



UNIVERSITAT  
POLITÈCNICA  
DE VALÈNCIA



Departamento de Estadística e Investigación Operativa Aplicadas  
y Calidad

Doctorado en Estadística y Optimización

**Aplicación del Análisis Envolvente de Datos y Análisis  
Factorial Múltiple en el estudio del desempeño en las  
instituciones de educación superior públicas en Colombia y  
su implicación en la distribución de los recursos.**

**TESIS DOCTORAL**

**Presentada por:**

Delimiro Alberto Visbal Cadavid

**Dirigida por:**

Dra. Dña. Mónica Martínez Gómez

Valencia – España

Julio de 2019



---

# Dedicatoria

*...escarbó tan profundamente en los sentimientos de ella, que buscando el interés encontró el amor, porque tratando de que ella lo quisiera terminó por quererla.*

*Cien años de soledad - Gabriel García Márquez*

A mi hijo Daniel David Visbal Orjuela.

A Jackie

En especial a mi padre Luis Visbal Avendaño y a mi madre Nelly  
Cadavid Polo.

A mis hermanos.

A la memoria de mis abuelos Daniel David Visbal Zarco, Isabel  
Avendaño Rangel, Ramón Cadavid y Elsa Polo.





---

# Agradecimientos

Agradecer de manera muy especial a mi tutora y directora de tesis Dra. Mónica Martínez Gómez, por su orientación, apoyo y comprensión.

Agradecer de manera muy especial a Dr. Francisco Guijarro por su invaluable colaboración y orientación.

Agradecer a Joaquín Aldás Manzano por su invaluable colaboración.

A mis hermanos y familia, quienes siempre me han respaldado incondicionalmente para lograr y superar retos académicos y de vida.

A mi padre y madre, quien ha sido el pilar en el cual me he sostenido para poder alejarme de casa durante la duración de mis estudios de postgrado.

Agradezco a todas aquellas personas e instituciones que han contribuido directa e indirectamente a la realización de este trabajo. En especial a la Universidad del Magdalena, a sus directivos, docentes y personal de apoyo.

Agradecer a José Vásquez, decano de la Facultad de Ingeniería de la Universidad del Magdalena.

Agradecer a Pedro Luis Salcedo, Director del Programa de Ingeniería Industrial de la Universidad del Magdalena.

A todas las personas que en el transcurso de estos años he conocido en Valencia, quienes han hecho mucho más fácil y placentera la integración en esta maravillosa ciudad.

A la Universidad Politécnica de Valencia y su Departamento de Estadística e Investigación Operativa Aplicadas y Calidad, por la formación recibida en estos años.

A todos gracias.







---

# Resumen

El establecimiento de estrategias y planes de mejora de todo sistema debe abordar como primera instancia el conocimiento del estado actual del mismo, lo cual se logra mediante la formulación, estudio y análisis de los indicadores de gestión de las dimensiones consideradas importantes para el logro de los objetivos, y ello se hace extensivo al Sistema Universitario Estatal (SUE) colombiano. En este contexto, los resultados de las Instituciones de Educación Superior (IES) están entre los desafíos y retos que tiene el sistema educativo en Colombia.

Con el presente trabajo se pretende realizar un análisis comparativo del estado actual de las IES públicas colombianas. Para ello, en primer lugar se realizó un estudio de eficiencia mediante el Análisis Envoltente de Datos (DEA), para posteriormente hacer una propuesta de reestructuración del sector educativo superior público colombiano mediante la implementación del Análisis Envoltente de Datos Inverso en combinación con Algoritmos Genéticos (InvDEA – AG) a través de la identificación de posibles fusiones entre IES ineficientes en una única nueva IES resultante, de manera que esta última posea un cierto nivel de eficiencia técnica preestablecido. En una tercera etapa se realiza una caracterización de las mismas mediante el estudio de los indicadores de resultados establecidos en el Índice de Progreso de la Educación Superior (IPES) desarrollado por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia utilizando como herramienta el Análisis Factorial Múltiple (AFM), y finalmente se va a proponer un Índice Sintético de Desempeño basado en los resultados del AFM ( $I_{AFM}$ ), índice que considera la estructura interna de los indicadores que conforman las dimensiones del sistema de indicadores de gestión de las IES.

---

Los resultados indican que, en términos generales, las universidades que exhiben más debilidades son: Pacífico, Chocó, UFPS–Ocaña, Guajira, Cesar, Amazonía, Sucre, Llanos, Pamplona y Cundinamarca.

Los resultados muestran que la dimensión Acceso es la más multidimensional, seguido por Calidad y Logro, siendo el más homogéneo el grupo Recursos.

El mejor desempeño en las variables de la dimensión Logro lo tiene la Universidad Nacional de Colombia (UNAL), seguida por Universidad de Antioquia (UDEA). El mejor desempeño en la dimensión Calidad lo posee la Universidad Nacional Abierta y a Distancia (UNAD), mientras que la Universidad Pedagógica Nacional tiene el mejor desempeño en Acceso, y el segundo mejor desempeño en Calidad (compartido con la Universidad Militar).

---

# Resum

L'establiment d'estratègies i plans de millora de tot sistema ha d'abordar com a primera instància el coneixement de l'estat actual d'aquest, la qual cosa s'aconsegueix mitjançant la formulació, estudi i anàlisi dels indicadors de gestió de les dimensions considerades importants per a l'assoliment dels objectius, això també és totalment cert en el Sistema Universitari Estatal (SUE) colombià. En aquest context, els resultats de les Institucions d'Educació Superior (IES) estan entre els desafiaments i reptes que té el sistema educatiu a Colòmbia.

Amb el present treball es pretén realitzar una anàlisi comparativa de l'estat actual de les IES públiques colombianes, per a això es duu a terme un estudi d'eficiència mitjançant l'Anàlisi Envolupant de Dades (DEA), seguidament es fa una proposta de reestructuració del sector educatiu superior públic colombià mitjançant la implementació de l'Anàlisi Envolupant de Dades Invers en combinació amb Algorismes Genètics (InvDEA – AG) a través de la identificació de possibles fusions entre IES ineficients en una única nova IES resultant, de manera que aquesta última posseïska un cert nivell d'eficiència tècnica preestablert, també es realitza una caracterització de les mateixes mitjançant l'estudi dels indicadors de resultats establerts en l'Índex de Progrés de l'Educació Superior (IPES) desenvolupat pel Ministeri d'Educació Nacional de Colòmbia utilitzant com a eina l'Anàlisi Factorial Múltiple (AFM), i finalment es proposa un Índex Sintètic d'Acompliment basat en els resultats del AFM (IAFM), índex que considera l'estructura interna dels indicadors que conformen les dimensions del sistema d'indicadors de gestió de les IES.

---

Els resultats indiquen que, en termes generals, les universitats que exhibeixen més debilitats són: Pacífico, Chocó, UFPS-Ocaña, Guajira, Cesar, Amazonía, Sucre, Llanos, Pamplona i Cundinamarca.

Els resultats mostren que la dimensió Accés és la més multidimensional, seguit per Qualitat i Assoliment, i el més homogeni és Recursos.

El millor compliment en les variables de la dimensió Assoliment ho té la Universitat Nacional de Colòmbia (UNAL), seguida per Universitat de Antioquia (UDEA). El millor compliment en la dimensió Qualitat el posseeix la Universitat Nacional Oberta i a Distància (UNAD), mentre que la Universitat Pedagògica Nacional té el millor compliment en Accés, i el segon millor compliment en Qualitat (compartit amb la Universitat Militar).



---

# Abstract

The establishment of strategies and plans for the improvement of any system should address as a first instance the knowledge of the current state of the same, which is achieved through the formulation, study and analysis of performance indicators of the dimensions considered important for the achievement of objectives, this is also totally true in the Colombian State University System (SUE). In this context, the results of the Higher Education Institutions (HEIs) are among the challenges that the education system has in Colombia.

This work intends to carry out a comparative analysis of the current state of Colombian public HEIs. To do this, an efficiency study was first carried out using the Data Envelope Analysis (DEA), then a proposal is made to restructure Higher Public Education Sector in Colombia through the implementation of the Inverse Data Envelopment Analysis in combination with Genetic Algorithms (InvDEA –GA) by identifying possible mergers between inefficient HEI in a single resulting new HEI so that the latter fulfill a global predefined efficiency. In a third stage, a characterization of them is carried out by studying the outcome indicators established in the Progress Index of Higher Education (IPES) developed by the Ministry of National Education of Colombia through Multiple Factor Analysis (MFA) as tool, and finally, a Synthetic Performance Index based on the results of the MFA (IMFA) is proposed, index that considers the internal structure of the indicators that compose the dimensions of the system of indicators of HEIs in Colombia.

The results indicate that, in general terms, the universities that exhibit the most weaknesses are: Pacífico, Chocó, UFPS–Ocaña, Guajira, Cesar, Amazonía, Sucre, Llanos, Pamplona y Cundinamarca.

---

The results show that the Access dimension is the most multidimensional, followed by Quality and Achievement, and the most homogeneous is Resources.

The best performance in the variables of the Achievement dimension is the Universidad Nacional de Colombia (UNAL), followed by the Universidad de Antioquia (UDEA). The best performance in the Quality dimension is held by the Universidad Nacional Abierta y a Distancia (UNAD), while the Universidad Pedagógica Nacional has the best performance in Access, and the second best performance in Quality (shared with the Universidad Militar Nueva Granada).



---

# Índice general

Dedicatoria.....	i
Resumen .....	ii
Resum .....	iv
Abstract.....	vi
Índice general .....	vii
Índice de figuras .....	x
Índice de tablas .....	xi
Introducción.....	1
1. Justificación, objetivos y contribuciones .....	7
1.1. Justificación e importancia de la investigación.....	7
1.1.1. <i>Justificación de la investigación</i> .....	11
1.1.2. <i>Importancia y justificación para Colombia y el Sistema de Educación Superior</i> 17	
1.1.3. <i>Importancia académica</i> .....	17
1.1.4. <i>Importancia para el autor</i> .....	19
1.2. Objetivos.....	20
1.2.1. <i>Objetivo General</i> .....	20
1.2.2. <i>Objetivos Específicos</i> .....	20
1.3. Contribuciones .....	22
2. Marco global del sistema de distribución de recursos de las universidades públicas colombianas .....	25
2.1. Antecedentes .....	25
2.2. El modelo de asignación de recursos hasta el año 2014 .....	27
2.3. El modelo de asignación de recursos a partir del año 2015 .....	30
3. Propuesta metodológica para estudio de los indicadores de desempeño y para la construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas.....	41

---

3.1	Introducción .....	41
3.2	Data Envelopment Analysis (DEA).....	42
3.2.1	El Modelo CCR .....	44
3.2.2	El Modelo BCC .....	45
3.2.3	El Modelo Aditivo .....	46
3.2.4	El Modelo SBM (Slacks – Based Measure).....	47
3.2.5	El modelo SBM enfocado a salidas. ....	53
3.2.6	Eficiencia de Escala .....	53
3.2.7	Eficiencia de Mezcla.....	54
3.2.8	Modelo DEA de Eficiencia Cruzada.....	55
3.2.9	Índice de Productividad de Malmquist (IPM).....	60
3.3	Data Envelopment Analysis Inverso (InvDEA) y Algoritmos Genéticos....	62
3.3.1	El Modelo DEA Inverso (InvDEA) .....	68
3.3.2	Algoritmo Genético (AG).....	71
3.3.3	El modelo InvDEA – AG.....	78
3.4	Análisis Factorial Múltiple (AFM) .....	80
3.4.1	Creación de un índice sintético de desempeño .....	87
3.4.2	Coeficiente de Concordancia W de Kendall .....	90
3.5	Conclusiones .....	93
4.	Estudio de los indicadores de desempeño y construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas.....	97
4.1	Introducción .....	97
4.2	Eficiencia en las universidades públicas colombianas por medio de DEA..	98
4.2.1	Introducción.....	98
4.2.2	Descripción y tratamiento de los datos .....	101
4.2.3	Resultados.....	105
4.2.4	Conclusiones.....	115
4.3	Eficiencia en las universidades públicas colombianas por medio de DEA inverso y Algoritmo Genéticos (InvDEA – AG).....	117
4.3.1	Introducción.....	117

---

4.3.2	Descripción y tratamiento de los datos .....	117
4.3.3	Resultados.....	119
4.3.4	Conclusiones.....	124
4.4	Caracterización de las universidades públicas colombianas mediante Análisis Factorial Múltiple (AFM).....	125
4.4.1	Introducción.....	125
4.4.2	Descripción y tratamiento de los datos .....	127
4.4.3	Resultados.....	130
4.4.4	<i>Conclusiones</i> .....	154
5.	Conclusiones generales y futuras líneas de investigación .....	159
5.1	Introducción.....	159
5.2	Conclusiones.....	160
5.3	Futuras líneas de investigación .....	167
6.	Referencias .....	169

---

# Índice de figuras

Figura 3.3.1 Ejemplo de la representación de un cromosoma .....	72
Figura 3.3.2 Algoritmo 1 – Pseudocódigo para la función de ajuste .....	74
Figura 3.3.3 Algoritmo 2 – Pseudocódigo para el operador de mutación .....	75
Figura 3.3.4 Ejemplo de un cruce .....	76
Figura 3.3.5 Algoritmo 3 – Pseudocódigo para el operador de cruce .....	77
Figura 3.4.1 Configuración de los grupos de variables e individuos en AFM.....	81
Figura 3.4.2 Primera etapa del AFM .....	85
Figura 3.4.3 Segunda etapa del AFM .....	85
Figura 3.5.1 Utilización de las herramientas propuestas.....	95
Figura 4.2.1 Avance eficiencia cruzada .....	112
Figura 4.4.1 Distribución de los grupos de variables en los ejes factoriales 1 y 2.....	134
Figura 4.4.2 Distribución de los grupos de variables en los ejes factoriales 1 y 3 .....	135
Figura 4.4.3 Representación de las variables.....	139
Figura 4.4.4 Representación de las IES en el plano factorial (1, 2) .....	140
Figura 4.4.5 Representación de las IES en el plano factorial (1, 3) .....	141
Figura 4.4.6 Gráfico de individuos parciales dimensiones 1 y 2 .....	142
Figura 4.4.7 Gráfico de individuos parciales dimensiones 1 y 3 .....	143
Figura 4.4.8 Representación de las IES con sus categorías (IES que exhiben bajo desempeño).....	144
Figura 4.4.9 Gráfico de ejes parciales .....	145



---

# Índice de tablas

Tabla 2.3.1 Dimensiones y componentes del IPES .....	30
Tabla 2.3.2 Indicadores de los componentes del Índice Sintético .....	32
Tabla 2.3.3 Indicadores de los componentes del Índice Sintético .....	33
Tabla 2.3.4. Ponderación investigadores .....	36
Tabla 2.3.5. Ponderación grupos de investigación .....	36
Tabla 2.3.6. Ponderación artículos .....	37
Tabla 2.3.7. Ponderación según nivel de formación .....	37
Tabla 4.2.1 Universidades consideradas en el estudio .....	102
Tabla 4.2.2. Variables consideradas en el estudio y su descripción, año 2012 .....	103
Tabla 4.2.3. Estadísticas descriptivas de las variables consideradas en el estudio, año 2012 .....	104
Tabla 4.2.4. Correlación entre variables de entrada y de salida, 2012 .....	104
Tabla 4.2.5. Puntajes de Eficiencia y Retornos a Escala .....	106
Tabla 4.2.6. Principales fuentes de ineficiencia .....	108
Tabla 4.2.7. Aumento en las variables de salida requerido para alcanzar eficiencia SBM .....	110
Tabla 4.2.8. Ranking de las IES evaluadas .....	111
Tabla 4.2.9. Ponderación de las variables .....	112
Tabla 4.2.10. Estadísticas descriptivas de las variables consideradas, año 2011 .....	114
Tabla 4.2.11. Cambio en la productividad periodo 2011 – 2012. Modelo SBM – O - C .....	114
Tabla 4.3.1 Variables de entrada y salidas del modelo InvDEA - AG .....	119
Tabla 4.3.2 Parámetros del Algoritmo Genético .....	120
Tabla 4.3.3 Fusiones en las universidades resultantes del modelo InvDEA – AG .....	121
Tabla 4.4.1 Variables utilizadas en el AFM, año 2018 .....	129
Tabla 4.4.2 Resultados Análisis Componentes Principales para cada grupo de variables .....	131
Tabla 4.4.3 Valores propios y variabilidad explicada AFM .....	131
Tabla 4.4.4 Correlaciones grupos de variables y factores .....	132
Tabla 4.4.5 Coordenadas de los grupos sobre los factores (inercia acumulada) .....	133
Tabla 4.4.6 Asociación de los grupos de variables con los factores del AFM .....	135
Tabla 4.4.7 Coeficientes Lg del AFM .....	136
Tabla 4.4.8 Coeficientes RV del AFM .....	136
Tabla 4.4.9 Cargas factoriales de las variables con los factores del AFM .....	138
Tabla 4.4.10 Puntuaciones 4 primeros factores del AFM .....	146
Tabla 4.4.11 Puntuaciones transformadas de los 4 primeros factores del AFM y el Índice de Desempeño ( $I_{AFM}$ ) .....	147
Tabla 4.4.12 Ordenamiento de las IES según el $I_{AFM}$ y el porcentaje de recursos Art. 87 Ley 30 de 1992 correspondiente a cada IES .....	149
Tabla 4.4.13 Ordenamiento de las IES según el IPES e $I_{AFM}$ .....	150
Tabla 4.4.14 Concordancia entre las clasificaciones IPES e $I_{AFM}$ .....	152

---

Tabla 4.4.15 Recursos Asignados Art. 87 Ley 30 de 1992 a cada IES según IPES e IAFM  
(Vigencia 2018)..... 152

# Introducción

En Colombia las instituciones responsables de la gestión del Sistema Universitario Estatal (SUE) construyen estrategias en busca de la mejora continua de este sector educativo, siendo de primordial importancia los resultados obtenidos por cada una de las universidades públicas en el cumplimiento de sus áreas misionales.

Cualquier modelo de medición de los resultados obtenidos por las Instituciones de Educación Superior (IES), debe establecer el conjunto de elementos fundamentales (o variables críticas), que puedan estar implicadas en el grado de consecución de los objetivos, es decir, en el grado de avance o atraso de la organización frente a sus objetivos de mejoramiento (Silva y Hernández, 2013). Es, en estas variables críticas, en las que se deben focalizar las acciones de mejora, de manera que se puedan generar los cambios necesarios para incrementar su calidad y, en consecuencia, el rendimiento y la eficacia del sistema universitario estatal.

Los desafíos y retos a los que se deben enfrentar las IES, así como, las acciones y estrategias que deben emprenderse para movilizar los recursos y, en consecuencia las fuentes de financiamiento, para que se pueda alcanzar los objetivos propuestos, deben comenzar por la determinación de las variables críticas en cada IES, con el fin de lograr un financiamiento sostenible que permita la expansión y diversificación del sistema, de manera que se consiga optimizar la calidad en la educación superior.

Dentro de este contexto, el desempeño de las IES ocupa, sin duda alguna, un lugar sobresaliente entre los desafíos y retos que tiene la educación superior en Colombia. La política pública del gobierno actual, considera la educación como el eje fundamental del desarrollo económico y social del país, lo que implica la necesidad de asignar más recursos que permitan garantizar el cumplimiento de la misión y de las funciones sustantivas de las IES, definidas por el MEN: Docencia, Investigación y Extensión.

La metodología utilizada actualmente para asignar los recursos a las IES pública es insuficiente y poco inequitativo, existiendo universidades que reciben mucho más dinero por estudiante que otras. Éste hecho se evidencia sobre todo en las instituciones de orden regional, siendo este uno de los principales problemas a los que se deben enfrentar las IES públicas, ya que al ser insuficientes los recursos asignados por la Nación, deben buscar otro tipo de financiación, y venden, por ejemplo, otro tipo de servicios para lograr equilibrar sus presupuestos.

Con el presente trabajo se pretende, en primer lugar, realizar un estudio de eficiencia de las IES públicas colombianas mediante el Análisis Envoltante de Datos (DEA), con la finalidad de realizar una clasificación de las mismas, y a su vez determinar las variables en las cuales se deben focalizar los esfuerzos de mejora con

el propósito de incrementar el desempeño de aquellas IES que presenten problemas de eficiencia.

Otro propósito del trabajo consiste en realizar una propuesta de reestructuración del Sistema de Universidades del Estado mediante el establecimiento de posibles fusiones entre IES ineficientes en una única nueva IES resultante, de manera que esta última posea un cierto nivel de eficiencia técnica preestablecido.

Por último, se pretende determinar aquellas variables críticas entre todos los indicadores de resultados utilizados actualmente por el MEN en su metodología de asignación de recursos en las que la mayoría de las IES presentan carencias, y, en consecuencia, sobre las que se deben concentrar los esfuerzos de mejora.

El trabajo ha sido estructurado en 5 capítulos, que se detallan a continuación.

En el primer capítulo se presenta la motivación para llevar a cabo la investigación, haciendo énfasis en la deficiente financiación de las IES públicas colombianas y la necesidad de que los pocos recursos disponibles sean asignados de manera óptima en función de la información disponible, tanto respecto a los recursos utilizados, como a los indicadores de resultados de cada IES. Así mismo, se destacan los objetivos a conseguir con la realización de la presente tesis doctoral.

En el segundo capítulo se presentan los antecedentes sobre los sistemas, metodologías e indicadores utilizados por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN) para de distribución de los recursos a las Instituciones de Educación Superior Públicas.

En el tercer capítulo se presenta el marco teórico de las herramientas utilizadas en la presente investigación, entre ellas el Análisis Envolvente de Datos, el Análisis

Envolvente de Datos Inverso en combinación con Algoritmos Genéticos y el Análisis Factorial Múltiple. así como una descripción metodológica de cómo aplicarlas para el estudio de la eficiencia/desempeño de la IES y la detección de las variables críticas o indicadores de resultado sobre las que se deben focalizar los esfuerzos para conseguir incrementar el desempeño en cada una de las IES colombianas.

En el cuarto capítulo, se muestran los resultados obtenidos al aplicar las diversas técnicas multivariadas utilizadas en el desarrollo de la presente investigación. Se comenzará explicando detalladamente los resultados obtenidos mediante Análisis Envolvente de Datos en el estudio de la eficiencia técnica, administrativa, de escala y de mezcla a las IES públicas colombianas, para posteriormente efectuar un ranking de las mismas mediante un modelo de eficiencia cruzada óptimo de Pareto y un estudio de la productividad de éstas entre los años 2011 y 2012 mediante el Índice de Malmquist.

A continuación, se presentan los resultados obtenidos tras la aplicación de un modelo de Análisis Envolvente de Datos Inverso (DEA Inverso) en combinación con Algoritmos Genéticos (AG), con la intención de establecer posibles fusiones entre IES ineficientes con el propósito de que la DMU (Decision Making Unit) resultante de estas fusiones posea un cierto nivel de eficiencia técnica.

Seguidamente, se presentan los resultados de la aplicación del Análisis Factorial Múltiple para la caracterización de las IES públicas colombianas, considerando variables relativas a los recursos e indicadores de resultados de las mismas, así como la clasificación y recursos asignados mediante el índice propuesto y los obtenidos mediante el Índice de Progreso de la Educación Superior (IPES) utilizado actualmente por el MEN, y un análisis comparativo de las dos clasificaciones.

En la última parte, se presentan las conclusiones y se discuten los aspectos más relevantes de esta tesis y su posible repercusión sobre la metodología de asignación de recursos en las IES colombianas, incluyendo líneas futuras de investigación.

Se espera que el presente estudio se traduzca en un incremento en los niveles de los indicadores de resultados mediante el establecimiento de políticas en el interior de cada IES, en pro de la mejora en cada una de las variables objeto de estudio, en la medida en que el estudio permita detectar las debilidades existentes en cada IES estudiada. Al mismo tiempo, un estudio de este tipo podría incentivar una sana competencia entre las IES, lo cual redundaría en el incremento del desempeño y, por tanto, en la calidad de sus egresados. En este mismo sentido, y en la actual coyuntura de acreditación institucional y de los programas académicos que viven las IES, el conocimiento de las relaciones existentes entre los diversos indicadores, y la magnitud de las deficiencias en las variables propias del sistema universitario, se ha vuelto imprescindible.



# 1. Justificación, objetivos y contribuciones

## 1.1. Justificación e importancia de la investigación

Según Zhang y Shi (2019), la evaluación del desempeño universitario es el producto del desarrollo de la economía educativa, la evaluación del desempeño educativo y la gestión universitaria. La evaluación del desempeño educativo apareció por primera vez en los Estados Unidos, inicialmente mediante el cálculo de la función de producción de la educación.

González-Garay et. al (2019) consideran que las clasificaciones universitarias se han convertido en una herramienta importante para comparar instituciones académicas dentro y entre países. Sin embargo, se fundamentan en puntajes agregados basados en pesos subjetivos que los hacen sensibles a las preferencias de los expertos y no totalmente transparentes para los usuarios finales.

Se considera que la evaluación del desempeño de las instituciones académicas es clave para mejorar la calidad de la educación y hacer un mejor uso de los recursos disponibles. Un ejemplo común de tales evaluaciones son las clasificaciones universitarias, donde las instituciones académicas de educación superior se evalúan de acuerdo con múltiples criterios. Las clasificaciones de las universidades a nivel mundial comparan a las instituciones de educación superior (IES) de todos los países, básicamente, en función de su desempeño en investigación y docencia. Según González-Garay et. al (2019), en los últimos años, las clasificaciones han alcanzado prominencia en la educación superior y en la formulación de políticas, convirtiéndose en una herramienta importante para los estudiantes y comunidad académica en general que desean discriminar entre instituciones académicas. Sin embargo, a pesar de su uso generalizado, las clasificaciones a menudo no proporcionan transparencia total sobre cómo evalúan y sopesan las categorías evaluadas. Como resultado, existe un claro interés en mejorar la forma en que se llevan a cabo los rankings y se realizan evaluaciones para garantizar una comparación justa y transparente entre las IES (Marginson y Van Der Wende, 2006). Esto permitiría a las IES entender claramente cómo garantizar una mayor calidad de la educación y emprender respuestas apropiadas (Meredith, 2004).

Las clasificaciones universitarias tienen como objetivo evaluar las IES de acuerdo con diversos indicadores o métricas, como el número de publicaciones y citas, la satisfacción docente, el gasto por alumno y la empleabilidad, entre otros. La calidad académica es inherentemente multifacética y, por lo tanto, difícil de evaluar con un solo indicador. Debido a la falta de una métrica única y globalmente aceptada para evaluar las IES de manera objetiva y sistemática, se han presentado varias metodologías de evaluación que difieren tanto en alcance como en enfoque (Kivinen et al., 2017). Por ejemplo, clasificaciones como Academic Ranking of World

Universities (ARWU – Shanghai ranking) (Liu y Cheng, 2005) o The University Ranking by Academic Performance (URAP, 2015) se centran en la investigación y el rendimiento académico. The Times Higher Education World University Rankings (2018) considera la enseñanza, la investigación y la reputación. The Performance Ranking of Scientific Papers for World Universities (NTU, 2018) cuantifica el desempeño científico en términos de publicaciones, mientras que el QS World University Rankings (Huang, 2011) se centra en el éxito logrado al convertirse o seguir siendo una institución de clase mundial.

Según Rauhvargers (2011), los rankings de universidades se establecieron para crear transparencia sobre el sistema educativo superior en un mercado mundial competitivo. Sin embargo, no existe un modelo único de clasificación de universidades, estos varían según sus objetivos y grupos objetivo, así como en términos de lo que miden, cómo lo miden y cómo definen implícitamente la calidad y la excelencia (Aguillo, Bar-Ilan, Levene, y Ortega, 2010; Cheng y Liu, 2008; Usher y Savino, 2006).

Una característica común de estas clasificaciones es su dependencia de puntajes agregados para calcular una sola métrica. Esta métrica simplifica enormemente la comparación entre las IES que ayudan a las universidades a comparar su desempeño entre sí de una manera directa. También es útil para la sociedad en general y para los encargados de formular políticas para hacer comparaciones entre las IES. Sin embargo, esta simplicidad y facilidad de aplicación tiene el costo de introducir ponderaciones controvertidas y subjetivas sobre las cuales no hay consenso general (Marginson y Van Der Wende, 2006; Huang, 2011). Además, cualquier clasificación tiene una finalidad específica y es muy sensible a las ponderaciones, suposiciones, métodos y datos considerados durante la evaluación. En consecuencia, no existe una clasificación perfecta y ninguno de ellos

proporciona una evaluación totalmente precisa de la calidad de una IES determinada (Bougnol y Dulá, 2015).

A pesar de su popularidad, las clasificaciones han sido criticadas por utilizar métodos de investigación deficientes, enfatizando la ciencia, la medicina y la tecnología sobre las artes y las humanidades, siendo sesgados hacia las universidades de habla inglesa y generando desigualdad y exclusión (Barron, 2016; Stolz, Hendel y Horn, 2010; West, 2009; Gómez-Sancho & Pérez-Esparrells, 2012).

En Colombia se destaca el ranking U-Sapiens, el cual tiene en cuenta indicadores de investigación, y es publicado cada semestre desde 2011 por la consultora Sapiens Reseach. Tiene en cuenta universidades con indicadores en las siguientes tres variables: revistas indexadas en el Índice Bibliográfico Nacional (Publindex), maestrías o doctorados activos según el Ministerio de Educación Nacional y grupos de investigación categorizados por Colciencias.

Sin embargo, las clasificaciones mencionadas no tienen como finalidad la asignación de recursos. En Colombia, el Artículo 87 de la Ley 30 de 1992 establece que el Gobierno Nacional realizará aportes a las IES públicas de conformidad con los objetivos previstos para el Sistema de Universidades Estatales (SUE), en la práctica se han utilizado diversas herramientas para realizar la clasificación de las IES según su desempeño y este ranking ha sido el fundamento para la asignación de los recursos procedentes de dicho Artículo.

La clasificación de las IES y posterior asignación de los recursos provenientes del citado Artículo a las IES entre los años 2003 y 2014 se llevó a cabo mediante un modelo de Fronteras Estocásticas, y a partir del año 2015 esta asignación se realiza mediante el llamado Índice de Progreso de la Educación Superior (IPES). Estas dos metodologías serán explicadas detalladamente más adelante en este documento.

Entre los trabajos científicos que evalúan el desempeño de las IES públicas en Colombia mediante DEA encontramos los realizados por Murilo (2014), García y González (2013), Soto, Arenas y Trejos (2005), Visbal-Cadavid, Mendoza y Causado (2016), Visbal-Cadavid, Mendoza y Orjuela (2017). Por su parte, entre los trabajos que utilizan Fronteras Estocásticas para evaluar el desempeño de IES en Colombia tenemos los realizados por Gómez y Ceballos (2016), Murillo (2014), Gonzáles, Ramoni y Orlandoni (2017) y Melo-Becerra, Ramos-Forero y Hernández-Santamaría (2017).

En el presente trabajo se realiza el estudio del desempeño de las IES públicas colombianas utilizando tres herramientas de análisis de datos, a saber: DEA mediante los modelos CCR, BCC y SBM, DEA utilizando un modelo de eficiencia cruzada Pareto óptimo, DEA inverso en combinación con Algoritmos Genéticos (InvDEA-AG) y, finalmente, Análisis Factorial Múltiple.

### ***1.1.1. Justificación de la investigación***

En su artículo 67, la constitución política colombiana establece que “la educación es un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social; con ella se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica, y a los demás bienes y valores de la cultura”.

Por su parte el artículo 2 de la Ley 30 de 1992 establece que “la educación superior es un servicio público, cultural, inherente a la finalidad social del Estado”.

La Conferencia Mundial sobre la Educación Superior + 5, celebrada en la sede de la UNESCO en París del 23 al 25 de junio de 2003, afirma que “*Nunca antes en*

*la historia el bienestar de las naciones ha estado tan estrechamente vinculado a la calidad y el alcance de sus sistemas e instituciones de enseñanza superior”*. Esta afirmación refleja la necesidad de invertir más y de manera eficiente los recursos destinados a garantizar la calidad y cobertura de la educación superior pública.

Por otro lado, la Declaración Mundial sobre la Educación Superior celebrada en la sede de la UNESCO en París en octubre de 1998 sostiene que:

La educación superior ha dado sobradas pruebas de su viabilidad a lo largo de los siglos y de su capacidad para transformarse y propiciar el cambio y el progreso de la sociedad. Dado el alcance y el ritmo de las transformaciones, la sociedad cada vez tiende más a fundarse en el conocimiento, razón de que la educación superior y la investigación formen hoy en día parte fundamental del desarrollo cultural, socioeconómico y ecológicamente sostenible de los individuos, las comunidades y las naciones. (P.2)

La misma Declaración considera que:

La segunda mitad del siglo pasado pasará a la historia de la educación superior como la época de expansión más espectacular; a escala mundial, el número de estudiantes matriculados se multiplicó por más de seis entre 1960 (13 millones) y 1995 (82 millones). Pero también es la época en que se ha agudizado aún más la disparidad, que ya era enorme, entre los países industrialmente desarrollados, **los países en desarrollo y en particular los países menos adelantados** en lo que respecta al acceso a la educación superior y la investigación y los recursos de que disponen. Ha sido igualmente una época de mayor estratificación socioeconómica y de aumento de las diferencias de oportunidades de enseñanza dentro de los propios países, incluso en algunos de los más desarrollados y más ricos. (P. 1).

En Colombia, según información del Instituto Colombiano de Fomento a la Educación Superior (ICFES) y del Sistema Nacional de Información de Educación Superior (SNIES), en 1993 la matrícula de las 32 universidades estatales en programas de pregrado fue de 159.218 estudiantes, mientras que para el año 2003 la cifra ascendió a 357.552 estudiantes matriculados, en 2011 este número alcanzó los 560.575 estudiantes, lo que significa un incremento de 56.78% entre 2003 y 2011, y de más del 252,08% entre 1993 y 2011. En 2017 la cifra ha ascendido a 576.393 estudiantes matriculados en programas de pregrado en las 32 IES del SUE.

Por su parte, el número de graduados en pregrado pasó de 37.846 en 2003 a 57.866 en 2011 con un incremento del 52,90%. La matrícula en programas de postgrado pasó de 19.652 en 2003 a 46.974 en 2017, lo que representa un incremento del 139,03%. Y, finalmente, comentar que el número de graduados en postgrado pasó de 5.123 en 2003 a 13.355 en 2011 con un incremento del 160,69% en 8 años.

En cuanto al nivel de formación de los docentes, según SUE (2012), las IES del SUE en el período comprendido entre los años 2003 y 2011, incrementó el número de docentes con título de doctorado en 204,67%, pasando de 835 profesores equivalentes a tiempo completo con título de doctorado a 2.544, resaltando que los costos asociados a esta formación fueron asumidos por las IES, sin recibir aportes adicionales del presupuesto de la Nación.

No obstante, a pesar de los avances en cobertura y en la mejora de formación de los docentes en las IES, la financiación no ha experimentado un mejoramiento significativo.

En Colombia la Ley 30 de 1992 (Ley de Educación Superior) organiza el servicio público de educación superior e instaura un régimen especial para las Universidades del Estado. El artículo 86 de la citada Ley establece como sistema de

financiación que *“Los presupuestos de las Universidades nacionales, departamentales y municipales estarán constituidos por aportes del presupuesto Nacional para funcionamiento e inversión, por los aportes de los entes territoriales, por los recursos y rentas propias de cada institución. Las Universidades estatales u oficiales recibirán anualmente del presupuesto nacional y de las entidades territoriales, que signifiquen siempre un incremento en pesos constantes, tomando como base los presupuestos de rentas y gastos vigentes a partir de 1993”*.

El Gobierno Nacional de Colombia en este Artículo, garantiza a las IES públicas recursos fijos provenientes de la nación y de las entidades territoriales, los cuales son destinados a funcionamiento e inversión.

El Artículo 87 de la citada Ley, establece que *“A partir del sexto año de la vigencia de la Ley en mención, el Gobierno Nacional incrementará sus aportes para las universidades estatales u oficiales, en un porcentaje no inferior al 30% del incremento del Producto Interno Bruto. Este incremento se efectuará en conformidad con los objetivos previstos para el Sistema de Universidades Estatales u oficiales y en razón al mejoramiento de la calidad de las instituciones que lo integran”*.

*Parágrafo. El incremento al que se refiere el presente artículo se hará para los sistemas que se creen en desarrollo de los artículos 81 y 82 y los dineros serán distribuidos por el Consejo Nacional de Educación Superior (CESU), previa reglamentación del Gobierno Nacional”*.

En el Artículo 87 de la Ley 30 de 1992, el Gobierno Nacional establece el incremento anual de los recursos que aporta la nación de acuerdo con el crecimiento de la economía (Producto Interno Bruto, PIB) y de conformidad con los objetivos previstos para el Sistema de Universidades Estatales (SUE).

Sin embargo, según SUE (2012), esta forma de financiación no ha sido suficiente para soportar el desarrollo de las universidades y el cumplimiento de las metas nacionales en cuanto a ampliación de cobertura y acceso a la educación superior de calidad.

En esta misma línea, el Informe de Educación Superior en Iberoamérica del 2011 elaborado por el Centro Interuniversitario de Desarrollo (CINDA), al hacer referencia al sistema de financiación de las IES públicas colombianas manifiesta que:

Durante el último quinquenio, no se produjo ningún cambio significativo en el financiamiento de la educación superior, a pesar de que la cobertura se incrementa. Las universidades públicas siguen financiadas con base en la Ley 30 de 1992, que define la política de financiación del sistema estatal de universidades. Los aportes otorgados bajo esta ley se ajustan con base en la inflación, por lo que en términos constantes reciben casi los mismos recursos. Sin embargo, como proporción del PIB éstos disminuyen ya que al comienzo del período representaron el 0,50 y al final el 0,47. (P.309).

El Informe Educación Superior en Iberoamérica, Informe (2016), afirma que “la principal fuente de financiamiento de las instituciones públicas es el subsidio fiscal, bajo la forma de una contribución directa, renovada anualmente”.

En el mismo informe se pone de manifiesto la difusión del uso de criterios de asignación de fondos públicos por competencia, ya sea basada en concurso de proyectos, en indicadores de eficiencia interna o en relación con mejoras de calidad, pertinencia y equidad.

En Colombia, el modelo de asignación de los recursos referidos en el Artículo 87 de la Ley 30 de 1992 a las IES públicas a partir del año 2003 y hasta el 2014

estuvo basado en indicadores de eficiencia interna mediante un modelo de Fronteras Estocásticas. A partir de una nueva normativa vigente desde el año 2015 esta asignación se lleva a cabo mediante la determinación del llamado Índice de Progreso de la Educación Superior (IPES), el cual considera tres dimensiones: Acceso, Logro y Calidad. Sin embargo, las ponderaciones asignadas tanto a cada una de las dimensiones que componen el mencionado índice, como a las variables indicadoras de cada dimensión son constantes e igual al inverso del número de dimensiones o del número de indicadores, respectivamente, por lo que parecen no tener en cuenta la estructura del sistema universitario.

Ahora bien, en Colombia la financiación de las IES públicas es bastante deficiente, ya que a precios constantes en la actualidad las IES reciben casi los mismos recursos que en 1993, pues el presupuesto asignado a las IES públicas es actualizado cada año solo para conservar el valor del dinero en el tiempo, no teniendo en cuenta el aumento en los costos producidos por el crecimiento en la cobertura, lo que equivale al aumento en el número de estudiantes matriculados, el aumento en el número de programas académicos, el aumento en el personal administrativo, el aumento en el número de docentes y el aumento en el salario de los docentes de planta, el cual según el Decreto 1279 de 2002 está atado a la formación y productividad académica de los docentes.

