

**UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA**

Programa de Doctorado de Tecnología Energética



**APORTACIÓN AL MANTENIMIENTO  
PREDICTIVO DE MOTORES DE INDUCCIÓN  
MEDIANTE MODERNAS TÉCNICAS DE  
ANÁLISIS DE LA SEÑAL**

**TESIS DOCTORAL:**

**Vicente Climente Alarcón**

Director:

**Dr. Martín Riera Guasp**

Valencia, mayo de 2012



## RESUMEN DE LA TESIS

La presente tesis cuenta con dos objetivos. Por una parte introducir y validar un método de análisis de corrientes estáticas para el diagnóstico de máquinas de inducción conectadas a la red que operan en estado transitorio, basado en el uso de filtros de rechazo de frecuencia en combinación con la distribución de Wigner-Ville, con especial interés en su aplicación para la detección incipiente de defectos.

El segundo objetivo consiste en replicar de la manera más fidedigna posible el proceso de rotura de una barra en el rotor de un motor de inducción. Para ello se ha diseñado un ensayo encaminado a provocar dicha avería sometiendo un motor a fatiga. Con este objetivo se ha construido un banco de pruebas y emplazado los sensores necesarios, así como un sistema de recogida de datos de manera automatizada. Adicionalmente, se ha diseñado los programas de procesamiento de los mismos, también para ser llevado a cabo de la manera lo más desatendida posible.

Con el fin de comprobar la novedad del método y de fundamentar el entorno teórico en el que se desarrolla, se realiza una presentación del estado del arte, que engloba tanto a los motores de inducción de jaula –comerciales y ciertos modelos experimentales– y sus averías, como los métodos de análisis de la señal, especialmente durante transitorios.

A continuación, se introduce la técnica de diagnosis propuesta basada en el uso de la distribución de Wigner-Ville, su desarrollo desde la transformada Wavelet discreta, su evolución mediante la aplicación de filtros IIR (*Infinite Impulse Response*), y su perfeccionamiento mediante filtros FIR (*Finite Impulse Response*). Esta técnica suministra un diagrama en tiempo-frecuencia sin discontinuidades capaz de reflejar una mayor cantidad de información comparada con otras técnicas, con lo que facilita la identificación de la falta, pues es posible seguir la evolución en dos dimensiones de los componentes de fallo durante los transitorios de la máquina, tanto de bajas frecuencias, tradicionalmente usados con este objetivo, como los de altas frecuencias, introducidos aquí como novedad. Asimismo se incluye un método de cuantificación basado en el cálculo de la frecuencia instantánea.

La validación del método propuesto se realiza en dos partes, en primer lugar se analizan corrientes estáticas simuladas de tres tipos de motores de inducción, en diferentes estados y condiciones de operación. Cuatro métodos de simulación son empleados para obtener dichas corrientes, dos de ellos analíticos, ideados por el grupo de investigación y que han dado lugar a un desarrollo también presentado en esta tesis; y otros dos mediante elementos finitos.

A continuación, la validación del método propuesto se amplía con el análisis de corrientes estáticas de motores de jaula de ardilla reales, estudiándose los principales defectos de este tipo de máquinas. Tras ello, la parte experimental prosigue con el análisis del ensayo de rotura de barra por fatiga, donde se ha conseguido reproducir de la manera más

fiéredigna posible la evolución de esta avería. Diversos métodos de diagnóstico basados en diferentes técnicas de análisis de la señal se emplean en el estudio de las correspondientes corrientes estatóricas para comprobar su bondad a la hora de seguir la progresión del defecto. Este ensayo se ha ampliado con el diseño y construcción de un motor invertido, esto es, un motor de rotor bobinado con la jaula de ardilla montada sobre el estátor, así como el sistema de captación de datos necesario para su monitorización, que suministra información adicional respecto al proceso de rotura de barras.

Las principales conclusiones de esta tesis son:

- La validación un método de diagnóstico mediante la distribución de Wigner-Ville basado en el estudio del transitorio de motores de inducción conectados directamente a la red capaz de detectar todos los fallos que sufren este tipo de equipos.
- La validación de un método de cuantificación de defectos basado en el cálculo de la frecuencia instantánea.
- La reproducción en las condiciones más realistas posibles del proceso de rotura de una barra, así como el procedimiento para realizarlo, y la recopilación de una base de datos con 82.265 ciclos de operación durante este ensayo.

## **SUMMARY OF THE THESIS**

This thesis has two objectives: the first one is the introduction and validation of an analysis method of stator currents for the diagnosis of induction machines connected to the grid and operating in the transient state. The procedure is based on the use of notch filters in combination with the Wigner-Ville distribution, with emphasis on their application for detection of incipient faults.

The second objective is to replicate as faithfully as possible the natural process of a bar breakage in the rotor of an induction motor. For this task, a fatigue test was conceived to cause such failure, a test bed was assembled, and the necessary sensors and a data collection system were mounted for performing the trial in an automated manner.

In order to verify the novelty of the method and substantiate the theoretical environment in which it is developed, a state of the art is presented, which includes both cage induction motors and certain experimental models, their faults and the methods of signal analysis, especially those suitable for the study of transient operation.

Next, the proposed diagnosis technique based on the Wigner-Ville distribution is presented in stages: its development from the Discrete Wavelet Transform, its evolution through the application of IIR (Infinite Impulse Response) filters, and its improvement by FIR (Finite Impulse Response) filters. This technique provides a seamless time-frequency diagram able to reflect a greater amount of information compared with other procedures, which facilitates the identification of a defect as the evolution in two dimensions of the components of failure during the transient of the machine, in both low frequency, traditionally used for this

purpose, and high frequency, introduced here as a novelty, is followed. A quantization procedure based on the calculation of the instantaneous frequency is also presented.

The validation of the proposed method is performed in two stages, firstly simulated stator currents of three types of induction motors, in different states and operating conditions are obtained. Four simulation methods are used to produce these currents, two analytical ones, devised by the research group and that have led to a development that is also presented in this thesis, and two others based on finite elements.

This validation is extended subsequently by the analysis of stator currents from real squirrel cage motors, as the main defects of this type of machine are studied. The experimental part continues with an analysis of the results from the bar breakage fatigue test, which manages to reproduce in the most realistic way the evolution of this fault. Various diagnostic methods based on different techniques of signal analysis are used in the study of the corresponding stator currents, in order to verify its ability to follow the progression of the defect. This trial has been extended to the design and construction of an inverted motor, that is, a winding rotor motor with squirrel cage mounted on the stator, and the data collection system necessary for monitoring it, which provides additional information regarding the process of bar breakage.

The main conclusions of this thesis are:

- The validation of a diagnosis method based on the Wigner-Ville distribution that studies the transient of induction motors connected directly to the grid and can detect all kinds of faults from this type of equipment.
- The validation of a method for quantifying such defects based on the calculation of the instantaneous frequency.
- The reproduction in the most realistic manner of a rotor bar breakage, and the compilation of a database of 82,265 operation cycles during this fatigue test.

## **RESUM DE LA TESI**

La present tesi compta amb dos objectius. D'una banda introduir i validar un mètode d'anàlisi de corrents estatòriques per al diagnòstic de màquines d'inducció connectades a la xarxa que operen en estat transitori, basat en l'ús de filtres de rebuig de freqüència en combinació amb la distribució de Wigner-Ville, amb especial interès en la seua aplicació per a la detecció incipient de defectes.

El segon objectiu consistix a replicar de la manera més fidedigna possible el procés de ruptura d'una barra en el rotor d'un motor d'inducció. Per a això s'ha dissenyat un assaig encaminat a provocar la dita avaria sotmetent un motor a fatiga. Amb este objectiu s'ha construït un banc de proves i emplaçat els sensors necessaris, així com un sistema d'arplega de dades de manera automatitzada. Addicionalment, s'ha dissenyat els programes de processament dels mateixos, també per a ser dut a terme de la manera el més desatesa possible.

A fi de comprovar la novetat del mètode i de fonamentar l'entorn teòric en què es desenvolupa, es realitza una presentació de l'estat de l'art, que engloba tant als motors d'inducció de gàbia -comercials i certs models experimentals- i les seues avaries, com els mètodes d'anàlisi del senyal, especialment durant transitoris.

A continuació, s'introdüix la tècnica de diagnosi proposada basada en l'ús de la distribució de Wigner-Ville, el seu desenrotllament des de la transformada Wavelet discreta, la seua evolució per mitjà de l'aplicació de filtres IIR (*Infinite Impulse Response*), i el seu perfeccionament per mitjà de filtres FIR (*Finite Impulse Response*). Esta tècnica subministra un diagrama en temps-freqüència sense discontinuïtats capaç de reflectir una major quantitat d'informació comparada amb altres tècniques, amb la qual cosa facilita la identificació de la falta, perquè és possible seguir l'evolució en dos dimensions dels components de fallada durant els transitoris de la màquina, tant de baixes freqüències, tradicionalment usats amb este objectiu, com els d'altres freqüències, introduïts ací com a novetat. Així mateix s'inclou un mètode de quantificació basat en el càlcul de la freqüència instantània.

La validació del mètode proposat es realitza en dos parts, en primer lloc s'analitzen corrents estatòricas simulades de tres tipus de motors d'inducció, en diferents estats i condicions d'operació. Quatre mètodes de simulació són empleats per a obtindre dites corrents, dos d'ells analítics, ideats pel grup d'investigació i que han donat lloc a un desenvolupament també presentat en esta tesi; i altres dos per mitjà d'elements finits.

A continuació, la validació del mètode proposat s'amplia amb l'anàlisi de corrents estatòricas de motors de gàbia d'esquirol reals, estudiant-se els principals defectes d'este tipus de màquines. Després d'això, la part experimental prossegueix amb l'anàlisi de l'assaig de ruptura de barra per fatiga, on s'ha aconseguit reproduir de la manera més fidedigna possible l'evolució d'esta avaria. Diversos mètodes de diagnòstic basats en diferents tècniques d'anàlisi del senyal s'empren en l'estudi dels corresponents corrents estatòricas per a comprovar la seua bondat a l'hora de seguir la progressió del defecte. Este assaig s'ha ampliat amb el disseny i construcció d'un motor invertit, açò és, un motor de rotor bobinat amb la gàbia d'esquirol muntada sobre l'estator, així com el sistema de captació de dades necessàries per a la seua monitorització, que subministra informació addicional respecte al procés de ruptura de barres.

Les principals conclusions d'esta tesi són:

- La validació un mètode de diagnòstic per mitjà de la distribució de Wigner-Ville basat en l'estudi del transitori de motors d'inducció connectats directament a la xarxa capaç de detectar totes les fallades que patixen este tipus d'equips.
- La validació d'un mètode de quantificació de defectes basat en el càlcul de la freqüència instantània.
- La reproducció en les condicions més realistes possibles del procés de ruptura d'una barra, així com el procediment per a realitzar-ho, i la recopilació d'una base de dades amb 82.265 cicles d'operació durant este assaig.

## **A G R A D E C I M I E N T O S**

Agradezco al grupo de investigación en máquinas e instalaciones eléctricas del Instituto de Ingeniería Energética, de la Universidad Politécnica de Valencia su acogida para la realización de las investigaciones necesarias para la confección de la presente tesis.

Agradezco a mi familia el apoyo incondicional prestado, sin el cual no habría sido posible la terminación de la misma.





## ÍNDICE

<b>ÍNDICE DE SÍMBOLOS .....</b>	<b>27</b>
<b>ÍNDICE DE ABREVIATURAS .....</b>	<b>31</b>
<b>CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>33</b>
1.1 Motivación .....	33
1.2 Objetivos .....	35
1.3 Sistemática adoptada .....	36
1.4 Estructura de la tesis.....	37
<b>CAPÍTULO 2. ESTADO DEL ARTE .....</b>	<b>39</b>
2.1 Desarrollo histórico y realidad actual de los motores de inducción .....	40
2.1.1 Construcción de los motores de inducción.....	42
2.1.2 Motores invertidos y de rotor reconfigurable.....	46
2.2 Defectos de los motores de inducción .....	48
2.2.1 Asimetría rotórica .....	49
2.2.2 Excentricidades.....	55
2.2.3 Defectos en el estátor .....	60
2.2.4 Defectos en los rodamientos .....	63
2.3 Técnicas de análisis de la señal para el diagnóstico de motores de inducción .....	66
2.3.1 Introducción al análisis de la señal .....	67
2.3.2 Análisis en el dominio del tiempo.....	68
2.3.3 Análisis Espectral Clásico.....	70
2.3.4 Desventajas del análisis espectral clásico .....	72
2.3.5 Densidades de energía en tiempo y en frecuencia.....	74
2.3.6 Definición de la señal analítica .....	76
2.3.7 Densidades y funciones características .....	79
2.3.8 El principio de incertidumbre .....	80
2.3.9 Fundamentos de las distribuciones en tiempo y frecuencia .....	81
2.3.10 La transformada Corta de Fourier - STFT.....	82
2.3.11 La distribución de Wigner-Ville .....	85
2.3.12 Propiedades de la distribución de Wigner-Ville.....	88
2.3.13 Otras distribuciones en tiempo y frecuencia .....	93
2.3.14 Análisis mediante Wavelets .....	98
2.3.15 Transformada de Hilbert .....	101
2.3.16 Transformada de Hilbert-Huang .....	102
2.3.17 El operador de Teager-Kaiser .....	105
2.3.18 Fundamentos de filtros digitales .....	109

2.3.19	Implementación de filtros IIR .....	113
2.3.20	Fundamentos de filtros FIR.....	115
2.3.21	Últimos avances en filtros FIR de rechazo de frecuencia .....	118
2.4	Técnicas de diagnóstico de motores de inducción en operación estacionaria .....	121
2.4.1	Diagnóstico por análisis de corrientes.....	121
2.4.2	Diagnóstico por análisis de vibraciones.....	127
2.4.3	Otras técnicas de diagnóstico en estado estacionario.....	129
2.5	Técnicas de diagnóstico de motores de inducción en estado transitorio.....	131
2.5.1	Transformada corta de Fourier.....	135
2.5.2	Transformada Wavelet discreta .....	137
2.5.3	Transformada de Hilbert y de Hilbert-Huang .....	140
2.5.4	Transformada Wavelet continua .....	141
2.5.5	Distribuciones en tiempo-frecuencia.....	141
2.5.6	Otros métodos de diagnóstico de motores en estado transitorio .....	147
2.6	Recapitulación .....	147
<b>CAPÍTULO 3. ENSAYO DE ROTURA DE BARRA POR FATIGA. PRIMEROS RESULTADOS .....</b>		<b>149</b>
3.1	Introducción .....	149
3.2	Descripción del ensayo.....	150
3.2.1	Ciclo de funcionamiento .....	151
3.2.2	Indicadores calculados .....	152
3.3	Primeros resultados .....	155
3.4	Conclusiones del capítulo.....	162
<b>CAPÍTULO 4. TÉCNICA DE DIAGNOSIS PROPUESTA.....</b>		<b>163</b>
4.1	Selección de la herramienta de descomposición en tiempo-frecuencia .....	164
4.1.1	Computación de la distribución de Wigner-Ville .....	165
4.2	Aplicación de la Distribución de Wigner-Ville al estudio de las bajas frecuencias ..	167
4.3	Aplicación de la Distribución de Wigner-Ville al estudio de las altas frecuencias ...	174
4.3.1	Uso de la WPT.....	175
4.3.2	Aplicación de filtros para suprimir la componente fundamental de la corriente .....	176
4.3.3	Modificación de la etapa de filtrado mediante filtros en “V” o notch.....	177
4.4	Método de análisis propuesto .....	178
4.4.1	Ejemplo de aplicación del método propuesto .....	179
4.5	Diseño de los filtros IIR utilizados en el método propuesto .....	188
4.6	Inconvenientes de la aplicación de filtros IIR .....	196
4.7	Mejora del método propuesto mediante la utilización de filtros FIR .....	198
4.8	Método de cuantificación propuesto.....	207
4.9	Recapitulación y conclusiones .....	210

<b>CAPÍTULO 5. VALIDACIÓN MEDIANTE SIMULACIÓN.....</b>	<b>213</b>
5.1 Modelización de defectos mediante modelos analíticos.....	214
5.1.1 Modelo 0.....	215
5.1.2 Modelo 1-2.....	215
5.1.3 Modelo 3.....	221
5.2 Modelización por elementos finitos.....	225
5.2.1 Modelo HUT.....	225
5.2.2 Resultados frente a fallos combinados (modelo HUT).....	237
5.2.3 Evaluación del método propuesto sobre el motor ABB.....	244
5.3 Conclusiones del capítulo.....	246
<b>CAPÍTULO 6. VALIDACIÓN MEDIANTE ENSAYOS .....</b>	<b>249</b>
6.1 Detección de la asimetría rotórica.....	249
6.1.1 Caracterización de los armónicos de rotura de barra.....	250
6.1.2 Ensayos preliminares. Identificación de los PSH.....	251
6.1.3 Aplicación del método propuesto a la detección de asimetría rotórica durante el arranque.....	253
6.1.4 Aplicación del método propuesto a la detección de asimetría rotórica durante el frenado por permutación de fases.....	255
6.1.5 Aplicación del método propuesto a la detección de asimetría rotórica sobre el motor de un par de polos y 1,5 kW.....	257
6.1.6 Aplicación del método propuesto a la detección de barras rotas en condiciones industriales.....	259
6.2 Detección experimental de la excentricidad mixta.....	261
6.3 Detección experimental de cortocircuitos en el estátor.....	264
6.4 Detección de defectos cíclicos en los rodamientos.....	266
6.5 Análisis crítico del método propuesto.....	268
<b>CAPÍTULO 7. RESULTADOS DEL ENSAYO DE ROTURA DE BARRA POR FATIGA .....</b>	<b>271</b>
7.1 Resultados iniciales.....	272
7.2 Resultados a mitad del experimento.....	273
7.3 Resultados tras las dos primeras épocas.....	277
7.3.1 Análisis de los indicadores de falta basados en la FFT.....	278
7.3.2 Análisis de los indicadores de falta basados en el estudio del estado estacionario de la envolvente de la señal obtenida mediante la transformada de Hilbert.....	285
7.3.3 Análisis de los indicadores de falta basados en el estudio del transitorio mediante Wavelets.....	289
7.4 Resultados finales del ensayo de rotura de barra por fatiga.....	293
7.4.1 Serie M.....	293
7.4.2 Serie N.....	295
7.4.3 Serie O.....	296
7.4.4 Serie P.....	296

7.4.5	Serie Q: rotura espontánea de la barra .....	297
7.4.6	Aplicación del método de cuantificación basado en Wigner-Ville .....	301
7.4.7	Análisis del evento de rotura natural.....	308
7.4.8	Serie R .....	312
7.4.9	Serie U .....	313
7.4.10	Serie V .....	313
7.5	Conclusiones del capítulo.....	325
<b>CAPÍTULO 8. RESULTADOS DEL ENSAYO SOBRE LA MÁQUINA INVERTIDA .....</b>		<b>327</b>
8.1	Planteamiento del ensayo .....	327
8.2	Resultados .....	329
8.3	Conclusiones del capítulo.....	335
<b>CAPÍTULO 9. CONCLUSIONES Y ACCIONES FUTURAS .....</b>		<b>337</b>
9.1	Aportaciones y conclusiones .....	337
9.2	Acciones futuras .....	340
9.3	Lista de artículos y ponencias relacionadas con la investigación desarrollada....	344
<b>CAPÍTULO 10. REFERENCIAS .....</b>		<b>347</b>
<b>ANEXO 1. MOTORES COMERCIALES ENSAYADOS .....</b>		<b>363</b>
1.1	Motor I Siemens (de un par de polos).....	363
1.2	Motor II Siemens (de dos pares de polos).....	365
1.3	Motor HUT .....	365
1.4	Motor ABB .....	366
<b>ANEXO 2. MONTAJE USADO EN EL ENSAYO DE ROTURA DE BARRA POR FATIGA .....</b>		<b>367</b>
2.1	Descripción del montaje, sistema de control y sistema de adquisición de datos .....	367
2.1.1	Archivo de datos.....	368
2.1.2	Características de los equipos usados en el montaje .....	369
2.2	Funciones usadas en el procesamiento de datos.....	373
2.2.1	Gestión de datos y análisis .....	373
2.2.2	Función FWV6.....	373
2.2.3	Función PICMAX8 .....	375
2.2.4	Fotografías del montaje.....	377
<b>ANEXO 3. CONSTRUCCIÓN DE UN MOTOR INVERTIDO PARA EL ESTUDIO DE LA ROTURA DE BARRAS .....</b>		<b>379</b>
3.1	Descripción del motor .....	379

3.2	Diseño del sistema de adquisición de datos .....	382
3.2.1	Disposición de los sensores de temperatura .....	382
3.2.2	Selección de los sensores de corriente.....	383
3.3	Diseño de la bancada de pruebas .....	384
3.4	Construcción del prototipo de la máquina invertida .....	385
3.5	Montaje de los sensores .....	387
3.6	Construcción de la bancada de pruebas.....	388
3.7	Parámetros medidos del motor.....	390
3.8	Ensayos específicos del prototipo .....	393
3.8.1	Ensayos previos de los sensores de corriente .....	393
3.8.2	Prueba de los sensores en la jaula.....	395
3.8.3	Instalación de los sensores en la jaula .....	397
3.8.4	Conexión de los sensores.....	400
3.8.5	Calibración de los sensores en la máquina .....	401



## ÍNDICE DE FIGURAS

Fig. 1 Motor invertido de 225 kW de la firma Westinghouse, 1893.....	41
Fig. 2 Rotor con jaula de ardilla de cobre inyectado.....	44
Fig. 3 Barras de cobre insertadas en la armadura de un rotor .....	45
Fig. 4 Barras de cobre soldadas mediante el método <i>side bar</i> .....	45
Fig. 5 Motor con la posición relativa del estátor (naranja) y del rotor (rojo) permutada. ....	46
Fig. 6 Sección de un anillo de cortocircuito mostrando inclusiones gaseosas .....	50
Fig. 7 Típico fallo de un anillo de cortocircuito manufacturado mediante el método <i>rolled ring</i> . .....	51
Fig. 8 Excentricidad estática .....	55
Fig. 9 Excentricidad dinámica .....	56
Fig. 10 Estátor de un motor de 4 polos y 1,1 kW. ....	61
Fig. 11 Componentes de un rodamiento. ....	65
Fig. 12 <i>Aliasing</i> .....	73
Fig. 13 Distribución de Wigner-Ville de una señal de frecuencia y amplitud variable (arriba).....	86
Fig. 14 Análisis de un <i>chirp</i> (arriba) mediante una distribución en tiempo y frecuencia ....	87
Fig. 15 Representación del <i>kernel</i> de la distribución de Choi-Williams para $\sigma=100$ .....	97
Fig. 16 Algoritmo de Mallat para una descomposición Wavelet de dos niveles, obteniéndose dos descomposiciones ( $d_1$ , $d_2$ ) y una aproximación ( $a_2$ ). ....	100
Fig. 17 Ancho de banda decreciente en las sucesivas descomposiciones Wavelet.....	101
Fig. 18 Señal de AM (azul) demodulada mediante Teager-Kaiser (rojo).....	108
Fig. 19 Amplificación de picos mediante el operador de Teager-Kaiser .....	109
Fig. 20 Implementación en el dominio discreto de un filtro Cauer de orden 3 con $f_c=0,12$ , y 10 dB de rizado en la banda de paso.....	114
Fig. 21 Respuesta a un impulso en $n=0$ para el filtro de la figura anterior. ....	115
Fig. 22 Respuesta en magnitud de un filtro FIR de paso bajo diseñado con banda de transición entre los 250 y 375 Hz. ....	117
Fig. 23 Respuesta a un impulso unitario en $n=0$ para un filtro FIR de paso bajo .....	118
Fig. 24 Ejemplo de espectro de corriente demodulada por la transformada de Hilbert ....	122
Fig. 25 Armónicos de rotura de barras ascendentes, según (2.6), para $k/p$ igual a 3, 5 y 7	132
Fig. 26 Armónicos de rotura de barra descendentes. ....	133
Fig. 27 Componentes principales de paso de barra (PSH).....	134
Fig. 28 Componentes no constantes presentes durante el arranque de un motor con asimetría rotórica. ....	135
Fig. 29 Descomposición Wavelet de la corriente de arranque transitoria.....	138

Fig. 30 Motor y dinamo acoplados en los arranques finales.....	150
Fig. 31 Datos procedentes de los cuatro primeros canales registrados, de arriba hacia abajo: intensidad fase R, intensidad fase T, velocidad de vibración y revoluciones por minuto..	152
Fig. 32 Espectro del ciclo 8.001, fase R .....	153
Fig. 33 Descomposición de orden 8 mediante la transformada Wavelet discreta del arranque número 36.504. $d_7$ , $d_8$ y $a_8$ muestran la variación del armónico lateral inferior durante el arranque. ....	154
Fig. 34 Evolución suavizada de los parámetros FFT en los 22000 primeros arranques en caliente.....	155
Fig. 35 Evolución suavizada de los parámetros Wavelet en los 22000 primeros arranques en caliente.....	157
Fig. 36 Detalle 8 de la descomposición Wavelet del arranque 21998 .....	161
Fig. 37 Ampliación de la parte inicial, detalle 8 de la descomposición Wavelet del arranque 21998 .....	161
Fig. 38 Ampliación de la parte final, detalle 8 de la descomposición Wavelet del arranque 21.998 .....	162
Fig. 39 Técnica propuesta de procesamiento de la señal: eliminación de componentes de frecuencia constante mediante filtros de rechazo de frecuencia, cálculo de la señal analítica y computación de la distribución de Wigner-Ville. ....	164
Fig. 40 Forma de onda capturada del ciclo 21998, fase R. ....	167
Fig. 41 Parte transitoria de la forma de onda capturada del ciclo 21998, fase R. ....	168
Fig. 42 Distribución de Wigner-Ville de la parte transitoria de la forma de onda capturada del arranque 21998, fase R. ....	169
Fig. 43 Técnica de procesamiento de la señal inicialmente propuesta: filtrado mediante la transformada Wavelet discreta, obtención de la señal analítica y computación de la distribución de Wigner-Ville. ....	170
Fig. 44 Distribución de Wigner-Ville de la parte transitoria de la forma de onda capturada del arranque 21998, fase R. Representación en perspectiva. ....	171
Fig. 45 Distribución de Wigner-Ville de la Aproximación 7, fase R, del arranque 21.998. ....	172
Fig. 46 Distribución de Wigner-Ville de la Aproximación 6, fase R, del arranque 21998.	173
Fig. 47 Ejemplo de descomposición mediante Wavelet packets de la señal de corriente de arranque de un motor con una barra rota .....	176
Fig. 48 Análisis de un arranque mediante filtros de paso bajo .....	177
Fig. 49 Técnica propuesta de procesamiento de la señal: eliminación de componentes de frecuencia constante mediante filtros de rechazo de frecuencia, cálculo de la señal analítica y computación de la distribución de Wigner-Ville. ....	179
Fig. 50 Corriente de arranque 33500, fase R. ....	180
Fig. 51 Forma de onda de la corriente de arranque 33500 tras la supresión de la componente fundamental .....	180
Fig. 52 Distribución de Wigner-Ville de la forma de onda mostrada en la Fig. 51 procesada directamente.....	181



Fig. 53 Distribución de Wigner-Ville de la señal analítica obtenida a partir de la forma de onda mostrada en la Fig. 51.....	182
Fig. 54 DWV de la corriente de arranque 33500, fase R, con uso de filtros IIR. ....	183
Fig. 55 Residuo de la corriente de la fase R, arranque 33500, tras el proceso de filtrado. ....	185
Fig. 56 DWV de la corriente de arranque 33500, fase R, armónicos de orden bajo. ....	185
Fig. 57 Residuo de la corriente de la fase R, arranque 33500, tras el proceso de filtrado (armónicos de orden alto).....	187
Fig. 58 DWV de la corriente de arranque 33500, fase R, armónicos de orden alto. ....	187
Fig. 59 Respuesta del filtro elíptico de supresión de la componente fundamental. ....	189
Fig. 60 Respuesta del filtro de Chebysheff de supresión del quinto armónico de devanado.....	190
Fig. 61 Respuesta del filtro elíptico de supresión del armónico de 150 Hz. ....	191
Fig. 62 Respuesta del filtro elíptico de supresión del componente de 100 Hz.....	192
Fig. 63 Respuesta del filtro de Chebysheff para la supresión del séptimo armónico de devanado.....	193
Fig. 64 Respuesta del filtro elíptico de paso bajo. ....	195
Fig. 65 DWV de la corriente de arranque 33500, fase R, con uso de filtros IIR. ....	197
Fig. 66 Respuesta en magnitud de dos filtros FIR de rechazo de frecuencia. ....	198
Fig. 67 Valor de los coeficientes del filtro FIR de rechazo de frecuencia y banda de paso plana.....	199
Fig. 68 DWV de la corriente de arranque 33500, fase R, con uso de filtros FIR. ....	200
Fig. 69 DWV de la corriente de arranque 33500, fase R, con uso de filtros FIR. Frecuencias de inicio de los PSH.....	201
Fig. 70 Respuesta en frecuencia de un filtro de notch de paso de banda plano (en azul) y paso de banda con rizado de 1 dB (en rojo).....	202
Fig. 71 Procedimiento de filtrado de la corriente estatórica mediante filtros FIR.....	202
Fig. 72 Respuesta en magnitud de la convolución de los tres filtros FIR de rechazo de las frecuencias 50 Hz, 150 Hz, 250 Hz y 350 Hz.....	203
Fig. 73 Rizado en la banda de paso. ....	203
Fig. 74 DWV de la corriente de arranque 33500, fase R, con uso de filtros FIR. Bajas frecuencias.....	205
Fig. 75 DWV de la corriente de arranque 33500, fase R, con uso de filtros FIR con rizado en la banda de paso. Altas frecuencias.....	206
Fig. 76 Frecuencia instantánea, arranque 33500, fase R.....	209
Fig. 77 Frecuencia instantánea detectada en la fase R (azul) y fase T (verde, discontinua) y densidad de energía detectada en la banda dinámica en cada instante para la fase R (rojo) y fase T (rosa, discontinua).....	210
Fig. 78 Flujo de corona generado por una distribución sinusoidal de f.m.m. en el entrehierro, y su valor en dos coordenadas angulares diferentes. ....	216
Fig.79 Modelo de <i>Simulink</i> .....	217

Fig. 80 Aspecto de las pantallas de salida de la simulación de un motor de 4 polos y 1,1 kW que sufre la rotura de dos barras, durante el arranque y el funcionamiento estacionario. De arriba abajo e izquierda a derecha: corriente en una fase, velocidad y par en el eje. ....	218
Fig. 81 Espectro FFT de la corriente simulada de un motor Siemens de 1,1 kW y dos pares de polos con dos barras rotas. ....	219
Fig. 82 Espectro FFT de la corriente simulada de un motor Siemens de 1,1 kW y dos pares de polos acoplados a una carga de par pulsante. ....	220
Fig. 83 Distribución de Wigner-Ville para la corriente de arranque simulada del motor Siemens de 1,1 kW y dos pares de polos acoplados a una carga de par pulsante que sufre la rotura de una barra. ....	221
Fig. 84 Espectro FFT de la corriente simulada de un motor Siemens de 1,1 kW que sufre un 20% de excentricidad estática y un 50 % de excentricidad dinámica. ....	223
Fig. 85 Distribución de Wigner-Ville del arranque de un motor de dos pares de polos en estado sano, obtenido mediante simulación. Escala logarítmica. ....	224
Fig. 86 Distribución de Wigner-Ville del mismo motor simulado con excentricidad mixta. Escala logarítmica. ....	225
Fig. 87 Distribución de Wigner-Ville de la corriente de arranque simulada del motor de 35 kW en estado sano. ....	229
Fig. 88 Distribución de Wigner-Ville de la corriente de arranque simulada del motor de 35 kW sufriendo un 20 % de excentricidad, sin carga. ....	230
Fig. 89 Distribución de Wigner-Ville de la corriente de arranque simulada del motor de 35 kW sufriendo un 20 % de excentricidad, con carga. ....	231
Fig. 90 Distribución de Wigner-Ville de la máquina sana. ....	233
Fig. 91 Distribución de Wigner-Ville de la corriente de arranque simulada de la máquina sufriendo un cortocircuito entre espiras. ....	234
Fig. 92 Distribución de Wigner-Ville de una corriente de arranque simulada para una máquina que sufre un cortocircuito entre bobinas. ....	235
Fig. 93 Aplicación de la CWD a la simulación de la corriente de arranque para el caso de máquina sana. ....	236
Fig. 94 Aplicación de la CWD a la simulación de la corriente de arranque para el caso de máquina con cortocircuito entre espiras. ....	236
Fig. 95 Aplicación de la CWD a la simulación de la corriente de arranque para el caso de máquina con cortocircuito entre bobinas. ....	237
Fig. 96 Distribución de Wigner-Ville de la corriente de arranque simulada de una máquina sana moviendo una carga oscilante. ....	240
Fig. 97 Distribución de Wigner-Ville de la corriente de arranque simulada de una máquina sufriendo la rotura de una barra y moviendo una carga oscilante. ....	241
Fig. 98 Distribución de Wigner-Ville de la corriente de arranque simulada para una máquina con una barra rota moviendo una carga de par oscilante dependiente de la velocidad. ....	241
Fig. 99 Distribución de Wigner-Ville de la corriente simulada del arranque de una máquina con un 20% de excentricidad estática, un 30% de excentricidad dinámica y ligera pulsación de par. ....	242

Fig. 100 Distribución de Wigner-Ville de la corriente de arranque simulada de una máquina con un 20 % de excentricidad estática, 30 % de excentricidad dinámica y una barra rota.	244
Fig. 101 Forma de onda de la corriente simulada del motor ABB que sufre excentricidad mixta.	245
Fig. 102 Resultados del análisis de la forma onda de la corriente simulada del motor ABB que sufre excentricidad mixta.	246
Fig. 103 Forma de onda del arranque correspondiente a un motor de cuatro polos con una barra rota.	252
Fig. 104 Distribución de Wigner-Ville del arranque de un motor de cuatro polos con 28 barras en el rotor mostrado en la Fig. 103, escala logarítmica.	252
Fig. 105 Distribución de Wigner-Ville del arranque de un motor sano de cuatro polos, escala lineal.	253
Fig. 106 Distribución de Wigner-Ville del arranque de un motor de cuatro polos con una barra rota.	254
Fig. 107 Forma de onda de la corriente de una fase del motor de dos pares de polos sano, durante el frenado por permutación de fases y posterior arranque en sentido contrario de giro.	255
Fig. 108 Distribución de Wigner-Ville de un motor sano durante el frenado por permutación de fases y aceleración en sentido contrario, escala logarítmica.	256
Fig. 109 Distribución de Wigner-Ville de un motor similar al de la Fig. 108 sufriendo el fallo de una barra en el rotor. Escala logarítmica.	257
Fig. 110 Distribución de Wigner-Ville del arranque de un motor de un par de polos en estado sano. Escala logarítmica.	258
Fig. 111 Distribución de Wigner-Ville del arranque de un motor de un par de polos con una barra rota. Escala logarítmica.	258
Fig. 112 Parte inicial de la corriente de arranque de un motor de 320 kW que mueve un molino de carbón.	259
Fig. 113 Distribución de Wigner-Ville de la parte del arranque del motor de 320 kW.	260
Fig. 114 Montaje experimental del motor HUT.	262
Fig. 115 Implementación de la excentricidad dinámica en el motor HUT mediante el uso de casquillos.	263
Fig. 116 Distribución de Wigner-Ville de la corriente de arranque experimental del motor de 35 kW con un 37% de excentricidad.	264
Fig. 117 Montaje experimental: espiras soldadas (a), interruptor externo (b).	265
Fig. 118 Distribución de Wigner-Ville del arranque experimental de una máquina con cortocircuito entre espiras y una barra rota.	265
Fig. 119 Aplicación de la CWD a la corriente experimental de arranque de una máquina con cortocircuito entre espiras y una barra rota.	266
Fig. 120 Forma de onda de la corriente capturada de un motor con fallo cíclico en un rodamiento.	267
Fig. 121 Resultado del análisis mediante el procedimiento propuesto de la corriente mostrada en la figura anterior.	267
Fig. 122 Estado del rotor previo al mecanizado.	273

Fig. 123 Rotor tras la mecanización. ....	273
Fig. 124 Aproximación de orden 7 de los arranques 999, 33.002 (justo antes) y 36.504 (después el proceso de torneado). ....	275
Fig. 125 Descomposición de orden 8 mediante la transformada Wavelet discreta del arranque número 36.504. $d_7$ , $d_8$ y $a_8$ muestran la variación del armónico lateral inferior durante el arranque. ....	276
Fig. 126 Parámetros suavizados antes y después del torneado, arranques en caliente: desde arriba, detalle 8 (verde), aproximación 7 (rojo), detalle 7 (negro), aproximación 6 (azul). Abajo: indicador FFT (magenta). ....	277
Fig. 127 Indicadores FFT de asimetría rotórica para la fase R tras 88.265 arranques: azul, indicador tomando en cuenta únicamente el LSH, en rojo, indicador tomando en cuenta la suma LSH+USH. ....	282
Fig. 128 Indicadores FFT de asimetría rotórica para la fase T tras 88.265 arranques: magenta, indicador tomando en cuenta únicamente el LSH, en cian, indicador tomando en cuenta la suma LSH+USH. ....	283
Fig. 129 Frecuencia de detección del LSH (rojo-negro) y USH (azul-magenta), para el cálculo de los indicadores FFT de fallo de las fases R (arriba) y T (abajo). ....	284
Fig. 130 Valores de los indicadores de Hilbert de asimetría rotórica, fase R en azul y fase T en rojo. ....	287
Fig. 131 Frecuencia de detección de los armónicos 2fs y 4fs para el cálculo de los valores de los indicadores de Hilbert de asimetría rotórica, arriba, fase R, abajo, fase T. ....	288
Fig. 132 Indicadores Wavelet de asimetría rotórica para la fase R tras 88.265 arranques: detalle 8 en rojo, aproximación 7 en cian, detalle 7 en azul y aproximación 6 en magenta. ....	291
Fig. 133 Indicadores Wavelet de asimetría rotórica para la fase T tras 88.265 arranques: detalle 8 en rojo, aproximación 7 en cian, detalle 7 en azul y aproximación 6 en magenta. ....	292
Fig. 134 Primera perforación en el rotor. ....	294
Fig. 135 Segunda perforación en el rotor. ....	295
Fig. 136 Tercera perforación en el rotor. ....	296
Fig. 137 Cuarta perforación del rotor. ....	297
Fig. 138 Sección útil remanente de la barra. ....	298
Fig. 139 Otra vista de la cuarta perforación del rotor. ....	298
Fig. 140 Evolución de los indicadores Wavelet de asimetría rotórica durante el crecimiento de la grieta, para la fase R. En azul, el indicador basado en el detalle 7, en rojo, el basado en el detalle 8, en magenta la temperatura del motor. ....	299
Fig. 141 Evolución de los indicadores de asimetría rotórica durante el crecimiento de la grieta, para la fase R. En azul, FFT (LSH), en rojo FFT (LSH+USH), en negro, Hilbert, en magenta, la temperatura del motor. ....	300
Fig. 142 Evolución de los indicadores de asimetría rotórica durante el crecimiento de la grieta, para la fase T. En azul, FFT (LSH), en rojo FFT (LSH+USH), en negro, Hilbert, en magenta, temperatura del motor. ....	301

Fig. 143 Evolución de los indicadores basados en la Distribución de Wigner-Ville de asimetría rotórica durante el crecimiento de la grieta, En azul, fase R, en rojo, temperatura. ....	303
Fig. 144 Evolución de los indicadores basados en la Distribución de Wigner-Ville de asimetría rotórica durante el crecimiento de la grieta, En verde, fase T, en rojo, temperatura. ....	304
Fig. 145 Distribución de Wigner-Ville del arranque 79000, fase R. Rotor en estado sano. La escala no ha sido normalizada para permitir la comparación. ....	305
Fig. 146 Distribución de Wigner-Ville del arranque 80690, fase R. Rotor con dos perforaciones de 4 mm junto a la barra. ....	306
Fig. 147 Distribución de Wigner-Ville del arranque 81300, fase R, tras la rotura de barra. ....	307
Fig. 148 Arranque donde se produjo el crecimiento de la grieta y la rotura final de la barra. ....	308
Fig. 149 Detalle 8 y Aproximación 8, fase R, del arranque 81070, justo antes de la rotura final de la barra. ....	309
Fig. 150 Detalle 8 y Aproximación 8, fase R, del arranque 81071, justo después de la rotura final de la barra. ....	309
Fig. 151 Rotura de la barra por fatiga. ....	310
Fig. 152 Vista de la grieta aparecida en el taladro de 4 mm (20 aumentos) ....	311
Fig. 153 Vista de la grieta aparecida en el taladro de 4,5 mm (17 aumentos) ....	312
Fig. 154 Corte del puente. ....	313
Fig. 155 Rotura de ambos extremos de la barra. ....	314
Fig. 156 Espectro de vibración en dirección axial. Azul, motor sano; rojo, motor con una barra rota por un extremo; verde, motor con una barra rota por ambos extremos. ....	315
Fig. 157 Evolución de los indicadores FFT de asimetría rotórica en la parte final del experimento, fase R. En azul (superior), el indicador LSH, en rojo (inferior) el indicador suma de LSH+USH. ....	318
Fig. 158 Evolución de los indicadores FFT de asimetría rotórica en la parte final del experimento, fase T. En cian (superior), el indicador LSH, en magenta (inferior) el indicador suma de LSH+USH. ....	319
Fig. 159 Frecuencias de detección del LSH (negro, abajo) y USH (magenta, arriba) en la parte final del experimento, arriba, fase R; abajo, fase T. ....	320
Fig. 160 Evolución de los parámetros de fallo basados en la transformada de Hilbert. En azul la fase R y en rojo la fase T. ....	321
Fig. 161 Frecuencias de detección de los armónicos laterales mediante el método de demodulación de Hilbert. Arriba, fase R; abajo, fase T. ....	322
Fig. 162 Evolución de los indicadores Wavelet de asimetría rotórica en la parte final del experimento, fase R. De abajo a arriba, en magenta la aproximación 6, azul el detalle 7, en cian la aproximación 7 y en rojo el detalle 8. ....	323
Fig. 163 Evolución de los indicadores Wavelet de asimetría rotórica en la parte final del experimento, fase T. De abajo a arriba, en magenta la aproximación 6, azul el detalle 7, en cian la aproximación 7 y en rojo el detalle 8. ....	324

Fig. 164 Entalla en la barra 36.....	328
Fig. 165 Barras de la jaula de ardilla situada en el estátor y numeración de las que han sido equipadas con sensores.....	328
Fig. 166 Segunda entalla en la barra 36.....	329
Fig. 167 Giro de la barra 36.....	330
Fig. 168 Corte en la sección remanente de la entalla.....	331
Fig. 169 Zona de corte de la barra tras la rotura.....	332
Fig. 170 Corrientes tras reducir la sección de la barra 36 al 5 mm <sup>2</sup> . Azul, B36; verde, B1; rojo, B2; cian, B9 y negro, B11.....	333
Fig. 171 Distribución de Wigner-Ville de la señal de vibración de un motor de inducción sano durante el arranque.....	341
Fig. 172 Distribución de Wigner-Ville de la señal de vibración de un motor con una barra rota durante el arranque.....	341
Fig. 173 Distribución de Wigner-Ville de un motor de inducción con una barra rota sometido a una variación de carga. En rosa discontinuo, la frecuencia instantánea detectada. El deslizamiento oscila entre un 30 % y un 60 % del nominal.....	342
Fig. 174 Placa de desarrollo eZdsp™ y DSP TMS320F28335 de Texas Instruments.....	343
Fig. 175 Esquema de conexión del banco de pruebas usado en el ensayo largo.....	368
Fig. 176 Cuadro de alimentación de motor y dinamo.....	377
Fig. 177 Motor Siemens de dos polos modelo 1LA7090-2AA10, primeros arranques.....	377
Fig. 178 Trafos de intensidad y shunts para medidas de corrientes, y contactores para control.....	378
Fig. 179 Automata de control, registrador Yokogawa y fuente de alimentación del acelerómetro y del <i>encoder</i> .....	378
Fig. 180 Ranura del estátor.....	380
Fig. 181 Ranura del rotor.....	381
Fig. 182 Espacio entre la armadura del estátor y las barras.....	382
Fig. 183 Barras introducidas en los huecos del estátor.....	386
Fig. 184 Estátor del motor de inducción invertido.....	387
Fig. 185 Sensor CSA-1V cableado y soldado sobre placa PCB.....	388
Fig. 186 Bancada de pruebas, motor y alternador.....	389
Fig. 187 Carro extractor y rotor del prototipo extraído.....	389
Fig. 188 Bancada de pruebas con el rotor extraído.....	390
Fig. 189 Gráfica intensidad absorbida-deslizamiento.....	391
Fig. 190 Gráfica par-deslizamiento.....	392
Fig. 191 Esquema eléctrico del montaje para la calibración del sensor CSA-1V.....	393
Fig. 192 Calibración del sensor CSA-1V.....	394
Fig. 193 Forma de onda de la corriente en una de las barras del rotor durante un arranque con autotransformador.....	395
Fig. 194 Distribución de Wigner-Ville de la forma de onda mostrada en la Fig. 193.....	396

Fig. 195 Forma de onda de la corriente en las barras 36, 9 y 10 en estado estacionario. En verde la corriente de una de las fases del estátor. ....	397
Fig. 196 Barras de la jaula de ardilla situada en el estátor y numeración de las que han sido equipadas con sensores. ....	399
Fig. 197 Sensores de corriente sobre las barras 36 (derecha), 1 (centro) y 2 (izquierda), tras la prueba con una barra rota. ....	400
Fig. 198 Montaje experimental. ....	401
Fig. 199 Calibración de los sensores CSA-1V dentro de la máquina. ....	402





## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Porcentaje de fallos en motores eléctricos .....	49
Tabla 2. Límites de las bandas tras la aplicación de la DWT a una señal capturada a 5.000 muestras por segundo .....	139
Tabla 3. Coste computacional de la DWV .....	146
Tabla 4. Ajuste lineal de los datos de la Fig. 34 .....	156
Tabla 5. Ajuste lineal de los datos de la Fig. 35 .....	158
Tabla 6. Desviaciones típicas de los indicadores de asimetría rotórica (ensayo de fatiga), arranques desde 14.000 a 22.000 .....	158
Tabla 7. Diferencia media entre los indicadores de fase, tras 22.000 arranques .....	159
Tabla 8. Coeficientes de correlación entre indicadores de asimetría rotórica, tras 22.000 arranques .....	160
Tabla 9. Parámetros de filtrado .....	184
Tabla 10. Parámetros de filtrado, armónicos de orden alto .....	186
Tabla 11. Coeficientes de diseño del filtro IIR de rechazo del componente de 50 Hz. ....	188
Tabla 12. Coeficientes de diseño del filtro IIR de rechazo del componente de 250 Hz. ....	190
Tabla 13. Coeficientes de diseño del filtro IIR de rechazo del componente de 150 Hz. ....	191
Tabla 14. Coeficientes de diseño del filtro IIR de rechazo del componente de 100 Hz. ....	192
Tabla 15. Coeficientes de diseño del filtro IIR de rechazo del componente de 350 Hz. ....	193
Tabla 16. Coeficientes de diseño del filtro IIR elíptico de paso bajo. ....	194
Tabla 17. Parámetros de filtrado FIR, armónicos de orden bajo .....	204
Tabla 18. Parámetros de filtrado FIR, armónicos de orden alto. ....	206
Tabla 19. Componentes de alta frecuencia amplificados por la asimetría de acuerdo con (2.6) (Evolución indirecta) .....	219
Tabla 20. Armónicos relacionados con la excentricidad de acuerdo a (2.18) en Hz. ....	223
Tabla 21. Componentes de excentricidad de acuerdo a (2.18) para $p=2$ y $f=50$ Hz: valores de la frecuencia inicial y final durante el arranque (en Hz). ....	228
Tabla 22. Componentes de frecuencia de acuerdo a (2.245) en Hz .....	232
Tabla 23. Componentes PSH, de acuerdo a (2.246) en Hz .....	232
Tabla 24. Componentes de alta frecuencia amplificados por la asimetría (en régimen permanente) .....	238
Tabla 25. Componentes PSH en Hz .....	238
Tabla 26. Evolución durante el arranque de la frecuencia de los componentes producidos por la excentricidad, en Hz .....	239
Tabla 27. Evolución durante el arranque de la frecuencia de los componentes relevantes de orden alto, en Hz .....	239
Tabla 28. Ensayos realizados sobre motores reales .....	250

Tabla 29. Armónicos de alta frecuencia amplificados por la asimetría en Hz (evolución directa).....	250
Tabla 30. Armónicos de alta frecuencia amplificados por la asimetría en Hz (evolución indirecta).....	251
Tabla 31. Armónicos PSH de acuerdo (2.9) en Hz.....	251
Tabla 32. Componentes de excentricidad de acuerdo a (2.19) para $p=2$ y $f=50$ Hz: valores de la frecuencia inicial y final durante el arranque (en Hz).....	262
Tabla 33. Cambios realizados en el montaje del ensayo de rotura de barra por fatiga .....	272
Tabla 34. Media de las frecuencias de detección de armónicos de asimetría rotórica .....	279
Tabla 35. Desviación típica de las frecuencias de detección de armónicos de asimetría rotórica.....	279
Tabla 36. Valores medios de los indicadores FFT durante la primera y segunda épocas ..	280
Tabla 37. Desviaciones típicas de los indicadores FFT durante la primera y segunda épocas .....	280
Tabla 38. Valores medios de los indicadores FFT durante la primera y segunda épocas ..	285
Tabla 39. Desviaciones típicas de los indicadores FFT durante la primera y segunda épocas .....	286
Tabla 40. Medias de los indicadores basados en Wavelet para la asimetría rotórica.....	289
Tabla 41. Desviación típica de los indicadores basados en Wavelet para la asimetría rotórica.....	290
Tabla 42. Series pertenecientes a la tercera época .....	293
Tabla 43. Valores del parámetro de Fourier de los armónicos de orden alto indicativos de doble fallo de barras, en dB .....	307
Tabla 44. Indicadores de asimetría rotórica durante la parte final del experimento .....	316
Tabla 45. Resultados del ensayo de rotura de barra sobre la máquina invertida.....	334
Tabla 46. Parámetros nominales del motor Siemens II.....	364
Tabla 47. Parámetros nominales del motor Siemens II.....	365
Tabla 48. Parámetros nominales del motor HUT .....	365
Tabla 49. Parámetros nominales del motor ABB .....	366
Tabla 50. Características del alternador.....	388
Tabla 51. Parámetros internos medidos.....	391
Tabla 52. Rango de medida del sensor CSA 1V.....	394
Tabla 53. Posición de los termopares en la jaula .....	398
Tabla 54. Posición de los sensores de corriente en la jaula .....	398
Tabla 55. Resultados de la calibración de los sensores dentro de la máquina. ....	403

## ÍNDICE DE SÍMBOLOS

$A$	Función de ambigüedad
$B$	Ancho de banda
$C$	Distribución de Cohen
$CW$	Distribución de Choi-Williams
$E$	Energía total de la señal
$I$	Intensidad
$H[.]$	Transformada de Hilbert
$H_a$	Función de transferencia (dominio continuo)
$H_d$	Función de transferencia (dominio discreto)
$J$	Momento de inercia
$K$	Ganancia
$M()$	Función característica
$N$	Entero. Número de muestra
$N_b$	Número de bolas
$N_r$	Número de barras
$P(t, \omega)$	Densidad compuesta en tiempo-frecuencia
$R$	Resistencia
$R(\tau)$	Autocorrelación para un retraso $\tau$
$R_s(\tau, t)$	Autocorrelación instantánea
$U$	Tensión
$W$	Distribución de Wigner-Ville
$T$	Duración de la señal. Temperatura.
$T_r$	Par resistente
$T_e$	Par electromagnético
$TK$	Operador de energía de Teager-Kaiser

$f$	Frecuencia fundamental de alimentación (Hz)
$f_{exc}$	Frecuencia característica del defecto de excentricidad (Hz)
$f_{rod}$	Frecuencia característica del fallo de rodamiento (Hz)
$f_{rot}$	Frecuencia de giro del rotor (Hz)
$f_{st}$	Frecuencia característica del fallo de cortocircuito en el estátor (Hz)
$p$	número de pares de polos
$p_n$	producto entre el número de pares de polos fundamentales $p$ por el número de armónico $n$
$s$	Deslizamiento. Frecuencia compleja (transformada de Laplace)
$x(t)$	Señal en el dominio del tiempo
$x[t]$	Señal discreta en el dominio del tiempo
$z$	Variable compleja. Impedancia.
$z(t)$	Señal analítica
$\Lambda$	Permeancia específica
$\Phi$	Flujo magnético
$\Psi$	Enlaces de flujo
$\Psi(t)$	Función de Gabor. También Wavelet.
$W\Psi(t)$	Transformada Wavelet discreta
$\Omega_r$	Velocidad de giro del rotor
$\Omega_s$	Velocidad de sincronismo
$\gamma_\chi$	Parámetro cuantificador de defecto que usa el método de análisis $\chi$
$\delta$	Flecha
$\varphi$	Fase
$\chi$	Método de análisis
$\lambda$	Frecuencia compleja $\omega T$
$\upsilon$	Entero
$\tau_f$	Retraso de fase
$\tau_g$	Retraso de grupo

$\omega$	Pulsación (rd/s)
$\omega_r$	Frecuencia de giro del rotor (rd/s)
$\theta$	Ángulo de giro del rotor



## ÍNDICE DE ABREVIATURAS

CWT	Transformada Wavelet Continua
DCW	Distribución de Choi-Williams
DWV	Distribución de Wigner-Ville
DWT	Transformada Wavelet Discreta
FFT	Transformada rápida de Fourier
FIR	Respuesta finita al impulso (filtro de)
HHT	Transformada de Hilbert-Huang
HUT	Universidad Técnica de Helsinki
IIR	Respuesta infinita al impulso (filtro de)
PMSM	Motor síncrono de imanes permanentes

### **Designación de los componentes armónicos de la corriente**

EC	Armónico de excentricidad
LSH	Armónico lateral inferior (provocado por la asimetría rotórica)
PSH	Armónico de paso de barra principal
RSH	Armónico de paso de barra
USH	Armónico lateral superior (provocado por la asimetría rotórica)

Estas abreviaturas irán seguidas del valor de la frecuencia que alcanzarían dichos armónicos con deslizamiento igual a cero ( $s=0$ ), que representa la frecuencia hacia la que tienden durante un arranque directo, a excepción de los PSH y RSH, cuyas abreviaturas serán acompañadas por el signo que precede y valor del parámetro  $v$  en la ecuación (2.9) del punto 2.2.1.





## CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

En este primer capítulo se expone el entorno y la casuística que han llevado a la redacción de la presente tesis.

### 1.1 Motivación

Los motores eléctricos de inducción son usados ampliamente en la industria, el transporte e instalaciones de edificios, por lo que la determinación de su estado mediante métodos no intrusivos presenta un evidente interés a la hora de evitar paradas no programadas.

Los estudios previos realizados por el grupo de investigación en máquinas e instalaciones eléctricas, del Instituto de Ingeniería Energética, centro de investigación adscrito a la Universidad Politécnica de Valencia, han tratado la detección temprana de defectos en los motores eléctricos de inducción, tales como la rotura de barras en el rotor y la excentricidad. Estos defectos aparecen como consecuencia del estrés térmico y mecánico al que se ve sometido el mismo, especialmente durante los arranques.

El grupo logró sus primeras publicaciones en las más prestigiosas revistas del área, desarrollando y validando un método de diagnóstico a través de las corrientes de alimentación del estátor, que en lugar de llevar a cabo el análisis en estado estacionario, solventaba algunos inconvenientes de esta práctica habitual en la industria estudiando la señal durante el transitorio de arranque.

De este modo se tomó contacto con la complejidad y problemática de las herramientas de descomposición de la señal en tiempo-frecuencia (*TFD tools*). Para estos primeros estudios fue elegida la transformada Wavelet, que suministra una división de la señal en bandas [1].

Estas bandas son atravesadas por los componentes que indican una avería, cuya frecuencia generalmente varía de forma lineal con el deslizamiento.

Aplicada esta técnica con éxito a la detección de la rotura completa de una barra y la excentricidad mixta, surgió la necesidad de evaluar su bondad como indicadora de daño incipiente en el primer tipo de avería. La hipótesis consistía en dado que el análisis Wavelet no estaba sujeto al efecto *picket fence* causado por la discretización de frecuencias que provoca la aplicación de la transformada rápida de Fourier, se trataría de un método más preciso para evaluar los pequeños niveles de asimetría rotórica asociados a una rotura parcial. Consecuentemente, una parte del trabajo realizado por el autor de la presente tesis para la consecución del Diploma de Estudios Avanzados, versó sobre la puesta a punto de un montaje automatizado para realizar un ensayo de fatiga, con el objetivo de reproducir dicha rotura de barra de manera lo más cercana a la realidad [2].

Los resultados iniciales de dicho experimento fueron dados a conocer en una contribución al Congreso Internacional de Máquinas Eléctricas del año 2008 (ICEM 08). En ellos se puede apreciar como los parámetros indicadores de fallo basados en la técnica Wavelet, si bien son mucho más estables que los basados en la técnica de estado estacionario, también sufren oscilaciones [3].

Las conclusiones de estos trabajos sobre la detección incipiente de señales de fallo y la identificación del origen de estas pequeñas variaciones en los indicadores de cuantificación del defecto propuestos para el método de diagnosis mediante la transformada Wavelet discreta, fueron las causas que motivaron la búsqueda de otra herramienta de descomposición en tiempo y frecuencia que nos liberase de la descomposición de la señal en bandas, capaz de seguir la evolución en 2D, sin discontinuidades, de los componentes de pequeña amplitud, que podrían estar interfiriendo en los indicadores basados en el método Wavelet.

La distribución de Wigner-Ville ya había sido identificada como herramienta teórica de análisis de la señal en tiempo-frecuencia en los trabajos realizados para la obtención del Diploma de Estudios Avanzados [4]. Sin embargo, los primeros intentos de aplicar dicho método resultaron infructuosos, tanto por la falta de experiencia en el mismo como por la lentitud de su procesamiento informático, que hacía inviable la necesaria retroalimentación a un ritmo suficiente para asegurar el ajuste del procedimiento.

No obstante, en el mismo congreso donde se publicaron los resultados preliminares del ensayo de rotura de barras por fatiga, se estableció contacto con el profesor León Escobar, del *Norbert Wiener Center for Harmonic Analysis and Applications*, quién presentó en una ponencia su propuesta de aplicación de las transformadas de Wigner-Ville y Choi-Williams al diagnóstico de motores eléctricos mediante ultrasonidos [5], suministrando adicionalmente un código informático para el procesamiento de la señal obtenida.

Esto motivó que se retomase con renovado ímpetu al análisis de las corrientes de arranque de un motor de inducción mediante la transformada de Wigner-Ville. El uso de equipos informáticos más potentes facilitó la tarea y pronto los primeros resultados – extraordinariamente detallados– fueron obtenidos al procesar la señal de aproximación (las más bajas frecuencias) de la descomposición Wavelet de una de tales formas de onda. De esta manera se pudo comprobar experimentalmente cómo el armónico característico del

fallo de rotura de barras compartía caja de tiempo-frecuencia, siempre por debajo de los 40 Hz, con otros componentes de menor amplitud.

En este punto seguíamos sujetos a la descomposición en bandas hasta alrededor de los 40 Hz, frecuencia por debajo de la cual se disponía de una caja que abarcaba toda la extensión temporal del arranque de la máquina. El avance obvio a partir de ese punto consistiría en ampliar dicho plano hacia frecuencias mayores, sustituyendo el filtrado conseguido mediante la aplicación limitada de las Wavelets, usado para cancelar la frecuencia fundamental de 50 Hz, por un filtro de rechazo de banda, con ancho de banda muy pequeño, centrado en dicha frecuencia. Los resultados fueron satisfactorios, el tiempo de procesamiento se redujo y comenzaron a detectarse armónicos que evolucionaban hacia frecuencias mayores desde el instante mismo de conexión: se trataba de los armónicos de paso de barra.

Paralelamente a estos avances, en cuestiones planteadas a miembros del grupo de investigación durante los congresos, tras disertaciones en las que se habían expuesto los resultados obtenidos sobre el estudio de transitorios de arranque de motores de jaula mediante la transformada Wavelet discreta, se puso de manifiesto el interés existente por la extensión de las conclusiones que esos estudios ofrecían a los armónicos de orden alto como potenciales indicadores de fallos en la máquina. Inmediatamente, pues, esta aplicación fue sugerida para la nueva herramienta.

El procesamiento sucesivo de la señal a través de filtros de rechazo de frecuencia y la computación posterior del residuo así obtenido mediante la distribución de Wigner-Ville suministró sin excesivos costes computacionales una caja tiempo-frecuencia que abarca la totalidad del transitorio de arranque, en una dimensión, y la totalidad de las frecuencias de interés en la otra, manteniendo una elevada resolución y lográndose de esta manera el objetivo buscado de obtener una visión sin discontinuidades de la evolución de los armónicos durante el arranque.

A este resultado en el ámbito del análisis de la señal aplicada al diagnóstico de máquinas de inducción, la presente tesis ha de sumar los obtenidos en el ensayo encaminado a la detección de defectos incipientes, llevado a su finalización tras otros tres años de trabajo. En este experimento se ha logrado reproducir de manera natural el proceso de crecimiento de una grieta en una barra del rotor hasta su rotura completa. Los resultados han sido ampliados mediante la construcción de un prototipo específicamente desarrollado para el estudio de la rotura de barras.

Dentro del tronco de estudio de la corriente estatórica durante transitorios, realizado por nuestro grupo de investigación, la presente tesis doctoral es, pues, hija de la necesidad y producto del camino, de las cuestiones que surgieron y de la inspiración que se encontró a lo largo del mismo.

## 1.2 Objetivos

La presente tesis cuenta con dos objetivos. El primero de ellos consiste en introducir y validar un método de diagnóstico basado en el análisis de corrientes en máquinas de inducción operando en estado transitorio, que hace uso de filtros de rechazo de frecuencia en combinación con la distribución de Wigner-Ville, con especial interés en su aplicación

para la detección incipiente de defectos. La representación combinada sobre una distribución 2D de la evolución de los componentes suministra una gran cantidad de información, lo cual facilita el diagnóstico de la falta.

Al ponerse especial atención en la evaluación de la aplicabilidad del método desarrollado, esta tesis doctoral posee una gran carga experimental, viéndose influida su redacción por los resultados que se han ido obteniendo a lo largo de los múltiples ensayos en todo tipo de máquinas –algunos incluso se han extendido por un periodo de varios años– y también en pruebas que combinaban varios tipos de fallo.

El segundo objetivo de la presente tesis consiste en replicar de la manera más fidedigna posible el proceso de rotura de barra en el rotor de un motor de inducción. Para ello se ha diseñado un ensayo encaminado a provocar dicha avería sometiendo a un motor a fatiga. Con este objetivo se ha construido un banco de pruebas y emplazado los sensores necesarios, así como un sistema automatizado de recogida de datos. Asimismo, se ha diseñado el software de procesamiento de estos datos, también para realizar esta tarea de la manera lo más desatendida posible.

Este ensayo se ha ampliado con el diseño y construcción de un motor invertido, esto es, un motor de rotor bobinado con la jaula de ardilla montada en el estátor, que suministra información adicional sobre el proceso de rotura de barra y su reproducción en laboratorio.

### **1.3 Sistemática adoptada**

La presente tesis adopta la siguiente sistemática:

En la primera parte (los tres primeros puntos) se expone la problemática que motivó el desarrollo del método de diagnóstico propuesto. En la introducción se hace referencia a las investigaciones que se realizaban y en el estado del arte, a las técnicas existentes a la hora de proponer la nueva metodología, justificando su novedad. Los primeros resultados obtenidos en el ensayo de rotura de barra por fatiga, que motivaron la búsqueda de un nuevo método de diagnóstico, cierran esta sección.

Tras ello, se presenta el método de análisis de la señal propuesto, tanto en su versión inicial, como sus evoluciones y perfeccionamientos.

La siguiente parte de la tesis se dedica a la validación del mismo frente a todos los tipos de fallo que aparecen en un motor de inducción. Inicialmente se realiza sobre corrientes estáticas obtenidas mediante simulación, para posteriormente ampliar la validación mediante pruebas experimentales sobre máquinas reales. Se ha intentado abarcar la mayor diversidad de fallos –incluyéndose los cuatro principales–, y de máquinas posibles, probándose de un modo u otro el método propuesto sobre cinco tipos de motores de 1,1 kW a 320 kW, y de uno, dos y cuatro pares de polos.

Finalmente, se incluyen dos capítulos que exponen los resultados obtenidos en laboratorio sobre el estudio del defecto de rotura de barras, en los cuales el método de diagnóstico propuesto demuestra su efectividad. El primero de ellos se dedica a la finalización del ensayo de rotura de barra por fatiga. En el segundo se amplían estos resultados con

experimentos realizados sobre un motor invertido construido *ex profeso*, que permite la monitorización de los parámetros de la jaula de ardilla.

## 1.4 Estructura de la tesis

Para alcanzar los objetivos buscados la presente tesis se estructura de la siguiente manera:

En el capítulo 2 se presenta un Estado del Arte, dividido en cinco secciones. La primera de ellas hace referencia a la construcción de los motores de inducción, especialmente su jaula. Seguidamente se exponen los defectos que sufren este tipo de equipos. La tercera sección está dedicada a los métodos de análisis de la señal de interés para el diagnóstico de estas máquinas, iniciándose la misma con las técnicas de análisis en el dominio de la frecuencia y pasar después a las herramientas tiempo-frecuencia. Se dedican los últimos puntos al filtrado digital, dado el importante papel de estos métodos en la técnica de diagnóstico propuesta.

Seguidamente, en la cuarta sección se presentan los métodos de diagnóstico de motores de inducción operando en estacionario, para finalizar el capítulo con los propios empleados en máquinas en operación transitoria. Dicho Estado del Arte se realiza con el objetivo de comprobar la novedad del método y formalizar el entorno teórico en el que se desarrolla. Para ello se ha fundamentado en una base de conocimiento amplia, y se ha seguido un orden cronológico para la presentación de las diferentes técnicas, haciéndose hincapié en las utilizadas en la presente tesis o relacionadas con ella.

A continuación, el capítulo 3 expone los primeros resultados obtenidos en el ensayo de rotura de barra por fatiga, que motivaron la búsqueda de un método de descomposición de la corriente estatórica suplementario a la transformada Wavelet Discreta, usada hasta ese momento.

El capítulo 4 presenta la técnica de diagnosis propuesta, su desarrollo desde la transformada Wavelet discreta, su evolución mediante la aplicación de filtros IIR, y su perfeccionamiento mediante filtros FIR. Así mismo se propone un método de cuantificación basado en la frecuencia instantánea.

El capítulo 5 se encuentra dedicado a los resultados obtenidos al aplicar la técnica de diagnóstico propuesta a las señales de corrientes estatóricas provenientes de simulaciones. Cuatro métodos son empleados para este fin, dos de ellos analíticos, ideados por el grupo de investigación y que han dado lugar a otros desarrollos también presentados en esta tesis; y otros dos mediante elementos finitos. De esta manera se estudiarán los defectos de asimetría rotórica, excentricidad y cortocircuitos en el estátor, así como una combinación de los dos primeros en diferentes modos de operación.

Tras ello se procede a realizar ensayos sobre máquinas reales en el capítulo 6. Se estudian los cuatro tipos de fallo principales en máquinas de inducción: asimetría rotórica, excentricidad, cortocircuito en el estátor y fallo cíclico en el rodamiento. El abanico de máquinas empleadas también ha sido amplio: primero se ha validado el método sobre motores de pequeño tamaño para posteriormente pasar a máquinas de hasta 320 kW.

En el capítulo 7, la parte experimental de la presente tesis prosigue con el análisis de los resultados finales del ensayo de rotura de barra por fatiga, retomado del capítulo 3, donde se ha conseguido reproducir de la manera más fidedigna posible con la realidad la evolución de esta avería. Diversos métodos de análisis de la señal se emplean en el estudio de estos resultados para comprobar su bondad a la hora de seguir la progresión del defecto. El capítulo 8, dedicado a la presentación de los resultados obtenidos mediante la máquina invertida, suministra detalles adicionales sobre el proceso de rotura de barra.

Tras las conclusiones y las acciones futuras que la presente tesis propone, se incluye un capítulo con las referencias. Finalmente se incorporan tres anexos, el primero de ellos expone las características de los motores ensayados. El segundo anexo muestra el montaje y la programación necesaria para la ejecución del ensayo de rotura de barra por fatiga, que ha sido realizado de manera intermitente durante cinco años. Se incluye el diseño y construcción de los no menos importantes equipos auxiliares necesarios para el desarrollo de los ensayos. Por último, el tercer anexo expone los trabajos llevados a cabo para el diseño y construcción del motor invertido, así como el sistema de sensores utilizados para la recogida de datos.

## CAPÍTULO 2. ESTADO DEL ARTE

En este segundo capítulo de la tesis se llevará a cabo un estudio del estado actual tanto de la maquinaria a analizar –los motores de inducción– como de la tipología de sus averías y las técnicas y procedimientos existentes para detectarlas, haciendo especial hincapié en las técnicas de análisis de señales no estacionarias y los métodos de detección de faltas derivados.

La primera sección del presente capítulo realiza en primer lugar una introducción histórica del desarrollo de los motores de inducción, para proseguir con la exposición de las formas de construcción de la jaula de estos equipos usadas actualmente. Cierra el punto la presentación de las máquinas invertidas utilizadas en ensayos, que permiten el estudio detallado de dicho elemento.

En la segunda sección se realiza una presentación de los tipos de defecto que sufren los motores de inducción. Se hace especial hincapié en los nuevos componentes que introducen en el espectro de la corriente de alimentación de la máquina.

La tercera sección está dedicada a la presentación de las técnicas de procesamiento de la señal de interés en el diagnóstico de motores de inducción. Al igual que en la primera, se parte de una base amplia para ir focalizando el estudio en las cuestiones de interés para el desarrollo de la presente tesis. Así pues, tras una breve introducción histórica se presentan las herramientas técnicas de análisis de la señal, para centrarse después en las distribuciones tiempo-frecuencia, especialmente la distribución de Wigner-Ville, y otros desarrollos recientes, como el operador de Teager-Kaiser o los filtros de rechazo de frecuencia basados en los polinomios de Zolotarev.

En la cuarta sección se lleva a cabo una presentación de las técnicas de diagnóstico de motores de inducción en estado estacionario, para a continuación en la quinta, finalizar el capítulo realizando lo propio con las técnicas de diagnóstico en transitorio, centrándose la misma en las distribuciones en tiempo-frecuencia.

## **2.1 Desarrollo histórico y realidad actual de los motores de inducción**

En 1824 el francés Henry Prudence Gambey (1787-1847), constructor de aparatos de física observó como la aguja de una brújula cuya posición de equilibrio era alterada se frenaba más rápidamente si la caja donde se encontraba albergada era de cobre en comparación con cualquier otro material.

Posteriormente realizó otro experimento en el que puso a girar un disco de cobre alrededor de su eje y sobre este disco colocó una aguja imantada suspendida de un hilo. Comprobó como el disco arrastraba en su rotación a la aguja.

El fenómeno inverso ya había sido observado por François Arago (1786-1853), quien logró hacer girar un disco de cobre al mover sobre él un imán [6].

Fue el inglés Michael Faraday (1791-1867) quien suministró el soporte teórico a estas observaciones en 1831 con la publicación de su ley fundamental de la inducción electromagnética. Posteriormente (1864) ésta fue ampliada por James Clerk Maxwell (1831-1879), en su artículo “*A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field*”.

En el orden práctico no fue hasta 1879 cuando el físico británico Walter Bailey presentó ante la *Physical Society of London*, un dispositivo en el que dos grupos de electroimanes eran conmutados alternativamente provocando el giro de un disco de cobre [6].

A pesar de que este invento hacía uso un campo magnético giratorio y de corrientes polifásicas, tenía poca utilidad práctica, como su mismo autor reconoció, porque la forma de generar estas corrientes a través de conmutadores producía su rápida destrucción.

Paralelamente el serbio-americano Nicola Tesla y el italiano Galileo Ferraris, dieron el siguiente paso al concebir la idea de emplear campos magnéticos giratorios y así inventar el motor de inducción. La patente US 381.968 de 1 de mayo de 1888 protege lo que Tesla denomina “Motor Electro Magnético”, tratándose realmente de un motor de inducción electromagnética.

Tras la presentación de estos resultados poco tiempo después ante el Instituto Americano de Ingenieros Eléctricos (AIEE), las patentes de Nicola Tesla fueron compradas por George Westinghouse, quien lo contrató con el objetivo de que las desarrollase [7].

Westinghouse asignó a C. F. Scott para que trabajase con Tesla. Juntos sustituyeron pronto el estátor de polos salientes presente en el motor cubierto por sus patentes, por bobinas colocadas en ranuras y un entrehierro constante. Tras ello, B. G. Lamme mejoró el diseño introduciendo devanados distribuidos tanto en el estátor como en el rotor. De esta manera Westinghouse dispuso de un prototipo viable de motor de inducción en 1892.

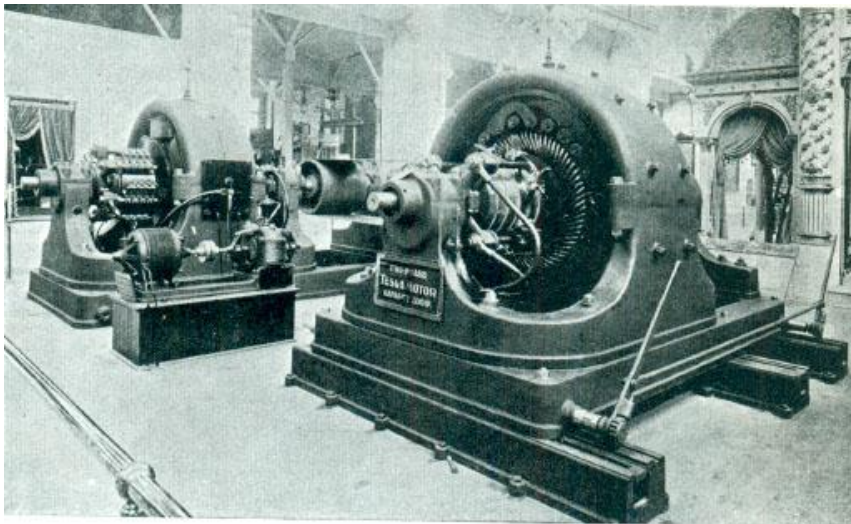
En la Feria Mundial de Chicago de 1893 se exhibió un desarrollo de esta máquina. Con una potencia de 300 c.v., y dos fases alimentadas a 220 V y 60 Hz; el motor contaba con 12 polos, con el primario dispuesto en el rotor en ranuras semicerradas. El devanado



secundario también se alojaba en ranuras parcialmente cerradas donde se disponía un único conductor. Estos conductores se encontraban conectados formando dos circuitos secundarios desplazados  $90^\circ$ . Durante el arranque, eran cerrados utilizando barras de grafito, que se ponían al rojo debido a las grandes corrientes inducidas durante la aceleración de la máquina, hasta que se alcanzaban velocidades de giro cercanas a las de sincronismo [7]. La máquina era alimentada por dos alternadores monofásicos de 500 c.v. montados sobre un mismo eje, cuyos devanados inducidos se encontraban desplazados  $90^\circ$ .

Inmediatamente fue introducida por la Westinghouse la primera línea de motores comerciales, contando con la misma disposición: el secundario se encontraba situado en el estátor para permitir la conexión de sus conductores a resistencias externas que limitasen las grandes corrientes producidas durante el arranque, las cuales de otro modo los destruirían. Así se evitaba el paso de estas elevadas corrientes a través del conjunto anillos rozantes-escobillas. El primario se situaba en el rotor y se alimentaba directamente desde la red, dado el menor valor de corriente circulante a través de su devanado.

Paralelamente en Europa, Galileo Ferraris presentó el 18 de marzo de 1888 en la Real Academia de Ciencias de Turín un artículo sobre campos magnéticos giratorios producidos por corrientes polifásicas [6]. Asimismo, construyó un pequeño motor bifásico con un cilindro de cobre como rotor. Aunque él mismo no dio importancia industrial a su descubrimiento al constatar que estos motores no lograban rendimientos superiores al 50 %, la presentación de dichos resultados por Ferraris frustró la concesión a Tesla en Alemania de la patente del motor de inducción, solicitada pocas semanas después.



Fte: [http://www.yacht-chartercroatia.com/about\\_croatia/tesla/images/tesla\\_generator-big.jpg](http://www.yacht-chartercroatia.com/about_croatia/tesla/images/tesla_generator-big.jpg)

**Fig. 1 Motor invertido de 225 kW de la firma Westinghouse, 1893.**

El ingeniero ruso Michail Ossipovich Dolivo-Dobrovsky (1862-1919) dio el siguiente paso al año siguiente al construir el primer motor de corriente alterna asíncrono utilizable, presentado a la comunidad científica en un trabajo titulado *Inducido para motores de corriente alterna*, ideando un rotor sensiblemente similar al que se utiliza hoy en día. En 1892, con la invención de la doble jaula, resuelve el mayor impedimento para la utilización de este tipo de motores en el rango de las grandes potencias: el elevado pico de corriente en el arranque. También se debe a este ingeniero de AEG la construcción de la primera máquina trifásica de uso práctico en 1889, y la promoción de la idea, junto con C. E. L. Brown, de Oerlikon en Zurich, de la corriente trifásica como sistema de distribución eléctrica [8].

Adicionalmente, en 1891 la compañía americana Thomson-Houston comenzó la construcción de motores trifásicos bajo la dirección de H. G. Reist y W. J. Foster [9] con las ideas de E. Danielson, recién llegado de Estocolmo [8]. Estas máquinas ya contaban con el secundario dispuesto en el rotor, que se cortocircuitaba mediante un interruptor centrífugo, permitiendo el control de las elevadas corrientes de arranque sin necesidad de equipos externos. El avance motivó que, finalmente, la firma Westinghouse lanzase el devanado secundario construido con barras conductoras, en lugar de cables que debían protegerse con resistencias externas durante el arranque, llegándose a la disposición del secundario en forma jaula de ardilla situada sobre el rotor que se usa actualmente.

Un acuerdo en 1896 entre esta compañía y la General Electric permitió la fabricación de máquinas de inducción por ambas empresas, cerrando de esta manera los diversos litigios por violación de patentes.

Paralelamente, en 1895 entraron en servicio dos grandes generadores bifásicos de 5.000 c.v. en la central del Niagara, así como un sistema de transmisión trifásico, gracias a la invención por C. F. Scott de la conexión para transformadores que lleva su nombre. La central del Niagara constituyó una convincente demostración de la superioridad del sistema multifásico de Tesla [10].

Poco después, C. P. Steinmetz, de General Electric, sentó las bases teóricas del estudio de los fenómenos que aparecían en el uso de la corriente alterna, en una serie de artículos aparecidos en el AIEE. A él se debe la introducción de la letra  $j$  para indicar una rotación de  $90^\circ$ , lo que permitió el uso de diagramas equivalentes para estudiar el motor de inducción, en lugar de los diagramas de círculos usados hasta entonces [7].

### **2.1.1 Construcción de los motores de inducción**

La forma y disposición de los componentes de un motor de inducción se ha mantenido en gran medida constante desde mediados de la década de 1890, realizándose las importantes mejoras en su rendimiento gracias al perfeccionamiento de los materiales y procesos de cálculo y fabricación usados para construir estos elementos.

Actualmente, el núcleo magnético se encuentra formado por un apilamiento de chapas de acero al silicio. Estas chapas cuentan con ranuras sobre las que se disponen los conductores que forman ambos devanados: primario y secundario. En el caso del estátor, que alberga el primario, el devanado está formado por hilo conductor recubierto de material aislante, inicialmente papel, pero desde la década de 1920 éste fue sustituido por un esmalte plástico. El recubrimiento posee la suficiente capacidad dieléctrica para aislar, en cada bobina, una

espira de la siguiente con una fina capa, sin embargo, el aislamiento entre bobinas y de las bobinas con la armadura se consigue en los equipos modernos mediante láminas de fibra de vidrio entrelazada y recubierta de resina. El uso de poliimididas termoestables permite alcanzar temperaturas de operación de hasta 250 °C.

A pesar de estos avances, que han conseguido una gran reducción del tamaño de estos equipos, el recubrimiento plástico de los conductores del primario sigue limitando la temperatura de operación de un motor de inducción, además de constituir una importante fuente de averías.

El cortocircuito entre espiras o entre bobinas es la causa fundamental de fallos eléctricos en un motor de inducción. Por un lado, los recubrimientos aislantes de las espiras tienden a absorber humedad, lo que disminuye su capacidad dieléctrica. Por otra parte, al tratarse de plásticos termoestables, se favorece la aparición de grietas conforme el material envejece. Este fenómeno es más acusado en las cabezas de las bobinas, ya que su disposición en voladizo permite unos mayores desplazamientos de los conductores.

El circuito secundario de un motor de inducción presenta la morfología clásica ideada por Reist y Foster: barras situadas en ranuras dispuestas a lo largo de la armadura del rotor, que se unen en ambos extremos a través de sendos anillos de cortocircuito.

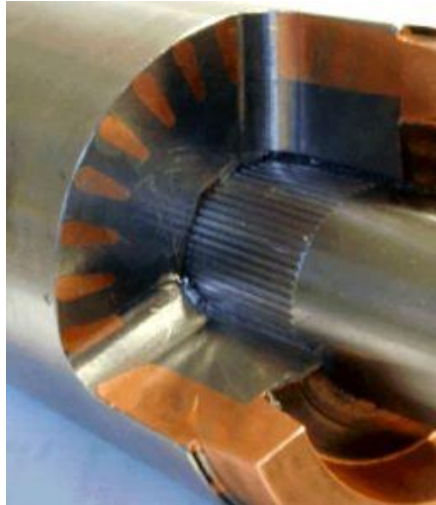
En la actualidad existen cuatro formas de construir los rotores: la fundición de aluminio (*Aluminium die cast*, o ADC), los manufacturados mediante fundición de cobre (CuDC), los rotores fabricados con barras de aluminio (AlBar) y los fabricados con barras de cobre (CuBar) [11].

El uso de cobre para conformar la jaula presenta varias ventajas frente al aluminio. Además del incremento en eficiencia, que es de apenas unas décimas porcentuales, el cobre es de dos a tres veces más resistente, lo que en combinación con el hecho de que este material sufre una expansión térmica para el rango de temperaturas de operación un tercio menor [12], tiene un impacto significativo en la fiabilidad de las jaulas formadas por barras, cuyos extremos se sitúan en voladizo.

Los dos primeros métodos de manufactura, usados en motores de menor tamaño fabricados en grandes series, consisten en inyectar a presión sobre la armadura del rotor – aprovechando la mayor temperatura de fusión de las aleaciones de hierro que lo forman– aluminio o cobre fundido. De esta manera se conforma una jaula de ardilla de una pieza sólidamente fijada al resto del rotor (Fig. 2). El procedimiento está sujeto a las dificultades inherentes a la técnica de fabricación mediante colada, esto es, la formación de porosidades, rechupes u oquedades provocados por la contracción del material, especialmente al solidificarse [12]. La aparición de estos defectos se ve potenciada por el hecho de que el molde no se puede modificar libremente para minimizarlos, dado que constituirá una parte del equipo final.

En general se considera que dado que el aluminio se contrae un 6% y el cobre un 5% durante la solidificación, las jaulas fabricadas mediante el procedimiento de inyección de estos materiales poseerán siempre cierta porosidad. No obstante, el procedimiento de inyección se ajusta de manera que la misma se encuentre distribuida homogéneamente. En el caso de que exista alguna oquedad de gran tamaño en una barra, ésta se calentará durante

la operación en mayor medida que las demás, incrementando su resistencia, con lo que la máquina exhibirá una mayor sensibilidad a la temperatura [12].



Fte: [http://www.qtime.co.za/Paper\\_Electric\\_Motor\\_Design\\_Enhancements.htm](http://www.qtime.co.za/Paper_Electric_Motor_Design_Enhancements.htm)

**Fig. 2 Rotor con jaula de ardilla de cobre inyectado**

Sin embargo, en máquinas de mayor tamaño –a partir de los 3.000 kW [13]– este procedimiento no es aplicable en la práctica, siendo necesaria la conformación de la jaula mediante la inserción de barras, normalmente de cobre, en las ranuras del rotor (Fig. 3), seguida de su soldadura sobre sendos anillos de cortocircuito situados en sus extremos.

Para la realización de esta soldadura, existen dos posibilidades [11]:

- La soldadura *under bar* o *rolled ring* en la que las barras se sueldan una a una a tope sobre la parte inferior del anillo de cortocircuito.
- La soldadura *side bar*, en la cual el anillo de cortocircuito es forjado, para conseguir una calidad del material superior, y posteriormente mecanizado de manera que se conforman unas raíces de barra, con radios de acuerdo en la línea de contacto con el anillo que evitan la concentración de tensiones mecánicas en esos lugares. Las barras son soldadas a tope sobre dichas raíces (Fig. 4).

Dicha soldadura se realiza por inducción, con lo cual se calientan los puntos de contacto entre anillos y barras de una manera uniforme y antes que lo haga al resto del rotor, minimizando las tensiones residuales [12].

El método de fabricación *rolled ring* o *under bar* es más económico de diseñar y manufacturar, sin embargo, dichos anillos han de ser soldados a los puntos finales de las barras, lo que induce estrés que puede resultar en el agrietamiento del propio anillo. Además, los pares de arranque ejercidos en el mismo causan deflexión y nuevas tensiones que después de repetidas conexiones, pueden conducir a la rotura de la soldadura y, finalmente al fallo completo del motor.



Fte: [http://www.qtime.co.za/Paper\\_Electric\\_Motor\\_Design\\_Enhancements.htm](http://www.qtime.co.za/Paper_Electric_Motor_Design_Enhancements.htm)

**Fig. 3 Barras de cobre insertadas en la armadura de un rotor**



Fte: [http://www.qtime.co.za/Paper\\_Electric\\_Motor\\_Design\\_Enhancements.htm](http://www.qtime.co.za/Paper_Electric_Motor_Design_Enhancements.htm)

**Fig. 4 Barras de cobre soldadas mediante el método *side bar***

Durante un arranque, la jaula se ve sometida a condiciones muy severas. Las corrientes circulantes se pueden sextuplicar respecto a las nominales, a la vez que la elevada frecuencia del campo magnético que atraviesa el rotor parado hace que estas corrientes se distribuyan en la parte externa de las barras, causando un calentamiento diferencial. La gran velocidad de calentamiento provoca que el calor no se pueda dispersar en el núcleo del rotor, a la vez que la expansión térmica de las barras se ve impedida por el mismo

elemento, a excepción de los extremos en voladizo, donde la parte externa de las mismas, que conducen mayor corriente por el efecto *skin*, incrementa su longitud axial, combando la barra y provocando grietas en la parte exterior de su unión con el anillo de cortocircuito [12].

### 2.1.2 Motores invertidos y de rotor reconfigurable

Existen dos significados asociados al término *motor invertido*. Industrialmente, hace referencia a la permutación en la posición relativa del estátor y del rotor, es decir, el estátor se sitúa en posición central, conformando el eje de la máquina, mientras que el rotor gira alrededor de él (Fig. 5).

Esta disposición permite eliminar el prensaestopas y fabricar un equipo compacto en el cual el motor es parte integrante de la máquina que arrastra, que se sitúa en la periferia, alrededor de él. Las máquinas eléctricas de este tipo han incrementado su campo de aplicación en usos especiales, como barrenas eléctricas, bombas de vacío [10], o recientemente, motores eléctricos para la propulsión de vehículos, ya que en este último caso, logran una más fácil integración en el conjunto de embrague-caja de cambios del mismo o en el eje de la rueda, en los modelos más avanzados.

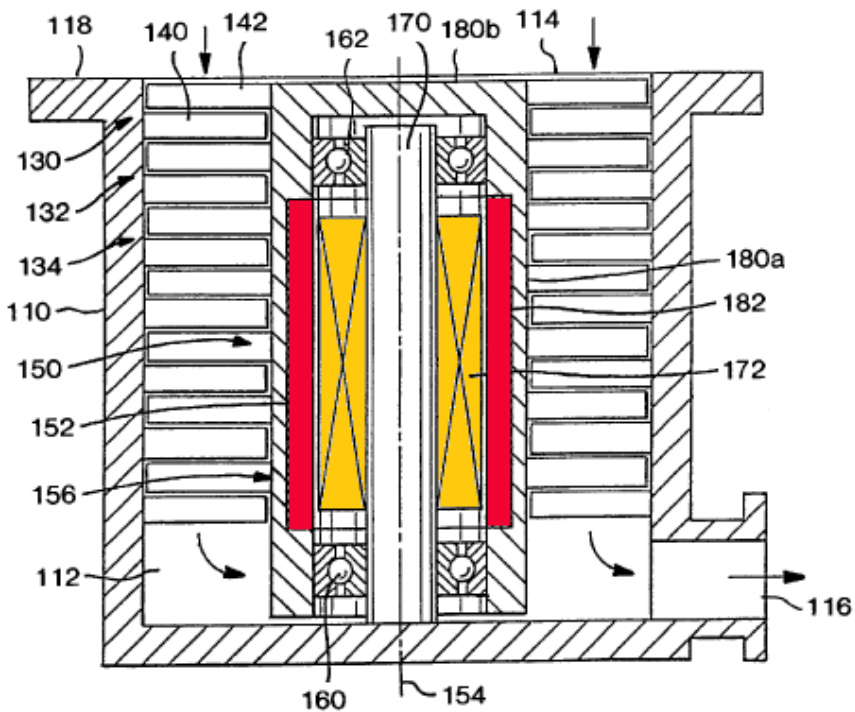


Fig. 5 Motor con la posición relativa del estátor (naranja) y del rotor (rojo) permutada.

Por otra parte, se tiene el significado de motor invertido usado en investigación y abordado en esta tesis, es decir, el motor de inducción en el que el devanado secundario es estático mientras que el devanado primario es móvil y se encuentra alimentado a través de un

conjunto de anillos rozantes y escobillas. De esta manera es mucho más sencillo estudiar los valores de las magnitudes eléctricas y térmicas presentes en el rotor de un motor comercial. El concepto no es nuevo, pues de hecho, el primer motor de corriente alterna comercial exhibido públicamente por la firma Westinghouse en la Exposición Mundial de Chicago en 1893, era un modelo invertido [7] según esta definición.

En la actualidad, los motores invertidos sólo se emplean en la investigación. Uno de los trabajos más tempranos [14] utilizó una máquina invertida de 4 polos y 36 barras para confirmar la existencia de corrientes interlaminares cuando se produce la rotura del extremo de una barra. Este fenómeno provoca que en el otro extremo siga apareciendo una corriente proveniente de las barras contiguas que atraviesa la armadura del rotor perpendicularmente a su flujo normal. En este caso, las barras y el anillo se encontraban atornilladas y, como particularidad, cabe citarse que se había logrado una resistencia entre las barras y la armadura del rotor similar a las máquinas comerciales, al mantener la misma área de contacto entre dichos elementos.

El estudio de las corrientes interlaminares provocadas por la rotura de la jaula se amplió una década después por [15] mediante una máquina de características similares, 36 barras en el estátor, 24 ranuras en el rotor en las que se situaba el devanado inductor. El pequeño tamaño del motor, de unos 5 kW, causaba que las corrientes interlaminares no alcanzasen el nivel al que se llegaría en grandes máquinas industriales. A pesar de ello, el estudio confirmó que dichas corrientes amortiguan el efecto que produce la rotura de barras en el espectro de la corriente de alimentación, de manera que su detección resulta más difícil por el método tradicional de análisis.

Otra máquina invertida fue usada en [16] para validar un modelo analítico capaz de modelizar las asimetrías rotóricas. En este caso el motor, de pequeño tamaño, sólo contaba con 18 barras en el estátor. Grandes aberturas en las tapas permitían tener acceso a la jaula sin necesidad de efectuar ningún proceso de desmontaje.

En el ámbito de la experimentación de máquinas eléctricas se han realizado previamente construcciones de motores cuya disposición interna de los elementos era reconfigurable. Por ejemplo, en [17] se trató de construir un motor que fuera capaz de simular dos defectos: cortocircuitos entre espiras en los devanados del estátor y asimetrías rotóricas.

En este caso, un motor de 3,75 kW fue sometido a una reconstrucción casi completa, en la que se sustituyó la armadura del estátor, a la que se le dio la inclinación de una ranura para evitar agarrotamientos provocados por los armónicos espaciales, que surgen como consecuencia de la configuración geométrica del circuito magnético y de los efectos de la disposición del devanado. Normalmente esta inclinación la poseen las barras del rotor, pero de esta manera era posible construir las mismas rectas, para facilitar su extracción en una jaula completamente configurable.

Respecto al rotor, fueron utilizados dos distintos, el original compuesto por la jaula realizada en aluminio inyectado sobre la armadura del mismo, que sirvió para obtener valores de base y otro construido, al igual que el estátor, *ex profeso*.

La armadura de este último fue realizada con el mismo tipo de material que el estátor, mientras que las barras, extraíbles, se mecanizaron utilizando una aleación de cobre. Los anillos de cortocircuito fueron fabricados también de cobre, y la geometría de los mismos

era tal que contaban con un diámetro externo igual al del núcleo del rotor. El diseño fue concebido de manera que los anillos de cortocircuito pudiesen ser retirados, de manera que facilitasen la inserción o extracción de las barras en los huecos del rotor. Como las barras no podían soldarse a los anillos de cortocircuito, recubrieron sus extremos con grasa conductora para minimizar la resistencia de contacto.

El eje fue mecanizado utilizando acero como material, dejándose un resalte en el lado del accionamiento sobre el que se fijó mediante soldadura un soporte, que servía para mantener en posición el anillo de cortocircuito de ese lado. Una arandela actuaba de aislante entre este último y el eje. El otro anillo se mantenía en posición mediante una tuerca colocada alrededor del eje, sobre el que se mecanizó una rosca. Así pues, según este diseño, la presión de las barras sobre los anillos de cortocircuito dependía de esa única tuerca.

En los estudios sobre asimetría rotórica realizados sobre esta máquina no se obtuvieron los resultados esperados, puesto que a pesar de la cuidada construcción de la misma, incluso con todas las barras insertadas se midió una importante asimetría rotórica. Los autores atribuyeron este efecto al mal contacto entre los extremos de las barras y los anillos de cortocircuito. Este extremo parecía ser confirmado por el hecho de que, aunque el par de apriete de la tuerca se había ajustado cuidadosamente, la asimetría medida menguaba conforme la máquina se calentaba, reduciéndose la resistencia equivalente del rotor.

Se llegó a alimentar el estátor del motor con un rotor cuyo anillo de cortocircuito se encontraba completamente aislado de las barras, apreciándose la existencia de un par motor. Los autores lo relacionaron con el hecho de que aparecían corrientes entre barras a través de las laminaciones del rotor (corrientes interlaminares), a pesar de que se había dispuesto un aislamiento para evitarlas.

En las conclusiones de este trabajo los autores hacen hincapié en que para que este tipo de máquinas reconfigurables pueda tener éxito en la simulación de asimetrías rotóricas, es necesario asegurar una conductividad óptima entre barras y anillos de cortocircuito, y proponen el uso de uniones atornilladas en estos puntos.

## **2.2 Defectos de los motores de inducción**

En esta segunda sección del segundo capítulo dedicado al Estado del Arte, se presentan los defectos que aparecen en los motores de inducción, así como los componentes que introducen en el espectro de corriente y, en el caso de los rodamientos, en el de vibración. Los motores de inducción en particular están sujetos a los mismos tipos de defectos que las máquinas eléctricas rotativas en general. W. T. Thomson los clasifica en las siguientes categorías [18]:

- Fallos en el estátor, bien por apertura o por cortocircuito del devanado del mismo, que se dan en un 38 % de los casos.
- Fallos en el rotor, que incluyen defectos similares al estátor para los motores de rotor bobinado, o rotura de barras y del anillo de cortocircuito para las máquinas de jaula de ardilla; típicamente constituyen un 10 % de las averías.
- Fallos mecánicos del rotor, como daños en los rodamientos, excentricidad, eje doblado y desalineamientos. Acaecen en un 40 % de los casos.



- Otras averías, que representan el 12 % restante.

Un sondeo del *Electric Power Research Institute* (EPRI) norteamericano, realizado sobre 6.312 motores [19], así como otro del IEEE-IAS, que abarca 1.141 de estas unidades, arrojan resultados similares [20]:

**Tabla 1: Porcentaje de fallos en motores eléctricos**

Fallo	Porcentaje de fallos (%)	
	IEEE-IAS	EPRI
Rodamientos	44	41
Devanados del estátor	26	36
Relacionados con el rotor	8	9
Otros	22	14

No obstante, este último informe indica que sólo la mitad de los fallos del rotor fueron causados por defectos de la jaula. Los defectos más comunes son el fallo de aislamiento a masa en el devanado del estátor, en un 22% de los casos, seguido de averías en los cojinetes, en un 14 % de ellos.

Al ser las máquinas de inducción sistemas eléctricos altamente simétricos, dichos defectos modifican estas propiedades simétricas, apareciendo en las magnitudes medidas componentes cuya frecuencia es característica.

Para identificar estas componentes, es necesario hacer primero un estudio de los armónicos que se generan en el motor de inducción debidos a la asimetría causada por los distintos tipos de fallos. Esta cuestión se abordará en los siguientes puntos.

### 2.2.1 Asimetría rotórica

La corriente eléctrica inducida en el rotor de una máquina de inducción de rotor de jaula circula preferentemente a través de las barras o hendiduras que unen los dos anillos de cortocircuito [21], evitando el núcleo magnético del mismo, ya que el camino normal a través de las chapas magnéticas (aisladas entre sí) presenta una resistencia mucho mayor.

Eléctricamente, la asimetría rotórica, causa de fallo de las máquinas de inducción en un 5 al 10% de los casos, es provocada por la diferente resistencia de algún elemento de este circuito secundario situado en el rotor. Debido a pequeños defectos internos o tolerancias de fabricación, todos los motores de jaula de ardilla sufren de origen cierta asimetría rotórica de menor importancia.

No obstante, la rotura de barras es una avería especialmente frecuente en máquinas de elevado tamaño que sufren arranques severos, pues en este caso no es posible construir la jaula en una sola pieza.

Como se ha comentado en el punto 2.1.1, se emplean actualmente dos métodos de fabricación de la jaula de un motor de inducción. Para motores de pequeño y mediano tamaño se obtiene en un solo paso mediante la inyección del material sobre la armadura del

rotor. Esta inyección, a pesar de realizarse a presión, puede provocar defectos (Fig. 6). No obstante, la ausencia de piezas en voladizo –y el sobredimensionamiento de la jaula en los motores de menor tamaño– los hace especialmente resistentes, y por tanto es infrecuente este tipo de avería. Por encima de los 3.000 kW, la jaula se monta mediante la unión de barras insertadas en las ranuras practicadas en la armadura del rotor y anillos soldados en ambos extremos.

Una combinación de estrés térmico y mecánico en el rotor [22] daña preferentemente las uniones entre las barras y los anillos, impidiendo la circulación de corriente por uno de los extremos de la misma, dando lugar a corrientes entre las barras a través de las láminas que forman el rotor (corrientes interlaminares) y creando de este modo, una importante asimetría en la distribución del campo magnético alrededor del rotor.



Fte: [http://www.qtime.co.za/Paper\\_Electric\\_Motor\\_Design\\_Enhancements.htm](http://www.qtime.co.za/Paper_Electric_Motor_Design_Enhancements.htm)

**Fig. 6 Sección de un anillo de cortocircuito mostrando inclusiones gaseosas**

Los problemas pueden iniciarse durante la construcción del equipo, debido a soldaduras defectuosas. La fractura suele comenzar en estos puntos de la barra no soportados por el cuerpo del rotor, es decir, en su unión con los anillos, zonas donde además se acumulan las mayores tensiones mecánicas de la estructura. Hay que tener presente que, durante el proceso de empeoramiento de la avería, las barras rotóricas soportan las fuerzas de aceleración y frenado del motor, por tanto, si la máquina sufre fluctuaciones bruscas en su velocidad de giro, originadas por su ciclo de trabajo o por el tipo de máquina accionada, el fallo puede desarrollarse rápidamente como consecuencia de la fatiga mecánica del material.

Además, los regímenes transitorios térmicos del motor suelen conducir a una dilatación diferencial que torsiona y agrieta habitualmente los anillos. Una vez que la barra o el anillo se ha agrietado, el proceso se retroalimenta: la barra defectuosa se calienta en mayor medida alrededor de la fisura aumentando las tensiones hasta llegar a romperse.

La rotura origina la aparición de arcos eléctricos entre las dos partes separadas, que suelen dañar el circuito. Las barras adyacentes pasan a soportar corrientes mayores y por tanto, mayores sollicitaciones térmicas, iniciándose así un empeoramiento en cascada (Fig. 7).

Hay que tener presente que las barras no se encuentran aisladas del paquete magnético. El fuerte encaje entre ambos permite la circulación de corrientes eléctricas transversales, cuestión probada por [14], siguiendo las láminas que forman el núcleo del rotor, por lo que son llamadas corrientes interlaminares, hasta alcanzar otras barras mediante las cuales pueden llegar al anillo, cerrando así el circuito.

En todo caso, la consecuencia es la aparición de una asimetría en las corrientes eléctricas que circulan por el rotor que se traduce en una asimetría magnética.

La rotura de una barra sobrecarga las inmediatamente anteriores y posteriores, incrementando su estrés térmico, y por tanto dando lugar a menudo a un fenómeno de propagación del fallo que acaba con la capacidad de la máquina de seguir prestando servicio.



Fte: [http://www.qtime.co.za/Paper\\_Electric\\_Motor\\_Design\\_Enhancements.htm](http://www.qtime.co.za/Paper_Electric_Motor_Design_Enhancements.htm)

**Fig. 7** Típico fallo de un anillo de cortocircuito manufacturado mediante el método *rolled ring*.

El amplio periodo que transcurre habitualmente desde que falla una barra hasta que la máquina queda inutilizada hace esta falta especialmente susceptible de ser tratada mediante mantenimiento predictivo, y es por ello que multitud de estudios han sido aplicados a su detección temprana (ver punto 2.4.1.1). El elevado coste de los equipos más propensos a sufrirla también contribuye a la importancia de estos estudios, a pesar de su relativamente menor tasa de aparición. En este contexto, tradicionalmente, el análisis de la corriente de alimentación del estátor ha sido el método más extendido para la detección de la rotura de barras y anillos de cortocircuito en las máquinas de inducción.

El método tradicional de modelización de la rotura de una barra es debido a W. Deleroi [23] y consiste en suponer sobre la barra una corriente de igual magnitud y signo opuesto a la que circularía en condiciones normales a través de la misma. Cuando la corriente normal, para una jaula sana, y la de la barra rota son superpuestas, se obtiene un incremento de la corriente en las barras adyacentes, a la vez que la anulación de la misma en la barra rota.

Para la resolución aproximada del campo magnético en el entrehierro es necesario tan sólo calcular las componentes causadas por la corriente de falta.

Así pues, el campo magnético que genera esta corriente de fallo tiene siempre dos polos, localizados a ambos lados de la avería, siendo no senoidal (dado el número discreto de barras), fijo sobre la barra rota, y con pulsación igual a la velocidad de deslizamiento. Las corrientes en la malla que modeliza las barras y los anillos de cortocircuito son decrecientes conforme nos alejamos de la barra defectuosa.

Este campo contiene una riqueza de armónicos debido a la discontinuidad introducida por el entrehierro en su componente radial, y por tanto, se podrá descomponer por Fourier en una suma de campos senoidales de eje fijo que pulsarán a la frecuencia de deslizamiento.

A cada uno de estos campos senoidales es posible aplicarles el teorema de Leblanc, que establece que un campo pulsante senoidal de eje fijo de valor  $H$  se puede considerar como la suma de dos campos magnéticos de valor  $H/2$  que giran en sentidos opuestos con la misma velocidad de giro que el valor de la pulsación.

Por ello se concluye que el efecto de la rotura de una barra es la aparición de dos series de armónicos espaciales: la primera serie gira en sentido directo con el rotor, mientras que la segunda lo hace en sentido inverso.

Si se considera el armónico fundamental de la serie, su velocidad geométrica de giro respecto al rotor será igual a:

$$\Omega_s - \Omega_r \quad (2.1)$$

siendo  $\Omega_s$  la velocidad de sincronismo y  $\Omega_r$  la velocidad de giro del rotor. La velocidad eléctrica respecto al rotor es, pues:

$$p \cdot (\Omega_s - \Omega_r) \quad (2.2)$$

donde  $p$  es el número de pares de polos de la máquina. Para calcular la velocidad geométrica de cualquier otro armónico respecto al rotor, bastará con dividir la velocidad eléctrica de la ecuación (2.2) por el orden del armónico,  $k$ , puesto que el número de polos del armónico coincidirá con su orden, ya que el campo creado por la rotura de barras es de dos polos:

$$\frac{p \cdot (\Omega_s - \Omega_r)}{k} \quad (2.3)$$

Para referir esta velocidad al estátor, basta con sumar la velocidad de giro rotórica:

$$\frac{p \cdot (\Omega_s - \Omega_r)}{k} + \Omega_r = \frac{p \cdot \Omega_s}{k} + \Omega_r \cdot \left(1 - \frac{p}{k}\right) = p \cdot \Omega_s + \Omega_r \cdot (k - p) \quad (2.4)$$

Estos armónicos inducirán unas corrientes en el estátor de frecuencia:

$$f + \Omega_r \cdot (k - p) = f + \Omega_s(1 - s)(k - p) \quad (2.5)$$

siendo  $s$  el deslizamiento, y  $f$  la frecuencia del armónico fundamental de la corriente. Reordenando se tiene la expresión analítica de las componentes que se encuentran presentes en el flujo del entrehierro, según [17]:

$$f_{sb} = \left( \frac{k}{p} \cdot (1 - s) \pm s \right) \cdot f \quad \frac{k}{p} = 1,3,5 \dots \quad (2.6)$$

El signo + hace referencia a los armónicos generados por el campo que gira en la misma dirección que el rotor y el - a los que giran en dirección opuesta. No todos los armónicos son capaces de originar fuerzas electromotrices, y por tanto, corrientes en los devanados del estátor. La simetría del campo y el factor de devanado causan que sólo algunos armónicos sean capaces de afectar a las corrientes estáticas.

En la práctica estos armónicos laterales no son los únicos componentes indicativos de la asimetría rotórica, puesto que la modulación que introducen afecta al par entregado por la máquina, produciendo su rizado, y esto a la vez crea nuevos armónicos en la corriente estática al hacer fluctuar la velocidad de giro del rotor, como demuestra Filippetti et Al. [24]. Por ejemplo, para  $k/p=1$  y signo - en (2.6) se tiene el armónico lateral inferior de la componente fundamental de la corriente (LSH  $f$ ):

$$f_{LSH_f} = (1 - 2 \cdot s) \cdot f \quad (2.7)$$

Este armónico modula la componente fundamental y por tanto induce un rizado del par y consecuentemente, -si no se puede asumir la inercia del grupo motor-carga como infinita- de la velocidad de giro de la máquina, que a su vez modula el flujo magnético rotativo a  $2sf$ . Esto a su vez provoca dos componentes, una a  $(1 + 2 \cdot s) \cdot f$  y otra a  $(1 - 2 \cdot s) \cdot f$ , pero esta última en oposición de fase con la primera. Por tanto, para obtener la verdadera magnitud del armónico lateral inferior es necesario efectuar la suma de ambos armónicos laterales.

Estas dos componentes principales que a menudo se usan para evaluar la asimetría rotórica son conocidos como el armónico lateral inferior (*lower sideband harmonic*, LSH), con frecuencia ligeramente inferior a la frecuencia de red, y el armónico lateral superior (*upper sideband harmonic*, USH), con la misma situada ligeramente por encima de la frecuencia del componente principal. En la presente tesis la primera denominación se ha extendido a todos los armónicos que cumplen con la ecuación (2.6) los cuales en operación estacionaria cuentan con frecuencias ligeramente menores que la componente fundamental y sus armónicos.

El efecto de modulación se reproduce en cascada, provocando el USH una nueva componente en el rotor a  $3sf$ , lo que genera nuevos armónicos superiores e inferiores a la frecuencia fundamental de la alimentación del estátor [13], separados de los primeros una frecuencia igual a  $2sf$ . Los componentes en frecuencia resultantes obedecen, pues, a esta expresión general:

$$f_{sb_f} = (1 \pm 2 \cdot k \cdot s) \cdot f \quad k = 1,2,3 \dots \quad (2.8)$$

No obstante, según indica [13], estos componentes sólo son indicativos de asimetrías rotóricas si no se dan otros fenómenos, como son la saturación, corrientes interlaminares u otras asimetrías magnéticas.

La saturación induce en el rotor una componente de la corriente a frecuencia  $3fs$  (tercer armónico), lo que da lugar a pulsaciones en el par que a su vez producen componentes a igual frecuencia en el estátor que las introducidas por la asimetría rotórica. Es, por tanto

necesario para una adecuada diagnosis de esta falta usando los USH y LSH, que la condición de baja saturación en la máquina se cumpla.

Las corrientes interlaminares reducen la asimetría del rotor [14] y por tanto la efectividad del análisis mediante corrientes. Suele ser necesario captar adicionalmente la vibración del motor en sentido axial, incrementada como resultado de esta circulación de corrientes en dirección perpendicular a las barras [25].

Por último, las asimetrías magnéticas se dan en máquinas de elevada potencia con una estructura del rotor soportada mediante brazos [13].

Además de estos componentes que aparecen como bandas laterales de los múltiplos de la frecuencia de alimentación, Khezzer et Al [26] han probado recientemente la aparición de armónicos causados por la rotura de barras localizados alrededor de los armónicos de paso de barras (*principal slot harmonics*, o PSH).

Los PSH aparecen como consecuencia de la distribución de los conductores de la máquina en un número finito de ranuras (armónicos de la fuerza magnetomotriz) y las variaciones de la permeancia en el entrehierro motivados por las aperturas de las ranuras, como se expone en el punto 2.2.2. Las frecuencias de estos componentes PSH están dadas por (2.9) siendo  $N_r$  el número de barras;  $k=1,2,\dots$ ;  $v=1,3,5,\dots$

$$f_{PSH\pm v} = \left[ \frac{k \cdot N_r}{p} \cdot (1 - s) \pm v \right] \cdot f \quad (2.9)$$

Experimentalmente se comprueba que los PSH de mayor importancia son los PSH+3 ( $v=3$ ), PSH+1 ( $v=1$ ) y PSH-1 ( $v=-1$ ), siempre con  $k = 1$ .

La aparición de modulación de estos armónicos es indicativa de rotura de barras o tensiones de alimentación desequilibradas. Estos autores proponen una clasificación de las mismas atendiendo al PSH al que acompañan para diferenciar entre fallos combinados y únicamente desequilibrios en la tensión.

Respecto a las amplitudes de los componentes de asimetría rotórica, [27] establece una expresión válida en estado estacionario para cuantificar la rotura de barras contiguas:

$$\frac{I_{LSH} + I_{USH}}{I_f} = \frac{n_{br}}{N_r} \quad (2.10)$$

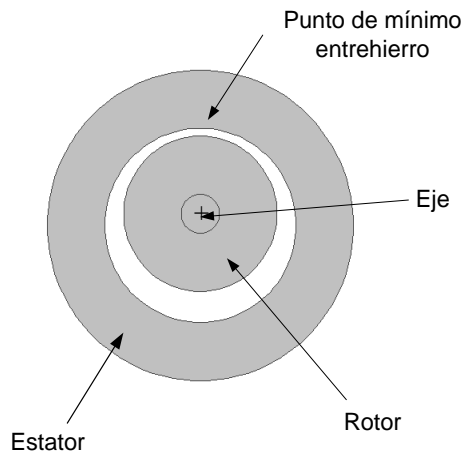
Esta expresión relaciona la proporción entre la amplitud del armónico principal  $I_f$  y la suma de la amplitud de las bandas laterales inferior y superior  $I_{LSH}+I_{USH}$ , con la proporción de barras rotas  $n_{br}$  frente al número de barras totales  $N_r$ .

No obstante, en el caso más improbable de rotura de barras no contiguas, la amplitud de las bandas laterales LSH y USH de la componente fundamental tienden a decrecer, como se expone en [28], resultando el caso más desfavorable cuando ambas barras rotas se encuentran a mitad de la distancia angular entre polos. En estos casos, un análisis que establezca un incremento de amplitud de los componentes de asimetría rotórica alrededor de los armónicos de orden alto quinto y séptimo es necesario para obtener un diagnóstico correcto.

### 2.2.2 Excentricidades

Las excentricidades son causadas por la existencia de un entrehierro no uniforme entre el estátor y el rotor [29]. Se trata de un defecto bastante común en máquinas eléctricas de corriente alterna, y específicamente, de los motores de inducción. El 40% de los fallos que tienen lugar en este tipo de máquinas están relacionados de alguna manera con las excentricidades [18]. De hecho, las excentricidades son provocadas a menudo por otros tipos de defectos, como fallos de los rodamientos o desalineamientos. Además, fenómenos externos, como pares de carga pulsantes, pueden conducir a estados de estrés mecánico que incrementen la severidad del fallo. En sus niveles más severos este defecto puede conducir al colapso de la máquina, debido al rozamiento entre el estátor y el rotor.

Existen tres tipos particulares de excentricidad. En general, se considera que los dos tipos más importantes son la excentricidad estática y la dinámica [29]. En el caso de la excentricidad estática (Fig. 8), la posición de mínimo entrehierro se mantiene fija en el espacio. Este tipo de excentricidad puede ser causada por razones como la ovalidad del estátor o el incorrecto posicionamiento del rotor en el hueco del estátor, a su vez consecuencia de una incorrecta fijación o el deterioro de los rodamientos, deformación de sus soportes en las tapas, tolerancias excesivas, etc. La Fig. 8 muestra el caso de excentricidad estática provocada por el incorrecto posicionamiento del rotor, cuyo eje de giro no coincide con el centro del estátor.



**Fig. 8 Excentricidad estática**

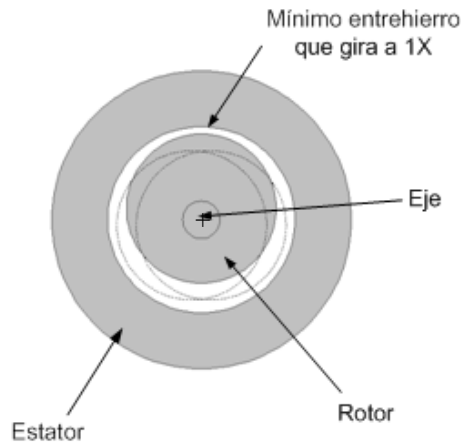
Por otra parte, en el caso de la excentricidad dinámica, la posición de mínimo entrehierro no se mantiene fija en el espacio, sino que gira a la vez que lo hace el rotor. La causa de este tipo de excentricidad es que el centro de giro del rotor no coincide con su centro geométrico (Fig. 9), o a que éste presenta una forma ovalada. La excentricidad dinámica puede ser causada por la deformación del eje del rotor, el desgaste de los rodamientos, el desalineamiento o resonancias mecánicas a la velocidad crítica.

La combinación entre excentricidad estática y dinámica es conocida como excentricidad mixta. En este caso, el eje de rotación del rotor no coincide ni con su centro geométrico ni con el centro geométrico del estátor.

En la práctica, ambos tipos de excentricidad suelen aparecer a la vez, dado que la estática crea un empuje magnético no equilibrado (UMP, *unbalanced magnetic pull*) [30] constante en la zona de menor entrehierro que tiende a doblar el eje, provocando su deformación, a la vez que el desgaste de los rodamientos, lo que da lugar a una excentricidad dinámica. Este proceso se retroalimenta, agravándose el estado de la máquina hasta su eventual fallo, debido al rozamiento provocado por el contacto entre rotor y estátor.

Por último, la excentricidad axial aparece en el caso de que el eje longitudinal del rotor no sea paralelo con el eje del estátor, dándose de manera general una sucesión de diferentes grados de excentricidad a lo largo de la máquina.

El método clásico para la diagnosis de las excentricidades en el ámbito industrial ha estado basado principalmente en la captura de la corriente demandada por la máquina durante la operación en estado estacionario y su análisis mediante herramientas adecuadas, como la Transformada Rápida de Fourier (FFT). Esta metodología, aunque robusta, tiene importantes desventajas en ciertas situaciones, comunes en el ambiente industrial [31], [32].



**Fig. 9 Excentricidad dinámica**

Respecto a los componentes que aparecen en la corriente estática debido a la excentricidad mixta, una excelente deducción de los mismos es la realizada por S. Nandi et Al. [30], sobre trabajos previos de Thomson et Al. [29], quien aproxima la función de permeancia en el entrehierro para el caso de excentricidad mixta por la expresión (2.11), tomando un sistema de referencia fijo en el estátor:

$$\Lambda(\theta) \approx \Lambda_0 + \Lambda_1 \cdot \cos(\theta) + \Lambda_2 \cdot \cos(\theta - \omega_r t) \quad (2.11)$$

donde la permeancia se divide entre la media del entrehierro  $\Lambda_0$  y las contribuciones de la excentricidad estática y dinámica, respectivamente, en los dos últimos sumandos.



Esta permeancia no constante, al combinarse con las f.m.m debidas a las corrientes del estátor, de la forma:

$$F(\theta, t) = A \cdot \cos(p_n \theta \pm \omega t) \quad (2.12)$$

siendo  $p_n$  el producto entre el número de pares de polos fundamentales  $p$  por el número de armónico  $n$ , creará un flujo modulado en el entrehierro. Este flujo anormal inducirá corrientes en el rotor, que a su vez generarán nuevas ondas espaciales de f.m.m, reflejadas en los devanados del estátor tras combinarse otra vez con las ecuaciones de permeancia no simétrica del entrehierro.

Así pues, si se toma la ecuación que indica la f.m.m debida a las corrientes del estátor (2.12) y se combina con el segundo término de la parte derecha de la expresión (2.11), el debido a la excentricidad estática, se obtiene:

$$B(\theta, t) = \frac{A \cdot \Lambda_1}{2} [\cos[(p_n - 1)\theta \pm \omega t] + \cos[(p_n + 1)\theta \pm \omega t]] \quad (2.13)$$

El flujo en el entrehierro resulta, pues, modulado. Cambiando la referencia del estátor al rotor, es decir, sumando  $\omega_r t$ , donde  $\omega_r$  es la velocidad de giro del rotor, queda:

$$B(\theta, t) = \frac{A \cdot \Lambda_1}{2} [\cos[(p_n - 1)(\theta + \omega_r t) \pm \omega t] + \cos[(p_n + 1)(\theta + \omega_r t) \pm \omega t]] \quad (2.14)$$

La interacción de la f.m.m. producida por las corrientes del rotor introducidas por la última expresión con el componente de excentricidad dinámica de la función de permeancia, el tercer término del lado derecho de la expresión (2.11), da lugar a los siguientes componentes de flujo en el entrehierro:

$$\begin{aligned} B = & \frac{A_1 \cdot \Lambda_1 \cdot \Lambda_2}{4} \cos[(p_n - 1)\theta + \theta + (p_n - 1)\omega_r t \pm \omega t - \varphi_1] + \\ & \frac{A_1 \cdot \Lambda_1 \cdot \Lambda_2}{4} \cos[(p_n - 1)\theta - \theta + (p_n - 1)\omega_r t \pm \omega t - \varphi_1] + \\ & \frac{A_2 \cdot \Lambda_1 \cdot \Lambda_2}{4} \cos[(p_n + 1)\theta + \theta + (p_n + 1)\omega_r t \pm \omega t - \varphi_2] + \\ & \frac{A_2 \cdot \Lambda_1 \cdot \Lambda_2}{4} \cos[(p_n + 1)\theta - \theta + (p_n + 1)\omega_r t \pm \omega t - \varphi_2] \end{aligned} \quad (2.15)$$

En la expresión anterior al menos el primer y último término pueden inducir tensión en el estátor dado que el número de pares de polos de estas expresiones coincidirán con el número de pares de polos de las f.m.m. creadas por las corrientes del estátor para cualquier  $p$ .

Sumando y expresando estos términos con respecto al estátor (restando  $\omega_r t$ ), se tiene:

$$\begin{aligned} B(\theta, t) = & \frac{A_1 \cdot \Lambda_1 \cdot \Lambda_2}{4} \cos[p_n \theta + (\omega_r \pm \omega)t - \varphi_1] + \\ & + \frac{A_2 \cdot \Lambda_1 \cdot \Lambda_2}{4} \cos[p_n \theta + (\omega \pm \omega_r)t - \varphi_2] \end{aligned} \quad (2.16)$$

que muestra claramente que se inducen armónicos adicionales en las corrientes del estátor distanciados una frecuencia equivalente a  $\omega_r$  de la componente fundamental.

Siguiendo un proceso análogo, si se combina la ecuación (2.14), flujo en el rotor debido a la modulación del flujo inicial por la permeancia alterada a causa de la excentricidad estática, con el mismo término de excentricidad estática, se tiene que la componente inducida posee pulsación  $\omega$ , es decir, que la componente fundamental de la corriente de alimentación se ve alterada.

Si se realiza este mismo proceso entre el término que expresa la excentricidad estática en primer lugar, se vuelven a obtener las bandas laterales a  $\omega \pm \omega_r$ . La combinación de nuevas componentes inducidas en el rotor por el término de excentricidad dinámica, con su reflejo en el estátor modificadas por dicho mismo término de permeancia en el entrehierro da otra vez una componente de pulsación  $\omega$ .

Por un proceso análogo, las componentes  $\omega \pm \omega_r$ , introducirán nuevos armónicos en la corriente a frecuencias que atienden a la expresión general:

$$\omega' = \omega \pm k \cdot \omega_r \quad k = 1, 2, 3 \dots \quad (2.17)$$

La ecuación (2.17) también puede escribirse [33] como:

$$f_{exc} = \left( 1 \pm k \frac{1-s}{p} \right) f \quad (2.18)$$

Recientes estudios mediante simulación llevados a cabo por Benbouzid et Al. amplían estas conclusiones [34], estableciendo la aparición de dos familias de componentes:

$$f_{exc1} = \left| v \pm k \frac{1-s}{p} \right| f \quad (2.19)$$

siendo  $v = 1, 3, 5 \dots$  y  $k$  entero. Esta expresión es equivalente a la ecuación (2.18) pero extendida a los armónicos de frecuencia constante presentes en la corriente estatórica, y:

$$f_{exc2} = \left| v \pm (N_r \pm k) \frac{1-s}{p} \right| f \quad (2.20)$$

con también  $v = 1, 3, 5 \dots$  y  $k$  entero.

Aparte de estas componentes indicadoras de fallo, en altas frecuencias aparecen incluso en el caso de una máquina sana otros componentes según [35]:

$$\Phi_{gr2} = A_1 \Lambda_0^2 \cos[(N_r \pm p_n)\theta' \pm p_n \omega_r t \pm \omega t - \varphi_1] \quad (2.21)$$

con respecto al rotor, o:

$$\Phi_{gs2} = A_1 \Lambda_0^2 \cos[(N_r \pm p_n)(\theta - \omega_r t) \pm p_n \omega_r t \pm \omega t - \varphi_1] \quad (2.22)$$

con respecto al estátor. Si se sustituye  $\omega_r$  por  $((1-s)/p)\omega$ , se tiene:

$$\Phi_{gs2} = A_1 \Lambda_0^2 \cos \left[ (N_r \pm p_n)\theta - \left\{ N_r \frac{1-s}{p} \pm 1 \right\} \omega t - \varphi_1 \right] \quad (2.23)$$

Estos componentes son causados por las corrientes discretas en las barras del rotor, que introducen los armónicos en el entrehierro mostrados por (2.23). Ello da como resultado la aparición de las componentes de paso de barra (PSH, *principal slot harmonics*) a frecuencias:

$$f_{PSH} = \left[ k \cdot N_r \cdot \frac{(1-s)}{p} \pm \nu \right] \cdot f \quad (2.24)$$

donde el término  $k$ , que provoca que el espectro se repita, aparece como consecuencia del proceso de muestreo que efectúan las barras discretas sobre la corriente del rotor. El término  $\nu$  tiene en consideración otros armónicos temporales. Benbouzid et Al. utilizan una denominación diferente [34], utilizando únicamente la denominación PSH para los armónicos de paso de barra (*rotor slot harmonics, RSH*) con  $k=1$  y  $\nu = 1$ .

Así mismo, Nandi puntualiza en [36], que no en todas las máquinas aparecen estos componentes PSH, sino sólo en aquellas con ciertas combinaciones entre el número de barras y el número de pares de polos, que cumplen la igualdad:

$$N_r = 2p[3(m \pm q) \pm r] \quad (2.25)$$

siendo  $N_r$  el número de barras del rotor,  $p$  el número de pares de polos de la máquina,  $m \pm q = 0,1,2,3 \dots$  y  $r = 0$  ó  $1$ . Esto es debido a que el único flujo que puede producir tensión en un devanado trifásico equilibrado es aquel que tiene el mismo número de pares de polos que los producidos por el devanado mismo.

Los componentes de frecuencia dados por (2.16) que son múltiplos de 3 veces el número de pares de polos idealmente no aparecen en el espectro de la máquina. Sin embargo, pequeños desequilibrios en la construcción de los devanados o de las tensiones de alimentación los hacen visibles en la práctica.

Siguiendo un razonamiento similar [29], en el entrehierro de una máquina que sufre excentricidad mixta aparecen armónicos del tipo:

$$\Phi_{gs2} = A_4 \frac{\Lambda_x \Lambda_y}{d_1} \cos \left[ (N_r \pm p_n \pm d_2) \theta - \left\{ (N_r \pm k_1) \frac{1-s}{p} \pm 1 \right\} \omega t - \varphi_4 \right] \quad (2.26)$$

Análogamente al caso de componentes de baja frecuencia producto de la excentricidad, existen diversas combinaciones posibles. Una de ellas, aplicable a máquinas que cumplan con (2.25) es  $\Lambda_x = \Lambda_y = \Lambda_0$  y  $d_1 = 1$ ,  $d_2 = 0$ ,  $k_1 = 1,2,3 \dots$ , lo que da lugar a armónicos similares a los del caso de excentricidad dinámica. Otras combinaciones engendran componentes de menor amplitud.

De aquí se deduce la expresión tradicionalmente usada para detectar la excentricidad mixta a altas frecuencias:

$$f_h = \left[ (k \cdot N_r \pm n_d) \cdot \frac{(1-s)}{p} \pm \nu \right] \cdot f \quad (2.27)$$

con  $n_d = 1,2,3 \dots$ . En el caso de excentricidad estática,  $n_d$  toma el valor de 0.

### **2.2.3 Defectos en el estátor**

Los defectos que se presentan en el estátor son de naturaleza eléctrica, clasificándose en dos categorías: fallos por apertura de una fase y fallos por cortocircuito entre las espiras de una fase. En el primer caso la máquina puede seguir operando a par reducido, mientras que en el segundo se produce en poco tiempo un fallo catastrófico [37]. De acuerdo con [18], los defectos en el estátor representan el 38 % de los fallos de motores de inducción.

El primer caso, la apertura de una espira inhabilita la totalidad de al menos una rama del devanado estátorico de la máquina. Se produce como consecuencia de la existencia de algún defecto en el conductor, que ocasiona un “punto caliente” o incremento local de temperatura. La resistividad del cobre en ese lugar aumenta como consecuencia de dicho calentamiento, incrementándose las pérdidas por efecto Joule, de este modo realimentado el proceso hasta que el conductor alcanza la temperatura de fusión y se corta.

