

CONTROLADORES BORROSOS BASADOS EN ESTRUCTURA VARIABLE CON MODOS DESLIZANTES: ASPECTOS Y SIMILITUDES

Basil M. Al-Hadithi ^{*,1}
Fernando Matía y Agustín Jiménez ^{**}

** Departamento de Electrónica y Sistemas
Universidad Alfonso X El Sabio
Villanueva de la Cañada, Av/de la Universidad, 1.
28691-Madrid, Spain
bmal@uax.es*

*** Departamento de Automática, Ingeniería Electrónica e
Informática Industrial
Universidad Politécnica de Madrid
J.Gutierrez Abascal, 2. 28006-Madrid, Spain
matia@etsii.upm.es*

Resumen: En este trabajo se revisan las propiedades y las similitudes que presentan los controladores borrosos (FLC) y los de Control de Estructura Variable (VSC) con Modos Deslizantes (SM). Se presentan las características del VSC con SM, se explican los pasos a seguir para diseñar el VSC, se comentan los trabajos que tratan de reducir o evitar el ruido continuo y se revisan varios trabajos que analizan la similitud entre el FLC y el VSC, lo que ha motivado combinar ambos métodos y obtener un controlador robusto que asegure la estabilidad de los sistemas borrosos. Finalmente se explica el diseño de un FLC basado en VSC con SM utilizando el modelo borroso de Takagi-Sugeno y se mencionan cuáles son las ventajas de estas técnicas en presencia de no linealidades e incertidumbre en los sistemas a controlar. *Copyright ©2005 CEA-IFAC*

Palabras Clave: Control borroso, Control de modo deslizante, Modelo de Takagi-Sugeno.

1. INTRODUCCIÓN

El sistema de Control de Estructura Variable (VSC) con Modos Deslizantes (SM) se caracteriza por la facilidad con la que trata no linealidades e incertidumbres en los sistemas de control.

Entre los sistemas susceptibles de aplicar la teoría del VSC se tienen: sistemas no lineales, sistemas con retraso, sistemas de gran escala, sistemas mul-

tivables, etc. Aparte de su aplicación principal, que es la estabilización de sistemas, las técnicas del VSC comienzan a aplicarse al control de sistemas de seguimiento de movimientos, control óptimo y al control adaptativo.

El SM es comparable al método de la asignación de autovalores, porque en él los estados del sistema siguen la ecuación de la superficie de conmutación $s(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$, de forma similar al caso de asignación de los autovalores. Las diferencias son, en primer lugar, que este último método es sólo aplicable a sistemas lineales y que los autovalores asignados dependen de los parámetros del siste-

¹ Este trabajo está financiado por el Ministerio Español de Ciencia y Tecnología (proyecto URBANO DPI-2001-3652-C02 y proyecto ROBINT DPI-2004-07907-C02).

ma a controlar, mientras el controlador en el SM es insensible a variaciones en los parámetros del sistema original.

Una segunda diferencia es que en el caso del SM se puede controlar el sistema mediante el uso de un sistema de orden reducido ($s(\mathbf{x})$ es siempre de un orden menor del orden del sistema controlado). Por último la asignación de autovalores es bastante sensible a las incertidumbres de los sistemas.

En la sección 2 se revisan las propiedades del VSC por las que ha obtenido tanto éxito (Hung *et al.*, 1993). También se comenta el procedimiento para elegir los parámetros de cada una de las dos estructuras que forman el sistema final y se explica cómo el sistema resultante tendrá unas características que no existen en cualquiera de las dos estructuras (Emelyanov, 1959), (Emelyanov, 1967) y Utkin (Utkin, 1977). Esto representa una propiedad muy interesante pues se puede diseñar un control que no depende de los parámetros del sistema original, sino de un modo totalmente distinto del sistema a controlar, lo que ofrece un control invariante a las perturbaciones e incertidumbres del sistema.

A continuación se recogen en la sección 3 referencias a los principales desarrollos existentes en VSC, como son la rapidez en alcanzar el plano deslizante y la capacidad para mantener el estado del sistema cerca de él. Se mencionan también varios trabajos que tratan de aplicar el VSC a sistemas continuos y discretos.

Se explican en la sección 4 los pasos a seguir para diseñar el VSC y las condiciones que deben cumplirse, las cuales se denominan condiciones de alcance y del modo deslizante (Barbashin, n.d.), (Emelyanov, 1967) y (Utkin, 1978).

La sección 5 está dedicada a los trabajos que tratan de reducir o evitar el ruido continuo (*Chattering*) (ver la figura 1) que resulta de la conmutación de alta frecuencia cerca de la superficie deslizante (Ambrosino *et al.*, n.d.), (Brierley and Longchamp, 1990), (Li *et al.*, 1997) y (Slotine and Li, 1991).

Se discute en la sección 6 la similitud entre el controlador de lógica borrosa y el controlador de estructura variable. Esta similitud se fundamenta en la utilización de reglas borrosas en el plano de fases, cuyo resultado es el movimiento del estado del sistema hacia el modo deslizante (Driankov *et al.*, 1996), (Hwang and Lin, 1992), (Kim and Lee, 1995), (Palm, 1993), (Palm, 1994), (Yi and Chung, 1995) y (Yi and Chung, 1998). se verá que, en realidad, se puede considerar el FLC como un VSC modificado. Otros investigadores muestran que el FLC se puede aproximar por un VSC con capa límite. Esta similitud es la que ha motivado a muchos investigadores para combinar ambos

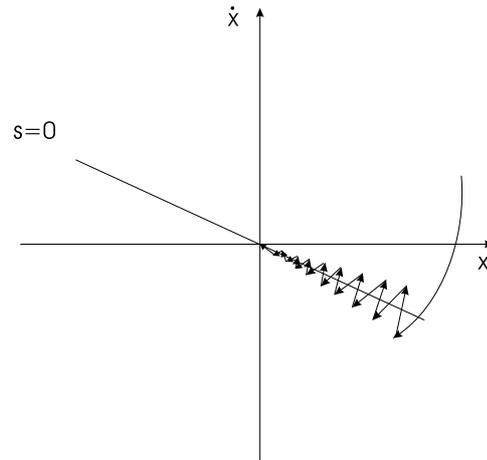


Figura 1. El problema del ruido continuo

métodos y obtener un controlador muy robusto que asegure la estabilidad del sistema.

En la sección 7 se explica el diseño de un FLC basado en VSC con SM utilizando el modelo borroso de Takagi-Sugeno (Jacob and Munighan, 1997), (Lo and Kuo, 1998), (Lu and Chen, 1994), (Wu and Liu, 1996a) y (Wu and Liu, 1996b).

Finalmente se comentan en la sección 8 diversos trabajos que tratan la combinación del FLC con VSC y las ventajas que se pueden lograr frente las no linealidades, incertidumbre y las imperfecciones en los sistemas de control. También se intenta en esos trabajos aprovechar la estabilidad garantizada de los sistemas de estructura variable para tratar el problema de la estabilidad global de los sistemas borrosos. En otras investigaciones se han presentado nuevos métodos para reducir el efecto del *chattering*.

2. FUNDAMENTOS DEL VSC

El siguiente ejemplo puede dar una idea básica del VSC. Dado el sistema de segundo orden:

$$\ddot{x} + a\dot{x} + (b + k)x = 0 \quad (1)$$

Si la ley de control kx se elige de forma que k cambie entre valores diferentes, modificando la estructura del sistema en cadena cerrada, se obtienen trayectorias diferentes de las que se podrían obtener con un valor de k fijo. Si se supone que el sistema no tiene amortiguamiento ($a = 0$) y que k toma los valores:

$$k = \begin{cases} \alpha - b \\ -\alpha - b \end{cases} \quad (2)$$

el sistema en cadena cerrada tendrá dos estructuras:

$$\ddot{x} + \alpha x = 0 \quad (3)$$

$$\ddot{x} - \alpha x = 0 \quad (4)$$

Las trayectorias en los dos casos se muestran en las figuras 2 (A) y (B).

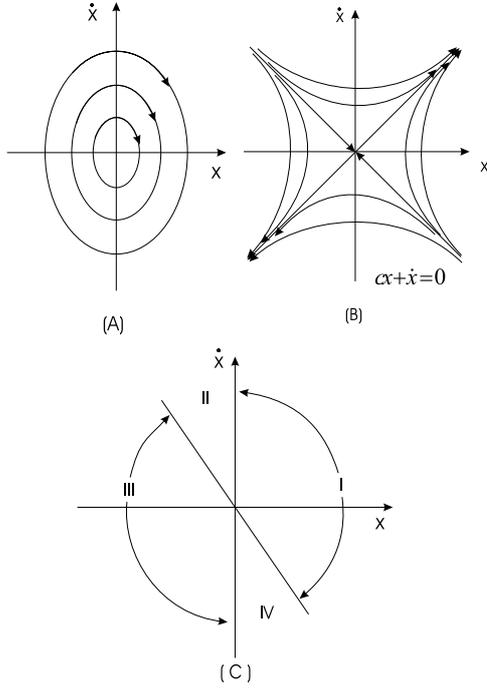


Figura 2. El sistema de Estructura Variable (ecuaciones (3) y (4))

En el caso de la ecuación (4), existe un único subespacio estable definido por la siguiente ecuación:

$$\dot{x} + \sqrt{\alpha}x = 0 \tag{5}$$

Utilizando esta línea y la línea $x = 0$, se divide el plano de fases en cuatro regiones, como se ve en la figura 2(C). Se elige el control de la siguiente forma:

$$u(t) = \begin{cases} (\alpha - b)x & \text{en las regiones I, III} \\ (-\alpha - b)x & \text{en las regiones II, IV} \end{cases} \tag{6}$$

Las trayectorias del sistema en cadena cerrada se muestran en la figura 3 y el sistema resultante es globalmente estable, a pesar de que los dos sistemas realimentados de los cuales se formó son críticamente estable e inestable respectivamente. Las respuestas de $x(t)$ para condiciones iniciales en la región I y II se muestran en las figuras 4(A) y 4(B).

