

## OPTIMIZACIÓN DE PUENTES PRETENSADOS MEDIANTE LA METODOLOGÍA DE LA SUPERFICIE DE RESPUESTA

### OPTIMIZATION OF PRESTRESSED CONCRETE ROAD BRIDGES BY THE RESPONSE SURFACE METHODOLOGY

Vicent Penadés-Plà<sup>1</sup>, Victor Yepes<sup>1</sup>, Moacir Kripka<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Instituto Universitario de Ciencia y Tecnología del Hormigón (ICITECH), Universitat Politècnica de València, Valencia, Spain. E-mails : [vipepl2@cam.upv.es](mailto:vipepl2@cam.upv.es), [vyepesp@cst.upv.es](mailto:vyepesp@cst.upv.es)

<sup>2</sup> Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil e Ambiental (PPGEng), Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, Brasil. E-mail: [mkripka@upf.br](mailto:mkripka@upf.br)

#### RESUMEN

Los puentes son infraestructuras esenciales para mejorar la comunicación dentro de un territorio. La optimización constituye un proceso que permite obtener puentes de menor coste bajo ciertas restricciones. Debido a la complejidad de los problemas estructurales, la optimización matemática no es útil y se recurre a la optimización heurística debido a su mayor eficacia. En este trabajo se presenta una alternativa a la optimización heurística basada en los metamodelos. El procedimiento consiste en una reducción de los factores iniciales mediante el diseño de experimentos, reduciendo significativamente la complejidad del problema sin perder información. Posteriormente, se aplica la metodología de la superficie de respuesta para obtener el óptimo del problema. Este procedimiento se aplica a un tablero de un puente de losa maciza que cumpla todas las restricciones de las normativas.

**Palabras clave:** Hormigón estructural. Optimización. Puente pretensado. Metamodelo. Superficie de respuesta

#### ABSTRACT

Bridges are essential infrastructures to improve communication in a region. Optimization is a process that can be used to obtain cheaper bridges under certain restrictions. Due to the complexity of the structural problems, mathematical optimization is not useful and heuristic optimization is used due its greater efficiency. This work presents an alternative to heuristic optimization based on metamodels. The process consists of reducing the initial factors by design of experiments, which significantly reduces the complexity of the problem without losing information. Then, response surface methodology is applied to obtain the optimum of the problem. This process is applied to a solid slab bridge deck that accomplish with all regulatory restrictions.

**Keywords:** Structural design. Optimization. Prestressed concrete bridge. Metamodel. Response surface.

## 1. INTRODUCCIÓN

La comunicación entre núcleos urbanos mediante vías terrestres es un elemento esencial para el correcto funcionamiento de un territorio. En este sentido, los puentes constituyen un tipo de infraestructura muy importante para reducir la distancia entre poblaciones. En el caso de las carreteras españolas, los puentes de hormigón pretensado conforman una de las tipologías estructurales más utilizadas (Yepes *et al.*, 2009). Tras la aparición de los primeros métodos de optimización (Parras Galán *et al.*, 1985; Vázquez, 1995), su aplicación a los puentes ha sido uno de los problemas estructurales más estudiados, especialmente en los tableros, (García-Segura *et al.*, 2015; Yepes *et al.*, 2015, Martí *et al.*, 2016; García-Segura *et al.*, 2017; Fabeane *et al.*, 2017; García-Segura *et al.*, 2018; Penadés-Plà *et al.*, 2019) pero también se encuentran trabajos de optimización aplicados a las pilas (Martínez-Martín *et al.*, 2010, 2012; Kripka *et al.*, 2013) o los estribos (Luz *et al.*, 2015).

El diseño tradicional de las estructuras se realiza a través de un procedimiento basado en un predimensionamiento inicial y una comprobación posterior. Por lo tanto, la eficacia del diseño se basa fundamentalmente en la experiencia del proyectista, pudiéndose mejorar mediante algoritmos de optimización. Sin embargo, la obtención de una solución óptima exacta mediante métodos de programación matemática (Cohn y Dinovitzer, 1994) se hace inviable para problemas complejos debido al crecimiento exponencial del tiempo de cálculo con el incremento del número de variables. Esta limitación explica el éxito de los algoritmos heurísticos (Blum *et al.*, 2011), que a pesar de no garantizar la obtención de un óptimo global al problema, consumen un tiempo de cálculo mucho menor, por lo que los convierte en una opción de optimización de estructuras competitiva. De entre las heurísticas más empleadas destacan los algoritmos genéticos (Holland, 1975), el recocido simulado (Kirkpatrick *et al.*, 1983) o la optimización por enjambres (Krishnanand y Ghose, 2009).

Con todo, son muchos los tipos de algoritmos heurísticos disponibles. Algunos autores han recopilado listados exhaustivos de heurísticas de optimización (Law, 2000), pero que no suelen incluir aquellos basados en metamodelos. En efecto, los metamodelos simplifican algunos problemas que presenta la optimización directa como los óptimos locales múltiples, múltiples objetivos y limitaciones de los parámetros de diseño y/o respuesta. Esta característica se explica por el cambio de la respuesta estocástica, por otra de tipo determinístico (Barton y Meckesheimer, 2006). Entre los metamodelos se encuentra la metodología de la superficie de respuesta, aplicándose por primera vez (Box y Wilson, 1951) para el estudio de las condiciones de operación óptimas en un proceso químico. Posteriormente se ha aplicado en otros campos (Cihan *et al.*, 2013; Del Coz Díaz *et al.*, 2014). En apretada síntesis, la estrategia de la superficie de respuesta consiste en estudiar una región delimitada y buscar nuevas regiones que cada vez estén más cercas al óptimo.

En este artículo se optimiza una estructura mediante un diseño de experimentos y la metodología de superficie de respuesta. Para ello, se parte del análisis de las principales variables de diseño en la respuesta, para reducir su número a aquellos más significativos. A continuación, se estudia una región del espacio delimitada mediante diseños de experimentos de primer orden y se aplica el método de ascenso/descenso rápido para acercarse al entorno del óptimo local. Finalmente, se aplica un diseño de segundo orden en la región próxima al óptimo, y se determina su valor. Este procedimiento permite minimizar el coste del tablero de un puente de losa maciza sujeto a los estados límite indicados en la IAP-2011( 2011).

