FACULTAD DE ADMINISTRACIÓN Y DIRECCIÓN DE EMPRESAS. UPV

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Cálculo del coste de los recursos propios en la bolsa española mediante el modelo de 3 factores de Fama y French

Laura García Gómez

Grado en Administración y Dirección de Empresas

Tutor: Francisco Javier Ribal Sanchis

Curso Académico 2019 – 2020

Índice

Índice de figuras

Índice de Tablas

1. Introducción

Los modelos de valoración de activos son modelos matemáticos que ayudan a entender la relación entre la rentabilidad de un activo y su riesgo empleando conceptos estadísticos y métodos econométricos. Actualmente, uno de los desafíos que la gestión financiera debe afrontar es la búsqueda de modelos que detallen dicha relación de forma precisa. Si miramos las prácticas más comunes veremos que el modelo más usado es el conocido como CAPM (Capital Asset Pricing Model) el cual establece la relación entre el riesgo sistemático de un activo y su rendimiento. Sin embargo, aunque este modelo se utiliza en mayor medida en la valoración de empresas y el análisis de inversiones cuando intentamos demostrarlo empíricamente vemos que tiende a errar en la explicación de los rendimientos medios transversales.

Partiendo de este "fallo" en el CAPM Eugene Fama y Kenneth French ampliaron la relación entre riesgo y rendimiento con la creación del modelo de 3 factores de Fama y French. Este modelo extiende el CAPM añadiendo el riesgo de tamaño de empresa así como el riesgo de valor. Incluyendo estas variables mejora la explicación de la volatilidad de los rendimientos transversales medios la cual, en el modelo anterior, en teoría, debería ser capturada por la beta de mercado. Al incluir estos factores la explicación empírica de los rendimientos mejora lo que hace que los autores concluyan que si el mercado actúa de forma racional el riesgo debe ser evaluado como multidimensional.

Sin embargo, aunque empíricamente el modelo de 3 factores se mostrado una mayor capacidad de explicar los rendimientos que el CAPM su uso es residual. En este trabajo veremos la aplicación práctica del modelo de 3 factores de Fama y French mediante el cálculo del coste de los recursos propios en la bolsa española con el fin de determinar la dificultad de su aplicación en la práctica profesional y en el ámbito corporativo analizando así el motivo de su menor uso.

Para una mejor comprensión de cómo se ha desarrollado este trabajo, hemos detallado los distintos procesos y subprocesos llevados a cabo. En primer lugar, partiendo de un enfoque teórico, se detallan los diferentes modelos factoriales de valoración de activos para así estudiar la evolución del modelo en cuestión desde su predecesor, el CAPM. Tras un estudio detallado del mismo en el que entenderemos su base teórica y el porqué de sus detractores abriremos paso al modelo de 3 factores de Fama y French, el cual también se desarrollará en detalle.

A continuación, se analiza el uso en el ámbito profesional de la valoración del uso del CAPM con respecto al modelo de 3 factores de Fama y French, para finalizar con una aplicación práctica del último.

Para esta primera parte ha sido crucial el trabajo de búsqueda y recopilación de información realizada a través de recursos como Google Scholar y el Servicio de Biblioteca y Documentación Científica de la UPV. A través de los cuales se han consultado libros y revistas científicas para poder adquirir una mejor comprensión de los modelos de valoración de activos y su aplicación y uso corporativo.

En segundo lugar, la aplicación práctica se ha llevado a cabo mediante la programación del modelo en R, lenguaje de programación con gran capacidad estadística, mediante el cual se han aplicado técnicas estadísticas para la obtención de los coeficientes del modelo. El modelo se ha creado y ajustado empleando datos extraídos de la plataforma de internet Yahoo! Finance y posteriormente ha sido adaptado a la bolsa española. Para un mejor uso y comprensión de este lenguaje de programación se han consultado webs y libros especializados en este lenguaje de programación.

2. Objetivos

El objetivo principal de este Trabajo de Final de Grado es la construcción del modelo de tres factores Fama y French para su aplicación en el cálculo del coste de los recursos propios en la bolsa española para el periodo Enero del 2001 a Abril del 2019.

Los resultados obtenidos permitirán comprender mejor los factores de riesgo que afectan al rendimiento de los valores cotizados proporcionándonos así una perspectiva más realista de la relación entre riesgo y rendimiento.

El objetivo principal del trabajo se puede desglosar en los siguientes objetivos secundarios:

1. Comprender a nivel teórico del modelo de valoración de activos CAPM
2. Comprender a nivel teórico del modelo de tres factores Fama y French
3. Comprender los componentes de riesgo de un activo y su representación como factores dentro de un modelo.
4. Aplicar el modelo de tres factores Fama y French a nivel corporativo

3. Modelos de valoración de activos

La relación entre riesgo y rentabilidad es una constante en el mundo de las finanzas. Por ello, modelos de valoración de activos ayudan a entender y cuantificar esta relación entre la rentabilidad de un activo y su riesgo. Gracias a esto, y aplicando métodos estadísticos, podemos obtener la rentabilidad exigida a una inversión en función de su nivel de riesgo.

Si aplicamos la teoría moderna de carteras, en algunos casos, especialmente aquellos donde *n* es muy grande, resulta demasiado complejo definir esta relación. Pues teniendo *n* valores medios, *n* varianzas y *n(n-1)/2* covarianzas necesitamos un total de *2n + n(n-1)/2* parámetros para ello. De ahí que surja la necesidad de simplificarlo.

De esta necesidad surge la idea de parametrizar el riesgo a través de los factores que lo determinan. Es decir, se intenta explicar los rendimientos a partir de variables que en principio no tendrían lugar en la teoría moderna de carteras pero que empíricamente tienen un considerable poder explicativo sobre los rendimientos. Especialmente en el análisis de los rendimientos transversales.

Estas nuevas variables son los factores de riesgo y, como explicaremos más adelante, dependerán del tipo de activo y su mercado pudiendo diferenciar así entre factores del mercado de valores y factores del mercado de bonos y obligaciones.

3.1. Modelos de un factor

Los modelos de un factor constituirían la clase más simple de modelos de valoración donde los rendimientos intentan ser explicados por un único factor de riesgo. Si suponemos n acciones indexadas por i, tal que, su rendimiento es R_i para $i = 1, 2, \dots, n$ estos modelos tomaría la siguiente forma:

$$R_i = a_i + b_i f + e_i$$

Donde a_i y b_i son constantes y e_i representa el error cuyo valor esperado es cero, $E(e_i)=0$. Con respecto al error también deberemos asumir que no está correlacionados entre sí, $E(e_i e_j)=0$, ni con el factor, $E[(f-\acute{f})e_i]=0$. Además, se asume que la varianza el conocida y se puede denotar como $\sigma_{e_i}^2$. Estas asunciones, aunque irreales son necesarias para el análisis del modelo. En la figura 1 podemos ver como se representaría el modelo gráficamente.

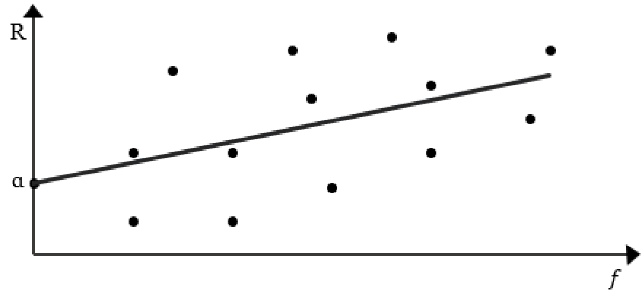


Figura 1: Representación de un modelo de un solo factor

Como en otras regresiones lineales vemos que el modelo genera una línea de tendencia cuya pendiente (b_i) se interpreta como la sensibilidad de los rendimientos a el factor considerado (f) y el intercepto (a_i) como el rendimiento obtenido siendo ese factor de riesgo nulo. A parte, el error (e_i), representado como la distancia de los puntos a la línea, sería la representación del riesgo diversificable y por tanto, en una cartera adecuadamente diversificada, este será estadísticamente cero. En otras palabras, si representamos el riesgo la cartera como:

$$\sigma^2 = b^2 \sigma_f^2 + \sigma_e^2$$

Para,

σ_f^2= varianza del factor de riesgo.

σ_e^2= varianza del error.

Supondremos, para mayor simplicidad, que $\sigma_{e_i}^2$ en igual para todo i ($\sigma_{e_i}^2 = s$) y que la cartera está compuesta por acciones con el mismo peso relativo, *1/n*. Esto resultará en:

$$\sigma_{e_i}^2 = \frac{1}{n} s^2$$

Viendo esta ecuación resulta evidente que si tiende a infinito *(n → ∞)* la varianza del error tenderá a cero ($\sigma_{e_i}^2 \to 0$). Esto nos indica que parte del riesgo es diversificable, el riesgo no sistemático, pero que queda un parte del riesgo, no diversificable o sistemático, que va ligado a que el factor afecte al rendimiento y que por tanto no podemos eliminar.

Por último, podemos ver que para este modelo hemos necesitado solo *3n + 2* parámetros, considerablemente menos que los *2n + n(n-1)/2* necesarios para el análisis de la varianza y la media. Lo cual simplifica notablemente la necesidad de información y el esfuerzo en su recolecta. El CAPM, sería un caso especial de este tipo de modelos el cual desarrollaremos más adelante y compararemos al Fama y French en su uso empresarial.

3.2. Modelos multifactoriales

Siguiendo el mismo razonamiento podemos extender el modelo incluyendo dos o más factores en él. Si suponemos n acciones indexadas por i, tal que, su rendimiento es R_i para $i = 1, 2, \ldots, n$ estos modelos tomaría la siguiente forma:

$$R_i = a_i + b_{1i} f_1 + b_{2i} f_2 + e_i$$

Además, de forma similar al anterior modelo a_i, b_{1i}, b_{2i} son constantes y e_i representa el error cuyo valor esperado es cero, $E(e_i) = 0$. Con respecto al error también deberemos asumir que no está correlacionados entre sí, $E(e_i e_j) = 0$, ni con ninguno de los factores. Cabe resaltar que no se asume que los factores no estén correlacionados entre sí.

Generalmente la inclusión de un segundo factor se da con motivo de la mejora de un modelo el cual o tenía un error elevado o presentaba correlación en el error. Este factor adicional puede ser una variable exógena, una variable extraída de la información que ya poseemos o una variable que exprese alguna característica de la empresa (Price-earning ratio, dividend-payouy ratio…).

3.3. Otros modelos multifactoriales

A partir de los modelos multifactoriales se ha desarrollado una teoría alternativa al CAPM para la valoración de activos la cual se desvincula de la idea de que los inversores valoran sus carteras de inversión a través de su valor esperado (su media) y su volatilidad (su varianza). El modelo fue desarrollado por Ross y Roll (1978) y se denomina Arbitrage Pricing Theory (APT).

En el presente trabajo sólo desarrollamos a continuación el fundamento del CAPM y del modelo de tres factores de Fama y French.

4. Capital Asset pricing model (CAPM)

El Capital Asset Pricing Model (CAPM) es un modelo de valoración de activos desarrollado por Sharpe (1964) y Lintner (1965) (Richard A. Brealey) a partir del modelo de cartera eficiente de Markowitz y la teoría moderna de carteras. Este modelo se determina por la siguiente ecuación:

$$E(R_p)=r_f+\beta(r_m-r_f)$$

Siendo $E(R_p)$ el rendimiento esperado de la cartera, el cual tratamos de estimar, r_f la tasa libre de riesgo y r_m el rendimiento del mercado, el cual estimamos a partir de la creación de una cartera que simule el mercado. Por último, como elemento distintivo del modelo encontramos la beta, β, sobre la cual se estudiará más adelante.

Pero primero, para entender el CAPM debemos empezar entendiendo las teorías mencionadas previamente. La teoría moderna de selección de carteras fue originada en 1952 por Markowitz. Sus principales aportaciones fueron demostrar la importancia de la diversificación y como reducir la varianza, como medida de riesgo, de una cartera de valores al crear la misma con acciones que varíen de forma opuesta. Para ello asume la racionalidad de los inversores y descompone el riesgo, como veremos a continuación.

En su modelo, Markowitz, establece que los inversores actúan de forma racional y por tanto siempre buscaran maximizar su rendimiento y minimizar su riesgo. Objetivos, según la teoría económica, claramente opuestos entre sí. Por ello se asume que los inversores tienen aversión al riesgo, puesto que estarían a favor de reducir o limitar su rendimiento para reducir el riesgo.

Este riesgo, llamado volatilidad, se basa en cuanto varía el rendimiento de una acción durante un periodo temporal, o en otras palabras, como es la dispersión de la distribución de los rendimientos. Cuanto más fluctúe su rendimiento, mayor será la dispersión de su distribución y por ende mayor será el riesgo. Para estimarlo, debemos tener en cuenta que la distribución de los rendimientos de las acciones típicamente presenta una distribución similar a la normal y que por tanto pueden ser definida sólo con dos parámetros, la media y la desviación estándar. De esto podemos deducir que el riesgo puede ser estimado mediante la desviación típica o, su cuadrado, la varianza.

Si vamos un paso más allá, y tomamos los rendimientos de un conjunto de acciones, una cartera, y calculamos el rendimiento de la misma tal que:

$$R_P=\sum_{i=1}^{n} w_i R_i$$

Para,

R_P= Rendimiento de la cartera

w_i= Peso de la acción i en la cartera

R_i= Rendimiento de la acción i en la cartera

Veremos como la distribución de estos rendimientos a corto plazo también es similar a una distribución normal y por tanto es razonable que sea definida por dos parámetros, la media y la desviación estándar. La media como estimación del rendimiento medio de la cartera y la desviación estándar como estimación de la volatilidad.

Si comparamos la volatilidad de la cartera con la de las acciones que la forman veremos como la volatilidad se ha reducido conforme hemos añadido las acciones. Como vemos en la figura 2 para un determinado escenario la volatilidad desciende siendo 20% la volatilidad para cada activo y disminuye hasta que a partir de más o menos 30 acciones deja de ser significante la variación. Por ello podemos asumir que una cartera está bien diversificada cuando posee 30 o más activos.

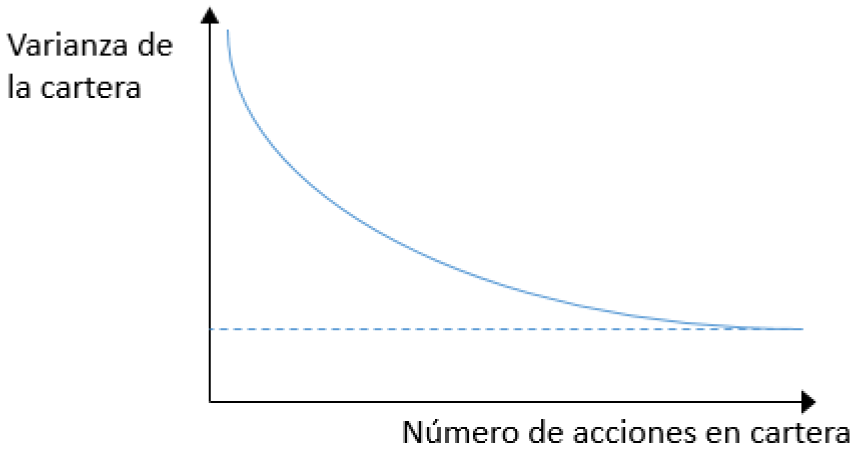


Figura 2: Representación de la reducción de la varianza mediante diversificación

Esto se debe a que hay una parte del riesgo que no es compartida entre las acciones, sino que es un riesgo no sistemático o especifico asociado a esa acción en particular por diferentes factores. Este riesgo se podría ver como ruido blanco presente en la distribución de los rendimientos de un activo particular, el cual, al ser agregado en un modelo su valor esperado es cero.

Este hecho nos demuestra que hay un parte del riesgo que desaparece cuando un activo se agrupa en una cartera una parte del riesgo desaparece, la parte no sistemática. Por otro lado, si seguimos la extensión lógica de este argumento, el riesgo restante sería el común para todas las acciones, el riesgo sistemático. Y, por tanto, si la cartera tuviera las suficientes acciones su volatilidad acabaría coincidiendo con la del mercado

4.1. Estimación del riesgo de una cartera de inversión

Tras adquirir una idea de porque la diversificación reduce el riesgo, profundicemos en el concepto. Para ello, veremos cómo se estima el riesgo para una cartera. Teniendo claro que el riesgo de una cartera de inversión depende directamente del riesgo de los activos individuales que soporta y partiendo de que tenemos dos activos de peso 40% y 60% podemos deducir que su rendimiento será el siguiente:

$$Rendimiento\,esperado(Rp) = R_1 * 40\% + R_2 * 60\%$$

Para,

R_i = rendimiento esperado del activo *i*. *i = 1, 2*.

Aunque parecería lógico poder calcular su volatilidad de similar forma, debemos tener en cuenta un término hasta hora no mencionado, la covarianza.

La covarianza es, de forma simple, cuanto varían conjuntamente dos variables con respecto a sus medias y se utiliza para saber si existe alguna relación entre las variables observadas. Formalmente según se define como (Oxford University Press, 2002):

"La covarianza entre dos variables aleatorias reales de distribución conjunta x e y, de segundos momentos finitos se define como:

$$\sigma(x, y) = \mathrm{E}\left[(x - \mathrm{E}[x])(y - \mathrm{E}[y])\right],$$

Donde E[x] es el valor esperado de x, conocido también como la esperanza de x. Apelando a la propiedad de la esperanza matemática lineal, se puede simplificar como:"

$$\begin{aligned}\operatorname{cov}(X, Y) &= \mathrm{E}[(X - \mathrm{E}[X])\,(Y - \mathrm{E}[Y])] \\ &= \mathrm{E}[XY - X\,\mathrm{E}[Y] - \mathrm{E}[X]Y + \mathrm{E}[X]\,\mathrm{E}[Y]] \\ &= \mathrm{E}[XY] - \mathrm{E}[X]\,\mathrm{E}[Y] - \mathrm{E}[X]\,\mathrm{E}[Y] + \mathrm{E}[X]\,\mathrm{E}[Y] \\ &= \mathrm{E}[XY] - \mathrm{E}[X]\,\mathrm{E}[Y].\end{aligned}$$

Tras esta definición parece evidente que si queremos ver cuánto varía una cartera, o en otras palabras, un conjunto de acciones, también debemos ver como varían estas de forma conjunta. Por tanto, para ver la varianza de la cartera debemos tener en cuenta la varianza individual de cada acción y la covarianza con respecto al resto. La ecuación resultante en el caso planteado sería la siguiente:

$$Varianza\,de\,la\,cartera(\sigma_p) = 40\%^2 * \sigma_1 + 60\%^2 * \sigma_2 + 2 * 40\% * 60\% * \sigma_{12}$$

Para,

σ_i = varianza de los rendimientos del activo i. i = 1, 2.

σ_{12} = covarianza entre los rendimientos de los activos 1 y 2.

Si volvemos a la definición de la varianza podemos deducir que si no varían el uno con el otro esta sería 0, y por tanto el ultimo termino de nuestra ecuación seria nulo. ¿Pero qué pasa si varían conjuntamente?

Si las acciones tienen un comportamiento similar entre ellas la covarianza será positiva y la varianza de la cartera aumentará. Pero si por el contrario las acciones poseen comportamientos opuestos la covarianza será negativa y la varianza de la cartera se reducirá.

De esto deducimos, no solo que la diversificación puede reducir la varianza si no que para que esto se dé las acciones deben de cumplir una condición, estar inversamente relacionadas.

En el caso de que existieran tres o más activos la ecuación anterior la escribiríamos de forma matricial tal que:

Varianza de la cartera (σ_p) = $\begin{pmatrix} X1 & \ldots & Xn \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma 1 & \cdots & \sigma 1n \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma n1 & \cdots & \sigma nn \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X1 \\ \vdots \\ Xn \end{pmatrix}$

Xi = Proporción que representa el activo *i* en la cartera *P. i = 1, 2, …, n*.

σ_i = Varianza de los rendimientos del activo *i. i = 1, 2, …, n.*

σ_{ij} = Covarianza de los rendimientos del activo *i* y el activo *j. i = 1, 2, …, n. j = 1, 2, …, n.*

En esta ecuación podemos observar que la matriz central, también llamada matriz de covarianzas dispone de las varianzas en la diagonal, habiendo *n* varianzas para *n* variables y $(n^2 – n)$ covarianzas. Claramente se puede concluir que para cualquier cartera de más de dos activos habrá más covarianzas que varianzas y por tanto, la varianza de la cartera dependerá más de las covarianza que de las varianzas.