En el ejemplo anterior, las trayectorias del sistema resultante con conmutación constan de trozos de las trayectorias de los sistemas realimentados sin conmutación. Es también posible obtener movimientos en el sistema con conmutación que no tengan relación con los sistemas sin conmutación de los cuales se forma. Por ejemplo, en el ejemplo anterior, el sistema no tiene necesariamente que conmutar sobre la línea definida

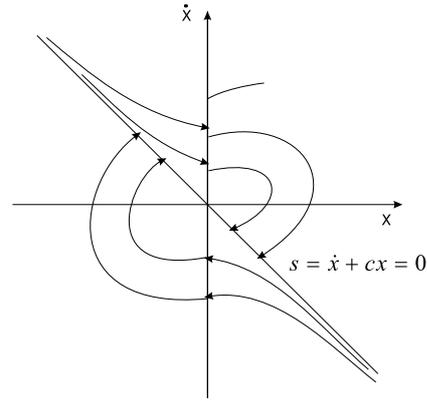


Figura 3. Las trayectorias en cadena cerrada del sistema (ecuaciones (3) y (4))

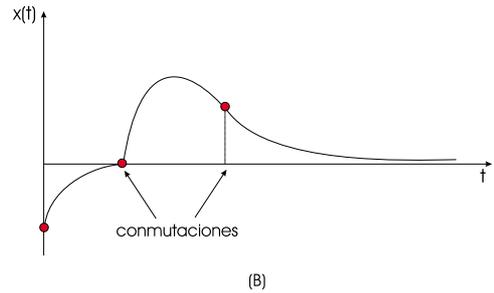
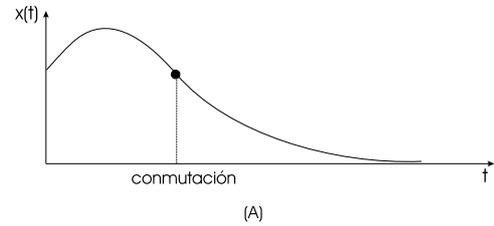


Figura 4. Las trayectorias del sistema como función de tiempo: (A) La condición inicial en la región I; (B) La condición inicial en la región II

mediante la ecuación (5). Se puede hacer la conmutación sobre la línea

$$s = cx + \dot{x} = 0 \tag{7}$$

Con el fin de entender el comportamiento del sistema sobre la línea de conmutación, es conveniente introducir dos líneas de conmutación como se ve en la figura 5, donde el sistema con trayectorias elípticas representado por la ecuación (3) conmuta sobre la línea l_1 con $c = c_1$, y el sistema (4) conmuta sobre la línea l_2 con $c = c_2$ ($c_1 > c_2$).

Si (c_1, c_2) se hacen igual a c , entonces la trayectoria conmuta con una alta frecuencia sobre la línea $s = cx + \dot{x} = 0$ resultando la línea zig-zag que se muestra en la figura 5.

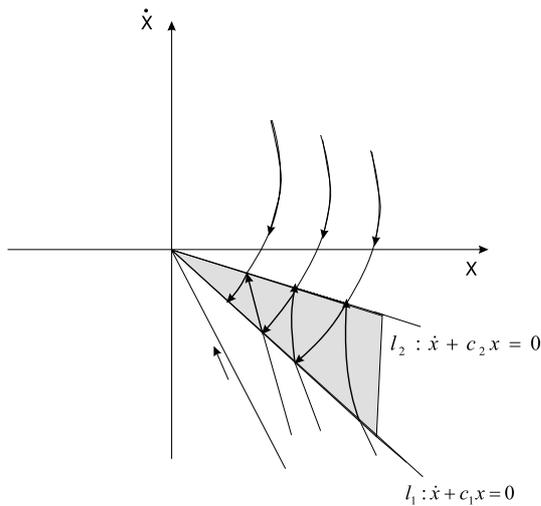


Figura 5. Condición deslizante

3. DESARROLLOS EXISTENTES EN CONTROL DE ESTRUCTURA VARIABLE

El enfoque del VSC con SM es uno de los métodos robustos de control empleados para manejar sistemas con incertidumbres del modelo (Chen and Chang, 1998) o cuando el conocimiento de sus parámetros no es exacto. Véanse (Klein and Maney, 1978) para aplicaciones, y (Emelyanov, 1959), (Emelyanov, 1967) y Utkin (Utkin, 1977) para los resultados teóricos principales. El control deslizante se considera como un control robusto no lineal realimentado (Fillipov, 1964), (Utkin, 1978). Muchos otros trabajos sobre el VSC se encuentran en (Clegg, 1956), (Emelyanov, 1959), (Flugge-Lotz, 1956), (Flugge-Lotz and Wunch, 1955), (Garret, 1961), (Letov, 1957), (Maslennikov, 1956), (Ostrovsky, 1956), (Ostrovsky, 1960), (Shigin, 1958), (Stout, 1956) y (Wunch, 1953).

Tras haber recorrido una larga historia de investigación y desarrollo, el VSC se ha establecido como método general de control. Su viabilidad es cada vez más reconocida por los profesionales del control, aunque quedan todavía problemas por investigar. El VSC resulta muy atractivo para los ingenieros de control, ya que sus conceptos básicos son fáciles de comprender y ha dado un rendimiento satisfactorio en muchas áreas prácticas de la electrónica industrial. El VSC es aplicable a muchos sistemas de control donde no están bien desarrollados otros métodos de diseño.

Para sistemas de tiempo discreto con VSC, en la práctica, se logran sólo modos cuasi-deslizantes debido a la limitación del tiempo de muestreo (Milosavljevic, 1985). (Sira-Ramirez, 1991) investigó las condiciones de estabilidad y de convergencia para sistemas de control deslizante de tiempo discreto. (Furuta, 1990) presentó un control deslizante de tiempo discreto basado en funciones discretas de Lyapunov. También presentó un con-

trol discreto del tipo VSC (Furuta, 1993) y su aplicación a la autosintonía de controladores. (Pieper and Goheen, 1993) han logrado modos cuasi-deslizantes en un modelo discreto de entrada/salida de fase no mínima. (Padeh and Tomizuka, 1993) propusieron un VSC de tiempo discreto para el accionamiento directo de un robot (Wu and Liu, 1996b).

En cuanto a las características de diseño de un VSC, es deseable simultáneamente:

- a- alcanzar el plano deslizante rápidamente;
- b- mantener la trayectoria cerca de él;
- c- reducir el número de conmutaciones entre estructuras.

Sin embargo, alcanzar rápidamente el plano deslizante implica también obtener una salida rápida, a menos que se permitan unas conmutaciones frecuentes entre estructuras. En un esquema de control digital, la trayectoria partirá de la referencia, incrementándose con el período de muestreo (España *et al.*, 1984).

Los procedimientos sistemáticos de diseño de controladores deslizantes son bien conocidos en la literatura (Slotine and Li, 1991). Sin embargo, puede surgir el fenómeno del ruido continuo debido a la conmutación de alta frecuencia cerca de la superficie deslizante. La ley de control de conmutación debería evitarse en muchas aplicaciones, como por ejemplo en los sistemas de servocontrol y de control de estructura de vibración, pero esto resulta difícil de lograr en la práctica (Chen and Chang, 1998).

En (Wu and Liu, 1996b) y otros trabajos, se aplica el enfoque de la función de Lyapunov para determinar la condición de alcance. Para evitar el problema del ruido continuo que aparece en el VSC, se puede suavizar la discontinuidad de control mediante la definición de una capa límite de anchura Φ .

4. DESCRIPCIÓN MATEMÁTICA DEL VSC CON SM

4.1 Consideraciones generales

En el VSC, los algoritmos de diseño incluyen la selección de las funciones deslizantes $\mathbf{s}(\mathbf{x})$ deseadas, esto es, la elección de sus parámetros. Posteriormente se implementa un control discontinuo que asegura la existencia de los modos deslizantes en cada punto del plano deslizante $\mathbf{s}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$. En la etapa final, el control debe dirigir los estados del sistema hacia el plano deslizante.

En general, las dinámicas del VSC constan de dos condiciones: la condición de alcance y la condición deslizante. En la primera, el objetivo es llegar al

plano de conmutación en un tiempo finito desde cualquier punto. También se denomina modo no deslizante. La segunda parte se denomina el modo deslizante, durante el cual la trayectoria tiende asintóticamente al origen del espacio de estados. Los parámetros de la función de conmutación condicionan el comportamiento final del sistema durante el modo deslizante.

Se pueden observar cuatro características del sistema de estructura variable:

- 1- Como el origen del espacio de estados representa el estado de equilibrio del sistema, el SM representa el comportamiento del mismo durante el período transitorio. En otras palabras, la superficie que describe $\mathbf{s}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$ define la respuesta transitoria del sistema durante el SM.
- 2- Durante el SM, las dinámicas de la trayectoria son de un orden menor que el orden del sistema original.
- 3- Durante el SM, la dinámica de la trayectoria está gobernada sólo por los parámetros que describen la función deslizante.
- 4- El SM es una trayectoria que no es inherente a ninguna de las estructuras de control.

Se explican a continuación los pasos a seguir para diseñar el VSC (Hung *et al.*, 1993). Se desea diseñar un controlador SM para un sistema de orden n ésimo y de r entradas, representado en su forma canónica controlable por:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (8)$$

La estructura del VSC viene determinada por una función $\mathbf{s}(\mathbf{x})$ que servirá de función de conmutación. La función de conmutación es lineal y de dimensión r , que se supone menor que n . Esto significa que,

$$\mathbf{s}(\mathbf{x}) = \mathbf{C}\mathbf{x} \quad (9)$$

donde

$$\mathbf{s}(\mathbf{x}) = [s_1(\mathbf{x}) \ s_2(\mathbf{x}) \ \cdots \ s_r(\mathbf{x})]^T$$

y

$$\mathbf{C} = [\mathbf{c}_1^T \ \mathbf{c}_2^T \ \cdots \ \mathbf{c}_r^T]^T$$

es constante, es decir

$$s_i(\mathbf{x}) = \mathbf{c}_i^T \mathbf{x} \quad (10)$$

siendo \mathbf{C} una matriz arbitraria ($r \times n$) elegida tal que $\mathbf{s}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$ defina un sistema dinámico estable de orden reducido.

4.2 Condiciones del Alcance

El siguiente paso en el diseño del VSC, incluye la elección de la estructura del control que satisfaga

la condición de alcance. Existen varios enfoques para especificar la condición de alcance y condiciones suficientes para que el SM exista. Entre ellos están:

- Las condiciones propuestas en (Barbashin, n.d.), (Emelyanov, 1967) y (Utkin, 1978):

$$\dot{s}_i(\mathbf{x}) < 0 \quad \text{cuando} \quad s_i(\mathbf{x}) > 0 \quad (11)$$

y

$$\dot{s}_i(\mathbf{x}) > 0 \quad \text{cuando} \quad s_i(\mathbf{x}) < 0 \quad (12)$$

o también

$$s_i(\mathbf{x})\dot{s}_i(\mathbf{x}) < 0 \quad \forall i = \{1, \dots, r\} \quad (13)$$

Una condición similar la propuso (Utkin, 1977):

$$\lim_{s_i(\mathbf{x}) \rightarrow 0^+} \dot{s}_i(\mathbf{x}) < 0 \quad \text{y} \quad \lim_{s_i(\mathbf{x}) \rightarrow 0^-} \dot{s}_i(\mathbf{x}) > 0 \quad (14)$$

- El enfoque de la función de Lyapunov. Se elige la función de Lyapunov:

$$\mathbf{V}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{s}^T(\mathbf{x})\mathbf{s}(\mathbf{x})$$

La condición global de alcance se da en (Itkis, 1976):

$$\dot{\mathbf{V}}(\mathbf{x}, t) < 0 \quad \text{cuando} \quad \mathbf{s}(\mathbf{x}) \neq \mathbf{0}$$

4.3 La Ley de Control

La ley de control del sistema de estructura variable se cambia cuando su estado cruza la línea de conmutación. En general, la entrada del control puede que no sea suave, e incluso a veces es discontinua durante la conmutación y puede excitar dinámicas no modeladas de alta frecuencia. Durante las dos décadas anteriores, se han propuesto muchos métodos para suavizar la entrada de control. Véanse por ejemplo (Hwang and Tomizuka, 1994) y (Slotine and Li, 1991).

