

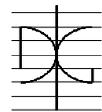
Trabajo de Investigación CST/MIH-06

ESTADO ACTUAL DEL REFUERZO MEDIANTE FRP DE ELEMENTOS, DE SECCIÓN RECTANGULAR, SOMETIDOS A COMPRESIÓN SIMPLE.

Por:

Pasquale Mastroviti

Diciembre 2009.

Author / Author: Pasquale Mastroviti	Fecha / Date: Diciembre 2009	
Título / Title ESTADO ACTUAL DEL REFUERZO MEDIANTE FRP DE ELEMENTOS, DE SECCIÓN RECTANGULAR, SOMETIDOS A COMPRESIÓN SIMPLE.		
Directores del trabajo / Supervisores: Dr. Víctor Yepes Piqueras Dr. José Miguel Adam Martínez	Código / Coda: CST/MIH-06	Nº páginas / Pagés: 67
Departamento / Departamento: INGENIERÍA DE LA CONSTRUCCIÓN Y PROYECTOS DE INGENIERÍA CIVIL		
Universidad / University: UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE VALENCIA		 UNIVERSIDAD POLITECNICA DE VALENCIA
Palabras clave / Keywords: Compresión axial, columnas, pilares, confinamiento, refuerzo, FRP, modelo, rectangulares, hormigón armado.		
Código Unesco: 3305.05, 3305.33		

INDICE GENERAL

CAPITULO 1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS	1
1.1. Introducción	1
1.2. Objetivos.....	3
1.3. Contenido	4
CAPITULO 2. ANTECEDENTES Y ESTADO DEL ARTE.....	5
2.1. Introducción	5
2.2. Desarrollo de los FRP.....	6
2.3. Refuerzo y confinamiento	7
2.4. Refuerzo por FRP de pilares a sección rectangular	9
2.5. Modelos de análisis y diseño de refuerzos por FRP	12
2.5.1. Introducción.....	12
2.5.2. Modelo de Mander 1988.....	14
2.5.3. Modelo de Frangou et al. 1995	19
2.5.4. Modelo de Restrepo y De Vino 1996	19
2.5.5. Modelo de ICBO 1997.....	20
2.5.6. Modelo de Mirmiran & Shahawy 1997	20
2.5.7. Modelo de Wang & Restrepo 2001	21
2.5.8. Maalej & Al. del 2002	23
2.5.9. Modelo de Shehata et al. 2002	27
2.5.10. Modelo de ACI Committee 440 2002 (ACI 440.2R 2002).....	28
2.5.11. Modelo de Chaallal, Hassan y Shahawy 2003	30
2.5.12. Modelo de Campione Y Miraglia 2003	32
2.5.13. Modelo de Lam y Teng 2003	33
2.5.14. Modelo de Ilki et al. 2004.....	34
2.5.15. Modelo de Youssef, Feng, Mosallam del 2006.....	35
2.5.16. Modelo de Harajli del 2006.....	40
2.5.17. Modelo de Al-Salloum 2007	41
2.5.18. Modelo de Kumutha 2007	41
2.5.19. Modelo de Wu y Wang 2008	42

2.5.20. Modelo de Toutanji 2009	43
2.5.21. Modelo de Lam y Teng 2009.....	44
2.6. Consideraciones	45
CAPITULO 3. RECOPIACIÓN DE LA BASE DE DATOS.....	46
3.1. Introducción	46
3.2. Base de datos.....	47
CONCLUSIONES.....	54
ANEXO 1. NOCIONES DE FUZZY SET TEORY	56
A.1. Introducción	56
A.2. Conceptos de conjuntos borrosos y lógica.....	57
REFERENCIAS	60

CAPITULO 1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

1.1. Introducción

Las primeras noticias oficiales relativas a las aplicaciones incipientes del hormigón armado como material de construcción datan de mediados del siglo XIX, cuando se empezó a emplear en la construcción de obras de ingeniería civil. Sin embargo, su uso definitivo y prevalente en la edificación surge en la primera mitad del siglo XX, tras las necesidades de reconstrucción causadas por las guerras mundiales.

El rápido desarrollo de este material de construcción se debe, entre otras circunstancias favorables, al hecho de creer que el hormigón fuera un material eterno. Pero ya en la segunda mitad del 1900 este convencimiento fue desvaneciéndose, con la aparición de las primeras patologías que afectaban al material, haciendo surgir en el mundo de la ingeniería la incógnita de su durabilidad.

No obstante eso, el hormigón armado sigue siendo el material más empleado en la construcción de ingeniería civil, implicando una demanda creciente por las técnicas de reparación y rehabilitación de las patologías que afectan a este material, y que comprometen la durabilidad y seguridad del construido. Esta demanda ha fomentado muchas investigaciones dirigidas, en primer lugar, a la mejora de las técnicas y tecnologías constructivas con el fin de conseguir nuevas estructuras de hormigón más durables y fiables; y en segundo lugar, al desarrollo de técnicas y tecnología dirigidas a la rehabilitación y/o mejora de las estructuras existentes.

Bajo este punto de vista se enmarca uno de los temas que más atención ha captado en las últimas décadas a los investigadores: el refuerzo estructural de estructuras existentes. Muchos son los casos en los que se hacen necesarias intervenciones de refuerzo: estructuras afectadas por patologías inherentes a problemas de durabilidad, estructuras mal proyectadas y/o mal ejecutadas, estructuras que han sido dañadas por causas externas, estructuras afectadas por un cambio de uso o por un aumento de la carga de proyecto.

Centrando más el tema, muchos investigadores se han volcado en el refuerzo de pilares mediante confinamiento. Esta tesis tratará, de forma específica, el refuerzo de pilares de hormigón armado, con sección rectangular y con carga centrada.

Hoy en día, las técnicas más empleadas en refuerzos de pilares se pueden clasificar en tres tipos:

- Encamisado de hormigón, que consiste en hacer un recocado perimetral de la sección en hormigón armado.
- Encamisado de acero (conocida en la literatura anglosajona con el acrónimo SHARAPM), que radica en envolver el soporte por una jaula constituida por angulares y presillas de acero.

- Refuerzo mediante fibras de polímeros (conocido en la literatura anglosajona con el acrónimo FRP), que consiste en envolver el soporte con tejidos de fibras de polímeros.

Cada una de estas técnicas tiene sus propias peculiaridades, su campo de aplicación prevalente y sus líneas de investigaciones preferentes. En el caso de esta tesis se pretende cimentar una línea de investigación centrada en la obtención de un modelo para diseñar de pilares reforzados mediante FRP.

En las dos últimas décadas muchos investigadores se han dedicado a buscar modelos para la representación matemática de los efectos debidos al refuerzo de pilares mediante FRP, llegando hoy en día a disponer, en la literatura científica, de varios modelos, diferentes entre sí, que pretenden representar el mismo fenómeno.

El objetivo que pretende este trabajo es una revisión bibliográfica de los modelos publicados en relación con el refuerzo de pilares rectangulares mediante FRP y poner las bases para proponer un modelo “óptimo” basándose en herramientas procedentes de la inteligencia artificial, especialmente del tipo de la lógica borrosa (teoría Fuzzy, en la literatura anglosajona).

1.2. Objetivos

La técnica de refuerzo de pilares mediante FRP se ha revelado, desde el inicio de la investigación, como muy adecuada para pilares de sección circular, menos apropiada para secciones cuadradas y aún menos para secciones rectangulares. Este es el motivo por el cual nuestro esfuerzo investigador se ha dirigido fundamentalmente al estudio de pilares de sección circular, a modelos matemáticos que permiten el diseño de pilares de hormigón reforzados mediante FRP hasta llegar al planteamiento de modelos optimizados mediante algoritmos heurísticos.

Debido a que el refuerzo de pilares de sección rectangular presenta un mayor número de variables, los modelos de análisis y diseño disponibles en la bibliografía se han calibrado de forma estadística o por derivaciones de otros basados en secciones circulares.

Por tanto, los objetivos fundamentales que se pretenden alcanzar con este trabajo son los siguientes:

- Establecer el estado actual del conocimiento en relación con los modelos de análisis y diseño de refuerzo de pilares, de hormigón armado, de secciones rectangulares, por FRP.
- Analizar las variables que influyen en el refuerzo por FRP, de pilares rectangulares de HA.
- Recopilar una base de datos, relativa a ensayos sobre columnas de hormigón reforzadas por FRP, de sección no circular, que constituya la base de partida para un análisis posterior, que permita la optimización heurística o por técnicas Fuzzy.

1.3. Contenido

El contenido de la tesis propuesta se articula en los siguientes capítulos:

Introducción y objetivos; esta primera parte introduce al lector en el tema de refuerzos de pilares mediante FRP.

1. Antecedentes y estado del arte; esta parte introduce de forma más específica el tema de refuerzos de pilares rectangulares, se describe el estado del conocimiento y se hace un elenco de aquellos modelos de análisis y diseño, de refuerzos por FRP de pilares rectangulares sometidos a compresión simple que constituyen antecedentes investigativos, para poder hacer el punto.

Recopilación de la base de datos; en este capítulo se recogen datos relativos a ensayos de pilares cuadrangulares, reforzados por FRP, sometidos a compresión simple, publicados en la literatura científica.

Nociones de fuzzy set theory; una introducción a la herramienta fuzzy, que se pretende utilizar por un posterior análisis de la base de datos constituida.

2. Conclusiones

Referencias

CAPITULO 2. ANTECEDENTES Y ESTADO DEL ARTE

2.1. Introducción

Debido a una creciente sensibilidad por la seguridad estructural, muchas investigaciones se han dirigido a desarrollar técnicas de rehabilitación o refuerzo de estructuras existentes de hormigón armado.

Las primeras investigaciones realizadas en refuerzos de soportes de HA son norteamericanas, motivadas por la necesidad de remediar las primeras patologías que empezaron a manifestarse en los primeros puentes de HA, y por la necesidad de reforzarlos frente al aumento progresivo de carga que tuvo lugar a lo largo de los 90. Otra motivación adicional en el refuerzo de estructuras fue el descubrimiento de la vulnerabilidad de muchas estructuras construidas de HA frente a sucesos sísmicos.

Los primeros trabajos se dirigieron al refuerzo mediante el recrecido de HA para pasar posteriormente los esfuerzos hacia los encamisados de acero y mediante FRP. Una de las ventajas que permitió el rápido desarrollo del refuerzo por FRP fue la facilidad y la efectividad de esta técnica en el refuerzo de soportes circulares, captando la atención de numerosos investigadores que en ésta última década han publicados números modelos de análisis y de diseño.

El camino de los FRP no ha sido tan fácil en el caso de refuerzos de soportes de sección cuadrada o rectangular, especialmente en éstas últimas donde la efectividad del refuerzo es menor en relación con las secciones circulares. Esta circunstancia ha motivado la escasa difusión de este técnica en la práctica común a favor de las otras dos técnicas –más convenientes debido al elevado coste de los polímeros y resinas epoxy-.

Sin embargo, estamos presenciando un renovado interés por las técnicas de refuerzo mediante FRP, especialmente por el gran aumento que ha sufrido el coste del acero en los últimos dos años y por una progresiva disminución del coste de los polímeros y de las resinas.

Estas son las circunstancias donde se enmarca la presente tesis. Se pretende constituir una base que permita lanzar una futura línea de investigación para establecer una herramienta, lo más fiable posible, capaz de facilitar el diseño seguro del refuerzo de pilas rectangulares mediante FRP.

En este capítulo se expondrán las peculiaridades mecánicas relativas al refuerzo de pilares rectangulares mediante FRP, se hará un elenco de modelos de análisis y diseño procedentes de investigaciones precedentes para establecer el estado del arte de los modelos de diseño.

2.2. Desarrollo de los FRP

El primer trabajo experimental donde se usaron los materiales de FRP para el refuerzo de estructuras de HA se remonta al año 1978 en Alemania (Wolf y Miessler 1989). Sin embargo, las primeras aplicaciones se realizaron en Suiza, tras unos trabajos dirigidos a la mejora de la resistencia a flexión de las estructuras de algunos puentes de HA (Meier 1987; Rostasy 1987).

Las primeras aplicaciones de la técnica de confinamiento por FRP, a columnas de HA, se realizaron en Japón en los años ochenta (Fardis y Khalili 1981; el Katsumata et al. 1987). Sin embargo, el uso de FRPs en este país aumentó de forma súbita en 1995 tras el terremoto de Hyogoken Nanbu (Nanni 1995).

Los Estados Unidos han mantenido, desde los años treinta, un interés constante y continuo en el refuerzo por FRP de las de estructuras de HA. Sin embargo, el desarrollo en el uso de estos refuerzos tuvo lugar en los años ochenta, tras las iniciativas de la National Science Foundation (NSF) y de la Federal Highway Administration (FHWA).

Las aportaciones más significativas en cuanto a investigación y aplicación del refuerzo mediante FRP en la rehabilitación de estructuras de HA ocurren a final de los noventa y principios de este siglo (Japan Concrete Institute 1997; Neale 2000; Dolan et al. 1999; Sheheta et al. 1999; Saadatmanesh and Ehsani 1998; Benmokrane and Rahman 1998; Neale and Labossière 1997; Hassan and Rizkalla 2002).

