

## Análisis de un Proceso de Tratamiento de Efluentes para Producción de Metano

Salvador Carlos-Hernández<sup>a,\*</sup>, Edgar N. Sanchez<sup>b</sup>, Jean-François Bêteau<sup>c</sup>, Lordes Díaz Jiménez<sup>a</sup>

<sup>a</sup> *Cinvestav del IPN, Unidad Saltillo, Sustentabilidad de los Recursos Naturales y Energía, Av. Industria Metalúrgica 1062, 25900 Ramos Arizpe, Coahuila, México*

<sup>b</sup> *Cinvestav del IPN, Unidad Guadalajara, Control Automático, Av. del Bosque 1145, colonia el Bajío, Zapopan, 45019, Jalisco, México*

<sup>c</sup> *GIPSA lab, Automatic control department, Grenoble INP, BP 46, 38402, St Martin d'Hères, France*

### Resumen

En este trabajo se presenta un análisis dinámico de un reactor anaeróbico a escala laboratorio, el cual es empleado para la obtención de biogás a partir del tratamiento de aguas residuales. El reactor utiliza un volumen de reacción de 5 L y es operado en modo continuo con un flujo de entrada de  $0.5 \text{ L h}^{-1}$ . Utilizando análisis de polos y ceros, respuesta al escalón y retratos de fase, se estudian dos comportamientos hidrodinámicos de las poblaciones bacterianas: razón de dilución y filtro de biomasa; este análisis es realizado vía simulación. El objetivo principal es determinar el efecto de la inmovilización de bacterias en soportes sólidos, así como de variaciones de las condiciones de operación, sobre las propiedades del proceso: estabilidad, degradación de sustratos, producción de biogás y límites de las condiciones de operación. Con los resultados obtenidos se pretende establecer estrategias de control que permitan mejorar el desempeño de este tipo de procesos. *Copyright © 2014 CEA. Publicado por Elsevier España, S.L. Todos los derechos reservados.*

### Palabras Clave:

Reactor anaeróbico, biogás, tratamiento de aguas residuales, análisis dinámico, control de procesos.

### 1. Introducción

La situación ambiental actual exige disminuir la emisión de materiales residuales provenientes de las diversas actividades económicas. Bajo esta perspectiva, la revaloración de subproductos es una temática que cada vez adquiere mayor atención. En el caso de las aguas residuales, existe un interés creciente por mejorar las plantas de tratamiento, así como implementar sistemas de reuso y reciclaje. Además, se busca utilizar los subproductos, tales como los lodos y el biogás. Para ello, la integración de estrategias basadas en la teoría de control es de gran importancia. En este sentido, la digestión anaeróbica es un proceso biológico eficiente para tratar aguas residuales con alta carga orgánica (McCarty, 1964; Lettinga, 1995; Pind et al., 2003). Las moléculas complejas orgánicas son degradadas progresivamente hasta obtener una mezcla gaseosa (biogás) compuesta principalmente de metano y dióxido de carbono; esta mezcla puede ser empleada como una fuente renovable de energía. Una de las primeras aplicaciones registradas en el sector energético es de finales del siglo XIX en Exeter Inglaterra: el gas producido por una planta tratadora de aguas municipales se empleó en el alumbrado público (McCabe and Eckenfelder, 1957). Durante los primeros años y hasta mediados del siglo XX el tema de la producción de biogás fue abordado ampliamente, pero se abandonó debido a su alto costo y poca factibilidad (Tietjen, 1975). Con el desarrollo científico y tecnológico, la

digestión anaeróbica se consolidó como un método eficaz para tratar aguas residuales, pero desde el punto de vista energético no se presentaron avances significativos hasta la década de los ochenta del siglo XX. Actualmente, los procesos anaeróbicos son cada vez más considerados para la producción de energía (Gunaseelan, 1997; Chynoweth et al., 2001; Weiland, 2010; Giménez et al., 2012; Anjum et al., 2012; Zupancic et al., 2012; Molino et al., 2012; Singh et al., 2012).

Así, este tipo de procesos aportan beneficios en el sector ambiental y en el sector energético. Sin embargo, la digestión anaeróbica es un proceso complejo que involucra fenómenos de diversas naturalezas y es muy sensible a ciertos parámetros y a ciertas condiciones de operación, tales como el pH, la temperatura, las sobrecargas, etc. (Beteau, 1998; Mousa y Forster, 1999; Azeteiro et al., 2001). Por lo tanto, es necesario desarrollar estrategias que minimicen dicha sensibilidad y permitan aprovechar las ventajas del proceso. Por ejemplo, los reactores completamente agitados son de los más utilizados en el tratamiento anaeróbico de aguas residuales por vía anaeróbica; el principal problema de este tipo de reactores es que las bacterias (biomasa) activas salen continuamente del reactor por efecto de la extracción del agua tratada, lo que implica grandes tiempos de retención (Lyberatos y Skiadas, 1999) y la posibilidad del fenómeno de lavado (ausencia total de microorganismos activos) en el reactor. Una alternativa para solucionar esta problemática es inmovilizar las bacterias en un soporte sólido. Con esto, el comportamiento hidrodinámico se ve mejorado debido a que los microorganismos activos se fijan en el soporte incrementando su capacidad para degradar los componentes orgánicos (Liu et al.,

\* Autor en correspondencia.

Correos electrónicos: [salvador.carlos@cinvestav.edu.mx](mailto:salvador.carlos@cinvestav.edu.mx),

URL: [www.cinvestav.edu.mx/saltillo](http://www.cinvestav.edu.mx/saltillo) [www.larr.mx](http://www.larr.mx)

2002; Saravanan y Sreekrishnan, 2006). El principio de esta propiedad se describe a continuación: la adsorción física en diferentes soportes produce células inmovilizadas, las cuales se fijan en su soporte mediante fuerzas electrostáticas; la colonización de los soportes se produce después de la adsorción inicial conduciendo a la formación de una biopelícula alrededor de las partículas del soporte sólido. Los microorganismos son atrapados en la biopelícula dentro de una matriz de polímeros extracelulares segregados por ellos mismos. Debido a la presencia de ese polímero segregado, la biopelícula se fija más firmemente al sustrato que usando células adsorbidas. Como las células inmovilizadas son capaces de multiplicarse durante su metabolismo mientras se mantienen confinadas dentro de la estructura de inmovilización, se pueden esperar altas densidades en el cultivo de células; esto permite conseguir altas razones de reacción volumétrica. Además, existen mayores posibilidades para regenerar la actividad biocatalítica de estructuras de células inmovilizadas, así como de implementar la operación en continuo de los reactores con altas razones de dilución (mayor flujo de entrada-salida) con bajo riesgo de *lavado*. Finalmente, los sistemas con microorganismos inmovilizados permiten aumentar la cantidad de bacterias al interior del reactor aumentando la capacidad de degradación de materia orgánica. Existen diferentes materiales que se han utilizado como soportes sólidos de consorcios bacterianos en procesos anaeróbicos: zeolitas naturales, arenas, materiales sintéticos, materiales biológicos provenientes de plantas endémicas, entre otros (Liu et al., 2002; Saravanan y Sreekrishnan, 2006; Fernandez et al., 2007; Milán et al., 2001; Díaz-Jiménez y Herrera-Ramírez, 2008).

Para efectos del modelado y análisis de procesos anaeróbicos, se considera que la inmovilización de bacterias induce un comportamiento hidrodinámico de tipo filtro de biomasa, el cual será analizado en este trabajo. La diferencia primordial entre un reactor sin inmovilización de bacterias y uno con filtro de biomasa es que en el segundo, la cantidad de bacterias que salen del reactor por efecto de la extracción es mucho menor.

El objetivo principal de este trabajo es determinar el efecto de la inmovilización de bacterias en soportes sólidos sobre las propiedades del proceso, tales como estabilidad, degradación de sustratos y producción de biogás. También se evalúa la influencia de variaciones en las condiciones de operación (flujo de entrada, concentración de sustrato, pH) en el proceso anaeróbico. Así, la contribución del artículo es el estudio comparativo entre un modelo sin inmovilización de bacterias y uno que considera el uso de un soporte sólido. La relevancia radica en la combinación de técnicas de análisis para complementar los resultados: a) análisis de polos y ceros, cuya finalidad es determinar la estabilidad local del proceso ante variaciones en las condiciones de operación, b) respuesta al escalón del sistema no lineal para ambos casos, la idea es establecer el efecto sobre la producción de metano, y c) análisis de retratos de fases para identificar los puntos de equilibrio y las regiones de atracción de ambos modelos. Un aspecto importante es que para la elaboración del análisis se emplean datos experimentales de un reactor de laboratorio con volumen de reacción de 5 L y flujo de entrada de 0.5 L h<sup>-1</sup>.

