

## Control de un compensador activo selectivo mediante un algoritmo de optimización sujeto a restricciones cuadráticas

J. C. Alfonso-Gil\*, C. Ariño, E. Pérez, H. Beltrán

Departamento de Ingeniería de Sistemas Industriales y Diseño, Universitat Jaume I, Av. Vicent Sos Baynat, s/n 12071 Castellón de la Plana, España.

### Resumen

El objetivo fundamental de este artículo es proponer un algoritmo de optimización basado en desigualdades matriciales lineales (LMIs) para la compensación selectiva del desequilibrio, el desfase y la distorsión armónica de las corrientes de carga de un sistema trifásico a cuatro hilos. Mediante el IEEE Std.1459 se determinan los términos de potencia que cuantifican cada uno de los fenómenos no eficientes a compensar (desequilibrio, desfase y distorsión) y, a continuación, se define la programación cuadrática sujeta a restricciones cuadráticas y la forma de resolver la optimización mediante LMIs. El algoritmo utiliza unos coeficientes de ponderación asociados a cada uno de los términos no eficientes para darles más o menos importancia relativa en función del criterio elegido en cada momento. Por otro lado, se realiza el diseño del condensador de corriente continua y los reguladores para el control de la tensión de dicho condensador. Así mismo, se diseñan tres tipos diferentes de reguladores para el control de corriente del SAPC y se analizan las prestaciones de cada uno de ellos. Finalmente se simulan diferentes casos de compensación selectiva, se analizan los resultados obtenidos y se exponen las conclusiones. Copyright © 2015 CEA. Publicado por Elsevier España, S.L. Todos los derechos reservados.

### Palabras Clave:

Sistemas eléctricos de potencia, Distribución de potencia, Problemas de optimización, Control con prealimentación.

### 1. Introducción

En los últimos años ha surgido un gran interés por el análisis de los problemas que afectan al funcionamiento de la red eléctrica y que degradan la calidad de la misma. Una mejor calidad de suministro y una mayor eficiencia en las redes eléctricas aumentan la capacidad de éstas para el transporte de energía útil y garantizan el correcto funcionamiento de los equipos conectados a dichas redes. Una de las estrategias empleadas para solventar estos problemas es el uso de los compensadores activos.

En la evolución de estos sistemas, el desarrollo de la electrónica de potencia ha provocado la aparición de nuevos equipos en el campo de la mejora de la calidad eléctrica. El reciente interés que suscita este tema se ha visto reflejado en un gran número de trabajos presentados acerca de: la sincronización con la red eléctrica (Jose Carlos Alfonso-Gil *et al.* 2013b); el análisis y desarrollo de nuevas estrategias de compensación basadas en diferentes teorías de la potencia eléctrica (Akagi *et al.* 2008), (Salmeron & Herrera 2006); y las técnicas de control de corriente (Orts *et al.* 2008a), entre otros. En los últimos años se han desarrollado y utilizado ampliamente los filtros activos, también llamados sistemas de compensación activos (Active Power Compensator, APC), así como los compensadores síncronos estáticos (Static Synchronous Compensator) (Kuiava, Ramos, and Bretas 2009) para la mejora de la eficiencia

energética y la calidad del suministro eléctrico.

En baja tensión los compensadores activos más utilizados son los de tipo paralelo (Shunt Active Power Compensator, SAPC), (Rudnick *et al.* 2003). El SAPC tiene como objetivo principal mejorar la calidad del sistema eléctrico aguas arriba del punto de conexión común (pcc). Para ello, el SAPC genera las corrientes no eficientes que demandan los equipos conectados aguas abajo y evita de esta manera que dichas corrientes sean entregadas por la red eléctrica, tal y como se muestra en la Figura 1. Con ello se consigue mejorar la calidad y eficiencia del sistema eléctrico al tener que transportar solamente energía útil.

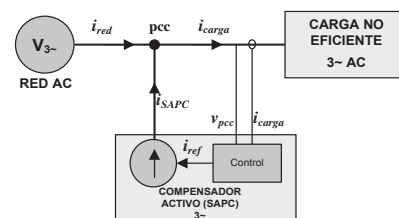


Figura 1: Diagrama de bloques de un SAPC conectado a la red eléctrica.

Generalmente, desde el punto de vista de las estrategias de compensación para la mejora de la calidad eléctrica, los compensadores activos se suelen abordar desde un punto de vista total (compensación de todos los fenómenos no eficientes de forma conjunta). Este tipo de estrategias se realizan siguiendo diferentes teorías de la potencia eléctrica (Salmeron & Herrera 2006), (Orts-Grau, *et al.* 2008a) y normalmente no permiten compensar por separado cada una de las ineficiencias aunque se

\* Autor en correspondencia. Tel: +34 96 4728181; fax: +34 96 4728170  
 Correos electrónicos: jalfonso@uji.es (J. C. Alfonso-Gil),  
 arino@uji.es (C. Ariño), pereze@uji.es (E. Pérez),  
 hbeltran@uji.es (H. Beltrán)

conozcan los valores de los fenómenos del desfase, el desequilibrio y la distorsión. Cuando la potencia de las ineficiencias de la carga varía en un amplio rango (debido a un cambio en el número de cargas o en el funcionamiento simultáneo de las mismas), resulta complicado determinar la potencia nominal del SAPC para compensar de forma simultánea todas las potencias no eficientes. En este contexto es más conveniente compensar de forma selectiva o combinada dichas potencias (Orts-Grau *et al.* 2010b). Para ello algunos autores proponen una compensación selectiva de la corriente armónica mediante un conjunto de reguladores PI sintonizados con cada uno de los armónicos que se desean eliminar (Briz *et al.* 2013). Así mismo en (Zhou *et al.* 2014) también se propone una compensación selectiva de los armónicos llamada “Selective Harmonic Compensation” (SHC). En ambos casos los autores no proponen ni la compensación de reactiva ni la compensación de desequilibrios. Además si el número de armónicos es elevado la propuesta de (Briz *et al.* 2013) puede resultar inviable. En (B. Singh and Verma 2008) sí se realiza una compensación selectiva que incluye todas las potencias no eficientes. Esta técnica está basada en la teoría de la compensación definida en (“IEEE Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities Under Sinusoidal, Nonsinusoidal, Balanced, or Unbalanced Conditions” 2010) y utiliza una red neuronal para calcular las corrientes de compensación. Los mismos autores proponen en (B. Singh and Verma 2008) un algoritmo que prioriza la compensación de armónicos frente a otro fenómeno no eficiente cuando el filtro presenta limitaciones de potencia. Sin embargo, la formulación propuesta para limitar la corriente de salida del SAPC no permite un buen aprovechamiento de la potencia nominal del filtro, ya que se realiza sumando los valores eficaces de la corriente de salida del SAPC y no de forma vectorial. Además los autores en ambos casos utilizan un regulador Banda de Histéresis para seguir las corrientes de compensación. Esto supone que la frecuencia de conmutación del convertidor dependa de los parámetros de la carga y de la tensión de red (Dixon, Tepper, and Morán 1996) provocando una distorsión armónica variable a la salida del SAPC. Por otro lado en (Orts-Grau *et al.* 2008) los autores propone una compensación selectiva basada en IEEE Std. 1459 para identificar cada uno de los términos de potencia no eficientes que se pretenden compensar. En dicho trabajo se utiliza un regulador de corriente de tipo proporcional (P) para el seguimiento de las corrientes de referencia y una modulación SVPWM para mantener constante la frecuencia de conmutación. Así mismo en (Orts-Grau *et al.* 2009) los mismos autores propone una compensación selectiva pero en este caso generan las corrientes de referencia mediante el método de las conductancias equivalentes. Ambas estrategias realizan una compensación individual o combinada de las potencias ineficientes pero ninguna de ellas tiene en cuenta la forma de limitar las corrientes de salida del SAPC durante la compensación.

Teniendo en cuenta lo anterior, en este artículo se propone un algoritmo de optimización basado en desigualdades matriciales lineales (LMIs), el cual mediante el IEEE Std. 1459 identifica los diferentes términos de potencias ineficientes y realiza una compensación selectiva de dichos términos sin sobrepasar la potencia nominal del SAPC. Además, se presenta un regulador proporcional con prealimentación diseñado para controlar las corrientes de compensación y mantener la frecuencia de conmutación del SAPC constante.

## 2. Fundamentos teóricos para la generación de las corrientes de referencia

Para poder compensar las distintas ineficiencias presentes en un sistema eléctrico resulta necesario identificar adecuadamente cada una de ellas. Una vez identificadas se deben generar las corrientes de referencia que permitan mediante un SAPC generar las corrientes de compensación para eliminar dichas ineficiencias de las corrientes de red. En este apartado se definen los fundamentos teóricos que se han utilizado en ambos procesos.

### 2.1. El IEEE Std.1459

A partir de los estudios llevados a cabo por el “IEEE Working Group in non-sinusoidal situations” en el año 2000 se publicó el IEEE Std. 1459, revisado posteriormente en el año 2010 (“IEEE Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities Under Sinusoidal, Nonsinusoidal, Balanced, or Unbalanced Conditions” 2010). Este estándar define la potencia útil o eficiente de una instalación como la potencia activa fundamental y de secuencia positiva por ser ésta la única que se transforma en energía útil. De este modo, las potencias activas debidas a la distorsión armónica y a las componentes fundamentales de secuencia negativa y cero son consideradas ineficientes ya que no transportan energía aprovechable y se transforman en pérdidas en el sistema eléctrico.