En los últimos diez años, ha tenido lugar el desarrollo de códigos y normas para el refuerzon mediante FRP en Europa, Japón, Canadá, y los Estados Unidos. La Japan Society of Civil Engineers (JSCE), la Japan Concrete Institute (JCI) y la Railway Technical Research Institute (RTRI) han publicado varios documentos relacionados al uso de materiales de FRP en estructuras de hormigón. En Europa, la International Federation for Structural Concrete (FIB) publicó, en 2001, un boletín con una guía de diseño por refuerzos de estructuras de HA por FRP (FIB 2001). La Canada Standards Association e ISIS han sido instituciones muy activas en el desarrollo de guías de diseño por refuerzos de estructuras de HA por FRP. La sección 16, "Fiber Reinforced Concrete", del Canadian Highway Bridge Design Code se completó en el 2000 (CSA S806-02) y la Canadian Standards Association (CSA) aprobó, en el 2002, el código "Design and Construction of Building Components with Fiber Reinforced Polymers" (CSA S806-02). En los Estados Unidos, el criterio por evaluar los sistemas de FRP está empezando a estar disponible en la industria de la construcción (AC125 1997; CALTRANS 1996; el Hawkins et al. 1998).

2.3. Refuerzo y confinamiento

Echando un vistazo al tensor de deformaciones relativo al sólido teórico de Saint Venant, sometido a compresión simple (1), se puede comprobar que el estado tensional es de tipo monoaxial y que si se quisiera proporcionar una disminución de la tensión axial, $\sigma_3 = N/A$, sin disminuir N , se podría proceder de dos formas distintas:

- aumentar la sección resistente, A ;
- impedir la libre dilatación en el plano ortogonal al eje.

$$(1) \quad \begin{cases} \varepsilon_1 E = -\nu \frac{N}{A} \\ \varepsilon_2 E = -\nu \frac{N}{A} \\ \varepsilon_3 E = \frac{N}{A} \end{cases}$$

Se puede comprobar que cuando las dilataciones tienden a "0", N tiende a infinito.

De esta forma, las técnicas para el refuerzo de pilares actúan se servirán de ambos mecanismos, con distintas proporciones entre ellas.

Con la técnica de encamisado de hormigón el efecto más eficaz es el del aumento de la sección resistente proporcionado por el recrecido de hormigón, mientras que en el caso del refuerzo por FRP este efecto es insignificante en la mayoría de las ocasiones.

Impedir totalmente la libre dilatación del hormigón es imposible, pero es posible limitarla por medio de un confinamiento, que puede ser pasivo o activo. En el primer caso, el confinamiento del conjunto de materiales que constituyen la sección resistente se consigue mediante fuerzas internas. En el segundo caso, el confinamiento lo proporciona fuerzas externas, como en el caso de un cuerpo sumergido sometido a la presión hidrostática del agua.

En todas las técnicas de refuerzo, el confinamiento es de tipo pasivo: en la técnica por encamisado de HA, el confinamiento lo proporciona los estribos de acero, incluidos en el recrecido de hormigón; en la técnica por encamisado de acero, el confinamiento lo realiza el conjunto angular y presillas, en el plano de la sección; en el caso del FRP, el confinamiento lo realiza las fibras de polímero.

Richart et al. (1929) demostró que la resistencia y la correspondiente deformación longitudinal del hormigón confinado por una presión hidrostática pueden representarse por las siguientes expresiones:

$$f'_{cc} = f'_{co} + k_1 f_l$$

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co} \left(1 + k_2 \frac{f_l}{f'_{co}} \right)$$

donde f'_{cc} y ε_{cc} son la tensión máxima y la correspondiente deformación, respectivamente, del hormigón sometido a la presión uniforme de confinamiento, f_l ; f'_{co} y ε_{co} son la tensión máxima y la correspondiente deformación, respectivamente, del hormigón no confinado.

Las fórmulas expuestas representan la base de los modelos de diseño, que sucesivamente fueron propuestos por otros investigadores.

2.4. Refuerzo por FRP de pilares a sección rectangular

Las fórmulas propuestas por Richart et al. (1929) se aplican directamente al caso de pilares con sección circular, donde la tensión de confinamiento, proporcionada por el FRP, se puede asumir aproximadamente uniforme, en el plano de la sección, -como en el caso de la presión hidrostática-, mientras en el caso de secciones rectangulares la tensión de confinamiento no es uniforme; lo que hace el estado tensional de tipo triaxial.

Para determinar la presión de confinamiento real, proporcionada por los FRP es posible referirse al equilibrio del cuerpo rígido de la sección transversal (Fig. 2.4.1) sometida a la presión de confinamiento uniforme f_1 y a las fuerzas localizadas en las condiciones límite del FRP.

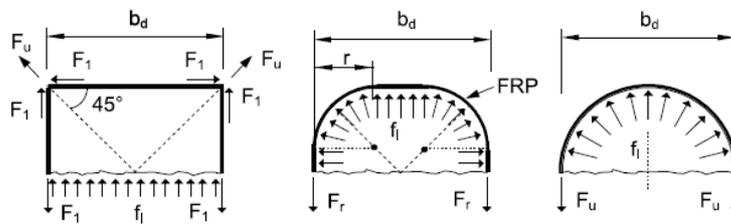


Fig. 2.4.1

Es evidente que en las secciones no circulares se verifica una concentración de la tensión en las esquinas, tanto mayor cuanto menor es el radio de dicha esquina, lo que provoca una variación de la presión de confinamiento que afecta a la sección (Fig. 2.4.2).

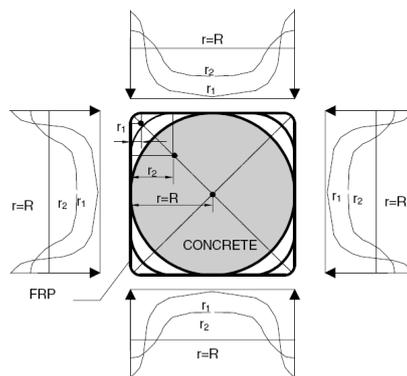


Fig. 2.4.2

Esta circunstancia implica una menor efectividad del confinamiento por FRP en el caso de las secciones cuadrangulares, debido al hecho de que a diferencia de la sección circular, la sección

efectivamente confinada es menor de la sección total (Fig. 2.4.3), debido a la distribución de tensiones internas que causa una ineficacia en las zonas de la sección delimitadas por arcos de parábolas de segundo grado, con origen tangente a 45° en los extremos de los segmentos que forman el perímetro de la sección (Fig. 2.4.4).

La proporción entre área efectivamente confinada y área total nos proporcionará el coeficiente de confinamiento, relativo a la sección de hormigón, k_e .

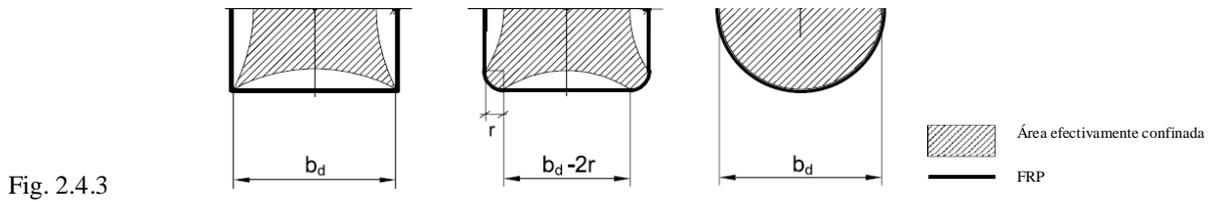


Fig. 2.4.3

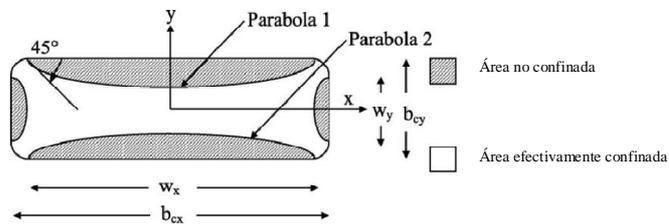


Fig. 2.4.4

Las ecuaciones de las parábolas son :

$$y_1 = \frac{1}{w_x}x^2 + \frac{1}{4}(2b_{cy} - w_x)$$

$$y_2 = -\left[\frac{1}{w_x}x^2 + \frac{1}{4}(2b_{cy} - w_x) \right]$$

donde w_x es igual a $b_{cx} - 2r$ y r es el radio de esquina; es evidente que cuando $2b_{cy} < w_x$ las dos parábolas se intersecan. Entonces, el área total ineficaz :

$$A_{ie} = \sum_{i=1}^2 \int_0^{w_x/2} (-1)^{i+1} \left(\frac{b_{cy}}{2} - y_i \right) dx + 2 \frac{w_y^2}{6} - 2 \int_0^{x_1} (y_2 - y_1) dx$$

Ahora el coeficiente de confinamiento k_e y la tensión de confinamiento f'_l debidos al empleo de FRP se pueden calcular como siguen:

$$k_e = \frac{A_c - A_{ie}}{A_c}$$

$$f'_l = k_e f_l \quad .$$

2.5. Modelos de análisis y diseño de refuerzos por FRP

2.5.1. Introducción

En la última década se han desarrollado varios modelos, propuestos por varios autores, para la representación del comportamiento tensión-deformación de columnas de hormigón confinadas mediante FRP, sometidas a compresión simple, con secciones circulares y cuadrangulares.

Estos modelos se clasifican en dos categorías principales (Teng y Lam 2004): modelos de diseño, donde la resistencia a compresión axial, la deformación axial última y el comportamiento tensión-deformación se determinan utilizando expresiones en forma cerrada, obtenidas como mejor aproximación de los datos experimentales (Fardis y Khalili 1982; Karbhari y Gao 1997; el Samaan et al. 1998; El Miyauchi et al. 1999; el Saafi et al. 1999; Toutanji 1999; Lillistone y Jovial 2000; Xiao y Wu 2000, 2003; Lam y Teng 2003; El Berthet et al. 2006; Harajli 2006; Saenz y Pantelides 2007; Wu et. al 2007; Youssef et al. 2007), y modelos de análisis, que permiten predecir diagramas tensión–deformación mediante procesos numéricos iterativos (Mirmiran y Shahawy 1997; Spoelstra y Monti 1999; Fam y Rizkalla 2001; Chun y Park 2002; Harries y Kharel 2002; el Marques et al. 2004; Binici 2005; Teng et al. 2007a; Jiang y Teng 2007).

Los modelos de análisis tienen una mejor capacidad predictiva de los modelos de diseño, y por eso un acercamiento racional para el desarrollo de un modelo de diseño se basa en los resultados de un modelo de análisis numérico. Una recopilación completa de modelos de análisis se ha publicado recientemente por Jiang y Teng (2007).

Otras investigaciones relativas al refuerzo de columnas de HA, de sección circular y cuadrangular, han sido realizadas por Demers y Neale 1999, Kestner et al. 1997, Chaallal y Shahawy 2000, Wang y Restrepo 2001, Youssef 2003, Carey y Harries 2003, Matthys et al. 2005; todavía muchas se han quedado incompletas o aproximadas, debido a los altos costes y al requerimiento de equipamientos de ensayos sofisticados. Eso ha causado, en la mayoría de los modelos disponibles, la ausencia o la imprecisión de algunos importantes efectos relativos al comportamiento de los elementos ensayados:

- La dimensión de la sección;
- Las proporciones entre dimensiones de la sección;
- La presencia de eventuales efectos perjudiciales debidos a la inestabilidad del armado longitudinal;
- El comportamiento no lineal de los materiales;
- La contribución del armado transversal.

A pesar de estos obstáculos muchos modelos propuestos, en el caso de columnas a sección cuadrangular, han sido empleados en las bases de los códigos de diseño; la mayoría de estos modelos proceden desde investigaciones relativas a columnas de sección circular y adaptados, al caso de sección cuadrangular, mediante utilización de un factor de forma, o bien un factor de

eficiencia, con la intención de simular una equivalencia en los efectos de confinamientos, entre la sección cuadrangular y la circular, para poder utilizar el modelo.

Muchas investigaciones desarrollan la base teórica de los modelos de confinamiento por acero, equiparando el comportamiento de los polímeros al del acero. Saadatmanesh et al. (1994), propuso un modelo adoptando como base el modelo de Mander et al. (1988), desarrollado por hormigón confinado por acero. Sucesivamente, Mirmiran and Shahawy (1997) evidencian las diferencias de propiedades mecánicas entre acero y FRP, poniendo en duda la validez de los modelos utilizados por el diseño de refuerzos por FRP que originariamente estaban desarrollados por refuerzos mediante acero. El primer modelo desarrollado específicamente por refuerzos mediante FRP fue publicado por Toutanji (1999), pero por columnas cilíndricas.

En este apartado, se recopilará un elenco de modelos de análisis y de diseño publicados hasta ahora, con la intención de coger los aspectos fundamentales de los efectos debidos al confinamiento y de las variables que los causan.