## 2. Proceso de digestión anaeróbica

### 2.1. Descripción

La digestión anaeróbica es realizada por varias poblaciones bacterianas que viven en ausencia de oxígeno y se lleva a cabo en

cuatro etapas sucesivas. En la primera etapa, llamada hidrólisis, los sustratos orgánicos complejos son degradados en monómeros solubles. En la segunda etapa, conocida como acidogénesis, los monómeros solubles se transforman en ácidos orgánicos, alcoholes, dióxido de carbono e hidrógeno. Estas dos etapas son comúnmente agrupadas para efectos de modelación matemática debido a su dinámica y al tipo de bacterias que están involucradas. En la acetogénesis, los ácidos orgánicos se transforman en ácido acético, hidrógeno y dióxido de carbono. Finalmente, en la metanogénesis, el metano es producido por dos vías: la primera a partir de la degradación de ácido acético y la segunda, a través de la reacción entre el dióxido de carbono y el hidrógeno producido en las etapas previas. La metanogénesis es la etapa más lenta y determina la dinámica global del proceso; así mismo, es la más sensible a los cambios en las condiciones de operación. Por lo tanto, es considerada como la etapa limitante y la más interesante desde el punto de vista del control automático (Beteau et al., 2005; Griffin et al., 1998; Rozzi, 1985). Además, como el metano es producido en la última etapa, también es la más importante desde la perspectiva de generación de energía alternativa. Así, el interés principal de este trabajo está en la etapa de la metanogénesis.

### 2.2. Modelo matemático

Desde el punto de vista del control automático, los modelos matemáticos son una herramienta muy importante para analizar las propiedades de un sistema (estabilidad, condiciones de operación, controlabilidad, etc.), así como para predecir el comportamiento del proceso mediante simulaciones numéricas y diseñar e implementar estrategias de control. En el caso de la digestión anaeróbica, el modelo matemático debe considerar los fenómenos esenciales (biológicos, hidrodinámicos, fisicoquímicos) y las principales variables (biomasa, sustratos, carbono inorgánico, cationes) del proceso para garantizar una representación confiable. En la literatura especializada se reportan muchos trabajos enfocados a la modelación de la digestión anaeróbica (Hussain, 1998; Lyberatos and Skiadas, 1999). La Asociación Internacional del Agua ha propuesto el ADM1 (Modelo de la digestión anaeróbica No. 1) (Batstone et al., 2002), el cual considera 26 variables dinámicas, 8 variables algebraicas y 3 componentes gaseosos en la salida. Se trata de un modelo muy completo, sin embargo, es muy complejo para los propósitos del análisis presentado en este artículo; por lo que se utilizará un modelo con menos variables pero que representan los fenómenos de interés para el estudio del efecto del soporte bacteriano sobre las propiedades del proceso y sobre la producción de biogás: dos poblaciones bacterianas, dos componentes del sustrato, carbono inorgánico y cationes. Cabe señalar que existen reportes de trabajos que contemplan únicamente dos poblaciones bacterianas como base de la representación matemática de procesos anaeróbicos (Cougnon, Dochain, Guay y Perrier, 2011; Hess y Bernard, 2008); Moletta, Verrier y Albagnac, 1985; Petre, Selisteanu y Sendrescu, 2013); Sbarciog, Donoso-Bravo, y Vande Wouwer, 2011); lo cual implica que la validez de este tipo de modelos simplificados está comprobada.

En general, los modelos matemáticos de la digestión anaeróbica se conforman por ecuaciones algebraicas y diferenciales para representar los principales fenómenos fisicoquímicos, biológicos e hidrodinámicos que ocurren en el proceso. La estructura de tales modelos es como se muestra en las ecuaciones (1-3):

$$\begin{aligned}
 0 &= g(x_a, x_d) \\
 \dot{x}_d &= f(x_a, x_d, u) \\
 y &= h(x_a, x_d)
 \end{aligned}
 \tag{1-3}$$

donde  $x_a$  representa las variables algebraicas: acetato, forma no ionizada del ácido acético, bicarbonato y dióxido de carbono disuelto;  $x_d$  representa las variables dinámicas: poblaciones bacterianas, sustratos, carbono inorgánico y cationes;  $u$  son las entradas, las cuales son las variables manipulables y pueden emplearse como variables de control: razón de dilución, sustrato de entrada, carbono inorgánico de entrada;  $y$  representa las salidas, las cuales son variables del proceso que se pueden medir: componentes del biogás; mientras que  $g, f$  y  $h$  son funciones que relacionan a las variables respectivas.

En el presente trabajo se considera como caso de estudio un reactor completamente agitado con operación en modo continuo (Figura 1).

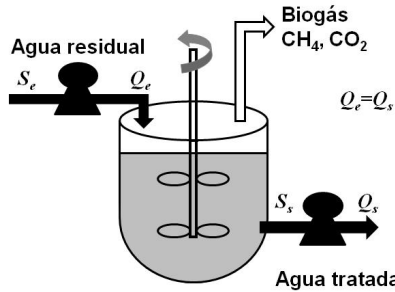


Figura 1: Configuración del reactor anaeróbico.

donde  $S$  representa al sustrato,  $Q$  al flujo de agua residual,  $X$  a las bacterias, el subíndice  $e$  indica entrada y  $s$  salida. El fenómeno hidrodinámico correspondiente es la razón de dilución, la cual se define como el cociente entre el flujo de entrada y el volumen de reacción ( $D = Q_e/V$ ).

Para facilitar la deducción del modelo matemático se consideran dos grupos de bacterias y dos componentes del sustrato, como se muestra en el esquema funcional presentando en la Figura 2.

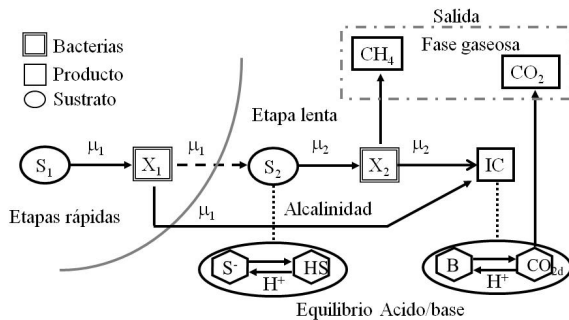


Figura 2: Esquema funcional del proceso de digestión anaeróbica.

Las moléculas rápidamente degradables (equivalente glucosa,  $S_1$ ) son consumidas por las bacterias de dinámica rápida  $X_1$ , las cuales crecen a una razón específica  $\mu_1$  y producen moléculas lentamente degradables (equivalente acetato,  $S_2$ ); estas moléculas son transformadas por las bacterias de dinámica lenta  $X_2$ , cuya razón de crecimiento está representada por  $\mu_2$ , dando como resultado metano y dióxido de carbono. Adicionalmente, en ambas etapas se produce carbono inorgánico, el cual tiene un papel importante en la alcalinidad del proceso. En el esquema, se

han agrupado las etapas rápidas a la izquierda de la línea curva y a la derecha se ubica la etapa lenta. Por otro lado, se representa la conservación de materiales y el equilibrio ácido-base (elementos al final de las líneas punteadas) donde se incluye la influencia del  $pH$  mediante el ión hidrógeno  $H^+$ ; el acetato,  $S$ , y el ácido acético no ionizado,  $HS$ , deben mantener el equilibrio para  $S_2$ ; mientras que el bicarbonato,  $B$ , y el dióxido de carbono disuelto  $CO_{2d}$  se asocian al carbono inorgánico, el cual es considerado como un ácido débil.

Así, en el modelo matemático los fenómenos fisicoquímicos, se expresan mediante relaciones algebraicas como se muestra en el sistema de ecuaciones (4-8).

$$\begin{aligned}
 HS + S^- - S_2 &= 0 \\
 H^+ S^- - K_a HS &= 0 \\
 B + CO_{2d} - IC &= 0 \\
 H^+ B - K_b CO_{2d} &= 0 \\
 B + S^- - Z &= 0
 \end{aligned}
 \tag{4-8}$$

A partir del equilibrio entre el acetato y la forma no ionizada del ácido acético se deducen dos ecuaciones algebraicas, la primera para la conservación de la materia y la segunda para el equilibrio ácido-base donde se emplea la constante  $K_a$ . Otra ecuación algebraica es formulada para representar la conservación de materia entre el bicarbonato, el dióxido de carbono disuelto y el carbono inorgánico; también se plantea una ecuación para representar el equilibrio entre estos elementos, para lo que se utiliza la constante  $K_b$ . La quinta ecuación algebraica modela la electroneutralidad en el reactor, donde se incluye una variable adicional  $Z$  para representar a los cationes.

