

## Nuevo vehículo aéreo autónomo estable por construcción: Configuración y modelo dinámico

Sanchez-Fontes, E.<sup>a, c</sup>, Avila Vilchis J.C.<sup>a, c, \*</sup>, Vilchis-González A.H.<sup>a</sup>, Saldivar, B.<sup>a, b</sup>,  
Jacinto-Villegas, J.M.<sup>a, b</sup>, Martínez-Méndez R.<sup>a</sup>

<sup>a</sup> Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma del Estado de México, Toluca, México.

<sup>b</sup> Cátedras CONACYT, Ciudad de México, México.

<sup>c</sup> Estos autores contribuyeron de igual manera en este artículo.

**To cite this article:** Sanchez-Fontes, E., Avila Vilchis, J.C., Vilchis-González, A.H., Saldivar, B., Jacinto-Villegas, J.M., Martínez-Méndez, R. 2020. New Stable by Construction Autonomous Aerial Vehicle: Configuration and Dynamic Model. Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial 17, 264-275. <https://doi.org/10.4995/riai.2020.11603>

### Resumen

En los últimos años, diferentes estrategias y modelos matemáticos se han desarrollado para analizar y controlar vehículos aéreos no tripulados. Este artículo amplía este panorama al enfocarse en un sistema aéreo no tripulado estable por construcción. Gracias a su diseño, el sistema reportado disipa la energía recibida por la acción de perturbaciones externas. El vehículo propuesto tiene un rotor único para el desarrollo de diferentes modos de vuelo. Este artículo reporta el concepto de diseño del sistema aéreo, la estructura de su modelo dinámico de nueve grados de libertad, un conjunto de simulaciones numéricas que permiten analizar el comportamiento del modelo desarrollado y los primeros resultados experimentales que validan la estabilidad por construcción del vehículo aéreo. Los dos aspectos más significativos e innovadores reportados en este artículo son el uso de un rotor único orientable para la ejecución de diferentes modos de vuelo y la propiedad inherente del sistema que lo hace estable por construcción.

*Palabras clave:* Estabilidad, vehículo aéreo no tripulado (UAV), modelo dinámico, actuadores.

### New stable by construction autonomous aerial vehicle: Configuration and dynamic model

#### Abstract

In recent years, different strategies and mathematical models have been developed in order to analyze and control unmanned aerial vehicles. This article expands this panorama by focusing on a, stable by construction, unmanned aerial system. Thanks to its design, the reported system dissipates the energy received by the action of external disturbances. The proposed vehicle has a unique rotor in order to perform different flight modes. This article reports the design concept of the aerial system, the mathematical structure of its nine degrees of freedom dynamic model, a set of numerical simulations allowing the analysis of the behavior of the developed model and the first experimental results that validate the stability, by construction, of the aerial vehicle. The two most significant and innovative aspects reported in this article are the use of a single orientable rotor to perform different flight modes and the inherent property of the system that makes it stable by construction.

*Keywords:* Stability, unmanned aerial vehicle (UAV), dynamic model, actuators.

### 1. Introducción

La miniaturización de elementos electrónicos, así como la implementación de diversas técnicas de control, han

contribuido al éxito de los Vehículos Aéreos No Tripulados (VANT) como se señala en (García et al., 2006), (Lozano, 2013). El bajo costo de operación de estos dispositivos los hace rentables y útiles en lugares con condiciones difíciles de

\*Autor para correspondencia: [jcavilav@uaemex.mx](mailto:jcavilav@uaemex.mx)

Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0 International (CC BY-NC-ND 4.0)

acceder para el ser humano. Al ser una extensión móvil de la percepción humana, estos vehículos han sido uno de los centros de estudio en los últimos años, siendo utilizados en diversas áreas como por ejemplo: investigación (Remondino et al., 2011), seguridad y vigilancia (Motlagh et al., 2017), geología y arqueología (Nex and Remondino, 2014), protección de vida salvaje (Watts et al., 2010), monitoreo del clima (Keith et al., 2009) o transporte de suministros médicos (Mendelow et al., 2007). Las tareas que ejecuta un VANT permiten recolectar información o, simplemente, completar trabajos. Si bien los VANT están diseñados para propósitos específicos, cada concepto de diseño presenta ventajas y desventajas en función de las condiciones de operación a las que el dispositivo será sometido.

De acuerdo con (Austin, 2010), los vehículos aéreos de ala rotativa tipo VTOL (Vertical Take-Off and Landing) presentan estabilidad y maniobrabilidad superiores a las de los vehículos de ala fija. Tanto (Klaptock, 2012) como (Briod et al., 2012) proponen que estos vehículos cuenten con una función de auto recuperación ante perturbaciones externas como ventiscas o colisiones; por ejemplo, cuando realizan movimientos de precisión en espacios reducidos o de difícil tránsito aéreo.

Para vehículos multirrotor, (Seguí-Gasco et al., 2014) propone propulsores orientables en tres dimensiones. Esto lleva al desarrollo de sistemas completamente actuados o sobreactuados, mejorando estabilidad y maniobrabilidad, pero sacrificando la simplicidad de las estrategias de control. Este enfoque ha impulsado el desarrollo de nuevos vehículos aéreos como los descritos en (Escareño et al., 2006a), (Mohamed and Lanzon, 2012), (Escareño et al., 2008b), (Sanchez et al., 2008), (Flores and Lozano, 2013), (Elfeky et al., 2016), (Liu et al., 2017), (Yukseket al., 2016), (Lin and Supskubaworn, 2017) o (Şenkul and Altuğ, 2016), entre otros. En estas propuestas, el sistema de propulsión se orienta dependiendo del modo de vuelo deseado. En general, estos vehículos se comportan de manera similar a la de un helicóptero en vuelo estacionario, desde la que los propulsores cambian su orientación. Cuando la orientación de un propulsor no coincide con la vertical, a medida que su ángulo de orientación aumenta/disminuye con respecto a esta dirección, la magnitud de la velocidad de traslación vertical disminuye/aumenta al tiempo que la componente horizontal de la velocidad crece/decrece, lo que permite al VANT desplazarse horizontalmente, cuando existe una adecuada compensación del peso del vehículo. Tomando en cuenta estas variaciones en la estrategia de control, se garantizaría la correcta ejecución de diferentes modos de vuelo. Si una perturbación afecta la orientación de cualquiera de los dispositivos mencionados previamente, una acción de control es requerida para que el VANT recupere la configuración deseada.

La intención de reducir la complejidad de las estrategias de control ha llevado, por otra parte, al desarrollo de nuevos conceptos de diseño como el reportado en (Apkarian, 2010) que describe un vehículo aéreo con elementos mecánicos modulares y estructura externa como protección. La estructura interna de este vehículo aéreo aloja los elementos electrónicos necesarios para su funcionamiento. El acoplamiento entre las estructuras externa e interna del vehículo se realiza mediante articulaciones actuadas tipo cardán que permiten orientar a la estructura interna y, por consiguiente, al generador de la fuerza

de sustentación. La presencia de perturbaciones requiere que cada actuador, en cada articulación, funcione de manera ininterrumpida, con el objetivo de mantener la estabilidad del sistema, hasta la disipación de las mismas.

Otro enfoque es el propuesto por (Perlo et al., 2005), donde el vehículo reportado contiene una estructura cilíndrica que aloja en su interior dos propulsores de rotación inversa. En este vehículo, una separación entre los propulsores garantiza una reducción en la potencia utilizada para desarrollar algún modo de vuelo, mientras que en los vehículos convencionales no se permiten reducir la potencia requerida. Para orientar al vehículo en el espacio tridimensional, se hace uso de cuatro alerones actuados, ortogonales al plano de rotación de las palas de los propulsores. El control ininterrumpido de los alerones garantiza la estabilidad del sistema en presencia de perturbaciones.

Para los vehículos reportados por (Apkarian, 2010) y (Perlo et al., 2005), las acciones de orientación se convierten, en presencia de perturbaciones, en acciones de estabilización pero no se abordan las dos acciones simultáneamente.

En (Briod et al., 2014), (Briod et al., 2015) y (Daler et al., 2016) se propone un vehículo aéreo resistente a colisiones, compuesto de una estructura externa pasiva y de una estructura interna. El acoplamiento entre las dos estructuras no está actuado, lo que permite un movimiento relativo libre entre ellas. La estructura externa consta de dos anillos y una cubierta esférica alámbrica. Estos elementos son concéntricos y sus acoplamientos también son pasivos. El vehículo es capaz de desplazarse en tres dimensiones gracias a la actuación ininterrumpida de alerones. Para este dispositivo se ha demostrado, experimentalmente, el buen desempeño de la estructura externa en la disipación de la energía asociada a colisiones, que se transforma en energía cinética de rotación de la estructura externa.

A diferencia de los sistemas mencionados, el reportado en este artículo es innovador ya que no requiere de acciones de control para disipar la energía asociada a perturbaciones y utiliza un único rotor orientable.

En las siguientes secciones se presentan el concepto de diseño y la estructura del modelo matemático del VANT reportado en este artículo, así como simulaciones numéricas que validan el modelo matemático y la propiedad intrínseca del sistema de disipar, naturalmente, la energía asociada a perturbaciones externas. Esta propiedad es también validada experimentalmente. Al final de este manuscrito se proporcionan algunas conclusiones sobre el trabajo reportado.

## 2. Concepto de diseño

Al vehículo aéreo no tripulado que se reporta en este artículo se le ha llamado Vehículo Esférico Aéreo Autónomo (VEAA) y ha sido desarrollado bajo el requerimiento de disipar, naturalmente, la energía asociada con perturbaciones externas que puedan actuar sobre el sistema. La disipación de dicha energía se traduce en la propiedad inherente del VEAA de ser estable por construcción. Los lectores interesados en el diseño detallado pueden consultar el trabajo reportado en (Sanchez-Fontes, 2016) o en la solicitud de patente (Avila Vilchis et al., 2018).

Bajo la premisa de estabilidad por construcción, el diseño del VEAA cuenta con dos módulos principales: una estructura externa pasiva (incluida su carcasa) y una estructura interna, como se ilustra en la Figura 1a. La Figura 1b muestra el modelo físico-experimental del VEAA al que se le ha removido la carcasa con el propósito de permitir la vista de su interior.