Si se considera el modelo representado por (8)-(10) para el diseño de la ley de control del VSC, se puede proceder al diseño de VSC con el control $\mathbf{u}(\mathbf{x})$ libre o preasignado. En cualquiera de los dos casos, el objetivo es satisfacer la condición de alcance. En el enfoque de la estructura libre, se puede resolver la estructura del control obligando a que la función de conmutación verifique cualquiera de las condiciones de alcance mencionadas anteriormente.

En algunos casos, es conveniente preasignar la estructura del VSC y luego determinar los valores de las ganancias del controlador. Entre las estructuras preasignadas más populares, están las siguientes:

- 1- Control tipo relé : el VSC para cada elemento del vector de control \mathbf{u} toma la forma de relé. La ganancia del relé puede ser fija o dependiente del estado

$$u_i(\mathbf{x}) = \begin{cases} k_i^+ & \text{cuando } s_i(\mathbf{x}) > 0 \\ k_i^- & \text{cuando } s_i(\mathbf{x}) < 0 \end{cases} \quad (15)$$

Los valores k_i^+ y k_i^- se eligen para satisfacer la condición deseada de alcance.

- 2- Realimentación lineal con ganancias conmutadas: La figura 6 muestra el esquema del VSC.

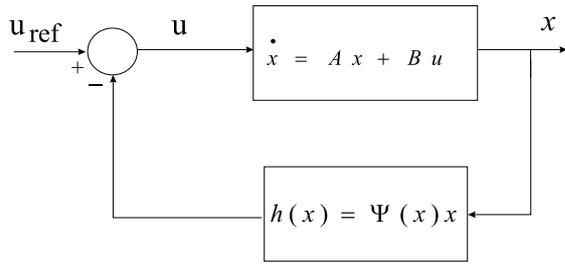


Figura 6. Control de Estructura Variable

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = -\Psi(\mathbf{x})\mathbf{x} \quad (16)$$

donde $\Psi(\mathbf{x}) = [\Psi_{ij}(\mathbf{x})]$ es una matriz $r \times n$

$$\Psi_{ij}(\mathbf{x}) = \begin{cases} \alpha_{ij} & \text{cuando } s_i(\mathbf{x})x_j > 0 \\ \beta_{ij} & \text{cuando } s_i(\mathbf{x})x_j < 0 \end{cases} \quad (17)$$

con α_{ij}, β_{ij} constantes, $\forall i = \{1, \dots, r\}, \forall j = \{1, \dots, n\}$.

$$u_i(\mathbf{x}) = -\sum_{j=1}^n \Psi_{ij}x_j \quad (18)$$

Los parámetros α_{ij}, β_{ij} se eligen para satisfacer la condición deseada de alcance.

- 3- La tercera estructura es una extensión de la anterior. El VSC para cada una de las r entradas se describe como sigue:

$$u_i(\mathbf{x}) = \begin{cases} u_i^+(\mathbf{x}) & \text{cuando } s_i(\mathbf{x}) > 0 \\ u_i^-(\mathbf{x}) & \text{cuando } s_i(\mathbf{x}) < 0 \end{cases} \quad (19)$$

- 4- Aumentar el control equivalente (Carlo *et al.*, 1988). El método de control equivalente (Utkin, 1972a), (Utkin, 1972b) es una técnica que se utiliza para encontrar ecuaciones de los modos deslizantes ideales. En esta técnica, la derivada del vector $\mathbf{s}(\mathbf{x})$ a lo largo la trayectoria del sistema de (8) se iguala a cero y el sistema resultante se resuelve para el vector de control. Este control equivalente, si existe, se sustituye en el sistema original (8). Las ecuaciones resultantes son las del SM ideal.

El control VSC toma la forma

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_e + \Delta \mathbf{u}$$

donde \mathbf{u}_e representa el control equivalente y $\Delta \mathbf{u}$ se añade para satisfacer la condición de alcance. Una forma común de $\Delta \mathbf{u}$ es el control tipo relé.

Para que exista un SM, hay que aplicar las condiciones de alcance.

La determinación del control $\mathbf{u}(\mathbf{x})$ incluye la solución de r pares de desigualdades:

$$\dot{s}_i(\mathbf{x}) = \frac{\partial s_i}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}) \begin{cases} < 0 & \text{cuando } s_i(\mathbf{x}) > 0 \\ > 0 & \text{cuando } s_i(\mathbf{x}) < 0 \end{cases} \quad (20)$$

$$\forall i = \{1, \dots, r\}$$

Llamado \mathbf{b}_i al vector columna i -ésima de la matriz \mathbf{B} , entonces

$$\begin{aligned} & \mathbf{c}_1^T \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{c}_1^T \mathbf{b}_1 u_1 + \dots + \mathbf{c}_1^T \mathbf{b}_r u_r \\ & \begin{cases} < 0 & \text{cuando } s_1(\mathbf{x}) > 0 \\ > 0 & \text{cuando } s_1(\mathbf{x}) < 0 \end{cases} \\ & \vdots \\ & \mathbf{c}_r^T \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{c}_r^T \mathbf{b}_1 u_1 + \dots + \mathbf{c}_r^T \mathbf{b}_r u_r \\ & \begin{cases} < 0 & \text{cuando } s_r(\mathbf{x}) > 0 \\ > 0 & \text{cuando } s_r(\mathbf{x}) < 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (21)$$

Así la ecuación (21) consta de $2r$ desigualdades condicionales para $2r$ incógnitas. Las $2r$ incógnitas son señales de control, $u_i(\mathbf{x})$, $i = \{1, 2, \dots, r\}$ y tienen un valor diferente para cada una de las dos condiciones diferentes.

5. REDUCCIÓN DEL RUIDO CONTINUO

Una de las características del diseño y análisis de sistemas de VSC es que la acción de control puede conmutar de un valor a otro de forma infinitamente rápida. Sin embargo, en sistemas prácticos, el ruido continuo es indeseable, porque es imposible conseguir el control de alta conmutación necesario en la mayoría de diseños de VSC, debido a muchas razones. Una de ellas es la existencia de un retardo en el cómputo del control. La segunda razón es la limitación de los actuadores físicos. El ruido continuo siempre ocurre en los modos deslizantes y en régimen permanente. En régimen permanente, el ruido continuo aparece como una oscilación de alta frecuencia alrededor del punto deseado de equilibrio y puede resultar una fuente de excitación de las dinámicas de alta frecuencia del sistema no modeladas (Flugge-Lotz, 1959), (Kwatny and Young, 1987) y (Slotine and Li, 1991). Por tanto, el ruido continuo debe eliminarse de modo que el control actúe adecuadamente.

Existen distintas aproximaciones para eliminar el ruido continuo. En varios diseños del VSC, el control tiene términos similares a un relé. Las propiedades ideales de un relé son prácticamente imposibles de conseguir. Por ello un enfoque para reducir el ruido continuo es reemplazar el relé por una saturación (aproximación continua (Slotine and Sastry, 1983) y (Slotine, 1984)). Otro enfoque es el de (Li *et al.*, 1997) y (Slotine and Li, 1991), que sugieren añadir una capa límite alrededor de la superficie de conmutación para alisar la discontinuidad del control como se ve en la figura 7. Dentro de esta capa, el control se elige para ser una aproximación continua de la función de conmutación.

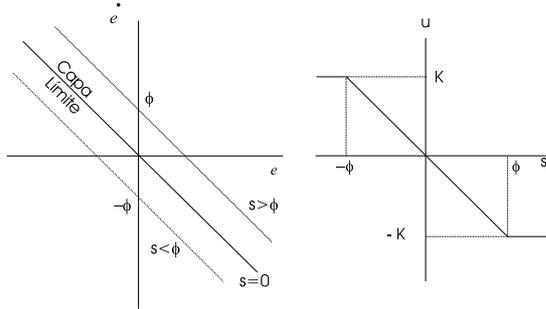


Figura 7. Estructura Variable con capa limite

Otro método de continuación reemplaza el control (Ambrosino *et al.*, n.d.), (Brierley and Longchamp, 1990)

$$u = \frac{\mathbf{c}^T \mathbf{x}}{|\mathbf{c}^T \mathbf{x}|}$$

por

$$u = \frac{\mathbf{c}^T \mathbf{x}}{|\mathbf{c}^T \mathbf{x}| + \delta}$$

siendo δ un constante positiva que hace que el control u sea continuo.

Los enfoques de continuación eliminan el ruido continuo de alta frecuencia a cambio de perder la invarianza. Se puede mantener un alto grado de robustez con una capa límite de pequeña anchura, pero los retrasos significantes en los actuadores de control implican la necesidad de una amplia capa límite. Es interesante notar que los diferentes tipos de VSC son estables y sus trayectorias están limitadas en una banda o zona en el espacio de estado. Si la anchura de la banda es suficientemente estrecha, las dinámicas dentro de la banda se denominan "modos cuasi deslizantes"

6. SIMILITUD ENTRE FLC Y VSC

En distintos trabajos de investigación, un gran grupo de FLC de sistemas no lineales se diseña

en el plano de fases determinado por el error (e) y su derivada (\dot{e}) (Ray and Majumder, 1984), (Tang and Mullholand, 1987) y (Wakileh and Gill, 1988), calculando un valor borroso de la variable de control según los valores borrosos de e y \dot{e} . El enfoque general del diseño de control se hace por la división del plano de fases en dos semiplanos por una línea de conmutación. Dentro de los semiplanos, se producen salidas positivas y negativas de control respectivamente, lo que pone de manifiesto la similitud entre las reglas borrosas del FLC (ver tabla 1) y la salida del VSC como muestran las figuras 7 y 8. La desventaja del SM está en los cambios drásticos de las variables de control que provocan alto estrés, como por ejemplo el ruido continuo, mientras que en FLC la magnitud de las salidas de control depende de la distancia del vector de estado a la línea de conmutación, suavizando el control.

Si los límites de las incertidumbres del modelo son conocidos, se pueden garantizar la estabilidad y la alta calidad del comportamiento del sistema controlado. En principio, el control borroso funciona como un controlador de modo deslizante modificado. Las reglas están, en general, condicionadas en tal manera, que por encima de la línea de conmutación $s = 0$ se genera un control negativo y por debajo de la misma se genera un control positivo, similar al SM, como se muestra en la tabla 1, donde las salidas de control son menores cerca de la línea de conmutación que las que están más lejos de la misma.