Por otro lado, para representar los fenómenos biológicos, la dinámica de la electroneutralidad y los fenómenos hidrodinámicos se utilizan las seis ecuaciones diferenciales ordinarias que se muestran a continuación:

$$\begin{aligned}
 \frac{dX_1}{dt} &= (\mu_1 - D)X_1 \\
 \frac{dS_1}{dt} &= -R_6\mu_1 X_1 + D(S_{1in} - S_1) \\
 \frac{dX_2}{dt} &= (\mu_2 - D)X_2 \\
 \frac{dS_2}{dt} &= -R_3\mu_2 X_2 + R_4\mu_1 X_1 + D(S_{2in} - S_2) \\
 \frac{dIC}{dt} &= R_2R_3\mu_2 X_2 + R_5\mu_1 X_1 - \lambda R_1R_3\mu_2 X_2 + D(IC_{in} - IC) \\
 \frac{dZ}{dt} &= D(Z_{in} - Z)
 \end{aligned}
 \tag{9-14}$$

con:

$$\mu_1 = \frac{\mu_{1max} S_1}{K_{s1} + S_1 + \frac{S_1 HS}{K_{i1}}}, \quad \mu_2 = \frac{\mu_{2max} HS}{K_{s2} + HS + \frac{HS^2}{K_{i2}}}$$

$$\lambda = \frac{PCO_{2d}}{P_i - PCO_{2d}}, \quad PCO_{2d} = \frac{CO_{2d}}{K_h}$$

donde  $R_1 \dots R_6$  son coeficientes de rendimiento; las razones de crecimiento bacteriano  $\mu_1$  y  $\mu_2$  se consideran de tipo Haldane con la finalidad de incluir directamente el efecto del  $pH$ ,  $\mu_{1max}$  y  $\mu_{2max}$  son las razones máximas de crecimiento de  $X_1$  y  $X_2$  respectivamente;  $K_{s1}$  es la constante de disociación de  $S_1$  y el carbono inorgánico,  $K_{i1}$  es la constante de inhibición en la etapa rápida;  $K_{s2}$  es la constante de disociación de  $S_2$  y otros ácidos,  $K_{i2}$  es la constante de inhibición en la etapa lenta. El término  $\lambda$  es un

coeficiente que interviene en la representación de la producción de dióxido de carbono gaseoso a partir de dióxido de carbono disuelto;  $P_{CO2d}$  es la presión parcial del dióxido de carbono disuelto,  $P_t$  la presión atmosférica y  $K_h$  es una constante equivalente a la constante de Henry.

Como puede apreciarse, el planteamiento de tales ecuaciones se basa en la conservación de materiales al interior del reactor. Las bacterias de las etapas rápidas  $X_1$  crecen a una razón específica determinada por  $\mu_1$ , lo que les permite degradar el sustrato *equivalente glucosa*  $S_1$  a un rendimiento proporcional a la razón de crecimiento establecido por  $R_6$ . Los fenómenos de transporte son determinados por el efecto de inyección y extracción del medio de reacción, lo cual induce fenómenos de dilución representados por  $D$ ; esto implica que existe un sustrato de entrada  $S_1$ , así como una salida tanto de bacterias como de sustrato. Todo lo anterior está representado por las primeras dos ecuaciones diferenciales. Algo similar sucede con la etapa lenta: las bacterias  $X_2$  crecen a una razón  $\mu_2$ , degradando el sustrato producido en las etapas lentas y la fracción *equivalente acetato* del sustrato de entrada. La inyección y extracción del medio es determinada por la razón de dilución  $D$ ; esto implica que existe un sustrato de entrada  $S_2$ , así como una salida tanto de bacterias como de sustrato; de esta forma se plantean la tercera y cuarta ecuaciones diferenciales. Adicionalmente, la quinta ecuación diferencial expresa la producción de carbono inorgánico que se obtiene como consecuencia de las reacciones biológicas; para la representación de esta dinámica se considera i) el aporte de cada etapa a la formación del carbono inorgánico, ii) la fracción gaseosa que se encuentra por encima de la parte alta del medio de reacción y, iii) el contenido de este componente en el medio de entrada. Por último, se hace la suposición que los cationes son biológicamente inertes y que su dinámica depende de los cationes contenidos en el sustrato de entrada, esto se modela con la sexta ecuación diferencial.

Finalmente, la fase gaseosa es considerada como la salida del sistema. En este caso, los componentes que se toman en cuenta son metano y dióxido de carbono, ya que se han considerado como los componentes mayoritarios del biogás (Ecs. 15-16).

$$Q_{CH_4} = R_1 R_2 \mu_2 X_2 \quad (15-16)$$

$$Q_{CO_2} = \lambda R_3 R_2 \mu_2 X_2$$

Es conveniente remarcar que las ecuaciones algebraicas representan fenómenos fisicoquímicos, los cuales se llevan a cabo de manera rápida; por lo tanto, se puede considerar al sistema de ecuaciones algebraico-diferencial como un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias con restricciones. No obstante, es de gran importancia mantener al sistema de ecuaciones algebraicas en el modelo completo con la finalidad de incluir el efecto del  $pH$  sobre las poblaciones bacterianas y los sustratos, así como del dióxido de carbono disuelto sobre el carbono inorgánico. Como puede observarse, las razones de crecimiento bacteriano involucran la inhibición por acumulación de  $HS$ , lo cual implica una dependencia de  $H^+$  que se relaciona directamente con el  $pH$ ; esto representa una de las principales interacciones entre las ecuaciones algebraicas y las diferenciales. Otra de estas interacciones corresponde al comportamiento del dióxido de carbono disuelto y su efecto en la producción de carbono inorgánico a través del coeficiente  $\lambda$ , el cual se relaciona con la ley de presiones parciales. Por otro lado, aunque se considera que los cationes son biológicamente inertes, es necesario representar la cantidad de éstos en el medio de reacción, lo cual se consigue

con la quinta ecuación algebraica y se refleja en el estado inicial de la sexta ecuación diferencial.

En la Tabla I se presentan los valores utilizados para el presente análisis, los cuales fueron obtenidos a partir de una identificación de parámetros. Los datos de salida de los experimentos se comparan con los resultados de la simulación del modelo matemático bajo las mismas condiciones de operación. El error de salida se utiliza para definir un criterio  $J(\theta) = \sqrt{(y_{mes} - y_{sim})^2 / y_{mes}^2}$ , donde  $\theta$  es el vector de parámetros a identificar,  $y_{mes}$  y  $y_{sim}$  es la salida medida y simulada, respectivamente; posteriormente se aplica un algoritmo de optimización para encontrar el valor de  $\theta$  que minimiza  $J(\theta)$ . El error relativo obtenido en la validación del modelo fue 0.022, lo que equivale a un error porcentual de 2.2 %.

Tabla 1: Parámetros del modelo matemático

Parámetro	Valor	Unidad
$IC_e$	0.548	mol L <sup>-1</sup>
$K_a$	$1.7 \times 10^{-5}$	mol
$K_b$	$1.7 \times 10^{-7}$	mol
$K_h$	0.065	mol atm <sup>-1</sup>
$K_{i1}$	$3.33 \times 10^{-4}$	mol L <sup>-1</sup>
$K_{i2}$	$8.22 \times 10^{-4}$	mol L <sup>-1</sup>
$K_{s1}$	0.26	mol L <sup>-1</sup>
$K_{s2}$	$2.18 \times 10^{-4}$	mol L <sup>-1</sup>
$P_t$	1	atm
$R_1$	1	mol mol <sup>-1</sup>
$R_2$	1	mol mol <sup>-1</sup>
$R_3$	350	mol UA <sup>-1</sup>
$R_4$	0.0663	mol mol <sup>-1</sup>
$R_5$	0.0005	mol mol <sup>-1</sup>
$R_6$	5	mol mol <sup>-1</sup>
$S_{1e}$	10	mol L <sup>-1</sup>
$S_{2e}$	0.055	mol L <sup>-1</sup>
$Z_e$	0.548	mol L <sup>-1</sup>
$\mu_{1max}$	0.0625	h <sup>-1</sup>
$\mu_{2max}$	0.017	h <sup>-1</sup>

Por otro lado, el comportamiento hidrodinámico se relaciona directamente con la estructura del reactor, el modo de operación y los fenómenos de transporte. Para el caso de este estudio, se considera un reactor completamente agitado en modo continuo con bacterias libres e inmovilizadas. En la siguiente sección se analizan ambos comportamientos.

Finalmente, es importante señalar que el modelo de Haldane, empleado para representar la razón de crecimiento de ambos grupos bacterianos, permite incluir fenómenos que inducen multiplicidad de estados estacionarios; tales como la inhibición por acumulación de producto. En el presente trabajo se identificó un estado estacionario múltiple imaginario sin sentido físico, por lo que únicamente se utilizó el estado real con sentido físico. No obstante, es importante realizar el análisis de multiplicidad para asegurar un buen funcionamiento del proceso.

### 3. Análisis dinámico

#### 3.1. Metodología

En esta sección se describe la metodología aplicada para el análisis. Para los dos comportamientos hidrodinámicos considerados (razón de dilución y filtro de biomasa), se aplican

tres técnicas de análisis, lo que permite complementar el alcance de cada una de ellas: i) Análisis de polos y ceros, ii) Respuesta al escalón del sistema no lineal y iii) Análisis de retratos de fases.