La obtención de los esfuerzos de los ELU (Estado Límite Último) y la comprobación de los ELS (Estado Límite de Servicio) del caso estudiado se ha realizado mediante el software comercial CSiBridge. Además, se ha utilizado Matlab y hojas de cálculo de Excel para dimensionar la armadura y obtener las mediciones correspondientes. Por otra parte, los diseños de experimentos y la metodología de la superficie de respuesta se han realizado a través del programa Minitab.

## 2. DESCRIPCIÓN DE LA ESTRUCTURA

La estructura objeto de optimización es un tablero de un puente losa simétrico de hormigón pretensado de resistencia característica " $f_{ck}$ ", ancho de 7,5 m, y una longitud total de 78 m, con una luz principal " $L$ ", y luces laterales iguales y dependientes de la luz principal. El canto del tablero es de sección variable desde un canto en centro luz " $c$ " hasta un canto en sección de pila igual a la suma del canto en centro luz y un incremento de canto " $\Delta c$ ". La transición se realiza mediante una parábola de una longitud " $a$ ". El tablero poseerá un número " $n$ " de cordones de pretensado Y 1860 S7, y armadura pasiva B 500 S. La armadura pasiva está formada por barras longitudinales en la parte superior e inferior con un recubrimiento nominal de 65 mm, la cual se compone por una armadura base a lo largo de toda la longitud del tablero y zonas de refuerzo donde sea necesario. La armadura transversal está formada por cercos para resistir los esfuerzos de torsión y de cortante. Por sencillez constructiva, las separaciones entre armaduras se modulan en 10, 15 o 20 cm. Todos los factores considerados se muestran en la Figura 1.

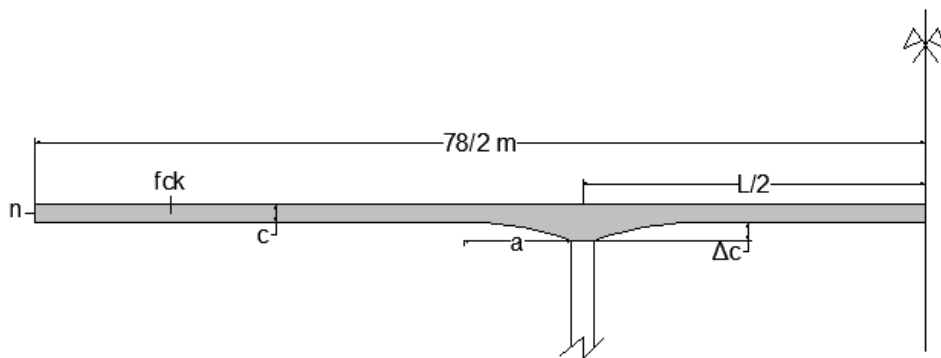


Figura 1. Esquema del alzado del tablero de referencia

## 3. METODOLOGÍA

El procedimiento de optimización utilizado se basa en la metodología de la superficie de respuesta. En primer lugar, se aplica el diseño de experimentos para averiguar las variables, llamadas también factores, que tienen una influencia significativa sobre la variable respuesta. A continuación, se estudia una región inicial bloqueando los factores que no influyen de forma significativa sobre la variable respuesta y se aplica el método de ascenso/descenso rápido que permite el acercamiento secuencial al entorno del óptimo local. Finalmente, se aplica un diseño de segundo orden que permite obtener la superficie sobre la que se calcula el óptimo.

### 3.1. Diseño factorial

Si bien existe una gran variedad de diseños de experimentos (Montgomery, 2001), todos ellos se caracterizan por estudiar la influencia de los factores sobre la variable respuesta. En el estudio que presentamos, se ha empleado un diseño factorial que permite estudiar los efectos simultáneos de varios factores sobre la respuesta. Además, el hecho de variar los niveles de todos los factores a la vez, permite estudiar sus interacciones. La utilización de un diseño factorial completo o fraccionado depende del número de factores ( $f$ ) y de los recursos disponibles. Un diseño completo a dos niveles necesitará  $2^f$  experimentos, mientras que en el diseño fraccionado el número de experimentos es menor, en función de la resolución que se quiera obtener.

### 3.2. Método del máximo descenso

Con los factores no significativos bloqueados se realiza un diseño factorial completo con punto central en una región finita del espacio. El punto central permite comprobar si la curvatura en dicha región es significativa, lo cual indica que el óptimo está en dicho entorno. En caso contrario, la región estudiada está alejada de dicho óptimo.

Cuando se está lejos del óptimo, se aplica el método de ascenso/descenso rápido mediante pasos secuenciales por la línea de máxima pendiente, obtenidos a partir de los coeficientes ( $\beta_i$ ) de la ecuación de regresión. Estos coeficientes  $\beta_i$  son los números por los cuales se multiplican los factores para obtener la variable respuesta en la ecuación de regresión, y el cociente entre los coeficientes  $\beta_i$  nos indican el ratio de variación de un factor respecto a otro. En caso de que la variable respuesta no tenga ningún tipo de restricción adicional, el entorno del óptimo se encontrará cuando haya un punto de inflexión que cambie la tendencia ascendente/descendente. En este entorno, la curvatura de un diseño factorial completo con punto central será significativa. Pero, si por el contrario, aparte de optimizar la variable respuesta, se debe verificar algún tipo de restricción o condición, puede que el óptimo del problema no se encuentre en el entorno donde se produce el cambio de tendencia, sino en la zona de la ladera donde las restricción o condiciones se cumplan, y la variable respuesta tenga el mejor valor posible. En este caso, habrá que realizar algún tipo de penalización sobre la variable respuesta en función de las restricciones o condiciones. Esta penalización se aplica a aquellas soluciones cuyas restricciones no se cumplan. En este caso, el valor de la variable respuesta será multiplicado por el cociente entre el valor de la restricción de la solución estudiada y el valor límite de la restricción (por ejemplo, en aquellas soluciones que no cumplan el ELS de flecha, la variable respuesta se multiplica por el cociente entre flecha obtenida y la flecha admisible). Esto provoca que una solución será sancionada más duramente cuanto más alejada se encuentre de la factibilidad.