Por todo lo anterior, se hace imprescindible establecer un modelo más proporcional de asignación de recursos que analice de manera cuantitativa la información obtenida a través de las distintas variables consideradas, tanto de los indicadores de resultado propuestos por el MEN como de los recursos utilizados, para llevar a cabo la misión de las IES públicas.

En el presente trabajo se va a realizar un análisis de la eficiencia de las IES mediante el Análisis Envoltente de Datos para posteriormente obtener una caracterización de las universidades públicas colombianas por medio del estudio de los indicadores de resultado y recursos utilizados por las IES mediante el Análisis Factorial Múltiple y, finalmente, proponer un modelo de asignación de los recursos consagrados en el Artículo 87 de la Ley 30 de 1992.

### ***1.1.2. Importancia y justificación para Colombia y el Sistema de Educación Superior***

En Colombia en los últimos años se ha evidenciado un aumento bastante significativo tanto en la matrícula de estudiantes como de la productividad científica de los docentes en el SUE. Sin embargo, el aumento en los recursos asignados a las IES públicas no han experimentado un aumento comparable, evidenciándose la necesidad de que los pocos recursos disponibles según lo establecido en el Artículo 87 de la Ley 30 de 1992 sean asignados cada vez mejor y de manera más equitativa, siendo de gran importancia que dicha asignación obedezca a criterios de eficiencia y/o dirigidos al fortalecimiento de indicadores estratégicos de las IES del SUE, como pueden ser aquellos relacionados con la cobertura, la productividad científica y la visibilidad internacional.

Cada uno de estos análisis propuestos en esta investigación permitirá a los responsables de la gestión de las Universidades Públicas colombianas identificar los factores claves en los que focalizar los esfuerzos con el propósito de mejorar el desempeño de las mismas.

### ***1.1.3. Importancia académica***

Con esta investigación se pretende ampliar el conocimiento cuantitativo de los indicadores que actualmente se utilizan para evaluar el desempeño de las

Universidades Públicas colombianas, mediante la aplicación de distintas técnicas, como son, el Análisis Envolvente de Datos (DEA), el Análisis Envolvente de Datos Inverso (Inv-DEA), y el Análisis Factorial Múltiple (AFM).

Se pretende proponer una modificación del Índice de Progreso de la Educación Superior (IPES) desarrollado por el MEN (índice utilizado en la actualidad para la asignación de los recursos establecidos en el Artículo 87 de la Ley 30 de 1992 a las Universidades Públicas colombianas), en función del desempeño de las universidades obtenido mediante del Análisis Factorial Múltiple. El presente trabajo incluye, además de los indicadores de resultados, indicadores referentes a los recursos con los que cuenta cada IES para desarrollar su actividad.

Por otro lado, mediante esta investigación también se pretende realizar una evaluación comparativa de la situación actual de cada una de las Universidades Públicas colombianas, lo que va a permitir identificar aquellos indicadores en los cuales deben centrar la atención los gestores de cada una de ellas, ofreciendo una guía en cuanto a las vías de mejora que pueden promover las instituciones consideradas en el estudio.

Este tipo de trabajos, según establece Aldás, Escrivá y Safón (2016), aportan un gran valor para la comprensión de la situación competitiva de las instituciones educativas estudiadas y para la identificación de referentes de eficiencia mediante la detección de buenas prácticas.

Finalmente, se va a proponer un modelo de asignación de recursos que promueva la competitividad entre IES, lo cual a su vez tiene como premisa una mejora en los resultados estratégicos de las mismas, lo que, por ende, contribuirá a aumentar la calidad y visibilidad internacional de las IES públicas colombianas, en

la medida en que los gestores de las universidades comprendan la importancia de las relaciones existentes entre los indicadores considerados en el modelo propuesto.

#### ***1.1.4. Importancia para el autor***

Esta investigación se realiza por el interés del autor en el análisis del desempeño de las Universidades Públicas en Colombia mediante el estudio de los indicadores de resultados y recursos disponible en cada una de las dimensiones necesarias para llevar a cabo su función misional, (Academia, Investigación y Extensión), debido a la estrecha vinculación que le une a la educación superior.

El autor considera que un adecuado conocimiento del comportamiento de las IES en cuanto a su desempeño, es vital para el planteamiento de nuevas políticas en el interior de las mismas con el propósito de mejorar en el establecimiento y consecución de objetivos a corto, mediano y largo plazo. Por ello, con el presente trabajo, con la aplicación continuada de técnicas estadísticas de análisis a los indicadores de resultados establecidos por en MEN en el IPES en distintos periodos de tiempo, el autor pretende contribuir de manera sustancial a incrementar el conocimiento de dichos indicadores.

El autor, en su condición de profesor de planta de una universidad pública en Colombia, considera de suma importancia los estudios comparativos del desempeño de las IES públicas colombianas que muestren las fortalezas y debilidades de las mismas en los diversos indicadores de gestión que son la base de la asignación de los recursos. Como premisa, el autor considera que los posibles planes de acción y políticas de mejoramiento institucional derivadas del análisis de los resultados de este tipo de estudios contribuyen a la mejora de la calidad de la educación en su país y al avance económico de la población, y al consiguiente mejoramiento en la calidad de vida.

## 1.2. Objetivos

### 1.2.1. Objetivo General

El objetivo general de la presente investigación es realizar un estudio de los Indicadores de Gestión de las Instituciones de Educación Superior pertenecientes el Sistema Universitario Estatal en Colombia, utilizando como herramientas de análisis, el Análisis Envolvente de Datos, el Análisis Envolvente de Datos Inverso combinado con Algoritmos Genéticos y el Análisis Factorial Múltiple.

### 1.2.2. Objetivos Específicos

Los Objetivos Específicos en los que se puede desglosar la investigación, en función del objetivo general, son:

- ✚ Evaluar la eficiencia relativa de las Instituciones de Educación Superior Colombianas.
- ✚ Determinar la Eficiencia de Escala de las Instituciones de Educación Superior Colombianas.
- ✚ Determinar la Eficiencia de Mezcla de las Instituciones de Educación Superior Colombianas.
- ✚ Establecer el grado en que deben mejorarse las variables consideradas en el DEA para mejorar la eficiencia de las IES públicas colombianas.
- ✚ Obtener un ranking de las IES públicas colombianas mediante un modelo de Análisis Envolvente de Datos.
- ✚ Determinar el Índice de Productividad de Malmquist a las IES públicas colombianas entre los años 2011 y 2012, con el objetivo de evaluar el cambio en la productividad entre dos periodos de tiempo y comparar si el aumento o disminución en la productividad se debe a cambios en la frontera

tecnológica o a la eficiencia técnica.

- ✚ Proponer un procedimiento para la fusión de las IES ineficientes mediante la aplicación del modelo InvDEA en combinación con Algoritmos Genéticos.
- ✚ Realizar una caracterización de las Instituciones de Educación Superior Colombianas teniendo en cuenta indicadores de resultados y recursos.
- ✚ Establecer un índice alternativo para la asignación de los recursos del Artículo 87 de la Ley 30 de 1992, a las universidades públicas colombianas.
- ✚ Comparar los resultados obtenidos mediante el actual Índice de Progreso de la Educación Superior (IPES) con los que se obtendrían aplicado el índice propuesto en esta investigación.

### 1.3. Contribuciones

A continuación, se presenta un listado de las contribuciones realizadas durante el desarrollo de esta tesis doctoral:

#### ***Publicaciones revisadas por pares:***

1. Visbal-Cadavid, D., Martínez-Gómez, M., y Guijarro, F. (2017). Assessing the efficiency of public universities through DEA. A case study. *Sustainability*, 9(8), 1416.
2. Visbal-Cadavid, D., Mendoza, A., Causado, E. (2016). Eficiencia en las instituciones de educación superior públicas colombianas: una aplicación del análisis envolvente de datos. *Revista Civilizar Ciencias Sociales y Humanas*, 16(30), 105-118.

#### ***Comunicaciones Orales en Conferencias.***

1. Visbal-Cadavid, D., Martínez-Gómez, M., y Escorcía, R. (2019). University performance through Multiple Factor Analysis. *5th International Conference on Higher Education Advances (HEAd'19)*. Junio 25 – 28 de 2019. Valencia, España.
2. Visbal-Cadavid, D., Martínez-Gómez, M., y Guijarro, F. (2018). Clasificación de las instituciones públicas de educación superior en Colombia: Una aplicación del Análisis de Datos Envolvente con datos negativos. *XXV Congreso Internacional sobre Aprendizaje*. Junio 21 – 24 de 2018. Atenas, Grecia.
3. Visbal-Cadavid, D., Martínez-Gómez, M., y Mendoza, A. (2017). Estudio de los indicadores de gestión de las universidades públicas colombianas:

una aplicación del Análisis Factorial Múltiple. *VI Ibero-American Congress on Operations Research and Management Sciences (IOCA 2017)*. Marzo 21- 23 de 2017. Barranquilla, Colombia.

4. Visbal-Cadavid, D., Martínez-Gómez, M., y Guijarro, F. (2016). Clasificación de las instituciones de educación superior públicas colombianas: una aplicación del análisis envolvente de datos. *VII Congreso Internacional de Eficiencia y Productividad (EFIUCO)*. Mayo 19 y 20 de 2016. Córdoba, España.

***Capítulo de Libro.***

1. Francisco Guijarro, Delimiro Visbal-Cadavid y Mónica Martínez-Gómez (2018). Ranking Universities Through an Extended Goal Programming Model in *Modeling Social Behavior and Its Applications*. Nova Science Publishers Inc. New York. ISBN 978-1-53613-666-1



## **2. Marco global del sistema de distribución de recursos de las universidades públicas colombianas**

### **2.1. Antecedentes**

En Colombia la Ley 30 de 1992, regula la Educación Superior. En ella se establece en el Artículo 1, que “La Educación Superior es un proceso permanente que posibilita el desarrollo de las potencialidades del ser humano de una manera integral, se realiza con posterioridad a la educación media o secundaria y tiene por objeto el pleno desarrollo de los alumnos y su formación académica o profesional”; mientras que el Artículo 2 define que “La Educación Superior es un servicio público cultural, inherente a la finalidad social del Estado”.

El seguimiento del desarrollo y progreso en términos de Recursos, Calidad, Logro y Cobertura está a cargo del Ministerio de Educación Nacional (MEN), del Sistema de Universidades del Estado (SUE), del Consejo Nacional de Educación Superior (CESU), del Sistema de Aseguramiento de la Calidad en Educación

Superior (SACES) y del Sistema Nacional de Información de la Educación Superior (SNIES).

La evaluación de los resultados en calidad en la enseñanza en todos los niveles del sistema educativo colombiano está a cargo del Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES). Instituto que a nivel de Educación Superior diseña y realiza las denominadas Pruebas Saber Pro.

Las pruebas Saber Pro es un examen que realiza el Estado Colombiano, está dirigida a estudiantes que han aprobado el 75 % de los créditos de sus respectivos programas de formación profesional, cuyo objetivo es evaluar y proporcionar un reporte del grado de desarrollo de habilidades y conocimientos generales de estudiantes de programas de formación universitaria profesional. El examen se compone de dos sesiones; la primera sesión consta de 5 módulos que evalúan competencias genéricas en Lectura Crítica, Razonamiento Cuantitativo, Competencias Ciudadanas, Comunicación Escrita e Inglés. La segunda sesión consta de 40 módulos asociados a temáticas y contenidos específicos que los estudiantes tienen la posibilidad de presentar de acuerdo con su área de formación profesional.

A continuación, se describe los dos modelos que se han establecido en Colombia para asignar los recursos que aporta el estado según el Artículo 87 de la Ley 30 de 1992 y en función del mejoramiento de la calidad de las IES públicas colombianas. El primero de estos establecido a partir del año 2003 y el segundo a partir de la asignación del año 2015.

## **2.2. El modelo de asignación de recursos hasta el año 2014**

Para la distribución de los recursos que establece el Artículo 87 de la Ley 30 de 1992, en el año 2003, el Gobierno Nacional a través del Ministerio de Educación Nacional desarrolló, de manera concertada con el Sistema de Universidades Estatales (SUE), un modelo de indicadores de gestión a través del cual se evaluaba la eficiencia de las universidades públicas en relación a su capacidad.

Este modelo de asignación de recursos a las IES públicas, se basaba en indicadores de eficiencia interna mediante la aplicación de Fronteras Estocásticas, y estuvo vigente hasta el año 2014.

El objetivo de dicho modelo era estimular la mejora del Sistema Universitario Estatal en su conjunto, a través del seguimiento a la gestión en los componentes inherentes a las universidades con un enfoque de equidad y heterogeneidad (MEN, 2015).

Este Modelo de Indicadores de Gestión se fundamentaba en el estudio del grado de optimización de los recursos de cada universidad, a través de un conjunto de indicadores que miden la capacidad total de las mismas, y los productos obtenidos en Formación, Investigación, Bienestar y Extensión, a través de la combinación de estos recursos, constituyéndose así en una medida de eficiencia.

El modelo está formado por un índice de recursos (Índice de Capacidad, ICAP), y cuatro índices de resultados: Índice de Resultados de Formación (IRFOR), Índice de Investigación (IRPROD), Índice de Extensión (IREXT) e Índice de Bienestar (IRBIE).

Cada uno de estos índices está formado por un grupo de variables indicadoras, a saber:

**Índice de capacidad (ICAD):**

- Número de docentes en tiempos completos equivalentes, incluyendo catedráticos y ocasionales, discriminados por niveles de formación.
- Recursos financieros provenientes del Estado y generados por la universidad en desarrollo de su actividad (no incluye ingresos generados por extensión e investigación).
- Área de los espacios físicos construidos disponibles para las actividades universitarias misionales y de apoyo administrativo.
- Gasto en que incurren las universidades para el pago del personal no docente.

**Índice de resultados de formación (IRFOR):**

- Número ponderado de programas académicos de pregrado y posgrado ofrecidos por la institución.
- Número ponderado de matriculados en primer curso por niveles de formación y metodologías de enseñanza en pregrado.
- Número ponderado de matriculados por niveles de formación y metodologías de enseñanza en pregrado y posgrado.
- Número ponderado de graduados en el nivel de formación de pregrado y posgrado por metodologías de enseñanza y áreas de conocimiento.
- Número ponderado de estudiantes de la Universidad que obtuvieron un puntaje mayor al quintil superior en las pruebas Saber Pro.
- Número de estudiantes con resultados B2 en el examen de inglés en la prueba Saber Pro.
- Número de graduados en el año anterior vinculados laboralmente al sector formal.
- Número de estudiantes en programas de movilización en universidades internacionales con las que se tiene convenio.

- Número de estudiantes extranjeros matriculados en cualquier nivel educativo de Instituciones de Educación Superior –IES- internacionales con las que se tiene convenio.

**Índice de Investigación (IRPROD):**

- Número ponderado de grupos de investigación reconocidos por Colciencias.
- Número ponderado de revistas indexadas de la institución de acuerdo la legislación vigente (Colciencias).
- Número ponderado de artículos de carácter científico, técnico, artístico, humanístico o pedagógico publicados en revistas indexadas.
- Número de patentes nacionales e internacionales y secretos industriales de la institución.
- Movilidad de docentes e investigadores de IES colombianas en el exterior.

**Índice de extensión (IREXT):**

- Estudiantes vinculados en el desarrollo de la función de extensión.
- Número de estudiantes en programas de educación continuada al año.
- Entidades vinculadas formalmente al desarrollo de la extensión.
- Número de patentes licenciadas dirigidas a programas de extensión.

**Índice de Bienestar (IRBIE):**

- Tasa de retención.
- Apoyos económicos a estudiantes de pregrado y posgrado.
- Número de participaciones de la comunidad universitaria en programas de salud.
- Participación de la comunidad universitaria en Programas de formación cultural.
- Número de estudiantes que aprobaron el 80% de las materias matriculadas.

### 2.3. El modelo de asignación de recursos a partir del año 2015

Para la asignación de los recursos referidos al Artículo 87 de la Ley 30 de 1992 a partir del año 2015, el MEN desarrolla el llamado Índice de Progreso de la Educación Superior (IPES), el cual está orientado a determinar el progreso de las IES públicas colombianas en tres dimensiones: Logro, Calidad, y Acceso y Permanencia. Este modelo considera que mayores avances en los indicadores representan una mayor ponderación en el IPES y, por lo tanto, mayor participación en los recursos a ser distribuidos. (MEN, 2018).

Sin embargo, la asignación de las ponderaciones a cada una de las dimensiones que componen el mencionado índice y a las variables indicadoras de cada dimensión poseen, a mi criterio, claras deficiencias, pues no se tiene en cuenta la estructura del sistema universitario, asignándose ponderaciones constantes e iguales a todas las variables de una misma dimensión, e igual peso a cada una de las tres dimensiones consideradas para construir el IPES.

En la tabla 2.3.1 se muestran las dimensiones y componentes del IPES.

**Tabla 2.3.1 Dimensiones y componentes del IPES**

<b>Dimensión</b>	<b>Componente</b>
Calidad - IC	Resultados Saber PRO
	Formación Docente
	Acreditación Institucional y de Programas
Acceso y Permanencia - IAP	Matricula
	Regionalización
	Retención
Logro - IL	Graduación
	Investigación

*Fuente: Ministerio de Educación Nacional (2018).*

En la primera versión el IPES, año 2015, éste estaba formado por las 11 variables indicadoras mostradas en la tabla 2.3.2. Sin embargo, para la versión

correspondiente a la asignación de recursos para la vigencia 2018, el índice consta de las 14 variables indicadoras que se pueden observar en la tabla 2.3.3

En dichas tablas, se muestran, tanto las cuatro dimensiones consideradas junto con su ponderación, así como, las variables indicadoras de cada dimensión con sus respectivas ponderaciones.

De manera que, para el año 2018 la asignación de recursos de acuerdo al comportamiento de IPES, para la j-ésima IES se calcula de acuerdo a la siguiente definición:

$$IPES - IES_j = PIC * IC_j + PIL * IL_j + PIA * IA_j \quad (2.1)$$

donde,

PIC: Ponderación del Índice de Calidad (IC)

PIL: Ponderación Índice de Logro (IL)

PIA: Ponderación Índice de Acceso (IA)

$$IC_j = \text{Índice de Calidad} - IES_j = \sum_{i=1}^6 x_{ij} * P_i \quad (2.2)$$

$$IL_j = \text{Índice de Logro} - IES_j = \sum_{i=1}^4 y_{ij} * Q_i \quad (2.3)$$

$$IA_j = \text{Índice de Acceso} - IES_j = \sum_{i=1}^4 z_{ij} * R_i \quad (2.4)$$

**Tabla 2.3.2 Indicadores de los componentes del Índice Sintético y ponderaciones de los indicadores. (Año 2015).**

Dimensión	Indicador	Ponderación
Calidad IC (0,3333)	IC1 - Variación relativa en la proporción de estudiantes que se ubican en el nivel medio y alto en pruebas Saber PRO	0,25
	IC2 - Variación relativa en la proporción de docentes con maestría TCE	0,25
	IC3 - Variación relativa en la proporción de docentes con doctorado TCE	0,25
	IC4 - Variación absoluta del número de programas con acreditación de alta calidad	0,25
Logro IL (0,3333)	IL1 – Variación relativa en la tasa de Graduación de pregrado	0,33
	IL2 - Número ponderado de investigadores	0,33
	IL3 - Número ponderado de grupos de investigación	0,33
Acceso IA (0,3333)	IA1 - Variación absoluta de la matrícula de pregrado	0,25
	IA2 - Variación absoluta de la matrícula de posgrado (ponderada)	0,25
	IA3 – Variación relativa de la tasa de retención	0,25
	IA4 - Aporte a municipios con baja cobertura (matrícula pregrado ponderada según municipio)	0,25

*Fuente: Ministerio de Educación Nacional (2016).*

Los valores  $x_{ij}$ ,  $y_{ij}$  y  $z_{ij}$ , en las expresiones (2.2), (2.3) y (2.4) son los valores para el indicador  $i$  presentado en la tabla 2.3.2, correspondiente al componente de calidad, logro y acceso respectivamente, para la universidad  $j$  entre las 32 Instituciones de Educación Superior pública.

En este caso, dado los valores presentados en la tabla 2.3, tenemos:

$$PIC = PIL = PIA = 0,3333 \quad (2.5)$$

$$P_1 = P_2 = 0,10, P_i = 0,20 \quad i = 3, 4, 5 \text{ y } 6 \quad (2.6)$$

$$Q_i = 0,25; \quad i = 1, 2, 3, \text{ y } 4 \quad (2.7)$$

$$R_i = 0,25; \quad i = 1, 2, 3, \text{ y } 4 \quad (2.8)$$

**Tabla 2.3.3 Indicadores de los componentes del Índice Sintético y ponderaciones de los indicadores. (Año 2018)**

Dimensión	Indicador	Ponderación
Calidad IC (0,3333)	IC1 - Variación en el resultado promedio en el módulo de Razonamiento Cuantitativo en Saber Pro	0,10
	IC2 – Variación en el resultado promedio en el módulo de Lectura Crítica en Saber Pro	0,10
	IC3 - Variación relativa en la proporción de docentes con maestría TCE	0,20
	IC4 - Variación relativa en la proporción de docentes con doctorado TCE	0,20
	IC5 - Número de programas acreditados sobre el total de programas acreditables ofrecidos por la Universidad	0,20
	IC6 –Variable dummy que toma el valor de 1 si la Universidad tiene acreditación institucional y 0 en el caso contrario	0,20
Logro IL (0,3333)	IL1 – Variación relativa en la tasa de Graduación de pregrado	0,25
	IL2 - Número ponderado de investigadores	0,25
	IL3 - Número ponderado de grupos de investigación	0,25
	IL4 - Número de artículos publicados (ponderados) sobre el número de docentes de tiempo completo	0,25
Acceso IA (0,3333)	IA1 - Variación absoluta de la matrícula de pregrado	0,25
	IA2 - Variación absoluta de la matrícula de posgrado (ponderada)	0,25
	IA3 – Variación relativa de la tasa de retención	0,25
	IA4 - Aporte a municipios con baja cobertura (matrícula pregrado ponderada según municipio)	0,25

*Fuente: Ministerio de Educación Nacional (2018).*

Según lo anterior, cada uno de los índices IC, IL y IA se determina mediante el sumatorio de los productos entre los valores de los indicadores y su respectivo peso porcentual dentro de cada dimensión.

Según la Propuesta Metodológica para la Distribución de Recursos - Vigencia 2018 (MEN, 2018), los indicadores o variables que se seleccionaron para cada dimensión del IPES – IES, su descripción y la fuente de donde se extrae la información para el cálculo del indicador se muestra a continuación:

### Calidad

- Variación en el resultado promedio en el módulo de Razonamiento Cuantitativo en Saber Pro.

Es la variación relativa del resultado promedio de los puntajes obtenidos en la prueba Saber PRO de 2016 y 2017 en el módulo de Razonamiento Cuantitativo en los diferentes grupos de referencia.

Fuente: Cálculos MEN con base en Resultados SABER PRO - ICFES

- Variación en el resultado promedio en el módulo de Lectura Crítica en Saber Pro.

Es la variación relativa del resultado promedio de los puntajes obtenidos en la prueba Saber PRO de 2016 y 2017 el módulo de Lectura Crítica en los diferentes grupos de referencia.

Fuente: Cálculos MEN con base en Resultados SABER PRO - ICFES

- Variación relativa en la proporción de docentes con maestría (Tiempos completos equivalentes – TCE).

Mide el cambio o variación relativa en la proporción de docentes con título de maestría para cada Universidad, en tiempos completos equivalentes - TCE, para los años 2016 y 2017.

Para el cálculo de los TCE se tiene cuenta la siguiente metodología:

- ✓ Se toman docentes únicos por institución educativa.
- ✓ Para cada docente único se toma la mayor dedicación reportada.
- ✓ Cada docente único se pondera según su máxima dedicación reportada así: Tiempo completo = 1, medio tiempo = 0,5 y cátedra = 0,25.

Fuente: SNIES

- Variación relativa en la proporción de docentes con doctorado (Tiempo completo equivalentes – TCE).

Mide el cambio o variación relativa en la proporción de docentes con título de doctorado de cada IES, en tiempos completos equivalentes - TCE, para

los años 2016 y 2017.

Para el cálculo de los TCE se tiene cuenta la siguiente metodología:

- ✓ Se toman docentes únicos por institución educativa.
- ✓ Para cada docente único se toma la mayor dedicación reportada.
- ✓ Cada docente único se pondera según su máxima dedicación reportada así: Tiempo completo = 1, Medio tiempo = 0,5 y Cátedra = 0,25.

Fuente: SNIES

- Número de programas acreditados sobre el total de programas acreditables ofrecidos por la Universidad.

Es la razón entre el número de programas acreditados y el número total de programas acreditables ofrecidos en el año 2017 para cada Universidad. Los programas acreditables se determinan de acuerdo con los lineamientos establecidos por el Consejo Nacional de Acreditación.

Fuente: SACES – SNIES

- Variable dummy que toma el valor de 1 si la Universidad tiene acreditación institucional al cierre del año 2017 y 0 en el caso contrario.

Fuente: SACES

## Logro

- Variación relativa en la tasa de graduación de pregrado.

Mide el cambio relativo en la tasa de graduación de cada Universidad entre 2015 y 2016. Dado que a la fecha de corte no se dispone de información definitiva de graduación para el año 2017, se toma como referencia la información de los años 2015 y 2016.

Fuente: SPADIES

- Número ponderado de investigadores.

Hace referencia al número de investigadores de la Universidad, reconocidos por Colciencias. Los investigadores se ponderan según la categoría, de acuerdo con la siguiente tabla:

**Tabla 2.3.4. Ponderación investigadores**

Clasificación del investigador	Puntaje
Emérito/senior	4
Asociado	2
Junior	1

*Fuente: Colciencias*

- Número ponderado de grupos de investigación.

Se refiere al número de grupos de investigación reconocidos y clasificados por Colciencias. Los grupos se ponderan según la categoría de acuerdo la siguiente tabla:

**Tabla 2.3.5. Ponderación grupos de investigación**

Clasificación del grupo	Puntaje
A1	10
A	8
B	6
C	4
Reconocido	1

*Fuente: Colciencias*

- Número de artículos publicados (ponderados) sobre el número de docentes de tiempo completo.

Mide la capacidad de investigación de la Universidad, dividiendo el número de artículos académicos registrados en Colciencias sobre el número total de docentes de tiempo completo. Los artículos publicados se ponderan según la

categoría en la que se encuentra clasificada (indexada) la revista según el Índice Bibliográfico Nacional - Publindex, (IBN) u homologada, si la revista es extranjera, de acuerdo la siguiente tabla:

**Tabla 2.3.6. Ponderación artículos**

Clasificación del artículo	Ponderación
A1	100
A2	60
B	35
C	20
D	5

*Fuente: Colciencias – SNIES*

### **Acceso y permanencia.**

- Variación absoluta de la matrícula pregrado.

Mide el cambio o variación absoluta en el número de estudiantes matriculados en programas de pregrado entre el año 2016 y 2017.

Fuente: SNIES

- Variación absoluta de la matrícula de posgrado (ponderada).

Es la variación o cambio absoluto en el número total de estudiantes matriculados en programas de posgrado entre el año 2016 y 2017. La matrícula de posgrado se pondera de acuerdo al nivel de formación como se muestra en la tabla 2.3.7.

**Tabla 2.3.7. Ponderación según nivel de formación**

Nivel de formación	Ponderación
Especialización.	1,5
Maestría y Especialidad medico quirúrgica.	3,0
Doctorado.	4,0

*Fuente: SNIES*

➤ Variación relativa de la tasa de retención.

Mide la variación o cambio relativo de la tasa de retención entre 2015 y 2016. Su objetivo es medir el impacto que tienen las acciones que realiza la institución para promover la permanencia estudiantil.

La tasa de retención se define como:  $1 - \text{Tasa de deserción del período}$ .

Dado que a la fecha de corte no se dispone de información definitiva de deserción para el año 2017, se toma como referencia la información de los años 2015 y 2016.

Fuente: SPADIES.

➤ Aporte a municipios con baja cobertura (matrícula de pregrado ponderada según municipio).

Teniendo en cuenta los esfuerzos de las Universidades en llevar su oferta educativa a municipios para los que la cobertura en educación superior se encuentra en niveles bajos, este indicador mide la matrícula de pregrado ponderada de la siguiente manera:

- ✓ La matrícula en municipios con baja participación en el total de matrícula, se multiplicará por 1,2. (se trata de los municipios no relacionados en los siguientes dos grupos):
- ✓ La matrícula en municipios que acumulan el 60% de la matrícula del país (Bogotá, Medellín, Barranquilla, Cali, Bucaramanga y Cartagena), se multiplicará por 1,0
- ✓ La matrícula en municipios que acumulan hasta el 80% de la matrícula del país, y que no pertenecen al grupo anterior (Pereira, Manizales, Cúcuta, Ibagué, Popayán, Santa Marta, Pasto, Tunja, Montería, Valledupar, Villavicencio, Armenia), se multiplicará por 1,1

De este modo, se observa una carencia importante en el modelo de asignación de recursos vigente, y es que, además de las deficiencias planteadas respecto a las ponderaciones asignadas a las dimensiones, y a las variables indicadoras dentro de cada componente, el modelo de asignación de recursos no tiene en cuenta la capacidad de cada IES, es decir los recursos con los que cuenta para desarrollar su actividad misional.

En el enfoque propuesto en este trabajo, se utilizarán, además de los indicadores de resultados en Logro, Acceso y Calidad, descritos y que son la base del modelo actual de asignación de recursos establecido en el Artículo 87 de la Ley 30 de 1992, variables relacionadas con los recursos con los que dispone cada IES para llevar a cabo su función misional y por ende para alcanzar sus resultados.



# **3. Propuesta metodológica para estudio de los indicadores de desempeño y para la construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas**

## **3.1 Introducción**

En el presente capítulo se presentan los fundamentos teóricos de las herramientas que serán utilizadas para el estudio del desempeño de las IES públicas colombianas y para la construcción de un índice de desempeño propuesto para la asignación de los recursos provenientes de lo establecido en el Artículo 87 de la Ley 30 de 1992 al Sistema de Universidades del Estado en Colombia.

Las técnicas metodológicas aplicadas en esta investigación son Data Envelopment Analysis (DEA), Data Envelopment Analysis Inverso (InvDEA) en combinación con Algoritmos Genéticos (AG) en una novedosa herramienta que se ha denominado (InvDEA – AG), y Análisis Factorial Múltiple. Teniendo en cuenta que en la literatura es esta la primera vez que se combinan el InvDEA con AG, y que además se aplica a datos reales, se considera esto un gran aporte a la comunidad académica.

### **3.2 Data Envelopment Analysis (DEA)**

DEA es una de las principales técnicas usadas en el sector público y privado para evaluar el desempeño de un grupo de unidades productivas homogéneas con múltiples recursos y múltiples productos. Su uso es tan amplio que podemos citar entre sus aplicaciones, las realizadas, por ejemplo, en la evaluación de eficiencias en el sector financiero (Tsolas y Charles, 2015; Puri y Yadav, 2015; Kwon y Lee, 2015; Tzeremes, 2015; Wanke y Barros, 2014), en el desempeño de fuerzas policiales (Aristovnik, Seljak y Mencinger, 2014); en la asignación de recursos (Fang y Li, 2015; Du, Cook, Liang y Zhu, 2014), en la evaluación de la eficiencia medioambiental (Lozano, 2015; Woo, Chung, Chun, Seo y Hong, 2015), en la selección de proveedores (Abdollahi, Arvan y Razmi, 2015), en la evaluación de unidades de distribución o producción de energía eléctrica (Khalili-Damghani, Tavana y Haji-Saami, 2015; Azadeh, Motevali, Zarrin y Khaefi, 2015; Omrani, Gharizadeh y Shafiei, 2015).

DEA también ha sido usada en evaluación del desempeño en instituciones de educación básica (Grosskopf, Hayes y Taylor, 2014; Huguenin, 2014), en evaluación del desempeño de universidades (Thanassoulis, Kortelainen, Johnes y Johnes, 2011; Katharaki y Katharakis, 2010; Agasisti y Dal Bianco, 2009), en evaluación de programas académicos (Avilés, Güemes, Cook y Cantú, 2015; Gökşen, Doğan y Özkarabacak, 2015), en la evaluación de centros de investigación (Da Silva y Gonçalves, 2015) y en la evaluación del desempeño docente (Mejía, Sánchez y Visbal, 2006; DeWitte y Rogge, 2011).

El Análisis Envolvente de Datos (DEA) es una herramienta no paramétrica que produce una frontera eficiente empírica, es decir, dada por los datos suministrados al modelo. Permite obtener un índice único de eficiencia por unidad evaluada y

### *3. Propuesta metodológica para estudio de los indicadores de desempeño y para la construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas*

---

genera un conjunto de referencia compuesto por unidades eficientes, con las que se realiza un benchmarking, obteniéndose objetivos a alcanzar para mejorar la eficiencia (proyección sobre la frontera eficiente). Además, permite manejar múltiples entradas o inputs (recursos) y múltiples salidas u outputs (productos), razón por la cual es aplicable al proceso educativo. El hecho de generar un único indicador de eficiencia facilita el proceso de análisis.

Entre las principales ventajas de DEA, tenemos:

- ✓ Es una técnica no paramétrica, por lo cual no es necesario establecer a priori una relación funcional entre recursos y productos.
- ✓ No requiere información referente a las ponderaciones de entradas y salidas para generar el índice de eficiencia.
- ✓ No es necesaria la homogeneidad en las unidades de medida de los datos.
- ✓ La información con la que se construye la frontera eficiente resulta de optimizaciones individuales, lo que posibilita aceptar comportamientos de selección de tecnologías distintas para cada unidad evaluada.

La metodología del Análisis Envolvente de Datos fue propuesta por Charnes, Cooper y Rhodes, en base a los conceptos planteados por Farrell en 1957 (Charnes, Cooper y Rhodes, 1978). Se trata de una técnica que utiliza programación lineal para comparar unidades de producción que manejan el mismo grupo de recursos y producen el mismo grupo de productos, generando la frontera eficiente e indicadores relativos de eficiencia dentro de la población de unidades de producción estudiadas. Así, las universidades estatales de Colombia, constituirán lo que se denomina Decision Making Units (DMUs), pueden ser tratadas como una firma multiproducto que transforma recursos en productos. El análisis DEA tiene como objetivo encontrar las DMUs que producen los niveles más altos de salidas mediante el uso de los

niveles más bajos de entradas. Una DMU alcanza una eficiencia del 100%, sólo si ninguna de sus entradas o salidas se puede mejorar, sin empeorar algunas de sus otras entradas o salidas.

### 3.2.1 El Modelo CCR

El modelo CCR (Charnes, Cooper y Rhodes) considera que hay  $n$  DMUs a ser evaluadas, y que cada DMU $_j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) tiene  $m$  entradas (recursos) y  $s$  salidas (productos), los cuales son denotados con los vectores  $X_j = (x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{mj})^T$  y  $Y_j = (y_{1j}, y_{2j}, \dots, y_{sj})^T$ , respectivamente. La medida escalar de la eficiencia de la DMU $_0$ , la unidad productiva que está siendo evaluada, se define como la razón de las sumas ponderadas de los productos sobre la suma ponderada de los recursos (3.1).

$$\frac{\sum_{r=1}^s \mu_{r0} y_{r0}}{\sum_{i=1}^m \omega_{i0} x_{i0}} \leq 1 \quad (3.1)$$

Existen dos enfoques para maximizar la eficiencia: 1) el enfoque a entradas, que consiste en determinar las ponderaciones que maximizan la suma ponderada de productos y que hacen que la suma ponderada de los recursos sea igual a uno; y 2) el enfoque a salidas, que consiste en determinar las ponderaciones que minimizan la suma ponderada de recursos y que hacen que la suma ponderada de productos sea igual a uno. De este modo podemos escribir el modelo CCR enfocado a salidas (CCR-O) según se indica en (3.2):

$$\begin{aligned} \text{Min } \eta_0 &= \sum_{i=1}^m \omega_{i0} x_{i0} \\ &s. t \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$\sum_{r=1}^s \mu_{r0} y_{r0} = 1$$

$$\sum_{r=1}^s \mu_{rj} y_{rj} - \sum_{i=1}^m \omega_{ij} x_{ij} \leq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, n)$$

$$\mu_{rj}, \omega_{ij} \geq 0 \quad r = 1, 2, \dots, s \quad i = 1, 2, \dots, m$$

donde  $\mu_{r0}$  y  $\omega_{i0}$  es el conjunto de los pesos más favorables para la DMU<sub>0</sub> en el sentido de maximizar la razón anterior (ecuación 4.1). Se asume que los datos son no negativos y que cada DMU tiene al menos un valor positivo tanto en las entradas como en las salidas. El modelo anterior se puede expresar en notación matricial de la siguiente manera (3.3):

$$\begin{aligned} \text{Min } \eta_0 &= \omega^T x_0 \\ \text{s. t} \\ \mu^T y_0 &= 1 \\ \mu^T Y - \omega^T X &\leq 0 \\ \mu, \omega &\geq 0 \end{aligned} \tag{3.3}$$

### 3.2.2 El Modelo BCC

Banker, Charnes y Cooper (1984) sugieren un modelo para determinar la eficiencia técnica y de escala. El llamado modelo BCC adiciona al modelo CCR una nueva variable  $v_0$  para permitir retornos variables a escala (3.4).

$$\begin{aligned} \text{Min } z_0 &= \omega^T x_0 - v_0 \\ \text{s. t} \\ \mu^T y_0 &= 1 \\ \mu^T Y - \omega^T X + v_0 &\leq 0 \\ \mu, \omega &\geq 0, \quad v_0 \text{ libre} \end{aligned} \tag{3.4}$$

### 3.2.3 El Modelo Aditivo

Consideremos que hay  $n$  DMUs a ser evaluadas, y que cada  $DMU_j$  ( $j=1,2,\dots,n$ ) tiene  $m$  entradas (recursos) y  $s$  salidas (productos), los cuales son denotados con los vectores  $X_j = (x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{mj})^T$  y  $Y_j = (y_{1j}, y_{2j}, \dots, y_{sj})^T$ , respectivamente. El modelo aditivo propuesto por Charnes, Cooper, Golany, Seiford y Stutz (1985) para evaluar la  $DMU_0$  se formula de la siguiente manera

$$\begin{aligned}
 & \text{Max} \sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ \\
 \text{s. t.} & \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + s_i^- = x_{i0} \quad i = 1, \dots, m \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - s_r^+ = y_{r0} \quad r = 1, \dots, s \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \\
 & s_i^- \geq 0, s_r^+ \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad r = 1, \dots, s \\
 & \lambda_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

La  $DMU_0$  es eficiente sí y sólo sí la solución óptima del modelo (1) produce  $s_i^{-*} = 0$  ( $i = 1, \dots, m$ ) y  $s_r^{+*} = 0$  ( $r = 1, \dots, s$ ).

Es posible demostrar que la solución óptima del modelo anterior para cada  $DMU_j$  ineficiente produce  $\lambda_j^* = 0$ . De este modo, el conjunto de DMUs con valores positivos de lambda en una solución óptima de este modelo es conocido como el conjunto de referencia de la  $DMU_0$  (la DMU bajo evaluación), y este es un subconjunto del conjunto de DMUs eficientes.