Para ver esto de forma más clara supongamos que tenemos *n* acciones cuyo peso en la cartera es de *1/n*, y por tanto, su varianza será $(1/n)^2$ por la varianza, y sus covarianzas $(1/n)^2$ por la covarianza. Si recordamos que tenemos *n* varianzas y $(n^2 – n)$ covarianzas, la ecuación resultante se podría simplificar en:

Varianza de la cartera (σ_p) = $n*\left(\frac{1}{n}\right)^2 ¿\, varianza\, media + \left(n^2 - n\right)*\left(\frac{1}{n}\right)^2$ $¿\, covarianza\, media = \left(\frac{1}{n}\right)*varianza\, media + \left(1-\frac{1}{n}\right)*covarianza\, media$

Así podemos ver como conforme n aumenta la varianza de la cartera se aproxima a la covarianza media de los activos. Si la covarianza fuera cero se podría construir una cartera libre de riesgo, pero el no poder encontrar acciones totalmente independientes fija el límite de la diversificación del riesgo.

4.2. Beta como estimación del riesgo

En el punto anterior hemos visto como una parte del riesgo se reduce cuando una cartera está bien diversificada, pero existe riesgo no diversificable o sistemático el cual no podemos reducir, pues es un riesgo intrínseco en el hecho de estar cotizando en un mercado. En el CAPM este riesgo está representado por beta.

Si interpretamos el CAPM como un modelo de un factor entenderíamos beta como la sensibilidad del rendimiento de una cartera a un factor f , pero en este caso beta representaría como responde una determinada cartera con respecto al mercado. Para desarrollar mejor esta idea empecemos simplificando el modelo representándolo para una sola acción.

$$E(R_i)=r_f+\beta_i(r_m-r_f)$$

En el modelo vemos como el rendimiento de la acción (R_i) depende de la tasa libre de riesgo $(r$¿¿$f)$¿ y de la diferencia entre esta y el rendimiento del mercado, la cual llamamos prima de riesgo, (r_m-r_f). De forma similar a la pendiente de una regresión beta muestra la respuesta de la cartera a variaciones del mercado de forma relativa a la misma variación. Partiendo de esto beta puede escribirse como:

$$\beta_i=\frac{\sigma_{\Im}^2}{\sigma_m^2}$$

Para,

$\sigma_{\Im}^2$= la covarianza entre los rendimientos de la acción i y el rendimiento del mercado.

σ_m^2 = la varianza de los rendimientos del mercado.

En palabras más simples, beta determina si la acción varia más o menos que el mercado comparando cuanto ha variado con la variación del mercado. Pues, en teoría, las únicas variaciones que sufre la acción son aquellas que vendrían ocasionadas por el mercado. Por tanto, si β es cero la acción no varía con el mercado y por tanto su riesgo sería nulo, conforme el riesgo aumenta beta lo hace con él, si beta toma valor uno este se equipara al del mercado. De forma lógica si beta es mayor a uno la acción es más volátil que el mercado. Esta relación la podemos ver en la línea del mercado de valores, representada en la figura 3.

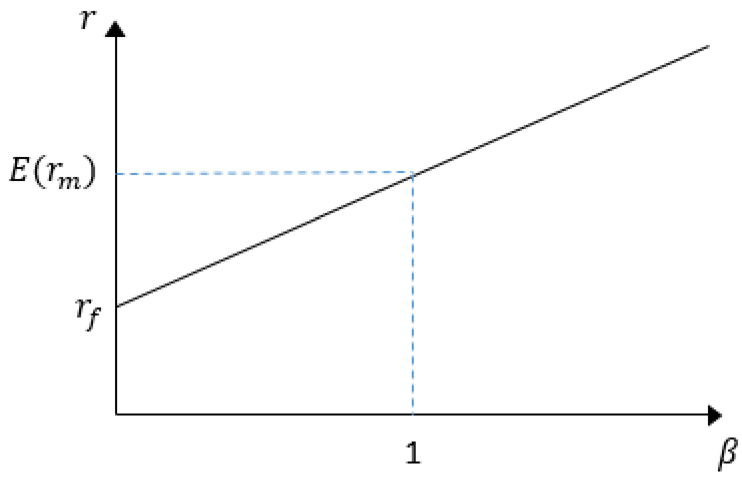


Figura 3 Representación de la línea de mercado de valores

En la figura 3 podemos ver la relación existente entre la beta de un activo y el rendimiento de éste lo que puede ser entendido como el rendimiento de un activo en función de su riesgo relativo. En un mercado eficiente toda acción se posicionará sobre la línea, pues esto implicará que se aplica la relación rendimiento-riesgo para esa acción.

Esto es así ya que la pendiente de la línea es la prima de riesgo lo cual al dividirlo por la varianza del mercado nos daría el precio del riesgo, es decir cuando ganas por asumir un nivel u otro de riesgo. Si la ganancia es diferente esto implicaría que existe una disrupción en el mercado por la cual esta relación no se está cumpliendo.

Cuando aplicamos esto a una cartera la interpretación seria la misma pero equiparándolo a la cartera de mercado, cartera que posee las acciones mismas acciones que el mercado en las misma proporción y cuyo rendimiento representa el del mercado, y calculando la beta como la suma ponderada de las betas de las acciones individuales. Así mismo si la beta de la cartera es uno la cartera se igualará en riesgo y rendimiento al mercado. La beta de la cartera se calculará de la siguiente forma:

$$\beta_p = \sum_{i=1}^{n} \beta_i w_i$$

Para,

β_i = beta correspondiente a la acción i.

w_i = proporción de la acción i en la cartera de valores.

4.3. Desarrollo del modelo

El CAPM intenta determina la relación entre la beta de un activo y su rendimiento esperado, para ello el modelo toma como ciertas una serie de asunciones para simplificar la realidad. Estas asunciones son las siguientes:

1) Los inversores solo tienen en cuenta el rendimiento esperado y la volatilidad de una acción. Como inversores racionales siempre intentaran maximizar el rendimiento para cada nivel de riesgo asumido.
2) Los inversores tienen información homogénea sobre lo que creen que pasará en el mercado sobre el rendimiento asociado a cada nivel de riesgo.
3) El factor correspondiente al riesgo sistemático, beta, es común en todos los activos y de él depende el rendimiento, pues representa el riesgo no diversificable. La beta de cada acción es conocida y se puede calcular con los rendimientos de dicha acción.
4) Existe una tasa libre de riesgo a la cual se puede invertir o tomar prestado.

A partir de estas asunciones básica construiremos el modelo. Comenzamos con un activo, dicho activo no volátil y por tanto libre de riesgo, lo consideraríamos independiente del mercado. Este activo sería la tasa libre de riesgo cuyo rendimiento (r_f).

Si asumimos riesgo en nuestra inversión beta será cero y el rendimiento de nuestra cartera será igual a la tasa libre de riesgo, pues hemos invertido todo el capital en dicho activo no volátil. Por tanto, $E(r_{p1})=E(r_f)$.

Si por el contrario creamos una cartera igual a la cartera de mercado, sus variaciones serán similares y el riesgo de la cartera igualará el del mercado, beta tomará valor uno. Pues nuestra cartera replicará los movimientos del mercado. Por tanto, $E(r_{p2})=E(r_m)$.

En tercer lugar, imaginemos una cartera el cual siendo volátil varia menos que el mercado, en este caso su rendimiento estaría entre la tasa libre de riesgo y el rendimiento del mercado $E(r_{p3})\in(E(r_f),E(r_m))$. Siguiendo la misma lógica la beta la cartera estará entre cero y uno, $\beta_{p3}\in(0,1)$.

Si recordamos el punto anterior, el desarrollo será el mismo que para la línea del mercado de valores. Partiendo de punto $(0,r_f)$, el punto $(1,r_m)$ y suponiendo que la relación entre rendimiento y la beta es constante para cualquier valor de beta.

$$\frac{r_i-r_f}{\beta_i-\beta_{r_f}}=c,c\in R,\forall i$$

Por tanto, si interpolamos para r_{p3} y β_{p3} obtenemos lo siguiente:

$$\frac{r_m - r_f}{\beta_m - \beta_f} = \frac{r_{p3} - r_f}{\beta_{p3} - \beta_f}$$

Sabiendo que $\beta_m = 1$ y $\beta_f = 0$, podemos desarrollar la ecuación anterior tal que:

$$(r_m - r_f)(\beta_{p3} - 0) = (r_{p3} - r_f)(1 - 0)$$

$$r_{p3} = r_f + \beta_{p3}(r_m - r_f)$$

Obteniendo así la ecuación del CAPM en la cual vemos que el rendimiento depende el exceso del rendimiento del mercado sobre la tasa libre de riesgo y el coeficiente entre el exceso del rendimiento del mercado y de la cartera, más la tasa libre de riesgo. Pues si reorganizamos vemos que beta se puede interpretar como:

$$\beta_{p3} = \frac{r_{p3} - r_f}{r_m - r_f}$$

4.4. Limitaciones del CAPM

Pese a que su uso empresarial sigue vigente en las finanzas corporativas y la valoración de inversiones pues su simplicidad facilita el trabajar con él. Aunque esta simplicidad es una de sus principales características también es el origen de las dudas sobre su eficiencia. Generalmente debido a las asunciones que se realizan para simplificar la realidad, particularmente el determinar el riesgo en base a un solo factor, hacen que exista parte de la variación de los rendimientos la cual no es explicada por el modelo.

De ahí que los estudiosos de las finanzas, que han comprobado empíricamente el modelo, se encuentren divididos en cuanto a su funcionalidad, pues muchos consideran que el modelo necesita varias modificaciones o que está sustentado en hipótesis poco realistas.

Una de las evidencias que sustentan la necesidad de implementar modificaciones al modelo es su coeficiente de determinación, el cual suele estar sobre el 0.85 y que pese a ser alto da a entender que un 15% de la variación no es capturada por el modelo.

Además, vemos que el modelo falla a la hora de explicar los rendimientos medios transversales, pues en la práctica se han observado variables exógenas que explican mejor que las betas las variaciones de los rendimientos. Generalmente el modelo fallaría en la predicción de sus rendimientos. Esto sale a relucir cuando Black, Jensen y Scholes (1972) demostraron empíricamente que los activos con betas “pequeñas” suelen tener rendimientos más altos que los predichos, de forma opuesta, activos con betas “grandes” suelen ganar menos de media que lo predicho.

Esto ocasiona que parte de sus detractores argumenten que la no inclusión de más variables hace que el modelo no se ajuste a la realidad emperica.

Por otro lado, el horizonte temporal estudiado por el modelo también suscita controversia sobre si se deberían tener en cuenta más de un periodo en el estudio de los rendimientos. El CAPM asume que todos los activos poseen el mismo horizonte temporal, por ello se considera un modelo estático. Por un lado Fama (1993) justifica el uso de un solo periodo temporal al considerar que el conjunto de oportunidades y preferencias de inversión no depende del momento, y por tanto la maximización intertemporal del rendimiento para cada periodo es igual a la maximización de los rendimientos de los periodos individuales.

Aun así anteriormente estudiosos como Merton (1973) a través del análisis empírico de los rendimientos han demostrado que esta asunción es restrictiva para el modelo. Esto es demostrado mediante diferentes ejemplos donde la maximización intertemporal afecta al comportamiento del inversor cuando el conjunto de oportunidades y preferencias de inversión cambia con el tiempo, (no se asume como constante). El deseo de trabajar en modelos dinámicos es lo que ha llevado al desarrollo del Intertemporal Capital Asset Pricing Model (ICAPM), modelo el cual incluiría el tiempo a través de la inclusión de estados que permitirían representar posibles escenarios futuros en el mercado.

No obstante, el CAPM y la beta son empleados de forma habitual en contextos de valoración de activos financieros y así como activos reales mediante descuento de flujos de caja. Por ejemplo, la Disposición Transitoria Décima del Texto Refundido de la Ley de Puertos del Estado y de la Marina Mercante determina que la valoración de las concesiones portuarias mediante el descuento de flujos de caja cuya tasa de descuento será la calculada mediante el CAPM.

5. Modelo de tres factores Fama y French

El modelo de 3 factores Fama y French es un modelo multifactorial de valoración de activos el cual determina con mayor precisión los rendimientos medios de los activos, en otras palabras, intenta entender la variación en el rendimiento de activos que no se explicaría a partir de la beta. Para ello incluye variables que se ha demostrado empíricamente que poseen un considerable poder explicativo con respecto a los rendimientos (Fama & French, Common risk factors in the returns on stocks and bonds, 1993).

Por tanto, el determina dos variables, además de la beta, que afectarían al valor de los activos. Estas variables son el tamaño (medido por la capitalización de dicha empresa, número de acciones multiplicado por su precio) y el ratio "book-to-market equity" (el valor de mercado de una empresa dividido el valor en libros de las acciones). El uso de estas variables viene determinado por el hecho de que deben tener un significado claro dentro de la teoría económica. Por ello Fama y French estudian cómo estas variables se comportan junto con las betas de mercado, analiza los rendimientos de los activos a los que afectan.

El modelo resultante es el siguiente:

$$E(R_i)=r_f+\beta_i(r_m-r_f)+\beta_{SMB}(SMB)+\beta_{HML}(HML)$$

Donde tenemos las mismas variables de CAPM más:

1) SMB es la diferencia entre los rendimientos de empresas de pequeña capitalización bursátil y los rendimientos de empresas de gran capitalización bursátil.
2) HML es la diferencia entre los rendimientos de empresas con un alto ratio "book-to-market equity" y los rendimientos de empresas con un bajo ratio "book-to-market equity".

Estos factores indican que las empresas de pequeña capitalización y que las empresas con un ratio libros / mercado elevado capitalización tienden a ofrecer rendimientos superiores al mercado.

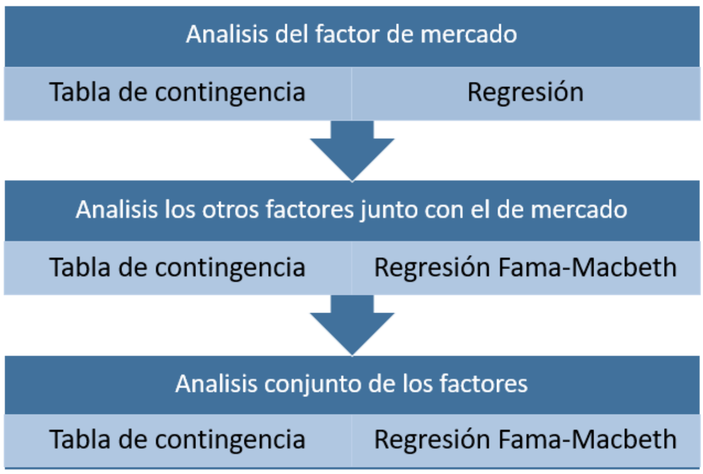
Durante el análisis se usa el enfoque de Black Jensen y Scholes de regresión sobre una serie temporal. Se hace una regresión de los rendimientos mensuales sobre la cartera de mercado y otras carteras que imitan cada una de las variables tomadas como factores de riesgo. Por tanto, obtendremos una cartera para el rendimiento por el riesgo sistemático, la cartera de mercado, una que representará el rendimiento por riesgo de tamaño y otra que representará el rendimiento por riesgo de valor.

5.1. Desarrollo del modelo

En un principio el modelo identifica cinco factores de riesgo comunes en los rendimientos de los activos (acciones y bonos) que se considerarían empíricamente determinan su rendimiento. Estos serían el tamaño, el "PER" (price to earnings ratio), el apalancamiento de la empresa y el "book-to-market equity". En el presente trabajo nos centraremos en el estudio de estas variables enfocadas a la valoración de acciones, pues nuestro modelo es sobre el IBEX 35.

Para determinar esto, Fama y French empiezan realizando un análisis transversal de los rendimientos medios de las acciones (Fama & French, The Cross-Section of Expected Stock Returns, 1992). Esto es determinar el porqué de las diferencias entre los rendimientos de las acciones que no se explicarían a partir de sus betas.

En un primer momento este estudio se realizó sobre el rol de las variables mencionadas anteriormente, concluyendo que la beta obtenía poca información de los rendimientos transversales medios. Por otro lado, las otras variables, "atípicas" para la teoría moderna de cartera, si tenían poder explicativo cuando se estudiaban individualmente. Pero al combinarlas, el tamaño y el "book-to-market equity" parecen absorber el poder explicativo del "PER" (price to earnings ratio) y el apalancamiento de la empresa. En definitiva, los autores concluyen que el tamaño y el "book-to-market equity" junto con la beta como factor del mercado consiguen aportar un modelo adecuado para explicar los rendimientos de las acciones.



[1]

Figura 4: Estudio de la relación entre los rendimientos y otros factores de riesgo

En este momento el estudio realizado sobre los tres factores se subdivide en tres pasos. En primer lugar, se analiza el factor del mercado y posteriormente se procede con el de tamaño y valor junto con el de mercado. Para finalizar con el análisis

[1] La regresión Fama-MacBeth es un método para el cálculo de parámetros en modelos de valoración de activos. Se realizan una regresión en dos paso donde primero se calcula la beta y luego la prima.

global de los tres. Durante todo el proceso se usa el R cuadrado, como medida de cuanta variación es explicada por el modelo.

5.2. Tamaño y valor como factores del riesgo

Una vez Eugene Fama y Kenneth French llegaron a la conclusión de que el tamaño y el "book-to-market equity" conseguían explicar la variación no capturada por el modelo CAPM (el coeficiente de determinación suele estar sobre 0.85, por tanto hay un 0.15 de la variación que el modelo suele no explicar). Para incluir estas variables los dos investigadores crearon SMB (Small minus Big) y HML (High minus Low).

SMB (Small minus Big) fue creada con la intención de capturar el efecto del tamaño en los rendimientos de los activos de las empresas. Dentro de esta variable encontraríamos el "Size Premium", que significa que es de esperar que las empresas con menor capitalización bursátil ofrezcan unos mayores rendimientos; pues tienen más riesgo que las de gran capitalización. De forma lógica, podemos determinar que existe una relación inversa entre tamaño y rendimiento. Por tanto, este factor, determina cuanto rendimiento da el riesgo por tamaño.

HML (High minus Low) fue creada con la intención de capturar el efecto del ratio "book-to-market equity" en los rendimientos de los activos de las empresas. Dentro de esta variable encontraríamos el "Value Premium" que, al igual que con el tamaño, significa que es de esperar que las empresas con mayor ratio "book-to-market equity" ofrezcan unos mayores rendimientos en comparación con las de menor ratio "book-to-market equity", pues estas primeras tienen más riesgo. Por tanto, determina cuanto rendimiento da el riesgo por valor.

Para su cálculo se dividieron las empresas que cotizaban en el mercado bursátil estadounidense según su capitalización (tamaño) y su ratio "book-to-market equity" (valor). Para ello, ordenándolas de menos a mayor según el valor de la variable en cuestión hacen las siguientes divisiones:

1) Según su capitalización:
   Empresas de gran capitalización (Small)
   Empresas de pequeña capitalización (Big)

2) Según su ratio "book-to-market equity":
   30% empresas de un ratio book-to-market equity bajo (Growth)
   40% empresas de un ratio book-to-market equity medio (Neutral)
   30% empresas de un ratio book-to-market equity alto (Value)

Entre paréntesis podemos ver el nombre que FF determinan cada grupo.

Tras dividir las empresas según los valores de cada variable procedieron a construir seis carteras combinando las categorías expuestas anteriormente. Las carteras formadas fueron las siguientes:

		Tamaño	
		Pequeño	Grande
book-to-market equity	Bajo	SG	BG
	Medio	SN	BN
	Alto	SV	BV

- Small Growth: Capitalización baja y ratio book-to-market equity bajo
- Small Neutral: Capitalización baja y ratio book-to-market equity medio
- Small Value: Capitalización baja y ratio book-to-market equity alto
- Big Growth: Capitalización alta y ratio book-to-market equity bajo
- Big Neutral: Capitalización alta y ratio book-to-market equity medio
- Big Value: Capitalización alta y ratio book-to-market equity alto

Una vez están listas estas carteras, como paso final, se calcula su rentabilidad dando a cada empresa la misma ponderación dentro de la cartera. Por tanto cada cartera será la suma de la rentabilidad de sus acciones por $1/n$. Posteriormente, se procede a calcular cada variable con los rendimientos de las carteras como muestran las siguientes formulas:

$$SMB=\frac{1}{3}(Small\,Value+Small\,Neutral+Small\,Growth)-\frac{1}{3}(Big\,Value+Big\,Neutral+Big\,Growth)$$

$$HML=\frac{1}{2}(Small\,Value+Big\,Value)-\frac{1}{2}(Small\,Growth+Big\,Growth)$$

6. Fuente de datos

El objetivo de este TFG es determinar el coste de los recursos propios en la bolsa española, concretamente de empresas pertenecientes al IBEX-35. Sin embargo, con el fin de simplificar el diseño del proceso y facilitar el proceso de aprendizaje de R y su aplicación a los datos bursátiles, se ha desarrollado y programado el modelo sobre una cartera aleatoria compuesta por 5 fondos de inversión de renta variable y renta fija para posteriormente emplear el código creado en el caso de estudio del TFG, esto es las empresas del IBEX-35.