### 3.3. Metodología de la superficie de respuesta

Una vez llegados al entorno del óptimo se aplica la metodología de la superficie de respuesta (Montgomery, 2001), con la que mediante un diseño de segundo orden se podrá obtener la función objetivo en función de los factores de estudio en el entorno final, permitiendo conocer el valor de la variable respuesta en toda esta región. Dicha función objetivo se puede optimizar para obtener el valor mínimo o máximo de la variable respuesta, y los valores de los factores que permiten obtener dicho óptimo, con lo que el problema quedará resuelto.

## 4. CASO DE ESTUDIO

En este artículo se minimiza el coste del tablero de un puente losa postesado macizo. La estructura debe cumplir las restricciones impuestas por los estados límites últimos (ELU) y estados límites de servicio (ELS). La función objetivo corresponde únicamente al coste directo de los materiales: hormigón, acero B 500 S, pretensado Y 1860 S7, y encofrado del tablero.

Tabla 1. Unidades de obra y precios unitarios

Ud.	Descripción de la unidad de obra	Precio unitario (€)
kg	B 500 S	1.18
kg	Y 1860 - S7	2.32
m2	Encofrado del tablero	32.00
m3	HP-35	138.74
m3	HP-40	144.96
m3	HP-45	155.70
m3	HP-50	167.46

Para el dimensionamiento, los puentes se han modelado mediante el programa CSiBridge (Figura 2). Se ha seguido la normativa IAP-2011 (2011) para obtener los a ELU y ELS, con lo que se obtiene el acero necesario para resistir los esfuerzos de ELU. La medición de las unidades de obra ( $m^3$  de hormigón, kg de armadura activa y  $m^2$  de encofrado del tablero) y sus correspondientes precios unitarios (Tabla 1) proporcionan el coste total del tablero. Además, el puente debe cumplir los ELS de flechas y vibraciones (IAP-2011). El ELS de vibraciones se verifica cuando se cumple el la limitación de flecha. Es por esto que cada tablero presenta dos variables respuesta: coste y flecha. El coste es la variable objetivo que se debe minimizar, y la flecha es una restricción a cumplir. Puede darse la situación que un tablero cumpla todos los ELU, pero no cumpla el ELS de flecha; en dicho caso no se descarta la solución, pues es necesario tener los datos de una región finita determinada. El óptimo del problema será aquel tablero que cumpla la limitación del ELS de flecha y tenga el menor coste.

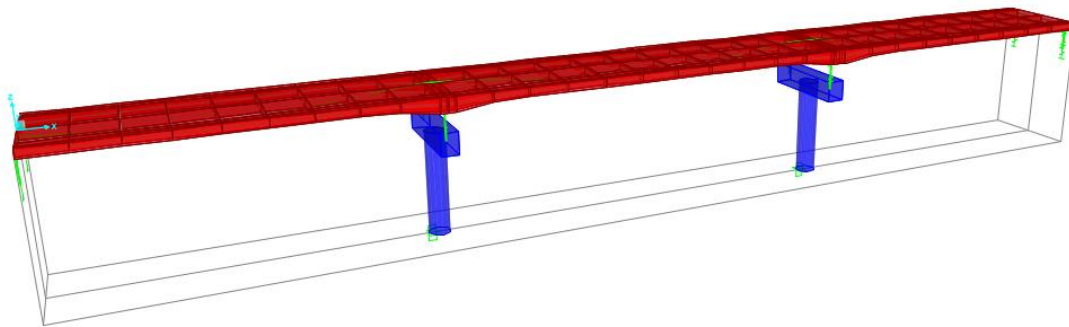


Figura 2. Modelo del tablero en el CSI Bridge

#### 4.1. Diseño factorial

El proceso comienza considerando los seis factores indicados en la Figura 1. Sin embargo, no se conoce “a priori” si la influencia de estos factores resulta significativa en el coste del tablero, por lo que se realiza un diseño de experimentos factorial a dos niveles. La variación de la variable respuesta entre los niveles debe lineal, es decir, no debe darse un punto de inflexión en la variación del coste dentro de los niveles escogidos para cada factor. Los seis factores suponen 64 experimentos (evaluaciones completas de la estructura) en un diseño factorial completo. Para reducir el número de experimentos se recurre a un diseño factorial fraccionado. Los dos niveles serán valores máximos (+) y mínimos (-) de cada factor como se muestran en la Tabla 2.

Tabla 2. Valores mínimos y máximos de los factores en el diseño factorial fraccionado

Factores	-	+
Luz del vano central (A)	28	43
Canto centro luz (B)	0.8	1.6
Incremento canto (C)	0.4	0.8
Número de cables (D)	3	6
Resistencia del hormigón (E)	35	50
Longitud de parábola (F)	2	8

Para la obtención de los factores significativos se emplea un diseño factorial fraccionado de resolución III. Con el diseño factorial fraccionado creado, se obtiene el coste para cada experimento,

que es la respuesta a analizar. Al considerar todos los factores y sus interacciones, no quedan suficientes grados de libertad para ver los factores o interacciones significativas mediante el ANOVA del modelo, por lo que se recurre a la interpretación gráfica mediante el gráfico Daniel (Figura 3).