Los fallos en el aislamiento, que constituyen el segundo caso de las averías del estátor, vienen generados por la degradación de los compuestos orgánicos que forman el mismo –un proceso intrínseco al material acelerado por la temperatura– o por su destrucción debido a influencias ambientales externas, como humedad procedente del entorno o aceite resultado de escapes y salpicaduras proveniente de los rodamientos. Este proceso conduce eventualmente a la aparición de descargas en el aislante y a su perforación, lo que provoca el fallo.

Con el objetivo de conseguir una construcción compacta, las máquinas eléctricas modernas utilizan dos barreras de aislamiento, como se comprueba en la Fig. 10. Por un lado, se recubren los conductores del estátor con una capa de esmalte sintético, que es el encargado de evitar la conducción entre espiras de una misma fase. Por otro se disponen entre las bobinas de diferentes fases y entre cada una de éstas y la armadura de la máquina, capas de fibra de vidrio tejida o papel de mica impregnadas en esta misma resina. Estas láminas son las encargadas de soportar sin perforarse el mayor gradiente de campo eléctrico existente entre fases y entre fase y tierra.

La investigación sobre los fallos de los recubrimientos aislantes es un campo donde todavía permanecen abiertas innumerables cuestiones. Un texto muy completo al respecto es el debido a L. A. Dissado y J. C. Fothergill, *Electrical Degradation and Breakdown in Polymers* [38], de la editorial del IET, que ha sido seguido para redactar lo que resta del presente apartado.

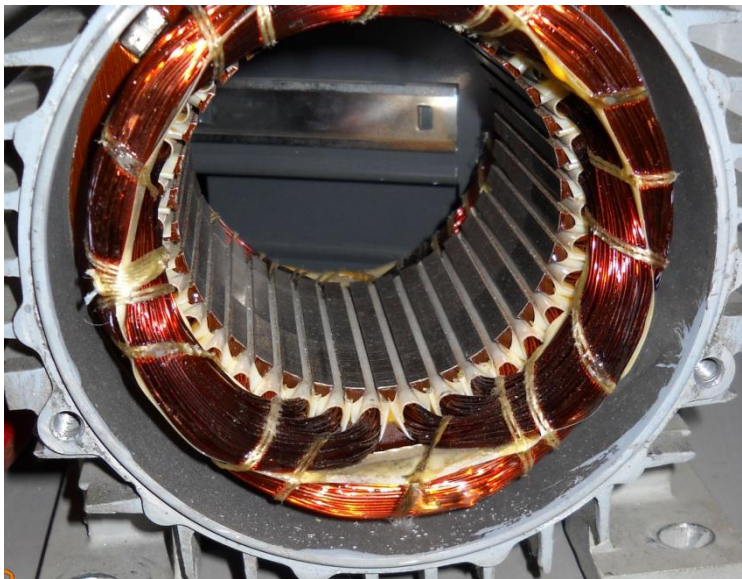
Actualmente, los recubrimientos aislantes (esmaltes sintéticos o resinas) pueden clasificarse en cuatro grandes tipos, atendiendo al tipo de monómero principal:

- Poliuretano, con temperaturas máximas de operación de 120 a 155 °C.
- Poliéster, capaces de soportar hasta los 155 °C.
- Poliéster-imida, que llegan a los 180 ° C, y se emplean en los motores de mayor potencia.
- Poliamida-imida, que soportan hasta los 220 °C.

También existen configuraciones bicapa, como poliéster-imida-poliamida-imida, usados en máquinas de pequeño tamaño para aplicaciones especiales. Además de estos polímeros se suelen añadir cargas inorgánicas como mica, dióxido de titanio y sílicona, que mejoran las propiedades del esmalte.

En máquinas eléctricas correctamente mantenidas y operando en el rango de potencia para el que fueron diseñadas, los defectos de aislamiento suelen ocurrir como consecuencia del envejecimiento. Dicho envejecimiento atiende a varias causas. Entre las causas físicas, las resinas modernas pueden fallar por *stress* mecánico o fatiga, ya que forman, tras la polimerización, una densa red macromolecular que incrementa su resistencia a la transmisión de calor y reduce las pérdidas dieléctricas. Esta misma red de alta densidad crea un ensamblaje extremadamente rígido de la capa de aislamiento, que por ello está sujeta a problemas como el agrietamiento o la deslaminación. Aunque este efecto se acrecienta con aditivos como la mica, no es exclusivo de los recubrimientos de alta tensión que lo usan, observándose esta degradación física incluso en conductores que no se encuentran en servicio, aunque sí expuestos al mismo ambiente externo que los conductores en uso.

El envejecimiento físico tiene como consecuencia el incremento de la densidad de huecos microscópicos y su tamaño entre las cadenas de polímeros. Estos huecos están inicialmente presentes en el material como consecuencia de la imposibilidad de que las moléculas alcancen una ordenación perfecta en el proceso de fabricación. Con el paso del tiempo, fenómenos como la cristalización secundaria de las regiones amorfas, pueden provocar este agravamiento, aunque, como se ha mencionado, el conductor no se encuentre en servicio.



**Fig. 10 Estátor de un motor de 4 polos y 1,1 kW.**

El efecto de dicho envejecimiento es el incremento de la propensión del polímero aislante a una variedad de fenómenos de degradación eléctrica como descargas parciales, arborescencia eléctrica y arborescencia por agua. La temperatura puede acelerarlo en algunos casos, provocando la fusión de zonas cristalinas y su recristalización cuando la misma desciende. Los efectos de la temperatura son especialmente peligrosos en

aislamientos heterogéneos, como los de epoxi-mica usados en las máquinas de alta tensión, puesto que la expansión diferencial provoca huecos microscópicos y grietas.

La degradación química, en cambio, viene caracterizada por la formación de radicales libres. Los radicales libres son una especie química muy reactiva que en el caso de los polímeros, da lugar a la escisión en cadena de las moléculas de polímero, degradándolo, o a la formación de una red de entrecruzamientos a través de reacciones sucesivas, incrementando su rigidez. Estas reacciones pueden tener como resultado productos de elevado peso molecular o a productos volátiles, de acuerdo al tipo de polímero presente.

El inicio de la degradación química se debe a varias causas: temperatura, oxidación, radiación ultravioleta o ionizante, o causas mecánicas durante el procesamiento del polímero. La temperatura claramente controla el proceso de envejecimiento del polímero, y puesto que las corrientes locales incrementan la temperatura del mismo por efecto Joule, este tipo de degradación viene influenciada también por fenómenos eléctricos.

La formación de radicales libres por oxidación suele deberse a los componentes añadidos en el procesamiento del polímero y es catalizada por los iones metálicos. La radiación visible o ultravioleta también puede destruir enlaces carbono-carbono, especialmente enlaces dobles de los polímeros o sus aditivos. Para evitarlo se añaden antioxidantes y absorbentes de radiación ultravioleta.

Finalmente la radiación ionizante puede tener dos efectos: en polímeros cuyas moléculas se rompen fácilmente, causan su rápida degradación. Sin embargo, en polímeros como el polietileno, de alto calor de polimerización, el resultado consiste en el entrecruzamiento de las cadenas.

Por último se tiene el envejecimiento eléctrico. Muchos procesos de envejecimiento físico y químico son acelerados en presencia de un campo eléctrico. Los campos eléctricos DC, por ejemplo, pueden ser responsables de la disociación y transporte de iones o partículas ionizables, causando un daño local en el aislamiento debido al incremento de pérdidas y al agravamiento de estrés localizado, sin que aparezcan signos visibles. Sin embargo, las formas más importantes de envejecimiento eléctrico son visibles, precisando a veces otros factores, como el agua en el caso de la arborescencia acuosa.

Las descargas parciales tienen lugar en los componentes gaseosos presentes en los huecos microscópicos del material cuando el campo eléctrico excede un umbral que depende del tamaño del hueco y de la presión del gas. Es posible tomar el valor de  $3 \cdot 10^6$  V/m como valor de campo orientativo para que aparezcan descargas en los huecos mayores llenos de gas a presión atmosférica. La erosión de las paredes internas producida por iones y moléculas de alta energía generadas en la descarga puede ser seguida por la formación de un patrón filamentario de canales que penetran el polímero. El fallo del aislamiento posiblemente tiene lugar cuando se interconectan estas estructuras.

Las arborescencias acuosas, sin embargo, siguen un proceso más complejo. El polímero debe encontrarse en contacto con un electrolito acuoso. No obstante, los patrones que se forman en su interior son no conductores, aunque pueden dar lugar a rutas conductoras que provoquen el cortocircuito.

En general, uno o más de estos procesos se combinan para producir el fallo del aislamiento. No obstante, por su relativa importancia, hay que añadir el fallo eléctrico asistido

mecánicamente, en el cual el aislamiento falla como consecuencia de la aparición de fracturas y la apertura de grietas al soportar el material una determinada tensión mecánica con elongaciones moderadas; y el fallo mecánico asistido eléctricamente, debido a la presión sobre el material originada por fuerzas electroestáticas o a fenómenos de electrofractura, causada por iones acelerados en el campo eléctrico que impactan en el fondo de grietas, destruyendo los enlaces presentes y propagando la grieta dentro del aislamiento.

#### **2.2.4 Defectos en los rodamientos**

Los extremos del rotor de una máquina eléctrica rotativa precisan apoyarse en elementos que los mantengan en posición dentro del estátor. Estos elementos están sometidos a continua fricción y desgaste, aparte de agentes externos adicionales, que provocan su envejecimiento, todo ello dando como resultado una proporción de fallos en los motores de inducción que puede llegar a casi el 40% [18].

A excepción de las máquinas de mayor tamaño, que utilizan cojinetes, en los motores de inducción estos elementos de apoyo los forman los rodamientos, constituidos por dos anillos, uno interno y otro externo, entre los que se disponen de manera equidistante una serie de bolas o rodillos que giran sobre dos pistas mecanizadas al efecto en dichos anillos (Fig. 11). Estos rodamientos se encuentran lubricados por cierta cantidad de grasa, en el caso de los motores pequeños, o aceite, en los mayores.

Los rodamientos son los responsables de mantener un entrehierro invariante, absorbiendo la fuerza de origen magnético que aparece entre estátor y rotor y que tiende a hacer colapsar éste contra aquel. También soportan fuerzas axiales producidas por defectos en el rotor, como las debidas a la aparición de corrientes interlaminares tras una rotura de barras. Más frecuentes son los casos de aparición de estas fuerzas axiales por desalineamiento entre el motor y la carga arrastrada.

Por otra parte, los rodamientos se encuentran también sometidos a sollicitaciones de orden térmico y eléctrico. En primer lugar el rozamiento entre las bolas y la superficie de las pistas da lugar a pérdidas en forma de calor que incrementan la temperatura de éste. Es por ello que en máquinas de gran tamaño se utiliza aceite como lubricante, aceite que es recirculado para favorecer su refrigeración. Los rodamientos están sujetos a desgaste por fatiga, y por tanto todas las unidades poseen una vida útil máxima, aunque esta varía dentro de un amplio rango, viéndose muy influida por otros condicionantes, como la contaminación del lubricante o a la corrosión de las superficies provocada por el ambiente existente en muchas aplicaciones industriales [39].

Adicionalmente a estas cargas mecánicas y térmicas, en los motores de inducción también hay que tener en consideración el estudio las descargas eléctricas entre elementos del rodamiento [40]. Las sollicitaciones eléctricas son debidas a la aparición de un potencial entre el rotor y la carcasa del motor. A velocidades altas, existe una distribución constante de película engrasante entre los elementos rodantes y las pistas interior y exterior. De este modo, el voltaje del rotor puede incrementarse con respecto a tierra. Cuando este voltaje alcanza un nivel capaz de traspasar la película, se forma un arco, fluyendo la corriente a través de los componentes del rodamiento. En este caso es posible observar daños incipientes, como perforaciones, que evolucionan hasta el fallo del mismo.

A bajas velocidades, el espesor de la película engrasante es menor, las bolas a menudo hacen contacto directo con las pistas evitándose este incremento de potencial. En este caso la corriente fluye por conducción directa, no siendo causa de fallos prematuros.

Generalmente, los defectos en los cojinetes se detectan de manera directa o indirecta (examinando la huella acústica) mediante análisis de vibraciones. La evolución de los fallos de los cojinetes de bolas posee tres fases durante las cuales éste presenta unas características específicas en su espectro de vibración. En cada una de ellas, por tanto, será necesario aplicar unos métodos de diagnóstico y monitorización particulares.

En el estado de prefallo, el cojinete desarrolla grietas microscópicas que no son visibles al ojo humano [41]. Durante este periodo se producen cambios en el espectro de alta frecuencia, por encima de 5 kHz; pero no en las frecuencias características del cojinete, situadas en la llamada *prime spike region*, a partir de unas 3 veces la velocidad de rotación de la máquina en adelante. En muchos casos no resulta económica la sustitución del cojinete en esta etapa de prefallo.

El contacto continuado con la zona sobre la que se encuentra el defecto incipiente provoca fenómenos de *flaking* y *spalling*, es decir, de rotura en láminas de las superficies de contacto. Las grietas comienzan a ser visibles, la vibración audible y se produce un incremento de la temperatura. Las vibraciones en la *prime spike region*, empiezan a ser fácilmente detectables y aumentan con el desarrollo del defecto. La contaminación del lubricante extiende las áreas afectadas rápidamente, causando sobrecargas localizadas a lo largo de toda la circunferencia de las pistas.

Finalmente, se alcanza el estado de fallo catastrófico. Los holguras aumentan y con ella la amplitud de las vibraciones en la *prime spike region*, siendo la más clara evidencia del deterioro extremo del cojinete.

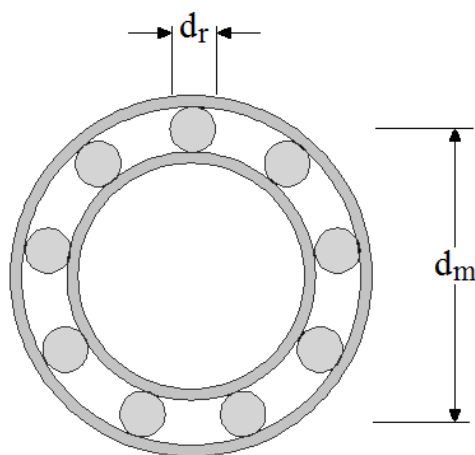
Estos diferentes estados en la evolución de la destrucción de un rodamiento trae consigo la existencia de dos rangos de estudio de las vibraciones producidas. En el caso de prefallo o rugosidad generalizada, pueden no existir frecuencias características de falta, produciéndose en determinadas ocasiones tan sólo un incremento de la de la energía en la zona de altas frecuencias [41]. Sin embargo, en los así llamados defectos puntuales (o cíclicos), bien en las pistas o en los elementos rodantes, o en estados de fallo más evolucionados, sí que es posible establecer unas frecuencias características a partir de las dimensiones del rodamiento (Fig. 11). Éstas son las que en la práctica se usan en los estudios para diagnosticar este tipo de elemento.

En rodamientos que trabajan radialmente, la zona de contacto entre las pistas y las bolas soportan la mayor parte de la carga. Si existe un defecto en la superficie de la bola, éste hará contacto dos veces en cada vuelta de la misma, siendo su frecuencia de fallo característica:

$$f_{rod} = \frac{d_m}{2 \cdot d_r} \cdot f_r \cdot \left( 1 - \left( \frac{d_r}{d_m} \cdot \cos(\alpha) \right)^2 \right) \quad (2.28)$$

donde  $d_r$  es el diámetro de cada elemento rodante,  $d_m$  es el diámetro de la circunferencia media,  $f_r$  es la velocidad relativa entre pistas y  $\alpha$  es el ángulo de contacto entre las pistas.





**Fig. 11 Componentes de un rodamiento.**

Las frecuencias de las pistas internas y externas aparecen cuando las bolas pasan sobre estos defectos. Esto ocurre  $N_b$  veces en cada revolución del rotor, siendo  $N_b$  el número de bolas. Las frecuencias asociadas al deterioro de la pista exterior de rodadura son pues:

$$f_{rod} = \frac{N_b}{2} \cdot f_r \cdot \left( 1 - \frac{d_r}{d_m} \cdot \cos(\alpha) \right) \quad (2.29)$$

Y las frecuencias asociadas al deterioro de la pista interior de rodadura siguen la expresión:

$$f_{rod} = \frac{N_b}{2} \cdot f_r \cdot \left( 1 + \frac{d_r}{d_m} \cdot \cos(\alpha) \right) \quad (2.30)$$

En cuanto a la envolvente tenemos:

$$f_{rod} = \frac{1}{2} \cdot f_r \cdot \left( 1 - \frac{d_r}{d_m} \cdot \cos(\alpha) \right) \quad (2.31)$$

Según Schoen, Habetler et Al. [42], es posible establecer una relación entre estas vibraciones, debidas a un fallo puntual, y las corrientes estatóricas, dado que cualquier excentricidad en el entrehierro de un motor de inducción se traduce en anomalías en la densidad de flujo en el mismo, al modificar la permeancia. Esto, a su vez, afecta las inductancias de la máquina produciendo armónicos en la corriente estatórica, como es predicho por [30]:

$$f_{exc} = f \cdot \left[ 1 \pm k \left( \frac{1-s}{p} \right) \right] = |f \pm k \cdot f_{rot}| \quad (2.32)$$

siendo  $s$  el deslizamiento y  $p$  el número de pares de polos.

Además, estos autores hacen referencia a dos expresiones simplificadas que resumen las ecuaciones (2.28)-(2.31) para la mayoría de rodamientos con entre seis y doce bolas:

$$f_{rod_e} = 0,4 \cdot N_b \cdot f_r \quad N = 6,7 \dots 12 \quad (2.33)$$

$$f_{rod_i} = 0,6 \cdot N_b \cdot f_r \quad N = 6,7 \dots 12 \quad (2.34)$$

### **2.3 Técnicas de análisis de la señal para el diagnóstico de motores de inducción**

En esta tercera sección del capítulo dedicado al Estado del Arte se realizará una presentación de las técnicas de análisis de la señal usadas para el diagnóstico de motores de inducción mediante el estudio de las corrientes de alimentación, tanto en estado estacionario como en transitorio. La ordenación de las diferentes técnicas sigue un orden cronológico, haciéndose especial hincapié en las herramientas usadas en la presente tesis y exponiéndose brevemente las características de las menos relacionadas, pero siempre manteniéndolas en su contexto.

Así pues, en el primer punto se llevará a cabo una sucinta introducción histórica que se remonta a los orígenes de las técnicas de análisis de la señal, el trabajo de Fourier, el descubrimiento de los espectros de emisión y absorción de la materia y la combinación de ambos enfoques tras la primera guerra mundial, con la expansión de la comunicación por radio.

Seguidamente, en los sucesivos puntos y en grado de detalle creciente, se presenta la evolución de la teoría de análisis de la señal tras la primera guerra mundial, momento en el cual fue necesario realizar un estudio espectral detallado de las señales de radio, comenzando por la problemática de la definición del ancho de banda, causa de la formulación de la señal analítica y la transformada de Hilbert ligada a ella. Tras ello se exponen en orden cronológico los métodos específicos para el estudio de señales transitorias que surgieron a continuación, empezando con la transformada corta de Fourier, o STFT, para continuar con las distribuciones tiempo-frecuencia y sus ventajas aportadas, especialmente la distribución de Wigner-Ville, que es el método de descomposición de la señal en tiempo-frecuencia empleado en la presente tesis. Adicionalmente también se presenta la función de ambigüedad, y otras distribuciones tiempo-frecuencia de mayor coste computacional, como la distribución de Choi-Williams y la de Zhao-Atlas-Mark, usadas en algunos métodos de diagnóstico de motores de inducción. La sección dedicada al análisis espectral se cierra con los métodos basados en Wavelets, la transformada de Hilbert-Huang y el operador de Teager-Kaiser, surgidos posteriormente.

Además, debido al amplio uso que se realiza de ellos en la presente tesis para el pretratamiento de las señales, antes de terminar el apartado se lleva a cabo una breve presentación de los dos tipos de filtros usados en análisis de la señal, los filtros IIR o de respuesta al impulso infinita, y los filtros FIR o de respuesta al impulso finita. Esto sirve de base para introducir en el último punto de la sección los resultados más novedosos en el diseño de filtros FIR de rechazo de banda, que son finalmente adoptados en la metodología de diagnóstico propuesta.

### 2.3.1 Introducción al análisis de la señal

Los estudios científicos sobre el análisis de la señal evolucionaron de manera paralela a los de los fenómenos eléctricos, y aunque no convergieron hasta el desarrollo de la radiotransmisión mediante frecuencia modulada, en la década de 1920, cuentan con un investigador común: Gustav Kirchhoff.

La piedra fundacional del análisis de la señal fue colocada por Jean Baptiste Joseph Fourier, en su trabajo *Mémoire sur la propagation de la chaleur dans les corps solides*, presentado ante el Instituto de París el 21 de diciembre de 1807, donde expuso la posibilidad de expandir funciones como series trigonométricas. Aunque estas series trigonométricas ya habían sido usadas por otros matemáticos, Fourier fue el primero en concebir la representación de funciones arbitrarias de esta manera.

No obstante, a pesar de completar el trabajo con estudios adicionales sobre el enfriamiento de sólidos infinitos y el calor terrestre y radiante, y con ello ganar un premio de matemáticas en 1811, las críticas de sus colegas, entre otras figuras como Lagrange, Laplace y Legendre, volvieron a evitar la publicación del mismo [43].

Sólo tras ser elegido secretario de la sección matemática de la Académie des Sciences en 1822 –Fourier se presentó al puesto junto a Biot y François Arago, quien estudió fenómenos de inducción (ver punto 2.1) – la Académie publicó su ensayo ganador *Théorie analytique de la chaleur*, aunque la publicación ya había sido acordada con anterioridad.

A pesar de que Cauchy probó la falta de rigurosidad de los estudios iniciales de los críticos de Fourier, no fue hasta 1828 cuando Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet, –nacido en Renania, en una familia de origen belga, y alumno de Ohm– publicó en el *Journal für die reine und angewandte Mathematik* un artículo sobre la convergencia de las series trigonométricas, subsanando a su vez los errores de Cauchy. Por ello Dirichlet es considerado como el fundador de la Teoría de las Series de Fourier [44].

Una vez concebida la herramienta matemática, sin embargo, no fue hasta 1859 cuando Gustav Kirchhoff (1824-1887) –quien en 1845 había formulado sus leyes para la resolución de circuitos, expandiendo el trabajo de Ohm– sugirió a Robert Bunsen (1811-1899), descomponer mediante un prisma la luz procedente de objetos calientes [45]. Estos estudios dieron como resultado el descubrimiento de la emisión y absorción de radiación por parte de la materia a frecuencias discretas, y la formulación de tres leyes empíricas de la espectroscopia, base del análisis espectral.

La extensión de la descomposición en frecuencia a otras partes del espectro electromagnético hubo de demorarse unos años más. En 1876 Alexander Graham Bell patentó el teléfono, aplicación práctica de la transmisión de la voz mediante variaciones instantáneas de la corriente eléctrica, y en 1900 Reginald Aubrey Fessenden, basándose en los trabajos previos de Tesla y Marconi, realizó esta transmisión a través de comunicaciones inalámbricas. Sin embargo, no fue hasta la primera guerra mundial, cuando las posibilidades de los nuevos dispositivos como el triodo, inventando por Lee De Forest en 1907, comenzaron a aprovecharse ampliamente. El filtro tipo k, de Campbell base de la mayor parte de filtros analógicos existentes hoy en día, presentado en 1922, permitió la rápida evolución del método de transmisión multiplexada en radiofrecuencia [46]. J. Carson, ese mismo año, demostró que no se obtenía un menor ancho de banda empleando

señales de frecuencia modulada. Sus trabajos fueron continuados por Balthasar Van der Pol, quien en 1930, introdujo el concepto de frecuencia instantánea, como originariamente lo definió Helmholtz: la derivada del ángulo de fase con el tiempo.

Siguiendo los estudios sobre teoría de la información realizados en el periodo de entreguerras por Nyquist, Küpfmüller y Hartley, que establecieron unos límites de la cantidad de información transmitida para un determinado producto entre el ancho de banda por el tiempo, Dennis Gabor extendió en 1946 el aparato matemático de la mecánica cuántica que explicaba el principio de incertidumbre, a la relación entre la duración y el ancho de banda de una señal. Argumentó que la percepción que tenemos del sonido es simultánea en tiempo y frecuencia y que deberían usarse métodos de representación que se aproximasen más a nuestra sensación acústica, que descomposiciones sólo en tiempo o sólo en frecuencia. Gabor propuso una unidad básica de información para esta representación, que llamó “logon”, finita tanto en tiempo como en frecuencia. En su versión optimizada, está formada por el producto de una senoide modulada por la función de probabilidad Gaussiana. Esta onda base cuenta con el producto ancho de banda-duración lo más pequeño posible, con lo que se consigue minimizar el solapamiento con las vecinas. Además, su transformada de Fourier sigue la misma expresión matemática, con lo que su representación en tiempo y frecuencia resulta simétrica [47].

Estas funciones de Gabor, denotadas como  $\Psi(t)$  pueden ser escaladas o trasladadas en el tiempo, variando  $f$  y  $t$ , siendo posible modificar la fase  $\theta$  de la senoide, su duración  $\alpha$  (con  $\alpha = 0$  para obtener la transformada de Fourier, duración infinita, y  $\alpha = \infty$  para obtener la función impulso), con lo que se expandió la aplicación del análisis de Fourier [48].

Sin embargo, esta descomposición presenta dos problemas. El primero de ellos es que no es ortonormal, por lo que se produce cierto solapamiento entre funciones  $\Psi(t)$  vecinas. El segundo proviene de que al alterar el parámetro  $\alpha$ , se obtienen incrementos fijos de  $\Delta f$  y  $\Delta t$  lo que no es útil para trabajar sobre señales reales no estacionarias. El análisis Wavelet dio solución a estas cuestiones, abriendo la puerta a las técnicas de compresión de la señal.

En todos estos estudios Gabor hace uso de funciones complejas. La representación compleja de señales, es decir, la adopción de la parte positiva del espectro para representar la señal, es elegante y generalmente da lugar a teoremas más simples. Sin embargo, algunas veces aparecen resultados contraintuitivos y siempre hay que terminar obteniendo la señal real. J. A. Ville se encargó de proseguir estos estudios [47].

### **2.3.2 Análisis en el dominio del tiempo**

El análisis en el dominio del tiempo existe desde la aparición del osciloscopio. Permite establecer características básicas de las formas de onda. A pesar de que un estudio detallado de la señal de corriente en el dominio del tiempo no se usa generalmente hoy en día, ciertos valores de fácil obtención todavía tienen una amplia aplicación; los más sencillos son el valor de pico y el valor eficaz (RMS), que se utilizan para una evaluación global de la señal.

#### **2.3.2.1 Valor de Pico**

El valor de pico de una señal  $x[n]$  es definido como la mitad de la diferencia entre el valor máximo y mínimo de dicha señal:

$$Valor_{pico} = \frac{1}{2}(\max(x[n]) - \min(x[n])) \quad (2.35)$$

Dado que el nivel de pico no es un valor estadístico, en muchas ocasiones no constituye un indicador fiable de defectos, pues datos espurios causados por ruido estadísticamente insignificante puede tener una repercusión acusada en este parámetro.

### 2.3.2.2 Valor RMS

El valor RMS (*Root Mean Square*) de una señal es el segundo momento estadístico (desviación estándar) normalizado de la misma.

$$Valor_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} [x[n] - \bar{x}]^2} \quad (2.36)$$

donde  $N$  es el número de muestras y  $\bar{x}$  el valor medio de la señal. Es un indicativo de la energía que ésta contiene [49].

### 2.3.2.3 Factor de Cresta

El factor de cresta se define como el ratio del valor de pico con el valor RMS de la señal.

$$FactorCresta = \frac{Valor_{pico}}{RMS} \quad (2.37)$$

El factor de cresta está relacionado con la naturaleza impulsiva de la señal. Se utiliza como medida de la agudeza de los picos de la misma. Será mayor en presencia de impulsos discretos que sean mayores en amplitud que la señal de fondo pero que no son lo suficientemente frecuentes como para incrementar el valor RMS de la señal, que es un promedio [49].

### 2.3.2.4 Kurtosis o cuarto momento

La kurtosis es el cuarto momento estadístico normalizado. El nivel de kurtosis es utilizado de igual manera que el factor de cresta, para proveer de una medida del grado de impulsividad de la señal. Al elevar a la cuarta potencia la diferencia entre un valor de la señal y la media, se amplifica la influencia de los picos aislados [49].

$$Valor_{kurtosis} = \frac{\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} [x[n] - \bar{x}]^4}{RMS^4} \quad (2.38)$$

### 2.3.2.5 Medidas de la forma de onda

El nivel global de corriente no provee de información sobre la forma de la onda de la señal, sin embargo, para un gran número de problemas, la forma de la señal es un mejor indicador del daño. Por ejemplo, fallos que producen breves impulsos pueden no alterar significativamente el nivel global de la misma pero sí que provocan un cambio estadísticamente significativo en la forma de la señal.

El factor de cresta y la kurtosis son usadas a menudo como factores de evaluación unidimensionales de la forma de onda de la señal. Ambas medidas incrementan su valor al incrementarse la agudeza de los picos de la onda. La kurtosis es normalmente preferida al

factor de cresta, ya que se trata de un parámetro puramente estadístico y como el RMS, no se ve afectada por datos espurios. Sin embargo, el factor de cresta se encuentra más extendido entre los equipos de medición debido a que es un parámetro más simple, y por tanto menos caro de medir.

Con estos parámetros es posible establecer una evaluación global de la forma de la señal sin necesidad de más información. El factor de cresta y la kurtosis dan un valor 0,0 para una señal DC y 1,0 para una onda cuadrada. Para una onda senoidal pura, el factor de cresta es  $\sqrt{2}$  y la kurtosis vale 1,5. En caso de ruido normalmente distribuido, la kurtosis vale 3,0 y el factor de cresta aproximadamente 3, pues al no ser una medida estadística su valor en presencia de ruido aleatorio varía. La evaluación de la tendencia de estas dos medidas es usada también para identificar problemas en máquinas.

Estos parámetros no detectan problemas a no ser que la amplitud de la oscilación originada por el componente que falla sea lo suficientemente grande como para causar un cambio significativo en la señal total. Esto limita su uso en máquinas complejas a componentes cuya firma afecte de una manera significativa a la señal global [4].

### *2.3.2.6 Análisis de Bandas de Frecuencia*

Ocurre a veces que la capacidad de detección de faltas usando las técnicas antes mencionadas de forma de onda puede ser mejorada significativamente dividiendo la señal en un número de bandas de frecuencia antes del análisis.

De esta forma aunque un defecto no produzca grandes cambios en la señal global, debido al enmascaramiento por otros componentes de mayor energía que no indiquen falta, sí que produciría un efecto significativo en las bandas de frecuencia en las cuales las componentes asociadas son normalmente pequeñas.

En este caso la medición es más simple y provee de datos en tiempo real, por lo que es posible utilizar esta técnica para interrumpir el funcionamiento de la maquinaria en caso de fallo.

### *2.3.3 Análisis Espectral Clásico*

El análisis espectral o de frecuencia es un término usado para describir el análisis de la representación en frecuencia de la señal. Según los trabajos de Fourier, y Dirichlet que constituyen la base sobre la que se desarrolló el análisis de la señal, cualquier función periódica puede expandirse en una suma de funciones sinusoidales de distinta frecuencia. Esta función periódica actualmente se trata de una forma de onda captada mediante algún medio y procesada matemáticamente, en contraposición al método de prisma empleado inicialmente en análisis químico para descomponer la luz.

La transformada de Fourier es el algoritmo que permite la realización de esta expansión, con lo que es posible obtener matemáticamente el contenido en frecuencia de la señal periódica, también llamado espectro. Conceptualmente el algoritmo consiste en una convolución de la señal captada con sinusoides de frecuencia variable, en su forma compleja [50]:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad (2.39)$$

La integral de la ecuación (2.39) no se anulará en aquellas frecuencias en las que la senoide  $e^{j2\pi ft}$  generada coincide con algún componente de la señal  $x(t)$ . El valor  $X(f)$  indica pues la contribución relativa en la señal original de dicha componente, caracterizada por su frecuencia  $f$ .

El proceso inverso, la reconstrucción de la señal original a partir de sus componentes espectrales, es posible:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) e^{j2\pi ft} df \quad (2.40)$$

Al igual que en el caso de la señal, se puede descomponer su espectro en términos de amplitud y fase:

$$X(\omega) = B(\omega) e^{j\psi(\omega)} \quad (2.41)$$

siendo  $\omega$  la pulsación, ó  $2\pi f$ .

El proceso fundamental común a todas las técnicas de análisis espectral es la conversión de una representación en el dominio del tiempo de la señal a otra en el dominio de la frecuencia. En los primeros equipos se llevaba a cabo usando filtros de banda estrecha, aunque actualmente se utiliza la transformada de Fourier discreta (DFT) de los datos digitalizados, es decir, se usan técnicas de procesamiento digital de la señal [*Ibidem*].

Estas técnicas emplean una cuantificación inicial de la señal para su conversión a valores numéricos sobre los que se realizarán las correspondientes computaciones matemáticas, en algunos casos equivalentes a sus correspondientes técnicas de procesamiento analógicas, o en otros casos, sin contraparte en este campo.

La transformada de Fourier introducida en la expresión (2.39) puede ser rescrito de manera que relacione los dominios discretos del tiempo y de la frecuencia, de la forma [51]:

$$X[m] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cdot e^{-j2\pi \cdot m \cdot n \cdot F \cdot T} \quad m = 0, 1, \dots, N - 1 \quad (2.42)$$

donde,  $T$  es el intervalo temporal entre muestras,  $N$  el número de muestras de la señal discreta y  $F$ :

$$F = \frac{1}{t_s} \quad (2.43)$$

el intervalo entre frecuencias, igual a la inversa de la longitud temporal de muestreo  $t_s$  de la señal. Por ejemplo, para una señal de 10 segundos de duración, la resolución en frecuencia  $F$  de su transformada discreta de Fourier sería de 0,1 Hz.

La ecuación (2.42) es conocida como la transformada discreta de Fourier, o DFT. Su inversa es:

$$X[n] = \sum_{m=0}^{N-1} X[m] \cdot e^{j2\pi \cdot m \cdot n \cdot F \cdot T} \quad n = 0, 1, \dots, N - 1 \quad (2.44)$$

La elección de los parámetros  $N$ ,  $F$  y  $T$ , es decir, en número de muestras, el intervalo entre frecuencias en el análisis y la longitud de la señal está sujeto a las siguientes restricciones [50]:

- 1) Las propiedades de la transformada discreta de Fourier requieren que  $N \cdot F \cdot T = 1$ .
- 2) El teorema de muestreo requiere que  $T \leq 1/(2 \cdot f_H)$ , donde  $f_H$  es la frecuencia significativa más alta en la señal en el dominio de tiempo continuo.
- 3) La longitud de la señal muestreada es igual a  $N \cdot T$  o  $1/F$ .
- 4) Muchos algoritmos de procesamiento rápido de la DFT requieren que  $N$  sea un entero potencia de 2.

Así mismo, la frecuencia digital  $\lambda$  se define como:

$$\lambda = \frac{\omega}{f_s} = \omega \cdot T \quad (2.45)$$

donde  $f_s$  es la frecuencia de muestreo,  $\omega$  la frecuencia analógica y  $T$  el intervalo temporal entre captura de muestras.

Puesto que  $n$  es un entero, la frecuencia digital tan sólo puede abarcar de 0 a  $2\pi$  rd:

$$x[n] = Ae^{j(\omega_0 + 2\pi)n} = Ae^{j\omega_0 n} \cdot e^{j2\pi n} = Ae^{j\omega_0 n} \quad (2.46)$$

Es decir, el espectro se repite a partir de una distancia de  $2\pi$  rd del origen. Las frecuencias próximas a 0 se consideran bajas frecuencias, y las cercanas a  $\pi$ , altas. En el intervalo  $(\pi, 2\pi)$  una oscilación de frecuencia analógica que se incremente es muestreada como poseedora de una frecuencia digital de tendencia descendente [*Ibidem*].

### 2.3.4 Desventajas del análisis espectral clásico

A pesar de su gran difusión, el análisis espectral clásico cuenta con algunas desventajas, enumeradas a continuación [4]:

#### 2.3.4.1 Limitación de ancho de banda-tiempo

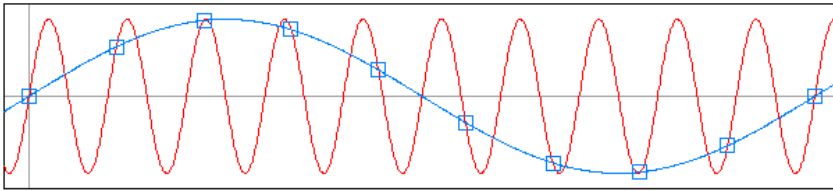
Todos los métodos de análisis en frecuencia están sujetos a esta limitación, como consecuencia derivada del principio de incertidumbre (ver punto 2.3.8). Cuanto más se trata de afinar la exactitud del proceso en frecuencia, menor precisión se obtiene en la localización temporal de la ocurrencia de esa frecuencia.

Si un evento en una señal, como puede ser un transitorio de arranque, tiene una duración de  $T$  segundos, la menor amplitud de banda (mínima resolución en frecuencia) que se puede evaluar de dicho suceso es de  $1/T$  Hz. A la inversa, si lo que se desea es obtener una resolución de  $F$  hercios, el intervalo de señal muestreado debe ser de al menos  $1/F$  segundos.

#### 2.3.4.2 Distorsión por baja velocidad de muestreo - Aliasing

Las frecuencias mayores que la mitad de la velocidad de muestreo serán reflejadas como perturbaciones de frecuencia menor debido al efecto estroboscópico. Para evitar este problema, en los equipos de análisis se usa un filtro analógico de paso bajo a la entrada de la señal, antes de la discretización, con lo cual se asegura de que no existen frecuencias por encima de la mitad de la tasa de muestreo.





Fte: Jorge Stolfi

**Fig. 12 Aliasing.**

### 2.3.4.3 Distorsión debida a la longitud finita de la señal - Leakage

Este error es consecuencia de aplicar la Transformada de Fourier, definida para funciones periódicas en el dominio del tiempo, a intervalos de señal considerados periódicos sólo en un rango.

Como efecto se tiene una limitación en la precisión en frecuencia del aparato, siendo esta proporcional a la longitud del registro. También aparecen oscilaciones a ambos lados de un lóbulo principal, que identifica una componente en frecuencia.

Para tratar de minimizar estas distorsiones, los analizadores incrementan el periodo de muestreo de la señal, en el primer caso y en el segundo hacen uso de funciones ventana, que tienen valores de cero al principio y al final del periodo, como por ejemplo la ventana de Hanning. Sin embargo, hay que tener en cuenta que esto tiene el inconveniente de reducir la duración efectiva de la señal.

### 2.3.4.4 Efecto Picket Fence

Como efecto de la naturaleza de frecuencia discreta de la FFT, existirán ciertas frecuencias de la señal original cuya amplitud se verá reducida y repartida entre sus vecinas. Si esta frecuencia se encuentra bien separada de otros componentes principales, es posible realizar una corrección mediante una curva que se ajuste a los valores presentes en las frecuencias vecinas, reconstruyéndose el pico en toda su magnitud.

### 2.3.4.5 Variaciones de la velocidad

La capacidad para distinguir entre componentes en frecuencia no sólo está relacionada con la limitación ancho de banda-tiempo, sino que también se relaciona con la estabilidad de la señal sobre el periodo de análisis. La primera es constante para todas las frecuencias, sin embargo, las frecuencias de las componentes de un sistema rotativo mecánicamente unido variarán proporcionalmente a la velocidad de giro de la máquina, imponiendo otra limitación en resolución.

Incluso en máquinas con velocidades de giro definidas como “constantes”, es probable que alguna variación de la velocidad ocurra con el tiempo debido a las condiciones de operación. En algunos casos, la incertidumbre provocada por esta causa será mayor que la debida a la limitación ancho de banda-tiempo. Por ejemplo, si se lleva a cabo una Transformada Rápida de Fourier sobre una forma de onda de un segundo de duración, se obtendrá un espectro con una resolución máxima de un hercio. Sin embargo, una variación

de la velocidad durante el periodo de medida de un uno por ciento causaría una incertidumbre de 5 Hz para una frecuencia de 500 Hz.

### **2.3.5 Densidades de energía en tiempo y en frecuencia**

Como ya se ha comentado en la introducción, la necesidad de una adecuada utilización del espectro radioeléctrico fue el catalizador de los desarrollos en el ámbito del análisis de la señal. Una cuestión clave en estos estudios es la computación del ancho de banda que abarca una determinada señal modulada. En este apartado se procede a deducir las expresiones que cuantifican tanto el ancho de banda como otros valores estadísticos de la señal.

Según el teorema de Poynting, deducido en base a las ecuaciones de Maxwell, en electromagnetismo la densidad de energía es el valor absoluto del cuadrado de la intensidad del campo eléctrico (o del campo magnético) [52]. Esto es, para un determinado intervalo de tiempo  $\Delta t$ , la energía necesaria para producir la señal, para un tiempo  $t$ , es  $|x(t)|^2 \Delta t$ . Por tanto,  $|x(t)|^2$  es la energía por unidad de tiempo en el instante  $t$ .

La energía total de la señal se obtendrá por tanto integrando la densidad de energía para todo tiempo  $t$ :

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt \quad (2.47)$$

Así mismo, es posible afirmar que la media temporal de la energía de la señal queda definida como:

$$\langle t \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} t |x(t)|^2 dt \quad (2.48)$$

Y la desviación estándar  $\sigma_t$  es por tanto:

$$T^2 = \sigma_t^2 = \langle t^2 \rangle - \langle t \rangle^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (t - \langle t \rangle)^2 |x(t)|^2 dt \quad (2.49)$$

Mientras que la media nos proporciona una indicación relativamente burda de dónde está concentrada la energía de la señal, la desviación estándar nos suministra información sobre la duración de la señal,  $T^2$ .

Análogamente es posible realizar el mismo proceso sobre  $|X(\omega)|^2$ , la densidad de energía por unidad de frecuencia. La representación de dicho valor en un rango de frecuencias se conoce como el espectro de densidades de energía, y nos indica las componentes espectrales que existieron durante la duración de la señal, pero no nos suministra ninguna indicación de cuándo existieron dichas frecuencias.

La energía total de la señal debe ser independiente del método usado para calcularla. Por tanto, la integral de  $|X(\omega)|^2$  a lo largo de todas las frecuencias debe ser equivalente a la energía calculada a partir de la forma de onda temporal:

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)|^2 d\omega \quad (2.50)$$

Esta identidad es comúnmente conocida como el teorema de Parseval o de Rayleigh [53].

Siguiendo la misma motivación que en el caso de la forma de onda temporal, se obtienen los valores numéricos que suministran indicaciones generales de las características de la densidad espectral para una determinada señal. Por un lado tendremos la frecuencia media:

$$\langle \omega \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \omega |X(\omega)|^2 d\omega \quad (2.51)$$

Y la desviación estándar  $\sigma_{\omega}$  de las frecuencias:

$$B^2 = \sigma_{\omega}^2 = \langle \omega^2 \rangle - \langle \omega \rangle^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (\omega - \langle \omega \rangle)^2 |X(\omega)|^2 d\omega \quad (2.52)$$

que también es conocida como ancho de banda RMS, y denotado por la letra  $B$ .

Un buen texto de referencia sobre la teoría del análisis en tiempo-frecuencia es el escrito por Leon Cohen, *Time Frequency Distributions – A Review* [54], publicado en los Proceedings del IEEE en 1989, y más tarde ampliado en el libro escrito en colaboración con A. V. Oppenheim, *Time-Frequency Analysis* [55], de la editorial Prentice Hall Signal Processing Series, en 1997. En los puntos sucesivos se seguirán estos dos textos para mostrar los fundamentos teóricos, ventajas y limitaciones de la herramienta de descomposición de la señal en tiempo-frecuencia usada en la presente tesis.

### 2.3.5.1 No-aditividad de los componentes de frecuencia

Dado que al adicionar dos señales, estas pueden interferir de muchas maneras alterando el peso original de cada una de ellas (interferencia constructiva, interferencia destructiva), la suma de densidades de energía de dos señales independientes no será igual a la densidad de energía de la forma de onda resultante de combinar ambas señales.

Matemáticamente esta cuestión se refleja en el hecho de que el espectro de densidad de energía se obtiene como el cuadrado del valor absoluto de la suma de los espectros, lo que da lugar a efectos no lineales. Si  $X_1$  y  $X_2$  son los espectros de dos señales y  $X$  es el espectro de la suma de ambas, se tiene:

$$|X|^2 = |X_1 + X_2|^2 = |X_1|^2 + |X_2|^2 + 2Re\{X_1^* X_2\} \quad (2.53)$$

Incluso señales muy separadas en la frecuencia y en el tiempo causan interferencias entre sí que impiden considerar el espectro de densidad de energía de su suma como la suma de sus respectivos espectros de densidad de energía de las señales aisladas.

### 2.3.5.2 Ancho de banda

En el caso de señales estacionarias, el ancho de banda es la diferencia en frecuencia entre la componente de máxima frecuencia y la de mínima. Esta sencillez no se traslada a formas de onda variables con el tiempo, pues su ancho de banda no sólo viene influido por la máxima y mínima frecuencia de sus componentes, sino también por la duración o variación de la amplitud de la señal.

Cohen facilita expresiones derivadas de (2.52) para calcular el ancho de banda de una señal a partir de sus características temporales:

$$B_{AM}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} A'^2(t) dt \quad (2.54)$$

$$B_{FM}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (\varphi'(t) - \langle \omega \rangle)^2 A^2(t) dt \quad (2.55)$$

Un primer término (2.54), tiene en cuenta la contribución al ancho de banda de la variación en amplitud  $A(t)$  de la señal, y por tanto de su duración. El segundo término (2.55), que hace uso de la frecuencia instantánea  $\varphi'(t)$  para su computación, refleja la contribución de la variación de frecuencia de los componentes de la señal. El ancho de banda total, equivalente a (2.52), será la suma de los dos términos:

$$B^2 = B_{AM}^2 + B_{FM}^2 \quad (2.56)$$

### 2.3.5.3 Clasificación de señales

Si una señal es conocida explícitamente, se conoce como señal determinística. En el caso de que desconozcamos el proceso físico que la produce, o que este proceso sea aleatorio, obtendremos una señal aleatoria o estocástica. En estos casos, una agrupación de señales producidas por eventos sucesivos es denominada una colección, y una señal en particular como una realización.

El contenido espectral es utilizado en ocasiones para clasificar señales en banda ancha o banda estrecha. Sin embargo, este procedimiento puede llamar a confusión en el caso de señales no estacionarias, pues podría existir una señal de un espectro muy amplio creada por un solo componente cuya frecuencia varía, por ejemplo, un *chirp*.

### 2.3.6 Definición de la señal analítica

La señal analítica es una forma de señal compleja obtenida a partir de una señal real que cumple una serie de condiciones deseables [56]. Según Cohen hay dos razones que conducen a la obtención de la señal analítica: la necesidad de definir magnitudes medias del espectro representativas de lo que realmente acontece en la señal real y la necesidad de definir la amplitud y fase de manera no ambigua, y de esta manera obtener una expresión para la frecuencia instantánea.

En la naturaleza todas las señales son reales, existiendo infinitas maneras de elegir pares de amplitudes y fases  $(a(t), \vartheta(t))$  en los que descomponerlas:

$$x(t) = a(t) \cdot \cos \vartheta(t) \quad (2.57)$$

Esta indeterminación causó que, con el advenimiento de la radio transmisión mediante frecuencia modulada en los años 1920 y el interés en una definición adecuada de la frecuencia instantánea, surgiera la necesidad de escribir sin ambigüedad en forma compleja una señal real. Se buscaba una señal compleja,  $z(t)$ , cuya parte real fuera la “señal real”,  $x_r(t)$ , y cuya parte imaginaria  $x_i(t)$  habría sido elegida para cumplir ciertas características físicas y matemáticas.

$$z(t) = x_r + jx_i = A(t)e^{j\varphi(t)} \quad (2.58)$$

De esta manera la amplitud y la fase quedarían determinadas como:

$$A(t) = \sqrt{x_r^2 + x_i^2} \quad (2.59)$$

$$\varphi(t) = \arctan \frac{x_r}{x_i} \quad (2.60)$$

Y dado que la frecuencia instantánea se define de manera natural como la derivada de la fase respecto al tiempo, quedaría:

$$\omega_i(t) = \varphi'(t) = \frac{x_i'x_r - x_r'x_i}{A^2} \quad (2.61)$$

Adicionalmente, el espectro de una señal real satisface  $X(-\omega) = X^*(\omega)$ , siendo por tanto la densidad espectral de potencia  $|X(\omega)|^2$  siempre simétrica al origen, obteniéndose por tanto, una frecuencia media igual a cero y una desviación típica alrededor del doble de la frecuencia central de la señal real al origen, lo cual, a pesar de ser matemáticamente correcto, no es representativo de la señal original.

Se podrían ignorar las frecuencias negativas a la hora de calcular magnitudes medias, o mantener los mismos procedimientos de cálculo para dichas magnitudes definiendo una señal cuyo espectro sea cero para las frecuencias negativas.

Si la señal real  $x(t)$  posee el espectro  $X(\omega)$  entonces la señal compleja  $z(t)$  cuyo espectro está compuesto sólo por las frecuencias positivas de  $X(\omega)$  viene dada por la transformada inversa de  $X(\omega)$  donde la integración sólo abarca las frecuencias positivas:

$$z(t) = 2 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (2.62)$$

El factor 2 es introducido para que la parte real de la señal analítica sea igual a  $x(t)$ . Combinando la definición del espectro de  $x(t)$

$$X(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \quad (2.63)$$

con la expresión anterior, se obtiene la forma explícita de  $z(t)$  en función de la señal original:

$$z(t) = 2 \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x(t') e^{-j\omega t'} e^{j\omega t} dt' d\omega \quad (2.64)$$

$$z(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x(t') e^{j\omega(t-t')} dt' d\omega \quad (2.65)$$

Usando:

$$\int_0^{\infty} e^{j\omega a} d\omega = \pi \delta(a) + \frac{j}{a} \quad (2.66)$$

queda:

$$z(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x(t') \left[ \pi \delta(t - t') + \frac{j}{t - t'} \right] dt' \quad (2.67)$$

de donde se obtiene la definición de señal analítica  $\mathcal{A}[x]$  de una señal  $x(t)$ :

$$\mathcal{A}[x] = z(t) = x(t) + \frac{j}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(t')}{t - t'} dt' \quad (2.68)$$

El nombre analítico proviene del hecho de que este tipo de funciones complejas cumplen las condiciones de Cauchy-Riemann para diferenciableidad y han sido llamadas tradicionalmente funciones analíticas. La segunda parte de la ecuación es la transformada de Hilbert de la señal:

$$H[x(t)] = \hat{x}(t) = \frac{j}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(t')}{t - t'} dt' \quad (2.69)$$

Para realizar dicha integración se ha de tomar el valor principal.

Si se tiene en cuenta que el espectro de una señal real satisface  $|X(\omega)| = |X(-\omega)|$ , la energía de la señal original es:

$$E_s = \int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)|^2 d\omega = 2 \int_0^{\infty} |X(\omega)|^2 d\omega = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} |2X(\omega)|^2 d\omega = \frac{1}{2} E_z \quad (2.70)$$

Por tanto, la energía de la señal analítica es el doble de la energía de la señal original. Así mismo, las energías de la parte real y la parte imaginaria son las mismas.

La señal analítica puede ser obtenida de dos maneras: multiplicando por dos las componentes positivas de frecuencia, mientras se eliminan las negativas [56], en caso de disponer del espectro de la señal. Equivalentemente si se tienen exponenciales:

$$\mathcal{A}[e^{j\omega t}] = \begin{cases} 0 & \text{si } \omega < 0 \\ 2 e^{j\omega t} & \text{si } \omega > 0 \end{cases} \quad (2.71)$$

O utilizando un filtro FIR con los coeficientes generados de acuerdo a la transformada de Hilbert (ver punto 2.3.20).

En el caso de que se module una señal analítica, la resultante también será analítica siempre que la frecuencia de modulación sea mayor que el menor valor del espectro de la señal:

$$x_N(t) = x(t) e^{j\omega_0 t} \quad (2.72)$$

$x_N(t)$  es analítica si el espectro de  $x(t)$  es cero para  $\omega < \omega_0$ . Dado que la señal analítica es compleja, siempre resulta posible escribirla en forma polar:

$$\mathcal{A}[x(t)] = A(t) e^{j\varphi t} \quad (2.73)$$

Por tanto, para una señal analítica en la forma

$$x(t) = A(t) e^{j\omega_0 t} \quad (2.74)$$

el espectro de  $A(t)$  estará contenido entre  $(-\omega_0, \omega_0)$ . Es por ello que se dice que el procedimiento de obtención de la señal analítica coloca las componentes de menor frecuencia en la amplitud y las de mayor frecuencia en el término  $e^{j\varphi t}$ .

No obstante, esta definición de señal analítica presenta cinco puntos problemáticos en cuanto a la obtención de la frecuencia instantánea como derivada de la fase de dicha señal:

- En primer lugar la frecuencia instantánea puede no ser una de las frecuencias presentes en el espectro.
- En segundo lugar, si se tiene un espectro que consiste en unas cuantas frecuencias claramente definidas, la frecuencia instantánea puede ser continua y extenderse a lo largo de un número infinito de valores.
- Tercero, aunque el espectro de la señal analítica es cero para frecuencias negativas, la frecuencia instantánea puede tomar valores negativos.
- Cuarto, para una señal con ancho de banda limitado, la frecuencia instantánea puede exceder dicho ancho de banda.
- Y quinto, para calcular la señal analítica es necesario realizar una integración de toda la señal: es necesario conocer toda la señal. Por tanto, aunque en un principio la frecuencia instantánea pareciese un fenómeno local, lo cierto es que tiene una naturaleza no local.

Existen otros métodos para computar la amplitud y frecuencia de una señal determinada, aparte de la señal analítica que hace uso de la transformada de Hilbert [57]. Uno de ellos, de fácil aplicación en procesadores digitales de la señal, por su mínima complejidad, es el operador de Teager-Kaiser, tratado en el apartado 2.3.17 de la presente tesis.

### 2.3.7 Densidades y funciones características

Tanto  $|x(t)|^2$  como  $|X(\omega)|^2$  son densidades. Existe un potente procedimiento para estudiar las densidades calculando su transformada de Fourier. El resultado es conocido como función característica.

La función característica del espectro de densidad de energía es:

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)|^2 e^{j\tau\omega} d\omega \quad (2.75)$$

lo que según Cohen [54] es equivalente a:

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x^*(t) x(t + \tau) dt \quad (2.76)$$

que es conocida como la función (determinística) de autocorrelación. Despejando se obtiene:

$$|X(\omega)|^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (2.77)$$

Por tanto, la densidad espectral de energía puede obtenerse efectuando la transformada de Fourier de la función de autocorrelación de una señal con respecto al retardo  $\tau$ . El teorema de Wiener-Khinchin generaliza este resultado para señales aleatorias.

Análogamente, la función característica en el dominio de la frecuencia es:

$$R(\theta) = \int_{-\infty}^{\infty} X^*(\omega) X(\omega - \theta) d\omega \quad (2.78)$$

y por tanto queda:

$$|x(t)|^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R(\theta) e^{-jt\theta} d\theta \quad (2.79)$$

### 2.3.8 El principio de incertidumbre

El principio de incertidumbre no tiene significado físico aplicado a una variable, siempre hay que relacionarlo con dos variables, cuyos operadores asociados no conmutan.

Al encontrarse las densidades  $|x(t)|^2$  y  $|X(\omega)|^2$  relacionadas entre sí, existe una dependencia entre ambas de manera que si la distribución de una de ellas se estrecha, la anchura de la otra densidad crece, y viceversa. De esta manera, no es posible reducir a la vez la duración de una señal y su ancho de banda. Matemáticamente, atendiendo a la definición de ancho de banda y duración de una señal tenemos:

$$T^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (t - \langle t \rangle)^2 |x(t)|^2 dt \quad (2.80)$$

$$B^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (\omega - \langle \omega \rangle)^2 |X(\omega)|^2 d\omega \quad (2.81)$$

Sin pérdida de generalidad, para una señal normalizada (energía total igual a 1) el principio de incertidumbre dice, pues, que:

$$T \cdot B \geq \frac{1}{2} \quad (2.82)$$

Una definición más específica del principio de incertidumbre es:

$$\sigma_t \sigma_\omega \geq \frac{1}{2} \sqrt{1 + 4Cov_{t\omega}^2} \quad (2.83)$$

siendo Cov la covarianza de la señal:

$$Cov_{t\omega} = \langle t\phi'(t) \rangle - \langle t \rangle \langle \omega \rangle \quad (2.84)$$

Este resultado se obtiene, también sin pérdida de generalidad para señales de tiempo medio cero y frecuencia media cero a través de:

$$\sigma_t^2 \sigma_\omega^2 = \int_{-\infty}^{\infty} |t x(t)|^2 dt \cdot \int_{-\infty}^{\infty} |x'(t)|^2 dt \quad (2.85)$$

ya que:

$$\sigma_\omega^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 |X(\omega)|^2 d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} |x'(t)|^2 dt \quad (2.86)$$

y teniendo en cuenta la desigualdad de Schwarz para (2.85), queda:



$$\sigma_t^2 \sigma_\omega^2 \geq \left| \int_{-\infty}^{\infty} t x^*(t) x'(t) dt \right|^2 \quad (2.87)$$

donde el integrando de (2.87) se puede escribir en términos de amplitud y fase como:

$$t x^*(t) x'(t) = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} t A^2 - \frac{1}{2} A^2 + jt \varphi'(t) \quad (2.88)$$

Para señales normalizadas el primer operando se integra a cero, el segundo a 1/2 y el tercero a  $j$  veces la covarianza de la señal. Por tanto queda:

$$\sigma_t^2 \sigma_\omega^2 \geq \frac{1}{4} + Cov_{t\omega}^2 \quad (2.89)$$

Si se tiene en cuenta que la covarianza siempre adquirirá valores positivos, se puede desechar para obtener la expresión simplificada (2.82).

### 2.3.9 Fundamentos de las distribuciones en tiempo y frecuencia

El objetivo fundamental de las distribuciones en tiempo y frecuencia es desarrollar una función que describa la densidad de energía de una señal simultáneamente en tiempo y en frecuencia. De esta manera se podría establecer la fracción de energía se encuentra presente en un determinado intervalo de tiempo y un determinado intervalo de frecuencias, los momentos globales o locales de la distribución, como la media, etc.

Por tanto lo que se busca es una densidad compuesta  $P(t, \omega)$  tal que:

$$P(t, \omega) \Delta t \Delta \omega \quad (2.90)$$

sea la energía fraccional en la celda de energía  $\Delta t \Delta \omega$  en  $t$  y  $\omega$ .

#### 2.3.9.1 Marginales

En una distribución en tiempo-frecuencia ideal, la suma de la distribución de energía para todas las frecuencias en un determinado tiempo  $t$  debe ser igual a la energía instantánea, y, equivalentemente, la suma de la distribución de energía para todos los tiempos a cada frecuencia particular debería ser igual al espectro de densidad de energía. Estas condiciones son conocidas como condiciones marginales en tiempo y frecuencia:

$$\int_{-\infty}^{\infty} P(t, \omega) d\omega = |x(t)|^2 \quad (2.91)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} P(t, \omega) dt = |X(\omega)|^2 \quad (2.92)$$

#### 2.3.9.2 Energía total

Si una distribución en tiempo-frecuencia satisface las condiciones marginales, entonces la energía total de la distribución es igual a la energía total de la señal:

$$E = \iint_{-\infty}^{\infty} P(t, \omega) d\omega dt = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)|^2 d\omega \quad (2.93)$$

La inversa no es cierta. De hecho, la condición de representación total de la energía es bastante débil, y por tanto existen distribuciones que no la cumplen y que a pesar de ello suministran una buena representación de la estructura en tiempo-frecuencia de la señal.

### 2.3.9.3 Función característica

Como se ha dicho, la función característica constituye una herramienta potente para el estudio de densidades. Matemáticamente es la transformada de Fourier de la densidad, que para una distribución unidimensional  $P(x)$  corresponde a:

$$M(\theta) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\theta x} P(x) dx = \langle e^{j\theta x} \rangle \quad (2.94)$$

La función característica es el promedio de  $e^{j\theta x}$ , siendo  $\theta$  un parámetro.

Entre algunas de las propiedades útiles de la función característica destaca que su evaluación para  $\theta=0$  en funciones características correctamente definidas debe suministrar la energía total de la señal:

$$M(\theta) = \int_{-\infty}^{\infty} P(x) dx = 1 \quad (2.95)$$

para señales de energía normalizada.

Para una distribución combinada en tiempo-frecuencia, la función característica tiene la forma:

$$M(\theta, \tau) = \langle e^{j\theta t + j\tau\omega} \rangle = \iint_{-\infty}^{\infty} P(t, \omega) e^{j\theta t + j\tau\omega} dt d\omega \quad (2.96)$$

Al no ser todas las distribuciones en tiempo-frecuencia regulares –funciones bien definidas de densidad manifiestamente positiva– sus funciones características pueden no cumplir alguna de las propiedades que se les suponen.

### 2.3.10 La transformada Corta de Fourier - STFT

El procedimiento de aplicación de la transformada de Fourier asume que la señal es periódica y tiene una duración infinita, de manera que no evoluciona temporalmente. Esto rara vez se cumple en señales reales, cuyas componentes en frecuencia no es que sean finitas, sino que incluso varían en el tiempo.

Para tratar de acotar temporalmente las componentes de frecuencia de la señal se desarrolló una técnica consistente en dividir la misma en segmentos y realizar su estudio independientemente mediante la transformada de Fourier. Esta técnica es conocida como la *Short Time Fourier Transform* (STFT) o transformada corta de Fourier y constituyó el primer método para analizar el espectro de señales transitorias.

Para efectuar la segmentación, la función objeto de estudio es multiplicada por una función ventana, que adquiere valores distintos de cero sólo por un corto periodo de tiempo [58]. Matemáticamente:

$$x_t(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(\tau - t) d\tau \quad (2.97)$$

donde  $h(\tau)$  es la función ventana, normalmente una ventana de Hann o una campana gaussiana centrada en cero, y  $x(\tau)$  es la señal a ser transformada.

La transformada de Fourier de la señal resultante es obtenida, mientras la ventana es desplazada a lo largo del eje de tiempo, resultando en una representación bidimensional de la misma.

$$X_t(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(\tau - t) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (2.98)$$

Se obtienen una serie de espectros diferentes llamándose a la totalidad de ellos  $P_{SP}(t, \omega)$  como la distribución en tiempo-frecuencia de la señal. Sin embargo, comúnmente también es conocido como espectrograma.

### 2.3.10.1 Propiedades de la STFT

Según Cohen, la función característica del espectrograma es:

$$M_{SP}(\theta, \tau) = \iint_{-\infty}^{\infty} |X_t(\omega)|^2 e^{j\theta t - j\tau\omega} dt d\omega \quad (2.99)$$

lo que es igual a:

$$M_{SP}(\theta, \tau) = A_x(\theta, \tau) A_h(-\theta, \tau) \quad (2.100)$$

siendo:

$$A_x(\theta, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x^* \left( t - \frac{1}{2}\tau \right) x \left( t + \frac{1}{2}\tau \right) e^{j\theta t} dt \quad (2.101)$$

la función de ambigüedad de la señal, y  $A_h(-\theta, \tau)$  la función de ambigüedad de la ventana definida de idéntica manera.

Es posible obtener la energía total integrando la densidad obtenida para todo tiempo y frecuencia. Sin embargo, también es posible calcular este valor evaluando la función característica en el origen:

$$\begin{aligned} E_{SP}(\theta, \tau) &= \iint_{-\infty}^{\infty} P_{SP}(t, \omega) dt d\omega = M_{SP}(0,0) = A_x(0,0) A_h(0,0) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt \int_{-\infty}^{\infty} |h(t)|^2 dt \end{aligned} \quad (2.102)$$

Por tanto si la energía de la ventana está normalizada a la unidad, la energía del espectrograma será igual a la energía total de la señal.

Los marginales pueden calcularse como:

$$P(t) = \int_{-\infty}^{\infty} A^2(\tau) A_h^2(\tau - t) d\tau \quad (2.103)$$

$$P(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} B^2(\omega') A_h^2(\omega - \omega') d\omega' \quad (2.104)$$

lo que trae consigo que de manera general no coincidan con el valor correcto:

$$P(t) \neq A^2(t) = |s(t)|^2 \quad (2.105)$$

$$P(\omega) \neq B^2(\omega) = |S(\omega)|^2 \quad (2.106)$$

La razón de este efecto estriba en que el espectrograma mezcla la distribución de energía de la señal con la de la ventana, lo que introduce efectos no relacionados con las propiedades de la señal original, y además, dado que los marginales no son satisfechos, las medias en tiempo y frecuencia de la señal no son correctamente calculadas.

Si la propiedad de soporte finito se cumple, la distribución debe ser cero antes de que comience la señal y después de que acabe. Dado que la ventana usada para obtener el espectrograma puede incluir parte de la señal por delante y por detrás del tiempo donde está siendo evaluada, generalmente la distribución no cumple esta condición.

Otra de las desventajas de la STFT es que posee una resolución fija [58]. La amplitud de la función ventana está relacionada con cómo la señal es representada: determina si hay una buena resolución en frecuencia o si por el contrario ocurre lo propio en el tiempo. Una ventana ancha da una mejor resolución en frecuencia, pero empeora la resolución en el tiempo. Una ventana más estrecha suministra una buena resolución temporal, pero pobre en frecuencia. Estas son las llamadas, respectivamente, transformadas en banda estrecha y en banda ancha. Este problema no aparece en otro tipo de distribuciones que permiten realizar una correcta localización en tiempo y frecuencia en un solo paso.

Los resultados obtenidos al usar la técnica el espectrograma generalmente no muestran únicamente las características de la señal, sino que mezclan éstas con las correspondientes a la ventana. Por la simetría básica entre señal y ventana en la definición de la transformada corta de Fourier, se ha de tener cuidado en que lo que realmente se está haciendo no es estudiar la ventana con la señal, dado que el procedimiento matemático no hace distinción. Para evitarlo, es necesario realizar una juiciosa elección de la ventana.

En cuanto a la existencia de su inversa, la STFT es invertible, esto es, la señal original puede ser recuperada de la transformada mediante la STFT inversa.

El tiempo y la frecuencia media del espectrograma vienen dados por las siguientes expresiones:

$$\langle t \rangle^{(SP)} = \iint_{-\infty}^{\infty} t |X_t(\omega)|^2 dt d\omega \quad (2.107)$$

$$\langle \omega \rangle^{(SP)} = \iint_{-\infty}^{\infty} \omega |X_t(\omega)|^2 dt d\omega \quad (2.108)$$

Lo que da:

$$\langle t \rangle^{(SP)} = \langle t \rangle^{(x)} - \langle t \rangle^{(h)} \quad (2.109)$$

$$\langle \omega \rangle^{(SP)} = \langle \omega \rangle^{(x)} + \langle \omega \rangle^{(h)} \quad (2.110)$$

Por lo que, si se elige la ventana simétrica en tiempo y frecuencia, entonces el tiempo y la frecuencia media global del espectrograma serán los de la señal.

Similarmente se obtiene que la duración y ancho de banda de la señal y su ventana se encuentran relacionados por las siguientes expresiones [55]:

$$T_{SP}^2 = T_s^2 + T_h^2 \quad (2.111)$$

$$B_{SP}^2 = B_s^2 + B_h^2 \quad (2.112)$$

### 2.3.11 La distribución de Wigner-Ville

La distribución de Wigner-Ville y sus distribuciones derivadas constituyen la herramienta de descomposición de la señal en tiempo-frecuencia usada en el método de diagnóstico propuesto. Por ello, se llevará a cabo una exposición más detallada, dedicándose el presente punto a la introducción de la misma; en el siguiente se presentan tanto sus características de utilidad para el diagnóstico de motores de inducción, como algunas desventajas que aparecen en su aplicación, para finalmente, en un tercer punto, tratar los métodos y distribuciones formuladas posteriormente minimizarlas, a costa de algunas ventajas notables.

Las distribuciones en tiempo-frecuencia tuvieron su origen, más allá del espectrograma propuesto en los años 1940, en la aplicación al análisis de señales, por parte de Ville [59] quince años más tarde, de la distribución planteada por Eugene Wigner en 1930, en el ámbito de la física cuántica [60].

Ville, paralelamente con Moyal, la derivó mediante un método que más adelante fue generalizado, llamado el método del operador característico, que es posible usar para obtener cualquier distribución en tiempo-frecuencia. En un exhaustivo estudio, Mark, en 1970, identificó el problema de los términos cruzados en la distribución de Wigner-Ville y mostró la relación que posee con el espectrograma. Finalmente, en 1980 Claasen y Mecklenbräuker, publicaron una serie de artículos en los que se desarrollaba un amplio enfoque, lo que dio pie a nuevas ideas y procedimientos en esta área de conocimiento [55].

Matemáticamente, la distribución de Wigner-Ville surge de la generalización de la densidad espectral de potencia (PSD):

$$P_X(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_X(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (2.113)$$

donde  $R_X$  es la autocorrelación simétrica centrada para señales estacionarias:

$$R_X(\tau) = E \left[ x \left( t + \frac{\tau}{2} \right) \cdot x \left( t - \frac{\tau}{2} \right) \right] \quad (2.114)$$

Esta autocorrelación evalúa la coincidencia entre dos señales, obtenidas de desplazar en el caso del primer factor, hacia delante y en el segundo, hacia atrás, la señal original en el eje del tiempo. De esta manera, si la señal es periódica para un determinado retraso  $\tau$  (igual al periodo), la correlación será máxima.

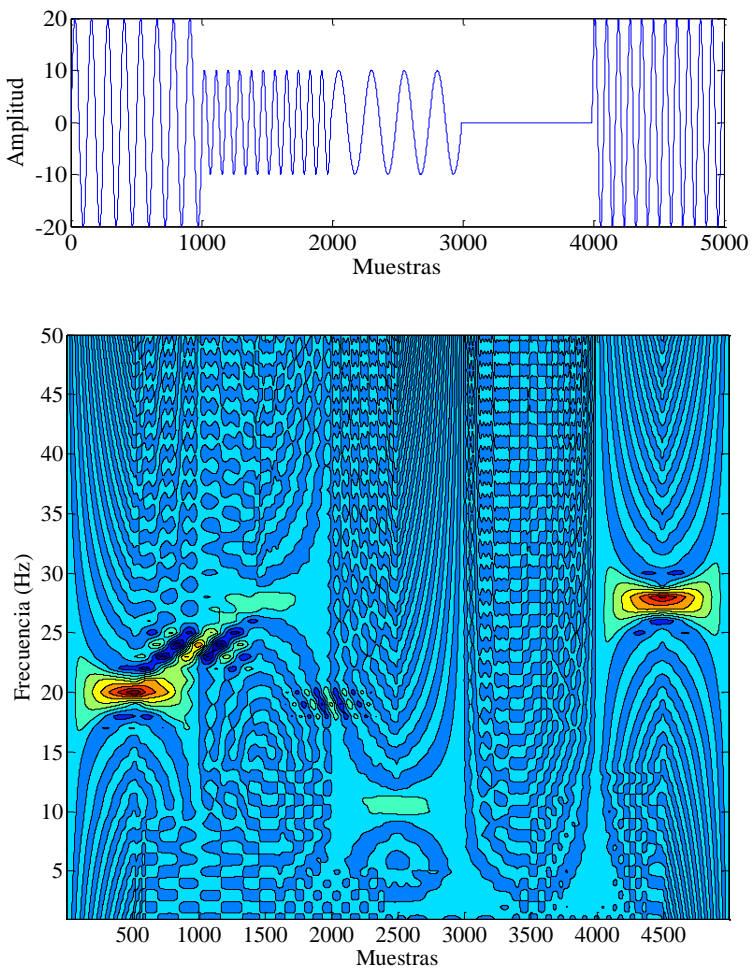
Es posible generalizar estas expresiones para una señal compleja no estacionaria. La correlación simétrica es convertida en “móvil” análogamente a una media móvil, (es decir, que toma valores diferentes para cada instante de tiempo) sin más que considerar el tiempo como una nueva variable:

$$R_X(t, \tau) = x \left( t + \frac{\tau}{2} \right) \cdot x^* \left( t - \frac{\tau}{2} \right) \quad (2.115)$$

A partir de esta correlación, generada para cada punto  $t$  de la señal, es posible extraer sus componentes armónicos.

Por tanto, la distribución de Wigner-Ville se obtiene al aplicar sucesivamente la transformada de Fourier con respecto de  $\tau$  a cada una del conjunto de autocorrelaciones elaboradas para cada punto  $t$  considerado. El resultado es una representación de la densidad de energía de la señal en función no sólo de la frecuencia, como en un espectro usual, sino también del tiempo [61].

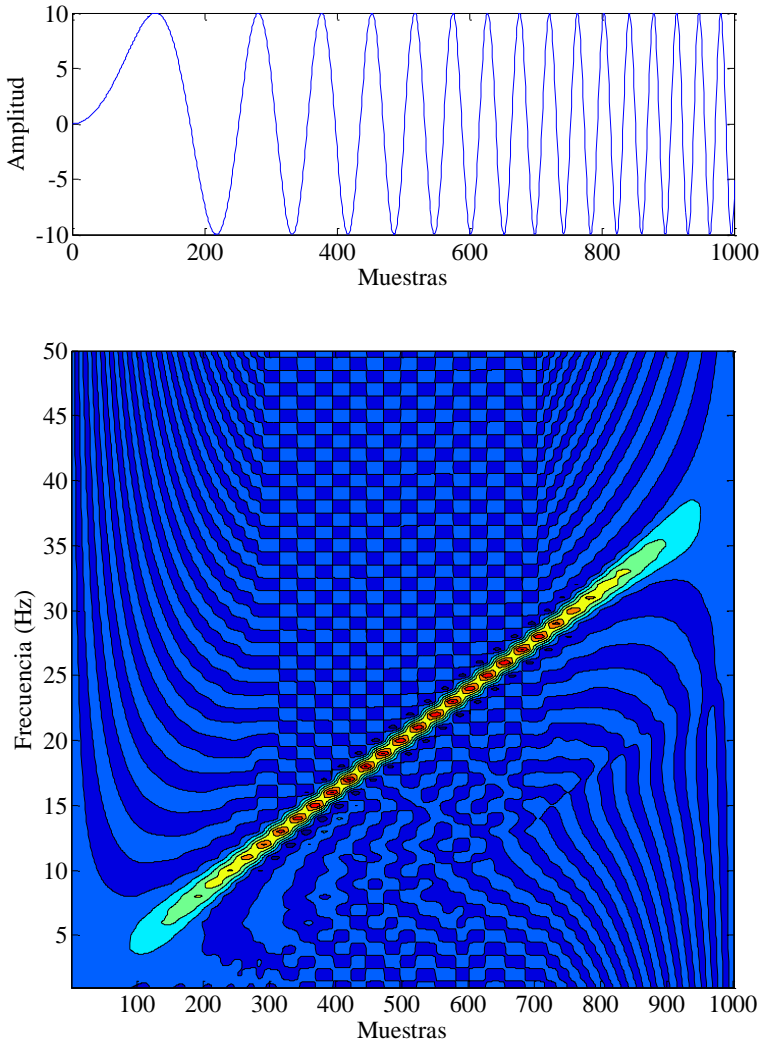
$$W(t, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) \cdot x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (2.116)$$



**Fig. 13** Distribución de Wigner-Ville de una señal de frecuencia y amplitud variable (arriba)

La aplicación sucesiva de transformadas de Fourier, así como la representación de distribuciones de millones de puntos ha requerido normalmente elevados recursos computacionales y, por tanto, de ordenadores especializados, hasta que el incremento de potencia de los ordenadores personales en los últimos años ha eliminado los límites para su utilización.

Un ejemplo de los resultados obtenidos en estos casos se muestra en la Fig. 13, en el que se obtiene la distribución de Wigner-Ville de una señal formada por cinco segmentos de diferente frecuencia y amplitud, representada en el dominio temporal en su parte superior.



**Fig. 14** Análisis de un *chirp* (arriba) mediante una distribución en tiempo y frecuencia

Como se aprecia en la Fig. 14, la distribución de Wigner-Ville representa de manera muy precisa las señales del tipo *chirp*.

### 2.3.12 Propiedades de la distribución de Wigner-Ville

Según la expresión (2.115), para obtener la transformada de Wigner-Ville se compara la señal hacia el pasado con la señal hacia el futuro, y se comprueba si hay coincidencia. Si la hay, las periodicidades presentes serán detectadas por la transformada de Fourier, que nos suministrará su frecuencia (2.116).

Debido a este procedimiento inicial llevado a cabo por la autocorrelación, si existe ruido en una parte de la señal, el mismo resulta extendido a otros segmentos, tanto en tiempo como en frecuencia. Por la misma razón, la transformada de Wigner-Ville pondera la señal en tiempos alejados al instante de cálculo como en los cercanos al mismo de idéntica manera, y como resultado de ello es altamente no-local.

Por el mismo motivo, el hecho de multiplicar la señal hacia adelante y hacia atrás en el tiempo realizado por la autocorrelación, si la señal es cero antes de un tiempo  $t$ , la transformada de Wigner-Ville también lo será. El mismo argumento se puede aplicar en el dominio de la frecuencia, adquiriendo la transformada de Wigner-Ville valores cero para frecuencias fuera de la banda. Consecuentemente la DWV, al contrario que la transformada corta de Fourier, satisface las propiedades de soporte finito en tiempo y frecuencia.

Sin embargo, si la señal es intermitente, o análogamente está formada por varias frecuencias variables, la DWV puede no ser cero en tiempos en los cuales no existe la señal, o frecuencias no presentes en ese instante en la señal. Estas componentes son conocidas como interferencias o términos cruzados y atribuidos a la bilinealidad, al hecho de que la señal es computada dos veces al calcular la distribución. No obstante, como apunta Cohen, existen distribuciones bilineales que adquieren valores cero cuando la señal es cero y que cumplen los marginales, por lo que esta condición no se revela como suficiente.

En cuanto al tratamiento de la energía, la distribución de Wigner-Ville satisface los marginales [55]:

$$\int_{-\infty}^{\infty} W(t, \omega) d\omega = |x(t)|^2 \quad (2.117)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} W(t, \omega) dt = |X(\omega)|^2 \quad (2.118)$$

Ya que los marginales son satisfechos, también lo es la condición de energía total:

$$E = \iint_{-\infty}^{\infty} W(t, \omega) d\omega dt = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt \quad (2.119)$$

que para señales normalizadas vale 1.

El desplazamiento en tiempo o frecuencia de la señal produce distribuciones de Wigner-Ville desplazadas consecuentemente. Si modificamos la señal de acuerdo al término  $e^{j\omega_0 t} x(t - t_0)$  tenemos:



$$W_{sh}(t, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ e^{-j\omega_0(t-\tau/2)} \cdot x^* \left( t - t_0 - \frac{\tau}{2} \right) \cdot e^{j\omega_0(t+\tau/2)} \cdot x \left( t - t_0 + \frac{\tau}{2} \right) \right] e^{-j\omega\tau} d\tau = \quad (2.120)$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x^* \left( t - t_0 - \frac{\tau}{2} \right) \cdot x \left( t - t_0 + \frac{\tau}{2} \right) \cdot e^{-j\tau(\omega - \omega_0)} d\tau = W(t - t_0, \omega - \omega_0) \quad (2.121)$$

En cuanto a las medias locales, la distribución de Wigner-Ville presenta algunas particularidades que la hacen sumamente útil:

$$\langle \omega \rangle_t = \frac{1}{|x(t)|^2} \int_{-\infty}^{\infty} \omega W(t, \omega) d\omega \quad (2.122)$$

$$\langle t \rangle_\omega = \frac{1}{|X(\omega)|^2} \int_{-\infty}^{\infty} t W(t, \omega) dt \quad (2.123)$$

y al evaluar estas expresiones se obtiene:

$$\langle \omega \rangle_t = \varphi'(t) \text{ y } \langle t \rangle_\omega = -\psi'(t) \quad (2.124)$$

Esto es, la transformada de Wigner-Ville permite calcular para cualquier señal la frecuencia instantánea, sin más que hallar el primer momento respecto a la frecuencia; y el retraso de grupo, sin más que hallarlo respecto al tiempo. En el caso de la transformada corta de Fourier, esto sólo es posible hacerlo de manera aproximada, y cuanto más se intentaba precisar una de las cantidades al reducir la ventana, peor era el resultado en la otra.

Sin embargo, si observamos el segundo momento respecto a la frecuencia tenemos que:

$$\langle \omega^2 \rangle_t = \frac{1}{|x(t)|^2} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 W(t, \omega) d\omega = \quad (2.125)$$

$$= \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{A'(t)}{A(t)} \right)^2 - \frac{A''(t)}{A(t)} \right] + \varphi'^2(t) \quad (2.126)$$

donde  $A$  es la amplitud de la señal. La dispersión en frecuencia puede calcularse, pues como:

$$\sigma_{\omega|t}^2 = \langle \omega^2 \rangle_t - \langle \omega \rangle_t^2 = \quad (2.127)$$

$$= \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{A'(t)}{A(t)} \right)^2 - \frac{A''(t)}{A(t)} \right] \quad (2.128)$$

Esta última expresión puede tomar valores negativos, por lo que no es posible interpretarla físicamente (para estos valores  $\sigma_{\omega|t}$  sería imaginario). Por tanto, la distribución de Wigner-Ville suministra un excelente resultado para el cálculo de la frecuencia condicional promediada, pero muy malo para determinar la dispersión de esas frecuencias.

### 2.3.12.1 La función de ambigüedad

La función característica de la distribución de Wigner-Ville se obtiene de la siguiente manera:

$$M(\theta, \tau) = \iint_{-\infty}^{\infty} e^{j\theta t + j\tau\omega} W(t, \omega) dt d\omega = \quad (2.129)$$

$$= \frac{1}{2\pi} \iiint_{-\infty}^{\infty} e^{j\theta t + j\tau\omega} x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) \cdot x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j\omega\tau} d\tau' dt d\omega = \quad (2.130)$$

$$= \iint_{-\infty}^{\infty} e^{j\theta t} \delta(\tau - \tau') x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) \cdot x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) d\tau' dt = \quad (2.131)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) \cdot x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{j\theta t} dt = A(\theta, \tau) \quad (2.132)$$

Siendo  $A(\theta, t)$  la función de ambigüedad simétrica, de importancia en el análisis de la señal y relacionada con los filtros de coincidencia. Ya ha aparecido en la obtención de la función característica del espectrograma (2.101). En términos del espectro, la función característica queda:

$$M(\theta, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} X\left(\omega + \frac{\theta}{2}\right) \cdot X^*\left(\omega - \frac{\theta}{2}\right) e^{j\tau\omega} d\omega \quad (2.133)$$

Para determinados casos de aplicación en análisis de la señal, una forma simplificada es:

$$A(\theta, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot x^*(t - \tau) e^{j\theta t} dt \quad (2.134)$$

Si no existe diferencia en frecuencia, también llamada corrimiento *doppler*  $\theta$ , la función se reduce a la autocorrelación de  $x(t)$ .

La función de ambigüedad, derivada en este caso como función característica de la distribución de Wigner-Ville, ha jugado un importante papel en el análisis de señales, en especial en sistemas de radar y sonar *doppler*, donde representa el retraso (distancia) y la frecuencia *doppler* (velocidad) de un objeto. Como ambas son variables canónicas conjugadas, existe una relación de incertidumbre entre ellas, y de ahí el nombre de función de ambigüedad.

Las variables conjugadas son un par de variables definidas matemáticamente de tal manera que son transformadas de Fourier una de la otra o, expresado de manera más general, están relacionadas mediante la dualidad de Pontryagin. Las variables canónicas conjugadas son variables que comparten una relación de incertidumbre.

Para señales multicomponentes en general, la distribución de sus autotérminos y términos cruzados en su distribución de Wigner Ville no es predecible normalmente y, por tanto, los términos cruzados no pueden ser extraídos fácilmente. Sin embargo, en el caso de la función de ambigüedad, los autotérminos de una señal multicomponente tenderán inherentemente a acercarse al origen en el plano  $\theta, \tau$ , y los términos cruzados tenderán a alejarse del origen. Mediante esta propiedad, los términos cruzados pueden ser eliminados

fácilmente si una adecuada función de filtrado de paso bajo es aplicada en el dominio  $\theta, \tau$ . Esta función es conocida como *kernel* [55].

### 2.3.12.2 Términos cruzados

Si expresamos una señal como suma de otras dos:

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) \quad (2.135)$$

y aplicamos la definición de la distribución de Wigner-Ville, se obtiene:

$$W(t, \omega) = W_{11}(t, \omega) + W_{22}(t, \omega) + W_{12}(t, \omega) + W_{21}(t, \omega) \quad (2.136)$$

donde

$$W_{12}(t, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x_2\left(t + \frac{\tau}{2}\right) \cdot x_1^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (2.137)$$

Esta ecuación es conocida como la distribución de Wigner-Ville cruzada, y es compleja. No obstante, como  $W_{12} = W_{21}^*$  queda:

$$W(t, \omega) = W_{11}(t, \omega) + W_{22}(t, \omega) + 2Re\{W_{12}(t, \omega)\} \quad (2.138)$$

Por tanto, la distribución de Wigner-Ville de la suma de dos señales no es igual a la suma de las distribuciones de las señales, sino que aparece un término adicional  $2Re\{W_{12}(t, \omega)\}$ , que es a menudo conocido como término de interferencia o término cruzado.

Dado que la distribución de Wigner-Ville cruzada satisface que:

$$W_{12}(t, \omega) = 0 \text{ para } t \text{ fuera de } \left(\frac{1}{2}(t_1 + t_3), \frac{1}{2}(t_2 + t_4)\right) \quad (2.139)$$

si  $s_1(t)$  es cero fuera de  $(t_1, t_2)$  y  $s_2(t)$  es cero fuera de  $(t_3, t_4)$  y, análogamente para la frecuencia se puede obtener que:

$$W_{12}(t, \omega) = 0 \text{ para } t \text{ fuera de } \left(\frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_3), \frac{1}{2}(\omega_2 + \omega_4)\right) \quad (2.140)$$

si  $X_1(\omega)$  es cero fuera de  $(\omega_1, \omega_2)$  y  $X_2(\omega)$  es cero fuera de  $(\omega_3, \omega_4)$ , es posible establecer unos límites para la aparición de los términos cruzados.

### 2.3.12.3 Influencia de la señal analítica

Puesto que la señal analítica elimina las frecuencias negativas (ver 2.3.6), la distribución de Wigner-Ville será cero para estos valores. Así mismo, los términos cruzados entre las partes positivas y negativas del espectro serán eliminados.

### 2.3.12.4 Valor real

La distribución de Wigner-Ville toma siempre valores reales, incluso cuando la señal es compleja. Esto puede ser probado tomando en consideración el valor complejo conjugado de  $W(t, \omega)$ :

$$W^*(t, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x\left(t - \frac{1}{2}\tau\right) x^*\left(t + \frac{1}{2}\tau\right) e^{j\tau\omega} d\tau = \quad (2.141)$$

$$\begin{aligned}
 &= -\frac{1}{2\pi} \int_{\infty}^{-\infty} x\left(t + \frac{1}{2}\tau\right) x^*\left(t - \frac{1}{2}\tau\right) e^{-j\tau\omega} d\tau = \\
 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x\left(t + \frac{1}{2}\tau\right) x^*\left(t - \frac{1}{2}\tau\right) e^{-j\tau\omega} d\tau = W(t, \omega)
 \end{aligned}$$

El resultado de la distribución de Wigner-Ville es real incluso para señales complejas. Si la señal es real, el espectro es simétrico (por las mismas razones que lo es el espectro de una señal real obtenido mediante la transformada de Fourier).

### 2.3.12.5 Medidas globales

Al satisfacer las condiciones marginales, la distribución de Wigner-Ville computa correctamente las medias de funciones que dependen sólo del tiempo o de la frecuencia, o de la suma de una función que sólo dependa del tiempo con otra que sólo dependa de la frecuencia.

$$\langle g(t, \omega) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(t, \omega) W(t, \omega) d\omega dt \quad (2.142)$$

Por esta misma condición, la WVD suministra correctamente el tiempo medio, la frecuencia media, la duración y el ancho de banda, y satisface el principio de incertidumbre.

### 2.3.12.6 Comparación entre la distribución de Wigner-Ville y el espectrograma

Cohen [55] compara ambas distribuciones atendiendo a tres cuestiones:

- A diferencia del espectrograma, la distribución de Wigner-Ville es capaz de calcular de manera exacta la frecuencia instantánea y el retraso de grupo, aunque en ocasiones el espectrograma suministre una buena aproximación.
- Una de las ventajas del espectrograma es que se trata de una distribución que siempre adquiere valores positivos, al contrario que la transformada de Wigner-Ville, con lo cual los resultados pueden ser siempre interpretados físicamente, aunque sean pobres. En la distribución de Wigner-Ville es posible, como se ha expuesto en la ecuación (2.128), que la desviación típica adquiera valores negativos.
- Tanto la distribución de Wigner-Ville como el espectrograma nos permiten determinar, en la mayoría de los casos, si una señal es multicomponente. Sin embargo, la DWV da lugar a artefactos procesando dicho tipo de señales. Por otra parte, el espectrograma no posee la resolución suficiente para identificar los componentes de manera efectiva. Otras distribuciones en tiempo-frecuencia mantienen las buenas propiedades de la distribución de Wigner-Ville minimizando sus inconvenientes.

### 2.3.13 Otras distribuciones en tiempo y frecuencia

Nuevas distribuciones en tiempo y frecuencia fueron concebidas con el objetivo de resolver los inconvenientes de la distribución de Wigner-Ville. No obstante, estas modificaciones traen consigo la modificación de características deseables de la misma.

#### 2.3.13.1 La Pseudo-Distribución de Wigner-Ville.

Dado que la distribución de Wigner-Ville es altamente no-local, ya que en su computación pondera todos los instantes con igual importancia, se ha desarrollado la Pseudo-Distribución de Wigner-Ville (PWD) para enfatizar las propiedades de la distribución en las cercanías del tiempo de interés en comparación con intervalos más lejanos [62].

Una forma sencilla de hacerlo, puesto que la DWV es la transformada de Fourier de la autocorrelación instantánea para diferentes retrasos  $\tau$ , es multiplicar esta autocorrelación por una función  $h(\tau)$  cuyos valores máximos se encuentran en torno a  $\tau=0$ :

$$W_{PS}(t, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) \cdot x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) \cdot x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (2.143)$$

Una de las consecuencias de este procedimiento es que disminuyen los términos cruzados. A pesar de que la ventana de retraso elimina estos términos, también destruye otras propiedades deseables, como el cálculo de los marginales de energía o de la frecuencia instantánea [55].

#### 2.3.13.2 La Distribución de Wigner-Ville suavizada.

Uno de los principales motivos que ha llevado a la modificación de la distribución de Wigner-Ville ha sido conseguir que adquiera valores positivos en toda su amplitud. El método de la DWT suavizada (o SWVD) hace uso de una función auxiliar  $L(t, \omega)$  para realizar una convolución sobre la distribución de Wigner-Ville [55]:

$$W_{SM}(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} L(t - t', \omega - \omega') \cdot W(t', \omega') \cdot dt' d\omega' \quad (2.144)$$

La primera función de este tipo fue propuesta por Cartwright:

$$L(t, \omega) = e^{-\frac{t^2}{\alpha} - \frac{\omega^2}{\beta}} \quad (2.145)$$

donde  $\alpha\beta \geq 1$ .

#### 2.3.13.3 El método del Kernel

Durante las décadas de los 1940 a los 1960 se realizaron considerables trabajos para desarrollar distribuciones similares a la DWV, en el sentido de que satisficieran los marginales, la condición de la frecuencia instantánea y otras propiedades deseables. Así aparecieron (en el campo del análisis de la señal o en el de la mecánica cuántica) las distribuciones de Rihaczek, Page y Margenau-Hill. Finalmente, en 1966 se desarrolló un método que permitía generar de una manera sencilla un infinito número de ellas. Este enfoque caracteriza las distribuciones en tiempo-frecuencia por una función auxiliar, llamada el *kernel* [55]. Las propiedades de la función se pueden estudiar observando el

comportamiento del *kernel* bajo ciertas simples condiciones, lo que permite elegir el mismo para obtener distribuciones con las características buscadas.

Es posible derivar esta clase general de distribuciones en tiempo-frecuencia por el método de las funciones características. La práctica totalidad de las distribuciones en tiempo-frecuencia pueden obtenerse de la siguiente expresión, debida a Cohen:

$$C(t, \omega) = \frac{1}{4\pi^2} \iiint_{-\infty}^{\infty} x^* \left( u - \frac{1}{2} \tau \right) \cdot x \left( u + \frac{1}{2} \tau \right) \cdot \phi(\theta, \tau) \cdot e^{-j\theta t - j\tau\omega + j\theta u} du dt d\theta \quad (2.146)$$

donde  $\phi(\theta, \tau)$  representa una función bidimensional llamada *kernel*.

Es posible escribir la clase general de funciones en tiempo-frecuencia también en función del espectro:

$$C(t, \omega) = \frac{1}{4\pi^2} \iiint_{-\infty}^{\infty} X^* \left( u + \frac{1}{2} \theta \right) \cdot X \left( u - \frac{1}{2} \theta \right) \cdot \phi(\theta, \tau) \cdot e^{-j\theta t - j\tau\omega + j\tau u} d\theta d\tau du \quad (2.147)$$

Lo que se prueba sin más que escribir la señal en términos de su espectro y sustituirla en (2.146).

Si recordamos que la función característica es la transformada de Fourier doble de la distribución, vemos que:

$$C(t, \omega) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} M(\theta, \tau) e^{-j\theta t - j\tau\omega} d\theta d\tau \quad (2.148)$$

siendo

$$M(\theta, \tau) = \phi(\theta, \tau) \int_{-\infty}^{\infty} x^* \left( u - \frac{1}{2} \tau \right) \cdot x \left( u + \frac{1}{2} \tau \right) \cdot e^{j\theta u} du = \quad (2.149)$$

$$= \phi(\theta, \tau) A(\theta, \tau) \quad (2.150)$$

donde  $A(\theta, \tau)$  es la función de ambigüedad simétrica. La función característica puede por tanto ser llamada la función de ambigüedad generalizada.

Así mismo, es posible expresar las distribuciones de energía en tiempo-frecuencia como la transformada de Fourier de la función de autocorrelación local:

$$C(t, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_t(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (2.151)$$

siendo

$$R_t(\tau) = \frac{1}{2\pi} \iint_{-\infty}^{\infty} x^* \left( u - \frac{1}{2} \tau \right) \cdot x \left( u + \frac{1}{2} \tau \right) \cdot \phi(\theta, \tau) \cdot e^{j\theta(u-t)} d\theta du \quad (2.152)$$

la conocida como función de autocorrelación local generalizada.

### 2.3.13.4 Tipos de Kernel

El *kernel* puede ser función también del tiempo, la frecuencia o, explícitamente la señal. Así mismo, una familia entera de *kernel* se derivan de aquellos que son función del producto  $\theta\tau$  —llamados *kernel* producto. Los *kernels* que son función de una función de cada variable por separado se denominan *kernels* separables:

$$\phi(\theta, \tau) = \phi_1(\theta)\phi_2(\tau) \quad (2.153)$$

### 2.3.13.5 Propiedades básicas relacionadas con el kernel

Es posible comprobar que una determinada distribución en tiempo-frecuencia cumple con determinadas características deseables estudiando el comportamiento de su *kernel* [55]. Entre estas características tenemos una representación correcta del valor de los marginales (y de la energía instantánea y el espectro de densidad de energía), la energía total y el valor real de toda la distribución.

Si se integra la forma básica de las distribuciones tiempo-frecuencia (2.146) con respecto a la frecuencia se obtiene  $2\pi\delta(\tau)$  y por tanto:

$$\int C(t, \omega) d\omega = \frac{1}{2\pi} \iiint_{-\infty}^{\infty} \delta(\tau) x^* \left( u - \frac{1}{2}\tau \right) \cdot x \left( u + \frac{1}{2}\tau \right) \cdot \phi(\theta, \tau) \cdot e^{j\theta(u-t)} d\theta du d\tau = \quad (2.154)$$

$$= \frac{1}{2\pi} \iint_{-\infty}^{\infty} \phi(\theta, 0) \cdot |x(u)|^2 \cdot e^{j\theta(u-t)} d\theta du \quad (2.155)$$

Para que esta última expresión (2.155) sea igual a  $|s(t)|^2$ , la integración con respecto a  $\theta$  debe dar:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \phi(\theta, 0) \cdot e^{j\theta(u-t)} d\theta = \delta(t - u) \quad (2.156)$$

y esto sólo puede pasar si:

$$\phi(\theta, 0) = 1 \quad (2.157)$$

que es la condición para que el marginal en el eje de tiempos sea satisfecho. Análogamente, si lo que se pretende es que se satisfaga el marginal en el eje de frecuencias:

$$\int C(t, \omega) dt = |X(\omega)|^2 \quad (2.158)$$

el *kernel* debe cumplir:

$$\phi(0, \tau) = 1 \quad (2.159)$$

Es evidente que si se cumplen ambos marginales, la condición de energía total también se cumplirá. Sin embargo, la energía total puede ser preservada sin que se cumplan los marginales, puesto que para obtener (siendo el caso de una señal normalizada):

$$\iint_{-\infty}^{\infty} C(t, \omega) d\omega dt = 1 \quad (2.160)$$

tan sólo es necesario que el *kernel* satisfaga:

$$\phi(0,0) = 1 \quad (2.161)$$

Si una distribución es real, su función característica debe cumplir que  $M(\theta, \tau) = M^*(-\theta, -\tau)$ . La función de ambigüedad satisface esta condición, por ello, el *kernel*, con el que forma la función característica generalizada, también debe hacerlo:

$$\phi(\theta, \tau) = \phi^*(-\theta, -\tau) \quad (2.162)$$

### 2.3.13.6 Método del operador de la función característica

Dado que la función característica de una determinada distribución es igual al primer momento de la misma respecto a  $e^{j\theta t + j\tau\omega}$ , es posible calcular su expresión aplicando:

$$M(\theta, \tau) = \iint_{-\infty}^{\infty} P(t, \omega) e^{j\theta t + j\tau\omega} dt d\omega \quad (2.163)$$

Además, según (2.148):

$$C(t, \omega) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} M(\theta, \tau) e^{-j\theta t - j\tau\omega} d\theta d\tau \quad (2.164)$$

Este procedimiento es conocido como el método del operador de la función característica permite generar un infinito número de distribuciones tiempo-frecuencia desde sus principios más básicos [63].

### 2.3.13.7 La distribución de Choi-Williams

Choi, Jeong, Cunnigham y Williams desarrollaron la teoría de distribuciones en tiempo-frecuencia con reducción de interferencias y propusieron ideas para el diseño de *kernels* que cumplieran con esta tarea [64]. Su primer ejemplo fue la distribución determinada por el *kernel*:

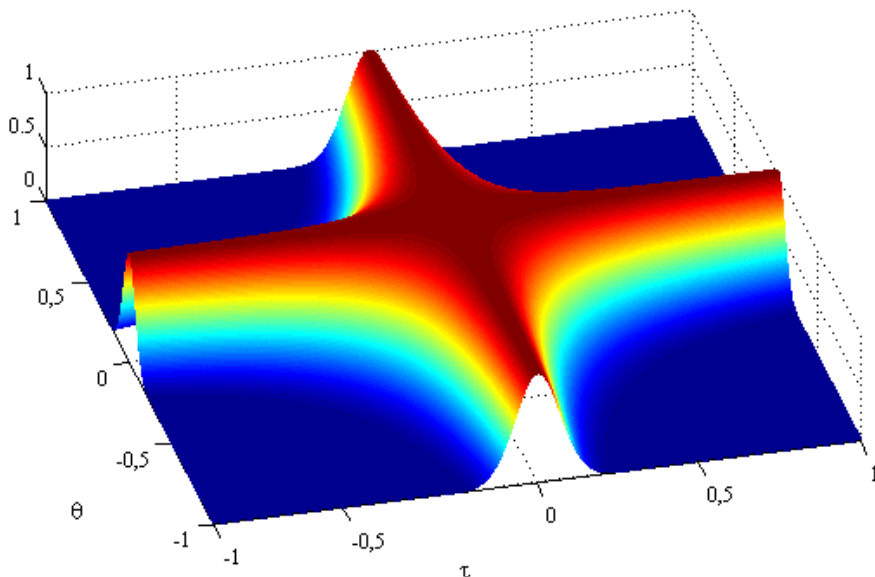
$$\phi(\theta, \tau) = e^{\frac{-\theta^2 - \tau^2}{\sigma}} \quad (2.165)$$

donde  $\sigma$  es el parámetro que regula la supresión de los términos cruzados. Si este parámetro se acerca a infinito, la distribución se convierte en la de Wigner-Ville. Si adquiere valores pequeños, se consigue una gran supresión de interferencias.

Para el caso general, en el que se tienen en la señal a analizar dos componentes no paralelas a los ejes de tiempo y frecuencia, el *kernel* debe poseer un máximo a lo largo de los ejes  $\theta$  y  $\tau$ , para reducir rápidamente su valor conforme se aleja de ellos. Además, el máximo del *kernel* se debe dar en el origen y ha de ser la unidad si un condicionante es la preservación de la energía total de la señal. En el caso de que también se desee que se cumplan las condiciones marginales, el *kernel* debe tomar el valor uno también a lo largo de los ejes  $\theta$  y  $\tau$ .

De esta manera, para minimizar los términos cruzados, el *kernel* debe cumplir con la condición que  $\phi(\theta, \tau) \ll 1$  para  $\theta \cdot \tau \gg 0$





**Fig. 15** Representación del *kernel* de la distribución de Choi-Williams para  $\sigma=100$

La expresión (2.165) muestra un *kernel* producto de este tipo, donde  $\phi(0, \tau) = \phi(\theta, 0) = 1$ , por lo que ambos marginales son satisfechos. También lo hace respecto a las condiciones de frecuencia instantánea y retraso de grupo.

Si se sustituye el *kernel* en la expresión de la clase general de distribuciones en tiempo y frecuencia (2.146) y se integra respecto a  $\theta$ , se tiene para la distribución de Choi-Williams [64]:

$$CW(t, \omega) = \frac{1}{4\pi^{\frac{3}{2}}} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\frac{\tau^2}{\sigma}}} \exp \left[ -\frac{(u-t)^2}{\frac{4\tau^2}{\sigma}} - j\tau\omega \right] \cdot x^* \left( u - \frac{1}{2}\tau \right) \cdot x \left( u + \frac{1}{2}\tau \right) \cdot du d\tau \quad (2.166)$$

Sin embargo, la supresión de términos cruzados conseguida mediante la distribución de Choi-Williams tiene el inconveniente de reducir la resolución, especialmente de las componentes menores, y de precisar mayores recursos computacionales.

### 2.3.13.8 La distribución de Zhao-Atlas-Mark

En la distribución de Choi-Williams, los términos cruzados son repartidos en la totalidad del plano tiempo-frecuencia con baja intensidad. Sin embargo, Loughlin, Pitton y Atlas desarrollaron una técnica para situarlos por debajo de los autotérminos que muestran la señal.

Dependiendo del *kernel* usado, no se satisfarán otras propiedades deseables como los marginales. Un resultado derivado de estos estudios es la distribución de Zhao-Atlas-Mark [62], en la que el *kernel* es:

$$\phi(\theta, \tau) = g(\tau) |\tau| \frac{\sin a\theta\tau}{a\theta\tau} \quad (2.167)$$

integrando este *kernel* en la expresión general tenemos:

$$ZAM(t, \omega) = \frac{1}{4\pi a} \int_{-\infty}^{\infty} g(\tau) \cdot e^{-j\tau\omega} \int_{t-a|\tau|}^{t+a|\tau|} x^* \left( u - \frac{1}{2}\tau \right) \cdot x \left( u + \frac{1}{2}\tau \right) \cdot du \, d\tau \quad (2.168)$$

En la distribución original de Zhao-Atlas-Mark,  $g$  tomaba el valor de 1 y  $a$   $\frac{1}{2}$ . Esta distribución es especialmente adecuada para el análisis de señales multicomponentes con armónicos en su mayoría paralelos entre sí. Se consiguen muy buenos resultados en el estudio de abruptos cambios de frecuencia.

### 2.3.14 Análisis mediante Wavelets

Dennis Gabor estableció en 1946 la posibilidad de descomponer una señal real en una distribución en tiempo-frecuencia mediante funciones  $\Psi(t)$  trasladadas en el tiempo y la frecuencia. No obstante, estas funciones de Gabor no son ortonormales, por lo que se produce cierto solapamiento con las funciones vecinas, además de que el incremento  $\Delta f$  y  $\Delta t$  es constante (poseen cajas de Heisenberg cuadradas) lo que no es óptimo para representar señales reales [47].

El análisis Wavelet abandona el uso de senos y cosenos como funciones base que usan las transformadas expuestas hasta ahora para efectuar la descomposición de una señal, sustituyéndolas por una familia de ondículas o Wavelets, obtenidas todas ellas para un determinado nivel a partir de una Wavelet madre.

A diferencia de las funciones de Gabor, las Wavelet cumplen con un factor  $Q$  constante:

$$Q \approx \frac{f}{\Delta f} \quad (2.169)$$

siendo por tanto su duración dependiente de su frecuencia central  $f$ . De esta manera se consigue una mayor discriminación en tiempo para las altas frecuencias y una mayor discriminación en frecuencia para las bajas, lo cual facilita el tratamiento de señales reales.

Los trabajos de Ingrid Daubechies [65], [66] se centraron en la obtención de bases ortonormales de ondículas, de manera que fuese posible expandir una señal  $x(t)$  de la siguiente forma:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(a) u(a, t) \, da \quad (2.170)$$

Donde  $u(a, t)$  son las funciones base y  $F(a)$  los coeficientes de expansión o la “transformada de la señal”, que se pueden obtener sin más que aplicar:

$$F(a) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)u^*(a, t) dt \quad (2.171)$$

Las funciones base,  $u(a,t)$  son siempre función de dos variables, en este caso, el tiempo y  $a$ , que es el valor numérico de la cantidad física, cuyo rango puede ser infinito o limitado. La ecuación (2.171) también lleva implícito cierto rango de integración, que para algunas transformadas diferirá del de todos los posibles valores.

Frente a la transformada de Fourier de corta duración, propuesta por Gabor, las Wavelet poseen la ventaja de no ser necesario definir el parámetro arbitrario de longitud de la ventana, uno de los mayores defectos de este método de análisis, que no permitía la generalización de muchos resultados, constituyendo la principal razón por la que la transformada Wavelet fue desarrollada.

### 2.3.14.1 Transformada Wavelet continua

La transformada Wavelet de una determinada función  $x(t)$  respecto a una wavelet madre  $\psi(t)$  queda definida mediante la ecuación:

$$CWT(b, a) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \cdot x(t) \cdot dt \quad (2.172)$$

La ecuación (2.172) representa la convolución de la señal  $x(t)$  con la Wavelet madre  $\Psi(t)$  escalada por el parámetro  $a$  y trasladada a lo largo de la duración de la señal por el parámetro  $b$ .

Cualquier energía finita es muestreada en el dominio del tiempo y llevada a una distribución de dos dimensiones: escala y traslación, también conocida como el dominio wavelet, tras ser normalizada mediante el parámetro  $(\sqrt{a})^{-1}$ . El coeficiente del dominio wavelet  $\Psi x(b, a)$  es computado para cada parámetro de escala  $a$  y de traslación  $b$ . Esto es, la transformada wavelet descompone la señal  $x(t)$  en componentes mediante una convolución sucesiva de la función madre wavelet, debidamente escalada y trasladada, con la señal a estudiar.

Existen muchos tipos de ondículas o wavelets madres, pero todas ellas deben cumplir una serie de características, como la de oscilar, poseer un valor medio igual a cero:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Psi(t) \cdot dt = 0 \quad (2.173)$$

o tener una energía finita (es decir, encontrarse limitada en el tiempo).

### 2.3.14.2 Transformada Wavelet discreta

Con el objetivo de facilitar su procesamiento digital, se desarrolló la Transformada Wavelet Discreta, que evita redundancias, y por ello reduce los tiempos de procesamiento y la cantidad de memoria utilizada.

El proceso se basa, al igual que en la transformada continua, en la representación en tiempo (desplazamiento) y escala de una señal, en este caso digital, mediante el uso de técnicas de filtrado digital.

La resolución de la señal es modificada mediante operaciones de filtrado, y la escala es variada sub-muestreando o super-muestreando.

Como resultado la señal muestreada  $x(t)$  es descompuesta en una señal de aproximación  $a_N(t)$  a cierto nivel de descomposición  $N$ , y  $N$  señales de detalle  $d_j(t)$  con  $j$  variando de 1 a  $N$ .

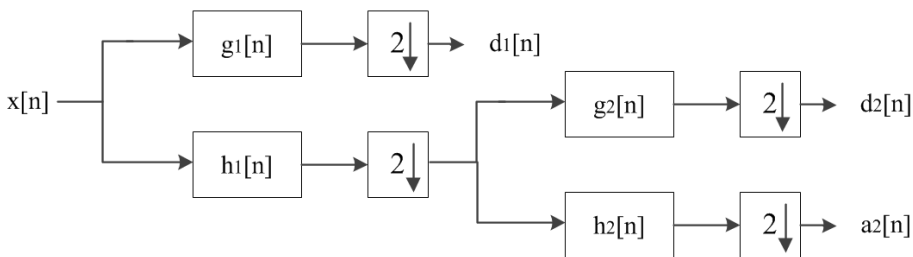
Cada señal es el producto de los coeficientes correspondientes (los de aproximación para  $a_n$  y los wavelet para  $d_j$  y la función de escala o la función wavelet en cada nivel, respectivamente. La señal se puede aproximar como:

$$x(t) = \sum_i \alpha_i^N \cdot \varphi_i^N(t) + \sum_{j=1}^N \sum_i \beta_i^j \cdot \psi_i^j(t) = a_N + d_N + \dots + d_1 \quad (2.174)$$

Donde  $\alpha_i^n$  y  $\beta_j^j$  son los coeficientes de escala y wavelet, respectivamente;  $\varphi^N(t)$  y  $\psi^j(t)$  son las funciones de escala al nivel  $N$  y la función wavelet a nivel  $j$  respectivamente; siendo  $N$  el nivel de descomposición,  $a_N$  es la señal de aproximación a nivel  $N$  y  $d_j$  es la señal de detalle a nivel  $j$ .

El procedimiento práctico para la aplicación de la Transformada Wavelet Discreta es conocido como algoritmo de Mallat o el algoritmo de codificación de subbandas. La señal de aproximación se comporta como un filtro de paso bajo mientras que cada señal de wavelet lo hace como un filtro de paso-banda, extrayendo la evolución temporal de los componentes de la señal original, incluidas dentro de las correspondientes bandas de frecuencia.

La figura muestra el algoritmo de codificación en subbandas y los coeficientes de la transformada a diferentes niveles.



**Fig. 16 Algoritmo de Mallat para una descomposición Wavelet de dos niveles, obteniéndose dos descomposiciones ( $d_1$ ,  $d_2$ ) y una aproximación ( $a_2$ ).**

Se muestra como la señal original muestreada  $x[n]$  es introducida primero por un filtro de media banda de paso alto  $g[n]$  y un filtro de paso bajo  $h[n]$ . De acuerdo con el criterio de Nyquist, se puede tomar una de cada dos muestras (submuestreo) obteniéndose, para niveles sucesivos, la mitad del número de éstas que en el nivel anterior. Estos coeficientes, multiplicados por el factor de escala de la función o por la función wavelet en cada nivel (que depende del tipo de wavelet seleccionada), dan como resultado las señales de aproximación y detalle de los diferentes niveles.

Respecto a la frecuencia, si  $f_s$  es la frecuencia de muestreo usada para capturar  $x[n]$ , el detalle  $d_j$  contendrá la información de los componentes de la señal cuyas frecuencias se encuentren incluidas en el intervalo  $[2^{-(j+1)} \cdot f_s, 2^{-j} \cdot f_s]$ . La señal de aproximación  $a_N$  incluirá los componentes de baja frecuencia de la señal pertenecientes al intervalo  $[0, 2^{-(n+1)} \cdot f_s]$ . Este proceso de filtrado llevado a cabo por la DWT es mostrado en la siguiente figura:

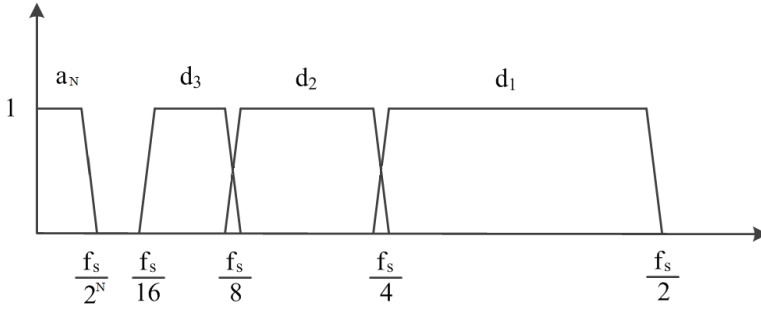


Fig. 17 Ancho de banda decreciente en las sucesivas descomposiciones Wavelet

### 2.3.15 Transformada de Hilbert

Como se ha definido en el punto 2.3.6, la transformada de Hilbert  $\hat{x}(t)$  de una señal  $s(t)$  es:

$$H[x(t)] = \hat{x}(t) = \frac{j}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(t')}{t - t'} dt' \quad (2.69)$$

habiéndose de tomar el valor principal para realizar esta integración.

La transformada de Hilbert de una señal  $x_r$  genera un componente en cuadratura de fase, que introducida como parte imaginaria  $x_i = \hat{x}(t)$  de la señal analítica, provoca la anulación del espectro para valores de frecuencia negativos. Según Gabor, la representación compleja de la señal real es (ver 2.3.6):

$$z(t) = x_r + jx_i = A(t)e^{j\varphi(t)} \quad (2.58)$$

Siendo la amplitud y la fase:

$$A(t) = \sqrt{x_r^2 + x_i^2} \quad (2.59)$$

$$\varphi(t) = \arctan \frac{x_r}{x_i} \quad (2.60)$$

Aquí,  $A(t)$  es la amplitud instantánea y  $\varphi(t)$  es la función de fase. La frecuencia instantánea queda simplemente como:

$$\omega_i(t) = \varphi'(t) = \frac{d\varphi(t)}{dt} \quad (2.175)$$

Esencialmente, la transformada de Hilbert consiste en una convolución de la señal  $x_r(t)$  con  $1/t$ . De esta manera, se enfatizan las propiedades locales de  $x_r(t)$ .

Incluso con este enfoque a partir de la transformada de Hilbert, la definición de frecuencia instantánea todavía supone una considerable controversia. Como resultado de ello, las pasadas aplicaciones de la transformada de Hilbert se han limitado a señales de paso banda estrecha. El problema es que el filtrado en el espacio de frecuencias es una operación lineal, despojándose los datos de su contenido en armónicos y resultando una forma de onda distorsionada.

En el caso de las señales moduladas en amplitud como (2.176):

$$x(t) = A(t) \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (2.176)$$

donde  $A(t)$  es un envolvente de variación lenta (comparada con  $\omega$ , la frecuencia de la portadora), la aplicación de la transformada de Hilbert da como resultado la señal en cuadratura:

$$x_i(t) \approx A(t) \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \quad (2.177)$$

siendo la señal analítica:

$$z(t) \approx A(t) \cdot e^{j\omega t} \quad (2.178)$$

y por tanto, por (2.59) es posible identificar el módulo de la señal analítica con la modulación en amplitud de la portadora:

$$A(t) = |z(t)| \quad (2.179)$$

### 2.3.16 Transformada de Hilbert-Huang

La transformada de Hilbert-Huang, desarrollada a partir de mediados de la década de 1990, parte del hecho de que los procesos naturales son transitorios y no lineales, es decir, existe una modulación de frecuencia intra-onda, esto es, la frecuencia instantánea varía dentro de cada oscilación.

Como Huang et al. indican [67], esta variación de la frecuencia es el sello distintivo de los sistemas no lineales. Cuando se empleaba la transformada de Fourier, las variaciones aparecían como un artefacto matemático denominado “distorsiones armónicas”. Sin embargo, estas distorsiones armónicas no tienen significado físico alguno. La forma de describir un sistema de una manera que se correlacione con sus fenómenos físicos necesita hacer uso de la frecuencia instantánea.

Con el objetivo de hacer frente a ello, Huang propuso la obtención de una base *ad hoc* para cada análisis, mediante un método empírico, en contraposición a las bases definidas a priori a través de funciones, que desde su introducción por Gabor, permitían una descomposición lineal de procesos transitorios.

Así pues, el análisis mediante la HHT se encuentra dividido en dos partes: la obtención de la base mediante la Descomposición Empírica de Modos previa (EMD), y la identificación de componentes a través del análisis espectral por Hilbert (HSA). De esta manera se evitan los problemas surgidos al aplicar sobre señales no lineales filtros lineales.

La transformada de Hilbert, así como la definición de frecuencia instantánea, funciona bien para señales monocomponentes. Sin embargo, en muchas aplicaciones reales predominan las señales multicomponentes, y a menudo se encuentran corrompidas por el ruido.

En estos casos, el concepto de traza compleja falla, porque el procesado de la transformada de Hilbert de esas señales con ruido generan amplitudes espurias a frecuencias negativas. Huang desarrolló un enfoque completamente nuevo para analizar las señales evitando los resultados sin base física. Con este fin, la transformada de Hilbert no es aplicada directamente a la señal misma, sino a cada una de las funciones modales intrínsecas (IMF) resultado de procesar la señal mediante el método de descomposición empírica (EMD). Estas funciones de modo intrínsecas representan un modo simple de oscilación –que puede ser tanto lineal como no lineal– definido por dos características:

- Poseer un número igual de extremos y de pasos por cero, o que a lo sumo difieran en una unidad.
- En cualquier punto de la IMF, el valor medio de la envolvente que engloba los máximos locales y la que engloba los mínimos locales es cero.

Las funciones modales intrínsecas constituyen, pues, el equivalente a las funciones armónicas simples, pero poseen un ámbito mucho más general que éstas, pues su formulación es capaz de soportar una amplitud y una frecuencia variables con el tiempo. Los IMF constituyen, pues, señales casi-monocomponentes, por lo que pueden tratarse sin problemas mediante la transformada de Hilbert para obtener la frecuencia instantánea.

La HHT ha sido probada y validada de manera exhaustiva, aunque sólo empíricamente. En todos los casos estudiados, la transformada de Hilbert-Huang proporciona resultados mucho más nítidos que aquellos de los tradicionales métodos de representación en tiempo, frecuencia y energía.

El mayor inconveniente del método estriba en tratarse de un procedimiento completamente empírico. Para incrementar la robustez y rigurosidad del método, muchos destacados problemas relacionados con la HHT deben ser resueltos antes.

### 2.3.16.1 El método empírico de descomposición de modos

El algoritmo para crear las funciones de modo intrínsecas se conoce como cribado, siendo simple y elegante. Se encuentra fundamentado en la asunción de que cualquier serie de datos tendrá simultáneamente diferentes modos de oscilación simple superpuestos unos a otros, que poseerán el mismo número de extremos y de cortes del valor cero. Además, la oscilación será simétrica respecto a la “media local”.

El procedimiento de descomposición consiste en primero identificar los extremos locales, para después ajustar por los máximos una curva *spline* cúbica común. Tras ello, se procede análogamente con los mínimos, quedando definida una envolvente superior y otra inferior. Ambas deben englobar entre ellas a todos los datos de la señal original.

A partir de esta envolvente es calculada la media móvil  $m_1$ . La diferencia entre los datos  $x(t)$  y la media móvil debe producir el primer componente  $h_1$ , que idealmente debe satisfacer los dos puntos definitorios de una función de modo intrínseco o IMF, es decir, poseer cierta simetría y tener todos los máximos positivos y mínimos negativos.

$$h_1 = x(t) - m_1 \quad (2.180)$$

Si a los datos originales se resta esta “media”, se obtiene una nueva función que ha tener el mismo número de pasos por cero y extremos. Si la función así construida no satisface este criterio, el proceso de cribado continúa hasta que cierta tolerancia aceptable es conseguida.

El resultado es la primera función de modo intrínseca (IMF) con las oscilaciones de frecuencia más alta que se encuentren en la señal original (la menor escala de tiempo).

Sin embargo, incluso si el ajuste es perfecto, una cierta curvatura en la pendiente general de los datos puede amplificarse convirtiéndose en un extremo local. Nuevos extremos generados de esta manera revelan modos reales perdidos en el primer análisis. De hecho, continuando el proceso de criba, el procedimiento puede recuperar señales que representan ondas subyacentes de baja amplitud.

Así pues, el cribado posee dos objetivos: eliminar ondas subyacentes e incrementar la simetría de los perfiles de ondas. El primer objetivo se encuentra motivado por la necesidad de suministrar a la transformada de Hilbert una frecuencia instantánea que tenga sentido. El segundo objetivo debe ser alcanzado para los casos en los que las amplitudes de onda vecinas difieran mucho.

Con estos fines, el proceso de cribado debe ser repetido tantas veces como se requiera para reducir la señal extraída a una función de modo intrínseca, sometiendo a la señal original a la sustracción de cada nueva descomposición, obteniéndose un resto.

$$h_{1k} = h_{1(k-1)} - m_{1k} \quad (2.181)$$

En este punto un criterio de parada debe ser definido. El usado en primer lugar por Huang et al. (1998) emplea un tipo de test de convergencia de Cauchy. Específicamente, este test requiere que el cuadrado de la diferencia normalizada entre dos operaciones sucesivas de tamizado sea pequeña.

$$SD_k = \frac{\sum_{t=0}^T |h_{k-1}(t) - h_k(t)|^2}{\sum_{t=0}^T h_{k-1}^2} \quad (2.182)$$

Esta definición parece rigurosa, pero es de difícil implementación en la práctica. Dos cuestiones quedan en el aire: establecer, primeramente, qué es suficientemente pequeño, y en segundo lugar que el criterio no depende de la definición de las IMF, pues aunque la diferencia al cuadrado puede ser pequeña, no por ello la función tendrá el mismo número de cortes de cero ni de extremos.

Por esta razón se desarrolló el segundo criterio de parada por Huang et al. basado precisamente en el número de cortes de cero y extremos. Un número  $S$  es preseleccionado. El proceso de tamizado finalizará únicamente después de  $S$  aplicaciones consecutivas, cuando el número de cruces del valor cero y extremos sean iguales o difieran únicamente en uno.

El problema en este caso proviene del modo de seleccionar el número  $S$ . Cualquier selección es *ad hoc* y precisa una rigurosa justificación. Esto cristalizó en otro trabajo de Huang et al. en 2003, en el cual, de las muchas posibles elecciones de  $S$  se derivó una serie de agrupaciones de IMF a partir de las cuales una media y nivel de confianza de cada agrupación fue derivado. Además, mediante la comparación de ellos con la media, fue



establecida una guía empírica. Para el tamizado óptimo, en número  $S$  debe ser elegido entre 4 y 8.

Una vez alcanzado el criterio de parada, sea cual sea éste, la función modal intrínseca es identificada:

$$c_1 = h_{1k} \quad (2.183)$$

quedando un residuo  $r$ :

$$r_1 = x(t) - c_1 \quad (2.184)$$

El residuo  $r_j$  contiene las variaciones de mayor periodo de los datos, por ello es tratado como la nueva señal, volviéndose a aplicar el mismo periodo. Finalmente, el tamizado da como resultado una descomposición de los datos originales de la forma:

$$x(t) = \sum_{j=1}^n c_j + r_n \quad (2.185)$$

Siendo  $r_n$  un residuo demasiado pequeño con respecto a la señal original  $x(t)$ , o una función monotónica –una tendencia– de la que no se pueden extraer más IMF; y  $c_j$  las  $n$  funciones de modo intrínseco, que usualmente poseen un claro significado físico.

Así pues, el procedimiento de descomposición tiene la ventaja de no precisar un tratamiento especial para la componente de continua, pues la referencia de cero es generada para cada componente independientemente, quedando ésta contenida en el residuo.

Los temas de completitud –capacidad para reconstruir la señal original– y ortogonalidad de las expansiones en IMF son tratadas por Huang en [68], considerándose la HHT como una descomposición aproximadamente ortogonal.

Una vez son obtenidas las IMF, la transformada de Hilbert puede ser aplicada a cada IMF individual, computándose la frecuencia instantánea y la amplitud usando (2.61) y (2.59). Tras ello, la señal puede ser expresada de acuerdo con (2.186), donde  $a_j(t)$  y  $\omega_j(t)$  son, respectivamente, la amplitud instantánea y la frecuencia que corresponde a cada IMF  $c_j(t)$ .

$$x(t) = Re \left\{ \sum_{j=1}^n a_j(t) \cdot \exp \left[ j \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \omega_j(t) \cdot dt \right] \right\} \quad (2.186)$$

El residuo  $r_n$  no se suele considerar. Esta expresión permite la representación de la amplitud instantánea y la frecuencia como funciones de  $t$  en un diagrama tridimensional o mapa de contorno. Dicha representación en tiempo y frecuencia es conocida como espectro de Hilbert-Huang [24].

### 2.3.17 El operador de Teager-Kaiser

Desarrollado a partir de los estudios sobre modelización no lineal del habla de Teager [69], [70], [71] en los cuales la modulación juega un papel importante [72] este algoritmo propuesto por Kaiser goza de una extrema simplicidad y es capaz de seguir casi instantáneamente la energía de un oscilador lineal.

En su adaptación para señales continuas en el tiempo adquiere la forma de:

$$\text{TK}_c(x(t)) = \left(\frac{dx(t)}{dt}\right)^2 - x(t) \left(\frac{d^2x(t)}{dt^2}\right) \quad (2.187)$$

Considerando un sistema vibratorio armónico simple sin amortiguamiento compuesto por una masa  $m$  y un muelle de constante  $k$ , su desplazamiento  $x(t)$  se encuentra gobernado por la ecuación:

$$m \cdot x'' + k \cdot x' = 0 \quad (2.188)$$

donde  $x'(t) = dx/dt$ . Esta ecuación tiene por solución general:

$$x(t) = A \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \theta) \quad (2.189)$$

con:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.190)$$

La energía instantánea  $E_0$  de este oscilador no amortiguado, es constante e igual a la suma de su energía cinética y potencial, que integrando queda:

$$E_0 = \frac{m}{2}(x')^2 + \frac{k}{2}x^2 = \text{const} \quad (2.191)$$

$$E_0 = \frac{m}{2}(A\omega_0)^2 \quad (2.192)$$

Por tanto la energía de un oscilador lineal es proporcional tanto al cuadrado de la amplitud como al cuadrado de la frecuencia de oscilación.

La aplicación del TKEO sobre una señal puramente sinusoidal (2.193), como podría ser la corriente de fase de una máquina sana da (2.194):

$$x(t) = A \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (2.193)$$

$$\text{TK}(x(t)) = A^2 \cdot \omega^2 \quad (2.194)$$

lo que es un valor constante que corresponde a la envolvente de la señal.