6.1. Datos fondos de inversión

1) SPDR S&P 500 ETF Trust: Fondo de inversión que replica el índice estadounidense Standars & Poors 500. El índice está formado por la capitalización bursátil de 500 grandes empresas cuyas acciones cotizan en el NASDAQ o en la NYSE. Este índice se diferencia de otros índices estadounidenses en los títulos que lo forman, como se eligen por un comité y se ponderan utilizando solo la capitalización de las acciones disponibles para ser compradas o vendidas al público.
2) MSCI EAFE: Fondo de inversión que busca replicar los resultados de un índice compuesto por valores de renta variable de mercados desarrollados en empresas de Europa, Australia, Asia y el Lejano Oriente de alta y mediana capitalización.
3) S&P Small-Cap 600 Value: Fondo de inversión que replica los resultados de un índice formado por empresas estadounidenses de pequeña capitalización que poseen características de valor, se piensa que están infravaloradas en comparación con otras empresas comparables.
4) MSCI Emerging Markets: Fondo de inversión que replica los resultados de un índice formado por valores de renta variable de empresas de alta y mediana capitalización de mercados emergentes.
5) Core U.S. Aggregate Bond: Fondo de inversión que busca replicar los resultados de un índice formado por todo el mercado de bonos de grado de inversión estadounidenses.

La obtención y descarga de los precios se ha hecho directamente desde el programa R. Para ello hemos creado un vector con los tickers de las acciones deseadas con el cual el programa puede descargar los precios diarios de las mismas de la web Yahoo! Finance para un horizonte temporal definido. Con estos precios hemos calculado las rentabilidades mensuales de las acciones y creado la cartera sobre el cual construiremos el modelo.

Para la construcción del modelo también es necesario descargar los datos relativos al tamaño y el ratio "book-to-market" de las empresas de nuestra cartera, pues estos valores serán los factores de riesgo para el modelo Fama y French. Para su obtención y descarga hemos seguido un procedimiento diferente al anterior. Pese a que también lo hemos realizado directamente desde el programa, en este caso se ha obtenido un archivo .CSV desde un web específica. Esta web Kenneth R. French, que pertenece a un profesor de finanzas y co-creador del modelo, de igual nombre, contiene entre otros una librería de datos bursátiles de la cual hemos extraído nuestros datos.

En el archivo descargado podemos encontrar información relativa a los factores de riesgo de las acciones de las empresas seleccionadas anteriormente. Para su cálculo se han usado seis carteras de inversión formadas en función del tamaño y el ratio "Book-to-Market" y ponderadas por su capitalización. Este método ha sido explicado en el punto 5 de este trabajo. Estos datos van del 1 de julio de 1926 al 30 noviembre del 2019 y han sido calculados a partir de las acciones del NYSE, AMEX, y NASDAQ.

6.2. Datos de las compañías del IBEX-35

Por otro lado, para la aplicación del modelo a la bolsa española hemos seguido un proceso parecido. También desde R, hemos descargados los precios de Yahoo! Finance, solo que esta vez el vector de los tickers lo hemos formado importando un Excel que ya los contenía. Más concretamente hemos descargado los precios desde el 1 de Enero del 2000 hasta el momento y seleccionado aquellas empresas con más de un 10% de datos disponibles. Disponíamos de 30 tickers, detallados en la tabla del Anexo 1, pero debido al filtro del 10% de datos solo hemos obtenido datos de 29 empresas. Gas Natural SDG has sido excluida por el programa.

De forma análoga a la descarga de datos para la construcción del modelo, una vez tenemos los datos de los precios hemos descargado los factores de riesgo Europeos. Otra vez, directamente desde el programa hemos obtenido un archivo .CSV de la web de Kenneth R. French previamente mencionada.

En el archivo descargado podemos encontrar los factores calculados por el mismo proceso que los mencionados anteriormente, el cual se pueden encontrar en el punto 5. En este caso los datos van del 1 de julio de 1990 al 30 diciembre del 2019. En la figura 5 podemos ver la distribución de las rentabilidades de las empresas del IBEX-35 que componen la muestra. La figura 5 nos da información sobre la media y la dispersión de las rentabilidades de las acciones siendo así una buena descripción de las rentabilidades de la muestra. Cabe destacar que la escala de los gráficos cambia de uno a otro pues el rango de las rentabilidades de las acciones es muy diferente.

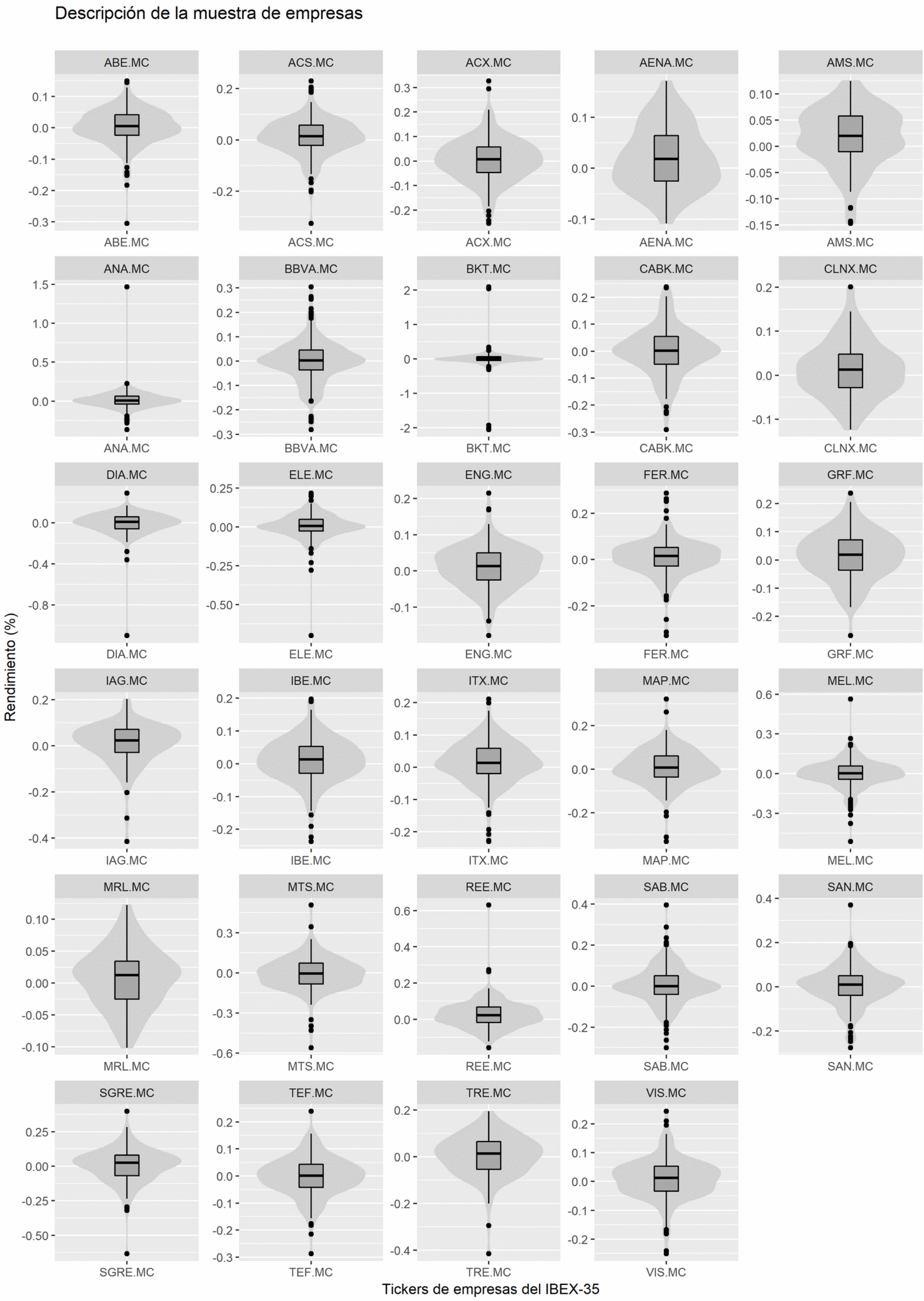


Figura 5: Distribución de las rentabilidades de las acciones del IBEX-35 seleccionadas para el estudio.

7. Metodología

Como ya hemos mencionado anteriormente, hemos utilizado el programa y lenguaje de programación R. El que sea un programa y un lenguaje de programación en sí mismo le confiere una doble naturaleza la cual le diferencia de otros lenguajes y programas de análisis estadístico. Fue creado por Ross Ihaka y Robert Gentleman y se considera un dialecto del lenguaje S creado por los Laboratorios AT&T Bell.

El ser un software de libre acceso ha favorecido una mayor utilización en la informática y principalmente en estadística, pese a que también sirve como instrumento para el cálculo numérico no destaca por ello.

Este lenguaje no necesita códigos recopilados, es decir, no necesita compiladores, un tipo de traductores que generan código interpretable por el ordenador a partir del código fuente del programa. Esto facilita su uso por usuarios que no dispongan de formación especializada en el tema, pues solo es necesario usar los scripts desarrollados por el propio usuario.

Otra ventaja de software en cuestión es que contamos con un entorno, llamado Rstudio, el cual nos facilita la programación mediante la creación de una interfaz más intuitiva en su uso. Este entorno de desarrollo nos permite ejecutar código R directamente desde el editor. Además, incluye funciones como el resaltado de la sintaxis, sangría inteligente o el autocompletado de código, que nos facilitan la programación de los scripts.

Lo expuesto anteriormente junto con la magnitud de los datos, nos ha hecho decantarnos por su utilización para la creación del modelo. Pues el programa nos permite realizar los cálculos necesarios de forma rápida y eficiente. Además de permitirnos extraer conclusiones que se ajusten más a la realidad de los datos y con una probabilidad de error inferior.

7.1. Construcción del modelo

En primer lugar, un paso fundamental a seguir en el R es la descarga y apertura de paquetes. Una vez instalados deberemos abrir dichos paquetes cada vez que corramos el código desde Rstudio, de esta forma el programa nos permite usar las funciones específicas para la labor que queramos desempeñar.

Posteriormente, hemos seleccionado las empresas que formarán nuestra cartera inicial las cuales se detallan en el apartado 7. Una vez seleccionadas creamos un vector con los tickers, o códigos bursátiles, de las mismas. Gracias a este vector y a la función GetSymbols del paquete quantmod hemos descargados los precios de Yahoo!finance.

El paquete quantmod es un paquete de R diseñado especialmente para facilitar el desarrollo, pruebas y despliegue de modelos estadísticos de trading realizados por operadores cuantitativos (quantitative traders). Mediante la función incluida en este paquete y previamente mencionada hemos descargado el precio de apertura, el precio máximo durante la sesión, el mínimo y el volumen. Además hemos concatenado algunas funciones básicas como map(), get() o reduce() para así obtener solo los precios ajustados y agruparlos en el mismo objeto.

A continuación, comenzaremos la construcción de la cartera sobre el cual crearemos el modelo. Para ello, un paso fundamental es la asignación de una participación en la cartera para cada acción, en este caso hemos asignado la participación de forma aleatoria. Una vez hayamos formado la cartera, pasaremos calcularemos la rentabilidad logarítmica.

De este último paso cabe destacar algunas consideraciones sobre el porqué del uso de la rentabilidad logarítmica.

En primer lugar, la razón más obvia, la normalización; proceso por el cual se establece un sistema mucho más organizado, eficiente, accesible y limpio en una base de datos. Este proceso crea un marco comparable que permite evaluar de forma analítica las relaciones entre dos o más activos pese a que hayan sido extraídos de series de valores desiguales.

En segundo lugar, permite sumar rentabilidades en el tiempo. En las rentabilidades simples la relación por periodos es por multiplicación y como ya sabemos, el producto de variables normalmente distribuidas no es una variable normal. Sin embargo, en la rentabilidad logarítmica la rentabilidad de un periodo se relaciona con la rentabilidad de otro periodo mediante la suma. Esto significa que la rentabilidad de un periodo *(t)* se relaciona con la rentabilidad de otro periodo *(t - n)* de la forma $R_t = R_{t-n} + R_n$, donde R_n es la rentabilidad del periodo n .Por tanto, si la rentabilidad logarítmica total está distribuida como una variable normal y podríamos aplicar el teorema central del límite.

En tercer y último lugar, la estabilidad numérica. Esto es, cómo los errores en los datos iniciales se propagan a través de los cálculos realizados

Una vez comprendemos el porqué del uso de la rentabilidad logarítmica, detallamos como se ha calculado. Para ello usando el objeto que contiene los precios aplicaremos una función para pasar de precios diarios a mensuales y, posteriormente, calculamos el logaritmo de los mismos y restamos los de un mes con su anterior. De esta forma obtenemos la rentabilidad mensual de forma logarítmica.

Con esta rentabilidad pasaremos a calcular la rentabilidad de la cartera. Por suerte, R nos facilita este trabajo, pues gracias a los paquetes mencionados anteriormente disponemos de una función específica para ello tq_portfolio(). Esta función hace la suma ponderada de los rendimientos de las acciones indicadas. Por tanto, sólo debemos determinar qué variable de nuestro objeto contiene qué datos (por ejemplo, el vector “w” contiene la participación en la cartera, por tanto, dentro de la función el señalaremos “w” como la participación en la cartera de las acciones y la función lo incluirá en el cálculo por sí misma).

Una vez tenemos nuestra cartera pasaremos a la construcción del modelo que nos interesa. Para ello ha sido necesaria la descarga de los factores de riesgo que ya hemos explicado anteriormente. En este caso los datos los hemos extraídos de la web de Fama and French. Como podemos ver en el código, esto se ha realizado creando un archivo temporal y almacenando los datos en el mismo.

Este procedimiento se basa en indicar la ruta, el nombre y tipo de archivo en objetos individuales y posteriormente agruparlos en un cuarto objeto en el que se “crearía” la URL del archivo. Posteriormente, descargamos dichos datos en el archivo temporal y los almacenamos en un objeto. Este proceso de descarga de dato los volveremos a usar más adelante para descargar los factores europeos.

Como podemos ver, no solo hemos almacenado los datos del archivo temporal creado en un objeto sino que además hemos aprovechado para arreglar las fechas mediante el llamado “wrangling data”. “Wrangling data” es el proceso por el cual los datos son ordenados y estandarizados. Por ejemplo, en este caso las fechas de nuestros factores vienen en un formato diferente al de las fechas de los precios. Si intentamos unir los datos sin solventar este problema el programa no identificaría como iguales las fechas y obtendremos un error o resultados sin sentido. Para atajar este problema empezamos asegurándonos de que la variable de fecha es una variable tipo fecha y el resto son variables numéricas. Mientras que para el resto de variables hemos usado un proceso de coerción (indicar directamente el tipo de la variable) para las fechas hemos usado la siguiente función, parse_data_time(), la cual convierte las fechas en objetos “POSIXlt”. Un objeto POSIXlt” es una lista con los componentes propios de las fechas: día, mes y año, pero con la particularidad de que nosotros podemos definir el orden de la misma.

De esta parte cabe destacar como se han igualado las fechas de los factores a las de la cartera. Como ya hemos señalado antes para poder unir factores y precios las fechas necesitan ser iguales. Pero no solo en formato, sino literalmente iguales. ¿Qué quiere decir esto? Como estamos trabajando con rentabilidades mensuales técnicamente estas no se daría en un día concreto pero R solo entiende las fecha que están completas (día - mes - año), por ello cuando realizamos la rentabilidad mensual R por sí mismo dará un valor al día de la fecha que marca ese mes.

Cómo nos sería más complicado definir en R qué día “dar” cuando realizamos las rentabilidades hemos optado por el uso de funciones como rollback() y filter() para su modificación. De esta forma hemos tomado una función que lleva a todos los meses al principio del mismo (día 1) y a continuación le hemos sumado un mes. De esta forma todas las rentabilidades estarán a final de mes y coincidirá con la de los precios que nos hemos descargado.

Una vez las fechas coincidan solo tenemos que filtrarlas. Como tenemos más datos de factores que de precios vamos a filtrar los factores por sus fechas e igualarlos a la cartera. De esta forma ya tenemos el mismo número de observaciones en los factores que en los precios y podemos unir los por fecha.

Por tanto, como es obvio, el siguiente paso es unir los factores y los precios en un mismo objeto para poder trabajar con ambos a la vez (estando relacionados). R ya integra funciones para esto. Además, aprovechamos este paso para pasar los factores a decimales y así ponerlo "por cien" pues nuestras rentabilidades están en formato decimal también.

Una parte crucial de la construcción del modelo es la creación de la variable "R_excess". Esta variable se calcula restando a la rentabilidad de las acciones la tasa libre de riesgo, y es vital en el proceso por dos razones. De no incluirla, al realizar la regresión obtendremos un intercepto el cual se podría descomponer en una estimación de la tasa libre de riesgo y en los rendimientos extraordinarios cosa que podría afectar al nivel de significación del parámetro. Aunque los segundos deberían ser cero, la falta de eficiencia de los mercados hace que puedan darse casos en que sean diferentes a cero. Al restar la tasa libre de riesgo el intercepto restante diferente de cero serán únicamente los rendimiento extraordinarios. Además, la tasa libre de riesgo será la misma que la utilizada para el cálculo de la prima de riesgo.

Por último, en un tercer objeto realizaremos la regresión que nos dará el modelo valiéndonos de las variables calculadas y almacenadas en el paso anterior. Gracias al uso de la función tidy() el resultado será una tabla con los parámetros estimados, el intervalos de confianza y los p-value.

Además, en las últimas líneas de la misma sección del código representamos los coeficientes de los factores calculados en el objeto anterior mediante un diagrama de dispersión. Gran parte de las líneas de código de este último paso sirven para modificar las características del gráfico, en ellas podemos ver como pedimos que nos muestre el coeficiente de confianza y diferencie los coeficientes de los factores por color y forma.

7.2. Implementación del modelo

Una vez hemos construido el modelo sobre los datos "de muestra" podemos pasar a ejecutarlo sobre los datos finales, aquellos de los que queremos extraer una conclusión. Por tanto, para su implementación hemos realizado un proceso similar con algunas salvedades.

En primer lugar, hemos realizado el mismo proceso del archivo temporal para la descarga de los factores, esta vez especificando el archivo de los factores europeos. A continuación, hemos modificado el formato de las fechas. Aunque el código es ligeramente diferente las funciones utilizadas cumplen el mismo propósito que en la construcción del modelo. Podemos ver que usamos de nuevo rollback() aunque es este caso hemos añadido "Roll_to_first" para indicar que esta vez usaremos el principio del mes. Realmente, el uso del principio o el final del mes como referencia para las fechas no es determinante para el resultado, únicamente para la unión de los factores y los precios.

Posteriormente, también hemos utilizado un proceso ligeramente diferente para la descarga de los precios. A partir de un archivo xlsx con la relación de tickers del IBEX se han importado los tickers de las compañías a emplear en el estudio y almacenado los mismos en un objeto. Una vez hemos tenido el objeto con los ticker hemos utilizado la función BachGetSymbols() también del paquete quantmod. Esta función es muy parecida a la anterior GetSymbols() con algunas particularidades, en este caso la función nos reconoce la fuente automáticamente al facilitar el ticker, nos estructura los datos aun siendo de diferentes fuentes y nos devuelve dos data frame. Esta última particularidad hace necesario crear un nuevo objeto sobre el cual finalmente trabajaremos, pues el listado resultante de BachGetSymbols() incluye un data frame con los precios y otro con información de la descarga, el data frame de control.

Una vez los precios están almacenados en su propio objeto podemos calcular la rentabilidad. Para ello, al ser acciones individuales, hemos utilizado la función tq_transmute(). Agrupando a las acciones por tickers nos hemos valido de esta función para cambiar la periodicidad a la vez que calculamos la rentabilidad logarítmica. Algo destacable de esta función es que el data frame que devuelve no tiene por qué tener las mismas filas que el original (en este caso, el data frame de los precios); por ello resulta muy útil cuando queremos cambiar la periodicidad de una serie temporal.