Los distintos términos de potencia recogidos en el IEEE Std. 1459 son obtenidos a partir de las definiciones de la tensión efectiva ( $V_e$ ) y la corriente efectiva ( $I_e$ ). Para definir estas dos magnitudes, se parte de (1) donde se expresan las pérdidas de potencia en una red de distribución de cuatro hilos que alimenta una carga desequilibrada, donde  $r$  es la resistencia de los conductores de fase y  $r_N$  la del conductor de neutro.

$$\Delta P = r(I_A^2 + I_B^2 + I_C^2) + r_N I_N^2 \quad (1)$$

Donde  $A$ ,  $B$  y  $C$  definen las tres fases del sistema trifásico, y el subíndice  $N$  hace referencia al conductor de neutro. En el IEEE Std. 1459 se define  $r_N = r$ , con lo que (1) se convierte en (2).

$$\Delta P = r(I_A^2 + I_B^2 + I_C^2 + I_N^2) \quad (2)$$

El IEEE Std. 1459 define que, para cualquier conjunto de corrientes desequilibradas, existe un sistema equilibrado equivalente que tiene las mismas pérdidas de potencia en el que se cumple que  $I_A = I_B = I_C = I_e$  e  $I_N = 0$ .  $I_e$  se define como la corriente equivalente o efectiva del sistema trifásico. En dichas condiciones las pérdidas se definen en (3).

$$\Delta P = 3rI_e^2 \quad (3)$$

Igualando las expresiones (2) y (3) se obtiene en (4) la corriente efectiva en sistemas trifásicos a cuatro hilos.

$$I_e = \sqrt{\frac{1}{3}(I_A^2 + I_B^2 + I_C^2 + I_N^2)} \quad (4)$$

Igualmente, el estándar afirma que existe un sistema equilibrado de tensiones equivalente a un conjunto de tensiones desequilibradas que provoca las mismas pérdidas de potencia. Así, para una carga trifásica formada por tres resistencias iguales en configuración estrella (Y) dichas pérdidas se definen en (5).

$$P_\lambda = \frac{V_A^2 + V_B^2 + V_C^2}{R_\lambda} = \frac{3V_e^2}{R_\lambda} \quad (5)$$

Donde  $V_e$  es la tensión efectiva del sistema trifásico de tensiones y  $R_\lambda$  es la resistencia equivalente de la carga equilibrada en estrella. Así mismo, para una carga trifásica resistiva y equilibrada conectada en triángulo ( $\Delta$ ) las pérdidas son:

$$P_\Delta = \frac{V_{AB}^2 + V_{BC}^2 + V_{CA}^2}{R_\Delta} = \frac{3(\sqrt{3}V_e)^2}{R_\Delta} \quad (6)$$

Donde  $R_\Delta$  es la resistencia equivalente de la carga equilibrada en triángulo. Dado que  $R_\Delta = 3R_\lambda$  se cumple que  $P_\Delta = P_\lambda$ , pudiendo escribirse la igualdad (7).

$$\frac{V_A^2 + V_B^2 + V_C^2}{R_\lambda} + \frac{V_{AB}^2 + V_{BC}^2 + V_{CA}^2}{3R_\lambda} = \frac{3V_e^2}{R_\lambda} + \frac{3(\sqrt{3}V_e)^2}{3R_\lambda} \quad (7)$$

De (7) se obtiene la expresión general de  $V_e$  (8) planteada en la norma IEEE Std. 1459.

$$V_e = \sqrt{\frac{1}{18}[3(V_A^2 + V_B^2 + V_C^2) + (V_{AB}^2 + V_{BC}^2 + V_{CA}^2)]} \quad (8)$$

A partir de las definiciones de la corriente efectiva ( $I_e$ ) y la tensión efectiva ( $V_e$ ), se define la potencia aparente efectiva ( $S_e$ ):

$$S_e = 3V_e I_e \quad (9)$$

Esta potencia agrupa a todos los fenómenos físicos que se producen en un sistema eléctrico.  $S_e$  representa la máxima potencia activa que puede transmitir un sistema de distribución trifásico a una carga equilibrada alimentada por un sistema de tensiones de valor  $V_e$ , con las mismas pérdidas en las líneas. Dado que las plantas de generación eléctrica generan tensiones libres de armónicos y de componentes de secuencia negativa y cero, en (10) se muestra la separación de las componentes fundamentales de las armónicas tanto de la tensión como la corriente efectiva.

$$\begin{aligned} I_e^2 &= I_{e1}^2 + I_{eH}^2 \\ V_e^2 &= V_{e1}^2 + V_{eH}^2 \end{aligned} \quad (10)$$

El subíndice 1 hace referencia a las componentes fundamentales, y el subíndice H representa al conjunto de componentes armónicas. Así mismo, la corriente y la tensión efectivas fundamentales se definen en (11).

$$\begin{aligned} I_{e1} &= \sqrt{\frac{1}{3}(I_{A1}^2 + I_{B1}^2 + I_{C1}^2 + I_{N1}^2)} \\ V_{e1} &= \sqrt{\frac{1}{18}[3(V_{A1}^2 + V_{B1}^2 + V_{C1}^2) + (V_{AB1}^2 + V_{BC1}^2 + V_{CA1}^2)]} \end{aligned} \quad (11)$$

Por otro lado la corriente y la tensión armónicas se calculan mediante (12).

$$\begin{aligned} I_{eH}^2 &= I_e^2 - I_{e1}^2 \\ V_{eH}^2 &= V_e^2 - V_{e1}^2 \end{aligned} \quad (12)$$

A partir de las expresiones anteriores,  $S_e$  puede expresarse como en (13).

$$S_e^2 = (3V_{e1}I_{e1})^2 + (3V_{e1}I_{eH})^2 + (3V_{eH}I_{e1})^2 + (3V_{eH}I_{eH})^2 \quad (13)$$

Donde el primer término es la potencia aparente efectiva fundamental ( $S_{e1}$ ) que se define en (14), mientras que los otros

tres términos, donde intervienen corrientes o tensiones armónicas, constituyen la potencia aparente efectiva no fundamental ( $S_{eN}$ ) definida en (15). Considerando las ecuaciones (14) y (15) la potencia aparente efectiva puede escribirse como en (16).

$$S_{e1}^2 = (3V_{e1}I_{e1})^2 \quad (14)$$

$$S_{eN} = \sqrt{3V_{e1}^2 I_{eH}^2 + 3V_{eH}^2 I_{e1}^2 + 3V_{eH}^2 I_{eH}^2} \quad (15)$$

$$S_e^2 = S_{e1}^2 + S_{eN}^2 \quad (16)$$

Para seguir descomponiendo los términos de potencia, el IEEE Std. 1459 propone, a partir de la transformación de Fortescue, la descomposición de  $S_{e1}$  en su componente de secuencia positiva ( $S_1^+$ ) y las demás componentes agrupadas en el término  $S_{U1}$ , tal y como se muestra en (17). El término  $S_{U1}$  está compuesto por las secuencias negativa y cero, así como por los productos cruzados de tensiones y corrientes fundamentales de secuencias diferentes que se atribuyen al fenómeno del desequilibrio del sistema.

$$S_{e1}^2 = (S_1^+)^2 + S_{U1}^2 \quad (17)$$

Por otro lado, la potencia aparente fundamental de secuencia directa se divide a su vez en sus componentes en fase y en cuadratura (18), dando lugar a la potencia activa fundamental de secuencia positiva ( $P_1^+$ ) y a la potencia reactiva fundamental de secuencia positiva ( $Q_1^+$ ).

$$S_1^+ = \sqrt{(P_1^+)^2 + (Q_1^+)^2} \quad (18)$$

$P_1^+$  representa el fenómeno de transferencia de energía útil, mientras que  $Q_1^+$  representa el flujo de energía bidireccional causado por el fenómeno de desfase.  $P_1^+$  y  $Q_1^+$  se calculan mediante (19) y (20), respectivamente, donde  $\theta_1^+$  es el ángulo de desfase entre las componentes fundamentales de secuencia directa de tensión y corriente.

$$P_1^+ = 3V_1^+ I_1^+ \cos\theta_1^+ \quad (19)$$

$$Q_1^+ = 3V_1^+ I_1^+ \sin\theta_1^+ \quad (20)$$

A su vez, en (Orts-Grau, *et al.* 2010a) se propone la descomposición de  $S_{U1}$  en tres nuevos términos. Para ello, la potencia  $S_{e1}$  se puede expresar como en (21).

$$S_{e1}^2 = (3V_{e1}I_{e1})^2 = (P_1^+)^2 + (Q_1^+)^2 + S_{U1}^2 \quad (21)$$

Y a partir de (21),  $S_{U1}$  se puede expresar como en (22).

$$S_{U1}^2 = S_{e1}^2 - (P_1^+)^2 - (Q_1^+)^2 = S_{e1}^2 - (S_1^+)^2 \quad (22)$$

Para calcular los nuevos términos de  $S_{U1}$ , se descompone  $V_{e1}$  e  $I_{e1}$ , según (23) y (24).

$$V_{e1}^2 = (V_1^+)^2 + (V_{U1})^2 \quad (23)$$

$$I_{e1}^2 = (I_1^+)^2 + I_{U1}^2 \quad (24)$$

A partir de la ecuación (22), y considerando que  $S_1^+$  se puede obtener mediante los valores de  $I_1^+$  y  $V_1^+$ , se obtiene la ecuación (25).

$$S_{U1}^2 = S_{e1}^2 - (3V_1^+ I_1^+)^2 \quad (25)$$

Ahora despejando los valores de  $I_1^+$  y  $V_1^+$  de las ecuaciones (23) y (24) se obtiene la ecuación (26).

$$S_{U1}^2 = S_{e1}^2 - 9(V_{e1}^2 - V_{U1}^2)(I_{e1}^2 - I_{U1}^2) \quad (26)$$

Si se resuelve  $S_{e1}$  como una función de  $V_{e1}$  e  $I_{e1}$  se tiene (27).

$$S_{U1}^2 = (3V_{e1}I_{U1})^2 + (3V_{U1}I_{e1})^2 - (3V_{U1}I_{U1})^2 \quad (27)$$

Los términos anteriores pueden expresarse en términos de las componentes simétricas. Mediante la transformación de Fortescue los valores de  $I_{e1}$  pueden expresarse como (28).

$$I_{e1} = \sqrt{(I_1^+)^2 + (I_1^-)^2 + 4(I_1^0)^2} \quad (28)$$

A partir de (24) y (28), los valores de  $I_{U1}$  se pueden definir como en (29).

$$I_{U1}^2 = (I_1^-)^2 + 4(I_1^0)^2 \quad (29)$$

Ahora considerando (27) y (29) los términos de  $S_{U1}$  se escriben tal y como se muestra en (30).

$$S_{U1}^2 = 9V_{U1}^2(I_1^+)^2 + 9V_{e1}^2(I_1^-)^2 + 36V_{e1}^2(I_1^0)^2 \quad (30)$$

Finalmente la potencia aparente efectiva no fundamental ( $S_{eN}$ ) se descompone en tres términos (15). El primer término se define como la potencia efectiva de distorsión de corriente ( $D_{ei}$ ), el segundo es la potencia efectiva de distorsión de tensión ( $D_{ev}$ ), y el tercero es la potencia aparente efectiva armónica ( $S_{eH}$ ). Los tres términos se escriben por separado de (31) a (33).

$$D_{ei} = 3V_{e1}I_{eH} \quad (31)$$

$$D_{ev} = 3V_{eH}I_{e1} \quad (32)$$

$$S_{eH} = 3V_{eH}I_{eH} \quad (33)$$

A modo de resumen, en la Figura 2 se muestran los distintos términos de potencia obtenidos en esta descomposición de  $S_e$ . Por tanto, con el SAPC se pretende eliminar los términos de potencia no eficientes  $Q_1^+$ ,  $S_{U1}$  y  $S_{eN}$  (o una combinación de ellos) evitando de esta forma que sean transportados por la red eléctrica.