### 2.3.17.1 Demodulación

Al igual que la transformada de Hilbert (ver 2.3.15), el operador de Teager-Kaiser es capaz de suprimir la componente fundamental o portadora de una señal, siendo esto de importancia en el diagnóstico de máquinas eléctricas, pues si existen defectos periódicos, como los producidos por una barra rota (ver 2.2.1), excentricidad mixta (ver 2.2.2) o fallo en puntual en la superficie de los rodamientos o las bolas (ver 2.2.4), la amplitud de la señal de corriente de fase de la máquina es modulada con una frecuencia característica del defecto  $f_d$ . Tras el proceso de demodulación, esta componente aparece en el espectro separada del origen una distancia igual a su frecuencia, lo que permite su fácil identificación.

En su adaptación para una señal discreta  $x[n]$ , muestreada a una frecuencia  $f_s$ :

$$x[n] = x(n \cdot \Delta t) \text{ con } \Delta t = \frac{1}{f_s}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.195)$$

la aproximación hacia atrás de las derivadas temporales de (2.187) da como resultado:

$$\begin{aligned} TK(x[t]) &= \left( \frac{x[n] - x[n-1]}{\Delta t} \right)^2 - x[n] \cdot \frac{x[n] - 2 \cdot x[n-1] + x[n-2]}{(\Delta t)^2} = \\ &= \frac{1}{(\Delta t)^2} (x[n-1]^2 - x[n-2] \cdot x[n]) \end{aligned} \quad (2.196)$$

Expresión que es normalmente escalada y centrada, resultando:

$$TK_d(x[n]) = x^2[n] - x[n+1] \cdot x[n-1] \quad (2.197)$$

Puesto que, al contrario que para el cálculo de la transformada de Hilbert, sólo se requieren tres muestras en (2.197), la respuesta del operador de energía de Teager-Kaiser (TKEO) es casi instantánea. Además, su simplicidad lo hace especialmente indicado para la aplicación en procesadores digitales de la señal (DSP).

Entre las propiedades del operador, Kaiser [72] encontró las siguientes:

$$TK_c(Ae^{rt} \cos(\omega_0 \cdot t + \theta)) = A^2 e^{2rt} \omega_0^2 \quad (2.198)$$

$$TK_c(x(t) y(t)) = x^2(t) TK(y(t)) + y^2(t) TK_c(x(t)) \quad (2.199)$$

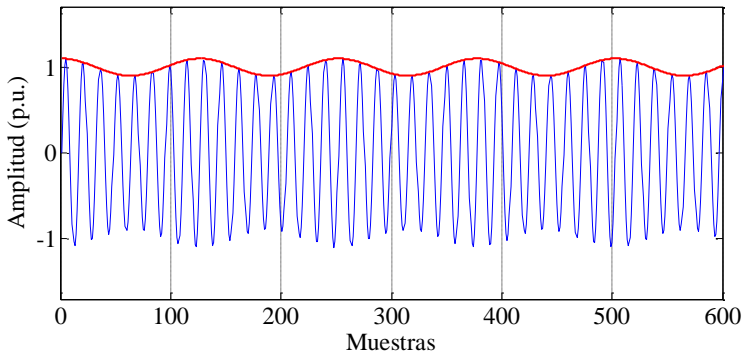
para cualquier constante  $A$ ,  $r$  y  $\omega_0$  y para cualquier señal  $x$  e  $y$ .

El operador discreto cuenta con propiedades similares:

$$TK_d[Ar^n \cos(\Omega_0 \cdot n + \theta)] = A^2 r^{2n} \text{sen}^2(\Omega_0) \quad (2.200)$$

$$\begin{aligned} TK_d[x[n] y[n]] &= x^2[n] TK_d[y[n]] + y^2[n] TK_d[x[n]] \\ &\quad - TK_d[x[n]] TK[y[n]] \end{aligned} \quad (2.201)$$

Así pues, el operador de Teager-Kaiser sigue de manera casi instantánea la evolución de la energía en una determinada señal. De esta manera se evalúa para cada punto el nivel de modulación, tanto en amplitud como en frecuencia, pudiéndose identificar de manera inmediata, por ejemplo, áreas donde la o las sinusoides propias del equipo se ven modificadas por un defecto incipiente. También cabe añadir, a diferencia de otras técnicas en el dominio del tiempo, las necesidades de computación son muy bajas.



**Fig. 18 Señal de AM (azul) demodulada mediante Teager-Kaiser (rojo)**

Como se puede apreciar en la Fig. 18, el operador de Teager-Kaiser sigue la variación en amplitud de una señal AM, por tanto sus variaciones reflejan directamente la modulación de la primera. Este operador ofrece una mejor separación cuanto mayor sea la diferencia del valor entre la frecuencia modulante y la modulada, obteniéndose errores muy pequeños para las proporciones usadas normalmente en sistemas de comunicaciones [72].

Es posible obtener la amplitud y frecuencia instantánea mediante el operador de Teager-Kaiser siguiendo las expresiones [57]:

$$a(t) = \frac{TK(x)}{\sqrt{TK(x')}} \quad (2.202)$$

$$\omega(t) = \sqrt{\frac{TK(x')}{TK(x)}} \quad (2.203)$$

Siendo  $x' = x'(t)$ , esto es, la derivada de la señal con respecto al tiempo. Esto provoca que el algoritmo no dé un resultado correcto de la amplitud o la frecuencia instantánea cuando la primera o la segunda derivada de la señal se anulan. De todas maneras, según señala Vaukman [61], otras propiedades deseables sí que se mantienen, como la correspondencia armónica o la homogeneidad.

### 2.3.17.2 Amplificación de picos

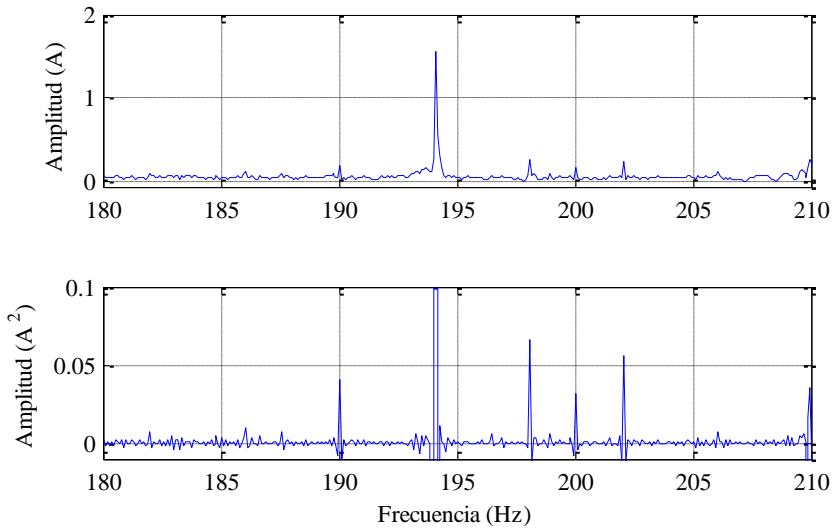
Como algoritmo no lineal, el operador de Teager-Kaiser actúa como un filtro dependiente de la señal. Los impulsos presentes en la misma son preservados, sin atenuación, mientras que su amplitud es elevada a cuadrado.

Los impulsos en la forma  $A \cdot \cos[\omega_0 n]$  producen una salida constante igual a  $A^2 \cdot \sin^2(\omega_0)$ , amortiguando los componentes de baja frecuencia [73]. El filtrado de ruido blanco gaussiano  $N(0, \sigma)$  da como resultado ruido con una media del orden de  $\sigma^2$  y una desviación estándar proporcional a  $\sigma^2$ .

Así pues, si caracterizamos la visibilidad de un pulso dado por el ratio  $A/3\sigma$ , siendo A la amplitud de dicho pulso y  $\sigma$  la desviación estándar del ruido en el que se encuentra embebido, el ratio señal-ruido después de aplicar el operador de Teager-Kaiser (Fig. 19,

abajo) es incrementado de la señal original (Fig. 19, arriba) para valores de este ratio por encima de 1. Esto facilita la detección de impulsos y picos rodeados de ruido.

Como consecuencia de la ecuación (2.197), al procesar picos aislados, el operador de Teager-Kaiser produce dos picos de valor negativo alrededor de un pico con valor positivo. Esta propiedad contribuye a simplificar los procedimientos de detección de picos, una cuestión clave en la automatización del diagnóstico de motores de inducción mediante corrientes.



**Fig. 19 Amplificación de picos mediante el operador de Teager-Kaiser**

El operador de Teager-Kaiser ha sido utilizado para la detección de defectos preferentemente en sistemas mecánicos, como cajas de engranajes. En motores de inducción ha sido empleado en la identificación de defectos en los rodamientos [74].

### 2.3.18 Fundamentos de filtros digitales

Debido al amplio uso de estos métodos de filtrado que se realiza en la presente tesis, en los siguientes tres puntos se realizará una breve introducción de los filtros digitales, como preludeo a la presentación de los últimos avances en filtros FIR de rechazo de frecuencia, de amplia aplicación en la misma. Esta introducción se ha realizado sobre el estudio de dos textos, uno eminentemente práctico, de C. Britton Rorabaugh, titulado *Digital Filter Designer's Handbook*, de la editorial Blue Ridge Summit: TAB Books [75], y el otro, un tratado muy completo, escrito por el ya conocido A. V. Oppenheim y colaboradores: *Discrete-Time Signal Processing*, de la editorial Englewood Cliffs: Prentice Hall [76]

En el contexto del procesamiento de señales, un sistema es un elemento que acepta una o varias entradas, opera sobre ellas, y produce una o más salidas. Cuando las entradas son señales representadas por funciones, los sistemas se suelen representar como operadores que actúan sobre estas entradas:

$$y(t) = H_a[x(t)] \quad (2.204)$$

La función de transferencia para un sistema realizable, lineal e invariante con el tiempo tiene la forma:

$$H_a(z) = \frac{P(z)}{Q(z)} \quad (2.205)$$

puediéndose factorizar el numerador y el denominador para obtener:

$$H_a(z) = F_0 \frac{(z - z_1) \cdot (z - z_2) \cdot \dots \cdot (z - z_m)}{(z - p_1) \cdot (z - p_2) \cdot \dots \cdot (z - p_n)} \quad (2.206)$$

donde las raíces  $z_1, z_2, \dots, z_m$  del numerador son llamadas ceros de la función de transferencia, y las raíces del denominador  $p_1, p_2, \dots, p_n$  polos de la función de transferencia. Colectivamente son conocidos como frecuencias críticas. La localización de los polos caracteriza el comportamiento del sistema.

Es posible determinar la respuesta en estado estacionario de un sistema con tan sólo evaluar la función de transferencia  $H_a(s)$  a la frecuencia compleja  $s = j\omega$ :

$$H_a(j\omega) = |F(j\omega)| \cdot e^{j\theta(\omega)} = F(s)|_{s=j\omega} \quad (2.207)$$

La respuesta en magnitud de un sistema es simplemente la magnitud de  $H(j\omega)$ :

$$|H_a(j\omega)| = \sqrt{\text{Re}[F(j\omega)]^2 + \text{Im}[F(j\omega)]^2} \quad (2.208)$$

siendo la respuesta de fase el arco tangente del ratio entre la parte imaginaria y la real de la respuesta en estado estacionario:

$$\theta(\omega) = \text{arc tg} \left\{ \frac{\text{Im}[F(j\omega)]}{\text{Re}[F(j\omega)]} \right\} \quad (2.209)$$

A partir de la respuesta de fase, el retardo de fase de un sistema se define como:

$$\tau_f(\omega) = \frac{-\theta(\omega)}{\omega} \quad (2.210)$$

es decir, la pendiente de la recta que une el origen a la respuesta de fase, para cada frecuencia, con el signo cambiado. El retardo de fase indica el retraso que experimentaría una senoide de frecuencia  $\omega$  al atravesar el sistema

El retraso de grupo  $\tau_g(\omega)$  de un sistema se define asimismo como:

$$\tau_g(\omega) = \frac{-d}{d\omega} \theta(\omega) \quad (2.211)$$

Es decir, la tangente cambiada de signo en cada punto del diagrama de la respuesta de fase del sistema.

Si un sistema exhibe un retraso de grupo constante sobre todo el ancho de banda de una señal modulada, la envolvente de la misma será retrasada en un valor igual a  $\tau_g$ . Si el retraso de grupo no es constante en todo el ancho de banda, entonces la envolvente será distorsionada.

Para una señal de amplitud modulada dada por la siguiente expresión:

$$x(t) = A(t) \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (2.212)$$

se tendría que la envolvente es modificada según el retardo de grupo, mientras que la portadora lo es por el retardo de fase:

$$H_a[x(t)] = K \cdot A(t - \tau_g) \cdot \cos[\omega \cdot (t - \tau_f)] \quad (2.213)$$

donde  $K$  es la ganancia del sistema en el entorno de la frecuencia de la portadora.

Es por ello necesario, para evitar la deformación de la señal, la construcción de filtros con un retardo de grupo constante en la banda objeto de estudio.

Los filtros ideales contarían con una forma rectangular en espectro de la magnitud de sus respuestas, dando como resultado que las frecuencias deseadas serían mantenidas sin atenuación mientras que las no deseadas quedarían completamente bloqueadas. Desafortunadamente, los filtros ideales son no-casuales, y por tanto irrealizables de manera práctica. Los tipos de diseño de filtro principales –Butterworth, Chebyshev y Bessel– optimizan cada uno un aspecto diferente de la aproximación a este hipotético “filtro ideal”.

### 2.3.18.1 Filtros de paso bajo

El filtro de paso bajo constituye el modelo más simple, que sirve de base para construir los restantes tipos. La característica principal es la frecuencia de corte  $\omega_c$ , que divide la respuesta del mismo en dos regiones, la banda de paso, en este caso a frecuencias más bajas, y la banda de transición, que se extiende por encima de  $f_c$  y hasta  $f_j$ . La banda de rechazo abarca desde esta frecuencia  $\omega_1$  hasta el infinito.

La frecuencia de corte queda definida como la frecuencia a la cual la magnitud de la respuesta del filtro desciende una determinada proporción, (normalmente 3 dB) del valor pico de la banda de paso. La definición de  $\omega_1$  resulta más problemática, estableciéndose normalmente como aquel punto en la banda de transición en que se alcanza el valor pico de la respuesta en la banda de rechazo.

### 2.3.18.2 Filtros de paso alto

Generalmente se obtienen mediante la transformación de diseños de paso bajo. Los tipos normalizados pueden convertirse a filtros de paso alto tan sólo con sustituir  $z$  por  $1/z$  en sus funciones de transferencia. De esta manera la forma de la magnitud de la respuesta es volteada sobre la línea que indica la frecuencia de corte  $f_c$ .

### 2.3.18.3 Filtros de paso de banda

Los filtros de paso banda se clasifican en dos tipos: los de banda ancha, obtenidos mediante la combinación de un filtro de paso bajo y otro de paso alto; y los de banda estrecha.

En este último caso, normalmente considerado cuando el ancho de banda es inferior a una octava, es posible obtenerlos a partir del modelo de filtro de paso bajo mediante la sustitución de la variable  $z$  en su función de transferencia por  $[z - (1/z)]$ . La frecuencia de paso aparece centrada en la frecuencia de corte del filtro de paso bajo original. No obstante, esta realización de un filtro de paso banda distorsiona las respuestas transitorias.

#### 2.3.18.4 Filtros de rechazo de banda y filtros “notch”

El filtro de rechazo de banda no permite el paso de señales cuyas frecuencias se encuentren comprendidas entre las frecuencias de corte superior e inferior.

La implementación del mismo puede conseguirse de diferentes maneras. Una de ellas consistiría en sumar la respuesta de un filtro de paso bajo y uno de paso alto (cuyas respuestas no se solapen). Ello se implementa mediante un sumador analógico, realizado normalmente con un amplificador operacional. Asimismo, se podría construir mediante componentes pasivos, utilizando una rama paralelo resonante a la frecuencia que se desee eliminar.

También es posible modificar la función de transferencia de un filtro de paso bajo normalizado, sustituyendo la variable  $z$  por  $z/(z^2 - 1)$ . La frecuencia de rechazo de dicho nuevo filtro se encontrará sobre la frecuencia de corte del original.

Siendo un caso particular de los primeros, las frecuencias de corte superior e inferior en los filtros *notch* se encuentran muy próximas entre sí (es por ello que también son conocidos como filtros en “V”), de manera que la banda de rechazo apenas abarca lo que en las señales reales es un único componente. Podrían por ello ser denominados filtros de rechazo de componente.

#### 2.3.18.5 Filtros Butterworth

Los filtros Butterworth están concebidos para tener una respuesta lo más plana posible en la zona de paso de banda, y que dicha respuesta decrezca monótonicamente en la zona de corte. La función de transferencia para un filtro de paso bajo de orden  $n$  es:

$$H_a(z) = \frac{1}{\prod_{i=1}^n (z - z_i)} \quad (2.214)$$

Un filtro Butterworth no posee ceros finitos y además sus polos tendrán el valor de la parte real negativo y se situarán de manera equidistante en un semicírculo de radio 1 respecto al origen.

#### 2.3.18.6 Filtros Chebysheff

Los filtros Chebysheff se diseñan para poseer una transición relativamente rápida entre la parte de pasa banda de su respuesta y la parte de supresión de la señal. Este corte más abrupto se logra a expensas de introducir un rizado en la banda de paso.

Los polos de un filtro Chebysheff de paso bajo se distribuyen en forma de elipse alrededor del origen sobre la mitad izquierda del plano  $s$ .

#### 2.3.18.7 Filtros elípticos o Cauer

Los filtros elípticos, también conocidos como filtros Cauer, incrementan la rapidez de la transición entre la banda de paso y la banda de rechazo a costa de permitir también rizado en dicha banda de rechazo.

De esta manera, para su diseño es necesario especificar no sólo su orden sino también otros cuatro parámetros:

- La máxima pérdida en la banda de paso.



- El mínimo rechazo en la banda de rechazo.
- La frecuencia de corte de la banda de paso.
- La frecuencia de corte de la banda de rechazo.

El procedimiento de diseño no es explícito, precisándose un algoritmo.

#### 2.3.18.8 Filtros Bessel

Los filtros Bessel poseen un retraso de grupo lo más plano posible, como consecuencia de ello, las señales moduladas sufren menores alteraciones en la banda de paso. Como contrapartida, la transición entre la banda de paso y la de rechazo es mucho más lenta que en otros tipos de filtro.

#### 2.3.18.9 Filtros de paso total (“allpass”)

Los filtros de paso total poseen una respuesta en magnitud plana, permitiendo el paso de todas las frecuencias. Sin embargo, su respuesta en fase es variable con la frecuencia, ya que cambian su retraso de propagación con la misma. Se denominan por la frecuencia a la que su respuesta en fase cruza los  $\pi/2$  radianes. Se utilizan para compensar cambios de fase producidos por un sistema, como por ejemplo, otros filtros.

#### 2.3.19 Implementación de filtros IIR

La implementación de filtros digitales comenzó a realizarse con la conversión de sus predecesores analógicos, basados en la resolución de circuitos analógicos realizados mediante componentes pasivos, según los trabajos de Campbell, al ámbito de las señales discretas. De esta manera se pudieron convertir diseños óptimos de filtros analógicos en sus equivalentes digitales mientras se seguía haciendo uso de los conocimientos acumulados sobre los primeros.

Generalmente se emplean dos métodos de discretización. Por un lado se tiene el método de la invariancia del impulso, en el cual se muestrea la respuesta al impulso del sistema continuo en el tiempo. Si la respuesta del sistema continuo está aproximadamente limitada en frecuencia por debajo de la frecuencia de muestreo de Nyquist, la respuesta en frecuencia del sistema discreto será aproximadamente igual para las frecuencias por debajo de la de Nyquist.

No obstante, este método puede producir *aliasing*, problema que resuelve el método de la transformada bilinear.

La transformación bilinear, también conocida como método de Tustin, convierte una función de transferencia de un sistema lineal, invariante en el tiempo en el dominio continuo del tiempo, en una función de transferencia de un sistema lineal, invariante con el desplazamiento en el dominio discreto del tiempo.

La transformación bilinear mapea el eje  $j\omega$  del plano  $s$  en el círculo unidad,  $|z| = 1$ , del plano  $z$ . De este modo se preserva la estabilidad, mapeándose cada punto de la respuesta en frecuencia del filtro analógico  $H_a(j\omega)$  a un punto correspondiente de la respuesta en frecuencia del filtro digital  $H_d(e^{j\lambda})$ , aunque a una frecuencia ligeramente diferente. No obstante, esto último es sólo apreciable a frecuencias cercanas a la de Nyquist.

La transformación bilinear consta matemáticamente de una aproximación de primer orden a la función del logaritmo natural, esto es, un mapeo exacto del plano  $z$  al plano  $s$ . Si se aplica la transformada de Laplace a una señal discreta (con cada elemento de la secuencia discreta en el tiempo unido a su correspondiente impulso unitario debidamente retardado), el resultado es precisamente la transformada  $z$  de la secuencia discreta con la sustitución de:

$$z = e^{sT} = \frac{e^{sT/2}}{e^{-sT/2}} \approx \frac{1 + sT/2}{1 - sT/2} \quad (2.215)$$

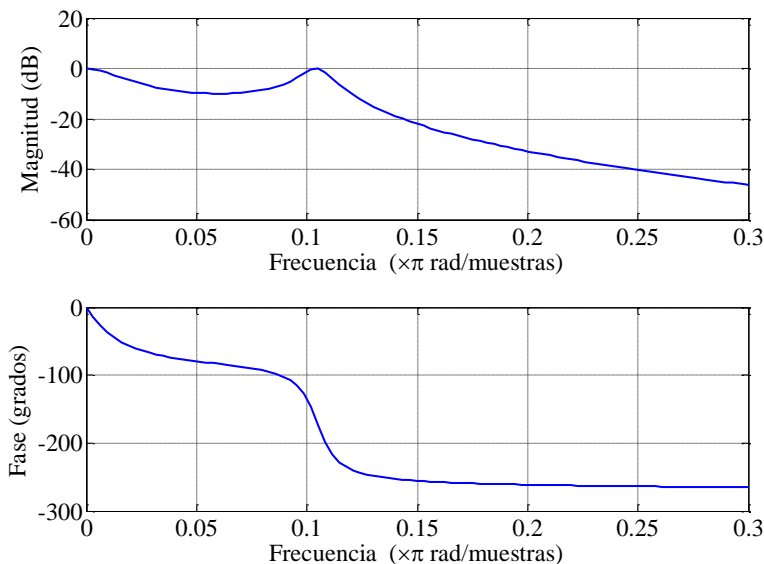
siendo  $T$  el recíproco de la frecuencia de muestreo. Entonces:

$$s \leftarrow \frac{2}{T} \cdot \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \quad (2.216)$$

La transformación bilinear emplea esta aproximación de primer orden para sustituir  $s$  en la función de transferencia  $H_a(s)$ , esto es:

$$H_d(z) = H_a\left(\frac{2}{T} \cdot \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}\right) \quad (2.217)$$

En todo caso, y de ahí su nombre, esta clase de filtros adaptados de sus contrapartes analógicas poseen la característica de ser su respuesta ante un impulso infinita en el tiempo, por ello son conocidos como filtros IIR (*infinite impulse response*).



**Fig. 20 Implementación en el dominio discreto de un filtro Causer de orden 3 con  $f_c=0,12$ , y 10 dB de rizado en la banda de paso.**

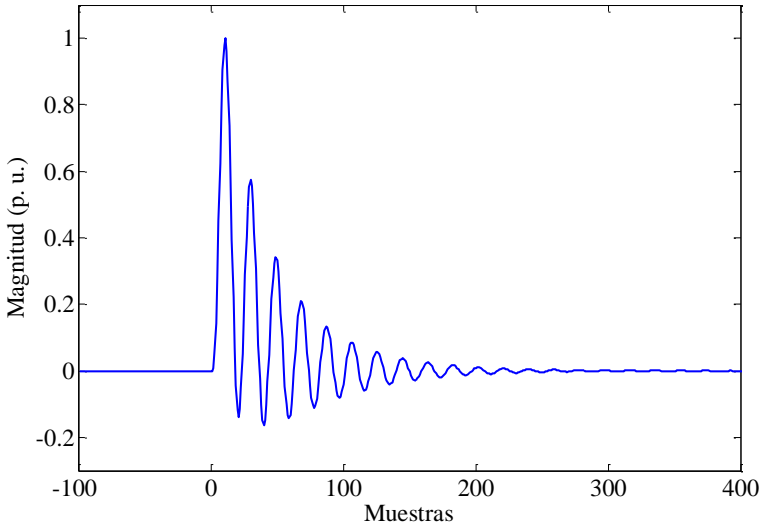


Fig. 21 Respuesta a un impulso en  $n=0$  para el filtro de la figura anterior.

### 2.3.20 Fundamentos de filtros FIR

En contraste con los filtros de respuesta infinita, los filtros FIR (*finite impulse response*) o filtros de respuesta finita al impulso, se usan casi exclusivamente en implementaciones en tiempo discretas.

A diferencia de los primeros, los filtros FIR no precisan de transformaciones desde filtros analógicos ni algoritmos iterativos. Las técnicas de diseño de filtros FIR están basadas en aproximar directamente la respuesta en frecuencia del sistema lineal discreto [76].

El método más sencillo para diseñar un filtro FIR es el llamado método de la ventana. Consiste en inicialmente establecer la respuesta en frecuencia deseada:

$$H_d(e^{j\lambda}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h_d[n] \cdot e^{-j\lambda n} \quad (2.218)$$

siendo  $h_d[n]$  la respuesta impulso correspondiente, que es posible expresar en términos de  $H_d(e^{j\lambda})$  como:

$$h_d[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_d(e^{j\lambda}) \cdot e^{-j\lambda n} d\lambda \quad (2.219)$$

Muchos sistemas poseen respuestas en frecuencia a trozos constantes, estas respuestas son propias de sistemas no casuales y por tanto infinitamente largos. La forma más rápida de aproximar uno de estos sistemas es la de truncar la respuesta en frecuencia, esto es:

$$h[n] = h_d[n] \cdot w[n] \quad (2.220)$$

Donde  $w[n]$  es la función ventana rectangular:

$$w[n] = \begin{cases} 1, & 0 \leq n \leq M \\ 0, & \text{para los demás casos} \end{cases} \quad (2.221)$$

del teorema de modulación [76] se sigue que:

$$H_d(e^{j\lambda}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_d(e^{j\lambda}) \cdot W(e^{j(\lambda-\theta)}) \cdot d\theta \quad (2.222)$$

Es decir,  $H_d(e^{j\lambda})$ , la función de transferencia del filtro, es igual a la convolución de la respuesta ideal deseada con la transformada de Fourier de la ventana.

La función ventana que de manera más fidedigna reproduzca la respuesta en frecuencia ideal será aquella lo más parecida a un impulso. Para el caso de la ventana rectangular se tiene que su transformada de Fourier es:

$$W(e^{j\lambda}) = \sum_{n=0}^M e^{-j\lambda n} = e^{-j\lambda \frac{M}{2}} \cdot \frac{\text{sen}[\lambda \cdot (M + 1)/2]}{\text{sen}(\lambda/2)} \quad (2.223)$$

Según (2.223), el lóbulo principal de dicha transformada de Fourier se estrechará, asemejándose a un impulso, cuanto más crezca el parámetro  $M$ , es decir, cuanto mayor sea la longitud del filtro, lo cual incrementa las necesidades computacionales.

En cuanto a la respuesta en fase, una de las ventajas de los filtros FIR la constituye el hecho de que es posible obtener una respuesta lineal generalizada sin más que las ventanas cuenten con la propiedad:

$$w[n] = \begin{cases} w[M - n], & 0 \leq n \leq M \\ 0, & \text{para los demás casos} \end{cases} \quad (2.224)$$

Esto tiene como consecuencia que la transformada de Fourier de la función ventana sea real y par con respecto a  $\lambda$  y su respuesta impulsiva también será simétrica respecto a  $M/2$ , resultando la fase lineal generalizada. Si se obtiene una respuesta en fase antisimétrica  $h[M - n] = -h[n]$ , la respuesta del filtro poseerá fase lineal generalizada con un cambio de fase de  $90^\circ$  constante. Esta propiedad hace posible la sencilla obtención de un filtro FIR para el cálculo de la transformada de Hilbert de una señal.

Existen diferentes tipos de ventanas que tratan de reducir la respuesta en magnitud en la banda de rechazo, entre ellas se encuentran la Hanning, Hamming y Blackman. Sin embargo, esto sólo es posible incrementando la amplitud del lóbulo principal y por tanto siendo la transición entre la zona de paso y la zona de rechazo más grande.

Kaiser concibió un método que permitía cuantificar esta relación. Así pues, el método de la ventana de Kaiser permite realizar el diseño de un filtro FIR sin necesidad de un algoritmo iterativo de acuerdo a los parámetros más usuales, esto es, rizado en la banda de paso y la banda de rechazo y frecuencias de transición.

No obstante, el método más usado actualmente para el diseño de filtros FIR es el algoritmo iterativo de Parks-McClellan. Este método trata de minimizar el error máximo entre un filtro ideal de la forma (2.225) y la respuesta real del filtro modelizada mediante una aproximación polinómica en  $\cos(\lambda)$  (2.226).

$$H_d(e^{j\lambda}) = \begin{cases} 1, & 0 \leq \lambda \leq \lambda_p \\ 0, & \lambda_p \leq \lambda \leq \pi \end{cases} \quad (2.225)$$

$$A_e(e^{j\lambda}) = \sum_{k=0}^L a_k (\cos \lambda)^n \quad (2.226)$$

puesto que la respuesta real en frecuencia de un filtro FIR puede escribirse como:

$$A_e(e^{j\lambda}) = h_e[0] + \sum_{n=1}^L 2h_e[n] \cdot \cos(\lambda n) \quad (2.227)$$

y

$$\cos(\lambda n) = T_n \cdot \cos(\lambda) \quad (2.228)$$

La expresión del error queda formalizada como:

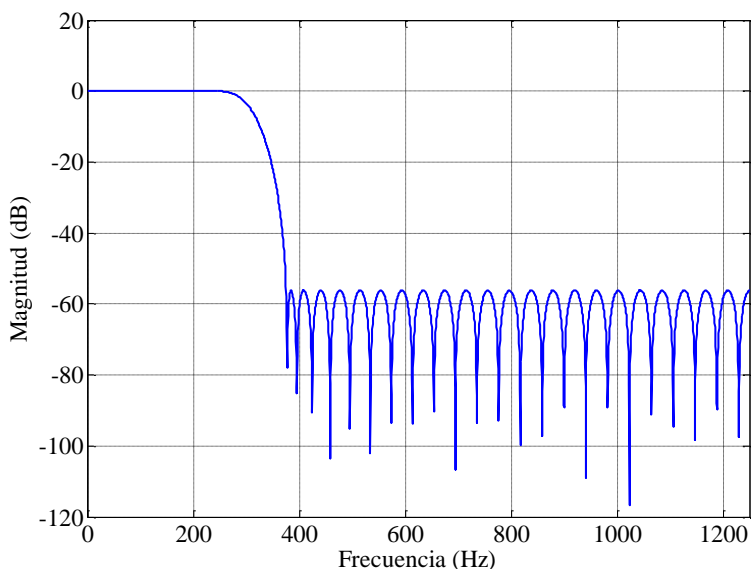
$$E(\lambda) = W(\lambda)[H_d(e^{j\lambda}) - A_e(e^{j\lambda})] \quad (2.229)$$

donde  $W(\lambda)$  es una función de ponderación.

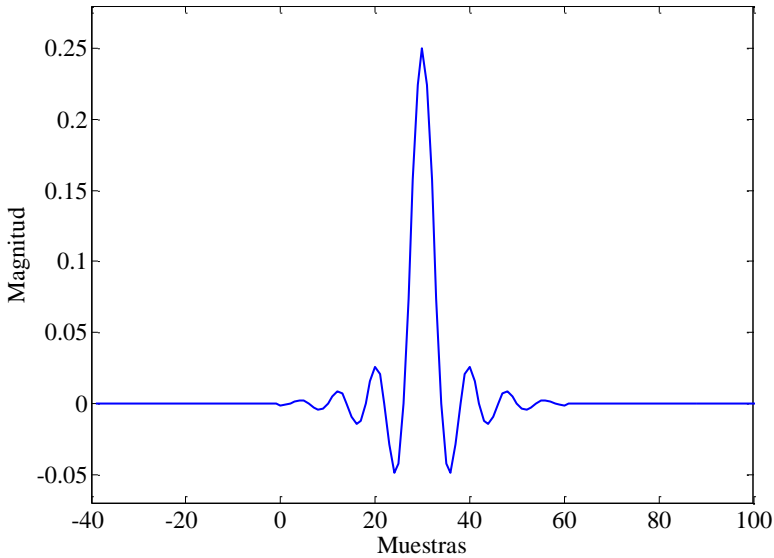
Así pues el problema queda definido como:

$$\{h_e[n]: 0 \leq n \leq L\} \min_{\lambda \in [0, \pi]} \max |E(\lambda)| \quad (2.230)$$

siendo  $h_e[n]$  los coeficientes del filtro que minimizan el error máximo.



**Fig. 22** Respuesta en magnitud de un filtro FIR de paso bajo diseñado con banda de transición entre los 250 y 375 Hz.



**Fig. 23 Respuesta a un impulso unitario en  $n=0$  para un filtro FIR de paso bajo**

El sistema de ecuaciones que se obtiene a partir de (2.230) permite construir un algoritmo en el cual los valores de  $A_e(e^{j\lambda})$  son obtenidos mediante la fórmula de interpolación de Lagrange a partir de unas frecuencias extremas predeterminadas. Se evalúa  $E(\lambda)$  para un grupo denso de frecuencias en la banda de paso y en la banda de rechazo, y se comprueba que se encuentra dentro del error máximo estipulado en el diseño. En caso afirmativo, el diseño óptimo ha sido encontrado. Si no es así, se deben fijar un nuevo grupo de frecuencias extremas.

### 2.3.21 Últimos avances en filtros FIR de rechazo de frecuencia

Recientemente han aparecido estudios que proveen métodos de diseño de filtros de respuesta al impulso finita (FIR) de rechazo de frecuencia. Los algoritmos tradicionales de diseño de esta clase de filtros, como los basados en ventanas o el algoritmo de Park-McClellan no suministran buenos resultados en el diseño en estos casos, al ser la banda de rechazo tan estrecha.

En [77], los autores se basan en la aproximación del filtro FIR mediante polinomios trigonométricos para definir un nuevo polinomio de banda de paso estrecha en  $p$  y  $q$ , con respuesta plana en la banda de rechazo:

$$A_{p,q}(\lambda) = C(1 - \lambda)^p(1 + \lambda)^q \quad (2.231)$$

La normalización de la derivada de dicho polinomio generador para  $A_{p,q}(\lambda_m)$ , siendo  $\lambda_m$  la frecuencia discreta sobre la que se centra la banda de paso, queda:

$$A_{p,q}(\lambda) = \left[ \frac{p+q}{2p} (1 - \lambda) \right]^p \left[ \frac{p+q}{2q} (1 + \lambda) \right]^q \quad (2.232)$$

y por tanto es posible definir un filtro de rechazo de frecuencia como su complementario:

$$N_{p,q}(\lambda) = 1 - A_{p,q}(\lambda) \quad (2.233)$$

donde la banda estrecha de paso se convierte en banda estrecha de rechazo.

Los autores además suministran fórmulas para obtener los enteros  $p$  y  $q$ , que definen el polinomio normalizado, a partir de la amplitud de la banda de rechazo  $\Delta\lambda$  para una atenuación  $a$ :

$$n = \frac{2 \cdot \log(1 - 10^{0.05 a})}{\log \left[ \cos \left( \frac{\Delta\lambda}{2} \right) \right]} \quad (2.234)$$

Siendo  $p$  y  $q$ :

$$p = \left[ n \cdot \text{sen}^2 \left( \frac{\Delta\lambda}{2} \right) \right] \quad (2.235)$$

$$q = \left[ n \cdot \text{cos}^2 \left( \frac{\Delta\lambda}{2} \right) \right] \quad (2.236)$$

La aplicación del método analítico de diseño provisto por los autores permite la obtención de filtros FIR *notch* de longitud moderada, con unos 100 coeficientes para una banda de atenuación  $\Delta\lambda=0,45$  rd/s. En muchos casos prácticos la longitud del filtro se puede reducir despreciando los coeficientes de los extremos, de valor menor a  $10^{-3}$ .

Los autores así mismo proponen en el mismo artículo un método de diseño de filtros FIR de rechazo de frecuencia que permite la existencia de rizado en la banda de paso, consiguiéndose un acortamiento del filtro –o, equivalentemente, una reducción de la banda de atenuación– significativa.

El desarrollo de estos filtros se fundamenta en los polinomios de Zolotarev, definidos por Chen y Parks en 1986. Yegor Ivanovich Zolotarev propuso y resolvió entre 1868 y 1878 cuatro problemas en la teoría de la aproximación, dos de ellos concernientes a polinomios y otros dos a funciones racionales. El primero de ellos investiga la construcción de un polinomio del tipo:

$$f(x) = x^n - n\sigma x^{n-1} + \beta(n-2)x^{n-2} + \dots + \beta(1)x + \beta(0) \quad (2.237)$$

siendo  $\sigma$  un número real dado, que se desvía menos de cero en un determinado intervalo (esto es, su traza es lo más plana posible en dicho intervalo).

Zolotarev obtuvo una solución basada en los polinomios de Chebyshev (su maestro en San Petersburgo) para los casos en que  $\sigma \leq \tan^2(\pi/2n)$ . Sin embargo, para el resto de valores, hubo de recurrir al uso de funciones elípticas [78].

Las excelentes características de estos polinomios, debido a su respuesta casi plana en un intervalo por un lado, y a la presencia de lóbulos en otro, los hicieron candidatos ideales para la construcción de filtros FIR. Ya en 1970 Levy los estudió [78], y en 1986 Chen y Parks extendieron su aplicación al diseño de filtros de paso de banda estrecha óptimos, al ser posible construir una respuesta en frecuencia muy abrupta para un intervalo pequeño de éstas [79].

No obstante, como identificaron estos autores, la dificultad de cálculo de los coeficientes de dichos polinomios de Zolotarev, que hay que realizar mediante la computación de funciones elípticas, limitaban en gran medida su aplicación.

Este impedimento fue superado en 1999 con el desarrollo de los profesores Miroslav Vlček y Rolf Unbehauen de un método completamente analítico para la obtención de estos coeficientes [78]. Este método estudia la primera derivada de la ecuación de aproximación del polinomio de Zolotarev definido en el intervalo  $(-1,1)$ , y resuelve mediante series de potencias la ecuación diferencial lineal de segundo orden obtenida. De esta manera proponen un algoritmo recursivo que, debidamente normalizado, suministra los coeficientes del polinomio buscado.

Adicionalmente los autores extienden el algoritmo a la expansión en forma de polinomios de Chebyshev de los polinomios de Zolotarev, reemplazando el tradicional algoritmo FFT necesario para obtener los coeficientes de la respuesta al impulso a partir de la respuesta en frecuencia. De esta manera, el algoritmo suministra directamente estos coeficientes. Los filtros de paso de banda estrecha, de rechazo de frecuencia y complementarios así obtenidos son óptimos en el sentido de Chebyshev [78], esto es, el rizado máximo en las bandas de paso o de rechazo  $\|E\|_\infty$ , según corresponda, es mínimo [50]:

$$\|E\|_\infty = \max_{-\pi \leq \lambda < \pi} W(\lambda) |H(\lambda) - D(\lambda)| \quad (2.238)$$

donde  $H(\lambda)$  es la respuesta en frecuencia obtenida,  $D(\lambda)$  es la respuesta en frecuencia deseada (normalmente plana) y  $W(\lambda)$  es una función de ponderación opcional.

Estos resultados, que incluso permiten la implementación de los filtros FIR de rechazo de frecuencia en dispositivos industriales, como los procesadores digitales de la señal (DSP), han sido utilizados para la optimización del método de diagnóstico propuesto.



## 2.4 Técnicas de diagnóstico de motores de inducción en operación estacionaria

En esta cuarta sección del capítulo relativo al Estado del Arte se exponen sucintamente los métodos de diagnóstico de motores de inducción operando en estado estacionario. En primer lugar se presentan las extendidas técnicas de análisis de corrientes, en el segundo punto se introduce el análisis por vibraciones, de importancia en la industria y que permite detectar algunos defectos más fácilmente. Por último, el punto concluirá con una breve exposición de otras técnicas de diagnóstico desarrolladas.

A pesar de tratarse del análisis en estado estacionario, la complejidad del diagnóstico de rodamientos mediante el análisis de corrientes motiva que en este caso en particular se hayan tratado de emplear herramientas de descomposición en tiempo-frecuencia de la señal.

### 2.4.1 Diagnóstico por análisis de corrientes

La corriente absorbida por una máquina ideal contendría un único componente a la frecuencia de red. Cualquier asimetría, bien constructiva, como por ejemplo las ranuras practicadas en el estátor y el rotor para disponer los devanados primario y secundario, bien provocada por defectos de mayor o menor gravedad, incrementa el número de armónicos presentes en la misma.

La facilidad de adquisición de los datos, –completamente no invasiva si se utiliza un pinza amperimétrica para la captura de la forma de onda–, la relativa sencillez del procedimiento de diagnóstico, consistente en la evaluación de la amplitud relativa de los armónicos; y el amplio rango de averías detectadas han favorecido la difusión el análisis de corrientes como método de diagnóstico en la industria.

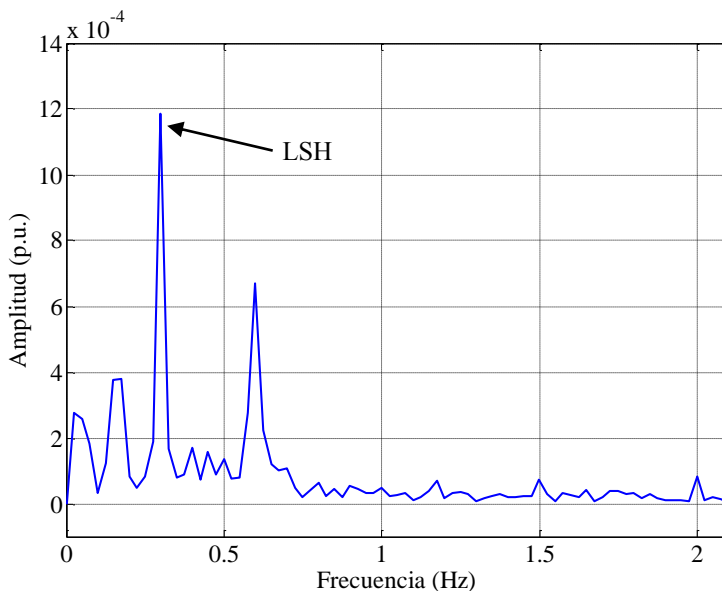
#### 2.4.1.1 Asimetría rotórica y excentricidad

Para el caso del defecto de asimetría rotórica (2.2.1), es sencilla su detección tanto mediante las bandas laterales que provoca junto a la componente fundamental por la expresión (2.8) [80] si la inercia del conjunto motor-carga no es infinita, como por las bandas laterales junto a los armónicos de la componente fundamental que aparecen según (2.6) [81], o incluso por la modulación que recientemente se ha comprobado que sufren los armónicos de paso de barra (PSH) debidos a (2.9) [26].

Su detección incipiente en máquinas operando en estado estacionario ha sido estudiada por Kia, Henao y Capolino [82] mediante un método de alta resolución, basado en el procedimiento MUSIC (*multiple signal classification*) que realiza una separación en subespacios del ruido, por una parte, y las estimaciones de las frecuencias presentes en el pseudoespectro, por otra. Las elevadas necesidades computacionales de esta técnica son reducidas al centrar el estudio en ciertas frecuencias mediante la técnica Zoom-FFT. No obstante, un problema recurrente en estos métodos de estimación del espectro es la necesidad de clasificar los valores propios de la señal y del ruido. Además, la reducción de las frecuencias de estudio puede tener efecto en la detección de roturas incipientes en jaulas con cierta asimetría intrínseca que no evoluciona, ya en tales casos la información presente en los armónicos de orden alto es crítica para su correcto diagnóstico, pues el LSH puede reducirse como consecuencia de la mutua influencia de los dos defectos [28].

El mayor inconveniente de la técnica de análisis de la corriente para la detección de este defecto sucede en máquinas con bajo deslizamiento, en las que la influencia del componente principal de la corriente puede ocultar la presencia de estas bandas laterales (ver punto 2.3.4). Este fenómeno, que es reducido mediante el uso de ventanas, sin embargo no puede evitarse completamente, en especial en motores grandes, que trabajan a bajo deslizamiento, y que son los más susceptibles a sufrir este tipo de fallo.

Para resolver el problema, en estado estacionario es posible emplear técnicas de estudio de la envolvente de la corriente mediante demodulación, como la transformada de Hilbert (ver punto 2.3.15) o el operador de Teager-Kaiser (ver punto 2.3.17). El primer caso (2.179) ha sido utilizado para la supresión de la componente fundamental de la corriente estatórica, y facilitar así la identificación de componentes de fallo que modulan en amplitud dicho armónico [83], [84]. En el ejemplo que se muestra en la Fig. 24, el método se ha aplicado a la evaluación de la asimetría rotórica del motor invertido cuya construcción se expone en el Anexo 3, del que no se disponía en dicho momento de máquina de su rango de potencia para someterlo a las pruebas de carga [85]. Como se puede observar, la técnica de demodulación mediante la transformada de Hilbert traslada la componente fundamental a 0 Hz, donde es filtrado. A pesar del bajo deslizamiento, de un 0,33%, el armónico lateral LSH (ver 2.2.1) es visible, ya sumado al USH y representado directamente a una frecuencia  $2sf$  del origen.



**Fig. 24** Ejemplo de espectro de corriente demodulada por la transformada de Hilbert

Estas técnicas de demodulación permiten, pues, el diagnóstico de la rotura de barras mediante la evaluación de los armónicos laterales en una máquina operando con bajo deslizamiento o incluso completamente descargada.

Las componentes provocadas por la excentricidad mixta, según (2.18), aparecen separadas de la componente principal de la corriente un valor igual a la frecuencia de giro del rotor,

no sufriendo este efecto adverso. Su detección es por tanto sencilla mediante el análisis espectral clásico, que hace uso de la transformada de Fourier [36].

Otro enfoque, que en este caso emplea tres corrientes, son los métodos que hacen uso de la transformación de Park. Inicialmente consistía en la identificación de una pauta determinada en el resultado de aplicar la transformación a estas magnitudes [86]. Cruz y Cardoso posteriormente mejoraron este enfoque al proponer el estudio espectral del módulo del vector de Park (*extended Park's vector approach*, EPVA) [87], apareciendo para la asimetría rotórica componentes a frecuencias  $2sf$  y  $4sf$ , mientras que la componente principal de la corriente queda convertida en una componente DC [88]. La influencia de las oscilaciones de velocidad queda suprimida en estos armónicos dependientes del deslizamiento, y adicionalmente es posible discriminar entre asimetrías rotóricas y oscilaciones del par resistente [88]. Sin embargo, este método presenta otros inconvenientes. En primer lugar, el método no tiene en cuenta las no idealidades propias de una máquina real. Idealmente, el movimiento del vector de Park para una máquina sana dibujaría un círculo. No obstante, esto nunca sucede debido, entre otras cuestiones al desequilibrio en los voltajes de alimentación. Otros autores han probado que el método es incapaz de detectar la rotura de barras en una máquina descargada o con pequeña carga y que la información relativa a fallos que contiene el vector de Park es la misma que contiene una de las corrientes que alimentan la máquina [88], mientras que se precisan unos requerimientos computacionales mucho mayores para capturar y procesar las tres corrientes necesarias para aplicar este enfoque.

Como método de baja resolución destaca el propuesto por Çalis y Çakir, que estudia los instantes de paso por cero de las corrientes del estátor como indicadores de una asimetría rotórica. El espectro de la tasa de paso por cero es procesado y la avería detectada al aparecer una componente a la frecuencia  $2sf$ . El procedimiento es capaz de distinguir entre este tipo de fallos y el desequilibrio en el voltaje entre fases. Sin embargo, como sus autores indican, no pueden asegurar un nivel umbral de detección necesario como para garantizar la suficiente sensibilidad [89].

#### 2.4.1.2 Detección de cortocircuitos en el estátor

El método tradicional para la detección las asimetrías no rotacionales de una máquina de inducción o la asimetría del voltaje de alimentación consiste en el cálculo de la secuencia negativa de la corriente del estátor:

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_p \\ \bar{I}_n \\ \bar{I}_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 1 & e^{j\frac{2\pi}{3}} & e^{j\frac{4\pi}{3}} \\ 1 & e^{j\frac{4\pi}{3}} & e^{j\frac{2\pi}{3}} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{I}_R \\ \bar{I}_S \\ \bar{I}_T \end{bmatrix} \quad (2.239)$$

Una gran asimetría, por ejemplo, la apertura de una fase, provoca una componente de secuencia negativa de igual magnitud que la positiva, lo cual es fácilmente detectable.

Sin embargo, el cortocircuito entre espiras es una de los fallos más difíciles de detectar. En muchos casos la máquina sigue en funcionamiento, incrementando la temperatura del aislamiento hasta que éste falla, terminando finalmente la avería en un cortocircuito fase-fase o fase-masa. En máquinas pequeñas este proceso es tan rápido que es difícil que un

sistema de diagnóstico en línea detecte la falta con tiempo suficiente como para evitar daños en la misma [13].

Para eliminar los efectos de los desequilibrios en voltaje y evitar que interfieran en la detección de cortocircuitos, se propone en [90], tomar tanto señales de voltaje como de corriente. De esta manera es posible calcular la impedancia de la secuencia negativa, cuyo valor es en buen grado constante a no ser que ocurra un fallo en la máquina. No obstante, el umbral de detección debe ser muy reducido, con variaciones del 6% del valor original para indicar un fallo, y por ello se han propuesto métodos más avanzados [91], [92] que hacen uso de la computación de las impedancias cruzadas entre las secuencias de voltaje y corriente para considerar las asimetrías intrínsecas a la máquina.

En este sentido, [93] deduce una relación entre la amplitud de la admitancia cruzada y el número de espiras cortocircuitadas. Esta relación se basa en suponer que el comportamiento de la máquina bajo fallo es similar al de una máquina simétrica con un devanado secundario adicional con las mismas vueltas, a través del cual fluye la corriente de cortocircuito. En condiciones estacionarias, la amplitud de la corriente de cortocircuito se puede modelizar como el ratio entre la f.e.m inducida por el campo fundamental  $\phi$  en las  $n_N$  espiras cortocircuitadas:

$$I_c \approx \frac{\omega n_N \phi}{z_n} \quad (2.240)$$

donde  $\phi$  es el flujo magnético por vuelta y  $\omega$  la pulsación del campo fundamental. La impedancia  $z_n$  se estima de manera que la resistencia adquiera valores proporcionales al número de espiras cortocircuitadas, según:

$$r_n = \frac{n_N \cdot R_e}{p \cdot N} \quad (2.241)$$

Siendo  $R_e$  la resistencia estática,  $N$  el número de espiras por fase y por polo y  $p$  el número de polos. Ya que la reactancia toma valores proporcionales al cuadrado de las espiras cortocircuitadas, se puede despreciar para un número bajo de espiras con defecto, que dada la rapidez de propagación de este tipo de fallo, es el caso más habitual si se quiere lograr cierto grado de detección incipiente, quedando:

$$I_c \approx \frac{V}{R_e} \quad (2.242)$$

siendo  $V = \omega n_N \phi$  la tensión de alimentación. Esta relación muestra el valor máximo de corriente de cortocircuito que se da cuando  $n_N$  tiende a 1. Con el incremento del número de espiras cortocircuitadas, la corriente de defecto desciende, pues la reactancia se incrementa, como lo confirman otros investigadores [94].

Así pues, es posible referir la corriente que circula por el devanado adicional al devanado sano como:

$$I'_c \approx \frac{n_N}{3 \cdot N} I_c \quad (2.243)$$

Estos resultados, en los que no se tiene en cuenta la saturación, están en concordancia con los estudios en los que se analiza un modelo complejo [30]. Esta corriente añadida a una

fase causa un incremento en la secuencia positiva y otro incremento de igual amplitud en la secuencia negativa. La amplitud del componente de secuencia negativa es:

$$I_n \approx \frac{n_N V}{6 \cdot N \cdot R_e} \quad (2.244)$$

El valor así obtenido es muy pequeño para un número bajo de espiras cortocircuitadas, incluso si el efecto de la asimetría intrínseca del devanado del estátor y la secuencia negativa del voltaje han sido eliminados, lo que hace muy difícil la detección incipiente de este tipo de defecto mediante el análisis de la secuencia negativa.

De acuerdo con otros estudios [18], la corriente de cortocircuito entre espiras así modelizada provoca una asimetría que se puede descomponer en dos campos magnéticos que giran en sentidos opuestos, dando lugar a armónicos en el flujo del entrehierro de acuerdo con la ecuación (2.245):

$$f_{st} = f \cdot \left[ \frac{n}{p} \cdot (1 - s) \pm k \right] \quad (2.245)$$

donde  $f_{st}$  son las frecuencias de las componentes que aparecen en el caso de las espiras cortocircuitadas y  $f$  la frecuencia de red;  $n=1,2,3,\dots$ ;  $k=1,3,5,\dots$

Estos trabajos defienden que la diagnosis de cortocircuito entre espiras vía el análisis espectral de las corrientes del estátor (*Motor Current Signature Analysis*, o MCSA) está basado en la detección de la correspondiente componente en frecuencia dada por (2.245) que esas ondas de flujo rotativo inducen en el devanado del estátor [95].

No obstante, otros autores [96], muestran que bajo condiciones de cortocircuito en el estátor, hay f.m.m. y ondas de densidad de flujo en todo el número de pares de polos y en ambas direcciones de rotación. Por tanto, ningún nuevo armónico debe aparecer en el espectro de la corriente del mismo como resultado de un defecto en el devanado, sólo un incremento en la amplitud de los armónicos de paso de barra (*Principal Slot Harmonics*, o PSH) (ver 2.2.1). [18] también mostró que estos componentes pueden ser usados como un indicador específico de la ocurrencia de este tipo de averías:

$$f_{PSH \pm v} = \left[ \frac{k \cdot N_r}{p} \cdot (1 - s) \pm v \right] \cdot f \quad (2.246)$$

siendo  $N_r$  el número de barras del rotor;  $k=1,2,\dots$ ;  $v=1,3,5,\dots$

De todas maneras, los grupos de autores anteriormente mencionados están de acuerdo que algunos componentes específicos son amplificadas en el espectro, dada la asimetría causada por el defecto de cortocircuito en los devanados del estátor, como el componente de 150 Hz para un máquina con  $p = 2$  [32, 33].

Industrialmente, la técnica más extendida para evitar este tipo de defectos, de evolución rápida consiste en evaluar la propensión del equipamiento a este tipo de fallos mediante ensayos de descargas parciales o inyección de impulsos en el estátor [97]. Otras técnicas como el enfoque basado en el vector de Park también han obtenido buenos resultados a la hora de detectar asimetrías estáticas provocadas por los cortocircuitos entre espiras [87].

Liling, Heming et Al. realizan en una ponencia [98] un estudio mediante modelos analíticos del cortocircuito entre espiras, y este fallo combinado con la rotura de una barra. La conclusión más importante que obtienen es que estos dos tipos de faltas pueden interactuar de manera que sus indicadores más ampliamente usados, la secuencia negativa de la corriente del estátor para el caso del cortocircuito entre espiras y el LSH, para el caso de la rotura de barras, modifican sus valores esperados.

#### *2.4.1.3 Defectos en los rodamientos*

La detección de fallos en rodamientos mediante el análisis de corrientes es mucho más complicada, y por ello suministra resultados muy interesantes. En [99], Zhou, Habetler y Harley efectúan un resumen actual de las técnicas existentes en la detección de defectos en este tipo de elementos. En el caso de fallos incipientes o existencia de rugosidad generalizada, el único método propuesto [100] consiste en retirar del espectro de corriente, mediante filtros de rechazo de banda tanto analógicos como digitales, todos los componentes identificados como propios de la máquina o causados por otro tipo de avería. El espectro residual es modelado como un proceso autorregresivo conducido por ruido blanco, siendo sus coeficientes estimados. La diferencia entre el espectro de potencia obtenido es comparado con una medida base, y su media en una banda completa es elegida como índice de fallo.

Las técnicas para la detección de fallos puntuales se encuentran más desarrolladas como consecuencia de la mayor facilidad de obtención de resultados experimentales y la aparición de frecuencias características bien establecidas por los estudios preliminares. De todas maneras, como correctamente se puntualiza en [99], este método experimental consistente en efectuar una perforación sobre alguna de las pistas del rodamiento puede no reproducir adecuadamente el proceso de degradación que se da en la realidad, y por tanto los resultados expuestos en estos estudios deben ser evaluados con precaución.

Habetler et Al. clasifican estas técnicas en cinco grandes grupos. La primera de ellas es la expuesta en [42] en cooperación con su colaborador Schoen, basada en la detección mediante el uso de las redes neuronales de componentes en el espectro asociadas a este defecto. Otra técnica [101] utiliza un enfoque análogo pero en este caso se analiza el espectro del módulo de Park.

Las otras tres propuestas, sin embargo, son de especial importancia para esta tesis pues hacen uso de técnicas de descomposición de la señal en tiempo-frecuencia. En [102] se emplea un enfoque combinado en el dominio temporal por una parte y en el dominio de frecuencia, por la otra, empleando herramientas estadísticas para discriminar entre estado sano y fallo de la máquina.

[103] emplea las Wavelet Packet para efectuar una descomposición de la corriente estática en bandas de 7,5 Hz de amplitud, con lo que se mejora la computación de las contribuciones espectrales provocadas por el defecto, puesto que las fórmulas (2.33)-(2.34) son sólo aproximadas y las frecuencias que suministran pueden variar ligeramente. La computación de los valores RMS de nodos específicos es usada como parámetro cuantitativo indicativo de este tipo de falta.

Finalmente, Yazici y Kliman [104] publicaron en 1999 un exhaustivo trabajo que hacia frente a todas las cuestiones concernientes a la identificación de fallos puntuales en los

rodamientos, aplicando una descomposición en tiempo-frecuencia –utilizando la transformada corta de Fourier– y procesando el resultado obtenido mediante técnicas estadísticas, obtenían unas amplitudes de señal características para cada estado de operación del motor y unos umbrales que, una vez sobrepasados, indicaban con gran probabilidad, la avería del mismo. El trabajo es puntero no sólo por identificar en una fecha tan temprana las ventajas de emplear una técnica de descomposición en tiempo-frecuencia, sino también por emplear técnicas estadísticas para evaluar los resultados.

#### 2.4.2 *Diagnóstico por análisis de vibraciones*

Los motores de inducción son máquinas en las que cualquier fallo incipiente puede fácilmente traducirse en un incremento de las vibraciones mecánicas. La variación sinusoidal de la corriente genera fuerzas magnéticas periódicas. El rotor, al girar y arrastrar el eje, a su vez provoca otras similares, de regularidad referida a este giro. Kral et Al. citan el análisis de vibraciones como una técnica eficaz para el diagnóstico de los rodamientos y otras averías mecánicas [105].

En la práctica totalidad de los ensayos realizados en el laboratorio de la unidad de investigación para la realización de la presente tesis, además de las corrientes de alimentación de los motores y otras magnitudes como la temperatura, se han captado también formas de onda de vibración en la superficie de la máquina. No obstante, el análisis de los resultados obtenidos excede el ámbito de la presente tesis, y sólo serán expuestos cuando sea necesario dirimir alguna cuestión que no se pueda resolver de otra forma.

A continuación se expone un resumen sucinto de los métodos basados en el estudio espectral de la forma de onda de vibración. Otros procedimientos ya fueron identificados en [2]. Las técnicas acústicas, como [5], se derivan de estos métodos.

##### 2.4.2.1 *Asimetría rotórica*

Si existe una rotura de barras o la separación entre el anillo de cortocircuito y alguna de ellas, no fluirá corriente por la misma. Como resultado de ello, el campo alrededor de dicha barra no existirá. Por tanto, la fuerza aplicada a ese lado del rotor será diferente a la de la parte opuesta, creándose una fuerza magnética no equilibrada que girará a la velocidad de rotación del rotor ( $1X$ ) y que también será modulada a una frecuencia igual a dos veces el deslizamiento por la frecuencia de red [106].

El análisis de roturas de barras mediante vibraciones mecánicas presenta bastante complejidad y resulta imposible en motores sin carga mediante métodos tradicionales, debido a que muchos defectos mecánicos más o menos incipientes tienen su traducción en vibraciones a la velocidad de giro del rotor ( $1X$ ), enmascarando dicha vibración la procedente de la rotura de barras en los análisis en el dominio de la frecuencia [107]. Otros autores proponen el estudio de componentes axiales en frecuencias cercanas al sexto armónico, que son provocadas por las corrientes interlaminares, como indicadoras de la rotura de barras [25].

##### 2.4.2.2 *Excentricidades*

La asimetría en el entrehierro más común es la debida a la no coincidencia del eje de giro del estátor y del rotor. En operación normal hay una fuerza considerable que tiende a unir estátor y rotor. La fuerza es función de la densidad de flujo en el entrehierro, pero también

de la anchura del mismo. Si el rotor no se encuentra completamente centrado en el hueco del estátor, se crea una fuerza magnética no equilibrada que tiende a unirlos, en ciertas ocasiones llegando a conseguirlo, con daños catastróficos.

La fuerza magnética no equilibrada así generada tiene una componente constante, o DC, pero también otra que varía con frecuencia igual al doble de la de red  $2f$  [29]. La magnitud de esta componente alterna disminuye con el número de polos, dependiendo también del tamaño, las características de la máquina y el grado de asimetría. Esta vibración debida a asimetrías del entrehierro, cuya dirección de aplicación es siempre radial, se suma a la común  $2f$ , incrementando su amplitud. Otros autores proponen el estudio de la amplitud de los PSH, en diferentes direcciones radiales alrededor del motor para la detección de la excentricidad estática [29].

En los casos de excentricidad dinámica aparecen otro tipo de huellas en el espectro de vibración, al girar el punto de mínimo entrehierro a la velocidad del rotor, que es menor que la de sincronismo, al contrario que en el caso anterior, en que permanecía fijo.

Puesto que la fuerza magnética en el punto de mínimo entrehierro es mayor que en el de máximo, aparece una componente desequilibrada asociada, que se mueve también a la velocidad de giro, y que por tanto provoca una vibración a la frecuencia correspondiente a esta rotación, incrementando el valor del componente de velocidad rotacional (1X).

El desequilibrio mecánico en ocasiones viene causado o tiene como efecto (por ejemplo, tras un calentamiento) que el eje del motor se doble dentro de éste. En estos casos se origina también una componente 1X en la dirección axial, al empujar el eje los rodamientos en los extremos hacia fuera y hacia adentro del motor [107].

#### *2.4.2.3 Defectos en el estátor*

En las máquinas de corriente alterna, el flujo magnético producido por los conductores que transportan la corriente eléctrica varía a la frecuencia de red, mientras que la fuerza generada por dicho flujo es proporcional a la densidad del mismo al cuadrado. Esto origina que todos los equipos de este tipo vibren en una componente doble de la frecuencia de red.

En un motor de inducción, los polos del devanado del estátor producen un flujo magnético giratorio que actúa a través del entrehierro entre éste y el rotor. Este flujo origina una fuerza pulsante a una frecuencia  $2f$  en el estátor, cuyo modo es determinado por el número de polos de la máquina [107].

Al actuar esta fuerza entre el estátor y el rotor, en un principio no causa desplazamiento en la base del motor. Sin embargo, conforme el rotor se desplaza de su posición de equilibrio, crea una inestabilidad que sí que afecta al nivel de vibración general de la máquina.

Los bobinados del estátor están compuestos de conductores que transportan corriente eléctrica dentro de campos magnéticos, y por ello están sometidos a niveles relativamente altos de fuerzas alternas a  $2f$  Hz. Es por ello que si no se encuentran adecuadamente sujetos, vibrarán en exceso causando la ruptura del aislante por abrasión o la rotura de los conductores.

Así pues, cualquier cambio en la magnitud de la componente de la vibración al doble de frecuencia de red puede representar un aviso temprano de que algún elemento se ha aflojado y que cierta acción correctiva es necesaria. Algún componente suelto excitado por



fuerzas a  $2f$  Hz es probable que cause impactos que a su vez producirán vibraciones ricas en armónicos del doble de la frecuencia de red.

La amplitud de este armónico no suele variar en gran medida con la carga. La componente  $2f$ , está relacionada con los amperios-vuelta de excitación del estátor, creados incluso sin carga. Estos establecen el campo magnético en el motor necesario para generar una fuerza electromotriz aproximadamente igual al voltaje aplicado. Conforme se incrementa la carga, aumenta la corriente que circula por el rotor, absorbiendo el estátor una corriente adicional que compensa los efectos magnéticos de la corriente del rotor, no habiendo por tanto, cambios significativos en el flujo. De esta manera, todas las vibraciones relacionadas con el componente de doble frecuencia de línea, suelen ser poco variables con la carga.

#### 2.4.2.4 Rodamientos

El análisis del fallo de rodamientos mediante corrientes deriva del de vibraciones, por tanto esta cuestión ya ha sido expuesta en el punto 2.2.4.

#### 2.4.3 Otras técnicas de diagnóstico en estado estacionario

Dado que la asimetría rotórica provoca una fluctuación del par en el entrehierro, parece razonable concluir que un detector del par transmitido por el eje podría realizar el diagnóstico de esta falta. No obstante, Hsu et. Al [108] demostraron que esto no es así debido a que el rotor, el eje y la carga mecánica constituyen un sistema elástico torsional individual con sus propias frecuencias naturales, y por tanto el par medido sobre el eje es diferente al par en el entrehierro. No obstante, el método es capaz de distinguir entre asimetrías rotóricas, donde la oscilación del par es relativa al giro del eje, y asimetrías estáticas, cuando la oscilación se produce al doble de la frecuencia de alimentación [108].

Otro enfoque que hace uso del par para el diagnóstico de la rotura de barras es el método de monitorización de Viena, propuesto por Wieser, Kral et Al. [109]. Este método estima el par electromagnético de motores alimentados mediante inversores, empleando modelos cuyas entradas son el voltaje y la corriente suministrados por estos equipos al motor de inducción. El resultado es comparado con un modelo ideal, constituyendo la diferencia entre ambos un indicativo de avería.

Entre los problemas que presenta el método se encuentran la necesidad de dos tipos de sensores, y la dificultad para la cuantificación del defecto, puesto que el par en el entrehierro se ve afectado dos veces por la oscilación de velocidad [80].

Otro método de importancia para la detección de asimetrías rotóricas ha sido el que hace uso de la detección del flujo de dispersión. El campo magnético originado por la barra rota provoca una asimetría del flujo en el entrehierro, que puede ser detectada mediante una espira exploradora. Elkasabgy et Al. [110] demostraron que también es posible la detección de esta anomalía mediante una espira situada externamente sobre el cuerpo del motor. La espira exploradora ha sido usada recientemente por Cabanas et Al. para diferenciar los casos de rotura de barra de los de par pulsante de la carga, que tienen un efecto similar en las corrientes estáticas [111].

Este método ha sido ampliamente evaluado por Capolino, Henao et Al. para la detección de rotura de barras [112], [113] encontrándose entre sus ventajas la sencillez del sistema de captura de la señal y la facilidad de captura de la misma. Aunque el procedimiento es

incluso capaz de detectar también excentricidad estática y dinámica [35], desventajas de orden práctico han provocado que su aplicación en la industria no se haya extendido. Entre ellas se encuentran la dificultad de acoplamiento del sensor, su tamaño, que depende en cierta medida del motor a estudiar, y la dificultad de cuantificar la severidad de la falta [88].

Otro de los métodos ideados para la detección de asimetrías rotóricas consisten en el estudio de la velocidad de giro instantánea. Este procedimiento hace uso de las fluctuaciones en el giro dentro de cada vuelta del rotor para el diagnóstico de la asimetría rotórica [114], [115]. A pesar de que el sistema de captación de la señal es relativamente sencillo, ya que consta únicamente de un *encoder*, se ha comprobado que la velocidad de giro instantánea en aplicaciones reales está influida por factores concernientes a la carga que mueve la máquina, como las diferencias geométricas entre dientes, en el caso de transmisiones por engranajes, los desalineamientos y otras imperfecciones, que incrementan la imprecisión de este método [88].

Uno de los métodos más estudiados para la detección de asimetrías rotóricas es el que hace uso de la potencia instantánea. La potencia instantánea se define como el producto de la tensión instantánea de línea que alimenta a la máquina por la corriente instantánea de línea:  $p(t) = v_L(t) \cdot i_L(t)$ . Los sensores correspondientes a la entrada del motor de inducción miden estas magnitudes, sobre cuyo producto se aplican diferentes procedimientos de análisis de la señal [116].

El espectro de la potencia instantánea está compuesto por una componente DC, igual a la potencia media, y otra componente a una frecuencia igual al doble de la frecuencia de alimentación. Las modulaciones de la amplitud de la corriente, como las producidas por la rotura de una barra, se traducen en bandas laterales alrededor del armónico del doble de la frecuencia de alimentación, y una banda lateral alrededor del componente DC, todas ellas a una distancia  $2sf$  [116]. Etalbach et. Al. demuestran la bondad de este método para la detección de barras rotas [117], mientras que Didier. Razik [118] y sus colaboradores lo hacen para roturas parciales (media barra) y bajo nivel de carga (25%). Además, el método es más efectivo a la hora de la cuantificación y para separar fallos mixtos, comparado con los basados en el análisis de las tensiones y corrientes del estátor [119]. No obstante esta última afirmación habría de ser revisada frente a los nuevos avances en técnicas de demodulación [85].

Drif y Cardoso mejoran esta técnica para el caso de la detección de rotura de barras estudiando el espectro de potencia reactiva, que sólo contiene una componente DC para el caso de máquina sana. Los resultados muestran una gran sensibilidad, capaz de discernir la rotura de una barra incluso con la máquina descargada [120]. Otros autores han extendido el enfoque a la discriminación entre un par resistente oscilante, cuyo efecto aparece en el espectro de la potencia activa, y una rotura de barra, que afecta principalmente a la potencia reactiva [121]. No obstante, el estudio de la potencia instantánea adolece de la necesidad de instalación de múltiples sensores, y en todo caso se ve afectada por la oscilación de velocidad que la rotura de barra causa [80].

Finalmente, otras técnicas de diagnóstico de motores de inducción son el análisis del circuito equivalente, que puede suministrar resultados extremadamente detallados del estado del motor mediante la aplicación de diferentes tensiones reducidas en bornes del mismo durante el proceso de mantenimiento [122], por lo que tiene el inconveniente de ser

muy invasiva; y el análisis de las componentes espectrales de la tensión del neutro, propuesto por Razik y colaboradores [123], todavía no plenamente desarrollado.

## 2.5 Técnicas de diagnóstico de motores de inducción en estado transitorio

Los procedimientos de diagnóstico expuestos en el punto anterior pueden ser complementados por otros métodos de diagnóstico en operación transitoria de la máquina de inducción. Durante este tipo de operación, al menos los componentes asociados al giro del rotor, (o todos, si se utiliza un inversor para alimentarlo) poseerán frecuencia cambiante. Esto obliga en muchos casos a recurrir a complejas herramientas de análisis de la señal en tiempo-frecuencia para llevar a cabo esta tarea.

A pesar de esta mayor complejidad, el estudio de los transitorios de un motor de inducción posee características que lo pueden hacer ventajoso frente a otras alternativas. Ya en el documento fundacional del análisis de fallos en estado transitorio, debido a Elder y Thomson [124], se hace hincapié en las posibilidades que ofrece el estudio del arranque directo de un motor de inducción, en estos casos

*[...] grandes corrientes fluyen en el motor, incluso sin carga. Durante este corto periodo, la máquina se encuentra bajo severas condiciones de stress mecánico y eléctrico y [...] en estas condiciones, los fallos de la máquina como alta resistencia o rotura de barras pueden ser detectados en una etapa mucho más temprana de su desarrollo [...].*

Es más, las asimetrías provocadas en la máquina por los defectos tienden a engendrar componentes cuyas frecuencias se encuentran alejadas de los habituales fundamental de alimentación y otros armónicos de frecuencia constante. Estas frecuencias, además, suelen ser función del deslizamiento y presentan grandes cambios durante un arranque directo. Por ejemplo, los componentes cuya frecuencia viene dada por la expresión (2.6) parten de la frecuencia de alimentación y evolucionan directamente (con el signo + antes del deslizamiento  $s$ ) o indirectamente, pasado por la frecuencia 0 (con el signo - antes de  $s$ ) hasta conformar los componentes laterales inferiores (*low sideband harmonic*, LSH), junto a la componente principal de la corriente y sus armónicos, de acuerdo al ratio  $k/p$  (que toma valores 1, 3, 5...), como se muestra en la Fig. 25. Su denominación en la presente tesis trata de mostrar esta evolución durante un arranque directo, indicándose como LSH, seguidos de +s ó -s dependiendo del signo tomado en la expresión (2.6), para finalizar con el valor del armónico múltiplo de la frecuencia fundamental al que tienden cuando el deslizamiento tiende a cero, que viene determinado por  $k/p$ . Así pues, en la Fig. 25 se muestran los LSH+S 150, 250 (a1) y 350 (a2); y LSH-S 150 (a3), 250 y 350.

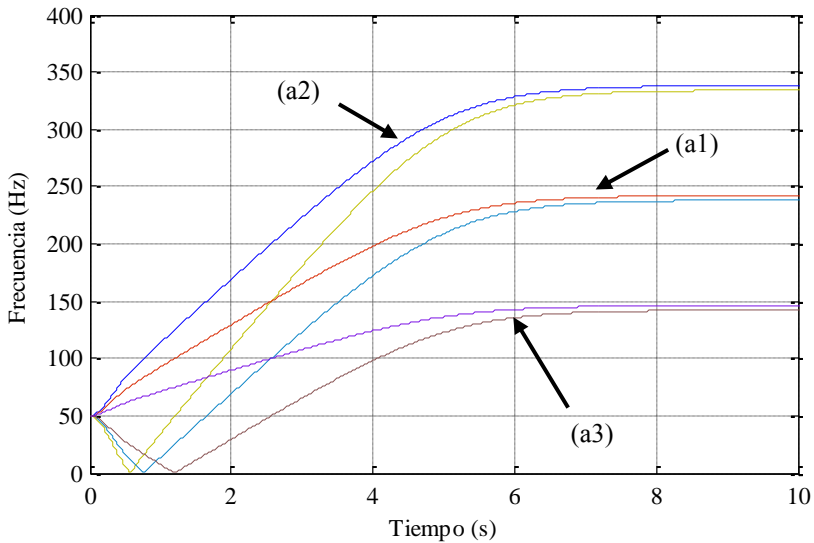
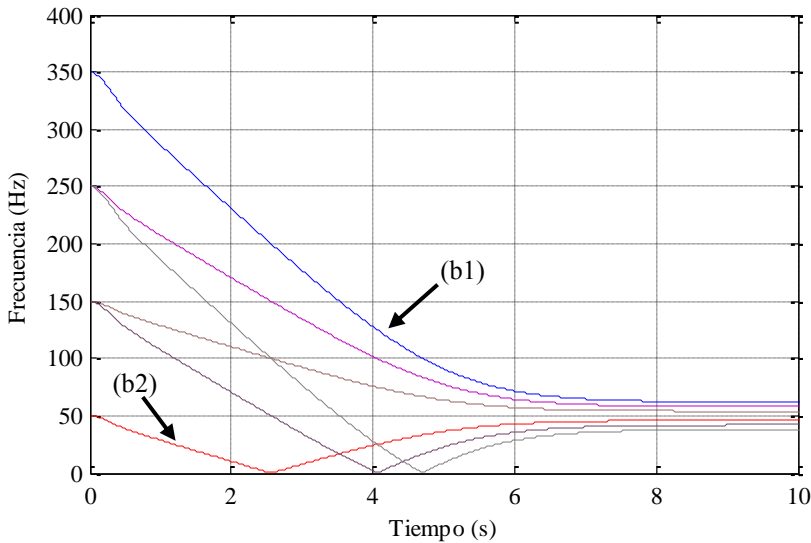


Fig. 25 Armónicos de rotura de barras ascendentes, según (2.6), para  $k/p$  igual a 3, 5 y 7

Es de destacar que la evolución durante el arranque del armónico lateral inferior ya fuera estudiada por Elder, Watson et Al. en fechas tan tempranas como 1996, para diagnosticar la rotura de barras. Estos autores usaron varias técnicas, como la transformada corta de Fourier, la descomposición mediante Wavelets (en la que emplearon una Wavelet madre gaussiana) y diversas versiones suavizadas de la distribución de Wigner-Ville [48].

Así mismo, puesto que también (2.8) depende del deslizamiento, durante los transitorios estos armónicos provocados por la asimetría rotórica presentarán una evolución característica. En el caso de un arranque directo, el deslizamiento  $s$  evolucionará de 1 a rotor parado hasta alcanzar un valor próximo a 0, una vez alcanzado el estado estacionario, es decir, se tendrá una familia de componentes que partiendo de los múltiplos impares de la frecuencia de alimentación, según el parámetro  $k$ , convergerán sobre el armónico fundamental, convirtiéndose en sus bandas laterales, como se puede observar en la Fig. 26.

Los armónicos según (2.8) que realizan una evolución directa alcanzando en operación estacionaria una frecuencia ligeramente superior a la de la componente fundamental, se conocen como *upper sideband harmonic*, o USH (b1). El resto de armónicos, que pasan por la frecuencia cero, es decir, que evolucionan indirectamente a sus frecuencias finales, pasan a formar los LSH de la componente fundamental. El primero de ellos, de mayor frecuencia y conocido como LSH 50 (b2), es común a ambas expresiones (2.6) y (2.8), según lo expuesto en el punto 2.2.1.



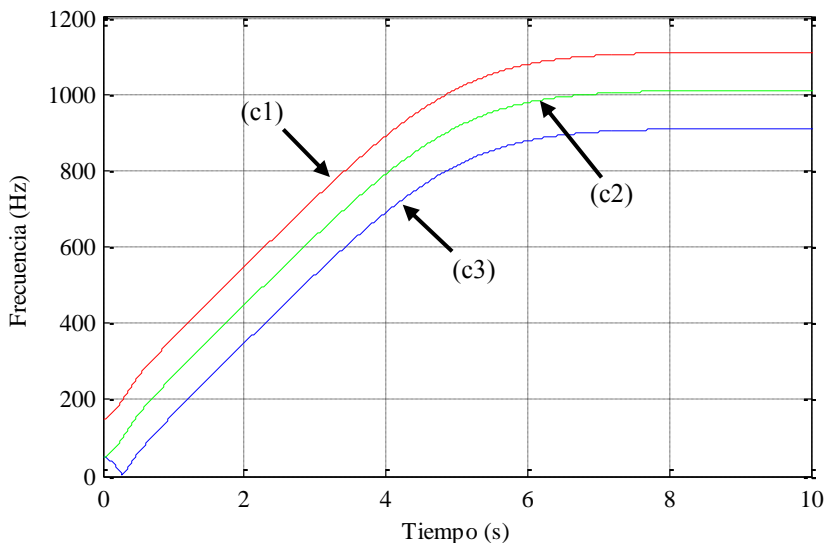
**Fig. 26 Armónicos de rotura de barra descendentes.**

Adicionalmente, dado que la frecuencia de los PSH también depende del deslizamiento  $s$ , estos armónicos también presentan una evolución característica durante el arranque, como se puede apreciar en la Fig. 27.

En resumen, la evolución de las componentes que aparecen durante el arranque directo de un motor que sufre una asimetría rotórica puede apreciarse en la Fig. 28.

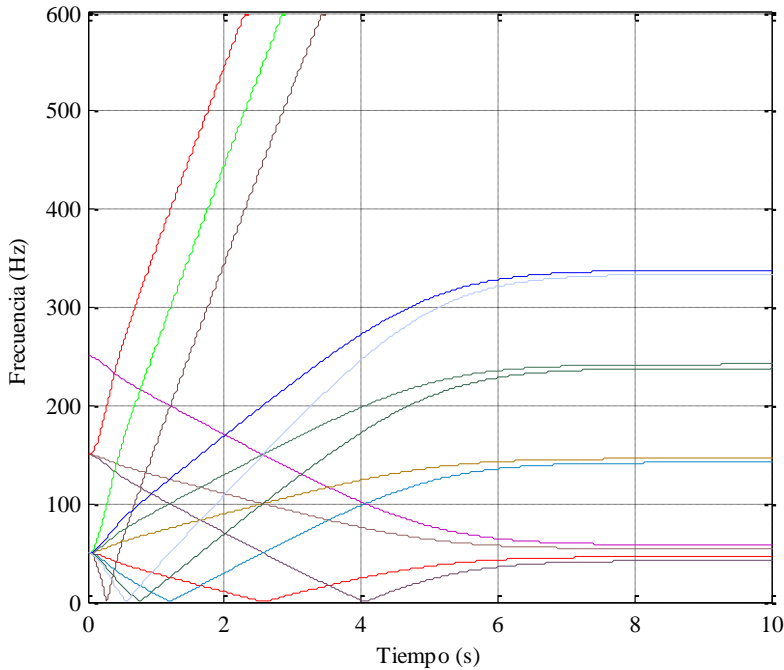
Los armónicos indicativos de fallos de excentricidad mixta y rodamientos también varían su frecuencia durante el arranque, aunque en menor extensión. En estos casos aparecen bandas laterales alrededor de la componente fundamental de la corriente, separadas una frecuencia igual a la frecuencia de rotación, según las expresiones (2.18) y (2.32). Es decir, en un arranque directo partirán de la frecuencia de alimentación, separándose de la misma conforme la velocidad de giro del rotor se incremente. Estos armónicos se denominarán en la presente tesis como EC, seguidos de su frecuencia entera final más próxima a deslizamiento casi 0.

Los cortocircuitos en el estátor también engendrarán frecuencias cambiantes durante el arranque. Como se expone en el punto 2.4.1.2, bajo condiciones de cortocircuito entre espiras, es de esperar un incremento en la amplitud de los PSH. En la presente tesis, dichos armónicos se adjetivan de acuerdo al parámetro  $v$  de la ecuación (2.9), presentándose en la Fig. 27 los más importantes, PSH+3 (c1), PSH+1 (c2) y PSH-1 (c3), siempre para  $k=1$ . Benbouzid et Al. rigurosamente distinguen los PSH+1 y PSH-1 del resto de armónicos de paso de barra, a los que llaman simplemente *rotor slot harmonics* (RSH). No obstante, por sencillez, en esta tesis se usará preferiblemente el nombre PSH para referirse a todos ellos.



**Fig. 27 Componentes principales de paso de barra (PSH)**

Así pues, sería posible diagnosticar el estado de un motor de inducción mediante el seguimiento de la evolución y la evaluación de la energía que contienen estos armónicos de fallo de frecuencia cambiante. Los procedimientos de representación de este tipo de señales se conocen con el nombre de descomposiciones en tiempo-frecuencia. La capacidad de realizar estos procesos de seguimiento y cuantificación es lo que determinará la bondad de estos métodos de análisis a la hora de efectuar el diagnóstico buscado, por tanto esta sección se estructura, a diferencia de la anterior –en la cual el análisis espectral clásico predominaba en la práctica totalidad de los casos–, en puntos que hacen referencia a métodos de descomposición de la señal, en orden cronológico de aplicación, agrupándose los que no emplean estos métodos en un apartado independiente.



**Fig. 28 Componentes no constantes presentes durante el arranque de un motor con asimetría rotórica.**

### 2.5.1 Transformada corta de Fourier

Las ventajas asociadas al análisis en tiempo-frecuencia ya fueron identificadas en fechas tan tempranas como 1999, cuando Yacizi y Kliman [104] expusieron la problemática asociada al diagnóstico de fallos en máquinas en operación real, fuera del laboratorio. Generalmente en estos casos, la corriente que alimenta el motor no puede considerarse como estacionaria, dadas las variaciones de carga que suelen tener lugar, y, consecuentemente, aplicaron una descomposición en tiempo-frecuencia, análisis del que afirman que es capaz de representar sin ambigüedades las componentes de la corriente que alimenta el motor.

Es más, en el mismo trabajo [104] se enfatiza la importancia de contar con un método que permita medir o estimar la velocidad mecánica de la máquina, problema de solución no tan obvia teniendo en cuenta que se estudian transitorios, si el objetivo es efectuar un diagnóstico acertado. Los autores en este caso hacen uso de un estimador del par, utilizando los valores de la placa de características de la máquina, y a partir de esta estimación hallan mediante una aproximación lineal entre la velocidad a par nominal y la de sincronismo, la velocidad de giro del rotor.

Finalmente, los autores dan un paso más proponiendo un método de identificación de la avería consistente en definir vectores de características, uno para cada tipo de fallo considerado (barra rota y fallo puntual en los rodamientos) formados cada uno de ellos por la magnitud de la distribución tiempo-frecuencia en ciertas divisiones en frecuencia, de amplitud  $A_f$ , que engloban las frecuencias propias de cada tipo de fallo, lo que en definitiva constituye un reconocimiento de la importancia del análisis en banda ancha en aplicaciones reales, dado que algunas frecuencias específicas normalmente usadas pueden verse afectadas por interferencias de origen diverso.

La herramienta empleada en el análisis tiempo-frecuencia, la transformada corta de Fourier, presenta diversos problemas, como la dificultad de elección de la ventana para cada tipo de aplicación, ya que, como se indica en el punto 2.3.10, las características espectrales de la función ventana se mezclan con las de la señal a analizar. Los autores reconocen este problema, pero no realizan ninguna aportación al respecto.

Adicionalmente, las cajas tiempo-frecuencia obtenidas (cajas de Heisenberg) presentan una dimensión temporal muy grande, de 5 segundos, lo que dificulta apreciar tendencias o evoluciones.

Es por ello que, a continuación de este proceso de extracción de vectores de características, se realiza una segmentación, o asignación de los diferentes vectores a distintos modos de operación del motor. Esto se lleva a cabo asumiendo que los cambios del punto de funcionamiento del mismo se realizarán lentamente, lo que no deja de ser una manera de reconocer que la herramienta tiempo-frecuencia elegida no es la óptima.

El procedimiento de identificación de las faltas finaliza mediante el cálculo en el espacio de características de la distancia existente entre cada nuevo vector procedente del estudio de la corriente de la máquina y los modos previamente almacenados por el sistema de diagnóstico.

Si bien la herramienta para obtener la descomposición en tiempo-frecuencia usada por Yacizi y Kliman no puede ser considerada la óptima (aunque su relativamente reducido coste computacional la convertían en la elección obvia en 1999), el trabajo de dichos autores aborda la casuística y problemática completa del análisis en tiempo-frecuencia aplicado a los motores de inducción, desde el reconocimiento del hecho de que los estados estacionarios prolongados tienen una baja ocurrencia en muchas aplicaciones de este tipo de maquinaria, pasando por la elección de la herramienta tiempo-frecuencia, hasta el diseño de un sistema que aprovecha la gran cantidad de información obtenida en estos diagramas para seleccionar los puntos característicos, que permitan realizar un diagnóstico de una manera computacionalmente económica.

Así mismo, en [125] el profesor Subhasis Nandi propone un método de detección de cortocircuitos entre espiras basado en la detección de armónicos de orden tres o sus múltiplos en el voltaje residual presente en bornes de la máquina a la desconexión. Estas componentes son consecuencia de la saturación. La herramienta de descomposición de la señal en tiempo-frecuencia usada es, también, la transformada corta de Fourier.



### 2.5.2 Transformada Wavelet discreta

Las primeras aplicaciones de la transformada Wavelet al diagnóstico de motores de inducción se debe a Parlos y colaboradores, en las cuales combina un enfoque basado en modelos empíricos del motor de inducción con otro de análisis multiresolución mediante Wavelet para generar unos residuos, que son indicativos del estado del mismo [126]. El método es perfeccionado en [127] empleando una técnica de estimación de la velocidad de giro del motor mediante el seguimiento de la frecuencia de los PSH, un tema recurrente en los trabajos iniciales de empleo de técnicas de análisis de señales no estacionarias al diagnóstico de motores de inducción.

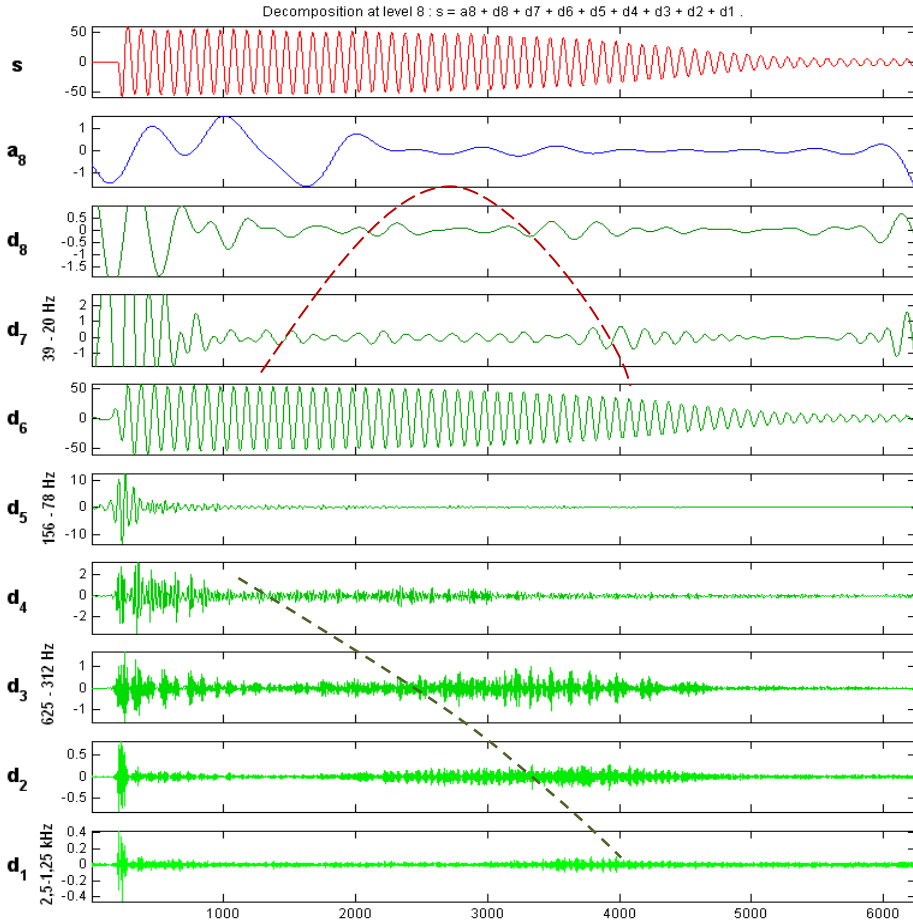
No obstante son Douglas et Al. los que en 2003 demuestran que el análisis de la corriente de arranque del motor mediante la transformada Wavelet discreta es suficiente para diagnosticar la rotura de barras. Los autores en este caso usan tres corrientes, aplicando la transformada Wavelet a una representación temporal de la corriente de Park para efectuar el diagnóstico. Los resultados experimentales son obtenidos en un amplio rango, desde 30% al 100%, de la carga de la máquina, lo que prueba la aplicabilidad de esta técnica a diferentes condiciones de operación [128]. En [129] los mismos autores constatan la importancia de la elección de la Wavelet madre para la detección de rotura de barras y comprueban que un orden alto de las mismas, a partir de 8, es necesario. Pillay et Al. [130] prosiguen las investigaciones extendiendo los resultados a los motores de inducción alimentados a través de inversores.

Mohammed et Al. en [131] evalúan la aplicación de la transformada Wavelet discreta para la detección de cortocircuitos entre espiras, un fallo de rápida evolución, y la rotura de barras. Con este objetivo, idean un modelo híbrido de circuitos acoplados y cálculo mediante elementos finitos, capaz de modelizar un motor de inducción defectuoso con un coste computacional razonable. El método propuesto es capaz de detectar ambos tipos de fallo, así como fallos combinados [131], [132].

La aplicación del análisis Wavelet al estudio del fenómeno de rotura de barras ha sido llevado a cabo por el grupo de investigación [133] en el seno del cual se desarrolla la presente tesis. Un ejemplo se muestra a continuación (Fig. 29), en el cual se examina el transitorio de arranque del motor invertido (ver Anexo 3). Se puede apreciar la división del espectro según el algoritmo de Mallat en bandas de anchura decreciente, cuyos límites se muestran en la Tabla 2 para la frecuencia de muestreo normalmente usada en la presente tesis. El armónico fundamental ocupa la banda correspondiente al detalle 6 ( $d_6$ ) entre 78-39 Hz. Por debajo de esas frecuencias, es decir, ascendiendo en el número de descomposición, se aprecia la contribución de armónicos provocados por asimetría rotórica y excentricidad, mientras que a altas frecuencias (detalles 2 y 3) predominan los PSH.

Esta rígida descomposición en bandas de la transformada Wavelet discreta, con su reducción en ancho de banda conforme la frecuencia decrece y sus valores límite fijados por la tasa de muestreo de la señal trae como consecuencia que los detalles que abarcan las altas frecuencias posean un ancho de banda demasiado elevado, englobando en casi la totalidad de los casos, armónicos de frecuencia constante presentes en la corriente estática. En el ejemplo de la Fig. 29 es posible observar como el detalle 5 ( $d_5$ ) que se encuentra justo por encima del detalle que engloba la componente fundamental de la

corriente, se extiende desde 78 a 156 Hz. Es decir, sus coeficientes incluyen la influencia del armónico de 150 Hz.



**Fig. 29** Descomposición Wavelet de la corriente de arranque transitoria

Lo mismo se puede decir del detalle 4 ( $d_4$ ), que al incluir las frecuencias de 156 a 312 Hz recibe toda la influencia del importante armónico 5 de devanado, cuya frecuencia es 250 Hz.

De esta manera, debido a la rígida división en frecuencias, la transformada Wavelet discreta no es general adecuada para el estudio de los armónicos de orden alto, esto es, de armónicos característicos de fallo por encima de la componente fundamental de alimentación.

Diversos enfoques han sido empleados para salvar este problema. Por un lado, en la práctica totalidad de los casos es posible elegir la frecuencia de muestreo en función del componente que se desee detectar. Es también factible, como propone Filippetti et Al. [134], modular la señal original de manera que los diferentes componentes, tanto el fundamental

de la corriente como los indicadores de fallo, sean desplazados a las bandas que permitan una mejor separación. Finalmente, también es posible efectuar un remuestreo de la señal mediante técnicas de interpolación [135].

**Tabla 2. Límites de las bandas tras la aplicación de la DWT a una señal capturada a 5.000 muestras por segundo**

Banda	Frecuencia superior (Hz)	Frecuencia inferior (Hz)
<b>d<sub>1</sub></b>	2,5·10 <sup>3</sup>	1,25·10 <sup>3</sup>
<b>d<sub>2</sub></b>	1,25·10 <sup>3</sup>	625
<b>d<sub>3</sub></b>	312,5	156,25
<b>d<sub>4</sub></b>	156,25	78,13
<b>d<sub>6</sub></b>	78,13	39,07
<b>d<sub>7</sub></b>	39,07	19,54
<b>d<sub>8</sub></b>	19,54	9,77
<b>a<sub>8</sub></b>	9,77	0

Sin embargo, dentro del grupo de investigación, la tendencia a la hora de aplicar las Wavelet para la detección y seguimiento de componentes de fallo de orden alto ha consistido en la aplicación de la transformada de Wavelet continua. Este método permite el diseño de las Wavelet de forma que se modifiquen las dimensiones de las cajas tiempo-frecuencia obtenidas, optimizando la detección de la energía de los componentes característicos de avería [136].

A pesar de esta problemática, los componentes de frecuencia variable de otras faltas que evolucionan por debajo de la frecuencia fundamental sí que son correctamente detectados, así pues el procedimiento que hace uso de la aplicación de la transformada Wavelet Discreta propuesto por el grupo de investigación para la detección de barras rotas en [133] es extendido a la detección de excentricidad mixta en [135]. En este caso se evalúan los armónicos introducidos en las bandas contiguas a la de la componente fundamental por este tipo de avería, según la expresión (2.18). Adicionalmente, en [137] se estudia el impacto de diferentes tipos y órdenes de Wavelet madre en la detección de la primera falta.

Ordaz et Al. dan un paso más en esta técnica implementando el diagnóstico mediante la transformada Wavelet discreta para la rotura de barras durante el arranque en un dispositivo (FPGA, *field programmable gate array*) de coste reducido (20 dólares) y frecuencia de operación moderada (50 Mhz), lo que muestra la versatilidad de este método [138]. Los autores extienden este enfoque en [139] a otras averías mediante un procedimiento combinado que hace uso de la transformada Wavelet discreta y la transformada de Fourier, para la monitorización de un motor de inducción tanto durante el arranque como en operación estacionaria.

Los transitorios provocados en la corriente de alimentación de la máquina por cortocircuitos de corta duración también son estudiados mediante este método en [140] y

[141], al igual que los efectos de la rotura de barras en la potencia instantánea absorbida por un motor de inducción, por Kia, Henao et Al. en [142]

En [143] se aplica el análisis mediante la transformada Wavelet discreta con éxito a motores de inducción alimentados mediante un inversor, mientras que Antonino, Strangas et Al. investigan métodos de detección automatizada de la averías basados en técnicas de procesamiento de imágenes [144], [145], por tanto especialmente adecuados para su aplicación a las distribuciones tiempo-frecuencia. La clasificación de las pautas obtenidas mediante la transformada Wavelet discreta ya había sido propuesta en [146], esta vez utilizando el método SVM (*support vector machine*), basado en el PCA (*principal component analysis*).

### **2.5.3 Transformada de Hilbert y de Hilbert-Huang**

La transformada de Hilbert puede ser usada para obtener a partir de la señal real, la señal analítica (ver 2.3.6) cuya relación entre la parte real y la imaginaria suministra la fase de la señal en ese instante, y su derivada, por tanto, la frecuencia instantánea, según la expresión (2.61). Esto provee un método computacionalmente más sencillo que los basados en la Wavelet Ridge [147], para diagnosticar la rotura de barras durante los transitorios de arranque. El método propuesto por Pineda et Al., del grupo de investigación en cuyo seno se realizó la presente tesis, emplea esta técnica [148]. No obstante, el parámetro de cuantificación de la avería no puede aprovechar toda la información que ofrece el cálculo de la frecuencia instantánea, siendo mejorado por la presente tesis. El enfoque inicial es extendido a la detección de excentricidad mixta en [149].

Un reciente estudio sobre el diagnóstico asimetrías tanto rotóricas como estatóricas en motores de inducción de rotor bobinado bajo carga variable –de interés en la evaluación del estado de los generadores usados en turbinas eólicas– realizado por Kia et. Al. [150], emplea el cálculo del módulo de la transformada de Hilbert para efectuar la supresión de la componente principal, siendo el método usado para la descomposición en tiempo-frecuencia la transformada Wavelet discreta. Es de destacar que se siguen los mismos pasos de tratamiento de la señal que en el procedimiento propuesto en la presente tesis, a saber: filtrado de componentes de frecuencia constante, primero, y a continuación, análisis tiempo-frecuencia de la corriente estatórica de una máquina de inducción conectada directamente a la red. Sin embargo, el uso del módulo de la transformada de Hilbert genera una componente DC cuyo valor varía con la carga, y que al efectuar la transformada Wavelet aparece en la aproximación –el último nivel de la descomposición, que engloba las frecuencias más bajas– que también contiene el componente que indica la presencia de asimetría rotórica (ver Fig. 24), siendo por tanto necesario un proceso de filtrado suplementario de esta componente *cuasi-DC*. El método de diagnóstico propuesto en la presente tesis logra deshacerse por completo de la componente fundamental en un único paso, mediante la utilización de filtros de rechazo de frecuencia.

Respecto a la transformada de Hilbert-Huang, se ha aplicado preferentemente en el diagnóstico de rodamientos en motores de inducción, en combinación con otros métodos de descomposición en frecuencia o tiempo-frecuencia [151], [152], [153]. Como se indica en [154], estudio en el que se la compara con la transformada Wavelet discreta, la falta de relación a priori entre las funciones modales intrínsecas (IMF) y la frecuencia de los

componentes que reflejan hacen difícil el establecimiento de una formulación general para este procedimiento.

#### 2.5.4 Transformada Wavelet continua

Supangat et Al. proponen en [155] el uso de la transformada Wavelet Continua para la detección de la rotura de barras mediante el estudio de la envolvente de la corriente de arranque. El indicador derivado reacciona adecuadamente a la rotura de múltiples barras contiguas, sin embargo, no es capaz de detectar roturas parciales. Como puntualizan los autores, el procedimiento propuesto no es afectado por desequilibrios en las tensiones.

El método de las Wavelet Ridge, que permite la estimación de la frecuencia instantánea a partir de la descomposición Wavelet, es usado por Yang et Al. en [147], abriendo las puertas al uso de la misma como indicador de fallo de rotura de barras durante un arranque directo.

Reciente, por parte de nuestro grupo de investigación, Pons et Al. han aplicado métodos avanzados basados en el uso de Wavelets FSB (*frequency B-splines*) para la detección de rotura de barras [136] y excentricidades, incluso en motores alimentados a través de un inversor [156].

#### 2.5.5 Distribuciones en tiempo-frecuencia

Las distribuciones en tiempo-frecuencia comenzaron a aplicarse experimentalmente al análisis de la corriente estática de los motores de inducción a finales de la década de 1990. No obstante, en estos primeros casos, el objetivo perseguido consistía en la obtención de la velocidad instantánea de giro del motor mediante la medición de la frecuencia de los armónicos de paso de barra.

En esta línea, el artículo [157] trata sobre la posibilidad de efectuar una medida de la velocidad de rotación de un motor de corriente alterna mediante el seguimiento del armónico de paso de barras (*principal slot harmonic*, o PSH). Para tal tarea estudia el comportamiento de la distribución de Wigner-Ville, en el caso especial del estudio de una señal y sus armónicos, y, como un método para reducir los términos cruzados, la distribución de Page.

Identifica la distribución de Wigner-Ville como la que precisa menor número de operaciones para su cálculo y que, por tanto, se encuentra especialmente indicada para su utilización en aplicaciones en tiempo real.

En la parte experimental del artículo realiza la aplicación de la distribución de Wigner-Ville a la señal proveniente de un modelo matemático de máquina de inducción realizado sobre MATLAB. Los resultados muestran que es posible realizar el seguimiento de los PSH a través de este método, apareciendo los términos cruzados de dichos armónicos lejos de la zona de interés en el plano tiempo-frecuencia.

No obstante, el autor indica que este enfoque adolece de la problemática de precisar muestras en el futuro, con lo que la aplicación práctica de la distribución de Wigner-Ville al seguimiento de la velocidad de un motor de inducción en tiempo real no sería posible. También cita como desventaja las grandes necesidades computacionales (en 1998) que este método requiere.

La idea de medir la velocidad de giro de un motor de inducción mediante la identificación de los armónicos de paso de barra (PSH) es aplicada nuevamente por H. A. Toliyat et Al. [158] para el desarrollo de un método no invasivo de evaluación del rendimiento de motores arrancados mediante conexión directa a la red. En este caso sí que se usan señales de corriente provenientes de motores reales para validar el procedimiento, por lo que se identifica plenamente la problemática de la interferencia entre los armónicos de devanado y los PSH, que impide la medición de velocidad al comienzo del transitorio de arranque.

Para concluir, el artículo expone la implementación del algoritmo propuesto en un procesador digital de la señal, del tipo TMS320C243. Se identifican problemas relacionados con la resolución numérica y el espacio de memoria necesario. En la implementación mostrada, se almacenaban aproximadamente seis ciclos eléctricos completos para obtenerse a partir de ellos el espectrograma. Se eligió la frecuencia de muestreo igual a 3.840 Hz para un componente fundamental de 60 Hz. Se usaron ventanas de Chebyshev y Hanning con el objeto de mejorar el análisis en tiempo-frecuencia, considerándose óptima la duración de los mismos igual a dos ciclos de la componente fundamental.

Como en el caso anterior, el autor tampoco identifica la posibilidad de efectuar un filtrado previo de los componentes de devanado, aprovechando que mantienen su frecuencia constante, para mejorar el procedimiento de seguimiento de la velocidad de giro del rotor durante el arranque.

#### *2.5.5.1 Aplicación al mantenimiento de máquinas eléctricas. Habetler, Rajagopalan, Restrepo et al.*

A mediados de la década del 2000, las distribuciones en tiempo y frecuencia comenzaron a ser utilizadas para la detección y evaluación de los armónicos de fallo en máquinas eléctricas. Las contribuciones en este sentido provienen de un grupo de colaboradores liderado por el profesor T. G. Habetler.

En [62] y [159] los autores proponen y validan experimentalmente un método para diagnosis de motores DC sin escobillas (BLDC) basado en el análisis de la corriente de una fase del mismo. La señal de corriente es filtrada antes de su captura gracias un filtro analógico adaptativo implementado mediante hardware, consistente en condensadores conmutables comandados mediante un PLL (*phase locking loop*). Este filtro precisa características constructivas especiales para lograr que su funcionamiento no añada ruido. Tras ello la señal es procesada mediante un filtro FIR para obtener la transformada de Hilbert y finalmente se hace uso de distribuciones tiempo-frecuencia avanzadas, como la de Born-Jordan, Zhao-Atlas Mark o Choi-Williams. Para finalizar, el cálculo de la distribución en tiempo-frecuencia es implementado en un DSP con el objetivo de evaluar la capacidad del procedimiento propuesto en la detección de fallos en tiempo real

El enfoque que los autores desarrollan en este caso adolece de la necesidad de precisar equipos especiales en el instante de captura de la señal, como es el caso del filtro analógico adaptativo, también se requiere la captura de la señal de velocidad, para distinguir en cada instante la posición de las componentes características de fallo.

Así mismo, la tendencia subyacente en el artículo de Rajagopalan et Al. consiste en usar distribuciones tiempo-frecuencia que precisan una gran cantidad de recursos

computacionales en un intento de eliminar los términos cruzados, y probar que los equipos DSP han evolucionado lo suficiente como para ser capaces de procesarlas. De este modo se desperdicia la sencillez y alta resolución inherente al procesamiento de la distribución de Wigner-Ville.

Finalmente, el artículo, en sus conclusiones, extiende los resultados a los motores de inducción, sin aportar resultados experimentales, ni efectuar estudios sobre la capacidad de las distribuciones en tiempo-frecuencia para discernir armónicos de baja amplitud –que, por ejemplo, contribuyan a la identificación de fallos en motores utilizados en aplicaciones especiales-. En definitiva, los autores no identifican el potencial del análisis de banda ancha de la corriente de arranque de un motor de inducción, en cuanto a la gran cantidad de información relacionada con diferentes defectos que es capaz de suministrar.

En esta misma línea, Rosero et al. [61] evitan la utilización del filtro adaptativo comandado por PLL usado por Ragagopalan et al. mediante el empleo de la técnica de descomposición empírica en modos (*Empirical Mode Decomposition*, EMD) para el caso cortocircuitos en el estátor de los motores síncronos de imanes permanentes. Tras ello, analizan los resultados mediante la distribución de Zhao-Atlas-Mark o la DWV suavizada. El método posee una elevada complejidad matemática, lo que resta utilidad al mismo dada la rápida velocidad de propagación de este tipo de defecto.

Así mismo, Urresty et Al. [160] aplican directamente, sin realizar un pretratamiento, la distribución de Zhao-Atlas-Marks a la detección de cortocircuitos entre las espiras de un motor síncrono de imanes permanentes (PMSM). El método es empleado en estado estacionario y transitorio, y se basa en la medición de la energía contenida en los armónicos de dientes del estátor, que se encuentran por encima de 1 kHz a la velocidad de giro de los motores ensayados. Los autores argumentan que la distribución en tiempo-frecuencia es superior en cuanto a la capacidad para evaluar la energía de estos armónicos, si se tiene en cuenta que a menudo las aplicaciones de estos motores provocan que sea difícil encontrar periodos en los que la velocidad de giro de los mismos sea estacionaria. No obstante, la distribución de Zhao-Atlas-Marks en general no cumple los marginales, y por tanto no preserva la energía en la representación, cuestión que sí que aborda Rosero et Al. [161] en la detección de defectos en los rodamientos de motores síncronos de imanes permanentes. Sin embargo, en este caso, la imposibilidad de filtrar la componente fundamental de la corriente, de frecuencia cambiante en este tipo de máquinas, frustra una adecuada representación de la señal mediante la distribución de Wigner-Ville.

#### 2.5.5.2 *Aplicación al mantenimiento de máquinas. Escuela de Blödt, Faucher, Regnier et al*

Una interesante contribución que ilustra el potencial de la distribución de Wigner-Ville es la realizada por Blödt et Al. [162], a pesar de tratarse de un estudio de la corriente estatórica en estado estacionario. En su primera parte, se prueba cómo los fallos por excentricidad del rotor y par oscilante debido a la carga inducen modulaciones a la misma frecuencia pero de diferente tipo en el armónico fundamental de dicha corriente, siendo el primer caso una amplitud modulada mientras que en el segundo una modulación en fase.

La pseudo-distribución de Wigner-Ville es usada en este caso sobre la señal de corriente estatórica estacionaria para llevar a cabo la descomposición en tiempo y frecuencia, en la que se muestra no sólo la posición de los armónicos indicadores de fallo, sino también su

fase relativa. Comparando la fase del armónico lateral inferior con la del lateral superior es posible establecer un criterio que es capaz de discernir entre los dos tipos de falta. Los autores finalizan el artículo introduciendo un método de cuantificación, efectivo incluso a pesar de que la excentricidad rotórica también induce cierta oscilación del par.

### 2.5.5.3 Computación de la DWV

Merecen especial atención los desarrollos que se han llevado a cabo para facilitar la computación de la distribución de Wigner-Ville

El artículo [163] propone un método avanzado de computación de la transformada discreta de Wigner-Ville que reduce el número de multiplicaciones y sumas necesarias con respecto a avances precedentes.

La distribución discreta de Wigner-Ville se puede expresar de la siguiente manera:

$$W_D(lT, f) = 2T \sum_{n=-N+1}^{N-1} z[lT + nT]z^*[lT - nT] \cdot w[nT]w^*[-nT] \cdot \exp(-j4\pi n f T) \quad (2.247)$$

donde  $T$  es el periodo de muestreo, y  $w[nT]=0$  para  $|n| > N - 1$ , siendo  $n$  un entero positivo.

Debido a la propiedad de invarianza ante desplazamientos, sólo hay que evaluar  $W_D(lT, f)$  a  $l=0$ .

$$W_D(0, f) = 2 \sum_{n=-N+1}^{N-1} x[n] \cdot \exp(-j4\pi n f) \quad (2.248)$$

donde  $x[n]=z[nT]z^*[-nT] w[nT]w^*[-nT]$ , y  $f=fT$  la frecuencia normalizada.

Por su misma definición, se sigue que  $x[n]$  es una serie compleja conjugada simétrica, que satisface:

$$x[-n] = x^*[n] \quad (2.249)$$

ya que  $x[n]$  y  $x[-n]$  computan los mismos puntos en la señal original, pero en distinto orden según sea tomado  $n$  ó  $-n$ .

Para convertir la ecuación (2.248) en la DFT, transformada discreta de Fourier, se toma  $k/2N$  para  $k=0$  hasta  $2N-1$ . Se define después la extensión periódica de  $x[n]$  como:

$$K[n] = \begin{cases} x[n] & 0 \leq n \leq N - 1 \\ x[n - 2N] & N + 1 \leq n \leq 2N + 1 \\ 0 & \text{en cualquier otro caso} \end{cases} \quad (2.250)$$

En términos de  $K[n]$ , la ecuación (2.248) se lee como:

$$W_D[0, k/2N] = W_D[k] = \sum_{n=0}^{2N-1} K[n]W_N^{nk} \quad (2.251)$$



$W_D(k)$  puede ser computada mediante una DFT de  $2N$  puntos. Puesto que  $K(n)$  es conjugada simétrica, es posible combinar dos secuencias de *kernel* para reducir el número de operaciones aritméticas. Esto permite la obtención de la DWVD de cada secuencia separando la parte real e imaginaria de la DFT de la secuencia combinada.

Al precisar este método la existencia simultánea de dos *kernels* de Wigner, no es adecuado para el procesamiento de la señal en tiempo real. Además, la simetría de  $W_D(k)$  no se aprovecha totalmente y una DFT de  $2N$  puntos es requerida, por lo que los autores proponen otro algoritmo mejorado.

Este algoritmo tiene en cuenta que  $W_D(0,f)$  es periódica en  $f$  con un periodo de  $\frac{1}{2}$ , de los que sigue que  $W_D(k)$  posee una simetría similar.

De manera más precisa, (2.251) se puede simplificar como sigue:

$$W_D[k] = 2 \sum_{n=0}^{N-1} \alpha[n] W_N^{nk} \quad (2.252)$$

donde  $\alpha[n]=K[n]+K[n+N]$ , de lo que se sigue que:

$$W_D[k] = W_D[k + N] \quad (2.253)$$

Por lo que es suficiente computar  $W_D(k)$  de  $k=0$  hasta  $N-1$ . Como la secuencia  $K[n]$  es conjugada simétrica,  $\alpha[n]$  posee similar simetría. Por su definición:

$$\alpha(n) = K(N - n) + K(-n) \quad (2.254)$$

y dado que  $K(n)$  es conjugada simétrica:

$$\alpha(N - n) = \alpha^*(n) \quad (2.255)$$

También  $\alpha[n]$  es una secuencia conjugada simétrica.

Así pues, si se usa el procedimiento de tres multiplicaciones y tres adiciones para implementar la computación compleja, el número de operaciones aritméticas necesarias para computar la DWVD viene dado por:

$$\frac{1}{2}N \cdot \log_2 N - \frac{3}{2}N + 2 \quad (2.256)$$

para el caso de las multiplicaciones, y:

$$\frac{3}{2}N \cdot \log_2 N - \frac{3}{2}N - 1 \quad (2.257)$$

en el caso de las sumas.

Con estas expresiones se confecciona la siguiente tabla que muestra las necesidades computacionales de la distribución de Wigner-Ville discreta en función del número de muestras de la señal  $N$ .

**Tabla 3. Coste computacional de la DWV**

<b>N</b>	<b>Multiplicaciones</b>	<b>Sumas</b>
<b>64</b>	98	607
<b>128</b>	258	1407
<b>256</b>	642	3199
<b>512</b>	1538	7167
<b>1024</b>	3586	15871
<b>2048</b>	8194	30719
<b>4096</b>	18434	67583

#### 2.5.5.4 Otros métodos basados en las distribuciones tiempo-frecuencia

Frente al enfoque de análisis espectral en dos dimensiones para el diagnóstico llevado a cabo en las contribuciones anteriores, otros autores han propuesto técnicas que evitan la computación de estos diagramas pero a su vez aprovechan la gran cantidad de información que las distribuciones en tiempo-frecuencia son capaces de proveer.

En [164] los autores realizan una detección y clasificación de los principales fallos de una máquina de inducción mediante el estudio de la función de ambigüedad (ver 2.3.12.1), función característica de la distribución de Wigner-Ville, obtenida a partir de la corriente. La aplicación de diferentes *kernels* sobre la función de ambigüedad es directa –basta tan sólo superponer una matriz sobre otra como si de una máscara espectral (en este caso temporal-espectral) se tratase– permitiendo así la clasificación y cuantificación del fallo sin procesar la distribución en tiempo-frecuencia. De este modo, con un coste computacional relativamente moderado, se consigue un adecuado diagnóstico de las averías.

En común con la presente tesis, los autores de dicho trabajo reconocen que los elevados recursos necesarios para computar las distribuciones tiempo-frecuencia con *kernel* diferente de 1 hacen inviable en muchos casos su aplicación. Sin embargo, en su trabajo no evalúan el efecto de fallos combinados o aplicaciones reales en su método de diagnóstico y clasificación.

Otra aplicación que hace uso de la función de ambigüedad es la debida a Pineda et Al., pertenecientes al grupo de investigación en cuyo seno se realizó la presente tesis. En [165] utilizan la transformada de fase polinómica para identificar la rotura de barra analizando la corriente estatística del arranque directo de un motor de inducción. El procedimiento presenta la ventaja de no precisar el procesamiento de una distribución en dos dimensiones para detectar la avería, al aislar la componente principal de falta que evoluciona a bajas frecuencias como indicativa de avería. Sin embargo, el procedimiento necesita un filtrado previo de la señal (realizado mediante la transformada Wavelet Discreta) y no se presenta un procedimiento de cuantificación. En [166] los autores aplican la transformada fraccional de Fourier para realizar la misma operación de aislamiento del componente principal a bajas frecuencias. La transformada fraccional de Fourier tiene el efecto de representar la señal en tiempo-frecuencia sobre un eje de frecuencias rotado, de manera que un

componente cuya frecuencia varía linealmente con el deslizamiento (*chirp*) se representa como un único pico sobre dicho eje, permitiendo una sencilla detección. No obstante, tampoco se establece un procedimiento de cuantificación, desaprovechándose la gran cantidad de la información que una representación en tiempo-frecuencia es capaz de proveer.

### 2.5.6 Otros métodos de diagnóstico de motores en estado transitorio

Es de destacar que uno de los primeros métodos de diagnóstico de motores de inducción en estado transitorio fuese el propuesto por Kral et Al., conocido como método de diagnóstico de Viena [109], [167], ya mencionado en el punto 2.4.1.1. Éste método permite la detección de defectos como la rotura de barras incluso en transitorios rápidos y máquinas alimentadas desde inversores.

Otro enfoque es desarrollado a partir de los trabajos de Elkasabgy et Al. [110], mediante el cual se detecta la rotura de barras gracias al análisis de las tensiones inducidas tras la desconexión. Una vez se produce la apertura del interruptor que alimenta el estátor, las corrientes de éste se extinguen rápidamente, induciéndose una tensión como consecuencia de las corrientes todavía presentes en el rotor. Esta tensión es predominantemente senoidal, con cierta modulación producida por el hecho de la discretización de las corrientes sobre el rotor. Una rotura de barras alteraría en gran medida la forma de onda, introduciendo un contenido en armónicos fácilmente detectable [168].

El enfoque, que hace hincapié en la importancia del estudio de los procesos transitorios para el correcto diagnóstico de la máquina, adolece de ciertas desventajas. En primer lugar, es necesario establecer una medición base en estado sano para cada máquina. Por otra parte, el método no permite discriminar claramente entre la rotura de una o más barras [169]. Kia et Al. mejoraron el procedimiento mediante el uso de la transformada corta de Fourier en [170] y, recientemente, Nandi et Al. han extendido el análisis de estas tensiones inducidas a la detección de niveles moderados de excentricidad estática, así como a la excentricidad dinámica [171].

## 2.6 Recapitulación

En este capítulo se ha establecido el estado de la técnica en el momento de presentar el método de diagnóstico propuesto. La primera sección hace referencia a la tecnología de construcción de los motores de inducción, y en concreto a la jaula de ardilla. La segunda sección establece conceptualmente los cuatro tipos de averías fundamentales que sufren este tipo de máquinas y sus efectos más inmediatos. La tercera está dedicada a establecer las herramientas de análisis de la señal usadas en la actualidad para el diagnóstico de los motores de inducción, tanto en estado estacionario como transitorio, haciendo especial hincapié en la formulación y propiedades de la distribución de Wigner-Ville y otros resultados derivados como la función de ambigüedad, y las distribuciones de Choi-Williams y Zhao-Atlas-Mark. Asimismo, se realizan dos aportaciones novedosas. En primer lugar, el operador de Teager-Kaiser –cuya aplicación al diagnóstico de motores de inducción está pendiente de concesión de patente– que es empleado para mejorar la detección de picos en el espectro de Fourier. En segundo lugar, los filtros FIR de rechazo

de frecuencia basados en los polinomios de Zolotarev, cuyo código para ser procesado por MATLAB todavía no ha sido publicado.

Tras ello, las secciones cuatro y cinco combinan los fundamentos establecidos en las anteriores en la exposición de las técnicas de diagnóstico de motores de inducción, tanto para operación estacionaria como transitoria usados hasta la fecha, con especial hincapié en los que hacen uso del análisis de corrientes mediante herramientas de descomposición de la señal en tiempo-frecuencia. Dichas herramientas fueron identificadas desde mediados-finales de la década de 1990 como capaces suministrar mayor cantidad de información, ser más versátiles al poder aplicarse a diferentes estado de operación y, posiblemente, más sensibles a la hora de detectar fallos incipientes en un motor de inducción, al permitir el estudio del transitorio de arranque directo, momento en el cual el motor está sujeto a mayores solicitaciones. No obstante, los elevados recursos computacionales exigidos han ralentizado su aplicación, que comenzó con la más sencilla STFT, quedando las distribuciones tiempo-frecuencia de la clase Cohen, como Wigner-Ville, relegadas a un segundo lugar. Sin embargo, como se expone en el presente estado del arte, determinados desarrollos –como los basados en la función de ambigüedad o la distribución de Wigner-Ville si se aprovecha su inherente simetría– cuentan con un relativamente reducido coste de procesamiento.

A la vista de todo ello, se justifica que las siguientes cuestiones están pendientes de resolver o no están resueltas de forma satisfactoria:

En primer lugar no se ha efectuado un estudio del proceso de rotura de barras en las condiciones más realistas posibles, ni se ha evaluado la bondad de la amplia variedad de indicadores propuestos en la detección incipiente del defecto en estas condiciones. En especial no se ha probado si el análisis de la corriente durante el transitorio de arranque directo de un motor de inducción detecta el defecto incipiente de una manera más clara que los métodos basados en la operación estacionaria.

De la misma manera, en general no se ha aprovechado la gran cantidad de información que facilitan las distribuciones en tiempo-frecuencia para efectuar un seguimiento y cuantificación de determinados armónicos de orden alto y bajo indicadores de fallo que poseen frecuencia variable: muchos métodos de cuantificación emplean rígidas divisiones en bandas, o en cajas tiempo-frecuencia.

Finalmente, el coste computacional de los métodos de diagnóstico propuestos a menudo no es tenido en cuenta a la hora de proceder a su validación, lo que limitaría su campo de aplicación y reduciría su utilidad en la detección de ciertas averías que evolucionan rápidamente como por ejemplo el cortocircuito entre espiras.

Así pues, se justifica la novedad y el interés de los objetivos de la presente tesis.

## **CAPÍTULO 3. ENSAYO DE ROTURA DE BARRA POR FATIGA. PRIMEROS RESULTADOS**

En este tercer capítulo se presentan los primeros resultados del análisis del ensayo de rotura de barra por fatiga, puesto que el desarrollo de la técnica de diagnóstico propuesta en la presente tesis fue consecuencia de las conclusiones a las que se llegaron en esta etapa del mismo.

### **3.1 Introducción**

Hacia el año 2006, el grupo de investigación de máquinas eléctricas del Instituto de Ingeniería Energética de la Universitat Politècnica de Valencia desarrolló un método de análisis de corrientes de alimentación de un motor de inducción durante el arranque directo, apto para la detección de asimetrías rotóricas y excentricidades [133], [172].

En estos trabajos se hacía uso de la técnica de análisis de la señal de descomposición mediante Wavelets para dividir dicho transitorio en bandas, con frecuencias límite determinadas por el propio procedimiento (ver 2.3.14). Una vez obtenidas dichas bandas, se estudiaban únicamente las bajas frecuencias, es decir, aquellas por debajo de la banda que englobaba el armónico fundamental, de 50 Hz, para detectar roturas de barra y excentricidades.

Tras la presentación de estos resultados en [1], [135], los estudios se centraron en analizar la capacidad del método propuesto para la detección de averías incipientes. La distribución en tiempo-frecuencia ofrecía mayor información y por tanto era teóricamente superior a la

hora de detectar pequeños cambios en los componentes indicadores de fallo que los métodos tradicionales de diagnóstico.

Para realizar estos estudios sobre pequeñas variaciones, se decidió reproducir la rotura de una barra del rotor a través de un proceso de fatiga, imitando las condiciones de trabajo en las que opera un motor de inducción en la industria [173]. Con este objetivo se diseñó y construyó el montaje expuesto en el Anexo 2, en el cual se hacía funcionar el motor en ciclos de arranque directo-operación estacionaria o arranque-directo-operación estacionaria-frenado por permutación de fases. De esta manera sería posible establecer los valores umbrales de detección de la avería en los diversos métodos usados por el grupo de investigación, para determinar sus ventajas y concluir en qué aspectos el análisis en estado transitorio es superior al análisis en estado estacionario.

### **3.2 Descripción del ensayo**

Para conseguir este propósito se diseñó el siguiente ensayo destructivo. Un motor comercial de jaula de ardilla fue sometido a una gran cantidad de ciclos de trabajo, en los cuales la duración de los arranques pesados, la operación en estado estacionario y los periodos de reposo fueron seleccionados de manera que se alcanzase la máxima temperatura posible en el rotor, pero evitando el sobrecalentamiento del devanado del estátor. Durante el ensayo se procedió a monitorizar las principales magnitudes mecánicas y eléctricas, lo que permitió analizar su evolución y, por tanto, calcular los diferentes indicadores de defecto y seguir su evolución a lo largo del proceso de fallo, y de esta manera comparar su sensibilidad.



**Fig. 30 Motor y dinamo acoplados en los arranques finales**

El ensayo se llevó a cabo en un motor estándar de rotor de jaula con una potencia nominal 1,5 kW, 400 V en conexión estrella y un par de polos (ver punto 1.1 del Anexo 1). Este motor se acopló directamente a una máquina DC con una potencia nominal de 10 kW (Fig. 30), siendo el factor de inercia estimado del grupo de  $0,11 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ , el cual es suficientemente

alto como para proveer de un transitorio de arranque de más de cinco segundos de duración. Dado que la rotura de barras es causada por una combinación de cargas térmicas y mecánicas en el rotor [22], el motor trabajó en ciclos cuidadosamente espaciados para mantenerlo funcionando al límite de su resistencia térmica nominal, en los cuales la aceleración y deceleración del rotor predominaron.

### 3.2.1 *Ciclo de funcionamiento*

Dada la necesidad de efectuar un análisis de corriente mediante técnicas que usan tanto las wavelets como la transformada rápida de Fourier, se ideó un ciclo de funcionamiento que permitía la medición del transitorio de arranque, necesario para la primera técnica; y un periodo de funcionamiento permanente de al menos diez segundos, para efectuar la descomposición mediante la última, con una resolución suficiente, de 0,1 Hz.

Durante la etapa de operación permanente la corriente que atraviesa el motor desciende hasta niveles de unos tres amperios y el ventilador refrigera a su máxima capacidad, con lo cual se podría tener un efecto contraproducente si lo que se pretende es someter al rotor a un nivel máximo de estrés.

Así pues, el ciclo incluye un arranque pesado –que también provee de un periodo de aceleración lo suficientemente largo para llevar a cabo análisis en tiempo-frecuencia–, un intervalo de funcionamiento a carga constante equivalente a unos dos tercios de la carga nominal –lo cual incrementa las posibilidades de una adecuada detección del LSH mientras minimiza las posibles contribuciones debidas a la excentricidad estática [174]–, seguido de un frenado por una permutación de fases. Finalmente, la máquina es desconectada y reposa durante el resto del ciclo.