Para una  $DMU_0$  ineficiente, se define su conjunto de referencia  $R_0$ , basado en una solución óptima para  $\lambda^*$  por:

$$R_0 = \{j | \lambda_j^* > 0\} \quad (j \in \{1, 2, \dots, n\}) \quad (3.6)$$

### 3.2.4 El Modelo SBM (Slacks – Based Measure)

El modelo SBM fue propuesto por Tone (2001) y trata directamente con las holguras en las entradas y salidas para generar un índice de eficiencia el cual es invariante a las unidades de medida usadas tanto para las entradas como para las salidas. Es decir, el valor de la eficiencia es la misma cuando las distancias son medidas en millas o en kilómetros. Más generalmente, se quiere que esta medida sea la misma cuando  $x_{i0}$  y  $x_{ij}$  son reemplazados por  $k_i x_{i0}$  y  $k_i x_{ij}$ , respectivamente, y además  $y_{r0}$  y  $y_{rj}$  son reemplazados por  $c_r y_{r0}$  y  $c_r y_{rj}$ , donde  $k_i$  y  $c_r$  son constantes positivas arbitrarias,  $i = 1, \dots, m$  y  $r = 1, 2, \dots, s$ . Esta propiedad es conocida por nombres como “invariante a las unidades” o “libre de dimensiones”. El modelo SBM tiene las siguientes propiedades.

1. (P1) La medida es invariante con respecto a las unidades de medida de las entradas y salidas. (Invariante a las Unidades).
2. (P2) La medida es decreciente monótona en los excesos de las entradas y en los faltantes en las salidas. (Monótona).

Este modelo a diferencia del CCR y BCC produce una medida de eficiencia no radial.

Para estimar la eficiencia de una  $DMU_0 (x_o, y_o)$ , se formula el siguiente programa fraccional en  $\lambda, s^-$  y  $s^+$ .

3. Propuesta metodológica para estudio de los indicadores de desempeño y para la construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas

---

$$(SBM) \quad \text{Min } \rho = \frac{1 - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{s_i^-}{x_{i0}}}{1 + \frac{1}{s} \sum_{r=1}^s \frac{s_r^+}{y_{r0}}}$$

sujeto a (3.7)

$$x_0 = X\lambda + s^-$$

$$y_0 = Y\lambda - s^+$$

$$\lambda, s^-, s^+ \geq 0$$

Este modelo asume que  $X \geq 0$ . Si  $x_{i0} = 0$ , entonces el término  $\frac{s_i^-}{x_{i0}}$  en la función objetivo es eliminado. Si  $y_{i0} \leq 0$ , entonces se reemplaza por un número positivo muy pequeño tal que el término  $\frac{s_r^+}{y_{r0}}$  juegue un papel de penalización.

Es fácil verificar que el valor de la función objetivo,  $\rho$ , satisface la propiedad 1, (P1), ya que el numerador y el denominador son medidos en las mismas unidades para cada ítem en el objetivo. También es fácil verificar que un incremento en cualquiera de las holguras ( $s_i^-$  o  $s_r^+$ ), todo lo demás permaneciendo constante, disminuirá el valor de este objetivo y, efectivamente, de una manera estrictamente monótona.

Además, se tiene

$$0 \leq \rho \leq 1 \tag{3.8}$$

Para ver que esta relación se mantiene observemos que  $s_i^- \leq x_{i0}$  para cada  $i$  tal que

$0 \leq \frac{s_i^-}{x_{i0}} \leq 1$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) con  $\frac{s_i^-}{x_{i0}} = 1$  sólo si la evidencia muestra que una cantidad de cero de esta entrada fue requerida. Eso muestra que

3. Propuesta metodológica para estudio de los indicadores de desempeño y para la construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas

---

$$0 \leq \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{s_i^-}{x_{i0}} \leq 1 \quad (3.9)$$

Esta misma relación no ocurre en las salidas, ya que una faltante en las entradas representada por una holgura diferente de cero puede exceder la correspondiente cantidad de salida producida. En cualquier caso, se tiene que,

$$0 \leq \frac{1}{s} \sum_{r=1}^s \frac{s_r^+}{y_{r0}} \quad (3.10)$$

De esta manera, esto representa razones promedio de las ineficiencias de mezcla en las entradas y salidas con límite superior,  $\rho = 1$ , obtenido sólo en el caso en que los excesos en todas las entradas y los faltantes en todas las salidas sean cero.

La fórmula para  $\rho$  en (3.7) puede ser transformado en

$$\rho = \left( \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{x_{i0} - s_i^-}{x_{i0}} \right) \times \left( \frac{1}{s} \sum_{r=1}^s \frac{y_{r0} + s_r^+}{y_{r0}} \right)^{-1} \quad (3.11)$$

La relación  $\frac{x_{i0} - s_i^-}{x_{i0}}$  evalúa la tasa de reducción relativa en la entrada  $i$ , y por lo tanto, el primer término corresponde a la tasa de reducción proporcional media de las entradas o ineficiencias de la combinación (mezcla) de entradas. Del mismo modo, en el segundo término, la razón  $\frac{y_{r0} + s_r^+}{y_{r0}}$  evalúa la tasa de expansión proporcional relativa de la salida  $r$  y  $\frac{1}{s} \sum_{r=1}^s \frac{y_{r0} + s_r^+}{y_{r0}}$  es la tasa proporcional media de expansión en la salida  $r$ .

3. Propuesta metodológica para estudio de los indicadores de desempeño y para la construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas

---

Su inverso, el segundo término, mide la ineficiencia de la combinación (mezcla) de salidas. Por lo tanto,  $\rho$  puede interpretarse como la razón de medias de las ineficiencias de la mezcla de entrada y salida. Además, tenemos el siguiente teorema:

“Si DMU A domina DMU B tal que  $x_A \leq x_B$  y  $y_A \geq y_B$ , entonces  $\rho_A^* \geq \rho_B^*$ ”.

El modelo SBM puede ser transformado en el siguiente programa introduciendo una variable escalar positiva  $t$ , que multiplica tanto al numerador como al denominador de la expresión (3.7), de tal manera que no se produce un cambio en  $\rho$ . Además,  $t$  debe ser tal que el denominador en (3.7) sea igual a 1.

$$\begin{aligned}
 \text{Min } \tau &= t - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{ts_i^-}{x_{i0}} \\
 &\text{sujeto a} \\
 1 &= t + \frac{1}{s} \sum_{r=1}^s \frac{ts_r^+}{y_{r0}} \\
 x_0 &= X\lambda + s^- \\
 y_0 &= Y\lambda - s^+ \\
 \lambda, \quad s^-, \quad s^+, \quad t &\geq 0
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

Ahora definimos

$$S^- = ts^-, \quad S^+ = ts^+, \quad \text{y } \Lambda = t\lambda$$

Entonces (SBMt) se convierte en el siguiente programa lineal en  $t$ ,  $S^-$ ,  $S^+$  y  $\Lambda$

$$\begin{aligned}
 (LP) \quad \text{Min } \tau &= t - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{S_i^-}{x_{i0}} \\
 &\text{sujeto a}
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

3. Propuesta metodológica para estudio de los indicadores de desempeño y para la construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas

---

$$1 = t + \frac{1}{s} \sum_{r=1}^s \frac{S_r^+}{y_{r0}}$$

$$tx_0 = X\Lambda + S^-$$

$$ty_0 = Y\Lambda - S^+$$

$$\Lambda, S^-, S^+, t, \geq 0$$

Note que la elección de  $t > 0$  significa que la transformación es reversible. Así una solución óptima de (LP) es

$$(\tau^*, t^*, \Lambda^*, S^{-*}, S^{+*}) \tag{3.14}$$

La solución óptima para (SBM) es definida por,

$$\rho^* = \tau^* \tag{3.15}, \quad \lambda^* = \frac{\Lambda^*}{\tau^*} \tag{3.16}, \quad s^{-*} = \frac{S^{-*}}{t^*} \tag{3.17}, \quad s^{+*} = \frac{S^{+*}}{t^*} \tag{3.18}$$

De esta solución óptima, se decide si una DMU es SBM – eficiente como sigue;

**Definición:** Una DMU( $x_0, y_0$ ) es SBM- eficiente si y sólo si  $\rho^* = 1$

Esta condición es equivalente a la no existencia de excesos en las entradas y faltantes en las salidas.

Para una DMU( $x_0, y_0$ ) ineficiente SBM, tenemos las siguientes expresiones:

$$x_0 = X\lambda^* + s^{-*} \tag{3.19}$$

$$y_0 = Y\lambda^* - s^{+*} \tag{3.20}$$

La DMU( $x_0, y_0$ ) puede ser mejorada y llegar a ser eficiente eliminando el exceso en las entradas y aumentando las salidas en sus faltantes. Esto se consigue con las siguientes fórmulas, llamadas Proyección SBM en la frontera eficiente:

3. Propuesta metodológica para estudio de los indicadores de desempeño y para la construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas

---

$$\hat{x}_0 \Leftarrow x_0 - s^{-*} \quad (3.21)$$

$$\hat{y}_0 \Leftarrow y_0 + s^{+*} \quad (3.22)$$

Las cuales son las mismas del modelo aditivo.

Las proyecciones SBM en la frontera eficiente también pueden obtenerse utilizando el conjunto de índices correspondiente a los  $\lambda^*$  positivos, el llamado conjunto de referencia para  $(x_0, y_0)$ .

Designamos el conjunto de referencia por  $R_0$  según (3.6).

Usando  $R_0$  podemos expresar  $(\hat{x}_0, \hat{y}_0)$  por,

$$\hat{x}_0 = \sum_{j \in R_0} x_j \lambda_j^* \quad (3.23)$$

$$\hat{y}_0 = \sum_{j \in R_0} y_j \lambda_j^* \quad (3.24)$$

Esto significa que  $(\hat{x}_0, \hat{y}_0)$ , un punto en la frontera eficiente, es expresado como una combinación positiva de los miembros del conjunto de referencia,  $R_0$ , los cuales son también eficientes.

La relación entre la eficiencia CCR y la eficiencia SBM está dada por el siguiente teorema:

*“Una DMU  $(x_0, y_0)$  es CCR – eficiente si y solo si es SBM eficiente”*

### 3.2.5 El modelo SBM enfocado a salidas.

El modelo SBM enfocado a salidas trata sólo con las holguras de las salidas  $s^+$ . De esta manera, el modelo SBM enfocado a salidas y asumiendo retornos constantes a escala (SBM – O – C) se fórmula de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 & (SBM - O - C) \\
 \rho_o^* &= \text{Min} \frac{1}{1 + \frac{1}{s} \sum_{r=1}^s \frac{s_r^+}{y_{r0}}} \\
 & \text{sujeto a} \\
 & x_0 \geq X\lambda \\
 & y_0 = Y\lambda - s^+ \\
 & \lambda, s^+ \geq 0
 \end{aligned} \tag{3.25}$$

La solución óptima de (SBM – O – C) es  $(\rho_o^*, \lambda^*, s^{+*})$

Además, tenemos el siguiente teorema:

*“La igualdad  $\rho_o^* = \eta_o^*$  es cierta si y solo si el modelo CCR orientado a salidas tiene cero holguras en las salidas para toda solución óptima”.*

Así, la desigualdad  $\rho_o^* < \eta_o^*$  ocurre si y sólo si la solución CCR revela ineficiencia de mezcla en las salidas.

Este teorema refleja el hecho que SBM tiene en cuenta todas las ineficiencias mientras que CCR sólo tiene en cuenta la ineficiencia técnica global.

### 3.2.6 Eficiencia de Escala

La Eficiencia de Escala mide el impacto de la escala de operación sobre la productividad de una DMU, y se define como:

3. Propuesta metodológica para estudio de los indicadores de desempeño y para la construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas

---

$$\begin{aligned} \text{Eficiencia de Escala } DMU_{j_0} &= SE_{j_0} \\ &= \frac{\text{Eficiencia Técnica } DMU_{j_0}}{\text{Eficiencia Puramente Técnica } DMU_{j_0}} \end{aligned} \quad (3.26)$$

es decir;

$$\text{Eficiencia de Escala } DMU_{j_0} = SE_{j_0} = \frac{\text{Eficiencia CCR de } DMU_{j_0}}{\text{Eficiencia BCC de } DMU_{j_0}} \quad (3.27)$$

Ya que en cualquier orientación la eficiencia técnica de una DMU nunca puede exceder su eficiencia puramente técnica, entonces;

$$\text{Eficiencia de Escala de } DMU_{j_0} = SE_{j_0} \leq 1 \quad (3.28)$$

De esta manera la eficiencia global o eficiencia técnica (CCR) se puede descomponer como:

$$\left[ \begin{array}{c} \text{Eficiencia} \\ \text{Técnica (CCR)} \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c} \text{Eficiencia Puramente} \\ \text{Técnica o Administrativa (BCC)} \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} \text{Eficiencia} \\ \text{de Escala (SE)} \end{array} \right] \quad (3.29)$$

Esta descomposición es única y describe las fuentes de ineficiencias, es decir si esta es causada por una operación (administración) ineficiente (BCC), o bien, por condiciones desventajosas manifiestas por la eficiencia de escala (SE) o por ambas.

Por definición, la eficiencia de escala mide la divergencia entre los puntajes de eficiencia de una DMU bajo Retornos Constantes a Escala (CRS) y Retornos Variables a Escala (VRS), respectivamente.

### 3.2.7 Eficiencia de Mezcla

La relación entre las soluciones óptimas de los modelos CCR y SBM nos lleva a la siguiente definición de Eficiencia de Mezcla (MIX). Sea  $\eta_0^*$  y  $\rho_0^*$  los puntajes de

3. Propuesta metodológica para estudio de los indicadores de desempeño y para la construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas

---

eficiencia de los modelos CCR-O y SBM-O de  $DMU_0$ , respectivamente. La eficiencia de mezcla se define por:

$$MIX = \frac{\text{Eficiencia SBM de } DMU_0}{\text{Eficiencia CCR de } DMU_0} = \frac{\rho_0^*}{\eta_0^*} \leq 1 \quad (3.30)$$

De esta forma tenemos una descomposición de la eficiencia no radial (SBM-O) en eficiencia radial (CCR) y eficiencia de mezcla (MIX):

$$\left[ \begin{array}{c} \text{Eficiencia} \\ \text{SBM} \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c} \text{Eficiencia} \\ \text{Técnica (CCR)} \end{array} \right] * \left[ \begin{array}{c} \text{Eficiencia de} \\ \text{Mezcla (MIX)} \end{array} \right] \quad (3.31)$$

Utilizando la definición de eficiencia de escala, tenemos:

$$\begin{aligned} & \left[ \begin{array}{c} \text{Eficiencia} \\ \text{SBM} \end{array} \right] \\ = & \left[ \begin{array}{c} \text{Eficiencia Puramente} \\ \text{Técnica (BCC)} \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} \text{Eficiencia} \\ \text{de Escala (SE)} \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} \text{Eficiencia de} \\ \text{Mezcla (MIX)} \end{array} \right] \end{aligned} \quad (3.32)$$

La descomposición anterior es única y contribuye a la interpretación de las fuentes de ineficiencias para las DMUs ineficientes no radial (SBM).

### 3.2.8 Modelo DEA de Eficiencia Cruzada

Una cuestión interesante al evaluar eficiencias mediante DEA, es la referente al ranking del grupo de unidades productivas bajo análisis. En este sentido se han propuesto varios modelos para mejorar el poder discriminante de DEA, entre los que destaca los llamados de supereficiencia (Andersen y Petersen, 1993; Tone, 2002; Fang, Lee, Hwang y Chung, 2013), y la evaluación por eficiencia cruzada (Sexton,

### 3. Propuesta metodológica para estudio de los indicadores de desempeño y para la construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas

---

Silkman y Hogan, 1986; Doyle y Green, 1994; Zerafat, Mustafa y Jalal, 2013; Yang, Yang, Liu y Li, 2013; Wu, Chu, Sun, y Zhu, 2016).

Es de notar que Banker y Chang (2006) consideran que los modelos de supereficiencia deben ser utilizados para identificar outliers, pero no para inferir un ranking.

Sexton et al. (1986), incorporan el concepto de evaluación cruzada. En ésta, cada DMU obtiene  $n$  puntajes de eficiencia de los cuales uno es la autoevaluación, calculada con sus pesos más favorables, y  $n - 1$  se corresponden con las evaluaciones obtenidas a partir de los pesos más favorables de las otras  $n - 1$  DMUs. A continuación, estas  $n$  eficiencias son promediadas para obtener la llamada eficiencia cruzada para la DMU bajo evaluación.

De este modo, la evaluación de eficiencia cruzada de la DMU  $j$  con los pesos más favorables de la DMU  $d$  se determina de la siguiente manera

$$E_{dj} = \frac{\sum_{i=1}^m \omega_{id}^* x_{ij}}{\sum_{r=1}^s \mu_{rd}^* y_{rj}} \quad (3.33)$$

El puntaje de eficiencia cruzada de la DMU  $j$ ,  $E_j$ , es el promedio de  $n$  puntajes de eficiencia, esto es,

$$E_j = \frac{1}{n} \sum_{d=1}^n E_{dj} \quad (3.34)$$

En este sentido y con el propósito de realizar el ranking de las universidades del sistema público colombiano, se implementó una modificación al algoritmo de eficiencia cruzada Pareto eficiente propuesto por Wu et al., (2016) para considerar el enfoque a salidas.

### 3. Propuesta metodológica para estudio de los indicadores de desempeño y para la construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas

---

Este algoritmo se basa en los siguientes dos principios requeridos para todas las DMUs:

*Principio 1.* Dado un conjunto de puntuaciones de eficiencia cruzada para las DMUs, al elegir un nuevo conjunto de pesos para una DMU para mejorar los puntajes de eficiencia de las DMUs, el nuevo conjunto de pesos debe garantizar que el nuevo puntaje de eficiencia de las DMUs no sea menor que sus puntajes de eficiencia cruzada previa.

*Principio 2.* Dado un conjunto de puntajes de eficiencia cruzada para las DMUs, cuando elegimos un nuevo conjunto de pesos para una DMU para mejorar los puntajes de eficiencia de las DMUs, el nuevo conjunto de pesos debe garantizar que los nuevos puntajes de eficiencia cruzada de las otras DMUs calculados con el nuevo conjunto de pesos no sean menores que sus puntajes de eficiencia cruzada previo.

La eficiencia cruzada Pareto eficiente, se fundamenta en las siguientes definiciones:

Definición 1: “Un conjunto de puntuaciones de eficiencia cruzada es Pareto óptima para todas las DMUs, si es imposible mejorar el puntaje de eficiencia cruzada de una DMU sin empeorar el de al menos otra DMU”.

Para evaluar si un conjunto dado de puntuaciones de eficiencia cruzada son Pareto-óptimas, se resuelve el modelo (3.35).

$$\begin{aligned} & \text{Min } Z_d \\ & \text{s. t.} \\ & \mathbf{\mu}_d^T \mathbf{y}_d = 1 \end{aligned} \tag{3.35}$$

$$\begin{aligned}
 \omega_d^T \mathbf{x}_d &\leq \eta_d \\
 \omega_d^T \mathbf{x}_j - \mu_d^T \mathbf{y}_j &\geq 0 \quad (j = 1, \dots, n) \\
 \omega_d^T \mathbf{x}_j - \eta_j \mu_d^T \mathbf{y}_j - S_j^d &= 0 \quad (j \neq d, j = 1, \dots, n) \\
 S_j^d &\leq Z_d \quad (j \neq d, j = 1, \dots, n) \\
 \omega_d &\geq 0, \mu_d \geq 0 \\
 S_j^d &\text{ Libre} \quad (j \neq d, j = 1, \dots, n)
 \end{aligned}$$

En (3.35) el conjunto de puntuaciones de eficiencia cruzada a evaluar viene dado por  $\{\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_n\}$ .

Con el modelo anterior se puede determinar si las DMUs tienen potencial para la mejora de su eficiencia cruzada mediante (3.36)

$$\begin{aligned}
 &Min \omega_d^T \mathbf{x}_d \\
 &s. t. \\
 &\mu_d^T \mathbf{y}_d = 1 \\
 &\omega_d^T \mathbf{x}_j - \mu_d^T \mathbf{y}_j \geq 0 \quad (j = 1, \dots, n) \\
 &\omega_d^T \mathbf{x}_j - \eta_j \mu_d^T \mathbf{y}_j \leq 0 \quad (j = 1, \dots, n) \\
 &\omega_d \geq 0, \mu_d \geq 0
 \end{aligned} \tag{3.36}$$

De los resultados del modelo (3.35), si  $Z_j = 0, \forall j$  entonces el modelo (3.36) siempre tiene solución factible. Además, cuando se mejora la eficiencia cruzada de la DMU  $d$ , esto es, se pretende maximizar la eficiencia de la DMU  $d$ , manteniendo las eficiencias cruzadas de las otras DMUs por lo menos en su valor actual.

3. Propuesta metodológica para estudio de los indicadores de desempeño y para la construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas

---

Después de resolver el modelo (3.36), cada DMU obtendrá un nuevo conjunto de ponderaciones óptimas. Estas ponderaciones son utilizadas para obtener el nuevo conjunto de eficiencia cruzada mejorado para todas las DMUs según la siguiente definición.

Definición 2. “Sea  $\{\omega_d^{*T}, * \mu_d^{*T}\}$  una solución óptima del modelo (3.36) con respecto a la DMU<sub>d</sub>. Para cada DMU<sub>j</sub>, se define

$$\eta_j = \frac{1}{n} \sum_{d=1}^n \frac{\omega_d^{*T} X_j}{\mu_d^{*T} Y_j} \quad (3.37)$$

como su eficiencia cruzada Pareto mejorada.”

De este modo el algoritmo consiste en los siguientes pasos:

*Paso 1.* Resolver el modelo (3.2) y obtener un conjunto de puntajes de eficiencia cruzada definida en (3.34) para todas las DMUs. Haga  $t = 1$  y  $\eta_j^* = \eta_1^1 = E_j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ )

*Paso 2.* Utilice los puntajes de eficiencia cruzada del paso anterior en los modelos (3.35) y (3.36). Resuelva el modelo (3.35), si la solución óptima es  $Z_d^* > 0 \forall d$ , pare. Si  $Z_d^* = 0 \forall d$ , resuelva el modelo (3.36) para seleccionar un nuevo conjunto de ponderaciones para todas las DMUs, y haga  $\eta_j^* = \eta_j^{t+1} = \frac{1}{n} \sum_{d=1}^n \frac{\omega_d^{*T} X_j}{\mu_d^{*T} Y_j}$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) donde  $\{\omega_d^{*T}, * \mu_d^{*T}\}$  son las ponderaciones óptimas luego de resolver el modelo (3.36).

*Paso 3:* Si  $|\eta_j^t - \eta_j^{t+1}| \geq \epsilon$  para algún  $j$ , haga  $t = t + 1$  y vaya al paso 2. Si  $|\eta_j^t - \eta_j^{t+1}| < \epsilon$  para toda  $j$ , pare.

En este algoritmo, los valores iniciales para  $\eta_d$  ( $d = 1, 2, \dots, n$ ) en el modelo (4.30), son los valores del promedio de las eficiencias cruzadas originales de la DMU  $d$  ( $d = 1, 2, \dots, n$ )

Cuando el algoritmo propuesto termina en el paso 3, se puede calcular un conjunto de ponderaciones comunes para las variables del modelo, mediante la estandarización de las ponderaciones óptimas de cualquier DMU  $d$ , mediante las siguientes ecuaciones:

$$\omega^T = \frac{\omega_d^{*T}}{\sum_{i=1}^m \omega_{id}^* + \sum_{r=1}^s \mu_{rd}^*} \quad (3.38)$$

$$\mu^T = \frac{\mu_d^{*T}}{\sum_{i=1}^m \omega_{id}^* + \sum_{r=1}^s \mu_{rd}^*} \quad (3.39)$$

### 3.2.9 Índice de Productividad de Malmquist (IPM).

Por medio de los modelos DEA se evalúa la eficiencia de un grupo de DMUs de forma estática. Si se desea evaluar el cambio en la eficiencia entre dos periodos de tiempo es habitual utilizar el Índice de Productividad de Malmquist (IPM). La versión no paramétrica de este índice se debe a Färe, Grosskopf, Norris y Zhang, (1994), y puede escribirse como la media geométrica de dos índices:

$$IPM_0^{t,t+1} = \left[ \frac{D_0^t(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_0^t(x^t, y^t)} * \frac{D_0^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_0^{t+1}(x^t, y^t)} \right]^{1/2} \quad (3.40)$$

3. Propuesta metodológica para estudio de los indicadores de desempeño y para la construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas

---

Donde  $IPM_0^{t,t+1}$  es el Índice de Productividad de Malmquist con enfoque a salidas, y  $D_0$  denota la función de distancia basada en las salidas, y representa el vector de productos que pueden ser obtenidos con el vector de recursos  $x$ .

El IPM puede ser descompuesto en cambios en la eficiencia técnica y cambios en la frontera tecnológica de la siguiente manera:

$$IPM_0^{t,t+1} = \left[ \frac{D_0^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_0^t(x^t, y^t)} \right] \left[ \frac{D_0^t(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_0^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})} * \frac{D_0^t(x^t, y^t)}{D_0^{t+1}(x^t, y^t)} \right]^{1/2} \quad (3.41)$$

Donde el primer paréntesis mide el cambio en la eficiencia técnica (TEC) entre el periodo  $t$  y  $t + 1$ , y la media geométrica de las dos razones en el segundo paréntesis mide el cambio en la frontera de producción (FC) entre dos periodos de tiempo. De este modo, podemos calcular el Índice de Malmquist como el producto de estos factores:

$$IPM_0^{t,t+1} = TEC_0^{t,t+1} * FC_0^{t,t+1} \quad (3.42)$$

Este índice refleja el progreso o retroceso en la eficiencia de la DMU con el progreso o retroceso de la frontera tecnológica.

De este modo,  $TEC_0^{t,t+1}$  es simplemente la razón entre dos sucesivas funciones de distancia y está relacionada con el grado de esfuerzo que la DMU ha realizado para alcanzar su eficiencia, y mide la capacidad de la DMU para acercarse o alejarse de la frontera tecnológica de un periodo de tiempo al siguiente. El índice de cambio tecnológico,  $FC_0^{t,t+1}$ , refleja el cambio de la frontera eficiente alrededor de la DMU en dos periodos de tiempo, y mide el cambio en el conjunto de productos o el movimiento de la frontera de producción entre estos periodos, y está asociado a estrategias de planeación a largo plazo e inversiones de capital.

Esta descomposición permite la identificación de los factores que más contribuyen al cambio en la productividad de una DMU. Por lo tanto,

$$TEC^{2011,2012} = \frac{SBM - O_{2012}}{SBM - O_{2011}} \quad (3.43)$$

El IPM ha sido muy utilizado en el contexto del Análisis Envolvente de Datos. Entre los principales trabajos cabe destacar los desarrollados por Fuentes y Lillo-Bañuls (2015); Thanassoulis, Khanjani y Maniadakis (2015); Wijesiri y Meoli (2015) y Woo et al., (2015).

### 3.3 Data Envelopment Analysis Inverso (InvDEA) y Algoritmos Genéticos

La metodología que se presenta a continuación es un nuevo procedimiento que combina el Análisis Envolvente de Datos Inversos (InvDEA) y los Algoritmos Genéticos (AG). La aplicación de esta técnica combinada, permitirá, en primer lugar, calcular el ahorro en recursos (inputs) en la fusión de dos o más Instituciones de Educación Superior (IES), en el que la DMU resultante de dicha fusión posea un determinado nivel de eficiencia, y, en segundo lugar, mediante la aplicación de los Algoritmos Genéticos, resolver el problema combinatorio de identificar las IES a fusionar.

El Análisis Envolvente de Datos (DEA) mide la puntuación de eficiencia relativa de las unidades de toma de decisiones (DMU) (Charnes et al., 1978; Banker et al., 1984). Como se ha comentado en la sección precedente, 3.2.3, DEA es un método analítico que se ha utilizado ampliamente para la evaluación del desempeño de las fusiones de DMUs.

### *3. Propuesta metodológica para estudio de los indicadores de desempeño y para la construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas*

---

En contraste con el enfoque DEA, el modelo DEA inverso (InvDEA) determina las entradas y salidas requeridas para un objetivo de eficiencia  $\theta$  determinado (Gattoufi, Amin y Emrouznejad, 2014; Amin, Al-Muharrami y Toloo, 2019). Según Wei, Zhang y Zhang (2000), "tenemos una solución factible dada, que no es necesariamente una solución óptima, y deseamos ajustar los valores de los parámetros, entradas y salidas, lo menos posible para que la solución factible se convierta en la óptima bajo los valores de los parámetros ajustados".

El artículo de Gattoufi et al. (2014) fue la primera aplicación del InvDEA a la fusión de DMUs en un conjunto de datos reales. Los autores ilustran la metodología utilizando 42 unidades bancarias en los países del Consejo de Cooperación para los Estados Árabes del Golfo. Posteriormente, Amin y Al-Muharrami (2016), presentan un nuevo modelo InvDEA para el establecimiento de objetivos de una fusión en presencia de datos negativos.

Más tarde, Amin, Emrouznejad y Gattoufi (2017a) definen los conceptos de consolidación menor y consolidación mayor. Según los autores, una fusión es una consolidación mayor si afecta a la frontera de eficiencia definida por las condiciones de pre-consolidación del mercado. Si la frontera de eficiencia después de la consolidación es idéntica a la original, la fusión se describe como una consolidación menor. Los autores afirman que "el reconocimiento de las consolidaciones mayores en un mercado ayudará a las autoridades reguladoras y antimonopolio a identificar aquellas consolidaciones que potencialmente amenazan la competitividad en el mercado y, por lo tanto, analizarán esos casos exhaustivamente antes de cualquier aprobación".

### *3. Propuesta metodológica para estudio de los indicadores de desempeño y para la construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas*

---

Recientemente, Amin et al. (2019) han considerado el InvDEA como un problema multiobjetivo. Los autores proponen un modelo Goal Programming para resolver el problema cuando existe una preferencia por el ahorro de recursos específicos. De esta manera, los tomadores de decisión pueden llevar a cabo un análisis de sensibilidad para verificar cuán estables son las soluciones con respecto a la preferencia de los recursos.

La reestructuración se refiere a la reorganización en cuanto a la propiedad, operatividad u otras estructuras, tanto de una compañía privada, como de una institución pública. El objetivo de la reestructuración es hacer que la organización sea más rentable y eficiente, pudiéndose abordar principalmente mediante dos enfoques. La primera es fusionar dos o más empresas mediante la combinación de sus actividades para crear una nueva entidad fusionada y, por lo tanto, tratar de mejorar el desempeño global a través de la sinergia de sus constituyentes. Una segunda alternativa consiste en dividir la empresa en un número mayor de entidades nuevas e independientes (Amin, Emrouznejad y Gattoufi, 2017b).

Las fusiones pueden llevar a la entidad conjunta a mejorar su productividad a largo plazo, ahorrar dinero, liberar recursos o aumentar las ganancias (Amin et al. 2019), lo cual, incluso, puede contribuir a recibir apoyo explícito de los gobiernos.

Por otro lado, existen diversas investigaciones en las se indica que la fusión puede implicar un efecto negativo en el empleo. En este sentido, Beckmann y Forbes (2004) analizaron el impacto de las adquisiciones corporativas en el Reino Unido sobre el empleo y los salarios para el período comprendido entre 1987 y 1995. Los autores concluyeron que el empleo medio total de las empresas adquirentes y las empresas adquiridas disminuyó un 11% en los 5 años posteriores a las adquisiciones.

### *3. Propuesta metodológica para estudio de los indicadores de desempeño y para la construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas*

---

Sin embargo, los autores también encontraron un aumento significativo de los salarios: 19%. A su vez, Gugler y Yurtoglu (2004) compararon el efecto de las fusiones y adquisiciones en la demanda laboral en los Estados Unidos y en los países europeos, llegando a conclusiones similares. El empleo disminuyó un 12,4% en el Reino Unido y un 7,9% en los países europeos. Sorprendentemente, los autores informaron un efecto no significativo en el empleo en los Estados Unidos, lo cual puede atribuirse a mercados más rígidos en Europa que en Estados Unidos.

Más recientemente, Kubo y Saito (2012) analizaron el impacto de las fusiones en el empleo y los salarios de los empleados en Japón, considerando 111 fusiones entre empresas que cotizan en bolsa para el período 1990-2003. Los autores concluyeron que el número de empleados en las empresas japonesas disminuyeron un 4,5% tres años después de una fusión. Sin embargo, de acuerdo con los resultados de Beckmann y Forbes (2004), el salario promedio aumentó un 5,4% en las empresas fusionadas.

El efecto negativo de las fusiones en el empleo ha generado desconfianza entre los empleados y otras partes interesadas preocupadas por las implicaciones económicas y sociales de las fusiones. Además, la fusión de las instituciones públicas puede verse limitada por la legislación del gobierno con respecto a los derechos de los empleados. En algunos países, no se permite reducir la mano de obra pública, lo que limita los beneficios económicos teóricos de la reestructuración sobre la eficiencia.

La mayoría de los ejemplos prácticos proporcionados por los autores se centran en fusionar dos DMUs para generar una nueva entidad. Un tema no cubierto en la

literatura es la reestructuración de un sector en su conjunto (todas las DMU) cuando se requiere un grado mínimo de eficiencia global.

La metodología propuesta hace varios supuestos realistas con respecto a la fusión de DMUs bajo circunstancias específicas, presentando una guía para la reestructuración del sector educativo superior colombiano. El modelo computa la eficiencia global objetivo de la DMU resultante, dando preferencia al ahorro de recursos sobre la fusión de DMUs, por lo tanto, considerando que las partes interesadas pueden ser resistentes a la reestructuración, y tal resistencia puede representar efectos negativos en la imagen y reputación de empresas e instituciones.

Además, el tomador de decisiones puede limitar el número de constituyentes de las nuevas entidades después del proceso de reestructuración. En consecuencia, una restricción en la cardinalidad, referida al número de DMUs a fusionar, también se considera en el modelo.

El modelo propuesto considera la reestructuración del sector educativo superior colombiano en su conjunto, (todas las IES), considerando los siguientes aspectos específicos:

1. La propuesta busca una mejora de la eficiencia global, de modo que todas las nuevas entidades resultantes deben garantizar un nivel mínimo de eficiencia.
2. Para las DMUs no eficientes, el objetivo de eficiencia  $\theta$  se obtiene mediante:
  - a) fusionarse con otras DMUs,
  - b) reducir las entradas de las DMUs originales, o
  - c) considerar simultáneamente ambos enfoques.

3. Siempre que sea posible, el objetivo de eficiencia debe lograrse mediante la fusión de las DMUs en lugar de la reducción en los recursos.
4. El procedimiento debe considerar las restricciones de cardinalidad con respecto al número de DMUs constituyentes de las nuevas entidades.

La restricción de cardinalidad sirve para modelar aquellas situaciones en las que el tomador de decisiones desea limitar el número de constituyentes de las entidades resultantes teniendo en cuenta aspectos políticos o sociales.

El tercer supuesto, se relaciona con el impacto adverso en la imagen social de las empresas e instituciones que priorizan la reducción de los costos laborales cuando se aborda un proceso de reestructuración. Los gobiernos y los sindicatos suelen ser resistentes a las estrategias de reducción de personal, desinversión y reasignación, y dicha resistencia tiene efectos negativos generales en la reputación de las empresas (Dentchev y Heene, 2004). Además, las regulaciones del mercado laboral pueden restringir la reestructuración del empleo en las instituciones públicas.

Supongamos dos DMUs no eficientes A y B, con puntuaciones de eficiencia de 0,7 y 0,9, respectivamente. Asumamos que el tomador de decisiones requiere un nivel de eficiencia global mínimo de  $\theta = 0,8$ . De esta manera, B está por encima del objetivo de eficiencia  $\theta$  y no necesita reestructuración. El puntaje de eficiencia de A está por debajo del objetivo, por lo que debemos enfrentar dos alternativas: a) disminuir sus recursos para cumplir con el requisito de eficiencia; b) fusionar las DMUs A y B en una nueva entidad, preservando sus recursos y asegurando que la nueva entidad conjunta cumpla con el objetivo de eficiencia global. El enfoque propuesto está destinado a priorizar la segunda alternativa.

Una consideración final se relaciona con el concepto de consolidación mayor introducido por Amin, et al. (2017a). Nuestra propuesta excluye la consolidación mayor al asumir los argumentos antes mencionados de Amin et al. (2017a), por lo tanto, promoviendo aquellas fusiones que no afectan la frontera de eficiencia original.

De acuerdo con esto, surge la siguiente pregunta: ¿cuáles son las combinaciones óptimas de DMUs que garantizan el objetivo de eficiencia global mínima, observando tanto la restricción de cardinalidad como la priorización establecida? El problema combinatorio de identificar las unidades a fusionar se resuelve mediante la implementación de un Algoritmo Genético (AG). De esta manera, la eficacia de búsqueda combinatoria de AG se combina con el modelo InvDEA para obtener soluciones casi óptimas, ya que los Algoritmos Genéticos es una técnica de búsqueda heurística de soluciones, los cuales resuelven problemas de búsqueda y optimización encontrando una solución que, aunque no necesariamente es la óptima, es una buena solución y en un tiempo razonable (Morillo, Moreno y Díaz, 2014).

### 3.3.1 El Modelo DEA Inverso (InvDEA)

Wei et al. (2000) introdujo el modelo InvDEA al analizar el siguiente problema: “*Si dentro de un grupo de unidades de toma de decisiones (DMUs), aumentamos ciertas entradas de una DMU en particular y asumimos que dicha DMU mantiene su nivel de eficiencia actual con respecto a otras unidades, ¿cuántas más salidas podría producir la unidad?*”

Posteriormente, Pendharkar (2002) y Amin y Emrouznejad (2007) extendieron el análisis del modelo InvDEA original al proponer la programación lineal inversa

como un procedimiento alternativo para acelerar los cálculos del modelo DEA aditivo.

Gattoufi, et al. (2014) desarrollan un nuevo enfoque basado en InvDEA para sugerir el nivel requerido de entradas (recursos) y salidas (productos) para que la nueva unidad productiva producto de una fusión alcance un predeterminado objetivo de eficiencia, considerando tanto el enfoque a entradas como a salidas.

Siguiendo el enfoque orientado a entradas, el modelo permite a la entidad fusionada mantener la cantidad de los productos (outputs) y busca encontrar los niveles mínimos de recursos para alcanzar un objetivo de eficiencia deseado.

El modelo InvDEA enfocado a entradas propuesto por Gattoufi et al. (2014) se muestra a continuación, donde  $k$  y  $l$  se refiere a las DMUs a ser fusionadas y  $M$  la DMU resultante.

$$\begin{aligned}
 & \text{Min } \sum_{i=1}^m (\alpha_{ik} + \alpha_{il}) \\
 & \text{s. a.} \\
 & \sum_{j \in F} x_{ij} \lambda_j + (\alpha_{ik} + \alpha_{il}) \lambda_M - \theta (\alpha_{ik} + \alpha_{il}) \leq 0 \quad i = 1, \dots, m \\
 & \sum_{j \in F} y_{rj} \lambda_j + (y_{rk} + y_{rl}) \lambda_M \geq (y_{rk} + y_{rl}) \quad r = 1, \dots, s \\
 & \sum_{j \in F} \lambda_j + \lambda_M = 1 \\
 & 0 \leq \alpha_{ij} \leq x_{ij} \quad j = k, l; i = 1, \dots, m \\
 & \lambda_j \geq 0 \quad \forall j \in F \cup \{M\}
 \end{aligned} \tag{3.44}$$

Donde  $\alpha_{ik}$  y  $\alpha_{il}$  son los niveles del  $i$ -ésimo recurso de las DMUs a fusionar  $DMU_k$  y  $DMU_l$ , respectivamente.  $\lambda_j$  es la variable de intensidad,  $\theta$  es la eficiencia objetivo

para la nueva DMU<sub>M</sub>, y  $F$  es el conjunto de DMUs disponibles para el proceso de post evaluación de la nueva DMU resultante de la fusión.