Si $K_{Fuzz}(x, \dot{x}, \dots)$ es el valor absoluto de la salida nítida de control del FLC, entonces:

$$u = -K_{Fuzz}(e, \dot{e}, c)sgn(s) \tag{22}$$

donde c representa los coeficientes de la línea de conmutación.

Comparando la ecuación (22) con la estructura del VSC con capa límite que se ha explicado en las secciones 4 y 5, se puede decir que el FLC es una extensión del SM con capa límite (ver figura 7).

$\begin{matrix} \cdot \\ e \\ e \end{matrix}$	NGE	NPE	CEE	PPE	PGE
PGDE	CEK	NGK	NGK	NGK	NGK
PPDE	PGK	CEK	NPK	NPK	NGK
CEDE	PGK	PPK	CEK	NPK	NGK
NPDE	PGK	PPK	PPK	CEK	NGK
NGDE	PGK	PGK	PGK	PGK	CEK

Cuadro 1. La tabla de un FLC

Se han presentado muchos estudios de análisis teóricos sobre la analogía entre un FLC simple y

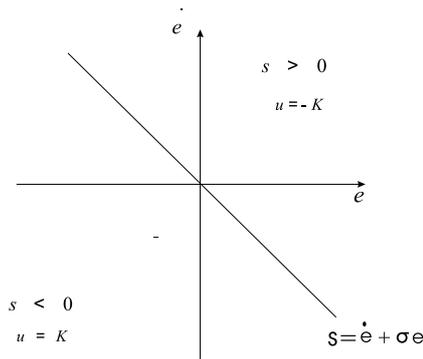


Figura 8. La salida de un VSC

el SM con una capa límite (Driankov *et al.*, 1996), (Hwang and Lin, 1992), (Kim and Lee, 1995), (Palm, 1993), (Palm, 1994), (Yi and Chung, 1995) y (Yi and Chung, 1998).

Las similitudes entre VSC y FLC han sido discutidas recientemente en (Kawaji and Matsunaga, 1994), (Lin and Kung, 1992) y (Palm, 1993), pero debido a una insuficiencia de herramientas matemáticas, esta comparación ha sido sólo cualitativa. Por otra parte, se ha desarrollado un método cuantitativo para el análisis del FLC en (Ying *et al.*, 1993), y ha sido aplicado sobre el control borroso de dos términos (Malki *et al.*, 1994). Sin embargo, su derivación matemática y su expresión son complejas y difíciles de seguir (Ying, 1993). Es bien conocido también que el rendimiento del FLC no es satisfactorio sobre los sistemas de órdenes elevados (Lee, 1993). Han aparecido también muchas investigaciones sobre el aprendizaje y sintonía del FLC (Li and Gatland, 1996), (Palm, 1993) y (Ying, 1994). Sin embargo, no se ha conseguido una manera sistemática porque la relación entre el rendimiento y las ganancias no está muy clara todavía (Li *et al.*, 1997).

Basándose en la similitud entre el FLC y el VSC, se ha analizado la robustez del FLC para una clase de sistemas dinámicos no lineales con incertidumbres de un proceso controlado, en el sentido de Lyapunov en (Yi and Chung, 1998). Se analiza en este trabajo el FLC basado en el VSC en el sentido de la tabla 1. El significado de la regla del último elemento es como sigue: si el error es positivo grande, la salida del control es cero si la derivada del error es negativa grande. Esto parece razonable porque el error está disminuyendo con el tiempo (la derivada es negativa). Estas reglas borrosas de control se utilizan frecuentemente en la mayoría de los algoritmos de control (Feeny, 1994), (Kang, 1989), (Kickert and Mamdani, 1978), (Pedrycz, 1989), (Yi and Chung, 1993), (Yi and Chung, 1994) y (Yi and Chung, 1995).

Se supone que el FLC está diseñado en un espacio normalizado $e_n, \dot{e}_n, k_n \in [-1, 1]$ que implica que

el error, la derivada del error y la salida de control están normalizadas, respectivamente. Además se aplican factores de escala ($G_e, G_{\dot{e}}, G_k$) entre los espacios reales y los espacios normalizados, esto es:

$$e_n = G_e e, \dot{e}_n = G_{\dot{e}} \dot{e} \text{ y } k_{fuzz} = G_k k_n \quad (23)$$

Se puede notar que los pares de valores (NGE, PGDE) y (PGE, NGDE) determinan la siguiente línea diagonal:

$$\dot{e}_n + e_n = 0 \quad (24)$$

en el plano normalizado de fases y la ecuación (24) corresponde a la siguiente línea diagonal en el plano real de fases, sin más que aplicar la ecuación (23), se tiene

$$\dot{e} + \sigma e, \quad \sigma = \frac{G_e}{G_{\dot{e}}} > 0 \quad (25)$$

Obsérvese que la ecuación (25) es estable con un decaimiento constante σ . Entonces se define a continuación la siguiente variable:

$$s = \dot{e} + \sigma e = 0 \quad (26)$$

como una medida de error en el sistema de control en lazo cerrado.

Volviendo a la tabla de reglas 1, se pueden determinar las siguientes propiedades del FLC en el plano de fases:

- a- $k_{fuzz}(e, \dot{e})|_{s=0} \approx 0$
- b- $k_{fuzz}(e, \dot{e})|_{s>0} < 0$ y $k_{fuzz}(e, \dot{e})|_{s<0} > 0$

Las propiedades mencionadas anteriormente indican la fuerte similitud entre el VSC y el FLC.

(Palm, 1993) ha mostrado que un FLC podría observarse o estimarse como una extensión de un VSC convencional con capa límite. También de forma similar a Palm, (Hwang and Lin, 1992) y (Lin and Kung, 1992) propusieron un controlador con modos deslizantes abriendo un camino de diseño de un FLC para sistemas no lineales de alto orden. Todos esos intentos están motivados por la similitud entre la tabla de las reglas del FLC (Feeny, 1994), (Kang, 1989), (Kickert and Mamdani, 1978) y (Pedrycz, 1989), y la salida de un VSC ordinario.

Como el VSC puede aplicarse muy bien a sistemas dinámicos no lineales con incertidumbre, esos intentos parecen apropiados para mostrar la robustez inherente de un FLC. Sin embargo, aun cuando se diseña un FLC bajo la guía de la teoría de los sistemas de estructura variable, como en (Palm, 1993) y (Yi and Chung, 1998), la similitud matemática entre un FLC y el VSC es todavía oscura o poco conocida, y el rendimiento

del sistema de control borroso en cadena cerrada no está claro.

En (Wu and Liu, 1996b) se desarrolla un método para el diseño de controladores borrosos con modos deslizantes, en el cual la robustez es inherente. Se formula el control borroso para llegar a ser una clase del sistema de estructura variable. Los modos deslizantes se usan para determinar mejores valores para parámetros en las reglas de control borroso, en que la robustez es inherente en los sistemas de estructura variable con SM. Por eso, la robustez en el control borroso puede mejorarse. Con la ayuda del SM, se suministra un método efectivo de diseño de control borroso para asegurar la robustez. Se prescribe una conmutación múltiple y se exige que la trayectoria de fase satisfaga ambas condiciones: la condición de alcance y la condición deslizante para el SM (que se han explicado en la sección 4).

En (Al-Hadithi *et al.*, 2001), (Al-Hadithi *et al.*, 2000), (Al-Hadithi *et al.*, 2002) y (Al-Hadithi, 2002) se desarrolla un diseño de FLC basado en VSC con SM, que tiene en cuenta el efecto del término independiente del modelo borroso general (*Afin*) de T-S. Por el hecho de considerar el término independiente, hay que añadir una condición necesaria al algoritmo del FLC-VSC, condición que no sólo afectará al diseño del controlador, sino también a la estabilidad global del sistema controlado. La importancia de estudiar el modelo general de T-S, radica en que este término no es una constante, como ocurre en el control lineal, sino que es una función de los parámetros del sistema a controlar. El VSC se emplea con el fin de obtener los parámetros más apropiados del FLC. De esta manera, se consigue mejorar la robustez del control borroso. También se ha reducido el ruido continuo introduciendo una capa límite alrededor de la superficie de conmutación. Se ha desarrollado una combinación de un control discontinuo fuera de la capa límite y otro control continuo dentro de la capa.

7. FLC BASADO EN VSC CON SM

En la mayoría de los trabajos que tratan la combinación del FLC con VSC (Hwang and Tomizuka, 1994), (Ishigame *et al.*, 1993), (Jacob and Munighan, 1997), (Lo and Kuo, 1998), (Lu and Chen, 1994), (Wu and Liu, 1996a) y (Wu and Liu, 1996b), se representa el sistema borroso a controlar por un modelo matemático de la forma siguiente.

Sea la $(i_1 \dots i_n)$ ésima regla del modelo de T-S representada por:

$$S^{(i_1 \dots i_n)} : Si \ x \ es \ M_1^{i_1} \ y \ \dot{x} \ es \ M_2^{i_2} \ y \dots$$

y $x^{(n-1)}$ es $M_n^{i_n}$ Entonces

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}^{(i_1 \dots i_n)} \mathbf{x} + \mathbf{B}^{(i_1 \dots i_n)} \mathbf{u} \quad (27)$$

donde $M_1^{i_1}$ ($i_1 = 1, 2, \dots, r_1$) son conjuntos borrosos para x , $M_2^{i_2}$ ($i_2 = 1, 2, \dots, r_2$) son conjuntos borrosos para \dot{x} y $M_n^{i_n}$ ($i_n = 1, 2, \dots, r_n$) son conjuntos borrosos para $x^{(n-1)}$. La expresión de $\mathbf{A}^{(i_1 \dots i_n)}$ es

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ -a_1^{(i_1 \dots i_n)} & -a_2^{(i_1 \dots i_n)} & \dots & -a_{n-1}^{(i_1 \dots i_n)} & -a_n^{(i_1 \dots i_n)} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x}^T = [x \ \dot{x} \ \dots \ x^{n-1}]$$

El sistema borroso se representa como sigue:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(\mathbf{x})\mathbf{x} + \mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{u}(\mathbf{x}) \quad (28)$$

Si la entrada es nula, la salida final del sistema borroso se obtiene de la siguiente manera:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(\mathbf{x})\mathbf{x} \quad (29)$$

$$\dot{\mathbf{x}} = \frac{\sum_{i_1=1}^{r_1} \dots \sum_{i_n=1}^{r_n} w^{i_1 \dots i_n}(\mathbf{x}) [\mathbf{A}^{i_1 \dots i_n} \mathbf{x}]}{\sum_{i_1=1}^{r_1} \dots \sum_{i_n=1}^{r_n} w^{i_1 \dots i_n}(\mathbf{x})}$$

siendo

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}) = \frac{\sum_{i_1=1}^{r_1} \dots \sum_{i_n=1}^{r_n} w^{i_1 \dots i_n}(\mathbf{x}) \mathbf{A}^{i_1 \dots i_n}}{\sum_{i_1=1}^{r_1} \dots \sum_{i_n=1}^{r_n} w^{i_1 \dots i_n}(\mathbf{x})}$$

siendo el peso de cada regla

$$\begin{aligned} w^{i_1 \dots i_n}(\mathbf{x}) &= \mu_{M_1^{i_1}}(x) \dots \mu_{M_n^{i_n}}(x^{(n-1)}) \\ &= \prod_{l=1}^n \mu_{M_l^{i_l}}(x^{(l-1)}) \end{aligned} \quad (30)$$

y $w^{i_1 \dots i_n}(\mathbf{x}) \geq 0$, $\forall \mathbf{x}$, $\forall i_1, \dots, i_n$

Así pues,

$$\sum_{i_1=1}^{r_1} \dots \sum_{i_n=1}^{r_n} w^{i_1 \dots i_n}(\mathbf{x}) > 0, \quad \forall \mathbf{x}$$

Las funciones de pertenencia se muestran en la figura 9.