Se informará del desarrollo completo del modelo de Mander (1988); a pesar de que se desarrolló por confinamiento mediante estribos de acero, constituye la base de muchas investigaciones sucesivas por la calibración de modelos de confinamiento por FRP.

2.5.2. Modelo de Mander 1988

El modelo general por hormigones confinados, con un estado de tensión triaxial, bajo la hipótesis de confinamiento uniforme:

$$f'_{cc} = f'_{co} \left(-1.254 + 2.254 \sqrt{1 + \frac{7.94f'_l}{f'_{co}}} - 2 \frac{f'_l}{f'_{co}} \right)$$

donde f'_{co} es la resistencia del hormigón no confinado y f'_l es la tensión lateral de confinamiento real :

$$f'_l = f_l k_e$$

donde f_l es la tensión lateral de confinamiento teórica y k_e es el coeficiente de eficiencia del confinamiento que toma en cuenta la disminución de sección realmente confinada, a causa de la distribución de tensiones de confinamiento a lo largo de arco parabólicos (Fig. 2.5.2.1) :

$$k_e = \frac{A_e}{A_{cc}}$$

siendo A_e es el área efectivamente confinada y A_{cc} es el área de hormigón incluida en el eje de los estribos :

$$A_{cc} = A_c(1 - \rho_{cc})$$

donde A_c es el área incluida en el eje de los estribos y ρ_{cc} es el porcentaje de armado longitudinal.

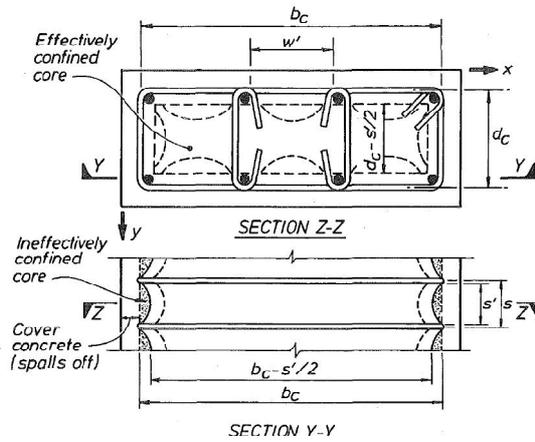


Fig. 2.5.2.1

En el caso específico de secciones rectangulares, confinadas por estribos de acero, el confinamiento actúa a lo largo de arcos, horizontalmente entre barras longitudinales y verticalmente entre estribos. Estos arcos tienen forma de parábolas de segundo grado con origen tangente a 45°.

En la sección horizontal, el área efectivamente confinada se halla substrayendo, a la sección real, las partes ineficaz limitadas por las parábolas.

Por una parábola, el área ineficaz:

$$\frac{(w'_j)^2}{6}$$

siendo w'_j es la genérica distancia entre dos barras longitudinales adyacentes.

Entonces el área total ineficaz en una sección con n barras longitudinales:

$$A_i = \sum_{i=1}^n \frac{(w'_j)^2}{6}$$

Añadiendo el efecto que se produce verticalmente, a la distancia media entre estribos, el área total ineficaz:

$$A_e = \left(b_c d_c - \sum_{i=1}^n \frac{(w'_j)^2}{6} \right) \left(1 - \frac{s'}{2b_c} \right) \left(1 - \frac{s'}{2d_c} \right)$$

entonces el coeficiente de eficiencia de confinamiento :

$$k_e = \frac{\left(1 - \sum_{i=1}^n \frac{(w'_j)^2}{6b_c d_c} \right) \left(1 - \frac{s'}{2b_c} \right) \left(1 - \frac{s'}{2d_c} \right)}{1 - \rho_{cc}}$$

En las secciones rectangulares, en el caso que haya diferente cantidad de armado transversal en las direcciones x e y , hay que recurrir a las siguientes expresiones:

$$\begin{cases} \rho_x = \frac{A_{sx}}{s d_c} \\ \rho_y = \frac{A_{sy}}{s d_c} \end{cases}$$

donde A_{sx} y A_{sy} representan el área total de barras en el sentido x e y respectivamente.

Las tensiones laterales de confinamiento, en los dos sentidos, están dadas por:

$$\begin{cases} f_{lx} = \frac{A_{sx}}{s d_c} f_{yh} = \rho_x f_{yh} \\ f_{ly} = \frac{A_{sy}}{s d_c} f_{yh} = \rho_y f_{yh} \end{cases}$$

En fin, las tensiones laterales de confinamiento reales:

$$\begin{cases} f'_{lx} = k_e \rho_x f_{yh} \\ f'_{ly} = k_e \rho_y f_{yh} \end{cases}$$

El modelo tensión-deformación adoptado por Mander se basa en las ecuaciones sugeridas por Popovics (1973) (Fig. 2.5.2.2).

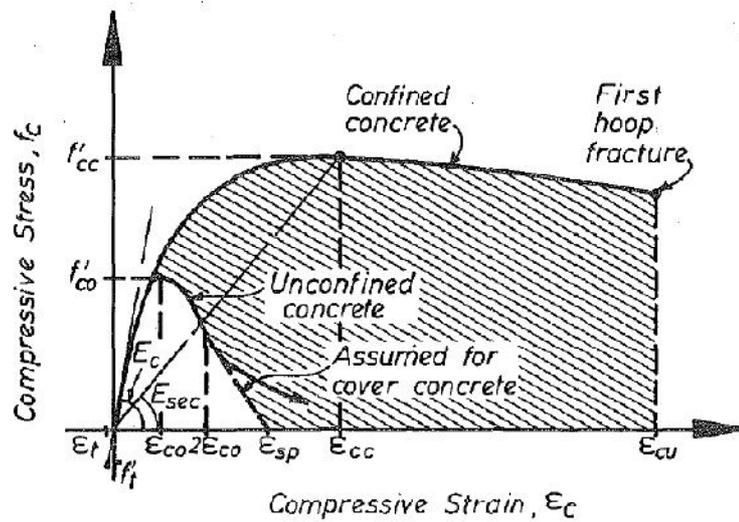


Fig. 2.5.2.2

La tensión de compresión en el hormigón se calcula:

$$f_c = \frac{f'_{cc} x^r}{r - 1 + x^r}$$

con $x = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cc}}$, en la que ε_c es la deformación longitudinal del hormigón y ε_{cc} se calcula con la fórmula :

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co} \left[1 + 5 \left(\frac{f'_{cc}}{f'_{co}} - 1 \right) \right]$$

donde f'_{co} y ε_{co} son respectivamente la tensión en el hormigón no confinado y la correspondiente deformación;

$$\text{y con } r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}},$$

$$\text{donde } E_{sec} = \frac{f'_{cc}}{\varepsilon_{cc}}.$$

2.5.3. *Modelo de Frangou et al. 1995*

Este modelo, indicado por el Eurocódigo 8, propone dos fórmulas para el cálculo de la resistencia a compresión límite, del hormigón confinado, a utilizar en dos casos:

$$f_{cc} = f_{co}(1.125 + 1.25\alpha\omega_c) \quad \text{por } \alpha\omega_c \geq 0.1$$

$$f_{cc} = f_{co}(1 + 2.5\alpha\omega_c) \quad \text{por } \alpha\omega_c \leq 0.1$$

donde α es un factor de reducción, que tiene en cuenta la eficiencia de confinamiento, y ω_c es la proporción mecánico-volumétrica.

2.5.4. *Modelo de Restrepo y De Vito 1996*

En este modelo la resistencia a compresión límite, del hormigón confinado, se calcula como sigue:

$$f_{cc} = \alpha_1\alpha_2f_{co}$$

$$\text{con } \begin{cases} \alpha_1 = 2.254 \sqrt{1 + 7.94 \frac{f_{lx}}{f_{co}}} - 2 \frac{f_{lx}}{f_{co}} - 1.254 \\ \alpha_2 = 1 + \left[-0.6 \left(\frac{f_{ly}}{f_{lx}} \right)^2 - 1.4 \frac{f_{ly}}{f_{lx}} + 0.8 \right] \sqrt{\frac{f_{lx}}{f_{co}}} \end{cases}$$

donde f_{lx} y f_{ly} son las tensiones laterales de confinamiento debidas al FRP en la dirección x e y respectivamente.

2.5.5. *Modelo de ICBO 1997*

Este modelo, propuesto por el International Conference of Building Officials (ICBO), permite calcular la resistencia y la deformación última de compresión del hormigón confinado por FRP de columnas rectangulares que cumplan las siguientes condiciones:

- geometría de la sección $b \leq h \leq 1.5b$;
- orientación de las fibras del FRP, $\theta \leq 45^\circ$;
- radio de esquina mayor de 20 mm.

Las fórmulas que representan el modelo son las siguientes:

$$f'_{cc} = f'_c (1 + 1.5\rho_{sj} \cos^2 \theta)$$

$$\varepsilon_{cu} = 0.004 + \frac{1.25\rho_{sj} f_{uj} \varepsilon_{uj}}{f'_{cc}}$$

$$\text{con } \rho_{sj} = 2t_f \frac{(b+h)}{bh}$$

donde t_f es el espesor de la capa de FRP.

2.5.6. *Modelo de Mirmiran & Shahawy 1997*

Este modelo se elabora por analogía de la sección circular equivalente mediante utilización del factor de forma:

$$k_e = \frac{2r}{D}$$

siendo D es el diámetro equivalente de la sección rectangular, asumido igual al lado mayor.

Entonces la tensión lateral de confinamiento real se halla multiplicando el factor de forma por la tensión lateral teórica de confinamiento:

$$f'_l = k_e \cdot f_l$$

De este modo, la resistencia de compresión del hormigón confinado por una función lineal, simplemente como:

$$f'_{cc} = f'_{co} + k_1 f'_l$$

donde el coeficiente de eficiencia de confinamiento, propuesto resulta :

$$k_1 = 0.6 f_l^{-0.3} .$$

2.5.7. Modelo de Wang & Restrepo 2001

Estos autores desarrollaron un modelo sobre la base de los resultados de ensayo de tres columnas cuadradas y tres rectangulares, en escala real, confinadas por estribos de acero, interiormente, y por GFRP externamente.

El modelo que permite calcular la resistencia del hormigón confinado por FRP es de tipo lineal, en la forma:

$$f'_{cc} = k_c f'_{co}$$

siendo f'_{co} es la resistencia cilíndrica del hormigón no confinado y k_c es el factor que tiene en cuenta la variación de deformación del hormigón, debida a la variación del estado biaxial de tensiones, consecuencia del confinamiento por FRP, y se expresa en la forma :

$$k_c = \alpha_1 \alpha_2$$

donde α_1 tiene en cuenta del incremento debido al efecto de la presencia de un estado triaxial de tensiones, con un estado biaxial uniforme, y α_2 tiene en cuenta la desviación desde el estado biaxial uniforme.

α_1 y α_2 se calcula con las fórmulas que siguen; la primera de las que es la misma que propusieron Mander et al. :

$$\begin{cases} \alpha_1 = 1.25 \left(1.8 \sqrt{1 + 7.94 \frac{F_l}{f'_{co}}} - 1.6 \frac{F_l}{f'_{co}} - 1 \right) \\ \alpha_2 = \left[1.4 \frac{f_l}{F_l} - 0.6 \left(\frac{f_l}{F_l} \right)^2 - 0.8 \right] \sqrt{\frac{F_l}{f'_{co}}} + 1 \end{cases}$$

siendo F_l y f_l son respectivamente el valor máximo y mínimo de la tensión lateral de confinamiento, calculados como sigue, en las direcciones ortogonales x e y en el plano de la sección :

$$f_{l,jx} = \rho_{jx} f_j$$

$$f_{l,jy} = \rho_{jy} f_j$$

donde f_j seria el estrés uniforme en el FRP y son factores de corrección del confinamiento :

$$\rho_{jx} = 2 \frac{t_j}{t_y}$$

$$\rho_{jy} = 2 \frac{t_j}{t_x}$$

con t_j el espesor nominal de la capa de FRP y t_x y t_y el aumento de dimensiones en los dos sentidos.

2.5.8. *Maalej & Al. del 2002*

Estos autores desarrollaron su modelo específicamente para reparación de pilares mediante confinamiento por FRP, teniendo en consideración la presencia de confinamiento proporcionado por los estribos de acero en el interior de la columna.

Con el modelo propuesto, se pretende calcular la carga última y el desplazamiento total de pilares rectangulares, tomando en cuenta el efecto de la carga aplicada a lo largo de la reparación.

En este estudio se considera la curva carga-desplazamiento, con un primer tramo parabólico y un segundo tramo lineal decreciente.

Los parámetros que influyen en el tramo creciente son: tipo de hormigón, recubrimiento, armado longitudinal, capa de FRP y sección.

La tensión lateral de confinamiento se calcula por equilibrio de la sección:

$$f_l = \frac{\sum A_{st} f_{yt}}{s b_c} \quad [MPa]$$

donde b_c es el lado de la sección en el que actúa la presión.