En el mundo real, las fusiones más comunes ocurren entre unidades productivas para mejorar su respectivo desempeño, lo que naturalmente, implica mejorar sus eficiencias técnicas.

El modelo (3.44) es un modelo de programación no lineal, el cual puede ser fácilmente transformado en un modelo de programación lineal. Ello es posible si consideramos  $\theta < 1$ , lo que implica que la nueva unidad productiva M resultante de la fusión es ineficiente, por lo que su correspondiente  $\lambda_M$  es cero en condiciones de optimalidad, con lo cual se obtiene el siguiente modelo de programación lineal (3.45).

$$\begin{aligned}
 & \text{Min } \sum_{i=1}^m (\alpha_{ik} + \alpha_{il}) \\
 & \text{s. a.} \\
 & \sum_{j \in F} x_{ij} \lambda_j - \theta (\alpha_{ik} + \alpha_{il}) \leq 0 \quad i = 1, \dots, m \\
 & \sum_{j \in F} y_{rj} \lambda_j \geq (y_{rk} + y_{rl}) \quad r = 1, \dots, s \\
 & \sum_{j \in F} \lambda_j = 1 \\
 & 0 \leq \alpha_{ij} \leq x_{ij} \quad j = k, l; i = 1, \dots, m \\
 & \lambda_j \geq 0 \quad \forall j \in F
 \end{aligned} \tag{3.45}$$

### **3.3.2 Algoritmo Genético (AG)**

El algoritmo genético se define como una técnica de optimización basada en la búsqueda heurística de soluciones. Los modelos AG fueron originalmente propuestos por Holland (1975), y actualmente se consideran un subconjunto de algoritmos evolutivos inspirados en la evolución en la naturaleza, lo que permite a las especies adaptarse a su entorno. A diferencia de otros sistemas de optimización clásicos, los AG iteran examinando un conjunto de posibles soluciones conocidas como población.

Estas soluciones candidatas están codificadas como cadenas o cromosomas. Los cromosomas compiten entre sí por la supervivencia, por lo que sólo los más fuertes sobreviven. Cada iteración incluye la selección de los mejores individuos de la población actual para participar en la siguiente población. Las nuevas generaciones heredan la información de los padres, y después de varias generaciones de reproducción que involucran el cruce y la mutación, el proceso finalmente llega a la convergencia.

El proceso iterativo finaliza cuando todos los individuos en la población son esencialmente iguales o se alcanza el número máximo de iteraciones.

La implementación del AG implica definir varios conceptos estrechamente relacionados con las características del problema. A continuación, se describen en detalle la representación cromosómica, la función de ajuste y los operadores de mutación y cruce.

### 3.3.2.1 La representación del cromosoma

La representación de cada individuo (cromosoma) se denomina genotipo. Encontrar una representación de genotipo adecuada para los individuos en la población es un punto clave al especificar el algoritmo genético. En la investigación actual, el diseño del genotipo pretende especificar cómo se organizan las DMU, es decir, qué DMUs se fusionan en una nueva entidad y cuáles no se fusionan.

La Figura 3.3.1 muestra un ejemplo con 8 DMUs organizadas en 5 combinaciones diferentes. Como podemos observar en la parte superior de la figura, el proceso de decisión ha fusionado las DMU 1, 3 y 8 en una nueva entidad. Otra fusión es la resultante de las DMU 5 y 6.

Por otro lado, las DMUs 2, 4 y 7 permanecen sin fusionar. En la parte inferior de la figura presentamos el diseño del genotipo del ejemplo de fusión. Cada DMU fusionada o no combinada se asigna a un grupo en la representación vectorial. Por lo tanto, el grupo 1 está compuesto por las DMU 1, 3 y 8. Las DMU 5 y 6 están unidas en el grupo 4. Las DMU 2, 4 y 7 están etiquetadas como grupos 2, 3 y 5, respectivamente.

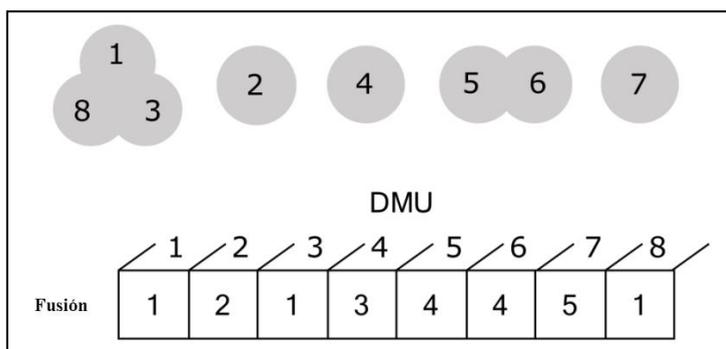


Figura 3.3.1 Ejemplo de la representación de un cromosoma

Fuente: Elaboración propia

### 3.3.2.2 La función de ajuste

Dada una configuración de fusión, la función de ajuste calcula el ahorro de recursos que las DMUs que deben alcanzar para cumplir con el objetivo de eficiencia global predefinido (algoritmo 1).

La primera entrada del algoritmo, el cromosoma, contiene la estructura de fusión de las DMUs tal como se representa en la figura 3.3.1. La longitud de este vector coincide con la cantidad de DMUs que no son eficientes (aquellas que pueden ser potencialmente fusionadas). El segundo parámetro de la función de ajuste es la eficiencia global objetivo ( $\theta$ ), definido por quien toma las decisiones.

El algoritmo itera a través de los grupos identificados por el cromosoma.

La función InvDEA calcula los ahorros de recursos que deben realizar tanto las DMUs fusionadas como las no fusionadas para cumplir con el objetivo de eficiencia. La salida es cero, lo que indica que no hay ahorros cuando el puntaje de eficiencia de los constituyentes fusionados está por encima del objetivo y, por lo tanto, no es necesario reducir los recursos.

Se obtiene el mismo valor cero al tratar con una unidad no fusionada cuyo puntaje de eficiencia está por encima del objetivo. Para excluir las fusiones de consolidación mayor, el ahorro de recursos computado se penaliza con una gran constante de penalización positiva,  $M$ , si la nueva entidad alcanza la frontera de eficiencia.

---

**Algorithm 1** Pseudo code for the fitness function.

---

```
1: Input: chromosome  $\in F^f$ ,  $\theta \in [0, 1]$ 
2: Output: fit.value  $\in \mathbb{R}$ 
3: Begin
4: inputs.saving = 0
5: i = 0
6: merge = which(chromosome == i+1)
7: n.merge = length(merge)
8: while n.merge  $\geq 1$  do
9:   inputs.saving = inputs.saving + invDEA(merge,  $\theta$ ) +  $M \times \text{major}$ (merge)
10:  i = i+1
11:  merge = which(chromosome == i+1)
12:  n.merge = length(merge)
13: end while
14: return(inputs.saving - i)
15: End begin
```

---

**Figura 3.3.2 Algoritmo 1 – Pseudocódigo para la función de ajuste**

Fuente: Elaboración propia

Una vez que se han examinado todos los grupos, el algoritmo devuelve la diferencia entre la suma de los ahorros de recursos y el número de grupos. Se resta el número de grupos para deshacernos de fusiones innecesarias. Esto sucede cuando se combinan dos o más DMUs, a pesar de que todos los puntajes de eficiencia individual estén por encima del objetivo. De acuerdo con nuestros supuestos, este comportamiento no deseado se penaliza al maximizar el número de grupos, promoviendo así la no fusión a menos que sea necesario.

### 3.3.2.3 Operador de mutación

El operador de mutación selecciona aleatoriamente una DMU para cambiar su fusión actual. Esto se realiza mediante la función *sample* que se muestra en el algoritmo 2. Luego, la DMU se puede agregar a una combinación preexistente o se puede aislar como una DMU individual. En el primer caso, el algoritmo garantiza que la restricción de cardinalidad no se viola; es decir, la DMU no se agrega a un grupo saturado con respecto a la restricción de cardinalidad máxima. Por lo tanto, el operador de mutación genera soluciones factibles y evita cualquier mecanismo de reparación.

---

**Algorithm 2** Pseudo code for the mutation operator

---

```
1: Input: chromosome  $\in F^f$ ; max.card  $\in \mathbb{Z}$ 
2: Output: chromosome  $\in F^f$ 
3: Begin
4: n.chromosome = length(chromosome)
5: i = sample(n.chromosome, 1)
6: feasible.merge = which.j(length(chromosome == j)  $\leq$  max.card, j  $\neq$  i)
7: chromosome[i] = sample(feasible.merge, 1)
8: return(chromosome)
9: End begin
```

---

**Figura 3.3.3 Algoritmo 2 – Pseudocódigo para el operador de mutación**

Fuente: Elaboración propia

### 3.3.2.4 Operador de cruce

El objetivo del operador de cruce es obtener nuevas cromosomas para mejorar el resultado, intercambiando la información contenida en los cromosomas actuales (Zhang, Gao y Shi, 2011). El operador de cruce propuesto toma dos padres y crea dos hijos que contienen parte del material genético de los padres. En particular, la

3. Propuesta metodológica para estudio de los indicadores de desempeño y para la construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas

función descrita en el algoritmo 3, extrae las fusiones comunes que pertenecen a ambos padres. Esta información común es heredada por ambos hijos (Paso 1 en el Algoritmo 3). El resto de las DMUs que no participan en estos grupos se fusionan aleatoriamente, pero cumpliendo la restricción de cardinalidad (Paso 2).

La Figura 3.3.4 ilustra cómo funciona el operador de cruce. Supongamos que estamos tratando con 8 DMUs, la cardinalidad máxima para las fusiones es 2, y los padres  $p_1$  y  $p_2$  representan posibles soluciones para el problema. A diferencia de otras DMU, podemos ver que la DMU 4 está aislada en ambos padres, y las DMU 5 y 6 están unidas en ambos padres. Esta información común es heredada por los hijos  $c_1$  y  $c_2$ .

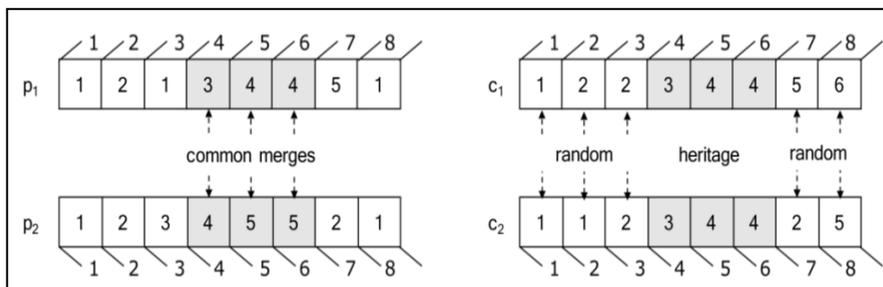


Figura 3.3.4 Ejemplo de un cruce

Fuente: Elaboración propia

Las DMU 1, 2, 3, 7 y 8 se fusionan al azar, pero conservando la restricción de cardinalidad. De esta manera, el hijo  $c_1$  se une a las DMU 2 y 3, y deja las DMU 1, 7 y 8 aisladas. El hijo  $c_2$  fusiona las DMU 1 y 2, y 3 y 7. La DMU 8 permanece sola (sin fusionarse).

### 3. Propuesta metodológica para estudio de los indicadores de desempeño y para la construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas

---

---

**Algorithm 3** Pseudo code for the crossover operator

---

```
1: Input: parent1, parent2  $\in F^f$ ; max.card  $\in \mathbb{Z}$ 
2: Output: child1, child2  $\in F^f$ 
3: Begin
4: # STEP 1: children inherit common groups in parents
5: child1 = rep(0, length(parent1))
6: common.merges = common.groups(parent1, parent2)
7: i = 0
8: merge = which(common.merges == i+1)
9: n.merge = length(merge)
10: while n.merge  $\geq 1$  do
11:   child1[merge] = i+1
12:   i = i+1
13:   merge = which(common.merges == i+1)
14:   n.merge = length(merge)
15: end while
16: child2 = child1
17: # STEP 2: uncommon elements are merged randomly but observing the
    cardinality constraint
18: for child  $\in \{\text{child1} \cup \text{child2}\}$  do
19:   which.zero = which(child == 0)
20:   j = i
21:   while length(which.zero)  $\geq 1$  do
22:     merge = sample(which.zero, min(sample(max.card,1), length(which.zero)))
23:     child[merge] = j+1
24:     j = j+1
25:     which.zero = which(child == 0)
26:   end while
27: end for
28: return(child1, child2)
29: End begin
```

---

**Figura 3.3.5** Algoritmo 3 – Pseudocódigo para el operador de cruce

Fuente: Elaboración propia

### **3.3.3 El modelo InvDEA – AG**

Muchas investigaciones previas han explorado los beneficios de combinar el Análisis Envolvente de Datos (DEA) con Algoritmos Genéticos (AG) en diferentes áreas. Algunos de los modelos DEA-AG propuestos en la literatura se centran en escenarios estocásticos al complementar el análisis de eficiencia con el enfoque heurístico de AG. Por ejemplo, Kuah, Wong y Wong (2012), evalúan el desempeño en la gestión del conocimiento en instituciones de educación superior. La precisión de los puntajes de eficiencia se mejora al proponer un enfoque que combina una versión DEA de Monte Carlo con AG. Udhayakumar, Charles y Kumar (2011), desarrollan una simulación estocástica basada en Algoritmo Genético para resolver problemas de Análisis de Envolvente de Datos con recursos y productos no deterministas (inputs y outputs estocásticos). En contraste con los modelos convencionales, que se centran en derivar equivalentes deterministas, los autores proponen que la función objetivo estocástica y las restricciones referidas a los recursos no deterministas sean manejadas directamente por el proceso genético. Jain, Kumar, Kumar y Chandra (2015), introdujeron un enfoque basado en AG para estimar las restricciones de peso en DEA, incorporando las preferencias de los tomadores de decisión en las restricciones de peso. El AG se utiliza para encontrar un conjunto de pesos que sean lo más parecido posible a las preferencias especificadas por los tomadores de decisión.

A pesar de su sinergia potencial, hasta el momento no se ha encontrado ningún trabajo que integre InvDEA y AG. De manera que, como se indicó anteriormente, esta es la primera propuesta que presenta un modelo que combina ambas metodologías en cualquier contexto de reestructuración genérico, cuando se cumplan

las condiciones realistas numeradas en la sección 3.3. El objetivo es encontrar soluciones de fusión óptimas o casi óptimas de manera oportuna.

El número de soluciones potenciales hace que el enfoque de fuerza bruta sea intratable en la práctica. Por ejemplo, supongamos que quien toma las decisiones, limita la cardinalidad de las nuevas entidades a 2. El número de soluciones posibles en este contexto se obtiene a través de la expresión  $C(n) = C(n - 1) + (n - 1) \times C(n - 2)$  donde  $n$  representa el número de DMUs no eficientes involucradas en el análisis,  $C(1) = 1$  y  $C(2) = 2$ . Un sistema compuesto por 30 DMUs ineficientes se traduciría en  $5,12 \times 10^{17}$  posibles soluciones. Además, esta cifra se puede aumentar dramáticamente si la restricción de cardinalidad se relaja. Por ejemplo, sobre la base de que se consideran hasta 3 entidades en el proceso de fusión, esto implicaría agregar nuevas soluciones potenciales a las expuestas en el caso anterior, lo que aumentará el número de soluciones potenciales. Ésta es la razón por la que proponemos el uso de un enfoque heurístico para abordar el problema de la reestructuración.

El AG se inicia al seleccionar al azar la población inicial de cromosomas. La selección de los mejores individuos se realiza mediante la función de ajuste propuesta en el algoritmo 1. De esta manera, tomamos en cuenta el ahorro de recursos de cada solución temporal. En aquellos casos en los que dos soluciones alcanzan el mismo ahorro de recursos, el algoritmo le da más preferencia al caso con un mayor número de grupos (menos fusión) de acuerdo con el supuesto explicado previamente. La operación de mutación genera descendencia al cambiar aleatoriamente una fusión. De esta manera, la mutación evita las búsquedas locales del espacio de búsqueda y aumenta la probabilidad de encontrar óptimos globales. La operación de cruce genera descendencia de dos individuos elegidos en la

población (padres). Los descendientes heredan algunas características de cada padre. El número máximo de generaciones especificado se considera como la condición de terminación.

Entre las propuestas y aplicaciones que combinan DEA con AG podemos destacar los trabajos realizados por Nakhjirkan, Rafiei y Kashan (2019); Pendharkar (2018); Fallahpour, Olugu, Musa, Khezrimotlagh y Wong (2016); Elhami, Akram y Khanali (2016); González, López-Espín, Aparicio, Giménez y Pastor (2015); Jain et al., (2015); Hsu (2014); Kao, Chan y Wu (2014); Lin, Sir, y Pasupathy (2013); Kuah et al., (2012); Wu, Tang, Huang y Lu (2011); Udhayakumar et al., (2011); Wang, Ochoa y Harrison (2010); Wen, You y Kang (2010); Whittaker et al., (2009); Arakawa, Hagiwara, Nakayama y Yamakawa (1998). Por su parte, entre los trabajos que aplican InvDEA podemos considerar los siguientes Amin et al., (2019); Amin et al., (2017a); Amin et al., (2017b); Amin y Al-Muharrami (2016); Gattoufi et al., (2014); Amin y Emrouznejad (2007); Pendharkar (2002); Wei et al., (2000).

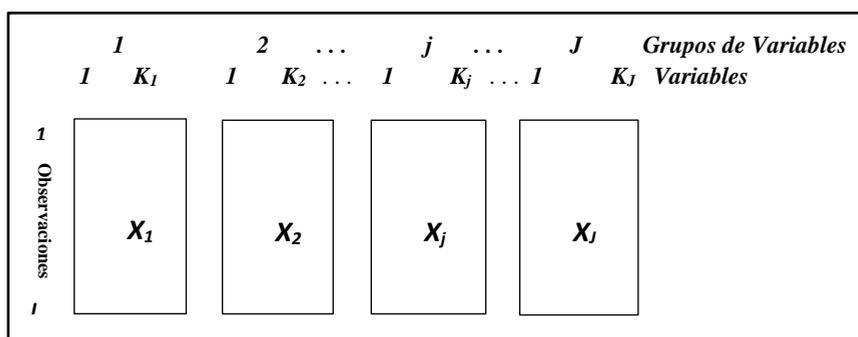
### 3.4 Análisis Factorial Múltiple (AFM)

El Análisis Factorial Múltiple (AFM) es una técnica estadística multivariante que permite el análisis de tablas compuestas de varios grupos de variables de naturaleza diferente recopiladas en el mismo conjunto de observaciones (individuos).

Mediante el AFM es posible caracterizar el conjunto de individuos, de manera que, podemos responder a la siguiente pregunta: “¿*Cuáles son los individuos que globalmente, es decir, desde el punto de vista del conjunto de variables, se parecen?*” (Escofier y Pagès, 1992).

3. Propuesta metodológica para estudio de los indicadores de desempeño y para la construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas

Con frecuencia, se dispone de gran cantidad de información (variables) cuya relación es interesante estudiar, aunque midan aspectos heterogéneos del grupo de individuos bajo análisis. Esta información puede ser estructurada en diferentes grupos de variables y su análisis mediante (AFM), proporciona una visión más amplia del fenómeno estudiado.



**Figura 3.4.1** Configuración de los grupos de variables e individuos en AFM  
Fuente: Osorio, Rodríguez y Salamanca, 2017.

De esta manera y según se muestra en la figura 3.4.1, sea  $X$  la matriz de información disponible,  $I$  el conjunto de las observaciones (individuos),  $K$  las variables (incluyendo todos los grupos) o el conjunto de grupos de índices de las variables,  $J$  es el número de grupos de variables,  $K_j$  es el conjunto de variables en el grupo  $j$  o el set de índice de variables en el grupo  $j$  y  $X_j$  la subtabla asociada con el grupo  $j$ .

El AFM, desarrollado por los profesores Brigitte Escofier y Jérôme Pagès en la Escuela Francesa de Análisis de Datos (Escofier y Pagès, 1992), es una técnica factorial para analizar tablas en las cuales las observaciones o conjunto de individuos están descritos por varios grupos de variables. La condición requerida para su

### *3. Propuesta metodológica para estudio de los indicadores de desempeño y para la construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas*

---

aplicación es que las variables que componen cada grupo sean todas de la misma naturaleza o del mismo tipo: cualitativas o cuantitativas (Escoufier y Pagès 1992, Pagès 2004). Es una técnica que desde sus inicios se ha afianzado con una gran versatilidad en el tratamiento de información de tres dimensiones.

Los estudios realizados utilizando el AFM revelan que es una técnica de análisis de tablas múltiples que posee toda una filosofía de análisis comparativo, tanto gráfico como a través de indicadores numéricos, de diferentes conjuntos de datos, sea cual sea su naturaleza y estructura (Fernández, Landaluce y Modroño, 2013).

El AFM es una técnica que desde sus inicios se ha afianzado con gran versatilidad en el tratamiento de información de tres dimensiones, siendo muchos los trabajos que podemos mencionar, entre los que cabe destacar los realizados por dos Santos Scholz, Kitzberger, Prudencio y dos Santos Ferreira (2018); Næs, Berget, Hovde, Ares y Varela (2017); Tomic, Berget y Næs (2015); Vitelleschi y Chavasa (2015); Carrasco y Arredondo (2006); Fernández, Landaluce y Modroño (2013); Altuzarra y Esteban (2010); Bécue-Bertaut y Pagès (2008); Zárrega y Goitisoló (2009); Pagès (2005); Stanimirova, Walczak y Massart (2005); Escoufier y Pagès (1994), manifestando de este modo su potencialidad en el campo teórico y empírico en diversas áreas.

El AFM es una técnica estrechamente vinculada con el Análisis de Componentes Principales (ACP) y con el Análisis de Correspondencias Múltiple (ACM) para el análisis de tablas de datos que contienen información sobre individuos descritos a partir de variables, tanto continuas como categóricas. La principal diferencia con las técnicas citadas anteriormente radica en que, en el AFM

### *3. Propuesta metodológica para estudio de los indicadores de desempeño y para la construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas*

---

las variables se organizan en forma de grupos, es decir, grupos de variables de la misma naturaleza, de manera que el AFM equilibra la influencia de los grupos de variables dando a cada variable un peso. Este peso debe ser el mismo para todas las variables de un mismo grupo, con el fin de conservar la estructura interna de cada grupo, siendo esta una de las características fundamentales, en el sentido de ser la fuente de las propiedades de este método (Escofier y Pagès, 1992).

Esta diferenciación entre grupos de variables se justifica de manera externa al análisis y dependerá de los objetivos y características propias de cada variable. Por ejemplo, en el caso de las IES, se puede contar con variables relativas a los recursos disponibles, variables concernientes a los resultados en Calidad, otras a los resultados en Acceso y Permanencia, y, por último, variables relacionadas con los resultados en Logro. En términos generales, el interés no es únicamente obtener una caracterización de los individuos en base a las variables analizadas, sino que se amplía a la búsqueda de las posibles asociaciones entre grupos de individuos y las relaciones entre grupos de variables y los factores comunes a los grupos.

La existencia de grupos de variables conduce a querer aplicar el estudio factorial, no solo a través del conjunto de todas las variables sino también a través de cada uno de los grupos. Para ello, siempre es posible analizar los grupos por separado. Sin embargo, los resultados obtenidos de forma independiente no son comparables entre sí. Por ejemplo, la estructura de cada grupo puede ser enmascarada por las rotaciones del análisis factorial clásico. De manera que, para comparar variables de naturalezas diferentes, es necesario utilizar un referente común. Para resolver este inconveniente, el AFM proporciona una representación factorial en la que figuran las representaciones de los individuos descritas por cada uno de los grupos de variables por separado (Escofier y Pagès, 1992).

### *3. Propuesta metodológica para estudio de los indicadores de desempeño y para la construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas*

---

La consideración de una estructura en grupos de un conjunto de variables plantea un problema técnico, referido al peso asignado a cada grupo y enriquece el objetivo del estudio (comparación de los grupos, comparación de las tipologías de las observaciones definidas por cada grupo). El AFM responde al inconveniente de equilibrar la influencia de los grupos, ponderando las variables de cada grupo mediante el inverso del primer valor propio resultante de un ACP realizado a las variables que componen cada grupo (Escofier y Pagès, 1992). Esta manera de ponderar las variables de cada grupo, considera la distribución de inercia de tal manera que puede ser aplicado sin importar el número de variables presentes en cada grupo (Pagès, 2015), mantiene la estructura interna de cada grupo de variables, al tiempo que equilibra el papel de cada grupo, en el sentido de que ninguno puede determinar por sí mismo la primera componente principal del conjunto (la que maximiza la inercia proyectada de todas las variables) (Escofier y Pagès, 1992).

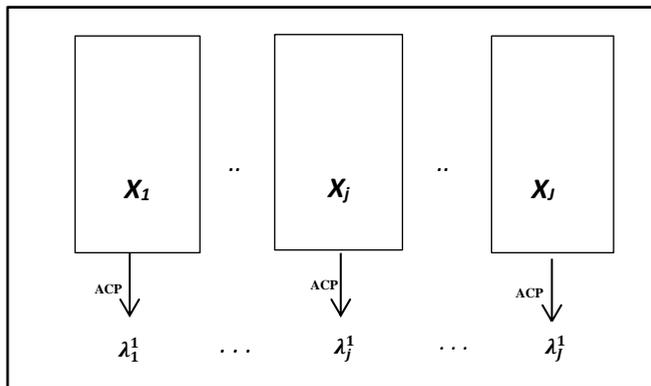
De esta manera el método AFM, cuando todas las variables analizadas son cuantitativas, como en nuestro caso, se fundamenta en el ACP y consiste en dos etapas:

En la primera etapa se realiza un ACP normado a cada grupo de variables o categoría y se toma el primer valor propio de cada análisis.

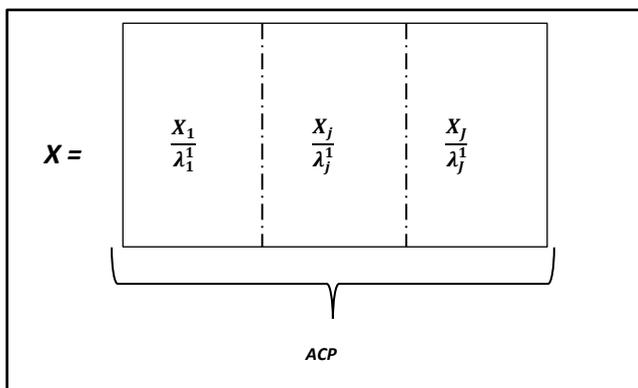
En la segunda parte se realiza un ACP de la tabla que resulta de juntar todas las categorías de variables previamente ponderadas por el inverso del primer valor propio obtenido en la primera etapa.

Las figuras 3.4.2 y 3.4.3 se muestran una descripción gráfica de las dos etapas del AFM.

3. Propuesta metodológica para estudio de los indicadores de desempeño y para la construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas



**Figura 3.4.2 Primera etapa del AFM**  
Fuente: Vitelleschi, y Chavasa, 2015



**Figura 3.4.3 Segunda etapa del AFM**  
Fuente: Vitelleschi, y Chavasa, 2015

El AFM también nos proporciona dos coeficientes de gran importancia para comprender las relaciones existentes entre dos grupos de variables y entre las variables de un mismo grupo.

El primero de ellos es el coeficiente RV, que es la generalización multivariada del coeficiente de correlación de Pearson, y es utilizado para medir la asociación

### *3. Propuesta metodológica para estudio de los indicadores de desempeño y para la construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas*

---

entre dos grupos de variables de la misma muestra, teniendo en cuenta las distintas métricas usadas para medir las distancias entre puntos (Robert y Escoufier, 1976).

El segundo índice utilizado para evaluar la relación entre los dos grupos es el coeficiente  $N_g$  o  $L_g$  (el coeficiente  $N_g$  corresponde al coeficiente  $L_g$  cuando se aplica a un solo grupo). Para cada grupo por separado, el coeficiente  $N_g$  nos indica la dimensionalidad del grupo mismo. Para un grupo en el que la información está bien equilibrada a lo largo de las primeras  $S$  dimensiones, el coeficiente  $N_g$  es mayor (entre 1 y  $S$ ) que para un grupo en el que la mayor parte de la inercia se explica sólo a lo largo de la primera dimensión. Cuando se mide entre pares de grupos, el coeficiente de  $L_g$  mide la riqueza de la estructura común entre los dos grupos: cuanto mayor es el coeficiente de  $L_g$ , mayor es la estructura común (Lê y Worch, 2014). Es decir, que puede ser interpretado como una medida de la dimensionalidad de un grupo de variables, con altos valores indicando un grupo multidimensional (Josse y Holmes, 2016).

De este modo, el coeficiente  $L_g$  permite medir hasta qué punto las tablas están relacionadas dos a dos, e irá incrementando su valor cuantas más variables de una primera tabla estén relacionadas con las variables de la segunda tabla.

De esta manera el AFM provee, además de los resultados del ACP, medidas globales de relación entre los grupos, mediante los coeficientes  $R_V$  y  $L_g$ , al mismo tiempo que una representación gráfica de gran potencial explicativo e interpretativo de las relaciones existentes entre las observaciones y de las existentes entre las variables y/o grupos de variables.

### 3.4.1 Creación de un índice sintético de desempeño

Los resultados del análisis comparativo del AFM pueden ser utilizados para la creación de un índice sintético que valore el desempeño de las IES públicas colombianas.

Según García, Gil, Pascual y Rapún (1998), un aspecto de suma importancia en la creación de un índice que sintetice la información que ofrecen las variables consideradas relevantes, por su incidencia en el resultado final, es la elección del procedimiento de agregación. Los procedimientos de agregación deben eliminar la arbitrariedad a la hora de medir la importancia de cada variable en la construcción del índice.

Por tanto, si las variables o indicadores elegidos definen distintas características del desempeño de las IES públicas colombianas y están medidas en distintas unidades, “¿es posible agregar el conjunto de información mediante la asignación de una ponderación a cada variable?” (García et al., 1998).

La solución que abordamos en este trabajo la proporciona el Análisis Factorial Múltiple (AFM). El AFM es un procedimiento que permite reducir la dimensión de las matrices de datos y proporciona unas variables artificiales llamadas dimensiones con ciertas propiedades interesantes, entre las que podemos mencionar las siguientes:

- Las dimensiones resultantes del AFM son adimensionales, ya que el AFM se realiza sobre variables tipificadas. Dicha tipificación resulta imprescindible siempre que se agregan variables heterogéneas.
- Los factores no están correlacionados dos a dos, su covarianza es nula, lo cual implica que no comparten información entre ellos.

### 3. Propuesta metodológica para estudio de los indicadores de desempeño y para la construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas

---

- El primer factor acumula el mayor porcentaje de varianza o información total, seguido del segundo y así sucesivamente hasta llegar a los últimos factores que apenas acumulan información. Esta es una característica atractiva porque permite construir índices utilizando los factores ponderados según la proporción de información total explicada. Dicha ponderación no es subjetiva, sino que depende del poder explicativo de cada factor (García et al., 1998).
- El AFM equilibra la influencia de los grupos de variables, de tal manera que un solo conjunto de datos no puede contribuir por sí solo a la construcción del primer eje factorial (primera dimensiones) (Pagès, 2004)

Por lo anterior, el AFM, además de reducir la matriz de datos originales a unos pocos factores, es una técnica que permite asignar de forma no discrecional pesos a las variables que forman el índice, eliminando la subjetividad propia de los métodos clásicos (García et al., 1998).

A continuación, se propone el procedimiento para la creación de un índice sintético de desempeño para las IES públicas colombianas.

La idea del procedimiento se basa en responder a la pregunta siguiente “¿Es posible sintetizar en un índice un conjunto potencial de información mediante un número mínimo de nuevas variables tal que expliquen una parte importante de la varianza contenida en las variables originales?”. Para responder a esta pregunta se debe comenzar eligiendo un número más adecuado de componentes principales (dimensiones en AFM). La cantidad de dimensiones del AFM a elegir debe ser tal que expliquen cierta proporción de información de la matriz de datos original. En otros términos, el número de dimensiones debe ser tal que contribuya a explicar la mayor cantidad de la varianza total de la matriz de datos original.

### 3. Propuesta metodológica para estudio de los indicadores de desempeño y para la construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas

---

En este trabajo construiremos un índice basado en un número de componentes que expliquen determinada proporción de la varianza contenida en los datos originales. Este índice sintético ( $I_{AFM}$ ) va a tener en cuenta todos los factores con los que no se pierde una cantidad importante de información, y es el resultado de una combinación lineal de los factores, dando un peso a cada factor igual a la importancia explicativa del mismo, es decir, la ponderación de cada factor es igual al porcentaje de varianza total que explica dicho factor.

Al estar tipificadas las variables, los valores de las puntuaciones factoriales tomará valores positivos y negativos según estén por encima o por debajo de la media. Según García y Abascal (2004) desde el punto de vista econométrico la puntuación factorial no puede utilizarse como indicador debido a que está expresada en términos de desviaciones de la media, por ello las puntuaciones factoriales deben ser transformadas de modo que su valor mínimo sea cero. Usualmente la transformación exponencial propuesta por Calsamiglia (1990) es utilizada. La fórmula para la transformación es la siguiente:

$$f(F_i) = \begin{cases} 1 + \frac{k-1}{2} e^{F_i} & \text{si } F_i < 0, \\ k - \frac{k-1}{2} e^{-F_i} & \text{de otra manera} \end{cases} \quad (3.46)$$

donde el parámetro  $k$  controla el grado de progresividad de la transformación, y es el valor del rango para los valores del factor transformado. Es decir, si  $k = 100$  indica que la transformación producirá valores con 100 como cota superior.

Una vez realizada la transformación a las puntuaciones factoriales se lleva a cabo la ponderación de las mismas según la varianza explicada por dicho factor. De tal manera que el índice propuesto se calcula mediante la siguiente expresión:

### 3. Propuesta metodológica para estudio de los indicadores de desempeño y para la construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas

---

$$I_{AFM} = \sum_{i=1}^p f(F_i) \times \frac{\text{Varianza Explicada por } F_i}{\text{Varianza Total}} \quad (3.47)$$

Las IES se clasifican de acuerdo con el valor del  $I_{AFM}$ .

Son numerosos los trabajos que utilizan el técnicas de reducción de dimensiones como el Análisis de Componentes Principales, el Análisis Factorial o el Análisis Factorial Múltiple en la evaluación del desempeño, entre los que cabe destacar los realizados por Haidar, Zhi, Wasim, Abass, Mohsin y Iram (2019); Onat, Kucukvar y Afshar (2019); Du y Chen (2015); Hornungová (2014); Tam, Tam, Yiu y Cheung (2006); García y Abascal (2004); García et al., (1998).

#### 3.4.2 Coeficiente de Concordancia W de Kendall

Las clasificaciones de  $n$  objetos a menudo se consideran en campos tan diversos como gestión de recursos humanos, educación, marketing, política, finanzas, nuevos productos, servicios públicos o privados, head hunters (selección de personal) o incluso algoritmos automatizado (como los considerados por Marozzi 2009 y 2012).

En el presente trabajo se propone un nuevo método para realizar el ranking de las universidades públicas colombianas basado en el Análisis Factorial Múltiple, en este contexto, una cuestión de interés es si las clasificaciones obtenidas por el método propuesto y las obtenida por medio del Índice de Progreso de la Educación Superior (IPES) realizada por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia muestran algún acuerdo o son más o menos independientes, para responder a esto utilizaremos el Coeficiente de Concordancia W de Kendall.

Según Kendall y Smith (1939) el Coeficiente de Concordancia W de Kendall es la medida más familiar para la concordancia y ha sido aplicado en diversas situaciones, es una medida de correlación basada en el rango y, por lo tanto, no se ve afectada por las distribuciones marginales de las variables subyacentes.

El Coeficiente de Concordancia W de Kendall se calcula de la siguiente manera:

Sea  $R_{ij}$  el rango del  $i$ -ésimo objeto ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) dado por el  $j$ -ésimo juez ( $j = 1, 2, \dots, p$ ) y sea  $R_i = \sum_{j=1}^p R_{ij}$  la suma de los rangos del  $i$ -ésimo objeto. Esta suma refleja el grado de concordancia entre los jueces. Por un lado, cuando hay poca o ninguna concordancia,  $R_1, R_2, \dots, R_n$  son aproximadamente iguales. Por otro lado, cuando hay una concordancia perfecta, las  $p$  clasificaciones son idénticas y  $R_1, R_2, \dots, R_n$  serían lo más diferente posible. Por lo tanto, Kendall y Smith (1939) consideraron la varianza  $\frac{1}{n \sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R})^2}$  de la suma de rangos  $R_i$  como una medida de concordancia entre los jueces, donde  $\bar{R} = \sum_{i=1}^n R_i$ . Dividiendo por el máximo  $p^2(n^3 - n)/12n$  Kendall y Smith (1939) obtuvieron el llamado Coeficiente de Concordancia W de Kendall

$$W = \frac{12 \sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R})^2}{p^2(n^3 - n) - pT} = \frac{12 \sum_{i=1}^n R_i^2 - 3p^2n(n+1)^2}{p^2(n^3 - n) - pT} \quad (3.48)$$

donde T es el factor de corrección por empates.

$$T = \sum_{k=1}^m (t_k^3 - t_k) \quad (3.49)$$

### 3. Propuesta metodológica para estudio de los indicadores de desempeño y para la construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas

---

y  $t_k$  es el número de rangos empatados en cada uno de los  $m$  grupos de empates. Por supuesto,  $W \in [0, 1]$ .

Si los rangos son perfectamente discordantes, entonces  $W = 0$ ; Si los rangos son independientes, entonces  $W = 0.5$ ; Si los rangos son perfectamente concordantes, entonces  $W = 1$ .

Una vez evaluado el Coeficiente de Concordancia de Kendall debe comprobarse que las diferencias observadas sean significativas, para ello se debe resolver el siguiente contraste de hipótesis:

$$\begin{aligned} H_0: W &= 0 \\ H_1: W &> 0 \end{aligned} \tag{3.50}$$

El estadístico de prueba a utilizar es el siguiente:

$$\chi_{Ken}^2 = p(n - 1)W \tag{3.51}$$

donde

$p$  es el número de jueces

$n$  el número de observaciones

$W$  el coeficiente de Concordancia  $W$  de Kendall

El estadístico  $\chi_{Ken}^2$  se distribuye  $\chi^2$  con  $(n - 1)$  grados de libertad.

Propiedad 1: Cuando  $p \geq 5$  o  $n > 15$  ~ El estadístico  $\chi_{Ken}^2$  se distribuye  $\chi^2$  con  $(p - 1)$  grados de libertad.

### 3.5 Conclusiones

En el desarrollo de este capítulo, se han presentado las bases teóricas de las herramientas de análisis mediante las cuales abordaremos el desarrollo del presente trabajo de investigación. Se han descrito las siguientes cuatro herramientas metodológicas:

**Análisis Envoltente de Datos:** Herramienta que permite llevar a cabo un estudio de eficiencia y determinar la magnitud de las mejoras necesarias en los productos (outputs) para que las unidades productivas consideradas mejoren su eficiencia. Se consideran diversos modelos, entre ellos uno que permite la clasificación de las unidades productivas.

También se plantea el estudio de la productividad en el tiempo mediante el Índice de Malmquist.

**Análisis Envoltente de Datos Inverso combinado con Algoritmos Genéticos:** Mediante la combinación de estas dos herramientas se busca determinar el ahorro en recursos en la fusión de dos o más IES, estableciendo un determinado nivel de eficiencia a la DMU resultante de la fusión. El Algoritmo Genético permite la identificación de las IES a fusionar cumpliendo el nivel de eficiencia preestablecido para la DMU resultante.