Se puede escribir la $(j_1 \dots j_n)$ ésima regla del FLC asumiendo que es un control realimentado como:

$$C^{(j_1 \dots j_n)} : Si \ x \ es \ N_1^{j_1} \ y \ \dot{x} \ es \ N_2^{j_2} \ y \dots$$

$$y \ x^{(n-1)} \ es \ N_n^{j_n} \ Entonces$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_{\text{ref}} - \mathbf{K}^{(j_1 \dots j_n)} \mathbf{x} \quad (31)$$

donde $N_1^{j_1}$ ($j_1 = 1, 2, \dots, s_1$) son conjuntos borrosos para x , $N_2^{j_2}$ ($j_2 = 1, 2, \dots, s_2$) son conjuntos borrosos para \dot{x} y $N_n^{j_n}$ ($j_n = 1, 2, \dots, s_n$) son conjuntos borrosos para $x^{(n-1)}$ (ver la figura 10). $\mathbf{F}^{(j_1 \dots j_n)} = \mathbf{K}^{(j_1 \dots j_n)} \mathbf{x}$ es un vector de realimentación de dimensión r , el vector de referencia \mathbf{u}_{ref} es de dimensión r y $\mathbf{K}^{(j_1 \dots j_n)}$ es matriz $r \times n$.

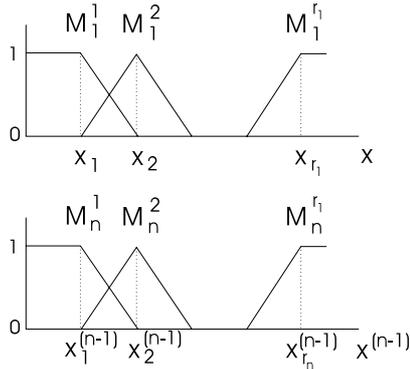


Figura 9. Funciones de pertenencia del sistema borroso

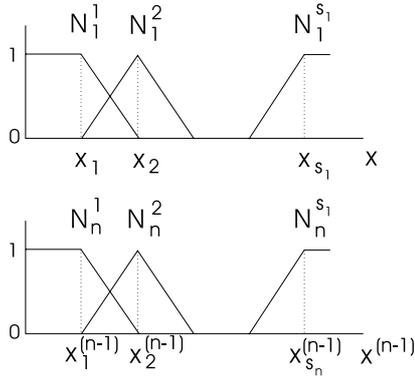


Figura 10. Funciones de pertenencia del FLC

Así, el FLC resultante será

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_{\text{ref}} - \mathbf{F}(\mathbf{x}) \quad (32)$$

Sustituyendo la ecuación (31) en (27), se consigue el sistema realimentado

$$\begin{aligned} SC^{(i_1 \dots i_n, j_1 \dots j_n)} : \text{Si } x \text{ es } (M_1^{i_1} \text{ y } N_1^{j_1}) \text{ y } \dot{x} \text{ es} \\ (M_2^{i_2} \text{ y } N_2^{j_2}) \dots \text{ y } x^{(n-1)} \text{ es } (M_n^{i_n} \text{ y } N_n^{j_n}) \text{ Entonces} \\ \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}^{(i_1 \dots i_n)} \mathbf{x} + \mathbf{B}^{(i_1 \dots i_n)} (\mathbf{u}_{\text{ref}} - \mathbf{K}^{(j_1 \dots j_n)} \mathbf{x}) \end{aligned} \quad (33)$$

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \mathbf{u}_{\text{ref}} - \mathbf{F}(\mathbf{x})$$

La ecuación (33) quedará:

$$\begin{aligned} SC^{(i_1 \dots i_n, j_1 \dots j_n)} : \text{Si } x \text{ es } (M_1^{i_1} \text{ y } N_1^{j_1}) \text{ y } \dot{x} \text{ es} \\ (M_2^{i_2} \text{ y } N_2^{j_2}) \dots \text{ y } x^{(n-1)} \text{ es } (M_n^{i_n} \text{ y } N_n^{j_n}) \text{ Entonces} \\ \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}^{(i_1 \dots i_n)} \mathbf{x} + \mathbf{B}^{(i_1 \dots i_n)} \mathbf{u}_{\text{ref}} - \mathbf{B}^{(i_1 \dots i_n)} \mathbf{K}^{(j_1 \dots j_n)} \mathbf{x} \end{aligned} \quad (34)$$

Si se supone que $\mathbf{u}_{\text{ref}} = \mathbf{0}$, la acción de control de entrada al sistema será:

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = - \frac{\sum_{j_1=1}^{s_1} \dots \sum_{j_n=1}^{s_n} w^{(j_1 \dots j_n)}(\mathbf{x}) \mathbf{K}^{(j_1 \dots j_n)} \mathbf{x}}{\sum_{j_1=1}^{s_1} \dots \sum_{j_n=1}^{s_n} w^{(j_1 \dots j_n)}(\mathbf{x})} \quad (35)$$

con

$$w^{(i_1 \dots i_n, j_1 \dots j_n)}(\mathbf{x}) = w^{(i_1 \dots i_n)}(\mathbf{x}) \cdot w^{(j_1 \dots j_n)}(\mathbf{x})$$

Y según los algoritmos mencionados en la sección 4 sobre la descripción matemática del VSC, se diseña el FLC-VSC utilizando una de las condiciones de alcance mencionadas en el apartado (4.2). Posteriormente se utiliza una ley de control adecuada, tal y como se ha explicado en dicho apartado.

Comparando esta ecuación con (18), resulta que $\Psi_{ij} = k_{ij}^{(j_1 \dots j_n)}$, o en otras palabras, $\mathbf{K}(\mathbf{x}) = \Psi(\mathbf{x})$.

La figura 11 muestra el controlador FLC-VSC

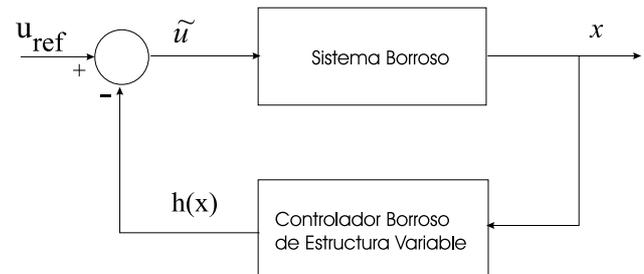


Figura 11. El sistema borroso con el FLC-VSC

8. VENTAJAS DE LOS SISTEMAS FLC-VSC

Las dificultades de los efectos no lineales, incertidumbres y otras imperfecciones han estimulado la investigación en controladores no lineales. Entre los diversos enfoques propuestos para el análisis y el diseño de sistemas no lineales de control, existen dos métodos atractivos que pueden aplicarse a sistemas altamente no lineales:

- el control del SM (Hung *et al.*, 1993), (Leugn *et al.*, 1991), (Sira-Ramirez, 1992), (Slotine and Sastry, 1983), (Slotine, 1986), (Yoo and Chung, 1992), y

- el FLC (Daley and Gill, 1986), (Larkin, 1985), (Linkens and Hasnain, 1991), (Linkens *et al.*, 1992), (Lu and Chen, 1994), (Procyk and Mamdani, 1977), (Tanscheit and Scharf, 1988) y (Zhang and Edmunds, 1992).

En (Hwang and Lin, 1992) y (Ishigame *et al.*, 1993) se analiza la combinación de los dos enfoques para obtener un rendimiento superior.

El SM tiene un aspecto distintivo al poder tratar las no linealidades de los sistemas de control, dando lugar a un control robusto. Sin embargo, el SM tiene varias desventajas importantes, particularmente el efecto de control de alta ganancia debido a la compensación no lineal, y al ruido continuo.

El control borroso se ha aplicado a numerosos sistemas prácticos porque permite tratar las no linealidades de los sistemas, e introducir el conocimiento de expertos en forma de reglas de control. Sin embargo, también tiene algunos problemas, como la carencia de procedimientos sistemáticos de diseño del FLC y el análisis de estabilidad. Se han hecho algunos intentos para resolver estos problemas, como el análisis basado en el modelo borroso de T-S (Boyd *et al.*, 1994), (Cao *et al.*, 1996), (Feng *et al.*, 1997), (Joh *et al.*, 1998), (Kailath, 1980), (Kawamoto *et al.*, 1992), (Sheikholeslam and Tahani, 1997), (Sugeno and Kang, 1986), (Takagi and Sugeno, 1985), (Tanaka, 1995), (Tanaka *et al.*, 1996), (Tanaka and Sano, 1994), (Tanaka and Sugeno, 1992), (Thathachar and Viswanath, 1997), (Wang *et al.*, 1995), (Wang *et al.*, 1996) y (Xia and Chai, 1995).

En los últimos años, se han llevado a cabo algunos intentos para diseñar un FLC y explicar su rendimiento, basándose en la teoría de sistemas de estructura variable (Yi and Chung, 1998) y (Huang and Lin, 2003) para mejorar el comportamiento y asegurar la estabilidad de los sistemas de control borroso (Kawaji and Matsunaga, 1994) y (Palm, 1993). El VSC consta de un control discontinuo que garantiza la existencia de un plano deslizante prescrito, hacia el cual se dirigirá el estado del sistema, deslizando sobre el mismo. Esto es así porque el VSC puede proveer un rendimiento muy robusto (Hung *et al.*, 1993) y (Slotine and Li, 1991), pero sufre del efecto de alta ganancia (Palm, 1994). Así parece bastante lógico conseguir un FLC basado en VSC, en donde se garantice la estabilidad.