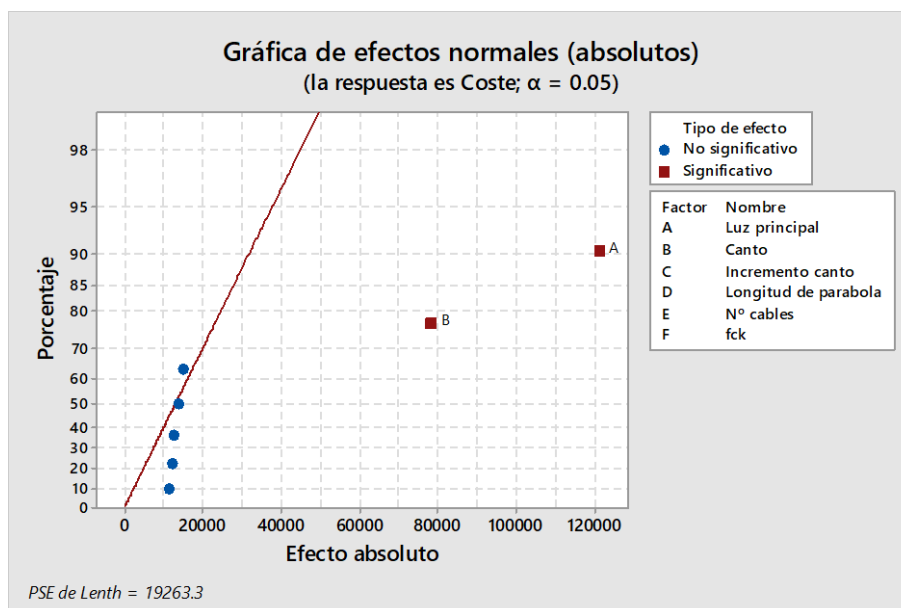


Figura 3. Gráfico de Daniel

En la Figura 3 se observa que el coste del puente depende fundamentalmente de la luz principal y del canto. El resto de factores y todas las interacciones entre ellos no resultan significativos en la respuesta. De esta forma, se consigue reducir la complejidad del problema, manteniendo un elevado porcentaje de variabilidad del coste explicada únicamente por la luz principal y el canto. El incremento de canto y la longitud de la parábola se bloquean en 0.4 y 2.0 m respectivamente, la resistencia del hormigón en 35 MPa, y el número de cables en 6.

#### 4.2. Método del máximo descenso

Una vez se ha determinado que los factores significativos son la luz principal y el canto, se acota una región del espacio en una zona intermedia a los rangos del diseño experimento y se realiza un diseño factorial completo. Los niveles de la luz principal considerados son 32 y 37 m, y los del canto del tablero 1,1 y 1,3 m. Además, se incluye un punto central para comprobar si existe un punto de inflexión en la región de estudio. Sin restricciones, el objetivo sería buscar aquel entorno donde la variable respuesta cambie de tendencia, y por lo tanto la curvatura sea significativa. No obstante, como la flecha es una restricción, puede ser que la solución óptima se encuentre en un entorno donde no haya cambios de tendencia; es decir, puede darse el caso que en la zona de inflexión el coste sea el más económico, pero no cumpla la limitación de flecha. Por esta razón se recurre al descenso rápido para disminuir el coste por la línea de máxima pendiente, pero penalizando los tableros cuya flecha sea superior a la admisible. De esta forma se incrementa el coste de los tableros que no cumplan la flecha permitiendo el acercamiento a la zona del óptimo real del problema.

El primer paso consiste en crear un diseño factorial completo normalizado, de forma que los niveles de los factores luz principal y canto sean -1 y 1, por lo que tras obtener la información deseada hay que desnormalizar y extraer los valores reales. Con los experimentos resultantes de la combinación de los valores máximos y mínimos anteriores y del punto central de estos, se obtiene el resultado mostrado en la Tabla 3.

Tabla 3. Análisis de varianza del diseño factorial completo normalizado

Fuente	GL	SC Ajust.	MC Ajust.	Valor F	Valor p
Modelo	2	342549768	171274884	48.31	0.02
Lineal	2	342549768	171274884	48.31	0.02
Luz principal	1	62078327	62078327	17.51	0.053
Canto	1	280471441	280471441	79.11	0.012
Error	2	7090263	3545132		
Curvatura	1	5656005	5656005	3.94	0.297
Falta de ajuste	1	1434258	1434258	*	*
Total	4	349640030			

Resumen del modelo			
S	R-cuad	R-cuad (ajustado)	R-cuad (pred)
1882.85	97.97%	95.94%	89.83%

Se observa que la luz principal y el canto explican un 97.97 % de la variabilidad del coste. Por otro lado, la curvatura tiene una significancia de 0.297, muy superior a 0.05, por lo que la zona de estudio se encuentra lejos de una zona de inflexión, y por lo tanto se puede recurrir al método de descenso rápido para reducir el coste por la línea de máxima pendiente. El descenso rápido es un procedimiento secuencial, donde se parte del punto central del diseño factorial y se ira dando pasos secuenciales [1] [2] en función de los coeficientes  $\beta$  que acompañan los factores en la ecuación de regresión [3].

$$\Delta \text{ factor con efecto mayor} = -1 \quad [1]$$

$$\Delta \text{ otros factores} = \frac{\beta_{\text{otros factores}}}{\beta_{\text{factor con efecto mayor}}} \Delta \text{ factor con efecto mayor} \quad [2]$$

$$\text{Coste} = 200070 + 3939 \cdot \text{luz principal} + 8374 \cdot \text{canto} \quad [3]$$

Así pues, el método de máximo descenso comienza en el punto correspondiente a 35.0 m de luz principal y 1.2 m de canto del tablero (Paso 0). A partir de este paso, se realizará la secuencia de pasos con amplitud del factor de mayor efecto igual a la distancia entre el punto central y un extremo. Los incrementos serán los siguientes:

$$\Delta \text{ canto} = -1$$

$$\Delta \text{ luz principal} = \frac{3939}{8374} \cdot (-1) = -0.47$$

Posteriormente, se desnormalizan los factores para obtener su valor real [4,5].

$$\Delta \text{ canto} = (0.1 \cdot -1) = -0.1 \text{ metros} \quad [4]$$

$$\Delta \text{ luz principal} = (2.5 \cdot -0.47) = -1.2 \text{ metros} \quad [5]$$

Realizando estos decrementos, la reducción del coste sigue la línea de máxima pendiente del espacio reducido de diseño. En cada paso, el tablero se verifica a flecha, penalizando las soluciones infactibles según la expresión [6].

$$\text{Coste corregido} = \text{Coste} + \text{Coste} \cdot \frac{\frac{\text{flecha real}}{\text{flecha admisible}} - 1}{10} \quad [6]$$

En cada paso se obtiene el coste corregido y se observa su evolución hasta encontrar un cambio de tendencia (Figura 4). En la Tabla 4 se indican los experimentos realizados, mostrando la luz y el canto que definen cada tablero, el coste real, la flecha real, la flecha admisible, y finalmente el coste real corregido en el caso el puente no cumpla la flecha. El cambio de tendencia se produce en el paso 4, lo que implica que el óptimo local se encuentra en un entorno alrededor de dicho punto. Por lo tanto, dicho paso, correspondiente a 29.7 m de luz principal y 0.8 m de canto, se convierte en el punto central alrededor del cual se van a realizar los nuevos diseños.