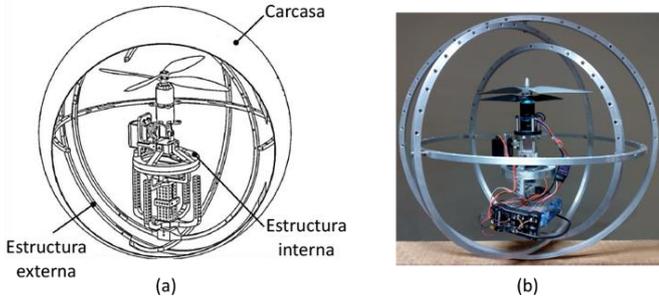


Figura 1: VEAA: (a) Representación gráfica, (b) Modelo físico-experimental.

La estructura interna del VEAA presenta una configuración vertical inicial (ver Figura 1) a la que el sistema tenderá naturalmente, al disipar la energía asociada con perturbaciones externas. No se requiere, por lo tanto, de acciones de control para disipar dicha energía. En la Figura 2b se observa la estructura interna que consta del anillo 4 y de la columna de sustentación  $S_1$ , con acoplamiento rígido mediante la unión H.

La estructura externa del VEAA consta de tres anillos concéntricos 1, 2 y 3 identificados en la Figura 2a. El anillo 1 está fijamente unido a la carcasa ilustrada en la Figura 1a. Entre los anillos 1 y 2, entre los anillos 2 y 3, así como entre los anillos 3 y 4 existe movimiento relativo de rotación libre. Estas rotaciones son garantizadas por dos articulaciones pasivas de tipo rotativo localizadas diametralmente opuestas una a la otra, como se ilustra en la Figura 2a para los anillos 2 y 3. Estas rotaciones se realizan con respecto a los ejes AA' para el par de anillos 1-2, BB' para el par de anillos 2-3 y CC' para el par de anillos 3-4. Los orificios en los anillos, que se observan en las Figuras 1b, 2a y 2b, hacen que la masa de la mitad superior de cada anillo sea menor que la de su mitad inferior, lo que les genera una tendencia natural para alcanzar una configuración de equilibrio estable, análoga al conocido punto de equilibrio estable de un péndulo. Los orificios en los anillos 1, 2 y 4 son barrenos pasados, mientras que los del anillo 3 tienen una profundidad que coincide con la mitad del espesor de este anillo.

La parte inferior de la estructura interna (ver Figura 1b) alberga baterías, elementos electrónicos y dos servomotores dedicados al cambio de orientación del rotor único del VEAA, identificado en la Figura 2b.

El rotor del VEAA presenta rotación inversa, lo que garantiza la conservación de su cantidad de movimiento angular. Se espera que la energía de una perturbación externa que afecte los anillos del dispositivo, genere que estos oscilen de forma aleatoria con respecto a su configuración vertical inicial estable, mientras disipan la energía recibida. Debido a la diferencia de masa entre las partes superior e inferior de cada anillo, el centro geométrico del conjunto de anillos se encuentra localizado arriba del centro de masa respectivo, lo que acota las rotaciones libres de cada anillo. En otras palabras, la estructura interna del VEAA recuperará su verticalidad en un periodo finito de tiempo.

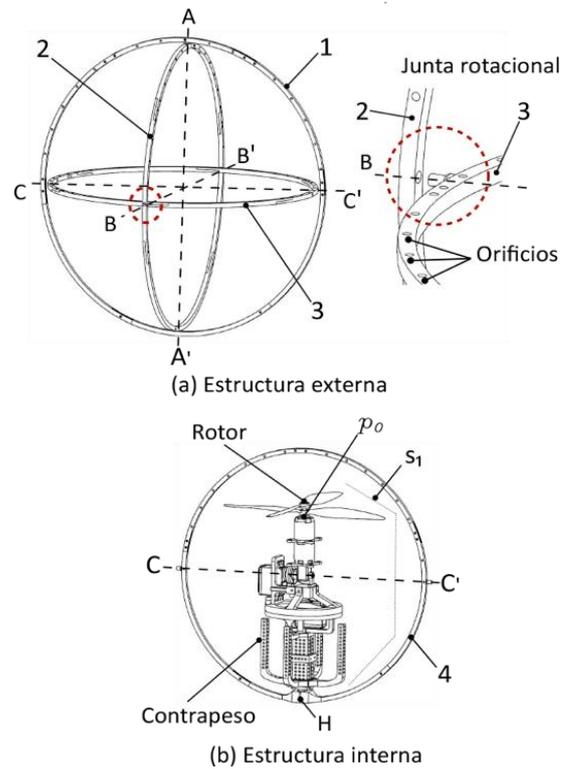


Figura 2: Estructuras externa e interna del VEAA.

La fuerza de sustentación  $F$  puede, en el VEAA, cambiar su orientación en el espacio tridimensional gracias a los servomotores C y D señalados en la Figura 3, cuyos ejes de rotación son mutuamente ortogonales. Se propone que un cambio de orientación de  $F$  inicie con la acción del servomotor C generando una rotación de ángulo  $\theta \in [-\pi/2; \pi/2]$  con respecto al eje  $x_{cm}$ . Completada esta rotación, el servomotor D hará girar la base del rotor un ángulo  $\psi \in [-\pi; \pi]$  con respecto al eje  $z_{cm}$ . Estas dos rotaciones se ilustran en la Figura 3. Si bien los valores extremos de los intervalos reportados pueden, mecánicamente, ser alcanzados, los valores de  $\theta$  y de  $\psi$  dependerán de los requerimientos de desplazamiento vertical y horizontal, así como de la compensación del peso del VEAA.

Cuando el rotor del VEAA se inclina, el contrapeso de las Figuras 2b y 3 se desplaza hacia arriba gracias a un par de cables flexibles (ver Figura 3) que conectan al motor rotocoaxial del rotor con el contrapeso, manteniendo invariante la posición del centro de masa del vehículo. Durante tal inclinación, el centro de masa del VEAA se localiza sobre el eje de rotación  $x_{cm}$ .

### 3. Estructura del modelo dinámico

Con base en la Figura 4, se presentan las ecuaciones de movimiento del VEAA obtenidas mediante una formulación de Lagrange. El sistema es modular, compuesto por las dos estructuras mecánicas descritas previamente. El modelo dinámico del VEAA toma en cuenta las rotaciones independientes generadas por los servomotores C y D (movimientos angulares  $\theta$  y  $\psi$ , respectivamente, ilustrados en la Figura 3) y aquella generada por el rotor del VEAA (movimiento angular  $\gamma$  ilustrado en Figura 4a).

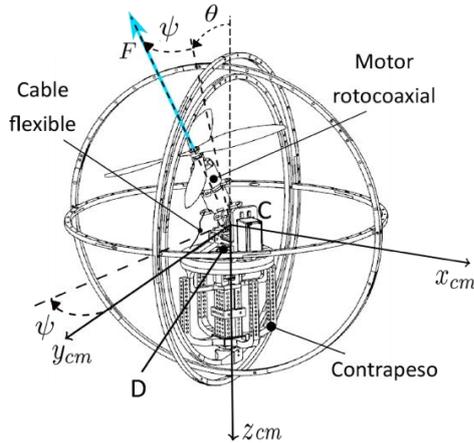


Figura 3: Orientación de la fuerza de sustentación del VEAA.

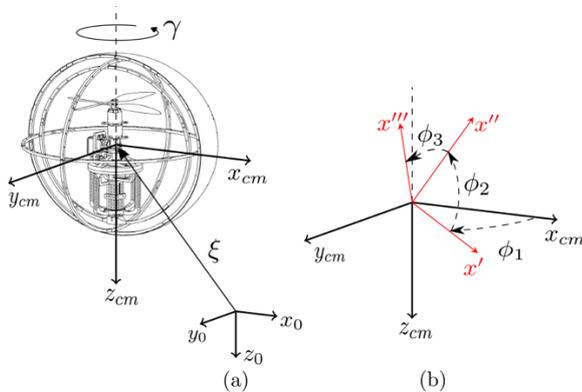


Figura 4: Sistemas de referencia y rotaciones del anillo 1.

### 3.3. Coordenadas generalizadas

Se definen nueve coordenadas generalizadas de acuerdo con el siguiente contexto en que evoluciona el dispositivo. La traslación del VEAA se asocia con el desplazamiento de su centro de masa  $cm$  con respecto a un sistema de referencia inercial  $\{x_0, y_0, z_0\}$ . El vector  $\xi = [x \ y \ z]^T$  describe la posición del  $cm$  (ver Figura 4a). Nótese que el eje  $z_0$  positivo apunta hacia abajo. La orientación del anillo 1 (carcasa) se define por el vector  $\eta = [\phi_1 \ \phi_2 \ \phi_3]^T$ , donde los ángulos  $\phi_1$ ,  $\phi_2$  y  $\phi_3$  representan las rotaciones ilustradas en la Figura 4b con base en una convención  $zyz$  de ángulos de Euler, realizada a partir del sistema de referencia  $\{x_{cm}, y_{cm}, z_{cm}\}$  localizado en el centro de masa del VEAA e, inicialmente, paralelo al sistema  $\{x_0, y_0, z_0\}$ .

Con el propósito de ilustrar los efectos que una perturbación externa pudiera tener en las estructuras externa e interna del VEAA, se introduce la Suposición 1.

**Suposición 1.** Una perturbación externa actuando sobre el anillo 1 del VEAA podrá producir rotaciones en los anillos 2, 3 y 4. Sin embargo, no afectará significativamente la orientación de la columna de sustentación  $S_1$  que recuperará, en tiempo finito, su verticalidad gracias a las rotaciones relativas libres presentes entre cada par de anillos, de ejes ortogonales, y a la diferencia de densidades entre las mitades superior e inferior del anillo 4. Por lo tanto, una rotación del anillo 1 (ver Figura 2a) con respecto a un eje que coincida con:

- el eje  $AA'$ : no afectará la verticalidad de la columna de sustentación  $S_1$ .
- el eje  $BB'$ : generará una rotación simultánea del anillo 2. Los anillos 3 y 4 no serán afectados significativamente y el anillo 4 recuperará, por construcción, su verticalidad.
- el eje  $CC'$ : generará una rotación simultánea de los anillos 2 y 3. El anillo 4 no será afectado significativamente y recuperará, por construcción, su verticalidad.

□

Lo anterior se logra gracias a las juntas rotacionales localizadas diametralmente opuestas entre cada par de anillos (ver Figura 2a) y a la suspensión tipo cardán de las estructuras descritas.