El siguiente paso es ajustar las fechas, este proceso nos resultará familiar, pues es el mismo que hemos realizado para los datos anteriores donde usamos rollback(), mutate() y filter().

En este punto a tenemos los datos listos para trabajar con ellos. Mientras que en la construcción del modelo nos era útil la construcción de una cartera sobre la que probarlo para el estudio final del modelo vamos a implementarlo acción por acción. Por ello, ante la imposibilidad de duplicar manualmente el modelo para todas las acciones, hemos creado unos data frames vacíos y un bucle "for" que lo implementa en las mismas.

Un bucle "for", en programación, es una estructura de control donde sabemos de antemano el número de iteraciones del mismo. En nuestro caso esto lo indicamos con el vector de ticker, de forma que el bucle ejecuta esa parte esa del código tantas veces como variables tiene el vector. En otras palabras, el bucle selecciona uno a uno los tickers e implementa el código para el ticker seleccionado.

Dentro del bucle vemos que lo primero que tenemos es un filtro, este filtro selecciona los rendimientos almacenados en el objeto de los mismos que corresponden con el ticker que está usando. A continuación, para prevenir que el modelo se realice el ticker de los cuales no tenemos información vamos a indicar que si la dimensión (número de variables) es cero para al siguiente ticker.

A continuación, y solo con los rendimientos del ticker que se está trabajando vamos a unir los factores europeos. Para ello, volvemos a realizar el mismo proceso que anteriormente; los unimos por fecha, pasamos a decimal dividiéndolos por cien y creamos la variable “R_excess” (la cual vuelve a ser la diferencia de la rentabilidad de la acción y la tasa libre de riesgo). A todo esto lo llamamos datos, objeto sobre el cual realizaremos la regresión. De forma análoga a la construcción del modelo realizamos la regresión y nos ayudamos de la función tidy() para que el resultado sea una tabla con los parámetros estimados, el intervalo de confianza y los p-value.

Dentro del mismo bucle hemos incluido la función apa.reg.table() para que cada vez que realizamos una regresión se nos genere también una tabla con sus datos en el estilo APA. Pues nos supone muy útil para la presentación de los resultados en este trabajo. Las tablas se recogen en el Anexo 3. Además de las tablas también hemos aprovechado para generar los gráficos de los coeficientes en el bucle, también en Anexo 3.

Por último, un paso vital del bucle es guardar la información generada en objetos “fuera” del bucle. ¿Qué quiere decir esto? Si nos fijamos en los objetos usados dentro del bucle (datos, returns, FF_model…) todos ellos son reescritos en cada iteración del bucle. Por tanto, y volviendo a los data frames vacíos que hemos creado anteriormente, resulta vital incluir en el bucle unas líneas donde se guarden sistemáticamente los objetos que queremos conservar en estos data frame vacíos. Tras estas líneas marcamos el final del bucle.

Como paso final guardaremos el trabajo realizado en un excel. Para ello, usando el paquete OpenXlsx, crearemos un libro de excel con dos hojas. En la primera hoja guardaremos el modelo, el cual en este caso incluirá un modelo para cada acción. En la segunda hoja guardaremos los datos sobre los que hemos trabajado (las rentabilidades y sus factores).

8. Resultados

Como ya hemos comentado en el punto anterior una vez ejecutamos el código obtendremos un modelo para cada una las 29 acciones del Ibex cuyos datos hemos obtenido. Lo primero que observamos en que en general el coeficiente de determinación es inferior a 0.5, siendo sólo superior en los tres casos detallados en la tabla 1.

ticker	Nombre	R^2
BBVA.MC	Banco Bilbao Vizcaya Argentaria, S.A.	0.554
MAP.MC	Mapfre, S.A.	0.517
SAN.MC	Banco Santander, S.A.	0.572

Tabla 1: Empresas con R2 superior a 0.5

De esto deducimos que gran parte de la variabilidad de los rendimientos de las acciones no es explicada por los modelos. Como primer rasgo común entre los modelos podemos ver que todas las betas calculadas son significativas, esto no nos sorprende pues sabemos que todas las acciones cotizan y por tanto están expuestas a riesgo sistemático. Algo que sí resulta interesante de esto es ver como de expuestas están estas acciones a este riesgo. Al tener tres factores de riesgo no solo se explica más variabilidad de la acción, si no que se capta mejor el efecto de este riesgo en particular. En otras palabras, un modelo que solo tiene en cuenta un factor (el riesgo sistemático) tendrá una beta menos precisa, pues cuanto más factores hay más se aísla el efecto de cada uno. Por tanto la beta que obtenemos del modelo Fama and French sería una mejor estimación de la sensibilidad de esa acción a las variaciones del mercado.

En cuanto al nivel de significación de los otros factores de riesgo vemos que el factor de valor es significativo en más modelos que el de tamaño. El que este factor sea estadísticamente diferente de cero nos hace suponer que la relación entre la capitalización y el valor en libros tiene un efecto sobre el rendimiento de la acción. Lo mismo ocurre para el riesgo por tamaño, aunque vemos que este factor no estaría relacionado con el rendimiento de las acciones de tantas empresas como el anterior.

En cuanto al coste de capital, hemos calculado el valor del mismo para el último mes del último año de nuestra muestra de factores, abril del 2019, este resultado junto con la estimación de las sensibilidades a los factores lo podemos ver en la tabla 2. En la cuarta y quinta columna podemos ver la sensibilidad de cada acción a los factores de tamaño y valor. Como es de esperar la sensibilidad al tamaño disminuye conforme el tamaño de las firmas aumenta mientras que la sensibilidad al valor aumenta conforme aumenta el ratio "book-to-market equity".

La última columna nos muestra la prima de esa acción, la cual es la diferencia entre la rentabilidad de la acción y la tasa libre de riesgo, esta prima nos indica cuanto ganamos por ese riesgo adicional que aporta esa acción en concreto. A su derecha vemos el coste de capital de la acción el cual se estima con la rentabilidad mínima exigida en el mercado. La rentabilidad mínima exigida está compuesta por la prima de riesgo de la acción en cuestión más la tasa libre de riesgo.

Ticker	**Intercepto**	**Mkt.RF**	**SMB**	**HML**	**Prima (%)**	**Coste (%)**
ABE.MC	-0.0015	0.4022	0.0950	0.4649	1.01	1.22
TEF.MC	-0.0028	0.7537	-0.5905	-0.4533	3.20	3.41
MAP.MC	0.0017	0.7954	-0.3484	1.2799	1.56	1.77
SAB.MC	-0.0031	0.7463	-0.1539	0.6991	2.01	2.22
IAG.MC	0.0000	1.1193	0.9268	-0.5956	4.87	5.08
BKT.MC	-0.0022	1.3737	-1.0405	-0.6019	5.60	5.81
TRE.MC	0.0003	0.9818	0.8957	0.0045	3.73	3.94
IBE.MC	0.0059	0.5428	-0.1739	0.5782	1.39	1.60
ACS.MC	0.0063	0.4694	-0.1241	0.8590	0.83	1.04
ELE.MC	0.0004	0.7628	-0.2371	0.2330	2.55	2.76
FER.MC	0.0039	0.8311	-0.4106	0.2308	2.79	3.00
MEL.MC	-0.0100	1.2399	0.8806	0.5685	4.08	4.29
ANA.MC	0.0067	0.7757	1.3964	-0.0113	3.04	3.25
CABK.MC	0.0007	0.6799	-0.1039	1.3768	1.06	1.27
ITX.MC	0.0121	0.5201	-0.2655	-0.4148	2.34	2.55
AMS.MC	0.0114	0.7308	0.0300	-0.8754	3.64	3.85
AENA.MC	0.0156	0.8615	-0.1605	-0.1893	3.38	3.59
MRL.MC	0.0059	0.7392	-0.2789	-0.1846	2.90	3.11
ENG.MC	0.0074	0.4522	-0.2451	0.1861	1.46	1.67
SAN.MC	-0.0063	1.1356	-0.4285	0.6330	3.48	3.69
REE.MC	0.0221	0.5409	0.0424	-0.1439	2.18	2.39
SGRE.MC	-0.0024	1.0993	0.8896	0.1687	3.99	4.20
BBVA.MC	-0.0076	1.1032	-0.5298	0.6085	3.38	3.59
GRF.MC	0.0120	0.6363	0.1695	-0.5589	2.97	3.18
VIS.MC	0.0107	0.3758	0.0578	-0.9010	2.35	2.56
CLNX.MC	0.0097	0.8447	-0.5546	-0.8522	3.97	4.18
ACX.MC	-0.0016	0.8051	0.0041	0.3376	2.62	2.83
MTS.MC	-0.0120	1.4047	0.4945	0.4879	4.73	4.94
DIA.MC	-0.0255	1.6365	0.7400	-1.0819	7.25	7.46

Tabla 2: Estimación por Fama y French de la sensibilidad a los factores, de la prima de riesgo y del coste de capital por empresa

En la tabla 3 vemos las estadísticas descriptivas de la prima de riesgo calculada por el modelo Fama y French de las empresas que componen nuestra muestra.

Mínimo	1st Qu.	Mediana	Media	3rd Qu.	Máximo	Des. Típica
0.827	2.179	2.972	3.047	3.727	7.247	1.441

Tabla 3: Estadísticas descriptivas de la prima de riesgo estimada con el Fama y French

Además, con el fin de analizar mejor su uso profesional se ha realizado también el CAPM y calculado el coste de capital para el mismo mes, abril del 2019, el cual lo podemos ver en la tabla 4. Su cálculo nos facilita el ilustrar mejor las diferencias entre un modelo y otro en su uso empresarial. La interpretación de las columnas sería muy parecida a la anterior donde la prima es la diferencia entre la rentabilidad de esa acción y la tasa libre de riesgo; y el coste es la rentabilidad mínima exigida por el mercado para esa acción (la prima más la tasa libre de riesgo). En este caso, debemos destacar el intercepto de los modelos, pues en el CAPM tenemos muchos más interceptos significantes que en el Fama y French. Esto nos indica que el CAPM presenta más deficiencias en explicar los rendimientos de las acciones.

Ticker	**Intercepto**	**Mkt.RF**	**Prima (%)**	**Coste (%)**
ABE.MC	0,0006	0,4475	1,66	1,87
TEF.MC	-0,0055	0,7277	2,69	2,90
MAP.MC	0,0015	1,0280	3,81	4,02
SAB.MC	-0,0005	0,8210	3,04	3,25
IAG.MC	0,0027	0,9520	3,52	3,73
BKT.MC	-0,0062	1,3475	4,98	5,19
TRE.MC	0,0007	0,9702	3,59	3,80
IBE.MC	0,0079	0,6047	2,25	2,46
ACS.MC	0,0067	0,6256	2,32	2,53
ELE.MC	0,0009	0,7933	2,94	3,15
FER.MC	0,0030	0,8808	3,26	3,47
MEL.MC	-0,0063	1,2681	4,69	4,90
ANA.MC	-0,0023	0,9239	3,42	3,63
CABK.MC	-0,0028	0,9743	3,60	3,81
ITX.MC	0,0108	0,4598	1,71	1,92
AMS.MC	0,0147	0,5336	1,99	2,20
AENA.MC	0,0156	0,8446	3,14	3,35
MRL.MC	0,0063	0,7180	2,66	2,87
ENG.MC	0,0069	0,4934	1,83	2,04
SAN.MC	-0,0045	1,2107	4,48	4,69
REE.MC	0,0216	0,5256	1,97	2,18
SGRE.MC	0,0001	1,1062	4,09	4,30
BBVA.MC	-0,0060	1,1790	4,36	4,57
GRF.MC	0,0133	0,5160	1,92	2,13
VIS.MC	0,0074	0,2845	1,06	1,27
CLNX.MC	0,0105	0,7943	2,95	3,16
ACX.MC	-0,0003	0,8379	3,10	3,31
MTS.MC	-0,0127	1,4994	5,54	5,75
DIA.MC	-0,0208	1,3882	5,12	5,33

Tabla 4: Estimación por CAPM de la sensibilidad a los factores, prima y coste de capital por empresa

En la tabla 5 vemos las estadísticas descriptivas de la prima de riesgo calculada por el modelo CAPM de las empresas que componen nuestra muestra.

Mínimo	1st Qu.	Mediana	Media	3rd Qu.	Máximo	Des. Típica
1.060	2.245	3.100	3.161	3.805	5.535	1.151

Tabla 5: Estadísticas descriptivas de la prima de riesgo estimada con el CAPM

Para contextualizar mejor las diferencias entre la estimación de la prima que obtenemos a partir de un modelo y de otro, en la figura 6, vemos la distribución de esta variable para cada modelo, además de la mediana, los cuartiles y sus valores extremos.

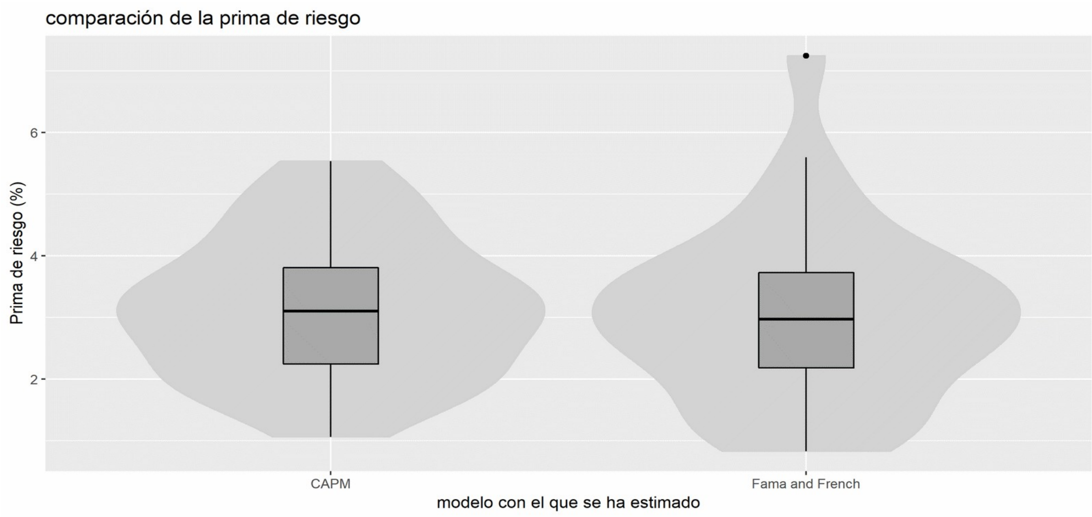


Figura 6: Distribución de la prima de riesgo según el modelo utilizado.

En último lugar, la figura 7 nos muestra el coste estimado por el modelo Fama y French y el coste estimado por el modelo CAPM para la misma acción. Si la estimación fuera igual los puntos azul seguirían una tendencia similar a la línea formada por $x = y$ (En amarillo en el gráfico).

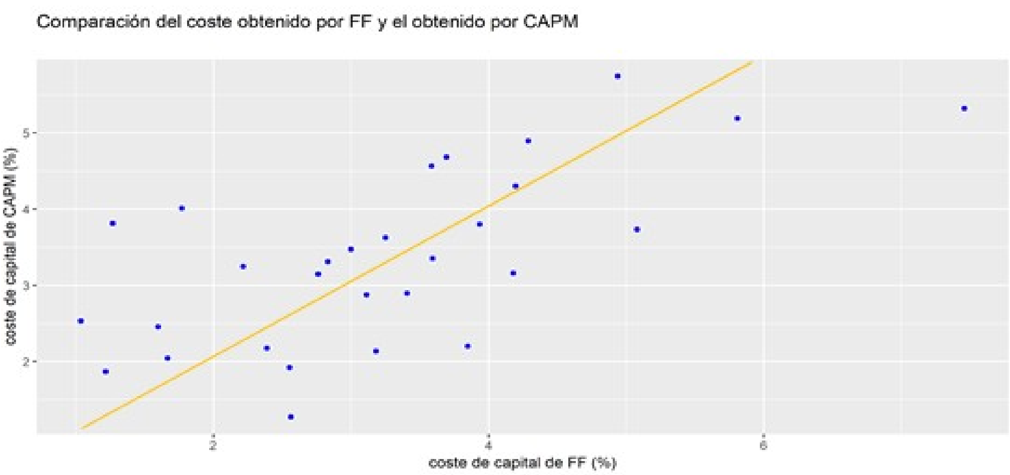


Figura 7: Comparación del coste estimado por el CAPM y el coste estimado por el Fama y French. .

9. Conclusiones

En este trabajo hemos calculado el coste de los recursos propios mediante el modelo Fama y French para 29 empresas del IBEX-35. Adicionalmente, hemos calculado el mismo coste con el CAPM para así facilitar la comprensión de su uso empresarial. Con el coste obtenido podemos descontar los flujos de caja esperados y obtener una valoración de las empresas de nuestra muestra.

El modelo CAPM es uno de los más utilizados en el mundo de las finanzas para la valoración de activos, la estimación de costes propios o el cálculo de tasa de descuento. Su coeficiente beta es ampliamente utilizado en el análisis bursátil y la toma de decisiones como una aproximación de la exposición de un activo al riesgo de mercado. Pero, esto no significa que sea necesariamente el mejor modelo. Empíricamente se ha demostrado que el modelo Fama y French obtiene mejores resultados y por tanto, explica una mayor variabilidad de los rendimientos que el CAPM. Como podemos ver en el apartado 6, la sensibilidad al tamaño disminuye conforme el tamaño de las firmas aumenta mientras que la sensibilidad al valor aumenta conforme aumenta el ratio “book-to-market equity”, esto se ve reflejado en la rentabilidad de los activos y concuerda con los principios teóricos del Fama y French. Por tanto, podemos decir que el modelo Fama y French hace un mejor trabajo estimando el coste de los recursos propios de las empresas. Aunque en los casos en que las empresas poseen un gran tamaño y un ratio “book-to-market equity” bajo la diferencia entre los modelos es pequeña.

Pese a que parece lógico afirmar que el modelo de Fama y French es preferible al CAPM, cuando tenemos en cuenta la complejidad de su cálculo, entramos en el dilema si compensa esa mejora en la estimación. Además, de la complejidad del cálculo del modelo en sí, encontramos que es más difícil conseguir datos para su estimación. En efecto, los índices de mercado (variable explicativa del CAPM) se pueden obtener directamente de la bolsa mientras que los factores requieren de un cálculo previo bastante laborioso.

Por tanto, y aunque el modelo Fama y French es mejor explicando los rendimientos de las acciones, es fácil entender porque el CAPM es más utilizado en la práctica profesional. Especialmente, en los casos en aquellos casos de grandes empresas con un valor en mercado muy superior al de libros donde la diferencia entre los modelos es reducida.

10. Bibliografía

Eugene F. Fama, K. R. (s.f.). The Capital Asset Pricing Model: Theory and Evidence. *CRSP Working Paper No. 550; Tuck Business School Working Paper* , 3-26.

Fama, E. F., & French, K. R. (1992). The Cross-Section of Expected Stock Returns. *The Journal of Finance 47*, 427.

Fama, E. F., & French, K. R. (1993). Common risk factors in the returns on stocks and bonds. *Journal of Financial Economics*, 33.

Garrett Grolemund, H. W. (s.f.). *R for Data Science*. Obtenido de https://r4ds.had.co.nz/

José Luis Miralles-Marcelo, M. d.-Q.-Q. (2012). Asset pricing with idiosyncratic risk: The Spanish case. *International Review of Economics and Finance*, 261 - 271.

Julio Cesar Alfonso, L. B. (2015). *Introducción al analisis de riesgo financiero.* ECOE Ediciones.

Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance, Vol. 7*, 77-91.

Oxford University Press. (2002). *Oxford Dictionary of Statistics.* Oxford University Press.

Paradis, E. (2003). *Emmanuel Paradis.* Institut des Sciences de l'Evolution, Universit Montpellier II.

Richard A. Brealey, S. C. (s.f.). *Principles of corporate finance.* Maidenhead, Berkshire : McGraw-Hill Education, cop. 2014.

Richard Brealey, R. J. (Abril 2014). *Cost of Capital: Applications and Examples. 5th Edition.* Wiley.

Tuck School of Business at Dartmouth. (s.f.). Understanding Risk and Return, the CAPM and the Fama-French Three-Factor Model. Case 03-111 . Case 03-111 .

University of sidney. (2013). The Capital Asset Pricing Model (CAPM): The History of a Failed Revolutionary Idea in Finance? *ABACUS*, vol. 49.

