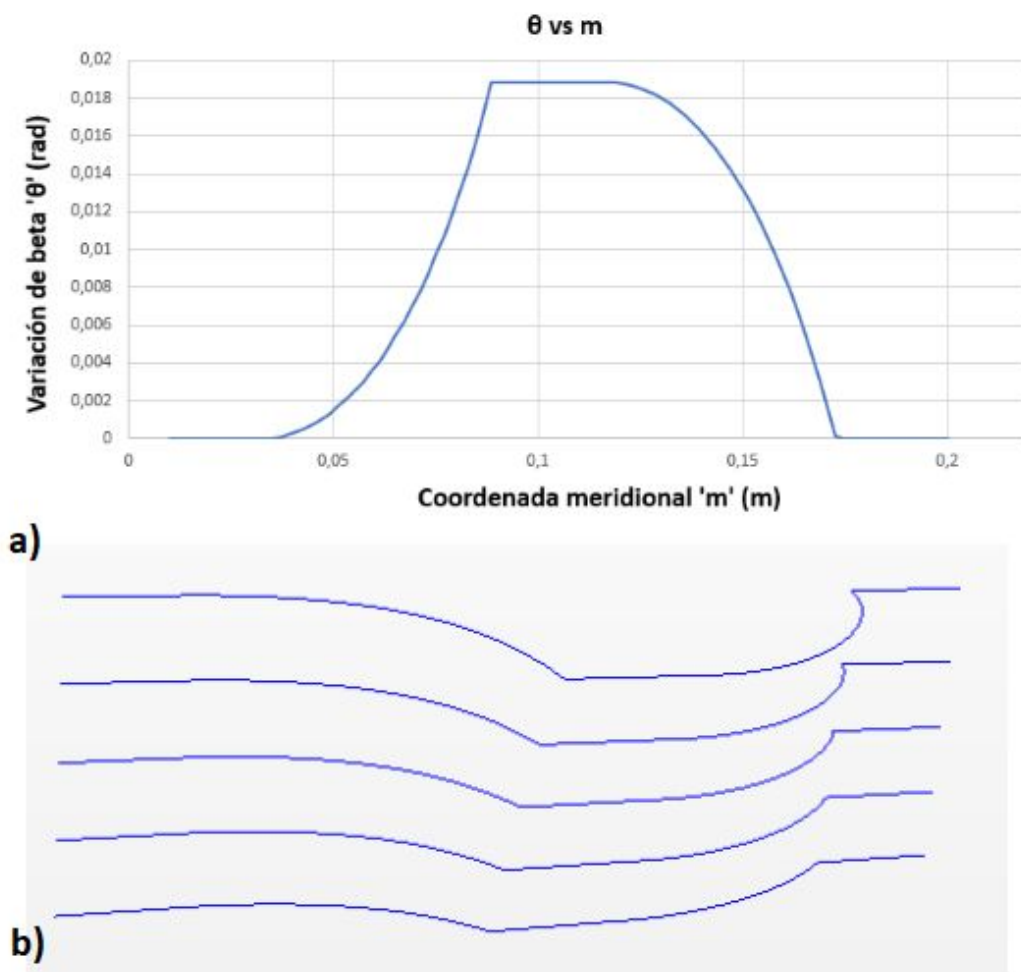


Figura 2.4. a) Plot 2D de θ vs m para un escalonamiento de turbina axial.

Figura 2.4. b) Plot 3D de θ vs m para diferentes radios de un escalonamiento de turbina axial.

La **matriz 'epsilon'** contiene la información relativa al ángulo de diedro de los álabes (lean angle), el cual es calculado para cada coordenada axial (z) como la arcotangente de la variación de θ respecto a la coordenada radial, sin bien la interfaz permite al usuario imponer una inclinación adicional o reducir la existente. Por ello, cuando los álabes tienen una ley de ángulos distinta en el cubo que en el encastre, se genera una inclinación respecto al eje de rotación, como se ve en la figura 2.5.

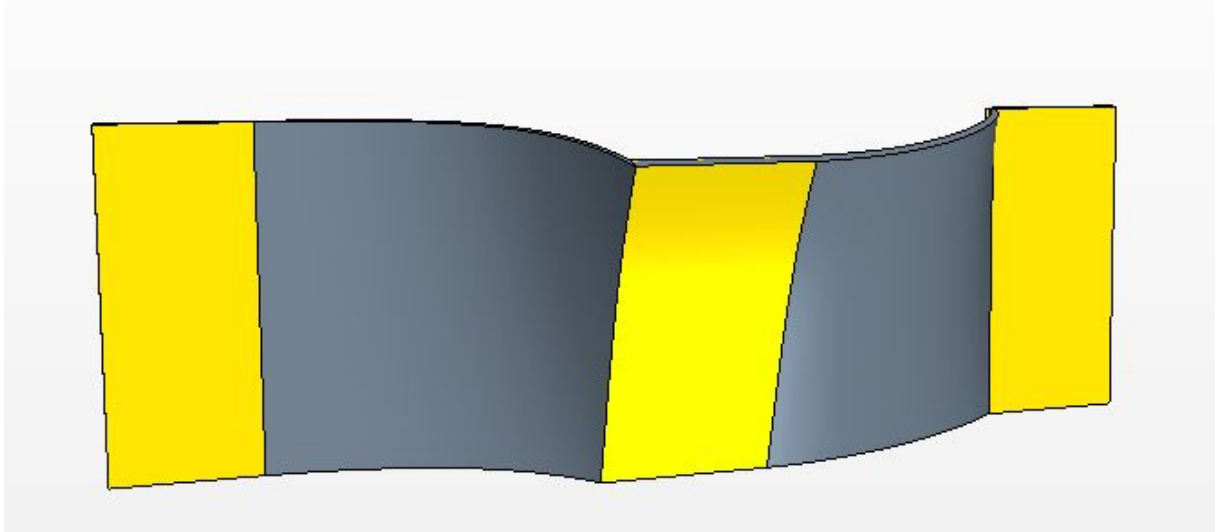


Figura 2.5. Geometría en star CCM+ de un escalonamiento de turbina axial.

Finalmente, la **matriz 'psi'** contiene la información relativa al ángulo de flecha de los álabes (Sweep angle), el cual se calcula en los borde de ataque/salida para después interpolar entre ellos para asignar el valor correspondiente a todas las celdas en las que hay álabes.

2.4. Características del flujo

En la parte superior derecha de la interfaz se encuentra el panel 'Características del flujo', el cual permite introducir las condiciones de contorno a la entrada del volumen de control utilizadas en el programa CFD desarrollado en este proyecto, y el panel 'Coeficientes de pérdidas', el cual permite al usuario modificar los términos utilizados para modelar las pérdidas anulares mediante el método de Boyer en el programa CFD. [5]

Las condiciones del flujo en el inlet que se deben aportar para inicializar el programa CFD son: la temperatura de parada (K), la presión de parada (bar), el gasto másico (kg/s) y el régimen de giro (rpm).

A diferencia de los datos de entrada obtenidos en los apartados anteriores, estos datos no son necesarios para definir al escalonamiento y dependen del modelo de cálculo que se vaya a utilizar para resolver el caso. Es por ello que en caso de utilizar la interfaz con el objetivo de generar una geometría para importarla a otro programa CFD, no es necesario modificar estos paneles.

2.5. Otras funciones y ejecución del programa

Una vez se han introducido todos los datos relativos a la geometría de la turbomáquina, es posible visualizar una simple representación en 3D del producto final haciendo click en el botón '3D' que se encuentra en la parte superior derecha de la interfaz, como se ve en la figura 2.1.

La vista en 3D aparece en una gráfica externa a las 3 presentes en la interfaz 'Bezier' dado que es generada por otro programa GUIDE denominado 'Axes', el cual, mediante el uso de variables globales, utiliza los datos relativos a la geometría del escalonamiento obtenidos anteriormente.

Como se puede ver en la figura 2.6, tanto el cubo como el perfil de los álabes en la raíz están representados con el color rojo, mientras que el encastre y los perfiles en la punta en color azul para facilitar la interpretación al usuario.

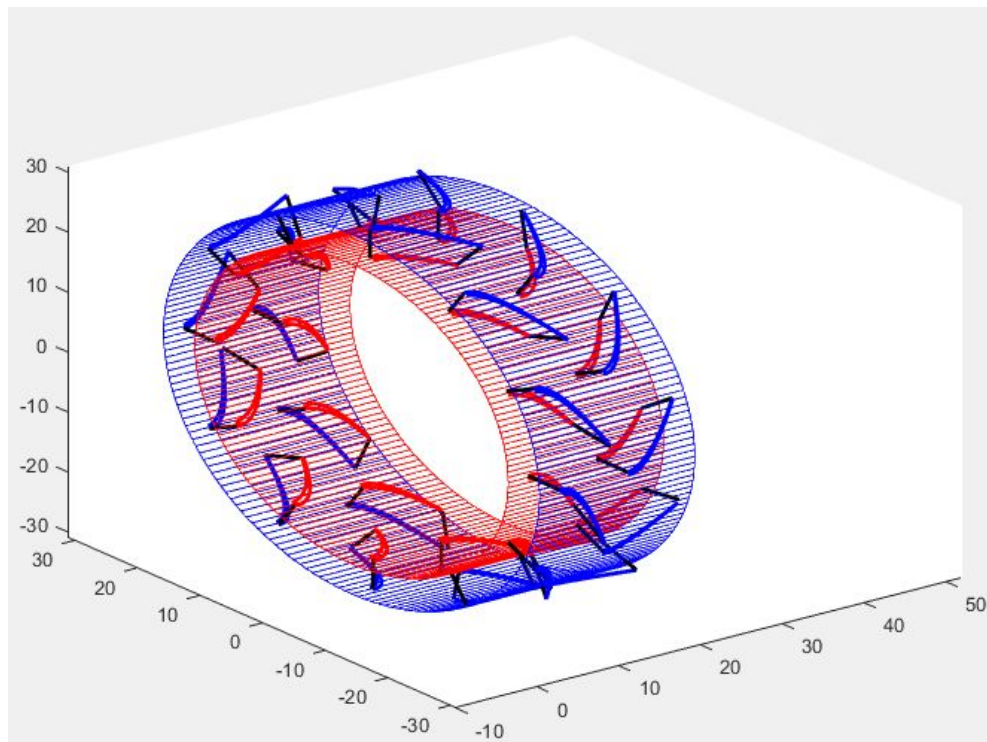


Figura 2.6. Representación en 3D de un escalonamiento de turbina axial.

El que la ejecución de la interfaz y el programa de cálculo fuera rápida y simple era uno de los factores más condicionantes del proyecto, está es otra de las razones por las que se optó por realizar la interfaz gráfica mediante GUIDE ya que para ejecutar la interfaz gráfica simplemente es necesario escribir su nombre en la ventana de comandos o ejecutar el archivo *.m*.

Además, dado que el programa CFD también se encuentra implementado en Matlab, en la parte superior derecha de la interfaz se encuentra el botón 'Done' que permite ejecutar el programa CFD directamente desde ella una vez se han introducido los datos necesarios.

3. Formulación de las ecuaciones

En este capítulo se desarrollan las ecuaciones que gobiernan el método de la curvatura de las líneas de corriente. La derivación de los términos de la aceleración de las partículas de fluido sigue la de Cumpsty [6], mientras que el desarrollo de las fuerzas generadas por los álabes sigue el trabajo de Grabowska y Kavanaugh [7].

3.1. Introducción

En 1951, cuando el cálculo computacional no estaba al alcance de los investigadores, C. H. Wu publicó el primer artículo que describe el método de la curvatura de las líneas de corriente con la intención de que este método algún día fuera implementado en algún lenguaje de programación para hacer los tediosos cálculos.

Wu organizó el análisis mediante la introducción de lo que se denota como superficies S1 y S2 de un canal de flujo en una turbomáquina, nomenclatura que se encuentra muy extendida hoy en día y se puede ver representada en la figura 3.1.

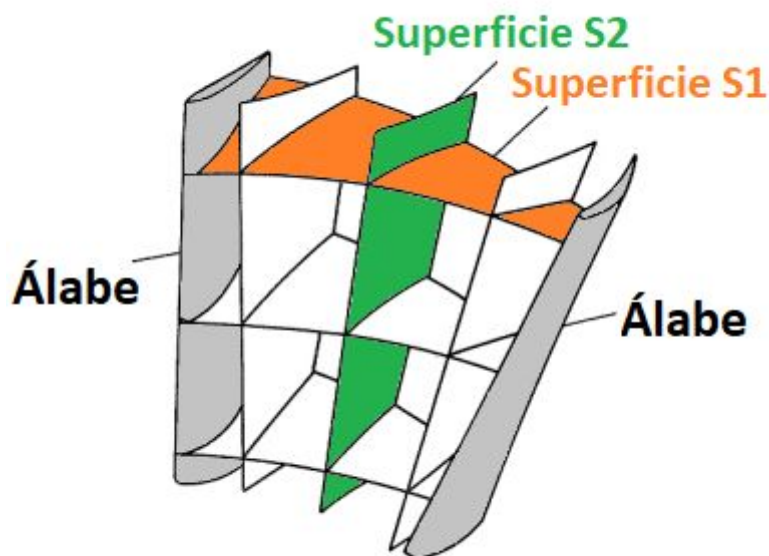


Figura 3.1. Superficies S1 y S2.

El modelo desarrollado en este programa se basa en las variaciones de las líneas de corriente a lo largo de la superficies S2, la cual construye el espacio entre álabes (corte en el plano axial-radial).

3.2. Aceleración de una partícula de fluido

La aceleración de una partícula de fluido está determinada por la siguiente expresión:

$$a = \frac{\partial V}{\partial t} + V \cdot \nabla V \quad (3.1)$$

En ella se puede observar que cuando el flujo es estacionario el primer término es nulo, mientras que el segundo término representa la aceleración espacial del flujo.

El flujo en turbomáquinas se representa mejor en coordenadas cilíndricas, para las cuales el operador gradiente a utilizar es:

$$\nabla = e_r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{e_u}{r} \frac{\partial}{\partial u} + e_z \frac{\partial}{\partial z} \quad (3.2)$$

Por otro lado, cuando se trabaja en el plano meridional, las componentes radial y axial de la velocidad suelen combinarse para definir la velocidad meridional, por lo que el vector velocidad total quedaría definido como la suma de las componentes meridional y tangencial:

$$V_m = V_m e_m = V_r e_r + V_z e_z \quad (3.3)$$

$$V = V_m e_m + V_u e_u \quad (3.4)$$

La derivada direccional en la dirección de e_m es:

$$e_m \cdot \nabla = \frac{\partial}{\partial m} = (e_m \cdot e_r) \frac{\partial}{\partial r} + (e_m \cdot e_z) \frac{\partial}{\partial z} \quad (3.5)$$

Dado que el término en la dirección tangencial es nulo, los vectores e_m y e_u son ortogonales. Denominando como ϕ al ángulo formado entre las direcciones definidas por los vectores e_m y e_z , la ecuación 3.5 se puede reescribir como:

$$\frac{\partial}{\partial m} = \sin(\phi) \frac{\partial}{\partial r} + \cos(\phi) \frac{\partial}{\partial z} \quad (3.6)$$

Mientras que el operador gradiente puede ser expresado como:

$$\nabla = e_m \frac{\partial}{\partial m} + \frac{e_u}{r} \frac{\partial}{\partial u} \quad (3.7)$$

La aceleración de una partícula de fluido pasa ahora a expresarse como:

$$a = (V_m e_m + V_u e_u) \cdot \left(e_m \frac{\partial}{\partial m} + \frac{e_u}{r} \frac{\partial}{\partial u} \right) (V_m e_m + V_u e_u) \quad (3.8)$$

Operando y teniendo en cuenta las siguientes relaciones:

$$\frac{\partial e_m}{\partial m} = -\frac{e_n}{C} \quad \frac{\partial e_m}{\partial u} = 0 \quad \frac{\partial e_u}{\partial m} = 0 \quad \frac{\partial e_u}{\partial u} = -e_r$$

Donde el parámetro C es el radio de curvatura de una línea de corriente en el plano meridional, el cual se toma como positivo cuando la línea de flujo es cóncava respecto al eje z, y la dirección del vector unitario e_n es perpendicular a la dirección del vector e_m en el plano meridional.

La expresión de la aceleración se reduce a :

$$a = e_m V_m \frac{\partial V_m}{\partial m} - e_n \frac{V_m^2}{C} + e_u V_m \frac{\partial V_u}{\partial m} - e_r \frac{V_u^2}{r} \quad (3.9)$$

Una vez definida la ecuación general, tal y como se ilustra en la figura 3.2.a), se considera una dirección especificada por el vector unitario e_q en el plano meridional, el cual está inclinado un determinado ángulo ψ respecto a la dirección radial. El ángulo ψ es el ángulo de flecha del álabe en el borde de ataque y se considera positivo para una flecha hacia la dirección z positiva, mientras que el ángulo entre la dirección e_q y la dirección meridional es $\pi / 2 - (\psi + \phi)$. Por lo tanto, la componente de la aceleración en la dirección e_q es:

$$a_q = \sin(\psi + \phi) V_m \frac{\partial V_m}{\partial m} - \cos(\psi + \phi) \frac{V_m^2}{C} - \cos(\psi) \frac{V_u^2}{r} \quad (3.10)$$

A continuación, se define el vector unitario e_t en la dirección normal a e_q en el plano meridional, por lo que la componente de la aceleración en esta dirección está dada por:

$$a_t = \cos(\psi + \phi) V_m \frac{\partial V_m}{\partial m} + \sin(\psi + \phi) \frac{V_m^2}{C} - \sin(\psi) \frac{V_u^2}{r} \quad (3.11)$$

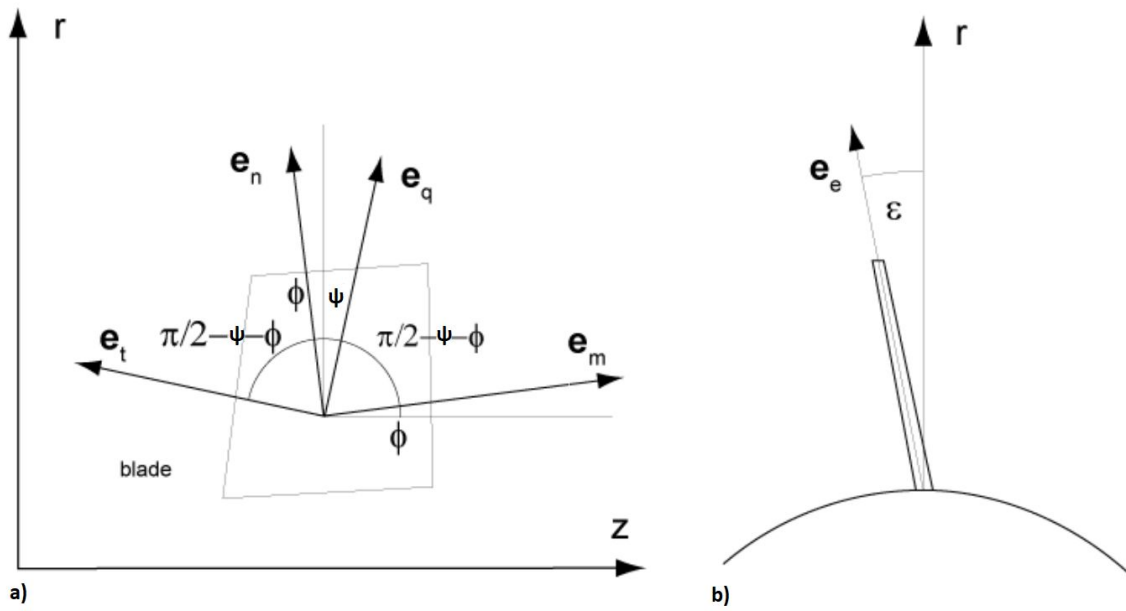


Figura 3.2.a) Vectores unitarios en el plano meridional.