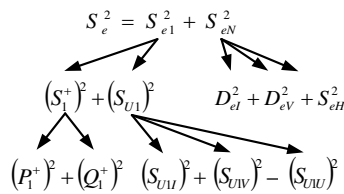


Figura 2: Descomposición de potencias usada para la compensación de ineficiencias.

## 2.2. Programación cuadrática sujeta a restricciones cuadráticas.

Una vez definidos los términos de potencia que identifican los distintos fenómenos no eficientes a compensar, se introducen formalmente a continuación los problemas de programación cuadrática sujetos a restricciones cuadráticas que, como se verá más adelante, aparecerán en la formulación del problema de definición de referencias para la compensación selectiva mediante un SAPC. Una forma eficiente de resolver estos problemas de

optimización es mediante su transformación en problemas de desigualdades matriciales lineales (LMI).

Para ello, considérese la simplificación (34) del problema de programación cuadrática sujeto a restricciones cuadráticas presentado en (Lobo *et al.* 1998).

$$\begin{aligned} \min_x & x^T P_0 x \\ \text{sujeto a:} & \\ & x^T P_i x \leq r_i, \quad i = 1 \dots p \end{aligned} \quad (34)$$

Si las matrices  $P_i$  son definidas positivas, entonces se puede aplicar el complemento de Schur (Boyd *et al.* 1994) que permite transformar las restricciones cuadráticas en desigualdades matriciales lineales (LMI), mediante (35).

$$r_i - x^T P_i x > 0 \rightarrow \begin{bmatrix} P_i^{-1} & x \\ x^T & r_i \end{bmatrix} > 0 \quad (35)$$

Donde el símbolo de desigualdad indica que la matriz es definida positiva. La misma transformación puede hacerse con el índice de coste añadiendo una variable auxiliar (36).

$$r_0 - x^T P_0 x > 0 \rightarrow \begin{bmatrix} P_0^{-1} & x \\ x^T & r_0 \end{bmatrix} > 0 \quad (36)$$

Quedando el problema LMI a resolver como en (37).

$$\begin{aligned} \min_x & r_0 \\ \text{sujeto a:} & \\ & \begin{bmatrix} P_i^{-1} & x \\ x^T & r_i \end{bmatrix} > 0, \quad i = 0 \dots p \end{aligned} \quad (37)$$

Este problema de optimización puede ser resuelto utilizando herramientas de resolución de LMIs ampliamente conocidas como Yalmip (Lofberg 2004) y Sedumi (Sturm 1999).

## 3. Generación de las corrientes de referencia

La generación de las corrientes de referencia del SAPC está determinada por la magnitud de los distintos fenómenos no eficientes que se pretenden compensar y por la limitación de potencia que presenta el SAPC. En este apartado se expone la metodología que permite, a partir de las corrientes de carga y siguiendo las definiciones recogidas en el IEEE Std.1459, obtener las corrientes de referencia para compensar de forma selectiva los distintos fenómenos no eficientes sin sobrepasar la corriente máxima del SAPC. Para ello, se formulará un índice a minimizar en el que se dé un peso relativo a cada uno de los términos de potencia ineficientes que se pretenda compensar. Tal y como se muestra en la Figura 2, la potencia aparente efectiva se puede definir como en (38).

$$S_e^2 = (P_1^+)^2 + (Q_1^+)^2 + S_{U1}^2 + S_{eN}^2 \quad (38)$$

Para realizar la compensación selectiva, resulta necesario plantear restricciones sobre el valor eficaz de la corriente del SAPC en cada fase. Para ello, se plantean inicialmente de forma adecuada los valores de las corrientes de fase del SAPC, de la carga y de la red. Así en (39) se define la corriente fundamental de cada fase del SAPC en coordenadas rectangulares.

$$\bar{I}_{k1SAPC} = I_{k1rSAPC} + jI_{k1iSAPC}, \quad k = A, B, C \quad (39)$$

Por otro lado en (40) se define el valor eficaz de la corriente del SAPC.

$$I_{kSAPC}^2 = I_{k1SAPC}^2 + I_{kHSAPC}^2 \quad k = A, B, C \quad (40)$$

Donde  $I_{KSAPC}$  es el valor eficaz de la corriente total en cada fase del compensador (SAPC) e  $I_{KHSAPC}$  es el valor eficaz de la parte armónica de la corriente. De la misma forma, en (41) y (42) se definen respectivamente las corrientes de la componente fundamental y eficaz de cada fase en la carga.

$$\bar{I}_{k1LOAD} = I_{k1rLOAD} + jI_{k1iLOAD} \quad (41)$$

$$I_{kLOAD}^2 = I_{k1LOAD}^2 + I_{kHLOAD}^2 \quad (42)$$

Así mismo en (43) y (44) se definen las corrientes de la componente fundamental y eficaz de cada fase en la red.

$$\bar{I}_{k1RED} = I_{k1rRED} + jI_{k1iRED} \quad (43)$$

$$I_{kRED}^2 = I_{k1RED}^2 + I_{kHRED}^2 \quad (44)$$

A partir de los sentidos de corriente mostrados en la Figura 1 la aplicación de la primera ley de Kirchhoff al punto “pcc” queda como en (45).

$$\bar{I}_{k1LOAD} = \bar{I}_{k1SAPC} + \bar{I}_{k1RED} \quad (45)$$

Finalmente, es necesario tener en cuenta que, dado que los valores de intensidades armónicas se han agrupado en un único término, no tiene sentido trabajar con fasores de corriente y por tanto únicamente se han definido valores eficaces.

### 3.1. Restricciones

Una vez se han definido las diferentes corrientes de fase, se formulan las restricciones a tener en cuenta. Las únicas restricciones existentes son las limitaciones en el valor eficaz de la corriente total en cada fase del SAPC ( $I_{KSAPC}$ ).

$$I_{KSAPC} \leq I_{max}$$

Así mismo, esta desigualdad puede reescribirse siguiendo las variables propuestas como en (46).

$$I_{k1rSAPC}^2 + I_{k1iSAPC}^2 + I_{kHSAPC}^2 \leq I_{max}^2 \quad (46)$$

### 3.2. Desequilibrios de la componente fundamental ( $S_{U1}$ ).

Para obtener las componentes directa, inversa y homopolar de la corriente de red es necesario aplicar el teorema de Fortescue. Como se ha visto en el subapartado 2.1, con estas nuevas corrientes se puede definir un término de acuerdo al IEEE Std. 1459 de forma que minimice la potencia aparente generada por los desequilibrios ( $S_{U1}$ ).

$$S_{U1}^2 = 9V_{U1}^2(I_1^+)^2 + 9V_{e1}^2(I_1^-)^2 + 36V_{e1}^2(I_1^0)^2 \quad (47)$$

Si este fuera el único objetivo del compensador activo, se podría mediante la medida de las corrientes de la carga y tensiones de red obtener las corrientes de referencia realizando la optimización:

$$\min S_{U1}^2$$

suje to a:

$$I_{krSAPC}^2 + I_{kisSAPC}^2 + I_{kHSAPC}^2 \leq I_{max}^2$$

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_1^+ \\ \bar{I}_1^- \\ \bar{I}_1^0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_{A1} \\ \bar{I}_{B1} \\ \bar{I}_{C1} \end{bmatrix} \quad (48)$$

$$\bar{I}_{k1LOAD} = \bar{I}_{k1SAPC} + \bar{I}_{k1RED}$$

Donde  $a = e^{\frac{2\pi}{3}j}$ . Como se puede observar en el problema propuesto aparecen variables complejas y restricciones cuadráticas que han de manipularse para llegar a un problema LMI resoluble con las herramientas comentadas en el punto 2.2.

### 3.3. Potencia reactiva fundamental y de secuencia positiva

La potencia reactiva fundamental y de secuencia positiva a minimizar puede calcularse como en (49).

$$Q_1^+ = 3\text{Im}(\bar{V}_1^+ (\bar{I}_1^+)^*) \quad (49)$$

El objetivo a cumplir en este caso será minimizar la potencia reactiva  $Q_1^+$ . Por tanto, si el único fenómeno a compensar fuera esta potencia reactiva, podría plantearse un nuevo problema de optimización con el índice de coste  $(Q_1^+)^2$  y las mismas restricciones que en el problema (48).