La orientación del sistema propulsor, como parte de la estructura interna del VEAA, es independiente de la estructura externa y está definida por los ángulos  $\theta$  y  $\psi$  descritos previamente (ver Figura 3). Las palas del rotor único describen el ángulo  $\gamma$  en torno al eje del rotor, inicialmente paralelo al eje  $z_{cm}$ . Así, el vector  $q = [x \ y \ z \ \phi_1 \ \phi_2 \ \phi_3 \ \theta \ \psi \ \gamma]^T$  contiene al conjunto de coordenadas generalizadas del VEAA.

### 3.4. Ecuaciones de movimiento

Considerando los nueve grados de libertad definidos en la sección anterior, el modelo dinámico del VEAA tiene matriz de inercia  $M(q)$ , matriz de Coriolis y de fuerzas centrífugas  $C(q, \dot{q})$ , vector de fuerzas conservativas  $G(q)$  y vector de fuerzas externas  $Q(u)$ , donde cada elemento tiene las dimensiones convenientes y  $u$  es la entrada de control. La estructura de dicho modelo dinámico se proporciona en la ecuación (1), donde la primera y segunda derivadas temporales de  $q$  son, respectivamente,  $\dot{q}$  y  $\ddot{q}$ .

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = Q(u) - \nabla\zeta\lambda \quad (1)$$

En (1), el término  $\nabla\zeta\lambda$  representa la restricción del suelo sobre el VEAA en la dirección vertical, con

$$\nabla\zeta = \frac{\partial[z-d]}{\partial q_i} = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T \quad (2)$$

siendo  $d$  la distancia desde la superficie donde se ha ubicado el sistema de referencia inercial hasta el centro de masa del VEAA y  $\lambda \geq 0$  un multiplicador de Lagrange. Nótese que si  $\lambda > 0$  el VEAA está en contacto con el suelo, perdiéndose este contacto al momento en que  $\lambda = 0$ .

Siendo  $m_t$  la masa total del VEAA,  $g$  el valor de la aceleración debida a la gravedad,  $\mathbb{I}_{t,cm}$  y  $\omega_{t,cm}$  el tensor de inercia y el vector de velocidades angulares del VEAA, respectivamente, ambos expresados en el sistema  $\{x_{cm}, y_{cm}, z_{cm}\}$ , las energías cinéticas de traslación y de rotación del VEAA se expresan, respectivamente, como  $T_{tras} = m_t \dot{\xi}^T \dot{\xi} / 2$  y  $T_{rot} = \omega_{t,cm}^T \mathbb{I}_{t,cm} \omega_{t,cm} / 2$ , mientras que la energía potencial gravitacional es  $U = m_t g z$ . Entonces, el Lagrangiano  $L(q, \dot{q})$  del VEAA toma la forma (3).

$$L(q, \dot{q}) = m_t \dot{\xi}^T \dot{\xi} / 2 + \omega_{t,cm}^T \mathbb{I}_{t,cm} \omega_{t,cm} / 2 - m_t g z \quad (3)$$

El cálculo de  $\mathbb{I}_{t,cm}$  es relativamente simple, ya que el VEAA está constituido por cuerpos geométricos conocidos. Sin

embargo, se resalta la contribución de las hélices y del propulsor en el cálculo del tensor de inercia del VEAA, que se realiza con base en el sistema de referencia  $\{x_{p_0}, y_{p_0}, z_{p_0}\}$  localizado en el punto  $p_0$  del propulsor y paralelo al sistema  $\{x_{cm}, y_{cm}, z_{cm}\}$ , como ilustran las Figuras 2 y 5.

Si el rotor gira, gracias al servomotor C, en torno al eje  $x_{cm}$  un ángulo  $\theta$ , el punto  $p'_0$  es el origen del nuevo sistema de referencia  $\{x'_{p_0}, y'_{p_0}, z'_{p_0}\}$  (ver Figura 5). La caracterización de este primer movimiento angular se hace por la matriz de rotación  $R_{x_{cm}, \theta}$ . Una segunda rotación, producida por el servomotor D, en torno al eje  $z_{cm}$  de ángulo  $\psi$ , ubica al punto  $p''_0$  como origen del sistema de referencia  $\{x''_{p_0}, y''_{p_0}, z''_{p_0}\}$ . Este segundo movimiento angular se caracteriza por la matriz de rotación  $R_{z_{cm}, \psi}$ .

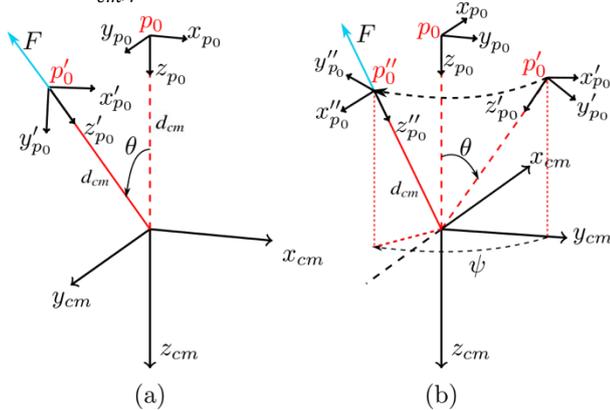


Figura 5: Composición de rotaciones para orientar  $F$ .

La composición de rotaciones  $R_{\psi, \theta} = R_{z_{cm}, \psi} R_{x_{cm}, \theta}$ , dada en (4)\*, permite expresar el tensor de inercia del propulsor y sus hélices en el sistema de referencia  $\{x_{p_0}, y_{p_0}, z_{p_0}\}$  ( $\mathbb{I}_{p, p_0}$ ) si se conoce en el sistema  $\{x''_{p_0}, y''_{p_0}, z''_{p_0}\}$  ( $\mathbb{I}_{p, p''_0}$ ), de acuerdo con la ecuación (5).

$$R_{\psi, \theta} = R_{z_{cm}, \psi} R_{x_{cm}, \theta} = \begin{bmatrix} c_\psi & -c_\theta s_\psi & s_\theta s_\psi \\ s_\psi & c_\theta c_\psi & -c_\psi s_\theta \\ 0 & s_\theta & c_\theta \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\mathbb{I}_{p, p_0} = R_{\psi, \theta} \mathbb{I}_{p, p''_0} \quad (5)$$

Entonces, el tensor de inercia del propulsor y de las hélices del VEAA, expresado en el sistema de referencia ubicado en el centro de masa del dispositivo, denotado por  $\mathbb{I}_{p, cm}$ , está dado por la ecuación (6), donde se ha utilizado el Teorema de Steiner (Whittaker and McCrae, 1989), (Shames, 1996) para relacionar los elementos de inercia en los sistemas  $\{x_{p_0}, y_{p_0}, z_{p_0}\}$  y  $\{x_{cm}, y_{cm}, z_{cm}\}$ .

En (6) se ha usado la masa del propulsor y de las hélices  $m_{pp}$ , así como la distancia  $d_{cm}$  entre los planos paralelos  $\mathbb{P}_{x_{cm} y_{cm}}$  y  $\mathbb{P}_{x_{p_0} y_{p_0}}$  (ver Figura 5) y la matriz  $K$  cuyas únicas entradas no nulas son  $K_{11} = K_{22} = 1$ , dado que el vector de

posición relativa del punto  $p_0$  con respecto al centro de masa del VEAA es  $P_{p_0, cm} = [0 \ 0 \ -d_{cm}]^T$ .

$$\mathbb{I}_{p, cm} = R_{\psi, \theta} \mathbb{I}_{p, p''_0} + m_{pp} d_{cm}^2 K \quad (6)$$

La velocidad angular total  $\omega_{t, cm}$  del VEAA, conformada por las velocidades angulares de las estructuras externa e interna, al igual que el tensor de inercia  $\mathbb{I}_{p, cm}$  son expresados en el sistema de referencia  $\{x_{cm}, y_{cm}, z_{cm}\}$ . La velocidad angular de la estructura interna  $\omega_{EI, cm}$  es una composición de las velocidades angulares  $\dot{\gamma}$ ,  $\dot{\theta}$  y  $\dot{\psi}$  ilustradas en la Figura 6.

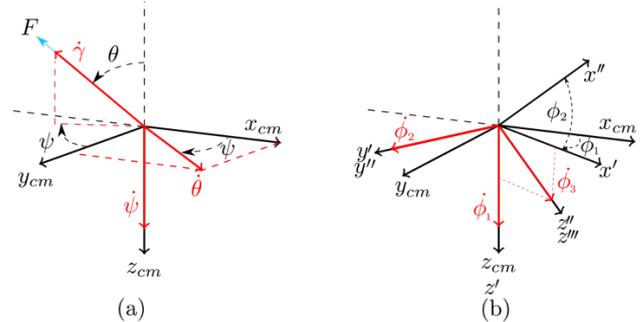


Figura 6: Velocidades angulares: (a) estructura interna, (b) estructura externa.

Inicialmente,  $\dot{\gamma}$  es paralela al eje  $z_{cm}$ . Posteriormente, el rotor se orienta un ángulo  $\theta$  descrito en el plano  $\mathbb{P}_{y_{cm} z_{cm}}$  con  $\dot{\theta}$  colineal con el eje  $x_{cm}$ . Una segunda rotación en el plano  $\mathbb{P}_{x_{cm} y_{cm}}$  de ángulo  $\psi$ , asocia al rotor la velocidad angular  $\dot{\psi}$  paralela al eje  $z_{cm}$ . En todo momento  $\dot{\theta} \perp \dot{\psi}$ .

Con base en la Figura 6a, es simple observar que  $\omega_{EI, cm}$  queda determina por la ecuación (7).

$$\omega_{EI, cm} = \begin{bmatrix} \dot{\theta} c_\psi - \dot{\gamma} s_\theta s_\psi \\ \dot{\theta} s_\psi + \dot{\gamma} s_\theta c_\psi \\ \dot{\psi} - \dot{\gamma} c_\theta \end{bmatrix} \quad (7)$$

La estructura externa se orienta independientemente de la estructura interna. La composición de velocidades angulares  $\dot{\phi}_1$ ,  $\dot{\phi}_2$  y  $\dot{\phi}_3$ , expresada en  $\{x_{cm}, y_{cm}, z_{cm}\}$ , determina la velocidad angular del anillo 1 (ver Figura 6b) y está dada por la ecuación (8).

$$\omega_{EE, cm} = \begin{bmatrix} \dot{\phi}_3 c_{\phi_1} s_{\phi_2} - \dot{\phi}_2 s_{\phi_1} \\ \dot{\phi}_3 s_{\phi_1} s_{\phi_2} + \dot{\phi}_2 c_{\phi_1} \\ \dot{\phi}_1 + \dot{\phi}_3 c_{\phi_2} \end{bmatrix} \quad (8)$$

El modelo dinámico del VEAA, desarrollado a partir de la formulación de Euler-Lagrange, incluye al vector de fuerzas externas  $Q(u)$  definido en (9), donde  $F$  es la fuerza de sustentación generada por el par motor  $\tau_m$  al hace girar las hélices con velocidad angular  $\dot{\gamma}$ .  $F$  se orienta gracias a los torques  $\tau_\theta$  y  $\tau_\psi$  que generan, respectivamente, los ángulos  $\theta$  y  $\psi$  descritos previamente,  $D_{vi}$  es la fuerza de arrastre producida por la velocidad inducida de las hélices, situada entre el 2% y el 5% del peso total del VEAA, como lo reportan (Prouty,

\* La notación  $s_\theta = \text{sen}(\theta)$ ,  $c_\theta = \text{cos}(\theta)$ ,  $s_\psi = \text{sen}(\psi)$ ,  $c_\psi = \text{cos}(\psi)$  es utilizada en lo sucesivo.