Figura 3.2.b) Vectores unitarios en la vista frontal.

Finalmente, la componente de aceleración en la dirección tangencial se puede escribir como:

$$a_u = V_m \frac{\partial V_u}{\partial m} \quad (3.12)$$

Si los álabes se encuentran inclinados un ángulo ϵ con respecto a la dirección meridional en la dirección opuesta a la tangencial, las componentes de aceleración a_q y a_u pueden usarse para construir nuevas componentes que se encuentran en el plano que define la superficie del álabe. La transformación a este plano es equivalente a una rotación de la superficie alrededor del eje que define el vector unitario e_t . Siendo e_e el vector unitario obtenido al girar e_q un ángulo ϵ en el sentido contrario a las agujas del reloj, la componente de la aceleración en la dirección de e_e es:

$$a_e = \cos(\epsilon) a_q - \sin(\epsilon) a_u \quad (3.13)$$

La ecuación de Euler para un flujo no viscoso ahora se puede escribir como:

$$a = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{F}{\rho} \quad (3.14)$$

La componente de esta ecuación en la dirección e_e es:

$$a_e = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial e} + F_e \quad (3.15)$$

Mientras que su componente en la dirección e_q se expresa como:

$$a_q = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial q} + F_q \quad (3.16)$$

El término de presión en el lado derecho de las ecuaciones 3.15 y 3.16 se puede modificar mediante el uso de la relación Tds:

$$T \frac{\partial s}{\partial q} = \frac{\partial h}{\partial q} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial q} \quad (3.17)$$

Desde la definición de entalpía de parada:

$$h_0 = h + \frac{1}{2} (V_m^2 + V_u^2) \quad (3.18)$$

Diferenciando se llega a la siguiente expresión:

$$\frac{\partial h}{\partial q} = \frac{\partial h_0}{\partial q} - V_m \frac{\partial V_m}{\partial q} - V_u \frac{\partial V_u}{\partial q} \quad (3.18)$$

Sustituyendola en la expresión del coeficiente de presión, ecuación 3.17:

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial q} = T \frac{\partial s}{\partial q} - \frac{\partial h_0}{\partial q} + V_m \frac{\partial V_m}{\partial q} + V_u \frac{\partial V_u}{\partial q} \quad (3.19)$$

Finalmente, reemplazando los términos de la ecuación 3.16 con los obtenidos en la expresión 3.19, se llega a la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} \sin(\psi + \phi) V_m \frac{\partial V_m}{\partial m} - \cos(\psi + \phi) \frac{V_m^2}{C} - V_m \frac{\partial V_m}{\partial q} = T \frac{\partial s}{\partial q} - \frac{\partial h_0}{\partial q} + \cos(\psi) \\ \frac{V_u^2}{r} + V_u \frac{\partial V_u}{\partial q} + \frac{\partial F_q}{\rho} \end{aligned} \quad (3.20)$$

Dado que $q = \frac{r}{\cos(\gamma)}$, los términos relacionados con la velocidad tangencial a la derecha de la ecuación 3.20 pueden ser simplificados, siendo la expresión resultante la siguiente:

$$\frac{\partial V_m^2}{\partial q} + A(q) V_m^2 = B(q) \quad (3.21)$$

Donde las funciones $A(q)$ y $B(q)$ tienen las siguientes expresiones:

$$A(q) = 2 \left[-\frac{\cos(\psi + \phi)}{C} - \frac{\sin(\psi + \phi)}{V_m} \frac{\partial V_m}{\partial m} \right] \quad (3.22)$$

$$B(q) = 2 \left[\frac{\partial h_0}{\partial q} - T \frac{\partial s}{\partial q} - \frac{1}{2q^2} \frac{\partial}{\partial q} (q^2 V_u^2) - \frac{F_q}{\rho} \right] \quad (3.23)$$

Resolver la ecuación 3.21 es el objetivo del método de la curvatura de las líneas de corriente. Sin embargo aún quedan ciertos términos por definir, así como plantear la estrategia de resolución.

3.3. Fuerzas de los álabes

El desarrollo de las fuerzas generadas por los álabes que se utiliza en este método fue dado por Grabowska y Kavanagh [7], el cual se basa en realizar un promedio de éstas a lo largo de la dirección tangencial en las zonas con álabes.

El vector unitario en la dirección normal es necesario para establecer la relación entre las fuerzas generadas en dirección normal al álabe y sus componentes en la dirección tangencial y el plano meridional. Este vector es obtenido definiendo en primer lugar el vector unitario en la dirección del flujo como:

$$e_s = \cos(\beta) e_m + \sin(\beta) e_u \quad (3.24)$$

Donde β es el ángulo local del flujo respecto a la dirección meridional, el cual se considera tangencial a los álabes.

La relación entre los vectores unitarios que definen el sweep y inclinación de los álabes es:

$$e_e = \cos(\varepsilon) e_q - \sin(\varepsilon) e_u \quad (3.25)$$

Y, dado que el vector e_q puede definirse mediante la siguiente expresión:

$$e_q = \cos(\psi + \phi) e_n + \sin(\psi + \phi) e_m \quad (3.26)$$

Sustituyendo en la ecuación 3.25, la expresión resultante es:

$$e_e = \cos(\varepsilon) \cos(\psi + \phi) e_n - \sin(\varepsilon) e_u + \cos(\varepsilon) \sin(\psi + \phi) e_m \quad (3.27)$$

Finalmente, el vector unitario normal al álabe se puede obtener realizando el producto vectorial entre los vectores unitarios e_s y e_e :

$$e_b = e_s \times e_e = (\sin(\beta) \cos(\varepsilon) \sin(\psi + \phi) + \cos(\beta) \sin(\varepsilon)) e_n + \cos(\beta) \cos(\varepsilon) \cos(\psi + \phi) e_u + \sin(\beta) \cos(\varepsilon) \cos(\psi + \phi) e_m \quad (3.28)$$

Las componentes de las fuerzas generadas se pueden definir ahora de la siguiente manera:

$$F_n = - F_p [\sin(\beta) \cos(\varepsilon) \sin(\psi + \phi) + \cos(\beta) \sin(\varepsilon)] \quad (3.29)$$

$$F_u = F_p [\cos(\beta) \cos(\varepsilon) \cos(\psi + \phi)] \quad (3.30)$$

$$F_m = - F_p [\sin(\beta) \cos(\varepsilon) \cos(\psi + \phi)] \quad (3.31)$$

La componente en la dirección tangencial se puede obtener desde la variación de momento en la dirección meridional:

$$F_u = \frac{V_m}{r} \frac{\partial (r V_m \tan(\beta))}{\partial m} \quad (3.32)$$

Por otro lado, F_p se puede definir con la siguiente expresión:

$$F_p = \frac{V_m [\sin(\beta) \cos(\varepsilon) \sin(\psi + \phi) + \cos(\beta) \sin(\varepsilon)]}{r [\cos(\beta) \cos(\varepsilon) \cos(\psi + \phi)]} \frac{\partial (r V_m \tan(\beta))}{\partial m} \quad (3.33)$$

Esta expresión es utilizada para encontrar los valores de las componentes normal y meridional a partir de las ecuaciones 3.29 y 3.31 para finalmente sustituirlas en la siguiente expresión de F_p :

$$F_p = \cos(\psi + \phi) F_n + \sin(\psi + \phi) F_m \quad (3.34)$$

La cual se sustituye en la función $B(q)$, ecuación 3.23, para resolver el método de la curvatura de las líneas de corriente.

3.3. Pérdidas

A la hora de modelar las pérdidas en una turbomáquina, estas son separadas en función de la zona en la que se generan, siendo las pérdidas más relevantes las generadas por los perfiles de los álabes, pérdidas anulares, flujos secundarios y fugas. Sin embargo este estudio está restringido a pérdidas anulares, siendo posible implementar el resto en un trabajo posterior.

El método de Boyer [5] se utiliza para calcular las pérdidas de presión de parada a lo largo de las paredes del anular. Para ello se supone que la distribución del coeficiente de pérdida de presión de parada en la dirección radial varía de acuerdo a la siguiente función:

$$\hat{w} = \hat{w}_m c_t \left(2 \frac{r - r_h}{r_t - r_h} - 1 \right)^3 \quad r_h < r < r_m$$
$$\hat{w} = \hat{w}_m c_h \left(1 - 2 \frac{r - r_h}{r_t - r_h} \right)^3 \quad r_m < r < r_c \quad (3.35)$$

El coeficiente \hat{w} , es una función de la posición radial, lo que significa que las pérdidas se pueden ajustar a las cantidades prescritas en el cubo y la carcasa ajustando las constantes, \hat{w}_m , c_t y c_h .

Una vez determinado el coeficiente de pérdida, este puede usarse para calcular la pérdida de presión de parada mediante la siguiente relación:

$$\Delta p_0(r, z) = \frac{1}{2} p(r, z) V^2(r, z) \hat{w}(r) \quad (3.36)$$

El cambio de entropía de una posición axial a la siguiente a lo largo de una línea de corriente puede calcularse a partir de las pérdidas de presión de parada calculadas de la siguiente forma:

$$\Delta s = R \left[\frac{\gamma}{\gamma - 1} \ln\left(\frac{T_{02}}{T_{01}}\right) - \ln\left(\frac{p_{02}}{p_{01}}\right) \right] \quad (3.37)$$

Este modelo proporciona una estimación de cómo cambia la entropía en la dirección radial, lo cual es un requerimiento en la ecuación de equilibrio radial. Sin embargo, no se está considerando el crecimiento de la capa límite ya que se supone que las pérdidas anulares son independientes de la coordenada axial.

3.4. Solución formal.

La estrategia de resolución del método de la curvatura de las líneas de corriente se basa en encontrar la solución a la ecuación 3.21 en el radio medio y determinar su distribución radial a partir de ella mediante métodos numéricos. Como esta ecuación es una ecuación diferencial lineal con coeficientes variables, su solución se obtiene mediante el uso de un factor integrador o mediante la variación de parámetros.

En primer lugar, el parámetro V_m^2 es reemplazado por V de forma que la solución homogénea de la ecuación 3.21 pasa a ser:

$$V_h = C e^{-\int A(q) dq} \quad (3.38)$$

Para obtener la solución particular, se asume que la solución tiene la siguiente forma:

$$V_p = H(q) e^{-\int A(x) dx} \quad (3.39)$$

Al sustituirla en la ecuación y reordenando parámetros se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{\partial V_p}{\partial q} + A(q) V_p = \frac{\partial H}{\partial q} e^{-\int_{q_0}^q A(q') dq'} \quad (3.40)$$

La cual, al compararla con la ecuación 3.21, indica que:

$$B(q) = \frac{\partial H}{\partial q} e^{-\int_{q_0}^q A(q') dq'} \quad (3.41)$$

Despejar el término $\frac{\partial H}{\partial q}$ e integrar lleva a la siguiente expresión para la función $H(q)$ de la solución particular, ecuación 3.39:

$$H(q) = \int_{q_0}^q B(q') e^{-\int_{q_0}^{q'} A(q'') dq''} dq' \quad (3.42)$$

Por lo que la solución completa en la variable original pasa a ser:

$$V_m^2(q) = V_m^2 e^{-\int_{q_0}^q A(q') dq'} + e^{-\int_{q_0}^q A(q') dq'} \int_{q_0}^q B(q') e^{-\int_{q_0}^{q'} A(q'') dq''} dq' \quad (3.43)$$

4. Implementación en Matlab

Una vez introducidas las diferentes variables necesarias para la ejecución del programa generadas por la interfaz y el desarrollo de las ecuaciones en las que se basa el método de la curvatura de las líneas de corriente y su método de resolución, en este apartado se abordará cómo se han implementado en el lenguaje de programación Matlab.

4.1. Iniciación del programa

Dentro del archivo .m 'Main', el cual contiene la estructura principal del programa, lo primero que hace el programa antes de iniciar los bucles de cálculo es recibir la información relativa a la geometría del escalonamiento y las condiciones iniciales del flujo mediante el uso de variables globales. Estas, salvo ciertos valores, son matrices de las mismas dimensiones que las matrices r y z que definen la geometría meridional, ya que para cada estación de cálculo que definen existe un valor de ángulo beta, espesor del álabe, etc...

Tal y como se puede ver en la figura 4.1, N es el número de líneas de corriente que el programa va a calcular y M es el número de estaciones de cálculo en la dirección axial por cada línea de corriente. Por lo tanto, cada estación de cálculo tiene dos índices, una indexación j entre 1 y N y una indexación i entre 1 y M .

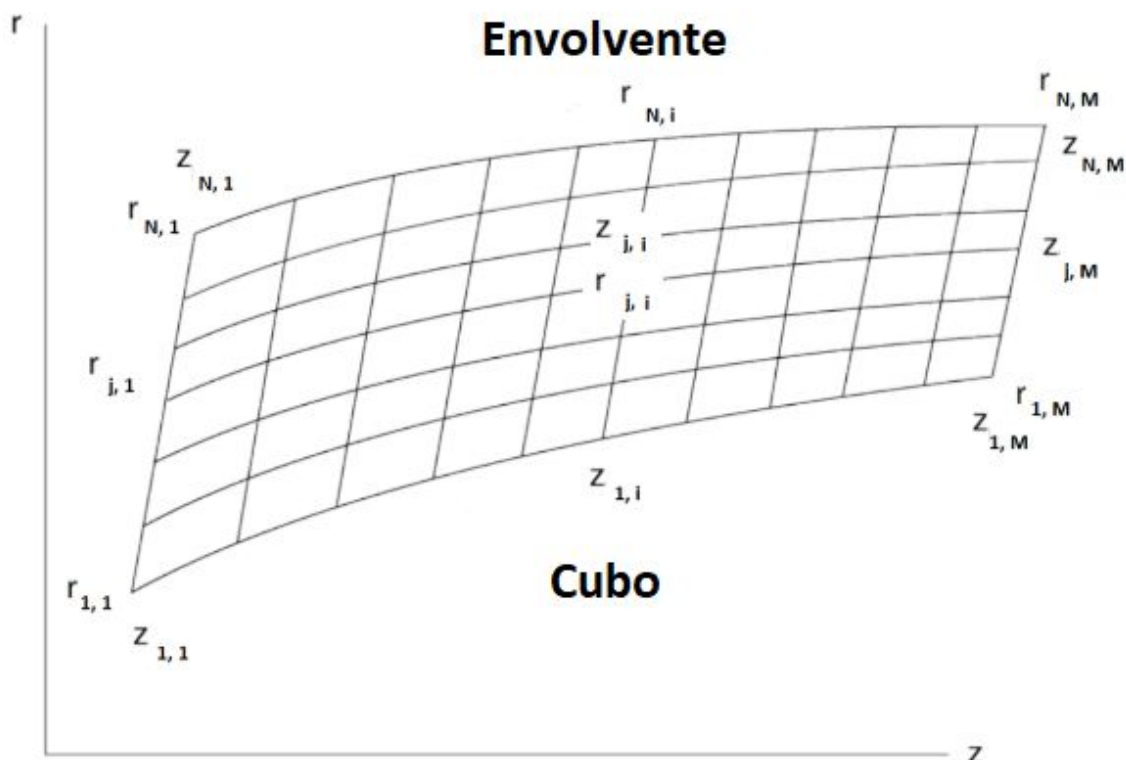


Figura 4.1. Estructura de la malla generada por la interfaz.