La presión de confinamiento, en realidad no es uniforme en secciones rectangulares, tendrá que ser reducida por un coeficiente k_3 que Saatcioglu & Razvi (1992) calcularon como:

$$k_3 = 0.26 \sqrt{\left(\frac{b_c}{s}\right) \left(\frac{b_c}{s_l}\right) \left(\frac{1}{f_l}\right)} \leq 1.0 ,$$

siendo f_l es la presión lateral de confinamiento y s_l es la distancia entre barras longitudinales.

Entonces la presión lateral de confinamiento es :

$$f_{le} = k_3 f_l .$$

Saatcioglu & Razvi (1992) propusieron otra fórmula para utilizar cuando la columna tiene diferente presión de confinamiento en los dos sentidos ortogonales, asumiendo que la presión en los dos sentido es proporcional a las dimensiones de la sección:

$$f_{le} = \frac{f_{lex}b_{cx} + f_{ley}b_{cy}}{b_{cx} + b_{cy}},$$

donde f_{lex} y f_{ley} son las reales presiones de confinamiento perpendiculares a las dimensiones b_{cx} y b_{cy} respectivamente.

Entonces las ecuaciones de tensión y deformación por pilares confinados por acero se pueden escribir:

$$f'_{cc} = f'_{co} + k_1 f_{le}$$

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co}(1 + 5K),$$

donde $K = \frac{k_1 f_{le}}{f'_{co}}$ y $k_1 = 6.7 f_l^{-0.17}$ (procedente desde calibraciones)

La relación tensión deformación del hormigón confinado por acero, según Saatcioglu & Razvi (1992), se puede calcular como:

$$f_c = f'_{cc} \left[2 \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cc}} \right) - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cc}} \right)^2 \right]^{1/(1+2K)} \leq f'_{cc}$$

Finalmente, la respuesta carga-desplazamiento del tramo ascendente puede ser calculada como suma de las contribuciones del hormigón confinado (A), del recubrimiento (B) y del armado longitudinal (C), asumiendo $\varepsilon_s = \varepsilon_c$:

$$N = A + B + C$$

$$A = 0.85(A_{core} - \Sigma A_{sl})f'_{cc} \left[2 \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cc}} \right) - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cc}} \right)^2 \right]^{1/(1+2K)}$$

$$B = 0.85(A_c - A_{core})f'_{co} \left[2 \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{co}} \right) - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{co}} \right)^2 \right]$$

$$C = \Sigma f_{sl}A_{sl} ,$$

donde N es la carga axial en la columna, ε_c es la deformación axial en el hormigón, A_c es la sección de la columna, A_{core} es la sección de hormigón confinada por estribos, A_{sl} es la sección de armado longitudinal, f_{sl} es la tensión de compresión en las barras longitudinales.

El desplazamiento axial puede ser determinado por:

$$\Delta = \varepsilon_c g ,$$

donde g es la longitud de la galga extensiométrica en la región considerada.

El procedimiento de cálculo visto hasta ahora es sólo para pilares convencionales confinados por acero, para columnas reforzadas por FRP hay que añadir la presión de confinamiento conseguida por FRP a la obtenida por los estribos de acero para obtener la presión total de confinamiento.

Para determinar la presión de confinamiento lateral obtenida por FRP se transforma la sección rectangular en una circular de área equivalente y la presión de confinamiento viene calculada por equilibrio de media sección circular como:

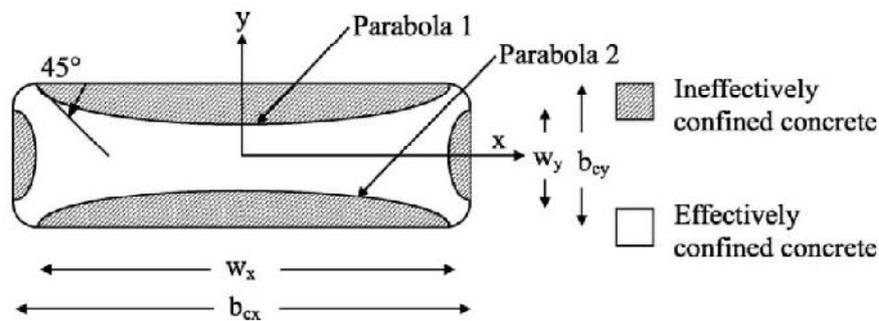
$$f_{la} = \frac{(E_{a-0}N_{la-0} + E_{a-90}N_{la-90})\varepsilon_a t_a}{R_a}$$

siendo E_{a-0} y E_{a-90} son los módulos de elasticidad del FRP en la dirección del tejido (0°) y en la ortogonal (90°), N_{la-0} y N_{la-90} los números de capas de tejido en dirección longitudinal (0°) y ortogonal (90°), ε_a es la deformación del refuerzo de FRP, t_a es el espesor de la capa de FRP y R_a es el radio de la sección circular equivalente.

El valor máximo de la eficiencia de confinamiento se produce cuando la deformación en el FRP iguala la deformación del acero de confinamiento; entonces se puede escribir:

$$f_{la} = \frac{(E_{a-o}N_{la-o} + E_{a-90}N_{la-90})f_{yt}t_a}{R_a E_{st}}$$

Para determinar el área de hormigón eficiente se substraen las áreas de las zonas ineficiente incluidas en las parábolas de segundo grado con tangente inicial de 45°; esa área está dada por $w^2/6$, donde w es el valor relativo al lado corto y largo respectivamente.



Las ecuaciones de las parábolas son:

$$y_1 = \frac{1}{w_x}x^2 + \frac{1}{4}(2b_{cy} - w_x)$$

$$y_2 = -\left[\frac{1}{w_x}x^2 + \frac{1}{4}(2b_{cy} - w_x)\right]$$

siendo w_x es igual a $b_{cx} - 2r$ y r es el radio de esquina; es evidente que cuando $2b_{cy} < w_x$ las dos parábolas se intersecan y el área sobrepuesta representa el área total ineficiente :

$$A_{ie} = \sum_{i=1}^2 \int_0^{w_x/2} (-1)^{i+1} \left(\frac{b_{cy}}{2} - y_i\right) dx + 2\frac{w_y^2}{6} - 2 \int_0^{x_1} (y_2 - y_1) dx$$

Ahora el coeficiente de confinamiento k_e y la tensión de confinamiento $f_{la,e}$ debidos al uso de FRP se pueden calcular:

$$k_e = \frac{A_c - A_{ie}}{A_c}$$

$$f_{la,e} = k_e f_{la}$$

Ahora simplemente hay que sumar las tensiones laterales debidas al confinamiento del acero y al FRP. El incremento de carga permitido por el FRP (D) puede ser calculado:

$$D = (E_{ac-0} N_{la-0} + E_{ac-90} N_{la-90}) P \varepsilon_c t_a ,$$

donde P es el perímetro de la columna y E_{ac-0} y E_{ac-90} son los módulos de compresión en el sentido de las fibras (0°) y transversalmente a estas (90°).

2.5.9. Modelo de Shehata et al. 2002

Estos autores asumiendo como fórmula representativa del modelo, la sugerida por Richart et al. (1929):

$$f_{cc} = f_{co} + k_1 f_l$$

mediante unos ensayos calibraron el modelo por columnas circulares, cuadradas y rectangulares.

Para secciones cuadradas, el incremento de resistencia en las columnas de hormigón confinado se calcula mediante el modelo calibrado en la siguiente forma:

$$\frac{f_{cc}}{f_{co}} = 1 + 0.85 \frac{f_l}{f_{co}}$$

y la ecuación por el cálculo de la deformación última resulta :

$$\frac{\varepsilon_{cc}}{\varepsilon_{co}} = 1 + 13.5 \frac{f_l}{f_{co}}$$

Para secciones rectangulares, el incremento de resistencia en las columnas de hormigón confinado se calcula mediante el modelo calibrado en la siguiente forma:

$$\frac{f_{cc}}{f_{co}} = 1 + 0.7 \frac{f_l}{f_{co}}$$

y la ecuación por el cálculo de la deformación última resulta :

$$\frac{\varepsilon_{cc}}{\varepsilon_{co}} = 1 + 12.4 \frac{f_l}{f_{co}}$$

de toda forma, debido al número exiguo de ensayos sobre pilares prismáticos, estas fórmula tienen, más que nada, valor de investigación y por tanto han tenido pocas aplicaciones prácticas.

2.5.10. Modelo de ACI Committee 440 2002 (ACI 440.2R 2002)

En el modelo publicado en el ACI 440.2R 2002 se propone el uso, para refuerzo de pilares en hormigón con FRP, del modelo de Mander (1988), originariamente propuesto para confinamiento mediante estribos de acero.

Por lo cual, la resistencia a compresión del hormigón confinado es dada por:

$$f'_{cc} = f'_{co} \left(-1.254 + 2.254 \sqrt{1 + \frac{7.94 f'_l}{f'_{co}}} - 2 \frac{f'_l}{f'_{co}} \right)$$

donde f'_l es la tensión lateral de confinamiento real :

$$f'_l = f_l k_e$$

donde f_l es la tensión de confinamiento equivalente que se explica en la forma:

$$f_l = \frac{2E_f \varepsilon_{clu} t_j}{D}$$

con D diámetro equivalente de la sección rectangular

$$D = \frac{2bh}{b+h},$$

$$\text{y } \varepsilon_{clu} = 0.004 < 0.75\varepsilon_{fum} .$$

La deformación axial última del hormigón confinado se calcula mediante la siguiente fórmula:

$$\varepsilon_{cu} = \frac{1.71(5f'_{cc} - 4f'_{co})}{E_c}$$

$$\text{donde } E_c = 4730\sqrt{f'_{co}} .$$

2.5.11. Modelo de Chaallal, Hassan y Shahawy 2003

La propuesta de estos autores tiene como característica el hecho de representar la respuesta tensión-deformación axial con un modelo constituido por tres tramos lineales (Fig.2.5.11.1).

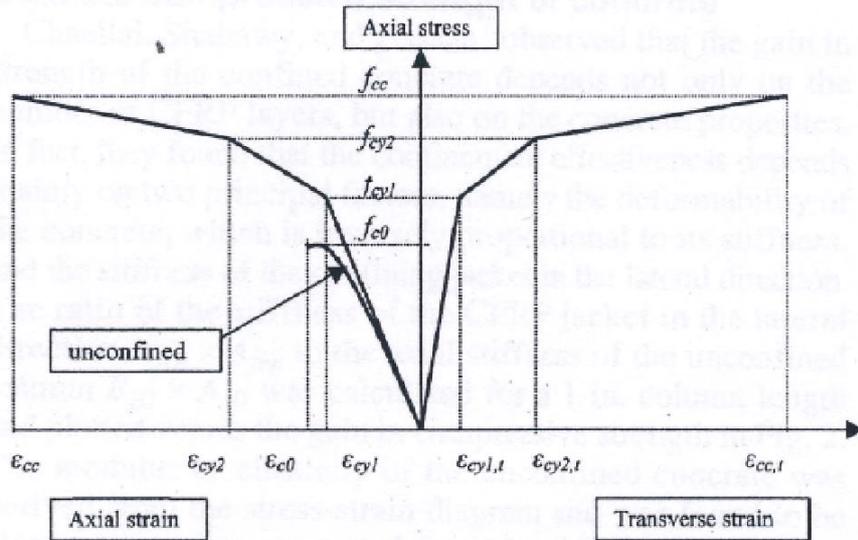


Fig.2.5.11.1

Para definir el modelo hace falta calcular las coordenadas de tres puntos característicos: el primero tiene por coordenadas f_{cy1}, ϵ_{cy1} , respectivamente tensión y deformación en el primer punto de transición, y representa el punto en el que se empiezan a producir micro fisuras y empieza a activarse el PRF; el segundo tiene por coordenadas f_{cy2}, ϵ_{cy2} , respectivamente tensión y deformación en el segundo punto de transición, y representa el punto en el que el hormigón se presenta fisurado y la resistencia es totalmente dependiente por el confinamiento del PRF; el tercer punto tiene por coordenadas f_{cc}, ϵ_{cc} que representan la resistencia y la deformación última respectivamente.

Para el cálculo de la resistencia última del hormigón confinado, los autores introdujeron un parámetro directamente proporcional a la deformabilidad del FRP e inversamente proporcional a la deformabilidad del hormigón, resultando:

$$f_{cc} = f_{co} + 4.12 * 10^5 k$$

$$\text{con } k = \frac{E_{frp}A_{frp}}{E_{co}A_{co}},$$

donde E_{frp} es el módulo de elasticidad de la capa de FRP, A_{frp} es el área de FRP por una pulgada de canto en dirección transversal, E_{co} es el módulo de elasticidad del hormigón no confinado y A_{co} es la parte de sección de hormigón no confinado.

La deformación axial última del hormigón confinado :

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co} + \frac{10^3(3k - 150k^2)}{f_{co}}$$

donde f_{co} es la resistencia a compresión del hormigón no confinado (en *psi*) y ε_{co} es la deformación del hormigón no confinado, que vale 0.002 por hormigones de 3 *ksi* (20.7 MPa) y 0.0024 por hormigones de 6 *ksi* (41.4 MPa).