2003) y (Lefort and Hamann, 1995),  $\tau_{\phi_k}$  con  $k = 1, 2, 3$  son los torques que experimenta la carcasa del VEAA por la acción de perturbaciones externas,  $\tau_\gamma = \tau_m - \tau_D$  es el torque neto del rotor principal, considerando el par de arrastre de las hélices  $\tau_D$ . Entonces, la entrada de control es  $u = [\tau_m \ \tau_\theta \ \tau_\psi]^T$ .

$$Q(u) = \begin{bmatrix} 2Fs_\psi s_\theta - D_{vi} s_\psi s_\theta \\ 2Fc_\psi s_\theta - D_{vi} c_\psi s_\theta \\ -2Fc_\theta + D_{vi} c_\theta \\ \tau_{\phi_1} \\ \tau_{\phi_2} \\ \tau_{\phi_3} \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \\ \tau_m - \tau_D \end{bmatrix} \quad (9)$$

La magnitud de la fuerza de sustentación está determinada por la ecuación (10).

$$F = (n/6) \rho C_L c_p r^3 \dot{\gamma}^2 \quad (10)$$

donde  $n$  es el número de hélices del rotor,  $\rho$  la densidad del aire,  $C_L$  el coeficiente de sustentación,  $c_p$  la longitud de la cuerda de cada hélice con longitud  $r$  y  $\tau_D = (n/8)C_D c_p r^4 \dot{\gamma}^2$ , donde  $C_D$  es el coeficiente de arrastre.

Con  $q \in \mathbb{R}^9$  y definiendo las variables de estado como en la ecuación (11) para  $i = 0, 1, 2, \dots, 8$ , la dinámica del VEAA queda representada de acuerdo a las 18 ecuaciones diferenciales proporcionadas en (12).

$$\begin{aligned} x_{2i+1} &= q_{i+1} \\ x_{2i+2} &= \dot{q}_{i+1} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_{2i+1} &= x_{2i+2} \\ \dot{x}_{2i+2} &= \ddot{q}_{i+1} \end{aligned} \quad (12)$$

donde los elementos  $\ddot{q}_{i+1}$  forman el vector  $\ddot{q}$  dado por (13).

$$\ddot{q} = M^{-1}(q)[Q(u) - \nabla\zeta\lambda - C(q, \dot{q})\dot{q} - G(q)] \quad (13)$$

siendo  $M(q)$  simétrica, sus catorce elementos no nulos son  $M_{46}, M_{56}, M_{78}, M_{79}, M_{89}$  y aquellos en su diagonal principal. Los catorce elementos no nulos de la matriz  $C(q, \dot{q})$  son  $C_{46}, C_{56}, C_{64}, C_{65}, C_{78}, C_{79}, C_{87}, C_{97}$  y aquellos de su diagonal principal  $C_{jj}$  con  $j = 3, \dots, 8$ . Los elementos no nulos del vector  $G(q)$  son  $G_1, G_2$  y  $G_3$ .

#### 4. Simulaciones numéricas y primeros resultados experimentales

Se reportan tres grupos de simulaciones numéricas en lazo abierto, generadas con el propósito de validar el modelo dinámico del VEAA dado en (1) a través del análisis del comportamiento de algunas variables de interés, bajo diferentes condiciones y modos de vuelo. El análisis del primer grupo de simulaciones se complementa con el video VEAA\* y los datos experimentales reportados que validan la propiedad inherente del sistema de ser estable por construcción. El segundo grupo de simulaciones se orienta al vuelo vertical del VEAA y el tercer grupo considera el vuelo bidimensional al orientar el rotor un ángulo (ver Figura 3).

**Grupo 1. Estabilidad de anillos del VEAA.** Como cada anillo del VEAA tiene más masa en su mitad inferior, se analiza el comportamiento del anillo 2, suponiendo que el de los demás será semejante. El anillo 2 se lleva de su posición de equilibrio vertical a una posición horizontal por una rotación de ángulo  $\beta = \pi/2$ . Al momento de eliminar la perturbación,  $\beta = 0$ . Bajo estas condiciones, se simula el comportamiento del anillo 2 mediante el software Matlab-Simulink®. La Figura 7 muestra el diagrama de fase  $\beta$  versus  $\dot{\beta}$  del anillo 2 tanto en simulación como para los resultados experimentales. Nótese que después de un tiempo finito, el anillo regresa a su posición de equilibrio estable, como esperado.

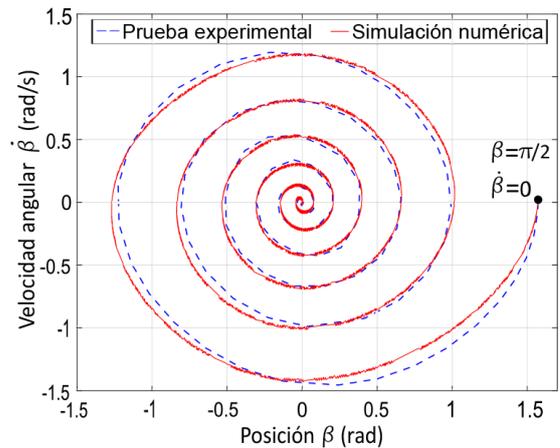


Figura 7: Diagrama de fase del anillo 2 del VEAA.

La validación experimental del comportamiento del anillo 2 se realizó en la plataforma ilustrada en la Figura 8, mediante el acoplamiento de un encoder incremental de 4000 pulsos por revolución (*ppr*) de la marca Omron.

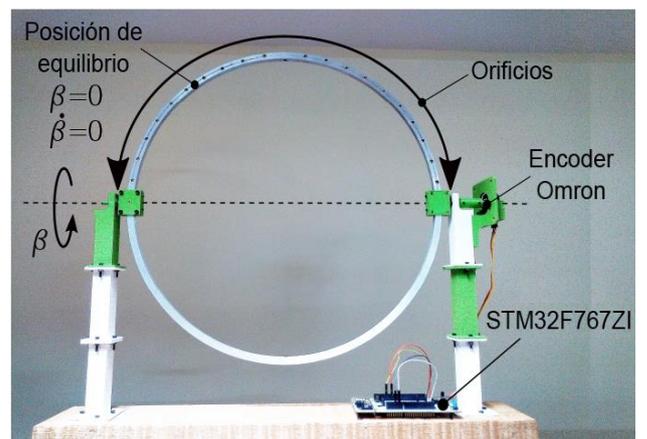


Figura 8: Plataforma experimental con anillo 2 en posición vertical.

La adquisición de datos se realizó mediante la tarjeta STM32F767ZI-Nucleo y un módulo de alta velocidad UM232H que permite el intercambio de datos entre la computadora y el microcontrolador mediante una conexión USB 2.0 con velocidad de 3 Mb/s. El tiempo de muestreo se estableció a 1 kHz. En la experimentación, se usaron las librerías embebidas desarrolladas por el laboratorio PERCRO

\*[https://www.dropbox.com/sh/qdq35i1k211tqdq/AAC0u4v-RR\\_AxI-DS4GfbLB1a?dl=0](https://www.dropbox.com/sh/qdq35i1k211tqdq/AAC0u4v-RR_AxI-DS4GfbLB1a?dl=0)

(Perceptual Robotics) de Pisa, Italia (Villegas et al., 2015) para la familia Cortex-M7. Además, de forma similar a otros trabajos (Jacinto-Villegas et al., 2017), con la tarjeta mencionada se transfirieron las señales eléctricas del encoder para determinar la posición angular del anillo 2 y, con base en una diferenciación directa de la posición angular, se obtuvo su velocidad angular (Tilli and Montanari, 2001).

**Pruebas experimentales: Estabilidad de anillos.** De forma análoga a lo descrito en la simulación respectiva, el anillo 2 del modelo físico-experimental del VEAA se separa de los demás elementos y se monta en la plataforma mostrada en la Figura 8. Este anillo es desplazado angularmente desde su posición vertical ( $\beta = 0$ ), hasta alcanzar la posición horizontal correspondiente a un ángulo  $\beta = \pi/2$ , con  $\dot{\beta} = 0$ . El interés de este experimento es el de demostrar la estabilidad por construcción de los anillos al disipar energía. Al eliminar la perturbación, el anillo 2 comienza a oscilar hasta disipar por completo la energía potencial adquirida por acción de la perturbación, regresando a su posición vertical de equilibrio en un tiempo aproximado de 10 s (ver Figura 9).

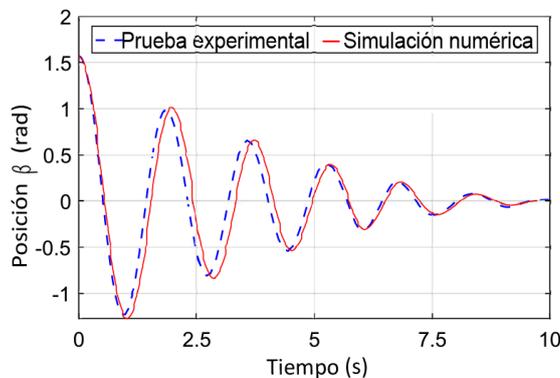


Figura 9: Posición angular del anillo 2 al disipar energía.

Tanto por simulación como experimentalmente, se verifica que el anillo 2 tiende a su posición de equilibrio mientras disipa energía. Dado que todos los anillos del VEAA comparten los mismos principios de diseño, de construcción y de acoplamiento que el anillo 2, se esperan resultados similares en cuanto a su estabilidad.