**i). Análisis de polos y ceros.** La finalidad de esta técnica es determinar la estabilidad local del proceso considerando diferentes condiciones de operación. Como primer paso, el modelo no lineal (9-14) se linealiza alrededor de un punto de equilibrio de referencia; en este caso, dicho punto se calcula considerando  $pH=7$  ( $IC_e=0.548 \text{ mol L}^{-1}$ ),  $D=0.1 \text{ L h}^{-1}$  y  $S_{2e}=0.055 \text{ mol L}^{-1}$  debido a que se trata de condiciones iniciales típicas para el reactor utilizado. Al obtener las matrices jacobianas del modelo matemático, el proceso de digestión anaeróbica se expresa con una representación en el espacio de estados:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Fx + Gu \\ y &= Hx \end{aligned} \quad (17-18)$$

donde  $F \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  es la matriz de estados,  $G \in \mathbb{R}^{6 \times 3}$  es el vector de estados y  $H \in \mathbb{R}^{2 \times 6}$  es el vector de salidas,  $x$  es el vector de estados:  $x=[X_1 S_1 X_2 S_2 IC Z]^T$ ,  $u$  es el vector de entradas:  $u=[D S_{2in} IC_{in}]^T$  e  $y$  es el vector de salidas:  $y=[CH_4 CO_2]^T$ .

El segundo paso consiste en linealizar el modelo (9-14) alrededor de otros puntos de operación, los cuales son obtenidos considerando variaciones en las entradas del proceso respecto a los valores de referencia. La finalidad es establecer el efecto de tales variaciones sobre la estabilidad local en diferentes puntos de equilibrio mediante el análisis de la ubicación de polos y ceros. El rango de aplicabilidad considerado para esta técnica se encuentra en el intervalo de hasta  $\pm 50\%$  de los valores de referencia de las variables de entrada.

**ii). Respuesta al escalón del sistema no lineal.** Esta técnica se aplica para verificar el comportamiento del modelo no lineal ante escalones en el sustrato de entrada como perturbaciones; la idea es establecer el efecto del aumento de sustrato de entrada sobre la producción de metano, también se busca determinar la cantidad máxima excedente de sustrato que las bacterias pueden degradar. La amplitud del escalón es normalizada de la siguiente manera: la notación  $A_2=1$  representa una perturbación del 100% del valor inicial del sustrato de entrada. Todas las perturbaciones inician en un tiempo  $t=24\text{h}$  para asegurar las condiciones de estado estacionario en el inicio de las simulaciones; es decir, que exista en el reactor la cantidad de microorganismos suficiente para tratar el sustrato de entrada y producir la cantidad correspondiente de metano. En términos prácticos, estas condiciones se alcanzan mediante la realización de un experimento en modo por lotes; una vez que se consigue el estado estacionario, se activa la alimentación de sustrato en la entrada así como la extracción del medio tratado. En principio, la técnica es válida para todo el intervalo de operación del proceso debido a que no es necesario linealizar el modelo para evaluar el comportamiento del proceso; adicionalmente, es posible evaluar perturbaciones en otras entradas.

**iii). Análisis de retratos de fases.** Este análisis se efectúa para obtener mayor información relacionada con la estabilidad del proceso y conocer el comportamiento del modelo no lineal ante variaciones en las entradas. El análisis de polos y ceros permite determinar la estabilidad alrededor de un punto de equilibrio; aunque se puede ampliar el análisis en diferentes puntos, la conclusión es siempre relacionada con la estabilidad local. Para tener mayor certidumbre sobre la estabilidad global es necesario emplear otras técnicas. En este sentido, el método de retratos de fase (Slotine and Li, 1991) consiste en calcular y dibujar en un plano de fase, la trayectoria de un sistema considerando diferentes

condiciones iniciales. A partir de estas trayectorias es posible realizar un análisis cualitativo para obtener información relacionada con la estabilidad, así como predecir trayectorias futuras del proceso. El retrato de fase puede aplicarse a sistemas de dos variables. En el caso del proceso estudiado en este trabajo, el modelo descrito por las ecuaciones diferenciales (9-14) se reduce mediante el método de perturbaciones singulares para separar las dinámicas lentas de las rápidas. Como la etapa lenta es la más importante para el desarrollo del proceso debido a su dinámica limitante, así como a la posibilidad de obtener biogás con potencial energético, sólo las dinámicas de la metanogénesis son consideradas para este análisis, es decir, el sustrato equivalente acetato ( $S_2$ ) y las bacterias metanogénicas ( $X_2$ ).

### 3.2. Comportamiento hidrodinámico razón de dilución

La Tabla 2 contiene los polos y ceros del modelo linealizado considerando variaciones positivas y negativas respecto al valor en equilibrio de la razón de dilución y del sustrato de entrada. Los datos correspondientes al carbono inorgánico no se han incluido debido a que tiene un efecto similar al del sustrato de entrada. En la tabla,  $D_0$  y  $S_{2e0}$  representan los valores al equilibrio;  $-\Delta D_0$  y  $-\Delta S_{2e0}$  corresponden a variaciones de  $-50\%$  del valor al equilibrio; asimismo,  $+\Delta D_0$  y  $+\Delta S_{2e0}$  indican una variación de  $+50\%$  respecto al equilibrio. Todos los polos se ubican en la zona de estabilidad; se aprecia una modificación del valor de los polos conforme aumenta el valor de cada variable, también se observa una transformación de polos reales a polos complejos conjugados en el caso de la razón de dilución; así mismo, se deduce la cancelación de dinámicas lentas por la presencia de ceros de transferencia en todos los casos. Para complementar el análisis del efecto de las variaciones en las entradas sobre la estabilidad, se incluye la representación gráfica de los polos y ceros.

Tabla 2: Polos y ceros del modelo linealizado

Polos, ceros	Con variación de D			Con variación de $S_{2e}$		
	$-\Delta D_0$	$D_0$	$+\Delta D_0$	$-\Delta S_{2e0}$	$S_{2e0}$	$+\Delta S_{2e0}$
P1	-4.11	-9.2±	-20±	-9.2±	-9.54	-9.8±
P2	-1.53	2.5i	8.7i	2.2i	±2.5i	2.9i
P3	-0.15	-0.484	-0.798	-0.455	-0.484	-0.513
P4	-0.05	-0.100	-0.150	-0.100	-0.100	-0.100
P5	-0.05	-0.100	-0.150	-0.100	-0.100	-0.100
P6	-0.05	-0.100	-0.150	-0.100	-0.100	-0.100
C1	-0.05	-0.100	-0.150	-0.100	-0.100	-0.100
C2	-0.05	-0.100	-0.150	-0.100	-0.100	-0.100

En la Figura 3 se presenta el mapa de polos y ceros cuando se consideran variaciones en la razón de dilución. En la gráfica, los polos se representan con una cruz y los ceros con un círculo. Se observa que todos los polos tienen parte real negativa por lo que se encuentran en la zona estable. Con valores pequeños de la razón de dilución se obtienen 6 polos reales (tres ubicados en la misma posición) y dos ceros de transferencia. Los polos 1 y 2 corresponden a los componentes del sustrato  $S_1$  y  $S_2$ , el polo 3 se asocia al carbono inorgánico  $IC$ , mientras que los tres polos idénticos se asocian a la dinámica de las poblaciones bacterianas  $X_1$  y  $X_2$ , así como a los cationes  $Z$ . El aumento en el flujo de entrada desplaza todos los polos hacia la izquierda, manteniendo el polo triple que coincide siempre con el valor de la razón de dilución e induciendo la transformación de dos polos reales (polos

1 y 2) en polos complejos conjugados. También, la razón de dilución induce dos ceros de transferencia, siempre en la misma posición que el polo triple; por lo que dos de las dinámicas más lentas se cancelan, acelerando la respuesta global del sistema pero induciendo un comportamiento oscilatorio.

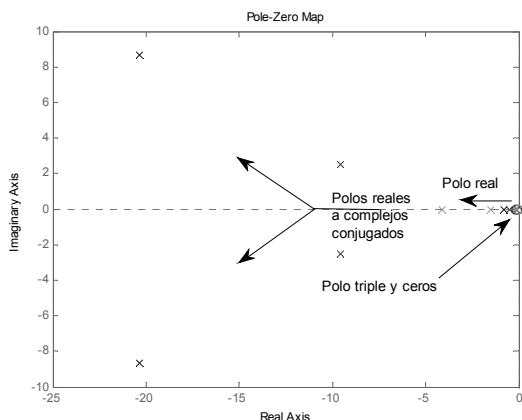


Figura 3: Efecto de la razón de dilución sobre la ubicación de polos y ceros.

En la Figura 4 se muestra la ubicación de los polos y ceros en función del sustrato de entrada.

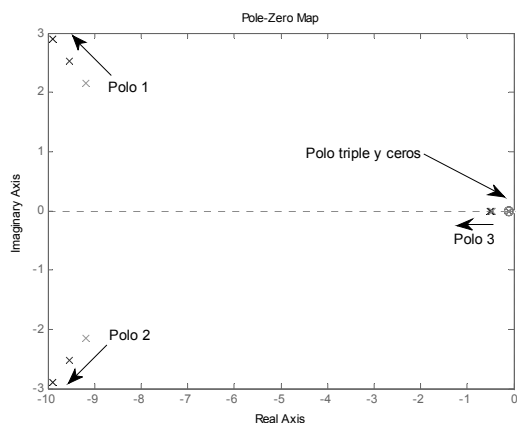


Figura 4: Efecto del sustrato de entrada sobre la ubicación de polos y ceros.