Falta definir los dos puntos de transición del modelo calculando las relativas coordenadas como sigue :

$$f_{cy2} = f_{co} + (1820k - 2.4)f_{co}^{0.6}$$

$$\varepsilon_{cy2} = \varepsilon_{co} + \frac{(4200k - 11.9)10^{-3}}{f_{co}^{0.4}}$$

El primer punto se calcula teniendo en cuenta que la pendiente del primer tramo depende sólo por las características del hormigón no confinado, que por la fórmula publicada en el ACI-318 :

$$E_1 = 57.000f_{co}^{0.5}$$

además se notó que el nivel de tensión en el primer punto era alrededor del 70% de la tensión en el segundo, entonces analíticamente se puede formular :

$$f_{cy1} = 0.7f_{cy2}$$

$$\varepsilon_{cy1} = \frac{f_{cy1}}{E_1}$$

2.5.12. Modelo de Campione Y Miraglia 2003

El modelo propuesto por estos autores se calibró con unos ensayos sobre columnas cuadradas.

El modelo que se calibró es el siguiente :

$$\frac{f'_{cc}}{f'_{co}} = 1 + k_1 k_s \frac{f_l}{f'_{co}}$$

donde k_1 se asumió constante, igual a 2.0, y el factor de forma se escribió como:

$$k_s = 1 - \frac{2(1 - 2r/b)^2}{3[1 - (4 - \pi)(r/b)^2]}$$

con r y b respectivamente el radio de esquina y el lado de la sección cuadrada.

La tensión lateral de confinamiento es dada por la siguiente fórmula :

$$f_l = \frac{2\sigma_j t}{b}$$

con t el espesor de la capa de FRP y σ_j dado por la siguiente fórmula :

$$\sigma_j = f_{FRP} \left[\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2} k_i \right) \frac{2r}{b} + \frac{\sqrt{2}}{2} k_i \right]$$

donde k_i es un factor de reducción que toma en cuenta el efecto negativo de la concentración de tensión en las esquinas, al que se le asigna valor constante igual a 0.2121, obtenido por vía experimental.

Substituyendo en la primera fórmula los valores relativos, se llega a la siguiente formulación :

$$\frac{f'_{cc}}{f'_{co}} = 1 + 2.0k_s \left(0.85 \frac{2r}{b} + 0.15 \right) \frac{2t}{b} \cdot \frac{f_{FRP}}{f'_{co}}$$

2.5.13. Modelo de Lam y Teng 2003

Estos autores proponen un modelo tras una nueva calibración de un modelo anteriormente propuesto en el 2001.

El modelo está calibrado con datos relativos a ensayos de columnas circulares, pero puede ser utilizado por columnas prismáticas, introduciendo el diámetro equivalente y el factor de forma k_s :

$$D = \sqrt{b^2 + h^2}$$

$$k_s = \frac{A_e}{A_c}$$

entonces el modelo se puede escribir en la forma :

$$\frac{f'_{cc}}{f'_{co}} = 1 + 3.3 \frac{A_e}{A_c} \frac{f_{l,a}}{f'_{co}}$$

donde $f_{l,a}$ es la tensión de confinamiento real, calculada como :

$$f_{l,a} = \frac{2E_{frp}t\varepsilon_{h,rup}}{D}$$

donde $\varepsilon_{h,rupt}$ es la deformación residual lateral cuando se rompe el FRP.

Los autores fijan un límite inferior para la aplicación del modelo, correspondiente al límite de eficiencia del confinamiento:

$$\frac{f_{l,a}}{f'_{co}} \geq 0.07$$

Si $\frac{f_{l,a}}{f'_{co}} < 0.07$ resultaría:

$$\frac{f'_{cc}}{f'_{co}} = 1$$

Por el cálculo de la deformación límite el modelo propuesto es el siguiente:

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{co}} = 1.75 + 12 \frac{f_{l,a}}{f'_{co}} \left(\frac{\varepsilon_{h,rupt}}{\varepsilon_{co}} \right)^{0.45}$$

2.5.14. Modelo de Ilki et al. 2004

El modelo propuesto por estos autores se concreta en la forma :

$$\frac{f'_{cc}}{f'_{co}} = 1 + 2.4 \left(\frac{f'_{l_{max}}}{f'_{co}} \right)^{1.2}$$

donde $f'_{l_{max}}$ es el valor máximo de la tensión lateral de confinamiento real y se calcula mediante la fórmula :

$$f'_{l_{max}} = \frac{k_a \rho_f \varepsilon_{h,rupt} E_{frp}}{2}$$

en la que $\varepsilon_{h,rup}$ es asumida en la medida del 70% de la deformación última del FRP y k_a es el factor de eficiencia, asociado a la geometría de la sección, dado, por la sección rectangular, por la fórmula :

$$k_a = 1 - \frac{(b - 2r)^2 + (h - 2r)^2}{3bh} - \frac{(4 - \pi)r^2}{bh} - \rho_g$$

2.5.15. *Modelo de Youssef, Feng, Mosallam del 2006*

La importancia de este modelo consiste en el hecho de estar calibrado mediante ensayos de pilares a escala real. Con el modelo presentado se pretende calcular la deformación última, la resistencia y el diagrama tensión-deformación de pilares reforzados por FRP.

En este modelo la tensión de confinamiento está calculada, por la sección cilíndrica, con:

$$f_{lu} = \frac{2f_{ju}t_j}{D}$$

e introduciendo la proporción de confinamiento ρ_j definida como :

$$\rho_j = \frac{4t_j}{D}$$

se llega a :

$$f_{lu} = \frac{1}{2}\rho_j f_{ju}$$

En general, la tensión de confinamiento última del refuerzo de FRP se asume :

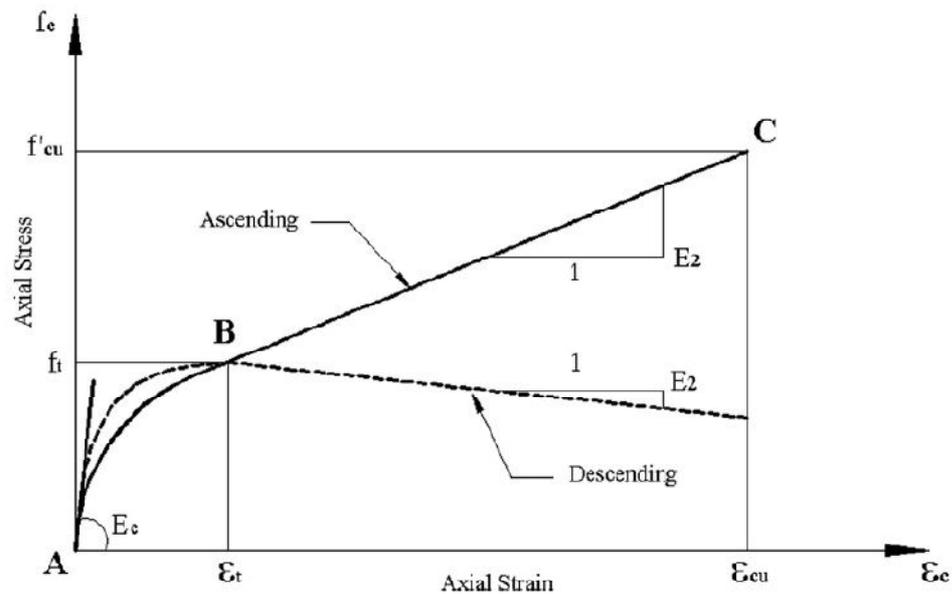
$$f'_{lu} = k_e f_{lu} ,$$

donde k_e es el coeficiente de confinamiento; $k_e = 1$ por sección circular y $k_e < 1$ para secciones cuadrada o rectangular. El valor de k_e se puede calcular con la fórmula de Restrepo & De Vinó :

$$k_e = \frac{1 - \left[\frac{(b-2r_c)^2 - (h-2r_c)^2}{3hb} \right] - \rho_l}{1 - \rho_l}$$

donde b y h son las dimensiones de la sección, r_c es el radio de esquina y $\rho_l = \frac{A_s}{bh}$ es la proporción entre sección de hormigón y armado longitudinal.

El gráfico del modelo tensión-deformación adoptado es el siguiente:



Empíricamente se ha visto que el tramo puede ser ascendente en el caso de secciones circulares con moderado confinamiento o en el caso de secciones rectangulares con elevado nivel de confinamiento.

En el punto A tensión y deformación son nulas; en el punto B el hormigón empieza a dilatarse lateralmente y las fibras del refuerzo empiezan a activarse hasta el punto C donde se produce la rotura al nivel de deformación límite ε_{cu} .

En el análisis la curva está dividida en dos regiones: $0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_t$ y $\varepsilon_c \leq \varepsilon_t \leq \varepsilon_{cu}$; en la primera región la curva representa el comportamiento de pilares no confinados, en la segunda parte se representa el comportamiento de pilares confinados, que en el caso de secciones cuadradas o rectangulares tiene un andamio lineal descendiente.

Queriendo desarrollar un modelo general, los autores consideran, en la segunda parte, la posibilidad que el diagrama pueda ser ascendente (típico de secciones circulares bien confinadas) o descendiente (típico de secciones circulares no suficientemente confinadas, cuadradas y rectangulares).

Utilizando el mismo concepto de Hoshikuma, el modelo que representa la tensión, en la primera parte, toma la forma de una función polinomial:

$$f_c = C_1 \varepsilon_c^n + C_2 \varepsilon_c + C_3 ,$$

donde C_1 , C_2 , C_3 y n son constantes a determinar desde las condiciones límite.

En la primera región, cuando $0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_t$, con $E_2 > 0$:

- 1) $f_c = 0 \wedge \varepsilon_c = 0$
- 2) $\frac{df_c}{d\varepsilon_c} = E_c \wedge \varepsilon_c = 0$
- 3) $\frac{df_c}{d\varepsilon_c} = E_2 \wedge \varepsilon_c = \varepsilon_t$
- 4) $f_c = f_t \wedge \varepsilon_c = \varepsilon_t$

Ahora, substituyendo en el polinomio:

$$f_c = E_c \varepsilon_c \left[1 - \frac{1}{n} \left(1 - \frac{E_2}{E_c} \right) \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_t} \right)^{n-1} \right]$$

$$\text{con } n = \frac{(E_c - E_2)\varepsilon_t}{E_c\varepsilon_t - f_t}$$

Siempre en la primera región, cuando $0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_t$, con $E_2 < 0$:

- 1) $f_c = 0 \wedge \varepsilon_c = 0$
- 2) $\frac{df_c}{d\varepsilon_c} = E_c \wedge \varepsilon_c = 0$
- 3) $\frac{df_c}{d\varepsilon_c} = 0 \wedge \varepsilon_c = \varepsilon_t$
- 4) $f_c = f_t \wedge \varepsilon_c = \varepsilon_t$

en este caso, substituyendo :

$$f_c = E_c\varepsilon_c \left[1 - \frac{1}{n} \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_t} \right)^{n-1} \right]$$

$$\text{con } n = \frac{E_c\varepsilon_t}{E_c\varepsilon_t - f_t}$$

En la segunda región donde $\varepsilon_c \leq \varepsilon_t \leq \varepsilon_{cu}$ el modelo es lineal:

$$f_c = a\varepsilon_c + b ,$$

donde a y b se calculan desde las condiciones límite :

- 1) $f_c = f_t \wedge \varepsilon_c = \varepsilon_t$
- 2) $f_c = f'_{cu} \wedge \varepsilon_c = \varepsilon_{cu}$

Y substituyendo en la ecuación de la recta :

$$f_c = f_t + E_2(\varepsilon_c - \varepsilon_t) .$$

Visto el modelo tensión-deformación hay que calcular todos los parámetros que constituyen el modelo en general. Por eso se calibran unos submodelos que nos permiten de predecir los parámetros fundamentales.

Por el cálculo de la resistencia última del hormigón confinado hay el “Modelo de Resistencia” que representa una relación lineal entre el factor de eficiencia, $\frac{f'_{cu}}{f'_c}$, del confinamiento y la proporción de confinamiento, $\frac{f_l}{f'_c}$:

$$\frac{f'_{cu}}{f'_c} = 1 + k_1 \frac{f_l}{f'_c},$$

que mediante regresión, de 38 datos experimentales relativos a secciones rectangulares, se ha calibrado en la forma :

$$\frac{f'_{cu}}{f'_c} = 0.5 + 1.225 \left(\frac{f'_{lu}}{f'_c} \right)^{3/5}$$

Por el cálculo de la deformación última se calibró el “Modelo de Deformacion”, que se obtuvo por regresión lineal, con el que se pone en relación la deformación última, ε_{cu} , y el factor de eficiencia del confinamiento, $\left(\frac{f'_{lu}}{f'_c} \right) \left(\frac{f_{ju}}{E_j} \right)^{1/2}$, mediante una función lineal :

$$\varepsilon_{cu} = 0.004325 + 0.2625 \left(\frac{f'_{lu}}{f'_c} \right) \left(\frac{f_{ju}}{E_j} \right)^{1/2}$$

Otros parámetros necesarios para dibujar el gráfico tensión-deformación son la tensión y la deformación axial en el punto de transición de la curva, entre la primera y la segunda región del diagrama, respectivamente f_t y ε_t .