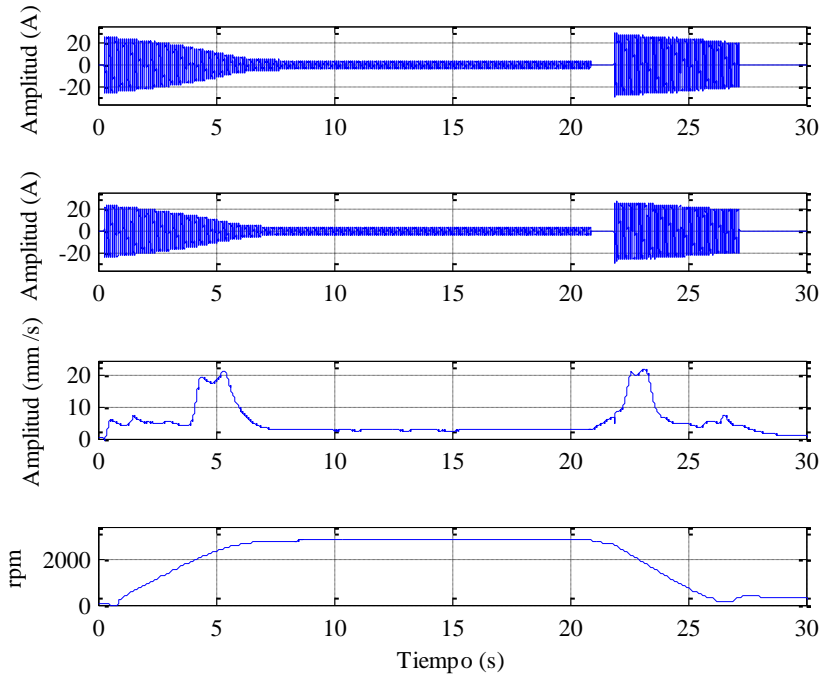
Según los ensayos expuestos en el punto 3.3, el transitorio de arranque, se extiende a lo largo de siete segundos. Por tanto fue necesario configurar el montaje para un tiempo total de conexión de motor (y de toma de datos del registrador Yokogawa) cercano a unos 20 segundos. Si el frenado por permutación de fases se aplica, como ocurrió en la segunda parte del ensayo, son necesarios 30 segundos de recogida de datos (ver Fig. 31).

Tras un periodo de reposo determinado por el estudio teórico en base a la severidad del ciclo de trabajo que se desee aplicar al motor, se procede a efectuar la reconexión de la alimentación del motor y de la dinamo, repitiéndose el ciclo de trabajo.

La duración total del ciclo, incluido el periodo de reposo, fue establecida en 240 segundos si no se efectúa el frenado por permutación de fases y 480 segundos en caso contrario. Estos valores se eligieron para evitar que los devanados del estátor excediesen su límite máximo de temperatura. Con este propósito se midió la resistencia del devanado tras varios ciclos de operación severa y así se estableció la diferencia entre la temperatura media del devanado y la indicada por el termopar instalado sobre la armadura del estátor, con el cual se monitoriza la temperatura del motor. Adicionalmente, a esta magnitud, también se captura la temperatura ambiente durante el funcionamiento del montaje y los cuatro canales mostrados en la Fig. 31: corrientes de las fases R y T, velocidad de vibración en la parte media del cuerpo del estátor y velocidad de giro del rotor (ver Fig. 175 del Anexo 2).

El ciclo así descrito fue repetido diariamente durante 16 horas. Las limitaciones en el nivel sonoro en el edificio impidieron la realización de una operación continua.

Con el objetivo de analizar la gran cantidad de información suministrada por el montaje, que podría llegar a los 700 MB diarios utilizando una frecuencia de muestreo de 5.000 muestras por segundo, se decidió establecer un sistema de procesamiento automático de datos, que simplificase las tareas de análisis.



**Fig. 31** Datos procedentes de los cuatro primeros canales registrados, de arriba hacia abajo: intensidad fase R, intensidad fase T, velocidad de vibración y revoluciones por minuto.

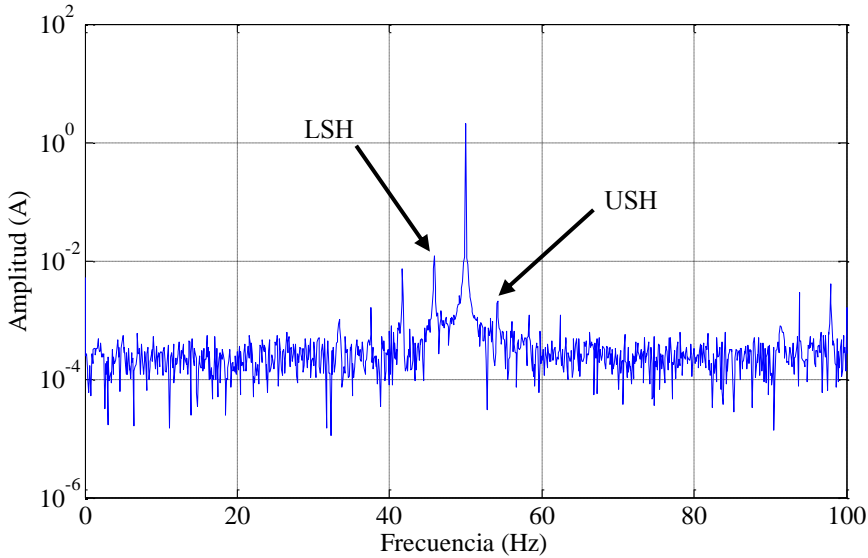
En lo concerniente a las dos señales de corriente de fase capturadas en el montaje, este sistema se ocupaba de su descarga y almacenamiento en archivos con extensión *.mat*, formato de MATLAB que permite la compresión de datos, lo que resultaba crítico en las primeras etapas del experimento en las que no se disponía de capacidades de almacenamiento como las actuales, que pueden fácilmente alcanzar los varios teraocetos.

### 3.2.2 Indicadores calculados

Adicionalmente, el sistema de almacenamiento realizaba un análisis preliminar de las formas de ondas descargadas y vueltas a almacenar bajo el nuevo formato. Para ello, en primer lugar dividía la señal capturada en cada fase en dos porciones: la transitoria y la estacionaria, atendiendo a la variación de la desviación típica de la señal, con una tolerancia del 2%. Tras llevar a cabo la separación se empleaba un método de análisis para procesar cada parte, la FFT en el caso de la estacionaria y la descomposición mediante la transformada Wavelet discreta en el caso de la parte transitoria. Con los resultados de



dichos análisis se derivaban dos indicadores de fallo de la asimetría rotórica para cada uno de los dos canales de corriente adquiridos.



**Fig. 32 Espectro del ciclo 8.001, fase R**

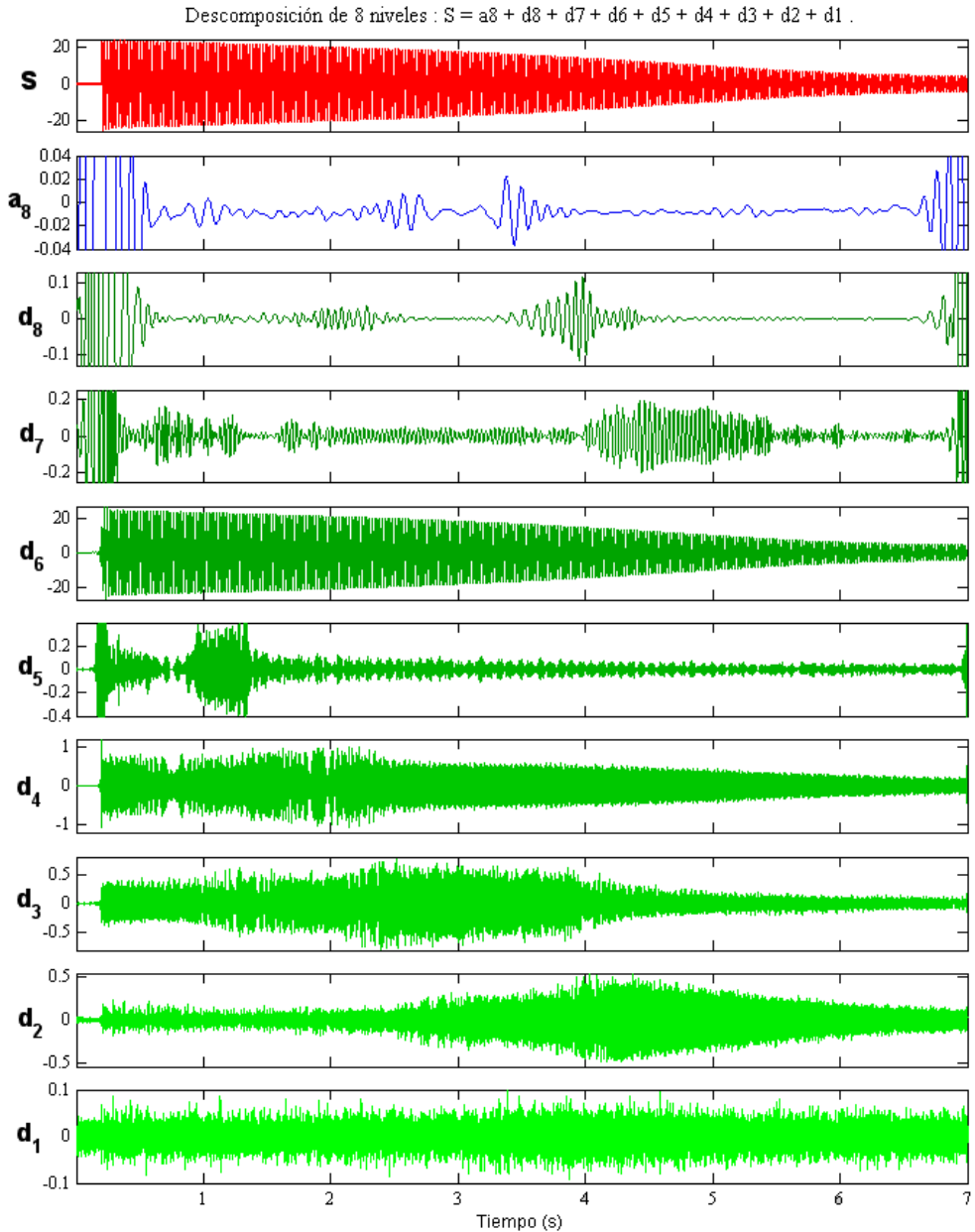
El parámetro FFT utilizado (3.1) es el presente en bibliografía [173], [175], definido como el ratio en decibelios entre la amplitud del armónico fundamental y la amplitud del primer armónico lateral inferior (ver 2.2.1). Rigurosamente, la amplitud del primer armónico lateral superior o USH también debería haber sido considerada, sumándola al primero. No obstante, en esta parte inicial del experimento su amplitud era tan reducida, que no afectaba a los resultados, y por tanto, con el objetivo de simplificar el procesamiento, no se tuvo en cuenta.

$$\gamma_{FFT} = 20 \cdot \log \left( \frac{I_1}{I_{LSH}} \right) \quad (3.1)$$

Este indicador mide la energía presente en el armónico lateral inferior en comparación con el armónico fundamental.

Como indicador de asimetría rotórica mediante la DWT se utilizó (3.2), definido en [176], que es el resultado de computar un ratio entre la energía presente en la corriente de fase  $i$  del transitorio de arranque, calculada como el cuadrado de los valores instantáneos de la misma; frente a la energía contenida en la forma de onda de un determinado detalle o aproximación  $\chi$ , calculada de la misma manera. El resultado también se muestra en decibelios.

$$\gamma_{\chi} = 10 \cdot \log \left[ \frac{\sum_{j=N_i}^{N_f} i_j^2}{\sum_{j=N_i}^{N_f} [\chi(j)]^2} \right] \quad (3.2)$$



**Fig. 33** Descomposición de orden 8 mediante la transformada Wavelet discreta del arranque número 36.504.  $d_7$ ,  $d_8$  y  $a_8$  muestran la variación del armónico lateral inferior durante el arranque.

Dado que en la descomposición Wavelet aparecen efectos de borde al comienzo y final de cada detalle o aproximación, en el indicador (3.2) no se evalúa la totalidad del segmento temporal de corriente transitoria, sino únicamente 30.000 muestras, esto es  $N_i=5.000$  y  $N_f=35.000$ . La influencia de las discontinuidades de comienzo y final de la señal son, de este modo, suprimidas.

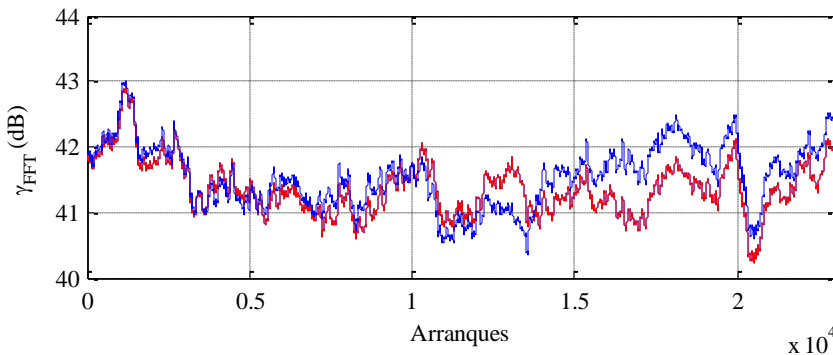
En este experimento se han evaluado los indicadores  $\gamma_{Det7}$ ,  $\gamma_{Det8}$  y  $\gamma_{Apr7}$ , correspondientes al detalle 7 (que engloba las frecuencias de 39 a 19,5 Hz, según la Tabla 2), detalle 8 (de 19,5 a 10 Hz) y aproximación 7 (detalle 8 más aproximación 8, esto es, de 19,5 a 0 Hz).

### 3.3 Primeros resultados

Una vez realizados los primeros 20.000 arranques se apreció una ligera tendencia descendente de los indicadores de avería en los primeros 4.000 arranques seguida de una estabilización, señal de que los ciclos de trabajo no producían deterioro en la jaula del rotor, manufacturada mediante el procedimiento ADC (*aluminium die cast*), de inyección de aluminio fundido (ver punto 2.1.1).

La Fig. 34 muestra la media suavizada en 500 muestras del parámetro  $\gamma_{FFT}$  para las dos fases R (azul) y T (rojo), tras los primeros 22.000 arranques en caliente. Es decir, no se han tenido en cuenta aquellos arranques en los que la diferencia entre la temperatura del motor y la ambiente era inferior a 20 °C. De esta manera se eliminan aquellas conexiones en las que la velocidad de giro del motor podría ser superior a la prevista y por tanto el código de seguimiento del armónico LSH no funcionar correctamente.

El ajuste mediante mínimos cuadrados de una recta sobre dichos datos, sujetos al proceso de suavizado mediante medias móviles, suministra los resultados expuestos en la Tabla 4.



**Fig. 34 Evolución suavizada de los parámetros FFT en los 22000 primeros arranques en caliente.**

El escaso valor de las pendientes permite determinar que no existe una evolución clara en los datos estudiados. Además, el bajo coeficiente de determinación  $R^2$  indica una escasa correlación entre estos ajustes y los datos, lo que implica una gran dispersión de los mismos. Hay que destacar que el indicador de la fase T se ve sujeto a un proceso de deriva, probablemente relacionado con el sistema de adquisición de datos.

Tabla 4. Ajuste lineal de los datos de la Fig. 34

Parámetro	Pendiente	Ordenada en el origen	R <sup>2</sup>
$\gamma_{FFT,R}$	$-1,22 \cdot 10^{-6}$	41,54	$2,2 \cdot 10^{-4}$
$\gamma_{FFT,T}$	$-2,44 \cdot 10^{-5}$	41,62	$1,4 \cdot 10^{-1}$

La Fig. 35 muestra los mismos resultados para el caso de los parámetros derivados del estudio de la corriente transitoria mediante la Transformada Wavelet Discreta. En azul se representa la fase R y en rojo la T.

Como se aprecia, inicialmente existe una tendencia descendente de los parámetros derivados de las descomposiciones que no incluyen las frecuencias por debajo de los 10 Hz (el detalle 7, de 19,5 a 39 Hz, y el detalle 8, de 10 a 19,5 Hz). No obstante, esta evolución, publicada en [173], desaparece conforme el número de arranques se incrementa, siendo imperceptible en todos los indicadores por encima del arranque 14.000.

La Tabla 5 muestra los resultados de efectuar un ajuste lineal a los datos suavizados de la Fig. 35. La primera conclusión que se extrae dado el bajo coeficiente  $R^2$  es la gran dispersión de los datos para el caso del indicador basado en la aproximación 7, que engloba las frecuencias desde 0 a 19,5 Hz. Del mismo modo, el indicador basado en el detalle 7 ( $d_7$ ) presenta un coeficiente de determinación bajo, en el caso de la fase R, y artificialmente alto en la fase T, como consecuencia de verse sometido también a cierta deriva, como en el caso del análisis FFT.

No obstante, el análisis del ajuste efectuado sobre el detalle 8, que abarca frecuencias desde 19,5 a 10 Hz posee la suficiente bondad como para permitir extraer alguna conclusión. El coeficiente de determinación  $R^2$  se sitúa alrededor del valor de  $5 \cdot 10^{-1}$  mostrándose para ambas fases una pendiente similar, de alrededor de  $-1,56 \cdot 10^{-5}$  y unas ordenadas en el origen que apenas distan  $1,2 \cdot 10^{-1}$  dB. Una pendiente tan pequeña indica que harían falta cientos de miles de arranques para conseguir la variación del indicador de asimetría rotórica en un decibelio. Es más, según la Fig. 35, la mayor parte de esta evolución se ha producido durante los 14.000 primeros arranques, estabilizándose ambos indicadores después. Por tanto se concluye que tras un proceso inicial de desgaste o asentamiento de la jaula de ardilla, el estado de la misma permanece sin cambios y los arranques sucesivos llevados a cabo en la realización del ensayo no están produciendo daño por fatiga en la misma.

Una vez obtenidas estas conclusiones respecto a la evolución general de los indicadores, el estudio se centró en el grado de dispersión de los mismos. Se partía de la hipótesis de que al estudiarse una banda completa durante el arranque mediante la Transformada Wavelet Discreta se evitarían fenómenos como el *leakage* o el efecto *picket fence*, que hacen variar los valores que adquieren los indicadores basados en la transformada de Fourier, y que obligan a tomar varias medidas de cada equipo y a promediar los resultados. En la Tabla 6, se comparan las desviaciones típicas de los indicadores de asimetría rotórica, tanto basados en la FFT como en la DWT para los últimos 8.000 arranques, libres de la evolución inicial.

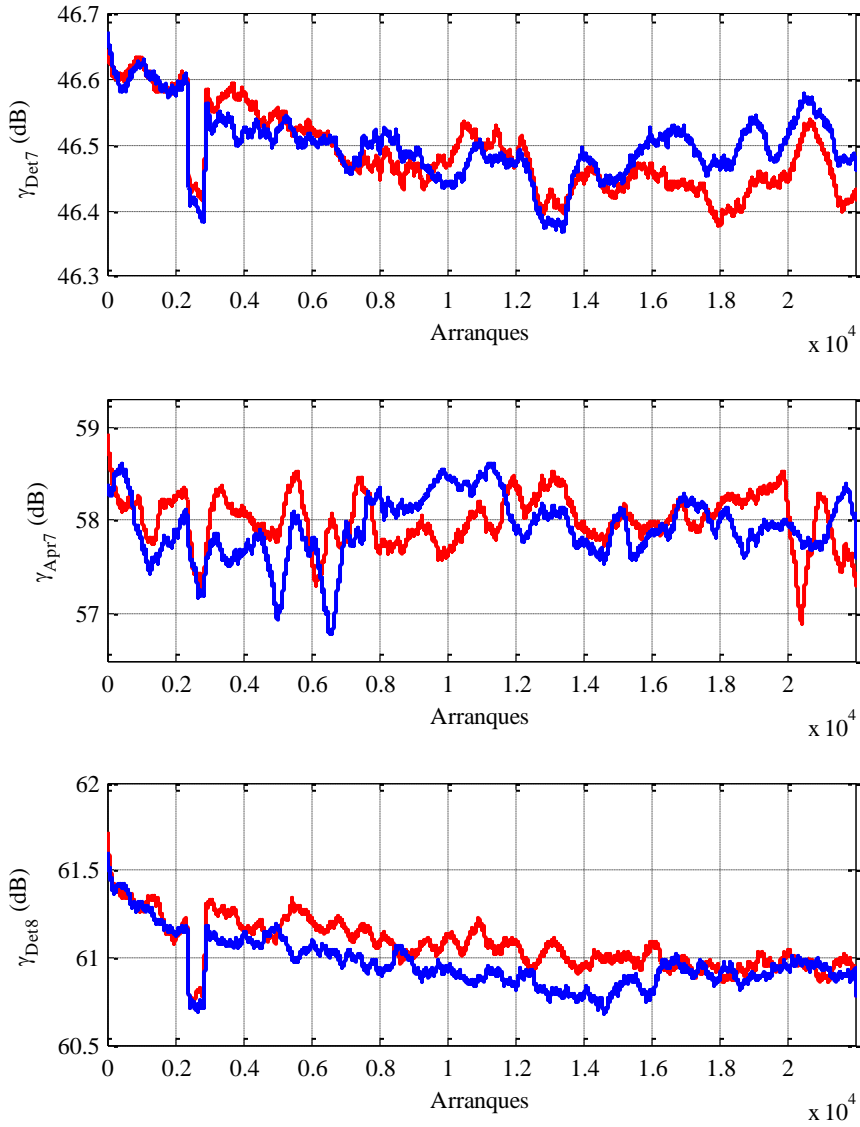


Fig. 35 Evolución suavizada de los parámetros Wavelet en los 22000 primeros arranques en caliente.

**Tabla 5. Ajuste lineal de los datos de la Fig. 35**

Parámetro	Frecuencia (Hz)	Pendiente	Ordenada en el origen	R <sup>2</sup>
$\gamma_{Det7,R}$	19,5-39	$-2,88 \cdot 10^{-6}$	46,53	$1,2 \cdot 10^{-1}$
$\gamma_{Det7,T}$	19,5-39	$-7,09 \cdot 10^{-6}$	46,57	$5,4 \cdot 10^{-1}$
$\gamma_{Apr7,R}$	0-19,5	$9,21 \cdot 10^{-6}$	57,82	$3,1 \cdot 10^{-2}$
$\gamma_{Apr7,T}$	0-19,5	$-2,37 \cdot 10^{-6}$	58,03	$2,9 \cdot 10^{-3}$
$\gamma_{Det8,R}$	10-19,5	$-1,5 \cdot 10^{-5}$	61,13	$4,1 \cdot 10^{-1}$
$\gamma_{Det8,T}$	10-19,5	$-1,63 \cdot 10^{-5}$	61,25	$5,6 \cdot 10^{-1}$

La segunda columna muestra la desviación típica del indicador FFT, en cuyo cálculo se ha tomado únicamente en cuenta el valor del LSH, puesto que la amplitud del USH es insignificante comparada con la del primero.

**Tabla 6. Desviaciones típicas de los indicadores de asimetría rotórica (ensayo de fatiga), arranques desde 14.000 a 22.000**

Fase	$\sigma_{FFT}$	$\sigma_{Det7}$	$\sigma_{Apr7}$	$\sigma_{Det8}$
<b>R</b>	2,94	$2,8 \cdot 10^{-1}$	1,8	$9,8 \cdot 10^{-1}$
<b>T</b>	2,83	$2,8 \cdot 10^{-1}$	2,0	1,02

La tercera columna muestra la desviación típica a lo largo de los primeros 8.000 arranques, del indicador de fallo basado en la energía del detalle 7 de la señal de arranque en régimen transitorio, que para esta frecuencia de muestreo ( $5 \cdot 10^3$  muestras por segundo) engloba las componentes de los 19,5 a los 39 Hz.

La cuarta columna muestra la desviación típica del indicador Wavelet basada en la aproximación 7, es decir, este indicador abarca todas las frecuencias desde 19,5 a 0 Hz. Finalmente, la última columna muestra el mismo segundo momento sobre la media para el detalle 8, es decir, las frecuencias comprendidas entre 19,5 y 10 Hz.

Como se observa, el detalle 7 goza de una gran estabilidad: los valores que suministra apenas poseen dispersión. No obstante, dado que este detalle 7 engloba la frecuencia propia de la excentricidad mixta para motores de dos pares de polos (según la expresión (2.18)), en estos casos podría no constituir tan buen indicador de la asimetría rotórica.

Respecto al resto de indicadores basados en la Transformada Wavelet Discreta, como muestra la Tabla 6, la desviación típica de estos indicadores es un 33% inferior, en el caso de  $\gamma_{Apr7}$ ; y un 66% inferior, en el caso de  $\gamma_{Det8}$  con respecto al indicador FFT. Esto constituye una diferencia modesta si se tiene en cuenta que para el cálculo de dicho indicador basado en la transformada de Fourier se precisa un proceso de identificación de picos y además en esta primera parte del ensayo no se ha utilizado ningún método de mejora del espectro, como ventanas para reducir el efecto de *leakage* (ver 2.3.4) o el operador de Teager-Kaiser para incrementar la visibilidad de los picos.

La causa de este fenómeno, la relativa falta de estabilidad del indicador Wavelet a la hora de evaluar el grado de asimetría rotórica, incluso en ausencia de otros fallos, enfocó el trabajo del autor de la presente tesis hacia el estudio detallado del transitorio de arranque del motor de inducción.

Así pues, se prosiguió el análisis estadístico de los indicadores de asimetría rotórica en los primeros 22.000 arranques. En primer lugar se estudió la diferencia media entre los indicadores de cada fase para cada arranque. De este modo se tendría un valor que permitiría discernir si la relativamente gran desviación típica estaba causada por un proceso que afectaba a las dos fases a la vez, y por tanto, podría encontrarse relacionada con el arranque en sí, como el efecto *picket fence* (ver 2.3.4), que debido a la descomposición de la corriente en frecuencias discretas, puede hacer que la energía de determinados componentes de interés, léase el LSH, se distribuya en dos cajas de frecuencia, en lugar de una. Esto es un caso bastante común en el análisis FFT aplicado a motores de inducción, pues cuando la máquina varía su temperatura, debido al funcionamiento continuado o por cambios en la temperatura ambiente, cambia ligeramente su velocidad de giro, modificándose la frecuencia del LSH, que sufre las consecuencias de este efecto *picket fence*. El nuevo indicador queda definido como:

$$\bar{d}_{\gamma,x} = \frac{\sum_{n=1}^{Nf} |\gamma_{x,R} - \gamma_{x,T}|}{Nf} \quad (3.3)$$

donde  $\gamma_{x,R}$  es el indicador de fallo para la fase R y un determinado tipo de análisis  $x$  (FFT, detalle Wavelet 8, etc.), y  $\gamma_{x,T}$  el equivalente para la fase T. Los resultados se muestran en la Tabla 7.

Como se observa, la diferencia entre los indicadores de asimetría rotórica de las fases R y T para el detalle 7 es apenas un 33% menor que la diferencia de los indicadores FFT para las mismas fases.

Los resultados para aproximaciones y detalles que abarcan frecuencias inferiores no son mejores comparados con el análisis FFT. La aproximación 7, que engloba frecuencias desde 0 a 19,5 Hz presenta una gran variación media entre fases, superior a los 2 dB. Incluso la diferencia media entre parámetros indicadores de asimetría rotórica basados en el detalle 8 de la descomposición Wavelet, para las fases R y T, presenta un valor cercano a los 1,5 dB, casi cuadruplicándose la diferencia entre fases obtenida mediante el análisis FFT.

**Tabla 7. Diferencia media entre los indicadores de fase, tras 22.000 arranques**

Indicador	Diferencia (dB)	Diferencia (%)
$\bar{d}_{\gamma,FFT}$	$4,5 \cdot 10^{-1}$	1,1
$\bar{d}_{\gamma,Det7}$	$3,3 \cdot 10^{-1}$	$7,1 \cdot 10^{-1}$
$\bar{d}_{\gamma,Apr7}$	2,4	4,1
$\bar{d}_{\gamma,Det8}$	1,4	2,3

Prosiguiendo con este análisis preliminar de los datos obtenidos en el ensayo de rotura por fatiga de una barra del rotor, la Tabla 8 muestra los coeficientes de correlación entre todos los indicadores considerados. En primer lugar es de destacar el elevado valor presente entre los dos indicadores basados en la transformada de Fourier, como cabría esperar. También es de esperar que exista cierto grado de correlación entre las aproximaciones 7 y los detalles 8, ya que, dado el algoritmo de la transformada Wavelet Discreta, los últimos están contenidos en las primeras. Lo que en un principio no resultó tan evidente es que los indicadores Wavelet de cada fase para cada detalle o aproximación exhiben una baja correlación entre ellos. Es más, el valor de correlación entre el indicador basado en el procesamiento del detalle 8 de la fase R y el detalle 8 de la fase T posee un valor significativo y además es negativo, lo que indicaría que esta dispersión sería causada por alguna influencia que afecta de manera contraria a cada una de las fases.

**Tabla 8. Coeficientes de correlación entre indicadores de asimetría rotórica, tras 22.000 arranques**

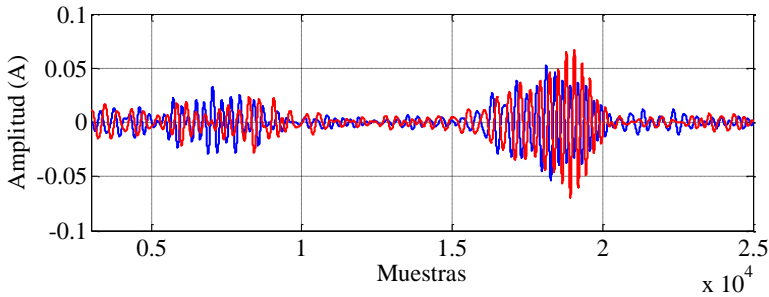
	$\gamma_{FFT,T}$	$\gamma_{Det7,R}$	$\gamma_{Det7,T}$	$\gamma_{Apr7,R}$	$\gamma_{Apr7,T}$	$\gamma_{Det8,R}$	$\gamma_{Det8,T}$
$\gamma_{FFT,R}$	0,98	$2 \cdot 10^{-2}$	$1,1 \cdot 10^{-2}$	-0,11	$2,9 \cdot 10^{-2}$	$2,4 \cdot 10^{-2}$	$1,9 \cdot 10^{-2}$
$\gamma_{FFT,T}$	1	$-3,1 \cdot 10^{-2}$	$3,7 \cdot 10^{-3}$	-0,11	$2,1 \cdot 10^{-2}$	$1,5 \cdot 10^{-2}$	$1,2 \cdot 10^{-2}$
$\gamma_{Det7,R}$		1	$1,5 \cdot 10^{-1}$	$-5,2 \cdot 10^{-2}$	$6,7 \cdot 10^{-2}$	$6,2 \cdot 10^{-2}$	$1,9 \cdot 10^{-1}$
$\gamma_{Det7,T}$			1	$7,6 \cdot 10^{-3}$	$3,7 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-1}$	$5,7 \cdot 10^{-2}$
$\gamma_{Apr7,R}$				1	$-4,2 \cdot 10^{-2}$	$2,8 \cdot 10^{-1}$	$4,2 \cdot 10^{-2}$
$\gamma_{Apr7,T}$					1	$-3,9 \cdot 10^{-2}$	0,29
$\gamma_{Det8,R}$						1	-0,18

Estos resultados llevaron a considerar la hipótesis de que algún otro componente estaba presente en las frecuencias inferiores a 39 Hz durante el arranque. Dichos componentes, que en caso de ser utilizados para diferenciar una jaula defectuosa de una sana mediante esta técnicas de análisis, tendrían poca influencia en el cálculo de los indicadores, sí que poseen importancia a la hora de determinar los valores umbrales de asimetría rotórica que el método de la Transformada Wavelet Discreta es capaz de detectar, objetivo del estudio.

De hecho, si se examinan las formas de onda de las aproximaciones y los detalles, es posible apreciar diferencias claras en las características de las ondas de cada fase.

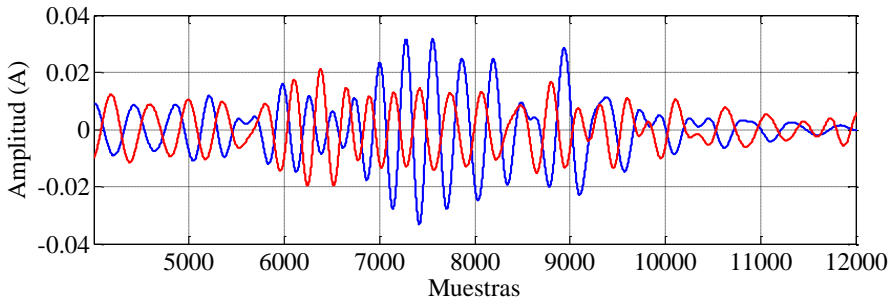
En la Fig. 36, por ejemplo, se muestra la forma de onda del detalle 8, calculado mediante la Transformada Wavelet discreta a partir de las corrientes de fase del arranque número 21.998. En azul se presenta la fase R y en rojo la fase T.





**Fig. 36 Detalle 8 de la descomposición Wavelet del arranque 21998**

Se observa como ambas representaciones poseen los dos lóbulos característicos, ambos provocados por el LSH, descritos en [176]. El primero de ellos (Fig. 37) cruza esta banda, con una ancho que abarca de 10 a 20 Hz, cuando el LSH reduce su frecuencia desde los 50 Hz en la conexión a 0 Hz.

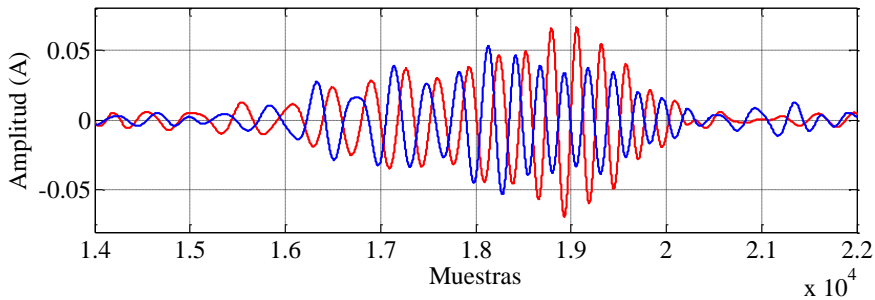


**Fig. 37 Ampliación de la parte inicial, detalle 8 de la descomposición Wavelet del arranque 21998**

El segundo lóbulo, de mayor amplitud, corresponde cruce de la banda por el LSH cuando incrementa su frecuencia, de 0 a 50 Hz, en la segunda mitad del arranque. Su representación se muestra en la Fig. 38.

Las diferencias en ambos lóbulos son claras, y explican los distintos valores entre los indicadores Wavelet para dicho detalle 8. El lóbulo inicial de la fase R cuenta con una amplitud máxima un tercio superior al de la fase T, además de mantenerse por encima de los valores de la fase T durante un mayor tiempo. Esto incrementa la energía calculada por el indicador Wavelet, que es proporcional al cuadrado de dicha amplitud.

En el caso del segundo lóbulo (Fig. 38), aparece un fenómeno que se repite: los lóbulos de ambas fases poseen inicios muy parecidos y una amplitud similar, sin embargo, uno decae rápidamente –en este caso, la fase R, en azul–, mientras que el otro ve incluso incrementada su amplitud –fase T, en rojo.



**Fig. 38 Ampliación de la parte final, detalle 8 de la descomposición Wavelet del arranque 21.998**

Estas diferencias provocan que el indicador de asimetría rotórica basado en este detalle 8 varíe de 61,04 en la fase R a 60,12 en la fase T, esto es, una diferencia del 1,5 %.

Estos resultados llevaron a realizar la hipótesis de la existencia de otros componentes que evolucionan durante el arranque y afectan de manera diferente a cada una de las fases. Sin embargo, la división en bandas de la transformada Wavelet discreta usada hasta ese momento para el estudio del transitorio de arranque no podía ofrecer una adecuada visualización de los mismos.

### 3.4 Conclusiones del capítulo

En resumen, tras el análisis preliminar de las primeras decenas de miles de arranques realizados en el ensayo de rotura por fatiga de una barra de la jaula, se concluyó que era necesario el estudio con mayor detalle el espectro de bajas frecuencias –por debajo de la componente fundamental, 50 Hz– durante el arranque directo de un motor de inducción, ya que en esta caja tiempo-frecuencia podrían encontrarse presentes otros componentes que afectasen a la precisión de los indicadores basados en la transformada Wavelet discreta, y por tanto, tuviesen influencia en el objetivo del ensayo, esto es, la determinación de los valores umbrales a partir de los cuales es posible detectar la asimetría rotórica

La necesidad investigar estos componentes, que en cualquier otro experimento menos ambicioso habrían sido ignorados, motivó al autor de la presente tesis decidiese dejar de lado la transformada Wavelet discreta y buscar alguna herramienta de descomposición en tiempo-frecuencia que fuese capaz de detectar componentes extremadamente débiles y de sobrepasar la representación de la señal transitoria en bandas, generando un diagrama de densidades de energía bidimensional y continuo, de manera que fuese mucho más sencillo identificar cualquier armónico siguiendo su evolución completa durante el arranque, y no esperar a que cruce la banda objeto de evaluación.

Como tantas veces ocurre en la ciencia, estos primeros resultados del ensayo plantearon más cuestiones de las que contestaron. La respuesta a alguna de ellas constituye el núcleo de la presente tesis, y el tema del siguiente capítulo.

## CAPÍTULO 4. TÉCNICA DE DIAGNOSIS PROPUESTA

En este cuarto capítulo se expone el origen, desarrollo, definición y perfeccionamiento, además de las ventajas y desventajas derivadas, de la aplicación de la técnica de diagnosis propuesta en la presente tesis, para la evaluación del estado de los motores de inducción. Esta exposición se lleva a cabo por etapas, siguiendo las mejoras llevadas a cabo sucesivamente en la etapa inicial de filtrado.

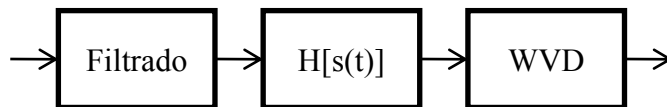
La distribución de Wigner-Ville, introducida en el punto 2.3.11, es la herramienta de descomposición en tiempo-frecuencia que el método propuesto en el presente capítulo emplea. La primera sección, de carácter introductorio, presenta las conclusiones del trabajo de León Escobar, que motivaron el uso de dicha herramienta, mostrando las cuestiones fundamentales sobre los que hizo hincapié en su ponencia y que han constituido una guía para el desarrollo del método de diagnóstico.

A continuación, el segundo punto de dicha sección expone el método de computación de la distribución de Wigner-Ville discreta, el origen de las funciones usadas para calcularla sobre MATLAB y la necesidad de obtener previamente la señal analítica para evitar la aparición de ciertos términos cruzados.

La segunda sección se inicia con la aplicación de la distribución de Wigner-Ville, sin pretratamiento, al estudio de un arranque directo de un motor de inducción, comprobándose las dificultades de detección de armónicos de baja amplitud de esta manera. Así pues, la misma prosigue con el estudio mediante esta distribución de la señal filtrada utilizando la transformada Wavelet discreta, obteniéndose resultados aceptables para bajas frecuencias.

Tras ello, en la tercera sección se amplían los resultados al estudio de armónicos de falta presentes en las altas frecuencias, sustituyendo el preprocesado mediante Wavelets por el uso de filtros de rechazo de frecuencia, y se comprueba sus características superiores en comparación con el procedimiento basado en la *Wavelet Packet Decomposition*.

Seguidamente, en la cuarta sección, se presenta el método de diagnóstico propuesto tal como ha sido publicado. Consta de una etapa inicial de eliminación de las componentes de frecuencia constante mediante filtros de rechazo de frecuencia, seguida de la obtención de la señal analítica y el cálculo de la distribución de Wigner-Ville (Fig. 39). El método es inmediatamente aplicado al estudio de un arranque del motor usado en el ensayo de rotura de barra por fatiga, que a esas alturas del experimento, presentaba una ligera asimetría rotórica. Es posible observar la presencia de armónicos característicos de este tipo de falta, tanto a bajas frecuencias como a altas. También se aprecian armónicos debidos a la excentricidad, a bajas frecuencias.



**Fig. 39 Técnica propuesta de procesamiento de la señal: eliminación de componentes de frecuencia constante mediante filtros de rechazo de frecuencia, cálculo de la señal analítica y computación de la distribución de Wigner-Ville.**

La quinta sección presenta las desventajas de utilizar filtros de respuesta al impulso infinita (IIR), como los usados inicialmente en este método, y la sexta se presenta el método de diagnóstico propuesto en la presente tesis mejorado mediante el uso de los filtros de rechazo de frecuencia del tipo de respuesta finita al impulso (FIR), así como sus ventajas y desventajas en comparación con los anteriores.

Finalmente, la séptima sección de este cuarto capítulo expone un método de cuantificación para análisis de estados transitorios que supera el usado en la transformada Wavelet discreta, al introducir el concepto de banda dinámica, basado en la frecuencia instantánea, cuya obtención es inmediata mediante el método de diagnóstico propuesto.

#### **4.1 Selección de la herramienta de descomposición en tiempo-frecuencia**

Las Distribuciones de Wigner-Ville y Choi-Williams ya habían sido identificadas por el autor de la presente tesis como candidatas para efectuar descomposiciones de tiempo-frecuencia en el ámbito de los transitorios de los motores de inducción, e incluso la primera de ellas, se había tratado de utilizar para el análisis de las corrientes de arranque de este tipo de equipos. No obstante las elevadas necesidades computacionales que requería en comparación con la potencia de los ordenadores disponibles en la época, no había permitido progresar en su aplicación.

No fue hasta después del Congreso Internacional de Máquinas Eléctricas del 2008 (ICEM 08) cuando se decidió reconsiderar el uso de dicha herramienta, tras la sesión dedicada al

mantenimiento de máquinas en la cual León Escobar, entonces trabajando para el *Norbert Wiener Center for Harmonic Analysis and Applications* de la Universidad de Maryland, presentó una ponencia en la que se hacía uso de las distribuciones de Wigner-Ville y Choi-Williams para la identificación de defectos mediante ultrasonidos en rodamientos de motores de inducción [5] funcionando en estado estacionario.

En dicha ponencia, el autor llamaba la atención sobre una serie de cuestiones sobre las que se ha fundamentado el desarrollo posterior del método de diagnóstico:

- 1) Las distribuciones de Wigner-Ville y Choi-Williams, introducidas en el punto 2.3.11, satisfacen las condiciones marginales (ver punto 2.3.9), “cuya aplicación es muy práctica a la hora de determinar cambios drásticos en la energía en un determinado instante” (o frecuencia).
- 2) Las distribuciones tiempo-frecuencia poseen la ventaja de ofrecer una gran cantidad de información, muy superior a las simples herramientas de análisis de la señal usadas habitualmente en la industria, las cuales en muchos casos también se encuentran sometidas en último término a la apreciación subjetiva de un técnico. Establece, por esta razón, que el análisis proporcionado por las herramientas tiempo-frecuencia puede contribuir a dilucidar casos de difícil diagnóstico.
- 3) Anima al desarrollo y el ensayo de técnicas sencillas para la monitorización de máquinas. La sencillez ha de ser preservada en todo momento si lo que se desea es que la herramienta de análisis desarrollada sea realmente útil.
- 4) Muestra la capacidad de las distribuciones de Wigner-Ville y de Choi-Williams para representar de manera interpretable incluso señales originadas por impactos.
- 5) Implementa la herramienta propuesta en un DSP, haciendo uso ventajosamente de las propiedades de estas distribuciones, al ser posible calcular tanto el marginal en tiempo como en frecuencia, lo que permite confirmar el fallo de manera automatizada, con gran seguridad.

Todo su trabajo en general, y en especial la aplicación práctica, sirvió de inspiración para retomar el uso de las distribuciones de Wigner-Ville y de Choi-Williams, corregir las desventajas que impedían su aplicación al análisis de corrientes y ponerlas en práctica para la identificación de los componentes que afectan al análisis Wavelet. La presente tesis hunde sus raíces en dicha ponencia.

#### 4.1.1 Computación de la distribución de Wigner-Ville

En este apartado se realizan algunas puntualizaciones que han de tenerse en cuenta a la hora de computar la distribución de Wigner-Ville. Dicha distribución, que ha sido presentada en el punto 2.3.11. en su forma discreta, se calcula mediante la expresión [177]:

$$DWV(n, k) = \sum_{\tau=-N}^N R[n, \tau] \cdot e^{-\frac{j2\pi k\tau}{N}} \quad (4.1)$$

Donde  $R[n, \tau]$  es la autocorrelación instantánea de la señal [61], esto es:

$$R[n, \tau] = x \left[ n + \frac{\tau}{2} \right] \cdot x \left[ n - \frac{\tau}{2} \right]^* \quad (4.2)$$

siendo  $x[n]$  la señal original. Es decir, el procesamiento de la distribución de Wigner-Ville consiste en la computación previa de la autocorrelación instantánea (4.2), es decir, la autocorrelación para cada punto  $n$  de la señal  $x[n]$ . Esta autocorrelación está centrada sobre dichos puntos  $n$ , por lo que es necesario introducir un algoritmo que interpole entre los valores de  $x[n]$ , y añada los ceros correspondientes a ambos extremos de la señal para llevar a cabo, en la segunda etapa, la transformada de Fourier, encargada de la descomposición en frecuencia.

De esta manera, para cada instante  $n$  elegido, se obtiene una descomposición en frecuencia de la señal centrada en ese punto, obteniéndose así la correspondiente distribución de la energía de la señal en tiempo y frecuencia.

En la realización de la presente tesis, se ha utilizado la herramienta *Time Frequency Toolbox to Use with Matlab*, del CNRS y la Rice University para computar la distribución de Wigner-Ville [178].

No obstante, si se aplica la distribución de Wigner-Ville así definida a una señal real, se obtendrá una representación en tiempo-frecuencia de la señal simétrica respecto al eje temporal, puesto que aparecerá tanto la evolución de las componentes de frecuencia positiva como las de frecuencia negativa de la misma. Es más, también se mostrarán los términos cruzados provocados por la combinación de ambos tipos de componentes, que dificultarán la correcta interpretación de los resultados.

Es por ello, que generalmente la señal  $x[n]$  introducida en la ecuación (4.2) no es la señal real, sino la señal analítica, puesto que la señal analítica se define como aquella cuya transformada de Fourier es cero para valores de frecuencia por debajo de cero (ver 2.3.6). Una señal analítica puede ser generada a partir de una señal real (que posee tanto frecuencias negativas como positivas)  $x(t)$  como:

$$z(t) = x(t) + jH[x(t)] \quad (4.3)$$

siendo  $H[x(t)]$  la transformada de Hilbert de la señal:

$$H[x(t)] = \frac{j}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(t')}{t - t'} dt' \quad (2.69)$$

Para realizar dicha integración se ha de tomar el valor principal.

Computacionalmente es posible calcular la señal analítica empleando el mismo algoritmo que la transformada de Fourier, puesto que

$$z(t) = 2 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (2.62)$$

siendo  $X(\omega)$  el espectro de  $x(t)$ . El factor 2 es introducido para que la parte real de la señal analítica sea igual a  $x(t)$ .

$$X(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \quad (2.63)$$

Es decir, tan sólo hay que calcular la transformada de Fourier de la señal, y después su inversa para los valores de frecuencia positivos. Claramente se observa como, por definición, la señal analítica posee el doble de energía que la señal original.

## 4.2 Aplicación de la Distribución de Wigner-Ville al estudio de las bajas frecuencias

Así pues, tras las conclusiones llegadas en los puntos 3.3 y 4.1, se procede al cálculo de la distribución en tiempo-frecuencia mediante Wigner-Ville de la corriente transitoria de arranque.

En la Fig. 45 se muestra la onda de corriente capturada para la fase R en el ensayo de rotura de barra por fatiga durante el arranque 21.998. Se observan las dos partes en que se divide el mismo, la parte transitoria, de aproximadamente 8 segundos de duración, y la parte estacionaria, que supera los 10 segundos. Se aprecia como la amplitud máxima de la corriente alcanza los 25 amperios en la conexión, seguido de su habitual descenso en forma de campana conforme el deslizamiento se reduce, hasta alcanzar los aproximadamente 3 amperios en estado estacionario.

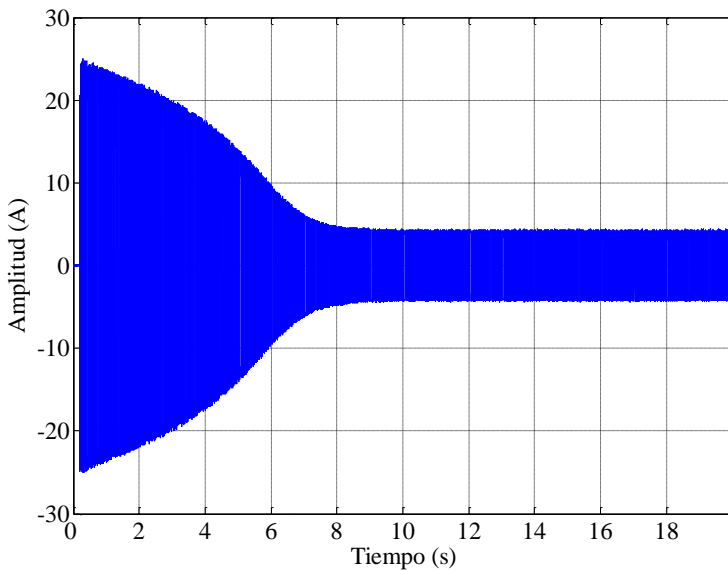
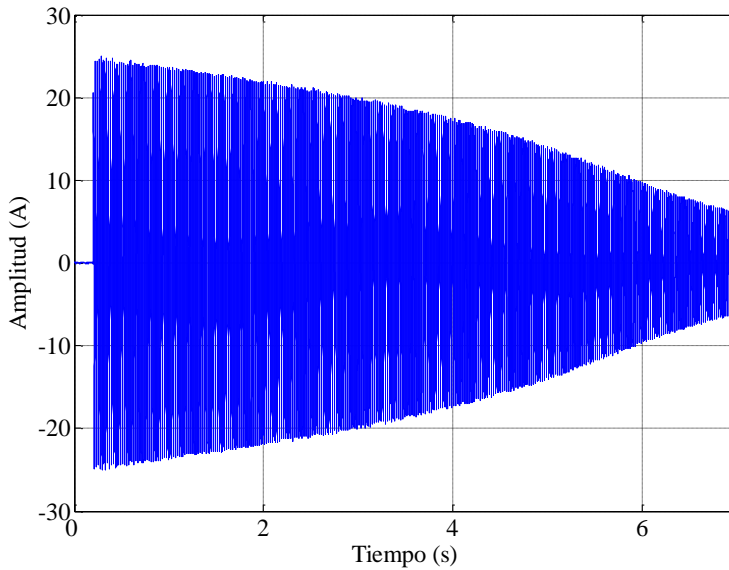


Fig. 40 Forma de onda capturada del ciclo 21998, fase R.

Para efectuar el estudio del transitorio de arranque se seleccionan de todas las muestras capturadas, los primeros siete segundos de la señal. La razón de ello es que tras este periodo, el deslizamiento es muy próximo al nominal, y los cambios que se producen en el mismo son pequeños, como se aprecia en la lenta variación de la corriente absorbida, por lo que las variaciones en frecuencia características de cada tipo de armónico van a ser difíciles

de distinguir y no van a aportar información que no se muestre ya en el resto del diagrama tiempo-frecuencia. De esta manera se reduce la demanda de recursos computacionales.

De este modo, la Fig. 41 presenta la forma de onda del transitorio de arranque, que será objeto de estudio. La Fig. 42 muestra la Distribución de Wigner-Ville de dicha forma de onda, obtenida mediante el código de MATLAB:



**Fig. 41** Parte transitoria de la forma de onda capturada del ciclo 21998, fase R.

```
>> s=decimate(IRt,10);  
>>hs=hilbert(s);  
>>tfrwv(hs,1:length(hs),600);
```

La primera instrucción, DECIMATE, reduce la tasa de muestreo de la señal 10 veces, hasta las 500 muestras por segundo, para evitar el consumo innecesario de memoria representando frecuencias altas y así reducir el tiempo de computación. Tras ello se procede a la obtención de la señal analítica mediante la instrucción HILBERT. Finalmente, se emplea la instrucción de la *Time Frequency Toolbox, de Matlab* [178] TFRWV para calcular la distribución de Wigner-Ville, que es representada directamente por TFRQVIEW, otra instrucción de la misma herramienta de MATLAB. El diagrama se vuelve a generar introduciendo la nueva tasa de muestreo, con lo que se obtiene directamente las divisiones en tiempo y frecuencia sobre ambos ejes debidamente escaladas.

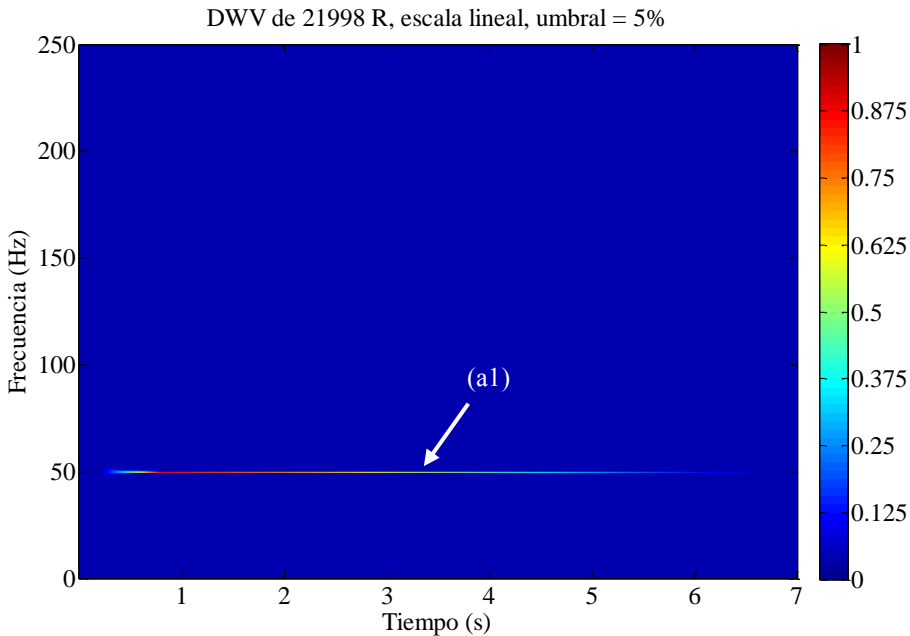
En la Fig. 42 se aprecia el resultado de descomponer en general cualquier corriente estática de un motor de corriente alterna, alimentado directamente de la red, tanto en estado estacionario como en transitorio: tan sólo se observa la componente fundamental de



la corriente, a 50 Hz (a1), presente desde la conexión hasta que reduce su magnitud lo suficiente como para que sea difícil discernirlo del fondo del gráfico. Con esta paleta de colores, el rojo indica más energía y el azul menos, siendo naranjas, amarillos y verdes, niveles intermedios según su ordenación espectral.

Como se observa más claramente en la Fig. 44, completamente equivalente a la Fig. 42 pero representada en tres dimensiones. La distribución de Wigner-Ville sigue detalladamente la evolución de la energía presente en la forma de onda de corriente capturada durante el transitorio de arranque. La amplitud cambiante es mostrada fidedignamente, como se comprueba al compararla con la Fig. 41.

Esto no es más que las ya conocidas excelentes capacidades de la distribución de Wigner-Ville para representar señales monoccomponentes, tanto estacionarias como transitorias. El mayor defecto de este método de descomposición en tiempo-frecuencia es la aparición de términos cruzados (ver 2.3.11), términos que se surgen entre dos componentes, y por tanto ausentes de la distribución si la señal es predominantemente monoccomponente.

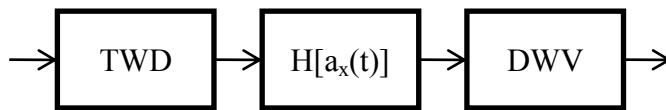


**Fig. 42 Distribución de Wigner-Ville de la parte transitoria de la forma de onda capturada del arranque 21998, fase R.**

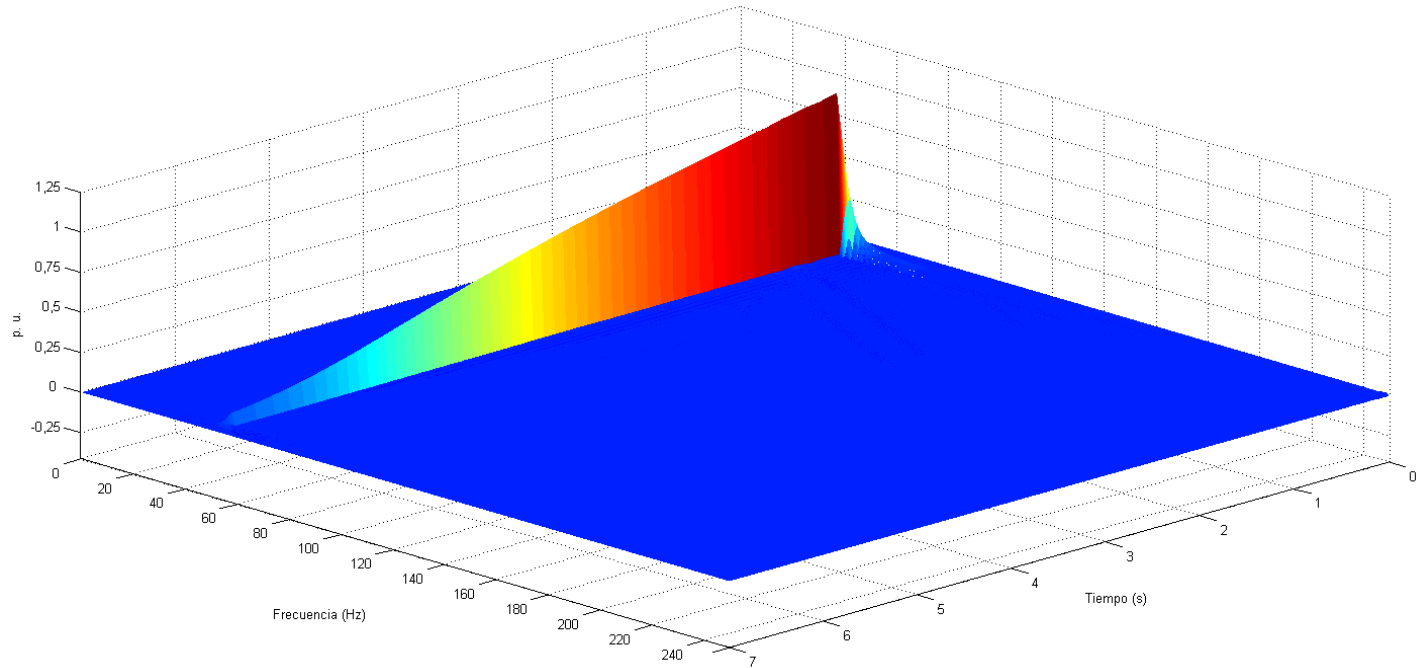
No obstante, tanto la Fig. 42 como la Fig. 44 no aportan nada para el diagnóstico de los motores de inducción. La gran amplitud de la componente fundamental de la corriente enmascara por completo la evolución de cualquier otro armónico. Adicionalmente, aunque su amplitud se redujese de algún modo en la representación, esto no evitaría la aparición de términos cruzados en su interacción con armónicos de menor amplitud. Así pues, si se pretende aprovechar la excelente sensibilidad de la distribución de Wigner-Ville [5] para el estudio de los transitorios de corriente de motores de inducción, es necesario retirar de

algún modo la componente fundamental antes del procesamiento mediante la distribución de Wigner-Ville, conclusión a la que ya llegaron otros autores en trabajos previos [159].

Puesto que inicialmente la motivación por el uso de la distribución de Wigner-Ville se centró en el estudio de las bajas frecuencias para el seguimiento del LSH, el método empleado consistió en efectuar primero la descomposición Wavelet y sobre una de las aproximaciones que ya no contuviese el componente principal de la corriente, pero que mostrase la mayor parte de la evolución de este LSH, es decir, que su frecuencia superior se encontrase por debajo de los 50 Hz, efectuar la obtención de la señal analítica y el cálculo de la distribución de Wigner-Ville de la misma. Según la Fig. 29, las aproximaciones candidatas (para la tasa de muestreo usada en el ensayo de rotura de barra por fatiga) son la 7, que abarca frecuencias de 0 a 19,5 Hz, y la 6, que engloba desde los 0 a los 39 Hz.

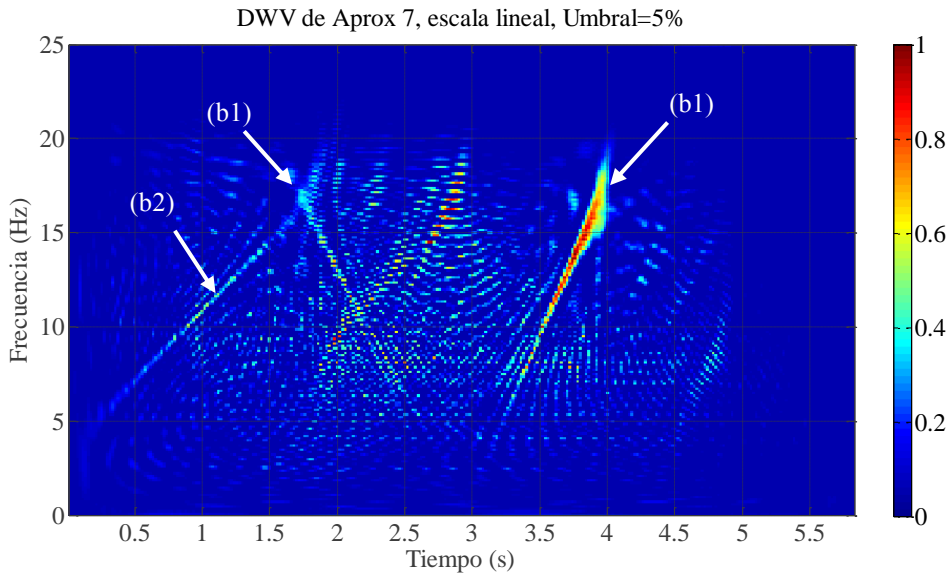


**Fig. 43 Técnica de procesamiento de la señal inicialmente propuesta: filtrado mediante la transformada Wavelet discreta, obtención de la señal analítica y computación de la distribución de Wigner-Ville.**



**Fig. 44** Distribución de Wigner-Ville de la parte transitoria de la forma de onda capturada del arranque 21998, fase R. Representación en perspectiva.

En la Fig. 45 se aprecia la distribución de Wigner-Ville de la aproximación 7 del arranque mostrado en la Fig. 41. Para evitar procesar las interferencias debidas a los efectos de borde que genera el algoritmo de la transformada Wavelet discreta, se ha acortado la aproximación alrededor de medio segundo en cada extremo tras aplicar este método. Después se ha calculado la señal analítica y finalmente se ha procedido a su descomposición mediante Wigner-Ville (Fig. 43).



**Fig. 45 Distribución de Wigner-Ville de la Aproximación 7, fase R, del arranque 21.998.**

A pesar de la escasa amplitud de banda de esta aproximación, en la Fig. 45 se distingue tres trazos. La forma de “V” característica (b1) corresponde a la evolución del LSH, el cual reduce su frecuencia hasta alcanzar el valor 0 a aproximadamente la mitad del transitorio de arranque ( $s=0,5$ ). Seguidamente incrementa su frecuencia y también su amplitud, como muestran los tonos más rojizos de la Fig. 45, que se corresponden con la mayor amplitud del segundo lóbulo presentada en la Fig. 36.

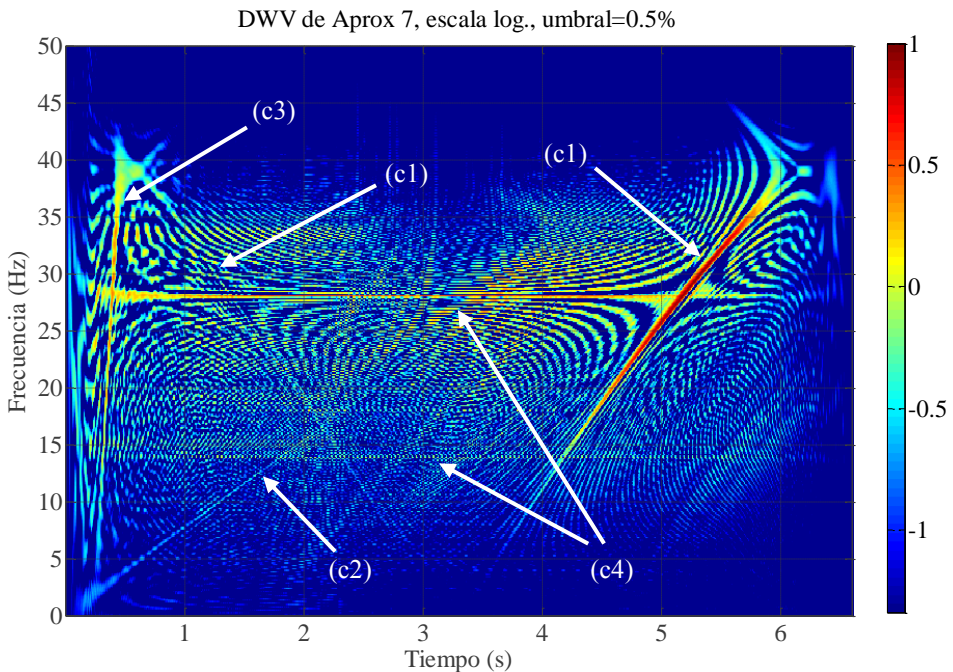
Sin embargo, (b2) es un armónico no identificado que, precisamente, ocupa la misma caja tiempo-frecuencia que el LSH para el lóbulo inicial del detalle 8 mostrado en la Fig. 37, esto es, un rango de frecuencia entre 10 y 20 Hz y un rango de tiempo entre 0,5 y 2 segundos. Es decir, la descomposición Wavelet discreta evaluará la energía de esos dos armónicos en conjunto y los representará como el lóbulo de la Fig. 37.

Esto permite confirmar la hipótesis establecida en el punto 3.3: la existencia en frecuencias por debajo de la componente fundamental de la corriente, de armónicos de baja amplitud cuya evolución, al solaparse con la de otros armónicos de interés indicativos de averías, como el LSH, pueden hacer variar ligeramente el indicador Wavelet de asimetría rotórica – puesto que este último evalúa la energía en una banda–, provocando ciertas oscilaciones en los valores que toma. Aunque esta conclusión no afecta a la capacidad de la transformada Wavelet discreta para detectar una asimetría rotórica completamente desarrollada, sí que

influirá en la determinación de los valores umbral que el método es capaz de discernir, que es uno de los objetivos del ensayo de rotura de barra por fatiga.

Prosiguiendo con la descomposición en tiempo-frecuencia de las aproximaciones Wavelet, la Fig. 46 muestra el procesamiento por el método propuesto (Fig. 43), de la Aproximación 6 para la misma fase y el mismo arranque que el mostrado en la Fig. 45.

En este caso, apenas se han eliminado las primeras y últimas muestras de la aproximación (con el objetivo de evitar el efecto de borde provocado por la descomposición Wavelet), mostrando una descomposición que abarca 6,5 segundos en el tiempo. También se ha empleado una escala logarítmica, puesto que el incremento de la amplitud del LSH en su evolución final no permitiría observar con esta paleta de colores los armónicos de menor energía.



**Fig. 46 Distribución de Wigner-Ville de la Aproximación 6, fase R, del arranque 21998.**

El rasgo más característico de la Fig. 46 es la gran “V” que forma el LSH (c1), la cual se extiende por todo el diagrama, desde los 39 Hz a los 0 Hz para volver a los 39 Hz, frecuencia que constituye el límite superior del ancho de banda de la aproximación 6 (ver Fig. 29). Su vértice inferior señala el punto donde el deslizamiento alcanza el valor  $s=0,5$ , y en este caso por tanto es posible aproximar su posición en el eje de abscisas como el instante en que se alcanza la mitad del transitorio de arranque.

También es posible discernir, el mismo componente no identificado (c2), detectado en la distribución en tiempo y frecuencia mostrada en la Fig. 45 (b2). La distribución en tiempo-frecuencia así obtenida es lo suficientemente detallada como para apreciar que dicho

armónico alcanza a mitad del transitorio de arranque los 25 Hz y que evoluciona de manera lineal con el deslizamiento hacia frecuencias más elevadas. De ello se infiere que su frecuencia final está muy próxima a la de la componente fundamental de la corriente, y que probablemente se trate de un componente de pequeña amplitud relacionado con la excentricidad mixta (ver 2.2.2) o los defectos en los rodamientos (ver 2.2.4), aunque no cumple ninguna ecuación presente en la bibliografía, que resume los armónicos más importantes para cada tipo de avería.

Adicionalmente, es posible apreciar, comprimido en el primer medio segundo de la distribución, la forma descendente y ascendente (otra “V”) del armónico de paso de barra PSH-1 (c3) (ver Fig. 27).

Estos armónicos PSH durante un arranque directo se desplazan rápidamente a altas frecuencias, dado que su frecuencia es proporcional a 1 menos el deslizamiento por el número de barras del rotor, como se aprecia en la expresión que los define:

$$f_{PSH\pm v} = \left[ \frac{k \cdot N_r}{p} \cdot (1 - s) \pm v \right] \cdot f \quad (2.9)$$

siendo  $N_r$  el número de barras;  $k=1,2,\dots$ ;  $v=1,3,5,\dots$

En el caso del método Wavelet de detección de asimetrías rotóricas, su influencia no es tenida en cuenta (como se muestra en la Fig. 45) pues se eliminan los extremos del detalle o la aproximación, para descartar efectos de borde.

Por último, las dos componentes horizontales (c4) son interferencias introducidas en la descomposición Wavelet, que no aparecen en el análisis de la aproximación 7. Su aparición contribuye a enturbiar el diagrama, creando términos cruzados en combinación con el PSH en el extremo inicial y el LSH ascendente, en el extremo final.

### **4.3 Aplicación de la Distribución de Wigner-Ville al estudio de las altas frecuencias**

Una vez obtenidos estos primeros resultados en bajas frecuencias, surgió la cuestión de si era posible extenderlos a la zona del espectro de la corriente de arranque directo situada por encima del componente principal.

El estudio de dichos armónicos fue propuesto durante las ponencias que se realizaron en los congresos en los que se llevó a cabo la presentación de los resultados de trabajos previos [1]. Sin embargo, dada la rígida división en frecuencias del algoritmo de la transformada Wavelet Discreta (ver Fig. 29 y punto 2.5.2) no era posible aislar los componentes indicadores de fallo, como sí ocurría en las bajas frecuencias, y por tanto separar su evolución de los armónicos de frecuencia constante presentes en la corriente estatórica de un motor de inducción.

No obstante, este problema se había identificado con anterioridad, y el algoritmo Wavelet modificado en consonancia, de manera que se prosiguiese el proceso de descomposición sobre los detalles. De esta manera se obtiene una distribución de la energía en bandas de igual amplitud, tanto para altas como para bajas frecuencias. Es la conocida como Transformada Wavelet Packet.

### 4.3.1 Uso de la WPT

En el ejemplo mostrado en la Fig. 47, se puede apreciar la descomposición mediante la técnica de Wavelet Packets de la corriente de arranque de un motor, de características expuestas en el punto 1.1 del Anexo 1, que sufre la rotura de una barra. La escala horizontal abarca unos 7 segundos mientras que la escala vertical alcanza los 625 Hz. Para efectuar este análisis ha sido necesario reducir la tasa de muestreo de la señal original desde las 5.000 muestras por segundo a las 1.250 muestras por segundo. En caso contrario es necesario incrementar el número de niveles de descomposición y el tiempo de computación aumenta de manera considerable.

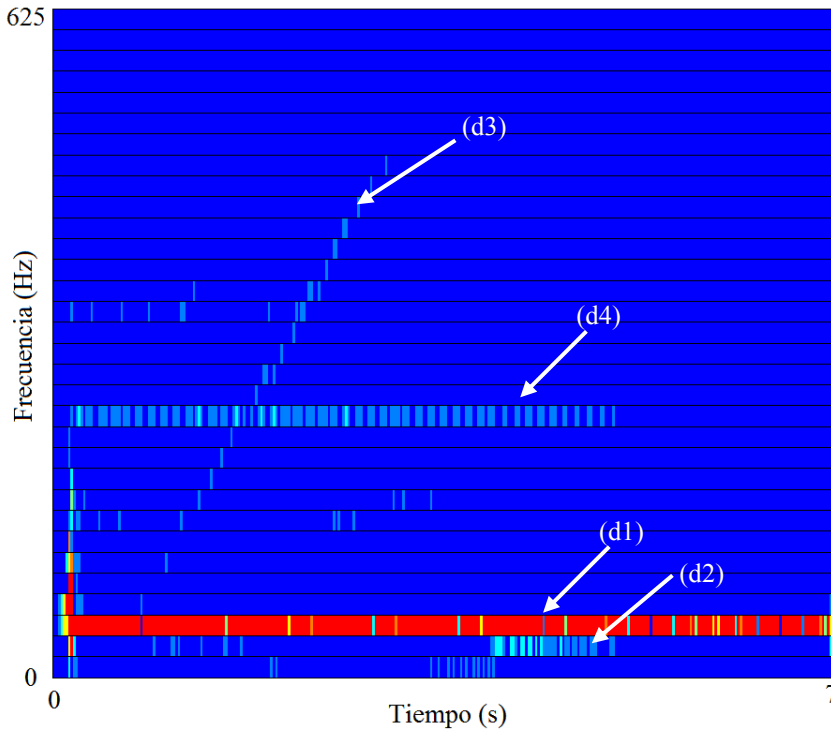
El modelo de Wavelet madre empleada ha sido la Meyer discreta, conocida en la correspondiente herramienta Wavelet de MATLAB como *dmey*. Se ha elegido como número de niveles de descomposición cinco, ya que por encima de este valor se extiende la energía de la señal en varias cajas-tiempo frecuencia y no se permite la correcta interpretación de la distribución. Estos cinco niveles suministran pues, 32 bandas de 19,53 Hz de amplitud cada una. Como es de esperar, el diagrama está dominando por la componente fundamental de la corriente del estátor (d1), presente a lo largo de todo el eje temporal de la distribución—a excepción de los primeros instantes, en los cuales todavía no se había efectuado la conexión— que se sitúa en la tercera banda, abarcando de los 39 a los 58,5 Hz.

En las dos bandas inferiores es posible apreciar la evolución del armónico lateral inferior (LSH) característico de una rotura de barras, con la reducción de frecuencia (paso a la banda inferior) al comienzo del arranque, y el incremento de la misma (paso a la banda superior) al final de la misma, resultando la característica forma en “V” (d2).

Sin embargo, a diferencia de la distribución obtenida mediante la transformada Wavelet discreta, en este caso sí que posible obtener una separación de los armónicos de orden alto, es decir, los que se encuentran por encima de la componente fundamental, puesto que la descomposición divide también esta zona de altas frecuencias de la señal en bandas de igual ancho, esto es, 19,5 Hz.

De esta manera es posible discernir la evolución ascendente del PSH-1, que desde una frecuencia de 50 Hz en el instante de conexión pasa a 0 Hz antes de incrementar su frecuencia conforme lo hace la velocidad de giro del rotor para finalizar estabilizándose por encima de los 900 Hz en estado estacionario (d3, c3).

Así mismo, se observa en la duodécima banda, que abarca desde los 234,4 Hz a los 253,9 Hz, la presencia de la energía correspondiente al quinto armónico de devanado, de frecuencia constante e igual a 250 Hz (d4).



**Fig. 47 Ejemplo de descomposición mediante Wavelet packets de la señal de corriente de arranque de un motor con una barra rota**

También se distingue cierta energía relacionada con el tercer y séptimo armónico de la componente fundamental, situados en los 150 Hz y 350 Hz, respectivamente. No obstante, aunque aparece alguna señal en las cercanías del primero, no se pueden apreciar armónicos de orden alto producidos por la avería.

A pesar de que el método de Wavelet Packets es relativamente sencillo y mejora en gran medida la Transformada Wavelet Discreta, su aplicación directa no posee la suficiente sensibilidad como para mostrar los componentes indicadores de fallo y por otra parte no permite apreciar una evolución continua de los armónicos, al condicionar el algoritmo el tamaño de las cajas tiempo-frecuencia.

#### **4.3.2 Aplicación de filtros para suprimir la componente fundamental de la corriente**

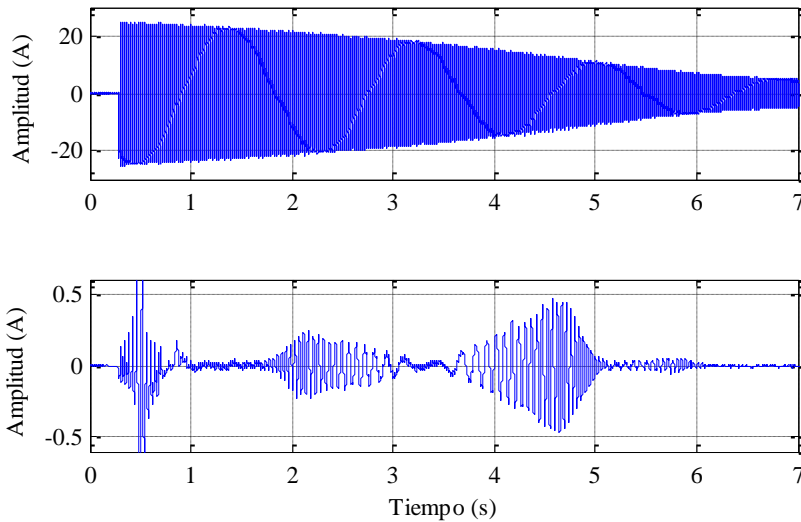
En una ponencia presentada en [179], el grupo de investigación colaboró con el profesor Jan Rusek, de la universidad de ciencia y tecnología de Cracovia, en la detección de transitorios de la asimetría rotórica.

El profesor Rusek hacía uso de un método propio con el que se obtenían buenos resultados para la detección de asimetrías rotóricas en los grandes motores de inducción usados en la industria pesada con la que colaboraba su unidad de investigación. Este método consistía el



filtrado de la forma de onda de la corriente de arranque mediante un filtro de paso bajo con frecuencia de corte igual a 25 Hz [180].

Los resultados de aplicar el procedimiento a un motor de características expuestas en el punto 1.1 del Anexo 1 con una barra rota se observan en la Fig. 48, donde es posible discernir como en la parte central del transitorio de arranque de la señal filtrada aparece una señal de gran amplitud, correspondiente a la evolución del armónico lateral inferior, que primero desciende hasta la frecuencia de 0 Hz y después vuelve a ascender. De hecho, es posible observar en el lóbulo que aparece para  $t=2$  s como la frecuencia de la señal se reduce, incrementándose en el lóbulo de la derecha hasta terminar saliendo de la banda.



**Fig. 48** Análisis de un arranque mediante filtros de paso bajo

Para la obtención de esta figura se ha usado un filtro FIR de paso bajo, de 2.048 coeficientes con banda de corte situada entre los 22,5 y los 27,5 Hz.

#### 4.3.3 Modificación de la etapa de filtrado mediante filtros en “V” o notch

A pesar de que en los trabajos de Rusek se hacía uso de filtros de paso banda para aislar completamente las frecuencias por debajo de 25 Hz y después someterlas a un estudio de su energía y forma de onda, se pensó que la elección de tales filtros no sería la solución ideal para la aplicación posterior de la transformada de Wigner-Ville, ya que el objetivo era disponer de un diagrama en dos dimensiones con las menores discontinuidades posibles, de manera que fuera posible seguir la evolución completa durante un arranque directo de armónicos de orden alto, como los dados por la ecuación (2.6):

$$f_{sb} = \left( \frac{k}{p} \cdot (1 - s) \pm s \right) \cdot f \quad \frac{k}{p} = 1,3,5 \dots \quad (2.6)$$

Si se toma el deslizamiento con el signo negativo, los armónicos de rotura de barra así obtenidos sufren una evolución como la mostrada en la Fig. 25, primero descendiendo

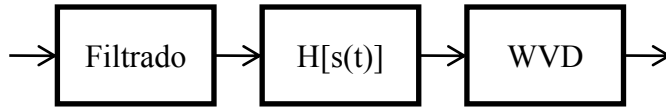
desde la frecuencia de la componente fundamental hasta alcanzar el valor 0, para después volver a crecer hacia frecuencias cercanas a la de los múltiplos de dicha componente fundamental, constituyendo los así llamados armónicos de orden alto, al tratarse de bandas laterales inferiores (*lower side harmonic* o LSH) de los armónicos de devanado, que poseen unas frecuencias de 150 Hz, 250 Hz, 350 Hz...

De esta manera se estudió inicialmente la aplicación de filtros de rechazo de banda (*stop band*), para inmediatamente comprobar que reduciendo la anchura de dicha banda anulada se conseguían resultados mucho mejores. Es más, si la banda de rechazo se reducía lo suficiente, se convertían en filtros que anulan únicamente una frecuencia, esto es, filtros *notch* (en "V"), o filtros de rechazo de frecuencia.

#### 4.4 Método de análisis propuesto

Así pues, el método de análisis de la señal propuesto en la presente tesis con el objetivo de efectuar el diagnóstico de motores de inducción comprende los siguientes pasos (Fig. 49):

- 1) Una primera etapa de filtrado, de extensión variable. Esta primera etapa tiene como objetivo la eliminación de componentes presentes en el arranque directo de un motor de inducción que no aportan indicios para el diagnóstico de la máquina, bien porque no están relacionados con una avería, como los armónicos de devanado, o bien porque son engendrados por causas externas, como por ejemplo, los introducidos por una carga pulsante. La retirada de estos componentes del espectro reduce la aparición de términos cruzados y mejora sustancialmente la aplicación de la transformada de Wigner-Ville.  
Dada su importancia, siempre es necesario eliminar el armónico fundamental, preferiblemente mediante un filtro de rechazo de frecuencia o *notch*. Es aconsejable también retirar otros armónicos de frecuencia constante, como el tercero y el quinto, puesto que también poseen una amplitud significativa.  
Adicionalmente, es posible suprimir mediante los correspondientes filtros paso alto y paso bajo rangos de frecuencias completas que no aportan nada al diagnóstico. Este puede ser el caso de las bajas frecuencias, por debajo de la componente fundamental, en una máquina que mueve una carga de par resistente pulsante, o si se desean eliminar al final del arranque términos cruzados generados por los PSH, que sería el caso de las altas frecuencias.
- 2) En segundo lugar se efectuará la transformada de Hilbert de la señal filtrada, de manera que se eliminan del espectro de dicha señal todos los componentes con frecuencias negativas, que podrían generar términos cruzados con los positivos.
- 3) Finalmente, una vez se ha reducido en la medida de lo posible todos los componentes que no constituyen indicios de un fallo del equipo, se procede a efectuar la descomposición en tiempo y frecuencia mediante la transformada de Wigner-Ville de la señal analítica obtenida en el paso 2, que generalmente se aplica sin ventanas ni suavizado, aprovechando de esta manera su sensibilidad y el hecho de que cumple con las condiciones marginales (2.91), (2.92).



**Fig. 49 Técnica propuesta de procesamiento de la señal: eliminación de componentes de frecuencia constante mediante filtros de rechazo de frecuencia, cálculo de la señal analítica y computación de la distribución de Wigner-Ville.**

La idea de suprimir la componente fundamental de la corriente del espectro mediante filtros de rechazo de frecuencia ya había sido estudiada en [181] con resultados modestos, pues los autores trataban de eliminar esta componente fundamental en el espectro FFT, es decir, para su aplicación en operación estacionaria de la máquina, sin afectar a los armónicos laterales indicativos de la rotura de barras, que se encuentran a una distancia de  $2sf$  Hz, muy escasa, en especial en máquinas grandes que son las que presentan una mayor incidencia de este tipo de falta.

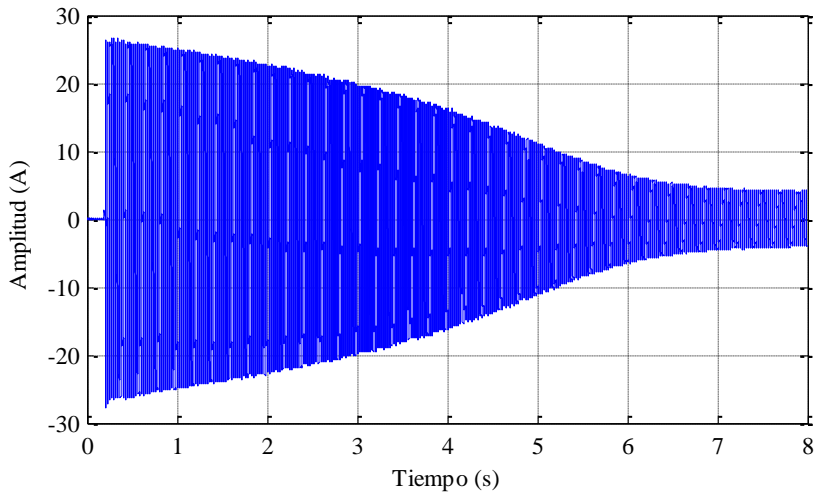
En este trabajo [181], se diseñaba en primer lugar un filtro *notch* para la frecuencia de muestreo propia del estudio, de 10 kHz, apreciándose la aparición de grandes oscilaciones como consecuencia del procesamiento numérico. Tras reducir la frecuencia de muestreo hasta 200 Hz, retoman el diseño del filtro de rechazo de frecuencia. No obstante, en este caso predomina la respuesta infinita al impulso cuando la magnitud de los polos del filtro se aproxima a uno, causando una salida del filtro inestable en todo el intervalo de muestreo. Finalmente, se consigue un diseño lo suficientemente estable, aunque con cierta atenuación de los armónicos LSH y USH indicativos de la rotura de barra.

#### 4.4.1 Ejemplo de aplicación del método propuesto

Para observar el efecto de cada una de estas etapas se procede a aplicar el método propuesto de manera escalonada sobre la corriente de arranque de un motor en estado sano: la obtenida de la fase R durante el arranque 33.500, la cual se muestra en la Fig. 50.

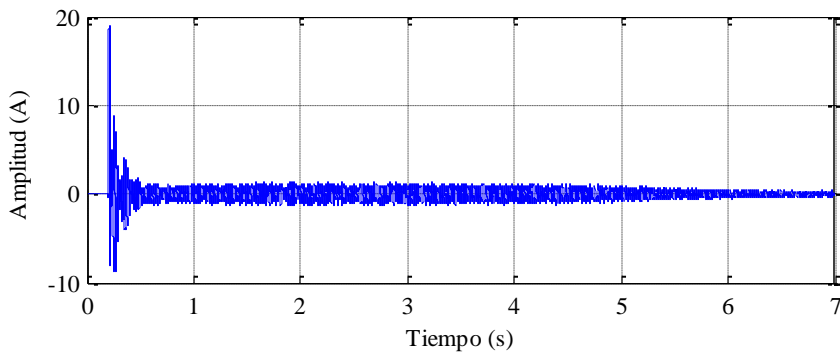
El arranque 33.500 corresponde a la segunda época del ensayo de rotura de barra por fatiga (ver Capítulo 7). Dado que tras unos 33.477 ciclos de trabajo no se apreciaba evolución en la asimetría rotórica, se decidió debilitar la jaula de ardilla practicando dos hendiduras en ambos anillos de cortocircuito mediante un torneado. El resultado se observa en la Fig. 123.

A pesar de que en la ejecución de este procedimiento, se intentó en todo momento mantener la simetría de la jaula, no se pudo evitar la mecanización de una pequeña desigualdad, que se tradujo en un incremento de los parámetros de asimetría rotórica, aunque lejos de alcanzar la variación propia de una rotura de barra. La descripción de estos cambios se expone en el punto 7.2. Este ligero aumento de los parámetros de asimetría favorece la aparición de nuevos componentes propios de esta falta.



**Fig. 50 Corriente de arranque 33500, fase R.**

Como ya ha quedado expuesto en el punto 4.2, la aplicación de la distribución de Wigner-Ville a la forma de onda de la Fig. 50, es fútil, pues sólo aparece en el diagrama una componente de frecuencia constante a 50 Hz, la cual domina la representación (Fig. 42 y Fig. 44). Es por ello que en este primer paso se suprimirá dicha componente mediante un filtro de rechazo de frecuencia, sin aplicar ningún otro procedimiento antes de calcular la distribución en tiempo-frecuencia.

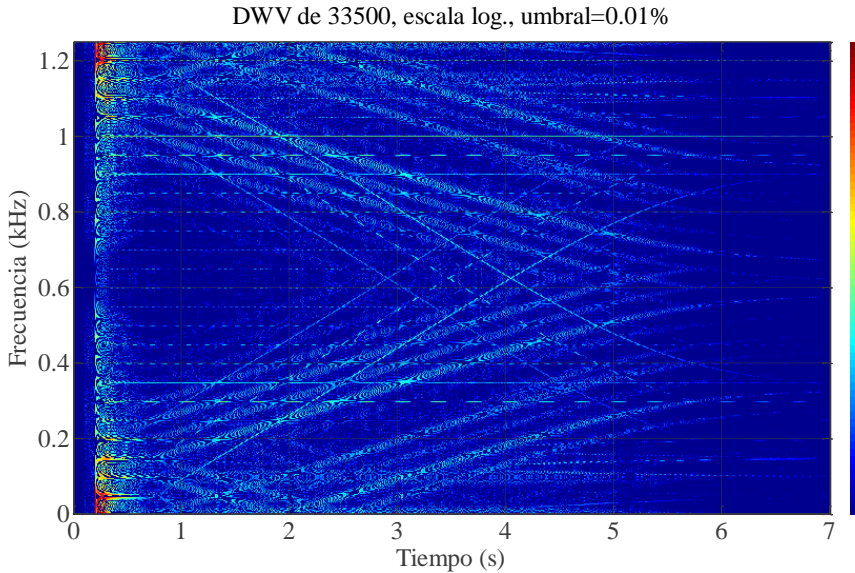


**Fig. 51 Forma de onda de la corriente de arranque 33500 tras la supresión de la componente fundamental**

#### 4.4.1.1 Reducción de los términos cruzados mediante la computación previa de la señal analítica

En la Fig. 52 se aprecia la distribución de Wigner-Ville obtenida tras procesar directamente la Fig. 51, es decir, sin computar la señal analítica previamente antes de efectuar la descomposición en tiempo-frecuencia. Es posible apreciar la simetría del diagrama debido a

la representación tanto de las frecuencias positivas (mostradas predominantemente en la parte inferior) como las negativas, que aparecen en la zona superior. Los términos cruzados que se producen entre ellos contribuyen a dificultar la interpretación del resultado.



**Fig. 52 Distribución de Wigner-Ville de la forma de onda mostrada en la Fig. 51 procesada directamente.**

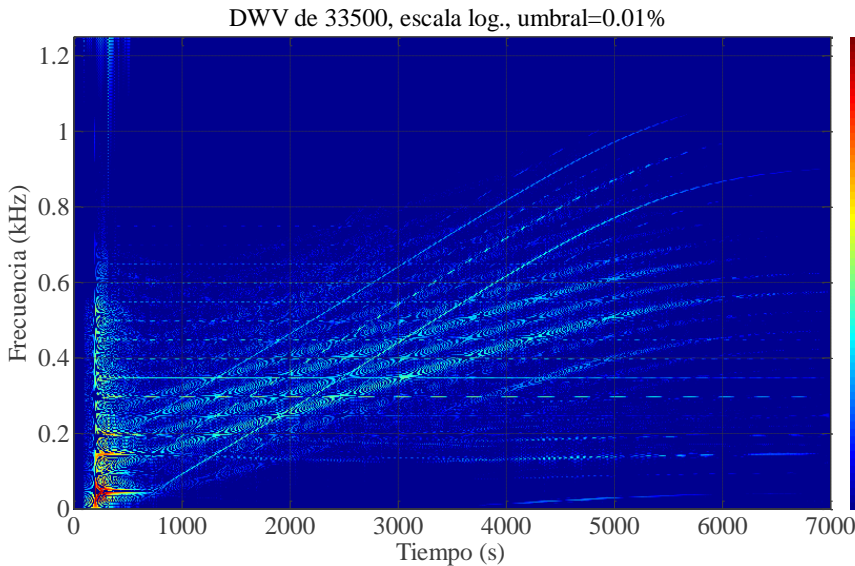
En comparación, la Fig. 53 muestra la distribución de Wigner-Ville de la señal analítica obtenida a partir de la forma de onda de la Fig. 51 mediante la instrucción de MATLAB:

```
hs = hilbert(onda2);
```

Como se indica en el punto 2.3.6, una de las especificaciones a la hora de definir la señal analítica fue la de que los parámetros estadísticos del espectro de la señal tuvieran un valor significativo. La media de las frecuencias representadas en la distribución que se muestra en la Fig. 52 es constante e igual a 625 Hz, dado que el diagrama es simétrico, lo cual no aporta ninguna información en cuanto a sus componentes. Esto no ocurre para la distribución en tiempo-frecuencia mostrada en la Fig. 53, donde tales parámetros sí que adquieren significación.

Adicionalmente es posible observar cómo la eliminación de las trazas creadas por la frecuencias negativas en la distribución tiempo frecuencia reducen los términos cruzados, apareciendo un diagrama mucho más limpio a bajas frecuencias. Así pues, la computación de la distribución de Wigner-Ville a partir de la señal analítica no es que sea recomendable, como en la FFT, sino que es perentoria en el caso de utilizar esta herramienta tiempo-frecuencia.

Por último, la señal analítica duplica la energía de la señal original según la expresión (2.70). En estos diagramas en escala logarítmica este efecto es inapreciable.



**Fig. 53** Distribución de Wigner-Ville de la señal analítica obtenida a partir de la forma de onda mostrada en la Fig. 51.

#### 4.4.1.2 Reducción de los términos cruzados por la eliminación de componentes de frecuencia constante

Finalmente, es posible reducir los términos cruzados todavía presentes en la distribución si se eliminan los armónicos de devanado y otros armónicos de frecuencia constante que aportan poco o nada al diagnóstico de la máquina.

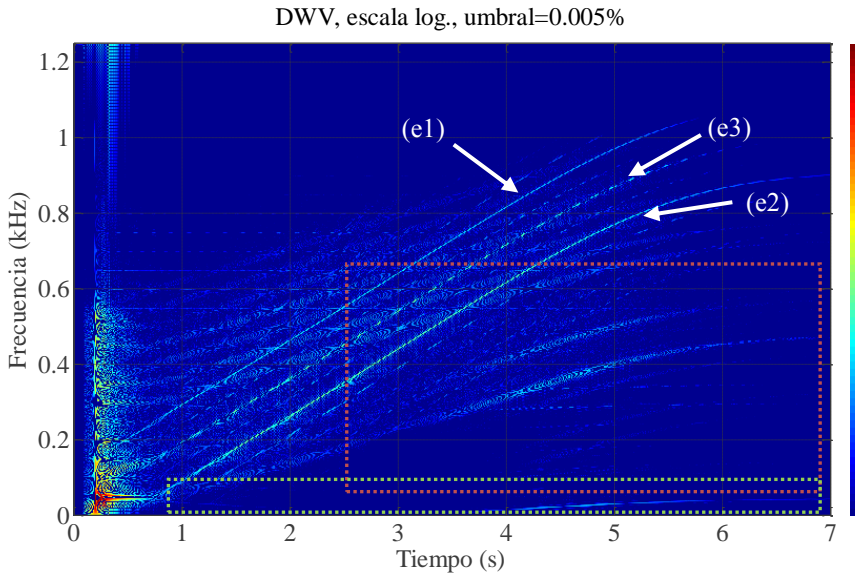
Para el cómputo de la distribución tiempo-frecuencia de la Fig. 54 se ha aplicado el proceso completo expuesto en la Fig. 49, esto es, en primer lugar se han eliminado mediante cuatro filtros IIR de rechazo de frecuencia los armónicos de frecuencia constante de 50 Hz, 100 Hz, 150 Hz, 250 Hz y 350 Hz. Tras ello se ha obtenido la señal analítica del residuo resultante, cuya forma de onda no se diferencia en gran medida de la mostrada en la Fig. 51 y por último se ha procedido a computar la distribución de Wigner-Ville de esta señal.

En la representación así obtenida destacan los armónicos de paso de barra, o PSH (ver punto 2.5) establecidos para  $k=1$  por la ecuación (2.9), los cuales rápidamente incrementan su frecuencia al ser ésta directamente proporcional al número de barras  $N_r$  y la velocidad de giro:

$$f_{PSH\pm v} = \left[ \frac{k \cdot N_r}{p} \cdot (1 - s) \pm v \right] \cdot f \quad (2.9)$$

Los PSH identificados son el PSH+3 (e1), que parte de 150 Hz en la conexión y supera el kilohercio en operación estacionaria, el PSH-1 (e2), el cual primero reduce su frecuencia

desde 50 Hz hasta cero, para después ascender en el diagrama hasta cerca de los 950 Hz y, entre ambos, el PSH+1 (e3).



**Fig. 54 DWV de la corriente de arranque 33500, fase R, con uso de filtros IIR.**

#### 4.4.1.3 Reducción de los términos cruzados mediante la limitación del estudio a una caja tiempo-frecuencia

Al no existir más componentes de frecuencia negativa ni de frecuencia constante, la reducción de los términos cruzados más allá de este punto ha de realizarse mediante procedimientos que eliminen partes enteras de la señal, tanto en tiempo como en frecuencia, de manera que la distribución de Wigner-Ville procese sólo una determinada caja tiempo-frecuencia libre componentes no indicativos de falta. Esto se realiza mediante dos procedimientos, en el dominio del tiempo se acorta la señal, tomando únicamente el segmento de interés para el diagnóstico. En el dominio de la frecuencia se emplean filtros de paso alto, paso bajo o pasa banda para eliminar la influencia de los armónicos que podrían ser la causa de términos cruzados, como la evolución de los PSH en altas frecuencias al final del diagrama o armónicos producidos por un carga de par pulsante, alrededor de la componente fundamental, en las bajas frecuencias.

A continuación se llevará a cabo el estudio de dos cajas tiempo-frecuencia. La primera de ellas es la indicada en verde sobre la Fig. 54, comprendida entre los 0 y los 100 Hz, en la cual evolucionan la mayor parte de los armónicos que pueden producir interferencias con el método de diagnóstico por la transformada Wavelet discreta. En la etapa inicial de filtrado se ha suprimido la componente fundamental de la corriente y los armónicos de frecuencia constante de 100, 150, 250 y 350 Hz, como se indica en la Tabla 9. Tras ello se ha aplicado un filtro de paso bajo, que atenúa las componentes por encima de 75 Hz. Después de este paso, al ser completamente superfluas las altas frecuencias, se ha procedido a submuestrear

la señal, con lo que se reduce en gran medida las necesidades computacionales. Reduciendo la tasa de muestreo de la señal en un factor de 8 se obtiene una señal con 625 muestras por segundo, es decir, un ancho de banda de 315 Hz, más que suficiente para realizar el estudio pretendido. Finalmente para completar el procedimiento, se eliminan las 500 primeras muestras de esta señal submuestreada (es decir, los 0,8 primeros segundos de la señal de arranque) de manera que no aparezca en el diagrama la evolución de los PSH, que incrementa el número de términos cruzados. Del residuo así obtenido es computada la señal analítica y procesada por la DWV.

**Tabla 9. Parámetros de filtrado.**

<b>Armónicos de frecuencia constante suprimidos</b>	50, 100, 150, 250 y 350 Hz
<b>Tipo de filtros pasa banda usados</b>	Paso bajo
<b>Frecuencia de corte filtro paso alto</b>	No usado
<b>Frecuencia de corte filtro paso bajo</b>	75 Hz
<b>Frecuencia de muestreo a la entrada de DWV</b>	625 muestras /s
<b>Muestras eliminadas</b>	625

En la Fig. 55 se aprecia el parecido del residuo obtenido con la aproximación para frecuencias inferiores al armónico fundamental de la transformada Wavelet discreta, mostrado en la Fig. 36. Los dos lóbulos aparecen claramente, el primero entre el segundo 1 y 2 y el segundo entre el 3,5 y 6. Sin embargo, en este caso al permitir el grupo de filtros la presencia de componentes de frecuencia superior, se identifica la influencia de los PSH al comienzo de la señal, mientras que el rizado entre los lóbulos también indica la evolución de otros armónicos de frecuencia superior al LSH.

Tras obtener la señal analítica de este residuo, se procede a computar su distribución de Wigner-Ville. En la Fig. 56 se muestra el resultado.

En dicha figura se aprecia claramente la gran cantidad armónicos que evolucionan durante el arranque, a pesar de tratarse de una máquina en estado sano, con un pequeño grado de asimetría rotórica. El resultado puede compararse con las Fig. 28 y especialmente con la Fig. 26 de la sección 2.5, que muestra los armónicos descendentes provocados por la asimetría rotórica, que cumplen con la expresión:

$$f_{sb,f} = (1 \pm 2 \cdot k \cdot s) \cdot f \quad k = 1,2,3 \dots \quad (2.8)$$



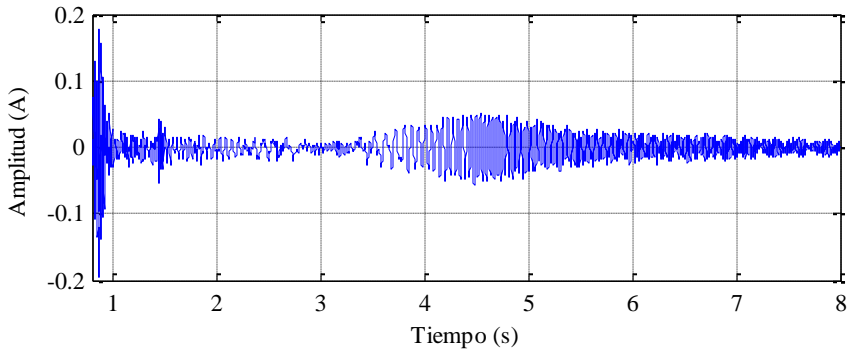


Fig. 55 Residuo de la corriente de la fase R, arranque 33500, tras el proceso de filtrado.

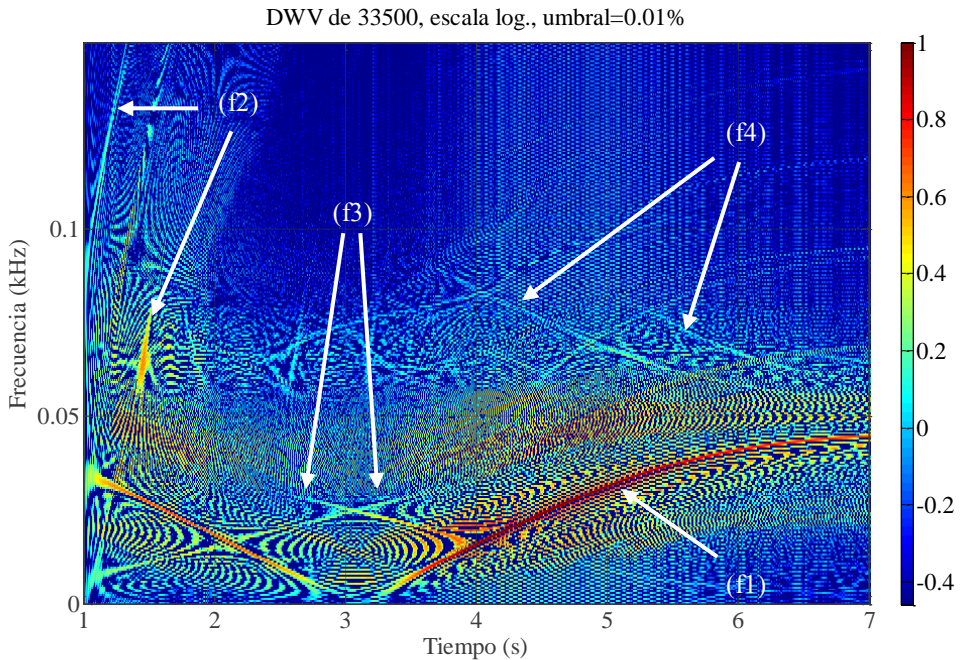


Fig. 56 DWV de la corriente de arranque 33500, fase R, armónicos de orden bajo.

La distribución tiempo-frecuencia se encuentra dominada por la evolución del armónico LSH 50 (f1), obtenido para  $k=1$  y signo negativo en (2.8). De amplitud similar a este se observan algunos PSH (f2). Entre el primero y los últimos aparece una zona despejada en la cual es posible detectar dos armónicos (f3), uno descendente y otro ascendente, que atraviesan la banda en la que se realiza la detección de asimetría rotórica mediante la transformada Wavelet discreta, y por tanto pueden ocasionar variaciones en su valor. El armónico ascendente ya aparece en las Fig. 45 y Fig. 46 como (b2) y (c2) y no se encuentra

identificado. La evolución del armónico descendente, sin embargo, se corresponde claramente con el armónico de excentricidad mixta EC 0, dado por (2.18):

$$f_{exc} = \left( 1 \pm k \frac{1-s}{p} \right) f \quad (2.18)$$

tomando el signo negativo, y  $p=1$ ,  $k=1$ .

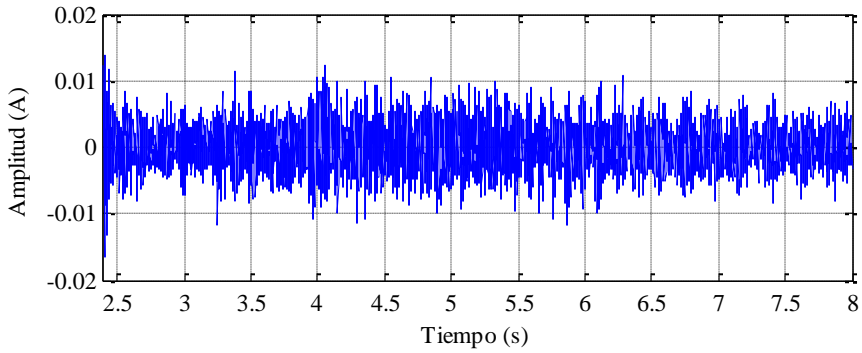
Para finalizar, el método de análisis es lo suficientemente potente como para mostrar incluso la evolución de dos armónicos USH (f4), que convergen sobre los 50 Hz desde frecuencias superiores. Esto da idea de la sensibilidad que posee la distribución de Wigner-Ville.

Los armónicos descendentes USH, provocados por la oscilación de la carga dado el par pulsante creado por la asimetría rotórica, invitan al estudio componentes de orden alto provocados por dicha avería. Para ello, respecto al caso anterior, sólo hay que reajustar los filtros de paso alto y paso bajo, para aislar una banda entre los 62,5 Hz y los 250 Hz (ver Tabla 10). Con el objetivo de evitar que el diagrama muestre los PSH y se altere la escala de representación, también se retiran las 1500 muestras de la señal tras el submuestreo, quedando un residuo cuya forma de onda se presenta en la Fig. 57, correspondiente a las componentes presentes en una caja tiempo frecuencia como la delimitada en rojo en la Fig. 54.

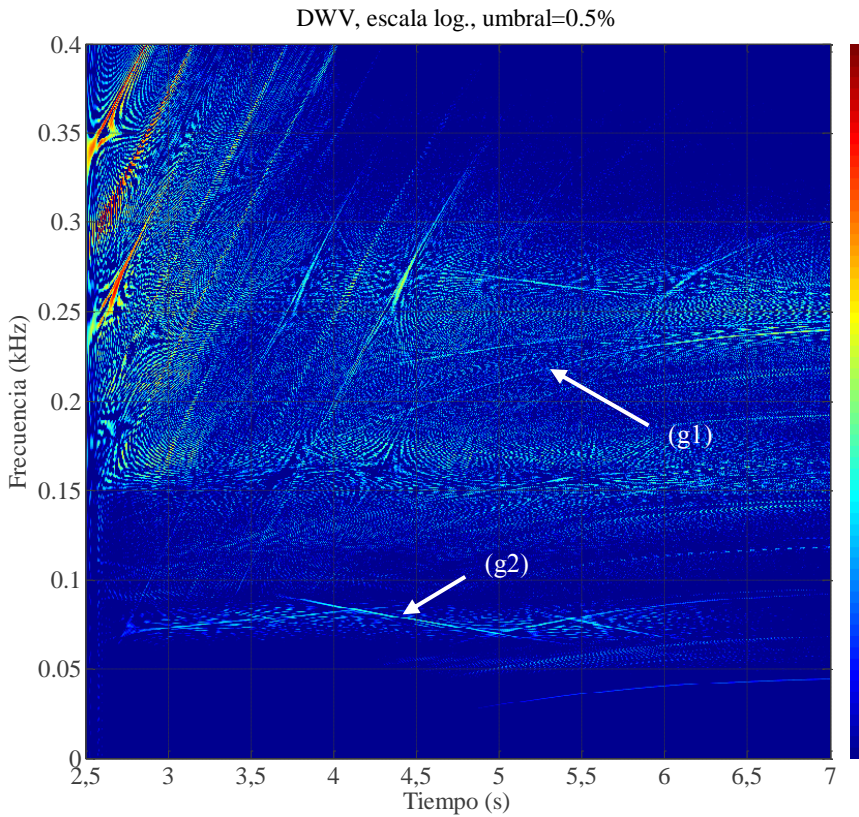
**Tabla 10. Parámetros de filtrado, armónicos de orden alto.**

<b>Armónicos de frecuencia constante suprimidos</b>	50, 100, 150, 250 y 350 Hz
<b>Tipo de filtros pasa banda usados</b>	Pasa banda
<b>Frecuencia de corte paso alto</b>	300 Hz
<b>Frecuencia de corte paso bajo</b>	62,5 Hz
<b>Frecuencia de muestreo a la entrada de DWV</b>	1250 muestras /s
<b>Muestras eliminadas</b>	3.125

Después de efectuar la computación de la señal analítica de este residuo, el resultado es sometido al algoritmo de la distribución de Wigner-Ville. La Fig. 58 muestra el resultado, en el cual se aprecia una componente de orden alto y frecuencia variable que forma una banda lateral junto al armónico de devanado de 250 Hz. También es posible apreciar la traza de un USH (g2).



**Fig. 57** Residuo de la corriente de la fase R, arranque 33500, tras el proceso de filtrado (armónicos de orden alto)



**Fig. 58** DWV de la corriente de arranque 33500, fase R, armónicos de orden alto.

El primero de estos componentes (g1) cumple con la ecuación

$$f_{sb} = \left( \frac{k}{p} \cdot (1 - s) \pm s \right) \cdot f \quad \frac{k}{p} = 1,3,5 \dots \quad (2.6)$$

para  $k/p= 5$  y signo positivo, y por tanto es identificado como un armónico indicador de asimetría rotórica, que evoluciona desde los 50 Hz a casi los 250 Hz durante el arranque. El segundo (g2) cumple con (2.8) para  $k=3$  y signo negativo, es decir, evoluciona desde los 150 Hz a la conexión hasta convertirse en una banda lateral superior de la componente fundamental de la corriente.

#### 4.5 Diseño de los filtros IIR utilizados en el método propuesto

Para el método general de diagnóstico expuesto en la presente tesis, y usado en las publicaciones que se han llevado a cabo, se diseñaron los filtros de rechazo de frecuencia del tipo de respuesta infinita (IIR). Con este objetivo, se definió la banda de rechazo de los filtros de este tipo en intervalo muy estrecho. El diseño de filtros IIR, como viene implementado en MATLAB cuenta con las siguientes etapas:

- 1) Conversión del filtro *notch* en su equivalente de paso bajo.
- 2) Diseño del filtro de paso bajo analógico con las expresiones y algoritmos propios de este dominio.
- 3) Transformación del resultado a un filtro de rechazo de frecuencia.
- 4) Aplicación de la transformación bilinear (ver 2.3.19).

En cuanto a los tipos, se ha observado experimentalmente que los filtros de Chebysheff de tipo 1 y los elípticos (o Cauer) son los que mejor comportamiento demuestran en la eliminación de los armónicos más importantes. El orden máximo utilizado en los filtros ha sido ajustado empíricamente a 3, consiguiéndose una adecuada eliminación del componente y buena estabilidad, junto con una relativa simplicidad computacional del mismo.

Como ejemplo de construcción de un filtro elíptico de rechazo del componente principal de la corriente tenemos la siguiente instrucción en MATLAB:

```
[B,A] = ellip(3,0.5,100,[0.018 0.022], 'stop')
```

La variable *B* almacena los coeficientes del polinomio del numerador, presentes en la función de transferencia del filtro, mientras que *A* hace lo propio con los del denominador.

Las variables de diseño del filtro se muestran en la siguiente tabla:

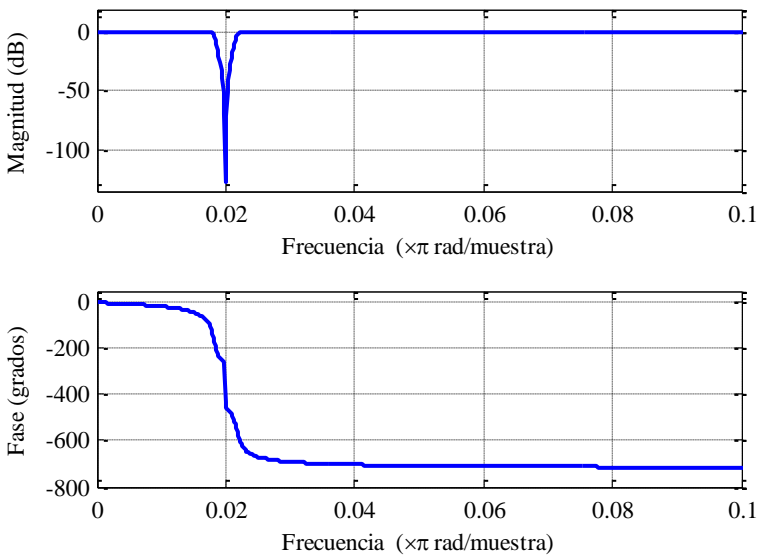
**Tabla 11. Coeficientes de diseño del filtro IIR de rechazo del componente de 50 Hz.**

<b>Tipo</b>	Elíptico (Cauer)
<b>Orden</b>	3
<b>Rizado máximo banda de paso</b>	0,5 dB
<b>Atenuación mínima banda de rechazo</b>	100 dB
<b>Frecuencias de corte normalizadas</b>	0,018 a 0,022

Los restantes parámetros también han sido ajustados empíricamente, a excepción del rizado máximo en la banda de paso, que se ha establecido en 0,5 dB para minimizar las alteraciones en las amplitudes de los armónicos indicadores de fallo.

La respuesta tanto en magnitud como en frecuencia del diseño de filtro elíptico de la Tabla 11 se muestra en la Fig. 59. Claramente se observa la estrechez de la banda de rechazo, centrada sobre una frecuencia normalizada de 0,02, lo cual corresponde a 50 Hz (2.45). La diferencia de frecuencia  $\Delta\lambda$  entre la frecuencia de corte superior e inferior es de 7,5 Hz, por lo que quedan atenuados 3,25 Hz a ambos lados de la componente fundamental de la corriente. Sin embargo, al contrario que en [181], al estudiarse el transitorio de arranque del motor, esto no constituye un problema, pues los armónicos indicadores de fallo varían su frecuencia en un intervalo mucho más amplio –el LSH, por ejemplo, se mueve entre 0 y casi 50 Hz– y su evolución no queda enmascarada por la atenuación del filtro *notch* en las cercanías de la frecuencia de corte.

En la parte inferior de la figura se aprecia la alteración de la fase que provoca la aplicación del filtro IIR. A pesar que en su diseño se siguen criterios para conseguir una respuesta lineal en la fase para la banda de paso, no es posible diseñar el filtro de rechazo de banda de manera que dicha fase no se vea alterada tras sobrepasar las frecuencias de corte, ni de que en las cercanías de estas, el retraso de grupo no sea constante.



**Fig. 59** Respuesta del filtro elíptico de supresión de la componente fundamental.

Según se aprecia en la Fig. 59, el retraso de grupo es variable en un rango de frecuencia normalizada de alrededor de 0,01, lo que equivale a unos 25 Hz alrededor del componente principal. La respuesta en magnitud a la frecuencia de corte es inferior a los 100 dB, por lo que completamente reduce la componente fundamental, cuyo valor suele situarse entre 40 y 60 dB por encima del ruido medio presente en el espectro.

De similar manera se procede a diseñar el filtro del siguiente armónico más importante, el armónico de devanado de 5 veces la frecuencia fundamental, es decir, de 250 Hz.

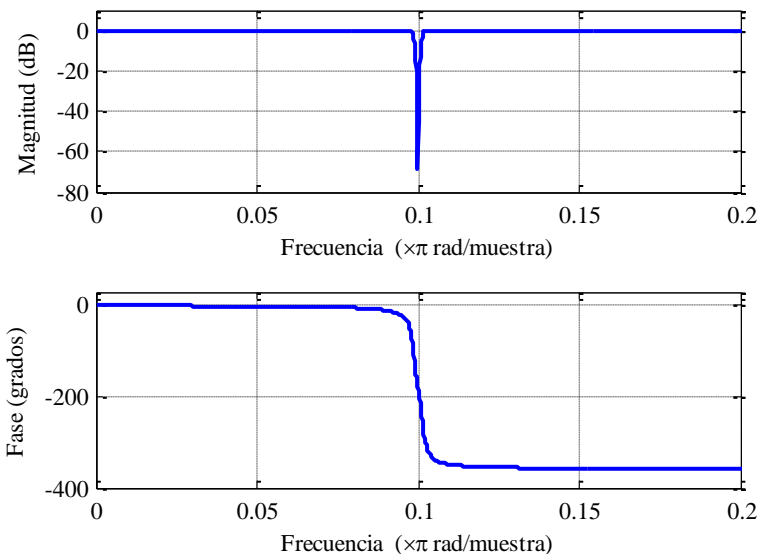
```
[B,A] = cheby1(2,0.5,[0.098 0.102], 'stop')
```

En este caso se ha elegido un filtro de Chebysheff tipo 1, (que poseen una mayor pendiente de la respuesta en magnitud en la zona de rechazo comparados con los Chebysheff de tipo 2), de un orden 2, para mantener en lo posible la sencillez del método y evitar oscilaciones exageradas en la respuesta. Las características de este filtro pueden apreciarse en la Tabla 12.

Como se muestra en la Fig. 60, la respuesta en magnitud del filtro de Chebysheff es casi tan aguda como en el caso del filtro elíptico, (aunque la atenuación sólo alcanza los 70 dB), resultando la distorsión por retraso de grupo ligeramente menor. El rizado en la respuesta en magnitud posee la misma amplitud que en el caso del filtro elíptico, pero los lóbulos se centran en la cercanía de la frecuencia de rechazo, por lo que son útiles para amplificar la evolución final de armónicos laterales. Este hecho no es apreciado en [181].

**Tabla 12. Coeficientes de diseño del filtro IIR de rechazo del componente de 250 Hz.**

<b>Tipo</b>	Chebysheff tipo 1
<b>Orden</b>	2
<b>Rizado máximo banda de paso</b>	0,5 dB
<b>Frecuencias de corte normalizadas</b>	0,098 a 0,102



**Fig. 60 Respuesta del filtro de Chebysheff de supresión del quinto armónico de devanado**

Así pues, este tipo de filtro, más sencillo y por ello menos sujeto a instabilidades que el elíptico, es recomendable para eliminar los armónicos de devanado, cuya amplitud no alcanza valores tan elevados como en el caso del fundamental.

De similar manera se diseñan los filtros de rechazo de frecuencia para suprimir los armónicos de frecuencia constante de orden 2, 3 y 7. En el segundo caso se prefiere utilizar un filtro elíptico, más que por la amplitud de dicho componente, por la necesidad de distorsionar lo menos posible la banda situada entre los 50 Hz y 250 Hz, en la cual aparecen los armónicos de orden alto relacionados con averías tales como la rotura de barras (Fig. 28) o la excentricidad (ver 2.2.2). La respuesta extremadamente aguda en la magnitud de este filtro mejora la detección de estos armónicos.

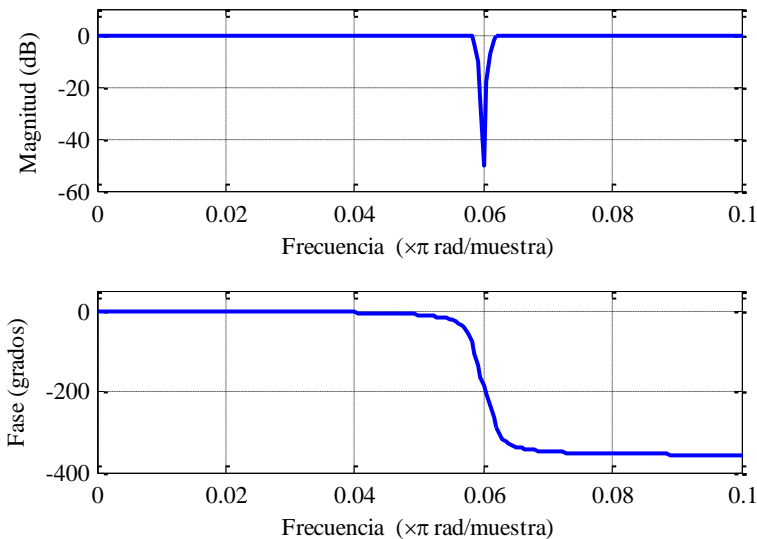
La instrucción para el diseño del filtro de rechazo de la frecuencia de 150 Hz es pues:

```
[B,A] = ellip(2,0.5,152,[0.058 0.062], 'stop')
```

y sus características quedan resumidas en la Tabla 13:

**Tabla 13. Coeficientes de diseño del filtro IIR de rechazo del componente de 150 Hz.**

<b>Tipo</b>	Elíptico (Cauer)
<b>Orden</b>	2
<b>Rizado máximo banda de paso</b>	0,5 dB
<b>Atenuación mínima banda de rechazo</b>	152 dB
<b>Frecuencias de corte normalizadas</b>	0,058 a 0,062



**Fig. 61 Respuesta del filtro elíptico de supresión del armónico de 150 Hz.**

En este caso la banda de atenuación  $\Delta\lambda$  posee una anchura de 10 Hz, abarcando desde los 145 a 155 Hz. La distorsión debida al retraso de grupo, en cambio, se da desde los 100 Hz (frecuencia normalizada de 0,04) a los 200 Hz (frecuencia normalizada de 0,08), como se aprecia en la Fig. 61, donde se muestra tanto la respuesta en magnitud como en fase de este filtro.

De igual manera es posible atenuar el armónico de 100 Hz para mejorar la visualización en esa banda tan crítica. En este caso, debido a su baja amplitud basta un filtro de tipo Chebysheff:

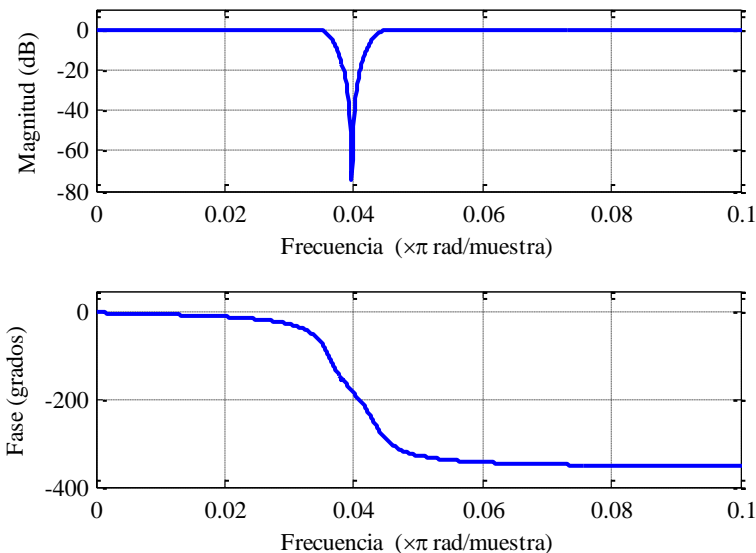
```
[B,A] = cheby1(2,0.5,[0.035 0.045], 'stop')
```

Sus características se resumen en la siguiente tabla:

**Tabla 14. Coeficientes de diseño del filtro IIR de rechazo del componente de 100 Hz.**

<b>Tipo</b>	Chebysheff tipo 1
<b>Orden</b>	2
<b>Rizado máximo banda de paso</b>	0,5 dB
<b>Frecuencias de corte normalizadas</b>	0,139 a 0,141

Y las gráficas de su respuesta tanto en magnitud como en frecuencia se observan en la Fig. 62.



**Fig. 62 Respuesta del filtro elíptico de supresión del componente de 100 Hz.**



Finalmente, se emplea un filtro de rechazo de frecuencia para suprimir también el séptimo armónico de devanado. En este caso se emplea asimismo un filtro Chebysheff del tipo 1 y orden 2, similar a los empleados sobre los armónicos de 100 Hz y 250 Hz. La instrucción de MATLAB que lo diseña es:

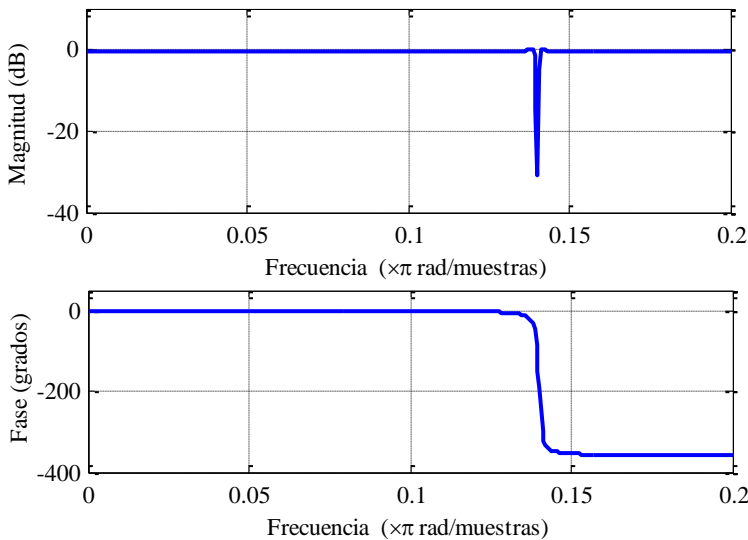
```
[B,A] = cheby1(2,0.5,[0.139 0.141], 'stop')
```

Sus características se muestran en la Tabla 15, y su respuesta tanto en magnitud como en fase en la Fig. 63.

En determinadas ocasiones es necesario aplicar también filtros de paso alto y paso bajo para eliminar los términos cruzados producidos por armónicos que cuentan con una amplitud significativa, bien sean de frecuencia constante, caso de la serie de bandas laterales producidas por una carga de par fluctuante, o frecuencia cambiante durante el arranque (caso de los PSH, que se mueven en frecuencias relativamente altas y crean términos cruzados en la banda entre 50 y 500 Hz) al final del transitorio de arranque.