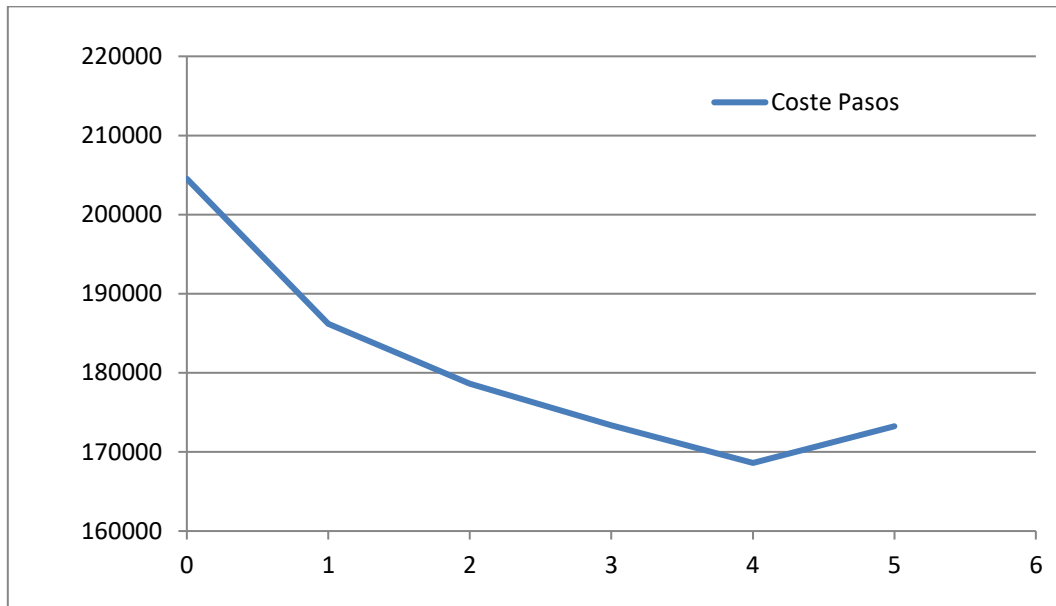


Figura 4. Diagrama Coste-Pasos

Tabla 4. Pasos realizados en el método de máximo descenso

	Luz principal (m)	Canto (m)	Coste (€)	Flecha admisible (L/1000)	Flecha obtenida	Coste corregido (€)
Paso 0	34.5	1.2	204528.98	0.0345	0.0145	204528.97
Paso 1	33.3	1.1	186196.27	0.0333	0.0168	186196.27
Paso 2	32.1	1	178617.16	0.0321	0.0197	178617.16
Paso 3	30.9	0.9	173353.64	0.0309	0.0239	173353.64
Paso 4	29.7	0.8	168267.61	0.0297	0.0303	168607.55
Paso 5	28.5	0.7	166747	0.0285	0.0396	173241.35

### 4.3. Metodología de la superficie de respuesta

Con el punto correspondiente al paso 4 como punto central, se realiza un diseño de superficie de respuesta utilizando un modelo central compuesto. Como el objetivo es obtener el tablero de menor coste y que cumpla todas las restricciones, se introducen como variables de respuesta tanto el coste, y la flecha normalizada para tener un mayor conocimiento de los resultados. La flecha normalizada es la correspondiente a la relación entre la flecha real y la flecha admisible, por lo que cuando la flecha normalizada sea menor a la unidad significa que cumple el ELS.



Tabla 5. Análisis de varianza del diseño central compuesto

Fuente	GL	SC Ajust.	MC Ajust.	Valor F	Valor p
Modelo	5	117635898	23527180	14.31	0.001
Lineal	2	91686646	45843323	27.89	0
Luz principal	1	4799517	4799517	2.92	0.131
Canto	1	86887129	86887129	52.85	0
Cuadrado	2	25947515	12973758	7.89	0.016
Luz principal*Luz principal	1	18751235	18751235	11.41	0.012
Canto*Canto	1	10397326	10397326	6.32	0.04
Interacción de 2 factores	1	1737	1737	0	0.975
Luz principal*Canto	1			0	0.975
Error	7	11508027	1644004		
Falta de ajuste	3	11508027	3836009	*	*
Error puro	4	0	0		
Total	12	129143925			

Resumen del modelo			
S	R-cuad	R-cuad (ajustado)	R-cuad (pred)
1282.19	91.09%	84.72%	36.63%

La Tabla 5 muestra que el coeficiente de determinación  $R^2$  es 91.09 %, por lo que solo con la luz principal y el canto de tablero se explica más de un 90% de la variabilidad del coste. Además, se pueden obtener gráficas que predicen las variables de respuesta en función de la luz principal y canto del tablero (Figuras 5 y 6). Los gráficos de contorno muestran con mayor claridad la información requerida, tanto del coste como de la flecha normalizada. Aquí los límites están normalizados, por lo que hay que tener presente que dichos límites corresponden a los niveles extremos de los factores mostrados en la Tabla 6.