Las dos se hallan mediante regresión lineal que permiten calibrar unas funciones lineales de la siguiente forma:

$$\frac{f_t}{f'_c} = 1 + 1.135 \left(\frac{\rho_j E_j \varepsilon_{jt}}{f'_c} \right)^{5/4}$$

$$\varepsilon_t = 0.002 + 0.0775 \left(\frac{\rho_j E_j \varepsilon_{jt}}{f'_c} \right)^{6/7} \left(\frac{f_{ju}}{f'_c} \right)^{1/2}$$

El segundo tramo del diagrama tensión-deformación es una recta entre los puntos $(\varepsilon_t; f_t)$ y $(f'_{cu}; \varepsilon_{cu})$:

$$f_c = f'_c + E_2(\varepsilon_c - \varepsilon_t)$$

2.5.16. Modelo de Harajli del 2006

Este modelo es muy interesante desde el punto de vista práctico porque tiene en cuenta la posibilidad que el confinamiento puede ser proporcionado por FRP, por estribos de acero y por los dos sistemas.

El modelo se puede escribir en la forma:

$$f'_{cc} = f'_{co} + k_1 f_{lfrp} + k_1 f_{ls} \frac{A_{cc}}{A_g}$$

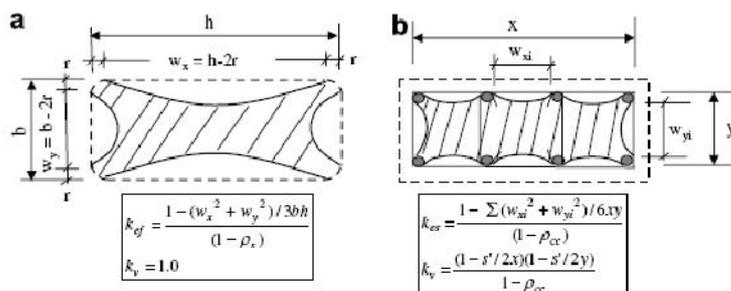
donde $k_1 = 4.1$, A_{cc} es el área de hormigón confinada por los estribos, A_g es la sección bruta de hormigón; f_{lfrp} y f_{ls} son las tensiones de confinamiento proporcionadas, respectivamente, por FRP y por los estribos de acero. Las dos tensiones se pueden poner en la forma siguiente:

$$f_{lfrp} = \left(\frac{k_{efrp} \rho_{frp} E_{frp}}{2} \right) \varepsilon_l$$

$$f_{ls} = \left(\frac{k_{es} k_v \rho_{st} E_s}{2} \right) \varepsilon_l$$

siendo la proporción volumétrica de FRP $\rho_{frp} = \frac{2n_f t_f (b+h)}{bh}$, con n_f y t_f , respectivamente, el número y el espesor de capas de FRP.

ρ_{st} es la proporción volumétrica de los estribos y los coeficientes k se calculan por las fórmulas en figura, donde ρ_s y ρ_{cc} son, respectivamente, las proporciones de acero longitudinal y del hormigón confinado externamente a los estribos.



2.5.17. Modelo de Al-Salloum 2007

En este modelo, en la formulación básica se puede escribir en la siguiente forma:

$$\frac{f'_{cc}}{f'_{co}} = 1 + k_1 \frac{f_l}{f'_{co}}$$

$$\text{donde } f_l = \frac{2f_{frp}t}{D} k_e ,$$

$$\text{con } k_e = 1 - \frac{2(1-2r/b)^2}{3[1-(4-\pi)(r/b)^2]}$$

y D es la diagonal, de la sección cuadrada, que se puede escribir en la siguiente forma :

$$D = \sqrt{2}b - 2r(\sqrt{2} - 1)$$

Por calibración del modelo, mediante datos relativos a varias secciones cuadradas, con diferente proporción entre lado y radio de esquina, se llega a la siguiente formulación del modelo:

$$\frac{f'_{cc}}{f'_{co}} = 1 + 3.14 \frac{b}{D} \frac{f'_l}{f'_{co}}$$

2.5.18. Modelo de Kumutha 2007

Estos autores asumieron como modelo base el siguiente:

$$f_{cc} = f_{co} + k_1 f'_l$$

con $f'_l = k_s f_l$, la tensión de confinamiento equivalente y f_l la real, calculada con la fórmula:

$$f_l = \frac{\rho_{frp} f_{frp}}{2} ,$$

donde $\rho_{frp} = \frac{2(b+h)t}{bh}$, por secciones rectangulares.

Mediante análisis de regresión, de datos relativos a columnas con secciones rectangulares con proporción entre lados, respectivamente: 1.0, 1.25, 1.66; reforzadas con fibras de vidrio, se llegó a la siguiente forma calibrada:

$$\frac{f_{cc}}{f_{co}} = 1 + 0.93 \frac{f'_l}{f_{co}}$$

2.5.19. Modelo de Wu y Wang 2008

Estos autores proponen un modelo calibrado específicamente por columnas cuadradas, que cubren todo el rango de variabilidad de la proporción del radio de esquina, $\rho = 2r/b$, bajo la hipótesis que, fijados todos los parámetros, es la única variable a tener en cuenta.

El modelo propuesto se expresa en la forma básica como:

$$\frac{f'_{cc}}{f'_{co}} = 1 + Cf(\rho)$$

donde $f(\rho) = \rho^\alpha$

Tras un análisis de regresión se llega al modelo en la forma explícita :

$$\frac{f'_{cc}}{f'_{co}} = 1 + 2.2\rho^{0.72} \left(\frac{f_l}{f'_{co}} \right)^{0.94}$$

donde la tensión de confinamiento, f_l , viene calculada con la fórmula :

$$f_l = \frac{2f_{frp}t}{b}$$

con f_{frp} , t y b , respectivamente la tensión en el FRP, el espesor de la capa de FRP, y el lado de la sección.

2.5.20. Modelo de Toutanji 2009

El modelo propuesto por este autor se explica en la forma general :

$$f'_{cc} = f'_{co} + k_1 k_{c2} k_{c3} f'_l$$

donde los parámetros k_{c2} y k_{c3} tienen en cuenta respectivamente el radio de esquina y la proporción entre lados de la sección, y se calculan con las siguientes fórmulas :

$$k_{c2} = \left(\frac{2r}{D}\right)^\gamma$$

$$k_{c3} = \left(\frac{h}{b}\right)^\eta$$

con $\gamma = 0.1$, $\eta = 0.13$, y $k_1 = 4.0$.

El diámetro equivalente, de la sección rectangular, se calcula con la fórmula :

$$D = \frac{2bh}{b+h}$$

y la tensión real de confinamiento como :

$$f'_l = k_e f_l$$

siendo k_e es el coeficiente de eficiencia del confinamiento, calculado como proporción entre el área efectivamente confinada y el área total de hormigón, en la sección.

Por este modelo se propone una fórmula para el cálculo la tensión lateral de confinamiento, derivada por equilibrio del diagrama de cuerpo libre, por la que una constante ha sido calibrada por regresión lineal:

$$f_l = \frac{2E_f \varepsilon_j t_j}{D}$$

Donde E_f es el módulo de deformación del FRP, t_j es el espesor de la capa de FRP y ε_j es la deformación lateral del FRP calculada como :

$$\varepsilon_j = 0.43\varepsilon_{fum}$$

donde ε_{fum} es la deformación última del FRP.

2.5.21. Modelo de Lam y Teng 2009

Este modelo se ha obtenido tras una nueva serie de ensayos que han justificado unos ajustes en el modelo propuesto en el 2003, aplicable a secciones rectangulares tras las mismas condiciones.

Definiendo los siguientes parámetros:

$$\rho_k = \frac{2E_{frp}t}{(f'_{co}/\varepsilon_{co})D}$$

$$\rho_\varepsilon = \frac{\varepsilon_{h,rup}}{\varepsilon_{co}}$$

de forma general, por secciones circulares, el modelo se expresa como :

$$\frac{f'_{cc}}{f'_{co}} = 1 + 3.5(\rho_k - 0.01)\rho_\varepsilon$$

bajo la nueva condición que $\rho_k \geq 0.01$.

Por el cálculo de la deformación límite el nuevo modelo propuesto es el siguiente :

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{co}} = 1.75 + 6.5\rho_k^{0.8}\rho_\varepsilon^{1.45}$$

2.6. Consideraciones

Se han citado un total de 21 modelos, la mayoría de los cuales representan calibraciones del modelo básico del confinamiento, Richart et al. (1929), tras unas investigaciones hechas por varios autores.

También es necesario mencionar que muchos de los modelos presentados han sido realizados a partir de investigaciones que tenían como objeto el refuerzo de pilares circulares y sucesivamente adaptados al caso de pilares cuadrangulares por equivalencia de la sección confinada, que en muchos casos está obtenida de manera diferente.

Sería difícil decir a priori cuál de estos modelos es el más adecuado para el diseño de refuerzos por FRP; habría que conocer las investigaciones que cada modelo lleva atrás y evaluar si el caso práctico, a tratar, es comparable al caso investigado.

En cada uno de estos modelos se adoptan unas hipótesis y unas aproximaciones, de toda forma el control estadístico del poder predictivo de estos modelos es bastante bueno “en laboratorio”; aunque habría que hacer un estudio de campo para poder expresar este mérito.

Tras una atento análisis de las variables incluidas en los modelos es posible apreciar los factores que influyen mayormente en el confinamiento; estos son :

- la proporción entre lados de la sección
- el radio de esquina
- la tensión de confinamiento real
- las características mecánicas de los materiales

Además de estas, queda evidente la incapacidad de estos modelos para considerar la presencia de posibles variables aleatorias. Este motivo es el que nos lleva a pensar en una futura elaboración mediante la teoría fuzzy, capaz de tomar en cuenta de variables aleatorias y de relevar eventuales variables ocultas.

CAPITULO 3. RECOPIACIÓN DE LA BASE DE DATOS

3.1. Introducción

La base datos que se aporta en las paginas siguientes proceden de varias investigaciones realizadas por distintos autores, con diferentes objetivos. Eso implica una heterogeneidad entre ellos por lo que atañe lo datos de entrada, -por ejemplo algunos autores ingresan valores nominales de resistencia de los materiales, proporcionados por los fabricantes, mientras que otros hacen ensayos propios-; la misma consideración hay que hacer con los datos de salida que en algunos casos están hallados por medición directa y en otros están calculados (resistencias y deformaciones); otra consideración atañe el uso de diferentes equipos de medidas y diferentes metodologías de ensayo.

De todas formas, esta base de datos tiene su validez científica y es la más completa que se haya publicado a pesar de incluir una variable aleatoria que representa lo que pasa en la realidad de las aplicaciones en campo práctico.

En cada ensayo se ha especificado: autor, año, datos geométricos de la probeta, características de los materiales, tipo de FRP, número y espesor de capas y, como dato de salida, el incremento de resistencia proporcionado por el confinamiento de FRP.

En total se han incluido 118 datos, publicados por 8 autores entre el 2000 y el 2007, relativos a ensayos de probetas rectangulares y cuadradas; confinados por tres tipos de fibras de polímeros: aramida (A), carbono (C) y vidrio (G); con armadura longitudinal y no; en escala reducida y en tamaño real.

Estos datos proceden de investigaciones centradas en el estudio del comportamiento de pilares confinados, cambiando algunas variables, como por ejemplo: radio de esquina, proporción entre lados, presencia o ausencia de armadura interior, tamaño, tipo de FRP, número de capas de FRP.

3.2. Base de datos

A continuación se publican los datos en una tabla.

Los símbolos, en la primera línea tienen el siguiente significado:

- *Autores* : de los artículos en los que se han publicado los datos
- *Código* : el eventual identificativo de la probeta
- *b y h* : las dimensiones de las secciones
- *H* : el alto de la probeta
- *Rc* : el radio de esquina de la sección
- *FRP* : el tipo de polímero utilizado por el confinamiento
- *n_r capas* : el número de capas de tejido utilizadas para envolver la probeta
- *E_{frp}* : módulo de elasticidad del FRP
- *f_{frp}* : resistencia a tracción del FRP
- *ε_{u,frp}* : módulo de deformación última del FRP
- *t* : espesor de cada capa de tejido de FRP
- *f_{co}* : resistencia a compresión de la probeta no confinada
- *f_{cc}/f_{co}* : aumento de resistencia a compresión de la probeta proporcionada por el confinamiento.