### 3.4. Potencia aparente de los armónicos de corriente

Los armónicos de corriente se van a tratar de forma global, sin distinguir el orden de los armónicos, tal y como aparece en el IEEE Std.1459. Aplicando la primera ley de Kirchhoff en el punto “pcc” se plantea (50).

$$i_{kHLOAD}(t) = i_{kHSAPC}(t) + i_{kHRED}(t) \quad (50)$$

Así mismo, en (51) se define el valor de los armónicos introducidos por el SAPC.

$$i_{kHSAPC}(t) = \alpha i_{kHLOAD}(t) \quad (51)$$

Donde  $\alpha$  es una variable definida entre 0 y 1, que va a marcar el grado de compensación de armónicos globales de nuestro SAPC en cada una de las fases. De esta forma podemos asegurar que el valor eficaz de la corriente armónica será como se define en (52).

$$I_{eHSAPC} = \alpha I_{eHLOAD} \quad (52)$$

Con esta expresión y dado el carácter escalar del coeficiente  $\alpha$  se puede asegurar lo definido en (53)

$$I_{eHRED} = (1 - \alpha) I_{eHLOAD} \quad (53)$$

Quedando los términos de potencia aparente efectiva (54) de la red en función de  $\alpha$  como se define de (55) a (57).

$$S_{eN}^2 = D_{e1}^2 + D_{eV}^2 + S_{eH}^2 \quad (54)$$

$$D_{e1} = 3V_{e1RED} I_{eHLOAD} (1 - \alpha) \quad (55)$$

$$D_{eV} = 3V_{eHRED} I_{e1RED} \quad (56)$$

$$S_{eH} = 3V_{eHRED} I_{eHLOAD} (1 - \alpha) \quad (57)$$

Si se observan estos tres últimos términos de potencia se puede ver que  $D_{eV}$  depende de los armónicos de tensión de red y dado que el SAPC controla directamente la corriente del filtro y a su vez la de red, la única forma de limitar este término es reduciendo la componente fundamental de la corriente. Puesto que en este análisis la tensión de red se supone independiente del sistema se ha optado por omitir dicho término de la optimización.

### 3.5. Potencia activa entregada por el SAPC

Por último, hay que tener en cuenta que el SAPC puede controlar también la potencia activa entregada a la red. Este valor debe de ser nulo si el condensador de corriente continua (CC) del



SAPC está formado por una batería de condensadores, dado que cualquier otro valor haría que la tensión del mismo variara rápidamente. En cambio, si el condensador de CC viene dado por un conjunto de baterías que permitan el almacenamiento de energía se pueden seguir estrategias de compensación en las que el SAPC entregue o ceda cierta potencia activa fundamental ( $P_{refSAPC}$ ). Dicha potencia puede escribirse en función de las variables de optimización mediante (58) y (59).

$$P_{k1SAPC} = \text{Re}(\bar{V}_{k1RED} \bar{I}_{k1SAPC}^*) \quad (58)$$

$$P_{A1SAPC} + P_{B1SAPC} + P_{C1SAPC} = P_{refSAPC} \quad (59)$$

### 3.6. Problema de optimización

Considerando lo expuesto en los subapartados anteriores el problema puede escribirse como un problema de optimización en las variables  $I_{krSAPC}$ ,  $I_{kiSAPC}$  y  $\alpha$  cuando tenemos como datos del sistema  $I_{krLOAD}$ ,  $I_{kiLOAD}$ ,  $I_{eHLOAD}$ ,  $V_{1rRED}$ ,  $V_{1iRED}$ , y  $V_{eHRED}$ .

$$\min K_Q(Q_1^+)^2 + K_U S_{U1}^2 + K_H(D_{ei}^2 + S_{eH}^2)$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} I_{krSAPC}^2 + I_{kiSAPC}^2 + \alpha^2 I_{eHLOAD}^2 &\leq I_{max}^2 \\ P_{A1SAPC} + P_{B1SAPC} + P_{C1SAPC} &= P_{refSAPC} \end{aligned} \quad (60)$$

Donde:

$$\begin{aligned} \bar{I}_{kiLOAD} &= \bar{I}_{kiSAPC} + \bar{I}_{kiRED} \\ \begin{bmatrix} \bar{I}_{1RED}^+ \\ \bar{I}_{1RED}^- \\ \bar{I}_{0RED}^0 \end{bmatrix} &= \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_{A1RED} \\ \bar{I}_{B1RED} \\ \bar{I}_{C1RED} \end{bmatrix} \\ Q_1^+ &= 3 \text{Im}(\bar{V}_{1RED}^+ (\bar{I}_{1RED}^+)^*) \\ S_{U1}^2 &= 9V_{U1}^2 (I_1^+)^2 + 9V_{e1}^2 (I_1^-)^2 + 36V_{e1}^2 (I_0^0)^2 \\ D_{ei} &= 3V_{e1} I_{eHLOAD} (1 - \alpha) \\ S_{eH} &= 3V_{eH} I_{eHLOAD} (1 - \alpha) \\ P_{k1SAPC} &= \text{Re}(\bar{V}_{k1RED} \bar{I}_{k1SAPC}^*) \end{aligned}$$

Nótese que se han empleado unos coeficientes de ponderación en el índice de coste ( $K_Q$ ,  $K_U$  y  $K_H$ ) que van a permitir dar más o menos importancia a una determinada ineficiencia.

## 4. Control del SAPC

### 4.1. Diseño del condensador de corriente continua y de la inductancia de salida del SAPC

Los objetivos del condensador de CC ( $C_{CC}$ ) son: mantener la tensión de continua ( $V_{CC}$ ) con el mínimo rizado posible en estado estacionario, servir como elemento de almacenamiento de energía para proporcionar potencia reactiva y potencia armónica durante la compensación y proporcionar la diferencia de potencia activa entre la carga y la red durante los transitorios (Khadem, Basu, and Conlon 2014). Por lo tanto se debe seleccionar una capacidad del condensador de CC y diseñar un regulador de tensión de tal forma que el SAPC pueda compensar dicha diferencia de potencia durante un breve transitorio de tiempo (generalmente durante unos ms) y mantener la tensión del condensador de CC estable. Dependiendo de la topología del SAPC desarrollado se han propuestos diferentes métodos para calcular la relación entre la tensión de la red ( $V_{RED}$ ) y la tensión del condensador de CC ( $V_{CC}$ ) a partir de la tensión eficaz requerida a la salida del SAPC ( $V_{SAPC}$ ) o su tensión máxima ( $V_{SAPCmax}$ ). Así, en (G. K. Singh, Singh, and Mitra 2007) se propone que la tensión mínima del condensador de

CC sea igual a  $2\sqrt{2}V_{SAPC}$ , en (Liu and Maswood 2006) se propone que dicha tensión sea más grande que  $\sqrt{3}V_{SAPCmax}$  y en (Khadem, Basu, and Conlon 2014) que sea superior a  $\sqrt{3}V_{REDmax}$ . En este trabajo se ha seleccionado un valor de la tensión del condensador de CC como el propuesto en (Shah et al. 2014) en donde  $V_{CC} > \sqrt{2}V_{RED}$ . Teniendo en cuenta que  $V_{RED} = 400 V$  se obtiene que  $V_{CC} > 565.68 V$ . Por otro lado hay que tener presente que un valor elevado de  $V_{CC}$  permitirá una buena ganancia del regulador de corriente, sin embargo puede incrementar el valor del THD de la tensión del pcc (Ponnaluri and Brickwedde 2001). Considerando lo anterior se ha seleccionado una  $V_{CC} = 800 V$ . Una vez obtenida la tensión del condensador, se ha realizado el cálculo de la capacidad de dicho condensador para cumplir con los objetivos descritos. Para ello se ha utilizado la ecuación (61) propuesta en (Khadem, Basu, and Conlon 2014).

$$C_{CC} = \frac{2SnT}{V_{CCmax}^2 - V_{CCmin}^2} \quad (61)$$

Donde  $S$  es la potencia aparente del SAPC (4.15 kVA),  $T$  es el periodo de red (20 ms),  $n$  es el número de ciclos para transferir la energía del condensador de CC (se ha seleccionado  $n = 2$ ), y  $V_{CCmax}$ ,  $V_{CCmin}$  son los valores de tensión máximo y mínimo permitidos en dicho condensador respectivamente (se ha considerado una variación de  $V_{DC}$  de  $\pm 10\%$ ). Teniendo en cuenta los valores definidos para cada uno de los términos de la ecuación (61) se ha obtenido una capacidad del condensador de CC de  $C_{CC} = 1.3 mF$  que para la configuración partida resulta en  $C_1 = C_2 = 2.6 mF$ . Por otro lado para el diseño de la inductancia del filtro de salida del SAPC se ha utilizado la ecuación (62) propuesta en (Patidar and Singh 2010) y (Gupta, Singh, and Dubey 2011).

$$L_{min} = \frac{m_a V_{CC}}{2\sqrt{2}\Delta I_{sw,p-p} K_L f_{sw}} \quad (62)$$

Donde  $L_{min}$  es el valor de la inductancia mínima necesaria para limitar el rizado máximo ( $I_{sw,p-p}$ ) en la corriente de salida del SAPC a un determinado valor,  $m_a$  es el índice de modulación de amplitud,  $K_L$  es el factor de sobrecarga y  $f_{sw}$  es la frecuencia de conmutación. A partir de los valores de  $V_{CC}$  y de  $f_{sw}$  mostrados en la Tabla 1 y considerando una corriente de rizado  $I_{sw,p-p} = 2 A$ , un valor de  $m_a = 1$  y un factor de sobrecarga de 1.5 se ha obtenido un valor de  $L_{min} = 5.98 mH$ , tomando  $L_{min} = 6 mH$  para llevar a cabo las simulaciones. Este valor de inductancia garantiza un valor máximo de rizado en corriente y a su vez limita la pendiente máxima de las corrientes de compensación que se pueden obtener a la salida del SAPC.

$$\frac{di}{dt} = \frac{V_{CC1} - \sqrt{2}V_{RED}}{L} \quad (63)$$

El valor de dicha pendiente está determinado por la ecuación (63), en donde  $V_{CC1}$  es la mitad de la tensión del condensador de CC,  $V_{RED}$  es la tensión de fase de la red y  $L$  es la inductancia del filtro de salida del SAPC. Sustituyendo el valor de cada uno de estos parámetros se obtiene que la pendiente máxima de la corriente de salida del SAPC es de 12455,15 A/s. Este valor indica que el SAPC podrá compensar todas aquellas cargas cuyas corrientes de compensación presenten una pendiente igual o inferior a dicho valor.