**Tabla 15. Coeficientes de diseño del filtro IIR de rechazo del componente de 350 Hz.**

<b>Tipo</b>	Chebysheff tipo 1
<b>Orden</b>	2
<b>Rizado máximo banda de paso</b>	0,5 dB
<b>Frecuencias de corte normalizadas</b>	0,139 a 0,141



**Fig. 63 Respuesta del filtro de Chebysheff para la supresión del séptimo armónico de devanado.**

Un ejemplo de diseño de filtro de este tipo se observa en la siguiente instrucción de MATLAB:

```
[B,A] = ellip(3,10,152,0.25, 'low')
```

Las características de este filtro de paso bajo, que tiene como tarea eliminar la evolución final de los PSH, los cuales de otro modo causarían términos cruzados, se muestra en la Tabla 16:

**Tabla 16. Coeficientes de diseño del filtro IIR elíptico de paso bajo.**

<b>Tipo</b>	Elíptico (Cauer)
<b>Orden</b>	3
<b>Rizado máximo banda de paso</b>	10 dB
<b>Atenuación mínima banda de rechazo</b>	152 dB
<b>Frecuencias de corte normalizada</b>	0,24

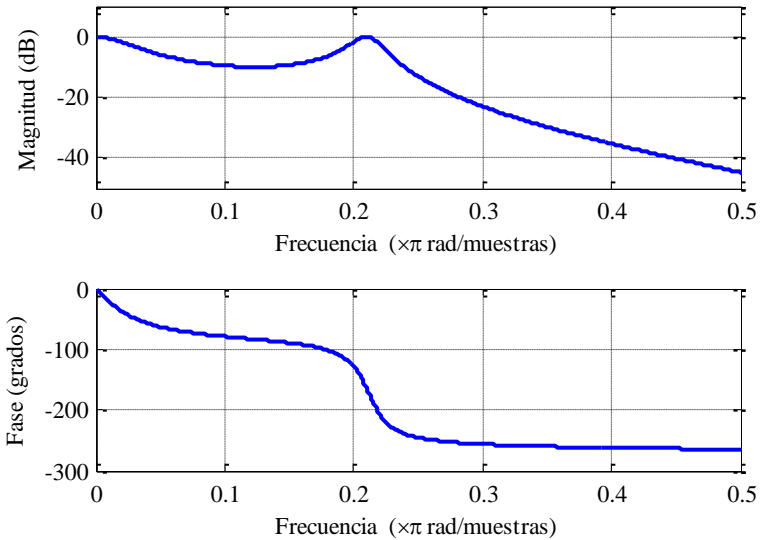
La respuesta tanto en magnitud como en fase de dicho filtro elíptico de paso bajo se presenta en la Fig. 64. Se observa el rizado de la banda de paso y la reducción de la magnitud de la respuesta más allá de la frecuencia normalizada de corte, situada en 0,24. El valor de máxima atenuación, de 152 dB se consigue al final de la banda de rechazo, para valores de frecuencia normalizada próximos a 1. La distorsión en fase es relativamente menor en la zona de paso de banda, especialmente entre 0,05 y 0,18 (125 Hz y 450 Hz).

También es posible elegir para la realización de esta tarea filtros del tipo Butterworth, con los que se consigue una respuesta en magnitud plana, y por tanto menor alteración de la amplitud de los armónicos que son objeto de estudio.

En definitiva, el método de análisis propuesto (ver Fig. 49) consta de una etapa previa de filtrado, que a diferencia de los métodos que emplean la transformada Wavelet discreta, permite seleccionar a voluntad en la corriente de arranque de un motor de inducción una amplia caja tiempo-frecuencia, la cual se encuentra alejada de la influencia de armónicos de baja frecuencia que no contribuyen al diagnóstico, como los producidos por una carga pulsante, y armónicos de orden alto, como los PSH. En esta banda, todavía permanecen los armónicos de frecuencia constante, especialmente los de mayor amplitud a 150, 250 y 350 Hz. Dado que su frecuencia no varía durante el arranque directo de un motor de inducción, es posible suprimirlos haciendo uso de la atenuación producida por filtros de rechazo de frecuencia, o *notch*.

De esta manera, tras el proceso de filtrado, se obtiene una señal residuo que contiene únicamente armónicos provocados por defectos y, al comienzo de la señal, la traza de los PSH, que al ser su frecuencia proporcional al número de barras por la velocidad de giro del rotor, rápidamente evolucionan hacia las altas frecuencias, dejando libre de interferencias una caja tiempo-frecuencia sobre la que se lleva a cabo el diagnóstico.

Antes de proseguir con los siguientes dos pasos del método de análisis, la obtención de la señal analítica y la aplicación de la transformada de Wigner-Ville, es necesario someter a la señal muestreada a una reducción de su tamaño de manera que no sobrepase una longitud de  $2,5 \cdot 10^3$  muestras. Este límite viene establecido por el hecho de que en programas como el MATLAB, la salida de las funciones tiempo-frecuencia se gestionan como matrices, y que estos programas poseen un límite máximo del tamaño de una matriz, establecido de alrededor medio gigabyte para el MATLAB funcionando con código de 32 bits.



**Fig. 64 Respuesta del filtro elíptico de paso bajo.**

Es por ello, que para una tasa de captura de la forma de onda de  $5 \cdot 10^3$  muestras por segundo, se podrían estudiar mediante la transformada de Wigner-Ville en un PC normal un transitorio de 5 segundos, con una frecuencia máxima de  $2,5 \cdot 10^3$  Hz, cuya representación en tiempo-frecuencia abarcaría  $6,25 \cdot 10^8$  puntos, en el límite del tamaño máximo de matriz. Sin embargo, si se realiza un submuestreo, es posible estudiar un arranque de 10 segundos de duración sin pérdida de información, puesto que por encima de la nueva frecuencia máxima de  $1,25 \cdot 10^3$  Hz apenas hay componentes de interés. Incluso los PSH en estado estacionario poseen una frecuencia menor. Es más, incrementándose el submuestreo, es posible procesar arranques de 20 segundos manteniendo una frecuencia máxima para el diagnóstico de 625 Hz, lo que permite apreciar armónicos de fallo tanto de orden alto como de orden bajo.

Usualmente se realiza este procedimiento tras la aplicación de la etapa de filtrado (téngase en cuenta que si se realiza antes de la etapa de filtrado, la respuesta al impulso inicial de los filtros de rechazo de banda abarcará gran parte del diagrama tiempo-frecuencia). La instrucción de MATLAB para efectuar un submuestreo de orden 2 es:

```
onda=decimate(onda,2);
```

En el caso de que el filtro de paso bajo que esta instrucción emplea previamente al diezmado cause algún tipo de distorsión, es fácilmente implementable una función análoga que realice el filtrado previo de la manera más conveniente para evitar este efecto.

#### 4.6 Inconvenientes de la aplicación de filtros IIR

En el método de diagnóstico de motores de inducción basado en el estudio de transitorios expuesto hasta ahora, y en los artículos y ponencias publicadas hasta el momento de redactar la presente tesis [81], [182], [183], [184], [185], se han utilizado filtros de respuesta infinita al impulso (IIR).

Este tipo de filtros presentan la ventaja de su relativa sencillez computacional y la amplitud de los conocimientos que se tiene sobre ellos, al derivarse de los ampliamente estudiados filtros analógicos.

Sin embargo, como se muestra en 2.3.19, los filtros IIR presentan una serie de desventajas, algunas de gran influencia si se pretende aplicar la distribución de Wigner-Ville a la señal filtrada.

En primer lugar se tiene la distorsión de fase. Como se muestra en la Fig. 20, la respuesta en fase de un filtro IIR en la banda de paso no es constante. La variación de la pendiente de la respuesta de fase causa distorsiones en señales moduladas. Es más, la alteración de la fase podría impedir la realización de análisis como el llevado a cabo por Blödt et Al. en [162], en el cual distingue oscilaciones del par producidos por la carga de los fallos debidos a la excentricidad gracias a comparar la fase de dos componentes que aparecen en el diagrama tiempo-frecuencia obtenido mediante la distribución de Wigner-Ville.

Los filtros IIR son ampliamente usados, y por ello se han propuesto varias soluciones a este problema:

- 1) Contabilizar los diferentes cambios de fase producidos por todos los filtros y compensar la fase de la señal resultante en los intervalos de frecuencia adecuados por una batería de filtros *allpass*.
- 2) Una vez filtrada la señal, invertir el orden temporal de los valores de la misma y volver a introducirlos en el mismo filtro. Esto ocasiona una compensación exacta de la distorsión de la fase, aparte de una respuesta en magnitud igual al cuadrado de la respuesta del filtro original.

Ambos procedimientos son perfectamente aplicables al método de análisis propuesto, consiguiéndose la compensación requerida. Sin embargo, en el primer caso, la solución es relativamente compleja, precisándose siete filtros del tipo *allpass* para efectuar la corrección, lo cual duplicaría el número de filtros usado por el método e incrementaría su complejidad. Al ser la sencillez una de las guías en la realización de la presente tesis, dicha opción queda descartada.

Para la segunda opción no sería preciso el diseño de nuevos filtros, y se podría incluso implementar en un procesador digital de la señal de una manera sencilla. Sin embargo, la distorsión de la fase no constituye la única desventaja de los filtros IIR.

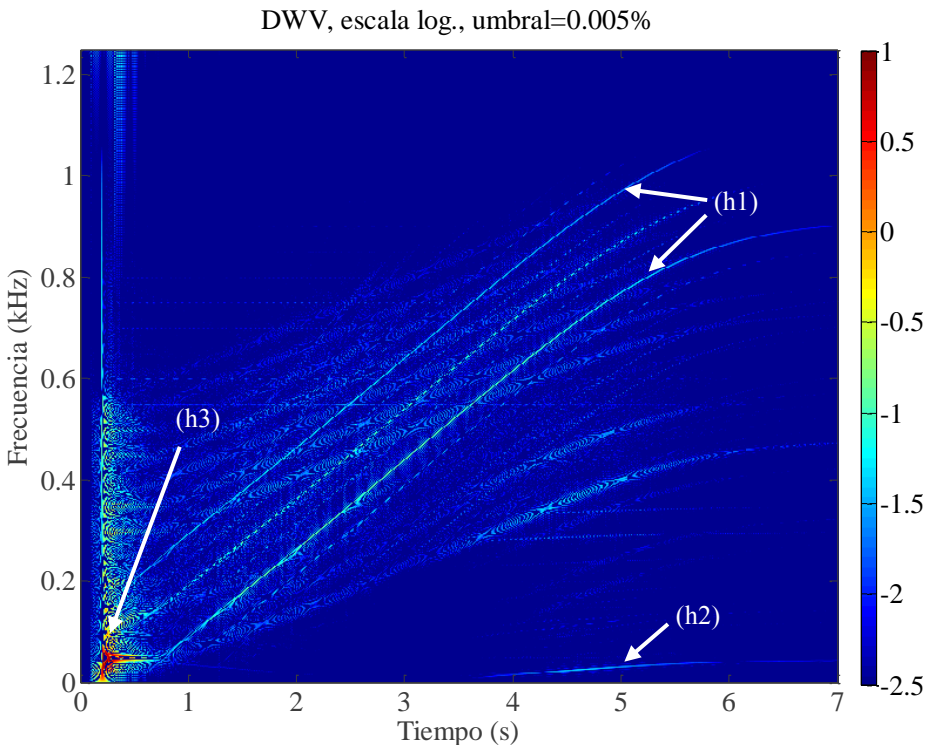
Como su nombre indica y se muestra en la Fig. 21, la respuesta de un filtro IIR ante un impulso no alcanza cero en un tiempo finito, es decir, dicho impulso a la entrada del filtro crea una oscilación en su salida que decae exponencialmente, extendiéndose hasta el infinito.

Esta particularidad es una gran desventaja si lo que se desea es estudiar el transitorio de arranque directo de un motor de inducción mediante la distribución de Wigner-Ville, pues al comienzo del mismo, en el instante de conexión, siempre aparece un impulso de mayor o menor amplitud. El efecto de este impulso es propagado por la aplicación de los filtros IIR a una sustancial parte de la distribución en tiempo-frecuencia de un arranque directo.

Por ejemplo, en la Fig. 65 se aprecia la distribución en tiempo-frecuencia de la corriente circulante por la fase R durante el transitorio de arranque, mostrada en la Fig. 50. En dicha figura se observan tanto los PSH (h1) como una traza del LSH (h2), como cabría esperar.

No obstante, la característica más relevante y cuya magnitud fija la escala de la representación es el transitorio de conexión (h3), que para frecuencias cercanas a los 50 Hz ocupa gran parte del primer segundo del transitorio de arranque.

En el caso de un arranque tan lento, en el cual el motor de inducción tarda siete segundos en alcanzar el régimen estacionario, este efecto no tiene gran impacto a no ser que se desee estudiar la evolución de los diferentes armónicos de fallo en los primeros instantes tras la conexión.



**Fig. 65 DWV de la corriente de arranque 33500, fase R, con uso de filtros IIR.**

Sin embargo, esta respuesta infinita al impulso sí que puede tener su influencia en arranques más rápidos, como es propio de los pequeños motores de inducción. Con la

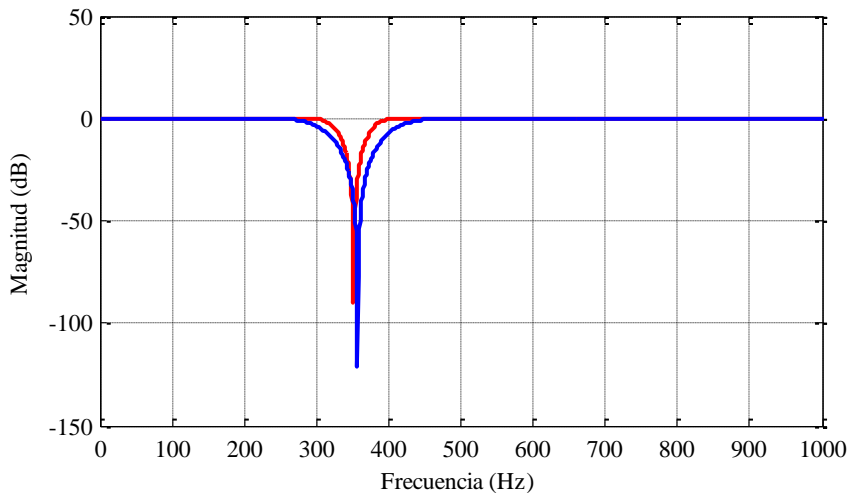
misma inercia del conjunto, un motor del doble número de polos alcanza la velocidad de giro estacionaria en menos de dos segundos. En este caso casi la mitad del diagrama tiempo-frecuencia quedaría inservible por la presencia de esta interferencia, y el resto del mismo estaría sujeto a la aparición de términos cruzados producidos por esta interferencia de gran amplitud.

Así pues, el uso de filtros de respuesta infinita al impulso (IIR) provoca sobre la distribución de Wigner –debido a la alteración de la fase y la propagación del impulso inicial que su uso conlleva– una disminución de la información que este algoritmo es capaz de mostrar. Esta reducción se acrecienta conforme se reduce la longitud temporal del arranque.

#### 4.7 Mejora del método propuesto mediante la utilización de filtros FIR

Al contrario que los filtros IIR, los filtros de respuesta finita al impulso (FIR), como se muestra en la Fig. 23, construidos simétricamente, (es decir, los coeficientes del filtro cumplen que  $h[n]=h[-n]$ ), poseen distorsión de fase nula, resolviéndose dos de los grandes inconvenientes de los filtros IIR.

Adicionalmente, a estas ventajas habría que añadir el hecho de que los filtros FIR son especialmente adecuados para su implementación en dispositivos de computación, como los procesadores digitales de la señal (DSP).



**Fig. 66** Respuesta en magnitud de dos filtros FIR de rechazo de frecuencia.

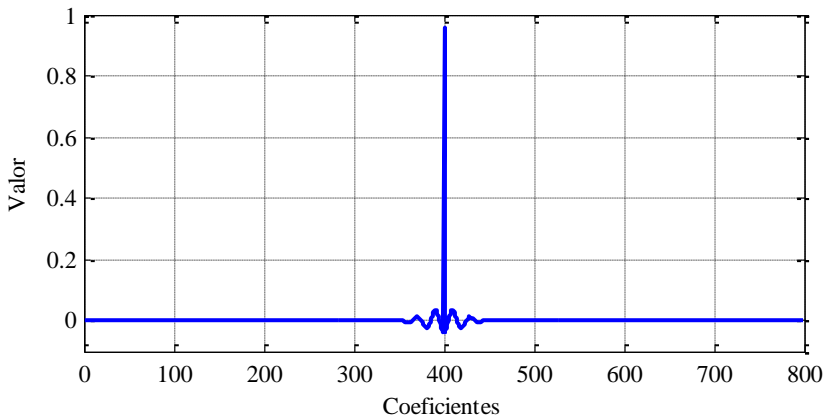
Mediante el procedimiento propuesto por [77] y expuesto en el punto 2.3.21 es posible diseñar filtros FIR de rechazo de frecuencia con sencillez. En la Fig. 66 se observa la respuesta de dos de estos filtros diseñados para rechazar el séptimo armónico de devanado (350 Hz). En azul se muestra el filtro que cuenta con una amplitud de la banda de atenuación  $\Delta\lambda$  de 125 Hz (frecuencia normalizada de 0,1), es decir, rechaza la frecuencia de 350 Hz pero también atenúa (reduce su amplitud en más de 3 dB) las frecuencias

comprendidas entre los 287,5 Hz y los 412,5 Hz. La longitud de este filtro es de 203 coeficientes.

Como se observa en la Fig. 66, estos filtros poseen respuesta plana en la banda de paso, Es decir, no alteran las características de la señal en esta zona.

Para reducir la zona de atenuación, es necesario incrementar el número de coeficientes del filtro FIR. En rojo se muestra la respuesta experimental en magnitud del diseño realizado con una banda de atenuación  $\Delta\lambda$  de 0,05, esto es de 62,5 Hz. En este caso la banda de atenuación, en la cual la magnitud se reduce más de 3 dB, se extiende de 318,75 Hz a 381,25 Hz a costa de incrementar el número de coeficientes del filtro hasta los 799.

No obstante, como sugieren los autores [77], es posible despojar a estos filtros de sus coeficientes con valores absolutos por debajo de  $10^{-4}$ , puesto que tienen poca influencia en la respuesta. En la Fig. 67 se aprecia la representación del valor de los coeficientes del filtro (equivalente a la respuesta en tiempo a un impulso unidad) cuya respuesta en magnitud respecto a la frecuencia se representa en rojo en la Fig. 66. Los coeficientes entre 1 y 300, y entre 500 y 799, aproximadamente, poseen un valor absoluto muy pequeño y por tanto son prescindibles. El comportamiento del filtro queda casi completamente determinado por los coeficientes centrales. De esta manera el filtro cuya magnitud de la respuesta es la representada en rojo en la Fig. 66 pasa de poseer una longitud de 799 coeficientes, a sólo 143. La reducción del número de coeficientes también limita la expansión temporal del impulso inicial (igual a la longitud del filtro), contribuyendo a la claridad del diagrama.



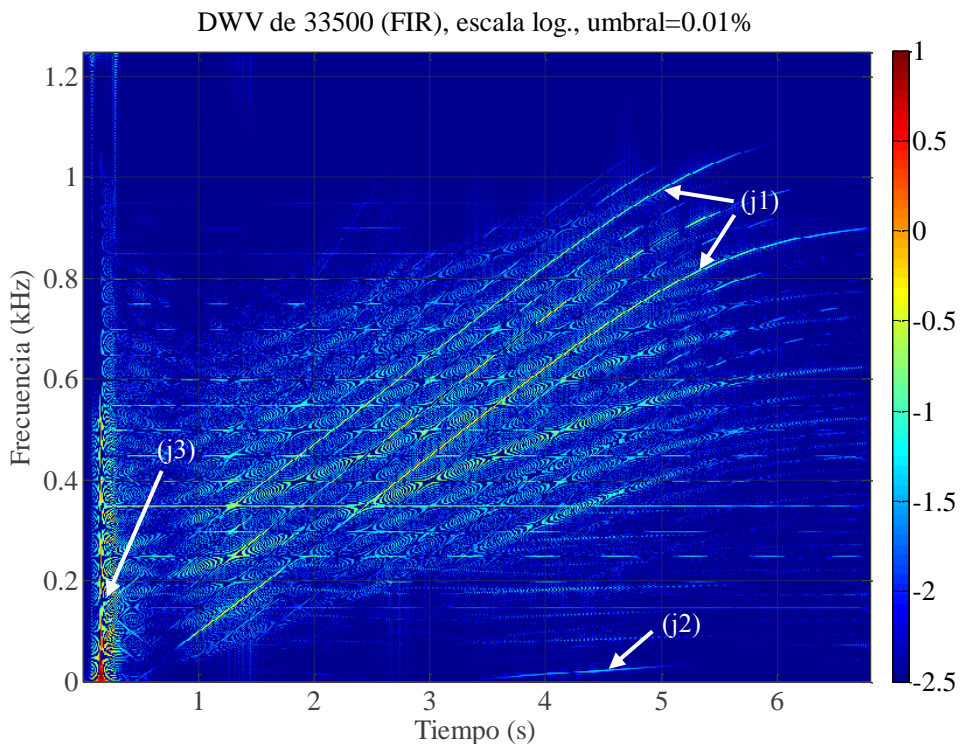
**Fig. 67 Valor de los coeficientes del filtro FIR de rechazo de frecuencia y banda de paso plana**

Como consecuencia del método de diseño de estos filtros de rechazo de frecuencia y respuesta plana en la banda de paso (ver 2.3.21), la banda de atenuación no puede abarcar la frecuencia cero, dado que esto provocaría que  $p$ , la multiplicidad de los ceros de valor 1 en (2.232) fuera menor que uno (para la supresión de las componentes DC los autores proponen otro algoritmo en [186]). Por tanto, aparece una frecuencia de rechazo mínima, situada a una distancia del origen aproximadamente igual a la mitad de la banda de atenuación, dependiendo ésta, por tanto, de la tasa de muestreo de la señal y de la amplitud de la banda de atenuación. Para el caso de  $2,5 \cdot 10^3$  muestras por segundo y  $\Delta\lambda$  de 0,05 se

comprueba experimentalmente (Fig. 70) que dicha frecuencia mínima es de 56,18 Hz. Con el objetivo evitar esta limitación, si se usan estos filtros podría ser necesario efectuar un submuestreo adicional antes de aplicar el filtro de rechazo de la frecuencia de 50 Hz.

Un ejemplo preliminar del análisis mediante la distribución de Wigner-Ville sobre la corriente de arranque filtrada mediante filtros FIR se observa en la Fig. 68. En este caso tan solo se ha aplicado el filtro que elimina la componente de 50 Hz, con una amplitud de la banda de atenuación moderada, de 0,63 o lo que es lo mismo, de 80 Hz alrededor de estos dos armónicos. De esta manera se obtienen filtros de 248 coeficientes (sin truncar), cuyo retraso al comienzo de la señal se compensa añadiendo 500 ceros.

Se puede observar como para las mismas condiciones de representación (escala logarítmica y umbral de 0,01%) que en la Fig. 65, se muestran una mayor cantidad de componentes. Los PSH dominan la distribución, mientras se desplazan hacia las altas frecuencias (j1), mientras que el LSH, a pesar de tratarse de una máquina sana y encontrarse en la banda de atenuación del filtro de rechazo de la componente fundamental de la corriente, aparece claramente (j2). Todo ello es resultado de la menor amplitud y longitud finita de la respuesta al impulso (j3) que incrementan la resolución en energía de la representación.

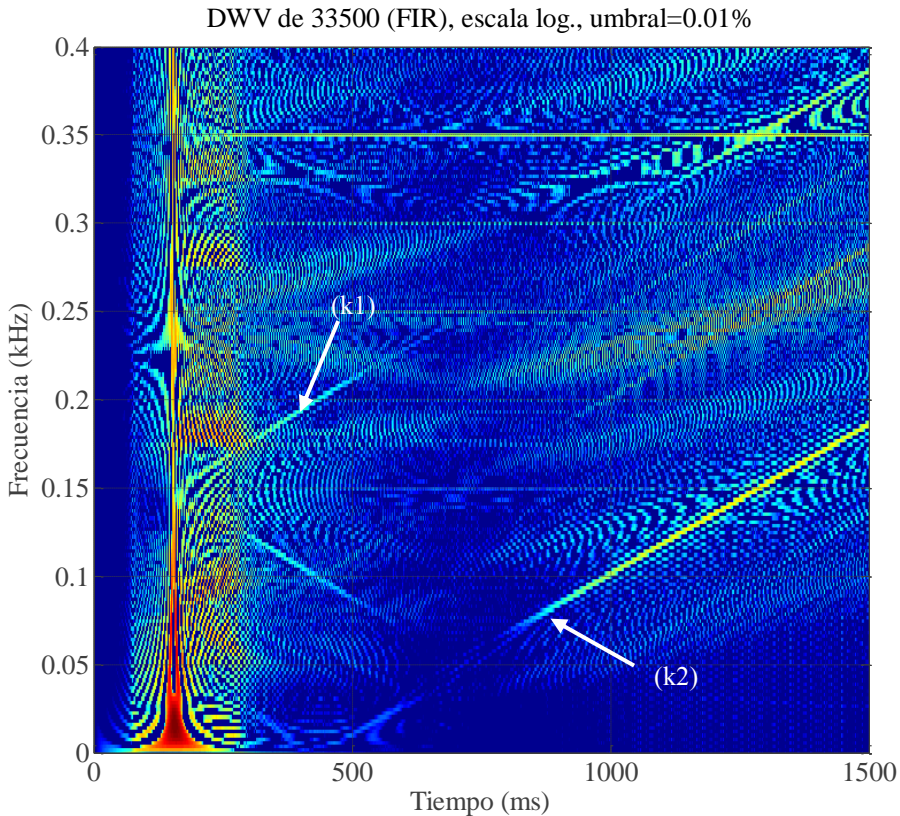


**Fig. 68 DWV de la corriente de arranque 33500, fase R, con uso de filtros FIR.**

Es más, centrado el estudio sobre el primer segundo y medio de la distribución, y retirando también el quinto armónico de devanado mediante la misma técnica, se observa claramente



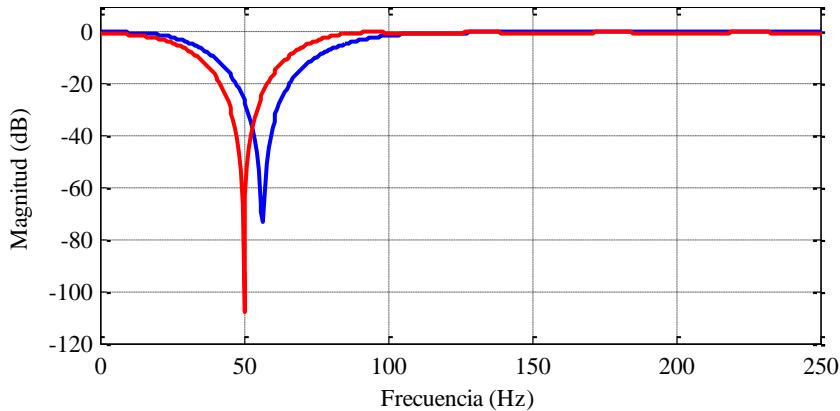
las frecuencias de los PSH en el instante de conexión, y que los componentes que dominan el diagrama son el PSH que parte de 150 Hz y realiza una evolución directa (k1) y el PSH que parte de 50 Hz y realiza una evolución indirecta (k2), es decir, los que cumplen con la ecuación (2.9) para  $\nu=3$  y  $\nu=-1$ , respectivamente.



**Fig. 69 DWV de la corriente de arranque 33500, fase R, con uso de filtros FIR. Frecuencias de inicio de los PSH.**

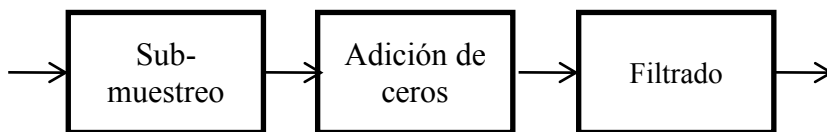
No obstante, el procedimiento todavía se puede mejorar. Como se indica en [77], se obtienen filtros FIR de rechazo de frecuencia poseedores de un menor número de coeficientes si se permite cierto rizado en la banda de paso. En la Fig. 70 se muestra una comparación entre ambos enfoques. El filtro FIR de paso de banda plano, en azul, ha sido diseñado para una frecuencia de rechazo de 50 Hz y banda de atenuación  $\Delta\lambda$  de 0,05. Posee 799 coeficientes sin truncamiento, y 133 coeficientes si se desprecian los coeficientes del filtro al comienzo y al final de su respuesta al impulso unitario, cuyos valores absolutos son menores de  $10^{-4}$ . En rojo se muestra la respuesta en frecuencia del filtro FIR *notch* diseñado mediante el procedimiento que permite el rizado en la banda de paso de 1 dB (una alteración de la energía de la señal máxima del 25,9%). El número de coeficientes de este filtro es de 51, para la misma frecuencia de diseño y banda de atenuación.

A pesar de que la forma de las respuestas es muy similar, el filtro con rizado en la banda de paso posee una atenuación máxima mucho mayor, además de lograr alcanzar plenamente la frecuencia a suprimir. El filtro con respuesta plana, sin embargo, aunque reduciría en 30 dB la amplitud de la componente fundamental de la corriente, no lograría suprimirlo plenamente, por las razones expuestas anteriormente.

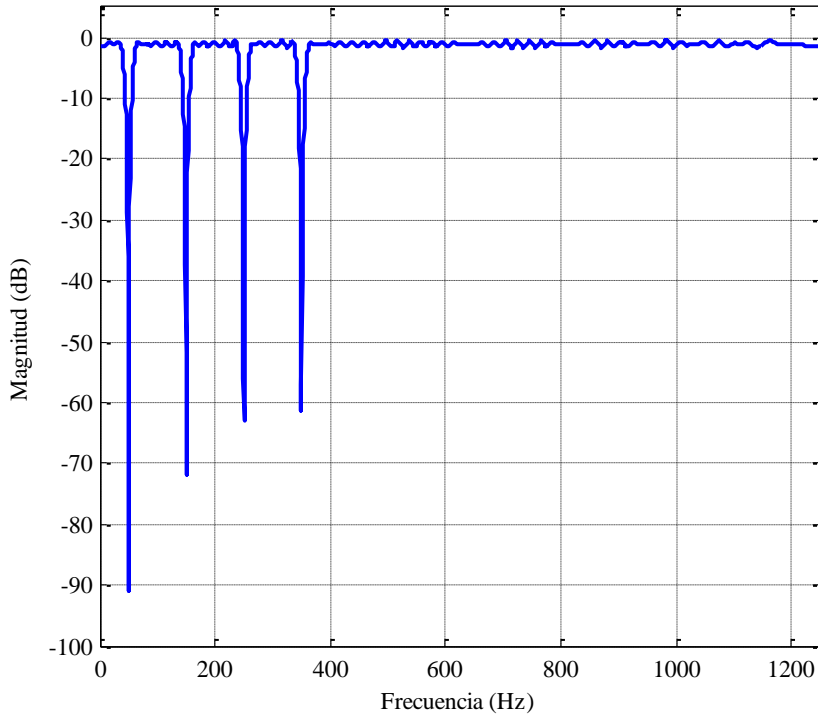


**Fig. 70** Respuesta en frecuencia de un filtro de notch de paso de banda plano (en azul) y paso de banda con rizado de 1 dB (en rojo).

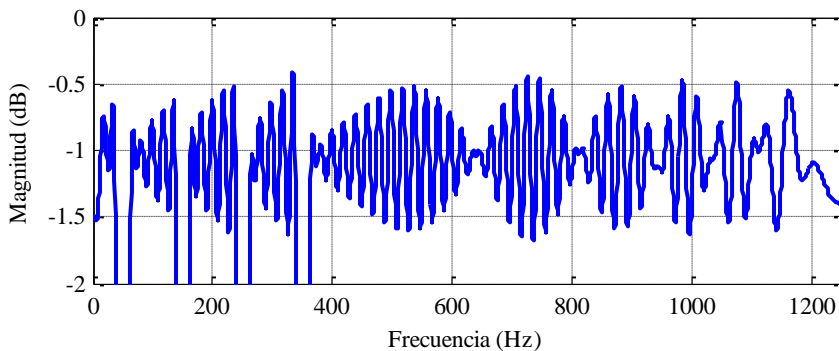
Por otra parte, es posible adicionar la respuesta de varios filtros FIR sin más que efectuar la convolución de sus coeficientes. De esta manera, un banco de filtros FIR, con rizado en la banda de paso máximo de 0,5 dB, frecuencias de rechazo de 50 Hz, 150 Hz, 250 Hz y 350 Hz, amplitud de la banda de atenuación  $\Delta\lambda$  de 0,02 (12,5 Hz antes y después de cada frecuencia de rechazo para una frecuencia de muestreo de 2.500 Hz y 271 coeficientes, queda adicionado como un único filtro de 1.083 coeficientes, algunos de los cuales, por su pequeño valor, pueden desecharse en la mayoría de las aplicaciones (si se suprimen las colas al principio y al final del filtro cuyos coeficientes posee un valor absoluto por debajo de  $10^{-5}$ , se obtiene un filtro de rechazo en cuatro frecuencias de 773 coeficientes). La respuesta de dicho filtro *notch* combinado se muestra en la Fig. 72.



**Fig. 71** Procedimiento de filtrado de la corriente estática mediante filtros FIR



**Fig. 72** Respuesta en magnitud de la convolución de los tres filtros FIR de rechazo de las frecuencias 50 Hz, 150 Hz, 250 Hz y 350 Hz.



**Fig. 73** Rizado en la banda de paso.

Respecto al rizado en la banda de paso apenas se ve alterado por efecto de esta convolución, siendo muy próximo al de diseño, de 0,5 dB, es decir, un 12,2 % de alteración máxima de la amplitud de los componentes de la señal.

Este filtro con varias frecuencias de rechazo forma el núcleo del tratamiento de la señal previo a la computación de la distribución de Wigner-Ville. Adicionalmente, para el procesamiento de señales capturadas con una frecuencia de muestreo de  $5 \cdot 10^3$  muestras por segundo, se añaden etapas automatizadas de submuestreo y adición de ceros, según lo indicado en la Fig. 71:

Estas etapas se describen a continuación:

- 1) El submuestreo inicial, de orden 2, reduce las necesidades computacionales del método, incrementado la velocidad del proceso de convolución de la señal con los coeficientes del filtro FIR, al reducir el número de elementos de la primera a la mitad, sin pérdida de información, puesto que los componentes por encima de los 1.250 Hz son irrelevantes para el diagnóstico de la máquina.
- 2) A continuación se añaden al principio y final de la señal igual número de ceros que el número de coeficientes resultantes de efectuar la convolución entre los coeficientes de los filtros de 50 Hz, 150 Hz, 250 Hz y 350 Hz, de esta manera la señal no sufre retrasos al comienzo y al final de la misma por la aplicación de éstos.
- 3) Finalmente, en la tercera etapa, se efectúa la convolución de la señal con la resultante de aplicar la convolución a los coeficientes de los filtros de 50 Hz, 150 Hz, 250 Hz y 350 Hz. De esta manera, en un solo paso, se suprimen dichos componentes.

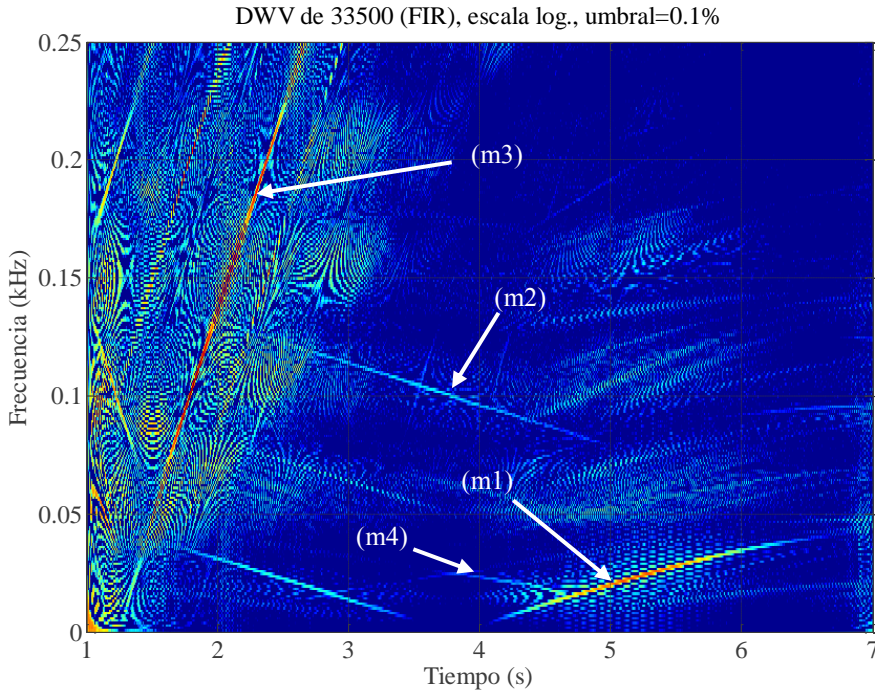
El potencial de los filtros FIR se muestra con la aplicación del procedimiento completo a la corriente del arranque 33.500 y fase R, que debemos recordar se trataba de una máquina en estado sano, con una asimetría rotórica ligeramente incrementada debido al proceso de torneado.

La Tabla 17 muestra las características del tratamiento de filtrado y submuestreado previo al cálculo de la señal analítica y la computación de la distribución de Wigner-Ville.

El resultado se muestra en la Fig. 74. Se observa la evolución de los PSH (m3), cuyas trazas evolucionan rápidamente hacia las altas frecuencias, así como el LSH (m1) y el USH (m2), a pesar de su pequeña magnitud por tratarse de una máquina en estado sano. También es posible apreciar la traza de un armónico de excentricidad (m4), también observado en la Fig. 56 (f3).

**Tabla 17. Parámetros de filtrado FIR, armónicos de orden bajo.**

<b>Armónicos de frecuencia constante suprimidos</b>	50, 150, 250 y 350 Hz
<b>Tipo de filtros pasa banda usados</b>	(no se usa)
<b>Frecuencia de corte filtro paso alto</b>	(no se usa)
<b>Frecuencia de corte filtro paso bajo</b>	(no se usa)
<b>Frecuencia de muestreo a la entrada de DWV</b>	625 muestras /s
<b>Muestras eliminadas</b>	625 (1 segundo)



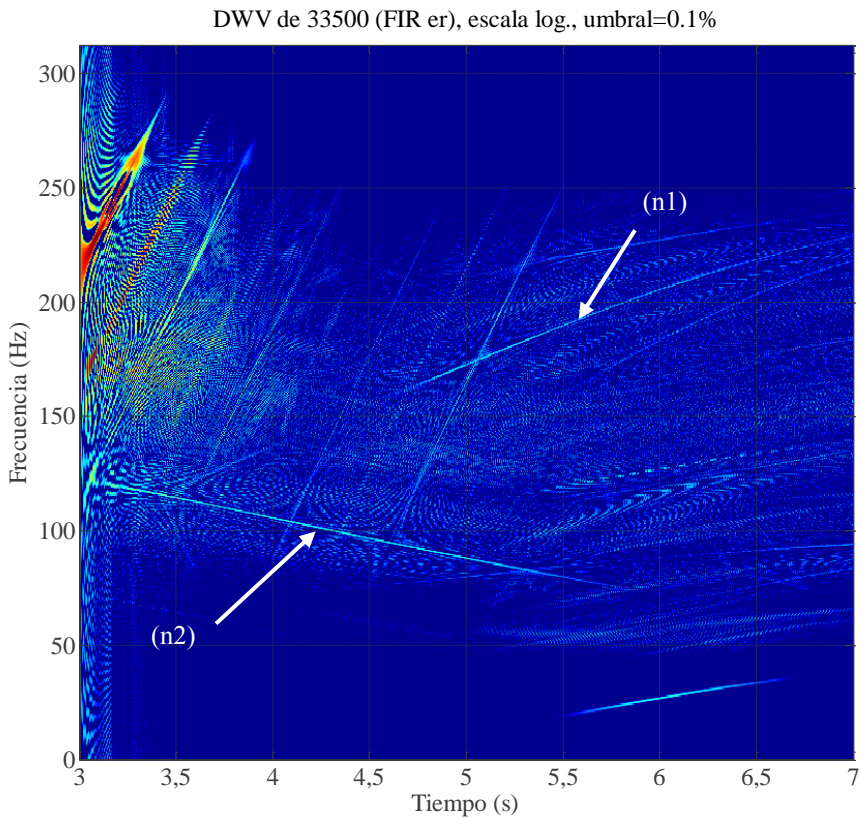
**Fig. 74 DWV de la corriente de arranque 33500, fase R, con uso de filtros FIR. Bajas frecuencias.**

Finalmente, se aplica un filtro de paso de banda, diseñado mediante el algoritmo de Parks-McClelland, según se encuentra implementado en MATLAB, para tratar de detectar los armónicos de orden alto. Con este objetivo se centra la señal en la última parte del transitorio de arranque, suprimiéndose los tres primeros segundos del arranque antes de la computación de la señal analítica y la transformada de Wigner-Ville. El resultado se muestra en la Fig. 75 y se puede comparar con el mismo resultado si el procesamiento se realiza mediante filtros IIR, según la Fig. 58. Mediante el uso de los filtros FIR también se aprecian los armónicos de orden alto que indican asimetría rotórica (n1) y el USH (n2) (g1 y g2, respectivamente, en la Fig. 58) en gran parte de su evolución, aunque la máquina se encuentra en estado sano.

En resumen, los filtros FIR presentan una gran ventaja a la hora de efectuar un filtrado previo a la computación de la distribución de Wigner-Ville, dada su respuesta finita al impulso y sus capacidades de preservación de la fase. Los desarrollos recientes permiten su construcción con un número moderado de coeficientes. El retraso que provocan en el procesamiento de la señal en general no es crítico para esta aplicación y es posible compensarlo mediante la adición de ceros y reduciendo el número de coeficientes de los filtros al desechar los de menor valor absoluto.

**Tabla 18. Parámetros de filtrado FIR, armónicos de orden alto.**

<b>Armónicos de frecuencia constante suprimidos</b>	50, 150, 250 y 350 Hz
<b>Tipo de filtros pasa banda usados</b>	FIR (pm)
<b>Frecuencias de transición</b>	60-85 Hz 350-375 Hz
<b>Frecuencia de muestreo a la entrada de DWV</b>	625 muestras /s
<b>Muestras eliminadas</b>	1.875 (3 segundos)



**Fig. 75 DWV de la corriente de arranque 33500, fase R, con uso de filtros FIR con rizado en la banda de paso. Altas frecuencias.**

Para el estudio de señales que contienen un impulso se obtienen mejores resultados aplicando con moderación filtros de rechazo de frecuencia con paso de banda plano. Los filtros de paso de banda con rizado, sin embargo, permiten una mejor visualización de

armónicos de defecto en la parte final del arranque, suministrando un diagrama tiempo-frecuencia sin discontinuidades.

#### 4.8 Método de cuantificación propuesto

La distribución de Wigner-Ville presenta una serie de desventajas en su aplicación, como es la aparición de términos cruzados. Sin embargo, como contrapartida, posee otras ventajas, que en este caso facilitan la definición inmediata de un parámetro de cuantificación.

De acuerdo con la expresión (2.122), para la obtención de la frecuencia instantánea a partir de la transformada de Wigner-Ville, basta tan sólo con hallar el primer momento respecto a la frecuencia, es decir, calcular la frecuencia media de la distribución para el instante considerado  $t$ :

$$\varphi'(t) = \langle \omega \rangle_t = \frac{1}{|s(t)|^2} \int_{-\infty}^{\infty} \omega W(t, \omega) d\omega \quad (4.4)$$

Esta característica de la distribución de Wigner-Ville fue inicialmente aplicada al seguimiento del LSH 50, que evoluciona durante un arranque directo [148]. Para ello, se filtraba la señal mediante Wavelets hasta conseguir una aproximación que englobase las frecuencias por debajo de la componente fundamental. En esta caja tiempo-frecuencia aparecen, ante fallos como asimetría rotórica y excentricidad [149], un armónico, en cada caso, de una relativamente gran amplitud, cuyos cambios en frecuencia es posible detectar y seguir de una manera sencilla mediante la expresión (4.4).

En estos estudios, la detección de avería se efectuaba mediante la comparación de la frecuencia instantánea obtenida por (4.4) con las predichas por las expresiones (2.8) para la asimetría rotórica y (2.18) para la excentricidad mixta (con  $k=1$  y signo negativo en ambos casos). Si existía una avería, la evolución del valor de la frecuencia instantánea en esa caja tiempo-frecuencia por debajo de la componente fundamental, se asemejaría más a las indicadas por las expresiones teóricas. Este grado de semejanza cuantificado mediante un parámetro estadístico se utiliza como indicador de falta, siendo cuantificada la severidad de la misma evaluando la amplitud instantánea de la señal filtrada.

El método de cuantificación propuesto en la presente tesis, sin embargo, hace uso de la gran cantidad de información que la distribución de Wigner-Ville es capaz de suministrar para efectuar una mejora al respecto. En primer lugar, dado que sólo existe un armónico de amplitud significativa en esa caja tiempo frecuencia por debajo de la componente fundamental, la DWV trabaja en sus condiciones óptimas, detectando señales tipo *chirp*, y por ello produciendo muy pocos términos cruzados. En segundo lugar, la distribución de Wigner-Ville no sólo muestra la frecuencia instantánea, sino que además indica la densidad de energía tanto en tiempo como en frecuencia, por lo que es inmediato contabilizar la energía presente en ese armónico de frecuencia cambiante sin más que sumar los valores de la distribución para cada instante  $t$  en la frecuencia instantánea suministrada por (4.4) para ese  $t$ .

Matemáticamente se expresa de la siguiente forma:

$$e_{fi,a} = \sum_{t_c} \sum_{f=fi-a}^{fi+a} DWV(f, t_c) \quad (4.5)$$

Es decir, el método de cuantificación propuesto efectúa la suma de la energía presente en una banda dinámica, cuyos límites superior,  $fi+a$ , e inferior,  $fi-a$ , cambian en cada instante de tiempo  $t_c$ . Esta banda dinámica, se encuentra centrada en la frecuencia instantánea suministrada por la expresión (4.4)  $fi$  y posee amplitud de banda  $2a$  fijada empíricamente, de manera que se computa la mayor parte de la energía presente en el armónico para ese instante temporal  $t$ , realizándose dicha evaluación para todo  $t$  en el intervalo  $t_c$ . Dado que la frecuencia instantánea sigue a los componentes de falta en la caja tiempo-frecuencia que se encuentra por debajo del armónico fundamental [149], el método de cuantificación propuesto mide la energía de dicho armónico de falta, sea cual sea el defecto.

Así es posible definir un parámetro de avería, comparando la energía total de la señal para ese intervalo con la energía presente en dicho armónico de falta de frecuencia variable,  $e_{fi,a}$ :

$$\gamma_{w,x} = 10 \cdot \log \left[ \frac{2 \sum_{t_c} i_j^2}{e_{fi,a}} \right] \quad (4.6)$$

donde el factor 2 contabiliza que la señal analítica empleada en el cómputo de la distribución de Wigner-Ville posee el doble de energía que la señal original (ver ecuación (2.70) del punto 2.3.6).

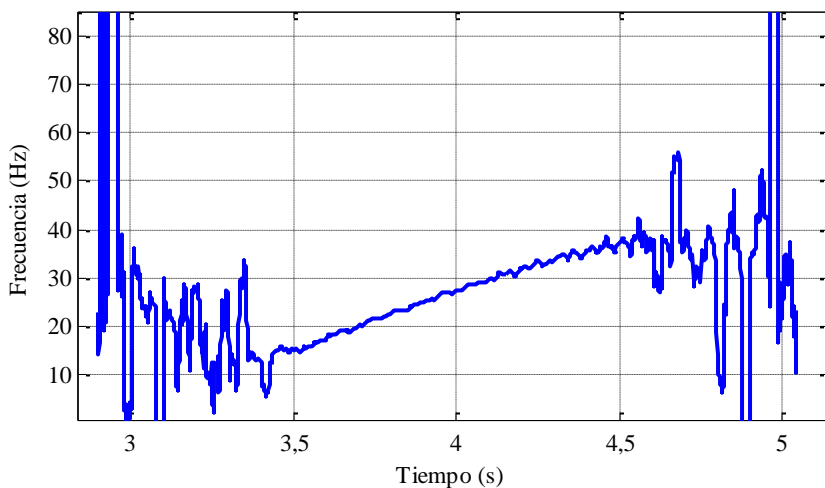
Este método, que no requiere la medición de la velocidad para su aplicación, presenta la ventaja frente al análisis en bandas de la Wavelet de ser mucho más resistente a las interferencias provocadas por otros armónicos, ya que sólo se evalúa la energía que evoluciona en concordancia con un patrón de cambio de frecuencia de un armónico en particular, característico de la avería, y por tanto minimiza las contribuciones de otros componentes, que sólo se suman a la señal en los puntos de cruce, instantes en los cuales comparten frecuencia.

Por ejemplo, para las bajas frecuencias de la Fig. 74 un sencillo cálculo basado en la ecuación (4.4) permite obtener la evolución de la frecuencia instantánea, que se muestra en la Fig. 76, entre el segundo 2,8 y el 5,2 del arranque 33.500. Este arranque corresponde a una máquina que sufre una ligera asimetría rotórica.

La frecuencia instantánea oscila fuertemente en los puntos donde no existe energía, que en este caso corresponde a los extremos del diagrama. Sin embargo, sigue fielmente la evolución en frecuencia del armónico LSH 50 de asimetría rotórica en la parte central (denominado (m1) en la Fig. 74).

El parámetro  $a$ , o semi-anchura de la banda dinámica, se establece empíricamente de manera que su incremento en 1 Hz haga variar en más de un 1% el parámetro indicador de avería dado por (4.6). Para un valor de 3 Hz, es decir, para una anchura de banda dinámica de 6 Hz, apenas se consiguen incrementos del indicador  $\gamma_{w,LSH}$  de 0,3% para la fase R y 0,7% para la fase T, así pues, se toma el valor de 2 Hz, creándose una banda dinámica centrada en la frecuencia instantánea, en la cual se integra toda la energía presente. El resultado se muestra en la Fig. 77.





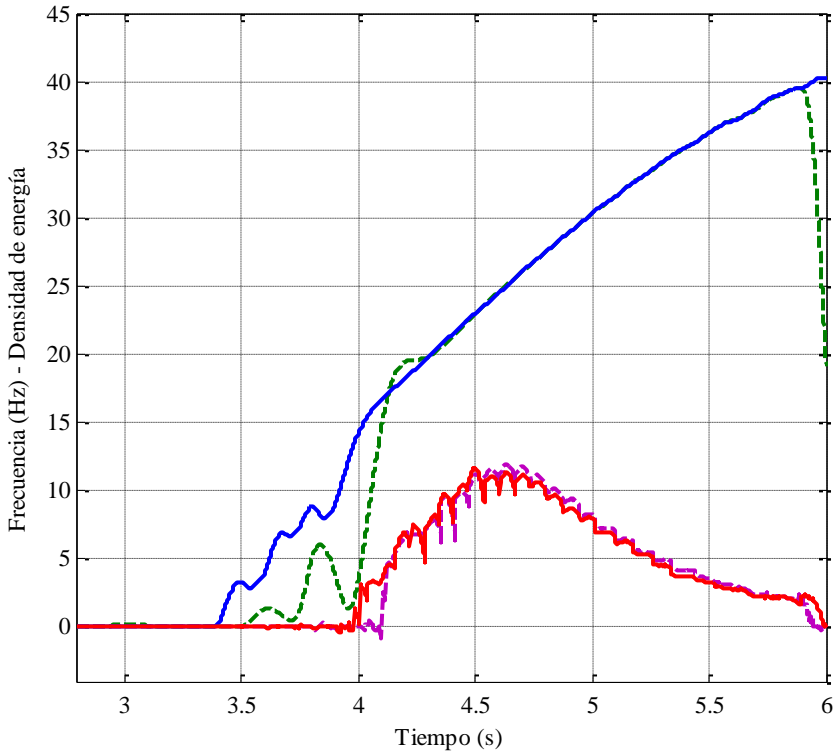
**Fig. 76 Frecuencia instantánea, arranque 33500, fase R.**

Para evitar las fuertes oscilaciones del valor de la frecuencia instantánea, que se observan en la Fig. 76, primeramente se han descartado los valores fuera de rango obtenidos mediante la expresión (4.4), es decir, aquellos por debajo de 0 Hz, por encima de 45 Hz o que presentasen una variación de más de 5 Hz con su precedente. Tras ello, se ha aplicado sobre el resultado un filtro de paso bajo. El resultado se observa en la Fig. 77, siendo muy estable para las zonas de la caja tiempo-frecuencia donde existe una gran energía. Por ello, los valores tanto de frecuencia instantánea como de energía son coincidentes para ambas fases en casi toda su evolución.

El indicador (4.6) basado en el método de cuantificación expuesto presenta unos valores de 23,6 dB para la fase R y 23,7 dB para la fase T. Esta pequeña variación, como muestra la Fig. 77, se debe a que el algoritmo tarda un poco más en fijar la frecuencia instantánea para la fase T (sobre el cuarto segundo) y la pierde antes (al final del diagrama) comparado con la fase R, lo que tiene como consecuencia la contabilización de una energía ligeramente menor para el primer caso, y por tanto que el indicador de dicha fase T se incremente con respecto al de su homólogo.

La versatilidad de este método de cuantificación es ilustrada por el hecho de que pueda usarse el mismo código empleado para la contabilización de la energía del LSH-50 sobre armónicos de alta frecuencia, como es el caso de determinados LSH-250 que también se ven muy afectados por la asimetría rotórica, sin más que ajustar las bandas de rechazo de los filtros.

En cuanto a sus limitaciones, el procedimiento así formulado no funcionará adecuadamente si la caja tiempo-frecuencia seleccionada contiene más de un componente de falta de amplitud similar (por ejemplo, si se pretende cuantificar la energía de un PSH en concreto para detectar el cortocircuito entre espiras) o, el caso más problemático, ante la aparición de interferencias. En estas situaciones, en especial en la última, sería necesario adquirir también la velocidad de la máquina durante el arranque.



**Fig. 77** Frecuencia instantánea detectada en la fase R (azul) y fase T (verde, discontinua) y densidad de energía detectada en la banda dinámica en cada instante para la fase R (rojo) y fase T (rosa, discontinua).

No obstante, hay que destacar que dada la evolución característica de los componentes de fallo, es posible establecer sencillas salvaguardas que descarten las medidas erróneas. Por ejemplo, para la confirmación de un adecuado seguimiento durante el arranque del LSH 50 en su rama ascendente, basta con asegurar que la frecuencia instantánea cambia de 0 a unos 40 Hz y que el máximo de energía se da cerca de los 24 Hz, como ilustra la Fig. 77.

#### 4.9 Recapitulación y conclusiones

En el presente capítulo se ha expuesto el método de diagnóstico propuesto. Dicha presentación ha sido realizada por etapas, introduciéndose sucesivamente tres versiones. En la primera de ellas, que sólo estudiaba las bajas frecuencias, se emplea la transformada Wavelet discreta para llevar a cabo el procesado previo que elimine los componentes de frecuencia constante de la corriente estatórica.

Tras los positivos resultados obtenidos, en los que era posible seguir la evolución de los componentes de asimetría rotórica y detectar otros de menor intensidad, incluso en una

máquina sana, se presenta un método de diagnóstico general, basado en la sustitución de la etapa de filtrado previa basada en Wavelets por un banco de filtros de rechazo de frecuencia, del tipo de respuesta al impulso infinita (IIR), que se encargan de eliminar de la señal la componente fundamental de la corriente y los armónicos de frecuencia constante, suministrando un diagrama en tiempo-frecuencia que abarca tanto las bajas como las altas frecuencias. Mediante este método se han detectado indicios de armónicos de asimetría rotórica de orden alto incluso en máquinas sanas.

Finalmente, se propone una mejora del método de diagnóstico general gracias al uso de filtros de respuesta finita al impulso (FIR), en lugar de los IIR. De esta manera se reducen las interferencias, especialmente en la parte inicial de la representación en tiempo-frecuencia, y se evitan alteraciones de la fase de la señal, preparando el método de diagnóstico para su implementación en dispositivos del tipo DSP.

El capítulo se cierra con la introducción de un procedimiento de cuantificación de la energía presente en componentes de frecuencia variable basado en la frecuencia instantánea. La distribución de Wigner-Ville permite el cálculo de esta magnitud de manera directa. Esta cuantificación es posible mediante la definición de una banda dinámica centrada sobre esta frecuencia instantánea, de esta manera se evita en gran medida la computación de valores correspondientes a otros armónicos que también evolucionan durante el arranque.

Así pues, como conclusión, el método de diagnosis propuesto es capaz de detectar y cuantificar armónicos de fallo de frecuencia variable presentes en la corriente de un motor de inducción conectado directamente a la red, tanto en bajas como en altas frecuencias. El procedimiento es lo suficientemente sensible como para efectuar esta evaluación incluso en máquinas en estado sano. La complejidad computacional del mismo es minimizada gracias a los últimos avances en filtros FIR de rechazo de frecuencia y el empleo de la distribución de Wigner-Ville.



## CAPÍTULO 5. VALIDACIÓN MEDIANTE SIMULACIÓN

Este capítulo está dedicado a la validación del método de diagnóstico propuesto mediante la detección de diferentes tipos de averías simuladas en motores de inducción. La tarea se realiza por etapas. En primer lugar, se simula el comportamiento del motor de inducción haciendo uso de la modelización más simple, para ir avanzando a continuación en complejidad y grado de detalle conforme el diagnóstico se muestra correcto.

Así pues, en primer, lugar se utilizan dos modelos analíticos con el objetivo de sintetizar señales de motores de inducción en estado sano y sufriendo asimetría rotórica y excentricidad mixta, bajo diferentes condiciones de operación. Estos modelos analíticos, dado su bajo coste computacional, gran efectividad a la hora de sintetizar los armónicos de fallo y versatilidad, han sido adaptados para su uso educativo y la formación de personal de mantenimiento mediante su implementación en Simulink™. Dicho resultado fue presentado en la 2ª conferencia internacional sobre educación, formación e informática, ICETI 2011 celebrada en Orlando, Florida, en marzo de 2011 [187] siendo galardonada la ponencia con el premio al mejor artículo de la sesión y, recientemente, aceptándose la misma para su publicación.

Seguidamente se valida el método de diagnóstico sobre señales obtenidas mediante simulaciones que usan la técnica de elementos finitos, capaces de ofrecer una mayor riqueza de armónicos presentes en el espectro de corriente de la máquina, y por ello, se aproximan más a la realidad. En primer lugar, el método de diagnóstico propuesto se aplica a corrientes de arranque obtenidas por un miembro del grupo de investigación durante su estancia en la entonces conocida como universidad técnica de Helsinki (HUT), previa a la realización de la presente tesis. En dicha colaboración se tuvo acceso a uno de los primeros desarrollos de modelado en elementos finitos aplicados al motor de inducción, realizado por

Antero Arkkio [188]. Esta herramienta es empleada para simular el comportamiento de la máquina de 35 kW cuyas características se exponen en el punto 1.3 del Anexo 1, tanto sufriendo excentricidad, como cortocircuitos en el estátor o incluso fallos combinados. Los resultados obtenidos han sido publicados en diferentes congresos: la aplicación a la detección de excentricidad mixta en [183], los cortocircuitos entre espiras en [182] y el procesado de señales causadas por fallos combinados en [184]. Los resultados sobre excentricidad forman parte también de un artículo publicado en 2011 [185].

Finaliza el capítulo con un último punto dedicado a la detección de armónicos de alta frecuencia debidos a la excentricidad mixta. Este resultado se ha obtenido al aplicar el método de diagnóstico propuesto sobre la forma de onda de corriente estatórica, obtenida por simulación mediante elementos finitos, del motor de inducción de 4 kW cuyas características se exponen en el punto 1.4 del Anexo 1. En este caso se usa un programa comercial de modelizado y procesamiento, el Flux™ 2D.

Así pues, el capítulo se organiza en dos secciones, modelos analíticos y modelos de elementos finitos, y en cada una de ellas se emplean dos modelos diferentes para validar el método de diagnóstico propuesto en las condiciones más variadas posibles.

## **5.1 Modelización de defectos mediante modelos analíticos**

Existen dos grandes enfoques para el desarrollo de modelos de máquinas de corriente alterna: los modelos basados en circuitos acoplados magnéticamente y los basados en las ecuaciones de campo electromagnético.

Los modelos comerciales que aplican el primer enfoque son capaces de simular únicamente máquinas eléctricas en estado internamente sano, aunque ciertamente es posible reproducir fallos externos a ellas, como defectos en la carga o en la alimentación. Los modelos de máquina de inducción suministrados con el programa Simulink™ son de este tipo.

Su atributo fundamental es la velocidad de computación. Gracias a que el modelo que usan considera simplificaciones como devanado simétrico e ideal, entrehierro de anchura constante, y ausencia de saturación y de defectos internos; la respuesta a un transitorio en la carga o en la alimentación se obtiene en cuestión de segundos. Esto ofrece la posibilidad de repetir el mismo análisis para distintas condiciones y de esta manera proceder al ajuste las diferentes técnicas de diagnosis e indicadores del estado de la máquina.

En el extremo opuesto se hallan los modelos basados en ecuaciones de campo electromagnético, empleados en programas de resolución de elementos finitos, cuya computación puede alargarse durante varios días.

Así pues, con el objetivo de obtener un modelo de motor de inducción que combine la simplicidad del enfoque de circuito equivalente y la precisión de los modelos basados en el Método de Elementos Finitos, pero sin sus desventajas (la imposibilidad de simular fallos internos en el primer caso y la complejidad computacional en el segundo), han sido desarrolladas por el grupo de investigación mejoras que combinan el uso de las ecuaciones de campo magnético con los circuitos magnéticamente acoplados, mejoras que se han ido incluyendo paulatinamente en diferentes modelos, proceso que ha culminado en su implementación en Simulink™ con el objetivo de permitir una más fácil interacción con el

usuario y con otros sistemas de control y automatismos que puedan verse afectados por el comportamiento defectuoso del motor. Las características de estos modelos se exponen a continuación:

### 5.1.1 Modelo 0

El modelo inicial que sirvió de base a los subsiguientes, asume una anchura del entrehierro constante y aunque tiene en cuenta la distribución de los devanados, considera únicamente el campo fundamental. Por ello, tan solo es posible simular la rotura de barras, pero no otros fallos como roturas en los anillos de cortocircuito o excentricidad.

En este caso, las expresiones para el cálculo de las inductancias mutuas entre fases se obtienen analíticamente, por tanto la computación es muy rápida.

### 5.1.2 Modelo 1-2

La mejora introducida con respecto al modelo anterior consiste en, a la hora de computar la matriz de inductancias, tener en cuenta los campos armónicos generados por cada conductor en la máquina, lo que permite obtener mediante simulación armónicos como los relacionados con la distribución del devanado.

En el caso general (esto es, incluso bajo fallos como cortocircuito entre espiras o barras rotas), las siguientes ecuaciones modelizan el comportamiento de una máquina de inducción, con  $m$  el número de fases del estátor y  $n$  el número de fases del rotor:

$$[U_s] = [R_s][I_s] + \frac{d[\Psi_s]}{dt} \quad (5.1)$$

$$[0] = [R_r][I_r] + \frac{d[\Psi_r]}{dt} \quad (5.2)$$

$$[\Psi_s] = [L_{ss}][I_s] + [L_{sr}][I_r] \quad (5.3)$$

$$[\Psi_r] = [L_{sr}]^T[I_s] + [L_{rr}][I_r] \quad (5.4)$$

$$[U_s] = [u_{s1} \quad u_{s2} \quad \dots \quad u_{sm}]^T \quad (5.5)$$

$$[I_s] = [i_{s1} \quad i_{s2} \quad \dots \quad i_{sm}]^T \quad (5.6)$$

$$[I_r] = [i_{r1} \quad i_{r2} \quad \dots \quad i_{rn}]^T \quad (5.7)$$

donde  $[U]$  es la matriz de tensiones,  $[I]$  es la matriz de corrientes,  $[R]$  es la matriz de resistencias,  $[\Psi]$  es la matriz de enlaces de flujo y  $[L]$  es la matriz de inductancias. Los subíndices  $s$  y  $r$  hacen referencia al estátor y al rotor, respectivamente. Las ecuaciones mecánicas son:

$$T_e = [I_s]^T \cdot \frac{\partial [L_{sr}]}{\partial \theta} \cdot [I_r] \quad (5.8)$$

$$T_e - T_L = J \cdot \frac{d\Omega}{dt} = J \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (5.9)$$

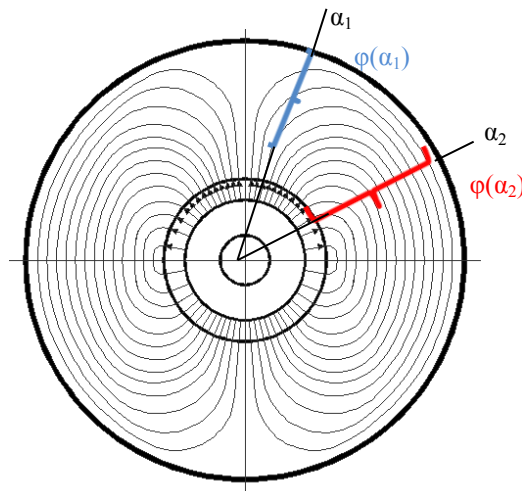
donde  $T_e$  es el par electromagnético de la máquina,  $T_L$  es el par de carga,  $J$  es el momento de inercia del rotor y las masas arrastradas,  $\Omega$  es la velocidad mecánica y  $\theta$  es el ángulo mecánico.

Para llevar a cabo la resolución de (5.3), (5.4) y (5.8), las matrices de inductancias propias y mutuas deben ser obtenidas. Adicionalmente, debido a la presencia de derivadas en (5.1) y (5.2) esta computación ha de ser muy precisa, en especial si el objetivo es detectar y diagnosticar condiciones de fallo de manera segura. Por tanto, este modelo tiene en cuenta todos los armónicos de la f.m.m en el entrehierro para el proceso de cálculo de inductancias. Es necesario calcular previamente las inductancias de cabezas de bobina y de ranura, que son tratadas como constantes en (5.3) y (5.4), como usualmente se realiza en la literatura técnica [189], [190].

En este modelo, la inductancia entre dos fases,  $A$  y  $B$ , es calculada a través el siguiente proceso [187]:

El enlace de flujo de una fase arbitraria puede ser expresado de una manera sencilla como la suma del flujo de corona en todas las secciones de la corona correspondientes a la posición angular de sus conductores.

- 1) La f.m.m en el entrehierro,  $F_A(\varphi)$ , de la fase  $A$ , alimentada con la corriente unitaria, es obtenida a partir de la f.m.m. del conductor.
- 2) El flujo de corona (Fig. 1) producido por  $F_A(\varphi)$  es calculado como en [191].
- 3) Los enlaces de flujo de la fase  $B$  con respecto al flujo de corona generado por la fase  $A$  es determinado, lo que corresponde a la inductancia mutua entre las fases. (Si  $B=A$ , se obtiene la inductancia magnetizante propia).



**Fig. 78 Flujo de corona generado por una distribución sinusoidal de f.m.m. en el entrehierro, y su valor en dos coordenadas angulares diferentes.**

El uso del flujo de corona tiene dos ventajas clave. La primera es que posee un significado físico claro y concuerda muy bien con el uso del conductor como unidad básica del devanado. Las grandes ventajas de usar el conductor en lugar de la bobina, especialmente



para devanados irregulares (por ejemplo, en condiciones de fallo) ya fueron fuertemente enfatizadas por Brüderlink [192]. En segundo lugar, el flujo de corona producido por una fase puede ser obtenido muy rápidamente gracias a una convolución circular resuelta mediante la FFT.

Debe ser recalcado que no sólo el paso 2 (flujo de corona), sino también los tres pasos del proceso indicados previamente, a pesar de ser muy diferentes desde el punto de vista físico, pueden ser tratados con la misma herramienta matemática: una convolución circular, computada mediante la FFT. En resumen, la inductancia mutua entre dos fases de un devanado con una disposición arbitraria, puede ser en función de la posición angular existente entre ellas de una manera extremadamente rápida mediante un sola computación, que involucra las transformadas rápidas de Fourier de tres frecuencias discretas: la distribución de conductores para las fases A y B y el flujo de corona generado por un único conductor [193].

Este modelo fue también implementado en Simulink™, siendo el código embebido en una función asociada al bloque correspondiente (Fig.79). A partir de las entradas de tensión de líneas y par de carga el modelo calcula las corrientes de fase, las corrientes en las barras, el par y la velocidad de giro. La interacción con el usuario u otros bloques de funciones es, pues, muy sencilla.

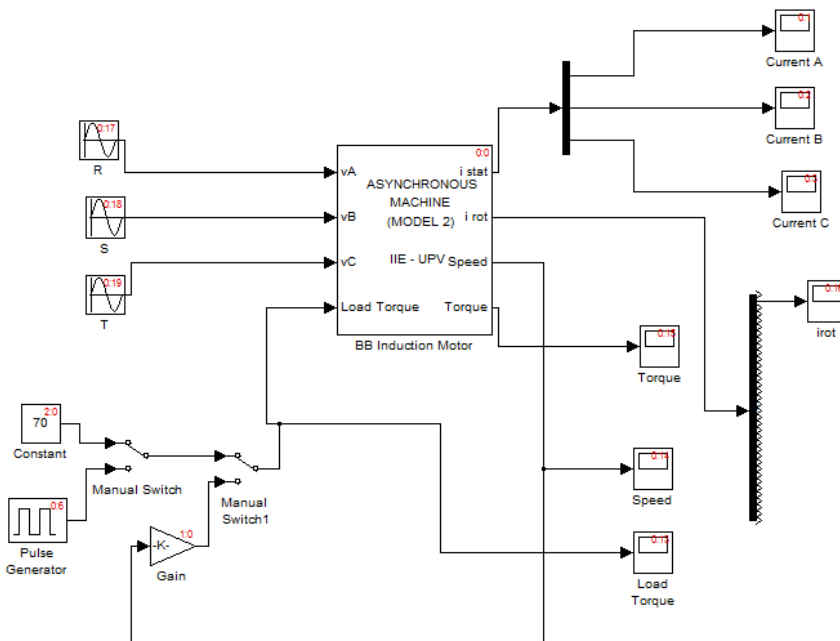


Fig.79 Modelo de Simulink.

5.1.2.1 Resultados obtenidos por simulación.

En este apartado se ha procedido a efectuar simulaciones con el modelo 2 expuesto previamente para verificar la validez tanto de la programación del mismo como de la viabilidad del método de diagnóstico propuesto.

Para ello se han realizado varias simulaciones. En ellas se han introducido los datos del motor Siemens de 1,1 kW y dos pares de polos (con características que se presentan en el punto 1.2 del Anexo 1), cuyo comportamiento es bien conocido por el grupo de investigación. Las simulaciones han tenido una duración de 5 segundos, de los que aproximadamente dos corresponden al transitorio de arranque bajo carga nominal y elevada inercia, como se aprecia en la Fig. 80.

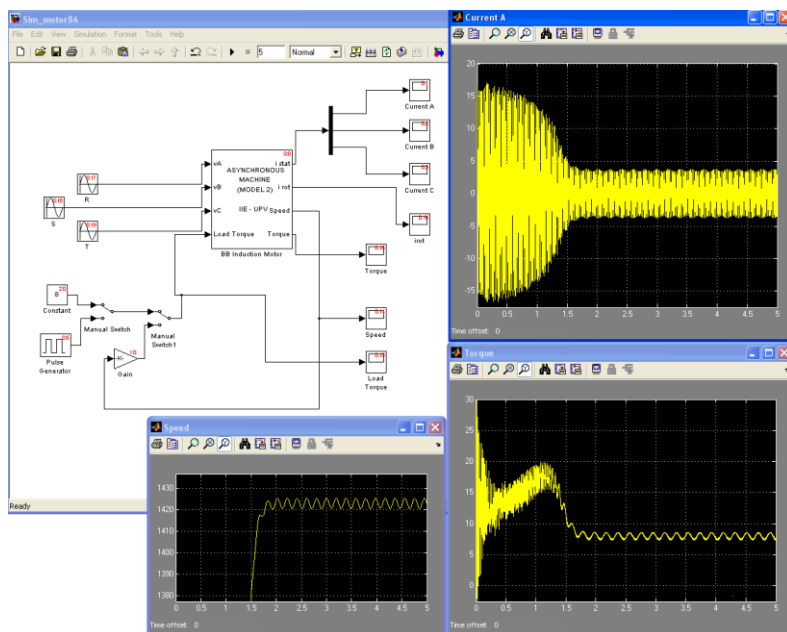


Fig. 80 Aspecto de las pantallas de salida de la simulación de un motor de 4 polos y 1,1 kW que sufre la rotura de dos barras, durante el arranque y el funcionamiento estacionario. De arriba abajo e izquierda a derecha: corriente en una fase, velocidad y par en el eje.

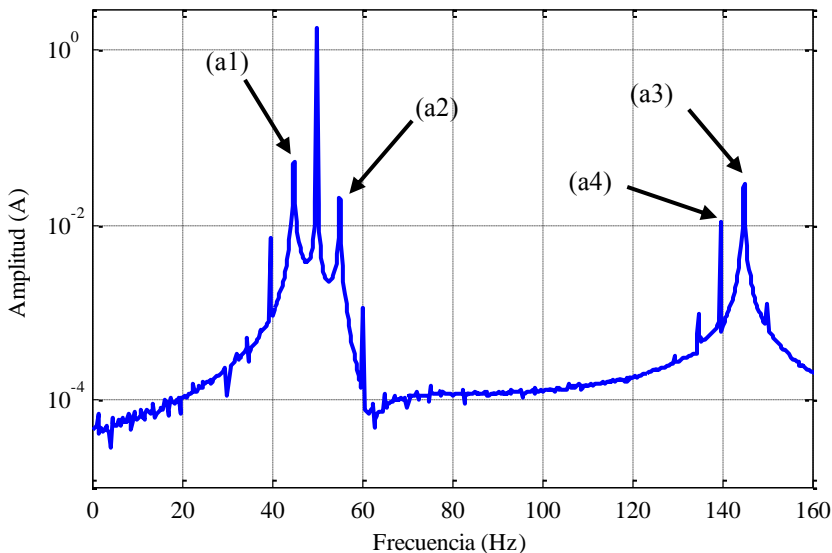
En primer lugar se ha simulado la máquina en dos estados y condiciones de funcionamiento diferentes: sana con carga pulsante y con dos barras rotas. Los armónicos que denotan la presencia de asimetría rotórica  $f_{sb}$  vienen dados por la ecuación (2.6):

$$f_{sb} = \left( \frac{k}{p} \cdot (1 - s) \pm s \right) \cdot f \quad \frac{k}{p} = 1,3,5 \dots \quad (2.6)$$

Teniendo en cuenta que durante un arranque directo el deslizamiento  $s$  varía de 1 a casi 0, cambia por tanto la frecuencia de estos armónicos. Los valores iniciales y finales durante el transitorio de arranque para los armónicos que poseen una evolución indirecta es decir, que primero pasan por la frecuencia cero antes de converger sobre los armónicos de frecuencia constante para formar las bandas laterales inferiores, se obtienen de (2.6) tomando el signo negativo y se muestran en Tabla 19 (ver punto 2.5).

**Tabla 19. Componentes de alta frecuencia amplificadas por la asimetría de acuerdo con (2.6) (Evolución indirecta)**

Armónico	k/p	$f \cdot \left( \frac{k}{p} \cdot (1-s) - s \right)$	$f_b(s=1)Hz$	$f_b(s=0)Hz$
LSH 50	1	$f \cdot (1-2 \cdot s)$	-50	50
LSH-S 150	3	$f \cdot (3-4 \cdot s)$	-50	150
LSH-S 250	5	$f \cdot (5-6 \cdot s)$	-50	250



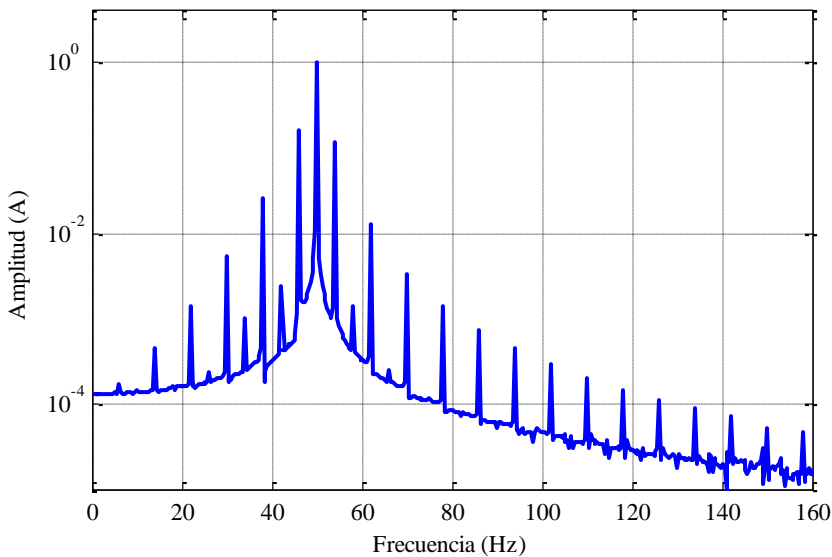
**Fig. 81 Espectro FFT de la corriente simulada de un motor Siemens de 1,1 kW y dos pares de polos con dos barras rotas.**

El método habitual de detección de asimetrías rotóricas en motores de inducción (ver 2.2.1) consiste en la captura de la corriente que alimenta a la máquina en estado estacionario y la identificación de los componentes espectrales de este tipo de falta en el espectro obtenido tras la aplicación de la FFT. El valor de su amplitud en relación con la componente fundamental ha sido el procedimiento habitual para evaluar el nivel de progresión de este tipo de fallo. La Fig. 81 muestra las bandas laterales inferior (LSH) y superior (USH), (a1,

a2), separadas del componente principal (50 Hz) un valor de 5,3 Hz, como es predicho por las ecuaciones (6) y (7) para una velocidad de giro de 1420 rpm. Además, el armónico de orden alto LSH-S 150, predicho por (6) también aparece correctamente simulado (a3), así como un armónico asociado (a4).

Sin embargo, este método tradicional de diagnóstico de una asimetría rotórica no puede ser aplicado en el caso de una máquina acoplada a una carga de par pulsante, puesto que las irregularidades en el movimiento del rotor introducen una modulación que podría emborronar u ocultar los armónicos de fallo causados por la asimetría a ambos lados del armónico principal, como se muestra en la Fig. 82 para el caso de una máquina sana moviendo una carga de este tipo.

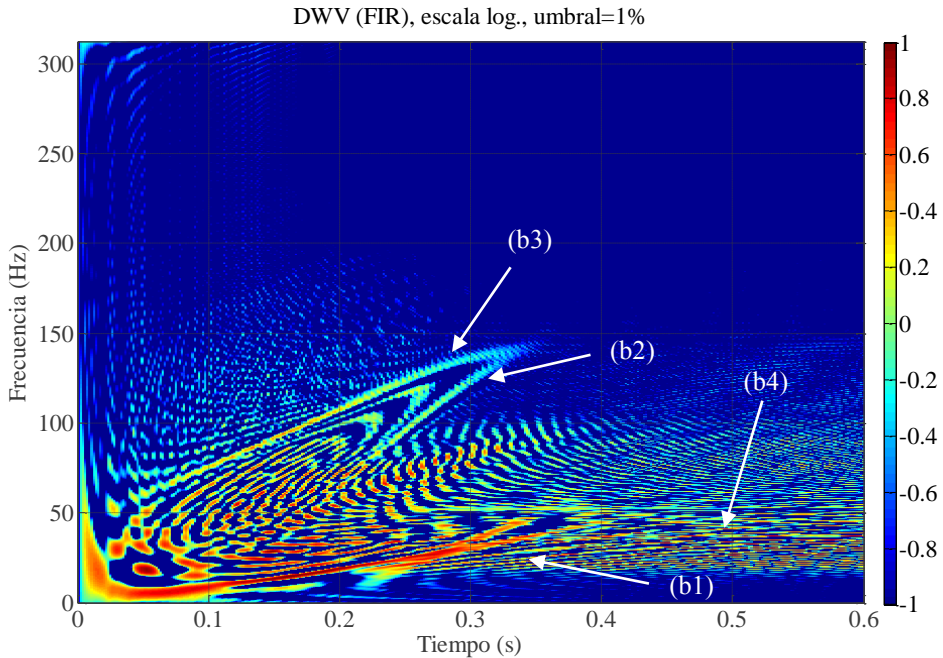
Se han propuesto varios métodos para resolver este problema. Algunos autores recomiendan el estudio de armónicos de orden alto provocados por la asimetría (2.6), ya que éstos (a3) se ven menos afectados por influencias externas debido a la inercia de la máquina. Otros proponen el estudio de la corriente en estado transitorio mediante técnicas en tiempo-frecuencia [133]. En la Fig. 83 se aplica el método propuesto en la presente tesis, para una máquina que mueve una carga pulsante en el tiempo (0 al 55% del par nominal con un periodo de 0,25 segundos y amplitud del pulso 50% del periodo), y sufre la rotura de una barra.



**Fig. 82 Espectro FFT de la corriente simulada de un motor Siemens de 1,1 kW y dos pares de polos acoplados a una carga de par pulsante.**

A pesar de la brevedad del arranque, por debajo de medio segundo de duración, la huella de varios armónicos relacionados con el fallo es claramente visible. El LSH 50 (b1) incrementa su frecuencia en la última parte del arranque de 0 a 50 Hz, de acuerdo con (2.6). Componentes de orden alto, LSH+S 150 (b3) y LSH-S 150 (b2) también son identificados.

Los armónicos laterales de gran amplitud relacionados con la carga pulsante permanecen alrededor de la componente fundamental de la corriente a 50 Hz (b4).



**Fig. 83** Distribución de Wigner-Ville para la corriente de arranque simulada del motor Siemens de 1,1 kW y dos pares de polos acoplados a una carga de par pulsante que sufre la rotura de una barra.

### 5.1.3 Modelo 3

En el caso de desalineamientos del rotor con respecto al eje del estátor, causa de excentricidad, el entrehierro ya no es constante, por lo que no sólo hay variación de las inductancias mutuas entre las fases del estátor y el rotor, sino también entre las propias fases presentes en el estátor, y así mismo, entre las fases presentes en el rotor; lo que complica en gran medida la computación.

Esencialmente existen dos tipos de excentricidad: estática y dinámica, y su combinación: excentricidad mixta, según lo expuesto en el punto 2.2.2.

La excentricidad estática se encuentra caracterizada por un desplazamiento del eje de rotación del rotor dentro del estátor. Puede tener su origen en desalineamientos de los rodamientos o de sus cavidades de soporte. El rotor gira sobre su eje, pero dicho eje no coincide con el centro geométrico del estátor. De esta manera la anchura del entrehierro no es constante a lo largo de toda la circunferencia del rotor, pero esta asimetría no cambia con el tiempo, por lo que las inductancias mutuas de los devanados del estátor son constantes, mientras que las de las fases del rotor cambian conforme lo hace la posición del rotor. El

modelo 3 permite la computación de inductancias mutuas para cualquier grado de excentricidad estática. Esta computación, a pesar de consumir gran cantidad de tiempo, sólo es necesario realizarla una vez para cada máquina y estado de la avería, por lo que para simulaciones subsecuentes con un determinado grado de excentricidad estática no es necesario recalcularlas.

La excentricidad dinámica está caracterizada por el desplazamiento del eje de rotación del rotor de su centro geométrico, que coincide con el eje del estátor (como consecuencia, por ejemplo, de un eje deformado). En este caso el centro del rotor realiza una trayectoria circular con la misma velocidad que el propio rotor, viéndose modificada la anchura del entrehierro para cada instante y posición. El modelo 3 permite la computación de inductancias mutuas entre las fases del estátor y del rotor para cualquier grado de excentricidad dinámica.

El modelo también permite simular excentricidades combinadas: mixta y axial. Las excentricidades son modeladas computando una matriz de inductancias previa a la simulación, que tiene en cuenta las variaciones de la permeancia que el entrehierro no uniforme causa.

En una máquina sana, las inductancias dependen sólo de la posición relativa entre conductores, lo que se modelizan matemáticamente en forma de un vector, que es procesado como tal. Sin embargo, al existir excentricidad estática, la matriz de dichas inductancias cambia en función de su posición relativa al centro del rotor. La modelización en este caso se realiza mediante una matriz, para tener en cuenta ambos factores. Finalmente, para la excentricidad mixta, una matriz 3D es necesaria de manera que también se pueda modelizar la variación de las inductancias con respecto a la posición cambiante de la superficie del rotor.

Esta matriz es calculada una sólo vez previamente a cada simulación, para una determinada máquina y un determinado estado. Sus valores son almacenados y seleccionados para resolver las ecuaciones (5.3), (5.4) y (5.8). Esto permite la realización de varias simulaciones de una máquina y en un estado específico con diferentes condiciones de carga y alimentación, sin necesidad de tener que recalcularla, lo que reduce el tiempo de computación.

En el caso de la excentricidad mixta, los armónicos indicadores de fallo vienen dados por (2.18):

$$f_{esc} = \left(1 \pm k \frac{1-s}{p}\right) f \quad (2.18)$$

Como se expuso en el punto 2.5, puesto que la ecuación depende del deslizamiento, al variar éste desde 1 hasta casi 0 durante el arranque, los componentes asociados con la excentricidad evolucionarán de una manera muy característica, la frecuencia del primer componente para una máquina de dos pares de polos comenzará siendo igual a la frecuencia de alimentación  $f$  ( $s=1$ ) y decrecerá hasta alcanzar casi  $f/2$  cuando el estado estacionario sea alcanzado ( $s \approx 0$ ). El segundo componente tiene una frecuencia inicial también igual a  $f$  ( $s=1$ ) y evoluciona hacia  $3 \cdot f/2$  ( $s \approx 0$ ), etc. El seguimiento de estos componentes en la corriente de arranque ha sido probado como una forma eficaz de detección de excentricidades [182].

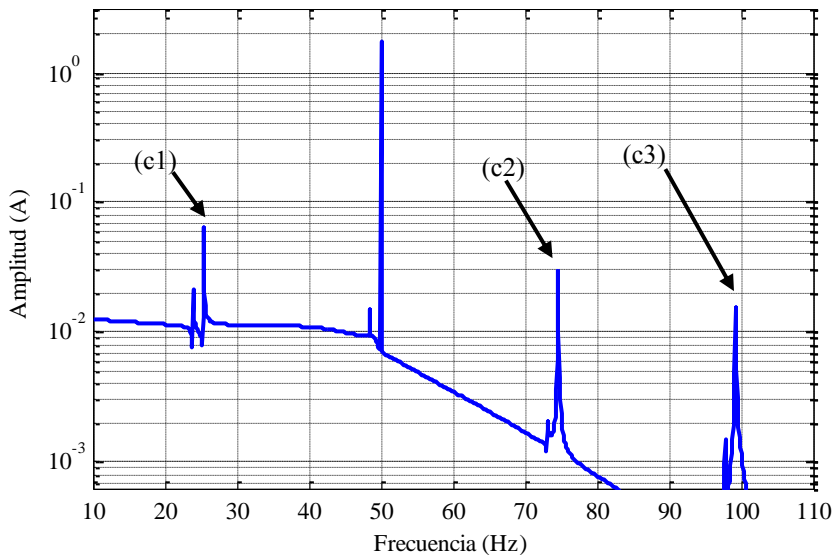
Los valores en los límites en el transitorio de arranque de estos componentes de excentricidad son los mostrados en la Tabla 20.

**Tabla 20. Armónicos relacionados con la excentricidad de acuerdo a (2.18) en Hz.**

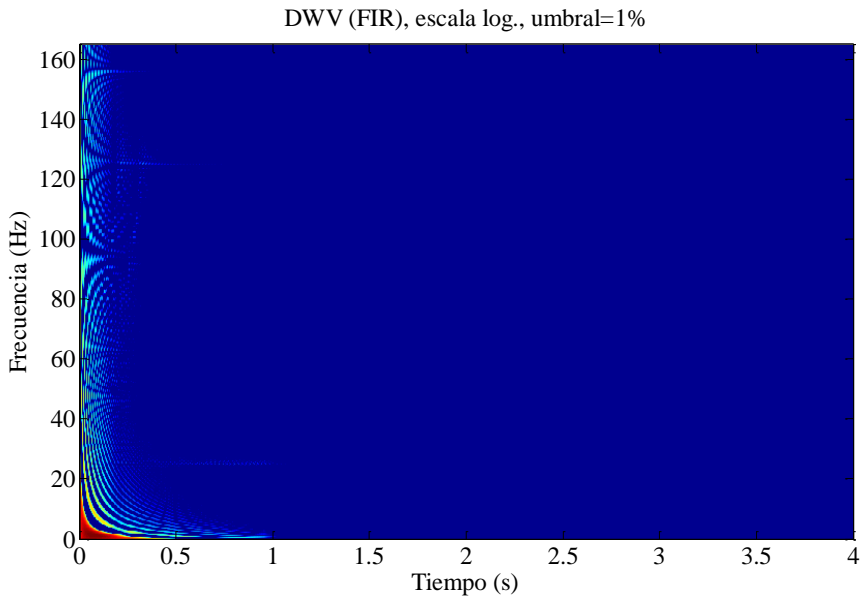
Componente	m	Valor de la frecuencia inicial (conexión, s=1)	Valor de la frecuencia (estado estacionario, s=0.001)
EC 25	1	50	25
EC 75	1	50	75
EC 100	2	50	99.95
EC 125	3	50	124.93

Como ha sido expuesto en la Tabla 20, si existe una excentricidad mixta elevada, aparecerán armónicos alrededor del componente principal. Estos armónicos evolucionan de una manera característica, alejándose del principal conforme el deslizamiento se reduce.

La Fig. 84 muestra el resultado de aplicar el modelo propuesto a la simulación de la excentricidad mixta al motor ABB de 4 kW cuyas características se exponen en el punto 1.4 del Anexo 1, durante operación estacionaria. Todos los componentes de bajas frecuencias mostrados en la Tabla 20 pueden ser detectados: EC 25 (c1), EC 75 (c2) and EC 100 (c3).



**Fig. 84 Espectro FFT de la corriente simulada de un motor Siemens de 1,1 kW que sufre un 20% de excentricidad estática y un 50 % de excentricidad dinámica.**

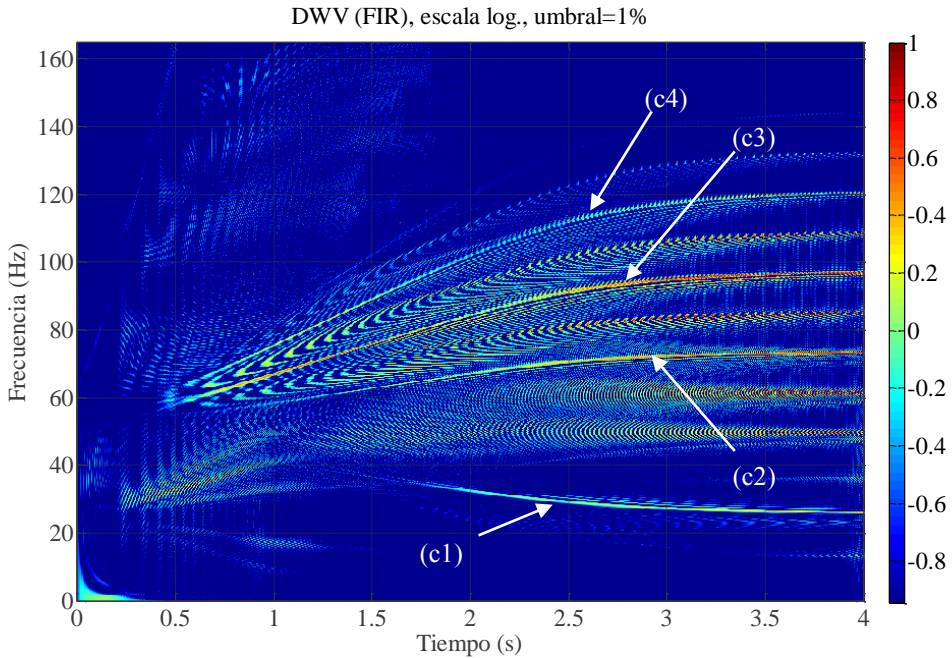


**Fig. 85** Distribución de Wigner-Ville del arranque de un motor de dos pares de polos en estado sano, obtenido mediante simulación. Escala logarítmica.

Las Fig. 85 y Fig. 86 muestran los resultados de la aplicación del modelo analítico de motor de inducción y del método de diagnóstico propuesto en la presente tesis a la simulación y análisis de la misma máquina de dos pares de polos, en los casos de máquina sana y máquina con excentricidad mixta (30% estática y 30% dinámica). Como la Fig. 86 muestra para el análisis de la simulación del arranque del motor con excentricidad, el método propuesto es capaz de identificar en estas condiciones la evolución característica de los componentes EC 25 (c1), EC 75 (c2), EC 100 (c3) y EC 125 (c4) causados por este defecto.

Estos resultados fueron dados a conocer en la ponencia [187] y recientemente admitidos para su publicación en el *Journal of Systemics, Cybernetics and Informatics*.





**Fig. 86** Distribución de Wigner-Ville del mismo motor simulado con excentricidad mixta. Escala logarítmica.

## 5.2 Modelización por elementos finitos

Los programas comerciales o científicos basados en el método de elementos finitos (FEM) pueden ser usados para la simulación de máquinas eléctricas operando en condiciones de fallo. Este método se fundamenta en el cálculo del campo magnético dentro de la máquina, acoplado a las condiciones de contorno impuestas por la alimentación y la carga, para obtener los valores de las variables eléctricas y mecánicas.

A pesar de que las simulaciones basadas en el método de elementos finitos son muy precisas, computacionalmente consumen demasiado tiempo, en especial si es necesario realizarlas en 3D. Este hecho impide su empleo en la obtención del gran número de corrientes de diferentes modelos de máquina en distintas condiciones de operación, necesarios para validar un método de diagnóstico u obtener indicadores del estado de la máquina suficientemente representativos.

### 5.2.1 Modelo HUT

En una colaboración llevada a cabo con el profesor Arkkio, de la entonces denominada Universidad Técnica de Helsinki (HUT), el grupo de investigación tuvo acceso a uno de los primeros desarrollos para el análisis de motores de inducción mediante elementos finitos. Este programa de realización propia es capaz de simular detalladamente el comportamiento

de un motor de inducción operando bajo la mayoría de tipos de fallo, y por tanto sus formas de onda de corriente simuladas serán usadas en este segundo apartado para efectuar la validación del método de diagnóstico propuesto. El modelo original, expuesto en [188], hace uso de la resolución combinada de las ecuaciones del campo magnético y de las ecuaciones de los circuitos de los devanados, ecuaciones que son discretizadas mediante el método de los elementos finitos. Se asume que el campo magnético es bidimensional, tomándose en cuenta la influencia de características tridimensionales, como la inclinación de las barras o los extremos del núcleo en la formulación bidimensional.

Entre las aproximaciones realizadas (presentadas en [188]), adicionalmente a la formulación bidimensional, está la modelización de las cabezas de bobina y anillos de cortocircuito como inductancias constantes y resistencias. Sus valores son obtenidos mediante métodos analíticos o mediciones.

En el caso de las barras del rotor inclinadas, el método utilizado para su modelización ha consistido en girar las diferentes secciones bidimensionales del rotor. Las corrientes se asumen como continuas de sección a sección, mientras que el campo magnético de cada una de ellas se resuelve separadamente mediante el uso de una formulación bidimensional. Las tensiones de los devanados son la suma de las diferencias de potencial inducido en cada una de las secciones y en los anillos de cortocircuito.

De esta forma se tiene en cuenta el diferente modo en que satura una máquina con las ranuras del rotor inclinadas, puesto que la modelización en secciones reproduce la variación del nivel de saturación en la dirección axial. Este efecto no puede ser tratado adecuadamente mediante un simple factor de inclinación.

Puesto que es difícil simular mediante una aproximación bidimensional las corrientes que circulan a través del paquete de chapas del rotor, de una barra a otra, y tampoco es sencillo determinar las resistencias de contacto entre la barra y la armadura, Arkkio considera en su modelo dicha armadura del rotor como un medio no conductor y magnéticamente no lineal.

Para la modelización de la no-linealidad del hierro, se ha usado una curva derivada de los datos de magnetización-pico que suministra el fabricante del acero. La histéresis y las corrientes de Foucault no fueron tenidas en cuenta inicialmente en el modelo, por considerarse las aproximaciones disponibles demasiado simples. Así pues, el modelo original no tenía en cuenta las pérdidas en el hierro. Estas pérdidas predominan cuando la máquina funciona sin carga, pero poseen una influencia menor en el caso de encontrarse cargada.

#### *5.2.1.1 Detección de excentricidad mixta (HUT)*

Empleando este método de elementos finitos realizado por el profesor Arkkio [188], se modelizó el motor de 35 kW con ramas paralelas en cada fase del estátor, descrito en el punto 1.3 del Anexo 3. La ventaja de este equipo es que en los laboratorios de la HUT disponen de un ejemplar de dicho modelo, además de una gran cantidad de accesorios para la reproducción de averías, por lo que los resultados obtenidos mediante simulación pueden confrontarse inmediatamente con la realidad.

En primer lugar, se procederá a analizar el caso de una máquina que sufre excentricidad mixta. En variadas condiciones de operación, como por ejemplo cuando una máquina opera bajo pares de carga pulsante (lo que es una situación bastante común cuando se mueven

compresores, bombas u otros mecanismos que cuentan con engranajes reductores), se ha demostrado que algunos componentes aparecen en el espectro FFT. Es posible que estos componentes sean bastante similares a los introducidos por el defecto de excentricidad, lo que tendrá como consecuencia la confusión del operario o el incorrecto diagnóstico del fallo [32], [172].

El problema es a menudo agravado por el hecho de que los componentes asociados a la excentricidad generalmente poseen unas amplitudes muy pequeñas, a no ser que el fallo en la máquina sea lo suficientemente grave, un hecho que hace su detección a veces difícil.

Por otra parte, otros defectos (como fallos de los cojinetes o incluso barras rotas) pueden asimismo introducir componentes que se confundan con aquellos creados por la excentricidad, especialmente en la región de baja frecuencia.

Estas y otras razones han llevado a proponer el estudio de la corriente demandada por la máquina durante procesos transitorios a través de los que opera, como un enfoque suplementario a la hora de complementar la información de diagnóstico obtenida del análisis estacionario [32], [141], [172], [194], [195], [135]. Dos buenas ocasiones para analizar transitorios de corrientes son los arranques y los frenados por inversión de fase [135]. La idea fundamental bajo esta metodología es el seguimiento de la evolución de la frecuencia de los componentes característicos relacionados con los correspondientes defectos, durante el régimen transitorio bajo estudio.

Estas evoluciones conducen a unas pautas muy características en el plano tiempo-frecuencia, que pueden ser usadas para el diagnóstico de las correspondientes faltas. Es altamente improbable que estas huellas engendradas por dichos componentes puedan ser producidas por componentes de otra falta o fenómeno. Este hecho incrementa substancialmente la fiabilidad de la metodología. Además, la detección de una evolución en tiempo-frecuencia provee más información que la detección de un pico aislado en el espectro FFT, que puede ser fácilmente enmascarado por otros fenómenos.

A pesar de los notables avances en esta área, la mayoría de los trabajos desarrollados se han concentrado en el seguimiento de los armónicos de orden bajo introducidos por las faltas (bandas laterales, en el caso de rotura de barras del rotor, componentes de baja frecuencia en el caso de excentricidades). Pocos estudios se han enfrentado a la extracción durante transitorios de armónicos de alta frecuencia relacionados con los defectos [136], [196].

El uso de estos componentes de alta frecuencia relacionados con la falta puede proveer importante información para el propósito de diagnóstico de la falta, como es defendido por varios autores [197]. Por ejemplo, fluctuaciones en el par resistente a menudo tienen una influencia más significativa en la región de las bajas frecuencias. Esto es debido al hecho de que es más improbable sufrir pulsaciones a tan altas frecuencias cuando la inercia de la carga es alta [6]. Por tanto, los componentes asociados al fallo que evolucionan en la región de alta frecuencia deberían estar menos “contaminados” cuando existen pulsaciones de par. Además en otros fallos como las asimetrías rotóricas, efectos como las corrientes interlaminares tienen más influencia en los componentes de baja frecuencia relacionados con el defecto que en los de alta [6].

Así pues, el seguimiento de la evolución de los componentes de alta frecuencia relacionados puede proveer una información muy interesante para diagnosticar la condición

de la máquina, complementando la información provista por la detección de los armónicos de fallo de orden bajo. En cualquier caso, debe ser subrayado que la detección de estos componentes de alta frecuencia no siempre es posible, dado el hecho de que tienen unas amplitudes menores que los componentes principales relacionados con la excentricidad, localizados en la región de baja frecuencia.

Por tanto, en este punto, el método de diagnóstico propuesto en la presente tesis es aplicado para seguir la evolución de los componentes relacionados con la excentricidad, tanto en las regiones de baja como de alta frecuencia, durante el transitorio de arranque. Para ello, se seguirá la evolución de los componentes relevantes mostrados en la Tabla 21 durante el transitorio de arranque, obtenidos según la expresión (2.18), como base para realizar el diagnóstico de la condición de la máquina.

El método de diagnóstico propuesto es aplicado a tres formas de onda de corriente estática simuladas, que corresponden a máquina sana y máquina con un 20 % de excentricidad mixta en dos condiciones: con carga y sin carga.

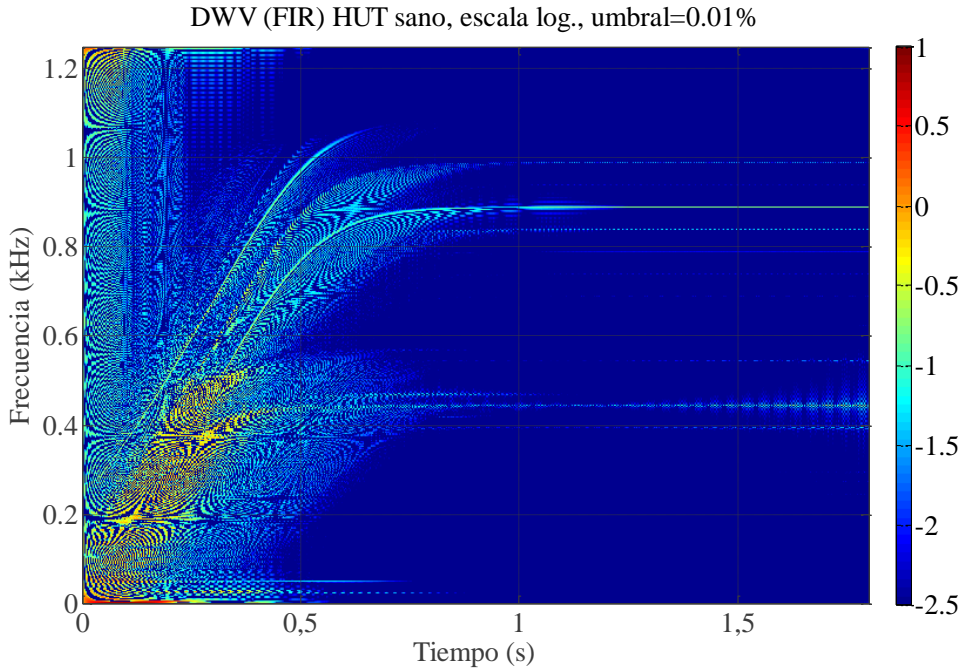
En la computación de estas simulaciones, la tensión de alimentación y la frecuencia se establecieron en 200 V y 50 Hz, respectivamente. La frecuencia de muestreo para la captura de la señal se fijó en 16,6 kHz. La longitud del registro fue de 2,4 segundos. En todas las pruebas, tanto experimentales como simuladas, la corriente a través de una de las ramas de la fase del estátor fue analizada (corriente de rama).

**Tabla 21. Componentes de excentricidad de acuerdo a (2.18) para  $p=2$  y  $f=50$  Hz: valores de la frecuencia inicial y final durante el arranque (en Hz).**

Componente	$m$	Signo en (2.18)	Valor de la frecuencia inicial (conexión, $s=1$ )	Valor de la frecuencia final (estado estacionario, $s=0.001$ )
EC-25	1	-	50	25.025
EC-75	1	+	50	74.975
EC-0	2	-	50	0.05
EC-100	2	+	50	99.95
EC-25-2	3	-	50	24.925
EC-125	3	+	50	124.93
EC-50	4	-	50	49.9
EC-150	4	+	50	149.9
EC-75-2	5	-	50	74.875
EC-175	5	+	50	174.875

La Fig. 87 muestra la aplicación de la DWV a la corriente de arranque de una máquina sana no cargada, después de filtrar la señal para la eliminación de la componente fundamental y de los armónicos de ranura no relevantes para nuestro análisis. Es de notar la ausencia en el

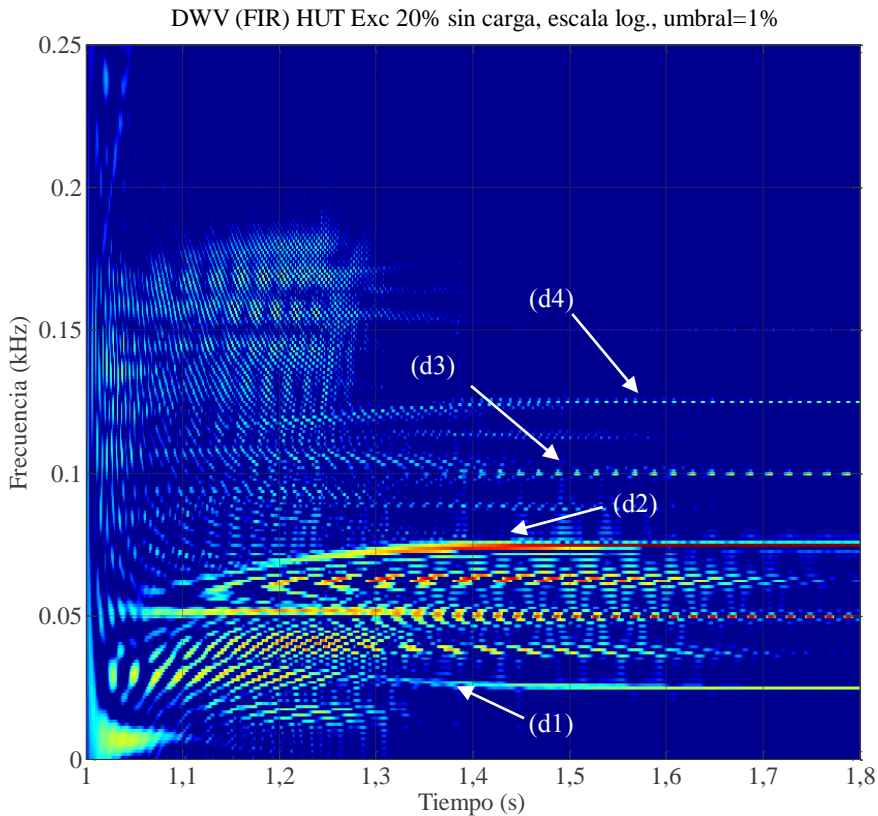
plano tiempo-frecuencia de componentes significativos relacionados con algún defecto. Tan sólo los PSH son visibles. Así un simple análisis espectral conduce a la confirmación del estado sano de la máquina.



**Fig. 87** Distribución de Wigner-Ville de la corriente de arranque simulada del motor de 35 kW en estado sano.

Las Fig. 88 y Fig. 89 muestran, con una paleta de colores similar, el plano tiempo-frecuencia resultante de aplicar la DWV a la señal de las corrientes de arranque correspondientes a una máquina con un 20% de excentricidad mixta, en condición de cargada y sin carga. Las diferencias con respecto al caso sano son claras.

En primer lugar, las dos componentes más relevantes relacionadas con la excentricidad, EC-25 (d1) y EC-75 (d2), aparecen claramente durante el transitorio (ver Tabla 21). Estas dos componentes muestran durante el transitorio la evolución característica previamente mencionada en dicho punto. La EC-25 reduce su frecuencia desde los 50 Hz (cuando la máquina es conectada,  $s=1$ ) hasta cerca de 25 Hz ( $=f-fr$ ,  $s\approx 0$ ), mientras que el EC-75 se incrementa de los 50 Hz ( $s=1$ ) a los 75 Hz ( $=f+fr$ ,  $s\approx 0$ ). Como se observa, estos dos componentes aparecen tanto para la máquina descargada como en la máquina cargada, y por tanto pueden usarse como un indicador fiable de la presencia del defecto.

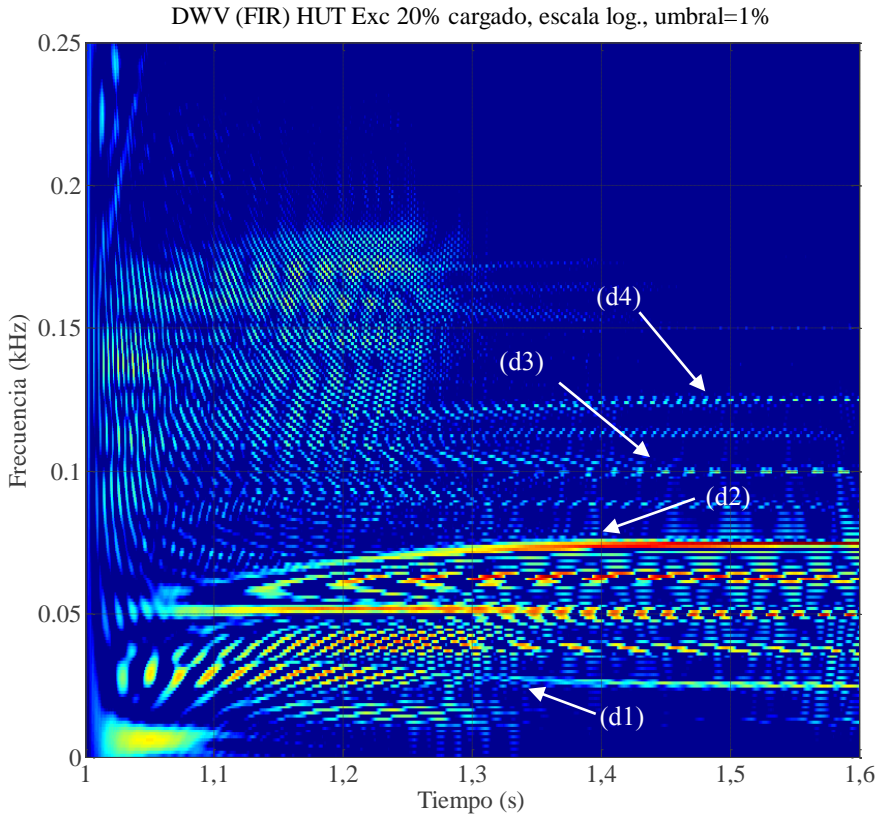


**Fig. 88** Distribución de Wigner-Ville de la corriente de arranque simulada del motor de 35 kW sufriendo un 20 % de excentricidad, sin carga.

Adicionalmente, la evolución de otros componentes de alta frecuencia relacionados con la excentricidad puede ser seguida en estas figuras. Por ejemplo, los componentes de orden alto con frecuencias en estacionario de 100 Hz y 125 Hz aparecen en el caso de la máquina en condición descargada (Fig. 88). En el caso de la máquina cargada (Fig. 89), además de los componentes de orden alto antes mencionados es incluso posible detectar otros componentes como el EC-150, que evoluciona hacia 150 Hz y el EC-175, que llega a 175 Hz. No obstante, en contra de lo expuesto en la Tabla 21, estos componentes cumplen la ecuación (2.19) y no con la (2.18):

$$f_{exc1} = \left| v \pm k \frac{1-s}{p} \right| f \quad (2.19)$$

para  $v=2$  y  $k=1$ , y  $v=3$  y  $k=1$ , y por tanto con  $s=1$  no parten de la frecuencia fundamental, sino de sus múltiplos, 100 Hz y 150 Hz, como claramente se aprecia en los diagramas.



**Fig. 89** Distribución de Wigner-Ville de la corriente de arranque simulada del motor de 35 kW sufriendo un 20 % de excentricidad, con carga.

Todos estos componentes de orden alto, como se ha comentado anteriormente, constituyen fuentes de información adicionales para el diagnóstico del fallo, complementando la información provista por los de menor orden.

Estos resultados fueron publicados en la ponencia [182] y el artículo [185].

### 5.2.1.2 Detección de cortocircuitos en el estátor

Empleando el mismo método HUT de simulación mediante elementos finitos se sintetizaron corrientes de alimentación de un motor que sufre cortocircuitos en el estátor de diferentes tipos, en el primer caso cortocircuito entre espiras, y en el segundo, cortocircuito entre bobinas de una misma fase. Según los estudios teóricos (ver 2.2.3) existen dos grupos de componentes que se verían afectados por este tipo de fallo, los proporcionales directamente a la velocidad de giro:

$$f_{st} = f \cdot \left[ \frac{n}{p} \cdot (1 - s) \pm k \right] \quad (2.245)$$

donde  $f_{st}$  son las frecuencias de las componentes que aparecen en el caso de las espiras cortocircuitadas y  $f$  la frecuencia de red;  $n=1,2,3,\dots$ ;  $k=1,3,5,\dots$  y, por otra parte, los PSH, que sufrirán un incremento de su amplitud:

$$f_{PSH\pm v} = \left[ \frac{k \cdot N_r}{p} \cdot (1 - s) \pm v \right] \cdot f \quad (2.246)$$

siendo  $N_r$  el número de barras del rotor ;  $k=1,2,\dots$ ;  $v=1,3,5,\dots$

La Tabla 22 muestra las frecuencias teóricas que deberían aparecer en el espectro, de acuerdo con la expresión (2.245) para la máquina considerada. La Tabla 23 muestra las frecuencias correspondientes de acuerdo con (2.246) ( $N_r=40$ ,  $p=2$ ,  $s=0,03$ ).

**Tabla 22. Componentes de frecuencia de acuerdo a (2.245) en Hz**

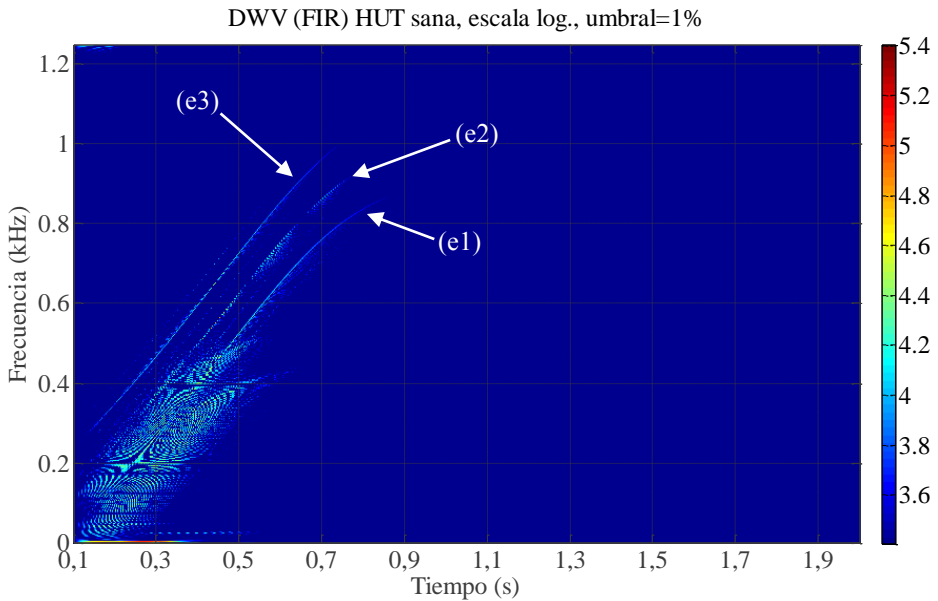
k	n=2
1	98.5
3	198.5
5	298.5
7	398.5
9	498.5
-1	-1.5
-3	-101.5
-5	-201.5
-7	-301.5
-9	-401.5

**Tabla 23. Componentes PSH, de acuerdo a (2.246) en Hz**

	k=1	k=2
v=-9	520	1490
v=-7	620	1590
v=-5	720	1690
v=-3	820	1790
v=-1	920	1890
v=1	1020	1990
v=3	1120	2090
v=5	1220	2190
v=7	1320	2290

La Fig. 90 muestra la aplicación del método de diagnosis propuesto en la presente tesis a la forma de onda de la corriente de arranque correspondiente a la máquina sana. Los PSH para ( $k=1$ ,  $v=-1$ ) (e1), ( $k=1$ ,  $v=+1$ ) (e2) y ( $k=1$ ,  $v=+3$ ) (e3) (ver Tabla 23) aparecen claramente.

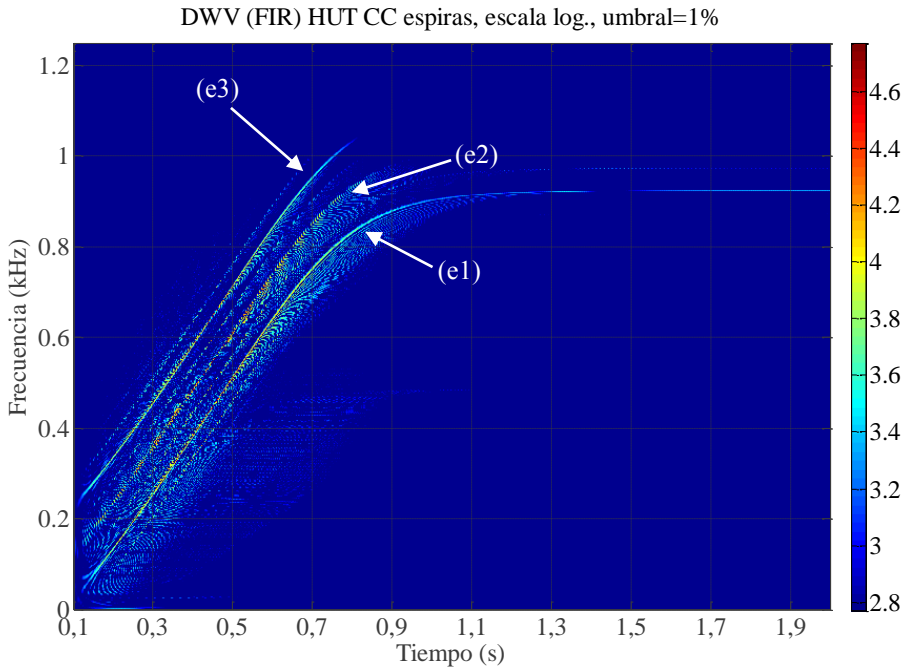




**Fig. 90 Distribución de Wigner-Ville de la máquina sana.**

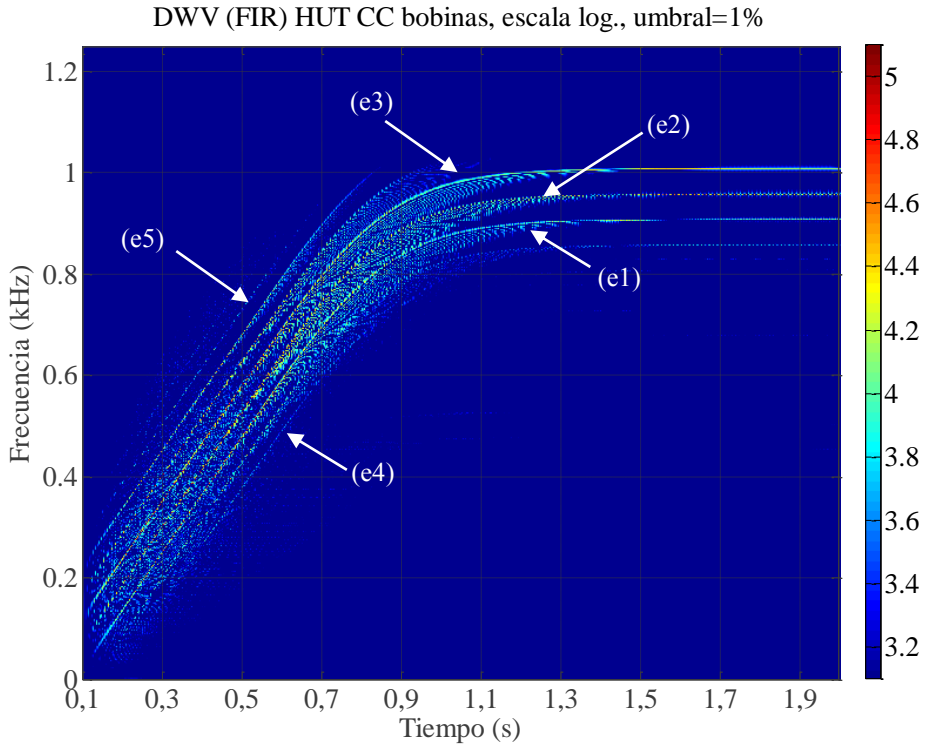
La Fig. 91 muestra la distribución de Wigner-Ville para el caso de máquina con un cortocircuito entre espiras. La máquina bajo consideración tiene un devanado estátorico de una capa con 11 espiras en cada bobina, lo que significa que hay 11 espiras en cada ranura. Las dos ramas en paralelo de la máquina se obtienen al conectar en paralelo los dos pares de polos. Así pues, en cada fase hay cuatro bobinas en serie y dos de estos grupos conectados en paralelo; lo que da 44 espiras en serie en cada rama del estátor. El cortocircuito entre espiras se llevó a cabo entre dos espiras adyacentes.

En la Fig. 91, un incremento de la energía de los anteriormente mencionados PSH es detectado (como es predicho por (2.246)).



**Fig. 91 Distribución de Wigner-Ville de la corriente de arranque simulada de la máquina sufriendo un cortocircuito entre espiras.**

La Fig. 92 muestra la Distribución de Wigner-Ville para la máquina con un cortocircuito entre bobinas. Este fallo fue forzado entre dos bobinas pertenecientes a la misma fase. El número de vueltas cortocircuitadas era 11. En la figura, los PSH predichos por (2.246) son claramente detectados. Aquellos para  $(k=1, \nu=-1)$ ,  $(k=1, \nu=+1)$  y  $(k=1, \nu=+3)$  poseen amplitudes mucho mayores que los que aparecían para el caso de máquina sana. Además, PSH adicionales son claramente observados como los  $(k=1, \nu=+7)$  y  $(k=1, \nu=-5)$ . Una interesante cuestión que debe ser recalcada es el hecho de que la característica evolución en tiempo y frecuencia de estos componentes (detectada través de la Distribución de Wigner-Ville), provee una muy interesante ventaja para la diagnosis en comparación con el enfoque clásico basado en la FFT, en el cual sólo el incremento de amplitud de determinados componentes aparecería. En estos casos, (ruidos, oscilaciones en la carga...) pueden causar similares incrementos de los PSH en el espectro FFT, lo que conduciría a una incorrecta diagnosis del fallo.

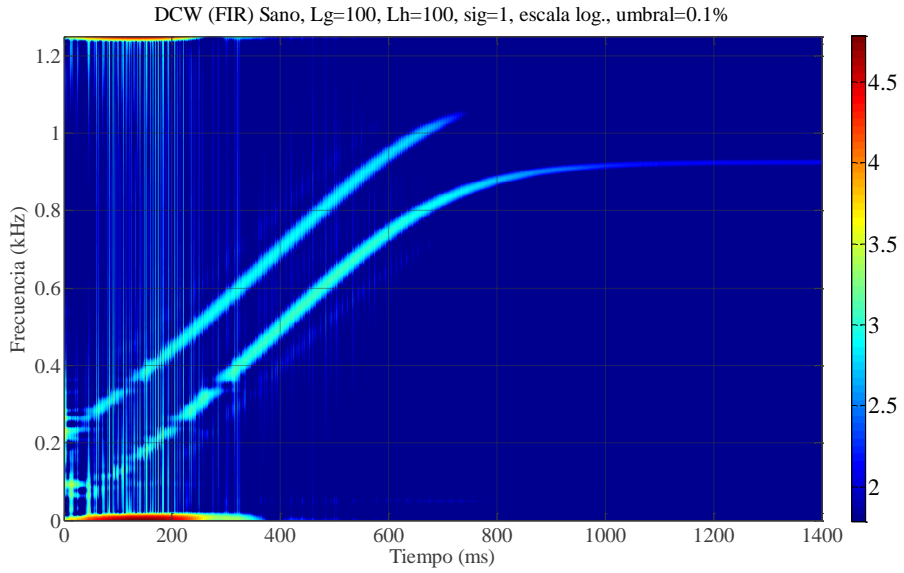


**Fig. 92** Distribución de Wigner-Ville de una corriente de arranque simulada para una máquina que sufre un cortocircuito entre bobinas.

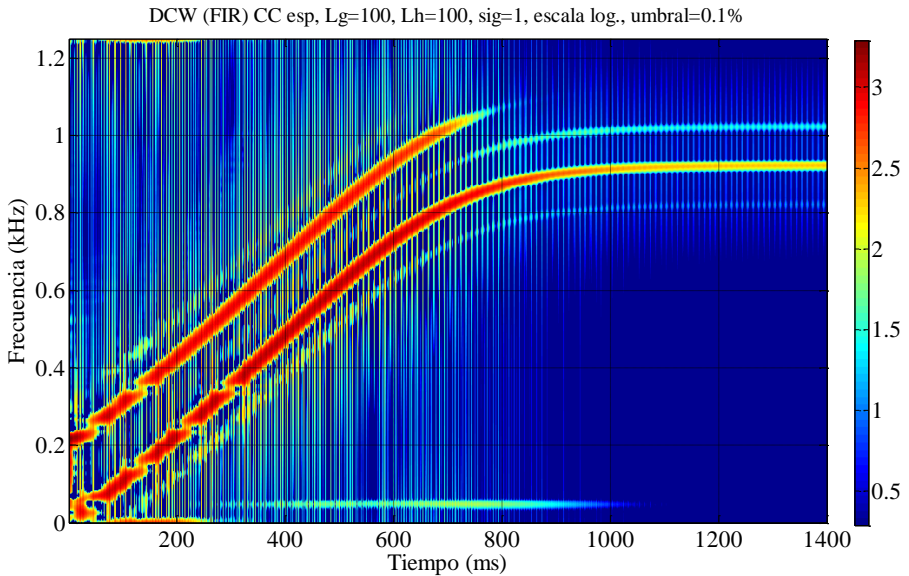
Debido a relativa gran amplitud de los PSH frente a cualquier otro armónico que aparece en la distribución, es posible aplicar la distribución de Choi-Williams (DCW) con el objetivo de amortiguar el efecto de las interferencias inherentes a la computación de la WVD. Esto es conseguido mediante el uso de un *kernel* que reduce los términos cruzados mientras mantiene los autotérminos (ver 2.3.13).

La Fig. 93, Fig. 94 y Fig. 95 muestran respectivamente, la aplicación de la DCW a una máquina sana, máquina con cortocircuito entre espiras y máquina con cortocircuito entre bobinas. Con la DCW, el incremento de las amplitudes de los PSH para  $(k=1, \nu=-1)$ ,  $(k=1, \nu=+1)$  y  $(k=1, \nu=+3)$  se distingue claramente.

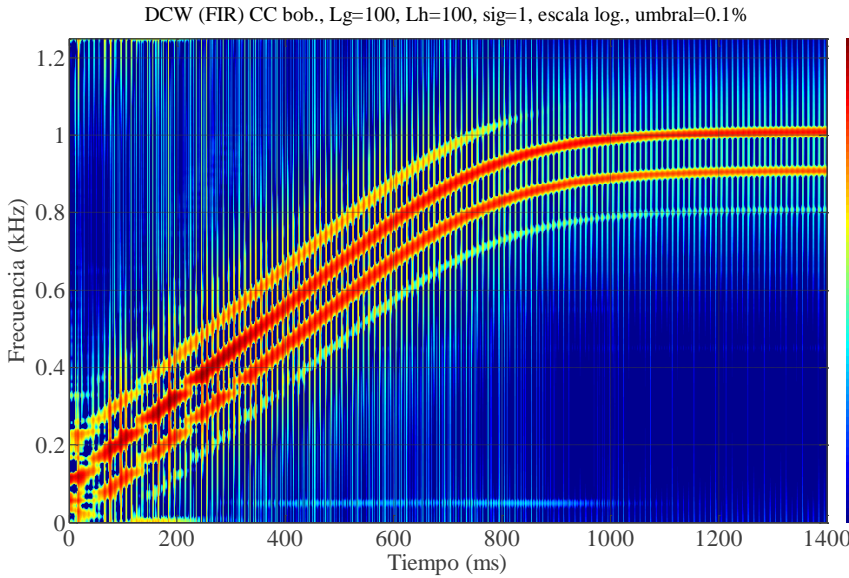
Estos resultados fueron dados a conocer en la ponencia [183], siendo mejorados en la presente tesis gracias al uso de filtros FIR.