Durante la iniciación del programa se considera que la velocidad tangencial es nula en las estaciones que componen la entrada del volumen de control, por lo que la integración de la ecuación de equilibrio radial simplificada deja una constante de integración que está determinada por el caudal másico. La integración numérica se lleva a cabo resolviendo la ecuación 4.1 desde la línea de corriente media hasta el cubo y la ecuación 4.2 desde la línea de corriente media hasta la envolvente:

$$V_m^2(j, 1) = V_m^2(j-1, 1) - \frac{r(j, 1) - r(j-1, 1)}{2} \left[\frac{1}{r^2(j-1, 1)} \left(\frac{\partial(r V_u)^2}{\partial r} \right)_{(j-1, 1)} + \frac{1}{r^2(j, 1)} \left(\frac{\partial(r V_u)^2}{\partial r} \right)_{(j, 1)} \right] \quad (4.1)$$

$$V_m^2(j, 1) = V_m^2(j+1, 1) - \frac{r(j, 1) - r(j+1, 1)}{2} \left[\frac{1}{r^2(j+1, 1)} \left(\frac{\partial(r V_u)^2}{\partial r} \right)_{(j+1, 1)} + \frac{1}{r^2(j, 1)} \left(\frac{\partial(r V_u)^2}{\partial r} \right)_{(j, 1)} \right] \quad (4.2)$$

Lo siguiente que realiza el programa es el cálculo del flujo másico que debe circular entre cada línea de corriente y la nueva posición de la coordenada radial para que entre cada línea de corriente definida circule el mismo gasto másico. Es por ello que, a partir del caudal másico total (\dot{m}_t), el caudal másico que circula por cada tubo de flujo formado por el volumen entre dos líneas de corriente (\dot{m}_s) es calculado:

$$\dot{m}_s = \frac{\dot{m}_t}{N - 1} \quad (4.3)$$

La fracción de masa (\dot{m}_f), es la fracción del flujo desde el cubo hasta cada línea de corriente, por lo que tiene un valor de 0 para las estaciones (1,i) y de 1 para las estaciones (N,i). Esta fracción se calcula a lo largo de toda la geometría de forma que permanezca constante a lo largo de cada una de las líneas de corriente.

$$\dot{m}_f(j, i) = \frac{\dot{m}_s}{\dot{m}_t} + \dot{m}_f(j-1, i) \quad (4.4)$$

Con las fracciones de masa ahora conocidas, las estimaciones iniciales de las ubicaciones radiales de las líneas de corriente se determinan a partir de la ecuación 4.5 aplicada a la entrada o salida del volumen de control en función de cuál de ellas sea axial, en el caso de que sea la entrada:

$$r(j, 1) = \sqrt{\frac{\dot{m}_s}{\pi \rho V_m(j, 1)} + r^2(j-1, 1)} \quad (4.5)$$

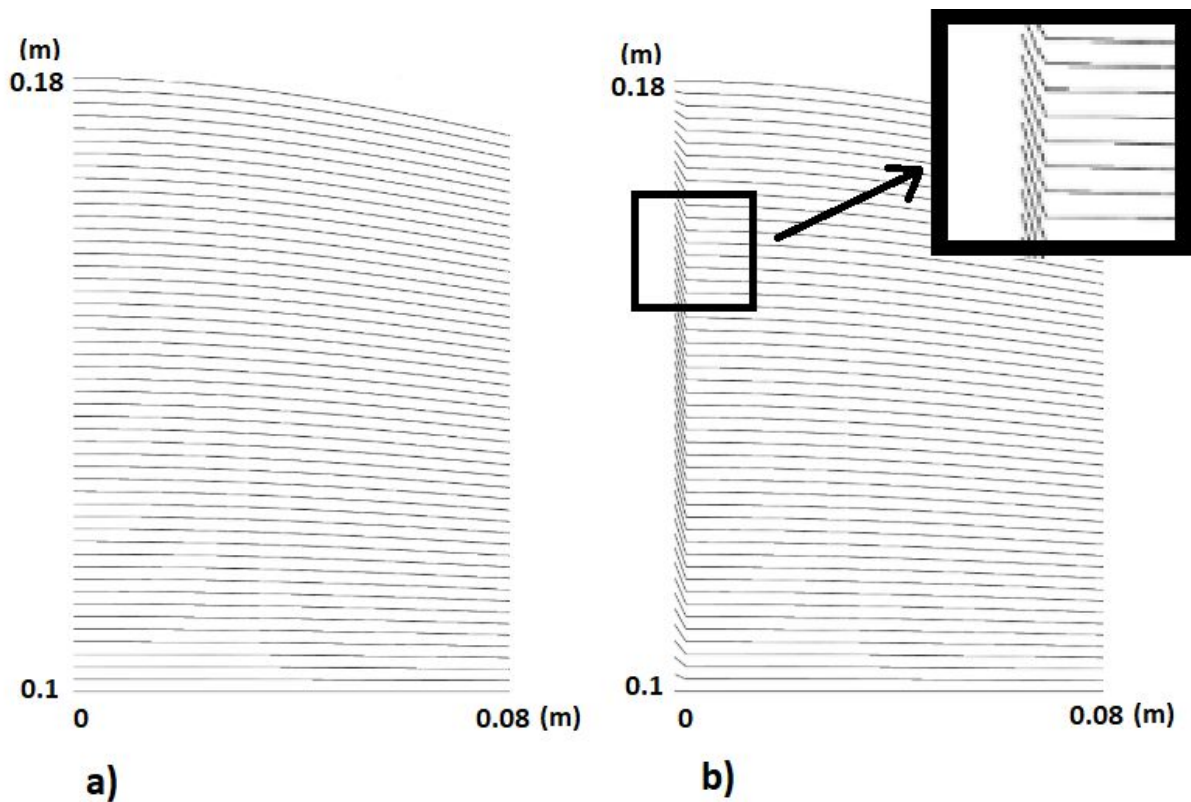


Figura 4.2.a) Distribución radial inicial de las líneas de corriente.

Figura 4.2.b) Modificación de la ubicación radial de las líneas de corriente, sección de entrada.

Cabe mencionar que, dado que el número de Mach para el que el programa está diseñado es bajo, dada la ausencia de modelo de turbulencia o formación de ondas de choque, la densidad utilizada para inicializar el programa en los bucles representados por las ecuaciones 4.5 y 4.7 es la obtenida en la sección de entrada gracias a los datos aportados por la interfaz.

Finalmente, para estimar las ubicaciones de la línea de corriente abajo, la relación de distancias entre líneas de corriente calculada anteriormente se extiende en la dirección axial, en el caso de que sea haya calculado en la sección de entrada entrada:

$$r_{(j, i)} = \frac{r_{(j, 1)} - r_{(1, 1)}}{r_{(N, 1)} - r_{(1, 1)}} (r_{(j, 1)} - r_{(1, 1)}) + r_{(i, 1)} \quad (4.6)$$

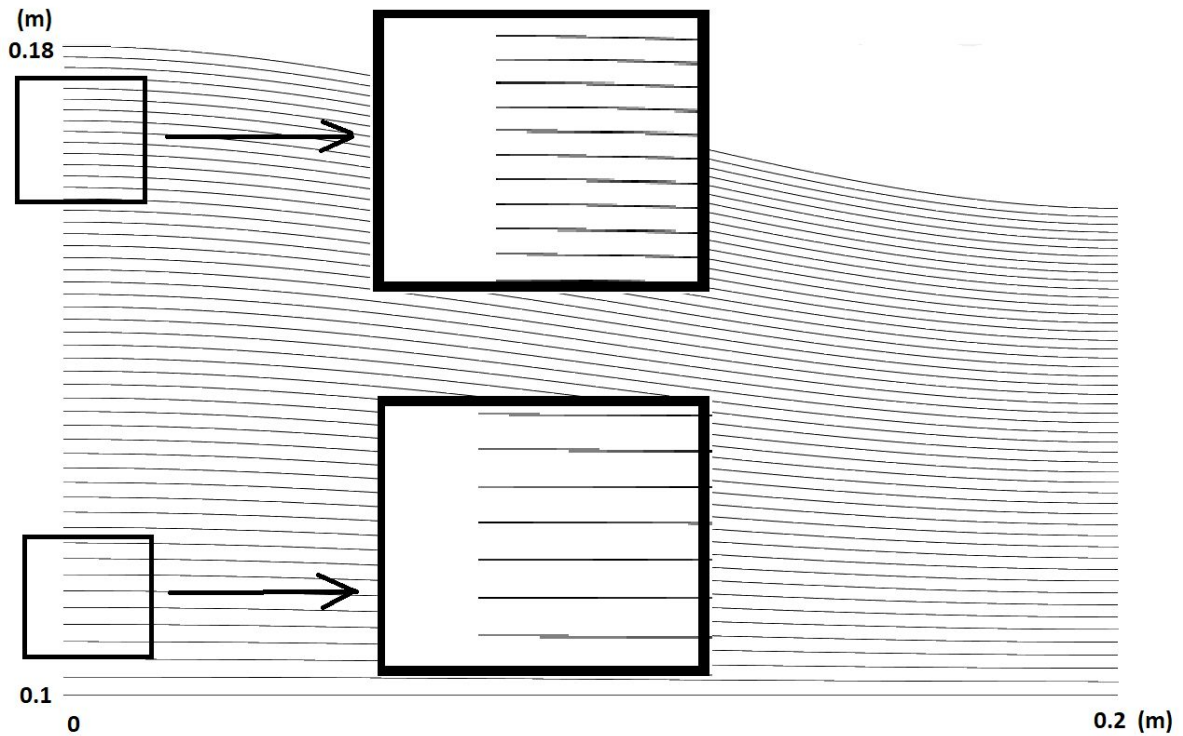


Figura 4.3. Distribución radial final de las líneas de corriente.

De forma de en el plano meridional la distancia entre dos líneas de corriente se reduzca a medida que aumenta el radio, ya que el área del tubo de flujo generado por ellas debe permanecer constante para circule el mismo gasto másico por todas las celdas de una misma ubicación axial.

Una vez se han determinado las nuevas ubicaciones radiales de las líneas de corriente, el valor de la velocidad meridional en la línea de corriente media para cada ubicación axial se obtiene mediante el balance de masa global y se le asigna a todas las estaciones de cálculo de un misma indexación i :

$$V_{m(1:N, i)} = \frac{\dot{m}_t}{\pi \rho (r_{(N, i)}^2 - r_{(1, i)}^2 + 2 r_{(1, 1)} (z_{(N, i)} - z_{(1, i)}))} \quad (4.7)$$

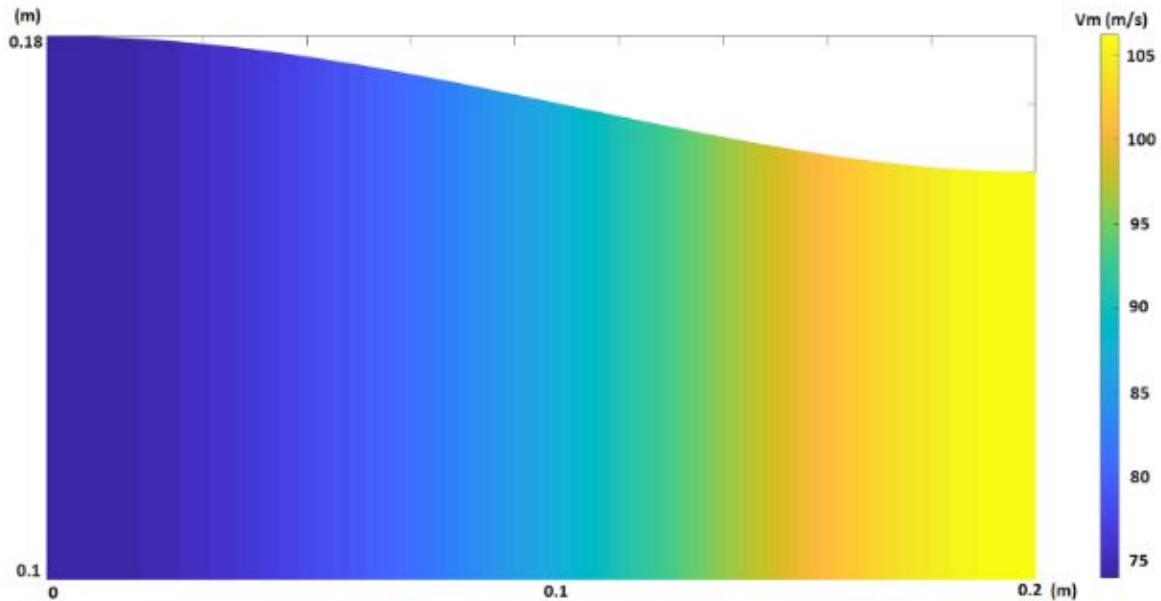


Figura 4.4. Iniciación de la V_m a lo largo del plano meridional.

Al obtener ahora una estimación de la velocidad meridional y conociendo tanto la geometría de los álabes como el régimen de giro, se calcula la velocidad tangencial a lo largo de todas las celdas.

En el caso de que se trate de una celda con álabes se utiliza la ecuación 4.8, la cual está compuesta por un término dependiente de la velocidad meridional y el ángulo de flujo relativo, y otro término dependiente del radio y del régimen de giro.

$$V_{u(j,i)} = V_{m(j,i)} \beta_{(j,i)} + r_{(j,i)} \omega_{(j,i)} \quad (4.8)$$

En caso contrario se aplica la conservación del momento, definida por la ecuación 4.9:

$$V_{u(j,i)} = \frac{r_{(j,i-1)}}{r_{(j,i)}} V_{u(j,i-1)} \quad (4.9)$$

En la figura 4.5 se muestra la aplicación de este bucle para el caso de una turbina axial con velocidad tangencial nula en la sección de entrada y un régimen de giro de 7000 rpm:

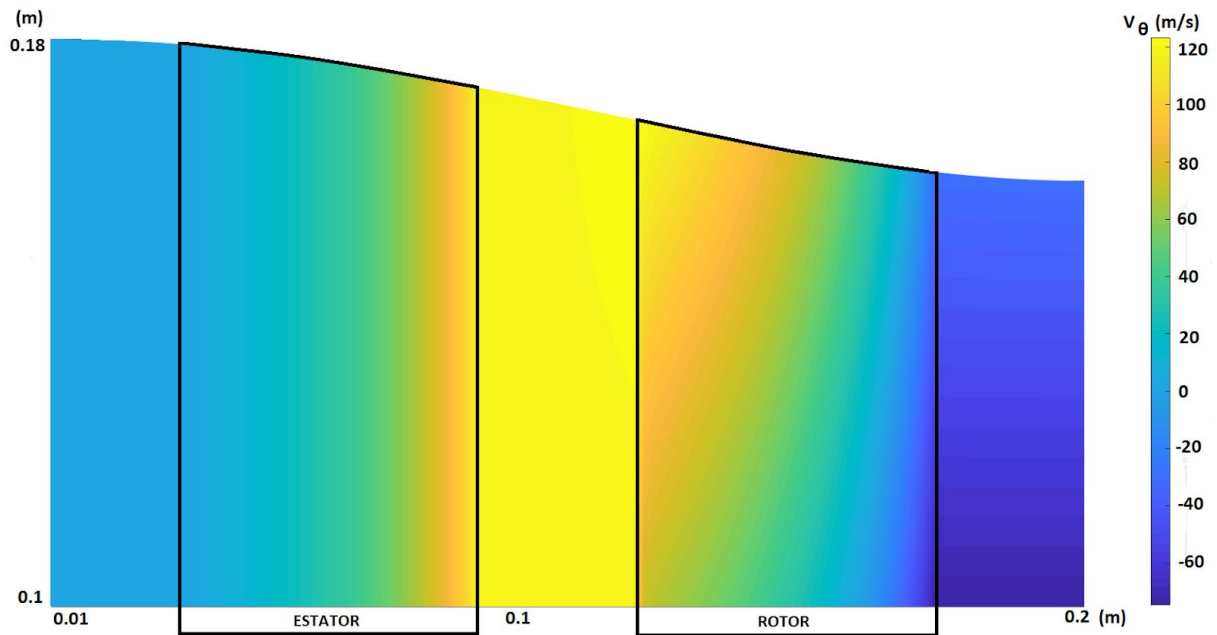


Figura 4.5. Iniciación de la V_u a lo largo del plano meridional para una turbina axial.

Una vez conocidas tanto la velocidad meridional como la tangencial, se calcula la velocidad total aplicando la ecuación 3.4 a todas las estaciones de cálculo. Con ella, junto con las condiciones de parada y la ley de gas ideal, se determinan las matrices que contienen las condiciones de temperatura, entalpía, presión y densidad para todas las estaciones de cálculo.

Por último, cabe mencionar que al usar métodos numéricos para resolver ecuaciones, el alcanzar una solución cercana a la esperada del modelo se ve facilitado por el uso de factores de relajación y criterios de convergencia adecuados.

En el caso de este programa, los factores de relajación se aplican al ajustar la velocidad meridional de la línea de corriente media para satisfacer la continuidad de la masa y cuando se calculan las nuevas ubicaciones radiales de las líneas de corriente. Para asegurar la convergencia y hacer que esto no suceda en muchas iteraciones, el factor de relajación utilizado es 0,2.

Respecto a los criterios de convergencia, en este programa se considera que una variable ha convergido cuando su valor no varía más del 0,1% de su valor en la última iteración, si bien esto puede ser modificado por el usuario si lo desea ya que se encuentra en las primeras líneas de código del archivo 'Main'.

4.2. Estructura del programa

Una vez finalizada la iniciación del programa, en la siguiente sección se explicará el proceso de iteración mediante el cual se modificarán las matrices creadas en el apartado anterior.

Tal y como se puede ver en la figura 4.6, existen tres bucles principales independientes entre sí que se ejecutan continuamente hasta que el gasto másico, la velocidad y las ubicaciones radiales cumplen los criterios de convergencia establecidos.