Otras investigaciones sobre las combinaciones de esos dos enfoques se han llevado a cabo por (Hwang, 2004), (Hwang and Jan, 2003), (Hwang and Lin, 1992), (Hwang and Lin, 2004), (Ishigame *et al.*, 1993) y (Tong and Li, 2003). Para combinar los aspectos atractivos del FLC y SM, (Hwang and Lin, 1992) propuso un FLC de modo deslizante, que reemplazó el error variable en el FLC

convencional, por la función de conmutación o el controlador de modo deslizante.

Otra línea interesante de trabajo es la de resolver el problema de cómo crear unas reglas borrosas apropiadas. El FLC auto-organizativo propuesto por (Procyk and Mamdani, 1977) suministra un enfoque atractivo para obtener reglas para un control borroso. Este esquema tiene varias aplicaciones exitosas descritas en (Daley and Gill, 1986), (Larkin, 1985), (Linkens and Hasnain, 1991) y (Linkens *et al.*, 1992), y versiones mejoradas en (Hwang and Lin, 1992), (Ishigame *et al.*, 1993), (Shao, 1988) y (Zhang and Edmunds, 1992). Se han llevado a cabo muchos trabajos como (He *et al.*, 1993), (Maeda and Murakami, 1992), (Qiao *et al.*, 1992) y (Song and Park, 1993), para encontrar nuevas formas de auto-ajuste de las reglas de control borroso. Sin embargo, el análisis de estabilidad para el diseño de sistemas es todavía un problema abierto en el estudio del control borroso (Kiszka *et al.*, 1985), (Sugeno, 1985), y la clase de sistemas aplicables no está claramente identificada.

En (Ishigame *et al.*, 1993) el autor propone un método de control de realimentación no lineal, introduciendo inferencia en el control de modo deslizante. Se introduce la inferencia borrosa para tratar las no linealidades de los sistemas de control y para reducir el control de ruido continuo. Además, se discute la estabilidad del sistema mediante el método directo de Lyapunov (Tanaka and Sugeno, 1990). Se expresa el sistema no lineal mediante un modelo borroso de T-S y se reduce el ruido continuo, introduciendo un método que combina el control en modo deslizante y el control equivalente (ver el apartado 4.3), que conduce a un modo deslizante ideal, mediante la inferencia borrosa.

Para reducir el ruido continuo, se combinan el control de modo deslizante, que es un control discontinuo, y el control equivalente. Como no se sabe cuándo el estado está en la línea de conmutación, se propone una inferencia borrosa para conmutar desde un control a otro dependiendo de la distancia del estado a la línea de conmutación y, por lo tanto, se obtiene el promedio entre el control equivalente y el control de conmutación.

(Kawaji *et al.*, 1991) propuso diseñar un control borroso, empleando el conocimiento de un control proporcional derivativo (PD), donde el control borroso se trata como un control PD con ganancia conmutada.

(Kawaji and Matsunaga, 1990) propuso un método de generación de reglas borrosas para servomotores basadas en el control VSC, y trataron de explicar la robustez del FLC (Kawaji and Matsunaga, 1990), (Kawaji and Matsunaga, 1991). Ellos

determinaron los valores lingüísticos en las reglas y escogieron el mejor valor lingüístico basándose en dos técnicas: experiencia y ensayo y error (Wu and Liu, 1996b).

(Lin and Kung, 1992) propuso un FLC de modo deslizante que mejoraba el control VSC con la ayuda del control borroso. Este se basa en la teoría del control VSC y conlleva las ventajas del control VSC y del control borroso.

Se han propuesto varios métodos para sobrellevar el efecto del ruido continuo (Hung *et al.*, 1993), (Kim and Lee, 1995), (Knafel *et al.*, 1989) y (Shyu *et al.*, 1992).

En (Lo and Kuo, 1998) se propone un diseño de un controlador desacoplado borroso de modo deslizante. El método de desacoplamiento suministra una manera simple para lograr la estabilidad asintótica para una clase de sistemas no lineales de cuarto orden con sólo cinco reglas de control borroso. Las ideas detrás de este controlador son las siguientes. Primero, se desacopla el sistema entero en dos sistemas de segundo orden A y B . A contiene x_1 y x_2 y su línea del modo deslizante es $s_1 = c_1x_1 + x_2$. El sistema B contiene x_3 y x_4 y su línea del modo deslizante es $s_2 = c_2x_3 + x_4$, de forma que cada subsistema tenga un objetivo de control separado. El objetivo final es mantener los estados del sistema A moviéndose hacia $s_1 = 0$ y convergiendo asintóticamente a $x_1 = 0$ y $x_2 = 0$. El subobjetivo es mantener los estados del sistema B , moviéndose hacia $s_2 = 0$ y deslizando asintóticamente a $x_3 = 0$ y $x_4 = 0$.

Como el objetivo principal es establecer A , entonces parece razonable considerar la información desde el sistema B como secundaria, la cual debe llevar al objetivo principal y hacer mover ambos subsistemas hacia su superficie deslizante. Para aplicar esta idea, se necesita una variable intermedia z que se incorpora dentro de s_1 , y por lo tanto, se modifica s_1 a la forma $c_1(x_1 - z) + x_2$. En otras palabras, el objetivo principal pasa de ser $x_1 = 0$ y $x_2 = 0$ a ser $x_1 = z$ y $x_2 = 0$ siendo z es una función de s_2

$$z = \text{sat}\left(\frac{s_2}{\Phi_z}\right) \cdot z_U \quad 0 < z_U < 1 \quad (36)$$

siendo Φ_z la capa límite de s_2 para suavizar z y $\text{sat}()$ representa el control de saturación ideal (Hung *et al.*, 1993). Fuera de la capa límite, el control tiene las mismas las características que un relé ideal. Dentro de la capa límite el control es lineal de alta ganancia. Como consecuencia, el sistema se dirige hacia la capa límite pero la trayectoria no se puede forzar a seguir la línea $s = 0$. Las conclusiones son:

- El modo deslizante no existe porque la trayectoria no está forzada a estar sobre la superficie $s = 0$.
- El ruido continuo no ocurre, dado que se usa un control continuo dentro de la capa límite
- No hay error en el régimen permanente en la ausencia de perturbaciones.
- La propiedad de invarianza no se da.

La estructura del método propuesto se muestra en la figura 12.

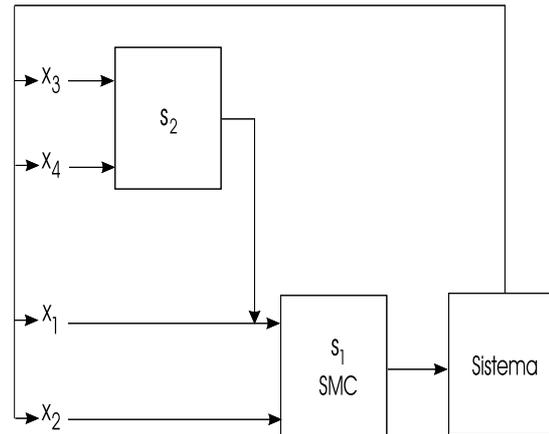


Figura 12. Un controlador desacoplado borroso de modo deslizante

En (Lo and Kuo, 1998) se presenta también un FLC con el controlador de modo deslizante explicado anteriormente, donde se muestran las propiedades de ambos controladores. Este controlador borroso garantiza el rendimiento robusto y tiene una descripción equivalente de un SM clásico (Slotine and Li, 1991), (Áström and Wittenmark, 1989) con una capa límite. El punto débil del enfoque de este trabajo es que el método descrito anteriormente fracasa cuando se aplica a sistemas de orden superior a cuatro.

En (Jacob and Munighan, 1997), se presenta un procedimiento para diseñar controladores borrosos basados en técnicas de estructura variable. Este controlador tiene propiedades garantizadas de estabilidad, no como los controladores convencionales borrosos.

Existen varios controladores que combinan las propiedades de FLC y las del VSC, como por ejemplo controladores borrosos equivalentes de modo deslizante (ver 4.3), controladores de saturación etc. Al usar una superficie deslizante, el orden de la base de reglas se reduce a un tamaño pequeño, siendo extremadamente simple de implementar. Esta combinación hace que el procedimiento de diseño propuesto sea capaz de generar controladores simples con la estabilidad garantizada.

En (Li *et al.*, 1997), está presente una nueva metodología para mejorar el diseño y sintonía de

un control FLC, usando la teoría del VSC. Se construye un VSC basado en reglas y se exploran los fundamentos de FLC cuantitativamente siguiendo la teoría de VSC.

Se puede considerar el FLC diseñado por la teoría de VSC como un VSC a tramos con ganancia no lineal. Se puede aplicar el criterio de la estabilidad de Lyapunov también para garantizar la estabilidad.

En el estudio realizado en (Wu and Liu, 1996a), se desarrolla un FLC que se diseña con SM para lograr la estabilidad del sistema borroso. Se formula el FLC en la forma de un sistema de control de estructura variable. En contraste con trabajos previos (Kawaji and Matsunaga, 1990), (Langari and Tomizuka, 1990) y (Lin and Kung, 1992), en los cuales se usan las funciones de Lyapunov para examinar la estabilidad, aquí se investiga la estabilidad del control borroso desde los puntos de vista de métodos geométricos diferenciales y la teoría de modo deslizante. El método geométrico diferencial proporciona condiciones de existencia para los modos deslizantes y determina los mejores valores de los parámetros en las reglas de control borroso con la ayuda de dichos modos deslizantes. A fin de mejorar el control, se implementa un algoritmo de sintonía para ajustar parámetros y tratar las incertidumbres y las perturbaciones.

Con la ayuda de modos deslizantes, se permite un método efectivo de diseño para el control borroso donde se garantiza la estabilidad y se emplea la optimización del modo deslizante para obtener la función óptima de conmutación que minimiza una función de coste (Wu and Liu, 1996a).

En (Hwang and Tomizuka, 1994) se proponen dos algoritmos basados en reglas borrosas para suavizar la entrada de control. El diseño del controlador es una combinación de enfoques teóricos de control clásico y enfoques basados en reglas borrosas.

En el trabajo (Hwang and Tomizuka, 1994), se muestra cómo los sistemas de estructura variable pueden hacerse más apropiados para la implementación real mediante la introducción de reglas borrosas. Se desarrolla una metodología para diseñar un controlador basado en reglas y suavizar la entrada de control para una clase general de sistemas de estructura variable.

9. CONCLUSIONES

En este trabajo se han revisado los trabajos e investigaciones que han tratado el tema de FLC-VSC.

Se ha comentado el SM que, junto con el VSC, construye un control muy robusto. Mediante la

introducción del SM es posible no sólo controlar el sistema, sino estabilizarlo mientras se logra un sistema insensible a las perturbaciones.

Se han explicado las características principales del VSC, como la rapidez en alcanzar el plano deslizante y mantener el estado del sistema cerca de él. Se han explicado los pasos a seguir para diseñar el VSC y las condiciones que deben cumplirse y se han revisado los trabajos que tratan de reducir o evitar el ruido continuo.