**Fig. 93** Aplicación de la CWD a la simulación de la corriente de arranque para el caso de máquina sana.



**Fig. 94** Aplicación de la CWD a la simulación de la corriente de arranque para el caso de máquina con cortocircuito entre espiras.



**Fig. 95** Aplicación de la CWD a la simulación de la corriente de arranque para el caso de máquina con cortocircuito entre bobinas.

### 5.2.2 Resultados frente a fallos combinados (modelo HUT)

En este punto se evalúa la capacidad del método de análisis propuesto en la presente tesis para discriminar entre diferentes tipos de fallo que suceden al mismo tiempo, o entre condiciones de funcionamiento que provocan espectros con componentes similares a las de fallo y fallos reales, aprovechando la gran capacidad del programa de simulación por elementos finitos de la Universidad Técnica de Helsinki. Se ha tomado como base el mismo motor de 35 kW empleado en el apartado anterior.

#### 5.2.2.1 Caso de par pulsante y rotura de barra

Los componentes de alta frecuencia amplificadas por la asimetría de la jaula de acuerdo a (2.6) son, para este motor de dos pares de polos:

**Tabla 24. Componentes de alta frecuencia amplificados por la asimetría (en régimen permanente)**

$k/p$	$f \cdot \left( \frac{k}{p} \cdot (1-s) - s \right) \text{Hz}$	$f \cdot \left( \frac{k}{p} \cdot (1-s) + s \right) \text{Hz}$
2	99.85	99.95
3	149.8	149.9
4	199.75	199.85
5	249.7	249.8
6	299.65	299.75
7	349.6	349.7

Los armónicos de paso de barra cuyas frecuencias son de interés en este estudio, obtenidos mediante la ecuación (2.9) con  $N_r=40$ ,  $p=2$ ,  $s=0$ , se muestran a continuación:

**Tabla 25. Componentes PSH en Hz**

	$k=1$	$k=2$
$v=-7$	650	1650
$v=-5$	850	1750
$v=-3$	950	1850
$v=-1$	1050	1950
$v=1$	1150	2050
$v=3$	1250	2150

Así mismo, los componentes producidos por la excentricidad mixta de acuerdo a (2.18) se exponen en la Tabla 26.

Como durante el transitorio de arranque el deslizamiento  $s$  varía de un valor igual a 1 cuando la máquina es conectada, a un valor cercano a 0 (estado estacionario) y las expresiones (2.6), (2.9) y (2.18) son funciones del deslizamiento, las frecuencias suministradas también varían con éste. La Tabla 27 resume la evolución durante el arranque de algunos de estos componentes incluidos en la Tabla 24 y la Tabla 25, para el caso de la máquina descargada.

**Tabla 26. Evolución durante el arranque de la frecuencia de los componentes producidos por la excentricidad, en Hz**

Componente	$m$	Valor inicial de la frecuencia (conexión, $s=1$ )	Valor final de la frecuencia (estacionario, $s=0.001$ )
EC 25	1	50	25
EC 75	1	50	75
EC 100	2	50	99.95
EC-125	3	50	124.93

En todos los resultados se aplica el método propuesto de remoción de los armónicos de frecuencia constante mediante filtros de rechazo de frecuencia. Adicionalmente, cuando el estudio se centra en una caja de tiempo-frecuencia específica, la señal es también filtrada usando filtros Butterworth de paso alto y bajo ajustados a las frecuencias límites. Un submuestreo posterior reduce las necesidades computacionales.

**Tabla 27. Evolución durante el arranque de la frecuencia de los componentes relevantes de orden alto, en Hz**

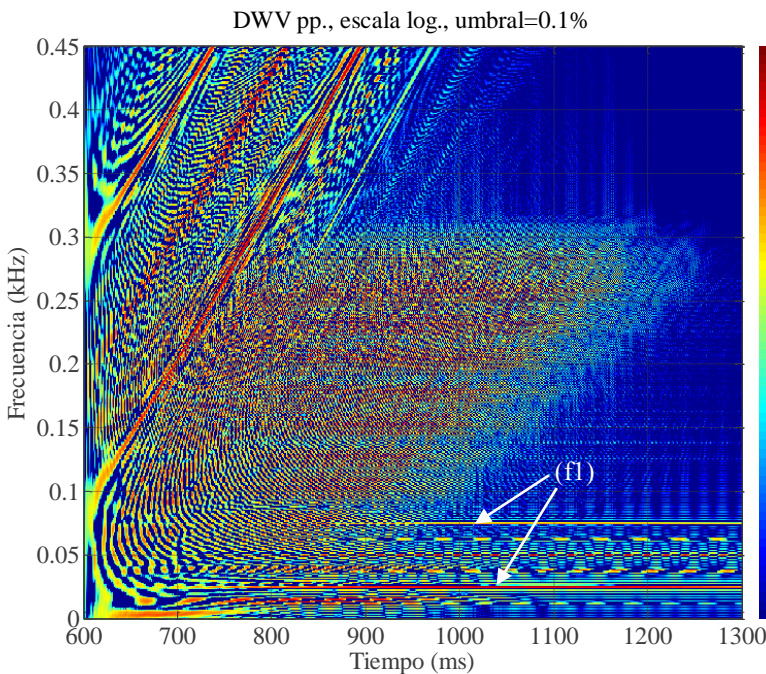
Componente	Valor inicial de la frecuencia (conexión, $s=1$ )	Valor final de la frecuencia (estacionario, $s=0.001$ )
LSH 50	-50	49.9
LSH-S 150	-50	149.8
LSH+S 150	50	149.9
LSH-S 250	-50	249.7
LSH+S 250	50	249.8
LSH-S 350	-50	349.6
LSH+S 250	50	349.7
PSH-3	-50	950
PSH-1	-50	1050
PSH+1	50	1150

Los datos del motor usado pueden verse en el Anexo 1. La tensión de alimentación y frecuencia se mantuvieron en 200 V y 50 Hz respectivamente, siendo el valor de la frecuencia de muestreo igual a 16,6 kHz, para una longitud del registro 2,4 segundos. En todos los ensayos, fue analizada la corriente que circula través de una de las ramas de una fase del estátor. Las señales de simulación fueron obtenidas usando el modelo numérico basado en el Método de Elementos Finitos expuesto en el punto 5.2.1.

El método propuesto fue aplicado a la corriente de arranque de la máquina con diferentes

niveles de fallo. La Fig. 96 muestra la aplicación de la DWV al caso de la señal simulada de la máquina sana, que mueve una carga oscilante con frecuencia independiente de la velocidad e igual a 25 Hz. El tratamiento final de uso de un filtro paso alto no ha sido implementado para permitir la visualización de las bandas laterales que aparecen alrededor de la componente fundamental, y que pueden ser confundidas como un indicativo de la rotura de una barra (f1). La Fig. 97 muestra la descomposición equivalente para el caso de una máquina simulada bajo la misma carga pero que ahora sufre la rotura de una barra. En este apartado la escala de colores dispuesta a la derecha de los diagramas abarca tres órdenes de magnitud.

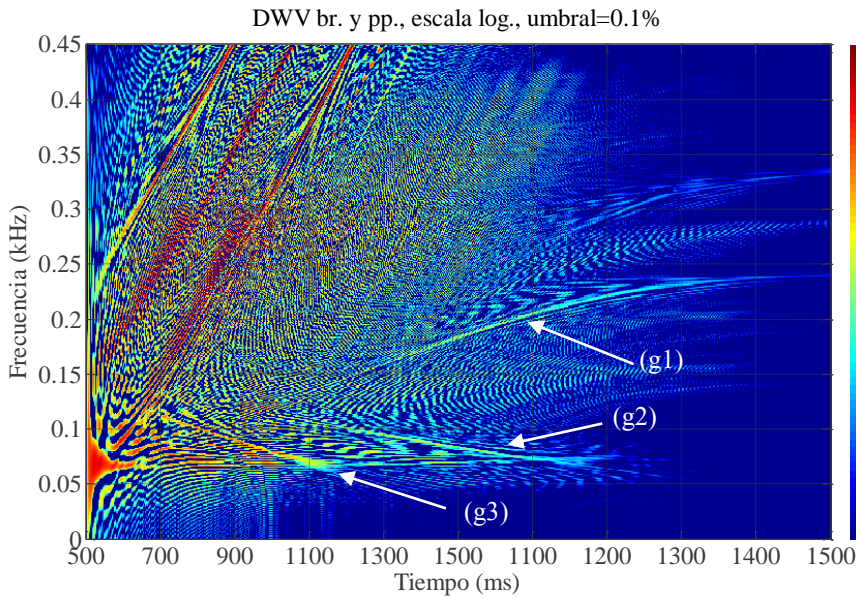
En este caso, el tratamiento completo ha sido llevado a cabo, retirando los componentes por debajo de los 100 Hz para minimizar los términos cruzados. Las diferencias quedan patentes. Tres componentes cuya evolución está asociada al defecto de rotura de barra aparecen durante el transitorio. El primero de ellos (g1) muestra el progreso característico comentado anteriormente, incrementando su frecuencia desde 50 Hz ( $s=1$ ), hasta alrededor de 250 Hz ( $s\approx 0$ ). Otros dos reducen su frecuencia para convertirse en bandas laterales de la componente fundamental (g2, g3).



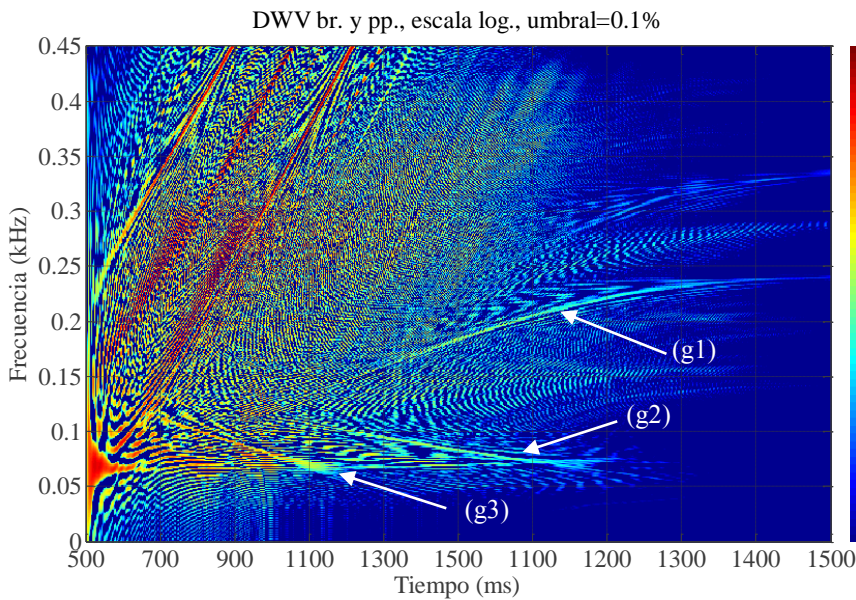
**Fig. 96 Distribución de Wigner-Ville de la corriente de arranque simulada de una máquina sana moviendo una carga oscilante.**

Para el caso de la máquina moviendo una carga de par oscilante dependiente de la velocidad de manera proporcional y además sufriendo una rotura de barras, los resultados simulados son similares (Fig. 98). La evolución característica de los componentes LSH 250, LSH-50 y un USH aparece claramente.





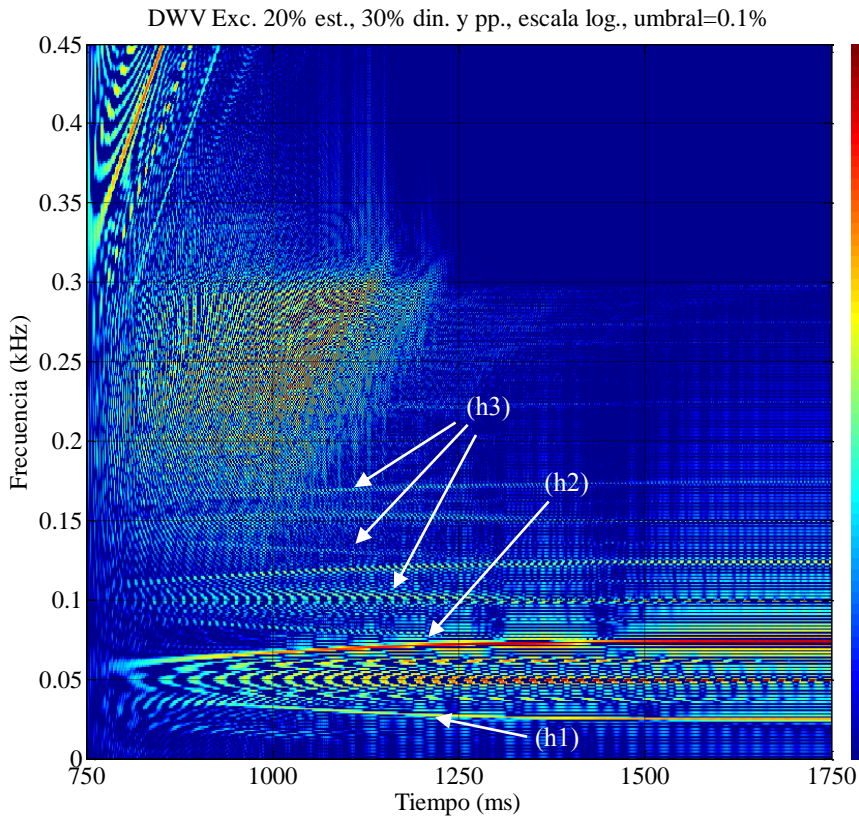
**Fig. 97** Distribución de Wigner-Ville de la corriente de arranque simulada de una máquina sufriendo la rotura de una barra y moviendo una carga oscilante.



**Fig. 98** Distribución de Wigner-Ville de la corriente de arranque simulada para una máquina con una barra rota moviendo una carga de par oscilante dependiente de la velocidad.

5.2.2.2 Caso de par pulsante y excentricidad mixta

En este apartado, se presenta la aplicación del método propuesto a la corriente de arranque que corresponde a la máquina con excentricidad y un par pulsante. Esta es una situación que puede ser común en ciertas aplicaciones en las que máquinas con un cierto nivel de excentricidad operan moviendo molinos, compresores u otros mecanismos que introducen oscilaciones en el par resistente. Este caso es usual en centrales de producción de energía eléctrica [32].



**Fig. 99** Distribución de Wigner-Ville de la corriente simulada del arranque de una máquina con un 20% de excentricidad estática, un 30% de excentricidad dinámica y ligera pulsación de par.

La Fig. 99 muestra el caso en el que una excentricidad mixta coexiste con la ligera pulsación del par, como se ha comentado antes. La figura es bastante ilustrativa, pues los componentes relacionados con la excentricidad aparecen (EC-25 (h1) y EC-75 (h2)) pero como se puede observar en el caso precedente, podrían ser causados por fenómenos no relacionados con el defecto (en este caso, son amplificados por la pulsación de la carga a esa misma frecuencia de modulación). Sin embargo, un análisis detallado del plano tiempo frecuencia revela la evolución de componentes de orden alto, como el EC-100, EC-125,

EC-150 o EC-175 (h3). La presencia de estos componentes indica la existencia de un fallo y, por tanto, constituyen un indicador crucial para el diagnóstico de la excentricidad de la máquina.

La presencia de oscilaciones del par resistente (como viene provocado entre otros fenómenos por fluctuaciones del voltaje de alimentación) podría introducir componentes bastante similares a los asociados con excentricidades mixtas. Supongamos, por ejemplo, una carga oscilante caracterizada por una frecuencia constante de modulación de 25 Hz. La DWV de la corriente de arranque en este caso revelaría dos componentes, muy similares a las de excentricidad (EC-25 y EC-75), pero no relacionadas con el fallo. Esto puede verse en la Fig. 96, que muestra el caso de un motor sano operando bajo la carga pulsante mencionada de 25 Hz. Aparecen dos componentes a 25 Hz y 75 Hz. Como se ha comentado, éstos pueden ser confundidos con armónicos relacionados con la excentricidad, aunque la evolución en el transitorio es distinta. Es de notar, sin embargo, la ausencia de armónicos de alta frecuencia en el plano tiempo-frecuencia. Una simple comparación entre las Fig. 99 y Fig. 96 permite descartar la presencia del fallo en el caso de esta última figura, puesto que los armónicos de excentricidad de orden alto están ausentes en este caso. Queda probado, por tanto, que estos armónicos de orden alto relacionados con la excentricidad pueden constituir una fuente complementaria de información en los casos en los que los de menor orden no suministren una información concluyente.

### 5.2.2.3 Caso de máquina con excentricidad mixta y rotura de barras

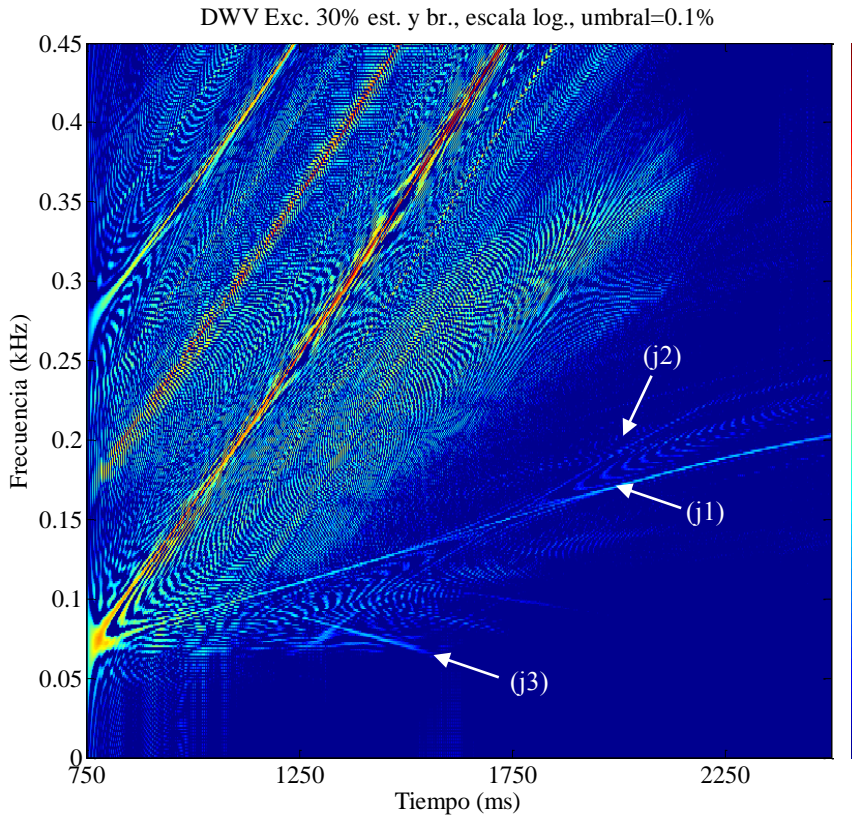
El objetivo de esta sección es el de analizar la situación en la cual dos fallos diferentes (excentricidad mixta y rotura de barras) se encuentran presentes simultáneamente en la máquina. De esta manera se evaluará la habilidad de del método propuesto basado en la DWV para la discriminación de fallos.

La coexistencia entre fallos fue estudiada en [32], en la cual diferentes combinaciones de falta fueron analizadas. Una importante conclusión de esta contribución es que los componentes producidos por la rotura de barras predominan sobre los introducidos por la excentricidad. Esto fue probado en [32], en la cual el caso de una máquina que sufría cierto grado de excentricidad mixta (30% dinámica y 20% estática) y una barra rota fue analizado usando la Transformada Wavelet Discreta (DWT). Los armónicos relacionados con la rotura de barras cuentan con unas amplitudes aproximadamente un orden de magnitud mayor que los causados por la excentricidad, así pues, en algunos casos, las evoluciones en los transitorios de estos últimos son enmascaradas por la evolución de los primeros.

La Fig. 100 muestra la aplicación del método de diagnóstico propuesto en la presente tesis de la corriente simulada de arranque de la misma máquina de 35 kW con excentricidad mixta (20% de estática más 30% de dinámica) y una barra rota. Para la máquina bajo consideración, la teoría predice, entre otros, componentes de orden alto relacionados con esta rotura evolucionando hacia 250 Hz y hacia 350 Hz. La evolución parcial de estos componentes ( $j_1$ ,  $j_2$ ); así como otros descendentes ( $j_3$ ), puede ser observada en dicha figura.

Sin embargo, en este caso, los armónicos de excentricidad de orden alto no son discernibles. Esto muestra la preponderancia de la primera falta sobre la segunda, al menos cuando el nivel de excentricidad presente en la máquina no es demasiado elevado.

Estos resultados fueron publicados en la ponencia [184] y el artículo [185].



**Fig. 100** Distribución de Wigner-Ville de la corriente de arranque simulada de una máquina con un 20 % de excentricidad estática, 30 % de excentricidad dinámica y una barra rota.

### 5.2.3 Evaluación del método propuesto sobre el motor ABB

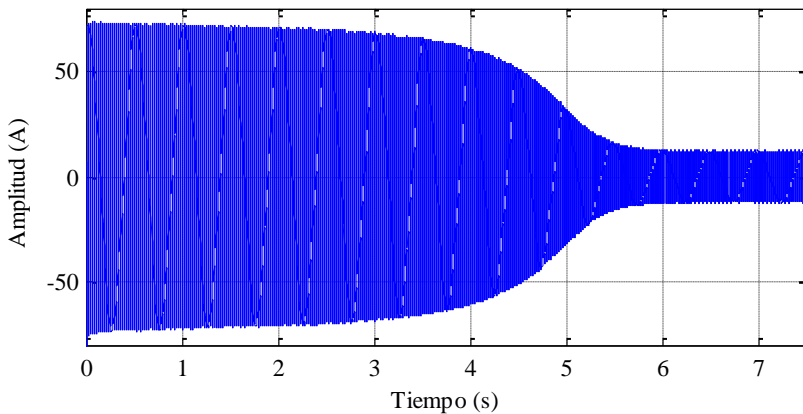
Una vez el grupo de investigación dispuso de programas capaces de llevar a cabo la resolución de las condiciones de operación de un motor de inducción defectuoso mediante el método de elementos finitos, se comenzaron a realizar las simulaciones correspondientes.

En este caso, ya que se disponía de la hoja de cálculo del motor, facilitada por el fabricante, se parametrizó el motor ABB de dos pares de polos cuyas características se exponen en el punto 1.4 del Anexo 1. De esta manera al contar con los datos geométricos exactos y la distribución del devanado en el estátor, se pudo obtener el número de conductores por ranura o por polo. Para determinar otros parámetros, como la resistencia de las barras del rotor, se han realizado estimaciones, en este caso a partir de su geometría y de un valor estándar de resistividad del aluminio, material con que se encuentran fabricadas.

En el caso de las inductancias, tanto de estátor como del rotor, y la resistencia e inductancia del anillo de cortocircuito, se ha optado por realizar un análisis de sensibilidad para determinar sus valores, comparando los resultados con las pruebas experimentales de los motores del mismo tipo que se disponen en el laboratorio [198].

Las propiedades físicas de los materiales se han considerado isotrópicas, tomándose unos valores estándar facilitados por el propio programa de cálculo FLUX™. La permeabilidad magnética se ha considerada también isotrópica, teniéndose en cuenta la saturación.

En la presente tesis, el interés de las corrientes simuladas mediante FLUX™ se centró especialmente en la avería de excentricidad, dado que siendo de ocurrencia habitual, es más difícil de detectar durante el transitorio que la rotura de barras y también de reproducir en el laboratorio. La Fig 91 muestra la forma de onda de corriente generada para una rama del devanado del estátor, mediante dicho programa, para un motor con un 16% de excentricidad estática y 16% de excentricidad dinámica. Como se observa, se han elegido condiciones óptimas de ensayo, con un arranque de duración muy larga, indicativo de una carga de gran inercia, y funcionamiento a plena carga.



**Fig. 101** Forma de onda de la corriente simulada del motor ABB que sufre excentricidad mixta.

En la Fig. 92 se observan los resultados del análisis de la corriente mostrada en la Fig. 91. En estos dos segundos y medio últimos del arranque se aprecian con claridad los armónicos de fallo distanciándose de la componente fundamental de la corriente conforme el rotor acelera ( $k_1$ ), de acuerdo con la expresión (2.18):

$$f_{exc} = \left(1 \pm k \frac{1-s}{p}\right) f \quad (2.18)$$

donde  $s$  es el deslizamiento y  $p$  el número de pares de polos,  $f$  la frecuencia fundamental y  $k=1,2,\dots$

En este caso es posible discernir de una manera más clara que en la Fig. 88, componentes de orden alto no predichos por la ecuación habitual (2.18) alrededor del armónico de 150 Hz ( $k_2$ ). Estos componentes no evolucionan desde 50 Hz, como cabría esperar, sino que cuentan con una frecuencia en el instante de conexión igual a 150 Hz. La evolución de estos

componentes, sin embargo, se deduce sin más que considerar la expresión del flujo en el entrehierro para una máquina con excentricidad mixta (2.16), según Nandi [30]:

$$B(\theta, t) = \frac{A_1 \cdot \Lambda_1 \cdot \Lambda_2}{4} \cos[p_n \theta + (\omega_r \pm \omega)t - \varphi_1] + \frac{A_2 \cdot \Lambda_1 \cdot \Lambda_2}{4} \cos[p_n \theta + (\omega \pm \omega_r)t - \varphi_2] \quad (2.16)$$

puesto que  $p_n$  es el producto entre el número de pares de polos fundamentales  $p$  por el número de armónico  $n$ . Es decir, la excentricidad mixta también modula otros componentes de importancia presentes en las corrientes del estátor, como el tercer armónico. A la misma conclusión llegaron recientemente Benbouzid et Al. [34], obteniendo la expresión (2.19).

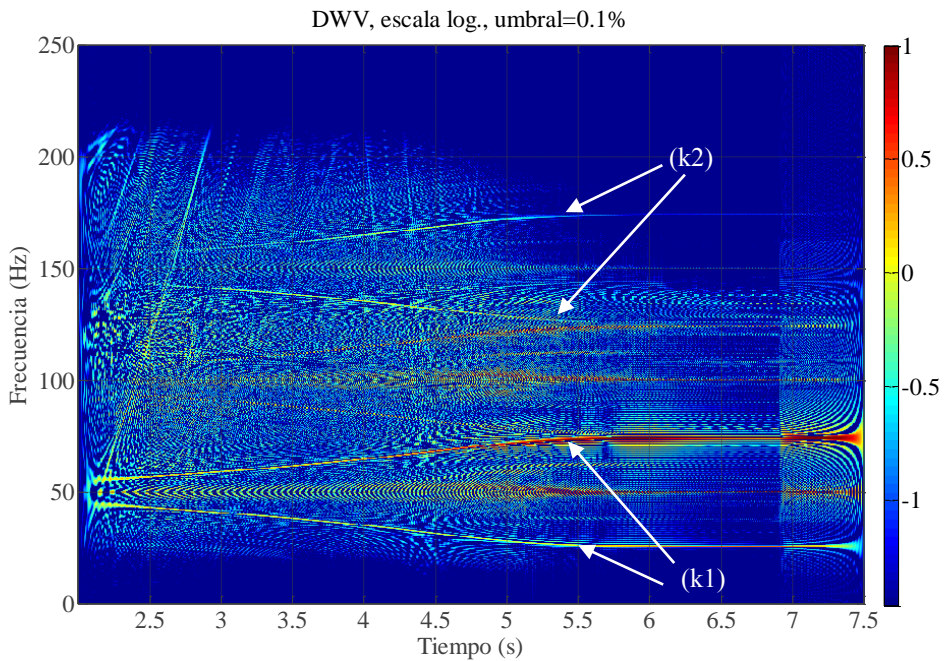


Fig. 102 Resultados del análisis de la forma onda de la corriente simulada del motor ABB que sufre excentricidad mixta.

### 5.3 Conclusiones del capítulo

En este capítulo se ha realizado una validación del método propuesto de diagnóstico de motores de inducción sobre corrientes de arranque obtenidas mediante simulación. El proceso ha seguido etapas de complejidad creciente. En primer lugar, se han usado dos modelos analíticos desarrollados por el grupo de investigación para la modelización de los fallos por rotura de barras y excentricidad. El método de diagnóstico propuesto es capaz de suministrar en estas condiciones una adecuada visión, a pesar de la brevedad del transitorio

de arranque, tanto de los armónicos de relacionados con estos defectos en las bajas frecuencias, como los de orden alto, es decir aquellos cuya evolución predominantemente se sitúa en frecuencias mayores que las de la componente fundamental. Esto permite la detección de asimetrías rotóricas en condiciones en las cuales el análisis en estado estacionario no obtendría resultados concluyentes, como ante la existencia de un par pulsante de la carga.

Los modelos analíticos, aunque no son tan precisos como los basados en elementos finitos, cuentan con otras ventajas como su bajo consumo de recursos computacionales, lo que ha motivado su encapsulado en Simulink™ para obtener una herramienta capaz de mostrar de manera rápida, requerida para su aplicación a la educación y la formación de técnicos de mantenimiento, los armónicos de fallo relacionados con asimetrías rotóricas, cortocircuitos entre espiras y excentricidades. Este resultado fue presentado en [187] y recientemente admitido a publicación en revista.

Seguidamente, prosiguiendo una colaboración con el profesor Arkkio, de la Universidad Técnica de Helsinki, el método de diagnóstico propuesto en la presente tesis, fue extensamente validado sobre las formas de ondas de corrientes estatóricas simuladas de un motor de 35 kW. Se ha probado también en este caso, que el método es capaz de detectar armónicos de orden alto, por encima de la frecuencia de la componente fundamental, que no sólo confirman la presencia de faltas como cortocircuitos en el estátor, asimetrías rotóricas o, además, excentricidad mixta, sino que adicionalmente permiten su detección incluso en condiciones difíciles que se dan en la industria, como en aplicaciones en las cuales se mueven cargas con par oscilante. Estos resultados se han incluido en las siguientes ponencias: [182] para el caso de las excentricidad, [183] para los cortocircuitos en el estátor y [184] para el caso de los fallos combinados. Así mismo, los resultados sobre la detección de excentricidad también se publicaron en el artículo [185].

Finalmente, la elevada sensibilidad del método permite detectar armónicos de excentricidad de orden alto durante un arranque pesado de un motor de 4 kW, predichos matemáticamente pero no incluidos en el estado del arte hasta la aparición de trabajos recientes.





## CAPÍTULO 6. VALIDACIÓN MEDIANTE ENSAYOS

En este sexto capítulo se exponen los resultados de la aplicación del método de diagnóstico propuesto a la detección sobre motores reales de averías tales como la asimetría rotórica, la excentricidad, los cortocircuitos en el estátor y el fallo cíclico en un rodamiento; ampliándose estos ensayos con el estudio de otros transitorios como el frenado por permutación de fases, para la primera avería. Los defectos han sido provocados artificialmente, tanto sobre los motores de 1,5 kW y 1,1 kW, cuyas características se exponen en el Anexo 1, puntos 1.1 y 1.2, para los casos de rotura de barras y del fallo cíclico de rodamientos; como sobre el motor de 35 kW de la HUT (ver Anexo 1, punto 1.3), para el cortocircuito entre espiras y la excentricidad, dado que dicha máquina permite la medición de las corrientes de rama, mucho más sensibles a este último tipo de defecto. Las corrientes estatóricas de esta máquina fueron obtenidas durante una colaboración de un miembro del grupo de investigación previa a la realización de la presente tesis. Finalmente, en la última sección del capítulo, la corriente estatórica de un motor de 320 kW en operación industrial, facilitada por el profesor Rusek, de la universidad de Cracovia, es también analizada. La Tabla 28 resumen estos experimentos.

### 6.1 Detección de la asimetría rotórica

Como se prueba en el punto 4.4, el método de diagnóstico propuesto es capaz de detectar armónicos de frecuencia variable relacionados con la asimetría rotórica durante el arranque directo del motor de un par de polos, cuyas características se exponen en el punto 1.1 del Anexo 1, tanto a altas como a bajas frecuencias, incluso cuando la asimetría es tan leve que no se debe todavía a la rotura de una barra, sino a las características intrínsecas de construcción de la jaula.

**Tabla 28. Ensayos realizados sobre motores reales**

<b>Motor</b>	<b>Fallo</b>	<b>Transitorio</b>
<b>Siemens 2P 1,1 kW</b>	Rotura de barra y fallo cíclico en rodamiento	Arranque y frenado por permutación de fases
<b>Siemens 1P 1,5 kW</b>	Rotura de barra	Arranque
<b>HUT 2P 35 kW</b>	Excentricidad y cortocircuito entre espiras	Arranque
<b>Cracovia 6P 320 kW</b>	Asimetría rotórica	Arranque pesado

Sin embargo, estos análisis fueron realizados en condiciones, si bien reales, casi óptimas, puesto que el transitorio de arranque se extiende durante más de siete segundos. En aplicaciones reales, la duración del transitorio de arranque será en muchos casos menor, por ello, este primer punto de los resultados experimentales comienza con el estudio del motor de dos pares de polos presentado en el punto 1.2 del Anexo 1, de características similares al anterior pero cuya menor velocidad nominal y mayor par reducen el transitorio de arranque a apenas dos segundos. De esta manera se espera confirmar los resultados obtenidos mediante simulación para la misma máquina en el punto 5.1.2.

### 6.1.1 Caracterización de los armónicos de rotura de barra

Con este objetivo, a continuación se presentan los componentes relacionados con la asimetría rotórica que aparecerían durante el arranque, así como su evolución característica. La Tabla 29 muestra las frecuencias iniciales y finales de los armónicos laterales inferiores de alta frecuencia, amplificadas por la asimetría, desde la conexión hasta la operación en régimen estacionario sin carga ( $s=0,001$ ), de acuerdo con (2.6), que poseen frecuencias positivas iniciales tras la conexión para este tipo de motor. En este caso, las frecuencias evolucionan desde la componente fundamental hasta sus frecuencias finales.

**Tabla 29. Armónicos de alta frecuencia amplificadas por la asimetría en Hz (evolución directa)**

<b>Armónico</b>	<b><math>k/p</math></b>	<b><math>f \cdot \left( \frac{k}{p} \cdot (1-s) + s \right)</math></b>	<b><math>f_b(s=1)</math></b>	<b><math>f_b(s=0.001)</math></b>
<b>LSH+S 150</b>	3	$f(3-2 \cdot s)$	50	149.9
<b>LSH+S 250</b>	5	$f(5-4 \cdot s)$	50	249.8
<b>LSH+S 350</b>	7	$f(7-6 \cdot s)$	50	349.7

La Tabla 30 presenta los armónicos laterales inferiores cuyo valor absoluto de la frecuencia se reduce inicialmente, hasta alcanzar cero, y después vuelve a incrementarse, también de acuerdo con (2.6) pero tomando el signo negativo en dicha ecuación.

**Tabla 30. Armónicos de alta frecuencia amplificados por la asimetría en Hz (evolución indirecta)**

Armónico	$k/p$	$f \cdot \left( \frac{k}{p} \cdot (1-s) - s \right)$	$f_b(s=1)$	$f_b(s=0.001)$
<b>LSH 50</b>	1	$f \cdot (1-2 \cdot s)$	-50	49.9
<b>LSH-S 150</b>	3	$f \cdot (3-4 \cdot s)$	-50	149.8
<b>LSH-S 250</b>	5	$f \cdot (5-6 \cdot s)$	-50	249.7
<b>LSH-S 350</b>	7	$f \cdot (7-8 \cdot s)$	-50	349.6

Adicionalmente, los componentes expuestos previamente causan oscilaciones en la velocidad de giro del rotor (ver 2.2.1), lo que a su vez trae consigo la aparición de otros armónicos, en este caso descendentes, dados por la ecuación (2.8):

$$f_{sb,f} = (1 \pm 2 \cdot k \cdot s) \cdot f \quad k = 1,2,3 \dots \quad (2.8)$$

que, desde los múltiplos de la frecuencia fundamental, convergen hacia el armónico fundamental conforme el deslizamiento se reduce. Un armónico de esta familia fácilmente identificable es el USH+S 150, obtenido para  $k = 1$  en (2.8).

Adicionalmente, en el arranque aparecerán los armónicos de paso de barra (PSH). La Tabla 31 muestra los componentes PSH de acuerdo con (2.9) para el mismo motor Siemens de 2 pares de polos y 1,1 kW.

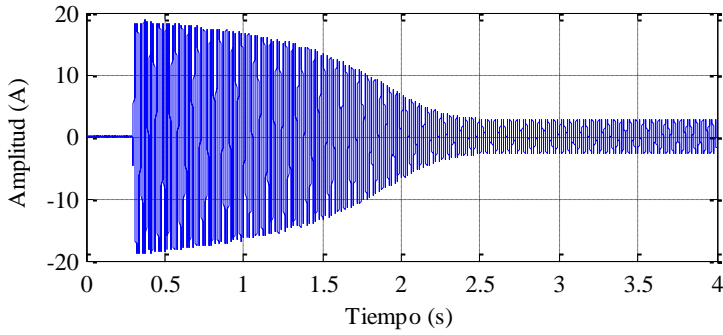
**Tabla 31. Armónicos PSH de acuerdo (2.9) en Hz.**

	$k$	$v$	$f_{rsh}(s=1)$	$f_{rsh}(s=0)$
PSH-9	1	-9	-450	250
PSH-7	1	-7	-350	350
PSH-5	1	-5	-250	450
PSH-3	1	-3	-150	550
PSH-1	1	-1	-50	650
PSH+1	1	1	50	750
PSH+3	1	3	150	850
PSH+5	1	5	250	950
PSH+7	1	7	350	1050

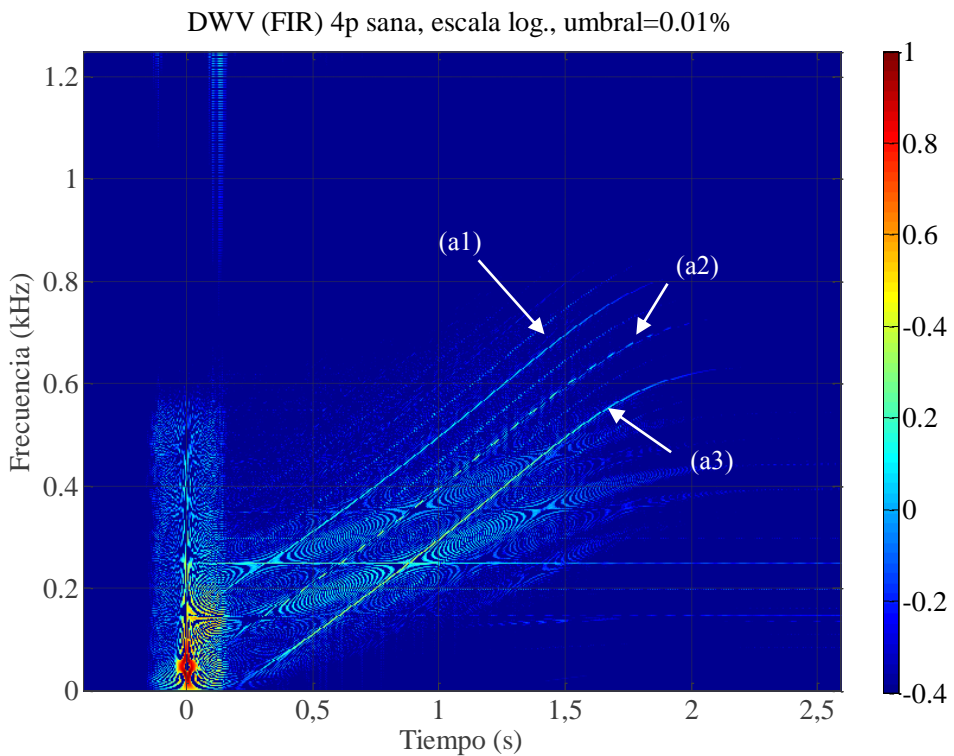
### 6.1.2 Ensayos preliminares. Identificación de los PSH

Una de las cuestiones que surge a la hora de intentar realizar el estudio de los armónicos de orden alto en un motor de inducción es la necesidad de distinguir estos componentes de fallo de los armónicos de ranura, cuya amplitud es significativa en esta parte del espectro,

tanto con el objetivo de descartarlos como el de estudiar sus bandas laterales, asociadas a determinado tipo de fallos.



**Fig. 103** Forma de onda del arranque correspondiente a un motor de cuatro polos con una barra rota.



**Fig. 104** Distribución de Wigner-Ville del arranque de un motor de cuatro polos con 28 barras en el rotor mostrado en la Fig. 103, escala logarítmica.

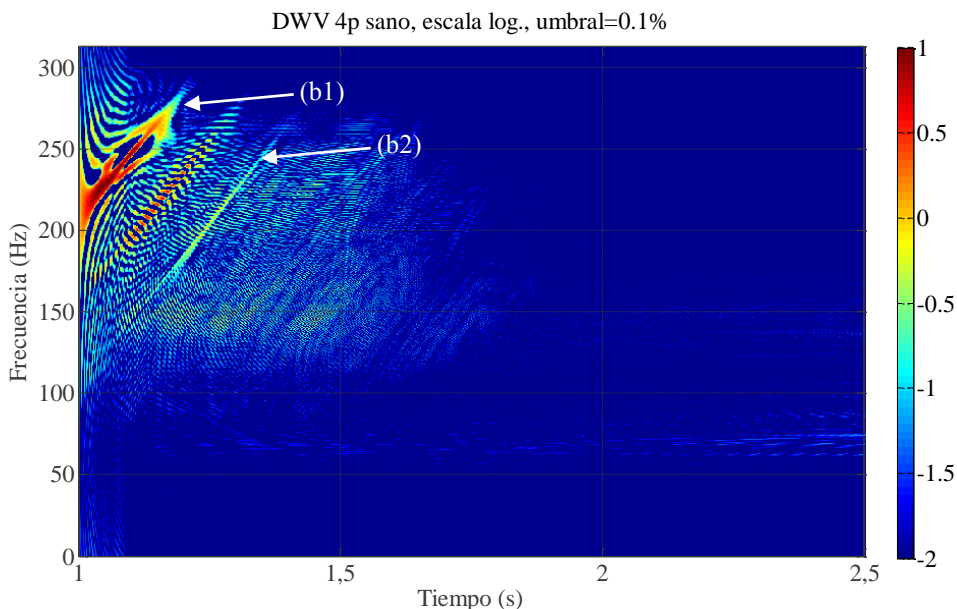
La Fig. 103 muestra la forma de onda de la corriente del estátor medida durante el arranque de la máquina en condición sana. La Fig. 104 muestra la transformada de Wigner-Ville de dicha señal. En este caso, una ligera etapa de filtrado ha sido aplicada, retirando únicamente el armónico principal de la corriente, antes de obtener la señal analítica y la distribución en tiempo y frecuencia.

La traza del armónico PSH+1 (a2), entre el PSH-1 (a3) y el PSH+3 (a1), es claramente discernible simplemente teniendo en cuenta sus frecuencias correspondientes en el instante de conexión y en estacionario mostradas en la Tabla 31. Además, el número de barras rotóricas puede ser inferido a través de (2.9); lo que resultaría útil en mantenimiento industrial.

### 6.1.3 Aplicación del método propuesto a la detección de asimetría rotórica durante el arranque.

Consecuentemente es posible detectar los armónicos de orden alto durante el arranque, cuando la frecuencia de los PSH se incrementa por encima de ellos. Por tanto, dado que el intervalo inicial del arranque no es útil, tan sólo se procesará el arranque desde 1 hasta 2,5 segundos, como se observa en la Fig. 105, reduciéndose de esta manera las necesidades computacionales.

El pretratamiento de datos en este caso ha sido más amplio. Los armónicos de frecuencias constantes a 50, 150, 250 y 350 Hz son prácticamente eliminados gracias a filtros de rechazo de banda con banda de paso rizada (ver punto 2.3.21), minimizando la aparición de artefactos en la caja tiempo-frecuencia objeto de estudio.



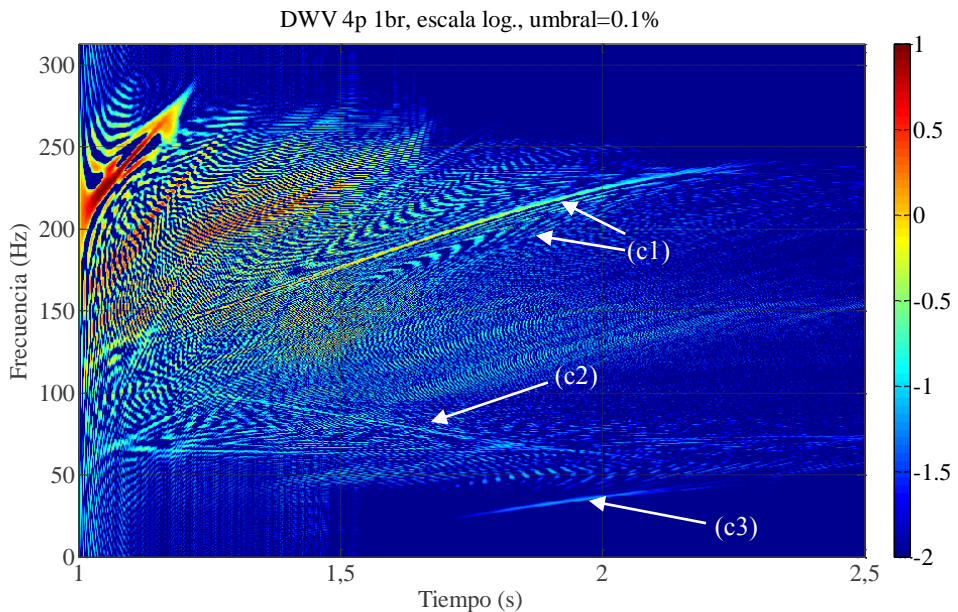
**Fig. 105** Distribución de Wigner-Ville del arranque de un motor sano de cuatro polos, escala lineal.

Además de ser centrada en el tiempo, la señal es conducida a un filtro de paso bajo con una frecuencia de corte de 60 Hz, y reducida su tasa de muestreo en un factor de 4.

La Fig. 105 muestra como los armónicos PSH han decrecido en amplitud y/o alcanzado frecuencias más altas, sobre el límite de la caja, aunque la traza del PSH-1 (b1) y del PSH-3 (b2) todavía pueden ser observadas en una esquina. No aparecen otros componentes.

La Fig. 106 ha sido obtenida bajo idénticas condiciones que la de la Fig. 105, pero usando la corriente de arranque de una máquina con una barra rota. En este caso, se aprecian dos LSH asociados con el armónico de devanado de 250 Hz (c1). Un USH, banda lateral de la componente fundamental de 50 Hz, también se aprecia con claridad (c2), y parte de la traza atenuada del LSH 50 (c3).

El método de cuantificación propuesto aplicado al seguimiento e integración de la energía del LSH 250 (c1), que es inapreciable a la escala de representación de la Fig. 105, suministra un valor de 60,7 dB para la máquina sana y 42,2 dB para el caso de la existencia de una barra rota.

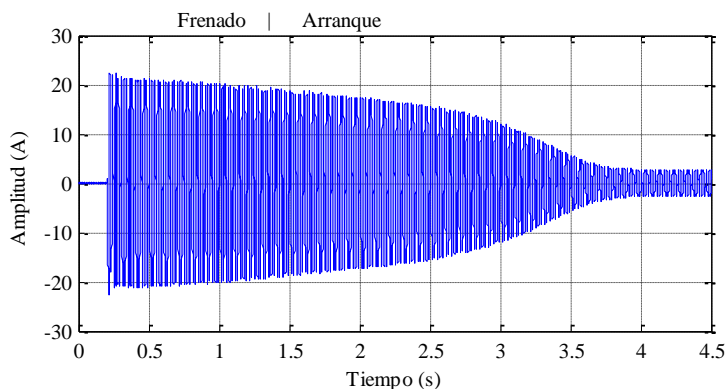


**Fig. 106** Distribución de Wigner-Ville del arranque de un motor de cuatro polos con una barra rota.

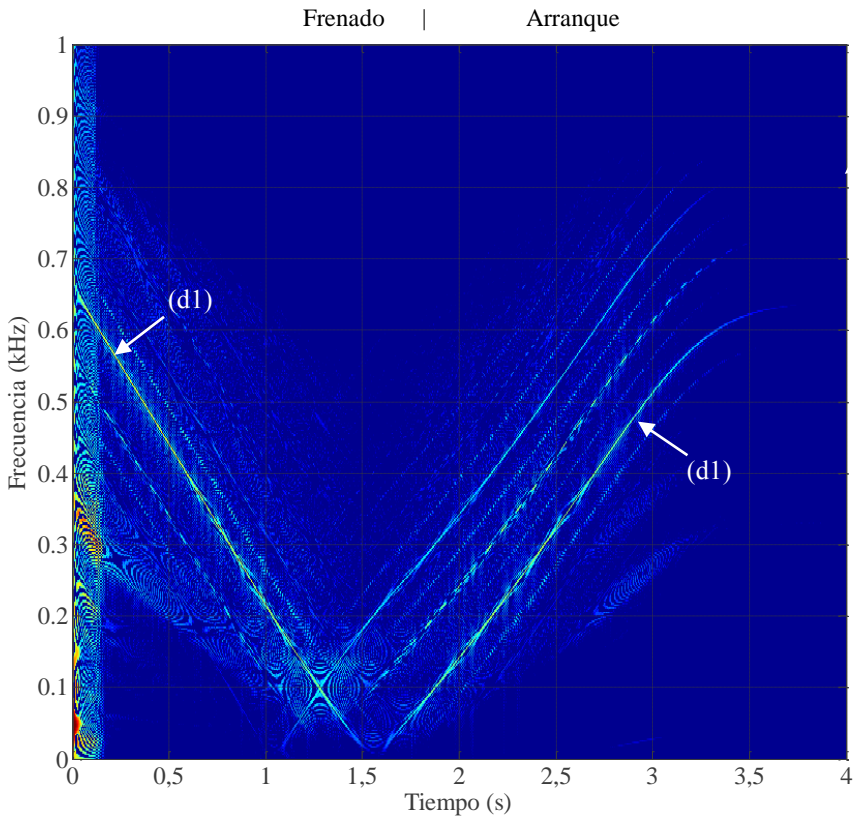
### 6.1.4 Aplicación del método propuesto a la detección de asimetría rotórica durante el frenado por permutación de fases.

Es posible aplicar la metodología propuesta a otros regímenes transitorios que impliquen variaciones de velocidad, por ejemplo, para el caso de un frenado por permutación de fases, el deslizamiento varía desde casi 2 (en el momento de la inversión de fases) a 1 (cuando el rotor para). Así pues, el armónico lateral inferior asociado a la componente fundamental (LSH 50) varía desde 150 Hz a 50 Hz durante el transitorio. De manera similar, los PSH reducen sus frecuencias alcanzando el PSH+1 así mismo la frecuencia fundamental cuando el rotor de la máquina se detiene.

La Fig. 107 muestra la corriente del mismo motor en estado sano durante un transitorio que implica el frenado mediante una inversión de fases seguido de un arranque en el sentido contrario de giro. La Fig. 108 muestra la distribución de Wigner-Ville correspondiente a la corriente de la Fig. 107. La evolución de los PSH recorre la característica trayectoria en “V” conforme el rotor decelera y vuelve a acelerar, con el PSH-1 (d1) prevaleciendo sobre el resto de los armónicos del rotor.



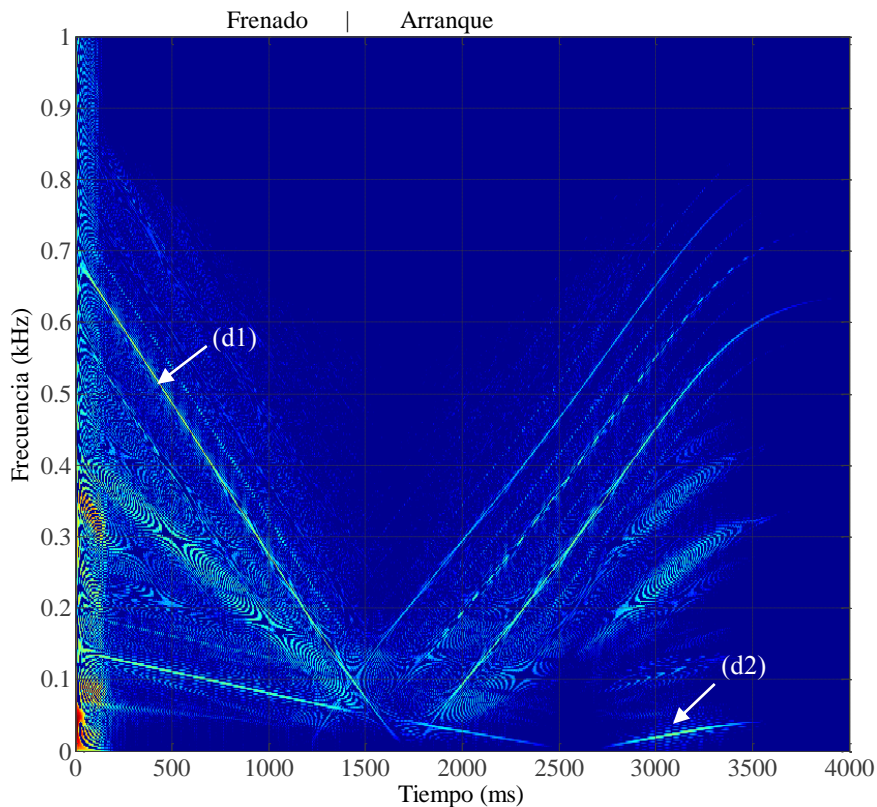
**Fig. 107** Forma de onda de la corriente de una fase del motor de dos pares de polos sano, durante el frenado por permutación de fases y posterior arranque en sentido contrario de giro.



**Fig. 108** Distribución de Wigner-Ville de un motor sano durante el frenado por permutación de fases y aceleración en sentido contrario, escala logarítmica.

Similarmente, la Fig. 109 presenta el análisis del mismo transitorio para el motor de inducción con una barra rota. En este caso, adicionalmente a los PSH, el LSH 50 (d2) es claramente visible al progresar desde 150 Hz a 50 Hz mientras el rotor para, y después continuando reduciendo su frecuencia otra vez hasta 0 Hz para finalmente evolucionar hacia su valor en estado estacionario, casi 50 Hz.

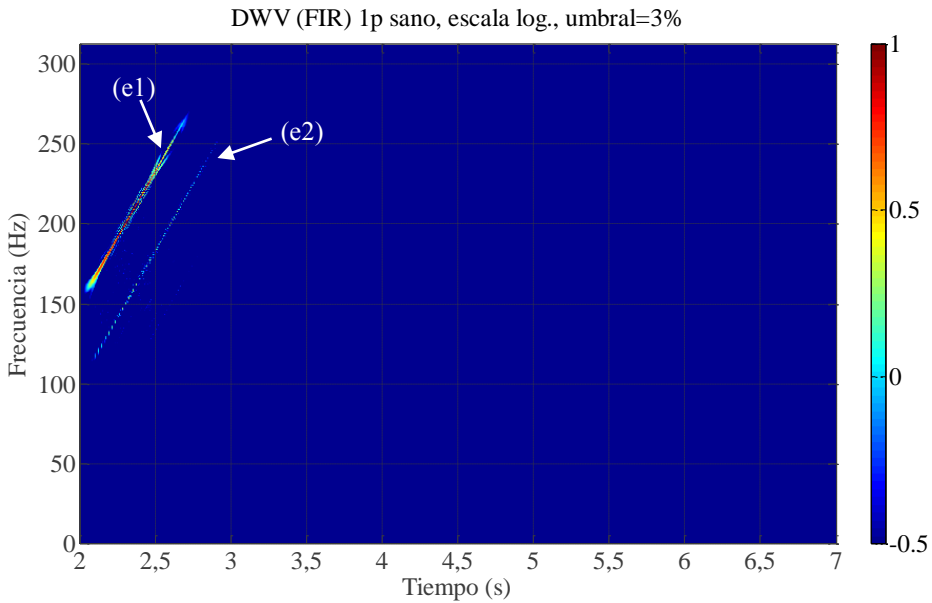




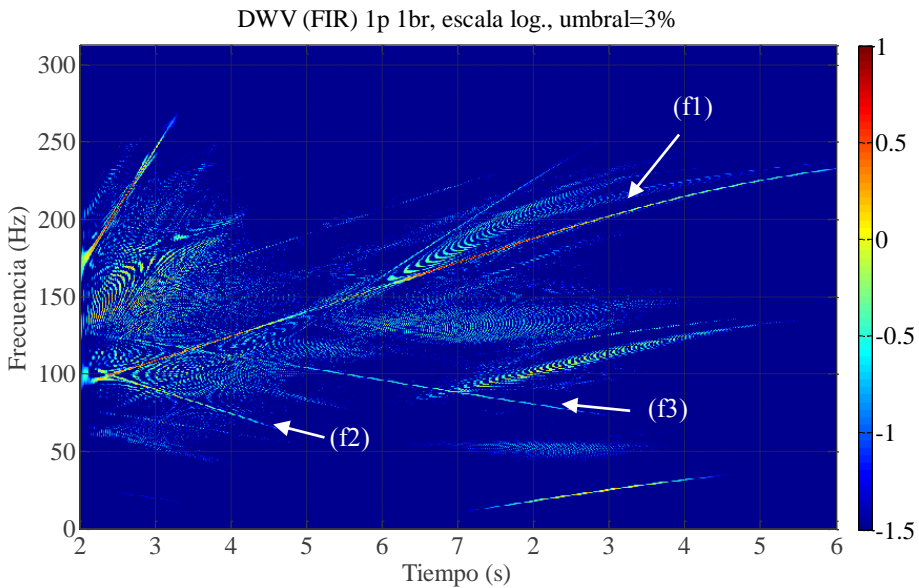
**Fig. 109** Distribución de Wigner-Ville de un motor similar al de la Fig. 108 sufriendo el fallo de una barra en el rotor. Escala logarítmica.

### 6.1.5 Aplicación del método propuesto a la detección de asimetría rotórica sobre el motor de un par de polos y 1,5 kW.

Adicionalmente, el enfoque propuesto fue probado en un motor de las mismas características al usado en el ensayo de rotura de barra por fatiga, presentado en el punto 1.1 del Anexo 1, con un par de polos y 20 barras. El procedimiento combinado de filtrado y posterior computación de la WVD también ha sido capaz de detectar el fallo de una barra en este de motor.



**Fig. 110** Distribución de Wigner-Ville del arranque de un motor de un par de polos en estado sano. Escala logarítmica.



**Fig. 111** Distribución de Wigner-Ville del arranque de un motor de un par de polos con una barra rota. Escala logarítmica.

La Fig. 110 no muestra ningún armónico de orden alto relacionados con defectos en este máquina en condición sana, sólo aparecen los componentes relacionados con el paso de barras del rotor PSH-1 (e1), PSH-3 (e2).

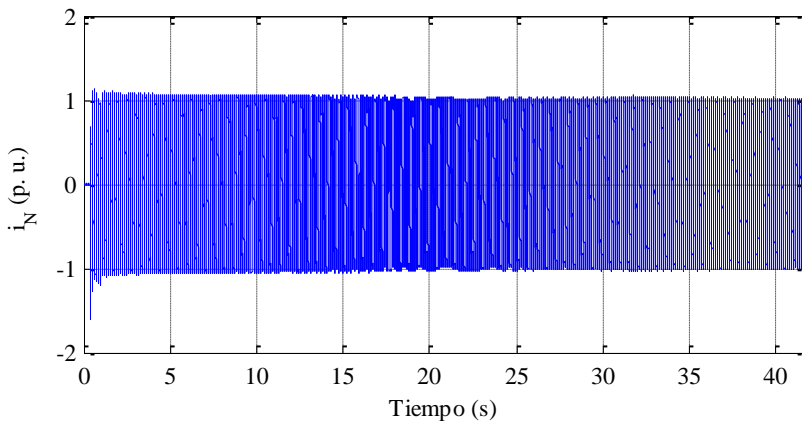
Sin embargo, cuando el rotor con una barra rota es probado, la energía en esta caja de tiempo-frecuencia cambia (Fig. 111) y la traza del LSH 250 (f1) aparece claramente. Dos armónicos descendentes (f2-f3) pueden también ser observados.

Al igual que en el caso del motor con dos pares de polos, el pretratamiento de la corriente muestreada obtenida durante el arranque del motor de inducción de un par de polos ha sido mayor que el empleado para la obtención de la Fig. 109, siendo filtradas las frecuencias por debajo de 50 Hz mediante un filtro Butterworth de paso alto, que elimina las frecuencias por debajo de los 50 Hz, antes de la obtención de la señal analítica y la DWV. Estos resultados fueron publicados en la ponencia [81].

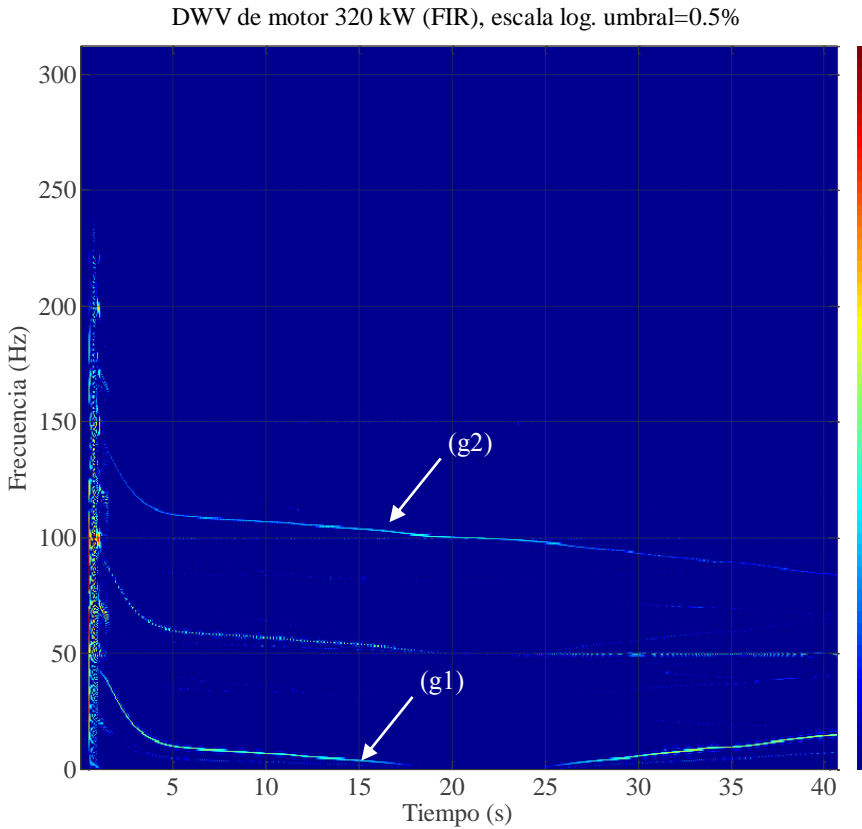
La aplicación del método de cuantificación propuesto al seguimiento e integración de la energía presente en el armónico LSH 250 (f1) cuya traza domina la Fig. 111 es de 51,6 dB para la máquina sana y de 33,3 dB para el motor que sufre la rotura de una barra.

#### 6.1.6 Aplicación del método propuesto a la detección de barras rotas en condiciones industriales

Finalmente el método propuesto se ha aplicado a la detección de la asimetría rotórica en condiciones industriales, gracias a la señal suministrada por el profesor Rusek, de la universidad de Cracovia. La Fig. 112 muestra la corriente estatórica de la parte inicial del arranque de un motor de 4 pares de polos y 320 kW que acciona un molino de carbón de alta velocidad en una central térmica. La velocidad de giro nominal del motor es de 740 rpm. Se ha determinado que el motor sufre una clara asimetría rotórica.



**Fig. 112** Parte inicial de la corriente de arranque de un motor de 320 kW que mueve un molino de carbón.



**Fig. 113** Distribución de Wigner-Ville de la parte del arranque del motor de 320 kW.

En la Fig. 113 se muestra el resultado de aplicar el método de diagnóstico propuesto a la corriente mostrada en la Fig. 112. Es posible apreciar la aparición de dos componentes, probablemente el LSH-50 (g1), que evoluciona hacia las bajas frecuencias y después asciende, alcanzado unos 20 Hz al final del diagrama, y el USH-50 (g2), que reduce su frecuencia desde los 150 Hz. La escala de colores abarca en este caso dos órdenes de magnitud.

Aunque la forma de onda del arranque no está completa, el ejemplo ilustra la capacidad del método propuesto para efectuar la detección de armónicos de orden alto y bajo con frecuencia variable durante el arranque de un motor en condiciones industriales.

## 6.2 Detección experimental de la excentricidad mixta

La validación sobre motores reales del método de diagnóstico propuesto para la detección del defecto de la excentricidad mixta se llevó a cabo sobre corrientes estáticas obtenidas del motor de 35 kW de la HUT, en una colaboración previa a la realización de la presente tesis, por parte de un miembro del grupo de investigación. Este motor presenta varias ventajas, además de la existencia de material con el que efectuar el desplazamiento del eje. En primer lugar, el gran número de barras del rotor provoca que los PSH evolucionen rápidamente hacia altas frecuencias, permitiendo disponer de una visión despejada de la segunda parte del transitorio de arranque. En segundo lugar, es posible medir la corriente de rama, que se ha revelado más sensible a los efectos de la excentricidad durante el arranque.

Así pues, para conseguir experimentalmente la excentricidad mixta en el laboratorio se ensambló un casquillo espaciador entre el eje y los anillos internos de los rodamientos, como se observa en la Fig. 115. De esta manera se obtuvo un valor medido de excentricidad, predominantemente dinámica, del 37% [172]. Una descripción detallada sobre la implementación de la falta se presenta en [199].

La Fig. 114 muestra una fotografía del montaje experimental usado. El motor se acopló a una máquina de corriente continua que actuaba de generador, que a su vez se conectó a un banco de resistencias, variando la carga mediante el control de la corriente magnetizante. Varios arranques fueron llevados a cabo mientras se capturaba la señal de corriente a través de un sensor Hall conectado a un registrador, que permitía el almacenamiento de la señal para un análisis posterior. Los parámetros de operación del motor fueron también almacenados usando un analizador de redes.

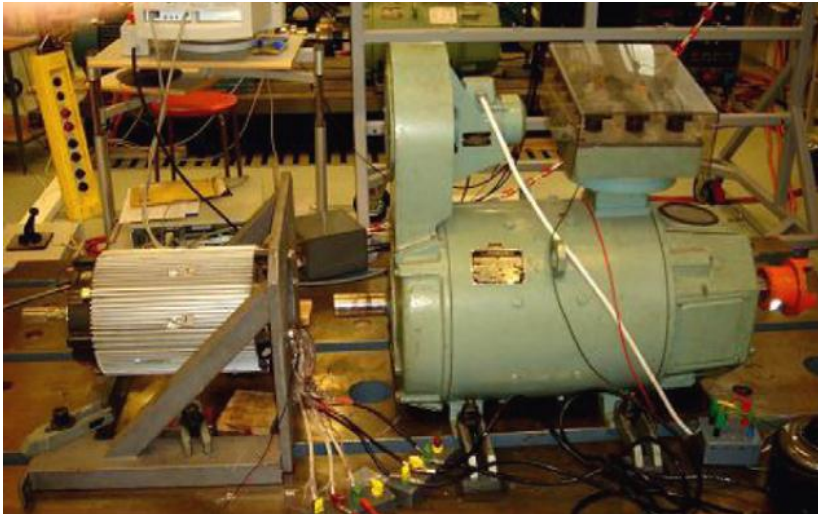
Puesto que la ecuación (2.19) depende del deslizamiento, al variar éste desde 1 hasta casi 0 durante el arranque, los componentes asociados con la excentricidad evolucionarán de una manera muy característica, la frecuencia del primer componente para una máquina de dos pares de polos comenzará siendo igual a la frecuencia de alimentación  $f$  ( $s=1$ ) y decrecerá hasta alcanzar casi  $f/2$  cuando el estado estacionario sea alcanzado ( $s \approx 0$ ). El segundo componente tiene una frecuencia inicial también igual a  $f$  ( $s=1$ ) y evoluciona hacia  $3 \cdot f/2$  ( $s \approx 0$ ), etc. El seguimiento de estos componentes en la corriente de arranque ha sido probado como una forma eficaz de detección de excentricidades [32], [172].

$$f_{exc1} = \left| v \pm k \frac{1-s}{p} \right| f \quad (2.19)$$

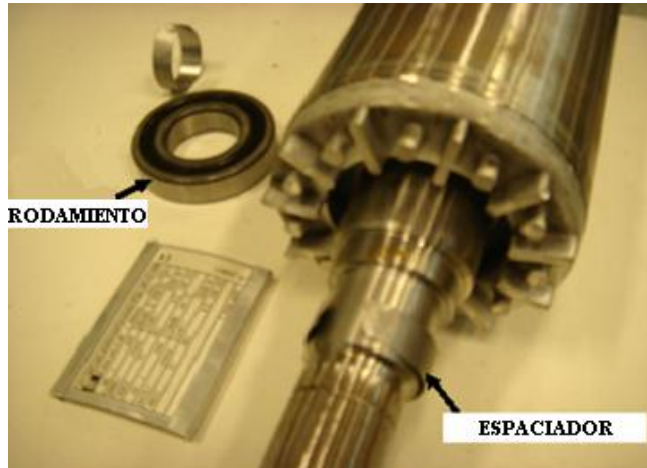
Según la expresión (2.19), para el motor HUT expuesto en el 0, se tienen los siguientes valores límite al comienzo y al final del transitorio de arranque:

**Tabla 32. Componentes de excentricidad de acuerdo a (2.19) para  $p=2$  y  $f=50$  Hz: valores de la frecuencia inicial y final durante el arranque (en Hz).**

Componente	$v$	$k$	Signo en (2.19)	Valor de la frecuencia inicial (conexión, $s=1$ )	Valor de la frecuencia final(estado estacionario, $s=0.001$ )
EC-25	1	1	-	50	25.025
EC-75	1	1	+	50	74.975
EC-0	1	2	-	50	0.05
EC-100	1	2	+	50	99.95
EC-75-2	2	1	-	100	75.025
EC-125	2	1	+	100	124.975
EC-175	3	1	+	150	174.975

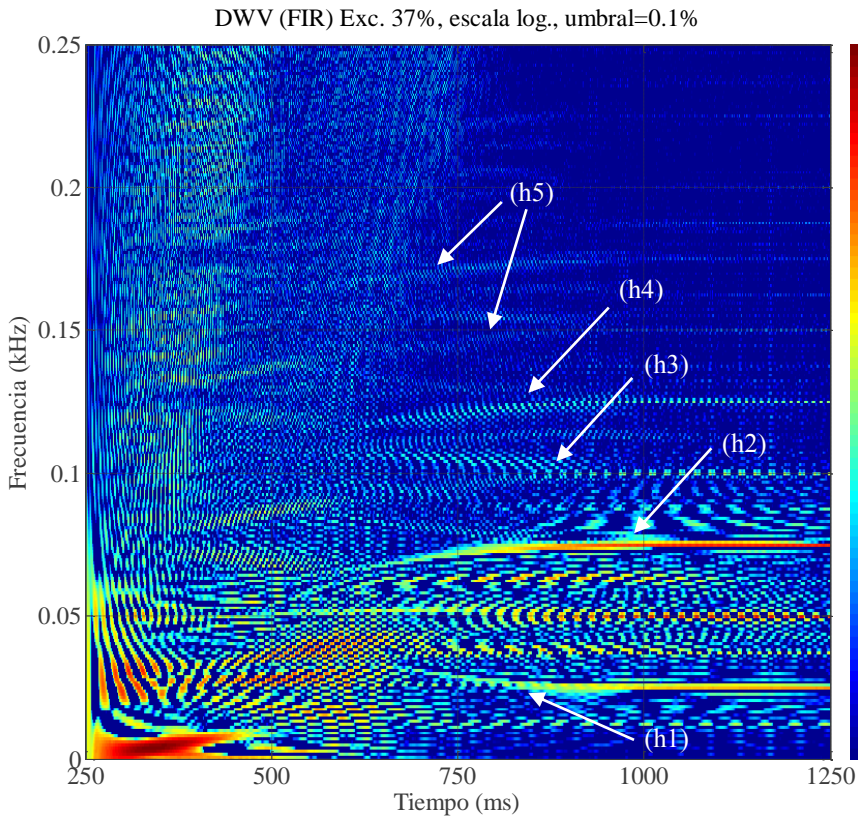


**Fig. 114 Montaje experimental del motor HUT.**



**Fig. 115 Implementación de la excentricidad dinámica en el motor HUT mediante el uso de casquillos.**

La Fig. 116 muestra la DWV de la corriente de arranque para este caso. La paleta de colores, mostrada a la derecha, abarca en este caso tres órdenes de magnitud. Es posible identificar de manera clara las evoluciones de los componentes relacionados con la excentricidad EC-25 (h1) y EC-75 (h2). También los componentes EC-100 (h3), EC-125 (h4) e incluso algunas trazas del EC-150 y EC-175 (h5) son detectados. Estos resultados ratifican la validez de tanto los componentes de orden bajo como los de orden alto para el diagnóstico de fallo.



**Fig. 116** Distribución de Wigner-Ville de la corriente de arranque experimental del motor de 35 kW con un 37% de excentricidad.

Estos resultados, que son coincidentes con sus homólogos obtenidos mediante simulación, y fueron incluidos tanto en la ponencia [182] como en el artículo [185].

### 6.3 Detección experimental de cortocircuitos en el estátor

El estudio experimental del fallo de cortocircuito entre espiras también se realizó sobre el motor HUT, que disponía del material necesario para llevarlo a cabo. Se procedió a forzarlo experimentalmente manteniendo el rotor con una barra rota, debido a ensayos realizados previamente. El cortocircuito fue realizado entre dos espiras adyacentes. Para ello, el aislamiento de los conductores del devanado fue lijado y dos cables soldados a sus extremos. Estos conductores eran suficientemente largos para ser llevados fuera del motor donde se cerraban mediante un interruptor. El cortocircuito se mantenía durante todo el transitorio de arranque, hasta que el estado estacionario se encontraba bien establecido. La



Fig. 117 (a) muestra los conductores soldados y la Fig. 117 (b) muestra el interruptor externo.

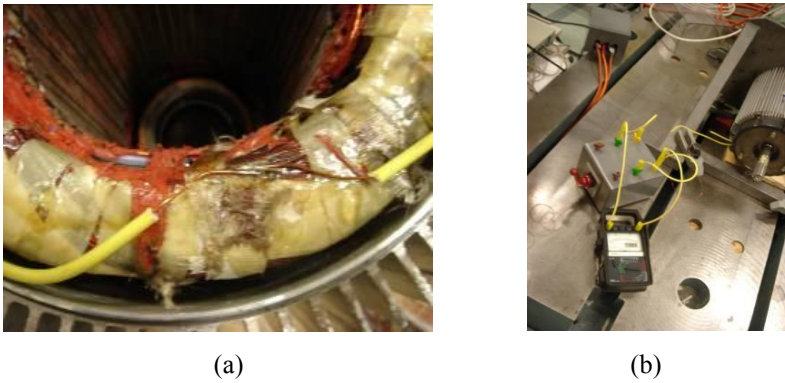


Fig. 117 Montaje experimental: espiras soldadas (a), interruptor externo (b).

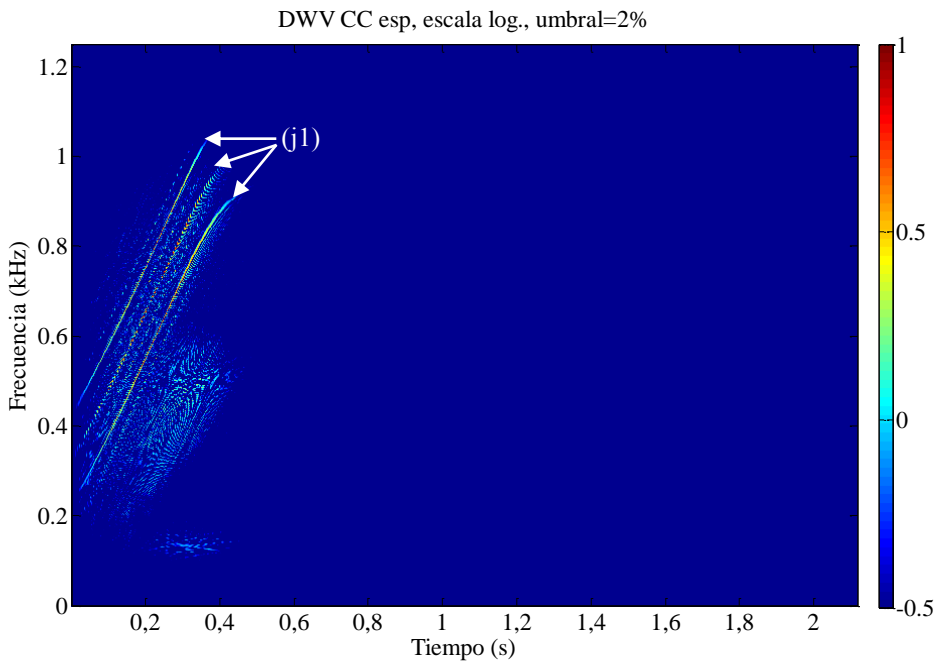
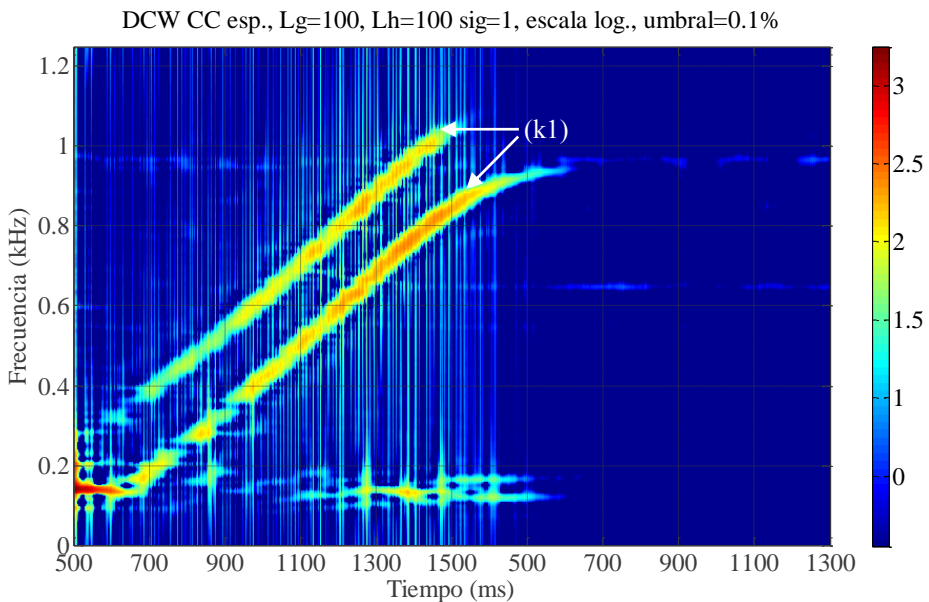


Fig. 118 Distribución de Wigner-Ville del arranque experimental de una máquina con cortocircuito entre espiras y una barra rota.

La Fig. 118 muestra la aplicación de la distribución de Wigner-Ville a la corriente de arranque obtenida experimentalmente bajo las condiciones expuestas anteriormente. Los resultados indican la presencia de los PSH para  $(k=1, \nu=-1)$ ,  $(k=1, \nu=+1)$  y  $(k=1, \nu=+3)$ ,

(j1), como fue comentado en las simulaciones. Si se compara cualitativamente la amplitud de estos PSH con la de los mostrados en las Fig. 90, se aprecia una mayor energía presente en estos componentes, al obligar a incrementar el valor umbral para su representación.

Finalmente, la Fig. 119 muestra la aplicación de la CWD a esta misma señal experimental. Se puede comparar con las Fig. 93 y Fig. 94 para comprobar que la mayor energía de los PSH también es observada mediante este método en este caso (k1).



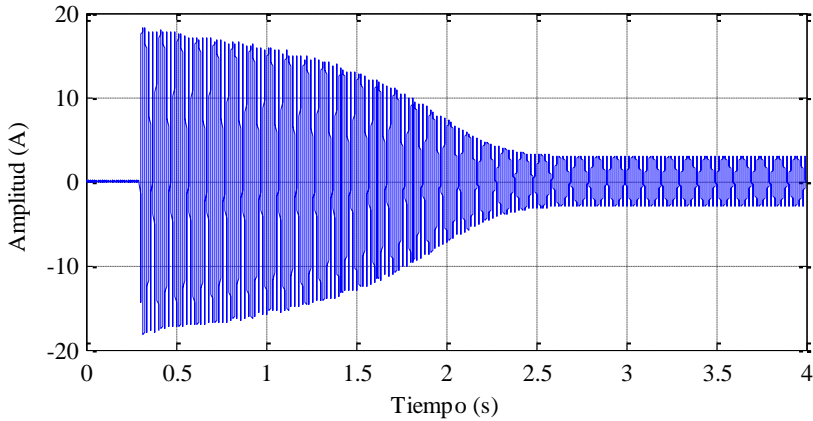
**Fig. 119** Aplicación de la CWD a la corriente experimental de arranque de una máquina con cortocircuito entre espiras y una barra rota.

La carencia de un mayor número de señales reales no permite llegar a una validación completa del método para la detección de esta avería, ni discriminar el efecto que el otro fallo presente en el motor puede tener en los PSH. No obstante, la capacidad del método propuesto para representar la energía presente en estos armónicos de paso de barra queda comprobada, y por tanto, su utilidad para la detección de defectos estáticos más o menos graves.

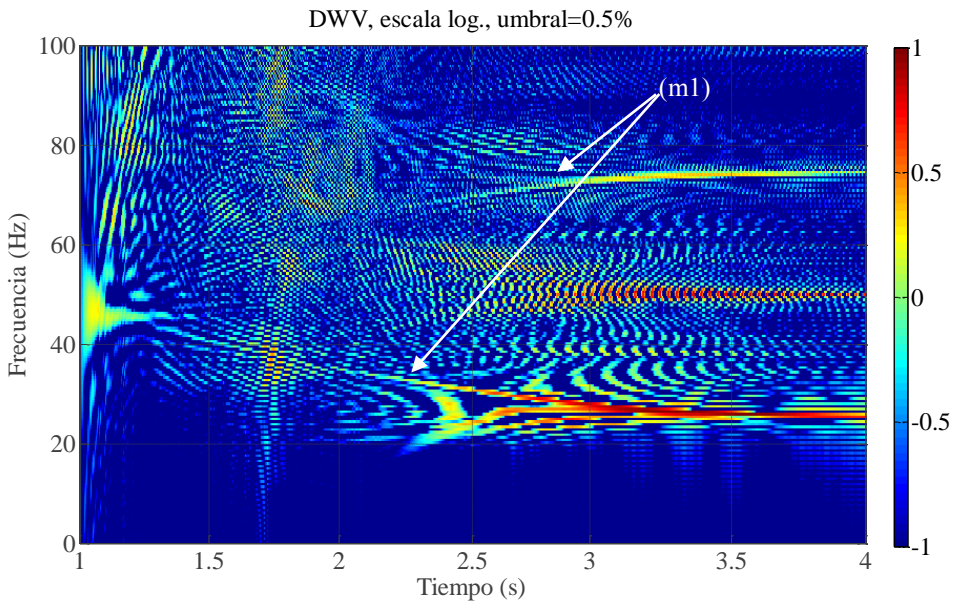
#### 6.4 Detección de defectos cíclicos en los rodamientos

Para la detección experimental de fallos cíclicos en rodamientos, se modificó un motor de dos pares de polos del tipo mostrado en el punto 1.2 del Anexo 1, retirándose el rodamiento y efectuándose una perforación en su pista exterior. Se trata pues, de acuerdo con lo expuesto en 2.2.4, de un defecto cíclico, en comparación con la rugosidad generalizada, que también puede darse en este tipo de elementos.

El motor fue ensayado conectado en estrella, capturándose la corriente de alimentación en dos fases, mediante transformador de intensidad y *shunt* en una de ellas y a través de una pinza amperimétrica en la otra. Se aplicó el método de diagnóstico propuesto en la presente tesis a la primera de ellas.



**Fig. 120** Forma de onda de la corriente capturada de un motor con fallo cíclico en un rodamiento.



**Fig. 121** Resultado del análisis mediante el procedimiento propuesto de la corriente mostrada en la figura anterior.

La forma de onda de la corriente analizada se observa en la Fig. 120 y en la Fig. 121 se aprecia el resultado del análisis mediante el método propuesto. Para este caso se ha efectuado pretratamiento de la señal severo, limitando las frecuencias de la señal a una banda comprendida entre los 20 y los 112,5 Hz. Además de eliminar la componente fundamental de la corriente, se ha desechado el primer segundo de la forma de onda, para evitar que la amplitud de los PSH altere la escala de representación.

Como predice la ecuación (2.32), donde  $f_e$  es la frecuencia de alimentación,  $f_{rot}$  es la frecuencia de giro y  $k=1,2,\dots$ , aparecen armónicos por encima y por debajo de la frecuencia fundamental:

$$f_{ecc} = f \cdot \left[ 1 \pm k \left( \frac{1-s}{p} \right) \right] = |f_e \pm k \cdot f_{rot}| \quad (2.32)$$

Estos armónicos, que en el instante de conexión comparten frecuencia con el fundamental, y conforme aceleran se separan de éste, como se observa en la Fig. 121 (m1), son coincidentes con los que se mostrarían en el caso de que existiese excentricidad mixta. En general, la detección de estos armónicos durante el arranque de este tipo de motores se ha revelado como una cuestión no obvia, lo cual refuerza la importancia del resultado.

## 6.5 Análisis crítico del método propuesto

Los resultados experimentales confirman los obtenidos en el Capítulo 5 e incluso los amplían: tanto la asimetría rotórica, como la excentricidad mixta, defectos en el estátor y el fallo cíclico de rodamientos son detectados durante arranques directos de motores que cuentan con un amplio rango de potencias, e incluso sobre señales obtenidas en aplicaciones industriales, donde el ambiente electromagnético puede añadir ruido a la señal.

La asimetría rotórica se revela como sencilla de detectar, tanto en frecuencias más altas como más bajas que la componente fundamental. Los resultados de aplicar el método de diagnóstico propuesto al cortocircuito entre espiras también son positivos, aunque la falta de un mayor número de señales experimentales impide profundizar en la cuestión.

Las mayores dificultades aparecen en la detección de la excentricidad mixta, defecto que ha de ser de bastante importancia para que se aprecien los armónicos característicos, especialmente a altas frecuencias.

Más allá de todo esto, el método propuesto facilita una distribución de la energía en tiempo-frecuencia que permite la detección de armónicos de falta que evolucionan tanto por encima como por debajo del valor de la componente fundamental, lo que facilita la confirmación del diagnósticos difíciles en una sola etapa.

Teniendo en cuenta estas características, el campo de aplicación más inmediato del método desarrollado sería su integración en sistemas de mantenimiento predictivo de motores de gran potencia implicados en procesos críticos (sistemas de refrigeración en centrales nucleares; bombas, molinos y soplantes en plantas de potencia o en la industria pesada...). En estas aplicaciones, los motores suelen alimentarse en alta tensión sin intercalar convertidores, y poseen arranques largos y pesados. Puesto que el funcionamiento de estas máquinas es habitualmente supervisado de manera continua por un ordenador, no supondría

un coste adicional programar los algoritmos del método propuesto, que deberían ejecutarse cada vez que el motor fuera arrancado.

A partir de la información generada podrían calcularse una serie de parámetros de detección de falta relacionados con distintos tipos de avería y diferentes tipos de armónicos. El seguimiento de la evolución de estos parámetros permitiría detectar la aparición de posibles averías de un modo muy temprano. Una vez detectada una evolución significativa de uno o varios parámetros, se procedería al análisis exhaustivo de las gráficas de las distribuciones de energía por parte de un experto, que podría elaborar un diagnóstico apoyándose en la gran cantidad de información disponible.

La sensibilidad del método en la detección de la asimetría rotórica es tema del próximo capítulo.



## **CAPÍTULO 7. RESULTADOS DEL ENSAYO DE ROTURA DE BARRA POR FATIGA**

Como se ha expuesto en el Capítulo 3 el método de diagnóstico propuesto en la presente tesis fue desarrollado como consecuencia de la necesidad de estudiar detalladamente las descomposiciones obtenidas mediante la transformada Wavelet Discreta de la corriente de arranque de un motor de inducción. Este motor de inducción se encontraba sometido a un test destructivo, realizado sobre el montaje expuesto en el Anexo 2, basado en la repetición cíclica de arranques pesados, con el que se trataba de reproducir la rotura natural de una barra del estátor.

En este capítulo se retoma dicho ensayo, exponiéndose los resultados que se han obtenido más allá del ciclo 22.000, para culminar, tras cinco años de trabajo, con el objetivo inicialmente buscado, la reproducción en condiciones reales del inicio y agravamiento de la rotura de barra del rotor, lo que permite la determinación de la sensibilidad de los diferentes métodos de diagnóstico.

La extensión temporal de este ensayo ha motivado que durante el mismo se hayan llevado a término ciertas modificaciones y perfeccionamientos en el montaje, las cuales se resumen en la Tabla 33:

**Tabla 33. Cambios realizados en el montaje del ensayo de rotura de barra por fatiga**

	1ª época	2ª época	3ª época
<b>Ciclos</b>	1-33.477	33.478-79.007	79.008-82.265
<b>Rotor</b>	Sano	Torneado	Torneado y perforado
<b>Sensor de corriente fase R</b>	Trafo intensidad 15/5 clase 0.5 y <i>shunt</i> 60 mV-6A		
<b>Sensor de corriente fase T</b>	Trafo intensidad 15/5 clase 0.5 y <i>shunt</i> 60 mV-6A		Pinza amperimétrica
<b>Medición de velocidad</b>	Tacodinamo, acoplado al motor	<i>Encoder</i> , acoplado a la carga	
<b>Posición termopar motor</b>	Externo, delante de la caja de bornas	Interno, sobre la armadura del estátor	
<b>Sujeción motor</b>	Base soldada Entre ciclos 65-69.000: base flexible		Perfiles de aluminio atornillados
<b>Ciclo de funcionamiento</b>	Arranque y estacionario	A partir del ciclo 60.744, arranque, estacionario y frenado	

## 7.1 Resultados iniciales

Los resultados iniciales del ensayo de rotura de barra por fatiga son expuestos en el Capítulo 3. Inicialmente se aprecia un ligero descenso de los parámetros indicadores, definidos en el punto 3.2.2, tanto FFT (medido en estado estacionario) (3.1) como Wavelet (3.2):

$$\gamma_{FFT} = 20 \cdot \log \left( \frac{I_1}{I_{LSH}} \right) \quad (3.1)$$

$$\gamma_{W,\chi} = 10 \cdot \log \left[ \frac{\sum_{j=N_i}^{N_f} i_j^2}{\sum_{j=N_i}^{N_f} [\chi(j)]^2} \right] \quad (3.2)$$

No obstante, a partir del arranque número 12.000 aproximadamente, esta tendencia claramente desaparece. Estos resultados fueron publicados en [2].





Fig. 122 Estado del rotor previo al mecanizado

## 7.2 Resultados a mitad del experimento

El experimento prosiguió hasta arranque 33.477. Durante este periodo el motor no mostró signos de daño a través de ninguno de los tres indicadores (FFT, DWT y vibración), probablemente debido al hecho de que la construcción de estas jaulas de ardilla de pequeño tamaño, se realiza mediante fundición inyectada (ver 2.1.1) y se encuentran sobredimensionadas, haciendo su diseño especialmente resistente a este tipo de fallo.

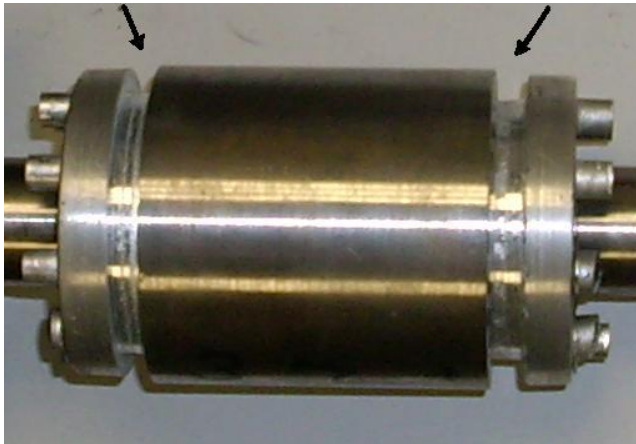


Fig. 123 Rotor tras la mecanización.

Consecuentemente, se concibió una modificación del rotor con el objetivo de aproximar su morfología al de una máquina de mayor tamaño. Los anillos a ambos lados del núcleo del

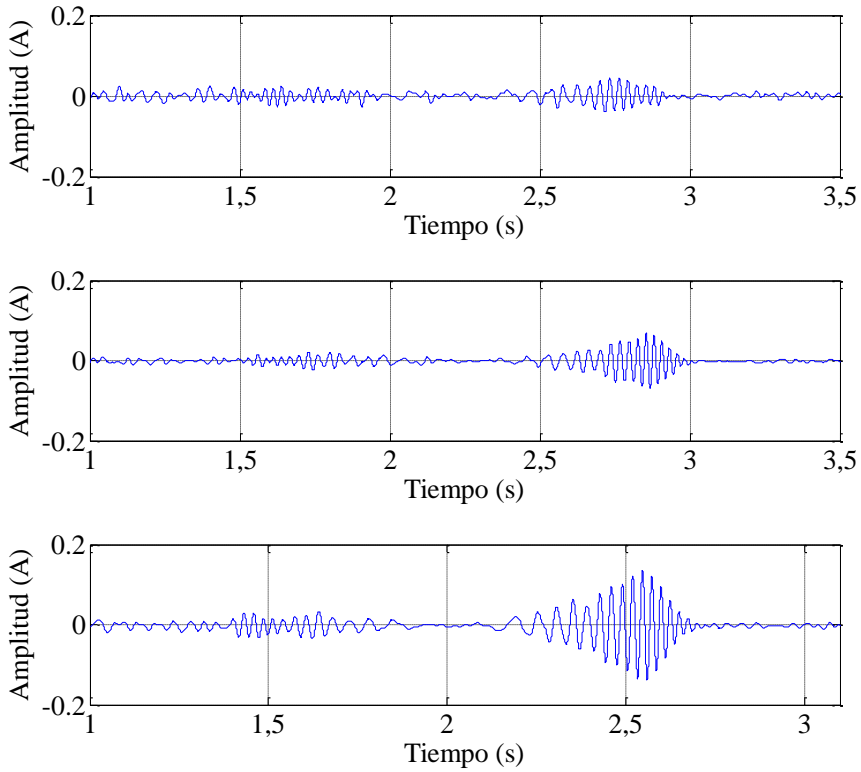
rotor fueron mecanizados en un torno, eliminando simétricamente el aluminio en contacto con las barras. Hasta el 40% del material fue eliminado en la dirección axial y un 60 % en la dirección radial, creando de esta manera dos anillos en voladizo (Fig. 123), con una resistencia incrementada en su unión con las barras, que es una disposición más cercana a la de un motor de gran tamaño, potenciando de esta manera el estrés térmico y mecánico que causan la ruptura de la barra de un rotor.

Con esta configuración se llevaron a cabo 7.000 arranques adicionales, sin que se observase una evolución substancial.

No obstante, aunque el objetivo primario no fue conseguido, durante el proceso de torneado se indujo una ligera asimetría que resultó útil a la hora de evaluar las diferentes técnicas de diagnóstico consideradas. Esta asimetría duplica la amplitud de la señal de fallo presente en el estado previo (sano), como se aprecia en la Fig. 124.

Dicho efecto permitió finalmente el llevar a cabo una evaluación de los diferentes parámetros de fallo. La Fig. 125 la descomposición mediante la transformada Wavelet discreta de la corriente de la fase R del arranque número 36.504. En dicha figura aparece con claridad la evolución del componente lateral inferior que cruza diferentes bandas conforme su frecuencia se reduce y aumenta durante el proceso de arranque. De todas ellas, y de sus combinaciones en forma de las aproximaciones de orden 6 y 7, se definen los correspondientes indicadores de fallo mediante la expresión (3.2).

La Fig. 126 muestra los resultados suavizados con una media de longitud 50 para los cinco parámetros obtenidos mediante la DWT y la FFT para una fase. Los indicadores de las aproximaciones de orden 7 y 8 y los detalles de orden 7 y 8 presentan una clara reducción. Como muestra la Fig. 125, la aproximación de orden 8, que cubre frecuencias por debajo de los 10 Hz para la tasa de muestreo empleada (ver Tabla 2), y el detalle 7, que engloba los componentes entre los 39 y los 19,5 Hz, sufren ambos el efecto del ruido, que amortigua la evolución de los indicadores de falta derivados de ambos. En el primer caso, este ruido se debe a componentes de baja frecuencia, mientras que en el segundo, se relaciona con la componente fundamental de la corriente.



**Fig. 124** Aproximación de orden 7 de los arranques 999, 33.002 (justo antes) y 36.504 (después el proceso de torneado).

Por tanto, aunque el detalle de orden 8, para esta frecuencia de muestreo y máquina, ha sido seleccionado inicialmente como la banda más adecuada para detectar un defecto incipiente, y los resultados experimentales confirman que dicho indicador sufre la mayor reducción, en otras condiciones que pudieran añadir ruido en esa banda, otros niveles de la descomposición Wavelet, como la aproximación de orden 7 podrían ser más adecuadas para detectar y seguir el proceso de rotura.

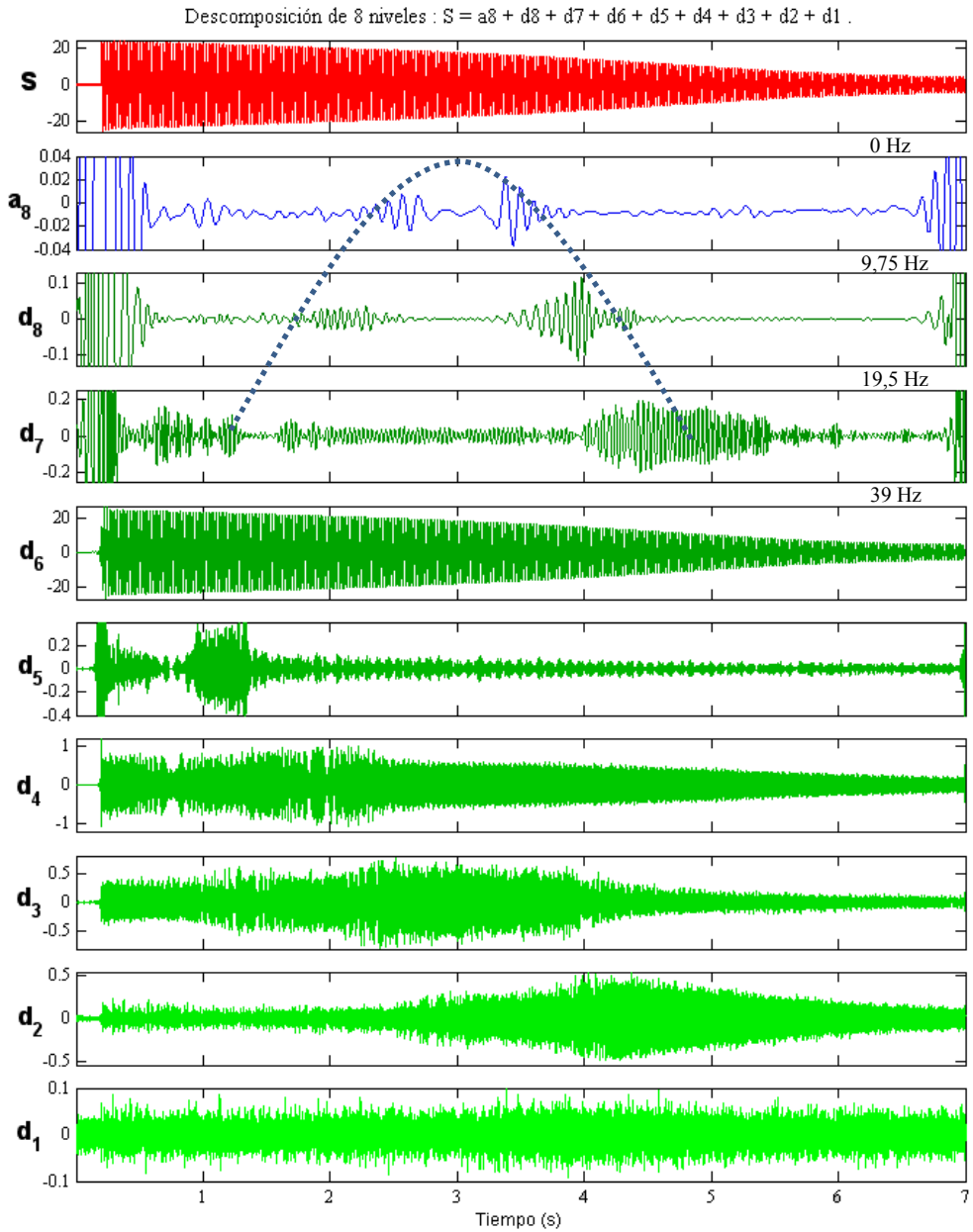
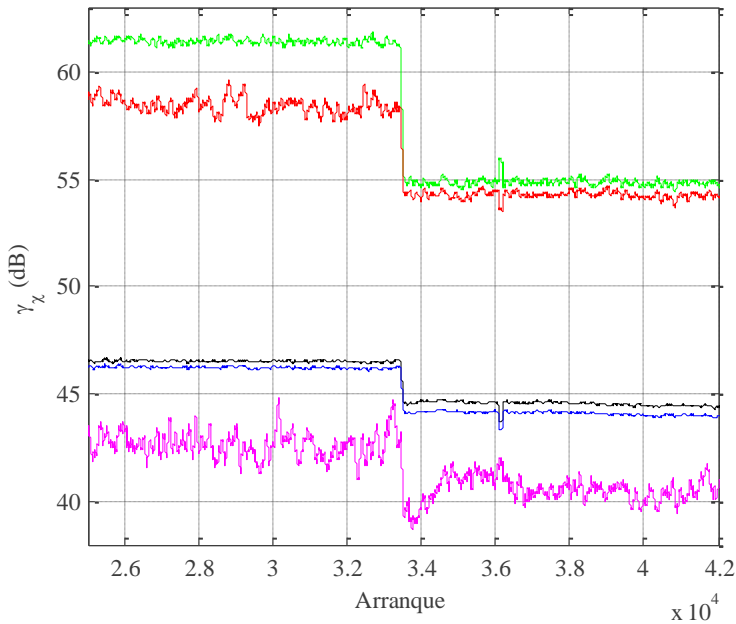


Fig. 125 Descomposición de orden 8 mediante la transformada Wavelet discreta del arranque número 36.504.  $d_7$ ,  $d_8$  y  $a_8$  muestran la variación del armónico lateral inferior durante el arranque.



**Fig. 126** Parámetros suavizados antes y después del torneado, arranques en caliente: desde arriba, detalle 8 (verde), aproximación 7 (rojo), detalle 7 (negro), aproximación 6 (azul). Abajo: indicador FFT (magenta).

### 7.3 Resultados tras las dos primeras épocas

El experimento prosiguió con la realización de otros 20.000 arranques hasta que se comprobó que a pesar del debilitamiento del rotor, no se detectaba evolución alguna en los parámetros que determinaban el estado del circuito secundario. Como consecuencia de este resultado, se decidió proceder a incrementar la severidad de las condiciones del experimento.

Por tanto, a partir del ensayo número 60.744 comenzó a aplicarse además del ciclo de arranque y funcionamiento en estado estacionario expuesto en el punto 3.2.1, un frenado por permutación de fases, como ya se tenía previsto desde el inicio de las pruebas. El ensayo prosiguió otros 16.000 arranques hasta que, al no observarse ninguna evolución, se decidió continuar, en el ciclo 79.007, con el debilitamiento de una barra mediante la ejecución de perforaciones de cada vez mayor diámetro en su unión con el anillo de cortocircuito hasta lograr la rotura espontánea.

Hay que destacar que dada la extensión temporal del ensayo, que se ha sido realizado durante cinco años, no ha sido posible mantener constantes ciertos condicionantes externos. En particular, la base sobre la que se sujeta el motor fue sustituida tras el arranque 79.007, por una basada en perfiles de aluminio, mucho más ligera. También se realizaron pruebas entre el arranque 65.000 y el 69.000 con un sistema de sujeción más flexible.

Por otro lado, los sensores también fueron alterados. En particular se utilizó una pinza amperimétrica para la captura de la corriente de la fase T a partir del arranque 79.007. También se incrementó la resolución del registrador de datos (aunque se usó el mismo equipo) de 12 bits a 16 bits, tras el arranque 80.188.

### 7.3.1 Análisis de los indicadores de falta basados en la FFT

En la Fig. 127 se muestra la evolución a lo largo de la totalidad del ensayo de los indicadores basados en el estudio del estado estacionario mediante la FFT para la fase R. En rojo los valores suavizados (por media móvil de amplitud 50) del indicador de asimetría rotórica basado en el análisis en estado estacionario, el cual compara la amplitud de la componente fundamental con la amplitud de su banda lateral inferior, o LSH durante todo el ensayo:

$$\gamma_{FFT} = 20 \cdot \log \left( \frac{I_1}{I_{LSH}} \right) \quad (3.1)$$

En azul se ha representado el valor suavizado por media móvil de amplitud 50 del indicador de asimetría rotórica basado en la suma de la amplitud tanto el LSH como el USH, también para todos los ciclos que ha durado el ensayo:

$$\gamma_{FFT} = 20 \cdot \log \left( \frac{I_1}{I_{LSH} + I_{USH}} \right) \quad (7.1)$$

Para el cálculo de dichos indicadores, se ha empleado un procedimiento de mejora del espectro más profundo que el realizado en el Capítulo 3 y en los dos puntos anteriores. En este caso se ha tomado la forma de onda de la corriente capturada de 10 segundos de duración a 5.000 muestras por segundo y antes de proceder al cálculo de la transformada rápida de Fourier, se ha aplicado una ventana de Blackman, con longitud de 50.000 puntos para reducir el efecto *leakage* de la componente fundamental. La detección de picos ha sido mejorada mediante el algoritmo de Teager-Kaiser (ver al respecto el punto 2.2.3 del Anexo 2).

En la Fig. 128 se aprecian los mismos parámetros calculados mediante el mismo procedimiento, para la fase T. En cian se presenta el parámetro que sólo tiene en cuenta la amplitud del LSH, y en magenta, el que tiene en cuenta la suma de las amplitudes de los armónicos de asimetría rotórica LSH y USH. La Fig. 129 muestra a su vez las frecuencias a las cuales se han detectado los picos, sobre el espectro obtenido mediante la FFT de las corrientes de las fases R y T en estado estacionario, cuya amplitud sirve para calcular los indicadores antes mencionados. En este caso también han sido suavizadas por media móvil de amplitud 50.

Inicialmente, en estos diagramas conviene establecer las tres épocas en las que se divide la realización de este ensayo:

1ª época: correspondiente al inicio del ensayo, abarcando desde el arranque 1 hasta el 33.477. El motor se probaba tal como se había recibido, sin realizarle ninguna modificación. El sensor de temperatura del motor se situaba de manera externa, junto a la caja de bornas.

2ª época: el motor fue desmontado para proceder al mecanizado del rotor mediante un torneado que eliminó de manera simétrica y en ambos anillos aluminio para debilitar la unión entre las barras y éstos. La tacodinamo se suprimió y fue sustituida por un *encoder*, acoplado en el otro extremo del montaje, sobre el eje de la carga. El sensor de temperatura del motor se situó sobre la cara externa de la chapa magnética del estátor, introduciendo el termopar a través de la caja de bornas. A partir del arranque 60.744 se procedió a aplicar frenado por inversión de fase, y del arranque 66.000 al 69.100 se dotó al motor de una base más flexible.

3ª época: la unión de una barra con el anillo de cortocircuito fue debilitada sucesivamente mediante perforaciones cada vez de mayor diámetro, el transformador y el *shunt* que se utilizaban para capturar la corriente de la fase T fueron sustituidas por una pinza amperimétrica.

En la primera época se aprecia que los indicadores de avería basados en el análisis en estado estacionario de la corriente  $\gamma_{FFT}$  apenas sufren evolución en los primeros 14.000 arranques para la fase R y los 10.000 para la fase T y a partir de ese momento muestran un comportamiento irregular. La Fig. 129, que muestra la frecuencia de detección de los picos, indica un ligero incremento de velocidad durante estos primeros 10.000 arranques.

En la Tabla 34 se muestra el cambio de frecuencia de detección de los componentes de fallo LSH y USH en la fase inicial del ensayo y en la Tabla 35 se aprecia la desviación típica de estos valores. Los resultados muestran la esperada correlación entre sí, distanciándose un valor similar para cada fase y periodo de la componente fundamental, una comprobación de la precisión del método de mejora del espectro mediante el uso de una ventana y el algoritmo de Teager-Kaiser.

**Tabla 34. Media de las frecuencias de detección de armónicos de asimetría rotórica**

Armónico	Media 50 primeros arranques (Hz)	Media arranques de 10.000 a 15.000 (Hz)
Fase R, LSH	45,69	45,95
Fase R, USH	54,31	54,05
Fase T, LSH	45,69	45,95
Fase T, USH	54,32	54,01

**Tabla 35. Desviación típica de las frecuencias de detección de armónicos de asimetría rotórica**

Armónico	Desviación típica 50 primeros arranques	Desviación típica de 10.000 a 15.000
Fase R, LSH	0,21	0,14
Fase R, USH	0,2	0,13
Fase T, LSH	0,21	0,14
Fase T, USH	0,2	0,13

Tomando en cuenta estos armónicos, se aprecia una variación promedio de 0,26 Hz, es decir, 7,8 rpm, lo que en todos los casos se encuentra por encima de la desviación típica, y por tanto puede tomarse como un resultado significativo.

Este incremento de la velocidad de giro del motor durante los primeros arranques podría relacionarse con la mejor lubricación de los rodamientos de la carga, con un progresivo asentamiento a las condiciones de funcionamiento tras un periodo en desuso prolongado.

A continuación, no aparecen más cambios de importancia hasta la mecanización del rotor, llevada a cabo tras el arranque 33.477, que divide la primera y segunda épocas de estudio. Los valores medios de los indicadores de asimetría rotórica durante ambas se muestran en la Tabla 36. La reducción tras el mecanizado es de casi 2 dB para la fase R y un valor ligeramente inferior en los indicadores de la fase T.

**Tabla 36. Valores medios de los indicadores FFT durante la primera y segunda épocas**

<b>Indicador</b>	<b>Media 1ª época (dB)</b>	<b>Media 2ª época (dB)</b>
$\gamma_{FFT,R}$ (LSH)	42,8	40,9
$\gamma_{FFT,R}$ (LSH + USH)	41,3	39,5
$\gamma_{FFT,T}$ (LSH)	42,5	40,8
$\gamma_{FFT,T}$ (LSH + USH)	41	39,3

Las desviaciones típicas de estos parámetros para ambas épocas se presentan en la Tabla 37. Los parámetros de cuantificación de asimetría rotórica para la fase T resultan mucho más exactos, con una desviación típica de alrededor de un tercio inferior a los correspondientes a la fase R.

**Tabla 37. Desviaciones típicas de los indicadores FFT durante la primera y segunda épocas**

<b>Indicador</b>	<b>Desviación típica 1ª época (dB)</b>	<b>Desviación típica 2ª época (dB)</b>
$\gamma_{FFT,R}$ (LSH)	0,78	1,3
$\gamma_{FFT,R}$ (LSH + USH)	0,65	1,1
$\gamma_{FFT,T}$ (LSH)	0,64	0,87
$\gamma_{FFT,T}$ (LSH + USH)	0,54	0,74

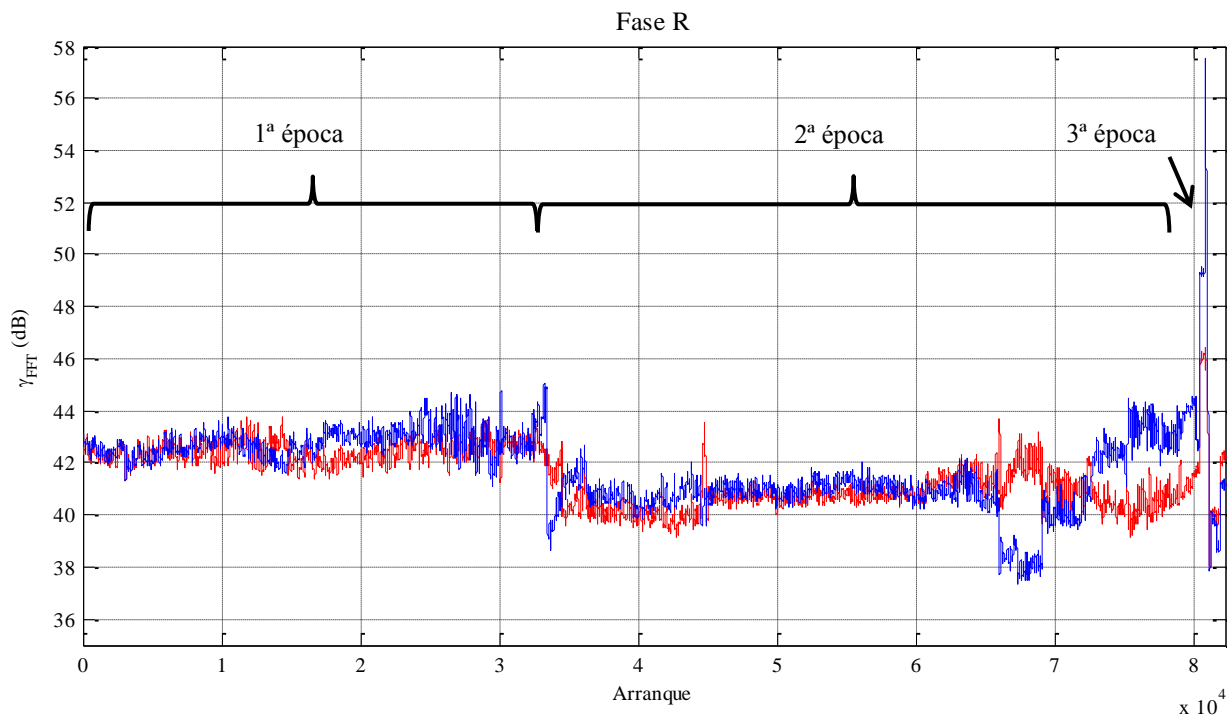
En las Fig. 127 y Fig. 128 se observan estos indicadores. En general se muestra un comportamiento similar para ambas fases en la primera época y en la segunda hasta alrededor del arranque 44.000. A partir de ese punto y hasta el arranque 60.744 en que comenzaron los ciclos con frenado por inversión de fase, los indicadores de la fase T incrementan su valor, mientras que los de la R permanecen constantes.

Tras el comienzo de los ciclos que incluían frenado y el considerable incremento de la temperatura de operación del motor, ambos indicadores sufren una mayor variabilidad. La

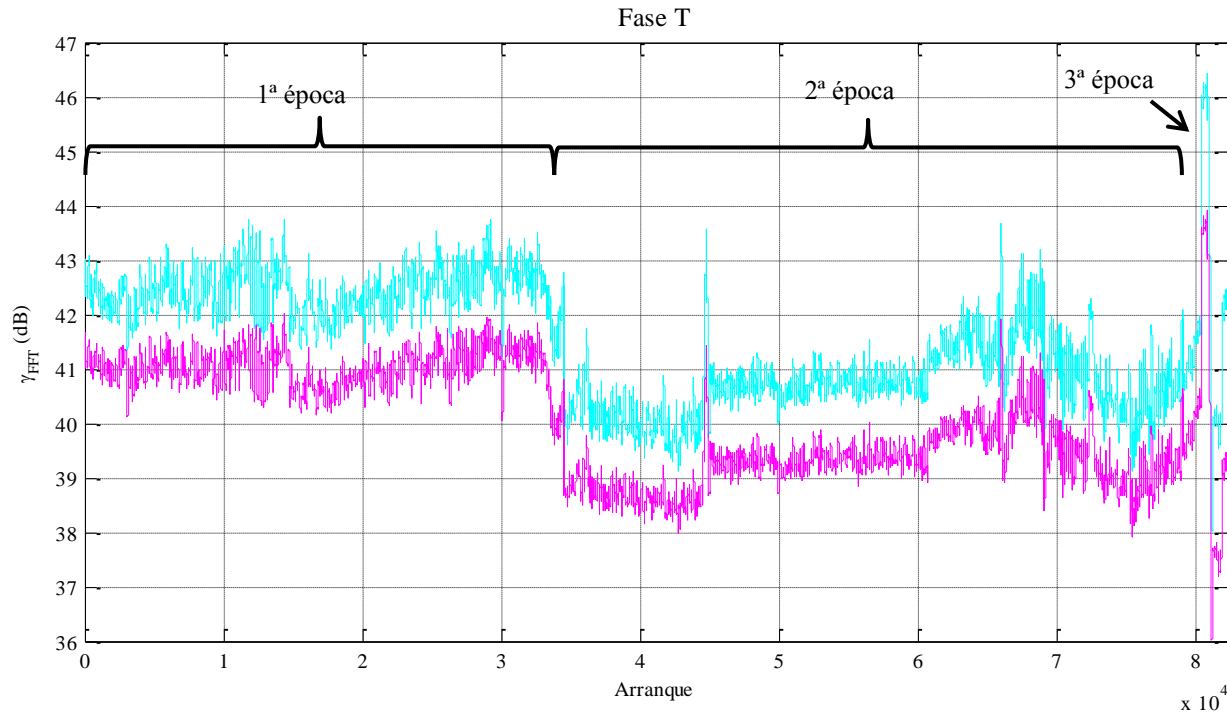


base flexible sobre la que se afianzó el motor entre los arranques 66.000 y 69.000 parece afectar de manera opuesta el indicador que tiene en cuenta únicamente la amplitud del LSH en de cada una de las fases. Del arranque 70.000 al 75.000 se obtuvo una tendencia decreciente, que se invirtió a partir de este último. Finalmente, en el arranque 79.007 y dado que no se apreciaba desgaste natural en el circuito secundario del motor de inducción, se decidió dar por finalizada esta fase del experimento.

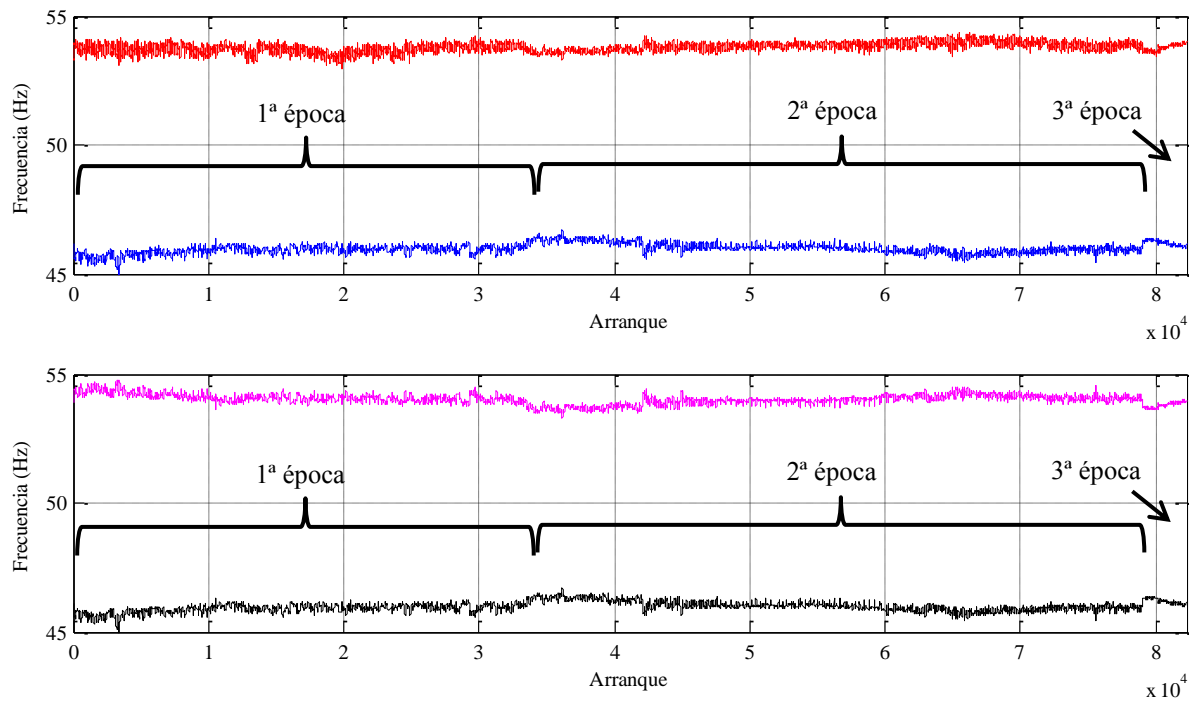
Las conclusiones que se obtienen tras 79.007 arranques con respecto a los indicadores de asimetría rotórica en estado estacionario definidos por las expresiones (3.1) y (7.1), es que se sitúan en las cercanías de los 40 dB y que se ven ligeramente afectados por factores externos como el ciclo de trabajo, tipo de sistema de sujeción o los sensores de captura de la forma de onda de la corriente, a pesar de llevar a cabo un tratamiento de mejora del espectro en profundidad.



**Fig. 127** Indicadores FFT de asimetría rotórica para la fase R tras 88.265 arranques: azul, indicador tomando en cuenta únicamente el LSH, en rojo, indicador tomando en cuenta la suma LSH+USH.



**Fig. 128** Indicadores FFT de asimetría rotórica para la fase T tras 88.265 arranques: magenta, indicador tomando en cuenta únicamente el LSH, en cian, indicador tomando en cuenta la suma LSH+USH.



**Fig. 129** Frecuencia de detección del LSH (rojo-negro) y USH (azul-magenta), para el cálculo de los indicadores FFT de fallo de las fases R (arriba) y T (abajo).

**7.3.2 Análisis de los indicadores de falta basados en el estudio del estado estacionario de la envolvente de la señal obtenida mediante la transformada de Hilbert**

Adicionalmente, en la presente tesis se ha estudiado la parte estacionaria de cada uno de los arranques del motor mediante el procedimiento de demodulación por la transformada de Hilbert. Este método se expone en el punto 2.3.15.

Al retirar el componente principal, la demodulación permite una mejor visualización de las bandas laterales que aparecen alrededor del mismo, haciendo más fácil su detección, por lo que no es necesario el uso de una ventana. Además, en estas bandas laterales ya se encuentran sumados los armónicos simétricos respecto a la componente fundamental. Es decir, en el armónico que aparece a la frecuencia  $2 \cdot f \cdot s$ , siendo  $f$  la frecuencia de la componente fundamental y  $s$  el deslizamiento de la máquina, engloba las amplitudes del LSH y USH estudiadas previamente mediante la FFT.

En este caso se estudiarán los armónicos que aparecen a  $2 \cdot f \cdot s$  y  $4 \cdot f \cdot s$ . Se ha intentado extender el procesamiento a bandas laterales más alejadas, pero su pequeña amplitud hace difícil su detección, en especial con máquina sana.

El valor de estos armónicos se compara con el situado a 100 Hz, según el siguiente indicador de asimetría rotórica:

$$\gamma_{Hilbert} = 20 \cdot \log \left( \frac{I_{100}}{I_{2fs} + I_{4fs}} \right) \tag{7.2}$$

Los resultados suavizados mediante una media móvil con una amplitud de 50 muestras se observan en la Fig. 130, las frecuencias de detección de ambos componentes para cada fase se muestran en la Fig. 131. Los valores de la media y la desviación típica para la primera y segunda épocas se muestran en la Tabla 38 y la Tabla 39 respectivamente.

**Tabla 38. Valores medios de los indicadores FFT durante la primera y segunda épocas**

Indicador	Media 1ª época (dB)	Media 2ª época (dB)
$\gamma_{Hilbert,R}$	30,9	30,2
$\gamma_{Hilbert,T}$	31	29,8

Mediante el uso del indicador de Hilbert se obtienen resultados muy parecidos en ambas fases hasta que se comenzaron a realizar los ciclos con frenado por inversión de fase, sobre el arranque 60.000.

La reducción del valor de los indicadores tras el mecanizado también es similar en ambas fases, de alrededor de 1 dB. Las desviaciones típicas de los indicadores no se ven modificadas por este procedimiento, siendo similares a las obtenidas mediante FFT en la segunda época.

**Tabla 39. Desviaciones típicas de los indicadores FFT durante la primera y segunda épocas**

<b>Indicador</b>	<b>Desviación típica 1ª época (dB)</b>	<b>Desviación típica 2ª época (dB)</b>
$\gamma_{\text{Hilbert,R}}$	1,44	1,56
$\gamma_{\text{Hilbert,T}}$	1,43	1,45

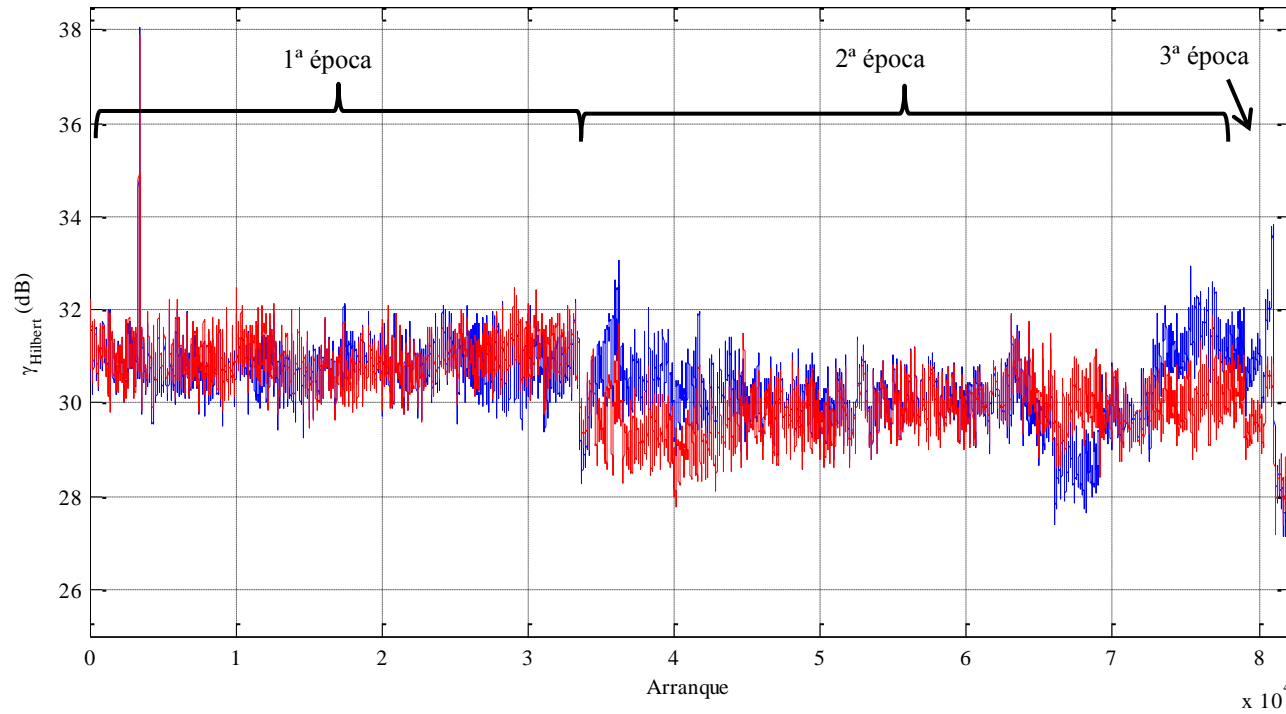


Fig. 130 Valores de los indicadores de Hilbert de asimetría rotórica, fase R en azul y fase T en rojo.