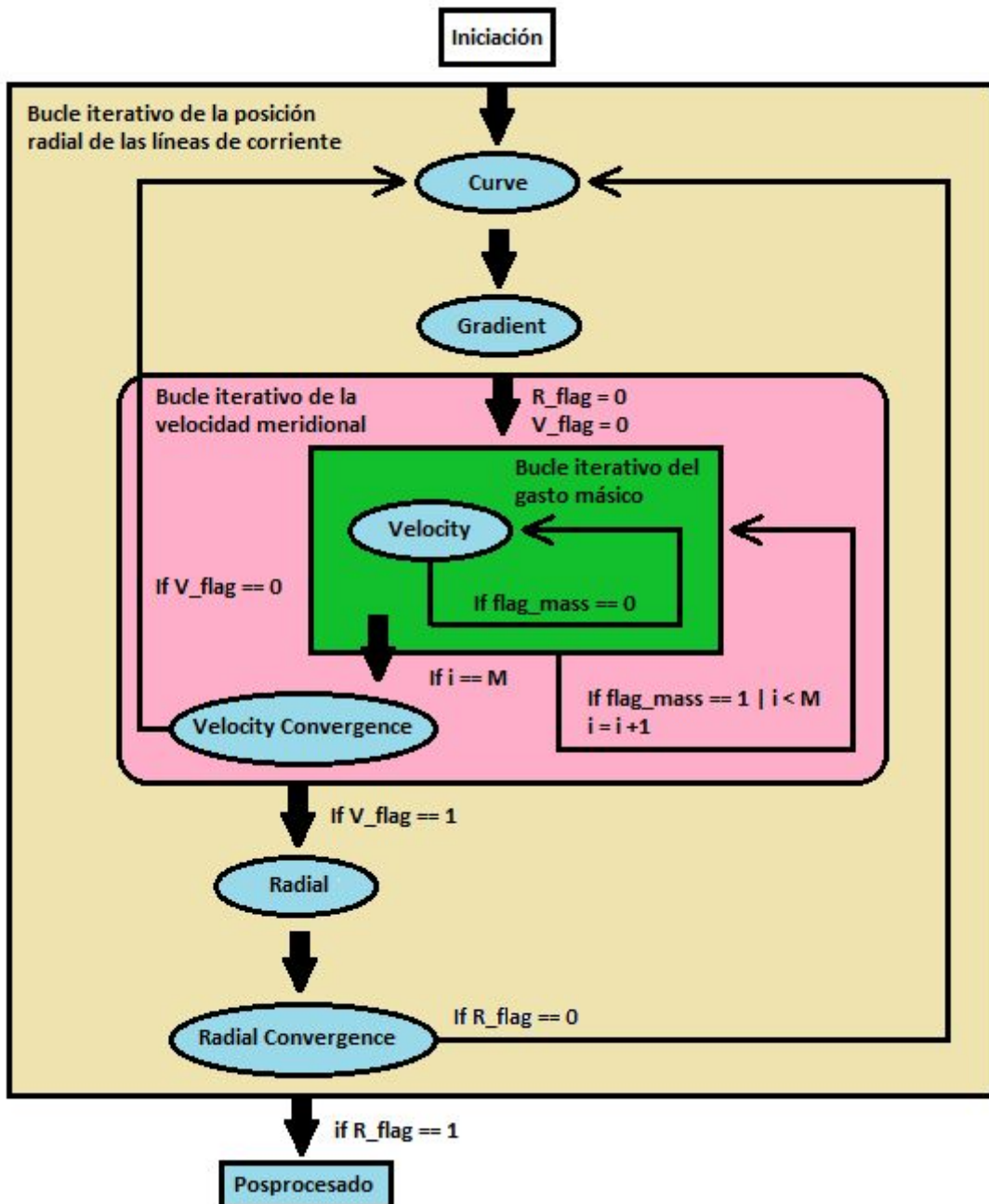


Figura 4.6. Estructura de los bucles de cálculo del programa.

Lo primero que se ejecuta al comienzo de cada ciclo de cálculo son las funciones 'curve' y 'gradient', las cuales generan las matrices de datos necesarias para la realización de los cálculos posteriores tales como la curvatura de las líneas de corriente o el coeficiente de pérdidas de presión.

A continuación, los indicadores de convergencia 'R_flag' y 'V_flag' se establecen a 0 y comienza el cálculo iterativo de velocidad meridional desde la primera ubicación axial después de la entrada del volumen de control.

- **Bucle verde:** Para cada ubicación axial se calcula la velocidad meridional de todas las líneas de corriente y se comprueba que el gasto másico resultante se corresponde al total impuesto por el usuario en la interfaz. En caso de que lo sea el indicador de convergencia 'flag_mass' se establece a 1 y se continúa con la siguiente ubicación axial, pero en caso contrario se modifica el valor de la velocidad meridional en la línea de corriente media y se itera de nuevo.
- **Bucle rosa:** Una vez se ha calculado la velocidad meridional para todas las ubicación axiales, se ejecuta la función 'Velocity converge'. En caso de que ninguna de las celdas presente una diferencia mayor al criterio de convergencia establecido, el indicador de convergencia 'V_flag' se establece a 1 y se continúa con el bucle de la posición radial, pero en caso contrario el bucle de cálculo se ejecuta de nuevo.
- **Bucle amarillo:** Si se considera que el la velocidad meridional ha convergido el programa entra en el bucle de la posición radial, el cual utiliza la función de matlab 'pchip' para ajustar las líneas de corriente a la nueva velocidad meridional. Si la función 'Radial converge' determina que no han convergido, el indicador de convergencia 'R_flag' se establece a 0 y se ejecuta de nuevo el ciclo de cálculo. En caso contrario, se considera que el cálculo ha convergido y comienza la parte de posprocesado del programa.

En los siguientes apartados se desarrolla la función e implementación en Matlab de cada una de las seis funciones que componen el bucle de cálculo.

4.2.1. Curve

Esta función es la encargada de calcular la curvatura de cada línea de corriente para todas las ubicaciones axiales (C) y el ángulo relativo del flujo (v).

Para la curvatura se utiliza la defición estándar de la curvatura de una línea para todas las celdas:

$$C_{(j,i)} = - \frac{\frac{\partial^2 r}{\partial z^2}(j,i)}{\left[1 + \left(\frac{\partial r}{\partial z}\right)_{(j,i)}^2\right]^{\frac{3}{2}}} \quad (4.11)$$

Respecto al ángulo relativo del flujo, se utiliza la ecuación 4.12 para todas las celdas:

$$\Phi_{(j,i)} = \tan^{-1} \left(\frac{\partial r}{\partial z} \right)_{(j,i)} \quad (4.12)$$

Una vez calculado el ángulo relativo del flujo, la velocidad axial y la velocidad radial V_r se calculan a partir de las relaciones trigonométricas entre el ángulo de flujo y la velocidad meridional.

4.2.2. Gradient

La función 'gradient' calcula las derivadas radiales requeridas posteriormente por el bucle para realizar la integración de la ecuación de equilibrio radial para cada ubicación axial.

Además, es en esta función donde se calcula tanto el coeficiente de pérdida de presión, utilizando los coeficientes establecidos por el usuario en la interfaz, como el gradiente de entropía para todas las celdas. Para ello se sigue el mismo proceso desarrollado en el apartado 3.4.

4.2.3. Velocity

La función 'velocity' es la encargada de calcular el nuevo perfil de velocidad meridional para una determinada ubicación axial, por lo que debe ejecutarse para cada una de las 99 ubicaciones axiales diferentes de la sección de entrada.

Ya que el valor de la velocidad meridional en el radio medio se ha determinado anteriormente con el bucle representado por la ecuación 4.7, la ecuación de equilibrio radial se resuelve mediante dos bucles. El primero calcula desde la línea de corriente media hasta la envolvente, mientras que el segundo calcula desde la línea de corriente media hasta el cubo.

Sin embargo, la velocidad meridional en la línea de corriente media no se conoce con exactitud. Es por ello que, si comparando el flujo másico de la iteración actual con el flujo másico impuesto por el usuario se determina que el perfil de velocidad meridional no ha convergido, la velocidad meridional actual para la línea de corriente media se ajusta hasta que el flujo másico se encuentra dentro de la tolerancia especificada.

Los parámetros A y B, desarrollados en el apartado 3.2., necesarios para resolver la ecuación de equilibrio radial se determinan para cada línea de corriente de la ubicación axial actual utilizando:

$$A_{(j,i)} = -2 \left[\cos(\Phi)_{(j,i)} C_{(j,i)} + \frac{\sin(\Phi)_{(j,i)}}{V_{m(j,i)}} \left(\frac{\partial V_m}{\partial m} \right)_{(j,i)} \right] \quad (4.13)$$

$$B_{(j,i)} = 2 \left[\left(\frac{\partial h}{\partial r} \right)_{(j,i)} - T \left(\frac{\partial s}{\partial r} \right)_{(j,i)} - \frac{1}{r_{(j,i)}^2} \left(\frac{\partial (r V_u)^2}{\partial r} \right)_{(j,i)} - 2 \sin(\phi + \psi)_{(j,i)} F_m_{(j,i)} - 2 \cos(\phi + \psi)_{(j,i)} F_n_{(j,i)} \right] \quad (4.14)$$

Donde las matrices F_m y F_n son calculadas siguiendo el procedimiento desarrollado en el apartado 3.3. y tienen valor nulo en las celdas en las que no hay álabes.

Las integrales de la solución formal de la ecuación de equilibrio radial son evaluadas por la regla trapezoidal. Por ello, la ecuación 4.16, utilizada para las líneas de corriente ubicadas por encima de la línea de flujo media, requiere calcular \bar{A} previamente mediante la ecuación 4.15:

$$\bar{A}_{(j,i)} = \frac{(A_{(j,i)} + A_{(j-1,i)})}{2} \quad (4.15)$$

$$V_{m(j,i)}^2 = e^{-\bar{A}_{(j,i)} (r_{(j,i)} - r_{(j-1,i)})} \left(V_{m(j-1,i)}^2 - \frac{(r_{(j,i)} - r_{(j-1,i)}) B_{(j-1,i)}}{2} \right) + B_{(j,i)} (r_{(j,i)} - r_{(j-1,i)}) \quad (4.16)$$

De la misma forma, la ecuación 4.18, utilizada para las líneas de corriente ubicadas por debajo de la línea de flujo media, requiere calcular \bar{A} previamente mediante la ecuación 4.17:

$$\bar{A}_{(j,i)} = \frac{(A_{(j+1,i)} + A_{(j,i)})}{2} \quad (4.17)$$

$$V_{m(j,i)}^2 = e^{\bar{A}_{(j,i)} (r_{(j+1,i)} - r_{(j,i)})} \left(V_{m(j+1,i)}^2 - \frac{(r_{(j+1,i)} - r_{(j,i)}) B_{(j+1,i)}}{2} \right) + B_{(j,i)} (r_{(j+1,i)} - r_{(j,i)}) \quad (4.18)$$

Una vez calculado el perfil de velocidad meridional, se aplica la conservación de la entalpía para actualizar las matrices relativas a las condiciones termodinámicas del flujo y finalmente se calcula tanto el flujo másico que circula por cada tubo de corriente formado por el volumen entre dos líneas de corriente como la suma de todos ellos. Si el flujo másico total no está dentro de la tolerancia especificada, la velocidad meridional en la línea de corriente media se ajusta en función de cuán grande sea la diferencia entre los gastos másicos y la ecuación de equilibrio radial se resuelve nuevamente.

4.2.4. Velocity convergence

Esta función determina si el cálculo de la velocidad meridional ha convergido para todas las celdas. Para ello la función compara la velocidad meridional de la iteración actual con el valor de la iteración anterior y si la velocidad no está dentro de la tolerancia de velocidad especificada, el programa comienza de nuevo el bucle de cálculo utilizando los valores de velocidad meridional calculados en esta iteración como dato de comparación para la siguiente.

4.2.5. Radial

La función 'radial' es la encargada de calcular las nuevas ubicaciones radiales de las líneas de corriente para una determinada ubicación axial, por lo que, al igual que sucede con la función velocity, debe ejecutarse para cada una de las 99 ubicaciones axiales diferentes de la sección de entrada.

Durante la ejecución de la función 'velocity', la matriz que contiene la información relativa a la fracción de masa para cada estación de cálculo se ha actualizado acorde a los nuevos valores de velocidad meridional.

A diferencia de en la iniciación, para cada ubicación radial esta ya no es homogénea. Por ello, las nuevas fracciones de masa se utilizan para desarrollar una relación entre la posición radial de las líneas de corriente y la fracciones de masa mediante el comando 'pchip', el cual es una rutina de interpolación de hermite cúbica por partes que está integrada en Matlab.

4.2.6. Radial Convergence

Esta función determina si el cálculo de las nuevas ubicaciones radiales de las líneas de corriente ha convergido para todas las celdas. Las posiciones radiales de cada celda de la malla de la iteración anterior se comparan con los valores de la iteración actual. Si se ha satisfecho la tolerancia especificada, se considera que el cálculo ha convergido y el programa pasa a la parte de posprocesado, pero en caso contrario, el ciclo de cálculo de cálculo se ejecuta de nuevo.

4.2.7. Posprocesado

En el posprocesado del programa se crean ciertas matrices y vectores que permiten obtener datos de interés tales como la relación de compresión o el trabajo generado. Además se aplica una corrección respecto al cálculo de la velocidad meridional que tiene en cuenta la reducción del área en las zonas en las que hay un álabe.

Finalmente se crean las gráficas que permiten visualizar los resultados más relevantes del cálculo, generando diferentes plots que después se representan conjuntamente mediante el comando subplot, y se importan a un archivo Excel mediante el comando 'xlswrite'.

5. Resultados

En este apartado se expondrán los resultados obtenidos de la aplicación del programa CFD a diferentes configuraciones de escalonamientos definidas mediante el uso de la interfaz 'Bezier', dedicando especial atención a los perfiles de velocidad meridional finales y el cambio de la curvatura de las líneas de corriente consecuente.

5.1. Turbina axial

El primer caso a resolver consiste en una turbina axial por lo que es necesario seleccionar la opción 'Turbina' en el menú 2 de la interfaz para asignar el régimen de giro al álabe correspondiente y modificar la geometría meridional manipulando los puntos P0-P7 hasta conseguir las dimensiones deseadas. Para esta tipología se ha definido una turbina axial de 0.13 m de radio medio constante, 0.06 m de radio entre el cubo y la envolvente a lo largo de toda la coordenada axial y 0.2 m de longitud.

Una vez está definida la geometría meridional, se seleccionan las opciones 2-6 del menú 2 para caracterizar a los álabes. Ambos están definidos con una ley de ángulos lineal, una ley de espesor que sitúa el espesor máximo en el 30% de la cuerda y tienen una cuerda de 0.07m con 0.04m de distancia entre el borde de salida del estator y el borde de ataque del rotor. El estator parte de un ángulo del metal tangente a la coordenada axial para después aumentar de forma constante hasta los 55° en dirección contraria a la radial. Por otro lado, el rotor también parte de un ángulo del metal tangente a la coordenada axial, sin embargo aumenta de forma constante hasta los 50° en dirección radial positiva.

Finalmente se especifican las características del flujo y el régimen de giro. Para este caso se ha seleccionado una temperatura de parada de 900 K, una presión de parada de 20 bares, un gasto másico de 40 Kg/s y un régimen de giro de 7000 rpm. Respecto a las pérdidas anulares, dado que en este apartado del trabajo se busca comprobar el funcionamiento del bucle de cálculo, no se aplicarán a los casos tratados.

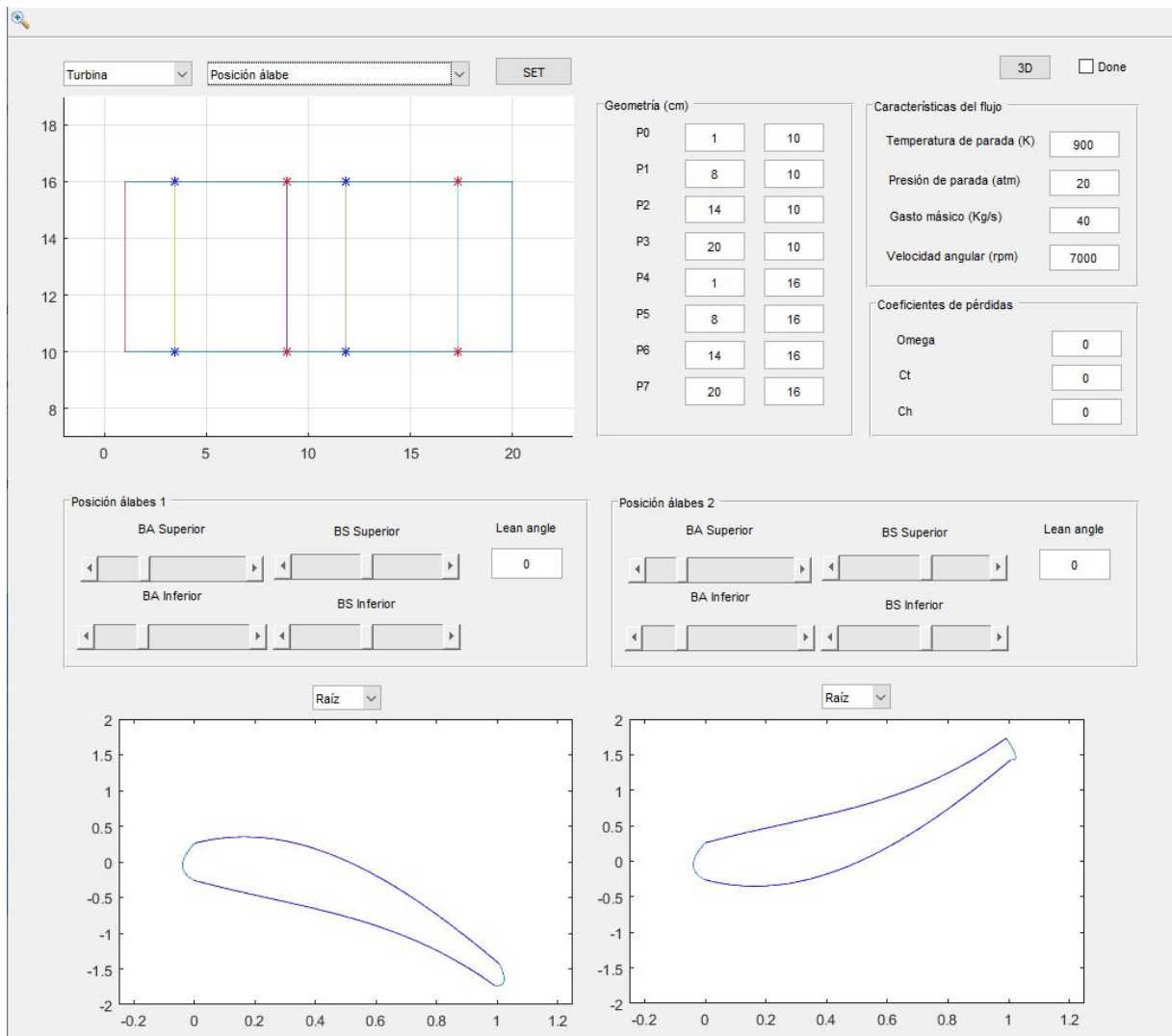


Figura 5.1. Configuración del caso con la interfaz 'Bezier', turbina axial.