Como se ha demostrado en este trabajo, existe una similitud entre el FLC y el VSC. Esta similitud proviene del comportamiento de las reglas borrosas del FLC en el plano de fases. Se han revisado varios trabajos que han discutido esta similitud.

Se ha explicado el diseño de un FLC basado en VSC con SM y se han comentado varios trabajos que tratan la combinación del FLC con VSC y las ventajas que se pueden lograr frente las no linealidades, incertidumbre y las imperfecciones en los sistemas de control.

10. REFERENCIAS

- Al-Hadithi, B. M. (2002). *Análisis de Estabilidad Global y Diseño de Sistemas de Control Borroso*. Universidad Politécnica de Madrid, Tesis Doctoral.
- Al-Hadithi, B. M., F. Matía y A. Jiménez (2002). Global stability of fuzzy systems based variable structure control. In: *NAFIPS-FLINT 2002, the North American Fuzzy Information Processing Society, New Orleans, Louisiana*.
- Al-Hadithi, B. M., F. Matía y A. Jiménez (2000). Fuzzy control based variable structure with sliding modes. In: *IPMU 2000, 8th International Conference on Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge Based Systems, Madrid, Spain*. pp. 882–889.
- Al-Hadithi, B. M., F. Matía y A. Jiménez (2001). Slide-mode fuzzy controller for highly nonlinear systems. In: *FUZZ-IEEE 2001, The 10th International Conference on Fuzzy Systems, Melbourne, Australia*. pp. 1515–1518.
- Ambrosino, G., G. Celentano y E. Garofalo (n.d.). Variable structure model reference adaptive control systems. *Int. J. Contr.* **39**(6), 1339–1349.
- Barbashin, E. A. (n.d.). *Introduction to the theory of stability (in Russian)*. Moscow: Nauka (in Russian), 1967, (also Wolters Noordhoff Publishing. Groningen. The Netherlands, 1970 (in English).
- Boyd, S., L. E. Ghaoui, E. Feron y V. Balakrishnan (1994). *Linear matrix inequalities in systems and control theory*. Philadelphia, PA: Studies in Applied Mathematics. SIAM.

- Brierley, S. D. y R. Longchamp (1990). Application of sliding-mode control to air-air interception problem. *IEEE Trans. Aerosp. Sys.* **26**(2), 306–325.
- Cao, S. G., N. W. Rees y G. Feng (1996). Stability analysis of fuzzy control systems. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics* **26-part B**(1), 201–204.
- Carlo, R. A. De, S. H. Zak y G. P. Matthews (1988). Variable structure control of nonlinear multivariable systems: A tutorial. In: *Proc. IEEE*. Vol. 76. pp. 212–232.
- Chen, C. L. y M.H. Chang (1998). Optimal design of fuzzy sliding-mode control: A comparative study. *Fuzzy Sets and Systems* **93**, 37–48.
- Clegg, J. (1956). Time-dependent nonlinear compensating network. *Elec. Eng.*
- Daley, S. y K. F. Gill (1986). A design study of a self-organising fuzzy logic controller. In: *Proc. Inst. Mech. Eng.*. Vol. 200. pp. 59–69.
- Driankov, D., H. Hellendoorn y M. Reinfrank (1996). *An Introduction to fuzzy control*. Springer, second edition.
- Emelyanov, S. V. (1959). The use of nonlinear corrective devices of the key type to improve the behaviour of second order control systems. *Automat. Remote Contr.* (7), 844–859.
- Emelyanov, S. V. (1967). *Variable Structure Control Systems*. Moscow, Nauka.
- España, M. D., R. S. Ortega y J. J. Espino (1984). Variable structure systems with chattering reduction: A microprocessor based design. *Automatica* **20**(1), 133–134.
- Feeny, B. (1994). Positioning an elastic arm by using fuzzy method. In: *Proc. IFSA Eng., Seoul, Korea*. pp. 1023–1026.
- Feng, G., S. G. Cao, N. W. Rees y C. K. Chak (1997). Design of fuzzy control systems with guaranteed stability. *Fuzzy Sets and Systems* **85**(1), 1–10.
- Fillipov, A. F. (1964). Differential equations with discontinuous right-hand sides. *Mathematicheskii Sbornik. in Russian; translated in English, Am. Math. Soc. Trans.*
- Flugge-Lotz, I. (1956). Synthesis of nonlinear control systems. *Trans. IRE PGAC*.
- Flugge-Lotz, I. (1959). *Continuous Automatic Control*. Princeton, NJ: Princeton university Press, N. I.
- Flugge-Lotz, I. y W.S. Wunch (1955). On a nonlinear transfer system. *J. Appl. Phys.*
- Furuta, K. (1990). Sliding mode control of a discrete system. *Syst. Contr. Lett.* **14**, 145–152.
- Furuta, K. (1993). VSS-type self-tuning control-equivalent control approach. In: *Proc. Amer. Contr. Conf, San Francisco, CA.* pp. 980–984.
- Garret, S. J. (1961). Linear switching conditions for a third order positive-negative feedback control. *Appl. Ind.*
- He, S. Z., S. Tan, C. C. Hang y P. Z. Wang (1993). Control of dynamical processes using an on-line rule-adaptive fuzzy control system. *Fuzzy Sets and Systems* **54**, 11–22.
- Huang, Shih-Jer y Wei-Cheng Lin (2003). Adaptive fuzzy controller with sliding surface for vehicle suspension control. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* **11**(4), 550–559.
- Hung, J. Y., W. Gao y J. C. Hung (1993). Variable structure control: A survey. *IEEE Transactions on Industrial Electronics* **40**(1), 2–22.
- Hwang, C.-L (2004). A novel Takagi-sugeno-based robust adaptive fuzzy sliding-mode controller. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* **12**(5), 676–687.
- Hwang, C.-L y H.-Y. Lin (2004). A fuzzy decentralized variable structure tracking control with optimal and improved robustness designs: theory and applications. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* **12**(5), 615–630.
- Hwang, Chih-Lyang y C. Jan (2003). Optimal and reinforced robustness designs of fuzzy variable structure tracking control for a piezoelectric actuator system. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* **11**(4), 507–517.
- Hwang, G. C. y S. C. Lin (1992). A stability approach to fuzzy control design for nonlinear systems. *Fuzzy Sets Syst.* **48**, 279–287.
- Hwang, Y.-R. y M. Tomizuka (1994). Fuzzy smoothing algorithms for variable structure systems. *IEEE Trans. Fuzzy Syst.* **2**(4), 277–284.
- Ishigame, A., T. Furukawa, S. Kawamoto y T. Taniguchi (1993). Sliding mode controller design based on fuzzy inference for nonlinear systems. *IEEE Transactions on Industrial Electronics* **40**(1), 64–70.
- Itkis, U. (1976). *Control Systems of Variable Systems*. New York: Wiley.
- Jacob, S. y J. Munighan (1997). Designing fuzzy controllers from a variable structure standpoint. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* **5**(1), 138–144.
- Joh, J., Y.-H. Chen y R. Langari (1998). On the stability issues of linear Takagi-sugeno fuzzy model. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* **6**(3), 402–410.
- Kailath, T. (1980). *Linear Systems*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Kang, H. (1989). Intelligent/adaptive control strategies for robot manipulators. *Ph.D. dissertation, Georgia Institute of Technology, Atlanta, GA*.
- Kawaji, S. y N. Matsunaga (1990). Generation of fuzzy rules for servo-motor. In: *Proceedings of IEEE International Workshop Intelligence*

- Motion Control Fuzzy control Systems, Istanbul, Turkey*. pp. 77–82.
- Kawaji, S. y N. Matsunaga (1991). Fuzzy control of vss-type and its robustness. In: *Proc IFSA World Congress, Engineering*. pp. 81–84.
- Kawaji, S. y N. Matsunaga (1994). *Fuzzy control of VSS-type and its robustness*. Fuzzy control Systems, A. Kandel and G. Langholz, Eds. Boca Raton, FL: CRC, pages 226–242.
- Kawaji, S., T. Maeda y N. Matsunaga (1991). Fuzzy control using knowledge edge acquired from PD control. In: *Proceedings IECON91, Kobe, Japan*. pp. 1549–1554.
- Kawamoto, S., K. Tada, A. Ishigame y T. Taniguchi (1992). An approach to stability analysis of second order fuzzy system. In: *Proc. 2nd IEEE Int. Conf Fuzzy Syst., San Diego, CA*. pp. 1427–1434.
- Kickert, W. J. M. y E. H. Mamdani (1978). Analysis of a fuzzy logic controller. *Int. J. Fuzzy Sets and Systems* **1**, 29–44.
- Kim, S. W. y J. J. Lee (1995). Design of a fuzzy controller with fuzzy sliding surface. *Fuzzy Sets and Systems* **71**, 359–367.
- Kiszka, J. B., M. M. Gupta y P.Ñ. Nikiforuk (1985). Energetic stability of fuzzy dynamic systems. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics SMC-15*(6), 783–792.
- Klein, C. A. y J. H. Maney (1978). Real-time control of a multiple-element mechanical linkage with a microcomputer. *IEEE Trans Ind. Elect. and Cont. Inst IECI-26*(2), 227.
- Knafel, A., R. Swiniarski y M. B. Zaremba (1989). Fuzzy logic control for variable structure systems. In: *IEEE Internat. Conf. System Engineering*. pp. 419–422.
- Kwatny, H. G. y K. K. D. Young (1987). Chattering in variable structure feedback systems.. In: *Proc. IFAC 10th World Congr.*. Vol. 8. pp. 307–314.
- Langari, G. y M. Tomizuka (1990). Stability of fuzzy linguistic control systems. In: *Proc. 29th IEEE Conference on Decision and Control, Honolulu, HI*. pp. 2185–2190.
- Larkin, L. I. (1985). A fuzzy controller for aircraft flight control. in *Industrial Application of Fuzzy Control, M. Sugeno, Ed. North Holland: Elsevier Science Publisher* pp. 87–103.
- Lee, J. (1993). On methods for improving performance of PI-type fuzzy logic controllers. *IEEE Trans. Fuzzy Syst.* **1**(4), 298–301.
- Letov, A. M. (1957). Conditionally stable control systems (on a class of optimal control systems). *Automat. Remote Contr.* (7), 649–664.
- Leugn, T. P., Q. J. Zhou y C. Y. Su (1991). An adaptive variable structure model following control design for robot manipulators. *IEEE Trans. Automat. Contr* **36**, 347–352.
- Li, H. X. y H. B. Gatland (1996). Conventional fuzzy control and its enhancement. *IEEE Transactions on System, Man and Cybernetics* **26**(5), 791–797.
- Li, H. X., H. B. Gatland y A. W. Green (1997). Fuzzy variable structure control. *IEEE Transactions on System, Man and Cybernetics* **27**(2), 306–312.
- Lin, S. C. y C. C. Kung (1992). Linguistic fuzzy-sliding mode controller. In: *Proceedings 1992 Americans Control Conference, Chicago, II*. pp. 1904–1905.
- Linkens, D. A. y S. B. Hasnain (1991). Self-organising fuzzy logic control and application to muscle relaxant anesthesia. In: *IEE Proc. D*. Vol. 138. pp. 274–284.
- Linkens, D. A., M. Mahfouf y M. Abbod (1992). Self-adaptive and self-organising control applied to nonlinear multivariable anesthesia: a comparative model-based study. In: *IEE Proc. D*. Vol. 139. pp. 381–394.
- Lo, J.-C. y Y.-H. Kuo (1998). Decoupled fuzzy sliding-mode control. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* **6**(3), 426–435.
- Lu, Y.-S. y J.-S. Chen (1994). A self-organizing fuzzy sliding-mode controller design for a class of nonlinear servo systems. *IEEE Transactions on Industrial Electronics* **41**(5), 492–502.
- Maeda, M. y S. Murakami (1992). A self-tuning fuzzy controller. *Fuzzy Sets and Systems* **51**, 29–40.
- Malki, H. A., H. D. Li y G. Chen (1994). New design and stability analysis of fuzzy PF controllers. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* **2**(1), 245–254.
- Maslennikov, V. A. (1956). High quality control of neutral plants by means of a static controller. *Automat. Remote Contr.*
- Milosavljevic, C. (1985). General conditions for the existence of a quasi-sliding mode on the switching hyperplane in discrete variable structure systems. *Automat. Remote Contr.* **46**(3), 307–314.
- Ostrovsky, G. M. (1956). Application of nonlinear correction to control systems of the second order. *Automat. Remote Contr.*
- Ostrovsky, G. M. (1960). Control system with discontinuous parameters. *Proc. 1st IFAC Congr.* pp. 529–534.
- Padeh, R. y M. Tomizuka (1993). Variable structure discrete time position control. In: *Proc. Amer. Contr. Conf, San Francisco, CA.*. pp. 959–963.
- Palm, R. (1993). Sliding mode fuzzy control. In: *Proc. 2nd IEEE Int. Conference on fuzzy systems, San Francisco, CA*. pp. 519–526.
- Palm, R. (1994). Robust control by fuzzy sliding mode. *Automatica* **30**(9), 1429–1437.
- Pedrycz, W. (1989). *Fuzzy Control and Fuzzy Systems*. Somerset, U.K.: Taunton Res. Studies.