### 4.2. Control de tensión del condensador de corriente continua

Para un correcto funcionamiento del SAPC resulta necesario mantener la tensión del condensador de CC estable. Las pérdidas

de potencia en el SAPC durante su funcionamiento producen un descenso de la tensión del condensador, con lo que se necesita proporcionar desde la red una potencia activa para mantener constante dicha tensión (Orts-Grau et al. 2009), (Miranda, Cárdenas, and Palacios 2008). Para ello, tal y como se muestra en la Figura 3, se ha añadido un lazo de regulación, el cual a partir de la diferencia entre la tensión de referencia y la tensión del condensador de CC mediante un regulador PI suma a la corriente de referencia generada por el algoritmo de optimización (LMI) una corriente fundamental y de secuencia positiva ( $I_1^+$ ) que compensa las pérdidas de potencia en el SAPC y mantiene constante la tensión del condensador de CC.

Por otro lado, la utilización de un condensador de CC dividido, supone que durante el proceso de compensación aparezcan desequilibrios entre la parte alta y la parte baja del condensador (Mishra, Joshi, and Ghosh 2003). Para compensar dichos desequilibrios se ha utilizado otro lazo de regulación, el cual a partir del error entre la tensión de la parte alta del condensador de CC y la mitad de la tensión de referencia, mediante un regulador PI genera una corriente de referencia que se suma a las anteriores provocando un desplazamiento de las mismas equilibrando la tensión de las dos partes del condensador de CC. Así mismo, para conseguir un buen funcionamiento de los reguladores PI y que las corrientes demandadas de la red solamente contengan componente fundamental de secuencia positiva más una corriente continua (ésta última solo si hay desequilibrio en la tensión del condensador de CC), es necesario filtrar las variaciones de las tensiones medidas en el condensador de CC. Para ello se han utilizado unos filtros paso bajo de primer orden con una constante de tiempo de 20 ms. Para el diseño de los reguladores PI se ha utilizado el método del lugar de las raíces sobre el modelo formado por la integral del condensador y el filtro paso bajo. A partir de dicho modelo se han obtenido los valores de  $K_p$  y  $K_i$  de cada uno de los reguladores para un tiempo de establecimiento mínimo en bucle cerrado. Así para el PI utilizado para controlar la tensión del condensador de CC se ha obtenido una  $K_p = 0.0667$  y una  $K_i = 1.8864$  y para el PI encargado del control del desequilibrio una  $K_p = 0.0046$  y una  $K_i = 0.0146$ . En (J. C. Alfonso-Gil et al. 2014) se presenta el análisis completo del funcionamiento de este tipo de control.

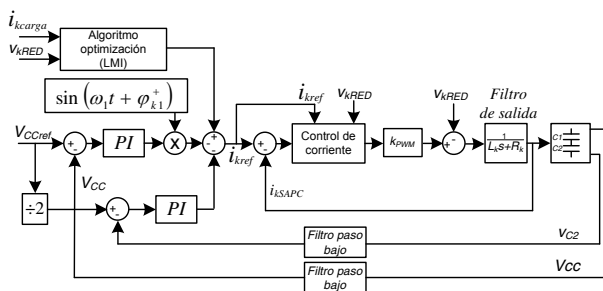


Figura 3: diagrama de bloques del control de tensión del condensador de CC.

### 4.3. Control de corriente del SAPC

Para poder realizar una correcta compensación de las ineficiencias, se requiere un regulador de corriente que siga las corrientes de compensación que genera el SAPC a su salida.

Uno de los tipos de reguladores de corriente utilizados en los compensadores activos son los reguladores con banda de histéresis (Bhim Singh, Verma, and Solanki 2007), (B. Singh and Verma 2008) y (Malesani et al. 1991). La principal ventaja de este tipo de control es la simplicidad del esquema de control y el

adecuado seguimiento de la referencia (Prusty et al. 2011). Sin embargo, el inconveniente que presenta es que la frecuencia de conmutación del SAPC es variable y esto supone que la distorsión armónica a la salida del SAPC presenta el mismo inconveniente. Otro de los reguladores utilizados en el control de los compensadores activos es el proporcional (P) con prealimentación (Alfonso-Gil et al. 2013a). La prealimentación se utiliza para generar los voltajes que deben ser aplicados a la salida del SAPC para compensar la caída de tensión que hay en el filtro de salida y el regulador proporcional (P) se encarga de seguir las referencias de corriente cuando éstas cambien. En este tipo de control la frecuencia de conmutación permanece constante.

Por otro lado, se dispone también de los reguladores de corriente trabajando en un marco de referencia síncrono (Briz et al. 2013). En este modo de funcionamiento el sistema trifásico de corrientes se sustituye por un único vector mediante la transformada de Park. Mediante esta transformación, la componente fundamental del vector espacial resultante del sistema trifásico elimina su dependencia temporal y en régimen estacionario un regulador de corriente de tipo PI será capaz de eliminar los errores en estado estacionario de la componente fundamental. El inconveniente que presenta este tipo de reguladores para su aplicación en sistemas de compensación activa (SAPC) es que, en presencia de armónicos, las corrientes en los ejes dq0 no son constantes, lo que dificulta el correcto funcionamiento del regulador PI (Jose Carlos Alfonso-Gil et al. 2013b).

Considerando los tipos de reguladores expuestos anteriormente, a continuación se realiza el diseño del regulador con prealimentación y el regulador PI trabajando en marco de referencia síncrono. El diseño del control banda de histéresis no se detalla dada su sencillez y forma de ajuste.

Para realizar el diseño de los reguladores se ha considerado un SAPC cuyas características se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1: Valores de los parámetros característicos del SAPC

PARÁMETRO	VALOR
Tensión del condensador de CC	800 V $\pm$ 10%
Tensión de línea en la red	400 V
Potencia del SAPC	4.15 kVA
Corriente nominal	6 A
Capacidad del condensador de CC	1.3 mF
Inductancia del filtro de salida	6 mH
Resistencia del filtro de salida	400 m $\Omega$
Frecuencia de red	50 $\pm$ 1Hz
Frecuencia de la señal PWM	15750 Hz

El primero de los reguladores diseñados corresponde a un regulador proporcional con prealimentación como el mostrado en la Figura 4.

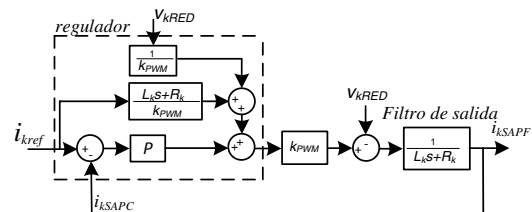


Figura 4: diagrama de bloques del regulador con prealimentación.

A partir de dicha figura, los voltajes y corrientes en la salida del SAPC pueden ser definidos como en (64).

$$v_{kSAPC} = R_k i_{kref} + L_k \frac{d}{dt} i_{kref} + v_{kRED} + P(i_{kref}^* - i_{kSAPC}) \quad k = A, B, C \quad (64)$$

Donde  $v_{kSAPC}$  es la tensión de salida del convertidor,  $v_{kRED}$  es el voltaje de red y  $R_k$ ,  $L_k$  son los valores de la impedancia del filtro del SAPC. El regulador proporcional P, puede ser obtenido forzando un tiempo de establecimiento de  $t_{st}=2$  ms mediante la ecuación característica (65). Con ello se obtiene un valor de la ganancia proporcional como el mostrado en (66).

$$1 + PG_{OL}(s) = 1 + K \cdot k_{PWM} \cdot \frac{1}{R + L_k \cdot s} = 0 \quad (65)$$

$$|K| = \left. \frac{|R + L_k \cdot s|}{k_{PWM}} \right|_{s=-4/t_{st}} = 11.6 \quad (66)$$

Para el diseño del regulador PI trabajando en marco de referencia síncrono se ha considerado el diagrama de bloques de la Figura 5. A partir de dicha figura se puede deducir que la tensión de salida del SAPC puede ser definida tal y como se muestra en (67).

$$v_{kSAPC} = R_k i_{kSAPC} + L_k \frac{d}{dt} i_{kSAPC} + v_{kRED} \quad k = A, B, C \quad (67)$$

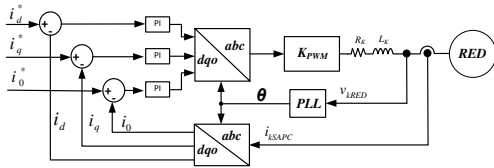


Figura 5: Diagrama de bloques del control (dq0).

Así mismo, en la Figura 6 se muestra el diagrama de bloques en bucle cerrado del sistema de control dq0 del SAPC utilizado para el diseño del regulador PI.

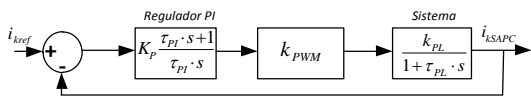


Figura 6: Control en bucle cerrado.

A partir de dicho diagrama de bloques la función en bucle abierto del lazo de regulación puede ser escrita como se muestra en (68).

$$G_{OL}(s) = K_p \frac{\tau_{PI} \cdot s + 1}{\tau_{PI} \cdot s} \cdot k_{PWM} \cdot \frac{k_{PL}}{1 + \tau_{PL} \cdot s} \quad (68)$$

Donde:

$$\tau_{PL} = \frac{L}{R}; k_{PL} = \frac{1}{R}, k_{PWM} = 1$$

Para obtener una adecuada respuesta en bucle cerrado del sistema, se ha fijado un factor de amortiguamiento de  $\xi = 0.707$  y un tiempo de establecimiento del sistema de  $t_{st} = 2$  ms. Para conseguir estos valores se ha utilizado la técnica de diseño del lugar de las raíces y se han obtenido los valores de  $K_p$  y  $K_i$  mostrados en (69).

$$\begin{aligned} K_p &= 22.92 \\ K_i &= 45773 \end{aligned} \quad (69)$$

## 5. Resultados de simulación

Para verificar el funcionamiento del sistema propuesto se han llevado a cabo una serie de simulaciones mediante el software Matlab/Simulink® y la toolbox SimPowerSys. En la Figura 7 se muestra el diagrama Simulink del modelo del sistema utilizado. El SAPC está compuesto por un condensador de CC partido y un inversor trifásico con un filtro a la salida formado por las impedancias  $Z_7$ ,  $Z_2$  y  $Z_3$ , cuyos valores han sido definidos en la Tabla 1.