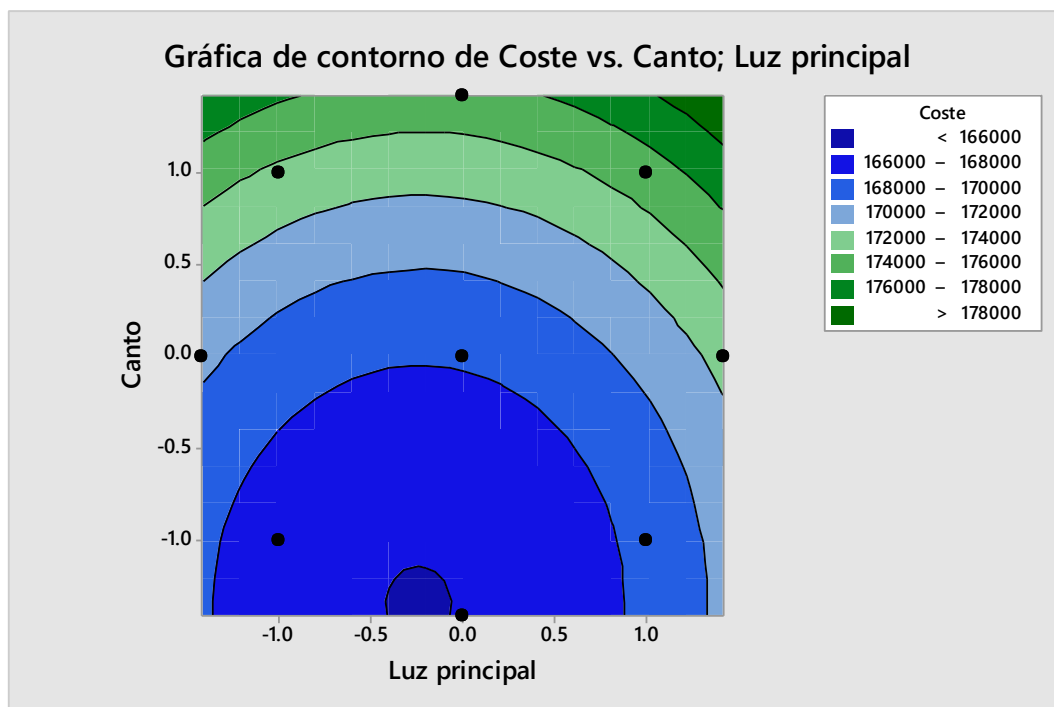


Figura 5. Gráfica de contorno del coste

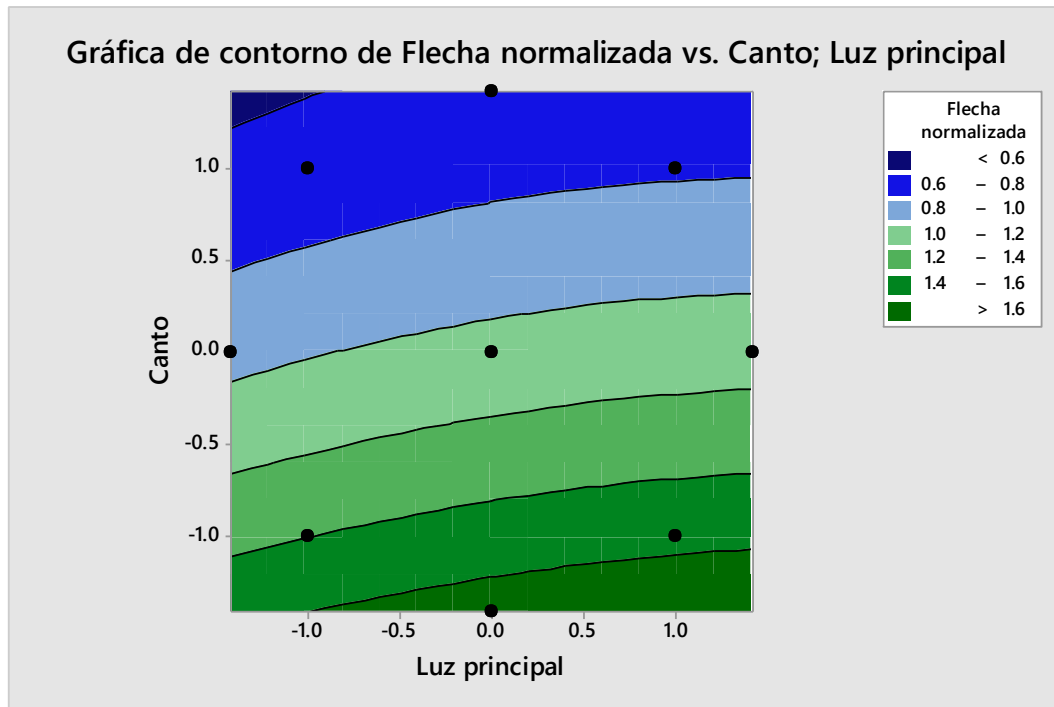


Figura 6. Gráfica de contorno de la flecha normalizada

Tabla 6. Límites inferior y superior del rango de estudio del diseño central compuesto

FACTORES	-	+
Luz principal	28.5	30.9
Canto en centro luz	0.7	0.9

Por un lado, se observa que en la gráfica de contorno de coste se observa que, el coste óptimo se encuentra entorno a la luz principal del punto central (29.7 m), y que a menor canto menor coste. Pero por otro lado, se observa que los tableros que cumplen a flecha presentan un canto mayor a 0.8 m. Es por esto que para obtener el óptimo, hay que buscar una solución de compromiso en la que se cumpla el ELS de flecha y se minimice el coste. En esta optimización se indica que la meta es minimizar el coste y la flecha normalizada, de forma que la solución obtenida sea un consenso entre estas dos variables.

La Figura 7 muestra la información tras optimizar la superficie de respuesta, con los rangos de la luz principal y canto del diseño central compuesto y el valor de ambos factores óptimos. Cada función dentro de la gráfica representa la variación de la variable respuesta (eje vertical: flecha normalizada y coste) en función de la los factores (eje horizontal: luz principal y canto). Así por ejemplo, por un lado se observa que la flecha normalizada óptima es de 0.96, cercana al límite de la unidad, por lo que si se incrementa la luz principal o se disminuye el canto, la flecha normalizada superara la unidad y el ELS de flecha dejará de cumplirse. También se observa que el menor coste se obtiene para una luz principal entorno a 29.7 m, y que a menor canto más económico es el tablero, lo cual se puede interpretar también en las gráficas de contorno. Además, las dos primeras funciones representan la deseabilidad compuesta, la satisfacción lograda considerando los dos factores. Se observa, que dicha satisfacción es mayor a un 70%, lo cual es un buen valor.