- Pieper, J. K. y K. R. Goheen (1993). Discrete time sliding mode control via input-output models. In: *Proc. Amer. Contr. Conf, San Francisco, CA.* pp. 964–965.
- Procyk, T. J. y E. H. Mamdani (1977). A self-organising controller for dynamic processes. *Ph.D. Thesis, Queen Mary College, London.*
- Qiao, W. Z., W. P. Zhuang y T. H. Heng (1992). A rule self-regulating fuzzy controller. *Fuzzy Sets and Systems* **47**, 13–21.
- Ray, K. S. y D. D. Majumder (1984). Application of circle criterion for stability analysis of linear SISO and MIMO systems associated with fuzzy logic controller. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics SMC-14*(2), 345–349.
- Shao, S. (1988). Fuzzy self-organizing controller and its application for dynamic processes. *Fuzzy Sets and Systems* **26**, 151–164.
- Sheikholeslam, F. y V. Tahani (1997). Stability analysis of fuzzy systems and design of fuzzy controllers for linear plants. pp. 404–409.
- Shigin, E. K. (1958). On improvement of transient processes with the help of correction networks with varying parameters. *Automat. Remote Contr.* (4), 299–304.
- Shyu, K. K., Y. W. Tsai y C. F. Yung (1992). A modified variable structure controller. *Automatica* **28**, 1208–1213.
- Sira-Ramirez, H. (1991). Nonlinear discrete variable structure systems in quasi-sliding mode. *Int. J. Contr.* **54**(5), 1171–1187.
- Sira-Ramirez, H. (1992). Dynamical sliding mode control strategies in the regulation of nonlinear chemical processes. *Int. J. Contr.* **56**(1), 1–21.
- Slotine, J. E. (1985). The robust control of robot manipulators. *Int. J. Robotics Research (MIT)* **33**, 49–64.
- Slotine, J. E. y S. S. Sastry (1983). Tracking control of nonlinear systems using sliding surfaces with applications to robot manipulators. *Int. J. Contr.* **83**(2), 465–492.
- Slotine, J. E. y W. Li (1991). *Applied Nonlinear Control*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- Slotine, J. J. E. (1984). Sliding controller design for non-linear systems. *Int. J. Contr.* **40**(2), 421–434.
- Slotine, J. J. E. (1986). Sliding controller design for non-linear systems. *Int. J. Contr.* **43**(6), 1631–1651.
- Song, J. J. y S. Park (1993). A fuzzy dynamic learning controller for chemical process control. *Fuzzy Sets and Systems* **54**, 121–133.
- Stout, G. M. (1956). Nonlinearity in control systems. *Contr. Eng.*
- Ástróm, K. J. y B. Wittenmark (1989). *Adaptive Control Reading, MA*. Addison-Wesley.
- Sugeno, M. (1985). An introductory survey of fuzzy control. *Inform. Sci.* **36**(1), 59–83.
- Sugeno, M. y G. T. Kang (1986). Fuzzy modelling and control of multilayer incinerator. *Fuzzy Sets and Systems* **18**, 329–346.
- Takagi, T. y M. Sugeno (1985). Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics SMC-15*(1), 116–132.
- Tanaka, K. (1995). Stability stabilizability of fuzzy-neural-linear control system. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* **3**, 438–447.
- Tanaka, K. y M. Sano (1994). A robust stabilization problem of fuzzy control systems and its application to backing up control of a truck-trailer. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* **2**(2), 119–134.
- Tanaka, K. y M. Sugeno (1990). Stability analysis of fuzzy systems using Lyapunov's direct method. In: *Proc. North Amer. Fuzzy Inform. Processing Soc. (NAFIPS), New York, NY*. pp. 133–136.
- Tanaka, K. y M. Sugeno (1992). Stability analysis and design of fuzzy control systems. *Fuzzy Sets and Systems* **45**, 135–156.
- Tanaka, K., T. Ikeda y H. O. Wang (1996). Robust stabilization of a class of uncertain nonlinear systems via fuzzy control: Quadratic stabilizability, H_∞ control theory, and linear matrix inequalities. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* **4**(1), 1–13.
- Tang, K. L. y R. J. Mullholand (1987). Comparing fuzzy logic with classical controllers designs. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics SMC-17*(6), 1085–1087.
- Tanscheit, R. y E. M. Scharf (1988). Experiments with the use of a rule-based self-organizing controller for robotics applications. *Fuzzy Sets and Systems* **26**, 195–214.
- Thathachar, M. A. L. y P. Viswanath (1997). On the stability of fuzzy systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* **5**(1), 145–151.
- Tong, Shaocheng y Han-Xiong Li (2003). A fuzzy adaptive sliding-mode control for MIMO nonlinear systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* **11**(3), 354–360.
- Utkin, V. I. (1972a). Equations of sliding mode in discontinuous systems. *Automat. Remote Contr.* **II**(2), 211–219.
- Utkin, V. I. (1972b). Equations of sliding mode in discontinuous systems. *Automat. Remote Contr.* **I**(12), 1897–1907.
- Utkin, V. I. (1977). Variable structure systems with sliding modes. *IEEE Trans Aut. Control* **AC-22**(2), 212–222.
- Utkin, V. I. (1978). *Sliding modes and their applications in variable structure systems*. Moscow: Nauka (in Russian)(also Moscow: Mir, 1978, in English).

- Wakileh, B. A. M. y K. F. Gill (1988). Use of fuzzy logic in robotics. *Computers in Industry* **17**, 35–46.
- Wang, H., K. Tanaka y M. Griffin (1995). Parallel distributed compensation of nonlinear systems by Takagi and sugeno's fuzzy model. In: *Proc. Int. Joint Conf. 4th FUZZ-IEEE/2nd IFES, Yokohama, Japan*. pp. 531–538.
- Wang, H. O., K. Tanaka y M. F. Griffin (1996). An approach to fuzzy control of nonlinear systems: Stability and design issues. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* **4**(1), 14–23.
- Wu, J. C. y T. S. Liu (1996a). Fuzzy control stabilisation with applications to motorcycle control. *IEEE Transactions on System, Man and Cybernetics* **26**(6), 836–847.
- Wu, J. C. y T. S. Liu (1996b). A sliding-mode approach to fuzzy control design. *IEEE Transactions on Control Systems Technology* **4**(2), 141–151.
- Wunch, W. S. (1953). Reproduction of an arbitrary function of time by discontinuous control. *Ph. D. Dissertation, Stanford Univ., Stanford, CA*.
- Xia, L. y T. Chai (1995). Assesment on robustness properties of a class of nonlinear systems with fuzzy logic controllers. In: *Proc. Int. Joint Conf. CFSA/IFIF/SOFT Fuzzy Theory Applicat., Taipei, Taiwan*. pp. 271–276.
- Yi, S. Y. y M. J. Chung (1993). Design of a fuzzy logic controller for robot manipulators in the vss control scheme. In: *Proc. IFSA, Seoul, Korea*. pp. 1207–1210.
- Yi, S. Y. y M. J. Chung (1994). Stability analysis of a fuzzy logic controller for a uncertain dynamic system. In: *Proc. IEEE Int. Conf. Fuzzy Syst.*. pp. 1028–1034.
- Yi, S. Y. y M. J. Chung (1995). Systematic design and stability analysis of a fuzzy logic controller. *Int. J. Fuzzy Sets and Systems* **72**, 271–298.
- Yi, S. Y. y M. J. Chung (1998). Robustness of fuzzy logic control for an uncertain dynamic system. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* **6**(2), 216–225.
- Ying, H. (1993). A nonlinear fuzzy controller with linear control rules is the sum of a global two-dimensional multilevel relay and a local nonlinear proportional-integral controller. *Automatica* **29**(2), 499–505.
- Ying, H. (1994). Practical design of nonlinear fuzzy controllers with stability analysis for regulating processes with unknown mathematical models. *Automatica* **30**(7), 1185–1195.
- Ying, J., W. Siler y J. J. Buckley (1993). Fuzzy control theory: A nonlinear case. *Automatica* **26**, 513–520.
- Yoo, D. S. y M. J. Chung (1992). A variable structure control with simple adaptation laws for upper bounds on the norm of the uncertainties. *IEEE Trans. Automat. Contr* **37**, 860–864.
- Zhang, B. S. y J. M. Edmunds (1992). Self-organising fuzzy logic controller. In: *IEE Proc. D*. Vol. 139. pp. 460–464.