Todos los polos se encuentran en la zona estable. Existen 2 polos complejos conjugados, cuatro polos reales y dos ceros de transferencia. Las variaciones del sustrato de entrada provocan un desplazamiento de los polos complejos conjugados hacia la izquierda y alejándolos del eje real, por lo que se espera un comportamiento oscilatorio de las variables asociadas; el polo real también se desplaza hacia la izquierda con el aumento del sustrato de entrada, mientras que el polo triple es constante y coincide con el valor de la razón de dilución. Los ceros de transferencia son también constantes y se sitúan en la misma posición que el polo triple, ya que son inducidos por el comportamiento hidrodinámico.

Se elaboró también un análisis del efecto del carbono inorgánico sobre la ubicación de los polos y ceros obteniendo resultados cualitativamente similares a los del sustrato de entrada. También es importante señalar que el análisis local se efectuó para diversos puntos de operación (diferentes valores iniciales de

$IC_e$ ,  $D$  y  $S_{2e}$ ), encontrando resultados similares, por lo que se concluye que el sistema es localmente estable en un intervalo de operación considerable.

Por otro lado, en la Figura 5 se muestra la respuesta al escalón del proceso considerando dos amplitudes de perturbación, la primera de ellas de  $A_2=1.6$  y la segunda de  $A_2=2$ . La primera perturbación es considerada pequeña, por lo que las condiciones de operación son adecuadas para el crecimiento de las bacterias, la degradación del sustrato y la producción de metano. Cuando la perturbación se presenta el sustrato aumenta, lo que implica que las bacterias crecen hasta llegar a un nuevo punto de equilibrio a  $t=75h$  aproximadamente. En este punto, la cantidad de bacterias es mayor que en el punto inicial siendo suficientes para degradar el excedente de sustrato, por lo que el punto de equilibrio de éste es el mismo que el original. En situaciones prácticas, este valor debe estar de acuerdo con las reglamentaciones ambientales vigentes, ya que se relaciona directamente con la calidad del agua tratada.

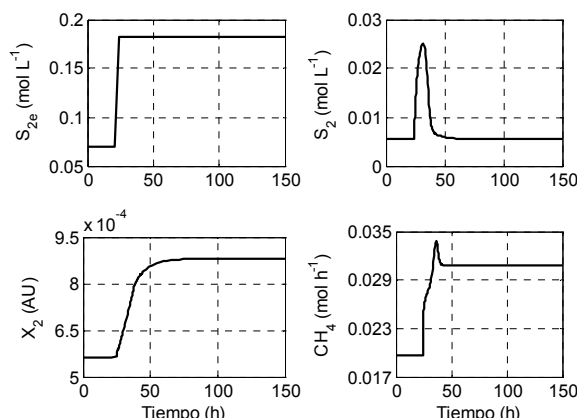


Figura 5(a): Perturbación en sustrato de entrada de amplitud  $A_2=1.6$ .

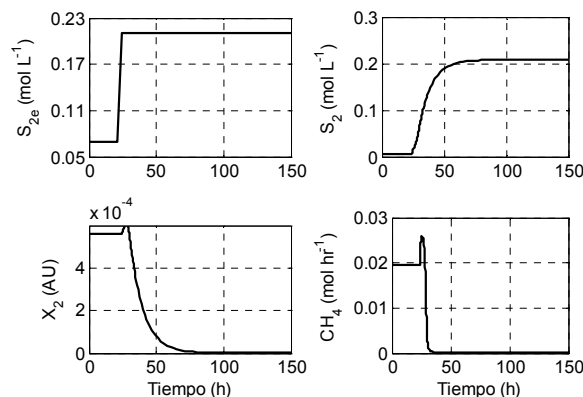


Figura 5 (b) Perturbación en sustrato de entrada de amplitud  $A_2=2$ .

Para el caso de la segunda perturbación (Figura 5(b)), el sustrato se incrementa por el aumento en el sustrato de entrada, la biomasa crece pero el excedente de sustrato resulta demasiado grande provocando en primera instancia una inhibición en el crecimiento y posteriormente causando la muerte de los microorganismos. En consecuencia, el sustrato no puede ser degradado, no hay producción de metano y el proceso es bloqueado. Este fenómeno es conocido como el punto de lavado. El estudio de simulación sugiere, entonces, que para obtener una

producción continua de biogás es necesario garantizar un excedente de sustrato menor al 200% de su valor inicial. Es decir, el flujo de entrada debe permanecer en valores bajos de tal manera que se asegure una razón de dilución adecuada.

Finalmente, el modelo (9-14) se reduce para poder efectuar el retrato de fase. Al aplicar el método de perturbaciones singulares se obtiene que las dinámicas rápidas son despreciadas, pero los fenómenos asociados a ellas están aún presentes, por lo que algunos términos relacionados con tales dinámicas son incluidas en las expresiones de las dinámicas lentas, como se muestra en las ecuaciones siguientes:

$$\frac{dX_2}{dt} = (\mu_2 - D)X_2 \quad (19-20)$$

$$\frac{dS_2}{dt} = -R_3\mu_2X_2 + \frac{R_4}{R_6}D(S_{1in} - S_{1eq}) + D(S_{2in} - S_2)$$

Una vez reducido el modelo, se evalúa el efecto de los cambios en las condiciones iniciales sobre las trayectorias del sistema. La Figura 6 muestra un retrato de fase obtenido de este modelo reducido. Para construirlo, se consideraron diferentes condiciones iniciales, así como una perturbación en el sustrato de entrada de magnitud  $A_2=1$ .

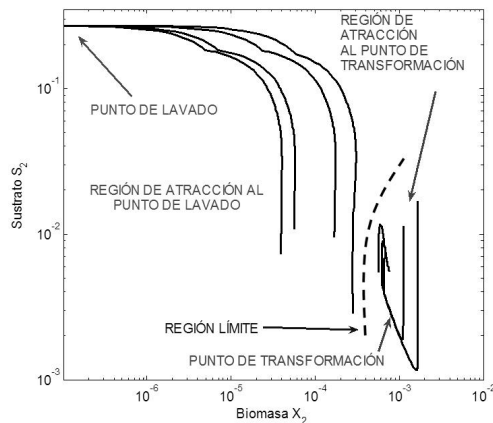


Figura 6. Retrato de fase de la digestión anaeróbica con comportamiento hidrodinámico razón de dilución.

En la gráfica puede observarse que las trayectorias dependen de las condiciones iniciales y se distinguen claramente dos regiones de operación las cuales son asociadas a dos puntos de equilibrio: *transformación* y *lavado*. En la región de la derecha, las trayectorias inician en un punto donde se observa una alta cantidad de sustrato y también una concentración considerable de bacterias; a medida que el sustrato es transformado, las trayectorias convergen a un punto donde las bacterias han conseguido su crecimiento óptimo; como resultado de esto, el sustrato ha sido degradado alcanzando en valor de estado estacionario. La región donde las condiciones iniciales conducen al proceso a un estado con bacterias suficientes para degradar el sustrato es conocida como *región de atracción al punto de transformación*; esta región y este punto son las condiciones deseadas para la operación del proceso.

Por otro lado, las trayectorias de la región izquierda convergen a un punto donde los microorganismos han desaparecido del reactor, por lo que el sustrato no ha sido degradado y ha alcanzado un valor máximo; este punto es conocido como punto de lavado y la región donde las condiciones iniciales conducen al proceso a estas condiciones es conocida como *región de*

*atracción al punto de lavado*. Se trata de una región no deseada para la operación del proceso. Adicionalmente, la zona que separa ambas regiones de atracción es conocida como *región límite*.

Es importante señalar que ambos puntos son estables; como puede observarse en el retrato de fase, las trayectorias no se mueven una vez que convergen al punto de equilibrio. No obstante, es importante contar con mecanismos de detección de la región límite, de tal manera que sea posible identificar las condiciones de operación y el momento en que las trayectorias del sistema tienden a la región de atracción del punto de lavado. Además, es conveniente establecer estrategias para mantener operando al proceso en la región de transformación y evitar la región de lavado.