El valor de la proporción de la masa superior a la masa inferior del anillo 4 es mayor que para los otros anillos, debido a que recibe en su parte inferior a la columna de sustentación  $S_1$ , por lo que se esperan los siguientes aspectos positivos:

- Toda perturbación externa actuando sobre la carcasa del sistema, requerirá mayor energía para excitar al anillo 4 que para los demás anillos.
- Comparado con los demás anillos, el anillo 4 disipará más rápidamente energía ya que al contener más elementos, el rozamiento de estos con el aire circundante será mayor.

#### Pruebas experimentales: Perturbaciones en carcasa.

Con el propósito de validar experimentalmente la Suposición 1, se realizaron pruebas con el VEAA retirando parte de la columna de sustentación para analizar, a través de los ángulos de cabeceo (pitch) y de alabeo (roll), el comportamiento del anillo 4 en presencia de perturbaciones. Se resalta que el ángulo de guiñada (yaw) no es significativo en el análisis de la verticalidad del anillo 4. Se implementaron, entonces, los

siguientes elementos en la parte inferior del anillo 4, como se ilustra en la Figura 10:

- Un dispositivo IMU (inertial measurement unit) modelo MPU9250 de Invensense® para medir los ángulos de pitch, roll y yaw. Está constituido por un giroscopio, un acelerómetro y un magnetómetro. Este módulo se comunica con una tarjeta electrónica de control mediante el protocolo de comunicación I2C en modo rápido (400 kHz).
- Para el procesamiento de señales, implementación de algoritmos y comunicación, se usaron dos tarjetas electrónicas de control, la Arduino® Mega 2560 y la Arduino® UNO. La primera se implementó en modo esclavo y la segunda en modo maestro.
- La comunicación inalámbrica se aseguró por dos módulos de radiofrecuencia modelo NRF24L01 que operan en la banda de 2.4 GHz, con antena SMA, permitiendo el intercambio de información con cada tarjeta Arduino® mediante el protocolo SPI a 8 MHz. Un módulo funciona como emisor (lado esclavo) y otro como receptor (lado maestro).
- La tarjeta que trabaja en modo maestro recibe datos y se comunica, mediante un protocolo serial (115200 bps), con una computadora que los almacena a un tiempo de muestreo de 10 Hz mediante el software HyperTerminal®.
- Una batería de 9 V en la tarjeta esclavo suministra el voltaje necesario para los dispositivos electrónicos implementados.

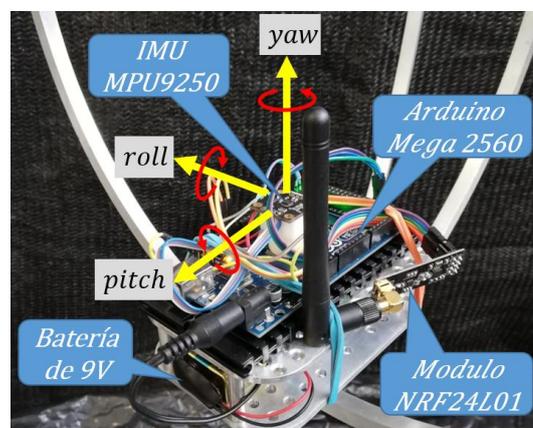


Figura 10: Elementos electrónicos en la base del anillo 4.

Con la instrumentación realizada, se aplicaron diferentes perturbaciones al anillo 1 de la plataforma experimental del VEAA. Estas perturbaciones y los efectos producidos en el sistema se documentan a continuación. El video VEAA y la Figura 11 sustentan, conjuntamente, la forma en que se aplicaron las perturbaciones y la respuesta experimental del anillo 4, identificándose las tres partes siguientes.

**Parte 1 del video.** Para ilustrar el comportamiento del anillo 4 (base de la columna de sustentación) bajo la influencia de perturbaciones externas, se aplican las rotaciones P1, P2 y P3 descritas a continuación (ver Suposición 1). Se resalta que, aún bajo la acción de estas perturbaciones, el anillo 4 permanece prácticamente vertical:

- P1. Rotación en torno al eje AA': No afecta significativamente al anillo 4, que permanece en equilibrio cuasi estacionario con altura constante del cm del VEAA.

- P2. Rotación en torno al eje BB': No afecta significativamente al anillo 4, que prácticamente conserva su verticalidad. La altura del *cm* del VEAA varía y el anillo 2 es arrastrado por el anillo 1.
- P3. Rotación en torno al eje CC': No afecta significativamente al anillo 4, que prácticamente conserva su verticalidad. La altura del *cm* del VEAA varía y los anillos 2 y 3 son arrastrados por el anillo 1.

La Figura 11 (ver Parte 1) ilustra el comportamiento experimental del anillo 4 bajo el efecto de las perturbaciones P1, P2 y P3. Las mediciones realizadas muestran que el anillo 4 experimenta pequeñas variaciones, como se esperaba. Se recuerda que el ángulo de guiñada (yaw) no influye en la verticalidad del anillo 4, por lo que no se reportan sus variaciones.

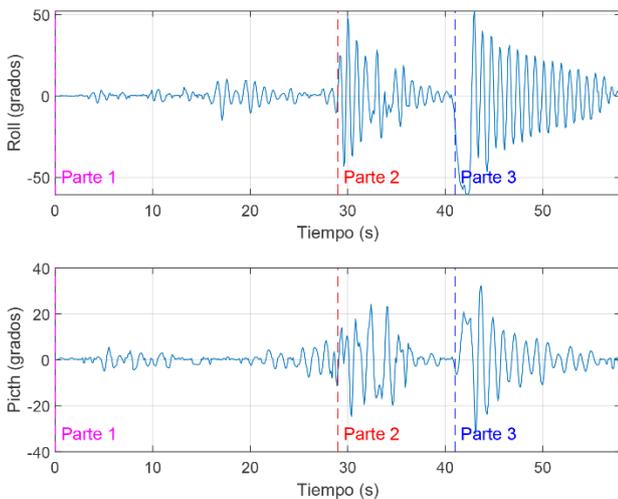


Figura 11: Comportamiento experimental del anillo 4 bajo perturbaciones.

**Parte 2 del video.** Se intenta reproducir el efecto de perturbaciones racheadas en el sistema aplicando movimientos aleatorios más significativos en amplitud, cambio de dirección y frecuencia que los reportados en la primera parte del experimento. El conjunto de perturbaciones racheadas se produjo de manera discrecional. En el video VEAA se observa que el anillo 4 recupera su verticalidad a pesar de las perturbaciones que se aplican al anillo 1. Como se retiraron varios elementos de la columna de sustentación (rotor, servomotores, contrapeso, etc.) y en su lugar se colocaron elementos electrónicos, se espera que con la columna de sustentación  $S_1$  completa, el anillo 4 recuperará más rápidamente su verticalidad.

En la Figura 11 (ver Parte 2) se observa el comportamiento experimental del anillo 4 bajo la influencia de perturbaciones racheadas que, a través de oscilaciones no sostenidas, recupera su verticalidad en tiempo finito.

**Parte 3 del video.** Se muestra la respuesta del anillo 4 al excitarlo directamente de forma aleatoria. Al eliminar la perturbación, el anillo 4 recupera una vez más su verticalidad, validando la característica del sistema de ser estable por construcción.

La Figura 11 (ver Parte 3) reporta el comportamiento experimental del anillo 4 que recibe, inicialmente, una mayor cantidad de energía presentando oscilaciones de mayor

amplitud que las anteriores. Nuevamente, el anillo 4 alcanza, en tiempo finito, su posición vertical de equilibrio estable.

En todos los casos reportados, se observó que la estabilidad de las estructuras del VEAA se garantiza sin acción de control, basándose únicamente en la disipación natural de energía.

El peso del VEAA es de 20 N. Con base en las características de las hélices del propulsor se ha calculado, mediante la ecuación (10), la velocidad angular necesaria para compensar el peso  $\dot{\gamma}_w$ , por lo que la fuerza de sustentación correspondiente se denota por  $F_w = m_t g = 20 N$  y  $\dot{\gamma}_w = 6635 rpm$ . Estos valores serán tomados como referencia en los grupos de simulaciones 2 y 3 que se reportan con la intención de ilustrar el comportamiento del modelo dinámico del VEAA en lazo abierto.

**Grupo 2. Vuelo vertical del VEAA.** Se simula el vuelo vertical en una secuencia de seis etapas. La Tabla 1 reporta cada etapa en términos del comportamiento de las siguientes variables de interés: la posición  $z$ , la velocidad de traslación  $\dot{z}$ , la velocidad angular de las hélices  $\dot{\gamma}$  y la fuerza de sustentación  $F$ . Se proporciona la duración de cada etapa mediante intervalos de tiempo  $t$ , en segundos.

Tabla 1: Comportamiento del vuelo vertical simulado del VEAA.

Etapas	Variable	Observaciones
E1 Contacto con el suelo ( $0 \leq t \leq 0.45$ )	$z$	$z = -d_{cm}$
	$\dot{z}$	$\dot{z} = 0$
	$\dot{\gamma}$	$0 < \dot{\gamma} < \dot{\gamma}_w$
	$F$	$0 < F < F_w$
E2 Despegue y ascensión 1 ( $0.45 < t \leq 11$ )	$z$	$h_{VE1} < z < 0$
	$\dot{z}$	$\dot{z} < 0$
	$\dot{\gamma}$	$\dot{\gamma} > \dot{\gamma}_w$
	$F$	$F > F_w$
E3 Vuelo estacionario ( $11 < t \leq 15$ )	$z$	$z = h_{VE1}$
	$\dot{z}$	$\dot{z} = 0$
	$\dot{\gamma}$	$\dot{\gamma} = \dot{\gamma}_w$
	$F$	$F = F_w$
E4 Ascensión 2 ( $15 < t \leq 33$ )	$z$	$h_{VE2} < z < h_{VE1}$
	$\dot{z}$	$\dot{z} < 0$
	$\dot{\gamma}$	$\dot{\gamma} > \dot{\gamma}_w$
	$F$	$F > F_w$
E5 Vuelo estacionario ( $33 < t \leq 41$ )	$z$	$z = h_{VE2}$
	$\dot{z}$	$\dot{z} = 0$
	$\dot{\gamma}$	$\dot{\gamma} = \dot{\gamma}_w$
	$F$	$F = F_w$
E6 Descenso y aterrizaje ( $41 < t \leq 74$ )	$z$	$h_{VE2} < z \leq 0$
	$\dot{z}$	$\dot{z} \geq 0$
	$\dot{\gamma}$	$\dot{\gamma} < \dot{\gamma}_w$
	$F$	$F < F_w$

Para las simulaciones de los grupos 2 y 3, se programaron diferentes valores del par motor  $\tau_m$  como funciones del tiempo  $t$ , reportando los comportamientos producidos por el modelo

dinámico. A manera de ejemplo, la ecuación (14) representa la programación del par motor correspondiente a las tres primeras etapas del grupo 2.

$$\tau_m = \begin{cases} c_0 & 0 \leq t \leq 0.45, & \text{etapa E1} \\ c_1 t & 0.45 < t \leq 11, & \text{etapa E2} \\ \tau_w & 11 < t \leq 15, & \text{etapa E3} \end{cases} \quad (14)$$

donde  $c_0$ ,  $c_1$  y  $\tau_w$  son constantes tales que  $c_0 < \tau_w < c_1 t$  y  $\tau_w$  es el par motor requerido para compensar el peso del VEAA.