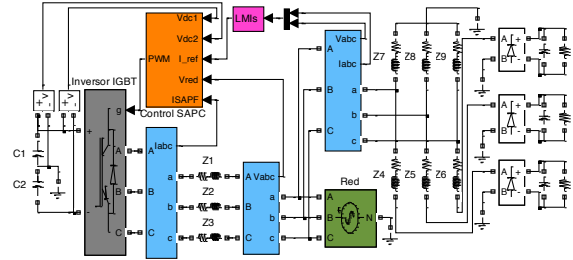


Figura 7: Diagrama Simulink del sistema.

Para generar las distintas ineficiencias a compensar (desfase, desequilibrio y distorsión) se ha utilizado una carga lineal y otra no lineal a la salida del SAPC, cuyos valores se muestran en la Tabla 2. La carga lineal está formada por las impedancias  $Z_7$ ,  $Z_8$ ,  $Z_9$  mientras que la carga no lineal está formada por tres rectificadores monofásicos iguales, con un condensador y una resistencia a su salida ( $C_r$ ,  $R_r$ ), y un filtro a su entrada formado por las impedancias  $Z_4$ ,  $Z_5$  y  $Z_6$ .

Tabla 2: Valores de la carga utilizados durante las simulaciones.

PARTE LINEAL ( $Z_7$ , $Z_8$ , $Z_9$ )			PARTE NO LINEAL		
$Z_7$	$Z_8$	$Z_9$	$3 \times \text{Rectificador} + \text{Filtro} (Z_4, Z_5, Z_6)$ ( $C_r=1000\mu F$ , $R_r=50\Omega$ )		
$R_7=30\Omega$	$R_8=40\Omega$	$R_9=50\Omega$	$R_4=1\Omega$	$R_5=1\Omega$	$R_6=1\Omega$
$L_7=30mH$	$L_8=40mH$	$L_9=60mH$	$L_4=5mH$	$L_5=5mH$	$L_6=5mH$

La obtención de las corrientes de referencia para la compensación de las ineficiencias se lleva a cabo mediante una S-Function. En ella, se ha programado la adquisición de las señales de las tensiones de red y las corrientes de carga, el cálculo de las componentes fundamentales y simétricas de las corrientes de carga, y la obtención de las corrientes de compensación a través del algoritmo de optimización mostrado en el apartado 3. Finalmente, en el bloque “control de corriente” se ha implementado el regulador de corriente para el seguimiento y control de las corrientes de compensación generadas por el SAPC en los diferentes casos planteados. Inicialmente, se han desarrollado una serie de simulaciones para analizar las prestaciones de los tres reguladores propuestos para el seguimiento de las corrientes de referencia. A continuación se ha seleccionado el regulador con prealimentación, debido a sus mejores prestaciones, y se ha analizado el comportamiento del algoritmo de optimización durante la compensación selectiva.

### 5.1. Seguimiento de las corrientes de referencia

Para analizar el funcionamiento de los reguladores de corriente se ha considerado que la potencia del SAPC es suficiente para compensar todas las ineficiencias presentes en la carga (compensación total). A partir de las corrientes de carga se han obtenido las corrientes de referencia y posteriormente éstas son



introducidas en el regulador seleccionado en cada caso. Las corrientes de compensación generadas por el SAPC son inyectadas en el punto de conexión común (pcc) en  $t=0.02$  y se analizan sus efectos sobre las corrientes de red.

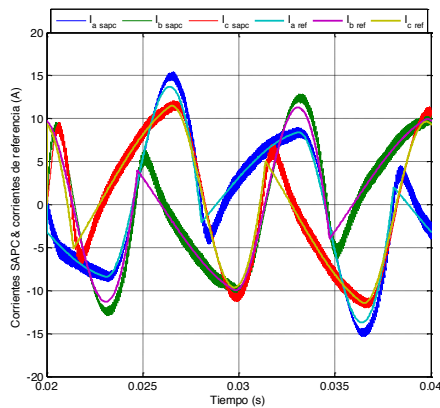


Figura 8: Corrientes de referencia y de salida del SAPC para el control dq0.

El primer caso analizado corresponde a un regulador PI trabajando en marco de referencia síncrono Figura 5. En la Figura 8 se observa como este regulador no sigue la referencia de corriente provocando que las corrientes generadas por el SAPC no compensen las ineficiencias de la carga. Así, en la Figura 9 se puede ver como, tras la entrada del SAPC, las corrientes de red todavía presentan ineficiencias.

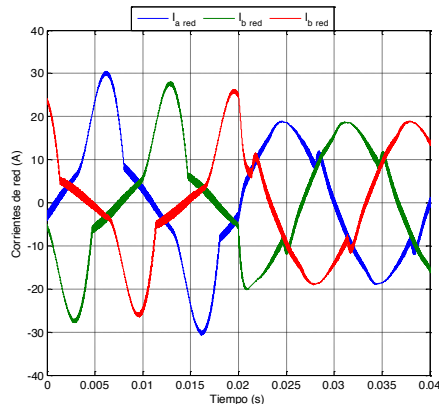


Figura 9: Corrientes de red antes y después de la compensación para el control dq0.

El segundo caso analizado corresponde al control con banda de histéresis. Como se puede observar en la Figura 10, el regulador sigue adecuadamente la corriente de referencia y con ello el SAPC consigue compensar las ineficiencias de la carga evitando que sean importadas desde la red, tal y como se puede ver en la Figura 11. Aunque el control con banda de histéresis consigue eliminar las ineficiencias introducidas por la carga, las corrientes de red presentan los efectos de la variación de la frecuencia de conmutación del funcionamiento de este control. Así, en los valores máximos de la onda de corriente la frecuencia de conmutación del SAPC es de 1.33 kHz y en los pasos por cero es de unos 15.5 kHz. Las frecuencias de conmutación bajas suponen una limitación del SAPC para compensar armónicos próximos a dichas frecuencias, así como un empeoramiento de las corrientes de compensación (mayor rizado). Estrechando la banda de histéresis del control se consigue mejorar las corrientes de

compensación generadas por el SAPC y, en consecuencia, la forma de onda de las corrientes de red (menor rizado).

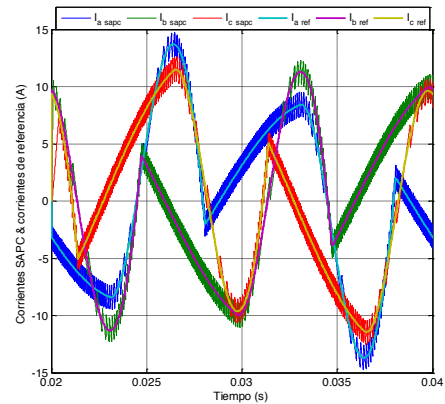


Figura 10: Corrientes de referencia y de salida del SAPC para el control con Banda de Histéresis (BH).

Sin embargo, las frecuencias de conmutación pueden alcanzar valores inviables para el funcionamiento de los IGBTs del SAPC, y las pérdidas de conmutación de dichos transistores aumentarían de forma considerable.

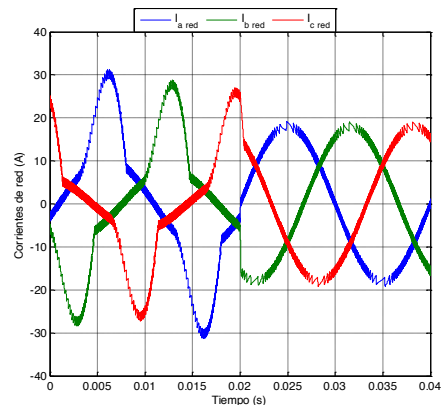


Figura 11: Corrientes de red antes y después de la compensación para el control con Banda de Histéresis (BH).

Finalmente, el tercer regulador analizado corresponde al regulador con prealimentación (Figura 4).

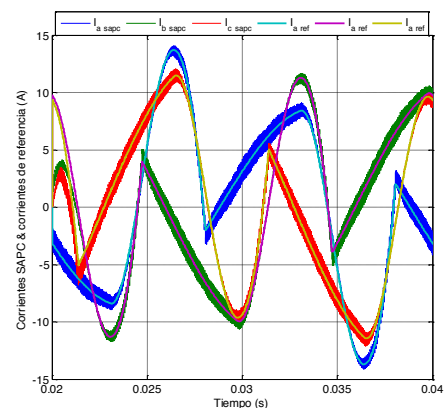


Figura 12: Corrientes de referencia y de salida del SAPC para el control con prealimentación.

En la Figura 12 se observa como el regulador sigue adecuadamente las corrientes de referencia, consiguiendo así compensar las ineficiencias de la carga evitando que se importen desde la red, tal y como se puede ver en las corrientes de red mostradas en la Figura 13.

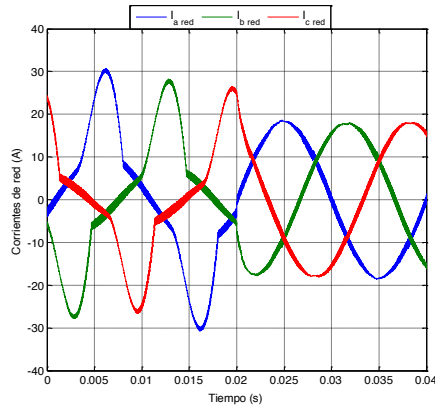


Figura 13: Corrientes de red antes y después de la compensación para el control con prealimentación.

El control con prealimentación presenta la ventaja frente al control con banda de histéresis de que la frecuencia de conmutación permanece constante durante todo el modo de funcionamiento (15.75 kHz). Con ello, se consigue generar unas corrientes de compensación adecuadas para eliminar las ineficiencias de las corrientes de red y, a su vez, se consigue tener controlada la frecuencia de conmutación de los IGBTs a unos valores adecuados para su correcto funcionamiento. Así mismo, esta frecuencia de conmutación permite un amplio rango de operación del SAPC a la hora de compensar armónicos.

Tras el análisis realizado sobre el funcionamiento de los tres reguladores propuestos se ha podido observar que el regulador con prealimentación es el que presenta un mejor comportamiento a la hora de realizar la compensación de las ineficiencias. Por ello se ha seleccionado este regulador para analizar el funcionamiento del sistema de compensación selectiva mediante un algoritmo de optimización basado en LMIs propuesto y que se muestra a continuación.