Anexo

1. Empresas del IBEX

ticker	Nombre	ticker	nombre
ABE.MC	Abertis Infraestructuras, S.A.	CABK.MC	CaixaBank, S.A.
TEF.MC	Telefónica, S.A.	ITX.MC	Industria de Diseño Textil, S.A.
MAP.MC	Mapfre, S.A.	AMS.MC	Amadeus IT Group, S.A.
SAB.MC	Banco de Sabadell, S.A.	AENA.MC	Aena S.M.E., S.A.
IAG.MC	International Consolidated Airlines Group, S.A.	MRL.MC	MERLIN Properties SOCIMI, S.A.
BKT.MC	Bankinter, S.A.	ENG.MC	Enagás, S.A.
GAS.MC	Gas Natural SDG, S.A.	SAN.MC	Banco Santander, S.A.
TRE.MC		REE.MC	Red Eléctrica Corporación, S.A.
IBE.MC	Iberdrola, S.A.	SGRE.MC	Siemens Gamesa Renewable Energy, S.A.
ACS.MC	ACS, Actividades de Construcción y Servicios, S.A.	BBVA.MC	Banco Bilbao Vizcaya Argentaria, S.A.
ELE.MC	Endesa, Sociedad Anonima	GRF.MC	Grifols, S.A.
FER.MC	Ferrovial, S.A.	VIS.MC	Viscofan, S.A.
MEL.MC	Meliá Hotels International, S.A.	CLNX.MC	Cellnex Telecom, S.A.
ANA.MC	Acciona, S.A.	ACX.MC	Acerinox, S.A.
DIA.MC	Distribuidora Internacional de Alimentación, S.A.	MTS.MC	ArcelorMittal

2. Script

```
#descarga de paquetes----------

library(tidyquant)

library(tidyverse)

library(timetk)

library(broom)

library(glue)
```

```
library(readxl)

library(BatchGetSymbols)

library(apaTables)

library(MBESS)

library(openxlsx)


#importamos los datos-------------


#el vector "symbols" contiene los tickers

symbols <- c("SPY","EFA", "IJS", "EEM","AGG")


#el vector "prices" contiene los datos sobre los precios

prices <-

  getSymbols(symbols, src = 'yahoo',

             from = "2012-12-31",

             to = "2017-12-31",

                 auto.assign = TRUE, warnings = FALSE, getSymbols.yahoo.warning =
FALSE ) %>%

  map(~Ad(get(.))) %>%

  reduce(merge) %>%

  `colnames<-`(symbols)


#construimos el portfolio--------


#asignamos unas participaci?n de cada activo en nuestra cartera

w <- c(0.25, 0.25, 0.20, 0.20, 0.10)


#convertimos los rendimientos diarios en el logaritmo

# de los rendimientos mensuales
```

```
asset_returns_long <-
  prices %>%
  to.monthly(indexAt = "lastof", OHLC = FALSE) %>%
  tk_tbl(preserve_index = TRUE, rename_index = "date") %>%
  gather(asset, returns, -date) %>%
  group_by(asset) %>%
  mutate(returns = (log(returns) - log(lag(returns)))) %>%
  na.omit()

#calculamos el rendimiento del portfolio
portfolio_returns_tq_rebalanced_monthly <-
  asset_returns_long %>%
  tq_portfolio(assets_col  = asset,
               returns_col = returns,
               weights     = w,
               col_rename  = "returns",
               rebalance_on = "months")

#fama and french model--------------

#importamos los datos--------
temp <- tempfile()

base <-
  "http://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/ftp/"

factor <-
  "Global_3_Factors"
```

```
format<-
  "_CSV.zip"

full_url <-
  glue(base,
       factor,
       format,
       sep ="")

download.file(
  full_url,
  temp,
  quiet = TRUE)



#definimos los tipos de variables y limpiamos los datos------
Global_3_Factors <-
  read_csv(unz(temp, "Global_3_Factors.csv"), na = '-99.99', skip = 6)%>%
  rename(date = X1) %>%
  mutate_at(vars(-date), as.numeric) %>%
   mutate(date =  rollback(ymd(parse_date_time(date, "%Y%m") + months(1)))) %>
%
  filter(date >=
           first(portfolio_returns_tq_rebalanced_monthly$date) & date <=
           last(portfolio_returns_tq_rebalanced_monthly$date))

#unimos los rendimientos de nuestro portfolio a los factores de riesgo
ff_portfolio_returns <-
```

```
  portfolio_returns_tq_rebalanced_monthly %>%
  left_join(Global_3_Factors, by = "date") %>%
  mutate(MKT_RF = Global_3_Factors$`Mkt-RF`/100,
         SMB = Global_3_Factors$SMB/100,
         HML = Global_3_Factors$HML/100,
         RF = Global_3_Factors$RF/100,
         R_excess = round(returns - RF, 4))

#realizamos una regresion linear simple para calcular los coeffiencentes del modelo
ff_dplyr_byhand <-
  ff_portfolio_returns %>%
  do(model = lm(R_excess ~ MKT_RF + SMB + HML,
                data = .)) %>%
  tidy(model, conf.int = T, conf.level = .95)



#representamos los coeficientes de los factores junto con los intervalos
#de confianza
ff_dplyr_byhand %>%
  mutate_if(is.numeric, funs(round(., 3))) %>%
  filter(term != "(Intercept)") %>%
  ggplot(aes(x = term, y = estimate, shape = term, color = term)) +
  geom_point() +
  geom_errorbar(aes(ymin = conf.low, ymax = conf.high)) +
  labs(title = "Coeficientes del modelo de 3 Factores FF",
       subtitle ="",
       x = "",
       y = "coefficient",
       caption = "Fuente: web Fama French y yahoo! Finance") +
```

```
  theme_minimal() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5),
        plot.subtitle = element_text(hjust = 0.5),
        plot.caption  = element_text(hjust = 0))



#importamos los factores Europeos--------------


temp <- tempfile()
base <-
  "http://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/ftp/"



factor <-
  "Europe_3_Factors"


format<-
  "_CSV.zip"


full_url <-
  glue(base,factor,format,sep ="")


download.file(full_url,temp,quiet = TRUE)


EUFactors<-read.csv(unz(temp,"Europe_3_Factors.csv",open = ""),skip = 6, nrows = 346)


#arreglamos las fechas
colnames(EUFactors)[1] <- "date"
```

```
EUFactors$date <- as.character(EUFactors$date)
EUFactors <- EUFactors %>%
  mutate_at(vars(-date),as.numeric) %>%
  mutate(date = ymd(parse_date_time(date, "Y%m%")))

EUFactors%>%
  select(date) %>%
  mutate(date = lubridate::rollback(date, roll_to_first = TRUE)) %>%
  head(1)

#importamos precios---------------

tickers_ibex <- read_excel("C:/Users/lenovo/Downloads/tickers ibex.xlsx")

precios <- BatchGetSymbols(tickers_ibex$ticker, first.date = '2000-01-01',
                          thresh.bad.data = 0.10)

df.precios <- precios$df.tickers



returns_longs <- df.precios %>% group_by(ticker) %>%
  tq_transmute(select = price.adjusted, mutate_fun = periodReturn,
               period = "monthly", type = "log") %>%
  na.omit()

#arreglamos las fechas
colnames(returns_longs)[2] <- "date"

returns_longs <-returns_longs %>%
```

```
  mutate(date = lubridate::rollback(date, roll_to_first = TRUE))%>%
  filter(date <= last(EUFactors$date))



#Ajustamos las fechas de los factores y los precios
EUFactors <- EUFactors %>%
  filter(date >= first(returns_longs$date))
#juntamos los factores con los precios-----------


relacion_de_tickers <- tickers_ibex$ticker #relacion_de_tickers vector con los tickers
df.vacio <- data.frame()
df.model <- data.frame()




# comienzo del bucle ----------------------------------------------------


for (i in relacion_de_tickers2) {
  #filtro por ticker y junto a factores
  returns <- returns_longs %>%
    filter(ticker == i)



  # Si un ticker no esta en returns_longs tiene que pasar al siguiente


  if(dim(returns) == 0) {next}
```

```
datos <- returns %>%
  left_join(EUFactors, by = "date")


datos <- datos %>%
  mutate( Mkt.RF= Mkt.RF/100,
          SMB = SMB/100,
          HML = HML/100,
          RF = RF/100,
          R_excess = monthly.returns - RF)

# modelo para arreglar coeficientes y pegarlo en data.frame de acumulacion de todos los tickers
FF_model <- datos %>%
  do(model = lm(R_excess ~ Mkt.RF + SMB + HML,
                data = .)) %>%
  tidy(model, conf.int = T, conf.level = .95)



#mismo modelo con un formato adecuado para la presentacion de las tablas
FF_model_para_apa <- lm(data = datos, R_excess ~ Mkt.RF + SMB + HML)



# generacion de tabla apa para cada regresion en formato doc
apa.reg.table(FF_model_para_apa, filename = paste0(i,'.doc'))




# figura valor coeficientes
```

```
figure <- FF_model %>%
  mutate_if(is.numeric, funs(round(., 3))) %>%
  filter(term != "(Intercept)") %>%
  ggplot(aes(x = term, y = estimate, shape = term, color = term)) +
  geom_point() +
  geom_errorbar(aes(ymin = conf.low, ymax = conf.high)) +
  labs(title = paste("Coeficientes Fama y French:" ,i),
       x = "",
       y = "Coeficiente",
       caption = "Fuente de datos: Fama French website y yahoo! Finance") +
  theme_minimal() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5),
        plot.subtitle = element_text(hjust = 0.5),
        plot.caption  = element_text(hjust = 0),
        legend.title = element_blank())

# exportacion figura
ggsave(filename = paste0(i,'.png'),
       plot = figure,
       device = 'png',
       units = 'cm',
       width = 25,
       height = 25/1.41,
       dpi = 300)

#incorporo al data frame vacio
df.vacio <- rbind.data.frame(df.vacio, datos)
df.model <- rbind.data.frame(df.model, FF_model)
```

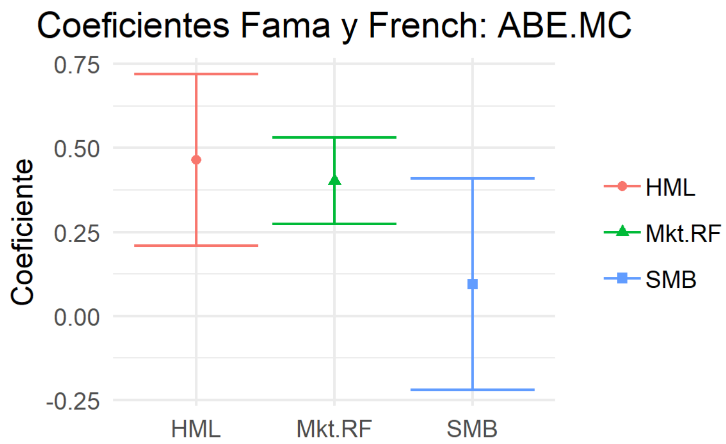
```
} # final de bucle principal

# exportar tabla coeficientes regresiones FF ------------------------------

# creo  una hoja de calculo con dos objetos (dos hojas)

hoja_de_calculo <- createWorkbook()
addWorksheet(wb = hoja_de_calculo, sheetName = "modelos")
addWorksheet(wb = hoja_de_calculo, sheetName = 'datos')

writeData(wb = hoja_de_calculo, sheet = 'modelos', x = df.model)
writeData(wb = hoja_de_calculo, sheet = 'datos', x = df.vacio)

saveWorkbook(wb = workbook, file = 'resultados_FF3_UE.xlsx', overwrite = TRUE)

# importo la tabla de coeficientes regresiones FF ------------------------------

resultados_FF3_UE <- read_excel("resultados_FF3_UE.xlsx")

datos_FF3_UE <- read_excel("resultados_FF3_UE.xlsx", sheet = "datos")
```

```
#tabla & pic ----------

# extraigo sensibilidades y ultimo mes de los factores

tabla_resultados <- resultados_FF3_UE [, 1:3]

head(tabla_resultados)


tabla_resultados <- pivot_wider(tabla_resultados, names_from = term, values_from
= estimate)


ultimo_mes <- tail(EUFactors, 1)


ultimo_mes

# calculo prima y cst

prima <-
tabla_resultados$`(Intercept)`+tabla_resultados$Mkt.RF*ultimo_mes$Mkt.RF +
tabla_resultados$SMB*ultimo_mes$SMB+
tabla_resultados$HML*ultimo_mes$HML

head(prima)


coste_rp <- prima+ultimo_mes$RF


tabla_resultados <- cbind(tabla_resultados, prima) %>%

  cbind(coste_rp)


head(tabla_resultados)

# guardo en excel


hoja_de_calculo <- createWorkbook()
```

```
addWorksheet(wb = hoja_de_calculo, sheetName = "tabla de resultados")

writeData(wb = hoja_de_calculo, sheet = 'tabla de resultados', x = tabla_resultados)

saveWorkbook(wb = hoja_de_calculo, file = 'resultados_prima_&_coste.xlsx', overwrite = TRUE)

#descripción de la muestra _----

figura_muestra <- ggplot(datos_FF3_UE,aes(x = ticker, y = monthly.returns))+
  facet_wrap(~ticker, scale = "free", ncol = 5 ) +
  geom_violin(adjust = 1.0, scale ='width', color = "light grey",fill = 'light grey') +
  geom_boxplot(color = "black", fill = "dark grey", width = 0.2) +
  labs(title = "Descripción de la muestra de empresas",
       subtitle = "",
       x = " Tickers de empresas del IBEX-35",
       y = "Rendimiento (%)")

ggsave(filename = paste0("descripcion muestra1",'.png'),
       plot = figura_muestra,
       device = 'png',
       units = 'cm',
       width = 25,
       height = 35,
       dpi = 300)
```

3. Resultados

Abertis Infraestructuras, S.A



Fuente de datos: Fama French website y yahoo! Finance

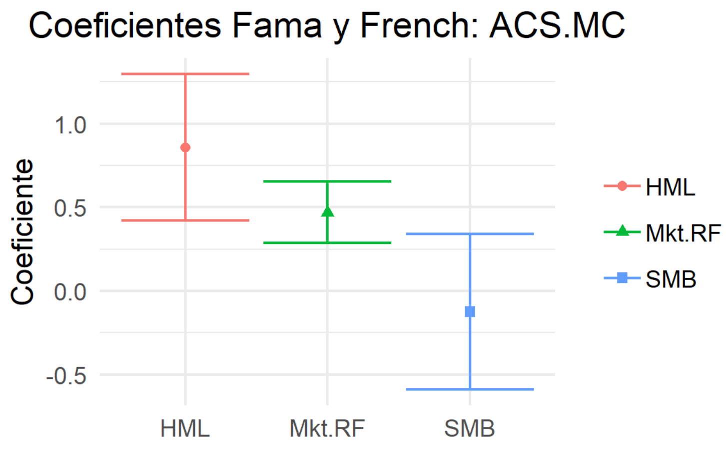
Table 3.1

Regression results using R_excess as the criterion

Predictor	*b*	*b* 95% CI [LL, UL]	*beta*	*beta* 95% CI [LL, UL]	*sr²*	*sr²* 95% CI [LL, UL]	*r*	Fit
(Intercept)	-0.00	[-0.01, 0.01]						
Mkt.RF	0.40**	[0.27, 0.53]	0.37	[0.25, 0.49]	.13	[.05, .21]	.42**	
SMB	0.10	[-0.22, 0.41]	0.04	[-0.08, 0.15]	.00	[-.01, .01]	-.02	
HML	0.46**	[0.21, 0.72]	0.22	[0.10, 0.34]	.05	[-.00, .09]	.29**	
								R^2 = .220** 95% CI[.12,.30]

Note. A significant *b*-weight indicates the beta-weight and semi-partial correlation are also significant. *b* represents unstandardized regression weights. *beta* indicates the standardized regression weights. sr^2 represents the semi-partial correlation squared. *r* represents the zero-order correlation. *LL* and *UL* indicate the lower and upper limits of a confidence interval, respectively. * indicates $p < .05$. ** indicates $p < .01$.

Actividades de Construcción y Servicios, S.A.



Fuente de datos: Fama French website y yahoo! Finance

Table 3.2

Regression results using R_excess as the criterion

Predictor	*b*	*b* 95% CI [LL, UL]	*beta*	*beta* 95% CI [LL, UL]	sr^2	sr^2 95% CI [LL, UL]	*r*	Fit
(Intercept)	0.01	[-0.00, 0.02]						
Mkt.RF	0.47**	[0.29, 0.65]	0.34	[0.21, 0.47]	.09	[.02, .16]	.45**	
SMB	-0.12	[-0.59, 0.34]	-0.03	[-0.15, 0.09]	.00	[-.01, .01]	-.06	
HML	0.86**	[0.42, 1.30]	0.26	[0.13, 0.39]	.05	[.00, .11]	.40**	
								R^2 = .259** 95% CI[.15,.35]

Note. A significant *b*-weight indicates the beta-weight and semi-partial correlation are also significant. *b* represents unstandardized regression weights. *beta* indicates the standardized regression weights. sr^2 represents the semi-partial correlation squared. *r* represents the zero-order correlation. *LL* and *UL* indicate the lower and upper limits of a confidence interval, respectively.
* indicates $p < .05$. ** indicates $p < .01$.

Acerinox, S.A.

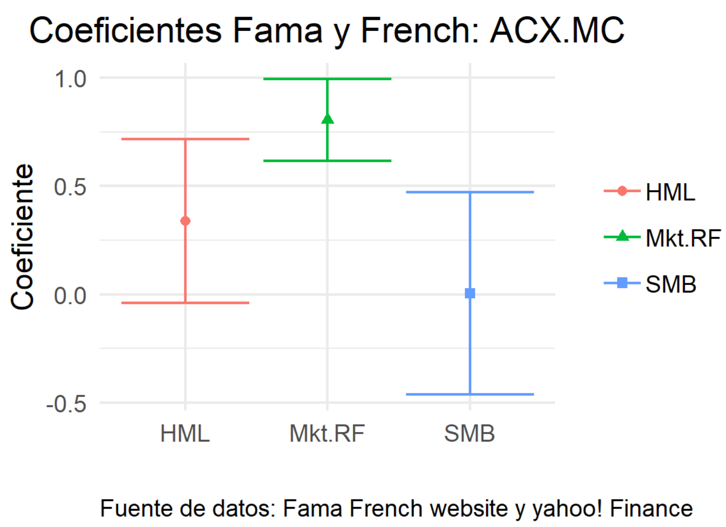


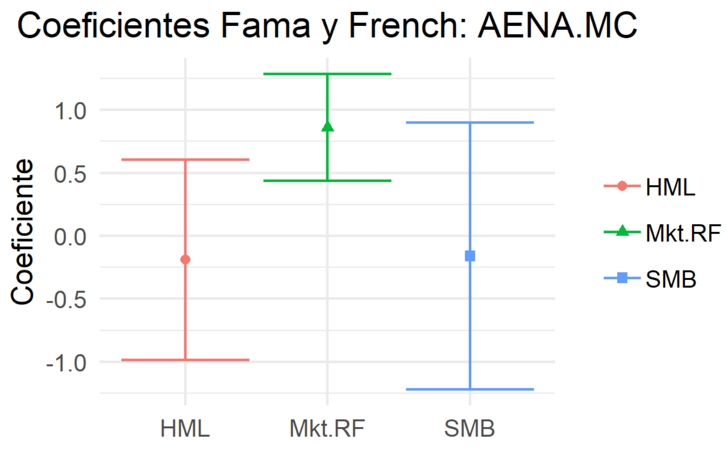
Table 3.3

Regression results using R_excess as the criterion

Predictor	*b*	*b* 95% CI [LL, UL]	*beta*	*beta* 95% CI [LL, UL]	*sr*^{2}	*sr*^{2} 95% CI [LL, UL]	*r*	Fit
(Intercept)	-0.00	[-0.01, 0.01]						
Mkt.RF	0.81**	[0.62, 1.00]	0.48	[0.37, 0.60]	.23	[.13, .32]	.50**	
SMB	0.00	[-0.46, 0.47]	0.00	[-0.11, 0.11]	.00	[-.00, .00]	-.05	
HML	0.34	[-0.04, 0.72]	0.10	[-0.01, 0.22]	.01	[-.01, .03]	.20**	
								R^2 = .264** 95% CI[.17,.35]

Note. A significant *b*-weight indicates the beta-weight and semi-partial correlation are also significant. *b* represents unstandardized regression weights. *beta* indicates the standardized regression weights. *sr*^{2} represents the semi-partial correlation squared. *r* represents the zero-order correlation. *LL* and *UL* indicate the lower and upper limits of a confidence interval, respectively.
* indicates $p < .05$. ** indicates $p < .01$.