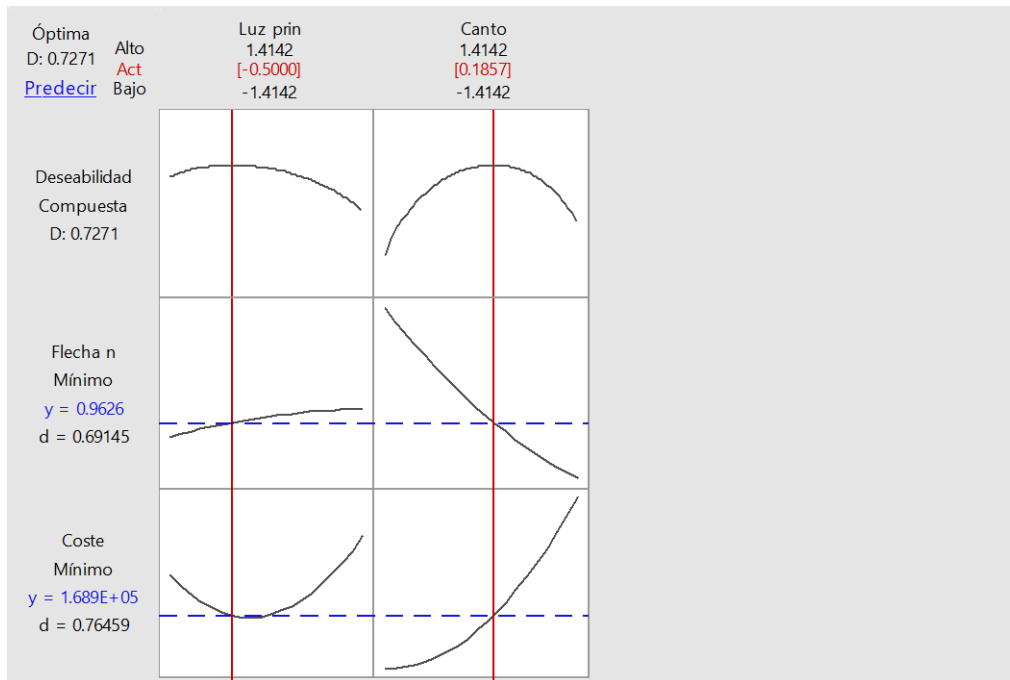


Figura 7. Gráfica de optimización del coste y flecha

Para el problema planteado, el coste óptimo es 168947 €. Este coste corresponde a un puente con una luz principal normalizada de -0.5 y un canto de tablero normalizado de 0.185, que corresponde a 29.1 m de luz principal y 0.818 m de canto. La luz principal corresponde a la división de vanos recomendada por los proyectistas más experimentados correspondiente a 80%Lv- Lv-80%Lv, y el canto del tablero una vez conocida la luz principal correspondería al menor canto que cumple el ELS.

Por facilidad constructiva, se toma una luz principal de 29 m y un canto de 0.8 m, con lo que se obtiene una flecha real de 2.84 mm, menor a la flecha admisible de 2.90 mm, cumpliendo la restricción de flecha. Finalmente se calcula el coste real, que en este caso es de 168,950.23 €, prácticamente igual al estimado, cuyo cuadro de precios es el observado en la Tabla 7.

Tabla 7. Cuadro de precios

<b>Armadura pasiva</b>				
	<i>Unidad</i>	<i>Medición</i>	<i>P. Unitario</i>	<i>Precio total</i>
kg	B 500S	44376.50	1.18	52,364.27 €
<b>Armadura activa</b>				
	<i>Unidad</i>	<i>Medición</i>	<i>P. Unitario</i>	<i>Precio total</i>
kg	Y 1860S	10470.33	2.32	24,291.17 €
<b>Encofrado</b>				
	<i>Unidad</i>	<i>Medición</i>	<i>P. Unitario</i>	<i>Precio total</i>
m2	Encofrado	735.33	32	23,530.61 €
<b>Hormigón</b>				
	<i>Unidad</i>	<i>Medición</i>	<i>P. Unitario</i>	<i>Precio total</i>
m3	HP-35	495.63	138.74	68,764.19 €

**Precio total**

**168,950.23 €**

## 5. CONCLUSIONES

La obtención de una solución óptima a un problema se puede realizar utilizando diferentes procedimientos, cada uno con sus ventajas y sus limitaciones. En este trabajo se ha presentado una metodología de optimización de estructuras basada en metamodelos, con el cual se ha obtenido una solución a un problema de forma ágil, sistemática e interactiva. El diseño de experimentos ha permitido simplificar la complejidad inicial del problema disminuyendo el número de factores a los que realmente tienen una influencia significativa sobre la variable respuesta, manteniendo un elevado porcentaje de la variabilidad explicada. El método de ascenso/descenso rápido permite acercarse al entorno del óptimo de una forma objetiva y sistemática. Finalmente, la metodología de la superficie de respuesta permite obtener una función objetivo donde el valor de la variable de respuesta se puede obtener a partir de los factores significativos, y la cual se puede también optimizar.

El procedimiento explicado se ha aplicado a un tablero de puente losa macizo. Inicialmente se ha partido de un problema con seis factores, de los cuales tras aplicar el diseño de experimentos, dos de ellos son significativos. Posteriormente se ha aplicado el método de descenso rápido para reducir el coste por la línea de máxima pendiente, penalizando los tableros que incumplían la restricción de flecha. Finalmente, alrededor del punto del paso en el que se ha producido el cambio de tendencia, se ha utilizado la metodología de la superficie de respuesta mediante un diseño central compuesto para poder obtener una función objetivo en la que el coste se obtuviese a partir de los valores de la luz principal y el canto. De esta forma se ha obtenido la solución de menor coste que cumple todas las restricciones.

En todo momento el  $R^2$  de los modelos con la luz principal y canto ha sido mayor al 90%. Esto significa que solamente con la luz principal y el canto del tablero, se explica una elevada variabilidad del coste, por lo que a pesar de reducir la complejidad del problema al disminuir el número de factores, la solución final obtenida es adecuada. La solución final corresponde a 29 m de luz principal y 0.8 m de canto del tablero. La luz principal corresponde a la recomendada por los proyectistas más experimentados, y el canto del tablero una vez conocida la luz principal correspondería al menor canto que cumple el ELS. Por lo tanto, la experiencia facilita la obtención de una buena solución a un problema, pero el procedimiento presentado constituye una metodología que permite obtener soluciones estructurales de gran calidad atendiendo al coste y a las restricciones del problema.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen la financiación del Ministerio de Economía y Competitividad, junto con los fondos FEDER (Proyecto: BIA2017-85098-R) y del Consejo Nacional de Desarrollo Científico y Tecnológico – CNPq/Brasil (Proc. 302736/2017-4).