5.2. Compensación selectiva de las ineficiencias

La compensación selectiva tiene lugar cuando la potencia del SAPC no es suficiente para compensar todas las ineficiencias de la carga. Para realizar dicho análisis se han calculado los valores eficaces de las corrientes de salida del SAPC durante la compensación global (Figura 12) obteniendo unos valores de  $I_{aSAPC} = 7.12 A$ ,  $I_{bSAPC} = 6.73A$  e  $I_{cSAPC} = 6.78 A$  y a partir de dichos valores se ha limitado la corriente eficaz de salida del SAPC a 6 A simulando así una compensación selectiva.

Inicialmente se ha estudiado el comportamiento del algoritmo para el control selectivo ponderando por igual la capacidad del SAPC para compensar el desequilibrio, el desfase y la distorsión armónica (Caso:  $K_U=K_Q=K_H=1$ ). En la Figura 14 se puede observar como el SAPC no consigue eliminar la ineficiencia de la carga tras la entrada del SAPC en  $t=0.02s$ . Para un mejor análisis, en la Tabla 3 se muestran los valores de la potencia de desequilibrio, de desfase y distorsión armónica antes y después de la compensación.

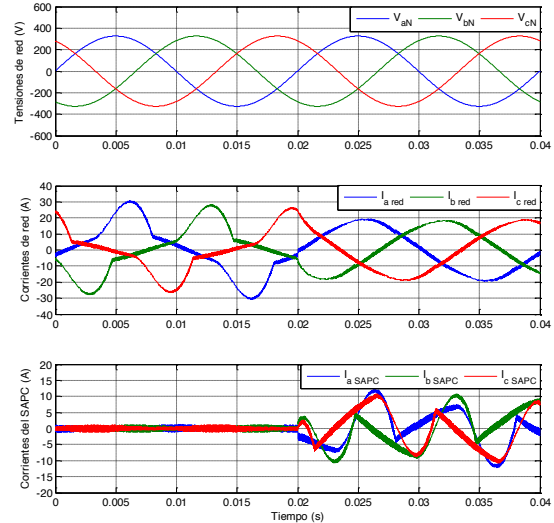


Figura 14: Tensiones y corrientes de red y del SAPC antes y después de la compensación para  $K_U=K_Q=K_H=1$ .

Se puede observar en dicha tabla como el SAPC consigue reducir en un 96.24% la potencia de desequilibrio, en un 74.74% el desfase y en un 91.26% la distorsión armónica tras la compensación. A su vez en dicha tabla se puede ver como las corrientes de cada una de las fases del SAPC no sobrepasan la limitación impuesta de los 6 A eficaces.

Tabla 3 Términos de potencia de las corrientes de red para diferentes casos de compensación selectiva.

ANTES DE LA COMPENSACIÓN				
	$S_{U1} = 9362.4 VA$	$Q_1^+ = 2873 var$	$S_{eN} = 7171.7 VA$	
DESPUÉS DE LA COMPENSACIÓN				
CASO	$S_{U1}(VA)$	$Q_1^+(var)$	$S_{eN}(VA)$	$I_{bSAPC}(A)$
$K_U=K_Q=K_H=1$	351.69	725.47	629.62	$I_{aSAPC} = 5.92$
				$I_{bSAPC} = 5.92$
				$I_{cSAPC} = 5.86$
$K_U=1000$ $K_Q=1; K_H=1$	7.82	934.45	829.39	$I_{aSAPC} = 5.93$
				$I_{bSAPC} = 5.49$
				$I_{cSAPC} = 5.65$
$K_U=1;$ $K_Q=1000; K_H=1$	516.75	2.99	1642.10	$I_{aSAPC} = 5.92$
				$I_{bSAPC} = 5.94$
				$I_{cSAPC} = 5.87$
$K_U=1$ $K_Q=1; K_H=1000$	522.26	1315.50	1.73	$I_{aSAPC} = 5.90$
				$I_{bSAPC} = 5.94$
				$I_{cSAPC} = 5.81$
$K_U=1000$ $K_Q=1000; K_H=1$	16.39	11.56	2325.9	$I_{aSAPC} = 5.93$
				$I_{bSAPC} = 5.41$
				$I_{cSAPC} = 5.54$
$K_U=1000$ $K_Q=1; K_H=1000$	14.08	1713.30	12.62	$I_{aSAPC} = 5.89$
				$I_{bSAPC} = 5.62$
				$I_{cSAPC} = 5.69$
$K_U=1, K_Q=1000;$ $K_H=1000$	1378.40	659.08	548.86	$I_{aSAPC} = 5.95$
				$I_{bSAPC} = 5.91$
				$I_{cSAPC} = 5.86$

En el segundo caso se ha priorizado la compensación del desequilibrio y el desfase sobre la distorsión armónica estableciendo unos valores de  $K_U=1000; K_Q=1000; K_H=1$ . Analizando la Figura 15 se observa como las corrientes de red reducen su desequilibrio y desfase después de realizar la compensación mientras que la distorsión armónica todavía está presente de forma visible en dichas corrientes. En la Tabla 3 se

observa como la potencia de desequilibrio se ha reducido en un 99.82%, el desfase en un 99.59% y la distorsión armónica en un 67.56%, respecto de la situación previa a la compensación. Por otro lado se observa también como las corrientes de salida del SAPC permanecen por debajo de los 6 A evitando de esta forma sobrepasar la potencia máxima del SAPC.

En el siguiente caso analizado se ha invertido la ponderación del caso anterior, dando mayor relevancia a la distorsión armónica frente al desequilibrio y al desfase. Así, los valores de las constantes de compensación para este caso son de  $K_U=1$ ;  $K_Q=1$ ;  $K_H=1000$ . En la Figura 16 se puede observar como la distorsión armónica de las corrientes de red se ha reducido considerablemente tras la compensación, sin embargo se puede ver como dichas corrientes todavía presentan los fenómenos de desequilibrio y desfase.

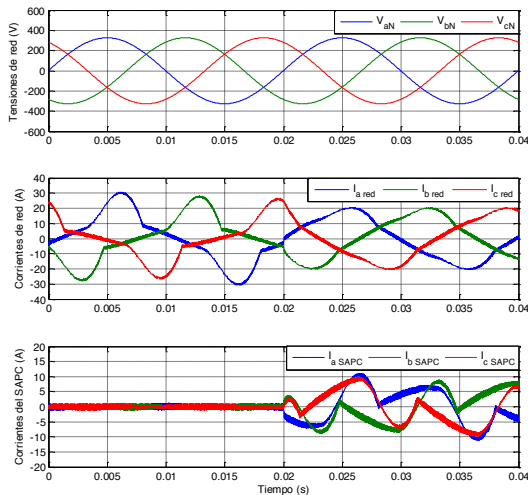


Figura 15: Tensiones y corrientes de red y del SAPC antes y después de la compensación para  $K_U=1000$ ;  $K_Q=1000$ ;  $K_H=1$ .

En la Tabla 3 se muestra como con la ponderación planteada el desequilibrio se ha reducido en un 94.42%, el desfase en un 54.21% y la distorsión armónica en un 99.97% sin que se haya sobrepasado la corriente de salida del SAPC.

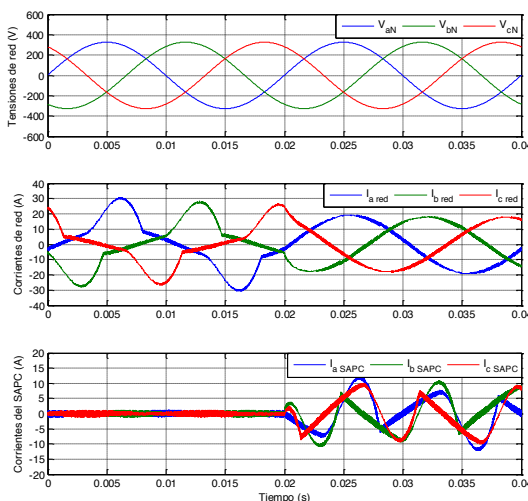


Figura 16: Tensiones y corrientes de red y del SAPC antes y después de la compensación para  $K_U=1$ ;  $K_Q=1$ ;  $K_H=1000$ .

Finalmente para un mejor análisis del comportamiento del algoritmo en la Tabla 3 se muestran los demás casos de compensación selectiva. En ellos se observa como dependiendo de la ponderación establecida el algoritmo reduce las distintas potencias sin sobrepasar el límite de corriente de salida del filtro. Comentar además, que si un usuario no tiene ninguna preferencia a la hora de compensar las ineficiencias, desde el punto de vista del IEEE Std. 1459 lo más recomendable sería fijar los tres coeficientes de ponderación iguales puesto que el índice de coste que se minimiza  $(K_Q(Q_1^+)^2 + K_U S_{U1}^2 + K_H(D_{ei}^2 + S_{eH}^2))$ , directamente hace mínima la suma de los términos de las potencias ineficientes.

## 6. Conclusión

Cuando la potencia de las ineficiencias es mayor que la potencia máxima del SAPC, es imposible realizar una compensación total y por tanto, resulta necesario disponer de un algoritmo de compensación selectiva. El algoritmo de optimización propuesto está basado en Desigualdades Matriciales Lineales (LMIs) el cual permite introducir restricciones cuadráticas en el cálculo de las corrientes de compensación del SAPC para evitar sobrepasar su corriente nominal. Con ello se consigue un mejor comportamiento del SAPC durante la compensación selectiva que la propuesta en otros trabajos, en los cuales o no se consideraba la limitación de corriente o se realizaba de forma poco eficiente.

Por otro lado, para el seguimiento de las corrientes de referencia resulta adecuado utilizar un regulador de corriente que permita trabajar al SAPC con una frecuencia de conmutación constante y que no esté próxima al armónico de mayor orden que se pretenda compensar. Los resultados obtenidos mediante el regulador con prealimentación y el algoritmo de optimización propuesto muestran el correcto funcionamiento del sistema para compensar de forma selectiva el desequilibrio, el desfase y la distorsión armónica de las corrientes de carga, evitando de esta forma que sean transportadas por la red eléctrica, y sin sobrepasar la potencia máxima del SAPC.