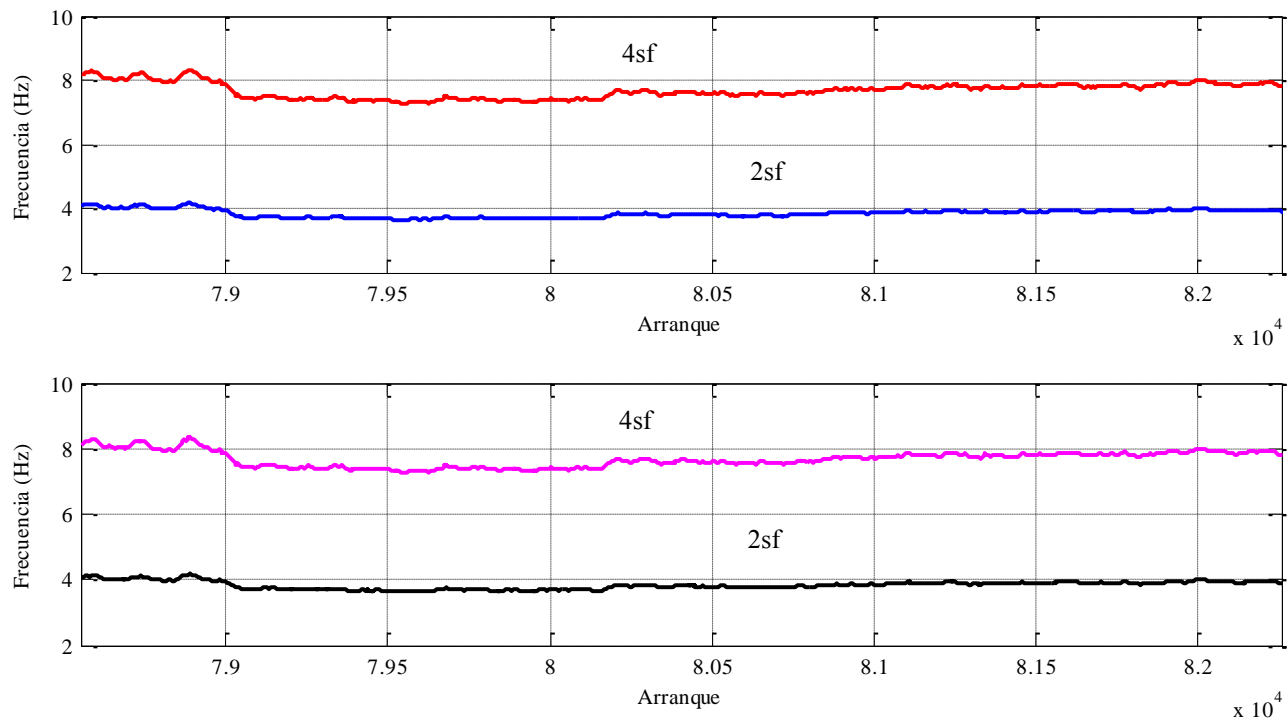


Fig. 131 Frecuencia de detección de los armónicos 2fs y 4fs para el cálculo de los valores de los indicadores de Hilbert de asimetría rotórica, arriba, fase R, abajo, fase T



### 7.3.3 Análisis de los indicadores de falta basados en el estudio del transitorio mediante Wavelets

Una vez estudiados los indicadores de asimetría rotórica basados en el análisis de la corriente estática obtenida en la operación estacionaria de la máquina, se procede a hacer lo propio con los indicadores basados en el análisis del transitorio. En las Fig. 132 y Fig. 133 se muestran los indicadores Wavelet basados en los detalles 7 y 8 y las aproximaciones 6 y 7, obtenidos mediante la expresión (3.2):

$$\gamma_{\chi} = 10 \cdot \log \left[ \frac{\sum_{j=N_i}^{N_f} i_j^2}{\sum_{j=N_i}^{N_f} [\chi(j)]^2} \right] \quad (3.2)$$

en la que  $i$  es el valor instantáneo de la corriente en el arranque en el intervalo considerado (desde  $N_i$  a  $N_f$ ) y  $\chi$  es el detalle o la aproximación Wavelet considerada. La Tabla 40 muestra los valores medios (suavizados mediante una media móvil de longitud 50) de los indicadores calculados mediante (3.2):

**Tabla 40. Medias de los indicadores basados en Wavelet para la asimetría rotórica**

Indicador	Media 1ª época (dB)	Media 2ª época (dB)
$\gamma_{Apr6,R}$	46,2	44
$\gamma_{Apr6,T}$	46,2	44
$\gamma_{Det7,R}$	46,5	44,5
$\gamma_{Det7,T}$	46,5	44,5
$\gamma_{Apr7,R}$	58,1	53,9
$\gamma_{Apr7,T}$	58,3	53,9
$\gamma_{Det8,R}$	61,1	54,7
$\gamma_{Det8,T}$	61,2	54,7

Se observa que los valores son idénticos en ambas fases para la segunda época, cuando se reforzó la asimetría rotórica al mecanizar el rotor. No se aprecia, pues, la discordancia detectada entre los indicadores de ambas fases basados en la FFT.

La Tabla 41 muestra las desviaciones típicas de estos indicadores. En general permanecen constantes para la fase T. En los incrementos de la desviación típica para la fase R tienen influencia los periodos ( $n1$ ) observados en la Fig. 132, durante los cuales el sensor de medida falló debido a un defecto de conexión entre la sonda de corriente y el *shunt*.

Para el cálculo de estos valores medios y desviaciones típicas no se ha tomado en cuenta los arranques señalados en la Fig. 132 y Fig. 133 como ( $n2$ ). En ellos se alteró la escala de medida del equipo registrador Yokogawa, amplificándose el ruido y apareciendo por tanto mayor energía en la señal

En general, como se observa en las Fig. 132 y Fig. 133, los indicadores de asimetría rotórica basados en Wavelet poseen una reacción más abrupta que el indicador basado en la FFT ante cualquier modificación del circuito secundario del motor de inducción.

**Tabla 41. Desviación típica de los indicadores basados en Wavelet para la asimetría rotórica**

<b>Indicador</b>	<b>Desviación típica</b>	
	<b>1ª época (dB)</b>	<b>2ª época (dB)</b>
$\gamma_{Apr6,R}$	0,3	0,58
$\gamma_{Apr6,T}$	0,32	0,3
$\gamma_{Det7,R}$	0,29	0,5
$\gamma_{Det7,T}$	0,29	0,33
$\gamma_{Apr7,R}$	1,93	1,44
$\gamma_{Apr7,T}$	2,04	1,14
$\gamma_{Det8,R}$	1,04	1,38
$\gamma_{Det8,T}$	1,06	1,19

Los factores externos afectan relativamente poco, siendo el más importante el ruido que se introduce en las aproximaciones y detalles de mayor nivel si no se selecciona la escala adecuada en el equipo registrador.

Las ligeras variaciones que aparecen en el arranque 60.477, tras el cual se efectuó una parada larga del motor mientras se reconfiguraba el montaje, en los indicadores basados en la aproximación 6 y el detalle 7 podrían indicar cierta influencia de factores mecánicos, como un incremento de la excentricidad o un mayor desalineamiento entre el motor y la carga tras la parada.

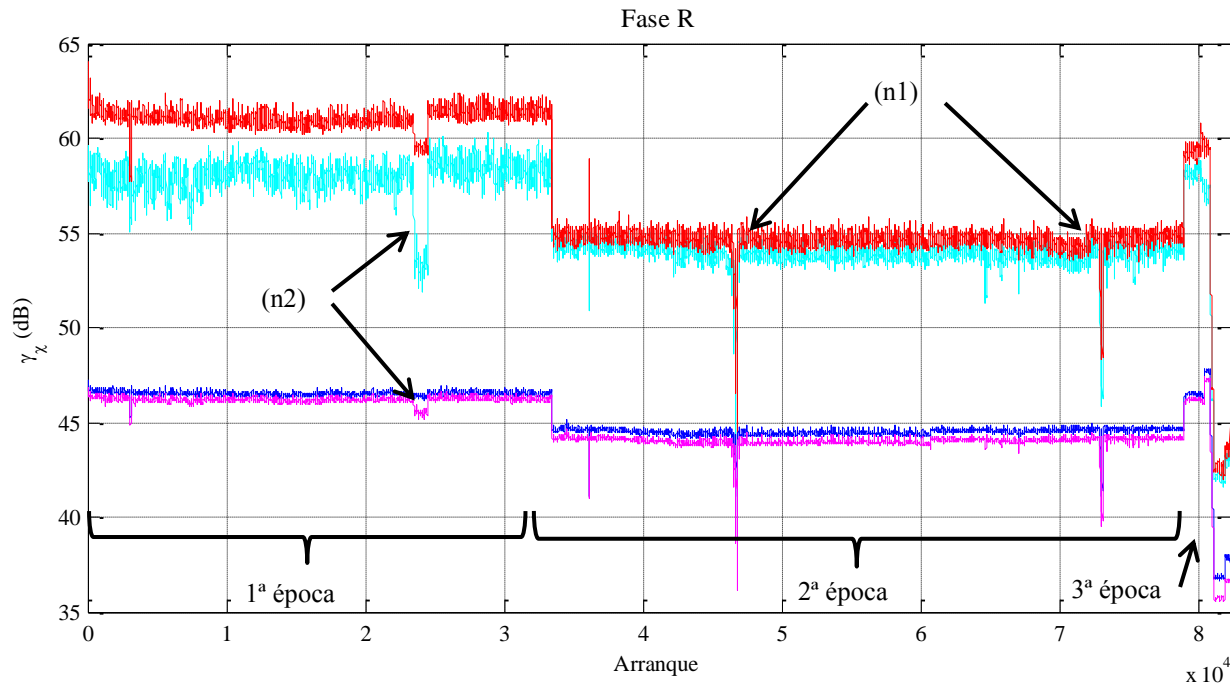


Fig. 132 Indicadores Wavelet de asimetría rotórica para la fase R tras 88.265 arranques: detalle 8 en rojo, aproximación 7 en cian, detalle 7 en azul y aproximación 6 en magenta.

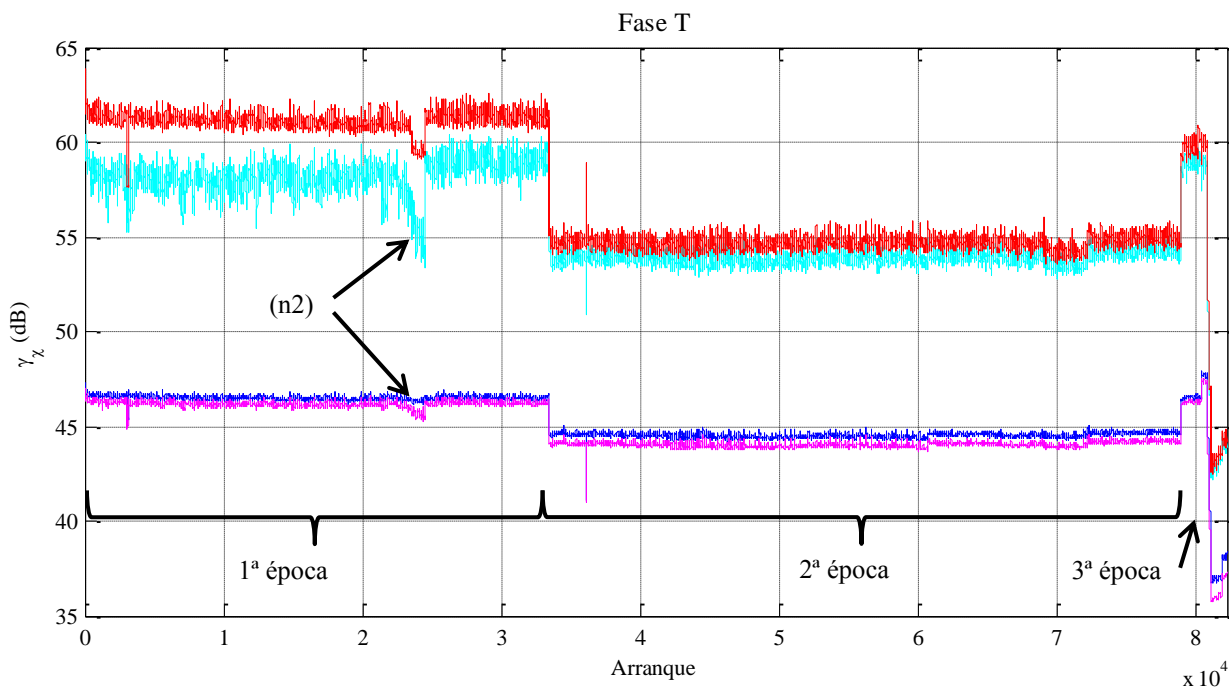


Fig. 133 Indicadores Wavelet de asimetría rotórica para la fase T tras 88.265 arranques: detalle 8 en rojo, aproximación 7 en cian, detalle 7 en azul y aproximación 6 en magenta.

## 7.4 Resultados finales del ensayo de rotura de barra por fatiga

Finalmente, tras los resultados de las dos primeras épocas en los que no se apreció daño alguno por fatiga en el rotor, se decidió debilitar el circuito secundario del motor localmente, en una barra específica, hasta conseguir la rotura de la misma a través de una evolución natural.

Para ello se alteró el procedimiento de ensayo. En lugar de llevarse a cabo largas series de miles de arranques, cuyos resultados se demoraban semanas, se ejecutaron series cortas que evaluarían de manera rápida cada nueva modificación que se le produciría a la jaula de ardilla. Estas series se resumen en la

**Tabla 42. Series pertenecientes a la tercera época**

Serie	Arranque inicial	Arranque final	Estado rotor
M	79.008	79.112	Torneado +1 taladro Ø 3 mm
N	79.113	80.187	Torneado +2 taladros Ø 3 mm
O	80.188	80.404	Torneado +2 taladros Ø 3 mm (Cambio sensores de corriente)
P	80.405	80.857	Torneado +2 taladros Ø 4 mm
Q	80.858	81.215	Torneado +1 taladro Ø 4 mm y 1 taladro Ø 4,5 mm
R	81.216	81.653	Barra rota
U	81.654	81.882	Restos de la barra eliminados
V	81.833	82.265	Barra seccionada por ambos extremos

Dado que esta tercera época se realizó año y medio tras la segunda, se llevaron a cabo algunos cambios en el sistema de adquisición de la señal (ver Tabla 33).

En primer lugar, en la fase R se captaría mediante un conjunto de transformador y *shunt*. Este último sería el usado anteriormente en la fase T, de 60 mV a 6 A. La fase T sería adquirida en este caso mediante una pinza amperimétrica, que se configuraría en la escala de 100 mV /A. Los restantes sensores (*encoder*, acelerómetro y termopares) se mantuvieron.

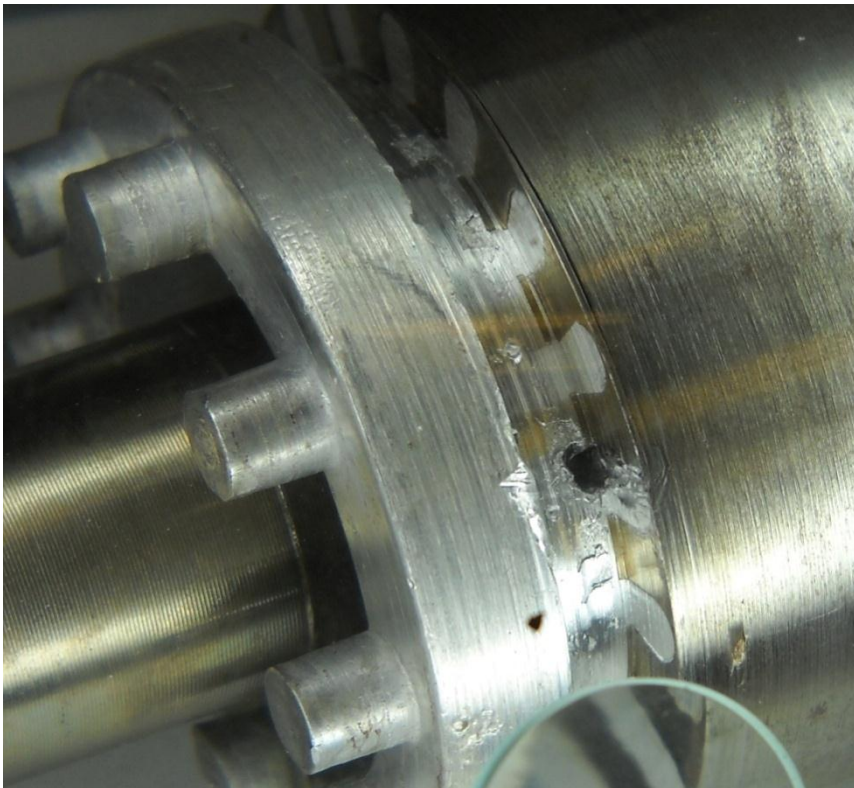
Así mismo, en la tercera época se mejoró la resolución del equipo registrador, al instalar un nuevo módulo con adaptador A/D de 16 bits, sustituyendo al original de 12 bits de resolución.

### 7.4.1 Serie M

Esta tercera época abarca los arranques de número 79.008 a 82.265, en el que se dio por finalizado el experimento. Para la primera serie, denominada “M”, que se extiende desde el

arranque 79.008 al 79.112 se realizó una pequeña perforación, de 3 mm de diámetro, en anillo del extremo del lado de accionamiento del motor, junto a una barra, sobre la zona mecanizada mediante torneado, y que por tanto posee una menor profundidad. Con ello se trató de reducir la sección eficaz de la barra en su unión con el anillo de cortocircuito. El resultado se aprecia en la Fig. 134. Como se observa, la perforación alcanza la chapa magnética del rotor por un lado, reduciendo la sección eficaz de lo que resta de barra tras el proceso de torneado, en un tercio, esto es, un 25% aproximadamente de la sección de la barra original.

Los resultados numéricos se observan en la Tabla 44. Los gráficos de estos indicadores centrados en la tercera época del experimento se muestran en la Fig. 157 y Fig. 158 para el caso de los basados en la FFT, presentando la Fig. 159 las frecuencias de detección de los armónicos LSH y USH. La Fig. 160 muestra la evolución de los indicadores basados en la transformada de Hilbert para estado estacionario durante esta última parte del experimento, mientras en la Fig. 161 se observan las frecuencias de detección de los armónicos  $2\cdot f_s$  y  $4\cdot f_s$ . Finalmente, las Fig. 162 y Fig. 163 presentan la evolución de los parámetros Wavelet para cada fase en esta etapa. Las series se han suavizado empleando una media móvil con una longitud de 25 muestras.



**Fig. 134 Primera perforación en el rotor**

Como se observa en las gráficas, el efecto que tuvo la realización de esta pequeña perforación no fue apenas percibido en el método de demodulación por la transformada de Hilbert. En los que sí se notaron fueron en los indicadores basados en la FFT y en la transformada Wavelet discreta. En el primer caso, se incrementaron en 2,35 dB si sólo se contabiliza el LSH, y 1,2 dB si se contabiliza la suma de la amplitud del LSH y el USH. Los indicadores calculados sobre la aproximación 6 y el detalle 7 para ambas fases se incrementaron en 2 dB, mientras que los basados en la aproximación 7 y el detalle 8 lo hicieron en más de 4 dB. Según estos indicadores, el circuito secundario del motor de inducción era ahora más simétrico que antes de realizar la perforación, alcanzando casi su valor original de la primera época de ensayos.

Las frecuencias de detección de armónicos son menores como consecuencia de que los arranques se llevaron a cabo a una temperatura del motor ligeramente menor, 88 °C frente a los 104 °C de las últimas series de la segunda época.

#### 7.4.2 Serie N

Tras constatar estos datos, se procedió a debilitar otra vez esa misma barra, previamente a lo que sería la serie “N”, que se extiende desde el arranque 79.113 al 80.187. Para ello se trató de realizar otra perforación de 3 mm simétrica a la existente respecto al eje de la barra. El resultado se observa en la Fig. 135. La sección de barra remanente se estima en un 50 % de la existente tras el torneado, esto es, de un 20% respecto a la original.

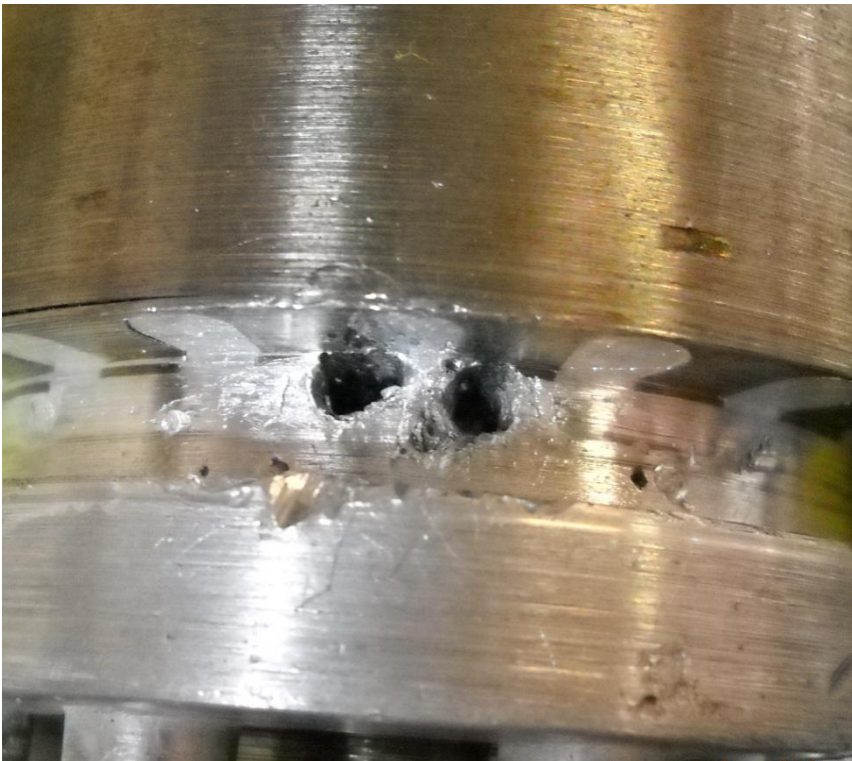


Fig. 135 Segunda perforación en el rotor

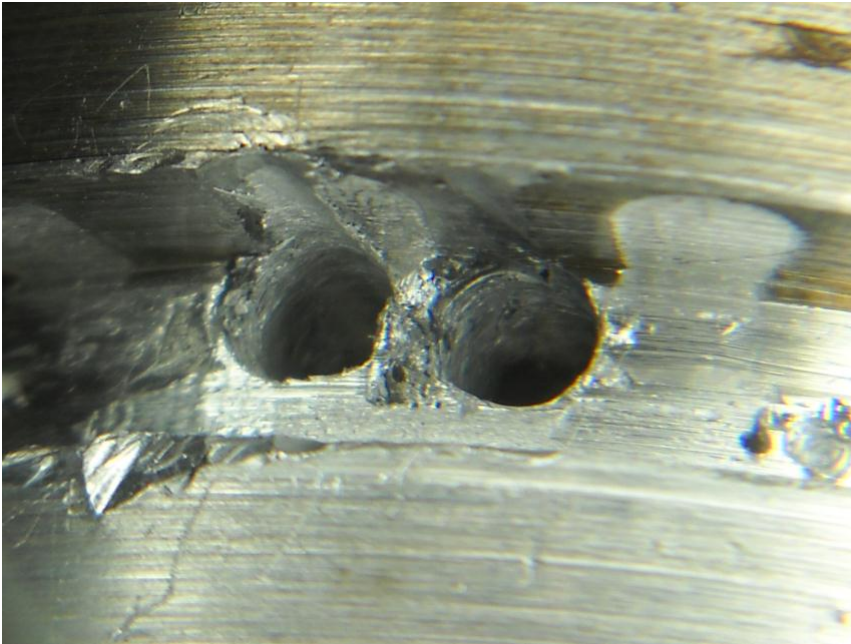
Como se observa en la Tabla 44 y las Fig. 157 y Fig. 163, los parámetros indicadores de asimetría rotórica se mantuvieron constantes: la jaula de ardilla seguía conservando simetría eléctrica.

#### **7.4.3 Serie O**

Después de evaluar los resultados de la serie “N”, se llevó a cabo otra con la misma configuración del rotor: la “O”, en la que se procedió a conectar los sensores de corriente a los canales de 16 bits del registrador Yokogawa. Como era de esperar, no se observan cambios en los indicadores.

#### **7.4.4 Serie P**

Al comprobarse que con pequeñas perforaciones no se conseguía el efecto buscado, en la serie “P”, que abarca los arranques desde el número 80.405 al 80.857, se debilitó el circuito secundario todavía más, ampliando con una broca de 4 mm los agujeros existentes en la unión de la barra con el anillo de cortocircuito. El resultado de este mecanizado se observa en la Fig. 136. La sección remanente estimada de la barra es de un 14% de la original.



**Fig. 136 Tercera perforación en el rotor**

Esta vez todos los parámetros sufren cambios, pero al igual que anteriormente, en sentido contrario al esperado. Los indicadores basados en la FFT se incrementan en más de 5 dB si sólo procesan la amplitud del LSH y 3,5 dB si contabilizan asimismo el USH. Los indicadores de Hilbert también aumentan, 1,45 dB en este caso. Los indicadores Wavelet que abarcan las frecuencias por debajo de los 19 Hz no sufren variaciones, aunque sí lo hacen los que se centran en frecuencias superiores, como el detalle 7 y la aproximación 6, que crecen en alrededor de 1,1 dB.



#### 7.4.5 Serie Q: rotura espontánea de la barra

Finalmente, la serie “Q” abarca desde el arranque 80.858 al 81.215. En ella la barra se debilitó aún más ampliando el agujero más alejado de su eje de simetría al realizar una perforación mediante una broca de 4,5 mm. Tras el mecanizado se ha usado una lija suave para retirar el material suelto. El resultado se observa en la Fig. 137 y se muestra esquemáticamente en la Fig. 138. Como se aprecia en la misma, apenas resta una pequeña sección de aluminio entre los dos taladros que hace contacto con la barra, que se estima en un 7% de la original de la misma.

El efecto de este mecanizado fue inmediato. Como se observa en la Fig. 140, los indicadores Wavelet experimentan una reducción abrupta de cerca de 5 dB para el detalle 8 y de 1 dB en el detalle 7.

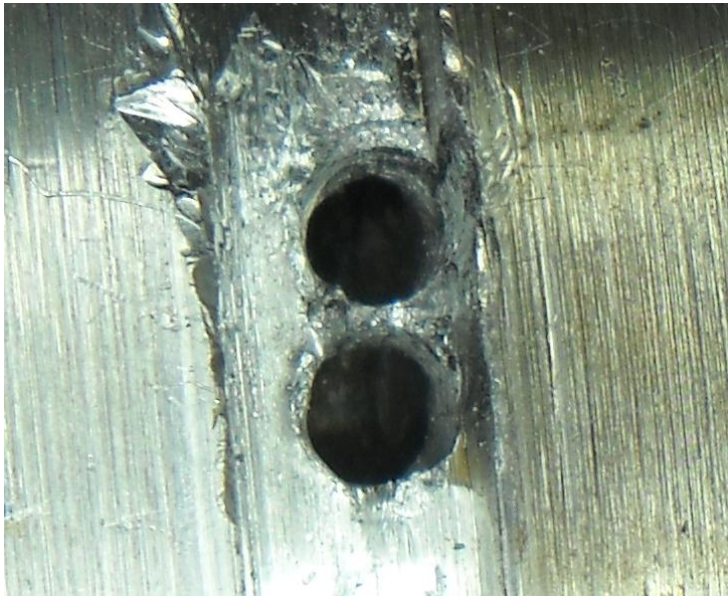
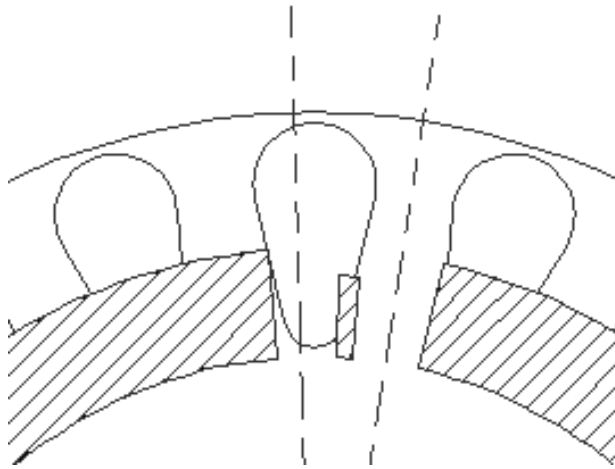
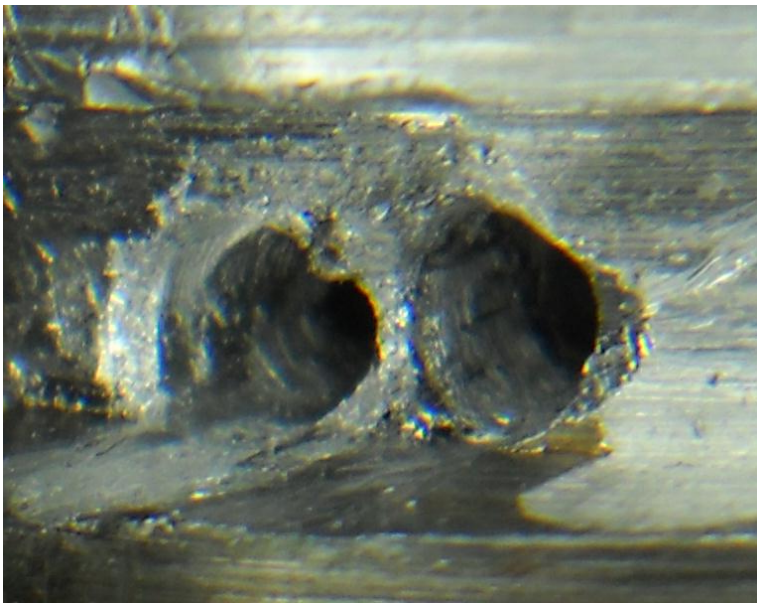


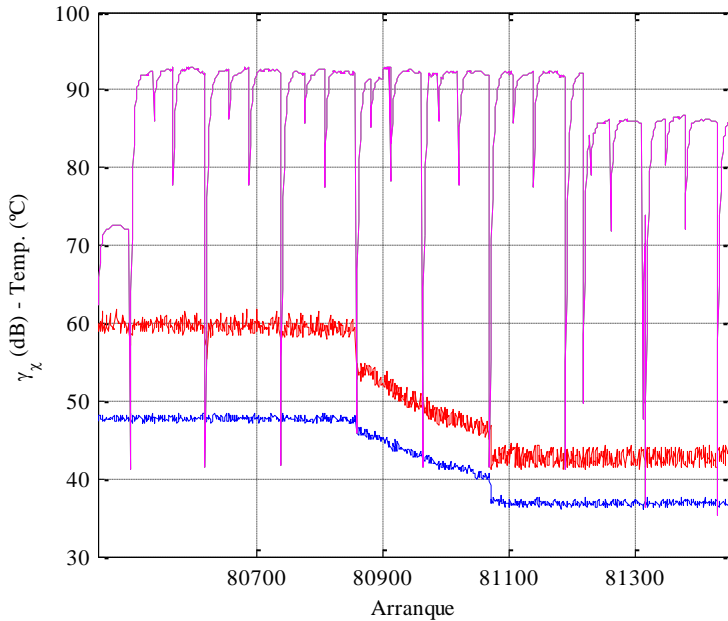
Fig. 137 Cuarta perforación del rotor



**Fig. 138 Sección útil remanente de la barra**



**Fig. 139 Otra vista de la cuarta perforación del rotor**

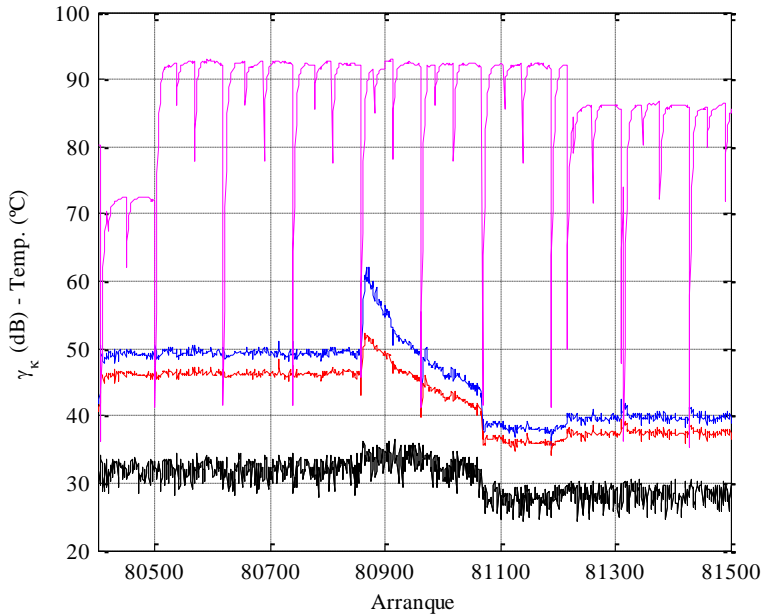


**Fig. 140** Evolución de los indicadores Wavelet de asimetría rotórica durante el crecimiento de la grieta, para la fase R. En azul, el indicador basado en el detalle 7, en rojo, el basado en el detalle 8, en magenta la temperatura del motor.

Adicionalmente, a partir del primer arranque tras la modificación del rotor los indicadores Wavelet toman una tendencia descendente casi lineal, con mayor pendiente para el caso de los indicadores que engloban las frecuencias mayores. La evolución es prácticamente calcada para ambas fases, como se aprecia en las Fig. 162 y Fig. 163.

Entre los arranques 81.070 y 81.071 se aprecia con nitidez un abrupto descenso de unos 4 dB en el indicador basado en el detalle 8 y de unos 2 dB en el indicador del detalle 7. Este descenso es provocado por la rotura final de la barra, como se verá posteriormente. A partir de ese punto, los valores de los indicadores se mantienen sensiblemente constantes para el resto de la serie.

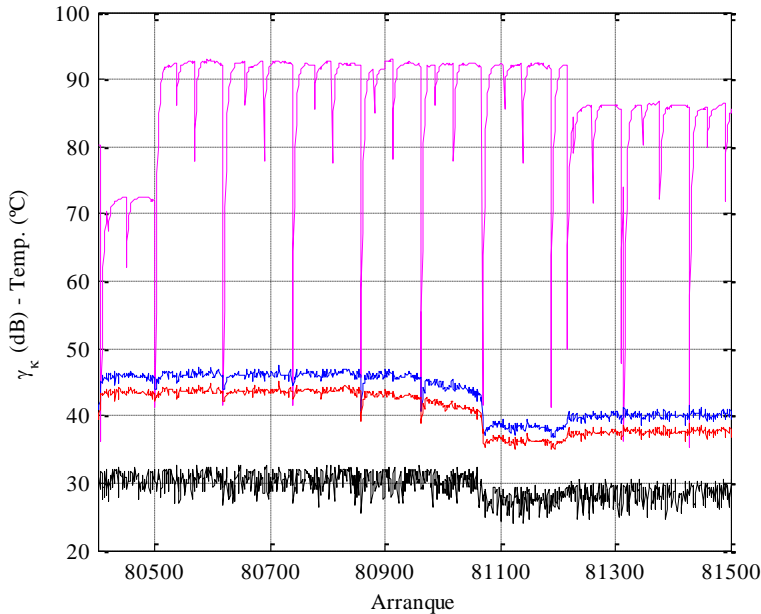
Contrariamente a todo esto, los indicadores de asimetría rotórica basados en métodos que estudian el estado estacionario sufren cambios dispares. En la fase R (ver Fig. 141) se incrementan, debido a la reducción del LSH (quizá provocado por el efecto *picket fence*), que no es compensado por el crecimiento del USH en estas etapas iniciales del fallo. El indicador FFT de la fase R, que sólo tiene en cuenta el LSH, se dispara en algunos casos hasta 60 dB, siendo compensado en parte si se computa también el USH.



**Fig. 141 Evolución de los indicadores de asimetría rotórica durante el crecimiento de la grieta, para la fase R. En azul, FFT (LSH), en rojo FFT (LSH+USH), en negro, Hilbert, en magenta, la temperatura del motor.**

El método que emplea la demodulación mediante la transformada de Hilbert, para esta fase, también sufre un crecimiento de unos 2 dB.

La fase T sigue una evolución mucho más acorde con lo esperado, según se muestra en la Fig. 142, aunque es de destacar que no se aprecian signos de cambio de tendencia hasta después del arranque 80.950, es decir, cien arranques después que en el caso de los indicadores basados en Wavelets.



**Fig. 142** Evolución de los indicadores de asimetría rotórica durante el crecimiento de la grieta, para la fase T. En azul, FFT (LSH), en rojo FFT (LSH+USH), en negro, Hilbert, en magenta, temperatura del motor.

#### 7.4.6 Aplicación del método de cuantificación basado en Wigner-Ville

Adicionalmente, se aplica el método de cuantificación propuesto en el punto 4.8, basado en la computación de la transformada de Wigner-Ville para comprobar que el cambio en los indicadores Wavelet es debido al incremento de amplitud del armónico LSH y no a la contribución de otros armónicos de falta presentes en bajas frecuencias.

Para ello se utiliza el indicador de asimetría rotórica:

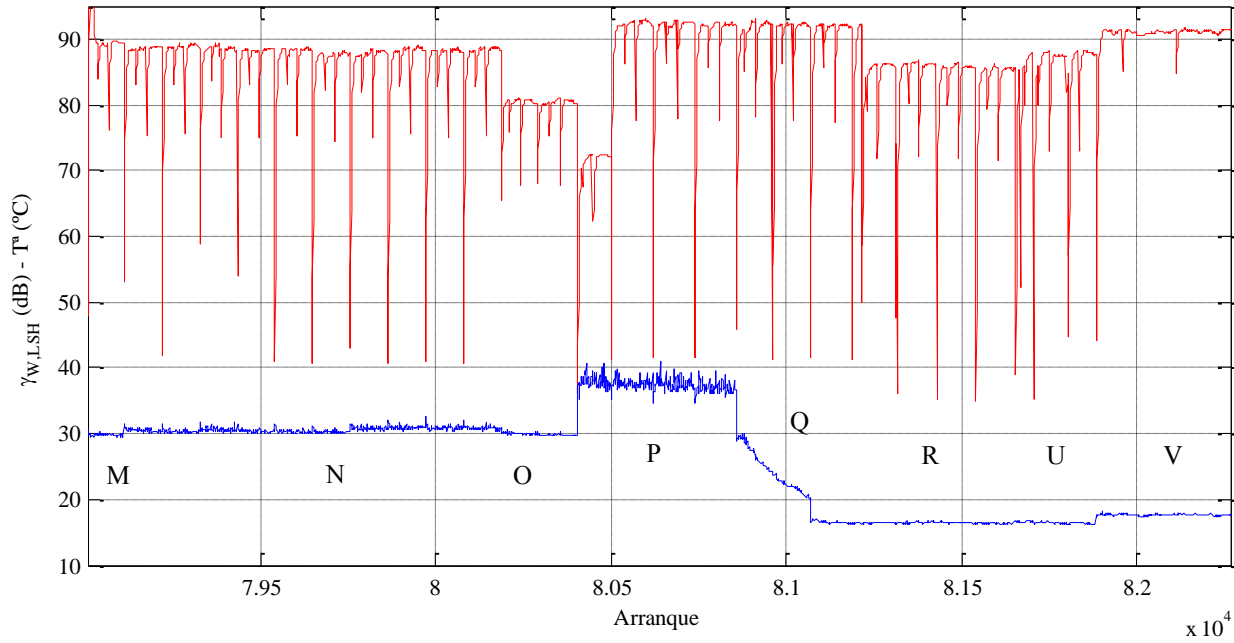
$$\gamma_{W,X} = 10 \cdot \log \left[ \frac{2 \sum t_c i_j^2}{e_{f_i,a}} \right] \quad (4.6)$$

Los resultados se muestran en la Fig. 143 para la fase R y la Fig. 144 para la fase T, junto con la temperatura del motor. Los valores numéricos se presentan en la Tabla 44. En el primer caso se observa un diagrama libre de oscilaciones con una desviación típica entre las medidas de cada serie muy pequeña. La gran discriminación de este indicador permite aislar completamente la evolución del LSH en la parte transitoria de la corriente de arranque del motor, sufriendo una variación desde los 37 dB hasta 16 dB, muy superior porcentualmente a la de cualquier otro expuesto en la presente tesis. En el caso de la fase R, no aparecen las oscilaciones vistas en otros parámetros que no hacen uso de la banda dinámica, y para el caso de la fase T, afectada por una interferencia a unos 25 Hz que

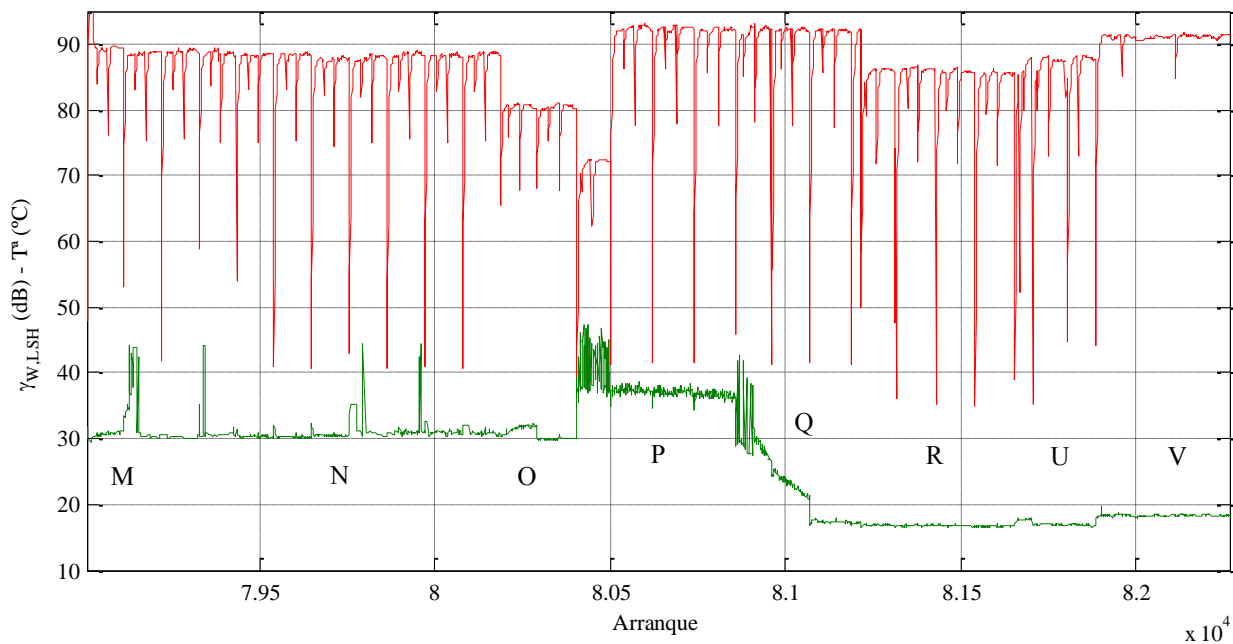
evoluciona de manera similar al LSH, estas oscilaciones cesan en cuanto la avería incipiente comienza a desarrollarse plenamente.

Analizando ambos diagramas se observa una evolución del parámetro  $\gamma_{W,LSH}$  durante los arranques en que se fue degradando el puente existente entre las dos perforaciones semejante a una variación exponencial negativa, con una reducción inicial más rápida. Tras la rotura final el indicador entra en una zona de gran estabilidad, tan solo alterada por el corte del otro extremo de la misma barra.

En todos los diagramas se ha representado también la temperatura del motor durante el estado estacionario, de unos 92 °C, muy inferior a los más de 125 °C que se miden tras el frenado por inversión de fase. Los descensos hasta valores por debajo de los 70 °C indican paradas del montaje debido a problemas de ruido en los laboratorios vecinos, que normalmente tienen una periodicidad diaria. Es decir, la evolución de los indicadores tuvo lugar durante dos días, y finalizó abruptamente tras dos arranques después de una parada de varias horas de duración, en la cual el motor casi alcanzó el equilibrio con la temperatura ambiente. Este comportamiento tiene semejanza con el proceso de rotura por fatiga, en el cual se inicia una grieta que tras sucesivos ciclos crece en longitud y profundidad, para finalmente, en un único ciclo, propagarse rápidamente hasta la rotura.



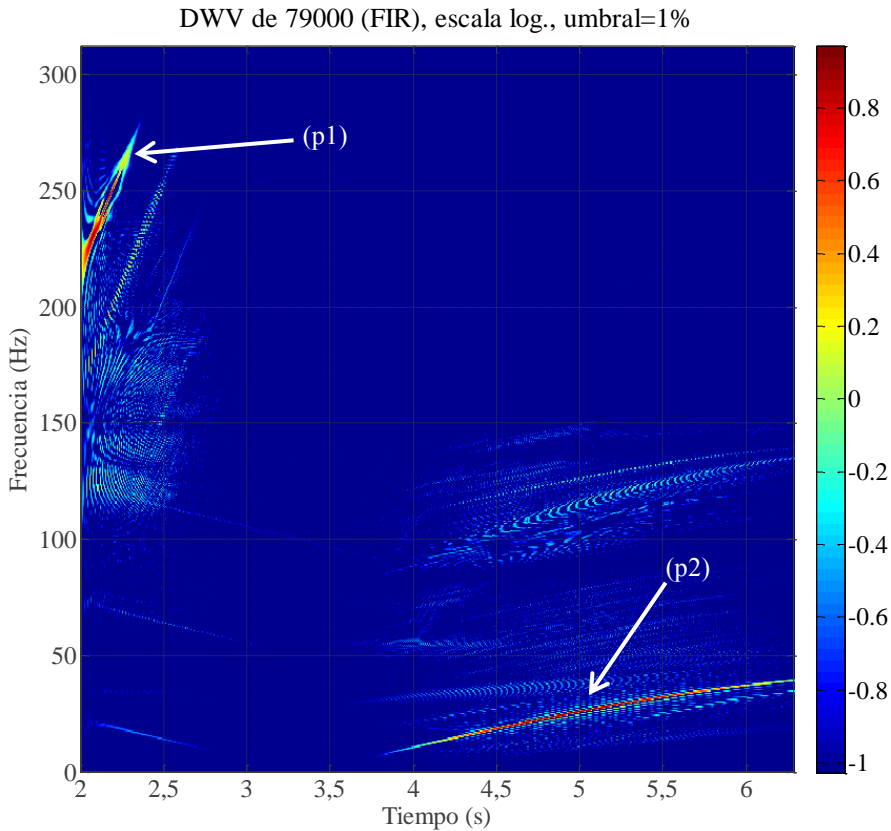
**Fig. 143** Evolución de los indicadores basados en la Distribución de Wigner-Ville de asimetría rotórica durante el crecimiento de la grieta, En azul, fase R, en rojo, temperatura.



**Fig. 144** Evolución de los indicadores basados en la Distribución de Wigner-Ville de asimetría rotórica durante el crecimiento de la grieta, En verde, fase T, en rojo, temperatura.



Respecto al análisis cualitativo en banda ancha de la señal, en la Fig. 145 se representa el diagrama tiempo-frecuencia obtenido tras aplicar el método de diagnóstico propuesto en la presente tesis al arranque 79.000, es decir, cuando el rotor se encontraba todavía en estado sano aunque sufría una ligera asimetría rotorica.

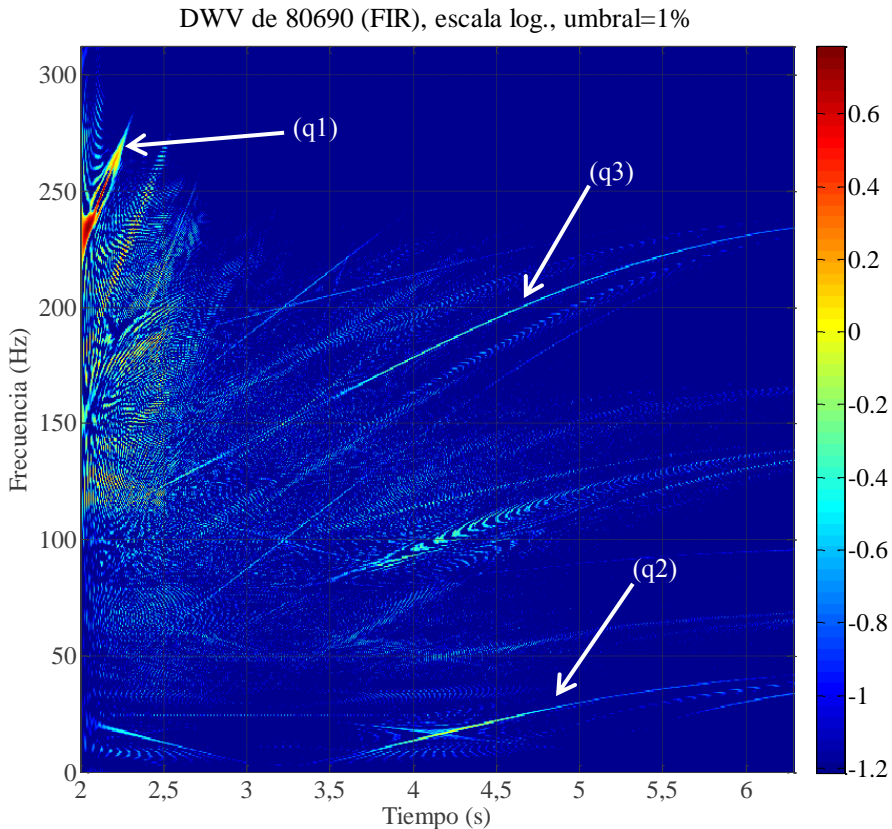


**Fig. 145 Distribución de Wigner-Ville del arranque 79000, fase R. Rotor en estado sano. La escala no ha sido normalizada para permitir la comparación.**

En este caso se han usado filtros FIR con rizado en el paso de banda, que suprimen los componentes de frecuencia constante de 50 Hz, 150 Hz y 250 Hz. Se aprecian los restos del PSH-1 (p1), dejados atrás en los dos primeros segundos del arranque, y la rama ascendente del LSH-50 (p2), como es de esperar. La magnitud de estos dos armónicos es similar.

La Fig. 146, se muestra el diagrama tiempo-frecuencia del arranque 80.690, tras sufrir el mismo proceso. En este caso, sin embargo, los restos, idénticos, del PSH-1 comparten caja con un LSH-50 debilitado, en consonancia con las medidas obtenidas en todos los parámetros que examinan su comportamiento, y una cohorte de nuevos armónicos de orden alto, entre los que destaca un LSH-250, que cumple con la expresión  $(5-4s)f$  y alcanza una

frecuencia de 242 Hz en estado estacionario. La aplicación del método de cuantificación propuesto a esta traza suministra un valor de 49,2 dB, frente a los 51,4 dB para el caso de la Fig. 145, en la que es inapreciable a la escala de representación empleada.



**Fig. 146 Distribución de Wigner-Ville del arranque 80690, fase R. Rotor con dos perforaciones de 4 mm junto a la barra.**

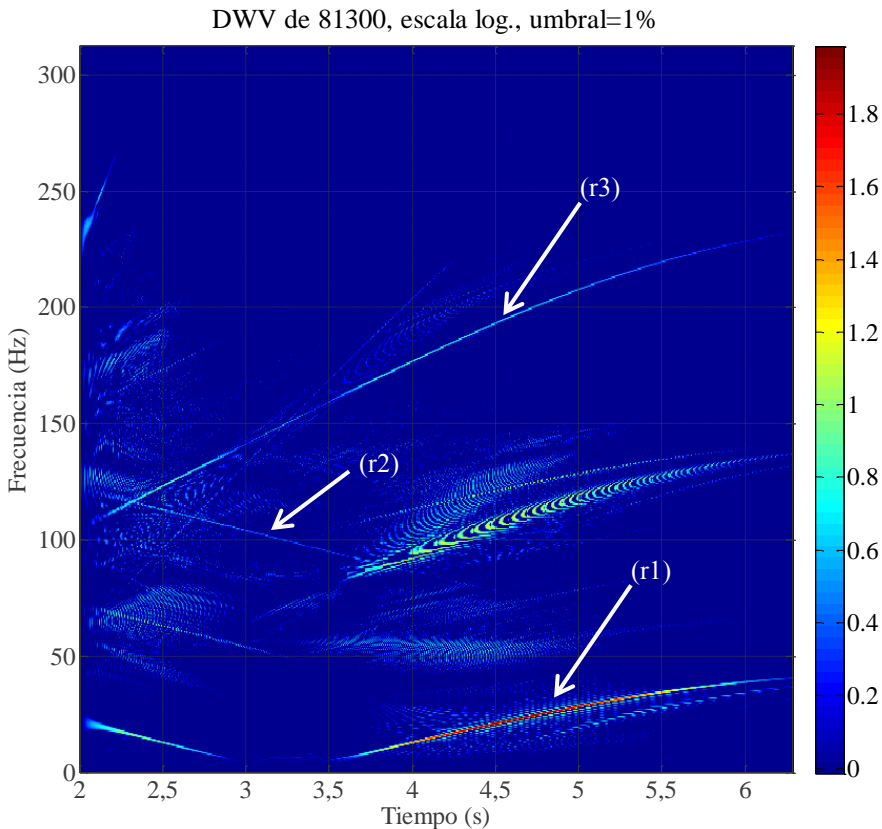
La Fig. 147 muestra la misma caja tiempo-frecuencia tras la rotura completa. Como se aprecia, el LSH-50 (r1) incrementa su amplitud, como indican todos los métodos de cuantificación, a la vez que predomina la traza de algún USH-50 (r2) y del LSH-250 (r3), que alcanza los 33,4 dB. La aparición de estos armónicos de orden alto en el arranque 80.690, es decir, antes de la rotura, junto con el descenso de amplitud del LSH-50 sugieren la existencia de una asimetría previa en el rotor que ha sido compensada con la realización de las perforaciones iniciales. Al propagarse la rotura de la barra, la nueva asimetría ha superado con creces cualquier efecto compensatorio de la primera.

Para estado estacionario las medidas son dispares, como se aprecia en la Tabla 43. El armónico LSH-250, cuya frecuencia viene dada por la expresión  $(5-4s)f$  sufre un descenso

en su amplitud al dañar el rotor, y un incremento tras la rotura final, esto último como cabría esperar. El armónico LSH-350 dado por la expresión  $(7-8s)f$  es el que mayor incremento sufre, puesto que era inapreciable en el espectro del arranque 79.000.

**Tabla 43. Valores del parámetro de Fourier de los armónicos de orden alto indicativos de doble fallo de barras, en dB**

Arranque	$(5-4s)f$	$(5-6s)f$	$(7-6s)f$	$(7-8s)f$
79.000	49,6	59,7	61,4	-
80.690	52,9	61,8	62,5	55,6
81.300	44	64,8	51,4	49

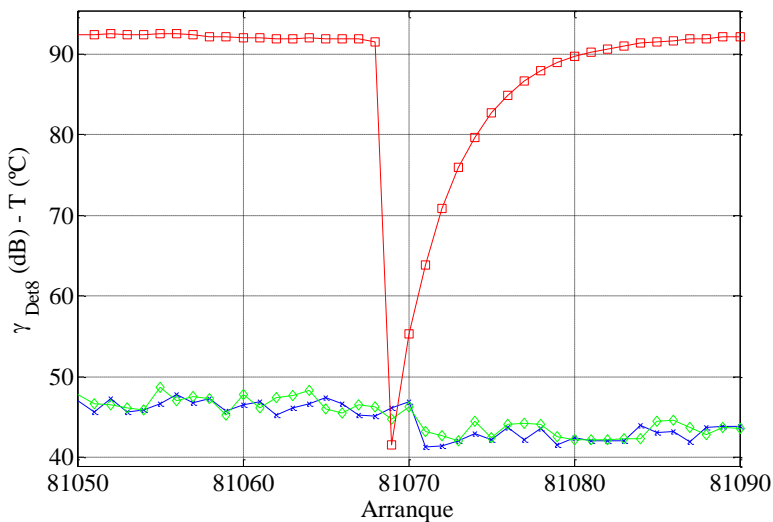


**Fig. 147 Distribución de Wigner-Ville del arranque 81300, fase R, tras la rotura de barra.**

El comportamiento de estos armónicos sugiere, de acuerdo con [174], [200] y, especialmente, [28], la existencia de un defecto de pequeña magnitud en la jaula aproximadamente a mitad del paso polar, entre los 80 y 100 grados eléctricos (que para este motor se corresponden con grados mecánicos), de la barra debilitada. En este rango, un nuevo defecto de magnitud equivalente provocaría el descenso de la amplitud del armónico LSH-50 y un claro incremento del  $(7-8s)f$ , lo cual se corresponde con la evolución de sus indicadores respecto a la amplitud de la componente fundamental mostrada en la Tabla 43 para los arranques 79.000 y 80.690. Tras la rotura de la barra, el incremento de amplitud se extiende al armónico  $(7-6s)f$  y, especialmente, al  $(5-4s)f$ , mientras que el  $(5-6s)f$  permanece sensiblemente constante. Ello indicaría la presencia del segundo defecto en alguna de las dos zonas centradas en los 80 y 100 grados eléctricos desde la barra rota.

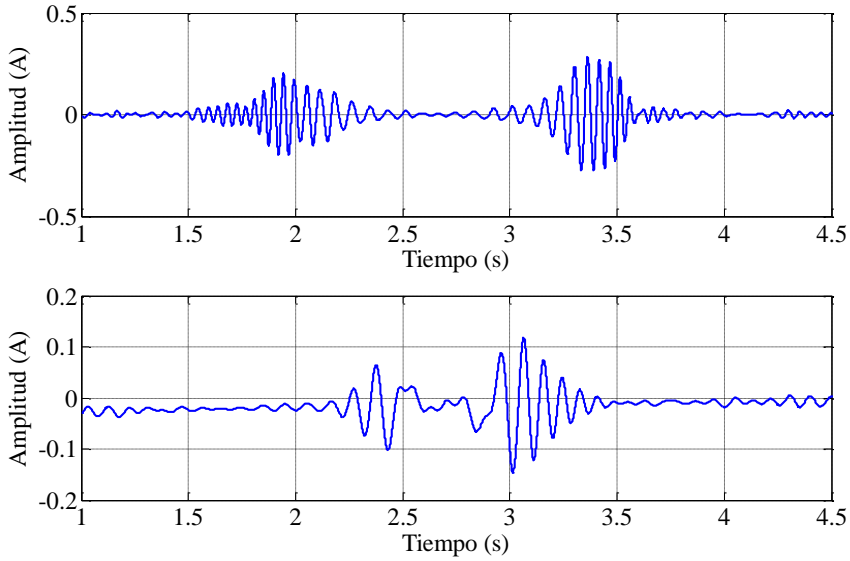
#### 7.4.7 Análisis del evento de rotura natural

Según los datos obtenidos mediante el equipo Yokogawa, la ruptura final de la barra se produjo entre los arranques 81.070 y 81.071, que corresponden al calentamiento del motor tras un periodo de reposo en el cual su temperatura prácticamente se igualó con la temperatura ambiente.

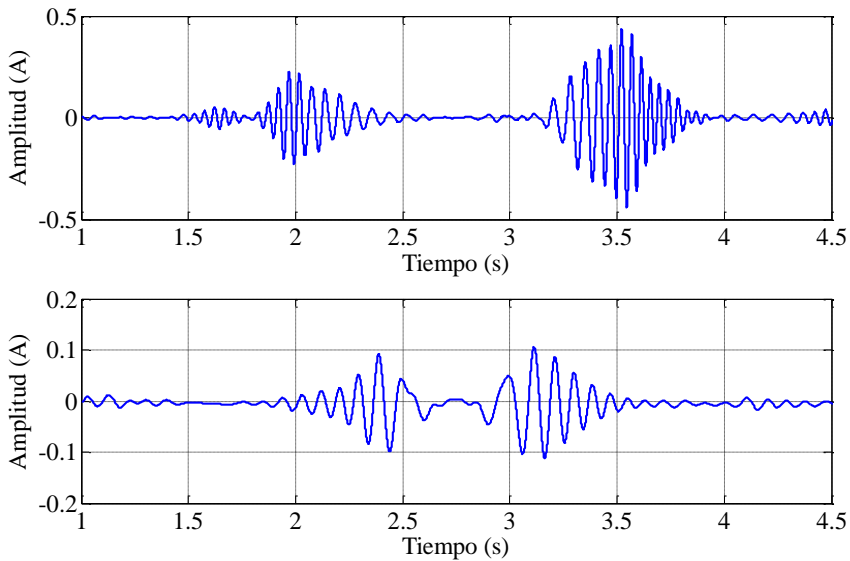


**Fig. 148 Arranque donde se produjo el crecimiento de la grieta y la rotura final de la barra.**

El estudio de la forma de onda del Detalle 8 y la Aproximación 8 de estos arranques desvela un cambio significativo en la amplitud y duración de los lóbulos asociados a la evolución del armónico LSH. La amplitud del lóbulo descendente se amplía en la aproximación, que abarca de 10 a 0 Hz, mientras que el lóbulo ascendente es más potente en el detalle (de 10 a 19,5 Hz), en consonancia con lo mostrado por la distribución en tiempo-frecuencia.



**Fig. 149 Detalle 8 y Aproximación 8, fase R, del arranque 81070, justo antes de la rotura final de la barra.**

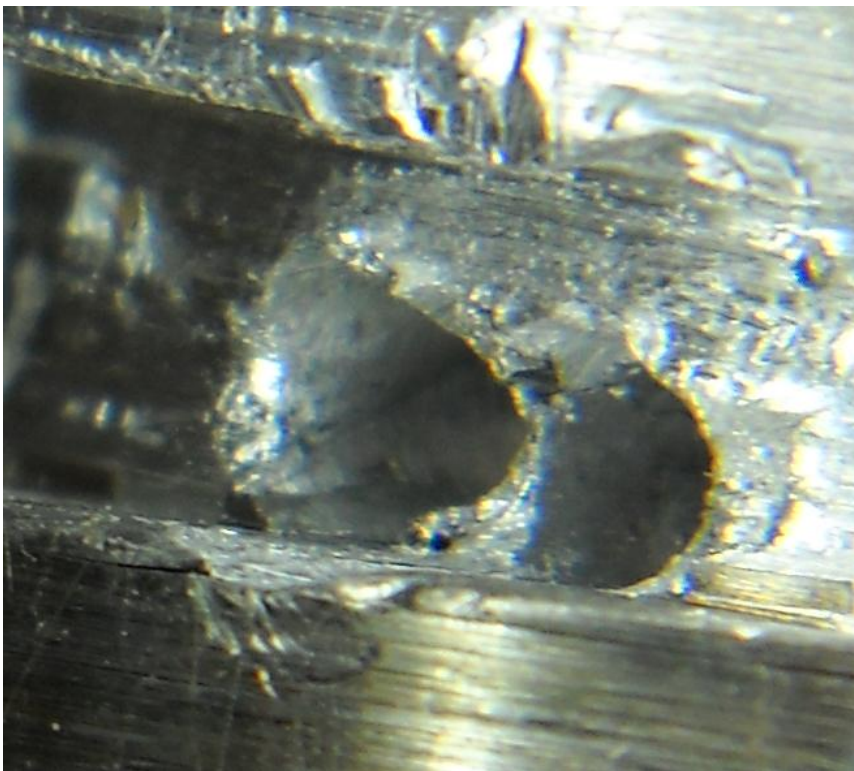


**Fig. 150 Detalle 8 y Aproximación 8, fase R, del arranque 81071, justo después de la rotura final de la barra.**

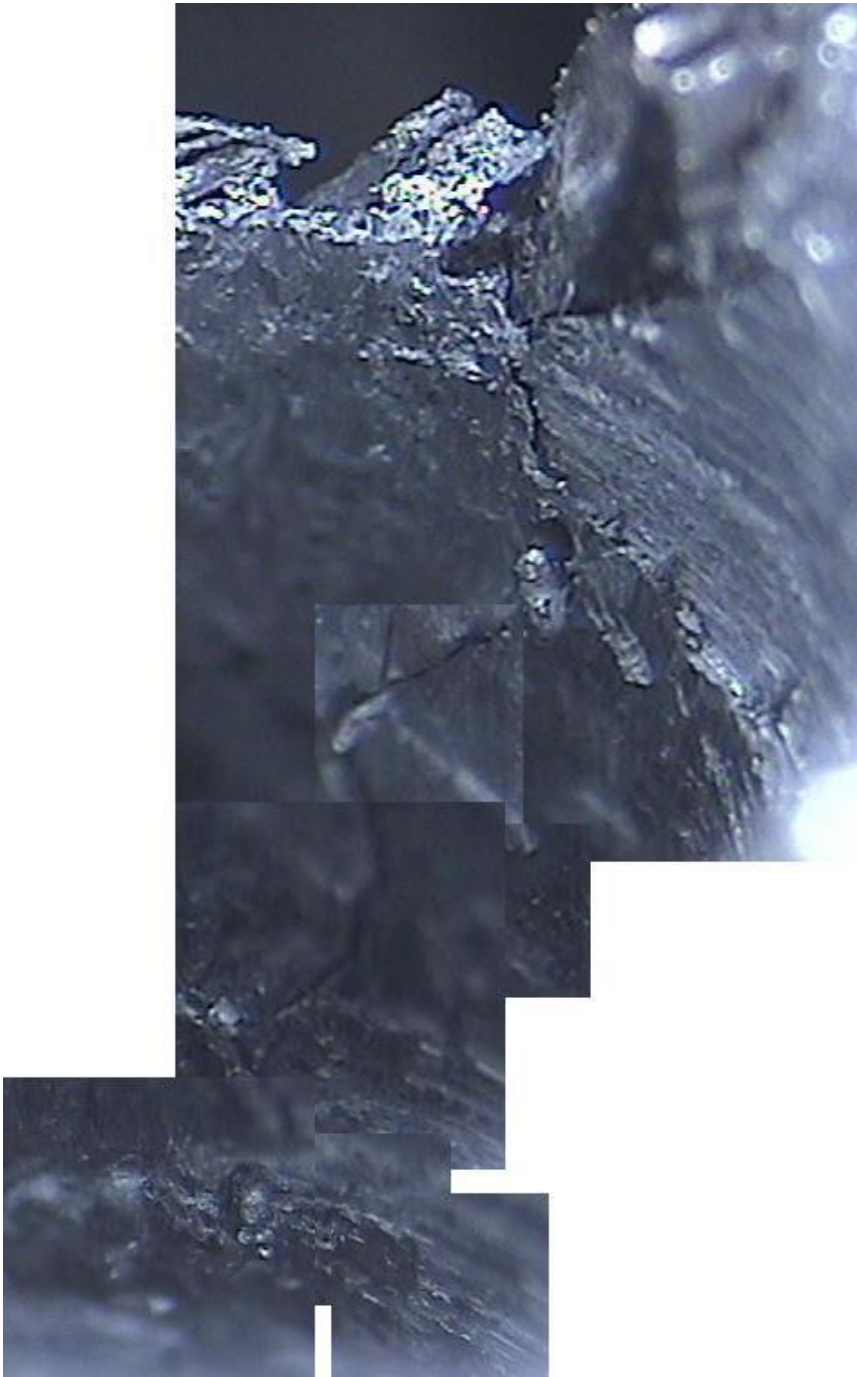
Tras la realización de unos cientos de arranques adicionales para comprobar que no había una evolución ulterior a la rotura, se procedió a dar por finalizada la serie, desmontándose el motor para examinar el estado del rotor.

En un principio no había cambiado en exceso la morfología de la zona donde se habían ejecutado las perforaciones. Sin embargo, un análisis más detallado reveló daños en el puente situado entre ambos huecos (ver Fig. 151). La arista superior parecía desgastada, e incluso sin equipos especializados era posible distinguir una grieta que recorría el hueco del taladro de 4 mm.

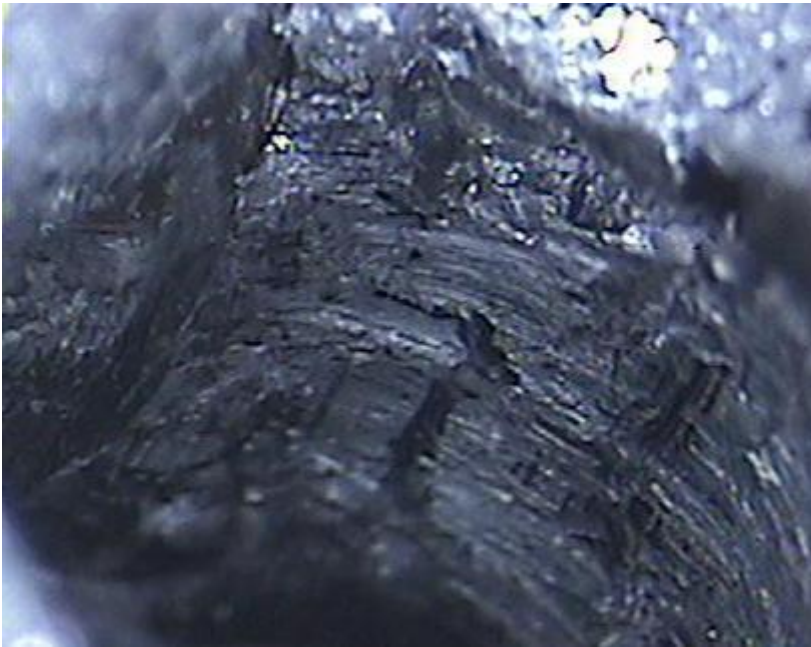
Tras el desmontaje completo del rotor, se procedió a su examen bajo una lupa de estudio de materiales. Estas lupas se encuentran preparadas para enfocar sobre muestras planas, por lo que cuentan con una escasa profundidad de campo. Por ello no ha sido posible fotografiar la totalidad del agujero, sino que ha habido que realizar fotografías a niveles, no encontrándose ninguna de ellas completamente bien enfocada, y después combinarlas. La Fig. 152 muestra el resultado. En ella se aprecia no sólo la grieta que se propaga hacia el interior del taladro de 4 mm y por encima del puente, sino también signos inequívocos de las altas temperaturas alcanzadas, como la gota de aluminio que no ha llegado a desprenderse del hueco donde se originó.



**Fig. 151 Rotura de la barra por fatiga**



**Fig. 152** Vista de la grieta aparecida en el taladro de 4 mm (20 aumentos)



**Fig. 153** Vista de la grieta aparecida en el taladro de 4,5 mm (17 aumentos)

En el lado del taladro de 4,5 mm la grieta es más difícil de distinguir, evolucionando por la parte izquierda de la imagen, en una posición en la que resultaba imposible inclinar el rotor bajo la lupa para poder fotografiarla desde el frente.

Así pues, de esta manera, se consiguió la rotura de barra por fatiga, objetivo del experimento.

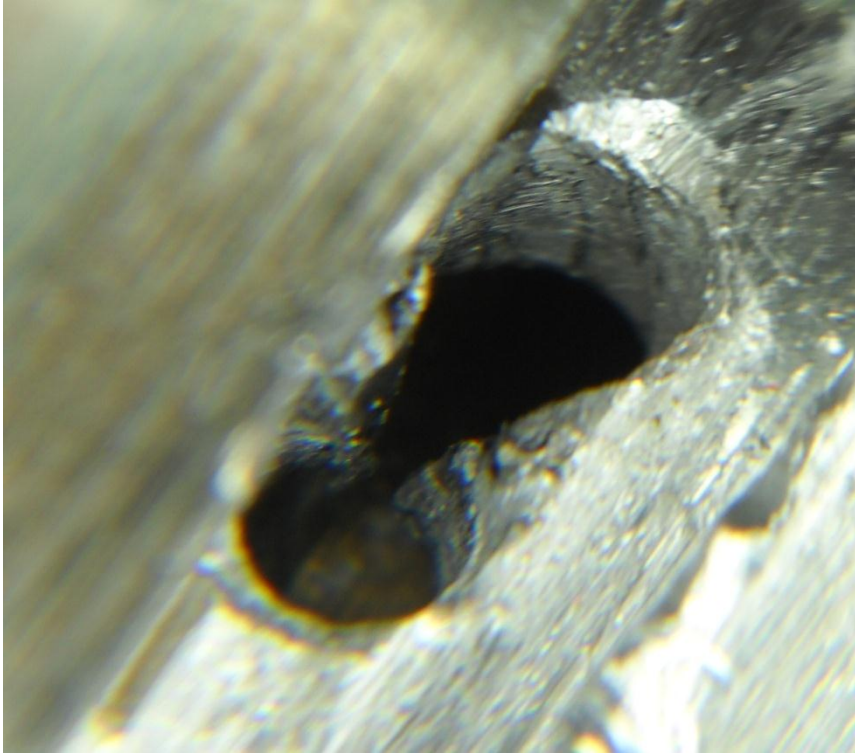
#### **7.4.8 Serie R**

Después de la rotura de la barra, se realizaron tres series más de comprobación. La serie “R” abarca desde el arranque 81.216 al 81.653, y en ella, tras realizar las correspondientes fotografías, se volvió a montar el rotor en el mismo estado para observar si aparecía algún tipo de evolución lenta. Los parámetros basados en el estudio de la parte estacionaria muestran cierto incremento tras la operación de montaje, como se observa en las gráficas Fig. 157 y Fig. 158 para el caso de los basados en la FFT y la Fig. 160 para los basados en la demodulación por Hilbert, con un incremento de más de 1 dB a excepción del parámetro de la fase R de este último método, que se mantiene constante. Sin embargo, las Fig. 162 y Fig. 163, que presentan la evolución de los parámetros Wavelet para cada fase no muestran alteración del nivel alguna.



#### 7.4.9 Serie U

Para realizar la serie “U”, que se extiende desde el arranque 81.654 al 81.882, se cortó el puente existente entre los dos agujeros. El material fue perforado con facilidad mediante un punzón. De esta manera se trató de averiguar si las grietas observadas en la superficie en esa zona se extendían por el interior del puente, entre los agujeros, y realmente impedían el flujo de corriente a través de la barra hasta el anillo.



**Fig. 154** Corte del puente

Los resultados que se presentan tanto en la Tabla 44 como en las gráficas muestran un ligero descenso 0,6 dB en los indicadores basados en la transformada de Hilbert, junto con un descenso de un decibelio en el indicador FFT de la fase R, ello entra en los valores normales de variación entre series, como ocurre entre la “N” y la “O”, entre las cuales el rotor no sufrió modificaciones ni desmontaje. Los indicadores Wavelet y los FFT de la fase T no muestran cambios.

#### 7.4.10 Serie V

Finalmente, en la serie “V”, se perforó también el otro extremo de la misma barra, como se aprecia en la Fig. 155. La evolución es otra vez contra intuitiva, experimentando todos los indicadores un crecimiento. Los basados en la FFT se incrementan en 3,25 dB si sólo tienen en cuenta el LSH, y 1,9 dB si tienen en cuenta también el USH, por esta razón se relaciona el aumento con una mayor oscilación del rotor, que hace decrecer el LSH.

Los indicadores basados en la demodulación por Hilbert también crecen en 1,35 dB, por lo que la energía en los armónicos  $2\cdot f_s$  y  $4\cdot f_s$  comparada con la del fundamental no es mayor. Los indicadores Wavelet crecen todos aproximadamente el mismo valor: 1 dB.

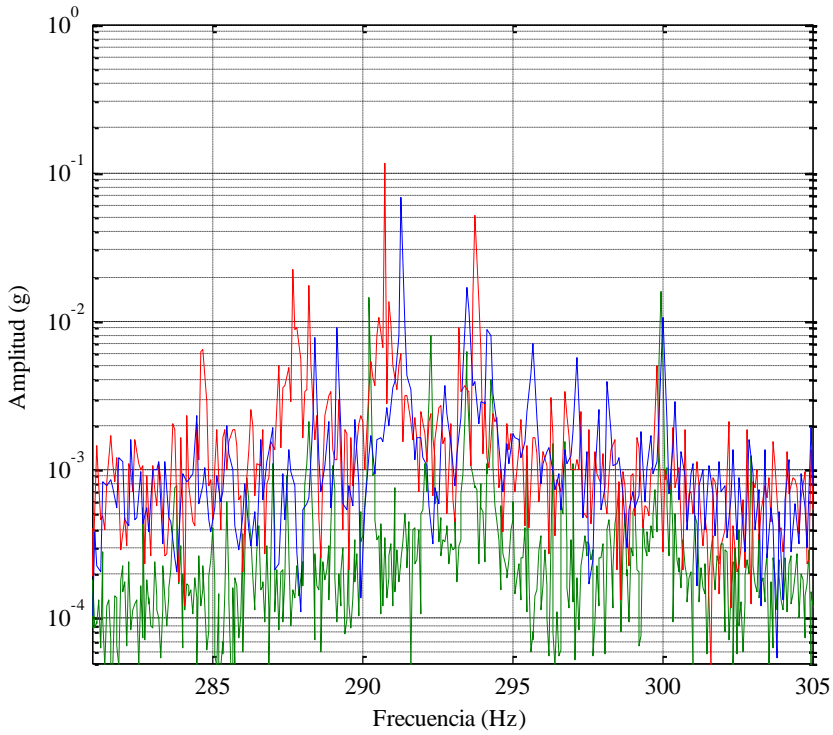


**Fig. 155 Rotura de ambos extremos de la barra**

El análisis del espectro de la señal de vibración captada axialmente mediante un acelerómetro de alta sensibilidad (100 mV/g) desvela una reducción de los armónicos relacionados con la aparición de corrientes interlaminares, que según [25] aparecen en las cercanías del sexto armónico de la frecuencia de alimentación, esto es, 300 Hz. Por tanto se concluye que la barra se encuentra rota por ambos extremos, no hallándose la causa del incremento en todos los indicadores de asimetría rotórica.

La frecuencia de detección de los armónicos en estado estacionario se aleja de la frecuencia del componente principal en el caso de la FFT y de 0 en el caso de Hilbert, señal que el rotor gira más despacio.

Tras 82.265 arranques capturados y analizados, y cinco años de trabajo, el ensayo se dio por concluido.

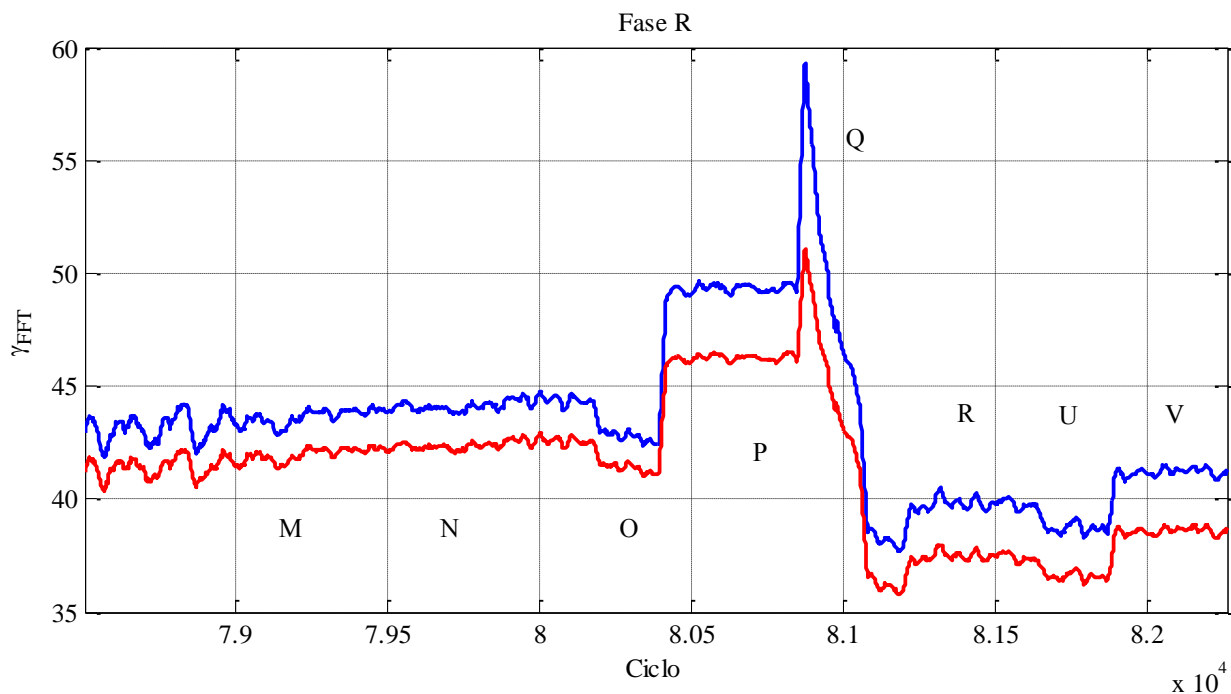


**Fig. 156** Espectro de vibración en dirección axial. Azul, motor sano; rojo, motor con una barra rota por un extremo; verde, motor con una barra rota por ambos extremos

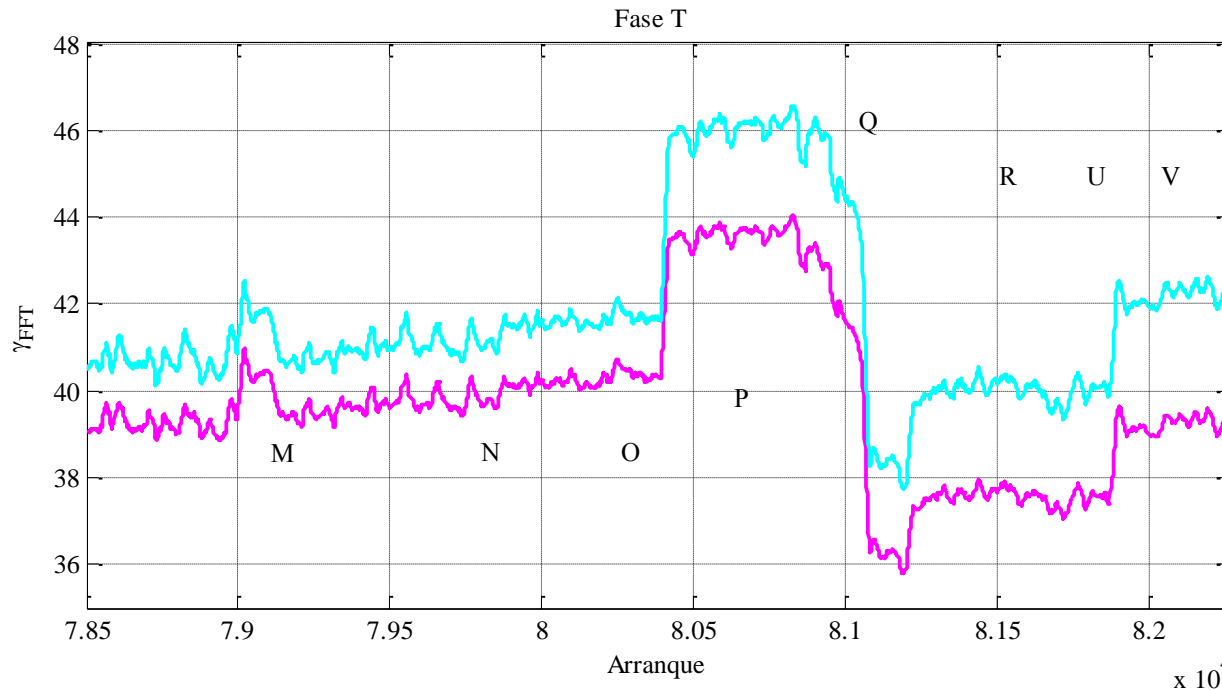
**Tabla 44. Indicadores de asimetría rotórica durante la parte final del experimento**

	2ª época		M (79.008-79.112)		N (79.113-80.187)		O (80.188-80.404)		P (80.405-80.857)	
	Torneado		1 taladro Ø 3mm		2 taladros Ø 3mm		Cambio sensores		2 taladros Ø 4mm	
	Media (dB)	$\sigma$ (dB)	Media (dB)	$\sigma$ (dB)	Media (dB)	$\sigma$ (dB)	Media (dB)	$\sigma$ (dB)	Media (dB)	$\sigma$ (dB)
$\gamma_{FFT,R}$ (LSH)	40,9	1,3	43,5	0,67	44	0,62	42,8	0,55	49,3	0,46
$\gamma_{FFT,R}$ (L+USH)	39,5	1,1	41,8	0,57	42,3	0,52	41,4	0,47	46,2	0,38
$\gamma_{FFT,T}$ (LSH)	40,8	0,87	42	0,64	41,2	0,61	41,7	0,45	46	0,5
$\gamma_{FFT,T}$ (L+USH)	39,3	0,74	40,5	0,54	39,8	0,53	40,4	0,39	43,6	0,4
$\gamma_{Hilbert,R}$	30,2	1,6	30,6	1,2	30,8	1,3	30,2	1,4	31,9	1,4
$\gamma_{Hilbert,T}$	29,8	1,5	29,6	1,3	29,5	1,3	29,3	1,4	30,5	1,4
$\gamma_{Apr6,R}$	44	0,58	46	0,23	46,2	0,25	46,1	0,25	47,2	0,31
$\gamma_{Apr6,T}$	44	0,3	46,2	0,25	46,3	0,26	46,3	0,25	47,4	0,32
$\gamma_{Det7,R}$	44,5	0,5	46,3	0,24	46,5	0,27	46,4	0,28	47,7	0,31
$\gamma_{Det7,T}$	44,5	0,33	46,4	0,27	46,5	0,28	46,5	0,26	47,7	0,32
$\gamma_{Apr7,R}$	53,9	1,44	58,1	1,09	58,2	1,12	57,7	1,3	57,2	1,3
$\gamma_{Apr7,T}$	53,9	1,14	58,6	1,2	58,9	1,25	59,2	1,18	58,8	1,1
$\gamma_{Det8,R}$	54,7	1,38	59	1,21	59,4	1,23	59,9	1,3	59,6	0,89
$\gamma_{Det8,T}$	54,7	1,19	59,5	1,24	59,8	1,27	60,32	1,27	59,9	0,93
$\gamma_{W,R}$	-		29,8	0,2	30,6	0,36	29,9	0,18	37,47	0,89
$\gamma_{W,T}$	-		30,6	0,4	31,1	2,29	30,7	0,83	37,87	2,27

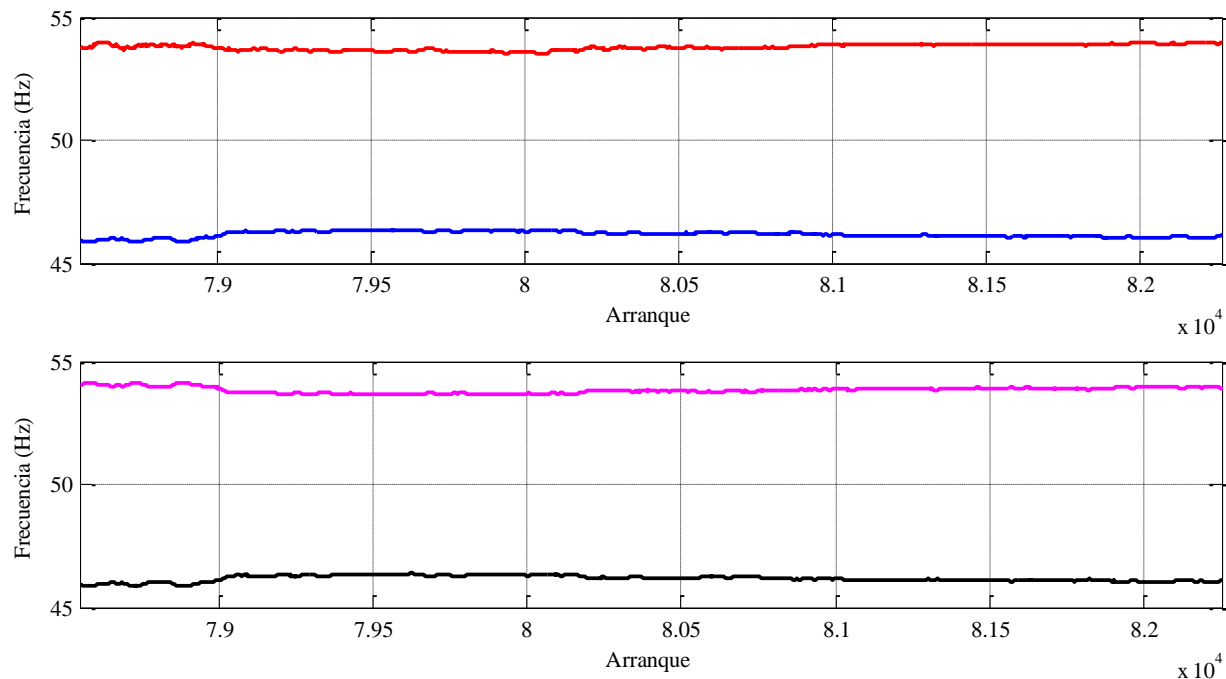
	<b>Q (80.858-81.215)</b>		<b>R (81.216-81.653)</b>		<b>U (81.654-81.882)</b>		<b>V (81.833-82.265)</b>	
	<b>Rotura</b>		<b>Comprobación</b>		<b>Corte un extremo</b>		<b>Corte ambos extr.</b>	
	<b>Media (dB)</b>	<b><math>\sigma</math> (dB)</b>	<b>Media (dB)</b>	<b><math>\sigma</math> (dB)</b>	<b>Media (dB)</b>	<b><math>\sigma</math> (dB)</b>	<b>Media (dB)</b>	<b><math>\sigma</math> (dB)</b>
$\gamma_{FFT,R}$ (LSH)	45,1	6,9	39,8	0,54	38,8	0,47	41,2	0,43
$\gamma_{FFT,R}$ (LSH + USH)	41,6	5,1	37,5	0,46	36,6	0,42	38,6	0,36
$\gamma_{FFT,T}$ (LSH)	42,2	3,4	40,1	0,48	39,9	0,56	42,2	0,45
$\gamma_{FFT,T}$ (LSH + USH)	39,7	3	37,6	0,41	37,5	0,46	39,3	0,37
$\gamma_{Hilbert,R}$	30,8	3	28,3	1,4	27,6	1,4	28,9	1,3
$\gamma_{Hilbert,T}$	29,1	1,9	28,4	1,4	28	1,4	29,4	1,3
$\gamma_{Apr6,R}$	39,4	3,4	35,7	0,15	35,7	0,16	36,7	0,16
$\gamma_{Apr6,T}$	39,5	3,4	35,9	0,16	36,1	0,17	37,1	0,17
$\gamma_{Det7,R}$	40,5	3,3	36,8	0,29	36,8	0,29	37,9	0,29
$\gamma_{Det7,T}$	40,5	3,3	37	0,29	37	0,29	38,1	0,29
$\gamma_{Apr7,R}$	46,2	3,8	42,2	0,78	42,1	0,79	43	0,79
$\gamma_{Apr7,T}$	46,7	3,8	42,8	0,85	43,3	0,88	44,1	0,88
$\gamma_{Det8,R}$	46,8	4	42,7	0,87	42,6	0,88	43,5	0,88
$\gamma_{Det8,T}$	47,1	3,9	43,1	0,93	43,6	0,95	44,4	0,95
$\gamma_{W,R}$	21,2	4,46	16,4	0,1	16,4	0,13	17,7	0,12
$\gamma_{W,T}$	22,8	5,84	16,8	0,12	17,1	0,33	18,3	0,14



**Fig. 157** Evolución de los indicadores FFT de asimetría rotórica en la parte final del experimento, fase R. En azul (superior), el indicador LSH, en rojo (inferior) el indicador suma de LSH+USH



**Fig. 158** Evolución de los indicadores FFT de asimetría rotórica en la parte final del experimento, fase T. En cian (superior), el indicador LSH, en magenta (inferior) el indicador suma de LSH+USH



**Fig. 159** Frecuencias de detección del LSH (negro, abajo) y USH (magenta, arriba) en la parte final del experimento, arriba, fase R; abajo, fase T.



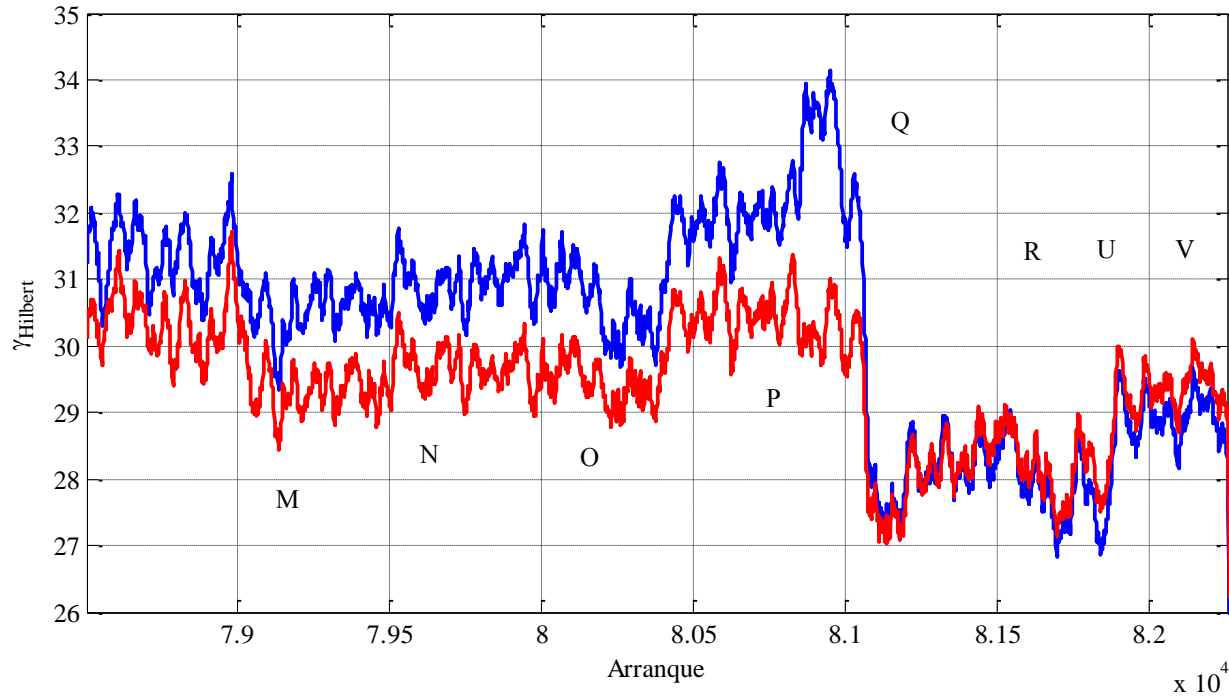


Fig. 160 Evolución de los parámetros de fallo basados en la transformada de Hilbert. En azul la fase R y en rojo la fase T.

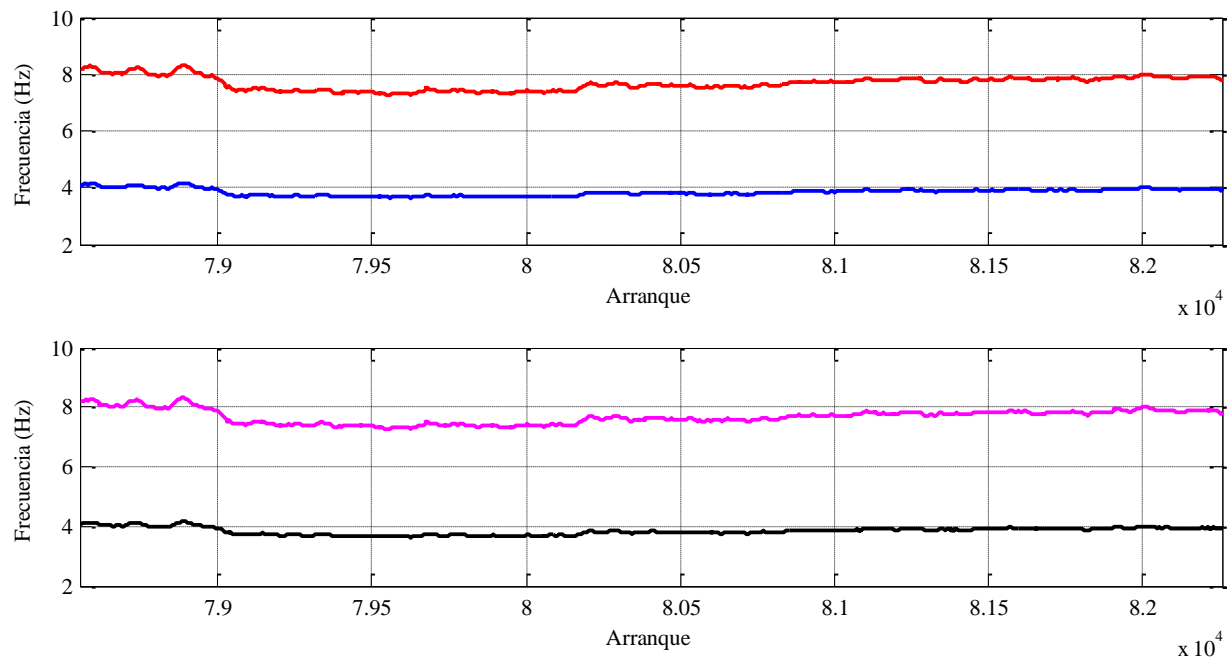


Fig. 161 Frecuencias de detección de los armónicos laterales mediante el método de demodulación de Hilbert. Arriba, fase R; abajo, fase T.

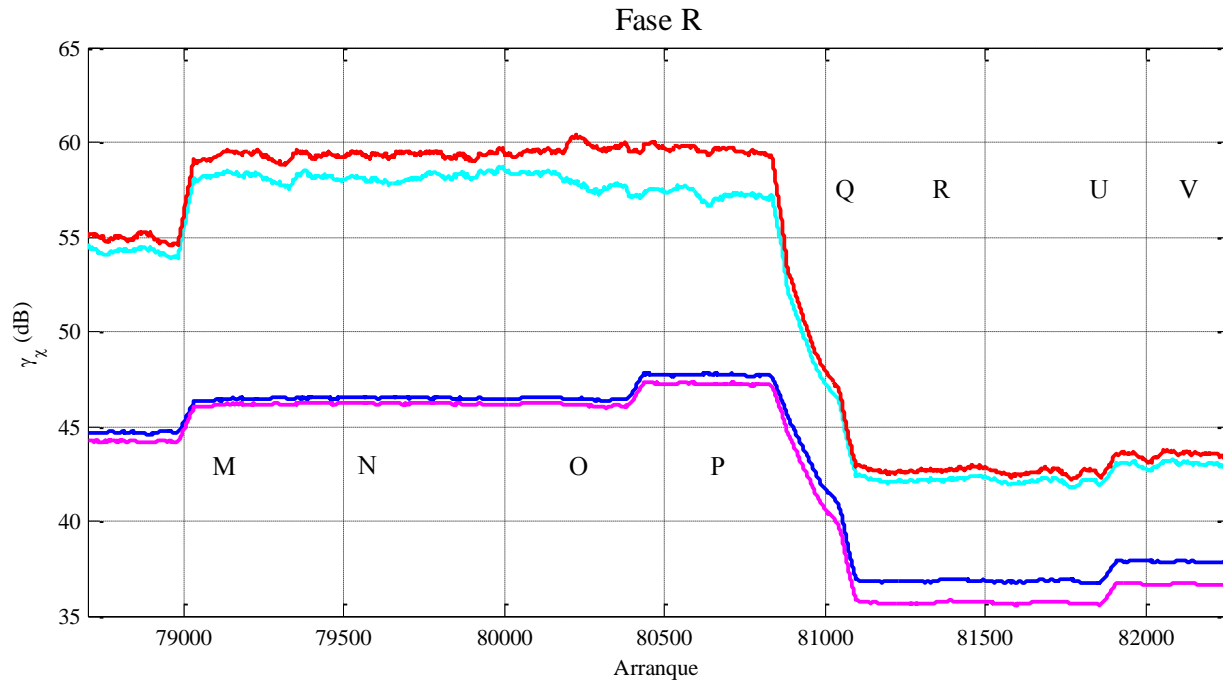
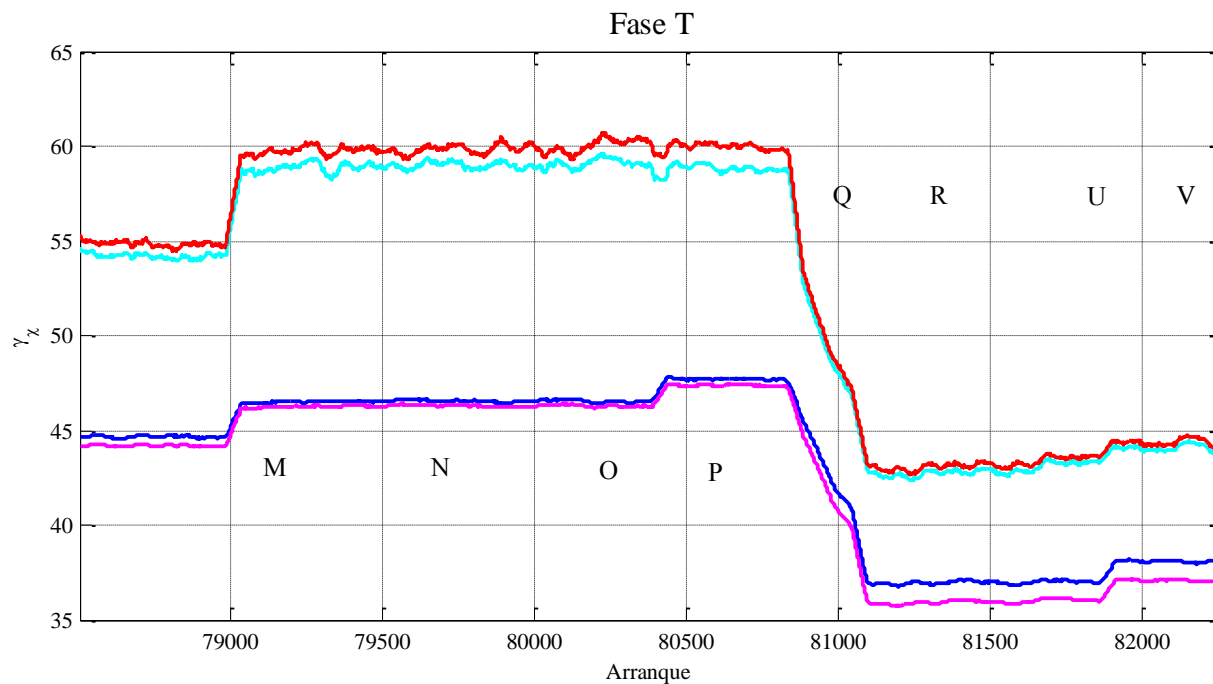


Fig. 162 Evolución de los indicadores Wavelet de asimetría rotórica en la parte final del experimento, fase R. De abajo a arriba, en magenta la aproximación 6, azul el detalle 7, en cian la aproximación 7 y en rojo el detalle 8.



**Fig. 163** Evolución de los indicadores Wavelet de asimetría rotórica en la parte final del experimento, fase T. De abajo a arriba, en magenta la aproximación 6, azul el detalle 7, en cian la aproximación 7 y en rojo el detalle 8

## 7.5 Conclusiones del capítulo

En el presente capítulo se ha concluido el ensayo de rotura de barra por fatiga. Para ello se ha debilitado el rotor mediante perforaciones hasta conseguir una rápida evolución y la rotura final. El cálculo de todos los indicadores revela que los basados en el estudio del transitorio de arranque directo reaccionan antes y siguen de una manera precisa la rotura. El indicador basado en el método de diagnóstico propuesto en la presente tesis, que hace uso de la distribución de Wigner-Ville, sobresale respecto al resto a la hora de seguir con fidelidad la rotura de la misma sin incrementar los costes computacionales.

El final del ensayo también ha servido para confirmar otros aspectos de dicho tipo de fallo, como la necesidad de que la sección de la barra se reduzca de una manera considerable para que comiencen a aparecer las primeras señales de rotura, y la importancia de los armónicos de orden alto en la detección incipiente de defectos, dado que la amplitud del LSH puede verse afectada por la existencia de otras asimetrías que no evolucionan, ya presentes en la jaula, que provoquen su reducción.

La finalización con resultados positivos de dicho ensayo de rotura de barra por fatiga trae consigo el establecimiento de una base de datos con 82.265 ciclos que monitoriza la progresión de dicha falta en un motor de inducción comercial de utilidad para validar nuevas técnicas para la detección incipiente de este tipo de defecto.



## **CAPÍTULO 8. RESULTADOS DEL ENSAYO SOBRE LA MÁQUINA INVERTIDA**

Tras la finalización del ensayo de rotura de barra por fatiga realizado sobre el motor comercial, se trató de reproducir la rotura en la máquina invertida, cuyas características se exponen en el Anexo 3. Este prototipo permite la medición de las temperaturas y corrientes en la jaula de ardilla, situada en el estátor, de manera que se consideró que se podría seguir con mayor detalle el proceso de rotura.

### **8.1 Planteamiento del ensayo**

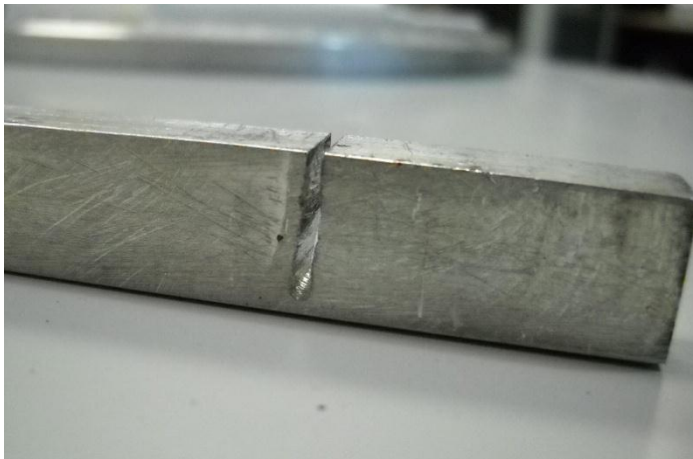
De acuerdo con los resultados presentados en el Capítulo 7, que no mostraban evolución alguna de los indicadores hasta que la sección de la barra se había reducido considerablemente. Se procedió al corte de la barra 36 del estátor para limitar su sección a unos  $15 \text{ mm}^2$ , un 13,6% de la original. Al contrario que en el caso del ensayo de rotura de barra por fatiga, no se usó para ello una taladradora, que habría conseguido retirar un mayor volumen de material, sino una sierra con la que se practicó una entalla (Fig. 164).

Antes de introducir la barra en la máquina se procedió a efectuar la medición de su resistencia mediante un puente de Thomson, obteniéndose un valor menor de  $1 \cdot 10^{-7} \Omega$ , el límite de medición del aparato, la misma lectura que en el caso de una barra de iguales dimensiones sin entalla.

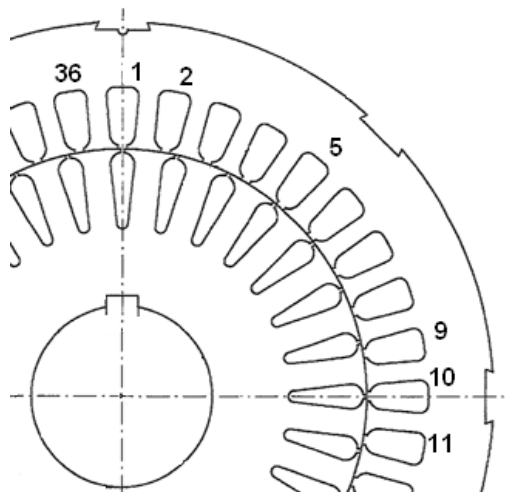
Dado el importante par producido por esta máquina, no es posible conseguir transitorios prolongados, siendo la aceleración del conjunto motor invertido-alternador (ver Anexo 3) de menos de medio segundo a tensión nominal. Por esta razón, para estudiar el transitorio,

los arranques se efectuaron a tensión reducida (230 V), lo que limita en gran medida las corrientes máximas que circulan por las barras. Siguiendo la experiencia del ensayo de barra por fatiga, la sección remanente de la barra se redujo mediante cortes sucesivos hasta conseguir una rotura natural.

En todo momento se monitorizan las corrientes tanto en la barra 36 como en las vecinas, barra 1 y barra 2; así como las situadas a un paso polar de las mismas (barras 9, 10 y 11). Las temperaturas de las barras 1, 5 y 36, captadas por los termopares que se aprecian en la Fig. 167, serán comparadas para detectar cualquier diferencia.



**Fig. 164 Entalla en la barra 36**



**Fig. 165 Barras de la jaula de ardilla situada en el estátor y numeración de las que han sido equipadas con sensores.**



Ya que el ensayo no se extenderá en el tiempo, se ha incrementado la frecuencia de muestreo y la longitud de la señal captada en  $10 \cdot 10^3$  muestras por segundo y 100 segundos, respectivamente, respecto al ensayo de rotura de barra por fatiga, sin peligro de colapsar la capacidad del registrador.

## 8.2 Resultados

Los ensayos realizados tras esta modificación en la barra 36 indican que no existe asimetría rotórica. Los indicadores basados en el método propuesto (punto 4.8) arrojan unos resultados de 29,52 dB y 29,55 dB para la fase R y la fase T. Los basados en la transformada de Fourier, utilizando una ventana Blackman para reducir el leakage de la componente fundamental y sumando las contribuciones del LSH y USH, alcanzan los 44 dB y 52 dB, respectivamente, para una velocidad de giro de 1.405 rpm. La corriente circulante por la barra 36 alcanza unos valores pico de 172 A, muy parecidos a los de la barra 2, 198 A. Los valores de la barra 1 son superiores, por encontrarse el sensor al otro extremo de la máquina, donde no sufre apantallamiento por el cableado de otros sensores, suministrando un valor de 247 A.

Estos niveles son muy similares a los obtenidos con la máquina en estado sano, así pues, se prosiguió con el corte de la barra, dejándose una sección remanente de  $2 \text{ mm}^2$ , un 1,8 % de la sección original, como puede apreciarse en Fig. 168. La medición de la resistencia mediante el puente de Wheatstone arrojó un resultado de  $2 \cdot 10^{-7} \Omega$ .

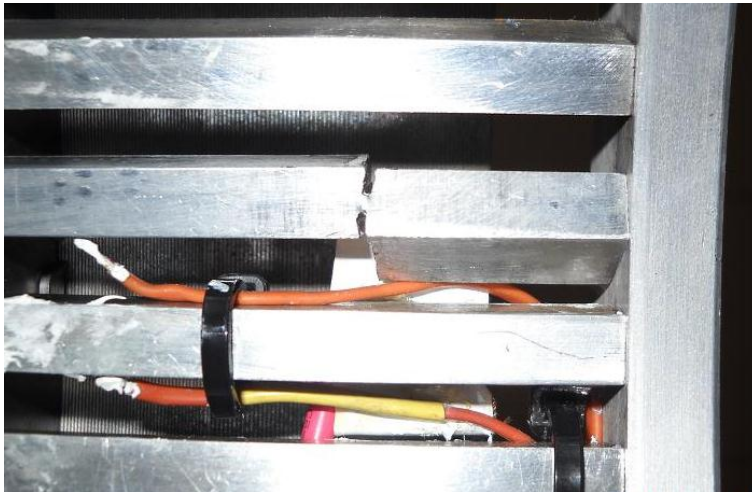


**Fig. 166 Segunda entalla en la barra 36**

La escasa sección motivo que durante su instalación en la máquina, el extremo de menor longitud desde la entalla resultase girado, como se muestra en la Fig. 167. Puesto que la

extracción de la barra sin que rompiese por causas mecánicas resultaría problemática, se decidió efectuar una serie más larga de ensayos, consistente en arranques a tensión reducida (230 V), seguidos de operación a tensión nominal y plena carga, totalizando el ciclo completo 100 segundos. Se repetiría el proceso tan rápido como fuese posible, hasta alcanzar los 120 °C en las barras, temperatura cercana al límite de operación de los sensores CSA 1V (125 °C).

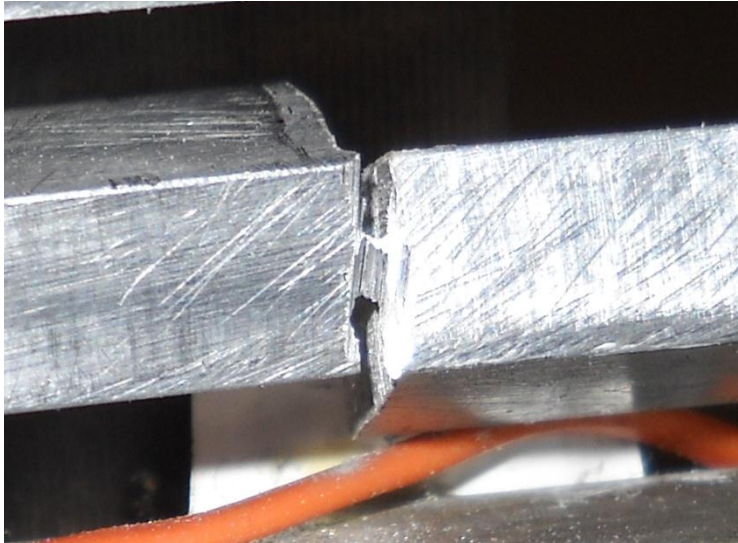
A pesar de tal reducción en la sección de la barra, los indicadores de asimetría rotórica se mantuvieron en el rango de máquina sana, siendo los basados en el método propuesto de 38,2 dB y 37,8 dB para las fases R y T, respectivamente; y los equivalentes obtenidos mediante el análisis en estado estacionario de 50,9 dB y 50,8 dB. La velocidad de giro alcanzó los 1.402 rpm.



**Fig. 167 Giro de la barra 36**

En este caso sí que se apreció variación en la corriente circulante por las barras, siendo de 145 A para la barra 36, 255 A para la barra 1 y 198 A para la barra 2. El sensor de la barra 10 dejó de funcionar debido a los continuos arranques que provocaron su desprendimiento de la misma.

Finalmente, al no apreciarse evolución en los indicadores una vez la máquina alcanzó su temperatura máxima de operación, se decidió tratar de reducir todavía más la sección de la barra *in situ*, esto es, en el interior de la máquina. La Fig. 168 muestra el resultado.

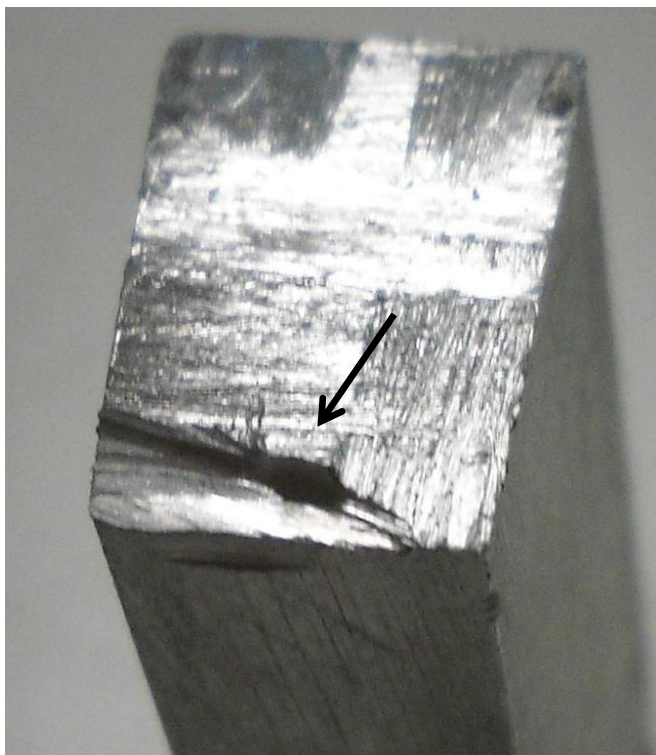


**Fig. 168 Corte en la sección remanente de la entalla**

Después de realizar esta operación, se llevó la máquina a su temperatura máxima de funcionamiento mediante sucesivos ciclos de arranque a tensión reducida y operación en estado estacionario. Los resultados siguen en el rango de máquina sana, siendo para el indicador basado en la distribución de Wigner-Ville de 41,6 y 39,6 dB, para las fases R y T, respectivamente. La evaluación de los picos LSH y USH obtenidos mediante la transformada de Fourier arroja unos valores de 50,1 dB y 49,3 dB mientras que las medidas de intensidad en las barras son de 130 A para la debilitada barra 36, 255 A para la barra 1 y 207 A para la barra 2 (ver Fig. 170). La velocidad de giro es de 1399 rpm.

Al seguir sin apreciarse evolución tras sucesivos ciclo de operación, se decidió debilitar aún más la barra. En dicho proceso, dicha barra 36, sometida a tracción, se partió, mostrándose la sección en la Fig. 169. Como se aprecia en la misma, restaba apenas  $0,5 \text{ mm}^2$  de sección conductora, un 0,45 % de la original.

La temperatura de la barra 36 en comparación con la barra 1 y la barra 5 no mostró diferencias significativas durante todo el ensayo.



**Fig. 169** Zona de corte de la barra tras la rotura

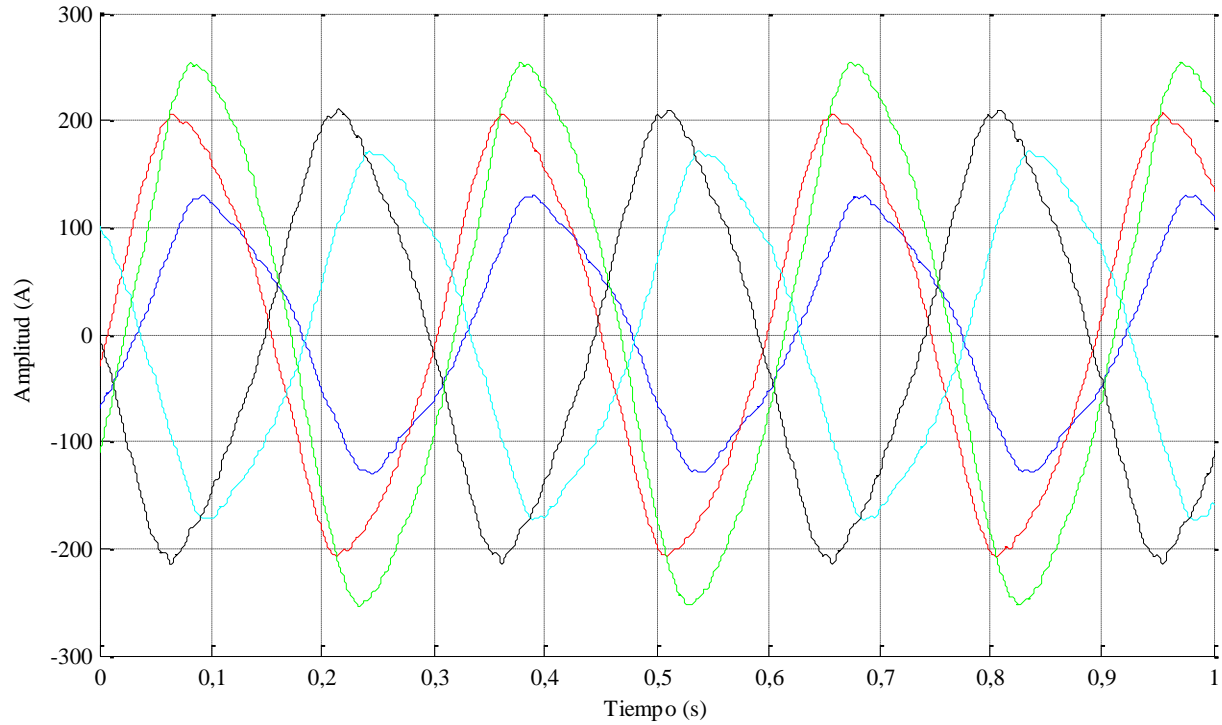


Fig. 170 Corrientes tras reducir la sección de la barra 36 a  $5 \text{ mm}^2$ . Azul, B36; verde, B1; rojo, B2; cian, B9 y negro, B11.

Los resultados del ensayo se resumen en la Tabla 45, en la que se muestran tanto los indicadores calculados a partir de las formas de ondas de corriente estatórica en estado estacionario, mediante la FFT; como los computados mediante la transformada Wavelet discreta y el método de cuantificación propuesto. Asimismo, se incluyen las corrientes medidas en las barras y la velocidad de giro del rotor.

**Tabla 45. Resultados del ensayo de rotura de barra sobre la máquina invertida**

<b>Estado</b>	<b>Sana</b>	<b>Primer corte</b>	<b>Segundo corte</b>	<b>Tercer corte</b>	<b>1BR</b>
<b>Sección barra (mm<sup>2</sup>)</b>	105	15	2	1,5	0
$\gamma_{FFT,R}$ (L+USH)	38,6	44,8	50,9	50,1	32,5
$\gamma_{FFT,T}$ (L+USH)	35,5	52,4	50,8	49,3	32
$\gamma_{Det7,R}$	37,8	46,3	47,3	47,6	33,1
$\gamma_{Det7,T}$	37,4	45,1	46,9	48,2	33,1
$\gamma_{Apr7,R}$	41	49,9	42,3	43,5	37,1
$\gamma_{Apr7,T}$	43,1	51,6	36,4	36,8	37,8
$\gamma_{Det8,R}$	42,5	51,2	55,6	59,9	37,8
$\gamma_{Det8,T}$	43,6	52,3	55,2	60,8	38,4
$\gamma_{W,R}$	24,3	32,5	41,2	44,6	17,1
$\gamma_{W,T}$	24,6	32,5	40,8	42,6	16,9
<b>i<sub>p</sub> B36 (A)</b>	171	172	159	130	140
<b>i<sub>p</sub> B1 (A)</b>	240	246	255	255	0
<b>i<sub>p</sub> B2 (A)</b>	205	198	203	207	159
<b>i<sub>p</sub> B9 (A)</b>	171	178	179	171	165
<b>i<sub>p</sub> B10 (A)</b>	218	215	205	-	135
<b>i<sub>p</sub> B11 (A)</b>	216	220	223	208	132
<b>Velocidad giro (rpm)</b>	1408	1405	1402	1399	1389

Los indicadores de asimetría rotórica muestran un comportamiento similar en todos los casos, detectándose claramente la rotura de barra (realizada en un ensayo previo al aislar el extremo de una de ellas, ver Fig. 197), pero en ningún caso una evolución natural de la rotura.

La gran diferencia que se aprecia entre los valores de la segunda columna, máquina en estado sano, y de la tercera, máquina con un primer corte en la barra, podría deberse a la variación de la resistencia de contacto entre las mismas y el anillo cada vez que se realiza una modificación importante en la jaula.

En cuanto a las corrientes, los datos indican que se distribuyen preferentemente sobre las barras vecinas, amortiguando los efectos de un fallo incipiente, y descargando la barra más limitada. No se aprecia ninguna otra tendencia clara, aunque sí una gran diferencia con la columna correspondiente a una barra rota, que podría deberse otra vez a la alteración de las resistencias de contacto barra-anillo al desmontar la jaula.

Finalmente, destacar que para exactamente las mismas condiciones de carga y temperatura del motor, la velocidad de giro ha constituido un claro indicador del rango de valores que se obtendrían posteriormente mediante el análisis espectral y en tiempo-frecuencia.

### 8.3 Conclusiones del capítulo

A pesar de no haberse conseguido el objetivo perseguido, el experimento de rotura de barra en la máquina invertida permite extraer las siguientes conclusiones:

En primer lugar, la dificultad de reproducir en laboratorio el proceso de ruptura de la barra de la jaula de ardilla de un motor de inducción. El hecho de que en este caso la jaula sea desmontable también contribuye a incrementar la dispersión de los valores obtenidos en los indicadores de asimetría rotórica al evaluar diferentes configuraciones.

Así mismo, resulta patente la importancia de los fenómenos no eléctricos en la rotura de la misma, como la transmisión del calor o las cargas mecánicas. En este ensayo, debido a la alta difusividad térmica del aluminio, el calor generado en la sección reducida de la entalla es rápidamente distribuido al resto de la barra, comportamiento que se ha comprobado de manera preliminar en simulaciones del calentamiento de la barra mediante diferencias finitas. Este efecto no es tan eficaz si la entalla posee una longitud significativa, como en el caso del ensayo realizado sobre el motor comercial. Adicionalmente, las cargas mecánicas no pueden reproducirse en la máquina invertida, dado que se trata de una jaula estática, lo que sin duda ha tenido influencia en los resultados obtenidos.

Consecuentemente, a la hora de lograr esta ruptura, los transitorios pesados tienen una especial influencia. El motor comercial tardaba casi 7 segundos en arrancar, y otros tantos en frenar, siendo realizadas ambas operaciones a tensión nominal. En este caso, dada la imposibilidad de acoplar al motor invertido una carga de momento de inercia suficiente, los transitorios o son inferiores a medio segundo o han de realizarse a tensión reducida, alcanzándose en este caso en la jaula durante el arranque apenas el doble de corriente que en operación estacionaria a plena carga. Esto es claramente insuficiente a la hora de provocar la ruptura.

En estas condiciones estáticas, las medidas efectuadas sobre la jaula indican que las corrientes se redistribuyen sobre las barras contiguas, reduciéndose en la barra cuya sección se ha restringido, que ve la intensidad circulante decrementada en un 25%. Otras cuestiones como las corrientes interlaminares, relativamente menores en esta máquina de barras desmontables, podrían también tener influencia en la reproducción de la ruptura.





## CAPÍTULO 9. CONCLUSIONES Y ACCIONES FUTURAS

En el primer punto de este noveno capítulo de la tesis se resumen las aportaciones y conclusiones que se derivan de los resultados obtenidos, tanto de la aplicación del método de diagnóstico propuesto a diferentes máquinas, como de la finalización del ensayo de rotura de barra por fatiga. El segundo apartado está dedicado a la extensión y el estudio de las posibles aplicaciones de estos resultados. El capítulo finaliza con una lista de las publicaciones a que ha dado lugar la presente tesis.

### 9.1 Aportaciones y conclusiones

Esta tesis se centra en el estudio de la distribución de Wigner-Ville como herramienta para el diagnóstico de averías en máquinas de inducción y en el estudio del proceso de rotura de barra mediante métodos empíricos. En este punto se resumen los resultados originales, producto de este trabajo de investigación:

- La presente tesis propone una nueva metodología de diagnóstico basada en análisis en transitorio de una corriente de línea de un motor de inducción mediante la distribución de Wigner-Ville, con las siguientes características innovadoras:
  - Se propone un método de minimización de los términos cruzados mediante filtros de rechazo de frecuencia que suprimen los componentes de frecuencia constante. Los resultados conseguidos son comparables a los obtenidos con otras metodologías propuestas en la literatura, basadas en la utilización de *kernels*, pero a diferencia de éstos, se mantienen las condiciones marginales y no se incrementan sustancialmente los costes computacionales.