La propuesta restringe la cardinalidad de las nuevas entidades y promueve la fusión de las DMU en lugar de la reducción de recursos. El modelo propuesto da preferencia a aquellas soluciones donde la eficiencia global se mejora al fusionar las DMU entre sí, en lugar de simplemente reducir el nivel de entradas.

**Análisis Factorial Múltiple:** Técnica estadística multivariante que permite el análisis de tablas compuestas de varios grupos de variables de naturaleza diferente recopiladas en el mismo conjunto de observaciones (individuos). Es una técnica que permite llevar a cabo estudios con un enfoque comparativo, permite establecer las diferencias y semejanzas entre las observaciones e identificar las posibles asociaciones entre grupos de individuos y las relaciones entre grupos de variables y los factores comunes a los grupos. Las puntuaciones de las observaciones pueden ser utilizadas para establecer un índice de desempeño que sintetice la información que ofrecen las variables consideradas relevantes. Dicho índice se utilizará para realizar el ranking de las IES públicas colombianas y para la asignación de los recursos contemplados en el Artículo 87 de la Ley 30 de 1992.

**Coefficiente de Concordancia W de Kendall:** Para abordar el problema de si las clasificaciones de las IES públicas colombianas dadas por el **IPES** y por el **I<sub>AFM</sub>** muestran algún acuerdo o son más o menos independientes se llevará a cabo una prueba de hipótesis mediante el Coeficiente de Concordancia W de Kendall.

La siguiente figura muestra como la utilización de las herramientas propuestas a los datos referentes a Recursos e Indicadores de Resultados permite alcanzar los objetivos planteados en esta investigación.

3. Propuesta metodológica para estudio de los indicadores de desempeño y para la construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas

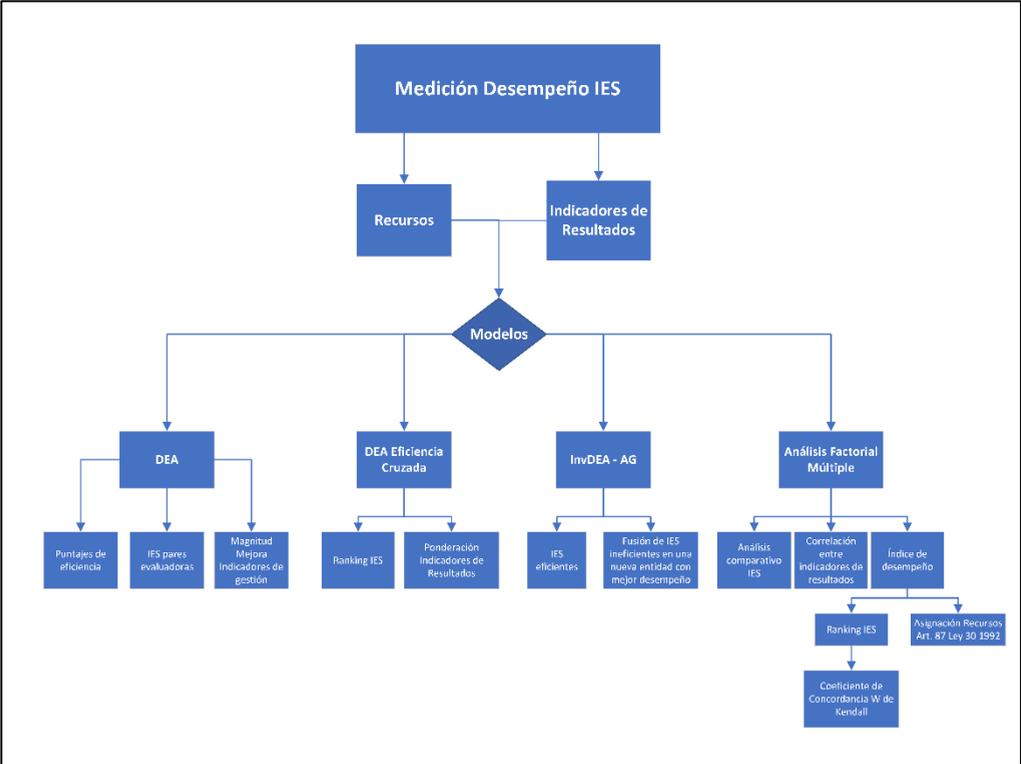


Figura 3.5.1 Utilización de las herramientas propuestas.

Fuente: Elaboración propia



# **4. Estudio de los indicadores de desempeño y construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas.**

## **4.1 Introducción**

A continuación, se presentan los resultados de la aplicación de las técnicas previamente tratadas a los indicadores de gestión de las universidades públicas colombianas: DEA, InvDEA-AG y AFM.

Para el modelaje mediante DEA se utilizó el software de optimización LINGO® versión 18 (LINDO Systems Inc, 2018) y para el modelamiento del InvDEA – AG se utilizaron los paquetes rDEA (Simm y Besstremyannaya, 2016), Ipsolve (Berkelaar and others, 2015), GA (Scrucca, 2013), parallel (R Core Team, 2019) y doParallel (Microsoft Corporation y Weston, 2018), del software estadístico R.

Para llevar a cabo el análisis mediante AFM se ha utilizado el paquete FactoMineR (Husson, Josse, Lê y Mazet, 2013) del software estadístico R. La

realización de los gráficos del AFM se ha llevado a cabo con el paquete factextra (Kassambara y Mundt, 2017) del software estadístico R.

Finalmente, para probar la hipótesis de si las clasificaciones realizadas por el IPES y por  $I_{AFM}$  muestran algún grado de acuerdo o son independientes se utilizó el Coeficiente de Concordancia W de Kendall mediante el software estadístico SPSS V.24 (IBM Corp, 2016).

Cada una de estas aplicaciones tiene como fin estudiar la importancia y las posibles relaciones existentes entre los diversos indicadores en el desempeño de las IES públicas colombianas. El conocimiento de estas relaciones permite a los entes de toma de decisiones en el sistema educativo superior en Colombia y directivos de las IES, implementar planes para el mejoramiento continuo de las mismas.

## **4.2 Eficiencia en las universidades públicas colombianas por medio de DEA**

### **4.2.1 Introducción**

Hoy día se ha constituido en una necesidad introducir criterios de racionalidad y eficiencia económica en la gestión de las instituciones educativas públicas de los distintos niveles educativos, con el propósito de mejorar sus procesos, a partir de la identificación de las variables que les afectan de manera significativa. Es así que los distintos gobiernos y organismos implicados en la educación superior están implementando estrategias para mejorar la eficiencia en las universidades y así asegurar su correcto funcionamiento (Palomares, García, y Castro, 2008). La destinación de recursos públicos y su eficiente utilización constituyen dos aspectos altamente relacionados que han incidido en que los investigadores del campo de la economía en la educación, dediquen tiempo y esfuerzo a evaluar la eficiencia de las

instituciones educativas en todos sus niveles y, en el caso que nos ocupa, en el nivel universitario. El presente trabajo, se concibe con el propósito de determinar y comparar la eficiencia de las universidades públicas colombianas, utilizando como técnica de evaluación el Análisis Envolvente de Datos (Data Envelopment Analysis, DEA). Como se ha comentado en el apartado 2.2 desde el año 2003 hasta el año 2014 la asignación de los recursos del Artículo 87 de la Ley 30 de 1992 se realizaba a partir de un modelo de eficiencia mediante Fronteras Estocásticas.

En particular, se pretende analizar la eficiencia de las universidades públicas colombianas pertenecientes al Sistema de Universidades Estatales (SUE) durante el año académico 2012, (debido que era la información disponible al momento de iniciar el presente trabajo de investigación), haciendo especial énfasis en la descomposición de las ineficiencias totales, en ineficiencia técnica, ineficiencia administrativa, ineficiencia de escala e ineficiencia de mezcla, de cada Institución de Educación Superior (IES). La evaluación del desempeño se caracteriza por la determinación de los índices de eficiencia y así identificar las instituciones que exhiben mejores prácticas en su desempeño. Se trata de obtener una frontera de producción empírica con las mejores prácticas de las instituciones objeto de estudio que sirvan de referencia a las instituciones ineficientes. A continuación, se realiza, mediante un modelo de eficiencia cruzada, el ranking de las IES y se determina el cambio en la productividad en el periodo 2011 – 2012, mediante el Índice de Productividad de Malmquist (IPM). Un aspecto clave en este análisis es la selección de las variables de entrada y de salida a utilizar, pues éstas tienen un impacto directo en la medición de eficiencia.

Las variables fueron seleccionadas considerando investigaciones previas (Agasisti y Dal Bianco, 2009; Agasisti et al., 2016; Ramzi y Ayadi, 2016; Selim y Bursalioglu, 2015).

Se utiliza un enfoque a salidas, pues para una universidad que resulte ineficiente no sería razonable reducir los recursos con los que cuenta; al contrario, debería aumentar los productos (outputs) para mejorar su desempeño.

El sistema educativo colombiano, desde hace bastante tiempo es cuestionado por los organismos de control educativos e instituciones, debido a los bajos niveles de desempeño alcanzados en cuanto a competencias adquiridas por los estudiantes en las pruebas de calidad realizadas por el Estado. Estos resultados en las IES constituyen posiblemente un indicador de poca eficiencia y de fracaso educativo, dejando ver las limitaciones en el cumplimiento de la misión estratégica de las universidades: la formación, la investigación y la extensión.

Es importante destacar que existen diferencias significativas entre las distintas IES en lo referente a los recursos con los que disponen para llevar a cabo sus objetivos misionales (misión estratégica), que de alguna manera inciden en los resultados obtenidos por las mismas, y, por tanto, en su eficiencia. De manera que, pueden existir IES que, con menos recursos, pero bien utilizados, muestran mejor desempeño que instituciones con más recursos, pero peor utilizados. De este modo, cabe preguntarse por las variables que están afectando la eficiencia en las instituciones, y que hace a unas ser más eficientes que otras, para determinar sobre qué variables se debe actuar para mejorar su desempeño.

El análisis de la eficiencia de las IES permitirá a los entes tomadores de decisión definir políticas y lineamientos que redunden en la mejora de la calidad, la

reorientación de sus políticas y la toma de las decisiones necesarias para mejorar su eficiencia a partir de los resultados obtenidos en esta investigación, lo cual se traducirá en acciones basadas en la evidencia empírica mostrada por estos resultados, y no en creencias y percepciones de los funcionarios de las instituciones o de directrices y/o normativas.

El Análisis Envolvente de Datos es una herramienta no paramétrica que produce una frontera eficiente empírica, es decir, dada por los datos suministrados al modelo. Permite obtener un índice único de eficiencia por unidad evaluada y genera un conjunto de referencia compuesto por unidades eficientes, con las que se realiza un benchmarking, obteniéndose objetivos a alcanzar para mejorar la eficiencia (proyección sobre la frontera eficiente). Además, permite manejar múltiples entradas (recursos) y múltiples salidas (productos), razón por la cual es aplicable al proceso educativo. El hecho de generar un único indicador de eficiencia facilita el proceso de análisis.

#### **4.2.2 Descripción y tratamiento de los datos**

En el presente apartado se va a aplicar el Análisis Envolvente de Datos (DEA), mediante un análisis de las eficiencias técnica, puramente técnica, de escala y de mezcla de las 32 universidades públicas colombianas pertenecientes al Sistema de Universidades Estatales (SUE) durante el año 2012, utilizando los modelos DEA CCR, BCC y SBM con enfoque a salidas.

A continuación, se realizará el ranking de las IES mediante el algoritmo propuesto Wu et al. (2016), y la evaluación del cambio en la productividad para el periodo 2011-2012 mediante el IPM.

#### 4. Estudio de los indicadores de desempeño y construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas

---

El SUE colombiano está formado por las 32 Instituciones de Educación Superior que se muestran en la tabla 4.2.1.

En el caso de la Universidad Nacional de Colombia, se tomó el conjunto de sus cinco sedes ubicadas en las ciudades de Bogotá, Medellín, Manizales, Palmira y Leticia como una única DMU, al no disponer de los datos desagregados.

Para la selección de variables se han considerado dos de las tres funciones sustantivas de una IES, como son educación e investigación. Las variables seleccionadas forman parte de los indicadores del modelo de asignación de recursos utilizados por el MEN hasta el año 2014.

La información referente a las variables que se consideraron en la realización de este estudio y su respectiva descripción se obtuvo del Ministerio de Educación Nacional de Colombia (tabla 4.2.2). Se consideró la regla básica del DEA de que  $n$  (número de DMUs) sea igual o mayor que el máximo entre  $m \times s$  ó  $3 \times (m + s)$ , donde  $m$  es el número de variables de entrada y  $s$  el número de variables de salida (Cooper, Seiford, y Tone, 2007).

**Tabla 4.2.1 Universidades consideradas en el estudio**

<i>IES</i>	<i>IES</i>
Univ. Nacional de Colombia	Univ. del Atlántico
Univ. Pedagógica Nacional	Univ. del Valle
Univ. Pedagógica y Tecnológica de Colombia (UPTC)	Univ. Industrial de Santander (UIS)
Univ. del Cauca	Univ. de Cartagena
Univ. Tecnológica de Pereira	Univ. de Nariño
Univ. de Caldas	Univ. del Tolima
Univ. de Córdoba	Univ. del Quindío
Univ. Surcolombiana	Univ. Francisco de Paula Santander (UFPS)-Cúcuta
Univ. de La Amazonía	Univ. Francisco de Paula Santander (UFPS)-Ocaña
Univ. Militar Nueva Granada	Univ. de Pamplona

#### 4. Estudio de los indicadores de desempeño y construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas

Univ. Tecnológica del Chocó	Univ. del Magdalena
Univ. de Los Llanos	Univ. de Cundinamarca
Univ. Popular del Cesar	Univ. de Sucre
Colegio Mayor de Cundinamarca	Univ. de La Guajira
Univ. del Pacífico	Univ. Distrital
Univ. de Antioquia	Univ. Nacional Abierta y a Distancia (UNAD)

*Fuente: Elaboración Propia*

En la tabla 4.2.3 y 4.2.4 se muestran las estadísticas descriptivas de las variables de entrada y salida para cada una de las IES consideradas en el estudio y las correlaciones entre variables respectivamente, observándose una alta correlación positiva entre las variables de entrada y las variables de salida, lo cual nos indica que un aumento en los insumos de entrada se reflejará en un aumento en los productos de salida. En particular, se observa que la variable de salida con menos correlación con las variables de entrada es Matrícula Pregrado. Por su lado, la variable Saber Pro presenta una alta correlación con todas las variables de entrada. En general se presenta una alta correlación de 3 de las 4 variables de entrada con 5 de las 6 variables de salida, lo cual es adecuado para DEA.

**Tabla 4.2.2. Variables consideradas en el estudio y su descripción, año 2012**

<b>Variabes de Entrada</b>	<b>Descripción</b>
Profesores Tiempo Completo Equivalente (PTCE)	Número de docentes en tiempos completos equivalentes, incluyendo catedráticos y ocasionales.
Gasto en Personal Administrativo	Gasto para el pago del personal no docente.
Recursos Financieros	Recursos financieros provenientes del Estado y generados por la universidad en desarrollo de su actividad (no incluye ingresos generados por extensión e investigación)
Recursos Físicos	Área de los espacios físicos construidos disponibles para las actividades universitarias misionales y de apoyo administrativo.
<b>Variabes de Salida</b>	<b>Descripción</b>
Número de Matriculados en Pregrado	Número ponderado de matriculados por niveles de formación y metodologías de enseñanza en pregrado.

#### 4. Estudio de los indicadores de desempeño y construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas

Número de Matriculados en Postgrado (Doctorado, Maestría y Especialización)	Número ponderado de matriculados por niveles de formación y metodologías de enseñanza en posgrado.
Número de Estudiantes con Resultados en la Prueba Saber PRO en el Quintil Superior	Número ponderado de estudiantes de la universidad que obtuvieron un puntaje mayor al quintil superior en las pruebas Saber Pro.
Revistas Indexadas	Número ponderado de revistas indexadas de la institución de acuerdo la legislación vigente (Colciencias).
Artículos en Revistas Indexadas	Número ponderado de artículos publicados en revistas indexadas.
Movilidad de Docentes	Número de docentes que están vinculados a procesos de movilidad promovidos desde la IES a la que pertenecen.

*Fuente: Ministerio de Educación Nacional de Colombia*

**Tabla 4.2.3. Estadísticas descriptivas de las variables consideradas en el estudio, año 2012**

Variable	Promedio	Desviación Estándar	Máximo	Mínimo
Profesores TCE	485,189	446,497	2161,037	56,369
Gasto en Personal Administrativo (COP)	27945385	59614443,4	347233353	3613371
Recursos Financieros (COP)	42892530	40793409,9	193911987	6615379
Recursos Físicos (m <sup>2</sup> )	89745,258	82590,983	433452,080	5476
Matrícula Pregrado	17630,031	12908,979	64558	2115
Matrícula Posgrado	1151,594	1712,247	9299	0
Saber Pro Quintil Superior	703,344	799,444	4069	21
Revistas Indexadas	42,594	79,852	402	0
Artículos Revistas Indexadas	1817,119	4205,724	23516,8	0
Movilidad Docentes	89,937	178,117	934	0

COP.: Pesos colombianos

*Fuente: Elaboración propia*

**Tabla 4.2.4. Correlación entre variables de entrada y de salida, 2012**

Variable	(O)Matrícula Pregrado	(O) Matrícula Posgrado	(O)Saber Pro Quintil Superior	(O) Revistas Indexadas	(O)Artículos en Revistas Indexadas	(O)Movilidad Docentes
(I) Profesores TCE	0,6661	0,8674	0,9373	0,9023	0,8636	0,9108
(I) Gasto en Personal Administrativo	0,4335	0,9159	0,8600	0,8919	0,9839	0,9316
(I) Recursos Financieros	0,5568	0,5284	0,7014	0,4826	0,4028	0,3888
(I) Recursos Físicos	0,5340	0,8750	0,8787	0,8404	0,8797	0,8590

*Fuente: Elaboración propia*

### **4.2.3 Resultados**

Los resultados de este trabajo de investigación hacen referencia a los puntajes de eficiencia de las IES públicas colombianas mediante los modelos CCR–O, BCC–O y SBM–O–C, así como a la medida en que debe ser mejorada la magnitud de las variables de salidas para que una DMU ineficiente logre ser eficiente. Estos resultados se muestran en la tabla 4.2.5.

4. Estudio de los indicadores de desempeño y construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas

**Tabla 4.2.5. Puntajes de Eficiencia y Retornos a Escala**

Universidad	Score CCR-O	Score BCC-O	Score SBM-O-C	Eficiencia Escala (SE)	Eficiencia Mezcla (MIX)	Retornos a Escala (RTS)	RTS of Projected DMU
Nacional	1	1	1	1	1	Constante	
Pedagógica	1	1	1	1	1	Constante	
UPTC	0,9218	1	0,6818	0,9218	0,7397	Decreciente	
Cauca	0,7174	0,7208	0,5117	0,9953	0,7133		Constante
Tecnológica de Pereira	1	1	1	1	1	Constante	
Caldas	1	1	1	1	1	Constante	
Córdoba	0,5713	0,6088	0,2886	0,9384	0,5051		Creciente
Surcolombiana	1	1	1	1	1	Constante	
Amazonía	0,6252	0,7989	0,1885	0,7826	0,3015		Creciente
Militar	1	1	1	1	1	Constante	
Tecnológica del Chocó	0,5535	0,6043	0,0703	0,9160	0,1271		Creciente
Llanos	0,6459	0,7633	0,4331	0,8461	0,6706		Creciente
Popular del Cesar	1	1	1	1	1	Constante	
Mayor de Cundinamarca	1	1	1	1	1	Constante	
Pacífico	0,4111	1	0,1745	0,4111	0,4246	Creciente	
Antioquia	1	1	1	1	1	Constante	
Atlántico	0,7137	0,7332	0,3444	0,9733	0,4826		Creciente
Valle	1	1	1	1	1	Constante	
UIS	0,9787	1	0,5293	0,9787	0,5408	Decreciente	
Cartagena	0,8616	0,9033	0,4114	0,9539	0,4775		Creciente
Nariño	0,8853	0,9315	0,5317	0,9503	0,6007		Creciente
Tolima	1	1	1	1	1	Constante	
Quindío	1	1	1	1	1	Constante	
UFPS - Cúcuta	1	1	1	1	1	Constante	
UFPS - Ocaña	0,7552	1	0,1622	0,7552	0,2147	Creciente	
Pamplona	1	1	1	1	1	Constante	
Magdalena	1	1	1	1	1	Constante	
Cundinamarca	0,5187	0,5448	0,0750	0,9520	0,1447		Creciente
Sucre	0,7623	1	0,1768	0,7623	0,2320	Creciente	
Guajira	1	1	1	1	1	Constante	
Distrital	1	1	1	1	1	Constante	
UNAD	1	1	1	1	1	Constante	
Promedio		0,8726	0,9253	0,7056	0,9418	0,7555	

*Fuente: Elaboración propia*

#### *4. Estudio de los indicadores de desempeño y construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas*

---

Los resultados muestran que 14 IES presentan algún tipo de ineficiencia y, por ende, 18 de 32 IES (56,25%) son eficientes según el modelo CCR y también lo son según el modelo SBM, por lo que presentan eficiencia técnica, de escala, de mezcla y administrativa, ( $\rho_0^* = 1$ ), es decir, no presentan ningún tipo de ineficiencia. Esto corresponde al 56,25% del total de IES evaluadas.

Los resultados del modelo BCC muestran que 23 de 32 universidades son eficientes administrativamente, aumentando en 5 el número de IES eficientemente administradas.

En particular, en las universidades UPTC, UIS, UPFS Ocaña y Sucre su ineficiencia global es debida principalmente a problemas en la mezcla de sus insumos y/o productos, mientras que la Universidad del Pacifico presenta tanto ineficiencia de escala como de mezcla. Sin embargo, esta última IES exhibe retornos crecientes a escala, lo cual indica que al escalar la magnitud de su operación mejorará en mayor proporción su desempeño.

Similarmente, se observa que, excepto las universidades UIS y UPTC, todas las IES ineficientes exhiben retornos crecientes o constantes a escala, indicando que para la mayoría de las IES un aumento del nivel de sus recursos conllevaría un aumento más que proporcional de sus productos.

La descomposición de la eficiencia (ineficiencia) global según las ecuaciones (10) y (11), nos permite apreciar que la ineficiencia global (SBM) de las universidades de Cauca, Córdoba, Tecnológica de Chocó, Atlántico, Cartagena y Cundinamarca se debe tanto a una operación deficiente, (lo cual es observable en su eficiencia puramente técnica o administrativa (BCC)), como a problemas en la mezcla de sus insumos y/o productos (eficiencia de mezcla, MIX), pero no a

4. Estudio de los indicadores de desempeño y construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas

problemas en la escala de operación (SE). De éstas, la Universidad Tecnológica de Chocó presenta el más bajo desempeño global (SBM = 0,0703), en su administración (BCC = 0,6042) y en su mezcla (MIX = 0,1271), seguida muy de cerca por la Universidad de Cundinamarca (SBM = 0,075; BCC = 0,5448; MIX = 0,1447), lo cual indica que deben hacer un gran esfuerzo en la parte administrativa y en la redistribución de sus recursos.

En cuanto a las universidades de los Llanos y Amazonía, su ineficiencia global (SBM) se debe a una operación deficiente (BCC), a problemas en la mezcla de sus insumos y/o productos (MIX), y a problemas en su escala de operación (SE).

Con respecto a la Universidad de Nariño, su ineficiencia global se debe en mayor proporción a la mezcla de sus insumos y/o productos (MIX).

La tabla 4.2.6 muestra las fuentes de ineficiencias principales para las DMUs ineficientes.

**Tabla 4.2.6. Principales fuentes de ineficiencia**

Universidad Ineficiente	Ineficiencia Admon (BCC)	Ineficiencia Escala (SE)	Ineficiencia Mezcla (MIX)
UPTC			•
Cauca	•		•
Córdoba	•		•
Amazonía	•	•	•
Chocó	•		•
Llanos	•	•	•
Pacífico		•	•
Atlántico	•		•
UIS			•
Cartagena	•		•
Nariño			•
UFPS – Ocaña			•
Cundinamarca	•		•
Sucre			•

*Fuente: Elaboración propia*

Un análisis del conjunto de referencia, muestra que la Universidad Nacional participa como par evaluador de 12 IES ineficientes, lo cual corresponde al 85,71% de las IES ineficientes, seguida por las universidades Militar y Tolima participando en la evaluación de 9 IES ineficientes (64,28%), y la Universidad Pedagógica con 8 participaciones (57,14%). Por lo tanto, estas cuatro IES se constituyen en unidades modelo a seguir por las IES ineficientes y, en consecuencia, exhiben las mejores prácticas.

Las universidades del Cesar, Colegio Mayor de Cundinamarca, Surcolombiana, Valle, UPFS Cúcuta, Pamplona, Guajira y Distrital no participan como par evaluador de las universidades ineficientes, lo que indica que la mezcla de sus recursos/productos es peculiar, en comparación con el resto de IES.

DEA nos proporciona la magnitud en que deben mejorarse las variables de entrada y salida para que una IES ineficiente logre la eficiencia, a través de la proyección de la DMU ineficiente sobre la frontera eficiente. La tabla 4.2.7 muestra la cantidad en que debe mejorarse (aumentarse) las variables de salida para cada IES ineficiente. En ella se observa que sólo dos IES ineficientes requieren aumentar el número de estudiantes matriculados en pregrado, mientras que todas necesitan aumentar la matrícula en postgrados y el número de revistas indexadas publicadas por la institución. Por otra parte, únicamente la UIS no requiere mejorar los resultados en las pruebas Saber Pro, lo cual está acorde con la calidad académica por lo que se distingue esta universidad. Así mismo, la Universidad de Cartagena es la única IES ineficiente que no debe aumentar la cantidad de artículos publicados en revistas indexadas y la UPTC es la única que no debe aumentar la cantidad de docentes con movilidad internacional.

4. Estudio de los indicadores de desempeño y construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas

**Tabla 4.2.7. Aumento en las variables de salida requerido para alcanzar eficiencia SBM**

Universidad Ineficiente	Eficiencia SBM	Matrícula Pregrado	Matrícula Posgrado	Saber PRO Quintil Superior	Revistas Indexadas	Artículos en Revistas Indexadas	Movilidad Docentes
UPTC	0,6818	0	255,14	100,50	80,76	1045,99	0
Cauca	0,5117	0	189,98	199,92	47,55	816,99	28,64
Córdoba	0,2886	0	1361,50	327,13	36,41	790,61	63,85
Amazonía	0,1885	0	300,47	178,99	15,84	280,32	38,60
Tecnológica del Chocó	0,0703	0	774,63	342,04	20,54	1106,09	52,64
Llanos	0,4331	618,559	795,85	110,74	27,72	758,45	18,41
Pacífico	0,1745	0	226,52	60,20	7,93	147,04	10,57
Atlántico	0,3444	0	1541,14	182,81	32,56	479,87	34,06
UIS	0,5293	10080,50	1636,00	0	4,77	1057,12	129,06
Cartagena	0,4114	0	784,47	1,35	68,34	0	6,52
Nariño	0,5317	0	1503,88	130,70	39,52	160,37	4,93
UFPS – Ocaña	0,1622	0	212,08	95,60	5,52	217,04	10,75
Cundinamarca	0,0750	0	977,85	170,47	72,32	1324,27	45,77
Sucre	0,1768	0	642,60	78,12	17,26	87,33	23,10

*Fuente: Elaboración propia*

Los resultados del algoritmo propuesto por Wu et al. (2016) para realizar una evaluación de eficiencia cruzada basada en optimalidad de Pareto permite hacer el ranking de las universidades que se muestra en la tabla 4.2.8.

En la tabla 4.2.8 se observa que las universidades del Tolima, Caldas y UNAD son las de mejor desempeño, seguida por las universidades de Antioquia, Militar y Nacional. Por otro lado, la Universidad del Pacífico presenta el peor desempeño, seguida por las universidades de Cundinamarca, Tecnológica de Chocó, Amazonía, Mayor de Cundinamarca y Cundinamarca.

Las ecuaciones (17) y (18) permiten determinar un conjunto de ponderaciones para las variables, común a todas las DMU, las cuales se muestran en la tabla 4.2.9.

4. Estudio de los indicadores de desempeño y construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas

**Tabla 4.2.8. Ranking de las IES evaluadas**

Universidad	Eficiencia	Ranking	Universidad	Eficiencia	Ranking
Tolima	1	1	Surcolombiana	0,758	17
Caldas	1	1	UPTC	0,714	18
UNAD	1	1	Atlántico	0,701	19
Antioquia	0,997	4	Sucre	0,612	20
Militar	0,994	5	Popular del Cesar	0,609	21
Nacional	0,973	6	UIS	0,607	22
UFPS - Cúcuta	0,967	7	Llanos	0,564	23
Tecnológica de Pereira	0,960	8	Cauca	0,511	24
Magdalena	0,950	9	Córdoba	0,469	25
Pedagógica	0,937	10	Guajira	0,461	26
Valle	0,889	11	UFPS - Ocaña	0,441	27
Quindío	0,865	12	Cundinamarca	0,405	28
Distrital	0,807	13	Mayor de Cundinamarca	0,376	29
Pamplona	0,800	14	Amazonía	0,322	30
Nariño	0,792	15	Chocó	0,269	31
Cartagena	0,760	16	Pacífico	0,252	32

*Fuente: Elaboración Propia*

Estas ponderaciones muestran la importancia relativa de las variables en la evaluación de eficiencia, evidenciándose que la variable Movilidad de Docentes es la variable de salida con mayor ponderación, seguida de Revistas Indexadas. Por su parte, la matricula en postgrados es el producto que presenta menor peso en la eficiencia de las IES. En cuanto a los recursos, vemos que la cantidad de Profesores Tiempo Completo Equivalente (PTCE) es la variable con más ponderación en la evaluación, seguida por Recursos Físicos.

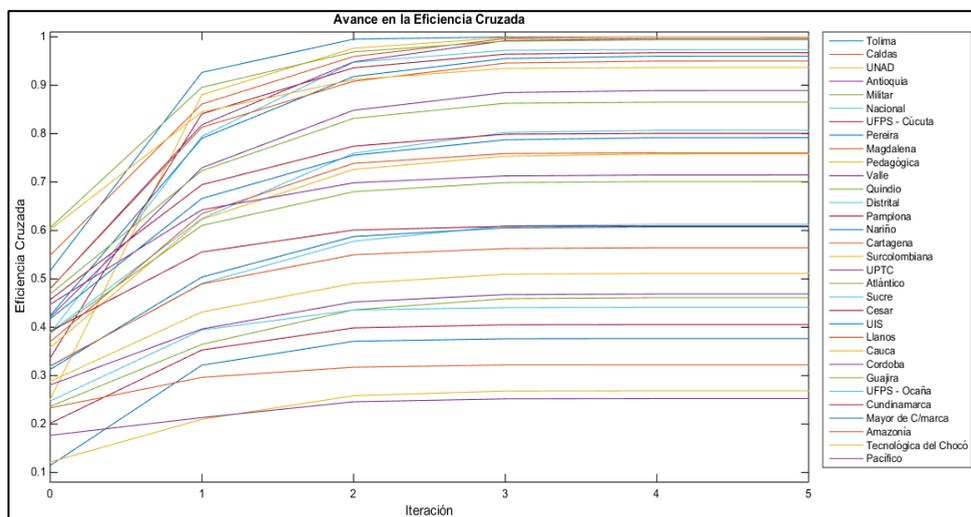
4. Estudio de los indicadores de desempeño y construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas

**Tabla 4.2.9. Ponderación de las variables**

Variable	Ponderación	Variable	Ponderación
PTCE	2,15E-01	Número de Matriculados en Postgrado	6,64E-04
Gasto en Personal Administrativo	2,68E-06	Número de Estudiantes con Resultados en la Prueba Saber PRO en el Quintil Superior	8,97E-02
Recursos Financieros	8,66E-07	Revistas Indexadas	2,69E-01
Recursos Físicos	7,07E-04	Artículos en Revistas Indexadas	3,18E-02
Número de Matriculados Pregrado	3,34E-03	Movilidad de Docentes	3,90E-01

Fuente: Elaboración Propia

**Figura 4.2.1 Avance eficiencia cruzada**



Fuente: Elaboración Propia

La figura 4.2.1 muestra el avance en la eficiencia cruzada durante el proceso iterativo del algoritmo, el cual converge en 5 iteraciones. En esta figura, la iteración 0 corresponde a la eficiencia cruzada con los pesos del modelo CCR.

Para el análisis del cambio en la productividad para el periodo 2011 – 2012 con el Índice de Malmquist, se utilizaron los datos de las variables de entradas y salidas

correspondientes al año 2011, cuyos estadísticos descriptivos se muestran en la tabla 4.2.10. Los resultados mostrados en la tabla 4.2.11, indican que en términos generales, existe una mejora del 20,21% en la eficiencia técnica promedio entre los años 2011 y 2012, una disminución del 21,2% en el índice de eficiencia tecnológica, así como una disminución del 3,08% en la productividad total promedio. Igualmente se observa que veinte IES mejoran su eficiencia técnica, sólo 2 mejoran su eficiencia tecnológica y 10 mejoran su productividad total. De todas las IES evaluadas, sólo la Universidad de la Guajira mejora tanto la eficiencia técnica como su índice de eficiencia tecnológica. Lo anterior indica que la disminución en la productividad total promedio se debe a la disminución en el índice de eficiencia tecnológica y no a la eficiencia técnica. En particular, la Universidad de La Guajira es la IES que en mayor proporción mejora su productividad entre el año 2011 al 2012 ( $MI = 5,51$ ;  $TEC = 4,57$ ;  $FC = 1,21$ ), con una mejora del 356,64% en su eficiencia técnica y 20,75% en su índice de cambio tecnológico. La Universidad de La Guajira es eficiente en 2012 y el cambio en su eficiencia técnica es de 4,57, lo que indica que para 2011 su eficiencia técnica es del orden de 0,219, evidenciándose la excelente mejora en su eficiencia técnica. Esta mejora se puede explicar debido a que esta institución educativa es una universidad de provincia y una de las más pequeñas de Colombia, con lo cual una pequeña mejora en términos absolutos se ve reflejado en una gran mejora en términos relativos, siendo esta la fortaleza del Análisis Envolverte de Datos.

4. Estudio de los indicadores de desempeño y construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas

**Tabla 4.2.10. Estadísticas descriptivas de las variables consideradas, año 2011**

Variable	Promedio	Desviación Estándar	Máximo	Mínimo
Profesores TCE	470,65	455,79	2266,35	69,302181
Gasto en Personal Administrativo (COP)	240500	53066421,57	307049522	2601537
Recursos Financieros (COP)	41092100	40249573,04	186417984	4116909,40
Recursos Físicos (m <sup>2</sup> )	87197,78	81171,07	433452,07	3564,75
Matrícula Pregrado	17517,97	12338,69	57935	2363
Matrícula Posgrado	1083,25	1734,66	9517	0
Saber Pro Quintil Superior	1724,28	1900,35	9282	87
Revistas Indexadas	35,28	72,11	375	0
Artículos Revistas Indexadas	1615,60	4147,39	23151	0
Movilidad Docentes	75,75	166,89	936	0

COP.: Pesos colombianos

Fuente: Elaboración propia

**Tabla 4.2.11. Cambio en la productividad periodo 2011 – 2012. Modelo SBM – O - C**

Universidad	TEC	FC	IPM	Universidad	TEC	FC	IPM
Nacional	1,020	0,936	0,955	Atlántico	1,179	0,504	0,595
Pedagógica	0,951	1,066	1,014	Valle	1,017	0,944	0,961
UPTC	1,467	0,579	0,850	UIS	0,912	0,688	0,628
Cauca	0,972	0,643	0,625	Cartagena	1,724	0,465	0,802
Tecnológica de Pereira	0,982	0,930	0,913	Nariño	0,632	0,850	0,538
Caldas	0,876	0,979	0,858	Tolima	1,026	0,947	0,972
Córdoba	1,411	0,425	0,600	Quindío	1,111	0,955	1,061
Surcolombiana	1,813	0,726	1,317	UFPS - Cúcuta	0,941	0,659	0,620
Amazonía	1,475	0,733	1,080	UFPS - Ocaña	1,220	0,929	1,133
Militar	1,053	0,969	1,021	Pamplona	1,046	0,928	0,971
Tecnológica del Chocó	1,271	0,863	1,097	Magdalena	1,049	0,959	1,006
Llanos	0,933	0,636	0,594	Cundinamarca	1,722	0,238	0,410
Popular del Cesar	0,973	0,817	0,795	Sucre	0,573	0,681	0,391
Mayor de Cundinamarca	0,953	0,398	0,379	Guajira	4,566	1,207	5,514
Pacífico	0,496	0,674	0,335	Distrital	1,020	0,951	0,970
Antioquia	1,048	0,970	1,017	UNAD	1,032	0,960	0,991
Promedio	1,202	0,788	0,969				

IPM > 1 indica un incremento de productividad, IPM < 1 indica una disminución de productividad,

IPM = 1 indica que la productividad no ha cambiado

Fuente: Elaboración propia

#### **4.2.4 Conclusiones**

En este apartado se ha evaluado la eficiencia en la utilización de recursos destinados a la educación superior pública en Colombia teniendo en cuenta dos de las funciones básicas de las IES: docencia e investigación. Para cada IES se determinaron las eficiencias técnica, puramente técnica, de escala y de mezcla, con un enfoque a salidas.

Los resultados muestran que 18 de las 32 instituciones consideradas en el estudio no presentan ningún tipo de ineficiencia (56,25%); es decir, son globalmente eficientes. De las 14 IES que presentan algún tipo de ineficiencia (ineficientes globalmente), 5 presentan ineficiencia administrativa. Ésto implica que 23 de las 32 IES evaluadas (71,87%) resultan eficientes al evaluar la eficiencia puramente técnica (modelo BCC). En cuanto a la eficiencia de escala, los resultados muestran que 18 de 32 IES no presentan problemas en su escala de operación. Respecto a la eficiencia de mezcla, se observa que 15 de 32 IES no presentan este tipo de problemas, lo cual indica que todas IES ineficientes globalmente son ineficientes de mezcla.

El análisis de los resultados de las proyecciones en la frontera eficiente del modelo SBM-O de las IES que resultan ineficientes y que deben aumentar sus productos nos muestra que el aumento en el número de estudiantes matriculados en pregrado oscila entre 619 para la Universidad de Los Llanos y 10.081 para la Universidad Industrial de Santander (UIS). Respecto del número de estudiantes matriculados en postgrado el aumento oscila entre 190 para Cauca y 1.637 para UIS. En cuanto al aumento en el número de estudiantes con calificaciones en el quintil superior de las pruebas Saber Pro, oscila entre 2 para la Universidad de Cartagena y 342 para la Universidad Tecnológica del Chocó. Con referencia al número de revistas indexadas, debe estar entre 5 para UIS y 81 para la Universidad Pedagógica

y Tecnológica de Colombia (UPTC). Respecto el aumento en el número de artículos publicados en revistas indexadas, éste oscila entre 88 para la Universidad de Sucre y 1.325 para la Universidad de Cundinamarca. Y finalmente, la Movilidad de Docentes debe mejorarse entre 7 para la Universidad de Cartagena y 130 para UIS.