Con base en la Tabla 1, se describe lo siguiente:

1. En la etapa E1 el VEAA se encuentra en contacto con la superficie de referencia (el suelo, por ejemplo), por lo que  $\lambda > 0$  y el dispositivo no se desplaza. La posición de su centro de masa queda determinada por  $\xi_0 = [0 \ 0 \ -d_{cm}]^T$ . La fuerza de sustentación es inferior al peso del VEAA ( $F < m_t g$ ) mientras la velocidad angular de las hélices es tal que  $\dot{\gamma} < \dot{\gamma}_w$  (ver Figuras 14 y 15).
2. La etapa E2 inicia con el despegue y vuelo vertical ascendente cuando  $\lambda = 0$  y  $\dot{\gamma} > \dot{\gamma}_w$ . Al inicio de esta etapa, la fuerza de sustentación supera al peso del vehículo, incrementando su valor de  $F = 20 \text{ N}$  a  $F = 26 \text{ N}$ , como se ilustra en la Figura 14. En la Figura 12 se observa que el desplazamiento vertical inicia a partir de  $t = 0.45 \text{ s}$  con la velocidad correspondiente ilustrada en la Figura 13.

3. Con  $h_{VE1} = -30 \text{ m}$ , el VEAA entra en vuelo estacionario ( $\dot{z} = 0$ ), lo que corresponde a la etapa E3. Esto se puede observar en la Figura 13, donde en vuelo estacionario  $\dot{\gamma} = \dot{\gamma}_w$  y la fuerza de sustentación compensa al peso del VEAA de tal forma que  $F = F_w$ .
4. En la etapa E4, el VEAA se desplaza verticalmente hasta una altura  $h_{VE2} < h_{VE1}$  incrementando tanto su velocidad angular (ver Figura 15), como su fuerza de sustentación (ver Figura 14) y, por consiguiente, con una velocidad de traslación  $\dot{z} < 0$  como se muestra en la Figura 13. El VEAA continúa su vuelo hasta alcanzar la altura  $h_{VE2} = -100 \text{ m}$  en  $t = 33 \text{ s}$  (ver Figura 12).
5. Una vez alcanzada la altura  $h_{VE2}$ , el vehículo entra nuevamente en vuelo estacionario en la etapa E5. Aquí,  $\dot{z} = 0$  y la fuerza de sustentación compensa, nuevamente, el peso del VEAA como se ilustra en las Figuras 13 y 14. Al igual que en la etapa E3  $\dot{\gamma} = \dot{\gamma}_w$ .

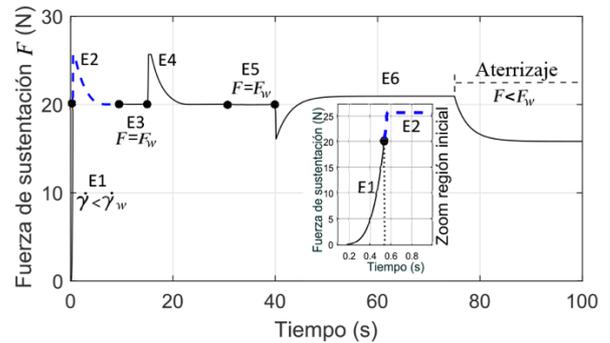


Figura 14: Fuerza de sustentación de la etapa E1 al aterrizaje.

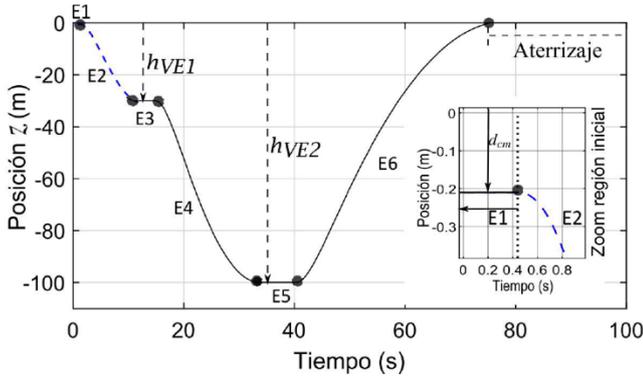


Figura 12: Vuelo vertical, estacionario y descenso.

El vuelo vertical ascendente continúa mientras la velocidad angular se acerca, disminuyendo, a  $\dot{\gamma}_w$  cuando se alcanza la altura  $h_{VE1} = -30 \text{ m}$  en  $t = 11 \text{ s}$  (Ver Figura 12).

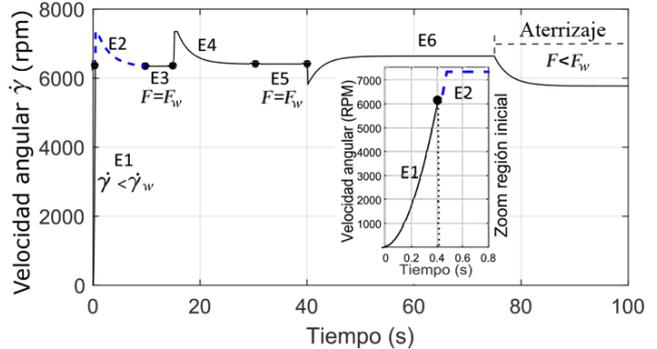


Figura 15: Evolución de la velocidad angular de las hélices.

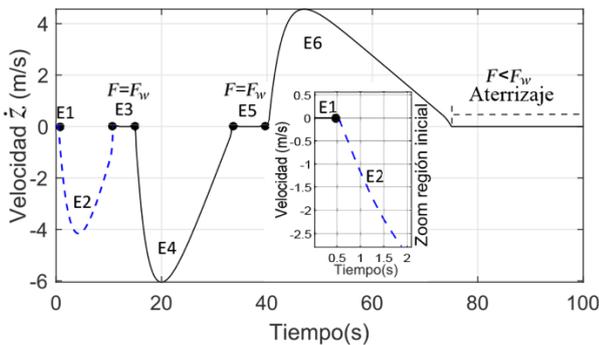


Figura 13: Velocidad de traslación de la etapa E1 al aterrizaje.

6. De la posición  $h_{VE2}$ , el VEAA desciende (ver Figura 12) en la etapa E6 donde la velocidad angular disminuye de tal forma que  $\dot{\gamma} < \dot{\gamma}_w = 6635 \text{ rpm}$  hasta un valor de  $5800 \text{ rpm}$ . Sin embargo,  $\dot{\gamma}$  se incrementará hasta  $6635 \text{ rpm}$  para compensar gradualmente la energía cinética del VEAA al descender (ver Figura 15). En la Figura 14 se observa que la fuerza de sustentación desarrolla durante el descenso un comportamiento similar al de la velocidad angular, donde  $F$  desciende hasta alcanzar el valor de  $16 \text{ N}$  después de  $t = 41 \text{ s}$  y, posteriormente, se incrementa gradualmente hasta los  $21 \text{ N}$ . El aterrizaje se realiza en el tiempo  $t = 74 \text{ s}$ , cuando nuevamente el VEAA entra en contacto con la superficie de referencia con  $\lambda > 0$ ,  $\dot{z} = 0$ ,  $\dot{\gamma} < \dot{\gamma}_w$  y  $F < F_w$  (ver Figuras 13, 14 y 15).

Cada una de las Figuras de la 12 a la 15 cuenta con un cuadro de acercamiento (imagen aumentada) que ilustra el cambio entre la etapa E1 (líneas continuas) y la etapa E2 (líneas discontinuas).

**Grupo 3. Vuelo en 2 dimensiones del VEAA.** Las simulaciones reportadas en este grupo consideran que, a partir de una condición de vuelo estacionario, el VEAA orienta su propulsor en un ángulo  $\theta = \pi/12$  por la acción del servomotor C señalado en la Figura 3. Dicha acción genera que la fuerza de sustentación presente una componente vertical y una componente horizontal. Este grupo de simulaciones se divide en las siguientes tres etapas.

1. En la etapa E1 el VEAA se encuentra en vuelo estacionario por un periodo de 15 s a una altura  $h_{VE1} = -30\text{ m}$  por lo que no se presentan desplazamientos verticales ni horizontales y el rotor permanece vertical ( $\theta = 0$ ). En vuelo estacionario, la velocidad de traslación es nula,  $\dot{y} = \dot{y}_w$  y  $F = F_w$ .
2. La etapa E2, corresponde al vuelo bidimensional del VEAA en el plano  $\mathbb{P}_{yz}$  e inicia cuando el rotor se orienta un ángulo  $\theta = \pi/12$  al término de los 15 s en vuelo estacionario y permanece así hasta  $t = 34\text{ s}$ . Al inclinar el rotor del VEAA, la magnitud de la componente vertical de la fuerza de sustentación disminuye, lo que requiere un aumento en la velocidad angular de las hélices si se desea no perder altura. En este caso, el aumento en  $\dot{y}$  es tal que la altura del VEAA se incrementa, por lo que  $\dot{y} > \dot{y}_w$  y  $F > F_w$ . Esto genera una velocidad vertical  $\dot{z} < 0$  y una velocidad horizontal  $\dot{y} > 0$ , por lo que el VEAA sube y se desplaza horizontalmente. Estos comportamientos se observan en las Figuras de la 16 a la 20 con una imagen aumentada para visualizar, respectivamente, los efectos en el comportamiento de  $z$ ,  $\dot{z}$ ,  $F$ ,  $\dot{y}$ , y  $y$  debidos al cambio de orientación del rotor, de acuerdo con lo expuesto previamente.
3. La etapa E3 corresponde al vuelo estacionario a la altura  $h_{VE2} < h_{VE1}$ . En la coordenada horizontal  $y = l_{VE1}$  y el rotor recupera su posición vertical con  $\theta = 0$  estando el VEAA en equilibrio con  $\dot{y} = \dot{z} = 0$ . Como en todo vuelo estacionario,  $\dot{y} = \dot{y}_w$  y  $F = F_w$ . Esta última etapa termina en  $t = 40\text{ s}$ .