Con todos los datos definidos se puede ya ejecutar el programa de cálculo presionando el botón 'Done' de la interfaz. Para el caso definido se ha requerido de 3.8 s, los cuales se han empleado en realizar 4 iteraciones del bucle iterativo de las ubicaciones radiales, 8 iteraciones del bucle iterativo de la velocidad meridional y 2370 iteraciones del flujo másico.

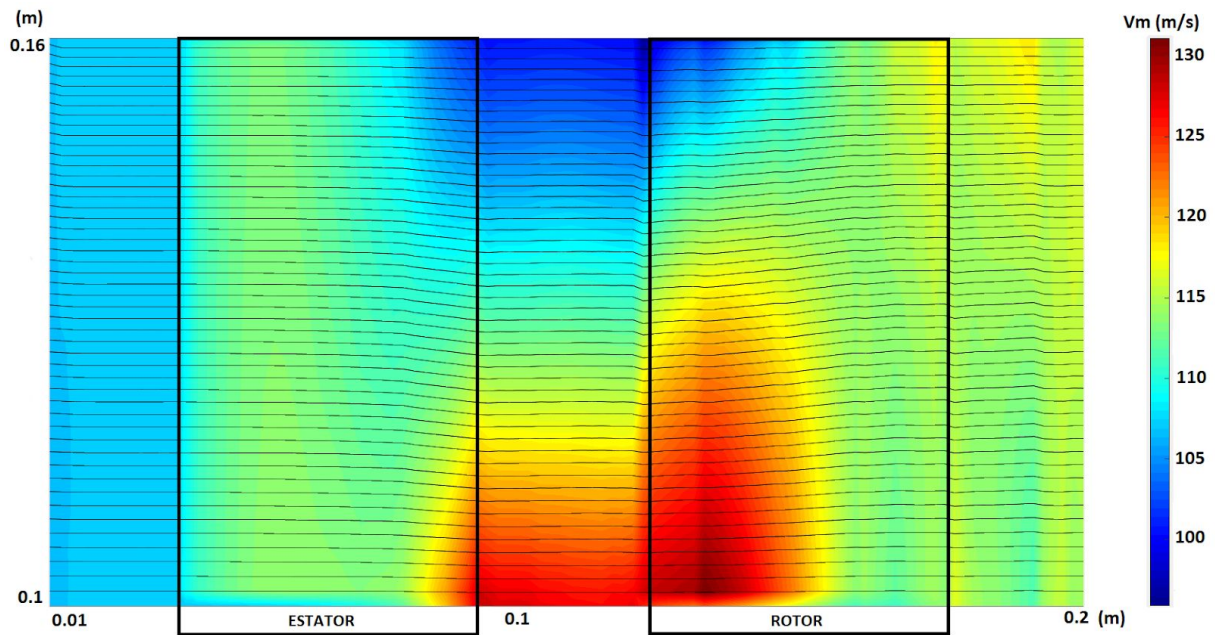


Figura 5.2. V_m a lo largo del plano meridional, turbina axial.

En la figura 5.3 se puede observar con más detalle el cambio en la curvatura de cada una de las líneas de corriente como consecuencia del cambio de velocidad meridional:

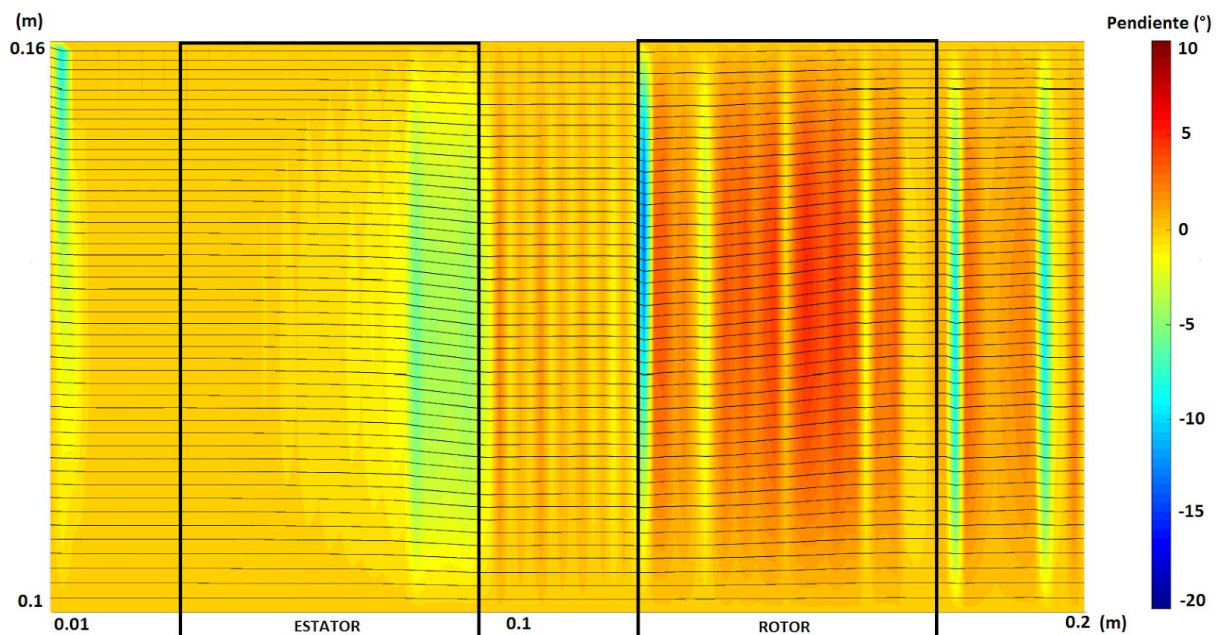


Figura 5.3. Pendiente de las líneas de corriente a lo largo del plano meridional, turbina axial.

Las líneas de corriente permanecen prácticamente invariables hasta alcanzar la segunda mitad del estator (0.07m) para después adoptar una pendiente negativa de aproximadamente 5° de forma que, como se puede ver en la figura 5.2, los tubos de corriente cercanos al cubo reduzcan su sección respecto a los situados cerca de la envolvente para mantener así un gasto másico constante.

Después de esto se mantienen de nuevo con una pendiente cercana a 0° hasta que la velocidad meridional comienza a homogeneizar de nuevo y la pendiente de las líneas de corriente pasa a ser de 6-7° positiva. Puede observarse también un cambio brusco de pendiente en 0.13 m fruto de la incidencia no nula entre los álabes y el flujo.

La razón de la diferencia entre las velocidades meridionales del cubo y la envolvente se puede observar en la figura 5.4 ya que es debida al desequilibrio entre las fuerzas de presión y la fuerza centrífuga:

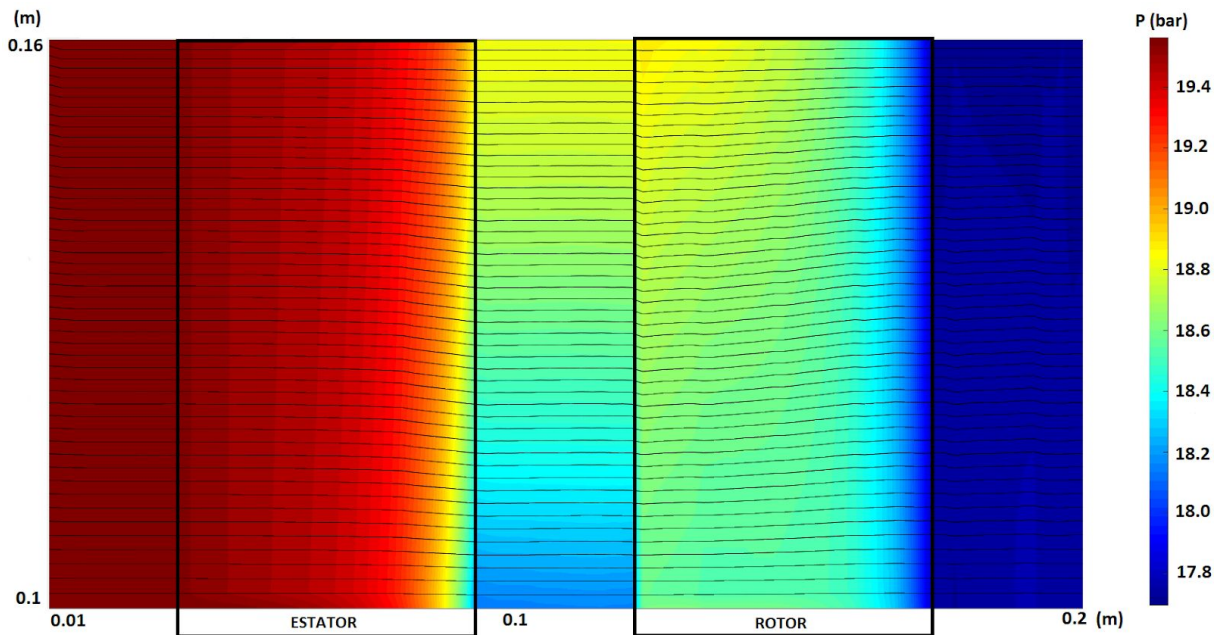


Figura 5.4. Presión absoluta a lo largo del plano meridional, turbina axial.

Al ser mayor presión en las zonas cercanas a la envolvente, las fuerzas de presión compensan y superan a la fuerza centrífuga. Como consecuencia el flujo tiende a hacia el cubo, aumentando así la velocidad meridional. [2]

5.2. Compresor axial

A diferencia del caso anterior, dado que el objetivo ahora es resolver un compresor axial, es necesario seleccionar la opción 'Compresor' en el menú 2 de la interfaz para asignar el régimen de giro al álabe correspondiente. Sin embargo, el modificar la geometría meridional sigue el mismo procedimiento y además se utilizará una idéntica a la definida en el apartado anterior.

De la misma forma, una vez está definida la geometría meridional, se seleccionan las opciones 2-6 del menú 2 para caracterizar a los álabes. Al igual que en el caso anterior, ambos están definidos con una ley de ángulos lineal, una ley de espesor que sitúa el espesor máximo en el 30% de la cuerda y tienen una cuerda de 0.07m con 0.04m de distancia entre el borde de salida del estator y el borde de ataque del rotor.

Sin embargo, para el caso del compresor, el estator parte de un ángulo del metal tangente a la coordenada axial para después aumentar de forma constante hasta los 55° en dirección radial positiva. Por otro lado, el rotor también parte de un ángulo del metal tangente a la coordenada axial, sin embargo aumenta de forma constante hasta los 50° en dirección contraria a la radial.

Finalmente se especifican las características del flujo y el régimen de giro. Para este caso se aplicarán las mismas condiciones definidas para el caso de la turbina axial respecto al flujo y coeficientes de pérdidas.

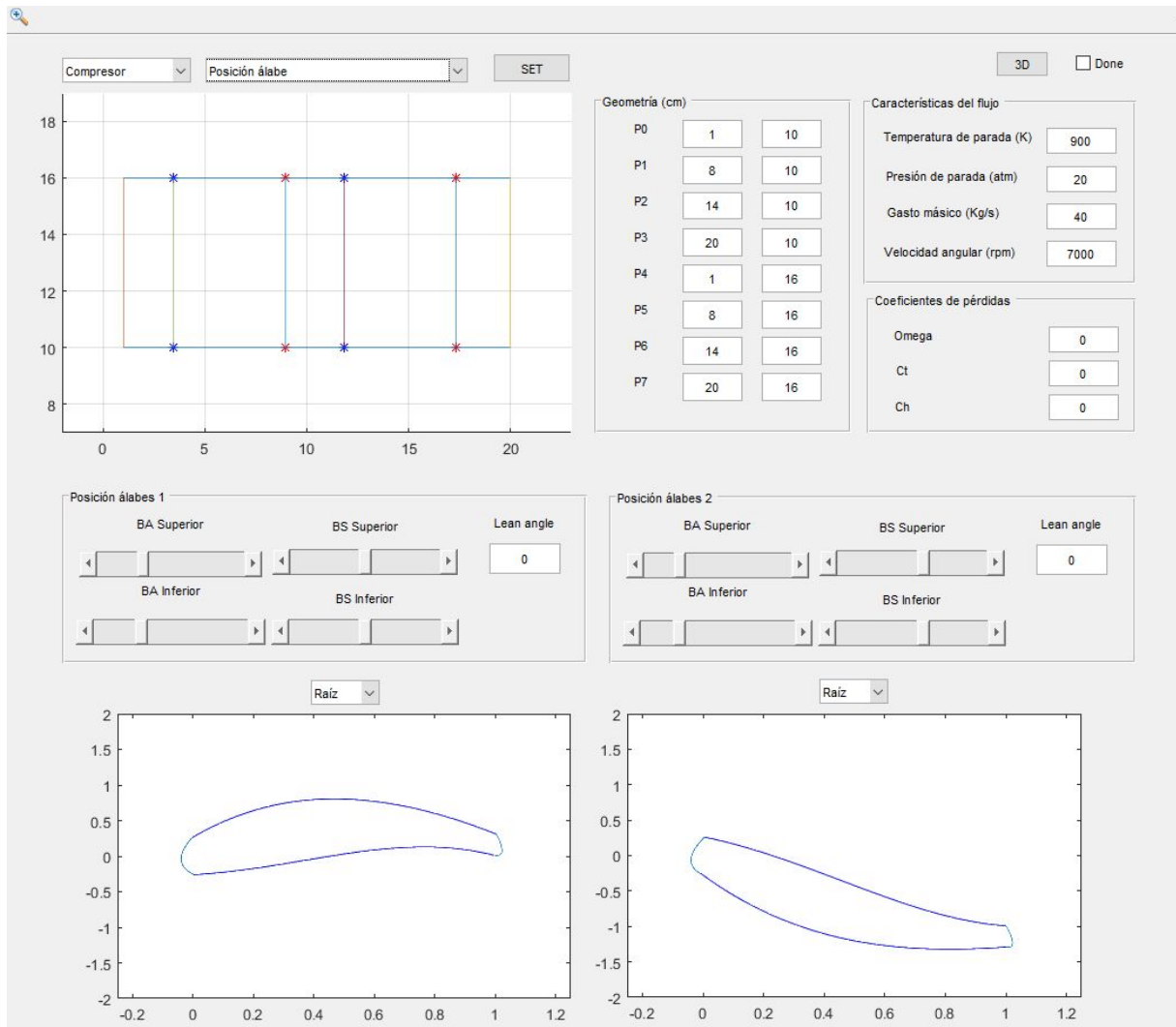


Figura 5.5. Configuración del caso con la interfaz 'Bezier', compresor axial.

Con todos los datos definidos se puede ya ejecutar el programa de cálculo presionando el botón 'Done' de la interfaz. Para el caso definido se ha requerido de 3.9s, los cuales se han empleado en realizar 4 iteraciones del bucle iterativo de las ubicaciones radiales, 9 iteraciones del bucle iterativo de la velocidad meridional y 2241 iteraciones del flujo másico.

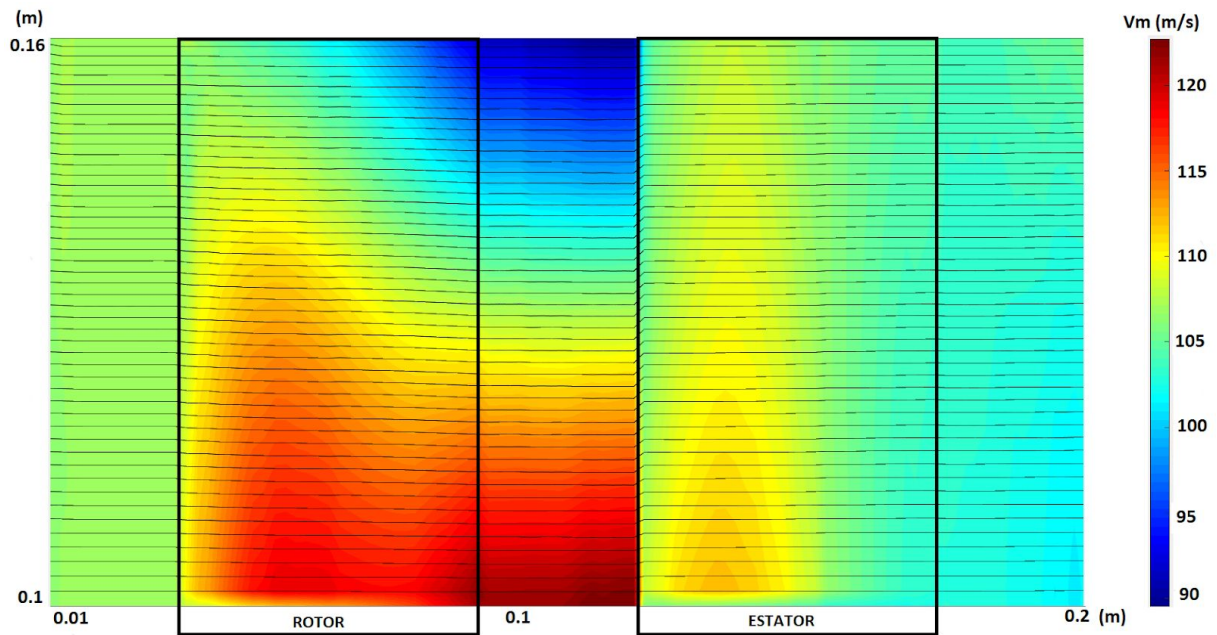


Figura 5.6. V_m a lo largo del plano meridional, compresor axial.