Las universidades que resultaron ineficientes, en su conjunto, deben aumentar el número de estudiantes matriculados en pregrado en 10.700 estudiantes, es decir, un 1,9% del total matriculados. El número de estudiantes matriculados en postgrado debe ser aumentado en 11.203 (30,4%) y el número de estudiantes con calificaciones en las Pruebas Saber Pro debe incrementarse en 1.979 (8,79%). En cuanto a investigación, el conjunto de universidades del estado clasificadas como ineficientes deben aumentar el número de revistas indexadas en 477 (35%), aumentar el número de artículos publicados en revistas indexadas en 8.272 (14,22%), y aumentar el número de docente en actividades de movilidad en 467 (16,22%). De este modo, observamos que, en Colombia es necesario un gran aumento porcentual en las matriculas en postgrado y en la cantidad de revistas indexadas editadas al interior de las IES.

## **4.3 Eficiencia en las universidades públicas colombianas por medio de DEA inverso y Algoritmo Genéticos (InvDEA – AG)**

### **4.3.1 Introducción**

La educación superior es un factor relevante en el desarrollo socioeconómico de un país: desde el punto de vista de la enseñanza, proporciona un nivel más alto de capital humano calificado y desde el punto de vista de la investigación que desplaza la frontera del conocimiento y lo transfiere a la sociedad (de Jorge, Robles, Martínez, Calvo y Miron, 2018).

Siendo de tal importancia el sistema educativo superior para un país es de sumo interés investigar y proponer posibles condiciones de mejoramiento de los niveles de eficiencia de las instituciones de educación superior. En este sentido, la aplicación del InvDEA-AG al Sistema Universitario Estatal colombiano (SUE) permite, mediante la fusión de aquellas IES que resultan ineficientes según el modelo DEA BCC, el establecimiento de metas en los puntajes de eficiencia a cada una de las IES resultante de dichas fusiones.

En particular, en la presente aplicación del InvDEA-AG se busca determinar las posibles fusiones de IES ineficientes que cumplan con ciertas condiciones establecidas por los responsables de la toma de decisión del SUE: puntaje de eficiencia mínimo de la IES resultante de la fusión y cardinalidad en el número máximo de IES ineficientes a fusionar.

### **4.3.2 Descripción y tratamiento de los datos**

Las IES consideradas en este análisis son las mismas de la tabla 4.2.1. De igual manera los datos de la Universidad Nacional de Colombia (UNAL), están

referidos el conjunto de sus cinco sedes como una única IES, al no disponer de los datos desagregados.

En este apartado se utilizan datos correspondientes al año 2016, debido a que habían sido ya actualizadas y ya estaban disponibles en las fuentes de información del MEN consultadas. Sin embargo, las variables no son las mismas que las utilizadas en el estudio de eficiencia de la sección anterior, debido primordialmente a que se logró ampliar información referente a la empleabilidad de los egresados de las IES públicas colombianas. En particular, se ha decidido utilizar como variable de salida la fracción del número de estudiantes graduados en 2015 que se han vinculado laboralmente en 2016, ya que esta es una variable asociada a la pertinencia del sistema educativo superior.

De igual modo, se procedió crear una nueva variable como la suma de los valores ponderados de matrícula de pregrado y postgrado, con el propósito de disminuir el número de variables a considerar en el estudio y con ello aumentar los grados de libertad, lo cual a su vez mejora el poder de discriminación del DEA en términos del número de unidades eficientes e ineficientes (Pedraja-Chaparro, Salinas-Jiménez y Smith, 1999)

En esta aplicación del InvDEA – AG se decidió abordarlo desde un enfoque a entradas, considerando que el modelo da prioridad a la fusión y no a la disminución de recursos.

La tabla 4.3.1 muestra las variables de entrada y salida consideradas en la aplicación del InvDEA – AG.

4. Estudio de los indicadores de desempeño y construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas

**Tabla 4.3.1 Variables de entrada y salidas del modelo InvDEA - AG**

<b>Variables de Entrada</b>			<b>Descripción</b>
Profesores	Tiempo	Completo	Número de docentes en tiempos completos equivalentes, incluyendo catedráticos y ocasionales.
Equivalente (PTCE)			
Gasto en Personal Administrativo			Gasto para el pago del personal no docente.
Investigadores Ponderado			Número ponderado de investigadores según se indica en la tabla 2.3.4 del apartado 2.3 del capítulo 2
<b>Variables de Salida</b>			<b>Descripción</b>
Número de estudiantes matriculados			Suma total del número ponderado de matriculados por niveles de formación y metodologías de enseñanza en pregrado y del número ponderado de matriculados por niveles de formación y metodologías de enseñanza en posgrado. (Ver tabla 2.3.7)
Empleados/Graduados			Fracción del número de estudiantes graduados en 2015 que se han vinculado laboralmente en 2016.
Artículos ponderado publicados en revistas indexadas			Número ponderado de artículos, según tabla 2.3.6, publicados en revistas indexadas

**Fuente:** Elaboración Propia

Como se mostró en el apartado anterior el conjunto de universidades públicas colombianas está formado por 32 IES, de las cuales 20 se consideran no eficientes según el modelo BCC del DEA.

### 4.3.3 Resultados

La tabla 4.3.2 muestra los parámetros utilizados en la aplicación del InvDEA – AG. Estos valores se determinaron revisando la literatura sobre las aplicaciones de GA, aunque no hay una regla específica sobre qué parámetros son los óptimos. Sin embargo, los trabajos consultados utilizan valores pequeños para la probabilidad de mutación y valores más grandes para la probabilidad de cruce (Fernández, López-Campos, Segade y Vilán, 2018; Zhang et al., 2011; Pezzella, Morganti, y Ciaschetti, 2007).

4. Estudio de los indicadores de desempeño y construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas

---

**Tabla 4.3.2 Parámetros del Algoritmo Genético**

Tamaño Población	Número de Generaciones	Probabilidad de Cruce	Probabilidad de Mutación
150	1000	0,3	0,05

Fuente: Elaboración Propia

En la aplicación de la metodología InvDEA – AG propuesta se emplearán como cardinalidad máxima 2, 3 y 4, y como valores de eficiencia objetivo para la DMU resultante de la fusión 0,70; 0,75; 0,80 y 0,85.

4. Estudio de los indicadores de desempeño y construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas

Tabla 4.3.3 Fusiones en las universidades resultantes del modelo InvDEA – AG

Cardinalidad Máxima		2				3				4			
$\theta$		0,70	0,75	0,80	0,85	0,70	0,8	0,80	0,85	0,70	0,75	0,80	0,85
Universidad	Eficiencia												
Pedagógica	0,430	①	①	①	①	①	①	①	①	①	①	①	①
UPTC	0,682	②	②	②	②	②	②	②	②	②	②	②	②
Cauca	0,849	3	③	②	③	3	3	3	③	3	③	②	③
Pereira	0,833	④	4	3	④	4	4	4	④	④	4	3	④
Caldas	0,642	②	①	④	②	②	②	⑤	②	②	⑤	④	②
Córdoba	0,803	5	5	5	①	5	5	⑤	③	5	6	5	③
Amazonia	0,715	6	③	⑥	5	6	⑥	⑥	④	6	⑦	⑥	④
Militar	0,913	⑦	⑥	⑦	⑥	7	7	⑦	⑤	7	⑤	7	⑤
Llanos	0,651	⑧	⑦	⑦	7	⑧	②	②	②	⑧	③	④	②
Cesar	0,617	⑦	⑥	①	⑧	①	①	⑦	⑤	①	①	①	⑤
Atlántico	0,817	9	8	8	③	9	8	8	③	8	②	8	③
Valle	0,909	10	⑨	⑨	⑨	⑩	⑨	⑥	⑥	9	8	⑥	⑥
Cartagena	0,930	①	⑦	⑥	④	⑪	⑩	②	④	⑩	⑨	⑨	④
Nariño	0,796	11	10	⑩	⑥	12	11	⑦	⑥	11	10	⑨	⑥
Tolima	0,662	④	⑨	⑨	⑨	⑩	⑩	①	①	④	⑨	⑨	①
Quindío	0,834	⑧	②	⑩	⑩	⑧	⑥	⑤	⑤	12	⑦	④	⑤
Cundinamarca	0,889	12	11	11	11	13	12	9	7	13	11	10	7
Sucre	0,995	13	12	12	12	14	13	10	8	14	12	11	8
Guajira	0,578	⑭	⑬	13	⑧	⑪	⑨	⑥	⑥	⑩	⑤	④	⑥
Distrital	0,687	⑭	⑬	④	⑩	①	①	①	①	①	①	①	①
Ahorro en Recursos	0	12417,4	19790,3	61572	0	0	0	4193,9	0	0	0	4194	
Solución Alternativa	Sí	Sí	No	No	Sí	Sí	Sí	No	Sí	Sí	Sí	No	
No Fusionadas	8	6	6	4	9	8	5	3	9	6	6	3	
Cardinalidad = 2	6	7	7	8	4	3	0	1	4	4	2	1	
Cardinalidad = 3	--	--	--	--	1	2	5	5	1	2	2	5	
Cardinalidad = 4	--	--	--	--	--	--	--	--	0	0	1	0	

La tabla 4.3.3 muestra los resultados de la aplicación de la metodología InvDEA – AG propuesta a las IES públicas colombianas.

#### *4. Estudio de los indicadores de desempeño y construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas*

---

En esta tabla las dos primeras columnas corresponden a las IES y su puntaje de eficiencia según el modelo BCC, respectivamente. Las demás columnas indican el grupo en el que se agrupa la DMU tras la aplicación del análisis. Las celdas sombreadas indican que el puntaje de eficiencia de la DMU es menor a la eficiencia objetivo  $\theta$  de la DMU resultante de la fusión. Un número dentro del círculo indica que la IES ha sido fusionada, mientras que los números sin círculos indican que la IES no ha sido fusionada con ninguna otra IES.

La fila Ahorro en Recursos indica el ahorro en recursos obtenido tras llevar a cabo las fusiones mediante la metodología InvDEA – AG de todo el sistema educativo superior colombiano (a las 32 IES) y no es más que el sumatorio de los valores de la función objetivo de la ecuación (3.40).

La fila Solución Alternativa, simplemente indica si la solución obtenida tiene soluciones alternativas. La fila No Fusionadas, indica el número de IES que no han sido fusionadas. Las filas Cardinalidad=2, Cardinalidad=3 y Cardinalidad=4, indican el número de grupos formados por 2, 3 o 4 IES fusionadas.

De este modo, los resultados indican, por ejemplo, que cuando la cardinalidad máxima es 2 y el puntaje de eficiencia requerido para la fusión es 0,70 las IES se fusionan de la siguiente manera:

Grupo 1: Pedagógica, Cartagena; Grupo 2: UPTC y Cartagena; Grupo 4: Pereira y Tolima; Grupo 7: Militar y Cesar; Grupo 8: Llanos y Quindío; Grupo 14: Guajira y Distrital. Los grupos 3, 5, 6, 9, 10, 11, 12 y 13 están formados por universidades no fusionadas: Cauca, Córdoba, Amazonas, Atlántico, Valle, Nariño, Cundinamarca y Sucre, respectivamente. En este caso no se presenta ahorro en los recursos.

En esta aplicación del InvDEA – AG la mayor cantidad de fusiones se presentan cuando la cardinalidad máxima es 3 o 4 y la eficiencia objetivo requerida para la DMU resultante de la fusión es 0,85, ya que para esta combinación de cardinalidad y eficiencia requerida sólo 3 IES permanecen sin fusionarse, tal como indica la fila “No fusionadas”, y las IES fusionadas se agrupan de la misma manera:

Grupo 1: Pedagógica, Distrital y Tolima; Grupo 2: UPTC, Caldas y Llanos; Grupo 3: Cauca, Córdoba y Atlántico; Grupo 4: Amazonía y Cartagena; Grupo 5: Militar, Cesar y Quindío; Grupo 6: Valle, Nariño y Guajira.

Los grupos 7 y 8 están formados por universidades no fusionas, Cundinamarca y Sucre, respectivamente. En este caso la reducción de los recursos es de 4.193,9 unidades de recursos.

Por lo tanto, podemos concluir que una vez que se obtiene esta solución, ninguna posible relajación de la cardinalidad puede mejorar la solución. Cualquier combinación adicional puede implicar un cambio en la frontera eficiente, lo que no está permitido en nuestro modelo siguiendo los planteamientos de Amin et al. (2017a).

Recordemos que cada grupo formado no es más que una nueva DMU resultante de la fusión de las IES que integran el grupo.

Finalmente, debemos resaltar que el ahorro de insumos requerido en algunos casos no es realmente grande en comparación con el nivel de insumos totales y la ganancia de eficiencia. En el escenario más conservador (cardinalidad máxima = 2 y  $\theta = 0,85$ ), el sistema necesita reducir 61.572,2 unidades de entrada para alcanzar el objetivo de eficiencia. Pero la suma de entradas para los 20 DMU no eficientes es

641.987,4. De esta forma, el ahorro de insumos representa un 9,6% del total, en el escenario extremo analizado.

#### **4.3.4 Conclusiones**

El análisis de envolvente de datos inversos (InvDEA) tiene como objetivo cambiar el nivel de entradas y / o salidas de una unidad de toma de decisiones (DMU) para obtener un objetivo de eficiencia predefinido. En este contexto de fusión, InvDEA se ha aplicado en dos o más DMU para encontrar los niveles requeridos de entradas y salidas que necesitan de las entidades que se fusionan para obtener el puntaje de eficiencia previamente establecido. La literatura ofrece algunos casos prácticos de aplicación de donde dos unidades se fusionan con el objetivo de mejorar el puntaje de eficiencia resultante, pero no se ha encontrado ninguna referencia en la que se haya propuesto el InvDEA para mejorar la eficiencia de un sector económico en su conjunto.

Este trabajo propone un modelo que combina el modelo InvDEA con un Algoritmo Genético (InvDEA – AG) para tratar la reestructuración del sector educativo superior colombiano. La propuesta establece a todas las unidades resultantes de la fusión un nivel de eficiencia mínimo predefinido. Esto se puede lograr reduciendo el consumo de entradas de las DMU originales y/o fusionando algunas DMU originales en una nueva entidad.

La propuesta considera algunos supuestos realistas. Primero, restringimos la cardinalidad de las nuevas entidades; y segundo, promovemos la fusión de las DMU en lugar de reducir sus recursos. El primer supuesto implica que el espacio de soluciones puede ser muy grande, lo que hace que no sea realista encontrar la solución óptima mediante un enfoque de fuerza bruta. Se propone un Algoritmo Genético para resolver este problema. Con respecto a este último supuesto, reducir

el empleo y los servicios públicos en procesos de reestructuración masiva puede tener un impacto negativo en la imagen de las organizaciones públicas. Nuestro modelo da preferencia a aquellas soluciones donde la eficiencia global se mejora al fusionar las DMU entre sí, en lugar de simplemente reducir el nivel de entradas.

En la mayoría de los ejemplos considerados (combinación de cardinalidad y objetivo de eficiencia requerida), la eficiencia se ha mejorado simplemente fusionando unidades. Además, hemos encontrado que el Algoritmo Genético encuentra múltiples soluciones en muchos casos, lo que puede ofrecer alternativas al tomador de decisiones. Por ejemplo, el tomador de decisiones puede fusionar las universidades de acuerdo con su grado de proximidad o la similitud entre los puntos en común curricular. La aplicación de la metodología InvDEA – AG propuesta a las IES públicas colombianas es especialmente interesante debido a los resultados obtenidos en cuanto a la fusión en algunas situaciones. El algoritmo genético ha devuelto la misma solución para las cardinalidades 3 y 4 cuando el objetivo de eficiencia es de 0,85. De modo que, una vez que se haya alcanzado el nivel de fusión óptimo, un aumento en el tamaño de las nuevas entidades no garantiza una mejor solución para el problema de la reestructuración del sector.

## **4.4 Caracterización de las universidades públicas colombianas mediante Análisis Factorial Múltiple (AFM)**

### **4.4.1 Introducción**

Como se comentado en la introducción desde el año 2003, el Ministerio de Educación Nacional, (MEN), en concierto con el Sistema Universitario Estatal (SUE), empezaron a desarrollar un sistema de indicadores que permitiese evaluar el desempeño de las Universidades Públicas.

#### *4. Estudio de los indicadores de desempeño y construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas*

---

Para ello se organizó una propuesta para ser presentada al Consejo de Educación Superior (CESU), cuyo objetivo era estimular el mejoramiento del Sistema Universitario Estatal en su conjunto, a través del seguimiento a la gestión en los componentes inherentes a las universidades, con un enfoque de equidad y heterogeneidad (MEN, 2013).

El MEN fundamenta el modelo de indicadores de gestión asumiendo la Universidad, *“como una organización o unidad de gestión que recibe insumos, los procesa y entrega productos y resultados orientados al cumplimiento de sus objetivos misionales como son la docencia, investigación y extensión”* (MEN, 2013).

Como se vio en la sección 2.3 de este documento, el MEN a partir del año 2015 implementó un nuevo sistema de indicadores de resultados, los cuales conforman el actual IPES (Índice de Progreso de la Educación Superior), el cual está formado por trece variables, o indicadores, distribuidas en tres grupos de variables denominadas dimensiones: Calidad, Logro, y Acceso y Permanencia.

Como en este caso, en muchos contextos de investigación es frecuente encontrar situaciones en donde un grupo de observaciones es descrito en términos de varias categorías de variables, tal y como están definidas las dimensiones en el IPES. Esta estructura, puede quedar oculta cuando se realiza un análisis global de la información. En este sentido, el Análisis Factorial tiene en cuenta diferentes grupos de variables en un único análisis, es decir, sin considerar la existencia de variables de distinta naturaleza. Sin embargo, un análisis más ambicioso debería considerar, tratar y analizar la información en términos de tablas múltiples, no limitándose a la búsqueda de relaciones entre variables o a la caracterización de individuos, sino que por el contrario, debería ampliarse a un análisis comparativo, que tenga en

consideración las relaciones de las variables dentro de cada tabla y la relación existente entre tablas de distinta naturaleza.

También es importante conocer las relaciones entre las IES y las existentes entre las IES con los grupos de variables, y finalmente, determinar sobre qué variables o grupo de variables se debe actuar para mejorar el desempeño de las IES.

El objetivo del presente apartado es estudiar mediante el Análisis Factorial Múltiple (AFM), o técnica de análisis de tablas múltiples, el comportamiento de las IES según su desempeño en cada uno de los grupos de variables seleccionadas, las relaciones existentes entre grupos (categorías) de variables y las relaciones entre IES.

En este estudio, se considerará, además de las dimensiones que conforman el IPES, variables que hacen referencia a los recursos con los que cuentan las IES para llevar a cabo su función misional, al ser de suma importancia para el estudio de la situación actual de una IES el considerar los recursos disponibles para llevar a cabo sus objetivos misionales.

El análisis de estas relaciones podría repercutir en el establecimiento de planes de acción por parte de los gestores del sector educativo superior colombiano en pro de la mejora de la calidad en la formación de los futuros egresados y de los procesos investigativos del personal docente, lo cual a su vez redundaría en la mejora del desempeño a nivel institucional, y por ende, en el Sistema Universitario Estatal colombiano.

#### **4.4.2 Descripción y tratamiento de los datos**

Las IES consideradas en este apartado son las universidades pertenecientes al Sistema de Universidades del Estado (SUE) mostradas en la tabla 4.2.1.

#### *4. Estudio de los indicadores de desempeño y construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas*

---

El estudio de los indicadores de gestión de las IES públicas colombianas mediante el Análisis Factorial Múltiple, comenzó con los datos correspondientes al año 2013, ya que eran los disponibles en el momento de abordar el estudio. Sin embargo, a finales del año 2017 el MEN publicó los resultados de los indicadores de resultados correspondientes a la asignación de los recursos del Artículo 87 de la Ley 30 de 1992 para las vigencia 2016 y 2017 (IPES 2016 y 2017, respectivamente), y más tarde, a finales de 2018 el MEN actualiza la información referentes al IPES del 2018. En este momento se iniciaba la redacción del documento final de esta tesis y se decidió volver a realizar los análisis del AFM con los indicadores más recientes.

En el estudio de los indicadores de desempeño mediante AFM, las variables utilizadas no todas son exactamente las mismas con las que se construye el IPES (tabla 2.3.3), ya que este índice tiene algunos indicadores medidos en variaciones de un año al siguiente, en esta aplicación del AFM se consideran los valores absolutos de los indicadores de resultados, ya que el propósito final es llevar a cabo un análisis comparativo del estado de las universidades pertenecientes al SUE durante el año 2018. Además, se ha incluido un grupo de variables asociado a los recursos (Gasto en personal administración, Total inversión y Docentes Tiempo Completo Equivalente), de manera que las variables son las que se muestran en la siguiente tabla 4.4.1.

4. Estudio de los indicadores de desempeño y construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas

**Tabla 4.4.1 Variables utilizadas en el AFM, año 2018**

<b>Dimensión</b>	<b>Indicador</b>
Recursos RE	IR1 - Gastos Personal Administración
	IR2 - Total Inversión
	IR3 - Docentes Tiempo Completo Equivalente
Calidad IC	IC1 - Resultado promedio en el módulo de Razonamiento Cuantitativo en Saber Pro
	IC2 – Resultado promedio en el módulo de Lectura Crítica en Saber Pro
	IC3 – Proporción de docentes con maestría TCE
	IC4 – Proporción de docentes con doctorado TCE
	IC5 – Número de programas acreditados sobre el total de programas acreditables ofrecidos por la Universidad
Logro IL	IL1 – Tasa de Graduación de pregrado
	IL2 – Número ponderado de investigadores
	IL3 – Número ponderado de grupos de investigación
	IL4 –Número de artículos publicados (ponderados) sobre el número de docentes de tiempo completo
Acceso IA	IA2 – Matrícula de postgrado (ponderada)
	IA3 – Tasa de retención
	IA4 – Aporte a municipios con baja cobertura (matrícula pregrado ponderada según municipio)
Acreditación	IC6 – Acreditación Institucional de Alta Calidad (Variable dummy)

*Fuente: Elaboración propia*

La variable IC6 de la dimensión de calidad del Índice Sintético del año 2018 en el AFM realizado se considerará como una variable suplementaria, es decir, una variable que no interviene en la determinación de las dimensiones del AFM, sino que es proyectada sobre el plano factorial tras haber sido realizado el mismo.

### 4.4.3 Resultados

#### 4.4.3.1 Ponderación de los grupos de variables

A continuación, se muestran los resultados del ACP para cada grupo, con el fin de determinar el peso de cada variable en cada grupo.

El ACP del grupo Calidad nos muestra que el primer valor propio es 3,104, lo que indica que el peso para cada variable del grupo es el inverso a este valor propio, es decir  $1/3,104 = 0,3221$ . El ACP del grupo indica que con dos factores se explica el 83,13% de la variabilidad de las variables del grupo.

El primer valor propio para el grupo Acceso es 1,751 por lo tanto el peso para cada variable de este grupo es 0,5711, y con dos factores se explica el 92,52% de la variabilidad contenida en el grupo.

El primer valor propio para el ACP del grupo Logro es 2,714, por lo tanto, el peso para cada variable del grupo Logro es 0,3684 y con dos factores se explica el 91,96% de la variabilidad.

Finalmente, se obtuvo un primer valor propio para el grupo Recursos de 2,564 siendo, por lo tanto, la ponderación de cada variable del grupo Recursos de 0,390 y con dos factores se explica el 98,50% de la variabilidad contenida en el grupo Recursos.

La tabla 4.4.2 muestra los resultados relevantes del Análisis de Componentes Principales para cada grupo.

4. Estudio de los indicadores de desempeño y construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas

**Tabla 4.4.2 Resultados Análisis Componentes Principales para cada grupo de variables**

Factor	Calidad			Acceso		
	Valor Propio	Variabilidad (%)	% Acumulado	Valor Propio	Variabilidad (%)	% Acumulado
1	3,1044	62,09	62,09	1,7508	58,36	58,36
2	1,0522	21,04	83,13	1,0248	34,16	92,52
3	0,5404	10,81	93,94	0,2244	7,48	100,00
Factor	Logro			Recursos		
	Valor Propio	Variabilidad (%)	% Acumulado	Valor Propio	Variabilidad (%)	% Acumulado
1	2,7144	67,86	67,86	2,5642	85,48	85,48
2	0,9638	24,10	91,96	0,3906	13,02	98,50
3	0,3148	7,87	99,83	0,0451	1,50	100,00

Fuente: Elaboración propia

4.4.3.2 Análisis Factorial Múltiple (AFM)

Al realizar el análisis global (AFM) para las variables y grupos considerados, encontramos que con 3 factores (dimensiones) se logra explicar el 80,68 % de la variabilidad contenida en las 14 variables analizadas. La tabla 4.4.3 muestra los valores propios y la variabilidad explicada por cada una de las 3 componentes principales.

**Tabla 4.4.3 Valores propios y variabilidad explicada AFM**

Factor	Valor Propio	Variabilidad (%)	% Acumulado
Componente 1	3,108	52,088	52,088
Componente 2	1,112	18,635	70,723
Componente 3	0,594	9,956	80,679

Fuente: Elaboración propia.

La tabla 4.4.4 muestra las correlaciones entre los grupos de variable y los factores. La existencia de factores comunes a los grupos se justifica por la correlación entre el factor y los grupos de variables. La elevada correlación del factor 1 con los 3 grupos de variables (recursos, acceso, calidad y logro) se interpreta como un eje común a los cuatro grupos, es decir, se puede afirmar que existe una dirección (factor uno) de dispersión casi análoga en los cuatro grupos de variables, mientras que el

factor 2 reduce significativamente su correlación para dos de los grupos, siendo “Acceso” la categoría de mayor correlación con este segundo factor. Finalmente, el factor 3 muestra mayor correlación con el grupo Calidad.

**Tabla 4.4.4 Correlaciones grupos de variables y factores**

	<b>Dim 1</b>	<b>Dim 2</b>	<b>Dim 3</b>
<b>Calidad</b>	0,799	0,559	0,642
<b>Acceso</b>	0,922	0,841	0,486
<b>Logro</b>	0,964	0,590	0,306
<b>Recursos</b>	0,958	0,270	0,298

Fuente: Elaboración propia

Cuando existe una dirección de dispersión común a todos los grupos o a algunos de ellos, es interesante medir y comparar su importancia en los diferentes grupos. La importancia de un factor en un grupo se mide por la inercia acumulada de las variables del grupo sobre este factor, que también se denomina peso del factor en el grupo (Escofier y Pagès, 1992).

La tabla 4.4.5 muestra las coordenadas de los grupos sobre los ejes factoriales del AFM. Estas coordenadas representan la descomposición de la inercia acumulada de las variables del grupo sobre el eje correspondiente del AFM, es decir, su importancia. Los altos valores para las coordenadas de los cuatro grupos activos en el primer factor indican que este componente principal está muy relacionado con cada uno de los grupos, en el sentido, de que consituye una dirección de inercia importante para cada grupo de variables. En concreto, este primer factor está ligado a un gran número de variables de cada uno de los grupos, y en especial a variables de los grupos Logro (0,924) y Recursos (0,916).

#### 4. Estudio de los indicadores de desempeño y construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas

---

Por su parte, las variables del grupo Acceso (0,645) son las más importantes en la definición del segundo factor, mientras que las variables del grupo Calidad (0,312) son las que mayoritariamente definen el tercer factor.

La Acreditación Institucional (0,282) está más relacionado con el primer factor que con el resto de factores, por lo cual también se relacionan más con los grupos Logro y Recursos.

**Tabla 4.4.5 Coordenadas de los grupos sobre los factores (inercia acumulada)**

	<b>F1</b>	<b>F2</b>	<b>F3</b>
<b>Calidad</b>	0,579	0,285	0,312
<b>Acceso</b>	0,688	0,645	0,189
<b>Logro</b>	0,924	0,139	0,038
<b>Recursos</b>	0,916	0,043	0,055
<b>Acreditación</b>	0,282	0,095	0,134

Fuente: Elaboración propia

La representación gráfica de los datos de la tabla 4.4.5 se muestran en las figuras 4.4.1 y 4.4.2. donde puede apreciarse la distribución de los grupos de variables en los ejes factoriales.

La tabla 4.4.6 muestra la asociación de las variables con los factores. En ella se observa cómo el factor 1 (F1) está más asociado al grupo de variables de “Logro”, seguido por el grupo de “Recursos”, “Acceso” y “Calidad”. Es decir, el 29,732% de la inercia recogida por el primer factor está causado por las variables que integran el grupo de Logro, mientras que el 29,482%, 22,148% y 18,638% esta generado por las variables de Recursos, Acceso y Calidad, respectivamente. Por otro lado, este primer factor explica un 29,1% la dispersión de las diferentes IES según su comportamiento en el grupo de variables de Calidad, el 82,10% de la dispersión

4. Estudio de los indicadores de desempeño y construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas

existente en el grupo Recursos, el 75% de la variabilidad en el grupo de Logro y el 34,90% de la variabilidad en el grupo Acceso.

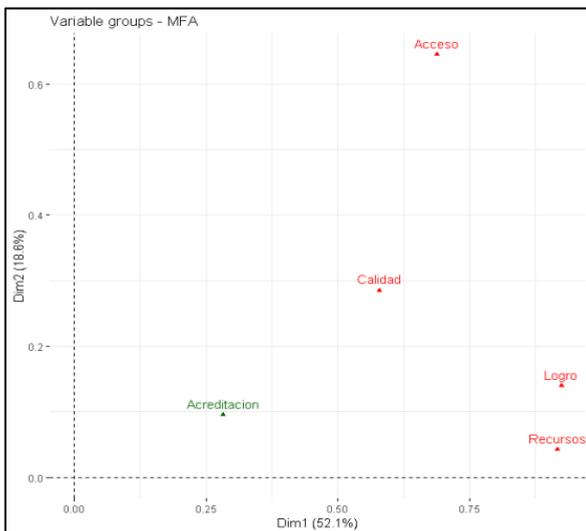
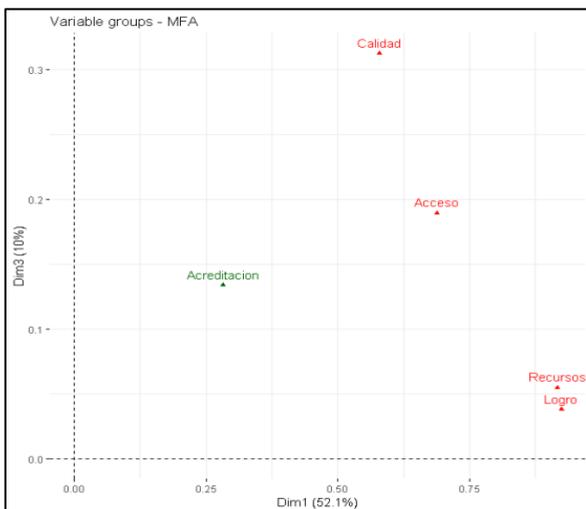


Figura 4.4.1 Distribución de los grupos de variables en los ejes factoriales 1 y 2.

Fuente: Elaboración propia



**Figura 4.4.2 Distribución de los grupos de variables en los ejes factoriales 1 y 3**

Fuente: Elaboración propia

La contribución del grupo “Acceso” a la formación del segundo factor es de un 57,97%, mientras que la contribución del grupo “Calidad” en la definición del tercer factor es de un 52,565%.

En AFM es posible resaltar los grupos de variables cuantitativas usando los valores de cosenos al cuadrado, los que indican la calidad de representación en el mapa factorial, es decir, es una medida de que tan bien está representado el grupo de variables por las dimensiones.

Los cosenos al cuadrado mostrados en la tabla 4.4.6 indican que el primer factor presenta una buena representación de la variabilidad presente en los cuatro grupos de variables, no ocurriendo lo mismo para el segundo factor, donde solo destaca el grupo Acceso. Por su parte, el tercer factor tiene muy poca calidad de representación de los grupos de variables.

**Tabla 4.4.6 Asociación de los grupos de variables con los factores del AFM**

Grupo	Contribuciones (%)			Cosenos al cuadrado		
	F1	F2	F3	F1	F2	F3
<b>Calidad</b>	18,638	25,657	52,565	0,291	0,071	0,085
<b>Acceso</b>	22,148	57,970	31,863	0,349	0,306	0,026
<b>Logro</b>	29,732	12,536	6,357	0,750	0,017	0,001
<b>Recursos</b>	29,482	3,837	9,215	0,821	0,002	0,003

Fuente: Elaboración propia

La tabla 4.4.7 muestra los coeficientes Lg, en esta observamos que el grupo Acceso contiene las variables más heterogéneas (grupo más multidimensional) seguido por Calidad y Logro, mientras que el más homogéneo es Acreditación seguido por Recursos.

4. Estudio de los indicadores de desempeño y construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas

La tabla 4.4.8 muestra los coeficientes RV. Estos se definen como una medida de asociación entre los grupos. En ella se puede apreciar que existe una fuerte similitud en la estructura entre el grupo Recursos y los grupos Acceso y Logro debido a la alta correlación entre ellos, mientras que la Acreditación se asocia más con la Calidad (0,462). Obviamente, la relación es mayor entre cada uno de los grupos y la tabla global (Fila MFA).

**Tabla 4.4.7 Coeficientes Lg del AFM**

	Calidad	Acreditación	Acceso	Logro	Recursos
Calidad	1,153				
Acreditación	0,496	1,000			
Acceso	0,312	0,168	1,359		
Logro	0,552	0,289	0,606	1,140	
Recursos	0,362	0,127	0,727	0,842	1,024
MFA	0,765	0,347	0,966	1,010	0,951

Fuente: Elaboración propia

**Tabla 4.4.8 Coeficientes RV del AFM**

	Calidad	Acreditación	Acceso	Logro	Recursos
Calidad	1,000				
Acreditación	0,462	1,000			
Acceso	0,249	0,144	1,000		
Logro	0,482	0,270	0,487	1,000	
Recursos	0,333	0,126	0,616	0,780	1,000
MFA	0,654	0,319	0,761	0,868	0,862

Fuente: Elaboración propia

La tabla 4.4.9 muestra las cargas factoriales cuando se utiliza el AFM.

Cuando los factores estimados no están correlacionados entre sí, es decir, son ortogonales, las cargas factoriales son también las correlaciones entre los factores y las variables. De este modo, en la tabla 4.4.9 vemos que las variables más

correlacionadas con el factor uno (F1) son IL3 - Número Ponderado Grupos de Investigación (0,976), IL2 - Número Ponderado Investigadores (0,966), IA2 - Matricula Postgrado Ponderada (0,953), R1 - Gastos Personal Administrativo (0,928) y las menos relacionadas son IC3 - Proporción Docentes con Maestría (0,084), IA3 - Retención (0,138), IL1 - Tasa Graduación Pregrado (0,155) e IC5 - Proporción Programas Acreditados (0,359), confirmándose la asociación del primer factor con las variables del grupo Logro.

Las variables más correlacionadas con el factor dos (F2) son IA3 - Retención (0,758), IA4 - Matricula Pregrado Ponderada (-0,733), IC5 - Proporción Programas Acreditados (0,586), IL1 - Tasa Graduación Pregrado (0,581) e IC3 - Proporción Docentes con Maestría (0,454), y las menos relacionadas son IL3 - Número Ponderado Grupos de Investigación (-0,017), IL2 - Número Ponderado Investigadores (-0,018), R1 - Gastos Personal Administrativo (-0,031) y R2 - Inversión (-0,083), lo que confirma la asociación del segundo factor con las variables del grupo Acceso.

Y finalmente, las variables más correlacionadas con el factor tres (F3) son IC3 - Proporción Docentes con Maestría (0,734), IA3 - Retención (-0,510), IC5 - Proporción Programas Acreditados (0,455), IC2 - Lectura Crítica (0,374), e IC1 - Razonamiento Cuantitativo (0,289), las menos correlacionadas son IL4 - Número de Artículos Publicados/Docente Tiempo Completo (0,07), R3 - Número de Docentes Tiempo Completo Equivalente (DTCE) (0,065), IC4 - Proporción de Docentes con Doctorado (-0,021) e IA2 - Matricula Postgrado Ponderada (-0,016) lo cual confirma la asociación del tercer factor con las variables del grupo Calidad.

4. Estudio de los indicadores de desempeño y construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas

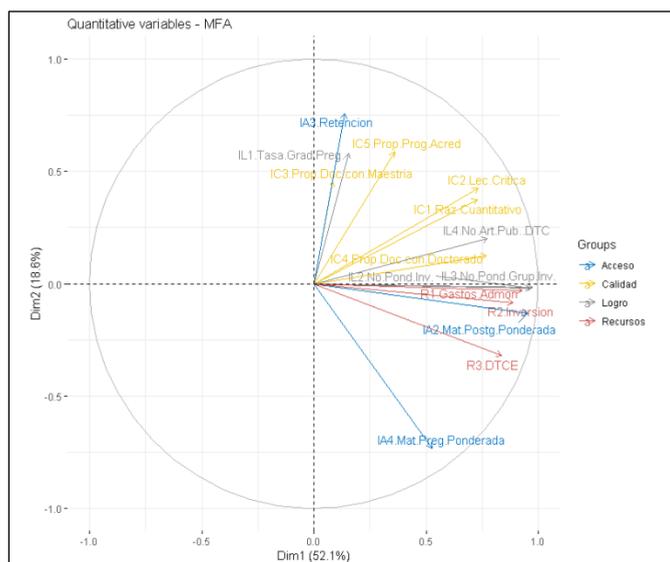
**Tabla 4.4.9 Cargas factoriales de las variables con los factores del AFM**

Cargas factoriales/ Correlación entre las variables y los factores			
Variable	F1	F2	F3
IC1-Raz.Cuantitativo	0,729	0,375	0,289
IC2-Lec.Critica	0,733	0,423	0,374
IC3-Prop.Doc.con.Maestria	0,084	0,454	0,734
IC4-Prop.Doc.con.Doctorado	0,771	0,126	-0,021
IC5-Prop.Prog.Acred	0,359	0,586	0,455
IA2-Mat.Postg.Ponderada	0,953	-0,132	-0,016
IA3-Retencion	0,138	0,758	-0,510
IA4-Mat.Preg.Ponderada	0,528	-0,733	0,266
IL1-Tasa.Grad.Preg.	0,155	0,581	0,197
IL2-No.Pond.Inv.	0,966	-0,018	-0,180
IL3-No.Pond.Grup.Inv.	0,976	-0,017	-0,162
IL4-No.Art.Pub./DTC	0,774	0,199	0,070
R1-Gastos.Admon	0,928	-0,031	-0,276
R2-Inversion	0,887	-0,083	-0,244
R3-DTCE	0,838	-0,319	0,065

Fuente: Elaboración propia

La figura 4.4.3 muestra la representación de las variables en función de su correlación con los ejes factoriales. Las flechas indican las direcciones de crecimiento de dichas variables en el espacio factorial, lo que permite identificar gráficamente qué variables tienen mayor peso en cada componente. El centro del círculo de correlaciones representa la media de todas las variables.

#### 4. Estudio de los indicadores de desempeño y construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas



**Figura 4.4.3 Representación de las variables**

Fuente: Elaboración propia

Las distintas variables se correlacionan en mayor o menor medida dependiendo de la cercanía de sus vectores, es decir, que si entre estas variables, sus ángulos se acercan a cero, estarán más correlacionados y viceversa. Como se puede apreciar en la figura, la variable R2 – Inversión, forma un ángulo de  $90^\circ$  con IA3 - Retención, así como la variable IA4 – Matricula Pregrado Ponderada con las variables IC2 – Lectura Crítica e IC1 – Razonamiento Cuantitativo, lo cual indica que la primera variable no está asociada con la segunda. En general, se observa que las variables de los grupos Logro, Recursos y Calidad están altamente correlacionadas entre ellas, no ocurriendo lo mismo para las variables del grupo Acceso. En especial, se aprecia una alta correlación entre IL2 – Número Ponderado de Investigación, IL3 – Número Ponderado de Grupos de Investigación e IL4 – Número de Artículos Publicados por Docente Tiempo Completo.