Autores (Año)	CODIGO	b (mm)	h (mm)	H (mm)	Rc (mm)	FRP	
Rochette & Laboissière (2000)	S5-C3	152	152	500	5	C	
	S25-C3	152	152	500	25	C	
	S25-C3	152	152	500	25	C	
	S38-C3	152	152	500	38	C	
	S38-C3	152	152	500	38	C	
	S5-C5	152	152	500	5	C	
	S25-C4	152	152	500	25	C	
	S25-C5	152	152	500	25	C	
	S25-C4	152	152	500	25	C	
	S25-C5	152	152	500	25	C	
	S38-C4	152	152	500	38	C	
	S38-C5	152	152	500	38	C	
	R25-C3	152	203	500	25	C	
	R38-C3	152	203	500	38	C	
	R5-C5	152	203	500	5	C	
	R25-C4	152	203	500	25	C	
	S5-A3	152	152	500	5	A	
	S5-A6	152	152	500	5	A	
	S5-A9	152	152	500	5	A	
	S5-A12	152	152	500	5	A	
	S25-A3	152	152	500	25	A	
	S25-A6	152	152	500	25	A	
	S25-A9	152	152	500	25	A	
	S25-A12	152	152	500	25	A	
	S38-A6	152	152	500	38	A	
	S38-A9	152	152	500	38	A	
	Shehata et al. (2000)	S1-25-1layer	150	150	300	10	C
		S2-30-1layer	150	150	300	10	C
S1-25-2layer		150	150	300	10	C	
S2-30-2layer		150	150	300	10	C	
R1-25-1layer		94	188	300	10	C	
R2-30-1layer		94	188	300	10	C	
R1-25-2layer		94	188	300	10	C	
R2-30-2layer		94	188	300	10	C	
		150	150	300	0	C	
		150	150	300	0	C	
		150	150	300	15	C	
		150	150	300	15	C	
		150	150	300	30	C	
		150	150	300	30	C	
		150	150	300	45	C	
		150	150	300	45	C	
		150	150	300	60	C	
		150	150	300	60	C	
		150	150	300	0	C	

nr. Capas	Efrp (Gpa)	ffrp (Mpa)	$\epsilon_{u,frp}$ (%)	t (mm/capa)	f'co (MPa)	f'cc/f'co
3	82,7	1265	1,5	0,3	42,00	0,94
3	82,7	1265	1,5	0,3	42,00	0,99
3	82,7	1265	1,5	0,3	42,00	1,03
3	82,7	1265	1,5	0,3	42,00	1,13
3	82,7	1265	1,5	0,3	42,00	1,20
5	82,7	1265	1,5	0,3	43,90	1,00
4	82,7	1265	1,5	0,3	43,90	1,16
5	82,7	1265	1,5	0,3	43,90	1,09
4	82,7	1265	1,5	0,3	35,80	1,46
5	82,7	1265	1,5	0,3	35,80	1,61
4	82,7	1265	1,5	0,3	35,80	1,66
5	82,7	1265	1,5	0,3	35,80	1,92
3	82,7	1265	1,5	0,3	42,00	1,00
3	82,7	1265	1,5	0,3	42,00	1,04
5	82,7	1265	1,5	0,3	43,90	1,01
4	82,7	1265	1,5	0,3	43,90	1,01
3	13,6	230	1,69	0,42	43,00	1,18
6	13,6	230	1,69	0,42	43,00	1,20
9	13,6	230	1,69	0,42	43,00	1,25
12	13,6	230	1,69	0,42	43,00	1,26
3	13,6	230	1,69	0,42	43,00	1,19
6	13,6	230	1,69	0,42	43,00	1,19
9	13,6	230	1,69	0,42	43,00	1,24
12	13,6	230	1,69	0,42	43,00	1,28
6	13,6	230	1,69	0,42	43,00	1,18
9	13,6	230	1,69	0,42	43,00	1,23
1	235	3550	1,5	0,165	23,70	1,16
1	235	3550	1,5	0,165	29,50	1,37
2	235	3550	1,5	0,165	23,70	1,09
2	235	3550	1,5	0,165	28,80	1,11
1	235	3550	1,5	0,165	23,70	1,54
1	235	3550	1,5	0,165	29,50	1,48
2	235	3550	1,5	0,165	23,70	1,40
2	235	3550	1,5	0,165	28,80	1,34
1	230,5	4364	1,5	0,165	31,70	1,02
2	230,5	4364	1,5	0,165	31,70	1,02
1	230,5	4364	1,5	0,165	31,90	1,05
2	230,5	4364	1,5	0,165	31,90	1,32
1	230,5	4364	1,5	0,165	32,30	1,23
2	230,5	4364	1,5	0,165	32,30	1,75
1	230,5	4364	1,5	0,165	30,70	1,42
2	230,5	4364	1,5	0,165	30,70	2,21
1	230,5	4364	1,5	0,165	31,80	1,57
2	230,5	4364	1,5	0,165	31,80	2,48
1	230	3788	1,5	0,165	52,10	1,03

Autores (Año)	CODIGO	b (mm)	h (mm)	H (mm)	Rc (mm)	FRP
Chaallal, Hassan,Shahawy (2002)		150	150	300	0	C
		150	150	300	15	C
		150	150	300	15	C
		150	150	300	30	C
		150	150	300	30	C
		150	150	300	45	C
		150	150	300	45	C
		150	150	300	60	C
		150	150	300	60	C
		207	207	600	20	G
		207	207	600	20	G
		207	207	600	20	G
		152	152	500	25	C
		152	152	500	25	C
		152	152	500	25	C
		152	152	500	25	C
		152	152	500	25	A
		152	152	500	25	A
		152	152	500	25	A
Kumutha (2005)	1S1	125	125	750		G
	2S1	125	125	750		G
	1R1,25	112	140	750		G
	2R1,25	112	140	750		G
	1R1,66	97	161	750		G
	2R1,66	97	161	750		G
Al-Salloum (2006)	S-r5-1	150	150	500	5	C
	S-r5-2	150	150	500	5	C
	S-r25-1	150	150	500	25	C
	S-r25-2	150	150	500	25	C
	S-r38-1	150	150	500	38	C
	S-r38-2	150	150	500	38	C
	S-r50-1	150	150	500	50	C
	S-r50-2	150	150	500	50	C
Rocca et al. (2006)	S2	458	458	1020	30	C
	R2	318	635	1370	30	C
Ilki et al. (2007)	LSR-R-1-1-40a	250	250	500	40	C
	LSR-R-1-3-40a	250	250	500	40	C
	LSR-R-1-3-10a	250	250	500	10	C
	LSR-R-1-3-20a	250	250	500	20	C
	LSR-R-1-5-40a	250	250	500	40	C
	LSR-R-2-1-40a	150	300	500	40	C
	LSR-R-2-3-40a	150	300	500	40	C
LSR-R-2-5-40a	150	300	500	40	C	

nr. Capas	E _{frp} (Gpa)	f _{frp} (Mpa)	ε _{u,frp} (%)	t (mm/capa)	f _{co} (MPa)	f _{cc} /f _{co}
2	230	3788	1,5	0,165	52,10	1,07
1	230	3788	1,5	0,165	54,10	1,03
2	230	3788	1,5	0,165	54,10	1,10
1	230	3788	1,5	0,165	52,00	1,08
2	230	3788	1,5	0,165	52,00	1,21
1	230	3788	1,5	0,165	52,70	1,09
2	230	3788	1,5	0,165	52,70	1,52
1	230	3788	1,5	0,165	52,70	1,19
2	230	3788	1,5	0,165	52,70	1,70
1	23			1,27	37,00	1,06
2	23			1,27	37,00	1,09
4	23			1,27	37,00	1,15
3	82,7			0,3	42,00	1,01
4	82,7			0,3	43,90	1,16
5	82,7			0,3	43,90	1,09
4	82,7			0,3	35,80	1,46
5	82,7			0,3	35,80	1,61
3	13,6			0,42	43,00	1,19
6	13,6			0,42	43,00	1,19
9	13,6			0,42	43,00	1,24
12	13,6			0,42	43,00	1,28
1	10,5	250	3,5	1,10	40,26	1,03
2	10,5	250	3,5	1,10	40,26	1,28
1	10,5	250	3,5	1,10	39,55	1,02
2	10,5	250	3,5	1,10	39,55	1,27
1	10,5	250	3,5	1,10	38,56	1,05
2	10,5	250	3,5	1,10	38,56	1,20
1	75,1	935		1,20	28,68	1,44
2	75,1	935		1,20	30,94	1,37
1	75,1	935		1,20	31,82	1,52
2	75,1	935		1,20	28,5	1,60
1	75,1	935		1,20	27,70	2,06
2	75,1	935		1,20	30,29	1,81
1	75,1	935		1,20	26,72	2,31
2	75,1	935		1,20	28,26	2,25
2	291		0,93	0,167	26,00	1,06
2	291		0,93	0,167	24,70	1,01
1	230	3430	1,50	0,165	10,83	1,90
3	230	3430	1,5	0,165	10,83	3,47
3	230	3430	1,50	0,165	10,83	2,30
3	230	3430	1,5	0,165	10,83	2,72
5	230	3430	1,50	0,165	10,83	4,79
1	230	3430	1,5	0,165	11,16	1,65
3	230	3430	1,50	0,165	11,16	3,15
5	230	3430	1,5	0,165	11,16	3,25

Autores (Año)	CODIGO	b (mm)	h (mm)	H (mm)	Rc (mm)	FRP
	NSR-R-1-200-3-40	150	300	500	40	C
	NSR-R-1-200-5-40	150	300	500	40	C
	NSR-R-2-175-3-40	150	300	500	40	C
	NSR-R-2-175-5-40	150	300	500	40	C
Tao & Zong (2008)	LS1-1-20	150	150	500	20	C
	LS1-2-20a	150	150	500	20	C
	LS1-2-20b	150	150	500	20	C
	LS1-2-35a	150	150	500	35	C
	LS1-2-35b	150	150	500	35	C
	LS1-2-50a	150	150	500	50	C
	LS1-2-50b	150	150	500	50	C
	LS1,5-1-20	150	230	500	20	C
	LS1,5-2-20	150	230	500	20	C
	LS1,5-2-35	150	230	500	35	C
	LS1,5-2-50	150	230	500	50	C
	LS2-1-20	150	300	500	20	C
	LS2-2-20	150	300	500	20	C
	LS2-2-35	150	300	500	35	C
	LS2-2-50	150	300	500	50	C
	NS1-1-20	150	150	500	20	C
	NS1-2-20	150	150	500	20	C
	NS1-2-35	150	150	500	35	C
	NS1-2-50	150	150	500	50	C
	NS1,5-1-20	150	230	500	20	C
	NS1,5-2-20	150	230	500	20	C
	NS2-2-20	150	300	500	20	C
	NS2-2-35	150	300	500	35	C
	NS2-2-50	150	300	500	50	C

nr. Capas	E _{frp} (Gpa)	f _{frp} (Mpa)	ε _{u,frp} (%)	t (mm/capa)	f _{co} (MPa)	f _{cc} /f _{co}
3	230	3430	1,5	0,165	23,44	1,79
5	230	3430	1,50	0,165	23,44	2,51
3	230	3430	1,50	0,165	23,44	1,74
5	230	3430	1,5	0,165	23,44	2,05
1	239	4470		0,17	22,00	1,52
2	239	4470		0,17	22,00	2,26
2	239	4470		0,17	19,5	2,42
2	239	4470		0,17	22,00	2,95
2	239	4470		0,17	19,5	3,01
2	239	4470		0,17	22,00	3,48
2	239	4470		0,17	19,50	3,26
1	239	4470		0,17	22,00	1,07
2	239	4470		0,17	22,00	1,51
2	239	4470		0,17	22,00	1,85
2	239	4470		0,17	22,00	2,12
1	239	4470		0,17	19,50	1,12
2	239	4470		0,17	19,50	1,21
2	239	4470		0,17	19,50	1,59
2	239	4470		0,17	19,50	1,79
1	241	4200		0,17	49,50	1,10
2	241	4200		0,17	49,50	1,24
2	241	4200		0,17	49,50	1,72
2	241	4200		0,17	49,50	1,74
1	241	4200		0,17	49,50	1,01
2	241	4200		0,17	49,50	1,02
2	241	4200		0,17	49,50	1,06
2	241	4200		0,17	49,50	1,04
2	241	4200		0,17	49,50	1,09

CONCLUSIONES

Tras unas tímidas investigaciones iniciales, hoy en día la técnica de refuerzo de pilares mediante confinamiento por FRP es sin duda la más valiente y utilizada en pilares circulares. En este caso se han hecho investigaciones que han llegado a modelos optimizados mediante técnicas heurística, como por ejemplo el método de las redes neuronales y el método basado en la teoría fuzzy.

El caso del refuerzo de secciones rectangulares es menos desarrollado, en tema investigativo, debido a la mayor dificultad de representar todas las variables, de manera precisa, analíticamente, mediante modelos basados en la lógica booleana.

En este trabajo se ha recopilado un elenco constituido por un total de diecinueve modelos, por el diseño de pilares rectangulares reforzados por FRP, capaces de predecir, de manera directa, el incremento de resistencia debido a la presencia del confinamiento. A pesar de haber demostrado buena capacidad de predicción en fase de control, tras calibrado, por sus propios autores, hay disponibles muchos modelos diferente entre ellos, debido al diferente grado de aproximación y/o a las diferentes hipótesis asumidas, que pretenden representar el mismo problema.