En la figura 5.7 se puede observar con más detalle el cambio en la curvatura de cada una de las líneas de corriente como consecuencia del cambio de velocidad meridional:

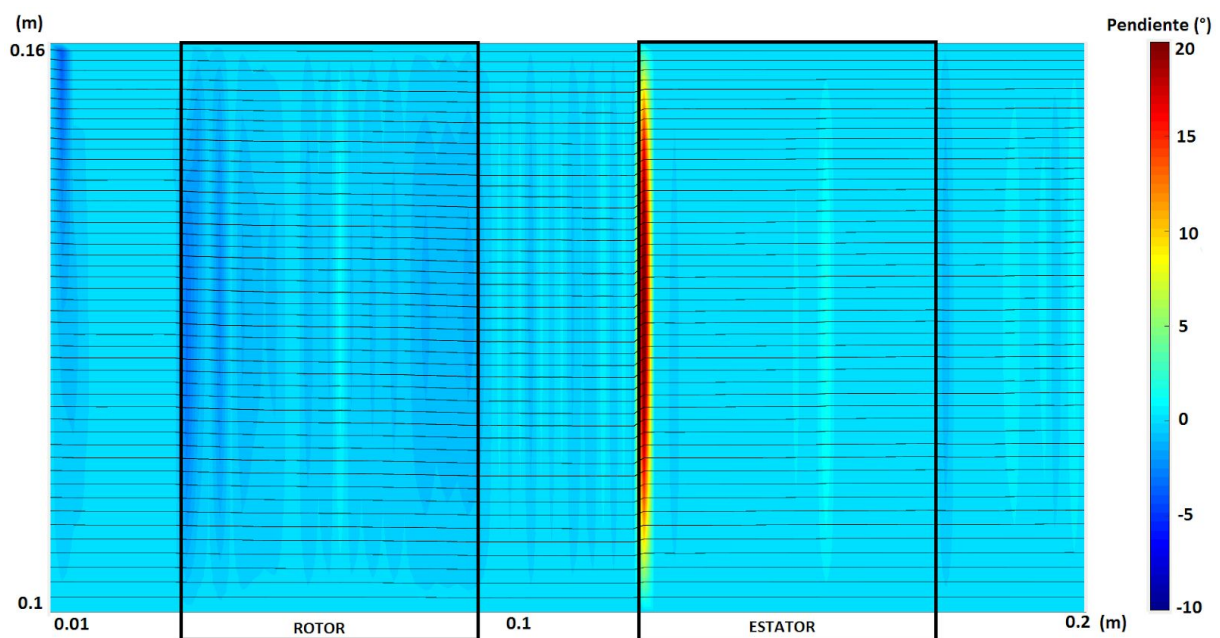


Figura 5.7. Pendiente de las líneas de corriente a lo largo del plano meridional, compresor axial.

Las líneas de corriente adquieren una pendiente negativa de 1-5° en cuanto alcanzan el borde de ataque del rotor de forma que, como se puede ver en la figura 5.6, los tubos de corriente cercanos al cubo, por los cuales el flujo tiene una mayor velocidad meridional, reduzcan su sección respecto a los situados cerca de la envolvente para mantener así un gasto másico constante.

Después de esto, las líneas de corriente se mantienen de nuevo con una pendiente cercana a 0° hasta que la velocidad meridional comienza a homogeneizarse de nuevo, sin embargo en este caso la pendiente positiva al alcanzar el borde de ataque del estator (0.13m) es mucho más brusca fruto de la incidencia no nula entre los álabes y el flujo.

Al igual que en el caso de la turbina, la razón de la diferencia entre las velocidades meridionales del cubo y la envolvente se puede observar al analizar la evolución de la presión a lo largo del plano meridional, figura 5.8, ya que es debida al desequilibrio entre las fuerzas de presión y la fuerza centrífuga:

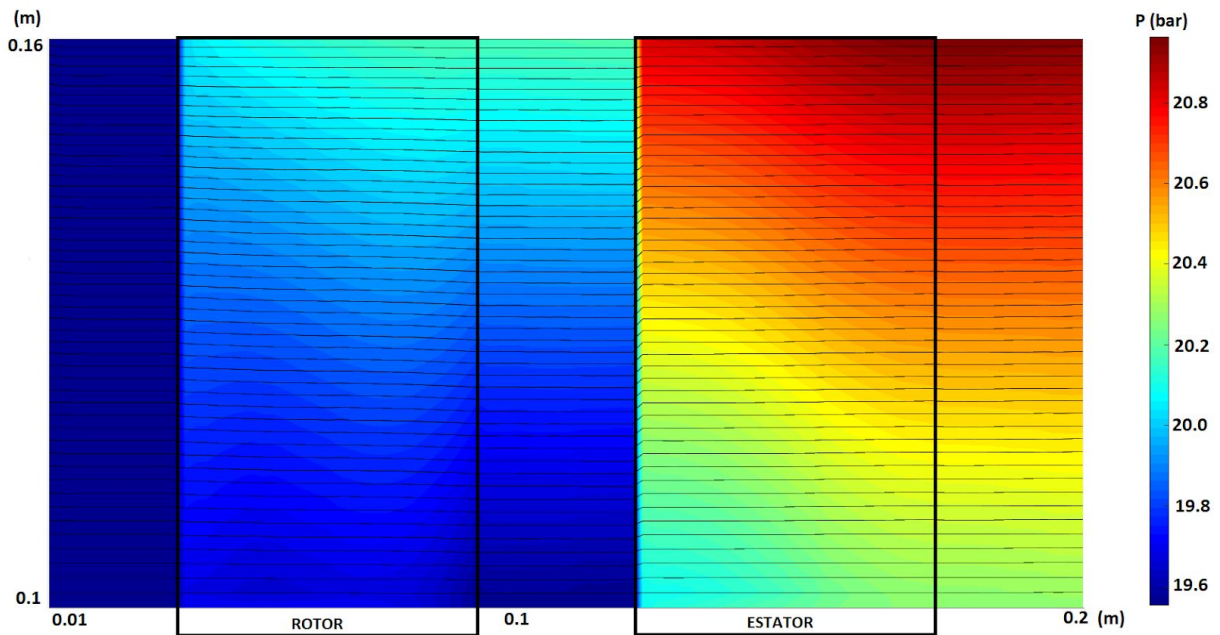


Figura 5.8. Presión absoluta a lo largo del plano meridional, compresor axial.

Al ser mayor presión en las zonas cercanas a la envolvente, las fuerzas de presión compensan y superan a la fuerza centrífuga. Como consecuencia el flujo tiende a hacia el cubo, aumentando así la velocidad meridional.

5.3. Turbina radial

Dado que el programa inicialmente implementado en Matlab por Todd Letcher [1] estaba pensado para geometrías estrictamente axiales fue necesario reescribir gran parte de las variables básicas de cálculo de forma que pudieran ser utilizadas tanto en geometrías axiales como radiales. Algunas de las más relevantes son: la iniciación de las matrices y ubicación de las líneas de corriente, cálculo de los diferenciales de área y el bucle iterativo de la ubicación de las líneas de corriente en su totalidad, ya que no solamente debe calcular una nueva ubicación radial sino también axial para cada estación de cálculo.

Al igual que en el primer caso, el objetivo consiste en analizar una turbina por lo que es necesario seleccionar la opción 'Turbina' en el menú 2 de la interfaz para asignar el régimen de giro al álabe correspondiente modificar la geometría meridional manipulando los puntos P0-P7 hasta conseguir las dimensiones deseadas, además en caso de querer definir una sección de entrada o salida completamente recta en lugar de seguir una única curva de Bézier existe otra versión de la interfaz llamada 'Bezier radial' que incorpora dos puntos adicionales que permiten dividir la malla. Para esta tipología se ha definido una turbina radial de 0.06 m de radio entre el cubo y la envolvente en la sección de entrada y 0.02 m a la salida, y 0.2 m de longitud.

Una vez está definida la geometría meridional, se seleccionan las opciones 2-6 del menú 2 para caracterizar a los álabes. Ambos están definidos con una ley de ángulos lineal, una ley de espesor que sitúa el espesor máximo en el 30% de la cuerda. El estator tiene una cuerda de 0.01 m, mientras que el rotor tiene una cuerda de 0.04 m, con una distancia de 0.01 m entre el borde de salida del estator y el borde de ataque del rotor.

El estator parte de un ángulo del metal tangente a la coordenada axial para después aumentar de forma constante hasta los 40° en dirección contraria a la radial. Por otro lado, el rotor también parte de un ángulo del metal tangente a la coordenada axial, sin embargo aumenta de forma constante hasta los 50° en dirección radial positiva.

Respecto a las características del flujo y el régimen de giro, para este caso se ha seleccionado una temperatura de parada de 900 K, una presión de parada de 20 bares, un gasto másico de 2.5Kg/s y un régimen de giro de 15000 rpm. Al igual que en los casos anteriores, dado que en este apartado del trabajo se busca comprobar el funcionamiento del bucle de cálculo, no se aplicarán las pérdidas anulares.

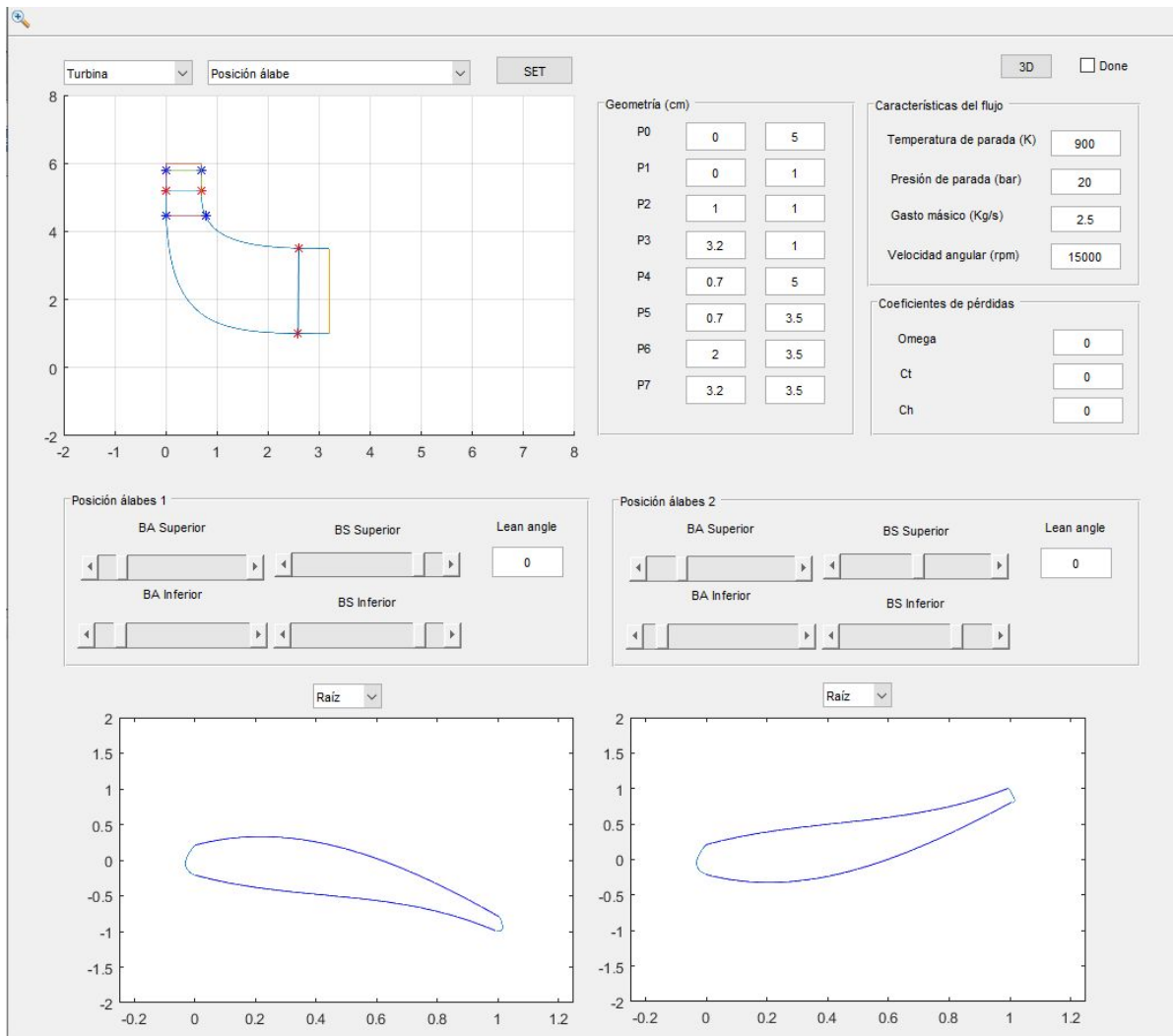


Figura 5.9. Configuración del caso con la interfaz 'Bezier', turbina radial.

Con todos los datos definidos se puede ya ejecutar el programa de cálculo presionando el botón 'Done' de la interfaz. Para el caso definido se ha requerido de 4.6s, los cuales se han empleado en realizar 5 iteraciones del bucle iterativo de las ubicaciones radiales, 12 iteraciones del bucle iterativo de la velocidad meridional y 2857 iteraciones del flujo másico.

En la figura 5.10 se puede observar la evolución de la velocidad meridional a lo largo del plano meridional:

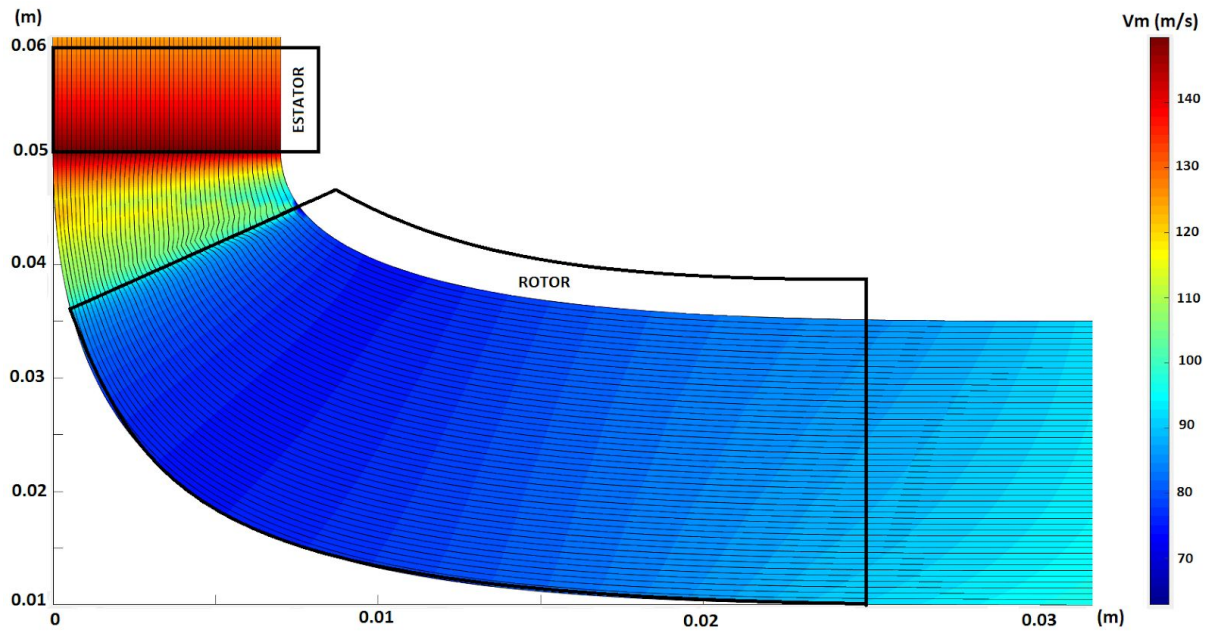


Figura 5.10. V_m a lo largo del plano meridional, turbina radial.

Cabe mencionar que las discontinuidades observadas en las figuras 5.3 y, más evidentemente, 5.7 son aún más críticas en esta tipología de escalonamiento y no permite realizar un ciclo de cálculo completo en muchos casos antes de divergir si la incidencia del flujo es elevada. Como consecuencia es necesario elegir con cuidado las características de la geometría antes de realizar el cálculo.

6. Verificación del programa

Una vez mostrados los resultados que el programa es capaz de obtener para las diferentes configuraciones que se pueden definir con la interfaz, en este apartado se tratará de verificar la validez de los resultados aplicando equilibrio radial simplificado para comprobar si se cumple el modelo teórico. Además, se resolverá de nuevo el mismo caso teniendo en cuenta los términos simplificados y se importará a star CCM+ la geometría definida por la interfaz para comparar así los resultados.

6.1. Equilibrio radial simplificado

El primer método mediante el cual se estudia la correcta implementación del modelo desarrollado en el apartado 3 consiste en la simplificación de los términos que no se reflejan en la teoría de equilibrio radial simplificado de forma que la ecuación final que debe cumplir el programa es:

$$\frac{V_u}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r V_u) + V_z \frac{\partial V_z}{\partial r} = 0 \quad (6.1)$$

Sin embargo, con la imposición de equilibrio radial, así como intrínsecamente que el trabajo y las pérdidas sean uniformes, todavía no queda completamente determinado el diseño. Es necesario elegir una ley de torsión y aprovechar el que la interfaz permite definir geometrías de álabes diferentes en punta y raíz para aplicarla a los álabes. En este caso se ha optado por la ley de torbellino libre por su simplicidad, ausencia de flujo rotacional y homogeneidad de la velocidad en la dirección radial. [2]

La geometría meridional definida es la misma que la planteada para el apartado 5.1, si bien la ley de ángulo beta de los álabes se ha modificado tanto en la raíz como en la punta de forma que el grado de reacción sea creciente con el radio, mientras que la velocidad tangencial se reduce.