#### 4. Estudio de los indicadores de desempeño y construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas

El AFM permite proyectar en un plano factorial las 32 IES y describir su comportamiento en función de sus coordenadas (figuras 4.4.4 y 4.4.5), es decir, el individuo (IES) visto por todos los grupos de variables, lo cual permite visualizar la estructura y semejanza de las IES estudiadas. Como se aprecia, la mayoría de IES tienen estructura similar, siendo distintas UNAL, UDEA, UNAD, Valle e UIS.

En la figura 4.4.4, se puede apreciar que las IES tienen un mayor desarrollo en los indicadores de Logro (y mayores Recursos) conforme están más desplazadas hacia la derecha del plano y mayor desarrollo en Acceso, cuanto más desplazadas está hacia arriba. Resultados similares se desprenden de la figura 4.4.5, las IES que tienen mejor desempeño en Calidad más desplazadas están hacia arriba.

De este modo, dos IES pueden tener el mismo comportamiento respecto de un eje, como Pedagógica y Militar respecto primer y tercer factor (Logro y Calidad, respectivamente) y, sin embargo, tener un comportamiento diferente respecto al segundo factor (Acceso). En este caso, el desempeño de Pedagógica es mejor que el de Militar respecto a este segundo factor (Acceso).

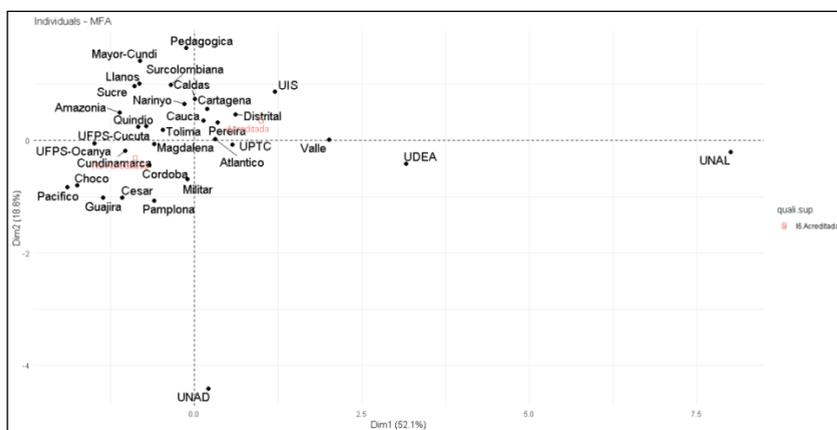


Figura 4.4.4 Representación de las IES en el plano factorial (1, 2)

Fuente: Elaboración propia

#### 4. Estudio de los indicadores de desempeño y construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas

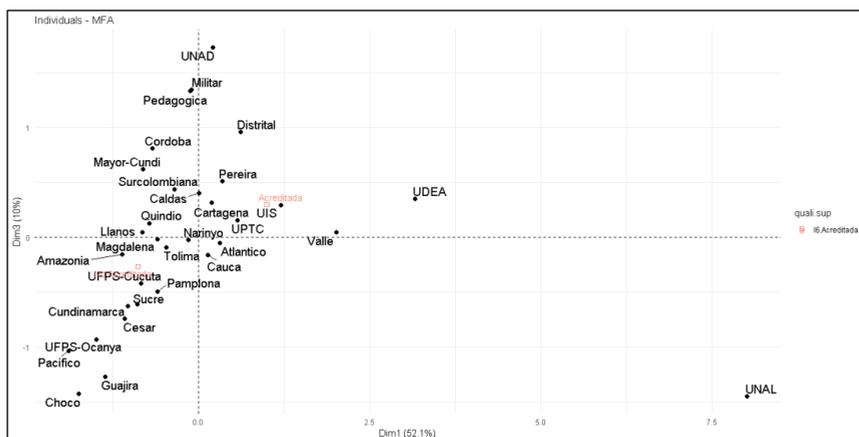


Figura 4.4.5 Representación de las IES en el plano factorial (1, 3)

Fuente: Elaboración propia

Los resultados para las IES obtenidos del análisis realizado con un solo grupo de variables se denominan individuos parciales, es decir, un individuo considerado desde el punto de vista de un solo grupo de variables.

Las figuras 4.4.4 y 4.4.5, se muestran para cada una IES consideradas, el punto corresponde al individuo (centro de gravedad). Es decir, el individuo visto por todos los grupos de variables.

Para un individuo dado, hay tantos puntos parciales como grupos de variables.

Las figuras 4.4.6 y 4.4.7 muestran los gráficos de individuos parciales para las dimensiones 1 y 2, y 1 y 3, respectivamente. El gráfico de individuos parciales representa cada IES vista por cada grupo de variables y su baricentro.

Se puede apreciar que la UNAL tiene el mejor desempeño en Logro, está en el promedio en cuanto al desempeño en Acceso y tiene un bajo desempeño en Calidad, mientras que la UDEA posee el segundo mejor desempeño en Logro, un desempeño promedio en cuanto a Acceso y un desempeño algo por encima del promedio en



#### 4. Estudio de los indicadores de desempeño y construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas

Fuente: Elaboración propia

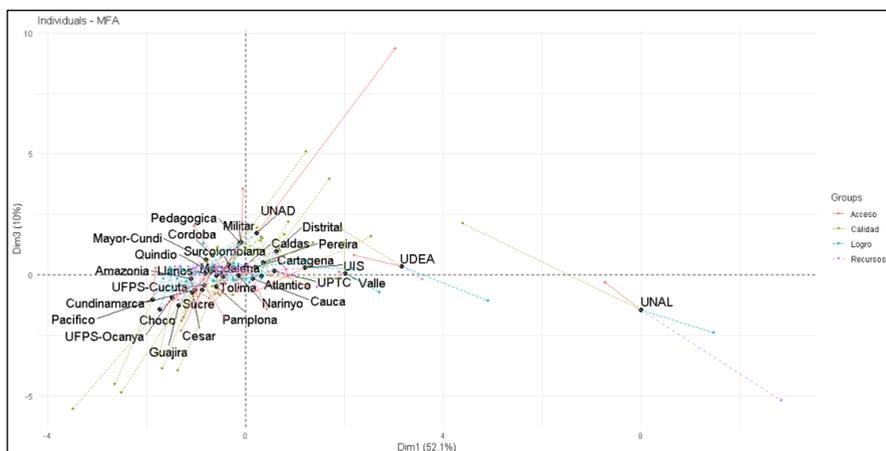


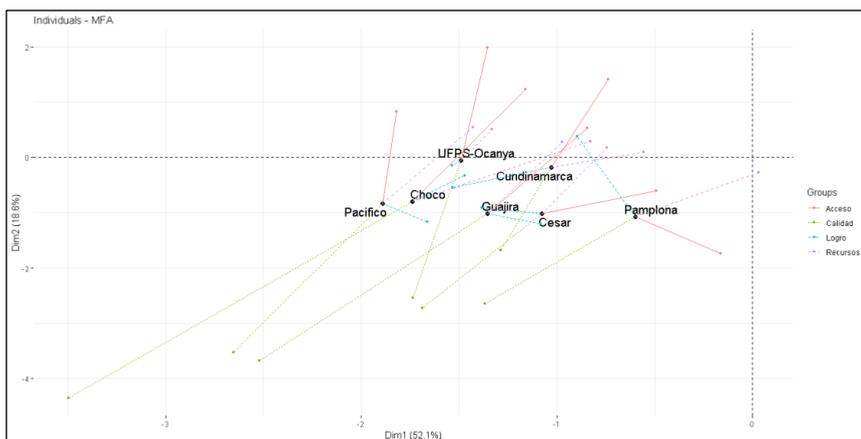
Figura 4.4.7 Gráfico de individuos parciales dimensiones 1 y 3

Fuente: Elaboración propia

La figura 4.4.8 es una ampliación de la figura 4.4.7 mostrando las universidades que exhiben más debilidades (tercer cuadrante). Como puede observarse las Universidades del Pacifico, Chocó, UFPS–Ocaña, Guajira, Cesar, Amazonía, Sucre, Llanos, Pamplona y Cundinamarca son las que presentan mayores deficiencias.

Como, puede apreciarse en la figura 4.4.8, en general, estas IES deben mejorar en gran medida las variables del grupo Calidad, Logro y Acceso, En concreto, las universidades del Chocó y Pacifico deben mejorar los indicadores del grupo Calidad, las universidades de Pamplona y Cesar presentan los mayores problemas en las variables del grupo Acceso y las universidades de Cesar y Cundinamarca presentan los mayores problemas en las variables del grupo Logro.

#### 4. Estudio de los indicadores de desempeño y construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas



**Figura 4.4.8 Representación de las IES con sus categorías (IES que exhiben bajo desempeño)**

Fuente: Elaboración propia

En términos generales todas estas IES deben realizar un gran esfuerzo por mejorar, especialmente en, todos los indicadores de gestión.

La figura 4.4.9 es el gráfico de ejes parciales, representa las proyecciones de las componentes principales normadas de los grupos sobre el plano de las dos primeras componentes principales del AFM, y muestra la relación entre los factores del AFM y las componentes principales obtenidas del ACP de cada grupo por separado.

#### 4. Estudio de los indicadores de desempeño y construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas

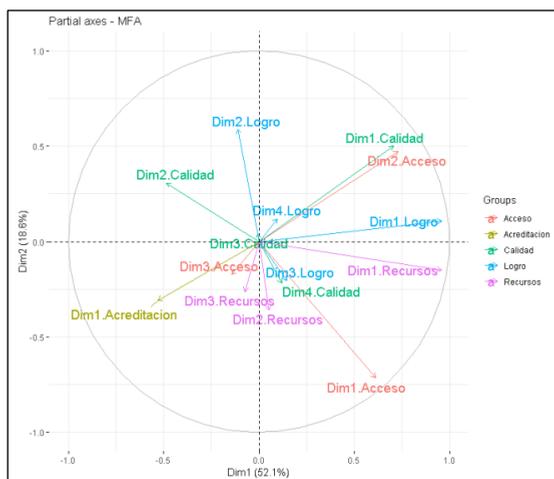


Figura 4.4.9 Gráfico de ejes parciales

Fuente: Elaboración propia

En este gráfico puede observarse que el primer factor del AFM está altamente correlacionado tanto con la primera componente principal del grupo Logro, como con la primera componente principal del grupo Recursos. El segundo factor del AFM se relaciona esencialmente con la segunda componente principal de los grupos Logro y Recursos.

Con lo que podemos volver a corroborar la fuerte relación existente entre las variables del grupo Logro con las del grupo Recursos.

##### 4.4.3.3 Índice sintético de desempeño ( $I_{AFM}$ ) de las IES públicas colombianas.

A continuación, se calcula el valor del índice sintético de desempeño ( $I_{AFM}$ ) de las IES públicas colombianas según el procedimiento propuesto en el apartado 3.2.5, el cuál permitirá realizar un ordenamiento de las universidades y posteriormente la asignación de los recursos establecidos en el Artículo 87 de la Ley 30 de 1992 a cada IES.

4. Estudio de los indicadores de desempeño y construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas

En este trabajo el cálculo del  $I_{AFM}$  se llevará a cabo utilizando las puntuaciones factoriales de las 4 primeras dimensiones del AFM del apartado 4.4.3, debido a que con 4 dimensiones se explica el 85,76% de la varianza contenida en los datos originales. El porcentaje de varianza explicada por los tres primeros factores se muestra en la tabla 4.4.3, el cuarto factor explica el 5,082% de la variabilidad presente en los datos originales.

La tabla 4.4.10 muestra las puntuaciones factoriales de las 32 IES en las 4 primeras dimensiones del AFM.

**Tabla 4.4.10 Puntuaciones 4 primeros factores del AFM**

<b>IES</b>	<b>F1</b>	<b>F2</b>	<b>F3</b>	<b>F4</b>
UNAL	7,9998	-0,1983	-1,4499	0,8322
Pedagógica	-0,1164	1,6534	1,3317	0,8429
UPTC	0,5740	-0,0663	0,1585	-0,2759
Cauca	0,1369	0,3566	-0,1632	-0,7162
Pereira	0,3546	0,3227	0,5125	-0,5636
Caldas	0,0097	0,7363	0,4028	0,2941
Córdoba	-0,6700	-0,4369	0,8127	-0,0206
Surcolombiana	-0,3456	0,9873	0,4383	0,4237
Amazonia	-1,1088	0,5044	-0,1535	0,0656
Militar	-0,0990	-0,6883	1,3476	0,9622
Chocó	-1,7398	-0,7948	-1,4243	0,5779
Llanos	-0,8128	1,0092	0,0470	-0,3215
Cesar	-1,0770	-1,0183	-0,7426	0,0673
Mayor de Cundinamarca	-0,8087	1,4178	0,6230	1,1995
Pacífico	-1,8912	-0,8308	-1,0322	0,1709
UDEA	3,1606	-0,4167	0,3508	-0,4013
Atlántico	0,3112	0,0244	-0,0508	-0,7995
Valle	2,0108	0,0155	0,0452	-0,6276
UIS	1,2016	0,8731	0,2926	-0,4679
Cartagena	0,1909	0,5647	0,3167	0,3247
Nariño	-0,1436	0,6486	-0,0245	-1,0987
Tolima	-0,4668	0,1891	-0,0908	0,1065
Quindío	-0,7130	0,2600	0,1282	0,0619
UFPS-Cúcuta	-0,8371	0,2459	-0,4194	-0,7008
UFPS-Ocaña	1,4894	-0,0489	-0,9327	0,4225

4. Estudio de los indicadores de desempeño y construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas

Pamplona	-0,5990	-1,0694	-0,4923	0,6168
Magdalena	-0,5966	-0,0641	-0,0157	0,1218
Cundinamarca	-1,0284	-0,1807	-0,6283	0,0048
Sucre	-0,8852	0,9698	-0,6084	-0,1927
Guajira	-1,3558	-1,0163	-1,2719	-0,1852
Distrital	0,6186	0,4706	0,9599	-0,6353
UNAD	0,2154	-4,4199	1,7325	-0,0887

Fuente: Elaboración propia.

La transformación exponencial aplicada a las puntuaciones factoriales de la tabla 4.4.10 mediante la expresión (3.46) con  $k = 100$  produce los valores de  $f(F_i)$  que se presentan en las columnas 2 – 5, de la tabla 4.4.11.

Los resultados de la última columna de la tabla 4.4.11 se obtuvieron mediante la suma ponderada de las puntuaciones transformadas  $f(F_i)$  utilizando como ponderador la proporción de varianza explicada por cada dimensión del AFM utilizando la expresión (3.47), de manera que la puntuación transformada del primer factor se ha ponderado por 0,52087, la puntuación transformada del segundo factor se ha ponderado por 0,1863, la puntuación transformada del tercer factor se ha ponderado por 0,09956 y finalmente, la puntuación transformada del cuarto factor se ha ponderado por 0,05082. De manera que la expresión (3.47), aplicada a los datos considerados en este trabajo quedaría como se muestra a continuación:

$$I_{AFM} = 0,5209f(F_1) + 0,1863f(F_2) + 0,09956f(F_3) + 0,05082f(F_4) \quad (4.1)$$

**Tabla 4.4.11 Puntuaciones transformadas de los 4 primeros factores del AFM y el Índice de Desempeño ( $I_{AFM}$ )**

<i>IES</i>	$f(F_1)$	$f(F_2)$	$f(F_3)$	$f(F_4)$	Suma Ponderada ( $I_{AFM}$ )
UNAL	99,983	41,598	12,613	78,464	65,074
Pedagógica	45,062	90,526	86,931	78,691	52,995
UPTC	72,119	47,326	57,756	38,563	54,094
Cauca	56,832	65,346	43,048	25,187	47,345
Pereira	65,277	64,153	70,350	29,174	54,443

4. Estudio de los indicadores de desempeño y construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas

Caldas	50,978	76,296	66,911	63,113	50,640
Córdoba	26,329	32,980	78,039	49,492	30,145
Surcolombiana	36,037	81,557	68,066	67,598	44,181
Amazonia	17,332	70,108	43,458	53,642	29,145
Militar	45,835	25,870	87,137	81,088	41,492
Chocó	9,690	23,357	12,914	72,227	14,356
Llanos	22,958	81,957	52,772	36,891	34,360
Cesar	17,860	18,880	24,556	53,721	17,996
Mayor de Cundinamarca	23,050	88,009	73,452	85,083	40,044
Pacífico	8,469	22,568	18,633	58,278	13,434
UDEA	97,901	33,631	65,147	34,138	65,483
Atlántico	63,739	51,695	48,050	23,254	48,799
Valle	93,373	51,263	52,687	27,426	64,828
UIS	85,115	79,327	63,058	32,003	67,021
Cartagena	59,101	71,857	63,937	64,225	53,804
Nariño	43,877	74,124	49,300	17,499	42,465
Tolima	32,037	59,031	46,202	55,499	35,108
Quindío	25,263	61,834	56,458	53,472	33,020
UFPS-Cúcuta	22,432	61,292	33,543	25,562	27,745
UFPS-Ocaña	88,837	48,137	20,478	67,559	60,716
Pamplona	28,193	17,989	31,257	73,286	24,873
Magdalena	28,259	47,426	49,731	56,175	31,364
Cundinamarca	18,701	42,317	27,409	50,738	22,934
Sucre	21,426	81,232	27,938	41,826	31,205
Guajira	13,758	18,915	14,875	42,131	14,313
Distrital	73,335	69,082	81,046	27,223	60,524
UNAD	60,094	1,596	91,246	46,300	43,037

Fuente: Elaboración propia.

El ordenamiento de las IES públicas colombianas presentado en la tabla 4.4.12 se realiza según el  $I_{AFM}$  de la tabla anterior, la determinación del Porcentaje de los Recursos establecidos en el Artículo 87 de la Ley 30 de 1992 asignado a cada IES se obtiene como el porcentaje de  $I_{AFM}$  de cada IES del sumatorio total de los  $I_{AFM}$  de todas las IES (1.277,046). Por ejemplo, la Universidad Industrial de Santander (UIS) tiene un  $I_{AFM}$  de 67,021 de un total de 1.277,046 en la sumatoria para todas las IES por lo que el porcentaje de los recursos considerados es  $(67,021/1.277,046 = 0,05248)$ . Es decir, que se considera que el porcentaje de la suma global del  $I_{AFM}$ , como un proxy de los recursos a asignar a cada IES.

4. Estudio de los indicadores de desempeño y construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas

**Tabla 4.4.12 Ordenamiento de las IES según el I<sub>AFM</sub> y el porcentaje de recursos Art. 87 Ley 30 de 1992 correspondiente a cada IES**

Orden	IES	I <sub>AFM</sub>	Porcentaje de Recursos Art. 87 Ley 30 1992
1	UIS	67,021	5,248%
2	UDEA	65,483	5,128%
3	UNAL	65,074	5,096%
4	Valle	64,828	5,076%
5	Distrital	60,524	4,739%
6	Pereira	54,443	4,263%
7	UPTC	54,094	4,236%
8	Cartagena	53,804	4,213%
9	Pedagógica	52,995	4,150%
10	Caldas	50,640	3,965%
11	Atlántico	48,799	3,821%
12	Cauca	47,345	3,707%
13	Surcolombiana	44,181	3,460%
14	UNAD	43,037	3,370%
15	Nariño	42,465	3,325%
16	Militar	41,491	3,249%
17	Mayor de Cundinamarca	40,044	3,136%
18	Tolima	35,108	2,749%
19	Llanos	34,359	2,691%
20	Quindío	33,020	2,586%
21	Magdalena	31,363	2,456%
22	Sucre	31,204	2,444%
23	Córdoba	30,145	2,361%
24	Amazonía	29,145	2,282%
25	UFPS- Cúcuta	27,744	2,173%
26	Pamplona	24,873	1,948%
27	Cundinamarca	22,934	1,796%
28	UFPS- Ocaña	20,778	1,627%
29	Cesar	17,996	1,409%
30	Chocó	14,356	1,124%
31	Guajira	14,313	1,121%
32	Pacífico	13,433	1,052%
SUMA		1.277,046	100%

Fuente: Elaboración propia

Los resultados obtenidos mediante la aplicación del I<sub>AFM</sub> indican que, según el índice propuesto, las universidades del Pacífico, Guajira, Chocó, Cesar, UFPS-Ocaña, Cundinamarca y Pamplona como las de más bajo desempeño. En este sentido

4. Estudio de los indicadores de desempeño y construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas

---

existe concordancia con el abandono al que están sometidas las regiones donde se ubican las universidades del Pacífico, Guajira y Chocó por parte del gobierno nacional. Tenemos que tener presente que la primera dimensión del AFM, la cuál representa el 52,09% de la variabilidad existente en los datos, está fuertemente relacionado con el Logro y con los Recursos disponibles al interior de cada IES para el desarrollo de su función misional.

4.4.3.4 Concordancia entre las clasificaciones mediante IPES e  $I_{AFM}$ .

La tabla 4.4.13 siguiente muestra la clasificación realizada por el MEN mediante la aplicación del IPES a las 32 universidades públicas colombianas y las obtenidas mediante el índice propuesto ( $I_{AFM}$ ).

**Tabla 4.4.13 Ordenamiento de las IES según el IPES e  $I_{AFM}$**

<b>IES</b>	<b>Orden IPES</b>	<b>Orden AFM</b>
UNAL	1	3
UDEA	2	2
Distrital	3	5
Cartagena	4	8
Valle	5	4
UNAD	6	14
UPTC	7	7
UIS	8	1
Pereira	9	6
Cauca	10	12
Atlántico	11	11
Magdalena	12	21
Caldas	13	10
Surcolombiana	14	13
Llanos	15	19
Pedagógica	16	9
Nariño	17	15
Tolima	18	18
Militar	19	16
Cesar	20	29
UFPS-Ocaña	21	28

#### 4. Estudio de los indicadores de desempeño y construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas

---

Pamplona	22	26
Amazonia	23	24
Mayor de Cundinamarca	24	17
UFPS-Cúcuta	25	25
Pacífico	26	32
Guajira	27	31
Sucre	28	22
Quindío	29	20
Chocó	30	30
Cundinamarca	31	27
Córdoba	32	23

**Fuente:** Orden IPES (MEN) – Orden  $I_{AFM}$  (Elaboración propia)

Los resultados de las dos clasificaciones muestran que las siguientes universidades son clasificadas en la misma posición por ambos índices: UDEA (2), UPTC (7), Atlántico (11), Tolima (18), UFPS – Cúcuta (25) y Chocó (30).

Por su parte, las universidades de Valle y Surcolombiana mejoran en una posición su clasificación con el  $I_{AFM}$ .

Las siguientes universidades mejoran su posición con el  $I_{AFM}$  en el número entre parentesis: Nariño (2), Pereira (3), Caldas (3), Militar (3), Cundinamarca (4), Sucre (6), UIS (7), Pedagógica (7), Mayor de Cundinamarca (7), Quindío (9) y Córdoba (9).

Por su parte, las siguientes universidades empeoran su clasificación con el  $I_{AFM}$  en el número entre paréntesis: Amazonía (1), Cauca (2), Distrital (2), UNAL (2), Guajira (4), Pamplona (4), Llanos (4), Cartagena (4), Pacífico (6), UFPS – Ocaña (7), UNAD (8), Cesar (9) y Magdalena (9).

Para llevar a cabo una comparación de las clasificaciones obtenidas mediante el modelo actualmente utilizado por el MEN a través del Índice de Progreso de la Educación Superior (IPES) y la obtenida mediante el índice propuesto, Índice

4. Estudio de los indicadores de desempeño y construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas

sintético de desempeño (IAFM), se utilizó el Coeficiente de Concordancia W de Kendall. Los resultados se muestran en la siguiente tabla.

**Tabla 4.4.14 Concordancia entre las clasificaciones IPES e IAFM**

Estadísticos de prueba	
N	32
W de Kendall <sup>a</sup>	0,000
Chi-cuadrado	0,000
gl	1
Sig. asintótica	1,000

a. Coeficiente de concordancia de Kendall

Fuente: Elaboración propia

Los resultados mostrados en la tabla 4.4.13 indican que no tenemos evidencia de que exista concordancia entre la clasificación de las IES públicas colombianas realizadas con el método propuesto (IAFM) y la que actualmente realiza el Ministerio de Educación Nacional de Colombia mediante el Índice de Progreso de la Educación Superior (IPES), por lo tanto los dos métodos son en esencia diferentes.

La siguiente tabla (Tabla 4.4.15) muestra la cantidad de recursos asignado a cada IES según ambos índices, IPES e IAFM. En esta se puede apreciar las diferencias de recursos asignados a cada IES en función de las distintas clasificaciones obtenidas.

**Tabla 4.4.15 Recursos Asignados Art. 87 Ley 30 de 1992 a cada IES según IPES e IAFM (Vigencia 2018)**

IES	IPES (COP)*	IAFM (COP)
UNAL	1.060.513.816,00	978.706.676,13
UDEA	891.998.478,00	984.852.400,94
Distrital	837.689.937,00	910.143.433,71
Cartagena	836.109.502,00	809.123.082,13
Valle	818.250.404,00	974.865.598,13
UNAD	760.666.882,00	647.221.644,15
UPTC	740.673.979,00	813.540.321,84
UIS	739.334.268,00	1.007.898.868,98

4. Estudio de los indicadores de desempeño y construcción de un modelo de asignación de recursos en las universidades públicas colombianas

Pereira	718.569.678,00	818.725.777,15
Cauca	673.183.818,00	711.943.808,56
Atlántico	657.459.320,00	733.837.953,20
Magdalena	624.928.500,00	471.684.379,24
Caldas	601.979.268,00	761.493.714,85
Surcolombiana	599.563.577,00	664.506.495,18
Llanos	582.225.267,00	516.817.045,81
Pedagógica	578.771.812,00	797.023.686,41
Nariño	574.373.311,00	638.579.218,63
Tolima	534.555.115,00	527.956.172,03
Militar	515.906.928,00	623.983.122,20
Cesar	507.545.379,00	270.603.945,58
UFPS-Ocaña	502.301.098,00	312.471.695,85
Pamplona	493.918.082,00	374.120.997,86
Amazonia	479.323.092,00	438.267.000,58
Mayor de Cundinamarca	462.140.113,00	602.281.031,47
UFPS-Cúcuta	455.920.312,00	417.333.125,44
Pacífico	452.792.558,00	202.040.703,16
Guajira	445.082.893,00	215.292.422,28
Sucre	440.122.881,00	469.379.732,43
Quindío	434.194.327,00	496.651.386,28
Chocó	415.017.290,00	215.868.583,98
Cundinamarca	387.188.607,00	344.928.805,01
Córdoba	383.089.542,00	453.439.258,70
SUMA:	19.205.390.034,00	

(COP)\*: Pesos colombianos

Se puede observar que las universidades de Pacífico, Guajira, Chocó, Cesar, UFPS-Ocaña, Magdalena, Pamplona, UNAD, Llanos, Cundinamarca, Amazonía, UFPS-Cúcuta, UNAL, Cartagena y Tolima se les disminuye sus recursos en el modelo propuesto en comparación con el IPES, mientras que a las IES Cauca, Sucre, Distrital, UPTC, UDEA, Surcolombiana, Nariño, Atlántico, Pereira, Quindío, Córdoba, Valle, Militar, Caldas, Mayor de Cundinamarca, UIS y Pedagógica ven aumentados sus recursos. Se puede apreciar que es la Universidad del Pacífico la IES con un mayor impacto porcentual negativo en la nueva clasificación, mientras que Pedagógica presenta el mayor impacto porcentual positivo en la clasificación

propuesta, seguido por UIS y Mayor de Cundinamarca. Finalmente, se puede observar que existen disminuciones desde el 1,23% (Tolima ) hasta el 55,38% (Pacífico) y aumentos en el rango 5,76% (Cauca) hasta 37,71% (Pedagógica).

Cabe destacar, que tal como se indicó antes, las universidades más afectadas en cuanto a la disminución de los recursos procedentes del Artículo 87 de la Ley 30 de 1992 son precisamente las ubicadas en las zonas más abandonadas por el gobierno nacional y con graves casos de corrupción, y que el objetivo, tanto del modelo planteado en esta investigación como en el IPES, es la asignación de recursos del Artículo 87 de la Ley 30 de 1992, el cual se fundamenta en los indicadores de resultados en Logro, Calidad, y Cobertura y Permanencia, de manera que nuestro trabajo revela que la primera dimensión del AFM, (la cuál representa el 52,09% de la variabilidad existente en los datos, y está fuertemente relacionado con las dimensiones de Logro y Recursos disponibles para desarrollar la función misional), indicando que para que se puedan dar buenos resultados en Logros se requiere una fortaleza en Recursos, lo cuál a su vez muestra la necesidad de un mayor fortalecimiento de las IES públicas en cuanto a los recursos asignados para funcionamiento e inversión.

#### **4.4.4 Conclusiones**

Tras el análisis efectuado podemos concluir, por un lado que el Análisis Factorial Múltiple (AFM) es una técnica que aporta mayor información al análisis clásico de Componentes Principales, permitiendo la agrupación de variables de diferente naturaleza. El análisis de estos grupos de variables determinan la posición media de cada individuo en el mapa factorial, enriqueciendo el análisis de la situación estudiada. De esta manera, es posible la caracterización (estudio comparativo) de cada IES según las fortalezas/debilidades que presenten en cada uno de estos grupos,

a la vez que se hace manifiesto la relación existente entre las variables de un mismo grupo y las existentes entre los diversos grupos. De esta manera, se esclarece mucho más el problema considerado, lo que puede contribuir a la mejora en la toma de decisiones en la administración del Sistema Universitario Estatal (SUE) colombiano.

Por otro lado, el AFM constituye una valiosa herramienta para analizar con mayor detalle el comportamiento de una determinada universidad. Este método analiza la trayectoria de las universidades de Colombia en un determinado momento, lo cual permitirá revisar su evolución en el tiempo.

Los resultados más interesantes de este apartado, muestran que dentro de la complejidad del modelo de indicadores de resultados de la educación superior en Colombia, la mayoría de IES tiene similar estructura, siendo distinta y puntuada de mejor manera la UIS, UDEA, UNAL y Valle.

El mejor desempeño en las variables del grupo Logro lo tiene la UNAL, seguida por UDEA. El mejor desempeño en Calidad lo posee la UNAD, mientras que la Universidad Pedagógica tiene el mejor desempeño en Acceso, y el segundo mejor desempeño en Calidad (compartido con la Universidad Militar).

Cabe señalar que la UNAL es la mejor situada en el eje 1 (Logro y Recursos), sin embargo al comparar con el resto de IES se observa que es superada por un varias de ellas en cuanto al desempeño en Calidad y en Acceso.

Entre las IES con más debilidades tenemos Pacífico, Chocó, Guajira, Cesar, Pamplona, Cundinamarca y UFPS-Ocaña. Estas universidades muestran dificultades en los tres grupos de indicadores de resultados, sin embargo hay que resaltar que el desempeño en el grupo Logro está bastante correlacionado con los Recursos de las

IES. Dichas carencias deben ser estudiadas tanto por el ministerio correspondiente como por sus administradores.

La aplicación del AFM permite identificar para cada IES las variables claves sobre las que focalizar los planes de acción con el objetivo de mejorar el desempeño según los indicadores de resultados del IPES, para llevar a cabo sus objetivos misionales, lo que contribuye un aporte importante a la discusión sobre el concepto de desempeño en la educación superior colombiana.

Finalmente, la aplicación de un procedimiento de agregación para la creación de un índice de desempeño basado en AFM ( $I_{AFM}$ ) permite eliminar la arbitrariedad a la hora de determinar la importancia de cada variable en la construcción del índice, de ahí las ventajas del procedimiento propuesto sobre los métodos tradicionales.

Mediante la aplicación del procedimiento propuesto para la creación del índice de asignación de recursos ( $I_{AFM}$ ), se llevó a cabo el ordenamiento de las IES públicas colombianas y posteriormente se presenta una propuesta de asignación de los recursos establecidos en el Artículo 87 de la Ley 30 de 1992.

A continuación se comprueba, mediante el Coeficiente de Concordancia W de Kendall, que las clasificaciones obtenidas por medio del IPES y las obtenidas mediante el índice propuesto ( $I_{AFM}$ ) son independientes.

Tras la estimación de los recursos asignados mediante los dos índices para la vigencia 2018, encontramos, que 15 IES ven disminuidos los recursos a asignar al considerar el modelo propuesto en comparación con IPES, mientras que 17 IES verían incrementados los recursos a recibir. Ésto se entiende a partir del comportamiento de las variables incorporadas en el modelo. Universidades con poco desarrollo en investigación y en programas acreditados, con poca cobertura, que

además se refleja en una baja tasa de graduación, constituiran el grupo con menor desempeño en el modelo y por lo tanto tendrán menos recursos.

No obstante, esta distribución aunque ajustada a la ley, que privilegia el desempeño en sus funciones misionales, tal como lo define el artículo 87 de la ley 30 de 1992, presenta para las IES una dificultad generada también por la ley (artículo 86), ya que en el momento que se definió los recursos presupuestales para las IES se vieron favorecidas las que, en ese momento, tenían mayor presupuesto y eran consideradas de alta complejidad siendo las más grandes y de mayor desarrollo en sus indicadores. Esto significa que desde sus inicios (Ley 30 de 1992) las universidades de provincia se vieron afectadas en la asignación de recursos presupuestales, y el modelo de asignación por indicadores, aunque incentiva a que las IES busquen estrategias para garantizar mayores recursos, ha mantenido la enorme diferencia que aún hoy se observa, no sólo a nivel presupuestal sino en su gestión misional.

Los resultados del AFM han mostrado la alta correlación existente entre las variables referidas a los Recursos con las de Logro (Tasa de Graduación de pregrado, Número ponderado de investigadores, Número ponderado de grupos de investigación y Número de artículos publicados (ponderados) sobre el número de docentes de tiempo completo), por tanto las IES que presentan indicadores bajos en estas variables tienen menor asignación de recursos por gestión en nuestro modelo. Sin embargo, es importante resaltar que sus resultados también dependen de su asignación inicial en el presupuesto. Esto debería cambiar, pero para ello, se requiere un cambio en la articulación de la ley.



# 5. Conclusiones generales y futuras líneas de investigación

## 5.1 Introducción

En el presente apartado se presentan las conclusiones generales del presente trabajo investigativo y las futuras líneas de investigación que pueden derivarse de los hallazgos obtenidos en la misma.

Mediante este trabajo de investigación se ha propuesto la utilización de cuatro herramientas para el estudio de los indicadores de gestión de un sector tan trascendental para el desarrollo de un país como lo es la educación superior en Colombia.

Las ventajas de las herramientas utilizadas en la presente investigación es que nos permite conocer las debilidades y fortalezas de cada una de las IES en cuanto a los indicadores de resultados que, actualmente se están utilizando como medida para la asignación de los recursos establecidos en el Artículo 87 de la Ley 30 de 1992, lo

cual contribuye a intentar orientar a los gestores de las mismas a mejorar mediante el fomento (y focalización) de planes y acciones en pro del avance de las variables en las que se presentan falencias y del fortalecimiento de aquellas en las que se tengan fortalezas.

En este sentido, los responsables de la gestión de cada una IES públicas y del Sistema Universitario Estatal en Colombia tienen a su disposición en los resultados del presente trabajo información relevante que pueden servir de punto de partida para el establecimiento de los futuros planes de mejora.

## **5.2 Conclusiones**

Los resultados obtenidos en este trabajo investigativo permite a los gestores del sistema universitario estatal en Colombia, tanto a nivel institucional como a nivel nacional considerar la magnitud y relaciones de las deficiencias presentadas en las variables de salidas (productos) para cada IES, de modo que permite el conocimiento sobre que variable focalizar los esfuerzos de mejora.

La primera etapa del trabajo investigativo se llevó a cabo mediante los modelos CCR, BCC y SBM del Analisis Envolvente de Datos. En esta etapa del estudio se utilizaron datos de los indicadores de desempeño de las IES públicas colombianas del año 2012. Los resultados muestran que el 43,75% de las 32 IES (14) presentan algún tipo de ineficiencia y, en consecuencia, el 52,25% de ellas (18) son eficientes según el modelo CCR y también lo son según el modelo SBM, no presentando ningún tipo de ineficiencia.

Los resultados del modelo BCC muestran que 23 de las 32 universidades son eficientes administrativamente.

En cuanto al modelo SBM, las universidades de Chocó, Cundinamarca, UFPS – Ocaña, Pacífico, Sucre, Amazonía, Córdoba, Atlántico y Llanos exhiben los más bajos puntajes de eficiencia.

Una de las características más apreciadas del Analisis Envolvente de Datos es que permite determinar la magnitud en que deben mejorarse las variables consideradas para el mejoramiento de la eficiencia.

Los resultados indican que todas las IES ineficientes necesitan aumentar tanto la matricula en postgrados, como el número de revistas indexadas publicadas por la institución. Únicamente, la UIS no requiere mejorar los resultados en las pruebas Saber Pro, corroborando la calidad académica por la que distingue esta universidad. Así mismo, la Universidad de Cartagena es la única IES ineficiente que no debe aumentar la cantidad de artículos publicados en revistas indexadas y la UPTC es la única que no debe aumentar la cantidad de docentes con movilidad internacional.

Tambien se observa que solo dos IES ineficientes requieren aumentar el número de estudiantes matriculados en pregrado.

El estudio del conjunto de referencia, indica que la Universidad Nacional participa como par evaluador del 85,71% (12) de las IES ineficientes, seguida por las universidades Militar y Tolima participando en la evaluación del 64,28% (9) IES ineficientes, y la Universidad Pedagógica con el 57,14% (8) participaciones de IES ineficientes. Esto indica que estas universidades se convierten en modelos a seguir en la gestión de sus recursos para obtener los resultados considerados en las variables de salidas.

Se encontró que las universidades de Amazonía, Llanos y Pacífico presentan una marcada influencia de su ineficiencia de escala en la eficiencia global. De estas, la

universidad del Pacífico exhibe Retornos Crecientes a Escala y es eficiente BCC manera que es administrativamente eficiente con lo cuál una asignación de recursos repercutirá en un aumento de la eficiencia global. Las universidades de Llanos y Amazonía tienen eficiencia de escala por encima de la media y la DMU proyectada en la Frontera Eficiente exhibe Retornos Crecientes a Escala, con lo cual un aumento en los recursos se traduce en un aumento de una mayor proporción en sus productos.

Por otro lado, todas las IES ineficientes presentan ineficiencia de mezcla, lo que indica la necesidad de redistribuir mejor sus recursos y/o productos. Para ello, en una segunda fase del estudio de eficiencia, se determina la magnitud de estas ineficiencias en cada una de las variables tanto de entradas como de salidas. El mejoramiento de la eficiencia de mezcla se traduce en un aumento de la eficiencia global SBM. Las mayores ineficiencias de mezcla se presentan en las universidades de Chocó, Cundinamarca, UFPS-Ocaña, Sucre, Amazonía, Pacífico, Atlántico y Cartagena. De éstas, el mayor impacto (negativo) de la (in)eficiencia de mezcla en la eficiencia global lo presenta la Universidad Tecnológica del Chocó seguida por la Universidad de Cundinamarca.

Tras la aplicación del modelo DEA eficiencia cruzada Pareto óptimo propuesto por Wu, Chu, Sun, y Zhu, 2016, para obtener el ranking de las IES colombianas se obtuvo que las universidades mejor rankeadas son Tolima, Caldas, UNAD, Antioquia, Militar, Nacional, UFPS – Cúcuta y Tecnológica de Pereira. Por su parte, las de más bajo desempeño son Pacífico, Chocó, Amazonía, Mayor de Cundinamarca, Cundinamarca, UFPS – Ocaña, Guajira, Córdoba, Cauca y Llanos.