Los comportamientos dinámicos de las posiciones vertical  $z$  y horizontal  $y$  del VEAA, así como de las componentes de su velocidad de traslación  $\dot{z}$  y  $\dot{y}$ , de su fuerza de sustentación  $F$  y de su velocidad angular  $\dot{y}$ , se concentran en la Tabla 2.

Tabla 2: Comportamiento del vuelo 2D simulado del VEAA.

Etapa	Variable	Observaciones
E1 Vuelo estacionario ( $0 \leq t \leq 15$ )	$y$	$y = 0$
	$z$	$z = h_{VE1}$
	$\theta$	$\theta = 0$
	$\dot{y}, \dot{z}$	$\dot{y} = 0, \dot{z} = 0$
	$\dot{y}$	$\dot{y} = \dot{y}_w$
	$F$	$F = F_w$

E2 Vuelo 2D ( $15 < t \leq 34$ )	$y$	$0 < y < l_{VE1}$
	$z$	$h_{VE2} < z < h_{VE1}$
	$\theta$	$\theta = \pi/12$
	$\dot{y}, \dot{z}$	$\dot{y} > 0, \dot{z} < 0$
	$\dot{y}$	$\dot{y} = \dot{y}_w$
	$F$	$F = F_w$
E3 Vuelo estacionario ( $34 < t \leq 40$ )	$y$	$y = l_{VE1}$
	$z$	$z = h_{VE2}$
	$\theta$	$\theta = 0$
	$\dot{y}, \dot{z}$	$\dot{y} = 0, \dot{z} = 0$
	$\dot{y}$	$\dot{y} = \dot{y}_w$
	$F$	$F = F_w$

Para este grupo de simulaciones se estableció que el VEAA inicia en vuelo estacionario a una altura  $h_{VE1} = -30\text{ m}$  correspondiente a la etapa E1 y alcanza, en la etapa E2, una altura  $h_{VE2} = -100\text{ m}$  donde permanece durante la etapa E3, como se aprecia en la Figura 16.

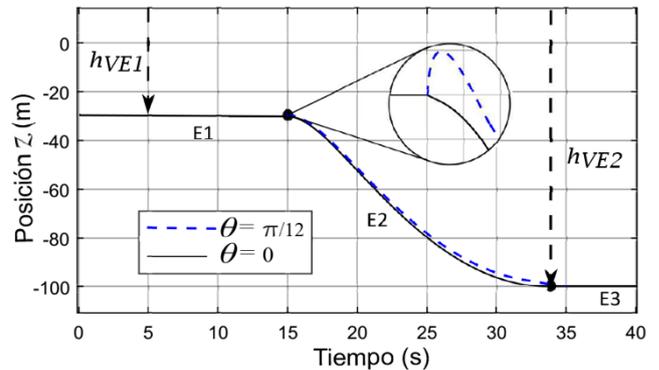


Figura 16: Variaciones de altura del VEAA, Grupo3.

Iniciando sin velocidad de traslación en E1 (vuelo estacionario a  $h_{VE1}$ ), la magnitud de la velocidad de traslación aumenta durante la etapa E2 y posteriormente disminuye para retomar, en E3, el valor nulo (vuelo estacionario a  $h_{VE2}$ ), como se ilustra en la Figura 17. Como se aprecia en las vistas aumentadas de las Figuras 16 y 17, las disminuciones en la posición vertical  $z$  y en la velocidad vertical  $\dot{z}$  se deben a la inclinación del rotor (disminución en la componente vertical de la fuerza de sustentación), que se compensan para llegar a la altura  $h_{VE2}$ .

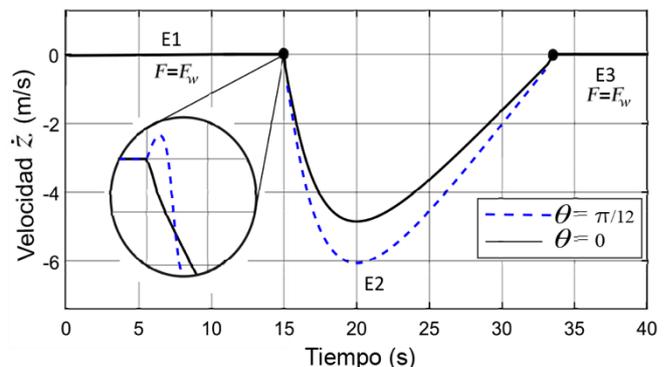


Figura 17: Velocidad vertical al inclinar  $\pi/12$  el propulsor.

Como se ha mencionado, en vuelo estacionario  $\dot{\gamma} = \dot{\gamma}_w = 6635 \text{ rpm}$  y  $F = F_w$ . Las Figuras 18 y 19 ilustran, respectivamente, el comportamiento de la fuerza de sustentación y de la velocidad angular de las hélices del VEAA al ir de la etapa E1 a la etapa E3 del tercer grupo de simulaciones. Como se observa, el comportamiento de la fuerza de sustentación es similar al de la velocidad angular de las hélices en la etapa E2 ( $15 < t \leq 34$ ). Las variaciones mostradas en los recuadros (imágenes aumentadas) se asocian con el cambio en la orientación del rotor (de  $\theta = 0$  a  $\theta = \pi/12$ ) que impacta directamente en los valores de las componentes verticales tanto de la fuerza de sustentación  $F$  como de la velocidad angular  $\dot{\gamma}$ . Se aprecia en ambos casos una disminución en la magnitud de dichas componentes debido a la inclinación del rotor. Posteriormente, dichas componentes se incrementan al aumentar la velocidad angular hasta  $\dot{\gamma} = 8000 \text{ rpm}$  para que el VEAA alcance la altura  $h_{VE2} = -100 \text{ m}$ .

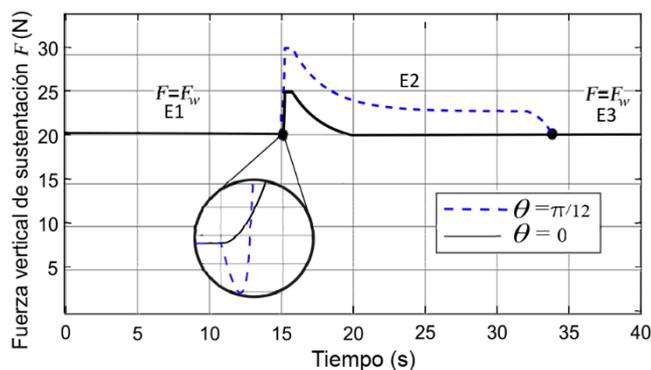


Figura 18: Fuerza de sustentación al inclinar  $\pi/12$  el propulsor

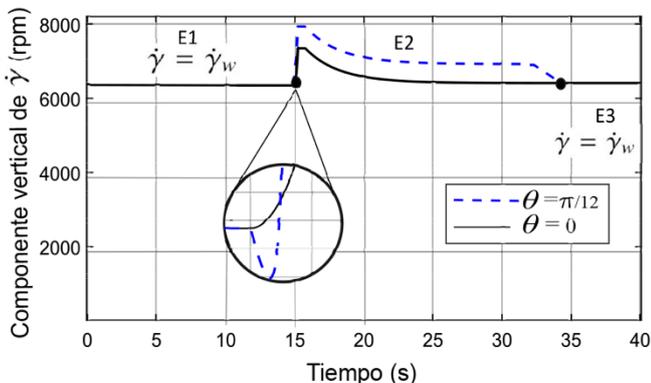


Figura 19: Velocidad angular al inclinar  $\pi/12$  el propulsor.

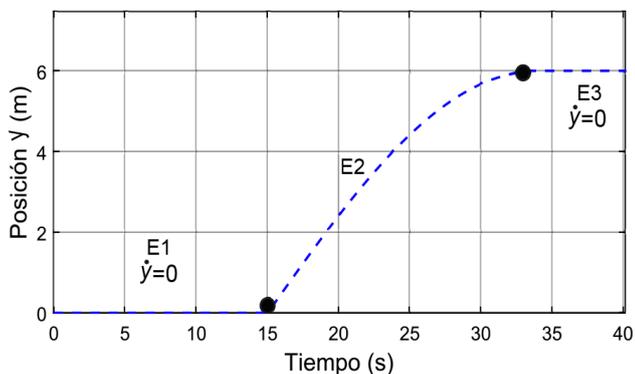


Figura 20: Desplazamiento horizontal del VEAA con  $\theta = \pi/12$ .

Como se comentó, el propulsor se orienta en  $t = 15 \text{ s}$  y el vuelo 2D inicia. Este modo de vuelo continúa hasta que la velocidad angular se acerca, disminuyendo, al valor de  $\dot{\gamma}_w$  cuando se alcanza la altura  $h_{VE2} = -100 \text{ m}$  en  $t = 34 \text{ s}$  (ver Figura 19). La componente horizontal de la fuerza de sustentación genera un desplazamiento horizontal del VEAA hasta llegar al valor de  $l_{VE1} = 6 \text{ m}$  (ver Figura 20) cuando el dispositivo entra nuevamente en vuelo estacionario y el rotor se orienta verticalmente con  $\theta = 0$ . A partir de  $t = 40 \text{ s}$ , el VEAA desciende verticalmente con  $\dot{z} > 0$ , tal y como se analizó en las simulaciones del grupo 2.

### 5. Conclusiones

En este artículo se ha presentado un nuevo concepto de vehículo aéreo autónomo que utiliza un rotor único orientable para generar diferentes modos de vuelo (despegue y aterrizaje vertical, vuelo vertical, vuelo estacionario y vuelo en dos dimensiones). También se describió el sistema mecánico del VEAA, sus componentes y la relación que guardan entre sí, tanto para disipar energía como para efectuar tareas de vuelo. Tanto por simulación numérica como de manera experimental, se ha demostrado que la estructura del dispositivo presentado en este artículo es estable por construcción, de tal forma que permite la disipación de la energía inyectada al dispositivo mediante perturbaciones externas. El sistema recupera su configuración de equilibrio estable en un tiempo finito, después de haber disipado, sin acciones de control, la energía mencionada.