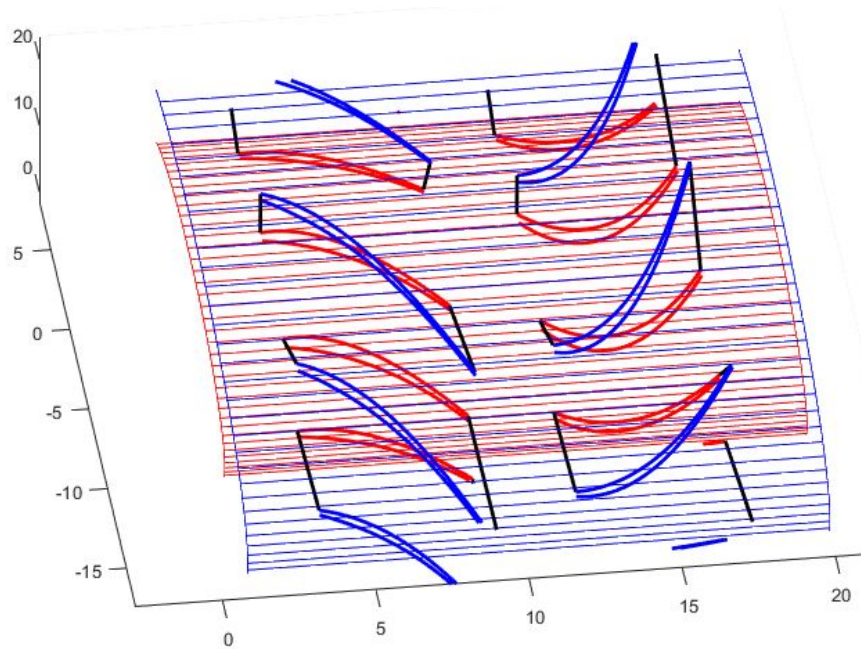


Figura 6.1. Ángulo beta de los álabes, turbina axial con equilibrio radial simplificado.

Para el caso definido se ha requerido de 1.9s, los cuales se han empleado en realizar 5 iteraciones del bucle iterativo de las ubicaciones radiales, 5 iteraciones del bucle iterativo de la velocidad meridional y 540 iteraciones del flujo másico.

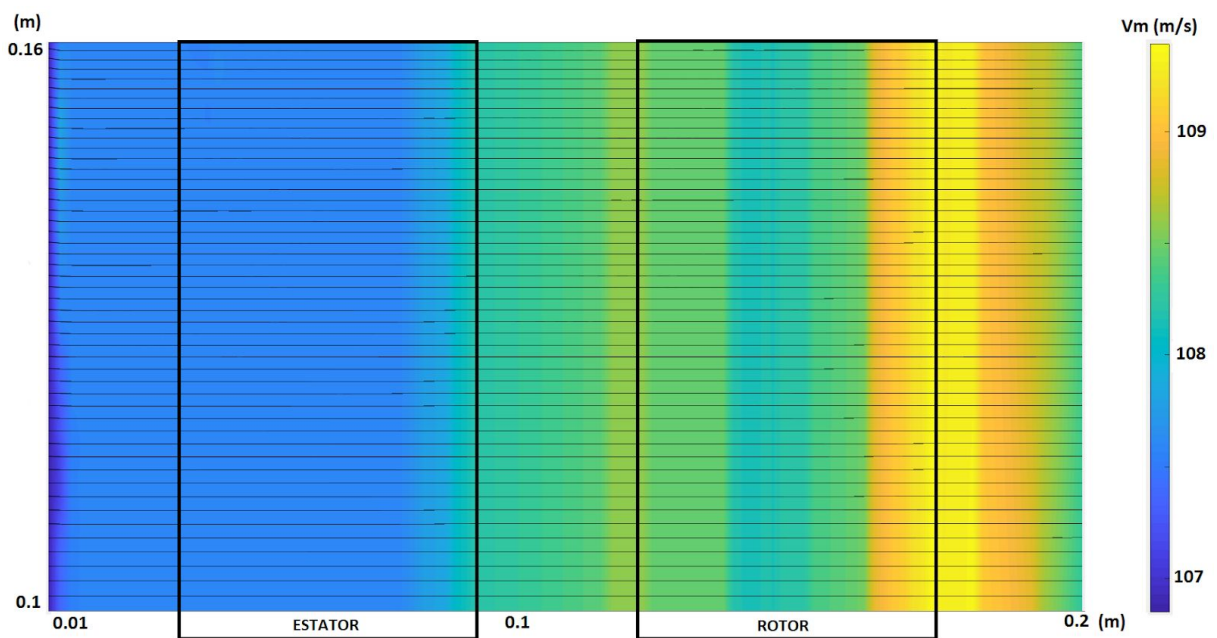


Figura 6.2. V_m a lo largo del plano meridional, turbina axial con equilibrio radial simplificado.

A diferencia de los casos analizados en los apartados 5.1 y 5.2 dado que, como se puede ver en la figura 6.2, mediante la ley de equilibrio radial se ha conseguido que las fuerzas de presión se equilibren con la fuerza centrífuga de forma que para cada ubicación axial la velocidad meridional es prácticamente constante.

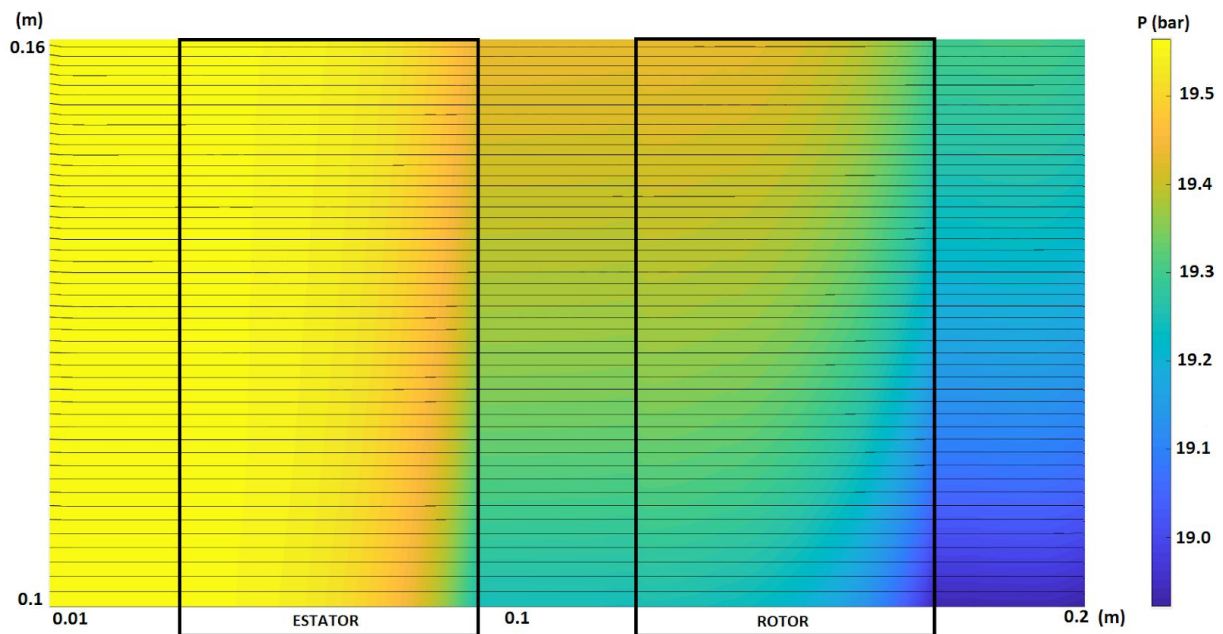


Figura 6.3. Presión absoluta a lo largo del plano meridional, turbina axial con equilibrio radial simplificado.

Como consecuencia la curvatura de las líneas de corriente es mínima en comparación a los casos anteriores, lo cual también reduce significativamente el tipo de cálculo.

6.1.1. Equilibrio radial no simplificado

En este apartado se realizará el cálculo planteado anteriormente teniendo en cuenta ciertos factores que no entran dentro de la teoría del torbellino libre con el objetivo de poder en el siguiente apartado comparar los resultados del programa con los obtenidos con otros programas CFD verificados, como es el caso de star CCM+, y al mismo tiempo comprobar la aplicación del modelo empleado.

El planteamiento del caso es idéntico, pero en esta ocasión no omitiremos la creación de matrices tales como 'epsilon' o 'psi', de forma que el cálculo realizado tenga en cuenta el efecto del diedro y flecha de los álabes. Para el caso definido se ha requerido de 7.3 s, los cuales se han empleado en realizar 5 iteraciones del bucle iterativo de las ubicaciones radiales, 19 iteraciones del bucle iterativo de la velocidad meridional y 6764 iteraciones del flujo másico.

A diferencia de los resultados mostrados en el apartado 6.2, no se cumple lo esperado de la aplicación del equilibrio radial debido a la introducción de fenómenos que no se consideran a la hora de definir el modelo teórico.

Como puede observarse en la figura 6.4, el perfil de velocidad meridional está lejos de ser uniforme y esto se refleja en una considerable variación de las líneas de corriente a lo largo del plano meridional (figura 6.5) y, como consecuencia, aumento del tiempo de cálculo.

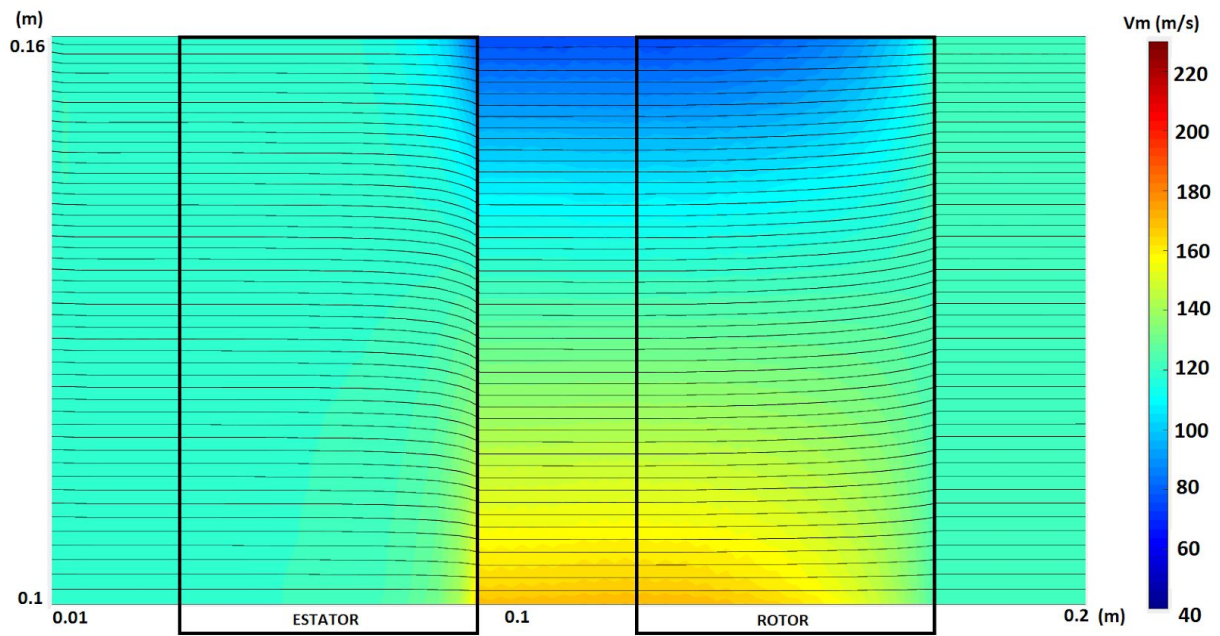


Figura 6.4. V_m a lo largo del plano meridional, turbina axial con equilibrio radial no simplificado.

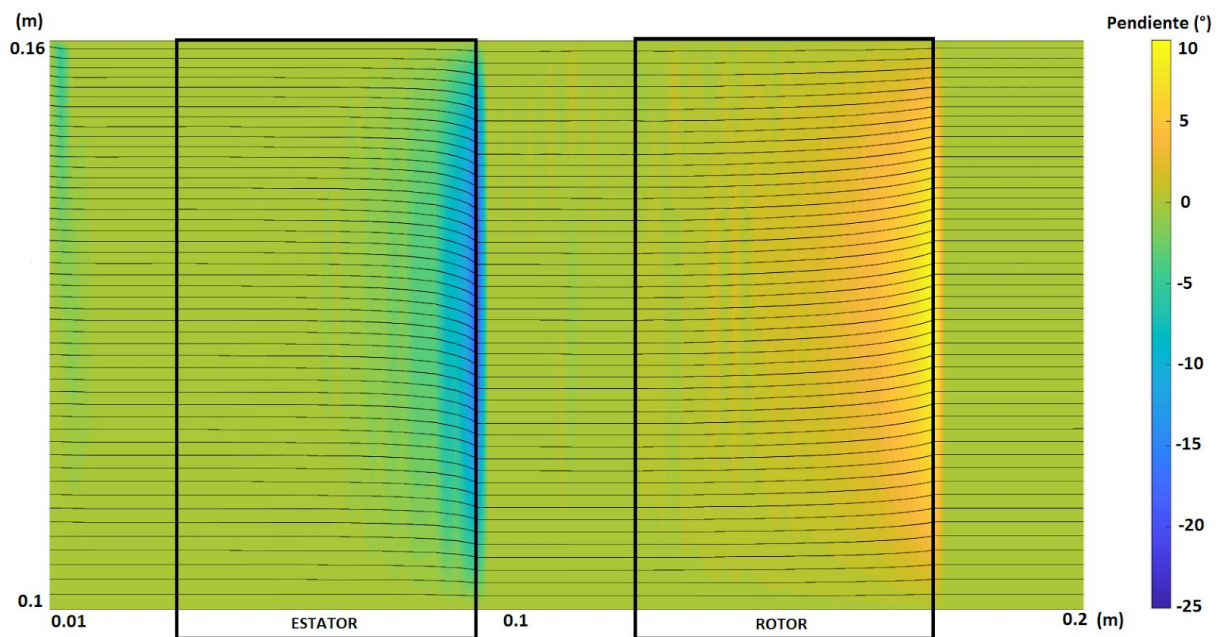


Figura 6.5. Pendiente de las líneas de corriente a lo largo del plano meridional, turbina axial con equilibrio radial no simplificado.

6.2. Comparación en star CCM+.

Para poder definir los datos del escalonamiento en star CCM+ se ha utilizado el procedimiento desarrollado en el apartado 2.3: Una vez se ha definido la geometría meridional y los álabes, se importan desde la interfaz 'Bezier' una serie de archivos .csv.

Los archivos creados definen 5 curvas a diferentes ubicaciones radiales del escalonamiento que deben ser unidas mediante una operación de loft de forma que definan una superficie, tal y como se puede ver al transitar entre las figuras 2.4.b) y 2.5.

Esta superficie es duplicada a unos pocos milímetros de distancia y se define como cuerpo el volumen que se encuentra entre ellas. Para la realización de cuerpo 3D definitivo se ha concurrido a la realización de una operación de revolución al cuerpo a lo largo del eje z.

Mediante este procedimiento se ha creado un escalonamiento de turbina axial con una gran cantidad de álabes muy esbeltos, lo cual se corresponde con el modelo planteado en el programa desarrollado en Matlab dado que el flujo sigue la trayectoria definida por la geometría de los álabes al igual que en el programa desarrollado por Michael Casey & Chris Robinson para turbomáquinas radiales [10].

Las matrices 'r' y 'z', las cuales definen las ubicaciones radiales y axiales de cada una de las celdas de cálculo para el programa CFD en Matlab, no han sido importadas a star CCM+ por lo que es necesario realizar una nueva malla. Dada la simplicidad de la geometría a analizar se ha optado por realizar un mallado estructurado similar al utilizado en el programa de Matlab formado por 18000 celdas para cada uno de los dos sistemas en los que se ha dividido el cuerpo (estator y rotor).

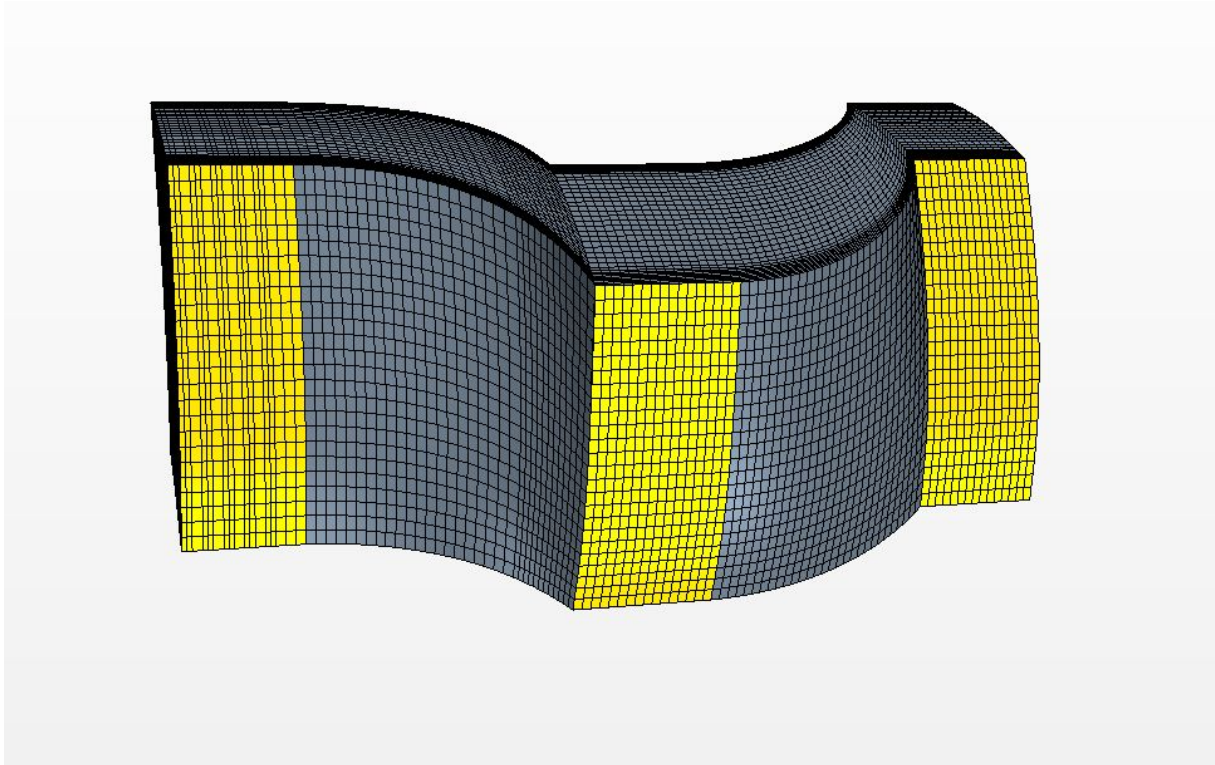


Figura 6.6. Sector de la malla generada en star CCM+ con los datos de la interfaz 'Bezier'.