Aena S.M.E., S.A.



Fuente de datos: Fama French website y yahoo! Finance

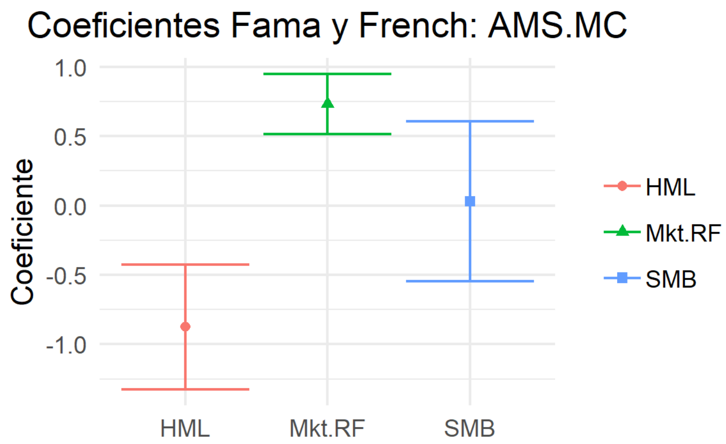
Table 3.4

Regression results using R_excess as the criterion

Predictor	*b*	*b* 95% CI [LL, UL]	*beta*	*beta* 95% CI [LL, UL]	sr^2	sr^2 95% CI [LL, UL]	*r*	Fit
(Intercept)	0.02	[-0.00, 0.03]						
Mkt.RF	0.86**	[0.44, 1.29]	0.52	[0.26, 0.77]	.26	[.05, .47]	.51**	
SMB	-0.16	[-1.22, 0.90]	-0.04	[-0.29, 0.21]	.00	[-.02, .02]	-.04	
HML	-0.19	[-0.99, 0.61]	-0.06	[-0.32, 0.20]	.00	[-.02, .03]	.03	
								R^2 = .262** 95% CI[.04,.41]

Note. A significant *b*-weight indicates the beta-weight and semi-partial correlation are also significant. *b* represents unstandardized regression weights. *beta* indicates the standardized regression weights. sr^2 represents the semi-partial correlation squared. *r* represents the zero-order correlation. *LL* and *UL* indicate the lower and upper limits of a confidence interval, respectively.
* indicates $p < .05$. ** indicates $p < .01$.

Amadeus IT Group, S.A.



Fuente de datos: Fama French website y yahoo! Finance

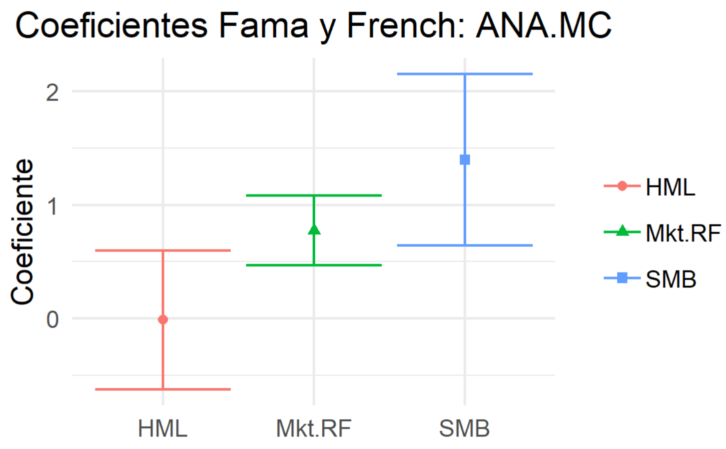
Table 3.5

Regression results using R_excess as the criterion

Predictor	*b*	*b* 95% CI [LL, UL]	*beta*	*beta* 95% CI [LL, UL]	sr^2	sr^2 95% CI [LL, UL]	*r*	Fit
(Intercept)	0.01*	[0.00, 0.02]						
Mkt.RF	0.73**	[0.51, 0.95]	0.62	[0.43, 0.80]	.30	[.15, .44]	.45**	
SMB	0.03	[-0.55, 0.61]	0.01	[-0.15, 0.17]	.00	[-.00, .00]	-.03	
HML	-0.88**	[-1.33, -0.42]	-0.36	[-0.54, -0.17]	.10	[.00, .19]	-.07	
								R^2 = .303** 95% CI[.15,.41]

Note. A significant *b*-weight indicates the beta-weight and semi-partial correlation are also significant. *b* represents unstandardized regression weights. *beta* indicates the standardized regression weights. sr^2 represents the semi-partial correlation squared. *r* represents the zero-order correlation. *LL* and *UL* indicate the lower and upper limits of a confidence interval, respectively.
* indicates $p < .05$. ** indicates $p < .01$.

Acciona, S.A



Fuente de datos: Fama French website y yahoo! Finance

Table 3.6

Regression results using R_excess as the criterion

Predictor	*b*	*b* 95% CI [LL, UL]	*beta*	*beta* 95% CI [LL, UL]	sr^2	sr^2 95% CI [LL, UL]	*r*	Fit
(Intercept)	0.01	[-0.01, 0.02]						
Mkt.RF	0.78**	[0.47, 1.08]	0.31	[0.19, 0.44]	.09	[.02, .17]	.30**	
SMB	1.40**	[0.64, 2.15]	0.23	[0.10, 0.35]	.05	[-.00, .10]	.20**	
HML	-0.01	[-0.62, 0.60]	-0.00	[-0.13, 0.12]	.00	[-.00, .00]	.03	
								R^2 = .139** 95% CI[.06,.21]

Note. A significant *b*-weight indicates the beta-weight and semi-partial correlation are also significant. *b* represents unstandardized regression weights. *beta* indicates the standardized regression weights. sr^2 represents the semi-partial correlation squared. *r* represents the zero-order correlation. *LL* and *UL* indicate the lower and upper limits of a confidence interval, respectively.
* indicates $p < .05$. ** indicates $p < .01$.

Banco Bilbao Vizcaya Argentaria, S.A

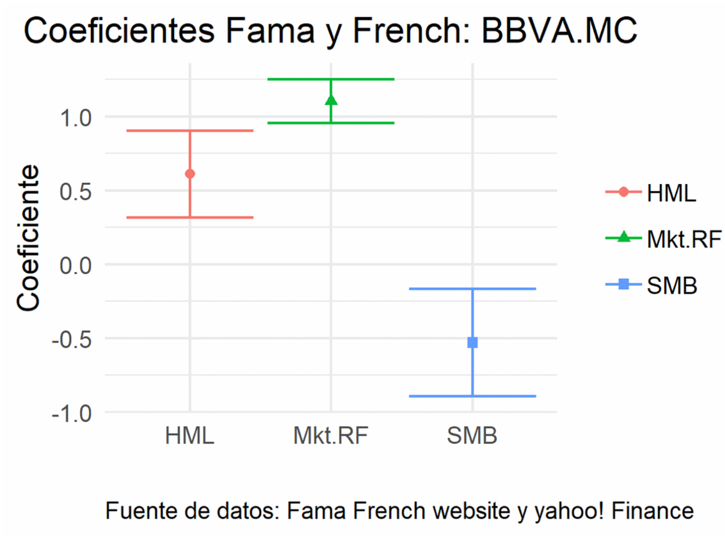


Table 3.7

Regression results using R_excess as the criterion

Predictor	*b*	*b* 95% CI [LL, UL]	*beta*	*beta* 95% CI [LL, UL]	*sr*²	*sr*² 95% CI [LL, UL]	*r*	Fit
(Intercept)	-0.01	[-0.02, 0.00]						
Mkt.RF	1.10**	[0.95, 1.25]	0.66	[0.57, 0.75]	.42	[.33, .51]	.71**	
SMB	-0.53**	[-0.89, -0.17]	-0.13	[-0.22, -0.04]	.02	[-.01, .04]	-.20**	
HML	0.61**	[0.31, 0.90]	0.18	[0.09, 0.27]	.03	[.00, .06]	.33**	
								R^2 = .554** 95% CI[.47,.62]

Note. A significant *b*-weight indicates the beta-weight and semi-partial correlation are also significant. *b* represents unstandardized regression weights. *beta* indicates the standardized regression weights. *sr*² represents the semi-partial correlation squared. *r* represents the zero-order correlation. *LL* and *UL* indicate the lower and upper limits of a confidence interval, respectively. * indicates $p < .05$. ** indicates $p < .01$.

Bankinter, S.A.

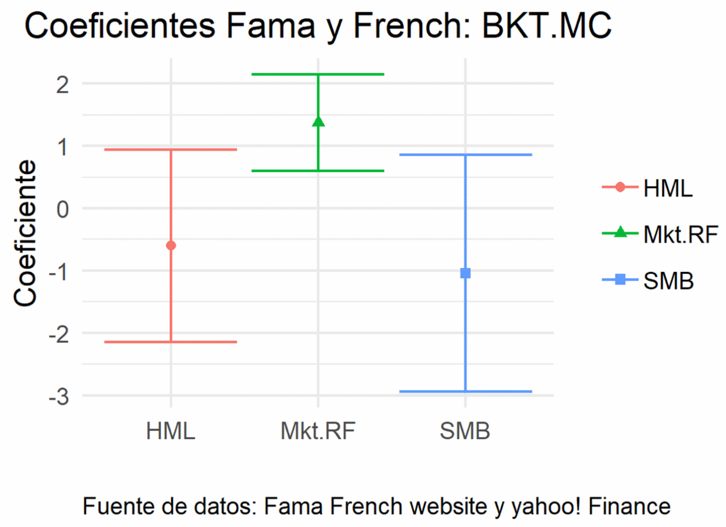


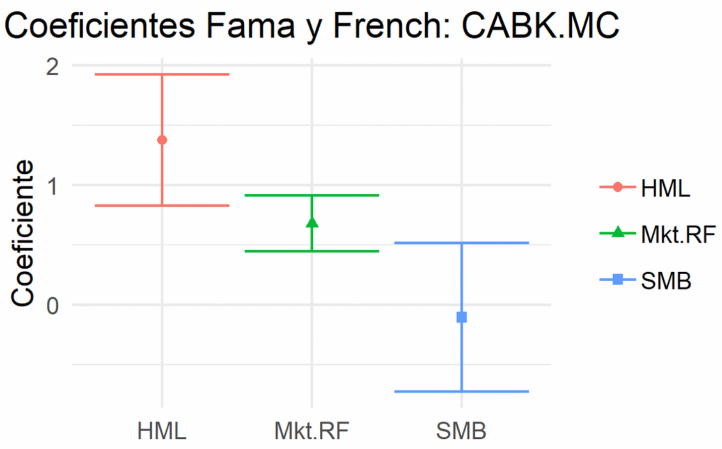
Table 3.8

Regression results using R_excess as the criterion

Predictor	*b*	*b* 95% CI [LL, UL]	*beta*	*beta* 95% CI [LL, UL]	*sr*^{2}	*sr*^{2} 95% CI [LL, UL]	*r*	Fit
(Intercept)	-0.00	[-0.04, 0.04]						
Mkt.RF	1.37**	[0.60, 2.15]	0.23	[0.10, 0.36]	.05	[-.00, .11]	.23**	
SMB	-1.04	[-2.94, 0.86]	-0.07	[-0.20, 0.06]	.00	[-.01, .02]	-.08	
HML	-0.60	[-2.14, 0.94]	-0.05	[-0.18, 0.08]	.00	[-.01, .01]	.00	
								R^2 = .057** 95% CI[.01,.12]

Note. A significant *b*-weight indicates the beta-weight and semi-partial correlation are also significant. *b* represents unstandardized regression weights. *beta* indicates the standardized regression weights. *sr*^{2} represents the semi-partial correlation squared. *r* represents the zero-order correlation. *LL* and *UL* indicate the lower and upper limits of a confidence interval, respectively.
* indicates $p < .05$. ** indicates $p < .01$.

CaixaBank, S.A.



Fuente de datos: Fama French website y yahoo! Finance

Table 3.9

Regression results using R_excess as the criterion

Predictor	*b*	*b* 95% CI [LL, UL]	*beta*	*beta* 95% CI [LL, UL]	sr^2	sr^2 95% CI [LL, UL]	*r*	Fit
(Intercept)	0.00	[-0.01, 0.01]						
Mkt.RF	0.68**	[0.45, 0.91]	0.42	[0.28, 0.56]	.13	[.05, .22]	.60**	
SMB	-0.10	[-0.72, 0.52]	-0.02	[-0.15, 0.10]	.00	[-.00, .01]	-.07	
HML	1.38**	[0.83, 1.93]	0.36	[0.22, 0.51]	.10	[.02, .17]	.57**	
								R^2 = .464** 95% CI[.33,.55]

Note. A significant *b*-weight indicates the beta-weight and semi-partial correlation are also significant. *b* represents unstandardized regression weights. *beta* indicates the standardized regression weights. sr^2 represents the semi-partial correlation squared. *r* represents the zero-order correlation. *LL* and *UL* indicate the lower and upper limits of a confidence interval, respectively. * indicates $p < .05$. ** indicates $p < .01$.

Cellnex Telecom, S.A.

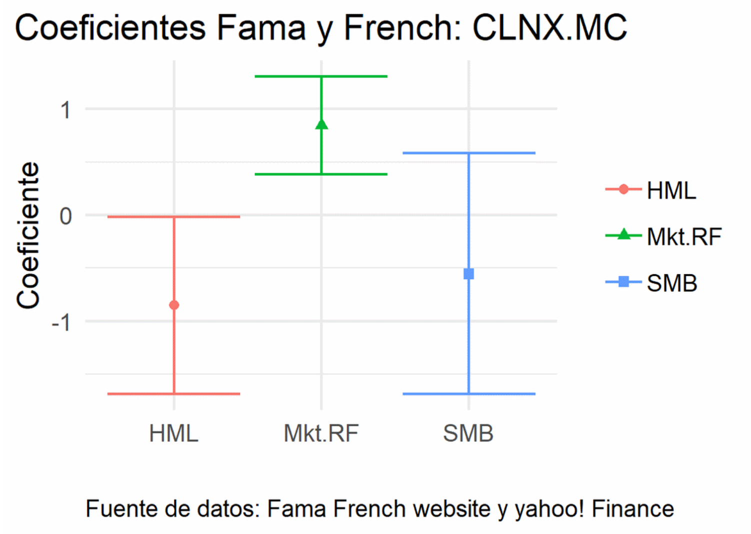


Table 3.10

Regression results using R_excess as the criterion

Predictor	*b*	*b* 95% CI [LL, UL]	*beta*	*beta* 95% CI [LL, UL]	*sr*^{2}	*sr*^{2} 95% CI [LL, UL]	*r*	Fit
(Intercept)	0.01	[-0.01, 0.03]						
Mkt.RF	0.84**	[0.38, 1.31]	0.48	[0.22, 0.74]	.22	[.02, .42]	.45**	
SMB	-0.55	[-1.69, 0.58]	-0.13	[-0.39, 0.13]	.02	[-.04, .08]	-.13	
HML	-0.85*	[-1.69, -0.02]	-0.27	[-0.53, -0.01]	.07	[-.05, .19]	-.18	
								R^2 = .279** 95% CI[.05,.43]

Note. A significant *b*-weight indicates the beta-weight and semi-partial correlation are also significant. *b* represents unstandardized regression weights. *beta* indicates the standardized regression weights. *sr*^{2} represents the semi-partial correlation squared. *r* represents the zero-order correlation. *LL* and *UL* indicate the lower and upper limits of a confidence interval, respectively. * indicates $p < .05$. ** indicates $p < .01$.

Distribuidora Internacional de Alimentación, S.A

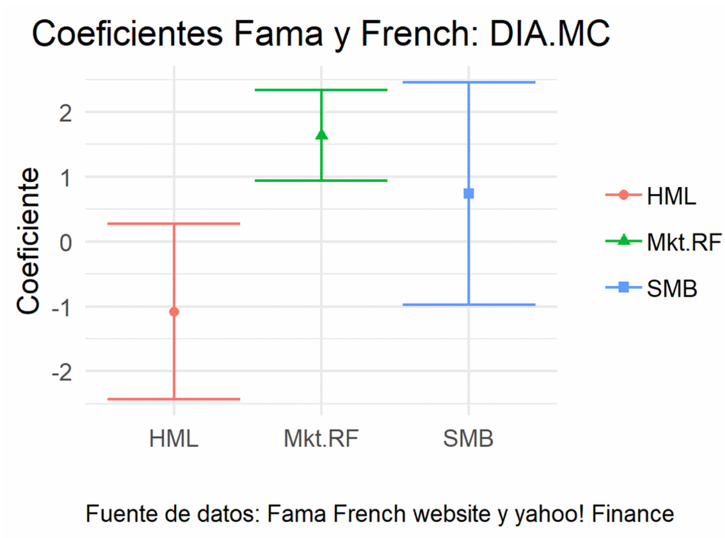


Table 3.11

Regression results using R_excess as the criterion

Predictor	*b*	*b* 95% CI [LL, UL]	*beta*	*beta* 95% CI [LL, UL]	*sr*^{2}	*sr*^{2} 95% CI [LL, UL]	*r*	Fit
(Intercept)	-0.03	[-0.05, 0.00]						
Mkt.RF	1.64**	[0.94, 2.34]	0.48	[0.28, 0.69]	.19	[.05, .34]	.41**	
SMB	0.74	[-0.98, 2.46]	0.08	[-0.11, 0.27]	.01	[-.02, .04]	.04	
HML	-1.08	[-2.43, 0.27]	-0.17	[-0.37, 0.04]	.02	[-.03, .08]	.03	
								R^2 = .195** 95% CI[.05,.31]

Note. A significant *b*-weight indicates the beta-weight and semi-partial correlation are also significant. *b* represents unstandardized regression weights. *beta* indicates the standardized regression weights. *sr*^{2} represents the semi-partial correlation squared. *r* represents the zero-order correlation. *LL* and *UL* indicate the lower and upper limits of a confidence interval, respectively.
* indicates $p < .05$. ** indicates $p < .01$.

Endesa, Sociedad Anonima

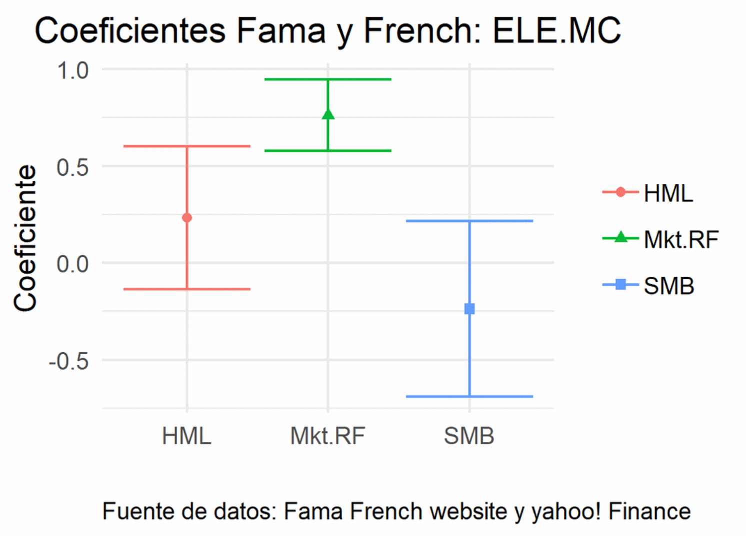


Table 3.12

Regression results using R_excess as the criterion

Predictor	*b*	*b* 95% CI [LL, UL]	*beta*	*beta* 95% CI [LL, UL]	*sr*^{2}	*sr*^{2} 95% CI [LL, UL]	*r*	Fit
(Intercept)	0.00	[-0.01, 0.01]						
Mkt.RF	0.76**	[0.58, 0.95]	0.48	[0.36, 0.59]	.22	[.12, .31]	.50**	
SMB	-0.24	[-0.69, 0.22]	-0.06	[-0.17, 0.05]	.00	[-.01, .02]	-.11	
HML	0.23	[-0.14, 0.60]	0.07	[-0.04, 0.19]	.01	[-.01, .02]	.17**	
								R^2 = .255** 95% CI[.16,.34]

Note. A significant *b*-weight indicates the beta-weight and semi-partial correlation are also significant. *b* represents unstandardized regression weights. *beta* indicates the standardized regression weights. *sr*^{2} represents

the semi-partial correlation squared. *r* represents the zero-order correlation. *LL* and *UL* indicate the lower and upper limits of a confidence interval, respectively.
* indicates $p < .05$. ** indicates $p < .01$.

Enagás, S.A.