La aplicación de nuestra implementación InvDEA – AG puede ser de utilidad en el caso de una posible reestructuración del Sistema Universitario Estatal en su

conjunto, de manera que las IES resultantes tengan un nivel mínimo de eficiencia, el cuál podría, eventualmente, establecerse en un 85%.

Mediante la aplicación del Análisis Factorial Múltiple sobre los indicadores de resultados del actual modelo de asignación de los recursos provenientes del Artículo 87 de la Ley 30 de 1992, y otras variables concernientes a los recursos con los que las IES disponen para cumplir con su función misional, ha permitido, en primer lugar, realizar un estudio comparativo del estado actual de cada una de las IES pertenecientes al SUE, y en segundo lugar, obtener un índice alternativo al Índice de Progreso de la Educación Superior (IPES), el cuál puede ser utilizado como alternativa para la asignación de recursos.

Los resultados muestran que con tres componentes se explica el 80,68% de la variabilidad contenida en las variables originales.

Se obtuvo una alta correlación del factor 1 con los cuatro grupos de variables consideradas en el estudio (Recursos, Logro, Acceso y Calidad), lo que se podría interpretar como un eje común a los cuatro grupos, mientras que el factor 2 reduce significativamente su correlación con los cuatro grupos, siendo “Acceso” la categoría de mayor correlación con este segundo factor. La dimensión tres muestra la más alta correlación con el grupo Calidad.

En concreto, el primer factor está altamente correlacionado con las variables de los grupos Logro y Recursos. Por su parte, las variables del grupo Acceso son las más importantes en la definición del segundo factor, mientras que las variables del grupo Calidad definen el tercer factor.

Los resultados muestran que el grupo Acceso es el más multidimensional, seguido por Calidad y Logro, siendo más homogéneo el grupo Recursos.

El mejor desempeño en Logro lo tiene la UNAL seguida por la UDEA. La Universidad Pedagógica Nacional posee el mejor desempeño en Acceso.

Por su parte, las universidades del Pacífico, Chocó, UPFS – Ocaña, Guajira, Cesar, Pamplona y Cundinamarca presentan los más bajos desempeños en el primer factor (Logro), sin embargo, recordemos que este factor también está asociado a los Recursos, es decir, son IES que también presentan bajos recursos.

Las universidades de Guajira, Pamplona, Cesar, Pacífico y Chocó presentan los más bajos desempeños en Acceso.

Las universidades de Chocó, Guajira, Pacífico, Ocaña y Cesar presentan los más bajos desempeños en Calidad.

En términos generales las universidades que exhiben más debilidades son: Pacífico, Chocó, UFPS–Ocaña, Guajira, Cesar, Amazonía, Sucre, Llanos, Pamplona y Cundinamarca, resultados que concuerdan, en gran medida, con los obtenidos mediante la aplicación del Análisis Envoltante de Datos. Indicando que tanto el gobierno nacional como los gestores de estas IES deben generar planes de intervención en pro de mejorar los indicadores de resultados de estas instituciones.

En la actualidad, en el IPES del modelo del SUE, el valor de la ponderación para cada grupo de variables es igual, (1/3 para cada factor, y al interior de este, se pondera igual cada variable), Sin embargo, las universidades a pesar de realizar las mismas actividades tienen resultados diferenciales en su desempeño, en cada una de las variables en algunos casos, a consecuencia de falta de recursos. En el modelo presentado la ponderación se asigna en función de la variabilidad de los datos, tratando de equilibrar la influencia de los grupos de variables. Esta característica permite llegar a la conclusión que este modelo presenta una ventaja, sobre el modelo

utilizado por el SUE donde se asignan las ponderaciones arbitrariamente, sin tener en cuenta la estructura de los datos

A continuación se propuso un Índice Sintético de Desempeño ( $I_{AFM}$ ) mediante la ponderación de las puntuaciones en las cuatro primeras componentes principales de los resultados del Análisis Factorial Múltiple aplicado a los indicadores de resultados y recursos de las IES públicas, ya que estos 4 componentes recojen algo más del 85% de la información contenida en las 15 variables originales. La ponderación de las puntuaciones factoriales se realizó mediante el porcentaje de varianza explicada por cada factor.

El índice propuesto permite eliminar la arbitrariedad a la hora de determinar la importancia de cada variable en la construcción del índice, de ahí las ventajas del procedimiento planteado sobre los métodos tradicionales.

La aplicación del índice propuesto permitió realizar un ordenamiento de las universidades y posteriormente estimar la asignación de los recursos establecidos en el Artículo 87 de la Ley 30 de 1992 a cada IES.

Los resultados muestran a la UIS en el primer lugar del ordenamiento con un 5,25% de los recursos a asignar, seguida por UDEA, UNAL, Valle, Distrital y Pereira, con 5,13%, 5,09%, 5,08%, 4,74% y 4,26% de los recursos por asignar respectivamente.

En las últimas posiciones encontramos a las universidades de Pacífico, Guajira, Chocó, Cesar, UFPS-Ocaña y Cundinamarca, con los porcentajes de los recursos a asignar de 1,05%, 1,12%, 1,12%, 1,41%, 1,63% y 1,79% respectivamente.

Finalmente, se ha realizado una comparación de los resultados del ranking obtenido por el modelo actualmente utilizado por el MEN para la asignación de

recursos provenientes del Artículo 87 de la Ley 30 de 1992 con el obtenido por medio del índice propuesto en la presente investigación, esto se llevó a cabo mediante el Coeficiente de Concordancia W de Kendall, los resultados muestran que los dos índices presentan, en esencia, clasificaciones diferentes y por ende también diferencias en la asignación de recursos.

De manera que, si se comparan los recursos asignados, para la vigencia 2018, por el modelo actual (**IPES**) con los que se asignarían con el modelo propuesto en este trabajo (**IAFM**) se puede determinar que existen disminuciones desde el 1,23% (Tolima) hasta el 55,38% (Pacífico) y aumentos en el rango 5,76% (Cauca) hasta 37,71% (Pedagógica).

En este aspecto, la Universidad del Pacífico vería disminuidos los recursos asignados en más de la mitad, mientras que la Universidad Pedagógica Nacional vería incrementado sus recursos en un monto apreciable. Esto es entendible a partir del comportamiento de las variables incorporadas en el análisis mediante AFM. Universidades con poco desarrollo en investigación y en programas acreditados, con poca cobertura, que además se refleja en una baja tasa de graduación, constituirían el grupo con menor desempeño en el modelo y por lo tanto tendrán menos recursos.

Tras la estimación de los recursos asignados mediante los dos índices para la vigencia 2018, encontramos, que 15 IES ven disminuidos los recursos a asignar al considerar el modelo propuesto en comparación con IPES, mientras que 17 IES verían incrementados los recursos a recibir. Esto se entiende a partir del comportamiento de las variables incorporadas en el modelo. Universidades con poco desarrollo en investigación y en programas acreditados, con poca cobertura, que además se refleja en una baja tasa de graduación, constituirían el grupo con menor desempeño en el modelo y por lo tanto tendrán menos recursos.

Los resultados del AFM han mostrado la alta correlación existente entre las variables referidas a los Recursos con las de Logro (Tasa de Graduación de pregrado, Número ponderado de investigadores, Número ponderado de grupos de investigación y Número de artículos publicados (ponderados) sobre el número de docentes de tiempo completo), por tanto las IES que presentan indicadores bajos en estas variables tienen menor asignación de recursos por gestión en nuestro modelo.

### 5.3 Futuras líneas de investigación

La finalización de esta tesis y los resultados obtenidos en el desarrollo de la misma abren nuevas y relevantes perspectivas que pueden merecer una mayor consideración en un futuro próximo.

El Índice Sintético de Desempeño ( $I_{AFM}$ ) obtenido mediante la ponderación de las puntuaciones en las cuatro primeras componentes principales de los resultados del Análisis Factorial Múltiple ha permitido realizar un ordenamiento de las universidades y posteriormente la asignación de los recursos establecidos en el Artículo 87 de la Ley 30 de 1992 a cada IES.

Una primera línea de investigación que se plantea es aplicar un modelo predictivo-explicativo de Regresión PLS, el cual permitirá, predecir los valores de las ponderaciones de las variables como, por ejemplo, los resultados de las Pruebas Saber Pro, la productividad científica del personal docente, entre otras. Este mismo modelo permitirá conocer las relaciones existentes entre ambos grupos de variables, e identificar la importancia relativa de las mismas. Esto contribuirá al mejor entendimiento del proceso educativo en las IES públicas colombianas.

Así mismo, una segunda posible línea de investigación sería, establecer y plantear un modelo explicativo-causal de Ecuaciones Estructurales, considerando como posibles variables latentes las dimensiones definidas en el IPES por el MEN y, de ser posible, algunas otras definidas en otros estudios u utilizadas en otras regiones del mundo como indicadores del desempeño de las IES. Este modelo contribuirá al entendimiento de las posibles relaciones causales entre las distintas dimensiones consideradas. Igualmente, el modelo permitirá establecer las ponderaciones de cada uno de los indicadores en cada una de las dimensiones establecidas que a su vez serán consideradas como metas del Sistema Universitario Estatal en Colombia.

Por otro lado, el enfoque presentado en el modelo InvDEA - AG puede extenderse a otros objetivos en la función de ajuste del algoritmo genético. El objetivo de eficiencia mínima global puede sustituirse por el objetivo de eficiencia media.

Otra opción es mantener un nivel mínimo de eficiencia para todo el sector, pero al mismo tiempo minimizar la dispersión de los puntajes de eficiencia. Otro posible modelo a probar sería uno en el que no todos los recursos puedan disminuirse, es decir, solo algunos recursos permiten la reducción de sus niveles actuales.

Finalmente, la necesidad de avanzar y profundizar en un análisis más global, mediante el uso de técnicas más potentes de minería de datos, buscando agrupar las universidades que más se parecen según la estructura de los datos utilizados para la asignación de los recursos provenientes del Artículo 87 de la Ley 30 de 1992, y por qué no considerar otras variables no incluidas en el modelo actual de asignación de recursos, como por ejemplo empleabilidad, entre otras.

## 6. Referencias

- Abdollahi, M., Arvan, M. y Razmi, J. (2015). An integrated approach for supplier portfolio selection: Lean or agile?. *Expert Systems with Applications*, 42, 679–690.
- Agasisti, T., Barra, C. y Zotti, R. (2016). Evaluating the efficiency of Italian public universities (2008–2011) in presence of (unobserved) heterogeneity. *Socio-Econ. Plan Sci.*, 55, 47–58
- Agasisti, T. y Dal Bianco, A. (2009). Measuring efficiency of Higher Education institutions. *International Journal of Management & Decision Making*. 10(5), 443-465.
- Aguillo, I., Bar-Ilan, J., Levene, M., & Ortega, J. L. (2010). Comparing university rankings. *Scientometrics*, 85, 243–256
- Aldás, J., Escribá, A. y Safón, V. (2016). La universidad española: Grupos estratégicos y desempeño. Fundacion BBVA.

- Altuzarra, A. y Esteban, M. (2010). Identificación de submercados de vivienda en España”. *Revista de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa*. 10. 19 – 42.
- Amin, G.R. y Al-Muharrami, S. (2016). A new inverse data envelopment analysis model for mergers with negative data. *IMA Journal of Management Mathematics*, 29, 137 - 149.
- Amin, G.R., Al-Muharrami, S. y Toloo, M. (2019). A combined goal programming and inverse dea method for target setting in mergers. *Expert Systems with Applications* 115, 412 – 417.
- Amin, G.R. y Emrouznejad, A. (2007). Inverse linear programming in DEA. *International Journal of Operations Research* 4, 105-109.
- Amin, G.R., Emrouznejad, A. y Gattoufi, S. (2017a). Minor and major consolidations in inverse DEA: Definition and determination. *Computers & Industrial Engineering* 103, 193-200.
- Amin, G.R., Emrouznejad, A. y Gattoufi, S. (2017b). Modelling generalized firms’ restructuring using inverse DEA. *Journal of Productivity Analysis*, 48, 51–61.
- Andersen, P. y Petersen, N. (1993). A procedure for ranking efficient units in data envelopment analysis. *Management Science*, 39, 1261–1264.
- Arakawa, M., Hagiwara, I., Nakayama, H. y Yamakawa, H. (1998). Multiobjective optimization using adaptive range genetic algorithms with data envelopment analysis. In 7th AIAA/USAF/NASA/ISSMO *Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization* (p. 4970).

- Aristovnik, A., Seljak, J. y Mencinger, J. (2014). Performance measurement of police forces at the local level: A non-parametric mathematical programming approach. *Expert Systems with Applications*, 41, 1647–1653.
- Avilés, S., Güemes, D., Cook, W. y Cantú, H. (2015). Time-staged outputs in DEA. *Omega*, 55, 1–9.
- Azadeh, A., Motevali, S., Zarrin, M. y Khaefi, S. (2015). Performance evaluation of Iranian electricity distribution units by using stochastic data envelopment analysis. *Electrical Power and Energy Systems*, 73, 919–931.
- Banker, R. D. y Chang, H. (2006). The super-efficiency procedure for outlier identification, not for ranking efficient units. *European Journal of Operational Research*, 175, 1311–1320.
- Banker, R.D., Charnes, A. y Cooper, W.W. (1984). Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis, *Management Science*, 30(9), 1078-1092.
- Barron, G. (2016). The Berlin Principles on Ranking Higher Education Institutions: limitations, legitimacy, and value conflict. *Higher Educ.*, 33(2), 1–17.
- Beckmann, T. y Forbes, W. (2004). An examination of takeovers, job loss and the wage decline within UK industry. *European Financial Management* 10, 141–165
- Bécue-Bertauta, M. y Pagès, J. (2008). Multiple factor analysis and clustering of a mixture of quantitative, categorical and frequency data. *Computational Statistics and Data Analysis*. 52 3255 – 3268.

- Berkelaar, M. and others (2015). lpSolve: Interface to 'Lp\_solve' v. 5.5 to Solve Linear/Integer Programs. R package version 5.6.13. <https://CRAN.R-project.org/package=lpSolve>
- Bougnol, Marie Laure, Dulá, Jose H., 2015. Technical pitfalls in university rankings. *High. Educ*, 69 (5), 859–866, <http://dx.doi.org/10.1007/s10734-014-9809-y>.
- Calsamiglia, X. (1990). La financiación de las Comunidades Autónomas y el principio de solidaridad. *De Economía Pública*, 6, 3-43
- Carrasco, S. y Arredondo, J. (2006). Aportación del AFM al análisis de las políticas públicas. Una visión de américa latina y el caribe, 1990-2002. *Estudios Económicos de Desarrollo Internacional*. 6. 2.
- Centro Interuniversitario de Desarrollo (CINDA). 2016. Educación Superior en Iberoamérica Informe 2016.
- Centro Interuniversitario de Desarrollo (CINDA). 2011. Educación Superior en Iberoamérica Informe 2011.
- Charnes, A., Cooper, W. y Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research*, 2(6), 429-444.
- Charnes A, Cooper WW, Golany B, Seiford L. y Stutz, J. (1985). Foundations of data envelopment analysis for Pareto-Koopmans efficient empirical production functions. *Journal of Econometrics* 30, 91–107.
- Cheng, Y., y Liu, N. C. (2008). Examining major rankings according to the Berlin principles. *Higher Educ. Europe*, 33(2-3), 201–208.
- Cooper, W. W., Seiford, L. M. y Tone, K. (2007). Data envelopment analysis: A comprehensive text with models, applications, references and DEA-solver software. New York, NY: Springer Science Business Media Inc. p.116.

- Da Silva, G. y Gonçalves, E. (2015). Management of agricultural research centers in Brazil: A DEA application using a dynamic GMM approach. *European Journal of Operational Research*, 240, 819–824.
- de Jorge Moreno, J., Robles, A. G., Martínez, A., Calvo, R. M. y Miron, A. G. (2018). Assessing efficiency in the Spanish public universities through comparative non-radial and radial data envelopment analysis. *Tertiary Education and Management*, 1-16.
- Dentchev, N.A. y Heene, A. (2004). Managing the reputation of restructuring corporations: Send the right signal to the right stakeholder. *Journal of Public Affairs: An International Journal* 4, 56–72
- DeWitte, K. y Rogge, N. (2011). Accounting for exogenous influences in performance evaluations of teachers. *Economics of Education Review*, 30(1), 641–653.
- dos Santos Scholz, M. B., Kitzberger, C. S. G., Prudencio, S. H. y dos Santos Ferreira, R. S. (2018). The typicity of coffees from different terroirs determined by groups of physico-chemical and sensory variables and multiple factor analysis. *Food Research International*, 114, 72-80.
- Doyle, J., y Green, R. (1994). Efficiency and cross-efficiency in DEA: Derivations, meanings and uses. *Journal of the Operational Research Society*, 45, 567–578.
- Du, J., Cook, W. D., Liang, L. y Zhu, J. (2014). Fixed cost and resource allocation based on DEA cross-efficiency. *European Journal of Operational Research*, 235, 206–214.
- Du, X., y Chen, S. (2015). The Application of Factor Analysis Method in Performance Evaluation of Listed Banking Business. *In 2015 International*

*Conference on Education, Management, Information and Medicine*. Atlantis Press.

Elhami, B., Akram, A. y Khanali, M. (2016). Optimization of energy consumption and environmental impacts of chickpea production using data envelopment analysis (DEA) and multi objective genetic algorithm (MOGA) approaches. *Information processing in agriculture*, 3(3), 190-205.

Escoufier, B. y Pagès, J. (1992). Análisis factoriales simples y múltiples: objetivos, métodos e interpretación. Servicio Editorial de la Universidad del País Vasco. Bilbao. España.

Escoufier, B. y Pagès, J. (1994). Multiple factor analysis. *Computational Statistics and Data Analysis*, 18, 121–140.

Fallahpour, A., Olugu, E.U., Musa, S.N., Khezrimotlagh, D. y Wong, K.Y. (2016). An integrated model for green supplier selection under fuzzy environment: application of data envelopment analysis and genetic programming approach. *Neural Computing and Applications* 27(3), 707-725.

Fang, H-H., Lee, H-S., Hwang, S-N. y Chung, C-C. (2013). A slacks-based measure of super-efficiency in data envelopment analysis: An alternative approach. *Omega*, 41, 731–734.

Fang, L. y Li, H. (2015). Centralized resource allocation based on the cost–revenue analysis. *Computers and Industrial Engineering*, 85, 395–401.

Färe, R., Grosskopf, S., Norris, M. y Zhang, Z. (1994). Productivity growth, technical progress, and efficiency change in industrialized countries. *American Economic Review*, 84, 66–83.

- Fernández, K., Landaluce, M. I. y Modroño, J. (2013). Nuevo procedimiento metodológico para el análisis exploratorio de una tabla estructurada en diversos conjuntos de individuos. *Estadística Española*. 55. 182. 305-322.
- Fernández, J. R., López-Campos, J. A., Segade, A., y Vilán, J. A. (2018). A genetic algorithm for the characterization of hyperelastic materials. *Applied Mathematics and Computation*, 329, 239-250.
- Fuentes, R. y Lillo-Bañuls, A. (2015). Smoothed bootstrap Malmquist index based on DEA model to compute productivity of tax offices. *Expert Systems with Applications*, 42, 2442–2450.
- García, A. P. y González, M. (2013). La evaluación de la eficiencia de las universidades públicas de Colombia utilizando el análisis envolvente de datos (AED). Santander: Universidad Industrial de Santander. Recuperado de <http://repositorio.uis.edu.co/jspui/handle/123456789/7194>
- García, I., Gil, C., Pascual, P. y Rapún, M. (1998). Una propuesta metodológica para la ordenación de las infraestructuras regionales. *Rev. Estudios Regionales*, 51, 145–170.
- García, I., y Abascal, E. (2004). A methodology for measuring latent variables based on multiple factor analysis. *Computational statistics & data analysis*, 45(3), 505-517.
- Gattoufi, S., Amin, G.R. y Emrouznejad, A. (2014). A new inverse DEA method for merging banks. *IMA Journal of Management Mathematics* 25, 73 - 87.
- Gómez-Sancho, J. M., & Pérez-Esparrells, C. (2012). International Higher Education Rankings at a glance: How to Valorise the Research in Social Sciences and Humanities? In A. López-Varela (Ed.), *Social Sciences and Humanities. Applications and Theories* (pp. 355–374). London: InTech.

- Gómez Rico, A. F., y Ceballos Vélez, C. D. (2016). Estimación de la eficiencia de la educación superior en Colombia (Master's thesis, Universidad EAFIT).
- González, M., López-Espín, J.J., Aparicio, J., Giménez, D. y Pastor, J.T. (2015). Using genetic algorithms for maximizing technical efficiency in data envelopment analysis. *Procedia Computer Science*, 51, 374-383.
- González Villar, A., Ramoni Perazzi, J., y Orlandoni Merli, G. (2017). Eficiencia de las universidades estatales colombianas. *Comunicaciones en estadística*, 10 (2), 83 – 100.
- González-Garay, A., Pozo, C., Galán-Martín, Á., Brechtelsbauer, C., Chachuat, B., Chadha, D., Hale, C., Hellgardt, K., Kogelbauer, A., Matar, O., McDowell, N., Shah, N., Guillén-Gosálbez, G. (2019). Assessing the performance of UK universities in the field of chemical engineering using data envelopment analysis. *Education for Chemical Engineers*, 29, 29-41.
- Gökşen, Y., Doğan, O. y Özkarakacak, B. (2015). A Data Envelopment Analysis application for measuring efficiency of university departments. *Procedia Economics and Finance*, 19, 226 – 237.
- Grosskopf, S., Hayes, K. y Taylor, L. L. (2014). Applied efficiency analysis in education. *Economics and Business Letters*, 3(1), 19–26.
- Gugler, K. y Yurtoglu, B.B. (2004). The effects of mergers on company employment in the USA and Europe. *International Journal of Industrial Organization*, 22, 481–502.
- Haidar, A.A.M, Zhi, F., Wasim I., Abass, Q, e Iram. R. (2019). Novel approach of Principal Component Analysis method to assess the national energy performance via Energy Trilemma Index. *Energy Reports*, 5, 704-713.

- Holland, J.H. (1975). *Adaptation in natural and artificial systems: An introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence*. University of Michigan Press.
- Hornungová, J. (2014). Factor Analysis: An Instrument for Selection of Social Performance Factors//Análisis factorial: un instrumento de selección de factores sociales de rendimiento. *Revista de métodos cuantitativos para la economía y la empresa*, 17, 121 - 136.
- Hsu, C.M. (2014). An integrated portfolio optimisation procedure based on data envelopment analysis, artificial bee colony algorithm and genetic programming. *International Journal of Systems Science*, 45, 2645-2664.
- Huang, Mu-Hsuan, 2011. A comparison of three major academic rankings for world universities: from a research evaluation perspective. *Journal of Library and Information Studies*, 9 (1), 1–25 <http://jlis.lis.ntu.edu.tw/article/v9-1-1.pdf>
- Huguenin, J-M. (2014). Determinants of school efficiency: the case of primary schools in the State of Geneva, Switzerland. *IDHEAP Working Paper 1/2014. Chair of Public finance*. January 2014.
- Husson, F., Josse, J., Le, S. y Mazet, J. (2013). FactoMineR: multivariate exploratory data analysis and data mining with R. R package version, 1(5).
- IBM Corp. Released 2016. IBM SPSS Statistics for Windows, Version 24.0. Armonk, NY: IBM Corp.
- Jain, V., Kumar, A., Kumar, S. y Chandra, C. (2015). Weight restrictions in data envelopment analysis: a comprehensive genetic algorithm based approach for incorporating value judgments. *Expert Systems with Applications*, 42(3), 1503-1512.

- Josse, J. y Holmes, S. (2016). Measuring multivariate association and beyond. *Statistics surveys*, 10, 132.
- Kao, H.Y., Chan, C.Y. y Wu, D.J. (2014). A multi-objective programming method for solving network DEA. *Applied Soft Computing* 24, 406-413.
- Kassambara, A. y Mundt, F. (2017). Factoextra: Extract and Visualize the Results of Multivariate Data Analyses. R package version 1.0.5. <https://CRAN.R-project.org/package=factoextra>
- Katharaki, M. y Katharakis, G. (2010). A comparative assessment of Greek universities' efficiency using quantitative analysis. *International Journal of Educational Research*, 49(5), 115-128.
- Kendall, M. G., & Smith, B. B. (1939). The problem of m rankings. *The annals of mathematical statistics*, 10(3), 275-287.
- Khalili-Damghani, K., Tavana, M. y Haji-Saami, E. (2015). A data envelopment analysis model with interval data and undesirable output for combined cycle power plant performance assessment. *Expert Systems with Applications*, 42, 760–773.
- Kivinen, Osmo, Hedman, Juha, Artukka, Kalle, 2017. Scientific publishing and global university rankings. How well are top publishing universities recognized? *Scientometrics*, 112 (1), 679–695.
- Kubo, K. y Saito, T. (2012). The effect of mergers on employment and wages: Evidence from Japan. *Journal of the Japanese and International Economies*, 26, 263–284

- Kuah, C. T., Wong, K. Y., y Wong, W. P. (2012). Monte Carlo data envelopment analysis with genetic algorithm for knowledge management performance measurement. *Expert Systems with Applications*, 39(10), 9348-9358.
- Kwon, H-B. y Lee, J., (2015). Two-stage production modeling of large U.S. banks: A DEA-neural network approach. *Expert Systems with Applications*, 42, 6758–6766.
- Lê, S. y Worch, T. (2014). Analyzing sensory data with R. CRC Press. 290.
- Lin, R. C., Sir, M. Y. y Pasupathy, K. S. (2013). Multi-objective simulation optimization using data envelopment analysis and genetic algorithm: Specific application to determining optimal resource levels in surgical services. *Omega*, 41(5), 881-892.
- Liu, Nian Cai, Cheng, Ying, 2005. The academic ranking of world universities. *High Educ. Eur*, 30 (2), 127–136.
- Lozano, S. (2015). A joint-inputs Network DEA approach to production and pollution-generating technologies. *Expert Systems with Applications*, 42, 7960–7968.
- Marginson, Simon, Van Der Wende, Marijk, 2006. The impact of global rankings in higher education. *J. Stud. Int. Educ*, 114 (3), 306–329.
- Marozzi, M. (2009). A composite indicator dimension reduction procedure with application to university student satisfaction. *Statistica Neerlandica*, 63(3), 258-268.
- Marozzi, M. (2012). Tertiary student satisfaction with socialization: A statistical assessment. *Quality & Quantity*, 46(4), 1271-1278.

- Mejía, J., Sánchez, P. y Visbal, D. (2006). Evaluación docente mediante BSC y DEA. *Revista Educación en Ingeniería*, 1(2), 70-86.
- Melo-Becerra, L. A., Ramos-Forero, J. E., y Hernández-Santamaría, P. O. (2017). Higher Education in Colombia: Current Situation and Efficiency Analysis. *Desarrollo y Sociedad*, 78, 59-111.
- MEN - Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (1992). Ley 30 de 1992.
- MEN - Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (2018). Propuesta metodológica para la distribución de recursos artículo 87 de la ley 30 de 1992. Vigencia 2018
- MEN - Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (2015). Propuesta metodológica para la distribución de recursos artículo 87 de la ley 30 de 1992. Vigencia 2015
- MEN - Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (2018). Modelo de Indicadores del Desempeño de la Educación (MIDE Universitario 2018).
- Meredith, M. (2004). Why do universities compete in the ratings game? An empirical analysis of the effects of the US News and World Report college rankings. *Research in Higher Education*, 45(5), 443-461.
- Microsoft Corporation y Weston, S. (2018). doParallel: Foreach Parallel Adaptor for the 'parallel' Package. R package version 1.0.14. <https://CRAN.R-project.org/package=doParallel>
- Morillo, D., Moreno, L., y Díaz, J. (2014). Metodologías Analíticas y Heurísticas para la Solución del Problema de Programación de Tareas con Recursos Restringidos (RCPSP): una revisión Parte 1. *Ingeniería y Ciencia*, 10(19), 247-271.

- Murillo, I. R. (2014). Eficiencia de la educación superior en Colombia: un análisis mediante fronteras. *Revista CIFE: Lecturas de Economía Social*, 16(24), 163-194.
- Næs, T., Berget, I., Hovde, K., Ares, G. y Varela P. (2017). Estimating and interpreting more than two consensus components in projective mapping: INDSCAL vs. multiple factor analysis (MFA). *Food Quality and Preference*, 58. 45–60.
- Nakhjirkan, S., Rafiei, F. M. y Kashan, A. H. (2019). Developing an integrated decision making model in supply chain under demand uncertainty using genetic algorithm and network data envelopment analysis. *International Journal of Mathematics in Operational Research*, 14(1), 53-81.
- NTU, 2018. NTU Ranking. <http://nturanking.lis.ntu.edu.tw/>
- Omrani, H., Gharizadeh, R. y Shafiei, S. (2015). Performance assessment of Iranian electricity distribution companies by an integrated cooperative game data envelopment analysis principal component analysis approach. *Electrical Power and Energy Systems*, 64, 617–625.
- Onat, N. C., Kucukvar, M., y Afshar, S. (2019). Eco-efficiency of electric vehicles in the United States: A life cycle assessment based principal component analysis. *Journal of Cleaner Production*, 212, 515-526.
- Osorio Tangarife, M. P., Rodríguez Arias, N., y Salamanca Grosso, G. (2017). Técnicas de análisis multivariado, modelamiento factorial múltiple y PLS-PATH para estudio y clasificación de tipos de mieles venezolanas de los estados de Lara y Yaracuy. *Ciencia en Desarrollo*, 8(1), 129-143.
- Pagès, J. (2004). Multiple Factor Analysis: Main Features and Application to Sensory Data. *Revista Colombiana de Estadística*, 27(1), 1–26.

- Pagès, J. (2005). Collection and analysis of perceived product inter-distances using multiple factor analysis: Application to the study of 10 white wines from the Loire Valley. *Food quality and preference*, 16(7), 642-649.
- Pagès, J. (2015). Multiple factor analysis by example using R. Chapman and Hall/CRC.
- Palomares, D., García, A. y Castro, E. (2008). Evaluación de las instituciones de educación superior: revisión bibliográfica de sistema de indicadores. *Revista Española de Documentación Científica*, 31(2), 205-229.
- Pendharkar, P.C. (2002). A potential use of data envelopment analysis for the inverse classification problem. *Omega*, 30, 243-248.
- Pendharkar, P.C. (2018). A hybrid genetic algorithm and DEA approach for multi-criteria fixed cost allocation. *Soft Computing*, 22, 7315-7324.
- Pedraja-Chaparro, F., Salinas-Jimenez, J., y Smith, P. (1999). On the quality of the data envelopment analysis model. *The Journal of Operational Research Society*, 50(6), 636-644.
- Pezzella, F., Morganti, G., y Ciaschetti, G. (2007). A genetic algorithm for the flexible job-shop scheduling problem. *Computers and Operations Research*, 35(10), 3202–3212.
- Puri, J., y Yadav, S. P, (2015). Intuitionistic fuzzy data envelopment analysis: An application to the banking sector in India. *Expert Systems with Applications*, 42, 4982–4998.
- R Core Team (2019). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL <https://www.R-project.org/>.

- Ramzi, S., y Ayadi, M. (2016). Assessment of Universities Efficiency Using Data Envelopment Analysis: Weights Restrictions and Super-Efficiency Measure. *Journal of Applied Management and Investments*, 5(1), 40-58.
- Rauhvargers, A. (2011). Global University Ranking and their impact: EUA Report on Rankings. Brussels: European University Association. Technical report.
- Robert P. y Escoufier Y. (1976). A unifying tool for linear multivariate statistical methods: the RV-coefficient. *Applied Statistics*, 25, 257–265.
- Scrucca, L. (2017). On some extensions to GA package: hybrid optimisation, parallelisation and islands evolution. *The R Journal*, 9(1), 187-206. <https://journal.r-project.org/archive/2017/RJ-2017-008>
- Selim, S., y Bursalioglu, S. A. (2015). Efficiency of higher education in Turkey: A bootstrapped two-stage DEA approach. *International Journal of Statistics and Applications*, 5(2), 56-67.
- Sexton, T. R., Silkman, R. H. y Hogan, A. J. (1986). Data envelopment analysis: Critique and extensions. In R. H. Silkman (Ed.), *Measuring efficiency: An assessment of data envelopment analysis* (pp. 73–105). San Francisco, CA: Jossey-Bass.
- Silva J., Bernal E. y Hernández C. (2013). Modelo de aseguramiento interno de la calidad para las instituciones de educación superior en el marco del mejoramiento continuo de la calidad de la educación superior en Colombia. Ministerio de Educación Nacional. [www.cna.gov.co/1741/articles-186502\\_Modelo\\_aseguramiento.pdf](http://www.cna.gov.co/1741/articles-186502_Modelo_aseguramiento.pdf)
- Simm, J. and Besstremyannaya, G. (2016). rDEA: Robust Data Envelopment Analysis (DEA) for R. R package version 1.2-5. <https://CRAN.R-project.org/package=rDEA>

- Sistema Universitario Estatal (SUE). 2012. Desfinanciamiento de la educación superior en Colombia, la realidad de la crisis en el sistema de financiación de las Universidades Estatales. Diciembre de 2012.
- Soto, J., Arenas, W., & Trejos, A. (2005). La producción académica como uno de los indicadores del desempeño de las universidades públicas colombianas desde la perspectiva del análisis envolvente de datos. *Revista Scientia et Technica*, 11(28), 109-114.
- Stanimirova, I., Walczak, B., y Massart, D. L. (2005). Multiple factor analysis in environmental chemistry. *Analytica Chimica Acta*, 545(1), 1-12.
- Stolz, I., Hendel, D. D., & Horn, A. S. (2010). Ranking of rankings: benchmarking twenty-five higher education ranking systems. *Higher Educ.*, 60, 507–528
- Tam, V. W., Tam, C. M., Yiu, K. T., y Cheung, S. O. (2006). Critical factors for environmental performance assessment (EPA) in the Hong Kong construction industry. *Construction Management and Economics*, 24(11), 1113-1123.
- Thanassoulis, E., Khanjani, R., Maniadakis, N. (2015). A cost Malmquist productivity index capturing group performance. *European Journal of Operational Research*, 241, 796–805.
- Thanassoulis, E., Kortelainen, M., Johnes, G. y Johnes, J. (2011). Costs and efficiency of higher education institutions in England: a DEA analysis. *The Journal of the Operational Research Society*, 62(7), 1282-1297.
- Times Higher Education. 2018. World University Rankings 2018. Times Higher Education (THE). 2018 <https://www.timeshighereducation.com/world-university-rankings>

- Tomic, O., Berget, I. y Næs, T. (2015). Comparison of generalised procrustes analysis and multiple factor analysis for projective mapping data. *Food Quality and Preference*, 43, 34–46.
- Tone, K. (2001). A slacks-based measure of efficiency in data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research*, 130(3), 498-509.
- Tone, K. (2002). A Slacks-based Measure of Super-efficiency in Data Envelopment Analysis. *European Journal of Operational Research*, 143(1), 32-41.
- Tsolas, I. E. y Charles, V. (2015). Incorporating risk into bank efficiency: A satisficing DEA approach to assess the Greek banking crisis. *Expert Systems with Applications*, 42, 3491–3500.
- Tzeremes, N. G. (2015). Efficiency dynamics in Indian banking: A conditional directional distance approach. *European Journal of Operational Research*, 240, 807–818.
- Udhayakumar, A., Charles, V. y Kumar, M. (2011). Stochastic simulation based genetic algorithm for chance constrained data envelopment analysis problems. *Omega*, 39(4), 387-397.
- URAP, 2015. URAP - University Ranking by Academic Performance. 2015. <http://www.urapcenter.org/2018/index.php>
- Usher, A., & Savino, M. (2006). A world of difference: A global survey of university league tables. Toronto, Canada: Educational Policy Institute.
- Visbal-Cadauid, D., Mendoza, A, y Causado, E. (2016). Eficiencia en las instituciones de educación superior públicas colombianas: una aplicación del análisis envolvente de datos. *Civilizar: Ciencias Sociales y Humanas*, 16(30), 105-118.

- Visbal-Cadavid, D., Mendoza, A., y Orjuela, S. (2017). Predicción de la eficiencia de las instituciones de educación superior colombianas con análisis envolvente de datos y minería de datos. *Pensamiento & Gestión*, (42), 140-161.
- Vitelleschi, M.S. y Chavasa, V. (2015). Análisis factorial múltiple para la caracterización de variedades de trigo pan en diferentes ambientes. *Revista FABICIB*, 19. 113–120.
- Wang, D. T. C., Ochoa, L. F. y Harrison, G. P. (2010). Modified GA and data envelopment analysis for multistage distribution network expansion planning under uncertainty. *IEEE Transactions on Power Systems*, 26(2), 897-904.
- Wanke, P. y Barros, C. (2014). Two-stage DEA: An application to major Brazilian Banks. *Expert Systems with Applications*, 41, 2337–2344.
- Wei, Q., Zhang, J. y Zhang, X., (2000). An inverse DEA model for inputs/outputs estimate. *European Journal of Operational Research*, 121, 151 - 163.
- Wen, M., You, C. y Kang, R. (2010). A new ranking method to fuzzy data envelopment analysis. *Computers and Mathematics with Applications*, 59(11), 3398-3404.
- West, P. (2009). A Faustian bargain? Institutional responses to national and international rankings. *Higher Educ. Manage. Policy*, 21(1), 9–18.
- Whittaker, G., Confesor Jr, R., Griffith, S. M., Färe, R., Grosskopf, S., Steiner, J. J., Mueller-Warrant, G. W. y Banowetz, G. M. (2009). A hybrid genetic algorithm for multiobjective problems with activity analysis-based local search. *European Journal of Operational Research*, 193(1), 195-203.

- Wijesiri, M. y Meoli, M. (2015). Productivity change of microfinance institutions in Kenya: A bootstrap Malmquist approach. *Journal of Retailing and Consumer Services*, 25, 115–121.
- Woo, C., Chung, Y., Chun, D., Seo, H. y Hong, S. (2015). The static and dynamic environmental efficiency of renewable energy: A Malmquist index analysis of OECD countries. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 47, 367–376.
- Wu, J., Tang, L., Huang, H. y Lu, Y. (2011). Multi-objective Economic Scheduling for Hydrothermal Power Systems Based on Genetic Algorithm and Data Envelopment Analysis [J]. *Power System Technology*, 5.
- Wu, J., Chu, J., Sun, J. y Zhu, Q. (2016). DEA cross-efficiency evaluation based on Pareto improvement. *European Journal of Operational Research*, 248, 2, 571 - 579.
- Yang, G-L., Yang, J-B., Liu, W-B. y Li, X-X. (2013). Cross-efficiency aggregation in DEA models using the evidential-reasoning approach. *European Journal of Operational Research*, 231, 393–404.
- Zárraga, A. y Goitisoló, B. (2009). Simultaneous analysis and multiple factor analysis for contingency tables: Two methods for the joint study of contingency tables. *Computational Statistics and Data Analysis*, 53. 3171–3182.
- Zerafat, M., Mustafa, A. y Jalal, M. (2013). Cross-ranking of Decision Making Units in Data Envelopment Analysis. *Applied Mathematical Modelling*, 37, 398–405.

- Zhang, G., Gao, L., y Shi, Y. (2011). An effective genetic algorithm for the flexible job-shop scheduling problem. *Expert Systems with Applications*, 38, 3563–3573.
- Zhang, X., y Shi, W. (2019). Research about the university teaching performance evaluation under the data envelopment method. *Cognitive Systems Research*, 56, 108-115.