En particular, se evidencia una fuerte discordancia en el modelo de comportamiento tensión-deformación asumido, sobretodo en la fase posterior al pico de resistencia. Esto es debido, en los pilares cuadrangulares, a la presencia de una zona no confinada en la sección, que condiciona mucho la efectividad del comportamiento, a diferencia de la sección circular donde, siendo el coeficiente de confinamiento igual a uno, después del pico sigue siempre una relación creciente en el diagrama tensión-deformación.

Todos los modelos concordan, en diferente medida, en el tomar en cuenta los factores que influyen en el problema:

- Al crecer de la proporción entre lados disminuye sensiblemente la parte de la sección efectivamente confinada y entonces la eficacia del confinamiento;
- Al disminuir del radio de esquina disminuye la resistencia a compresión;

Es interesante subrayar de que a pesar de que todos asumen las mismas variables, los resultados proporcionados son diferentes; eso es debido a la presencia de variables desconocidas y/o random.

Tras eso, la idea de elaborar un modelo mediante el uso de una técnica heurística basada en la teoría fuzzy, también en el caso de secciones rectangulares.

La base de datos recopilada recoge todas aquellas variables, conocidas, independientes; entonces representa un buen recurso para una posterior elaboración mediante heurística.

Para el empleo de estos datos habrá que seleccionar unos cuantos, la mayoría, para utilizar en la entrada del proceso, y reservar los demás datos para un control del modelo.

ANEXO 1. NOCIONES DE FUZZY SET THEORY

A.1. Introducción

En el 300 A.D., Aristóteles introdujo el concepto de lógica booleana; conocida como la más precisa de todas las ciencias y disciplinas teóricas. La mayoría de las ciencias modernas y matemáticas se basan en su principio, pero, a pesar de de las ventajas de su exactitud, tiene la desventaja de no poder reproducir los patrones del pensamiento humano.

En el 1965, el profesor Lotfi Zadeh, de la Berkley University de California, pretendiendo suplir esta deficiencia de la lógica tradicional, elaboró la “*fuzzy set theory*” ò teoría de los conjuntos borrosos que introducía el concepto de “*fuzzy logic sistem*” (en adelante FLS) para tratar problemas matemáticos.

Como disciplina teórico-matemática, la lógica fuzzy está diseñada para reaccionar a cambios continuos de la variable a ser controlada y se diferencia con la lógica booleana por no estar restringida a dos únicas opciones, verdadero falso, permitiendo valores parciales y multiniveles de verdad.

Esta teoría es especialmente ventajosa para problemas que no pueden ser fácilmente representados por modelos matemáticos, debido a que los datos están incompletos o porque el proceso es muy complejo.

Mientras los métodos de análisis deterministas pueden proporcionar unos medios por representar un problema, sin exceder los niveles específicos de aceptable riesgo, ellos no consideran la incertidumbre en la asunción de funciones de distribución para cada uno del las variables de entrada y se opera con la asunción básica que los modelos usados describen perfectamente la realidad. Esto, sin embargo, lleva a ignorar variables desconocidas, significativas, limitando el abanico de respuesta a soluciones que no representan el problema real.

A.2. Conceptos de conjuntos borrosos y lógica

La *fuzzy logic* proporciona una manera natural de tratar problemas en el que la origen de imprecisión es debido a la ausencia de un criterio agudamente definido en presencia de variables aleatorias.

La teoría fuzzy considera los casos donde las incertidumbres tienen algún papel en el mecanismo de los fenómenos a representar.

En el estudio que se hará posteriormente, utilizando una representación simplificada para las variables, se pretenderá predecir el comportamiento tensión-deformación por llegar a un modelo de diseño “óptimo”. Para los propósitos se utilizará la lógica borrosa, la cual se funda en la posibilidad de poner reglas de la siguiente forma:

R: SI el valor de la variable X_1 es “grande” y la variable X_2 es “medio”

Entonces el resultado Y es “pequeño” (1)

Esta manera de poner reglas se parece al pensamiento humano más que cualquier regla matemática explícita. Por consecuencia FLS se puede utilizar para modelar la conducta de un experto humano. Además, es muy eficaz pudiendo relacionar un rango de datos de salida con un rango de datos de entrada sin especificar un modelo matemático.

En la modelación del pensamiento del experto humano, las variables de entrada son primero especificadas por los subconjuntos borrosos como “grande” y entonces las reglas borrosas, similar a (1), se desarrollan en base al conocimiento de los expertos y experiencia investigativas. En el método FLS, se proporcionan conjuntos de datos entrada y salida correspondientes y el FLS aprende cómo transformar un conjunto de entradas al correspondiente conjunto de salida a través de un Mapa Asociativo Borroso. La relación lógica borrosa no tiene una manera rigurosa de desarrollo, en ella se pueden combinar reglas borrosas que permiten lograr muchas opciones de desarrollo.

Primero, las variables de la entrada y salida habrá que dividir las en varios subconjuntos con las funciones borrosas, triangulares simples. Hay generalmente, n^m reglas borrosas, donde n y m son los números de subconjuntos y variables de entrada respectivamente.

En el caso de dos entradas, X_1 y X_2 , con m subconjuntos cada uno, la regla básica toma la forma de salida Y_k ($k = 1, 2, \dots, m^2$). En el caso hayan dos variables de entrada, y hay X_1 con los subconjuntos borrosos “muy pequeño” y “pequeño”, y X_2 con los subconjuntos borrosos “medio” y “grande”, habrán cuatro reglas :

- R^1 : Si X_1 es muy pequeño y X_2 es medio entonces Y_1
- R^2 : Si X_1 es muy pequeño y X_2 es grande entonces Y_2
- R^3 : Si X_1 es pequeño y X_2 es medio entonces Y_3
- R^4 : Si X_1 es pequeño y X_2 es grande entonces Y_4

Por cada una de las reglas anteriores, se computará el grado de pertenencia en los subconjuntos X_1 y X_2 , y éstos se multiplicarán por el peso W_k a asignar al correspondiente dato de salida, Y_k . Entonces, el promedio pesado de los datos de salida por las cuatro reglas anteriores resulta:

$$y = \frac{\sum_{k=1}^n W_k Y_k}{\sum_{k=1}^n W_k}, \quad (2)$$

obteniendo así un único dato de salida.

Una vez fijada la regla base, pueden computarse valores de salida con la Eq. (2), para cualquier combinación de subconjuntos borrosos de variables de entrada.

En el desarrollo del procedimiento se computará el peso de cada regla, acumulando pesos y datos de salida por cada regla, y finalmente se computará el promedio pesado de los datos de salida, pesado por cada regla.

REFERENCIAS

- ACI Committee 440 Report. (2002). "Guide for the design and construction of externally bonded FRP systems for strengthening concrete structure." *ACI 440.2R-02*, Detroit.
- Al-Salloum Yousef A. (2007). "Influence of edge sharpness on the strength of square concrete columns confined with FRP composite laminates." *Composites: Part B* 38 (2007) 640–650.
- Campione, G., and Miraglia, N. (2003). "Strength and strain capacities of concrete compression members reinforced with FRP." *Cem. Concr. Compos.*, 25:31-41.
- Chaallal, O., Hassan, M., and Shahawy, M. (2003). "Confinement model for axially loaded short rectangular columns strengthened with fiber-reinforced polymer wrapping." *ACI Struct. J.*,100(2):215-221.
- Cusson, D., and Paultre, P. (1994). "Confinement model for high-strength concrete tied columns." *Report MS-93/02*, 54 pages, University of Sherbrooke, Canada.
- Cusson D. y Paultre P., (1995), "Stress-strain model for confined high strength concrete", *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol 121, No. 3, pp 468-477.
- Frangou, M., Pilakoutas, K., and Dritsos, S.E. (1995). "Structural repair/strengthening of RC columns." *Constr. and Building Mater.*, 9(5): 259-265.
- Harajli, M. H. (2006). "Axial stress-strain relationship for FRP confined circular and rectangular concrete columns." *Cem. Concr. Compos.*, 28(10), 938–948.
- ICBO. (1997). "Acceptance criteria for concrete and reinforced and unreinforced masonry strengthening using fiber-reinforced composite systems." *ICBO Evaluation Service*, Whittier, California.
- Ilki, A., Kumbasar, N., and Koc, V. (2004). "Low strength concrete members externally confined with FRP sheets." *Int. J. Struct. Eng. Mech.*, 18(2), 167–194.
- Ilki Alper, Peker Onder, Karamuk Emre, Demir Cem, Kumbasar Nahit (2008). "FRP Retrofit of Low and Medium Strength Circular and Rectangular Reinforced Concrete Columns." *Journal of Materials in Civil Engineering*, Vol. 20, No. 2, 169–188.
- Kumutha, R., Vaidyanathan, R., and Palanichamy, M. S. (2007). "Behaviour of reinforced concrete rectangular columns strengthened using GFRP." *Cem. Concr. Compos.*, 29(8), 609–615.
- Lam, L., and Teng, J. G. (2003). "Design-oriented stress-strain model for FRP-confined concrete." *Constr. Build. Mater.*, 17(6–7), 471–489.

- Lam, L., and Teng, J. (2003b). "Design-oriented stress-strain model for FRP-confined concrete in rectangular columns." *J. Reinf. Plast. Compos.*, 22(13), 1149–1186.
- Maalej, M., Tanwongsva, S., and Paramasivam, P. (2003). "Modeling of rectangular RC columns strengthened with FRP." *Cem. Concr. Res.*, 25, 263–276.
- Mirmiran A. y Shahawy M., (1997), "Behavior of concrete columns confined by fiber composites", *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 123, No.5, pp 583-590.
- Mander J. B., Priestley y Park R., (1988), "Theoretical stress-strain model for confined concrete", *ASCE Journal of the Structural Engineering*, Vol. 114, No. 8, August, pp 1804-1826.
- Restrepo, J.I., and Vio, B.D. (1996). "Enhancement of the axial load carrying capacity of reinforced concrete columns by means of fiber glass-epoxy jackets." *Proc., 2nd. Int. Conf. On Adv. Compos. Mater. in Brid. Struct.*, 547-554, the Canadian Society for Civil Engineering, Montreal, Quebec, Canada.
- Rocca, S., Galati, N., and Nanni, A. _2006_. "Experimental evaluation of FRP strengthening of large size reinforced concrete columns." Center for Infrastructure Engineering Studies (CIES), Rep. No. 06-63, Univ. of Missouri-Rolla, Rolla, Mo.
- Rochette, P. and Labossière, P., (2000). "Axial testing of rectangular column models confined with composites", *Journal of Composites for Construction* 4 (3) (Aug. 2000) 129-136.
- Saatcioglu, M., and Razvi, S. R. (1992). "Strength and ductility of confined concrete." *J. Struct. Eng.*, 118(6), 1590–1607.
- Shehata, I. A. E. M., Carneiro, L. A. V., and Shehata, L. C. D. (2002). "Strength of short concrete columns confined with CFRP sheets." *Mater. Struct.*, 35(245), 50–58.
- Spoelstra M. R. y Monti G., (1999), "FRP confined concrete model", *ASCE Journal of Composites in Construction*, Vol. 3, No. 3, August, pp 143-150.
- Tao Z., Yu Q., Zhong.Y.-Z. (2007). "Compressive behaviour of CFRP-confined rectangular concrete columns." *Magazine of Concrete Research*, 2008, 60, No. 10, 735–745.
- Teng J. G., Jiang T., Lam L. and Luo Y. Z. (2009), "Refinement of a Design-Oriented Stress-Strain Model for FRP-Confined Concrete" *Journal of Composites for Construction*, Vol. 13, No. 4, 269–278
- Toutanji, H. A. (1999). "Stress-strain characteristics of concrete columns externally confined with advanced fiber composite sheets." *ACI Mater. J.*, 96(3), 397–404.
- Toutanji H., M. Hana, Gilbert J., Matthys S (2009). "Behavior of Large-Scale Rectangular Columns Confined with FRP Composites" *Journal of Composites for Construction*, 2009 / 1943-5614

- Wang L. M., and Wu Y. F. (2008). "Effect of corner radius on the performance of CFRP-confined square concrete columns: Test." *Eng. Struct.*, 30(2), 493–505.
- Wang, Y.C., and Restrepo, J.I. (2001). "Investigation of Concentrically Loaded Reinforced Concrete Columns Confined with Glass Fiber-Reinforced Polymer Jackets." *ACI Struct. J.*, 98(3):377-385.
- Wang Yung-Chih , Hsu K. (2007). "Design of FRP-wrapped reinforced concrete columns for enhancing axial load carrying capacity." *Composite Structures* 82 (2008) 132–139
- Youssef, M. N., Feng, M. Q., and Mosallam, A. S. _2007_. "Stress-strain model for concrete confined by FRP composites." *Composites, Part B*, 38(5–6), 614–628.
- Xiao, Y., and Wu, H. (2003). "Compressive behavior of concrete confined by various types of FRP composite jackets." *J. Reinf. Plast. Compos.*, 22(13), 1187–1201.