### 3.3. Comportamiento hidrodinámico filtro de biomasa

En el modelo del proceso de digestión anaeróbica descrito previamente, la concentración de la biomasa al interior del reactor es determinada por la razón de crecimiento menos la razón de dilución. Esto implica que la extracción del medio de reacción causa que una cantidad de microorganismos salgan del reactor. Grandes valores de la razón de dilución provocan una disminución considerable de bacterias activas al interior del reactor y por lo tanto, la eficiencia de la transformación, así como la producción de metano también disminuye. Para minimizar los efectos de esta situación, se recomienda inmovilizar las bacterias en soportes sólidos, lo que induce un comportamiento de filtro de biomasa (Beteau et al., 2005). De esta manera, las bacterias activas se mantienen fijas en el soporte y las bacterias inactivas caen del soporte y son aquellas que salen por efecto de la extracción (Liu et al., 2002). Esto asegura una mayor concentración de biomasa en el medio de reacción, como se ha explicado en la sección 1. Esta situación se representa mediante la razón de mortalidad ( $k_d$ ) de las bacterias y se ve reflejado en las ecuaciones de la biomasa en ambas etapas del proceso:

$$\frac{dX_1}{dt} = (\mu_1 - k_{d1})X_1 \quad (21-22)$$

$$\frac{dX_2}{dt} = (\mu_2 - k_{d2})X_2$$

La literatura especializada reporta  $k_d=0.05*\mu_{max}$  (Angelidaki et al., 99; Moletta et al., 1984). Para este trabajo se ha considerado un valor mayor de manera que exista un margen de seguridad para considerar errores de modelación:  $k_{d1}=k_{d2}=0.0083$ .

Para visualizar los efectos de la inmovilización de las bacterias en soportes sólidos se realiza, en primer lugar un análisis de polos y ceros para el sistema linealizado alrededor de un punto de operación; se consideran las mismas condiciones que para el comportamiento hidrodinámico de la razón de dilución:  $D=0.1$  y  $pH=7$ , así como variaciones en las entradas del proceso. La estructura del modelo lineal es idéntica que la mostrada en las ecuaciones (17-18). En la Tabla 3 se incluyen los polos y ceros del sistema obtenidos a partir de las variaciones positivas y negativas de las variables de entrada consideradas para el análisis (razón de dilución y sustrato de entrada).

Como en el caso anterior,  $D_0$  y  $S_{2e0}$  son los valores al equilibrio;  $-AD_0$  y  $-AS_{2e0}$  implican variaciones de -50% del valor al equilibrio, mientras que  $+AD_0$  y  $+AS_{2e0}$  corresponden +50% del valor al equilibrio. Los polos se ubican en la zona estable; se observa un desplazamiento de los polos en función de las variaciones de las variables de entrada; a diferencia del modelo anterior, no se inducen polos complejos conjugados y sólo existe

un cero de transferencia, por lo que sólo una dinámica lenta es cancelada por este cero. Para complementar el análisis, se presenta el mapa de polos y ceros en las Figuras 7 y 8.

Tabla 3: Polos y ceros del modelo linealizado con filtro de biomasa

Polos, ceros	Con variación de D			Con variación de $S_{2in}$		
	$-\Delta D_0$	$D_0$	$+\Delta D_0$	$-\Delta S_{2e0}$	$S_{2e0}$	$+\Delta S_{2e0}$
P1	-10.69	-21.40	-32.11	-21.40	-21.40	-21.40
P2	-1.536	-3.079	-4.623	-2.627	-3.079	-3.532
P3	-0.477	-0.954	-1.432	-0.811	-0.954	-1.098
P4	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008
P5	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008
P6	-0.005	-0.100	-0.150	-0.100	-0.100	-0.100
C1	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008

con el valor de la razón de mortalidad y se asocian a  $X_1$  y  $X_2$ , un polo ubicado en la misma posición que el valor de la razón de dilución que se relaciona con  $Z$  y un cero de transferencia inducido por el comportamiento hidrodinámico. El polo 1 se ve poco influenciado por las variaciones en el sustrato de entrada, los polos 2 y 3 se desplazan hacia la izquierda, aunque de manera poco pronunciada. Por su parte, el polo doble es constante, mientras que el polo 6 asociado a los cationes también es constante ya que se relaciona con la razón de dilución, la cual se mantiene en el mismo valor para este análisis. Por su parte, el cero de transferencia se ubica en la misma posición que los polos asociados a la biomasa, con lo que se anula una de las dinámicas lentas, pero la otra no, lo cual implica que la biomasa metanogénica impone la dinámica global del proceso. Una vez más, no se perciben polos complejos conjugados, por lo que se espera un comportamiento aperiódico.

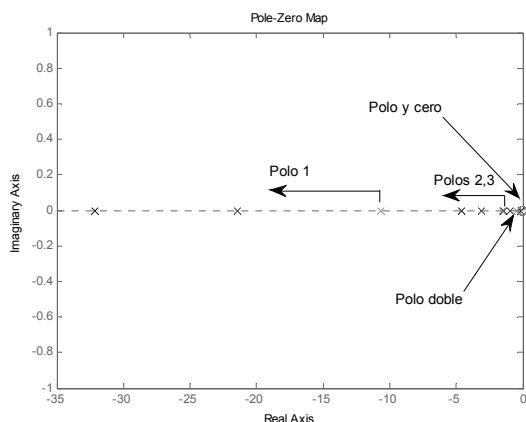


Figura 7: Efecto de la razón de dilución sobre la ubicación de polos y ceros en un proceso con biomasa inmovilizada.

La Figura 7 corresponde a la ubicación de polos y ceros cuando se realizan variaciones en la razón de dilución. Los seis polos son reales y se encuentran en la zona estable; hay dos polos ubicados en la misma posición y coinciden con el valor de la razón de mortalidad de la biomasa, por lo que se deduce que se trata de los polos asociados a las poblaciones bacterianas. El filtro de biomasa induce sólo un cero de transferencia, el cual se ubica en la misma posición que el polo doble. Esto implica que sólo una de las dinámicas más lentas es cancelada y la otra no, por lo que la dinámica global no se acelera, ya que es determinada por la dinámica de la biomasa. Con las variaciones de la razón de dilución el polo más rápido (asociado a  $S_1$ ) sufre un desplazamiento notorio hacia la izquierda, los polos 2 y 3 (correspondientes a  $S_2$  e  $IC$ ) también tienen un desplazamiento considerable, el polo doble es constante y coincide con el valor de la razón de mortalidad de las bacterias; mientras que el polo 6 varía en función del valor de la razón de dilución. Se aprecia también que la variación en la razón de dilución no induce polos complejos conjugados, por lo que se espera un comportamiento aperiódico.

El efecto de las variaciones en el sustrato de entrada sobre la ubicación de los polos y ceros del sistema se muestra en la Figura 8. Como en los casos anteriores se observa que todos los polos pertenecen a la zona estable. Los seis polos son reales: el polo 1 es el más rápido y corresponde a  $S_1$ , los polos siguientes se relacionan con  $S_2$  e  $IC$ , hay un polo doble constante que coincide

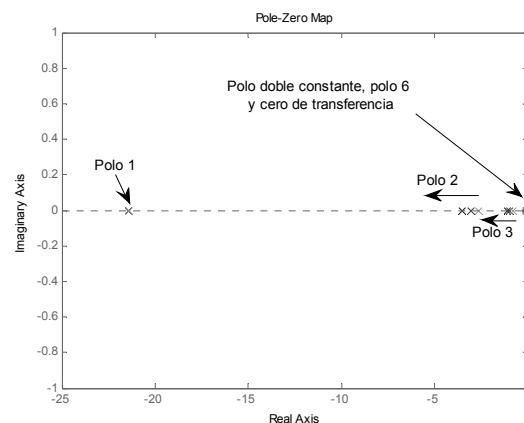


Figura 8: Efecto del sustrato de entrada sobre la ubicación de polos y ceros en un proceso con biomasa inmovilizada.

El siguiente estudio consiste en una serie de simulaciones para evaluar el comportamiento de proceso no lineal. Con la finalidad de poder realizar una comparación fiable, se utilizan las mismas condiciones de operación utilizadas en el caso anterior.

En la Figura 9 se muestra una gráfica del comportamiento del proceso considerando la biomasa inmovilizada y perturbaciones de tipo escalón en el sustrato de entrada de  $A_2=1.6$  y  $A_2=21$ . Como puede apreciarse en la Figura 9(a), el proceso va de su punto de equilibrio inicial hacia un nuevo punto de equilibrio, el cual es alcanzado de manera más rápida en comparación con el caso de comportamiento de la razón de dilución; además la concentración del sustrato es menor aún en el inicio de la simulación. Lo anterior se explica considerando que la concentración de bacterias activas al interior del reactor es mayor. No obstante, el valor máximo de crecimiento de bacterias se consigue en un tiempo mayor; también, el sustrato final es mucho menor en el caso del filtro de biomasa. Esto se debe a que la dinámica global del proceso es establecido por la dinámica lenta de las bacterias metanogénicas. Es importante señalar también que la producción de metano es más homogénea en todo el intervalo de simulación y es ligeramente superior en el caso de la biomasa inmovilizada. Al aumentar la amplitud del escalón en el sustrato de entrada, se observa que el proceso anaeróbico con filtro de biomasa puede degradar mayores excedentes de sustrato. En la Figura 9(b) se aprecia la respuesta del proceso ante una perturbación de amplitud  $A_2=21$ . Ante estas condiciones, las bacterias consiguen



crecer lo suficiente para degradar el sustrato. Un beneficio adicional a esta situación es que la producción de metano es mucho mayor, debido precisamente a la mayor cantidad de materia prima para obtener biogás.