Sin embargo, para poder comparar las escenas generadas por ambos programas se modificó la representación en star CCM+ de forma que se observa solamente la vista meridional 2D como sucede en Matlab.

Para simplificar la resolución y dado que el modelo implementado en Matlab tampoco tiene en cuenta términos turbulentos o no-estacionarios, se utilizó un modelo inviscid y estacionario. Por otro lado, respecto a las condiciones de contorno, se impuso tanto una velocidad y temperatura de entrada al volumen de control idénticas a las impuestas por el usuario en la Interfaz como la presión a la salida del volumen de control, obtenida de los resultados proporcionados por el programa[8].

Tomando como criterio de convergencia tanto unos residuales bajos como una estabilización de todas las variables de interés monitorizadas durante el proceso de cálculo, como es el caso del gasto másico y la velocidad meridional en la sección de salida.

En la figura 6.7.b) puede verse la presentación de la velocidad meridional a lo largo del plano meridional junto con las líneas de corriente generadas, las cuales parecen aumentar pero es solamente consecuencia de representar en 2D una sección del cálculo 3D realizado.

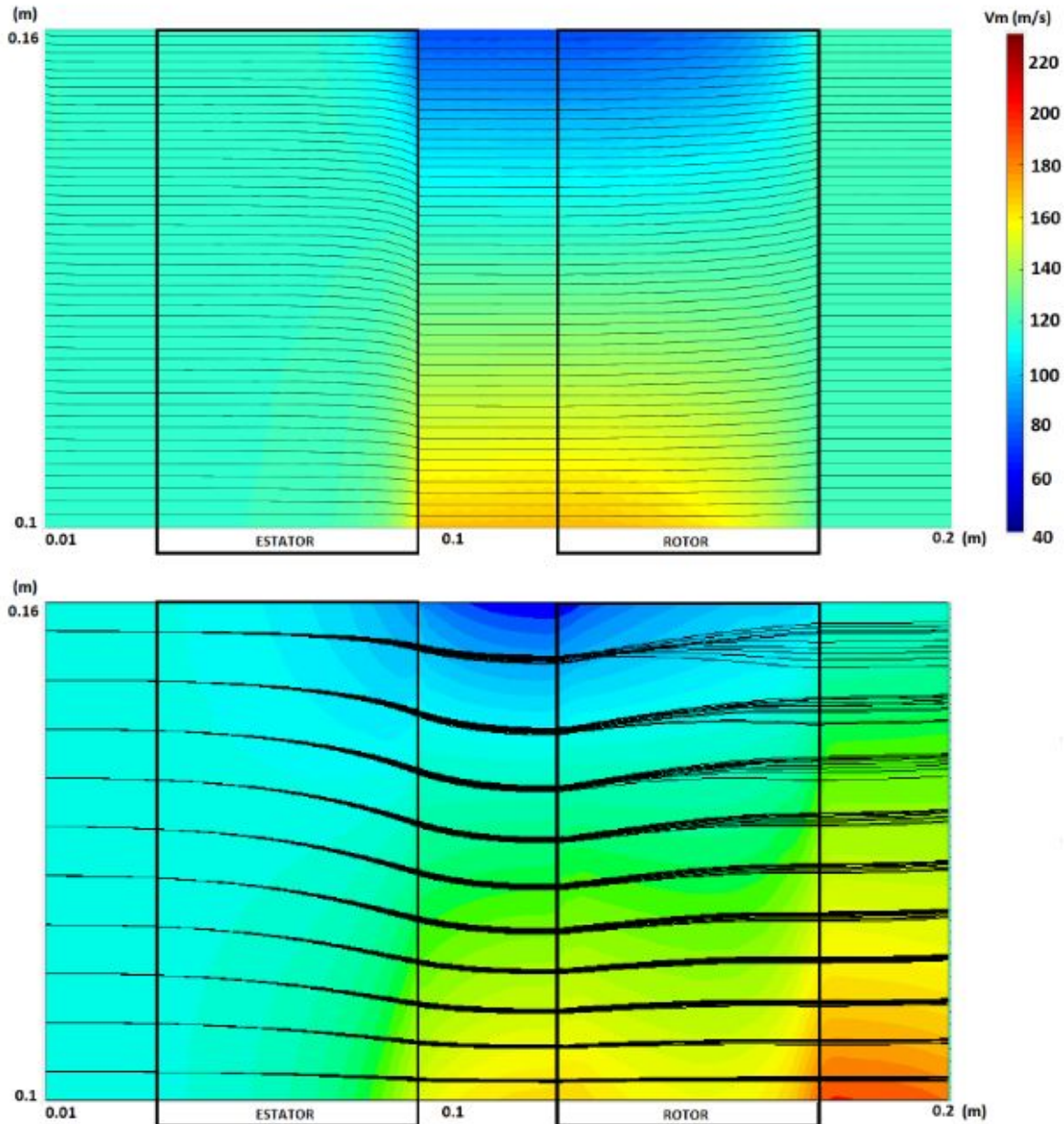


Figura 6.7.a) V_m a lo largo del plano meridional, turbina axial programa CFD.

Figura 6.7.b) V_m a lo largo del plano meridional, turbina axial star CCM+.

Si bien los valores absolutos no concuerdan con exactitud, las tendencias del flujo son las mismas en ambos cálculos del caso salvo en la zona cercana al cubo de la sección de salida donde el programa de Matlab homogeniza el perfil de velocidad meridional del flujo rápidamente una vez alcanza el borde de salida del rotor.

De la misma forma, en las figuras 6.8.a) y 6.8.b) puede comprobarse la trayectoria de las líneas de corriente para ambos cálculos con más detalle.

Si bien el primer cambio de pendiente es similar en ambos casos tanto en ubicación como en magnitud, el que el flujo se homogenice al alcanzar el borde de salida del rotor desplaza aguas abajo el segundo cambio de pendiente, ya que pasa de ser un cambio gradual a lo largo de toda la sección compuesta por el rotor a tener un gradiente mayor en una zona más reducida ubicada en borde de salida.

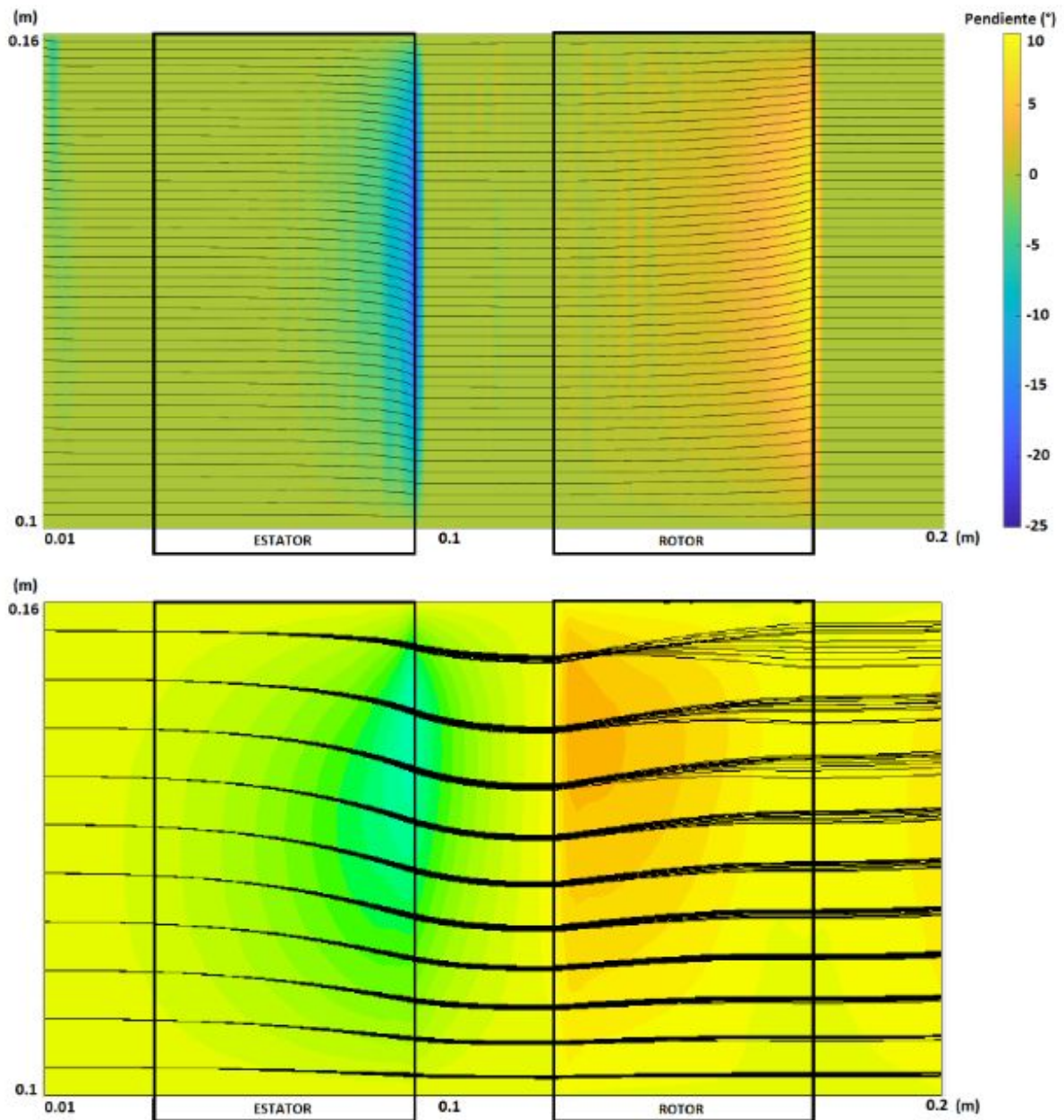


Figura 6.8.a) Pendiente de las líneas de corriente a lo largo del plano meridional, turbina axial resuelta con el programa CFD.

Figura 6.8.b) Pendiente de las líneas de corriente a lo largo del plano meridional, turbina axial resuelta con star CCM+.

7. Conclusiones

Una vez finalizado el proyecto, en este apartado se evaluará su desarrollo y resultados. Además se realizarán algunas consideraciones sobre sus posibles mejoras y, especialmente, sus aplicaciones ya que son la razón por la que se planteó en primer lugar.

La creación de la interfaz ha sido uno de los puntos más relevantes del proyecto ya que estas facilitan al usuario la interacción con un programa determinado. Por ello son de especial importancia cuando dicho programa requiere de una gran cantidad de datos o es necesario modificarlos regularmente, como ocurre en tareas de diseño. Dado que el objetivo era que fuera simple y accesible, se optó por utilizar la herramienta GUIDE de Matlab de forma que tanto la interfaz como el programa estuvieran implementados en el mismo lenguaje de programación, facilitando la comunicación entre ellos mediante el uso de variables globales.

El resultado final permite definir una gran variedad de tipologías de turbomáquina e importar los datos en diversos formatos a otros programas de cálculo tales como Fluent o star CCM+. Además, permite definir las condiciones del flujo que se utilizarán en el programa CFD desarrollado y que puede ser ejecutado fácilmente desde la interfaz.

Las ecuaciones que gobiernan el método de la curvatura de las líneas de corriente se han desarrollado siguiendo el modelo planteado en la tesis de Todd Letcher y se ha complementado su implementación en Matlab de forma que el programa resultante permita tanto aceptar los datos proporcionados por la interfaz como resolver casos que no sean puramente axiales y con álabes.

Los resultados obtenidos de los casos planteados y la validación muestran que el programa resultante resuelve correctamente la ecuación de equilibrio radial para una gran número de condiciones y de forma adecuada actualiza la ubicación de las líneas de corriente de forma que las condiciones del flujo se calculen correctamente para cada celda.

Sin embargo, el programa es muy sensible a la incidencia del flujo y el modelo en el que se basa la implementación no tiene en cuenta una gran cantidad de factores relevantes tales como las pérdidas secundarias o por choque. Es por ello que el programa está abierto a una gran cantidad de mejoras que permitan aumentar su solidez y exactitud en los cálculos.

Finalmente, se puede considerar que el proyecto ha sido un éxito al haber conseguido crear una herramienta que permite tanto definir las características de una turbomáquina y su flujo en diferentes formatos de datos como realizar un cálculo, previo al planteamiento de un estudio riguroso 3D, de sus prestaciones. Por ello, esta herramienta posee un gran uso tanto práctico como didáctico ya que permite explorar de forma sencilla las ecuaciones que rigen el flujo.

PARTE 2

PRESUPUESTO

1. Introducción

En esta sección se desarrollan los costes asociados a la realización del proyecto, en particular: el tiempo de uso de equipo informático, así como los programas utilizados, y las horas utilizadas para consulta del tutor del proyecto.

Para el cálculo del coste de los equipos se tendrá en cuenta la depreciación que sufren los activos físicos con el paso del tiempo, por lo que el coste de amortización se calculará como:

$$c_a = \frac{V_C - V_R}{t_a} \quad (8.1)$$

Siendo V_C el valor de compra, V_R el valor residual y t_a la tasa de amortiguación. Por otro lado, para el cálculo de las tasas horarias se tendrá en cuenta el total de horas empleado en el desarrollo del proyecto por parte del alumno:

$$t_h = \frac{c_a}{h_t} \quad (8.2)$$

Donde las horas totales de desarrollo (h_t) son aproximadamente 350 h.

1.1. Equipo informático y licencias

Para el desarrollo tanto de del código de la interfaz y del programa, como las simulaciones se ha utilizado un ordenador personal ASUS TUF Gaming FX705 con un procesador intel Core i7-8750H.

Teniendo en cuenta que el precio de compra es de 950 €, el periodo de amortización de un ordenador es de aproximadamente 5 años y que el valor residual esperado es del 30%, el coste por año de funcionamiento es de 133 €/año y la tasa horaria es de 0.38 €/h. Sin embargo, se tiene que tener en cuenta también el coste energético asociado a su uso, asumiendo que el precio de la luz es de aproximadamente 0,1443 €/kWh y que el equipo consume 350 W/h.

El coste de una licencia anual de Matlab para uso académico es de 250 €. Teniendo en cuenta que se trata de la herramienta base para el desarrollo de este proyecto se contabiliza su uso en 330 h de las 350 h totales, por lo que la tasa horaria es de 0.76 €/h.

El coste de una licencia de star CCM+ es muy elevado como para justificar su compra para la realización de un único proyecto que solamente recurre a ella parcialmente, por lo que, dado que la licencia utilizada fue proporcionada por el departamento de motores térmicos de la upv al ser alumno, se contará como coste anual en los cálculos el precio de los créditos que componen un año de grado (60 créditos/año a 20.3 €/crédito, 1218 €/año). Teniendo en cuenta que el uso del programa supone un total de 40 h, la tasa horaria es de 30.5 €/h.

Finalmente, a diferencia de los programas anteriores, para el uso de su workbench, Ansys provee una licencia gratuita a los estudiantes, por lo que su coste es nulo.

1.2. Personal

En lo que respecta al trabajo realizado por el alumno, su coste de trabajo es nulo ya que no es beneficiario de ninguna beca ni ha sido contratado para realizar el proyecto.

Por otro lado, se debe tener en cuenta el coste de las consultas realizadas al tutor del proyecto a lo largo de su desarrollo, para ello se estimará el coste por hora dedicada de un ingeniero superior, profesorado, en 40 €/h.

1.3. Coste total

El coste total de la realización del proyecto está compuesto por varios factores, a los cuales se les aplicará un IVA del 21% según corresponda:

- Equipo informático: Tasa horaria de 0.38 €/h con 350 h de trabajo, aplicando el impuesto correspondiente asciende a un total de 160.9 €.
- Uso del equipo informático: El precio de la luz es de 0,1443 €/kWh y el equipo consume 350 W/h, aplicando el impuesto correspondiente asciende a un total de 21.4 €.
- Licencia de Matlab: Tasa horaria de 0.76 €/h con 330 h de trabajo, aplicando el impuesto correspondiente asciende a un total de 302.5 €.
- Licencia de star CCM+: Tasa horaria de 30.5 €/h con 40 h de trabajo, aplicando el impuesto correspondiente asciende a un total de 1476.2 €.
- Licencia de Ansys student: Tasa horaria de 0 €/h con 50 h de trabajo, coste nulo.
- Alumno de grado: Tasa horaria de 0 €/h con 350 h de trabajo, coste nulo.
- Tutor del proyecto: Tasa horaria de 40 €/h con 30 h de trabajo, aplicando el impuesto correspondiente asciende a un total de 1452 €.

En conclusión, el coste total es de 3412 €.

Bibliografía

- [1] Todd Letcher. "A Matlab Implementation Of The Streamline Curvature Method For Axial Turbomachinery". Tesis de la universidad estatal de Ohio (2008) (vid. pág. 10, 44).
- [2] Galindo Lucas, José. Apuntes de la asignatura "Ampliación de turbomáquinas" (vid. pág. 41, 48).
- [3] Diego Orlando Barragán Guerrero. "Manual de interfaz gráfica de usuario en Matlab, Parte I". (2008) (vid. pág. 11).
- [4] C. H. Wu. "A general through-flow theory of fluid flow with subsonic or supersonic velocity in turbomachines of arbitrary hub and casing shapes"(1951) (vid. pág. 18).
- [5] K. M. Boyer. "An improved streamline curvature approach for off-design analysis of transonic compression systems". Tesis de la universidad Virginia Tech (2008) (vid. pág. 16, 25).
- [6] N. A. Cumpsty. "Compressor Aerodynamics" (1989) (vid. pág. 18).
- [7] D. G. Grabowska & P. Kavanagh. "Incorporating radial mixing in axisymmetric streamline curvature through-flow analysis"(1993) (vid. pág. 18, 23).
- [8] Ideen Sadrehaghighi. "Essentials of Turbomachinery in CFD" (2019). (vid. pág. 53).
- [9] Budugur Lakshminarayana. "Fluid Dynamics and Heat Transfer of Turbomachinery" (1996).
- [10] Michael Casey & Chris Robinson. "A new streamline curvature throughflow method for radial turbomachinery" (2008) (vid. pág. 52).
- [11] Meinhard T. Schobeiri. "Turbomachinery Flow Physics and Dynamic Performance" (2005).