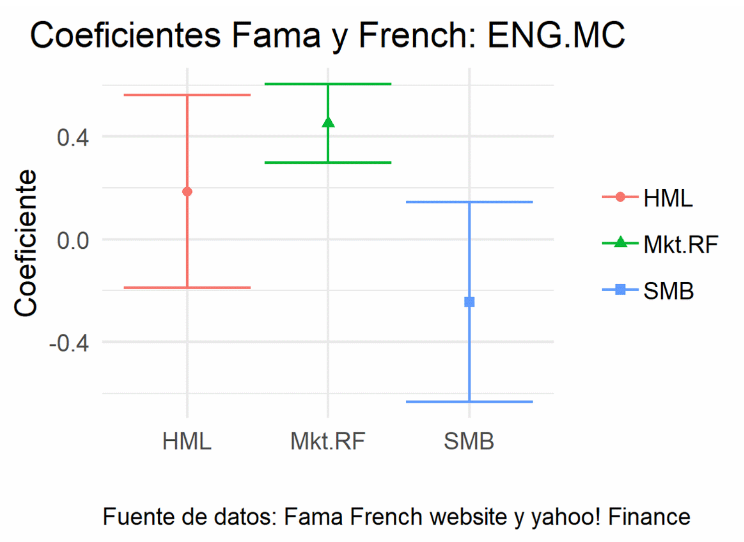


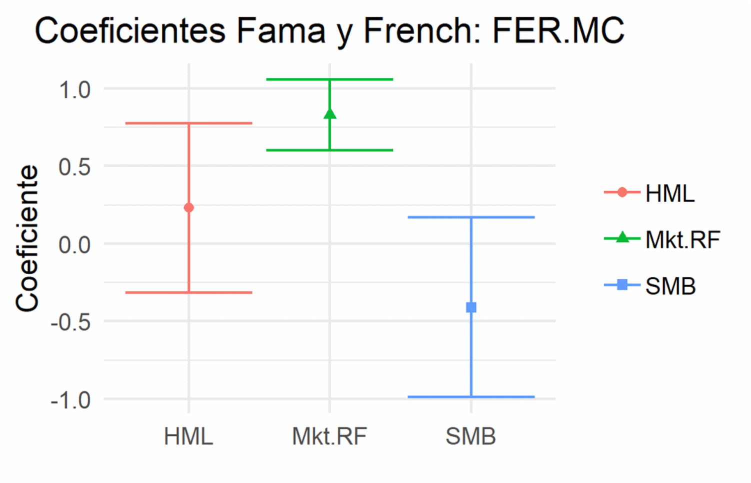
Table 3.13

Regression results using R_excess as the criterion

Predictor	*b*	*b* 95% CI [LL, UL]	*beta*	*beta* 95% CI [LL, UL]	sr^2	sr^2 95% CI [LL, UL]	*r*	Fit
(Intercept)	0.01*	[0.00, 0.01]						
Mkt.RF	0.45**	[0.30, 0.61]	0.41	[0.27, 0.55]	.13	[.05, .22]	.45**	
SMB	-0.25	[-0.63, 0.14]	-0.08	[-0.20, 0.05]	.01	[-.01, .03]	-.12	
HML	0.19	[-0.19, 0.56]	0.07	[-0.07, 0.21]	.00	[-.01, .02]	.25**	
								R^2 = .210** 95% CI[.11,.30]

Note. A significant *b*-weight indicates the beta-weight and semi-partial correlation are also significant. *b* represents unstandardized regression weights. *beta* indicates the standardized regression weights. sr^2 represents the semi-partial correlation squared. *r* represents the zero-order correlation. *LL* and *UL* indicate the lower and upper limits of a confidence interval, respectively.
* indicates $p < .05$. ** indicates $p < .01$.

Ferrovial, S.A.



Fuente de datos: Fama French website y yahoo! Finance

Table 3.14

Regression results using R_excess as the criterion

Predictor	b	b 95% CI [LL, UL]	*beta*	*beta* 95% CI [LL, UL]	sr^2	sr^2 95% CI [LL, UL]	r	Fit
(Intercept)	0.00	[-0.01, 0.01]						
Mkt. RF	0.83**	[0.60, 1.06]	0.52	[0.38, 0.67]	.21	[.10, .31]	.56**	
SMB	-0.41	[-0.99, 0.17]	-0.09	[-0.21, 0.04]	.01	[-.01, .03]	-.10	
HML	0.23	[-0.31, 0.78]	0.06	[-0.08, 0.21]	.00	[-.01, .02]	.33**	
								R^2 = .320** 95% CI[.20,.41]

Note. A significant *b*-weight indicates the beta-weight and semi-partial correlation are also significant. *b*

represents unstandardized regression weights. *beta* indicates the standardized regression weights. sr^2 represents the semi-partial correlation squared. *r* represents the zero-order correlation. *LL* and *UL* indicate the lower and upper limits of a confidence interval, respectively.
* indicates $p < .05$. ** indicates $p < .01$.

Grifols, S.A.

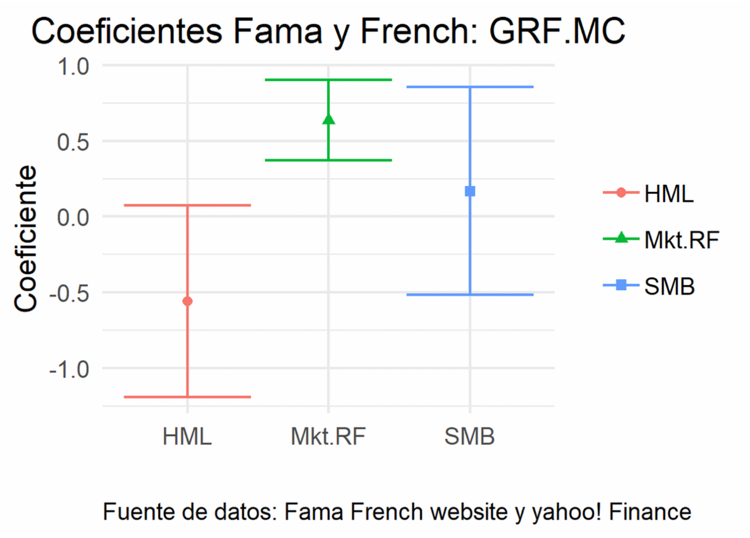


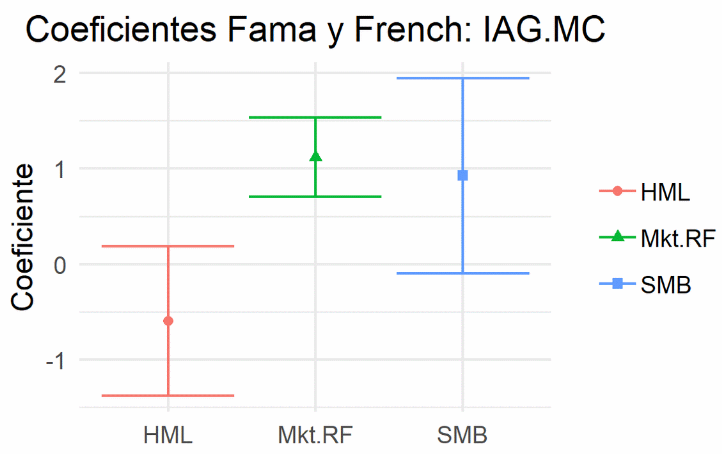
Table 3.15

Regression results using R_excess as the criterion

Predictor	*b*	*b* 95% CI [LL, UL]	*beta*	*beta* 95% CI [LL, UL]	sr^2	sr^2 95% CI [LL, UL]	*r*	Fit
(Intercept)	0.01	[-0.00, 0.02]						
Mkt.RF	0.64**	[0.37, 0.90]	0.41	[0.24, 0.58]	.13	[.03, .22]	.33**	
SMB	0.17	[-0.52, 0.86]	0.04	[-0.11, 0.19]	.00	[-.01, .01]	.03	
HML	-0.56	[-1.19, 0.07]	-0.15	[-0.33, 0.02]	.02	[-.02, .06]	.05	
								R^2 = .131** 95% CI[.04,.22]

Note. A significant *b*-weight indicates the beta-weight and semi-partial correlation are also significant. *b* represents unstandardized regression weights. *beta* indicates the standardized regression weights. sr^2 represents the semi-partial correlation squared. *r* represents the zero-order correlation. *LL* and *UL* indicate the lower and upper limits of a confidence interval, respectively.
* indicates $p < .05$. ** indicates $p < .01$.

International Consolidated Airlines Group, S.A



Fuente de datos: Fama French website y yahoo! Finance

Table 3.16

Regression results using R_excess as the criterion

Predictor	*b*	*b* 95% CI [LL, UL]	*beta*	*beta* 95% CI [LL, UL]	sr^2	sr^2 95% CI [LL, UL]	*r*	Fit
(Intercept)	-0.00	[-0.02, 0.02]						
Mkt.RF	1.12**	[0.71, 1.53]	0.53	[0.33, 0.72]	.23	[.08, .37]	.45**	
SMB	0.93	[-0.10, 1.95]	0.16	[-0.02, 0.34]	.03	[-.03, .08]	.11	
HML	-0.60	[-1.38, 0.19]	-0.15	[-0.34, 0.05]	.02	[-.03, .06]	.06	
								R^2 = .243** 95% CI[.09,.36]

Note. A significant *b*-weight indicates the beta-weight and semi-partial correlation are also significant. *b* represents unstandardized regression weights. *beta* indicates the standardized regression weights. sr^2 represents the semi-partial correlation squared. *r* represents the zero-order correlation. *LL* and *UL* indicate the lower and upper limits of a confidence interval, respectively.
* indicates $p < .05$. ** indicates $p < .01$.

Iberdrola, S.A.

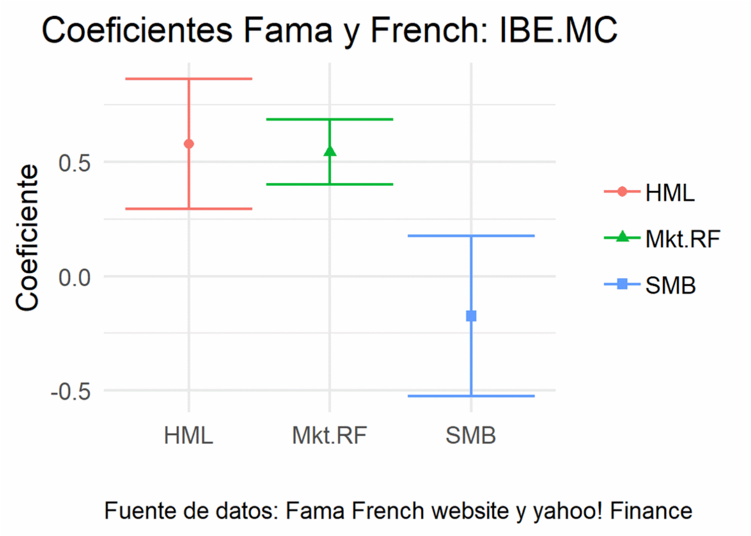


Table 3.17

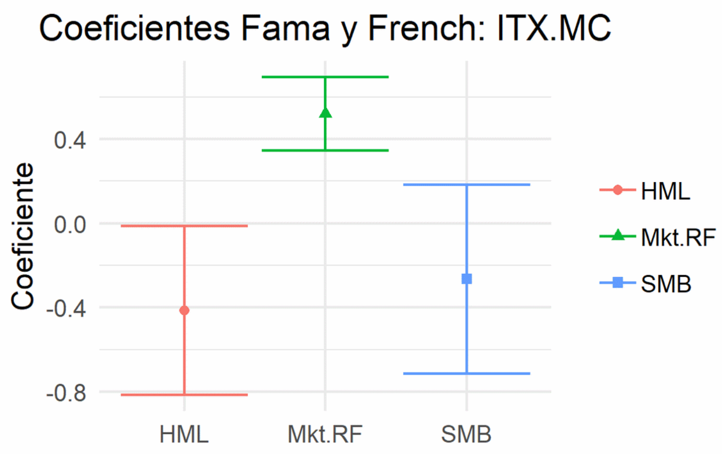
Regression results using R_excess as the criterion

Predictor	*b*	*b* 95% CI [LL, UL]	*beta*	*beta* 95% CI [LL, UL]	sr^2	sr^2 95% CI [LL, UL]	*r*	Fit
(Intercept)	0.01	[-0.00, 0.01]						
Mkt.RF	0.54**	[0.40, 0.69]	0.43	[0.32, 0.54]	.18	[.09, .26]	.48**	
SMB	-0.17	[-0.53, 0.18]	-0.06	[-0.17, 0.06]	.00	[-.01, .01]	-.11	
HML	0.58**	[0.29, 0.86]	0.23	[0.12, 0.34]	.05	[.00, .10]	.32**	
								R^2 = .284** 95%

								CI[.18,.37]

Note. A significant *b*-weight indicates the beta-weight and semi-partial correlation are also significant. *b* represents unstandardized regression weights. *beta* indicates the standardized regression weights. sr^2 represents the semi-partial correlation squared. *r* represents the zero-order correlation. *LL* and *UL* indicate the lower and upper limits of a confidence interval, respectively.
* indicates $p < .05$. ** indicates $p < .01$.

Industria de Diseño Textil, S.A



Fuente de datos: Fama French website y yahoo! Finance

Table 3.18

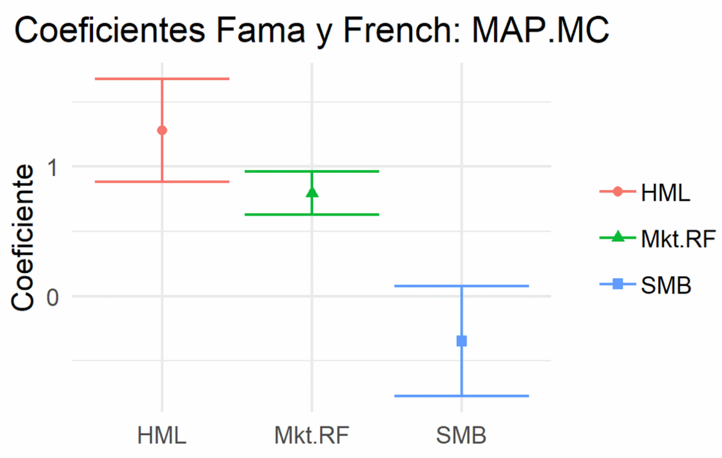
Regression results using R_excess as the criterion

Predictor	*b*	*b* 95% CI [LL, UL]	*beta*	*beta* 95% CI [LL, UL]	sr^2	sr^2 95% CI [LL, UL]	*r*	Fit
(Intercept)	0.01**	[0.00, 0.02]						
Mkt.RF	0.52**	[0.35, 0.69]	0.40	[0.27, 0.54]	.14	[.05, .23]	.36**	
SMB	-0.27	[-0.71, 0.18]	-0.07	[-0.20, 0.05]	.01	[-.01, .02]	-.09	
HML	-0.41*	[-0.82, -0.01]	-0.14	[-0.27, -0.00]	.02	[-.02, .05]	.00	
								R^2 = .149** 95% CI[.06,.2

3]

Note. A significant *b*-weight indicates the beta-weight and semi-partial correlation are also significant. *b* represents unstandardized regression weights. *beta* indicates the standardized regression weights. sr^2 represents the semi-partial correlation squared. *r* represents the zero-order correlation. *LL* and *UL* indicate the lower and upper limits of a confidence interval, respectively.
* indicates $p < .05$. ** indicates $p < .01$.

Mapfre, S.A.



Fuente de datos: Fama French website y yahoo! Finance

Table 3.19

Regression results using R_excess as the criterion

Predictor	*b*	*b* 95% CI [LL, UL]	*beta*	*beta* 95% CI [LL, UL]	sr^2	sr^2 95% CI [LL, UL]	*r*	Fit
(Intercept)	0.00	[-0.01, 0.01]						
Mkt.RF	0.80**	[0.63, 0.96]	0.50	[0.40, 0.61]	.20	[.12, .29]	.65**	
SMB	-0.35	[-0.77, 0.08]	-0.08	[-0.17, 0.02]	.01	[-.01, .02]	-.12	
HML	1.28**	[0.88, 1.68]	0.34	[0.23, 0.44]	.09	[.04, .15]	.54**	

R^2 = .517** 95% CI[.42,.59]

Note. A significant *b*-weight indicates the beta-weight and semi-partial correlation are also significant. *b* represents unstandardized regression weights. *beta* indicates the standardized regression weights. sr^2 represents the semi-partial correlation squared. *r* represents the zero-order correlation. *LL* and *UL* indicate the lower and upper limits of a confidence interval, respectively.
* indicates $p < .05$. ** indicates $p < .01$.

Meliá Hotels International, S.A.

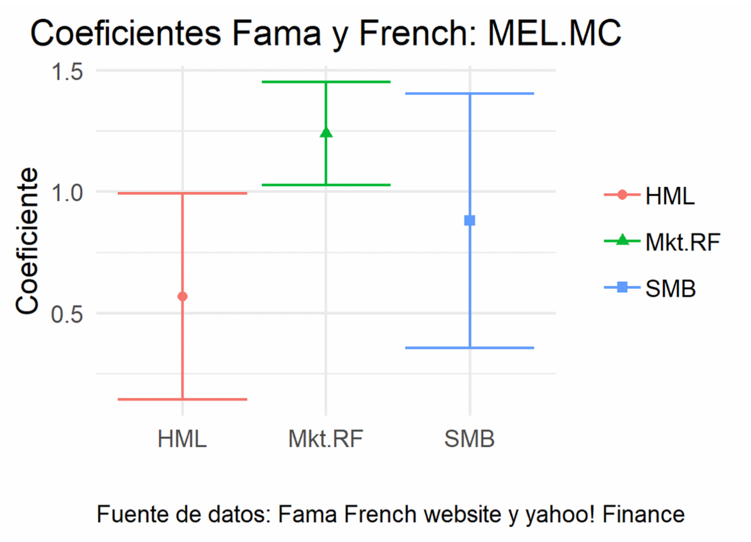


Table 3.20

Regression results using R_excess as the criterion

Predictor	*b*	*b* 95% CI [LL, UL]	*beta*	*beta* 95% CI [LL, UL]	sr^2	sr^2 95% CI [LL, UL]	*r*	Fit
(Intercept)	-0.01	[-0.02, 0.00]						
Mkt.RF	1.24**	[1.03, 1.45]	0.60	[0.49, 0.70]	.34	[.24, .44]	.61**	
SMB	0.88**	[0.36, 1.41]	0.17	[0.07, 0.27]	.03	[-.00, .06]	.11	
HML	0.57**	[0.14, 0.99]	0.14	[0.03, 0.24]	.02	[-.01, .04]	.23**	

R^2 = .413**
95% CI[.31,.49]

Note. A significant *b*-weight indicates the beta-weight and semi-partial correlation are also significant. *b* represents unstandardized regression weights. *beta* indicates the standardized regression weights. sr^2 represents the semi-partial correlation squared. *r* represents the zero-order correlation. *LL* and *UL* indicate the lower and upper limits of a confidence interval, respectively.
* indicates $p < .05$. ** indicates $p < .01$.

MERLIN Properties SOCIMI, S.A.

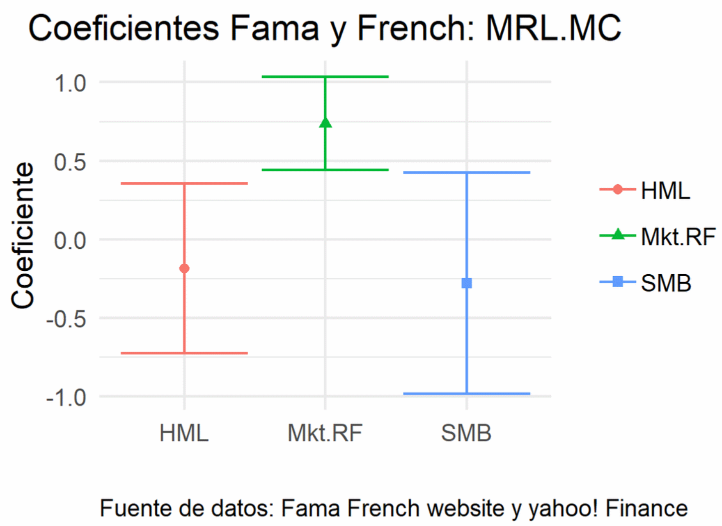


Table 3.21

Regression results using R_excess as the criterion

Predictor	*b*	*b* 95% CI [LL, UL]	*beta*	*beta* 95% CI [LL, UL]	sr^2	sr^2 95% CI [LL, UL]	*r*	Fit
(Intercept)	0.01	[-0.00, 0.02]						
Mkt.RF	0.74**	[0.44, 1.03]	0.57	[0.34, 0.80]	.31	[.12, .51]	.55**	
SMB	-0.28	[-0.98, 0.43]	-0.09	[-0.31, 0.13]	.01	[-.03, .04]	-.08	
HML	-0.18	[-0.72, 0.35]	-0.08	[-0.31, 0.15]	.01	[-.03, .04]	.03	
								R^2

= .318**
95%
CI[.10,.46
]

Note. A significant *b*-weight indicates the beta-weight and semi-partial correlation are also significant. *b* represents unstandardized regression weights. *beta* indicates the standardized regression weights. sr^2 represents the semi-partial correlation squared. *r* represents the zero-order correlation. *LL* and *UL* indicate the lower and upper limits of a confidence interval, respectively.
* indicates $p < .05$. ** indicates $p < .01$.