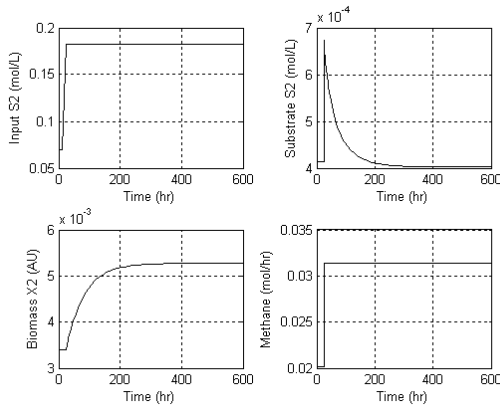


Figura 9 (a): Perturbación en sustrato de entrada de amplitud  $A_2=1.6$ .

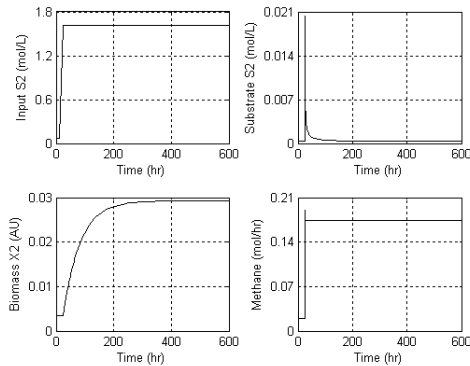


Figura 9 (b) Perturbación en sustrato de entrada de amplitud  $A_2=21$ .

Por otro lado, el análisis con retratos de fase permite identificar cómo se modifican las regiones de atracción cuando se inmoviliza la biomasa en soportes sólidos. Las ecuaciones del modelo reducido consideran entonces el efecto de la razón de mortalidad como se muestra a continuación:

$$\frac{dX_2}{dt} = (\mu_2 - D)X_2 \tag{23-24}$$

$$\frac{dS_2}{dt} = -R_3\mu_2X_2 + \frac{R_4}{R_6}D(S_{1in} - S_{1eq}) + D(S_{2in} - S_2)$$

Se emplean las mismas condiciones iniciales y la misma perturbación que en el caso del comportamiento de la razón de dilución, esto con la finalidad de establecer una comparación adecuada. En la Figura 10 se muestra el retrato de fase correspondiente. El comportamiento es similar al del caso donde no hay inmovilización de bacterias: se identifican dos regiones de atracción asociadas a dos puntos de equilibrio. No obstante, se observan dos principales diferencias en comparación con el caso anterior: 1) Las trayectorias del lado izquierdo intentan ir hacia el punto de tratamiento antes de dirigirse hacia el punto de lavado, esto significa que ante los cambios en las condiciones iniciales y la perturbación, las bacterias comienzan a crecer y degradan el sustrato, desafortunadamente no consiguen crecer lo suficiente para degradar todo el excedente; en consecuencia, el crecimiento se ve inhibido y el proceso se bloquea. 2) Hay un mayor número

de trayectorias que van al punto de tratamiento; se puede notar que la región límite se ha movido hacia la izquierda haciendo más grande la región de atracción al punto de tratamiento. La interpretación de este nuevo comportamiento es como sigue: debido a que hay una concentración mayor de bacterias activas al interior del reactor, el proceso puede tolerar mayores variaciones en las condiciones iniciales, lo que hace más difícil que se alcance el punto de lavado; una consecuencia de esta situación es que el tratamiento de sustrato es más eficiente.

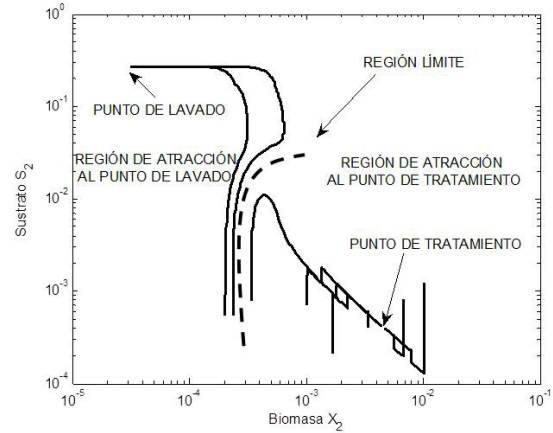


Figura 10. Retrato de fase con mismas condiciones que en retrato de Figura 6.

Posteriormente se realizó otra serie de simulaciones para considerar variaciones mayores en las condiciones de operación, los resultados obtenidos se presentan en la gráfica de la Figura 11.

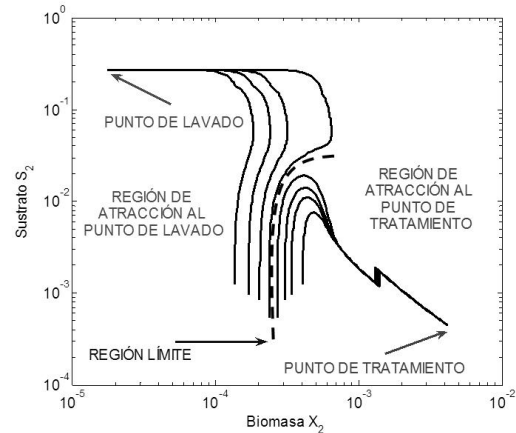


Figura 11. Retrato de fase con comportamiento de filtro de biomasa.

Las trayectorias del lado izquierdo presentan la misma apariencia que en el retrato de fase de la Figura 10. En ambas regiones la convergencia a los puntos de equilibrio se aprecia de mejor manera. En la región de atracción al punto de lavado, se aprecia claramente cómo el sustrato crece mientras las bacterias desaparecen del reactor. En el caso de la región de atracción al punto de tratamiento, el comportamiento es inverso, ya que la biomasa crece mientras el sustrato disminuye; también, se aprecia un cambio de dirección de las trayectorias antes de la convergencia al punto de equilibrio, esto coincide con una perturbación incluida al proceso en el sustrato de entrada. Después de este cambio de dirección, todas las trayectorias se dirigen y llegan al punto de equilibrio.

#### 4. Conclusión

En este trabajo se analizó un proceso de digestión anaeróbica en un reactor completamente agitado operando en modo continuo. Se compararon dos comportamientos hidrodinámicos de las bacterias (razón de dilución y filtro de biomasa) considerando variaciones en las variables de entrada y en las condiciones iniciales. Se consideró un modelo no lineal para elaborar tres análisis: estudio de polos y ceros para determinar la estabilidad local, respuesta al escalón para obtener información sobre el comportamiento global del proceso y retratos de fase para establecer el efecto de las condiciones iniciales en las regiones de atracción a los puntos de equilibrio.

Con el comportamiento hidrodinámico de la razón de dilución, se observó una influencia notoria del flujo de entrada sobre el comportamiento del proceso induciendo polos conjugados; el sustrato de entrada afecta la velocidad de respuesta del proceso. Además, los microorganismos alcanzan el estado estacionario en un tiempo corto; sin embargo, el proceso es conducido hacia el punto de lavado por perturbaciones de pequeña amplitud en el sustrato de entrada. También, el proceso tiene cierta tolerancia a variaciones en las condiciones iniciales.

Los resultados del análisis muestran también que la inmovilización de bacterias en soportes sólidos provee mejores características al proceso de digestión anaeróbica. Las propiedades de estabilidad se ven ampliamente mejoradas, reduciendo la región de atracción al punto de lavado y aumentando la región de atracción al punto de tratamiento. Las bacterias requieren más tiempo para alcanzar el estado estacionario; esta es una situación normal debido a que la razón de crecimiento no es modificada por lo que se espera una cantidad mayor de microorganismos. Una consecuencia directa de esta situación es la gran cantidad de bacterias activas al interior del reactor, por lo que el proceso es capaz de tratar grandes excedentes en el sustrato de entrada produciendo altas cantidades de biometano.

Asimismo, el análisis permite identificar la tendencia del proceso hacia un punto de equilibrio u otro, esto es especialmente claro en los retratos de fase. A partir de esto, es posible elaborar estrategias de control para asegurar el desempeño adecuado del proceso supervisando variables indicadoras, tales como la degradación del sustrato, la producción de metano, el *pH*, el crecimiento de bacterias, entre otras: si las variables indicadoras muestran una tendencia no deseada, entonces se aplica la acción de control más conveniente para evitar dicha tendencia y mantener al proceso en la zona de tratamiento. Por ejemplo, la manipulación de la razón de dilución puede evitar la condición de lavado disminuyendo el flujo de entrada y con esto permitir la readaptación de las bacterias al interior del reactor a las nuevas condiciones de operación; es necesario entonces contar con un almacenamiento temporal del excedente de carga orgánica. Como otro ejemplo, para minimizar el efecto de una acumulación de acetato se requiere una acción de control diferente, tal como la adición de sustancias químicas para regulación del *pH* y auxiliar así a las bacterias en la reacción biológica; también podría considerarse la inyección de bacterias adicionales para acelerar la degradación del excedente de acetato.