## 6. REFERENCIAS

- BARTON, R. R.; MECKESHEIMER, M. Metamodel-based simulation optimization, 2006.
- BLUM, C.; PUCHINGER, J.; RAIDL, G. R.; ROLI, A. Hybrid metaheuristics in combinatorial optimization: A survey. *Applied Soft Computing*, v. 11, n. 6, p. 4135–4151, 2011.
- BOX, G. E. P.; WILSON, K. B. On the experimental attainment of optimum conditions. *Journal of the Royal Statistical Society*, v. 13, p. 1–45, 1951.

- CIHAN, M. T.; GÜNER, A.; YÜZER, N. Response surfaces for compressive strength of concrete. *Construction and Building Materials*, v. 40, p. 763–774, 2013.
- COHN, M. Z.; DINOVIETZ, A. S. Application of structural optimization. *Journal of Structural Engineering*, v. 120, n. 2, p. 617–650, 1994.
- COZ DIAZ, J. J. DEL; GARCIA-NIETO, P. J.; ALVAREZ-RABANAL, F. P.; ALONSO-MARTÍNEZ, M.; DOMINGUEZ-HERNANDEZ, J.; PEREZ-BELLA, J. M. The use of response surface methodology to improve the thermal transmittance of lightweight concrete hollow bricks by FEM. *Construction and Building Materials*, v. 52, p. 331–344, 2014.
- FABEANE, R.; KRIPKA, M.; PRAVIA, Z. M. C. Composite bridges: Study of parameters of optimized design. *International Journal of Bridge Engineering*, v. 5, p. 1-20, 2017.
- GARCÍA-SEGURA, T.; YEPES, V.; ALCALÁ, J.; PÉREZ-LÓPEZ, E. Hybrid harmony search for sustainable design of post-tensioned concrete box-girder pedestrian bridges. *Engineering Structures*, v. 92, p. 112–122, 2015.
- GARCÍA-SEGURA, T.; YEPES, V.; FRANGOPOL, D. M. Multi-objective design of post-tensioned concrete road bridges using artificial neural networks. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, v. 56, n. 1, p. 139–150, 2017.
- GARCÍA-SEGURA, T.; PENADÉS-PLÀ, V.; YEPES, V. Sustainable bridge design by metamodel-assisted multi-objective optimization and decision-making under uncertainty. *Journal of Cleaner Production*, v. 202, p. 904-915, 2018.
- HOLLAND, J. H. *Adaptation in natural and artificial systems*, 1975.
- KIRKPATRICK, S.; GELATT, C. D.; VECCHI, M. P. Optimization by simulated annealing. *Science*, v. 220, n. 4598, p. 671–80, 13, 1983.
- KRIPKA, M.; OLIVEIRA NETO, L.; KRIPKA, R. M. L. Determinação do posicionamento ótimo de apoios em pontes. *Ciência & engenharia*, v. 22, p. 29-36, 2013.
- KRISHNANAND, K. N.; GHOSE, D. Glowworm swarm optimisation: A new method for optimising multi-modal functions. *International Journal of Computational Intelligence Studies*, v. 1, n. 1, p. 93–119, 2009.
- LAW, A. M. *Simulation modeling and analysis*, 3rd edition. New York: McGraw-Hil, 2000.
- LUZ, A.; YEPES, V.; GONZÁLEZ-VIDOSA, F.; MARTÍ, J. V.; MARTÍ, J. V. Design of open reinforced concrete abutments road bridges with hybrid stochastic hill climbing algorithms. *Informes de la Construcción*, v. 67, n. 540, p. e114, 2015.
- MARTÍ, J. V.; GARCÍA-SEGURA, T.; YEPES, V. Structural design of precast-prestressed concrete U-beam road bridges based on embodied energy. *Journal of Cleaner Production*, v. 120, p. 231-240, 2016.
- MARTÍNEZ, F. J.; GONZÁLEZ-VIDOSA, F.; HOSPITALER, A.; YEPES, V. Heuristic optimization of RC bridge piers with rectangular hollow sections. *Computers and Structures*, v. 88, n. 5–6, p. 375–386, 2010.
- MARTÍNEZ-MARTÍN, F. J.; GONZÁLEZ-VIDOSA, F.; HOSPITALER, A.; YEPES, V. Multi-objective optimization design of bridge piers with hybrid heuristic algorithms. *Journal of Zhejiang*

University-Science A, v. 13, n. 6, p. 420-432, 2012.

MINISTERIO DE FOMENTO. IAP-11: Code on the actions for the design of road bridges. Madrid, Spain, 2008.

MONTGOMERY, D. C. Design and analysis of engineering experiments. New York: John Wiley, 2001.

PARRAS GALÁN, L.; MONTES TUBÍO, M.; GARCÍA GUZMÁN, A.; ENTRENAS ANGULO, J. A.; DIOS PALOMARES, R. DE; PALOMARES, R. DE D. Un método de optimización de estructuras articuladas estáticamente determinadas. Informes de la Construcción, v. 37, n. 372, p. 65–73, 1985.

PENADÉS-PLÀ, V.; GARCÍA-SEGURA, T.; YEPES, V. Accelerated optimization method for low-embodied energy concrete box-girder bridge design. Engineering Structures, v. 179, p. 556-565, 2019.

VÁZQUEZ, M. Un nuevo algoritmo para la optimización de estructuras: el recocido simulado. Informes de la Construcción, v. 46, n. 436, p. 49–69, 1995.

YEPES, V.; DÍAZ, J.; GONZÁLEZ-VIDOSA, F. Statistical Characterization of Prestressed Concrete Road Bridge Decks. Revista de la Construcción, v. 8, n. 2, p. 95-109, 2009.

YEPES, V.; MARTÍ, J. V.; GARCÍA-SEGURA, T. Cost and CO2 emission optimization of precast-prestressed concrete U-beam road bridges by a hybrid glowworm swarm algorithm. Automation in Construction, v. 49, p. 123–134, 2015.