ArcelorMittal

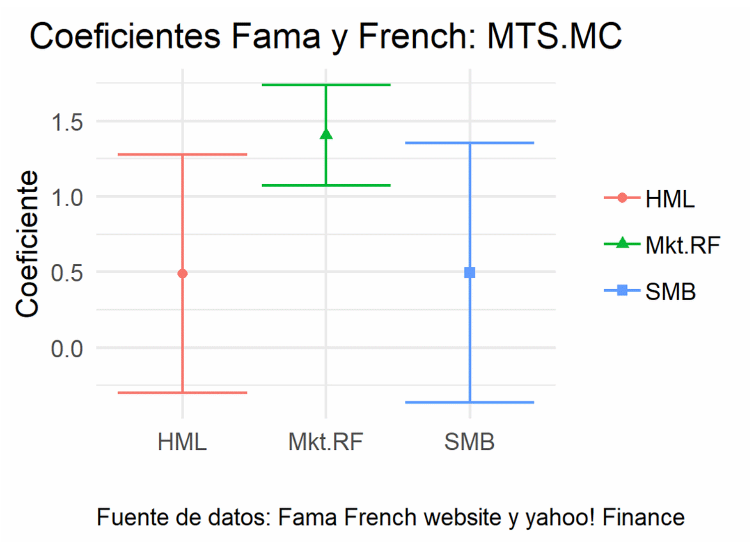


Table 3.22

Regression results using R_excess as the criterion

Predictor	*b*	*b* 95% CI [LL, UL]	*beta*	*beta* 95% CI [LL, UL]	sr^2	sr^2 95% CI [LL, UL]	*r*	Fit
(Intercept)	-0.01	[-0.03, 0.00]						
Mkt.RF	1.40**	[1.07, 1.74]	0.60	[0.46, 0.74]	.27	[.16, .38]	.64**	
SMB	0.49	[-0.37, 1.35]	0.07	[-0.05, 0.19]	.01	[-.01, .02]	.04	
HML	0.49	[-0.30, 1.28]	0.09	[-0.05, 0.23]	.01	[-.01, .02]	.38**	

R^2

= .419**
95%
CI[.29,.51
]

Note. A significant *b*-weight indicates the beta-weight and semi-partial correlation are also significant. *b* represents unstandardized regression weights. *beta* indicates the standardized regression weights. sr^2 represents the semi-partial correlation squared. *r* represents the zero-order correlation. *LL* and *UL* indicate the lower and upper limits of a confidence interval, respectively.
* indicates $p < .05$. ** indicates $p < .01$.

Red Eléctrica Corporación, S.A

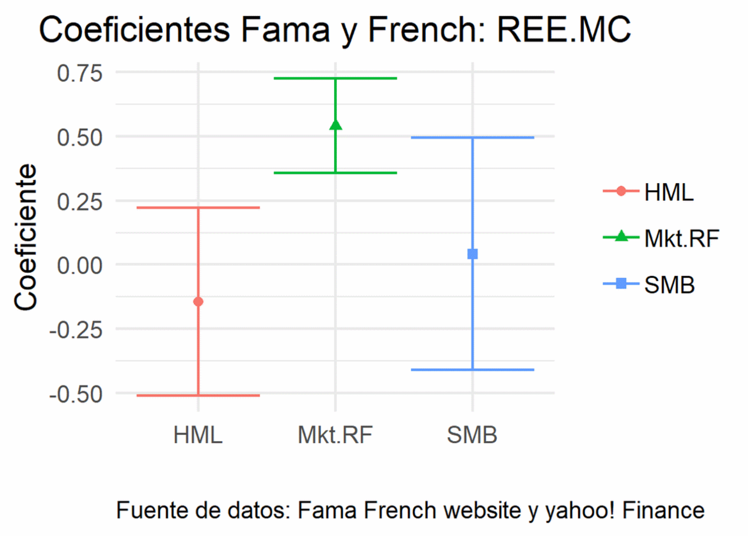


Table 3.23

Regression results using R_excess as the criterion

Predictor	b	b 95% CI [LL, UL]	beta	beta 95% CI [LL, UL]	sr^2	sr^2 95% CI [LL, UL]	r	Fit
(Intercept)	0.02**	[0.01, 0.03]						
Mkt.RF	0.54**	[0.36, 0.72]	0.37	[0.24, 0.49]	.13	[.05, .21]	.36**	
SMB	0.04	[-0.41, 0.49]	0.01	[-0.11, 0.13]	.00	[-.00, .00]	-.01	
HML	-0.14	[-0.51, 0.22]	-0.05	[-0.17, 0.08]	.00	[-.01, .01]	.02	
								R^2 = .129** 95%

								Fit
								CI[.05,.20]

Note. A significant *b*-weight indicates the beta-weight and semi-partial correlation are also significant. *b* represents unstandardized regression weights. *beta* indicates the standardized regression weights. sr^2 represents the semi-partial correlation squared. *r* represents the zero-order correlation. *LL* and *UL* indicate the lower and upper limits of a confidence interval, respectively.
* indicates $p < .05$. ** indicates $p < .01$.

Banco de Sabadell, S.A.

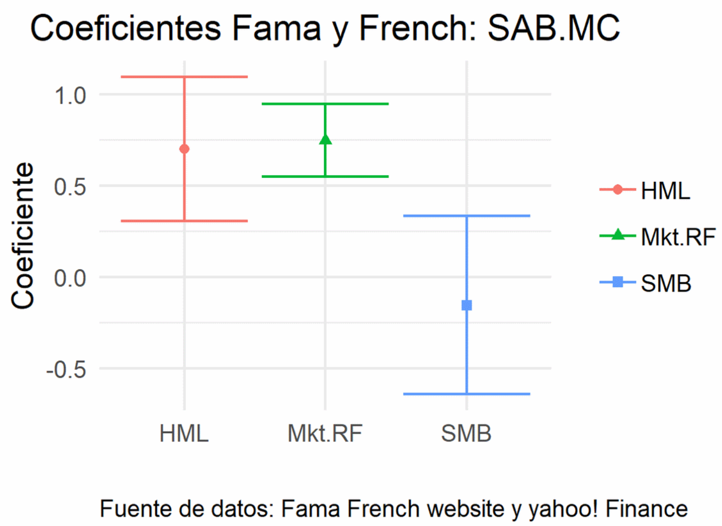


Table 3.24

Regression results using R_excess as the criterion

Predictor	*b*	*b* 95% CI [LL, UL]	*beta*	*beta* 95% CI [LL, UL]	sr^2	sr^2 95% CI [LL, UL]	*r*	Fit
(Intercept)	-0.00	[-0.01, 0.01]						
Mkt.RF	0.75**	[0.55, 0.94]	0.43	[0.32, 0.54]	.18	[.09, .26]	.47**	
SMB	-0.15	[-0.64, 0.33]	-0.04	[-0.15, 0.08]	.00	[-.01, .01]	-.09	
HML	0.70**	[0.30, 1.09]	0.20	[0.09, 0.32]	.04	[-.00, .08]	.29**	
								R^2 = .265**

95% CI[.17,.35]

Note. A significant *b*-weight indicates the beta-weight and semi-partial correlation are also significant. *b* represents unstandardized regression weights. *beta* indicates the standardized regression weights. sr^2 represents the semi-partial correlation squared. *r* represents the zero-order correlation. *LL* and *UL* indicate the lower and upper limits of a confidence interval, respectively.
* indicates $p < .05$. ** indicates $p < .01$.

Banco Santander, S.A.

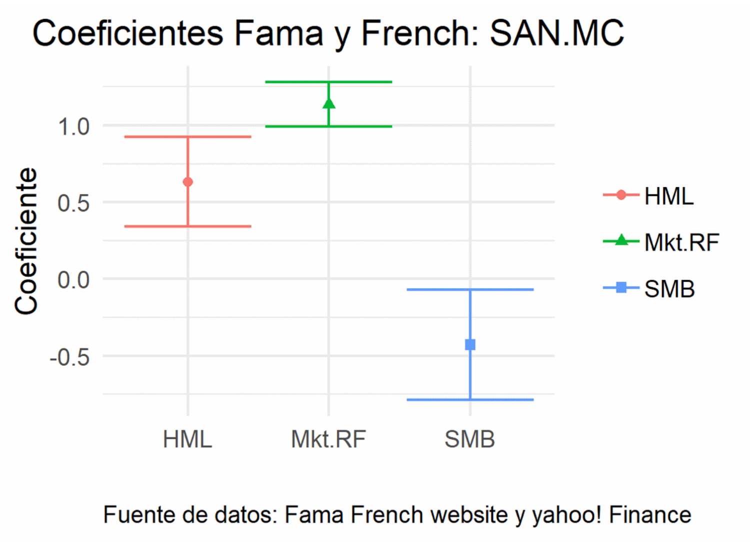


Table 3.25

Regression results using R_excess as the criterion

Predictor	*b*	*b* 95% CI [LL, UL]	*beta*	*beta* 95% CI [LL, UL]	sr^2	sr^2 95% CI [LL, UL]	*r*	Fit
(Intercept)	-0.01	[-0.01, 0.00]						
Mkt.RF	1.14**	[0.99, 1.28]	0.68	[0.59, 0.77]	.44	[.35, .53]	.72**	
SMB	-0.43*	[-0.79, -0.07]	-0.10	[-0.19, -0.02]	.01	[-.01, .03]	-.18**	
HML	0.63**	[0.34, 0.92]	0.19	[0.10, 0.28]	.03	[.00, .07]	.33**	
								R^2

= .572**
95%
CI[.49,.63]

Note. A significant *b*-weight indicates the beta-weight and semi-partial correlation are also significant. *b* represents unstandardized regression weights. *beta* indicates the standardized regression weights. sr^2 represents the semi-partial correlation squared. *r* represents the zero-order correlation. *LL* and *UL* indicate the lower and upper limits of a confidence interval, respectively.
* indicates $p < .05$. ** indicates $p < .01$.

Siemens Gamesa Renewable Energy, S.A.

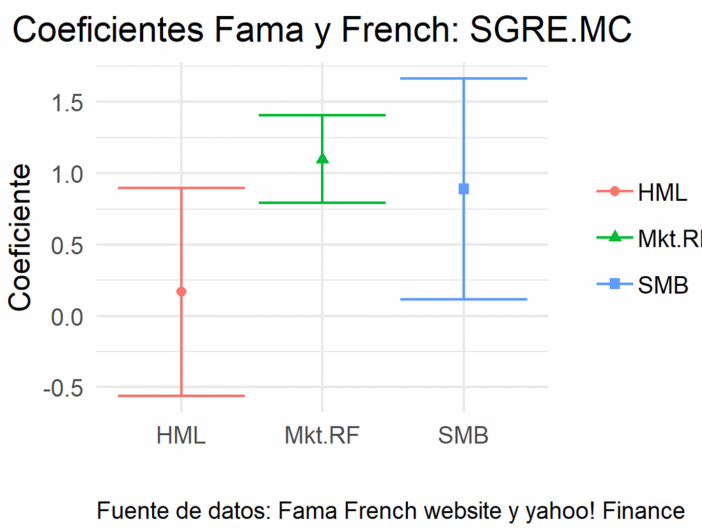


Table 3.26

Regression results using R_excess as the criterion

Predictor	*b*	*b* 95% CI [LL, UL]	*beta*	*beta* 95% CI [LL, UL]	sr^2	sr^2 95% CI [LL, UL]	*r*	Fit
(Intercept)	-0.00	[-0.02, 0.01]						
Mkt.RF	1.10**	[0.79, 1.40]	0.48	[0.35, 0.61]	.19	[.09, .28]	.48**	
SMB	0.89*	[0.11, 1.67]	0.14	[0.02, 0.26]	.02	[-.01, .05]	.09	
HML	0.17	[-0.56, 0.90]	0.03	[-0.10, 0.16]	.00	[-.01, .01]	.24**	
								R^2 = .251** 95% CI[.15,.3

4]

Note. A significant *b*-weight indicates the beta-weight and semi-partial correlation are also significant. *b* represents unstandardized regression weights. *beta* indicates the standardized regression weights. sr^2 represents the semi-partial correlation squared. *r* represents the zero-order correlation. *LL* and *UL* indicate the lower and upper limits of a confidence interval, respectively.
* indicates $p < .05$. ** indicates $p < .01$.

Telefónica, S.A.

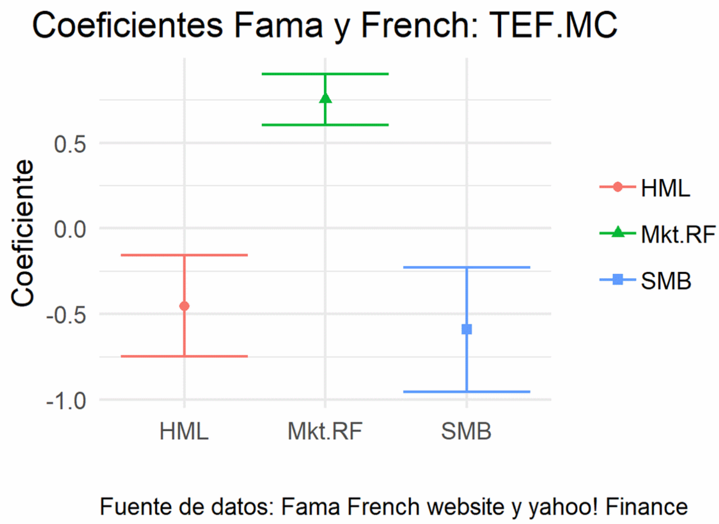


Table 3.27

Regression results using R_excess as the criterion

Predictor	*b*	*b* 95% CI [LL, UL]	*beta*	*beta* 95% CI [LL, UL]	sr^2	sr^2 95% CI [LL, UL]	*r*	Fit
(Intercept)	-0.00	[-0.01, 0.00]						
Mkt.RF	0.75**	[0.61, 0.90]	0.55	[0.44, 0.66]	.29	[.20, .39]	.53**	
SMB	-0.59**	[-0.96, -0.23]	-0.17	[-0.28, -0.07]	.03	[-.01, .07]	-.20**	
HML	-0.45**	[-0.75, -0.16]	-0.17	[-0.28, -0.06]	.03	[-.01, .06]	-.04	
								R^2 = .335**

95% CI[.23,.41]

Note. A significant *b*-weight indicates the beta-weight and semi-partial correlation are also significant. *b* represents unstandardized regression weights. *beta* indicates the standardized regression weights. sr^2 represents the semi-partial correlation squared. *r* represents the zero-order correlation. *LL* and *UL* indicate the lower and upper limits of a confidence interval, respectively.
* indicates $p < .05$. ** indicates $p < .01$.

Técnicas Reunidas, S.A.

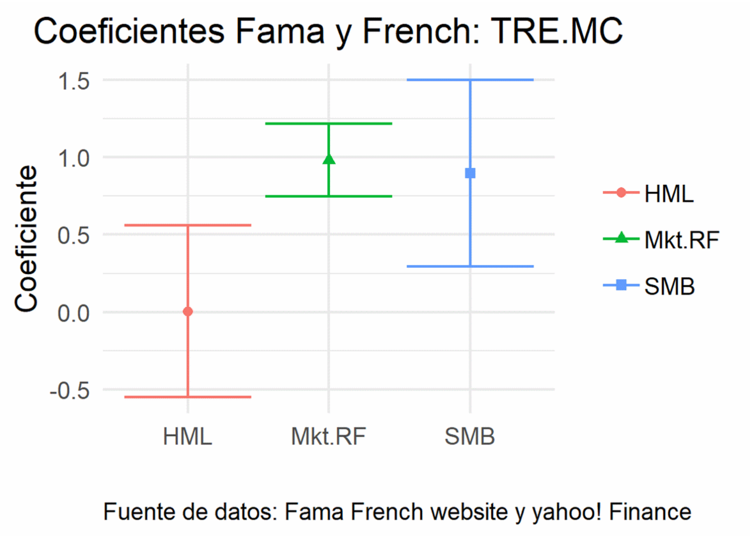


Table 3.28

Regression results using R_excess as the criterion

Predictor	*b*	*b* 95% CI [LL, UL]	*beta*	*beta* 95% CI [LL, UL]	sr^2	sr^2 95% CI [LL, UL]	*r*	Fit
(Intercept)	0.00	[-0.01, 0.01]						
Mkt.RF	0.98**	[0.75, 1.22]	0.61	[0.46, 0.75]	.28	[.16, .39]	.60**	
SMB	0.90**	[0.29, 1.50]	0.19	[0.06, 0.31]	.03	[-.01, .08]	.16*	
HML	0.00	[-0.55, 0.56]	0.00	[-0.14, 0.15]	.00	[-.00, .00]	.29**	
								R^2 = .394**

95% CI[.27,.48]

Note. A significant *b*-weight indicates the beta-weight and semi-partial correlation are also significant. *b* represents unstandardized regression weights. *beta* indicates the standardized regression weights. sr^2 represents the semi-partial correlation squared. *r* represents the zero-order correlation. *LL* and *UL* indicate the lower and upper limits of a confidence interval, respectively.
* indicates $p < .05$. ** indicates $p < .01$.

Viscofan, S.A.

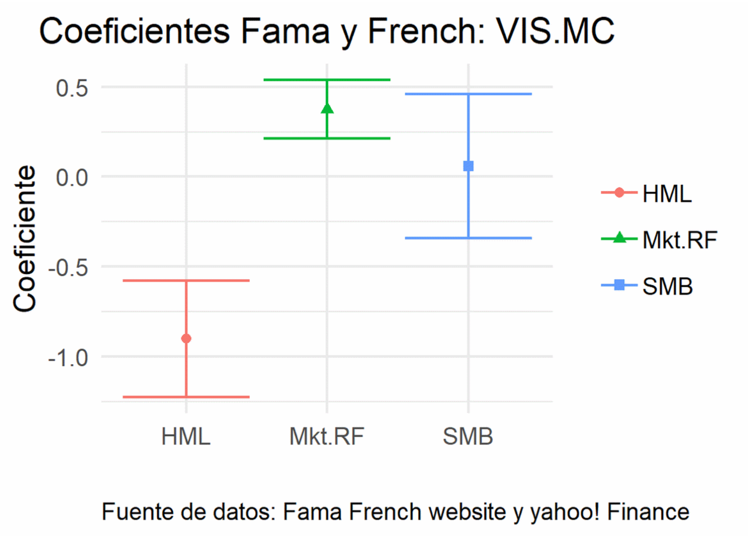


Table 3.29

Regression results using R_excess as the criterion

Predictor	*b*	*b* 95% CI [LL, UL]	*beta*	*beta* 95% CI [LL, UL]	sr^2	sr^2 95% CI [LL, UL]	*r*	Fit
(Intercept)	0.01*	[0.00, 0.02]						
Mkt.RF	0.38**	[0.21, 0.54]	0.28	[0.16, 0.40]	.08	[.01, .14]	.21**	
SMB	0.06	[-0.34, 0.46]	0.02	[-0.10, 0.14]	.00	[-.00, .00]	.04	
HML	-0.90**	[-1.23, -0.58]	-0.34	[-0.46, -0.22]	.11	[.04, .18]	-.29**	
								R^2

= .159** 95% CI[.07,.24]

Note. A significant *b*-weight indicates the beta-weight and semi-partial correlation are also significant. *b* represents unstandardized regression weights. *beta* indicates the standardized regression weights. sr^2 represents the semi-partial correlation squared. *r* represents the zero-order correlation. *LL* and *UL* indicate the lower and upper limits of a confidence interval, respectively.
* indicates $p < .05$. ** indicates $p < .01$.