Como trabajo futuro se plantea el análisis de las propiedades del proceso considerando otros parámetros como la temperatura y la composición del sustrato de entrada. De la misma manera, se estudia el efecto de las condiciones de operación sobre la

producción y composición del biogás, por lo que se trabaja en el planteamiento de un modelo de la fase gaseosa donde se pueda analizar dicho efecto. También, en otros trabajos en curso se evalúan diferentes materiales con potencial para ser empleados como soporte bacteriano en proceso anaeróbicos. Además, el estudio del efecto del comportamiento de tipo filtro de biomasa sobre la multiplicidad de estados estacionarios es también un tema a desarrollar en futuras investigaciones.

#### English Summary

##### **Dynamical Analysis of a wastewater treatment process for biogas production.**

#### Abstract

This paper deals with a dynamical analysis of a lab scale anaerobic reactor, which is used for biogas production from wastewater treatment. The reaction volume inside the reactor is 5 L in a continuous operation with a flow rate of 0.5 L h<sup>-1</sup>. Using a pole-zero analysis, the step response and phase portrait analysis, two hydrodynamic behaviors of anaerobic bacteria are studied: dilution rate and biomass filter; this analysis is done via numerical simulations. The main objective is to determine the effect of bacteria immobilization and operating condition variations on the process properties: stability, substrate degradation, biogas production and operating regions. The obtained results show that bacteria immobilization improves the process performances since the attraction region to the treatment point is enlarged and the washout point is hard to be reached. This situation implies that a larger biomethane production can be obtained and larger input disturbances can be rejected.

#### Keywords:

Anaerobic reactor, Biogas, Wastewater Treatment, Dynamic Analysis, Process Control.

#### Agradecimientos

Este trabajo ha sido realizado gracias al apoyo del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, CONACYT, a través del financiamiento del proyecto 105844.

#### Referencias

- Angelidaki, I., Ellegaard, L., Ahring, B.K., 1999. A Comprehensive Model of Anaerobic Bioconversion of Complex Substrates to Biogas. *Biotechnology and Bioengineering* 63(3), 363–372.
- Singh, A., Nizami, A.-S., Korres, N. E., Murphy, J.D., 2011. The effect of reactor design on the sustainability of grass biomethane. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 15(3), 1567–1574.
- Anjum, M., Khalid, A., Mahmood, T., Arshad, M. Anaerobic co-digestion of municipal solid organic waste with melon residues to enhance biodegradability and biogas production. *Journal of Material Cycles and Waste Management*. DOI:10.1007/s10163-012-0082-9
- Azeiteiro C., I. F. Capela and A. C. Duarte, "Dynamic model simulations as a tool for evaluating the stability of an anaerobic process". *Water SA*, vol. 27 No. 1, Jan. 2001, pp. 109-114.

- Batstone, D.J., Keller, J., Angelidaki, I., Kalyuzhnyi, S., Pavlostathis, S., Rozzi, A., Sanders, W., Siegrist, H., Vavilin, V., 2002. The IWA Anaerobic Digestion Model No1. *Water Science and Technology* 45(10), 63–73.
- Beteau, J-F., 1992. Modelling and control of an industrial wastewater treatment bioprocess, in French, Ph.D. Thesis. INPG, France.
- Beteau, J-F., Otton, V., Hihn, J.Y., Delpech, F., Cheruy, A., 2005. Modelling of anaerobic digestion in a fluidised bed with a view to control. *Biochemical Engineering Journal* 24, 255–267.
- Chynoweth D.P., J.M. Owens and R. Legrand (2001). Renewable methane from anaerobic digestion of biomass. *Renewable Energy*, Vol. 22, No. 1-3, pp. 1-8.
- Cougnon, P., Dochain, D., Guay, M., Perrier, M. (2011). On-line optimization of fedbatch bioreactors by adaptive extremum seeking control. *Journal of Process Control*, 21, 1526–1532.
- Fernandez N., S. Montalvo, F. Fernandez-Polanco, L. Guerrero, I. Cortes, R. Borja, E. Sanchez, L. Travieso (2007). Real evidence about zeolite as microorganisms immobilizer in anaerobic fluidized bed reactors. *Process Biochemistry*, Vol. 42, pp. 721–728.Z.
- Díaz-Jiménez L., Herrera-Ramírez E. (2008). Caracterización fisicoquímica de tres minerales zeolíticos naturales. 43° Congreso Mexicano de Química, Tijuana, Mexico, 27 Septiembre - 01 Octubre.
- Giménez, J.B., Martí, N., Ferrer, J., Seco, A., 2012. Methane recovery efficiency in a submerged anaerobic membrane bioreactor (SAnMBR) treating sulphate-rich urban wastewater: evaluation of methane losses with the effluent. *Bioresource technology* 118, 67–72.
- Griffin M. E., McMahon K. D., Mackie R. I. Raskin L., 1998; Methanogenic Population Dynamics during Start-Up of Anaerobic Digesters Treating Municipal Solid Waste and Biosolids. *Biotechnol. Bioeng.* 57(3), 342–355.
- Gunaseelan, V.N. (1997). Anaerobic digestion of biomass for methane production: a review. *Biomass and Bioenergy*, Vol. 13, No. 1, pp. 83-114.
- Hess, J., Bernard, O. (2008). Design and study of a risk management criterion for an unstable anaerobic wastewater treatment process. *Journal of Process Control*, 18, 71–79.
- Husain A., 1998. Mathematical models of the kinetics of anaerobic digestion – a selected review. *Biomass Bioenergy* 14(5/6), 561–571.
- Lettinga G., 1995. Anaerobic digestion and wastewater treatment systems. *Antonie van Leeuwenhoek* 67, 3-28.
- Liu Y., Xu H-L., Show K-Y., Tay J-H., 2002. Anaerobic granulation technology for wastewater treatment. *World J. Microbiology & Biotechnology* 18, 99–113.
- Lyberatos G., Skiadas I.V., 1999. Modelling of anaerobic digestion – A review. *Global Nest: the Int. J.* 1(2), 63–76.
- McCabe, J and W. Eckenfelder (1957). *Biological Treatment of Sewage and Industrial Wastes*. Two volumes. Reinhold Publishing. New York
- McCarty P. L. 1964. *Fundamentals of anaerobic digestion*. Public Works, 95(9), 107–112.
- Milán, E. Sánchez, P. Weiland, R. Borja, A. Martín, K. Ilangovan. Influence of different natural zeolite concentrations on the anaerobic digestion of piggery waste. *Bioresource Technology*, Vol. 80, No. 1, 2001, pp. 37-43.
- Moletta R., Verrier D., Albagnac D., 1984. Dynamic modelling of anaerobic digestion. *War. Res.* 20(4), 427–434.
- Molino, A., Nanna, F., Ding, Y., Bikson, B., Braccio, G., 2012. Biomethane production by anaerobic digestion of organic waste. *Fuel*, In Press. DOI:10.1016/j.fuel.2012.07.070
- Mousa L. and C. F. Forster, “The Use of Glucose as a Growth Factor to Counteract Inhibition in Anaerobic Digestion”. *Process Safety and Environmental Protection*, vol. 77, no. B4, Jul. 1999, pp. 193-198.
- Petre, E., Selisteanu, D., Sendrescu, D. (2013). Adaptive and robust-adaptive control strategies for anaerobic wastewater treatment bioprocesses. *Chemical Engineering Journal*, 217, 363–378.
- Pind P.F., I. Angelidaki, B. K. Ahring, K. Stamatelatos and G. Lyberatos. Monitoring and Control of Anaerobic Reactors. *Advances in Biochemical Engineering/ Biotechnology*, Vol. 82, 2003.
- Rozzi A., 1984. Modelling and control of anaerobic digestion process, *Trans. Inst. Matter. Chem.* 6 (3), 153–159.
- Saravanan V., T.R. Sreerishnan (2006). Modelling anaerobic biofilm reactors—A review. *Journal of Environmental Management*, Vol. 81, pp. 1–18.
- Sbarciog, M., Donoso-Bravo, A., Vande Wouwer, A. (2011). Evaluation of Steady State Multiplicity for the Anaerobic Degradation of Solid Organic Waste. 21st European Symposium on Computer Aided Process Engineering – ESCAPE 21, Chalkidiki, Grecia.
- Slotine J-J. E., Li W., 1991. *Applied Nonlinear Control*. Prentice-Hall Inc, NY.
- Tietjen C (1975). From Biodung to biogas-Historical Review of European Experience. *Energy, Agriculture, and Waste*. p 274
- Weiland, P. (2010). Biogas production: current state and perspectives. *Applied Microbiology and Biotechnology*, 85(4), 849–860.
- Zupancic, G.D., Škrjanec, I., Marinšek, L., 2012. Anaerobic co-digestion of excess brewery yeast in a granular biomass reactor to enhance the production of biomethane. *Bioresource Technology* 124, 328–337. DOI:10.1016/j.biortech.2012.08.064