Para el dispositivo aéreo reportado, se ha desarrollado un modelo dinámico con nueve grados de libertad cuya estructura matemática de base se proporciona en este artículo y se analiza su comportamiento, mediante simulaciones numéricas, bajo diferentes condiciones de vuelo. Estas simulaciones generan los comportamientos esperados de las variables de interés, por lo que se considera que el modelo matemático representa adecuadamente la dinámica del vehículo esférico aéreo autónomo o VEAA.

En este artículo se reportan dos aportaciones originales: la estabilidad por construcción de las estructuras del VEAA, validada mediante simulaciones numéricas y pruebas experimentales y el uso de un rotor único orientable para la generación de diferentes modos de vuelo.

Se reportan resultados experimentales donde se observó que el efecto sobre el anillo 4 del VEAA, generado por perturbaciones externas aplicadas en el anillo 1, es transitorio y que el anillo 4 regresa a su configuración vertical estable en tiempo finito. Se reporta también que al perturbar directamente el anillo 4 (situación poco probable en condiciones de vuelo debido a la protección de la carcasa del VEAA), este recupera su verticalidad después de oscilar de manera no sostenida, lo que valida la propiedad del sistema de ser estable por construcción.

Como trabajo futuro se tiene contemplada la instrumentación del modelo físico del VEAA, la validación experimental de su modelo dinámico y el diseño e implementación de una ley de control para el desarrollo de diferentes modos de vuelo, considerando perturbaciones externas.

## Agradecimientos

Este trabajo fue apoyado por la Universidad Autónoma del Estado de México bajo el proyecto de investigación: Desarrollo de un Vehículo Esférico Aéreo Autónomo con clave 3818/2014/CIB.

Eduardo Sánchez Fontes agradece el financiamiento por la beca CONACYT CVU 553663.

## Referencias

- Apkarian, J., Sep. 2010. Aerial vehicle. Patent US 2010/0224723 A1, Bereskin and Parr LLP/S.E.N.C.R.L., s.r.l. 40 King Street West, Box 401 Toronto, on M5H 3Y2.
- Austin, R., 2010. Unmanned Aircraft Systems: UAVs Design, Development and Deployment. AIAA education series. American Institute of Aeronautics and Astronautics.  
DOI: 10.1002/9780470664797
- Avila Vilchis, J. C., Sanchez-Fontes, E., Vilchis González, A. H., Saldivar, B., Martinez-Mendez, R., 2018. Dispositivo aéreo de rotor único. Patent application MX/a/2018/012344, Universidad Autónoma del Estado de México, México.
- Briod, A., Klaptocz, A., Zufferey, J. C., Floreano, D., Jul. 2012. The airburr: A flying robot that can exploit collisions. In: International Conference on Complex Medical Engineering (CME). pp. 569–574.  
DOI: 10.1109/iccme.2012.6275674
- Briod, A., Przemyslaw, K., Christophe, Z. J., Dario, F., 2014. A collision-resilient flying robot. *Journal of Field Robotics* 31 (4), 496–509.  
DOI: 10.1002/rob.21495
- Briod, A., Przemyslaw, K. M., Adam, K., Jean-Christophe, Z., Dario, F., Dec. 2015. Vertical take-off and landing aerial vehicle. Patent US 2015/0360776 A1, Ecole Polytechnique Federale de Lausanne (EPFL), Washington, DC: US.
- Daler, L., Garnier, A., Briod, A., Jun. 2016. Vertical take-off and landing aerial vehicle. Patent US 2016/0001875 A1, Ecole Polytechnique Federale De Lausanne, Washington, DC: US.
- Elfeky, M., Elshafei, M., Saif, A.-W. A., Al-Malki, M. F., Aug. 2016. Modeling and simulation of quadrotor uav with tilting rotors. *International Journal of Control, Automation and Systems* 14 (4), 1047–1055.  
DOI: 10.1007/s12555-015-0064-5
- Escareño, J., Salazar, P., Lozano, R., 2006a. Modelling and control of a convertible vtol aircraft. In: Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control. pp. 69–74.  
DOI: 10.1109/CDC.2006.376915
- Escareño, J., Sanchez, A., Garcia, O., Lozano, R., 2008b. Triple tilting rotor mini-uav: Modeling and embedded control of the attitude. In: American Control Conference. pp. 3476–3481.  
DOI: 10.1109/ACC.2008.4587031
- Flores, G., Lozano, R., 2013. Transition flight control of the quad-tilting rotor convertible mav. In: International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS). pp. 789–794.  
DOI: 10.1109/ICUAS.2013.6564761
- Garcia, P., Lozano, R., Dzul, A., 2006. Modelling and control of mini-flying machines. Vol. 48. Springer London.  
DOI: 10.1109/taes.2012.6324687
- Jacinto-Villegas, J. M., Satler, M., Filipposchi, A., Bergamasco, M., Ragaglia, M., Argiolas, A., Niccolini, M., Avizzano, C. A., Oct. 2017. A novel wearable haptic controller for teleoperating robotic platforms. *IEEE Robotics and Automation Letters* 2 (4), 2072–2079.  
DOI: 10.1109/LRA.2017.2720850
- Keith, C., S. Repasky, K., L. Lawrence, R., Jay, S., Carlsten, J., 2009. Monitoring effects of a controlled subsurface carbon dioxide release on vegetation using a hyperspectral imager. *International Journal of Greenhouse Gas Control* 3, 626–632.  
DOI: 10.1016/j.ijggc.2009.03.003
- Klaptocz, A., 2012. Design of flying robots for collision absorption and self-recovery. Ph.D. thesis, Lausanne-Switzerland.  
DOI: 10.1002/erv.1116
- Lefort, P., Hamann, J., 1995. L'Hélicoptère. Théorie Pratique. CHIRON, Paris.
- Lin, C. E., Supsubaworn, T., 2017. Development of dual power multirotor system. *International Journal of Aerospace Engineering* 2017, 1–19.  
DOI: 10.1155/2017/9821401
- Liu, Z., He, Y., Yang, L., Han, J., 2017. Control techniques of tilt rotor unmanned aerial vehicle systems: A review. *Chinese Journal of Aeronautics* 30 (1), 135–148.  
DOI: https://doi.org/10.1016/j.cja.2016.11.001
- Lozano, R., 2013. Unmanned Aerial Vehicles: Embedded Control. Vol. 42 of ISTE. Wiley.  
DOI: 10.1002/esp.4142
- Mendelow, B., Muir, P., Boshielo, B., Robertson, J., 2007. Development of e-juba, a preliminary proof of concept unmanned aerial vehicle designed to facilitate the transportation of microbiological test samples from remote rural clinics to national health laboratory service laboratories. *South African Medical Journal* 15, 1021–1030.  
DOI: 10.1002/lom3.10222
- Mohamed, M. K., Lanzon, A., 2012. Design and control of novel tri-rotor uav. In: Proceedings of 2012 UKACC International Conference on Control. pp. 304–309.  
DOI: 10.1109/CONTROL.2012.6334647
- Motlagh, N. H., Bagaa, M., Taleb, T., Feb. 2017. Uav-based iot platform: A crowd surveillance use case. *IEEE Communications Magazine* 55 (2), 128–134.  
DOI: 10.1109/MCOM.2017.1600587CM
- Nex, F., Remondino, F., Mar. 2014. Uav for 3d mapping applications: A review. *Applied Geomatics* 6 (1), 1–15.  
DOI: 10.1007/s12518-013-0120-x
- Perlo, P., Bollea, D., Finizio, R., Carvignese, C., Balocco, E., Dec. 2005. Vtol micro-aircraft. Patent US 6,976,653 B2, C.R.F Societa Consortile per Azioni, Washington, DC: US.
- Prouty, R., Jan. 2003. Helicopter performance, Stability, and Control. Krieger.
- Remondino, F., Barazzetti, L., Nex, F., Scaioni, M., Sarazzi, D., Jan. 2011. Uav photogrammetry for mapping and 3d modeling-current status and future perspectives. In: ISPRS - International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences. Vol. XXXVIII-1/C22. pp. 25–31.  
DOI: 10.5194/isprsarchives-xxxviii-1-c22-25-2011
- Sanchez, A., Escareño, J., Garcia, O., Lozano, R., 2008. Autonomous hovering of a noncyclic tiltrotor uav: Modeling, control and implementation. *IFAC Proceedings Volumes* 41 (2), 803–808.  
DOI: https://doi.org/10.3182/20080706-5-KR-1001.00138
- Sanchez-Fontes, E., Jan. 2016. Diseño y modelado de un vehículo esférico aéreo autónomo. Master Tesis, Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma del Estado de México, Toluca, México.
- Segui-Gasco, P., Al-Rihani, Y., Shin, H. S., Savvaris, A., May 2014. A novel actuation concept for a multi rotor uav. In: International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS). Vol. 74. pp. 173–191.  
DOI: 10.1007/s10846-013-9987-3
- Şenkul, A. F., Altuğ, E., 2016. System design of a novel tilt-roll rotor quadrotor uav. *Journal of Intelligent & Robotic Systems* 84 (1), 575–599.  
DOI: 10.1007/s10846-015-0301-4
- Shames, I. H., Apr. 1996. Engineering Mechanics: Statics and Dynamics, 4<sup>th</sup> Edition. Prentice Hall.
- Tilli, A., Montanari, M., Jan. 2001. A low-noise estimator of angular speed and acceleration from shaft encoder measurements. *ATKAAF* 42, 169–176.
- Villegas, J. M. J., Avizzano, C. A., Ruffaldi, E., Bergamasco, M., 2015. A low cost open-controller for interactive robotic system. In: 2015 IEEE European Modelling Symposium (EMS). pp. 462–468.  
DOI: 10.1109/EMS.2015.75
- Watts, A. C., Perry, J. H., Smith, S. E., Burgess, M. A., Wilkinson, B. E., Szantoi, Z., Ifju, P. G., Percival, H. F., 2010. Small unmanned aircraft systems for low-altitude aerial surveys. *Journal of Wildlife Management* 74 (7), 1614–1619.  
DOI: 10.2193/2009-425
- Whittaker, E., McCrae, W., Feb. 1989. A Treatise on the Analytical Dynamics of Particles and Rigid Bodies, 4th Edition. Cambridge University Press.
- Yukse, B., Vuruskan, A., Ozdemir, U., Yukselen, M. A., Inalhan, G., 2016. Transition flight modeling of a fixed-wing vtol uav. *Journal of Intelligent & Robotic Systems* 84 (1), 83–105.  
DOI: 10.1007/s10846-015-09