## English Summary

### Control of a Selective Power Compensator by means of an optimization algorithm subject to quadratic constraints

#### Abstract

The main goal of this work is the proposal of an optimization algorithm based on linear matrix inequalities (LMI) used to selectively compensate the unbalance, the harmonic distortion, and the phase shift introduced by the load currents in a three phase four-wire system. The use of the IEEE Std.1459 allows determining each of the power terms associated to these non-efficient phenomena. Once these power terms are defined, a quadratically constrained quadratic program is set and solved by LMIs. The algorithm uses three weighting coefficients associated to each non-efficient term in order to assign them a relative importance depending on a user determined criterion. Moreover, the paper presents the design of the DC bus capacitor as well as the regulators used to control its voltage. Furthermore, three different regulators are introduced and designed to control the SAPC currents. A comparison among them is also introduced. Finally, simulation results for different selective compensation cases are presented, analyzed and various conclusions are extracted.

**Keywords:**

Electric power systems, Power distribution, Optimization problems, Feedforward control.

**Agradecimientos**

Este trabajo ha sido realizado bajo el proyecto “Desarrollo e implementación de estrategias de control para un sistema Compensador-Generador es aplicaciones de microrredes” (P1·1A2011-12), financiado por la Universitat Jaume I de Castelló y la Fundació Caixa Castelló-Bancaixa.

**Referencias**

- Akagi, Hirofumi, Edson Watanabe, and Mauricio Aredes. 2008. “More Power to You (review of Instantaneous Power Theory and Applications to Power Conditioning by Akagi, H. et Al.; 2007).” *IEEE Power and Energy Magazine* 6 (1): 80–81.
- Alfonso-Gil, J. C., C. Ariño, H. Beltrán, and E. Pérez. 2013. “Comparative Study of Current Controllers for Shunt Active Power Compensators Used in Smart Grid Applications.” *International Conference on Renewable Energies and Power Quality (ICREPO'13)*. Bilbao (Spain): 978-84-695-6965-8.
- Alfonso-Gil, J. C., C. Ariño, C. Bernad Viciano, H. Beltran, and E. Pérez. 2014. “Control de La Tensión Del Bus de Continua de Un Filtro Activo de Tipo Paralelo.” *XXXV Jornadas de Automática*. Valencia: 122–129.
- Alfonso-Gil, Jose Carlos, Jose Joaquin Vague-Cardona, Salvador Orts-Grau, Francisco J. Gimeno-Sales, and Salvador Segui-Chilet. 2013. “Enhanced Grid Fundamental Positive-Sequence Digital Synchronization Structure.” *IEEE Transactions on Power Delivery* 28 (1) (January): 226–234.
- Boyd, Stephen, Laurent El Ghaoui, Eric Feron, and Venkataramanan Balakrishnan. 1994. *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*.
- Briz, Fernando, Pablo Garcia, Michael W. Degner, David Diaz-Reigosa, and Juan Manuel Guerrero. 2013. “Dynamic Behavior of Current Controllers for Selective Harmonic Compensation in Three-Phase Active Power Filters.” *IEEE Transactions on Industry Applications* 49 (3) (May): 1411–1420.
- Dixon, J., S. Tepper, and L. Morán. 1996. “Practical Evaluation of Different Modulation Techniques for Current-Controlled Voltage Source Inverters.” *IEEE Proceedings - Electric Power Applications* 143 (4): 301.
- Gupta, Nitin, S. P. Singh, and S. P. Dubey. 2011. “Fuzzy Logic Controlled Shunt Active Power Filter for Reactive Power Compensation and Harmonic Elimination.” In *2011 2nd International Conference on Computer and Communication Technology (ICCCCT-2011)*, 82–87.
- “IEEE Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities Under Sinusoidal, Nonsinusoidal, Balanced, or Unbalanced Conditions.” 2010.
- Khadem, S.K., M. Basu, and M.F. Conlon. 2014. “Harmonic Power Compensation Capacity of Shunt Active Power Filter and Its Relationship with Design Parameters.” *Power Electronics, IET* 7 (2) (February 1): 418–430.
- Kuiava, R., R. A. Ramos, and N. G. Bretas. 2009. “Control Design of a STATCOM with Energy Storage System for Stability and Power Quality Improvements.” In *2009 IEEE International Conference on Industrial Technology*, 1–6.
- Liu, Fangrui, and Ali I. Maswood. 2006. “A Novel Variable Hysteresis Band Current Control of Three-Phase Three-Level Unity PF Rectifier With Constant Switching Frequency.” *IEEE Transactions on Power Electronics* 21 (6) (November): 1727–1734.
- Lobo, Miguel Sousa, Lieven Vandenberghe, Stephen Boyd, and Hervé Lebret. 1998. “Applications of Second-Order Cone Programming.” *Linear Algebra and Its Applications* 284 (1-3) (November): 193–228.
- Lofberg, J. 2004. “YALMIP: A Toolbox for Modeling and Optimization in MATLAB.” In *2004 IEEE International Conference on Robotics and Automation* (IEEE Cat. No.04CH37508), 284–289.
- Malesani, L., P. Tenti, E. Gaio, and R. Piovani. 1991. “Improved Current Control Technique of VSI PWM Inverters with Constant Modulation Frequency and Extended Voltage Range.” *IEEE Transactions on Industry Applications* 27 (2): 365–369.
- Miranda, Homero, Víctor Cárdenas, and Elvia Palacios. 2008. “Una Alternativa Para Regular Los Buses de CC En Un Filtro Activo Paralelo Con Inversor de 5 Niveles En Cascada.” *Revista Iberoamericana de Automática E Informática Industrial RIAI* 5 (3): 29–36.
- Mishra, M.K., A. Joshi, and A. Ghosh. 2003. “Control Schemes for Equalization of Capacitor Voltages in Neutral Clamped Shunt Compensator.” *IEEE Transactions on Power Delivery* 18 (2) (April): 538–544.
- Orts, S., F.J. Gimeno-Sales, A. Abellan, S. Segui-Chilet, M. Alcaniz, and R. Masot. 2008. “Achieving Maximum Efficiency in Three-Phase Systems With a Shunt Active Power Compensator Based on IEEE Std. 1459.” *IEEE Transactions on Power Delivery* 23 (2) (April): 812–822.
- Orts-Grau, S., J.C. Alfonso-Gil, F.J. Gimeno-Sales, and S. Segui-Chilet. 2010. “New Resolution of the Unbalance Power According to Std. 1459.” *IEEE Transactions on Power Delivery* 25 (1) (January): 341–350.
- Orts-Grau, S., F. J. Gimeno-Sales, A. Abellan-Garcia, S. Segui-Chilet, and J. C. Alfonso-Gil. 2010. “Improved Shunt Active Power Compensator for IEEE Standard 1459 Compliance.” *IEEE Transactions on Power Delivery* 25 (4) (October): 2692–2701.
- Orts-Grau, S., F.J. Gimeno-Sales, S. Segui-Chilet, A. Abellan-Garcia, M. Alcaniz, and R. Masot-Peris. 2008. “Selective Shunt Active Power Compensator Applied in Four-Wire Electrical Systems Based on IEEE Std. 1459.” *IEEE Transactions on Power Delivery* 23 (4) (October): 2563–2574.
- Orts-Grau, S., F.J. Gimeno-Sales, S. Segui-Chilet, A. Abellan-Garcia, M. Alcaniz-Fillol, and R. Masot-Peris. 2009. “Selective Compensation in Four-Wire Electric Systems Based on a New Equivalent Conductance Approach.” *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 56 (8) (August): 2862–2874.
- Patidar, R. D., and S. P. Singh. 2010. “Digital Signal Processor Based Shunt Active Filter Controller for Customer-Generated Harmonics and Reactive Power Compensation.” *Electric Power Components and Systems* 38 (8) (May 28): 937–959.
- Ponnaluri, S., and A. Brickwedde. 2001. “Generalized System Design of Active Filters.” In *2001 IEEE 32nd Annual Power Electronics Specialists Conference* (IEEE Cat. No.01CH37230), 3:1414–1419. IEEE.
- Prusty, Smruti Ranjan, Saswat Kumar Ram, B.D. Subudhi, and K.K. Mahapatra. 2011. “Performance Analysis of Adaptive Band Hysteresis Current Controller for Shunt Active Power Filter.” In *2011 International Conference on Emerging Trends in Electrical and Computer Technology*, 425–429.
- Rudnick, H., J. Dixon, and L. Moran. 2003. “Delivering Clean and Pure Power.” *IEEE Power and Energy Magazine* 1 (5) (September): 32–40.
- Salmeron, P., and R.S. Herrera. 2006. “Distorted and Unbalanced Systems Compensation Within Instantaneous Reactive Power Framework.” *IEEE Transactions on Power Delivery* 21 (3) (July): 1655–1662.
- Shah, Mihir C., Siddharthsingh K. Chauhan, P. N. Tekwani, and Ram Ratan Tiwari. 2014. “Analysis, Design and Digital Implementation of a Shunt Active Power Filter with Different Schemes of Reference Current Generation.” *IET Power Electronics* 7 (3) (March 1): 627–639.
- Singh, B., and V. Verma. 2008. “Selective Compensation of Power-Quality Problems Through Active Power Filter by Current Decomposition.” *IEEE Transactions on Power Delivery* 23 (2) (April): 792–799.
- Singh, Bhim, Vishal Verma, and Jitendra Solanki. 2007. “Neural Network-Based Selective Compensation of Current Quality Problems in Distribution System.” *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 54 (1) (February): 53–60.
- Singh, G.K., A.K. Singh, and R. Mitra. 2007. “A Simple Fuzzy Logic Based Robust Active Power Filter for Harmonics Minimization under Random Load Variation.” *Electric Power Systems Research* 77 (8) (June): 1101–1111.
- Sturm, Jos F. 1999. “Using SeDuMi 1.02, A Matlab Toolbox for Optimization over Symmetric Cones.” *Optimization Methods and Software* 11 (1-4) (January): 625–653.
- Zhou, Hua, Yun Wei Li, Navid R. Zargari, Zhongyaun Cheng, Ruoshui Ni, and Ye Zhang. 2014. “Selective Harmonic Compensation (SHC) PWM for Grid-Interfacing High-Power Converters.” *IEEE Transactions on Power Electronics* 29 (3) (March): 1118–1127.