- El método propuesto permite la obtención de distribuciones en tiempo-frecuencia de gran nitidez, superior a las de otros métodos de diagnóstico basados en el análisis tiempo-frecuencia, propuestos recientemente en la literatura especializada.
- Los resultados obtenidos mediante simulación y ensayos de laboratorio muestran la gran sensibilidad del método propuesto, que permite la detección de los componentes relacionados con los fallos en estado sano, es decir, producidos por las tolerancias normales del proceso de fabricación. Esta característica permite seguir la evolución de estos componentes desde la puesta en servicio de las máquinas, facilitando el mantenimiento predictivo.
- La metodología desarrollada permite la realización de un análisis en banda ancha, el cual posibilita la detección de componentes de fallo a frecuencias mayores y menores que la componente fundamental. La visualización simultánea de componentes de falta en diferentes bandas de frecuencia es especialmente útil en el diagnóstico de faltas incipientes o complejas.
- El procedimiento se ha validado extensivamente mediante simulación en la detección de asimetrías rotóricas, excentricidades mixtas, cortocircuito entre espiras y fallo cíclico en rodamientos, así como en fallos combinados.
- El procedimiento se ha validado mediante ensayos sobre máquinas comerciales de manera extensiva para el caso de asimetría rotórica, obteniéndose buenos resultados para la detección de excentricidad mixta, fallos cíclicos en rodamientos y cortocircuitos entre espiras, así como en el seguimiento simultáneo de armónicos de orden alto y bajo en una máquina de elevada potencia en operación industrial.
- El método de diagnóstico desarrollado incluye además un procedimiento original para el cálculo de los parámetros de cuantificación del grado de avería. El procedimiento se basa en la cuantificación precisa de la energía de los componentes de falta a lo largo de los transitorios. Esto es posible gracias a las propiedades de la distribución de Wigner-Ville, que permiten calcular a lo largo del arranque la frecuencia instantánea de los componentes de falta, sin necesidad de medir la velocidad, y la densidad de energía de los mismos. Esto posibilita limitar la integración de la energía sobre el plano tiempo-frecuencia a una estrecha franja centrada en la posición real del componente.
- Parte del trabajo realizado se ha orientado a limitar la complejidad computacional de la metodología propuesta para facilitar su aplicación en dispositivos de procesamiento digital de la señal. En este sentido cabe destacar la aplicación novedosa en el área de diagnóstico de máquinas, de técnicas de diseño de filtros FIR desarrolladas recientemente.

- El campo de aplicación más inmediato del método desarrollado sería su integración en sistemas de mantenimiento predictivo de motores de gran potencia alimentados en alta tensión e implicados en procesos críticos. En estos casos no se usan convertidores, llevando a cabo estas máquinas arranques largos y pesados, y existiendo sistemas de monitorización de las mismas que podrían ser programados con el método propuesto.
- Asimismo, la presente tesis reproduce, mediante un ensayo destructivo llevado a cabo durante 5 años en condiciones reales, la avería de rotura de barra de un motor de inducción.
  - La realización del ensayo suministra una base de datos completamente documentada de 82.265 ciclos de trabajo, que incluyen arranques y periodos de funcionamiento estacionario de un motor de inducción el cual sufre progresivamente una rotura de barra. Dicha base de datos se encuentra compuesta por las ondas de corriente de dos fases, la evolución de la velocidad de giro del motor durante todo el ciclo, la velocidad de vibración radial horizontal a mitad de la longitud del cuerpo del estátor, la temperatura del mismo y la temperatura ambiente. Todas las señales almacenadas están capturadas con una frecuencia de muestreo de 5.000 Hz. A partir de los resultados de este ensayo puede concluirse que:
    - Los indicadores de asimetría rotórica basados en el estudio del transitorio de arranque directo mediante la transformada Wavelet discreta y la distribución de Wigner-Ville, este último desarrollado en la presente tesis, son más sensibles al estado de la jaula, reaccionando antes y de manera más abrupta durante el proceso de rotura, que los indicadores basados en la cuantificación de la amplitud de las bandas laterales que aparecen alrededor de la componente fundamental (Hilbert y FFT) en estado estacionario.
    - El estudio de los armónicos de orden alto producidos por la asimetría rotórica en las cercanías de los armónicos de devanado quinto y séptimo es importante en la detección incipiente de este tipo de defecto, puesto que se ha constatado que los indicadores tradicionalmente empleados no siempre evolucionan de manera decreciente, como se indica en la literatura, en las etapas iniciales del defecto. En este documento se propone una justificación a este fenómeno, que se ha puesto de manifiesto en los estudios empíricos realizados.
    - Ambos ensayos muestran que la aparición de fisuras incompletas (roturas parciales) en las barra no produce cambios significativos en la resistencia de la barra ni en la distribución de corriente hasta que la sección efectiva se restringe casi totalmente. Por esta razón, los indicadores de falta convencionales no sufren cambios apreciables hasta que la rotura de la barra es prácticamente completa. También se ha constatado la dificultad que entraña la reproducción de manera natural de dicha rotura si no están presentes importantes cargas mecánicas y elevadas corrientes durante un periodo de tiempo significativo.

- Asimismo, la presente tesis provee al grupo de investigación con un montaje automatizado, empleado en el ensayo de rotura de barra por fatiga, que puede ser utilizado para la reproducción de otros tipos de falta, y un motor de inducción invertido sobre el que es posible monitorizar las corrientes y temperaturas de la jaula. Dicho equipo permite realizar estudios detallados con diferentes configuraciones.
- Finalmente, se suministra un modelo de motor de inducción implementando sobre Simulink™ capaz de simular el comportamiento de motores de inducción que sufren asimetrías rotóricas y excentricidades, tanto en estado estacionario como transitorio, con una elevada rapidez, lo que facilita la validación de nuevas técnicas de diagnóstico y la interactividad con el usuario.

## **9.2 Acciones futuras**

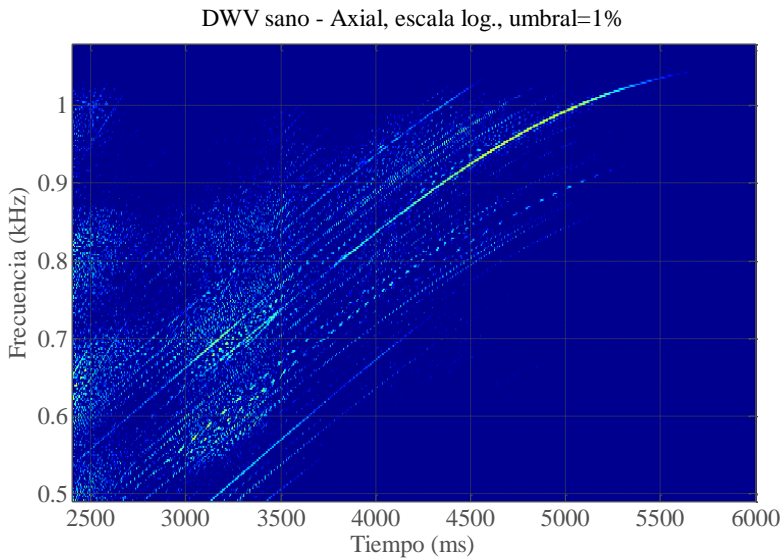
Es usual en los trabajos científicos que se formulen más cuestiones de las que se responden. La presente tesis es el caso. Este apartado expone algunas de ellas:

- 1. Aplicación de la distribución de Wigner-Ville al análisis por vibraciones.** Se ha tratado de aplicar la distribución de Wigner-Ville al estudio de la señal de vibración proveniente del transitorio de arranque de un motor de inducción

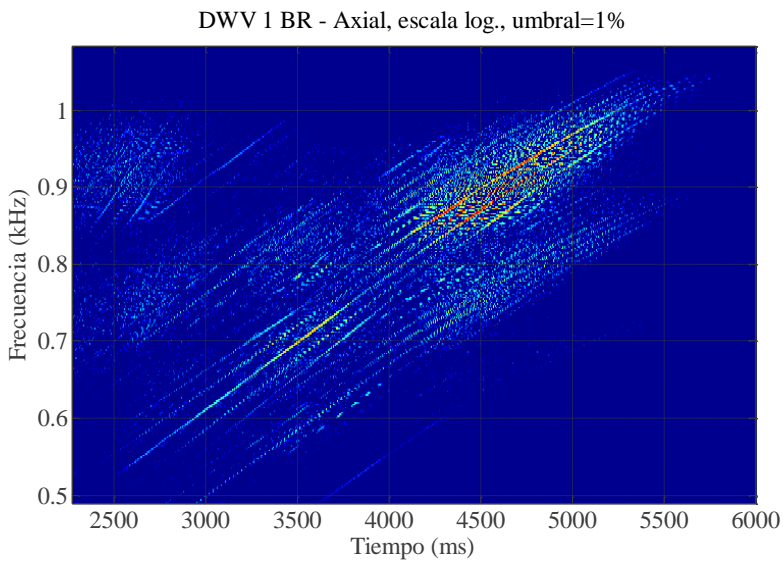
Los componentes principales del espectro de vibración de un motor de inducción están constituidos por el armónico de la velocidad de giro y sus múltiplos hasta unos 500 Hz, cuya amplitud se incrementa debido a diferentes fallos como la excentricidad, barra rota o desalineamiento; y los PSH, por encima de esa frecuencia.

Generalmente, los armónicos de paso de barras tienen una gran importancia en el espectro de vibración no como indicadores de averías, sino más bien por su efecto en el nivel sonoro que presenta el motor.

Los estudios que se han realizado del arranque de un motor de inducción de un par de polos sano frente a otro con una barra rota desvelan la aparición de bandas laterales convergentes junto a los armónicos PSH durante la aceleración a plena carga del mismo. Queda pendiente realizar un estudio en profundidad de este efecto, así como procesar los datos de vibración obtenidos durante el ensayo de rotura de una barra del rotor por fatiga.

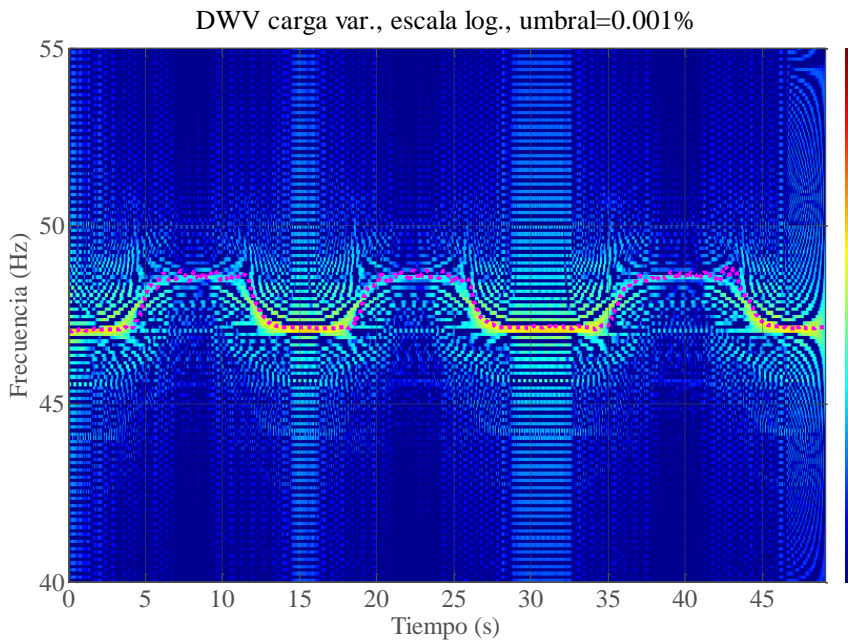


**Fig. 171** Distribución de Wigner-Ville de la señal de vibración de un motor de inducción sano durante el arranque.



**Fig. 172** Distribución de Wigner-Ville de la señal de vibración de un motor con una barra rota durante el arranque.

- 2. Adaptación del método propuesto al diagnóstico de máquinas de inducción operando bajo carga variable.** La gran sensibilidad del método de diagnóstico propuesto hace viable su adaptación al diagnóstico basado en la cuantificación de componentes de falta durante el funcionamiento en condiciones de carga variable. Esto permitiría ampliar el campo de aplicación del método y utilizarlo en áreas como la generación eólica, de gran importancia en la actualidad. En este momento se ha efectuado un estudio inicial que avala la viabilidad esta línea de investigación [201]. La Fig. 173 muestra el resultado el resultado de aplicar el método adaptado al seguimiento del LSH del motor de inducción que sufre la rotura de una barra, cuyas características se exponen en el punto 1.1 del Anexo 1, sometido a una variación de carga.



**Fig. 173 Distribución de Wigner-Ville de un motor de inducción con una barra rota sometido a una variación de carga. En rosa discontinuo, la frecuencia instantánea detectada. El deslizamiento oscila entre un 30 % y un 60 % del nominal.**

- 3. Explotación de la base de datos de ensayos generada.** La base de datos de 82.265 ciclos en la que se estudia el proceso de rotura de barra servirá para la validación de métodos de detección incipiente de este tipo de falta, así como fuente de valores estadísticos significativos que permiten determinar los valores umbrales relacionados con el defecto y la vida remanente estimada de la máquina.

4. **Otros estudios empíricos de averías. Utilización del prototipo de máquina invertida.** Adicionalmente, nuevos ensayos sobre el prototipo de motor invertido pueden proveer resultados suplementarios sobre la distribución de corrientes en la jaula durante la rotura de una barra. Así mismo, el montaje automatizado empleado en el ensayo de rotura de barra por fatiga podría ser usado para la reproducción de un cortocircuito entre espiras provocado por fatiga, con el que obtener señales reales sobre la evolución de este tipo de defecto.
5. **Desarrollo de un dispositivo portátil de diagnóstico basado en la técnica desarrollada.** Una buena manera de comprobar la versatilidad del método propuesto consistiría en implementarlo en un procesador digital de la señal (DSP). Aunque la computación de la distribución de Wigner-Ville no puede hacerse en tiempo real, pues precisa valores que acontecen en el futuro, sí que se resultaría de gran importancia lograr que el método propuesto pudiese efectuar el diagnóstico inmediatamente después del arranque de un motor de inducción o con un ligero retraso en condiciones de carga variable.

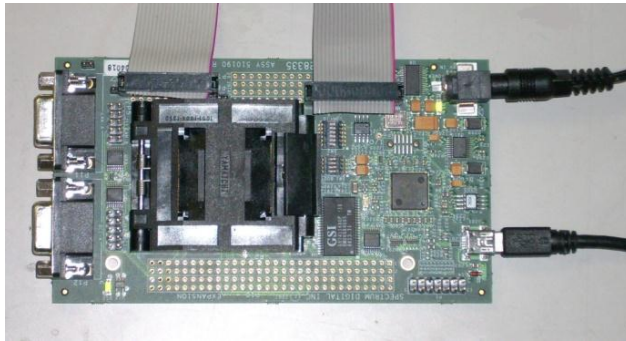


Fig. 174 Placa de desarrollo eZdsp™ y DSP TMS320F28335 de Texas Instruments.

Los modernos entornos de programación de este tipo de equipos ya cuentan con funciones que implementan la transformada rápida de Fourier, por lo que no es necesaria la programación de complejos algoritmos para el procesado de la distribución de Wigner-Ville. Además, las necesidades computacionales no son excesivas para los procesadores digitales de la señal actuales, como se expone en el punto 2.5.5.3.

De manera preliminar, el mayor problema sería el almacenamiento de los resultados, puesto que precisarían una gran cantidad de memoria. Cabe recordar que esto no es necesario si lo que se almacena es la frecuencia instantánea y los valores de la distribución en sus alrededores, como realiza el método de cuantificación propuesto en la presente tesis.

### 9.3 Lista de artículos y ponencias relacionadas con la investigación desarrollada

#### Artículos:

V. Climente-Alarcon, J. Antonino-Daviu, M. Riera-Guasp, J. Pons-Llinares, J. Roger-Folch, P. Jover-Rodriguez y A. Arkkio, *Transient tracking of low and high-order eccentricity related components in induction motors via TFD tools*, Mechanical Systems and Signal Processing, nº 25, pp. 667-679, Febrero 2011.

M. Pineda-Sanchez, V. Climente-Alarcon, R. Riera-Guasp, R. Puche-Panadero y J. Pons-Llinares, *Enhanced Simulink Induction Motor Model for Education and Maintenance Training*, Journal of Systemics, Cybernetics and Informatics (aceptado para publicación).

V. Climente-Alarcon, J. A. Antonino-Daviu, M. Riera-Guasp, M. Puche-Panadero, L. Escobar, *Application of the Wigner-Ville Distribution for the Detection of Rotor Asymmetries and Eccentricity through High-Order Harmonics*, Electric Power Systems Research (aceptado para publicación).

#### Ponencias:

M. Riera Guasp, V. Climente Alarcón, J. Roger Folch y J. A. Antonino Daviu, *Test Stand and Acquisition and Processing Data System Design for Destructive Testing of Induction Motors*, de 10ª Conferencia Hispano-Lusa de Ingeniería Eléctrica, 10 CHLIE, Funchal-Madeira, 2007.

J. A. Antonino-Daviu, J. Rusek, M. Riera-Guasp, J. Roger-Folch y V. Climente, *Case Histories in large motors: Diagnosis of electromechanical faults through extraction of characteristic components during the startup*, de IEEE International Symposium on Diagnostics for Electric Machines, Power Electronics and Drives, SDEMPED 2007, Viena, 2007.

V. Climente Alarcón, M. Riera Guasp, J. A. Antonino Daviu y J. Roger Folch, *Experimental study of the evolution of a bar breakage process in a commercial induction machine*, de 18th International Conference on Electrical Machines, ICEM, Vilamoura, Portugal, 2008.

V. Climente-Alarcon, R. Puche-Panadero, J. Pons-Llinares y M. Riera-Guasp, *Inverted Induction Motor and Test Stand*, de 11ª Conferencia Hispano-Lusa de Ingeniería Eléctrica, 11 CHLIE, Zaragoza, 2009.

V. Climente-Alarcon, J. A. Antonino-Daviu, M. Riera, R. Puche-Panadero y L. A. Escobar, *Wigner-Ville Distribution for the Detection of High Order Harmonics due to Rotor Asymmetries*, de IEEE International Symposium on Diagnostics for Electric Machines, Power Electronics and Drives, SDEMPED, Cargese, 2009.



J. A. Antonino-Daviu, V. Climente-Alarcon, J. Pons-Llinares, M. Pineda-Sanchez, P. Jover-Rodriguez y A. Arkkio, *Application of TFD tools for the tracing of eccentricity-related components in induction machines*, de 35th Annual Conference of IEEE Industrial Electronics, IECON '09, 2009.

V. Climente-Alarcon, J. A. Antonino-Daviu, M. Riera-Guasp, R. Puche, L. Escobar-Moreira, N. Wiener, P. Jover-Rodriguez y A. Arkkio, *Diagnosis of stator short-circuits through Wigner-Ville transient-based analysis*, de 35th Annual Conference of IEEE Industrial Electronics, IECON '09, 2009.

M. Pineda-Sanchez, M. Riera-Guasp, J. Pons-Llinares, V. Climente-Alarcon y J. Perez-Cruz, *Diagnosis of induction machines under transient conditions through the Instantaneous Frequency of the fault components*, de XIX International Conference on Electrical Machines (ICEM), Roma, 2010.

V. Climente-Alarcon, J. A. Antonino-Daviu, M. Riera-Guasp, J. Roger-Folch, P. Jover-Rodriguez y A. Arkkio, *Use of high order harmonics for diagnosis of simultaneous faults via Wigner-Ville distributions*, de IECON 2010 - 36th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society, 2010.

M. Pineda-Sanchez, V. Climente-Alarcon, R. Riera-Guasp, R. Puche-Panadero y J. Pons-Llinares, *Enhanced Simulink Induction Motor Model for Education and Maintenance Training*, de The 2nd International Conference on Education, Training and Informatics, ICETI 2011, Orlando, FL, 2011.

V. Climente-Alarcon, M. Riera-Guasp, J. Antonino-Daviu, J. Roger-Folch, F. Vedreño-Santos, *Diagnosis of rotor asymmetries in induction machines operating under varying load conditions via Wigner-Ville distribution*, International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion, SPEEDAM 2012 (aceptado para presentación)



## CAPÍTULO 10. REFERENCIAS

- [1] J. A. Antonino Daviu, «Diagnóstico de Roturas de Barra y otras Averías Electromecánicas en Máquinas de Inducción mediante el Estudio del Transitorio de Arranque con la transformada Wavelet,» 2006. Tesis Doctoral. Dept. Ingeniería Eléctrica, UPV.
- [2] V. Climente Alarcón, «Diseño de Banco de Pruebas y Sistema de Adquisición y Procesamiento de Datos para Ensayos Destructivos de Motores de Inducción,» 2007. Trabajo para la consecución del Diploma de Estudios Avanzados. Dept. Ingeniería Eléctrica, UPV.
- [3] V. Climente Alarcón, M. Riera Guasp, J. A. Antonino Daviu y J. Roger Folch, «Experimental study of the evolution of a bar breakage process in a commercial induction machine,» de *18th International Conference on Electrical Machines, ICEM*, Vilamoura, Portugal, 2008.
- [4] V. Climente Alarcón, «Análisis de Vibraciones en Máquinas Eléctricas. Estado del Arte,» 2007. Trabajo para la consecución del Diploma de Estudios Avanzados. Dept. Ingeniería Eléctrica, UPV.
- [5] L. Escobar-Moreira, «An approach to ultrasonic fault machinery monitoring by using the Wigner-Ville and Choi-Williams distributions,» de *18th International Conference on Electrical Machines, ICEM*, Vilamoura, Portugal, 2008.
- [6] C. Mackechnie Jarvis, «Nikola Tesla and the Induction Motor,» *Electronics and Power*, vol. 15, nº 12, pp. 436-440, 1969.
- [7] P. L. Alger y R. E. Arnold, «The History of Induction Motors in America,»

- Proceedings of the IEEE*, vol. 4, nº 9, Septiembre 1976.
- [8] E. L. Owen, «Mill Creek #1 - A Historic Milestone,» *Industry Applications Magazine, IEEE*, vol. 3, nº 3, pp. 12-20, Mayo/junio 1997.
- [9] Browning, R., «Evolution of induction motors - The ever-shrinking motor,» *Industry Applications Magazine, IEEE*, vol. 3, nº 1, pp. 16-18, 1997.
- [10] J. E. Brittain, «Scanning Our Part. Electrical Engineering Hall of Fame: Nikola Tesla,» *Proceedings of the IEEE*, vol. 93, nº 5, Mayo 2005.
- [11] H. de Swardt, «Electric Motor Design Enhancements: Ensuring High Quality and Long Term Reliability,» *Vector. Institution of Certified Mechanical and Electrical Engineers, South Africa*, Marzo 2003.
- [12] M. Hodowanec y W. R. Finley, «Copper versus aluminium-which construction is best?,» *IEEE Industry Applications Magazine*, vol. 8, nº 4, pp. 14-25, 2001.
- [13] A. Bellini, F. Filippetti, C. Tassoni y G. A. Capolino, «Advances in Diagnostic Techniques for Induction Machines,» *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 55, nº 12, Diciembre 2008.
- [14] I. Kerszenbaum y C. F. Landy, «The Existence of Large Inter-Bar Currents in Three Phase Squirrel Cage Motors with Rotor-Bar and/or End Ring Faults,» *IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems*, vol. 103, nº 7, Julio 1984.
- [15] R. F. Walliser y C. F. Landy, «Determination of Interbar Current Effects in the Detection of Broken Rotor Bars in Squirrel Cage Induction Motors,» *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 9, nº 1, Marzo 1999.
- [16] C. C. M. Cunha, V. B. S. Varejao y B. J. Cardoso Filho, «Simple Model for Squirrel Cage Induction Machine With Rotor Asymmetries and its validation through Experimental Tests on a Special Motor,» de *Industrial Electronics, 2008. IECON 2008. 34th Annual Conference of IEEE.*, 2008.
- [17] C. C. Yeh, G. Y. Sizov, N. Demerdash, R. K. Povinelli, R. J. Povinelli, E. E. Yaz y D. M. Ionel, «A Reconfigurable Motor for Experimental Emulation of Stator Winding Interturn and Broken Bar Faults in Polyphase Induction Machines,» *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 23, nº 4, pp. 1005-1014, 2008.
- [18] W. T. Thomson y M. Fenger, «Current Signature Analysis to Detect Motor Faults,» *IEEE Industry Applications Magazine*, Julio/Agosto 2001.
- [19] EPRI, «Report of Large Motor Reliability Survey of Industrial and Commercial Installations, Part I & II,» *Industry Applications, IEEE Transactions on*, vol. 21, nº 4, pp. 853-872, 1985.
- [20] P. F. Albrecht, J. C. Appiarius, R. M. McCoy, E. L. Owen y D. K. Sharma, «Assessment of the Reliability of Motors in Utility Applications - Updated,» *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, vol. 1, nº 1, pp. 39-46, 1986.
- [21] G. B. Kliman, R. A. Koegl, J. Stein y R. D. Endicott, «Noninvasive Detection of Broken Rotor Bars in Operating Induction Motors,» *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 34, nº 1, Enero/febrero 1998.
- [22] M. F. Cabanas, J. L. Ruiz-Gonzalez, J. L. B. Sampayo, M. G. Melero, C. H. Rojas, F. Pedrayes, A. Argüelles y J. Viña, «Analysis of fatigue causes on the rotor bars of squirrel cage asynchronous motors: experimental analysis and modelling of medium

- voltage motors,» de *Symposium on Diagnostics for Electric Machines, Power Electronics and Drives, SDEMPED 2003*, Atlanta, GA, 2003.
- [23] W. Deleroi, «Der Stabbruch im Käfigläufer eines Asynchronmotors,» *Archiv für Elektrotechnik*, pp. 91-99, Marzo 1984.
- [24] F. Filippetti, G. Franceschini, C. Tassoni y P. Vas, «AI Techniques in Induction Machines Including the Speed Ripple Effect,» *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 34, nº 1, Enero/Febrero 1998.
- [25] G. H. Muller y C. F. Landy, «A novel method to detect broken rotor bars in squirrel cage induction motors when interbar currents are present,» *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 18, nº 1, pp. 71-79, 2003.
- [26] A. Khezzar, M. Y. Kaikaa, M. Oumaamar, M. Boucherma y H. Razik, «On the Use of Slot Harmonics as a Potential Indicator of Rotor Bar Breakage in the Induction Machine,» *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 56, nº 11, Noviembre 2009.
- [27] F. Filippetti, M. Martelli, G. Franceschini y C. Tassoni, «Development of expert system knowledge base to on-line diagnosis of rotor electrical faults of induction motors,» de *Industry Applications Society Annual Meeting, 1992., Conference Record of the 1992 IEEE*, 1992.
- [28] M. Riera-Guasp, J. Pons-Llinares, F. Vedreno-Santos, J. A. Antonino-Daviu y M. Fernandez Cabanas, «Evaluation of the amplitudes of high-order fault related components in double bar faults,» de *Diagnostics for Electric Machines, Power Electronics & Drives (SDEMPED), 2011 IEEE International Symposium on*, Bologna, 2011.
- [29] J. R. Cameron, W. T. Thomson y A. B. Dow, «Vibration and current monitoring for detecting airgap eccentricity in large induction motors,» *IEEE Proceedings*, vol. 133 B, nº 3, Mayo 1986.
- [30] S. Nandi, R. Bharadwaj, H. A. Toliyat y A. G. Parlos, «Performance Analysis of a Three Phase Induction Motor under Mixed Eccentricity Condition,» de *1998 International Conference on Power Electronic Drives and Energy Systems for Industrial Growth*, 1998.
- [31] R. R. Schoen y T. G. Habetler, «Evaluation and Implementation of a System to Eliminate Arbitrary Load Effects in Current-Based Monitoring of Induction Machines,» *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 33, nº 6, pp. 1571-1577, Noviembre/diciembre 1997.
- [32] J. Antonino-Daviu, P. Jover, M. Riera-Guasp, M. Pineda-Sanchez y A. Arkkio, «Detection of combined faults in induction machines with stator parallel branches through the DWT of the stator current,» *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 23, nº 7, pp. 2336-2351, Octubre 2009.
- [33] J. Faiz, B. M. Ebrahimi, B. Akin y H. A. Toliyat, «Dynamic analysis of mixed eccentricity signatures at various operating points and scrutiny of related indices for induction motors,» *IET Electric Power Applications*, vol. 4, nº 1, pp. 1-16, 2010.
- [34] M. Sahraoui, A. Ghoggal, S. E. Zouzou y M. E. Benbouzid, «Dynamic eccentricity in squirrel cage induction motors – Simulation and analytical study of its spectral

- signatures on stator currents,» *Simulation Modelling Practice and Theory*, vol. 16, nº 9, pp. 1503-1513, Octubre 2008.
- [35] D. G. Dorrell, W. T. Thomson y S. Roach, «Analysis of Airgap-Flux, Current and Vibration Signals as a Function of the Combination of Static and Dynamic Airgap Eccentricity in 3-Phase Induction Motors,» *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 33, nº 1, Enero/Febrero 1997.
- [36] S. Nandi, S. Ahmed y H. A. Toliyat, «Detection of Rotor Slot and Other Eccentricity Related Harmonics in a Three Phase Induction Motor with Different Rotor Cages,» *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 16, nº 3, Septiembre 2001.
- [37] A. Anton, «New Developments in Resin Rich Insulating Systems for High Voltage Rotating Machines,» de *Proceedings of the Electrical Insulation Conference and Electrical Manufacturing and Coil Conference*, 1997.
- [38] L. A. Dissado y J. C. Fothergill, *Electrical Degradation and Breakdown in Polymers*, G. C. Stevens, Ed., IET Materials and Devices Series 9.
- [39] SKF, «Bearing failures and their causes,» 1994.
- [40] S. Seker y E. Ayaz, «A Reliability Model for Induction Motor Ball Bearing Degradation,» *Istanbul Technical University*.
- [41] M. F. Cabanas y M. G. Melero, *Técnicas para el Mantenimiento Predictivo y Diagnóstico de Máquinas Eléctricas Rotativas*, Marcombo-Boixareu, S.A..
- [42] R. R. Schoen, T. G. Habetler, F. Kamran y R. G. Bartheld, «Motor Bearing Damage Detection Using Stator Current Monitoring,» *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 31, nº 6, Noviembre/diciembre 1995.
- [43] [En línea]. Disponible en:  
<http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Mathematicians/Fourier.html>.
- [44] [En línea]. Disponible en:  
<http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Printonly/Dirichlet.html>.
- [45] J. Böcker, *Spektroskopie*, Vogel, 1997.
- [46] E. Colin Cherry, «A History of the Theory of Information,» *IRE Professional Group on Information Theory*, vol. 1, nº 1, pp. 22-43, 1953.
- [47] P. Hill, «Dennis Gabor – Contributions to Communication Theory & Signal Processing,» de *EUROCON 2007. The International Conference on “Computer as a Tool”*, Varsovia, Septiembre.
- [48] R. Burnett, J. F. Watson y S. Elder, «The application of modern signal processing techniques for use in rotor fault detection and location within three-phase induction motors,» *Signal Processing*, vol. 49, nº 1, pp. 57-70, Febrero 1996.
- [49] M. Lebold, K. McClintic, R. Campbell, C. Byington y K. Maynard, «Review of vibration analysis methods for gearbox diagnostics and prognostics,» de *Proceedings of the 54th Meeting of the Society for Machinery Failure Prevention Technology*, Virginia Beach, VA, 2000.
- [50] J. O. Smith. [En línea]. Available: <https://ccrma.stanford.edu/~jos/filters/filters.html>.
- [51] J. G. Proakis y C. M. Rader, *Advanced Digital Signal Processing*, Macmillan Publishing Company.

- [52] J. H. Poynting, «On the Transfer of Energy in the Electromagnetic Field,» *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, nº 175, pp. 343-361, 1884.
- [53] J. W. S. Rayleigh, «On the character of the complete radiation at a given temperature,» *Philosophical Magazine*, vol. 27, pp. 460-469, 1889.
- [54] L. Cohen, «Time-Frequency Distributions - A Review,» *Proceedings of the IEEE*, vol. 77, nº 7, pp. 941-989, Julio 1989.
- [55] L. Cohen y A. V. Oppenheim, *Time-Frequency Analysis*, Prentice Hall Signal Processing Series, 1997.
- [56] E. Bedrosian, «The Analytic Signal Representation of Modulated Waveforms,» *Proceedings of the IRE*, vol. 50, nº 10, pp. 2071-2076, 1962.
- [57] D. Vaukman, «On the Analytic Signal, the Teager-Kaiser Energy Algorithm, and Other Methods for Defining Amplitude and Frequency,» *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 44, nº 4, Abril 1996.
- [58] J. Antonino-Daviu, P. Jover, M. Riera-Guasp, A. Arkkio y M. Pineda-Sanchez, «Complementary diagnosis of rotor asymmetries through the tracing of the Right Sideband Component in the stator startup current,» de *Electrical Machines, 2008. ICEM 2008. 18th International Conference on*, 2008.
- [59] J. Ville, «Théorie et Applications de la Notion de Signal Analytique,» *Câbles et Transmission*, nº 2, pp. 61-74, 1948.
- [60] E. Wigner, «On the Quantum Correction For Thermodynamic Equilibrium,» *Phys. Rev.*, vol. 40, nº 5, pp. 749-759, 1932.
- [61] J. A. Rosero, L. Romeral, J. A. Ortega y E. Rosero, «Short-Circuit Detection by Means of Empirical Mode Decomposition and Wigner-Ville Distribution for PMSM Running Under Dynamic Condition,» *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 56, nº 11, pp. 4534-4547, 2009.
- [62] S. Rajagopalan, J. A. Restrepo, J. M. Aller, T. G. Habetler y R. G. Harley, «Nonstationary Motor Fault Detection Using Recent Quadratic Time-Frequency Representations,» *Industry Applications, IEEE Transactions on*, vol. 44, nº 3, pp. 735-744, 2008.
- [63] L. Cohen, «A general approach for obtaining joint representations in signal analysis. I. Characteristic function operator method,» *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 44, nº 5, pp. 1080-1090, Mayo 1996.
- [64] H. -I. Choi y W. J. Williams, «Improved time-frequency representation of multicomponent signals using exponential kernels,» *Acoustics, Speech and Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 37, nº 6, pp. 862-871, 1989.
- [65] I. Daubechies, «Orthonormal bases of compactly supported wavelets,» *Communications on Pure and Applied Mathematics*, vol. 41, nº 7, pp. 909-996, Octubre 1988.
- [66] R. Polikar. [En línea]. Disponible: <http://users.rowan.edu/~polikar/wavelets/wttutorial.html>.
- [67] N. E. Huang y S. S. P. Shen, *Hilbert-Huang Transform and Its Applications*, Singapore: World Scientific, 2005.

- [68] N. E. Huang, Z. Shen y S. R. Long, et al., «The Empirical Mode Decomposition and the Hilbert Spectrum for Nonlinear and Non-stationary Time Series Analysis,» *Proceedings of the Royal Society of London, Series A*, n° 454, pp. 903-995.
- [69] H. Teager, «Some observations on oral air flow during phonation,» *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, vol. 28, pp. 599-601, 1980.
- [70] P. Maragos, J. F. Kaiser y T. F. Quatieri, «Energy separation in signal modulations with application to speech analysis,» *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 41, pp. 3024-3051, 1993.
- [71] A. O. Boudraa, J. C. Cexus y K. Abed-Meraim, «Cross -energy operator-based signal detection,» *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 123, p. 4283, 2008.
- [72] P. Maragos, J. F. Kaiser y T. F. Quateri, «On amplitude and frequency demodulation using energy operators,» *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 41, pp. 1532-1550, 1993.
- [73] V. Kandia y Y. Stylianou, «Detection of Creak Clicks of Sperm Whales in low SNR conditions,» *EEE Oceans – Europe*, pp. 1052-1057, 2005.
- [74] H. Li y H. Zheng, «Bearing Fault Detection Using Envelope Spectrum Based on EMD and TKEO,» 2008.
- [75] C. Britton Rorabaugh, *Digital Filter Designer's Handbook*, Blue Ridge Summit: TAB Books - Divisio of McGraw-Hill, Inc..
- [76] A. V. Oppenheim y S. R. W., *Discrete-Time Signal Processing*, Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1989.
- [77] M. Vleck y P. Zahradnik, «Fast Analytical Design Algorithms for FIR notch Filters,» *IEEE Transactions on Circuits and Systems-I: Regular Papers*, vol. 51, n° 3, pp. 608-623, Marzo 2004.
- [78] M. Vleck y R. Unbehauen, «Zolotarev Polynomials and Optimal FIR filters,» *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 47, n° 3, pp. 717-730, Marzo 1999.
- [79] X. Chen y T. W. Parks, «Analytic design of optimal FIR narrow-band filters using Zolotarev polynomials,» *IEEE Trans. Circuits, Syst.*, Vols. %1 de %2CAS-3, pp. 1065-1071, Noviembre 1986.
- [80] A. Bellini, F. Filippetti, G. Franceschini, C. Tassoni y G. B. Kliman, «Quantitative evaluation of induction motor broken bars by means of electrical signature analysis,» *IEEE Trans. on Industry Applications*, vol. 37, n° 5, pp. 1248-1255, Septiembre/octubre 2001.
- [81] V. Climente-Alarcon, J. A. Antonino-Daviu, M. Riera, R. Puche-Panadero y L. A. Escobar, «Wigner-Ville Distribution for the Detection of High Order Harmonics due to Rotor Asymmetries,» de *EEE International Symposium on Diagnostics for Electric Machines, Power Electronics and Drives, SDEMPED*, Cargese, 2009.
- [82] S. H. Kia, H. Henao y G.-A. Capolino, «A High-Resolution Frequency Estimation Method for Three-Phase Induction Machine Fault Detection,» *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 54, n° 4, pp. 2305 - 2314, 2007.
- [83] R. Puche-Panadero, M. Pineda-Sanchez, M. Riera-Guasp, J. Roger-Folch, E. Hurtado-Perez y J. Perez-Cruz, «Improved Resolution of the MCSA Method Via



- Hilbert Transform, Enabling the Diagnosis of Rotor Asymmetries at Very Low Slip,» *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, vol. 24, nº 1, pp. 52-59, 2009.
- [84] I. Aydin, M. Karakose y E. Akin, «A new method for early fault detection and diagnosis of broken rotor bars,» *Energy Conversion and Management*, vol. 52, nº 4, pp. 1790-1799, Abril 2011.
- [85] V. Climente-Alarcon, R. Puche-Panadero, J. Pons-Llinares y M. Riera-Guasp, «Inverted Induction Motor and Test Stand,» de *11ª Conferencia Hispano-Lusa de Ingeniería Eléctrica, 11 CHLIE*, Zaragoza, 2009.
- [86] A. J. Marques Cardoso, S. M. A. Cruz, J. F. S. Carvalho y E. S. Saraiva, «Rotor cage fault diagnosis in three-phase induction motors, by Park's vector approach,» de *Conference Record of the 1995 IEEE Industry Applications Conference, Thirtieth IAS Annual Meeting, IAS '95.*, 1995.
- [87] S. M. A. Cruz y A. J. Marques Cardoso, «Stator winding fault diagnosis in three-phase synchronous and asynchronous motors, by the extended Park's vector approach,» de *Industry Applications Conference, 2000. Conference Record of the 2000 IEEE*, 2000.
- [88] M. R. Mehrjou, N. Mariun, M. H. Marhaban y N. Misron, «Rotor fault condition monitoring techniques for squirrel-cage induction machine - A review,» *Mechanical Systems and Signal Processing*, nº 25, pp. 3827-2848, 2011.
- [89] H. Çalis y A. Çakir, «Experimental study for sensorless broken bar detection in induction motors,» *Energy Conversion and Management*, vol. 49, nº 4, pp. 854-862, Abril 2008.
- [90] M. Arkan, D. K. Perovic y P. Unsworth, «Online Stator Fault Diagnosis in Induction Motors,» *Proceedings Inst. Elect. Eng. – Electric Power Applications*, vol. 148, nº 6, pp. 537-547, Noviembre 2001.
- [91] J. L. Kohler, J. Sottile y F. C. Trutt, «Condition Monitoring of Stator Windings in Induction Motors. I. Experimental Investigation of the Effective Negative-Sequence Impedance Detector,» *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 38, nº 5, pp. 1447-1453, Septiembre-October 2002.
- [92] J. Sottile, F. C. Trutt y J. L. Kohler, «Condition Monitoring of Stator Windings in Induction Motors. II. Experimental Investigation of Voltage Mismatch Detectors,» *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 38, nº 5, pp. 1454-1459, Septiembre-October 2002.
- [93] S. B. Lee, R. M. Tallam y T. G. Habetler, «A Robust On-line Turn-Fault Detection Technique for Induction Machines Base on Monitoring the Sequence Component Impedance Matrix,» *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 18, nº 3, pp. 865-872, Mayo 2003.
- [94] C. Gerada, K. J. Bradley, M. Summer, P. Wheeler, S. Pickering, J. Clare, C. Whitley y G. Towers, «The Results Do Mesh,» *IEEE Industry Applications Magazine*, vol. 13, nº 2, pp. 62-67, Marzo-Abril 2007.
- [95] W. T. Thomson, «On-line MCSA to diagnose shorted turns in low voltage stator windings of three-phase induction motors prior to failure,» de *IEEE PES&IAS IEMDC*, Boston, MA, 2001.

- [96] G. M. Joksimovic y J. Penman, «The Detection of Inter-Turn Short Circuits in the Stator Winding of Operating Motors,» *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 47, n° 5, pp. 1078-1084, Octubre 2000.
- [97] A. Siddique, G. S. Yadava y B. Singh, «A review of stator fault monitoring techniques of induction motors,» *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 20, n° 1, pp. 106-114, 2005.
- [98] S. Liling, L. Heming y X. Boqiang, «Analysis on the transient of stator-rotor-hybrid fault in squirrel cage induction motors,» de *Electrical Machines and Systems, 2005. ICEMS 2005. Proceedings of the Eighth International Conference on*, 2005.
- [99] W. Zhou, T. G. Habetler y R. G. Harley, «Stator Current-Based Bearing Fault Detection Techniques: A General Review,» de *IEEE International Symposium on Diagnostics for Electric Machines, Power Electronics and Drives, SDEMPED 2007*, 2007.
- [100] J. R. Stack, T. G. Habetler y R. G. Harley, «Bearing Fault Detection Via Autorregresive Stator Current Modeling,» *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 40, pp. 740-747, Mayo/junio 2004.
- [101] J. L. Silva y A. J. M. Cardoso, «Bearing Failures Diagnosis in Three-phase Induction Motors by Extended Park's Vector Approach,» de *32nd Annual Conference of IEEE Industrial Electronics Society, IECON*, 2005.
- [102] T. Lindh, J. Ahola, J. K. Kamarainen, V. Kyrki y J. Partanen, «Diagnosis Tool for Motor Condition Monitoring,» de *4th IEEE International Symposium on Diagnostics for Electric Machines, Power Electronics and Drives, SDEMPED*, 2003.
- [103] L. Eren y M. J. Devaney, «Bearing Damage Detection via Wavelet Packet Decomposition of Stator Current,» de *IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference*, 2002.
- [104] B. Yazici y G. B. Kliman, «An Adaptive Statistical Time-Frequency Method for Detection of Broken Bars and Bearing Faults in Motors Using Stator Current,» *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 35, n° 2, Marzo/abril 1999.
- [105] C. Kral, T. G. Habetler, R. G. Harley, F. Pirker, G. Pascoli, H. Oberguggenberger y C. J. M. Fenz, «A comparison of rotor fault detection techniques with respect to the assessment of fault severity,» de *Diagnostics for Electric Machines, Power Electronics and Drives, 2003. SDEMPED 2003. 4th IEEE International Symposium on*, Atlanta, Georgia, 2003.
- [106] P. J. Rodriguez, A. Belahcen y A. Arkkio, «Signatures of electrical faults in the force distribution and vibration pattern of induction motors,» *Electric Power Applications, IEE Proceedings -IET Journals*, vol. 153, n° 4, pp. 523-529, 2006.
- [107] W. R. Finley, M. M. Hodowanec y W. G. Holter, «Diagnosing Motor Vibration Problems,» de *IEEE Pulp and Paper Industry Technical Conference*, 2000.
- [108] J. S. Hsu, H. H. Woodson y W. F. Weldon, «Possible errors in measurement of air-gap torque pulsations of induction motors,» *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 7, n° 1, pp. 202-208, Marzo 1992.
- [109] R. S. Wieser, M. Schagginger, C. Kral y F. Pirker, «The integration of machine fault detection into an indirect field oriented induction machine drive control scheme-the

- Vienna Monitoring Method,» de *Industry Applications Conference, 1998. Thirty-Third IAS Annual Meeting. The 1998 IEEE*, 1998.
- [110] N. M. Elkasabgy, A. R. Eastham y G. E. Dawson, «Detection of broken bars in the cage rotor on an induction machine,» *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 28, nº 1, pp. 165-171, 1992.
- [111] M. F. Cabanas, F. Pedrayes, M. G. Melero, C. H. R. Garcia, J. M. Cano, G. A. Orcajo y J. G. Normiella, «Unambiguous Detection of Broken Bars in Asynchronous Motors by Means of a Flux Measurement-Based Procedure,» *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on*, vol. 60, nº 3, pp. 891-899, 2011.
- [112] H. Henao, C. Demian y G.-A. Capolino, «A frequency-domain detection of stator winding faults in induction machines using an external flux sensor,» *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 39, nº 5, pp. 1272-1279, 2003.
- [113] A. Yazidi, H. Henao y G.-A. Capolino, «Broken rotor bars fault detection in squirrel cage induction machines,» de *Electric Machines and Drives, 2005 IEEE International Conference on*, 2005.
- [114] A. Y. Ben Sasi, F. Gu, Y. Li y A. D. Ball, «A validated model for the prediction of rotor bar failure in squirrel-cage motors using instantaneous angular speed,» *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 20, nº 7, pp. 1572-1589, Octubre 2006.
- [115] A. B. Sasi, F. Gu, B. Payne y A. D. Ball, «Instantaneous angular speed monitoring of electric motors,» *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, pp. 123-125, 2004.
- [116] S. F. Legowski, A. H. M. Sadrul Ula y A. M. Trzynadlowski, «Instantaneous power as a medium for the signature analysis of induction motors,» *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 32, nº 4, pp. 904-909, 1996.
- [117] M. Eltabach, A. Charara y I. Zein, «A comparison of external and internal methods of signal spectral analysis for broken rotor bars detection in induction motors,» *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 51, nº 1, pp. 107-121, 2004.
- [118] G. Didier, E. Ternisien, O. Caspary y H. Razik, «Fault detection of broken rotor bars in induction motor using a global fault index,» *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 42, nº 1, pp. 79-88, 2006.
- [119] Z. Liu, X. Yin, Z. Zhang, D. Chen y W. Chen, «Online rotor mixed fault diagnosis way based on spectrum analysis of instantaneous power in squirrel cage induction motors,» *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 19, nº 3, pp. 485-490, 2004.
- [120] M. Drif y A. J. M. Cardoso, «The Use of the Instantaneous-Reactive-Power Signature Analysis for Rotor-Cage-Fault Diagnostics in Three-Phase Induction Motors,» *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 56, nº 11, pp. 4606-4614, 2009.
- [121] C. H. De Angelo, G. R. Bossio y G. O. Garcia, «Discriminating broken rotor bar from oscillating load effects using the instantaneous active and reactive powers,» *Electric Power Applications, IET*, vol. 4, nº 4, pp. 281-290, 2010.
- [122] H. W. Penrose y J. Jette, «Static motor circuit analysis: an introduction to theory and application,» *IEEE Electrical Insulation Magazine*, vol. 16, nº 4, pp. 6-10, 2000.
- [123] A. Khezzar, M. El Kamel Oumaamar, M. Hadjami, M. Boucherma y H. Razik, «Induction Motor Diagnosis Using Line Neutral Voltage Signatures,» *IEEE*

- Transactions on Industrial Electronics*, vol. 56, nº 11, pp. 4581-4591, 2009.
- [124] S. Elder, J. F. Watson y W. T. Thomson, «Fault detection in induction motors as a result of transient analysis,» de *Electrical Machines and Drives, 1989. Fourth International Conference on*, 182-186.
- [125] S. Nandi, «Detection of Stator Faults in Induction Machines Using Residual Saturation Harmonics,» *Industry Applications, IEEE Transactions on*, vol. 42, nº 5, pp. 1201-1208, 2006.
- [126] K. Kyusung y A. G. Parlos, «Induction motor fault diagnosis based on neuropredictors and wavelet signal processing,» *Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on*, vol. 7, nº 2, pp. 201-219, 2002.
- [127] K. Kyusung, A. G. Parlos y R. Mohan Bharadwaj, «Sensorless fault diagnosis of induction motors,» *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 50, nº 5, pp. 1038-1051, 2003.
- [128] H. Douglas, P. Pillay y A. Ziariani, «Detection of broken rotor bars in induction motors using wavelet analysis,» de *Electric Machines and Drives Conference, 2003. IEMDC'03. IEEE International*, 2003.
- [129] H. Douglas y P. Pillay, «The impact of wavelet selection on transient motor current signature analysis,» de *Electric Machines and Drives, 2005 IEEE International Conference on*, 2005.
- [130] P. S. Barendse y P. Pillay, «The Detection of Unbalanced Faults in Inverter-Fed Induction Machines,» de *Diagnostics for Electric Machines, Power Electronics and Drives, 2007. SDEMPED 2007. IEEE International Symposium on*, 2007.
- [131] O. A. Mohammed, N. Y. Abed y S. Ganu, «Modeling and Characterization of Induction Motor Internal Faults Using Finite-Element and Discrete Wavelet Transforms,» *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 42, nº 10, pp. 3434-3436, 2006.
- [132] O. A. Mohammed, N. Y. Abed y S. Garni, «Modeling and characterization of induction motor internal faults using finite element and discrete wavelet transforms,» de *Electric Ship Technologies Symposium, 2007. ESTS '07. IEEE*, 2007.
- [133] J. A. Antonino-Daviu, M. Riera-Guasp, J. Roger-Folch y M. P. Molina-Palomares, «Validation of a New Method for the Diagnosis of Rotor Bar Failures via Wavelet Transform in Industrial Induction Machines,» *IEEE Trans. on industry applications*, vol. 42, nº 4, pp. 990-996, Julio/agosto 2006.
- [134] Y. Gritli, C. Rossi, L. Zarri, F. Filippetti, A. Chatti y D. Cassadei, «Double Frequency Sliding and Wavelet Analysis for Rotor Fault Diagnosis in Induction Motors under Time-Varying Operating Condition,» de *IEEE International Symposium on Diagnostics for Electric Machines, Power Electronics and Drives, SDEMPED*, 2011.
- [135] M. Riera-Guasp, J. A. Antonino-Daviu, M. Pineda-Sanchez, R. Puche y J. Perez-Cruz, «A General Approach for the Transient Detection of Slip-Dependent Fault Components Based on the Discrete Wavelet Transform,» *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 55, pp. 4167-4180, 2008.
- [136] J. Pons-Llinares, J. A. Antonino-Daviu, M. Riera-Guasp, M. Pineda-Sanchez y V. Climente-Alarcon, «Induction motor diagnosis via frequency B-splines,» *IEEE*

- Transactions in Industrial Electronics*, vol. 58, nº 5, pp. 1530-1544, Mayo 2011.
- [137] A. Antonino-Daviu, M. Riera-Guasp, J. Roger-Folch y F. Martínez-Giménez, «Application and optimization of the discrete wavelet transform for the detection of broken rotor bars in induction machines,» *Applied and Computational Harmonic Analysis*, vol. 21, nº 2, pp. 268-279, Septiembre 2006.
- [138] A. Ordaz-Moreno, R. de Jesus Romero-Troncoso, J. A. Vite-Frias, J. R. Rivera-Gillen y A. Garcia-Perez, «Automatic Online Diagnosis Algorithm for Broken-Bar Detection on Induction Motors Based on Discrete Wavelet Transform for FPGA Implementation,» *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 55, nº 5, pp. 2193-2202, 2008.
- [139] E. Cabal-Yepez, R. A. Osornio-Rios, R. J. Romero-Troncoso, J. R. Razo-Hernandez y R. Lopez-Garcia, «FPGA-Based Online Induction Motor Multiple-Fault Detection with Fused FFT and Wavelet Analysis,» de *Reconfigurable Computing and FPGAs, 2009. ReConFig '09. International Conference on*, 2009.
- [140] D. A. Asfani, A. K. Muhammad, Syafaruddin, M. H. Purnomob y T. Hiyamaa, «Temporary short circuit detection in induction motor winding using combination of wavelet transform and neural network,» *Expert Systems with Applications*, In Press.
- [141] J. Cusido, L. Romeral, J. A. Ortega, J. A. Rosero y A. Garcia-Espinosa, «Fault Detection in Induction Machines Using Power Spectral Density in Wavelet Decomposition,» *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 55, nº 2, pp. 633 - 643, 2008.
- [142] S. H. Kia, A. Mpanda Mabwe, H. Henao y G.-A. Capolino, «Wavelet Based Instantaneous Power Analysis for Induction Machine Fault Diagnosis,» de *32nd Annual Conference on IEEE Industrial Electronics, IECON 2006*, 2006.
- [143] I. Georgakopoulos, E. Mitronikas y A. Safacas, «Broken bar detection using inverter currents in induction motor drives,» de *Power Electronics Electrical Drives Automation and Motion (SPEEDAM), 2010 International Symposium on*, 2010.
- [144] J. Antonino-Daviu, S. Aviyente, E. G. Strangas, M. Riera-Guasp, J. Roger-Folch y R. B. Perez, «A scale invariant algorithm for the automatic diagnosis of rotor bar failures in induction motors,» de *Industrial Electronics (ISIE), 2011 IEEE International Symposium on*, 2011.
- [145] J. Antonino-Daviu, S. Aviyente, E. G. Strangas, M. Riera-Guasp, J. Roger-Folch y R. B. Perez, «An EMD-based invariant feature extraction algorithm for rotor bar condition monitoring,» de *Electric Machines, Power Electronics & Drives (SDEMPED), 2011 IEEE International Symposium on*, Bolonia, 2011.
- [146] A. Widodo y B. S. Yang, «Wavelet support vector machine for induction machine fault diagnosis based on transient current signal,» *Expert Systems with Applications*, vol. 35, nº 1-2, pp. 307-316, Julio-Agosto 2008.
- [147] C. Yang, G. Cui, Y. Wei y Y. Wang, «Fault Diagnosis for Induction Motors Using the Wavelet Ridge,» de *Bio-Inspired Computing: Theories and Applications, 2007. BIC-TA 2007. Second International Conference on*, 2007.
- [148] M. Pineda-Sanchez, M. Riera-Guasp, J. A. Antonino-Daviu, J. Roger-Folch, J. Perez-Cruz y R. Puche-Panadero, «Instantaneous Frequency of the Left Sideband Harmonic

- During the Start-Up Transient: A New Method for Diagnosis of Broken Bars,» *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 56, nº 11, pp. 4557-4570, Noviembre 2009.
- [149] M. Pineda-Sanchez, M. Riera-Guasp, J. Pons-Llinares, V. Climente-Alarcon y J. Perez-Cruz, «Diagnosis of induction machines under transient conditions through the Instantaneous Frequency of the fault components,» de *XIX International Conference on Electrical Machines (ICEM)*, Roma, 2010.
- [150] S. H. Kia, H. Henaou y G. -A. Capolino, «Windings monitoring of wound rotor induction machines under fluctuating load conditions,» de *IECON 2011 - 37th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society*, 2011.
- [151] V. K. Rai y A. R. Mohanty, «Bearing Fault diagnosis using FFT of intrinsic mode functions in Hilbert-Huang transform,» *Mechanical Systems and Signal Processing, Elsevier*, vol. 21, nº 6, pp. 2607-2615, Agosto 2007.
- [152] Z. K. Peng, P. W. Tse y F. L. Chu, «A Comparison Study of Improved Hilbert-Huang Transform and Wavelet Transform: Application to Fault Diagnosis for Rolling Bearing,» *Mechanical Systems and Signal Processing, Elsevier*, vol. 19, pp. 974-988, 2005.
- [153] D. Yu, J. Cheng y Y. Yang, «Application of EMD method and Hilbert spectrum to the fault diagnosis of roller bearings,» *Mechanical Systems and Signal Processing, Elsevier*, vol. 19, pp. 258-270, 2005.
- [154] J. A. Antonino-Daviu, M. Riera-Guasp, M. Pineda-Sanchez y R. B. Perez, «A Critical Comparison Between DWT and Hilbert-Huang-Based Methods for the Diagnosis of Rotor Bar Failures in Induction Machines,» *Industry Applications, IEEE Transactions on*, vol. 45, nº 5, pp. 1794-1803, Septiembre-octubre 2009.
- [155] R. Supangat, N. Ertugrul, W. L. Soong, D. A. Gray, C. Hansen y J. Grieger, «Detection of broken rotor bars in induction motor using starting-current analysis and effects of loading,» *Electric Power Applications, IEE Proceedings -*, vol. 153, nº 6, pp. 848-855, 2006.
- [156] J. Pons-Llinares, J. Antonino-Daviu, J. Roger-Folch, D. Morinigo-Sotelo y O. Duque-Perez, «Eccentricity diagnosis in Inverter - Fed Induction Motors via the Analytic Wavelet Transform of transient currents,» de *Electrical Machines (ICEM), 2010 XIX International Conference on*, Roma, 2010.
- [157] J. A. Restrepo, M. I. Giménez, V. M. Guzmán, J. M. Aller y A. Bueno, «Kernel Selection for Sensorless Speed Measurement of AC machines (Wigner vs Page Representation),» de *Proceedings of the 24th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, IECON '98. Vol. 2*, 1998.
- [158] S. Ahmed y H. A. Toliyat, «A novel DSP based speed sensorless performance evaluation tool for induction motors,» de *Industry Applications Conference, 2001. Thirty-Sixth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2001 IEEE*, 2001.
- [159] S. Rajagopalan, J. A. Restrepo, J. M. Aller, T. G. Habetler y R. G. Harley, «Wigner-Ville distributions for Detection of Rotor Faults in Brushless DC (BLDC) Motors Operating under Non-Stationary Conditions,» de *5th IEEE International Symposium on Diagnostics for Electric Machines, Power Electronics and Drives, SDEMPED 2005*, 2005.

- [160] J. Urresty, J. Riba, J. Ortega y J. Cárdenas, «Stator Short Circuits in PMSM by Means of the Zhao-Atlas-Marks Distribution and Energy Calculation,» *13th European Conference on Power Electronics and Applications, EPE '09*, pp. 1-9, 2009.
- [161] J. Rosero, J. Cusido, A. Garcia-Espinosa, J. A. Ortega y L. Romeral, «Broken Bearings Fault Detection for a Permanent Magnet Synchronous Motor under non-constant working conditions by means of a Joint Time Frequency Analysis,» de *Industrial Electronics, 2007. ISIE 2007. IEEE International Symposium on*, 2007.
- [162] M. Blödt, J. Regnier y J. Faucher, «Distinguishing Load Torque Oscillations and Eccentricity Faults in Induction Motors Using Stator Current Wigner Distributions,» *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 45, nº 6, pp. 1991-2000, 2009.
- [163] S. C. Chan y K. L. Ho, «On Computing the Discrete Wigner-Ville Distribution,» *Electronics Letters*, vol. 26, nº 10, Mayo 1990.
- [164] A. Lebaroud y G. Clerc, «Accurate diagnosis of induction machine faults using optimal time–frequency representations,» *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, vol. 22, nº 4-5, pp. 815-822, Junio 2009.
- [165] M. Pineda-Sanchez, M. Riera-Guasp, J. Roger-Folch, J. A. Antonino-Daviu, J. Perez-Cruz y R. Pucho-Panadero, «Diagnosis of Induction Motor Faults in Time-Varying Conditions Using the Polynomial-Phase Transform of the Current,» *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 58, nº 4, pp. 1428-1439, 2011.
- [166] M. Pineda-Sanchez, M. Riera-Guasp, J. A. Antonino-Daviu, J. Roger-Folch, J. Perez-Cruz y R. Pucho-Panadero, «Diagnosis of Induction Motor Faults in the Fractional Fourier Domain,» *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on*, vol. 59, nº 8, pp. 2065-2075, 2010.
- [167] C. Kral, R. S. Wieser, F. Pirker y M. Shagginger, «Sequences of field-oriented control for the detection of faulty rotor bars in induction machines-the Vienna Monitoring Method,» *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 47, nº 5, pp. 1042-1050, 2000.
- [168] J. Milimonfared, H. M. Kelk, S. Nandi, A. D. Minassians y H. A. Toliyat, «A novel approach for broken-rotor-bar detection in cage induction motors,» *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 35, nº 5, pp. 1000-1006, 1999.
- [169] R. Supangat, J. Grieger, N. Ertugrul, W. L. Soong, D. A. Gray y C. Hansen, «Detection of Broken Rotor Bar Faults and Effects of Loading in Induction Motors during Rundown,» de *IEEE International Electric Machines & Drives Conference, 2007. IEMDC '07*, 2007.
- [170] S. H. Kia, H. Henao, G. -A. Capolino y C. Martis, «Induction Machine Broken Bars Fault Detection Using Stray Flux after Supply Disconnection,» de *IECON 2006 - 32nd Annual Conference on IEEE Industrial Electronics*, 2006.
- [171] S. Nandi, T. C. Ilamparithi, S. B. Lee y D. Hyun, «Detection of Eccentricity Faults in Induction Machines Based on Nameplate Parameters,» *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 58, nº 5, pp. 1673-1683, 2011.
- [172] J. Antonino-Daviu, P. Jover, M. Riera-Guasp, J. Roger-Folch y A. Arkkio, «DWT Analysis of Numerical and Experimental Data for the Diagnosis of Dynamic

- Eccentricities in Induction Motors,» *Mechanical Systems and Signal Processing, Elsevier*, vol. 21, nº 6, pp. 2575-2589, Agosto 2007.
- [173] M. Riera Guasp, V. Climente Alarcón, J. Roger Folch y J. A. Antonino Daviu, «Test Stand and Acquisition and Processing Data System Design for Destructive Testing of Induction Motors,» de *10ª Conferencia Hispano-Lusa de Ingeniería Eléctrica, 10 CHLIE*, Funchal-Madeira, 2007.
- [174] J. Faiz, B. M. Ebrahimi, H. A. Toliyat y W. S. Abu-Elhaija, «Mixed-fault diagnosis in induction motors considering varying load and broken bars location,» *Energy Conversion and Management*, vol. 51, nº 7, pp. 1432-1441, Julio 2010.
- [175] M. F. Cabanas, M. G. Melero y G. A. Capolino, «A new methodology for applying the FFT to induction machine on-line diagnosis,» de *Proceedings of the International Symposium on Diagnostics for Electrical Machines, Power Electronics and Drives, SDEMPED '99*, Gijón, 1999.
- [176] M. Riera-Guasp, J. Antonino-Daviu, J. Roger-Folch y M. P. Molina, «The Use of the Wavelet Approximation Signal as a Tool for the Diagnosis of Rotor Bar Failures,» *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 44, nº 3, pp. 716-726, Mayo/junio 2008.
- [177] D. Chester, F. Taylor y M. Doyle, «On the Wigner distribution,» de *Acoustics, Speech, and Signal Processing, IEEE International Conference on ICASSP '83.*, 1983.
- [178] F. Auger, P. Flandrin, P. Gonçalvès y O. Lemoine, «Time Frequency Toolbox to Use with Matlab».
- [179] J. A. Antonino-Daviu, J. Rusek, M. Riera-Guasp, J. Roger-Folch y V. Climente, «Case Histories in large motors: Diagnosis of electromechanical faults through extraction of characteristic components during the startup,» de *IEEE International Symposium on Diagnostics for Electric Machines, Power Electronics and Drives, SDEMPED 2007*, Viena, 2007.
- [180] M. Riera-Guasp, J. Antonino-Daviu, J. Rusek y J. Roger-Folch, «Diagnosis of rotor asymmetries in induction motors based on the transient extraction of fault components using filtering techniques,» *Electric Power Systems Research*, vol. 79, nº 8, pp. 1181-1191, Agosto 2009.
- [181] B. Ayhan, H. J. Trusell, M.-Y. Chow y M.-H. Song, «On the Use of a Lower Sampling Rate for Broken Rotor Bar Detection With DTFT and AR-Based Spectrum Methods,» *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 55, nº 3, pp. 1421-1434, Marzo 2008.
- [182] J. A. Antonino-Daviu, V. Climente-Alarcon, J. Pons-Llinares, M. Pineda-Sanchez, P. Jover-Rodriguez y A. Arkkio, «Application of TFD tools for the tracing of eccentricity-related components in induction machines,» de *35th Annual Conference of IEEE Industrial Electronics, IECON '09*, 2009.
- [183] V. Climente-Alarcon, J. A. Antonino-Daviu, M. Riera-Guasp, R. Puche, L. Escobar-Moreira, N. Wiener, P. Jover-Rodriguez y A. Arkkio, «Diagnosis of stator short-circuits through Wigner-Ville transient-based analysis,» de *35th Annual Conference of IEEE Industrial Electronics, IECON '09*, 2009.



- [184] V. Climente-Alarcon, J. A. Antonino-Daviu, M. Riera-Guasp, J. Roger-Folch, P. Jover-Rodriguez y A. Arkkio, «Use of high order harmonics for diagnosis of simultaneous faults via Wigner-Ville distributions,» de *IECON 2010 - 36th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society*, 2010.
- [185] V. Climente-Alarcon, J. Antonino-Daviu, M. Riera-Guasp, J. Pons-Llinares, J. Roger-Folch, P. Jover-Rodriguez y A. Arkkio, «Transient tracking of low and high-order eccentricity related components in induction motors via TFD tools,» *Mechanical Systems and Signal Processing*, nº 25, pp. 667-679, February 2011.
- [186] P. Zahradnik y M. Vleck, «Note on the Design of an Equiripple DC-Notch FIR Filter,» *Circuits and Systems II: Express Briefs, IEEE Transactions on*, vol. 54, nº 2, pp. 196-199, 2007.
- [187] M. Pineda-Sanchez, V. Climente-Alarcon, R. Riera-Guasp, R. Puche-Panadero y J. Pons-Llinares, «Enhanced Simulink Induction Motor Model for Education and Maintenance Training,» de *The 2nd International Conference on Education, Training and Informatics, ICETI 2011*, Orlando, FL, 2011.
- [188] A. Arkkio, «Analysis of induction motor based on numerical solution of the magnetic field and circuits equations,» *Acta Polytechn. Scand. Electri. Eng. Serie 1987*, vol. <<http://lib.hut.fi/Diss/list.html#1980>>, nº 59, p. 97.
- [189] F. Taegen y E. Hommes, «Das allgemeine Gleichungssystem des Käfigläufermotors unter Berücksichtigung der Oberfelder. Teil I Allgemeine Theorie,» *Archiv für Elektrotechnik*, nº 55, pp. 21-31, 1972.
- [190] S. Nandi, «Modeling of induction machines including stator and rotor slot effects,» *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 40, nº 4, pp. 1058-1065, Julio/agosto 2004.
- [191] L. Serrano-Iribarnegaray, *Fundamentos de Máquinas Eléctricas Rotativas*, Barcelona: Marcombo, 1989.
- [192] R. Brüderlink, «Feld-Erregerkurve einer unregelmässigen Mehr-phasenwicklung in ihre Einzelwellen,» *Elektrotechnische Zeitschrift*, nº 39, pp. 1093-1096, Septiembre 1921.
- [193] M. Pineda-Sanchez, «Calculation of Winding Inductances via Magnetic Vector Potential, Discrete Convolution and Fast Fourier Transform,» *Przegląd Elektrotechniczny (Electrical Review)*, vol. 86, nº 5, pp. 109-113, 2010.
- [194] H. Douglas, P. Pillay y A. Ziarani, «Broken rotor bar detection in induction machines with transient operating speeds,» *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 20, nº 1, pp. 135-141, Marzo 2005.
- [195] Z. Zhang y Z. Ren, «A novel detection method of motor broken rotor bars based on wavelet ridge,» *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 18, nº 3, pp. 417-423, Septiembre 2003.
- [196] F. Gu, Y. Shao, N. Hu, A. Naid y A. D. Ball, «Electrical motor current signal analysis using a modified bispectrum for fault diagnosis of downstream mechanical equipment,» *Mechanical Systems and Signal Processing, Elsevier*, vol. 25, nº 1, pp. 360-372, Enero 2011.
- [197] M. Fernández Cabanas, M. García Melero, G. Alonso Orcajo, J. M. Cano Rodríguez

- y J. Solares Sariago, Técnicas de mantenimiento y diagnóstico de máquinas eléctricas rotativas, Barcelona: Marcombo Boixareu, 1998.
- [198] F. J. Vedreño Santos, «Evaluación de un software comercial de simulación por elementos finitos como herramienta para el desarrollo de nuevas técnicas de diagnóstico de faltas en máquinas eléctricas,» 2010. Trabajo para la consecución del Diploma de Estudios Avanzados. Dept. Ingeniería Eléctrica, UPV
- [199] S. Pöyhönen, M. Negrea, P. Jover, A. Arkkio y H. Hyötyniemi, «Numerical magnetic field analysis and signal processing for fault diagnostic of electrical machines,» *COMPEL The international Journal for Computation and Mathematics in Electrical Engineering*, vol. 22, nº 4, pp. 969-981, 2003.
- [200] J. Faiz y B. M. Ebrahimi, «Locating rotor broken bars in induction motors using finite element method,» *Energy Conversion and Management*, vol. 50, nº 1, pp. 125-131, Enero 2009.
- [201] V. Climente-Alarcon, M. Riera-Guasp y J. A. Antonino-Daviu, «Diagnosis of rotor asymmetries in induction machines operating under varying load conditions via Wigner-Ville distribution,» de *International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion, SPEEDAM*, Sorrento, 2012.
- [202] G. Jimenez-Moreno, «Contribución al Estudio de las Máquinas Eléctricas Rotativas mediante el Método de los Elementos Finitos. Aplicación a la Máquina de Inducción,» 1992. Tesis Doctoral. Dept. Ingeniería Eléctrica, UPV.

## **ANEXO 1. MOTORES COMERCIALES ENSAYADOS**

En este apartado se exponen las características de los motores de inducción comerciales usados en la presente tesis para validar el método de análisis propuesto. Estos motores han sido en muchos casos modificados –dañados de manera específica– para reproducir las averías objeto de estudio.

### **1.1 Motor I Siemens (de un par de polos)**

El motor Siemes de 1,5 kW y un par de polos fue empleado en el ensayo de rotura de barra por fatiga, puesto que la mayor velocidad de giro facilita su carga mediante una máquina de corriente continua. Las características de este modelo de motor son las siguientes:

**Tabla 46. Parámetros nominales del motor Siemens II**

<b>Potencia nominal</b>	1,5 kW
<b>Tensión nominal</b>	400 V
<b>Conexión</b>	Estrella
<b>Número de ranuras del estátor</b>	36
<b>Frecuencia nominal</b>	50 Hz
<b>Corriente nominal</b>	3,25 A
<b>Número de pares de polos</b>	1
<b>Número de barras del rotor</b>	20
<b>Velocidad nominal</b>	2860 rpm

Otras características:

Denominación: 3 ~ MOT 1LA7090-2AA10

Número de serie: UD 0202/049424-014-67

Eficiencia: EFF 2

Frecuencia: 50 Hz

Índice de protección: IP55

Tamaño: 90S IM B3

Clase térmica: ThcL F

## 1.2 Motor II Siemens (de dos pares de polos)

La rotura de barras también ha sido detectada en este motor, que posee una duración del arranque para la misma carga mucho más breve que el anterior. También el defecto cíclico de rodamientos ha sido reproducido en este tipo de máquina.

**Tabla 47. Parámetros nominales del motor Siemens II**

<b>Potencia nominal</b>	1,1 kW
<b>Tensión nominal</b>	400 V
<b>Conexión</b>	Estrella
<b>Número de ranuras del estátor</b>	36
<b>Frecuencia nominal</b>	50 Hz
<b>Corriente nominal</b>	2,7 A
<b>Número de pares de polos</b>	2
<b>Número de barras del rotor</b>	28
<b>Velocidad nominal</b>	1410 rpm

## 1.3 Motor HUT

El motor de la entonces denominada Universidad Técnica de Helsinki ha sido usado ampliamente para la validación del método de diagnóstico propuesto, simulándose y realizándose experimentalmente roturas de barras, excentricidades y cortocircuitos entre espiras.

**Tabla 48. Parámetros nominales del motor HUT**

<b>Potencia nominal</b>	35 kW
<b>Tensión nominal</b>	400 V
<b>Conexión</b>	Estrella
<b>Número de ranuras del estátor</b>	48
<b>Frecuencia nominal</b>	100 Hz
<b>Corriente nominal</b>	64 A
<b>Número de pares de polos</b>	2
<b>Número de barras del rotor</b>	40

## **1.4 Motor ABB**

El motor ABB empleado para la validación del método de diagnóstico propuesto en la presente tesis cuenta con la denominación ABB M2AA 112 M-4 y posee las siguientes características:

**Tabla 49. Parámetros nominales del motor ABB**

<b>Potencia nominal</b>	4 kW
<b>Tensión nominal</b>	400 V
<b>Conexión</b>	Estrella
<b>Número de ranuras del estátor</b>	36
<b>Frecuencia nominal</b>	50 Hz
<b>Corriente nominal</b>	8 A
<b>Número de pares de polos</b>	2
<b>Número de barras del rotor</b>	26

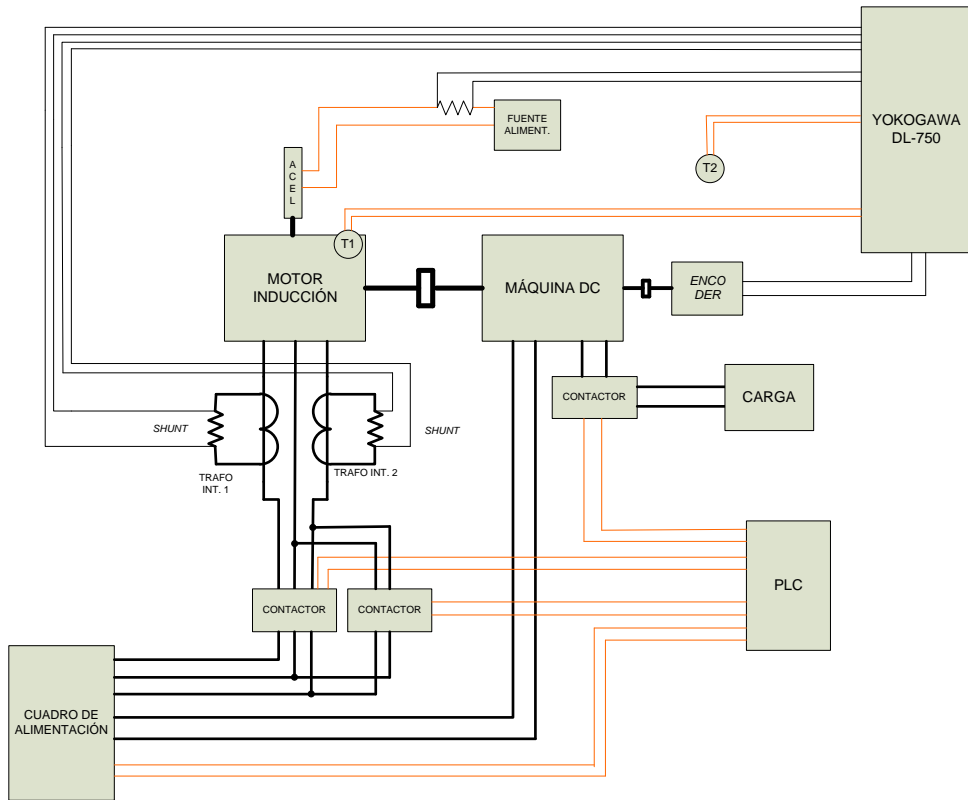
## **ANEXO 2. MONTAJE USADO EN EL ENSAYO DE ROTURA DE BARRA POR FATIGA**

En este apartado se describe el montaje, el sistema de adquisición de datos y la programación necesaria para llevar a cabo el ensayo de rotura de una barra del rotor por fatiga.

### **2.1 Descripción del montaje, sistema de control y sistema de adquisición de datos**

La Fig. 175 muestra el esquema del montaje necesario para realizar el ensayo. El control general del motor y la máquina DC es llevado a cabo por un autómata programable que comanda cuatro contactores montados en la línea de alimentación del motor de inducción, en el circuito del inducido y en el circuito de excitación en la máquina DC.

Gracias a una adecuada programación, el autómata permite la ejecución de cualquier ciclo de funcionamiento de la máquina de inducción.



**Fig. 175** Esquema de conexión del banco de pruebas usado en el ensayo largo.

La adquisición de datos es llevada a cabo mediante un registrador multicanal Yokogawa DL-750. Este registrador captura las tensiones que aparecen en dos *shunts*, uno de 60 mV / 6 A y otro de 60 mV / 1 A, montados en el devanado secundario de dos transformadores de corriente 15/5, de clase 0,5.

Así mismo, la vibración en un plano horizontal sobre la parte media del cuerpo del motor es también captada. La posición del acelerómetro se seleccionó de manera que se maximizase el efecto de las vibraciones mecánicas producidas por causas magnéticas, mientras que las provenientes de los rodamientos a cada extremo del rotor, al igual que las del ventilador, resultasen amortiguadas.

Estas magnitudes son registradas durante la parte del ciclo en la cual el motor de inducción se encuentra conectado. Una tasa de muestreo de 5.000 muestras por segundo fue empleada para la captura de las señales.

### 2.1.1 Archivo de datos.

En cada ciclo de arranque se genera un archivo en formato \*.FLD, con un nombre compuesto de una raíz fija seguida de un número correlativo. En el archivo se almacena,



una detrás de otra sin solución de continuidad, la señal muestreada en cada canal, según los parámetros establecidos. Es decir, todos los canales se muestrean a la misma velocidad.

En principio el archivo quedará como sigue:

**1ª parte**, de longitud de unas 150.000 muestras (591 KB) del canal 1, intensidad en una de las fases de alimentación.

**2ª parte**, de longitud similar, 150.000 muestras, del canal 3, que mide la intensidad en otra de las fases de alimentación.

**3ª parte**. Canal de velocidad de vibración. 150.000 datos.

**4ª parte**. Demás canales (dos de temperatura, uno de velocidad de giro...), todos ellos de 150.000 muestras de longitud.

En total, se tiene un tamaño de archivo de unos 3.500 KB, es decir, más de tres megaoctetos por ensayo.

Dado que es posible que el montaje funcione a un ritmo de efectuar una medida alrededor de cada dos minutos ininterrumpidamente durante 16 horas al día, entra dentro de las previsiones de funcionamiento que se obtengan más de 500 de ellas, o dos gigaoctetos de datos por cada jornada; de ahí la importancia de automatizar en lo posible, el proceso de lectura, identificación, y separación de todas estas señales; y de compresión.

### **2.1.2 Características de los equipos usados en el montaje**

En orden a someter el rotor del motor a un estrés suficiente para lograr el objetivo de este estudio, se ha considerado necesario hacerlo trabajar con carga en ciclos de arranque que se repitan en un corto periodo de tiempo. Este periodo se tratará de ajustar de manera que se alcance la máxima temperatura en el rotor sin que, sin embargo, se sobrepase la especificada por el fabricante para el bobinado del estátor.

El montaje consta pues del motor a ser evaluado, una carga, en este caso una dinamo; y los complementos necesarios para la alimentación, el control y la toma de datos de manera automática.

Así mismo se ha añadido al conjunto motor-dinamo, una tacodinamo capaz de suministrar una señal de proporcional a la velocidad de giro. Esta tacodinamo se ha acoplado al eje del ventilador del motor de inducción. En la segunda época de medición este equipo fue sustituido por un *encoder* acoplado a la máquina DC.

Adicionalmente, se ha configurado el registrador Yokogawa para enviar los resultados a través de la red Ethernet, siguiendo los pasos de trabajos previos [2], tras activar la conexión en la sala donde se encuentra el montaje.

El montaje se encuentra centrado sobre el motor de dos polos Siemens unido mediante un acoplamiento elástico a la dinamo Telmag. Junto a ellos se posiciona el cuadro de alimentación de estos dos elementos y en dos mesas adyacentes los dispositivos restantes.

#### *Motor Siemens*

Motor Siemens de un par de polos es presentado en el punto 1.1 del Anexo 1.

*Acoplamiento elástico*

ACOPLAMIENTOS ALBERT

TAPER 1610 -TC 105-

*Dinamo de carga*

DINAMO TELMAG Cornellá, España

Tipo DD-20 NM

Nº 26343

M 220 V 53 A

KW 10            1500 rpm

EXCITACIÓN: 220 V 1,45 A

Aisl. 2000 V P 25

(184 m.R)

*Alimentación del motor y la dinamo*

CUADRO ALIMENTACION TELMAG

*PLC de control*

PLC SIEMENS LOGO! RC

Nº SERIE: 6ED1 052-1FB00-03A1

*Registrador Yokogawa*

Modelo: DL750 SCOPECORDER

CANALES 1-4 -> 2 módulos 701250 1M $\Omega$  35pF

CANALES 5-6 -> 1 módulo 701260 HV

CANALES 7-10 -> 2 módulos 701275 ACC/Volt

4 mA 22V

1 M $\Omega$  35pF

CANALES 13-14 -> 1 módulo 701265 Temperatura

CANALES 15-16 -> Vacíos

### Transformadores de intensidad y shunts

Modelo TUI 0.5/3 KW 50-60 Hz VA 10 CL 0.5 N° 571216

Pasos: K-15 15/5                      SEC: I

Conexiones: K-15 -> Carga                      K-I -> Shunt

Shunt: 6 A                      60 mV

### Pinza amperimétrica

Una pinza amperimétrica Chauvin Arnoux MN 60 se ha usado para la adquisición de la forma de onda en la fase T durante la parte final del ensayo de rotura de barra por fatiga.



### Encoder

En la segunda y tercera épocas del ensayo se ha usado un *encoder* para suministrar la velocidad de giro del conjunto del motor y la carga. Se trata de un Omron E6A2, alimentado a 24 V por el mismo sistema de alimentación del acelerómetro. Su resolución es de 200 pulsos por vuelta.



*Sensor de velocidad para medida de vibración*

MARCA: IMI-SENSORS

MODELO: RV641A02

NÚMERO DE SERIE: 1854

Salida: 4-20 mA

Rango de medida: 0-2 in/sec RMS

Ancho de banda: 10 Hz – 1 KHz

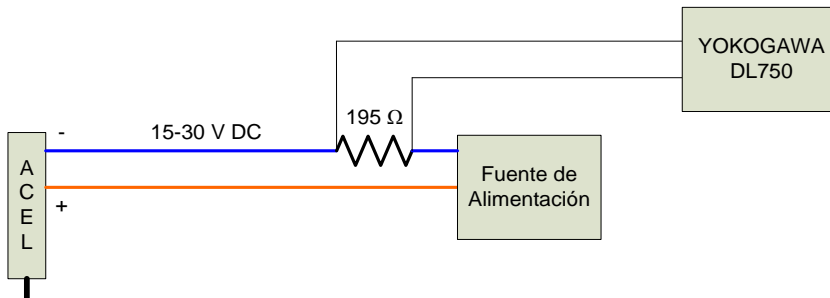
El acelerómetro va provisto de un circuito integrado encargado de amplificar la señal e integrarla, para dar una salida en intensidad proporcional a la velocidad de vibración RMS. Este circuito integrado debe ser alimentado, como se dispone en las especificaciones del mismo, con un voltaje de entre 15-30 V DC, por el mismo circuito por el que se obtiene la medición.

Para extraer la señal, ha sido necesario confeccionar un circuito en el que se incluye una resistencia en la rama negativa de la alimentación. El valor de la resistencia debe cumplir con la ecuación:

$$R = (V_{a\text{lim}} - 15) \cdot 50$$

con el voltaje de alimentación en voltios y la resistencia obtenida en ohmios.

En nuestro caso se ha colocado una resistencia de 195  $\Omega$  según el esquema siguiente:



*Contactores*

Modelo: TELEMECANIQUE 220-230 V

## 2.2 Funciones usadas en el procesamiento de datos

En este apartado se presenta la arquitectura general y el código de las funciones más importantes usadas en la presente tesis.

### 2.2.1 *Gestión de datos y análisis*

Para hacer frente a la gran cantidad de datos que el montaje del ensayo de rotura de barra por fatiga produce por día, un sistema de procesamiento de datos fue establecido. Los archivos correspondientes a cada ciclo son almacenados en el registrador Yokogawa DL-750 y después transferidos vía FTP a un ordenador personal para ser analizados.

Para este fin se ha estudiado el lenguaje informático FORTRAN 90, de gran eficiencia de cálculo, el programa Labview y el programa MATLAB 7.0.

Aunque la primera opción resuelve el problema de tratamiento de cada segmento de datos de una manera muy rápida, las opciones INPUT/OUTPUT desde y hacia archivos con las que cuenta no son lo suficientemente potentes como para hacer frente a la gran cantidad de ficheros que el analizador Yokogawa suministra de manera automática.

Con el programa MATLAB, sin embargo, es posible configurar unas líneas de comando que se repetirán en un bucle, capaces de formar sucesivamente, los nombres de los archivos a leer, nombres automáticamente dados por el registrador Yokogawa a sus documentos.

Frente al Labview, se eligió MATLAB por su velocidad de procesamiento aceptable para proveer resultados preliminares, la existencia de líneas de código ya escritas que podrían ser reutilizadas y la posibilidad de comprimir los archivos de datos.

Desde su concepción el código fue dividido en funciones y bloques, que pueden ser combinados dependiendo del atributo o atributos particulares que se quieren estudiar. Puesto que las formas de ondas capturadas son almacenadas, es posible realizar estudios hacia atrás, una vez una indicación de fallo es detectada.

En la escritura del código necesario para efectuar todos estos procesos se ha seguido en todo momento una organización eficiente y un enfoque modular, con la creación de funciones y bloques de programación segregadas que son utilizadas reiterativamente en diferentes etapas del análisis.

### 2.2.2 *Función FWV6*

Seguidamente se muestra el código del programa de aplicación del método propuesto mediante el uso de filtros FIR, FWV6.m:

FWV6.M

```
% Función que realiza un filtrado previo de la frecuencia de
red y sus armonicos, tras lo
% cual aplica un análisis mediante distribución en tiempo y
frecuencia y
% representa los resultados

% Argumentos:
```

```
% onda -> onda a analizar
% srate -> frecuencia de muestreo
% d -> muestras que se han de eliminar antes de la
computacion de la
% distribucion
% hn -> coeficientes del filtro notch

% Actualizada para uso de filtros FIR con rizado en la banda
de paso

function TFR=fwv6(onda,srate,d,hn)

if nargin<2
srate=5000;
    d=500;
end

if nargin<3
d=500;
end

bins=600; % Para mejor visualización, número de intervalos
en frecuencia

if length(onda)>50000 % Evita que el ordenador se
bloquee calculando grandes distribuciones
onda=onda(1:49999);
end

% Filtrado

if (srate >= 5000) && (srate <= 5000);

onda2=decimate(onda,2);

onda2=[zeros(round(length(hn))/2,1); onda]; % Adicion de
ceros

onda2=filter(hn,1,onda2); % Filtrado

end

% Filtro pasa banda
```

```
clear h

h=firpm(120,[0 0.2 0.25 1],[1 1 0 0]); disp('Filtrado altas
frecuencias')

onda2=filter(h,1,onda2);

% Se efectúa el calculo de la distribucion

onda2=decimate(onda2,4);

onda5=onda2(d:end);
l=length(onda5);

hs = hilbert(onda5);

tfrwv(hs,1:l,bins);
```

### 2.2.3 Función PICMAX8

La función PICMAX8.m identifica el pico de mayor amplitud del espectro, situado entre *fmin* y *fmax*, mediante el uso del operador de Teager-Kaiser (2.3.17).

PICMAX8.M

```
function [AM,FR,AR] = picmax8( onda,rate,fmin,fmax )

% Usa TKEO para detectar la posición de los picos

% Efectua la transformada rápida de Fourier y dibuja los
resultados

[fr, Pyy]=fftv5(onda,rate);
freq=fr';

% Armónico -2·f·s

% TKEO

i=1;

for l=fmin:fmax
```

```
tk(i)=Pyy(1).^2-Pyy(1-1).*Pyy(1+1);
    i=i+1;
end

MC = [Pyy, freq];

NC = MC(fmin:fmax,1:2); % Numeral de la fila

NC2 = [tk', NC];

HC = sortrows(NC2);
[sH1,sH2]=size(HC);

tksup=HC(sH1,1);
AM=HC(sH1,2);
FR=HC(sH1,3);

if tksup<std(tk)
    AM=0.001;
    FR=50;
end

% Armónico 1F

AR=max(Pyy);
```



### 2.2.4 Fotografías del montaje



Fig. 176 Cuadro de alimentación de motor y dinamo

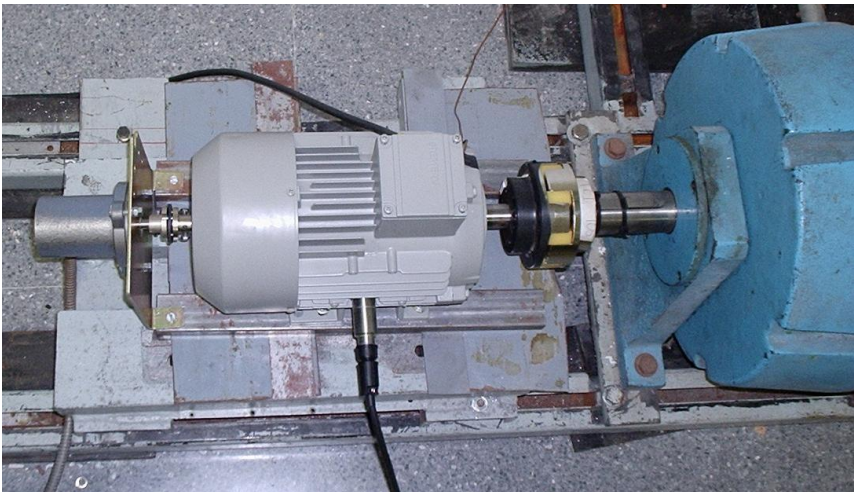
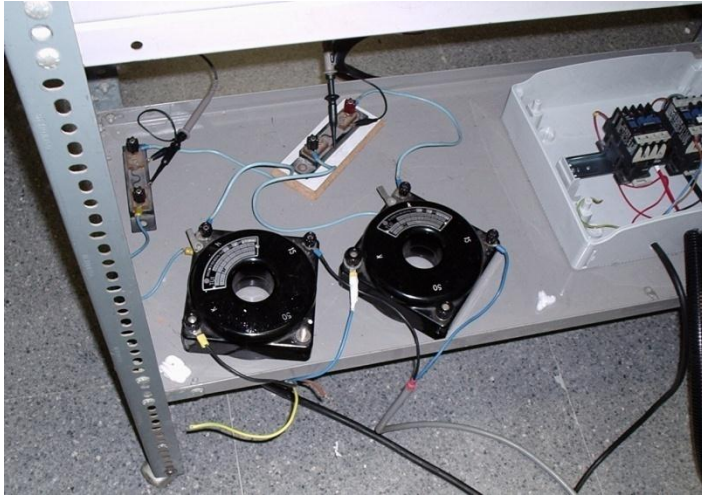


Fig. 177 Motor Siemens de dos polos modelo 1LA7090-2AA10, primeros arranques



**Fig. 178** Trafos de intensidad y shunts para medidas de corrientes, y contactores para control



**Fig. 179** Autómata de control, registrator Yokogawa y fuente de alimentación del acelerómetro y del *encoder*.

## **ANEXO 3. CONSTRUCCIÓN DE UN MOTOR INVERTIDO PARA EL ESTUDIO DE LA ROTURA DE BARRAS**

En este anexo se exponen los trabajos realizados en la construcción de un prototipo que permita estudiar detalladamente la jaula de ardilla de un motor de inducción. Para ello se ha modificado un motor de rotor bobinado, sustituyéndose el devanado del estátor por una jaula de ardilla desmontable, debidamente monitorizada, que posibilite la realización de ensayos sobre diferentes configuraciones de la misma.

### **3.1 Descripción del motor**

Debido a la necesidad de instalar los sensores en la jaula situada en el estátor, se llegó a la conclusión de que se requería un motor de inducción de anillos rozantes de unos 15 kW de potencia y 2 pares de polos. Por ello, se procedió a consultar diferentes fabricantes de maquinaria eléctrica, finalmente aceptándose una oferta de Letag, fabricante de Ormaiztegui (Guipúzcoa), por un motor de inducción de rotor bobinado de 13,5 hp (10 kW), 4 polos, 1460 rpm de velocidad nominal y tamaño 160L, el cual sería entregado sin el devanado estatórico.

De acuerdo con la placa de características, la máquina puede ser alimentada a través del rotor a 400 V, consumiendo 19,5 A con factor de potencia 0,85. La clase de servicio es S1 y la forma B3.

Según los planos, este motor cuenta con una longitud de unos 820 mm, dado que el extremo del ventilador se construyó para acoplar un *encoder*, que midiese la velocidad del conjunto, en lugar del accionamiento hacia ese lado; y un diámetro externo aproximado de 310 mm. El resto de dimensiones exteriores son las normalizadas para un equipo de tamaño 160L.

El estátor está formado por chapa magnética apilada, con un diámetro exterior de 235 mm e interior de 155 mm, cuenta con 36 ranuras equidistantes (Fig. 13), de forma aproximadamente trapezoidal con las esquinas redondeadas. La dimensión máxima es de 10,15 mm, mientras que la anchura mínima de los lados rectos es de 7,225 mm. Los radios de redondeo son de 2,6 mm en la parte interna de la ranura y 4,035 mm la externa, junto a la abertura que la comunica con el entrehierro. La profundidad desde la garganta es de 18,6 mm resultando el área total de la ranura de 158 mm<sup>2</sup>.

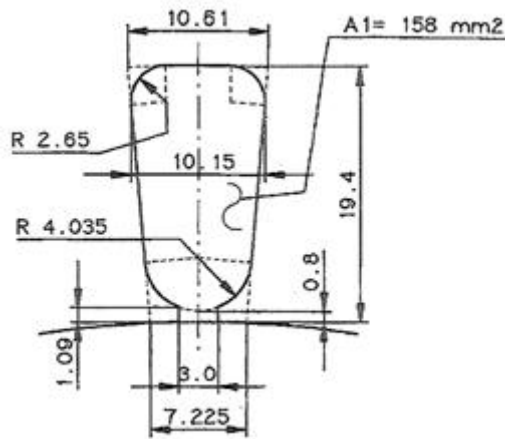
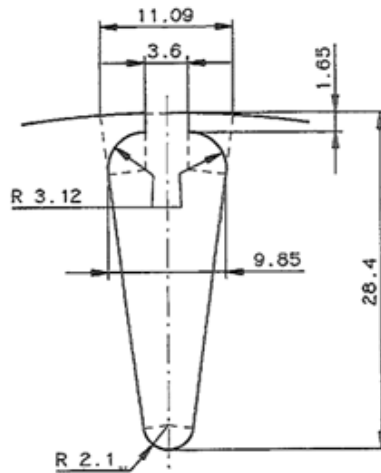


Fig. 180 Ranura del estátor.

En el caso del rotor, la chapa magnética cuenta con un diámetro externo de 155 mm y un diámetro interno de 57 mm, sobre el que se realiza una chavetero para la inserción del correspondiente elemento que hará su giro solidario al eje del motor. En el corte de esta chapa magnética se han realizado además 24 ranuras equidistantes (Fig. 14), de forma aproximadamente trapezoidal, con 9,85 mm de anchura en su parte más ancha y 4,2 en la más estrecha, en dirección al eje de la máquina. Los radios de acuerdo de los redondeos de las esquinas son de 3,12 mm en la parte exterior, junto a la abertura que comunica la ranura con el entrehierro, y de 2,1 en la parte interior. La longitud de la misma es de 26,75 mm y en ella se disponen, al tratarse de una máquina de inducción de anillos rozantes, el devanado del rotor. Longitudinalmente, estas ranuras se encuentran inclinadas un paso de ranura. El entrehierro cuenta con un espesor de 0,6 mm.



**Fig. 181 Ranura del rotor.**

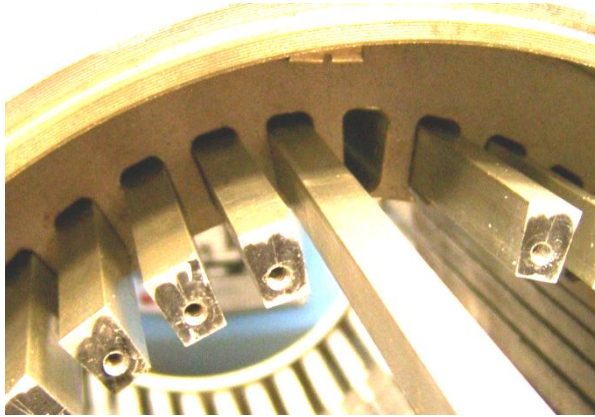
El devanado del rotor es trifásico con conexión en estrella, acortado 1/6 y con cuatro grupos de dos bobinas conectadas en serie. El número de espiras por bobina es de 7. La sección por espira es de  $5 \times \emptyset 0,8 + 3 \times \emptyset 0,85 + 2 \times \emptyset 0,90$  mm.

La resistencia de cada fase del rotor a 20 °C, de acuerdo a los datos suministrados por el fabricante, es de 0,127  $\Omega$ . La tensión en bornes del rotor con el motor funcionando en vacío alcanza los 255 V siendo alimentado el mismo a 380 V.

En cuanto a la chapa magnética, se usa de calidad AST-6050, con pérdidas de 2,6 W/kg a 1 T y 50 Hz.

Debido a las características constructivas del estátor, con 36 ranuras, la nueva jaula de ardilla estará formada por 36 barras. Como material se ha elegido el aluminio, por su fácil mecanización y menor coste, manteniendo una conductividad más que aceptable. Estas barras se encontrarán cortocircuitadas en cada extremo por un anillo del mismo material, sobre el cual se fijarán mediante una unión atornillada.

Para el segundo caso y de acuerdo con la Fig. 13, las ranuras del estátor cuentan con una anchura de 10,15 mm en su parte externa y 7,225 mm en su parte interna (forma trapezoidal), y altura de 19,4 mm, a la que hay que restar, para que se pueda introducir una barra trapezoidal, el radio de redondeo de las esquinas superiores e inferiores de las ranuras (2,65 y 4,035 mm, respectivamente) con lo que se obtiene una altura máxima de la barra de 12,715 mm.



**Fig. 182** Espacio entre la armadura del estátor y las barras.

Con estas dimensiones y teniendo en cuenta que interesaría que la barra ajuste ligeramente en el hueco para evitar vibraciones y facilitar la refrigeración por conducción, el área transversal de la misma (supuesta sección trapezoidal) es de  $110 \text{ mm}^2$ .

## **3.2** **Diseño del sistema de adquisición de datos**

La adaptación de la máquina no se ha circunscrito a su reconfiguración interna, sino que además ha sido necesario embutirla con los sensores necesarios para realizar las tareas experimentales previstas.

### **3.2.1** *Disposición de los sensores de temperatura*

Dado que el parámetro limitante de la potencia máxima de las máquinas eléctricas es la temperatura y que, además, en un equipo experimental como el presente, en el que se han realizado modificaciones que alteran las características internas del mismo, es precisa una cuidadosa monitorización con dos objetivos, por un lado, para evaluar en todo momento el grado de sobrecarga al que se somete la máquina en los experimentos y por otro, con el objetivo experimental de averiguar si la distribución de esta magnitud en sus elementos internos podría suministrar información de diagnóstico.

Un estudio precedente por parte del mismo grupo [202] ya había establecido que la temperatura en la armadura del estátor se iguala rápidamente en todos sus puntos, con diferencias por debajo de los  $10 \text{ }^\circ\text{C}$  en transitorio ó  $5 \text{ }^\circ\text{C}$  durante operación en estacionario. Por tanto, se decidió introducir un termopar en el punto medio de un agujero longitudinal preexistente a través de las chapas del estátor, con el objetivo de medir un valor de referencia.

El mismo estudio muestra que la temperatura de los devanados difiere en un mayor valor. En este caso puede existir una resistencia térmica apreciable entre las barras y la armadura del estátor, ya que se debe dejar cierto espacio libre para permitir su extracción (Fig. 183). Por esta razón, se monitorizarán en ambos extremos mediante termopares pegados con silicona térmica comercial. La gran conductividad térmica del aluminio asegura que las

diferencias de temperatura a lo largo de las barras sean pequeñas, descartándose pues gradientes significativos entre los extremos y los puntos en contacto con la armadura. Adicionalmente, otro termopar se instaló en un anillo de cortocircuito.

Se prefirió emplear para esta tarea los termopares Fluke modelo 80 PK 1, tipo K, por ya disponer de conocimientos de su comportamiento en aplicaciones similares.

### 3.2.2 Selección de los sensores de corriente

La obtención de datos experimentales del equipo útiles para el estudio de asimetrías rotóricas y modelización de máquinas eléctricas requiere la medición de corrientes que circulan por las barras en la nueva jaula de ardilla instalada en el estátor. La obtención de la distribución de la corriente en dichas barras podría servir para confirmar modelos experimentales y observar detalladamente los efectos asociados al proceso de degradación de una barra, hasta su rotura completa. Así mismo confirmaría hipótesis relacionadas con la rotura de más de una de ellas.

De acuerdo con ello, se procedió a estudiar los diferentes tipos de sensores disponibles comercialmente, con objeto de valorar las ventajas e inconvenientes de su aplicación a esta tarea, teniendo en cuenta las siguientes restricciones:

1. El sensor no debe introducir nuevas resistencias que modifiquen el valor de la resistencia de la barra, que ya de por sí es minúsculo, del orden de  $1 \cdot 10^{-7} \Omega$ , según la estimación realizada a partir de su sección.
2. A pesar de que las barras sobresaldrán de las armaduras del estátor, existe una importante limitación de espacio, especialmente si se desea medir la corriente que atraviesa barras contiguas. Como se aprecia en la Fig. 14, el espacio entre las mismas es inferior a su propia anchura media, de 8,5 mm. De hecho, según los Planos, esa distancia entre barras se estima en unos 6 mm.
3. El sistema de medida debe ser capaz de soportar el ambiente electromagnético presente dentro de la carcasa del motor

El punto 1 elimina la posibilidad del uso de resistencias calibradas o shunts. Debido a que la resistencia de la barra es tan pequeña y sus corrientes circulantes tan altas, cualquier interrupción de la misma ocasionará una gran modificación de sus características eléctricas, falseando la medida.

Las pinzas amperimétricas comerciales, bien funcionen por inducción o mediante efecto Hall, quedan eliminadas por el punto 2, ya que su núcleo de ferrita las hace demasiado voluminosas para ser colocadas alrededor de una barra.

Tras una búsqueda en Internet, se encontró el integrado CSA-1V, fabricado por Sentron AG. Según la hoja de datos facilitada por el fabricante, el CSA-1V es un sensor magnético de un solo eje que funciona mediante el efecto Hall. Su modo de utilización es colocarlo en una PCB sobre la pista cuya corriente se desea medir. El circuito está fabricado mediante una tecnología CMOS convencional con una capa ferromagnética adicional, que actúa como un concentrador del flujo magnético generado por la corriente que circula por dicha pista, suministrando una importante ganancia magnética. En resumen, las características de funcionamiento del sensor incluyen una gran sensibilidad magnética, una baja deriva y ruido reducido.

El equipo se encuentra empaquetado en una unidad de plástico que cuenta con ocho patas y su tamaño es el normalizado SOIC-8, de apenas unos 5 mm de largo por 4 mm de ancho. Provee de un aislamiento de hasta 600V. La temperatura de ambiente para su correcto funcionamiento se extiende desde los -40 °C hasta los 125 °C, lo cual satisface nuestras necesidades, puesto que los devanados de una máquina con clase de aislamiento F no deben sobrepasar los 145 °C, que se reducirán en 10 °C para añadir un margen de seguridad por la posible aparición de puntos calientes y, además, las zonas de cabeza de bobina donde ubicaremos preferentemente estos sensores se encontrarán siempre a una temperatura algo menor.

La alimentación se realiza mediante corriente continua, a una tensión entre 0 y 6 V, la salida es proporcional a dicha tensión, por lo tanto debe permanecer lo más estable posible. El consumo máximo es de 16 mA, con un ancho de banda de 100 kHz y un tiempo de respuesta de 6  $\mu$ s, lo que es más que suficiente para muestrear a los 5 kHz que aseguran la captura de la práctica totalidad de los armónicos presentes en las corrientes a medir.

Debido a su pequeño tamaño y excelentes características, uno de estos sensores se podría colocar sobre cada barra. Al funcionar mediante la medición del flujo magnético, es posible modificar el rango de intensidades adquiridas alejándolo ligeramente de la barra, tal como indica el fabricante en su hoja de características. A una distancia de 4 mm, la intensidad máxima llega a los 100 A, con una sensibilidad de 12 mV/A.

El sensor CSA-1V permite mayor espacio libre alrededor de la misma, facilitando tareas de ajuste o mecanizado de ésta con el objetivo de reducir su sección y simular la progresión de una rotura de barras, por ello se elige este sensor como captador de corriente circulante por las barras de la jaula reconfigurable del motor de inducción invertido.

### **3.3 Diseño de la bancada de pruebas**

Tras la experiencia recopilada gracias a los grupos polimórficos presentes en el laboratorio de máquinas eléctricas, y a otro grupo para ensayo de motores situado en un laboratorio contiguo, se decidió que el motor reconfigurado se instalaría sobre una bancada móvil, lo que permitirá su desplazamiento a través del laboratorio hasta los cuadros de alimentación y su retirada y almacenamiento en los periodos en que dicho laboratorio se encuentre ocupado por las prácticas docentes que se realizan en dicho lugar.

Se ha elegido la firma Bosch Rexroth AG como suministradora del material para la bancada, puesto que dispone no sólo de los perfiles, sino también de una amplia gama de los accesorios necesarios para la construcción de la misma.

Basándose en los grupos polimórficos ya presentes en el laboratorio, se procedió a efectuar un diseño preliminar. Al igual que estos, la bancada estaría compuesta por dos perfiles longitudinales (largueros) unidos mediante otros transversales (travesaños), en este caso gracias a escuadras. Para facilitar su unión y simplificar el diseño, todos estos perfiles contarían con la misma sección.

La longitud de los largueros será similar a la de los grupos polimórficos, es decir, abarcará dos metros, lo que permite la instalación de tres máquinas de unos 15 kW de potencia sobre los mismos. Aunque en el caso de la nueva bancada sólo se tiene previsto instalar dos



máquinas, podría ser necesario un espacio adicional de igual longitud que una de ellas para extraer el rotor del motor invertido.

Contrariamente a los soportes sobre los que se sitúan los grupos polimórficos, los largueros estarían realizados en aluminio y montados sobre ruedas, en lugar de soportes de caucho que no permiten su desplazamiento.

En cuanto a las cargas que han de soportar los perfiles, el peso de un motor de tamaño 160L ronda los 85 kg de peso, de acuerdo con [3]. El peso del alternador usado como carga (ver punto 5.8) supera los 100 kg, por lo que la carga combinada sobre la bancada se estima en unos 200 kg.

Para lograr la menor deflexión posible y por tanto, minimizar el desalineamiento entre el motor invertido y la carga, que puede dar lugar a vibraciones en el eje y a la aparición de componentes en las corrientes del motor relacionadas con este problema. La sección del perfil, se procederá a elegir la mayor del catálogo, es decir, el tamaño 90x90L.

Dadas las cargas a las que están sometidos este tipos del elementos al rodar sobre irregularidades del suelo del laboratorio, como las juntas de dilatación presentes en el mismo, se elegirán las de mayor tamaño y robustez, capaces de soportar 1000 N de carga vertical sobre ellas. Cuatro de ellas, una al final de cada larguero, soportarían con creces más del doble de la carga de estimada para el conjunto (200 kg.). No obstante, se han elegido un total de seis, para introducir otra pareja a mitad de los largueros, y así reducir todavía más la deflexión del vano y con ello posibles desalineamientos entre motor y alternador.

Esta flecha máxima puede estimarse a partir de los datos suministrados por el fabricante. Para el caso hipotético más desfavorable, de la totalidad de la carga centrada a mitad de uno de estos vanos mediante la ecuación:

$$\delta = \frac{F \cdot l^3}{48 E \cdot I}$$

siendo el módulo de elasticidad E igual a 70.000 N/mm<sup>2</sup>, el momento de inercia para ese perfil en particular I, 90x90L, 210 cm<sup>4</sup>; F, o el peso situado a mitad del larguero es igual a 490 N (para una masa de 50 kg) y la longitud del vano, 1000 mm.

En este caso el desplazamiento sería de apenas 7·10<sup>-2</sup> mm, un valor tan pequeño que permite considerar la bancada como una base rígida para cargas estáticas.

El diseño de la bancada se finalizará disponiendo dos ruedas con freno, una a cada extremo de la misma, para evitar su movimiento mientras se encuentre en operación, y colocando tapas de plástico cubriendo todos los finales de largueros y travesaños, de manera que no quede ningún borde cortante al aire.

### 3.4 Construcción del prototipo de la máquina invertida

De acuerdo a las restricciones de espacio en las ranuras expuestas en el punto 3.1 del presente Anexo, se ha procedido a la construcción del prototipo de máquina invertida, a

partir del equipo comercial de rotor bobinado modelo I.E.C. 160 L, fabricado por la empresa Construcciones Electromecánicas LETAG, S. A. de Ormaiztegui (Guipúzcoa).

Se realizó un pedido a dicha empresa del modelo de motor de inducción elegido, con la particularidad de que se requirieron diversas modificaciones: en primer lugar, que no se bobinase el estátor, y también que introdujesen una muesca en el extremo del eje del lado del ventilador para la sujeción, en un futuro, de un medidor de la velocidad de giro del motor.

A partir de estas restricciones de espacio establecidas en el punto 3.1, se procedió a la compra de perfiles de aluminio de dimensiones cercanas a la necesaria, y su posterior mecanizado en forma de 40 barras de sección trapezoidal.

El área de la sección de las barras es  $104.5 \text{ mm}^2$ , y su longitud 360 mm. Los dos anillos de cortocircuito poseen unas dimensiones mostradas en el Plano 1, para una sección transversal de  $650 \text{ mm}^2$ . Se encuentran unidos por tornillos de aluminio de rosca M4, que penetran en las barras 9 mm.



**Fig. 183 Barras introducidas en los huecos del estátor.**

Como muestra la Fig. 183, las barras han sido construidas con una dimensión longitudinal mayor que los devanados del estátor del diseño original, para contar con un mejor acceso a los anillos y a los finales de las barras, y permitir cierto espacio libre sobre ellas para permitir la instalación de sensores.

El incremento de la longitud de las barras y la anchura de los anillos ha impedido el uso de la caja de bornas para alimentar la máquina, así pues, los portaescobillas en la parte trasera de la misma se conectan directamente a los sistemas de control y medida. No obstante, la caja de conexión y los espacios vacíos asociados situados detrás de la armadura del estátor

proveen un fácil acceso para las conexiones de instrumentación de los sensores instalados sobre la jaula de ardilla.



**Fig. 184 Estátor del motor de inducción invertido.**

### 3.5 Montaje de los sensores

El problema al que hubo que hacerse frente al recibir sensores de tan pequeño tamaño fue buscar una sujeción de los mismos. El CSA-1V es, esencialmente, un sensor para ser colocado como componente en un circuito impreso (*printed circuit board*, o PCB) y no para ser usado independientemente.

Aunque existen zócalos para tamaño SOIC-8, en general cuentan con una tapa de apertura para alojar el circuito integrado, por lo que resultan demasiado voluminosos, cuando no imposible de usar por la distancia a la que quedaría el conductor, que imposibilitaría la medición del flujo magnético generado por la corriente circulante a través del mismo.

Tras una búsqueda por Internet, se logró contactar con un comercializado extranjero que disponía de pequeñas placas PCB sobre las que soldar integrados SOIC-8, de aproximadamente dos centímetros de ancho por uno de largo (Fig. 185), que permitían extraer las conexiones de cada pata sin tener que manufacturar por nuestra cuenta un circuito impreso.

Realizando una soldadura cuidadosa fue posible colocar cada sensor CSA-1V sobre una placa de este tipo y, tras ello, soldar los cables de alimentación y señal sobre las correspondientes perforaciones. El resultado es un sensor bastante robusto, aunque con los contactos al aire, por lo que hubo que recubrirlos con cinta aislante.

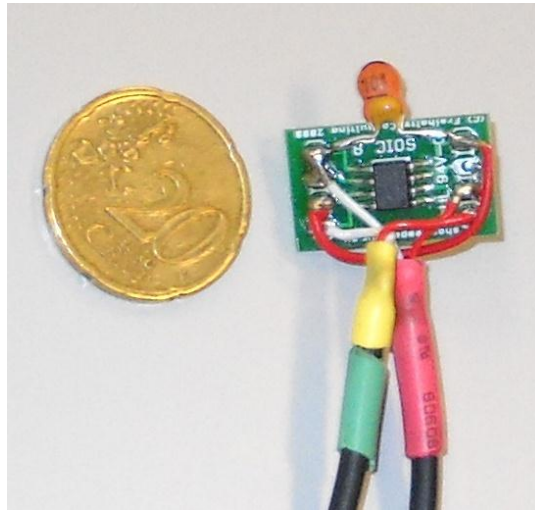


Fig. 185 Sensor CSA-1V cableado y soldado sobre placa PCB.

### 3.6 Construcción de la bancada de pruebas

La construcción de la bancada de pruebas no presentó problemas gracias al correcto diseño de piezas y accesorios por parte del fabricante, Bosch Rexroth AG. Tan sólo se ha incorporado un perfil de acero en uno de los extremos que ayuda a mantener ambos largueros paralelos entre sí, lo que facilita el desplazamiento de los travesaños a lo largo de los mismos y permite cambiar las máquinas de posición sin necesidad de levantarlas completamente de la bancada.

Para llevar a cabo las pruebas del motor invertido en su entero rango de carga, fue acoplado a un alternador de 15 kVA. La Tabla 1 suministra sus características principales.

Tabla 50. Características del alternador

<b>V</b>	380 V –estrella
<b>P</b>	15 kVA
<b>I</b>	22,5 A
<b>cos <math>\phi</math></b>	0,8
<b>rpm</b>	1500
<b>Th. Cl.</b>	F

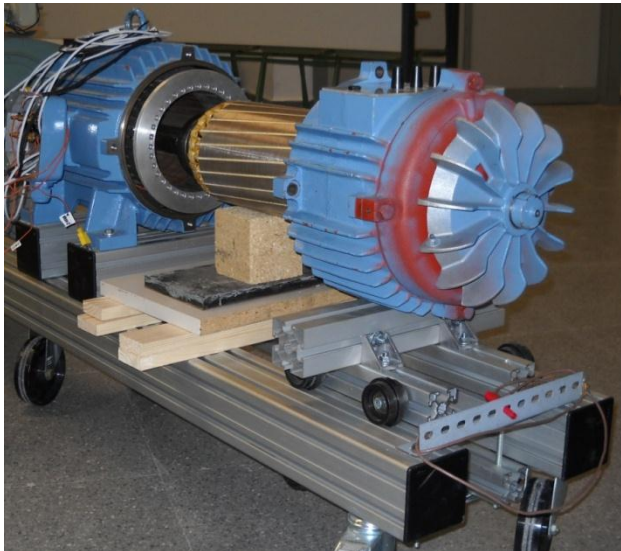
La unión entre ambas máquinas se realizó mediante un acoplamiento Albert INOX-90, mecanizado a los diámetros de los ejes de las máquinas 42 mm en el caso del motor y 38,1 mm en el caso del alternador.



**Fig. 186 Bancada de pruebas, motor y alternador.**

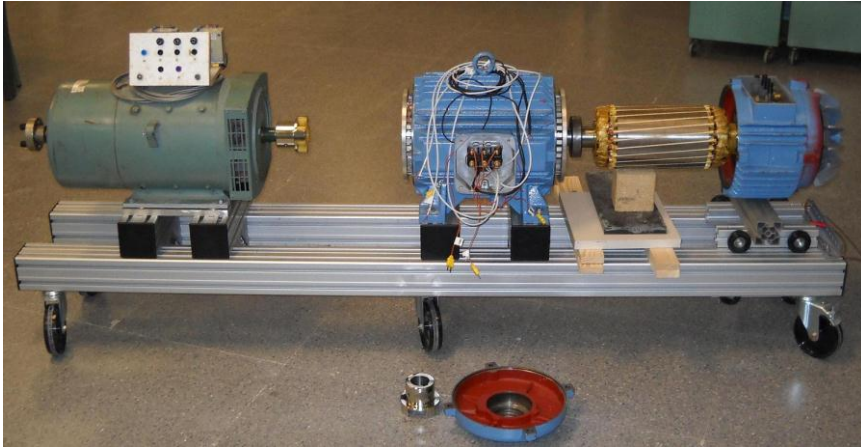
Adicionalmente, para facilitar la extracción del rotor y tener acceso a ambos anillos de cortocircuito de la jaula de ardilla instalada en el estátor, se ideó un soporte móvil, sobre el que se apoya toda la sección trasera del mismo, que alberga las escobillas, portaescobillas y ventilador. Este soporte está construido con cinco perfiles de aluminio de la misma marca junto con ruedas dispuestas de manera que el mismo puede desplazarse guiado por las aberturas presentes en la parte superior e inferior de los largueros.

El procedimiento de apertura consiste en aflojar primero los tornillos que fijan la tapa al lado de accionamiento, y los que fijan la sección del portaescobillas y del ventilador al lado opuesto del cuerpo del estátor. Tras la retirada de estos ocho tornillos periféricos, todos de fácil acceso a excepción de uno, es posible abrir la tapa del lado de accionamiento y empujar el eje para desplazar rotor y sección del portaescobillas, sin apenas esfuerzo, hacia atrás. Esta maniobra permite la extracción del acoplamiento y tapa del lado del accionamiento.



**Fig. 187 Carro extractor y rotor del prototipo extraído.**

Tras ello es posible seguir empujando el eje para desplazar el rotor en voladizo fuera del estátor, moviendo toda la sección trasera del motor. Unas maderas aseguran otro punto de apoyo una vez el rotor se ha movido fuera de la máquina.



**Fig. 188 Bancada de pruebas con el rotor extraído.**

El adecuado diseño del carrito permite que este procedimiento pueda ser llevado a cabo por una persona en unos 15 minutos, lográndose reducir de manera significativa la necesidad de mano de obra para esta tarea.

De esta manera, la jaula de ardilla es accesible en sus dos extremos, siendo posible la colocación de sensores o la alteración de su configuración, pudiéndose incluso extraer cualquiera de las barras.

### **3.7 Parámetros medidos del motor**

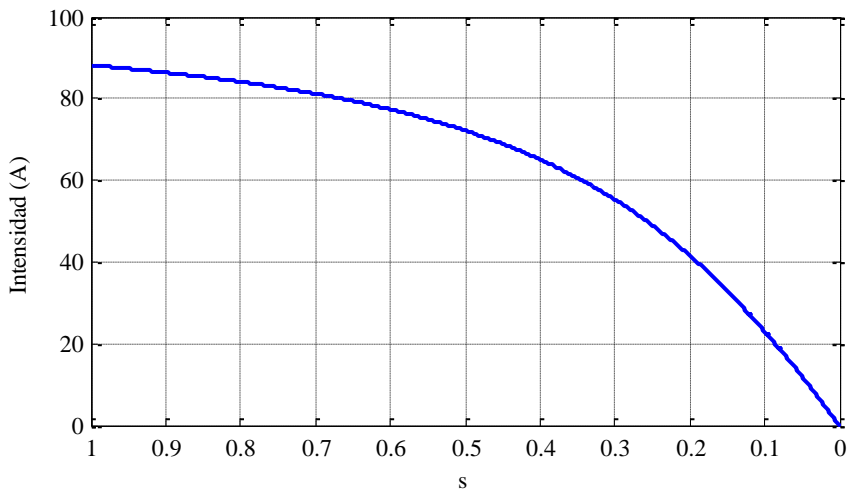
Después de llevar a cabo las pruebas de vacío y rotor bloqueado, los siguientes parámetros del motor han sido calculados:

**Tabla 51. Parámetros internos medidos**

<b>R<sub>fe</sub></b>	390 Ω
<b>X<sub>fe</sub></b>	25,9 Ω
<b>Z<sub>cc</sub></b>	2,6 Ω
<b>R<sub>cc</sub></b>	1,32 Ω
<b>R'.est</b>	0,94 Ω
<b>R.rot</b>	0,38 Ω
<b>X<sub>cc</sub></b>	2,25 Ω
<b>Xσ.est</b>	1,12 Ω
<b>Xσ.rot</b>	1,12 Ω
<b>P<sub>mec</sub></b>	232,1 W
<b>P<sub>fe</sub></b>	381,7 W

De esta manera queda caracterizada eléctricamente la máquina invertida. Los resultados no exhiben discrepancias de los que se podrían esperar de un motor de inducción de la misma potencia.

Tomando estos valores experimentales es posible dibujar las curvas intensidad absorbida-velocidad y par-velocidad del prototipo, sin más que aplicar las correspondientes ecuaciones deducidas del circuito equivalente.



**Fig. 189 Gráfica intensidad absorbida-deslizamiento**

La curva intensidad-velocidad muestra un valor máximo para rotor parado de cerca de 90 A (Fig. 189), que se dará en el instante de conexión. La parte final de la misma, para deslizamientos pequeños, presenta una variación prácticamente lineal con la velocidad. Para la intensidad máxima de operación indicada por la placa de características, que ha sido establecida por el fabricante de acuerdo con la temperatura máxima que es capaz de soportar el aislante del devanado del rotor y el tipo de servicio, de 19,5 A, se tiene un deslizamiento de 0,08, ó lo que es lo mismo, una velocidad nominal de funcionamiento de 1380 rpm.

En la curva par-velocidad de la máquina (Fig. 190) es posible observar la forma usual para un motor de inducción, con una zona inicial creciente, de funcionamiento inestable de la máquina, hasta alcanzar un máximo alrededor del 60 % de la velocidad de sincronismo. Tras ello el par decae, presentando rápidamente una relación lineal con el deslizamiento. El par máximo en el arranque, por tanto, debe ser inferior a 140 Nm, mientras que el par entregado a la potencia asignada de 10 kW es de unos 70 N·m, muy parecido al establecido por el fabricante, de unos 67 N·m.

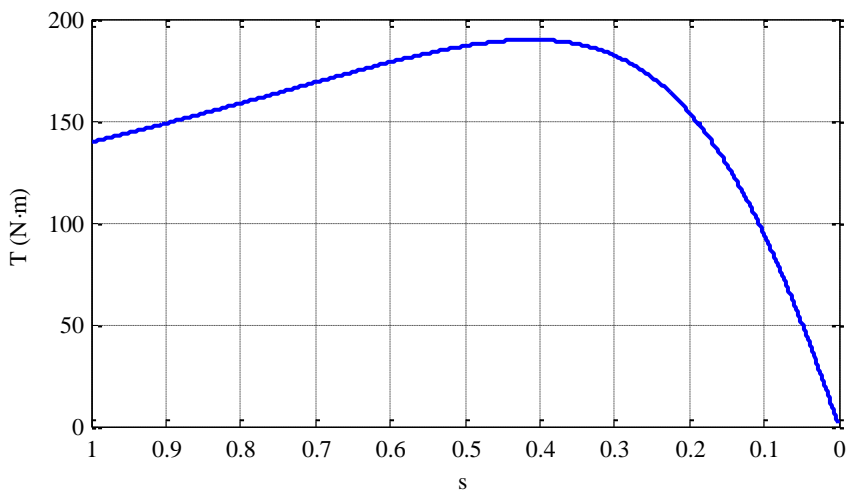


Fig. 190 Gráfica par-deslizamiento



### 3.8 Ensayos específicos del prototipo

Una vez comprobado el correcto funcionamiento de la máquina en el rango nominal de carga, se procedió a realizar las pruebas específicas del prototipo. Estas fueron iniciadas con los ensayos para verificar la correcta adaptación de los sensores de temperatura y corriente. Estas pruebas iniciales tienen como misión estudiar la compatibilidad en el ambiente de medida tanto de los termopares como de los sensores CSA-1V.

#### 3.8.1 Ensayos previos de los sensores de corriente

Para comprobar en condiciones reales la adecuación del rango de medida de los sensores y la influencia de su modo de colocación sobre la barra en el valor obtenido de la corriente circulante, se ha procedido a realizar unas pruebas preliminares utilizando un montaje experimental capaz de suministrar las grandes intensidades que en funcionamiento normal circularán por la barra.

Este montaje (Fig. 191) consta de un transformador trifásico con una lámina de cobre como secundario, que abraza en una vuelta dos de las columnas. Una columna de este transformador modificado es alimentada desde una fuente de 230 V a través de autotransformador. Gracias a todo ello, es posible obtener una fuente de bajo voltaje y gran intensidad, aislada de la red.

Tras pasar por un transformador de intensidad de constante 200/5, se ha unido el extremo libre de éste y el otro extremo de la lámina de cobre a una barra de aluminio de iguales dimensiones a las dispuestas dentro del estátor, mediante un conductor de cobre de gran sección. Una pinza amperimétrica suministra una medida adicional de la intensidad circulante.

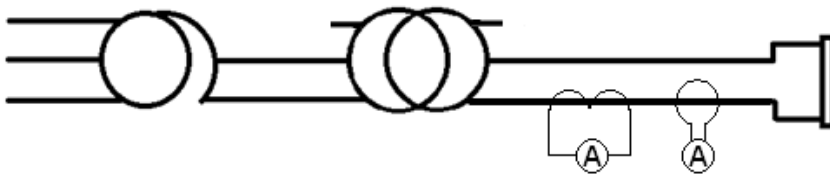


Fig. 191 Esquema eléctrico del montaje para la calibración del sensor CSA-1V



**Fig. 192 Calibración del sensor CSA-1V**

Se ha procedido al estudio del rango completo de medida, colocando el sensor paralelo a la barra, vuelto hacia la misma pero con dos placas de baquelita entre él y dicha barra, de manera que se mantenga una distancia de unos dos milímetros entre el encapsulado del CSA-1V y la barra. Los resultados se muestran en la siguiente tabla:

**Tabla 52. Rango de medida del sensor CSA 1V**

<b>Intensidad (Arms)</b>	<b>Vpico (V)</b>
25	0,2
50	0,6
100	1,1
150	1,8
200	2,1
227	2,5 (sat)

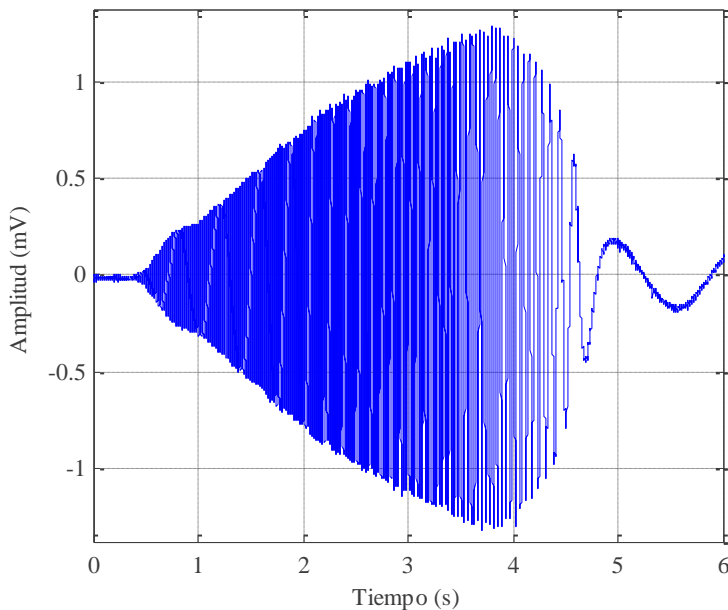
### 3.8.2 Prueba de los sensores en la jaula

Una vez comprobada la capacidad de los sensores de medir corrientes del orden de magnitud de las que circularían a través de la barra, restaba comprobar que el efecto que podría tener el ambiente electromagnético dentro de la carcasa del motor en los mismos, es decir, si serían capaces de captar las corrientes circulantes por cada barra con suficiente precisión y escasa influencia del ruido como para que los valores adquiridos resultasen útiles experimentalmente.

Para realizar esta operación, se diseñó un experimento en el cual fue introducido un sensor CSA IV con su correspondiente cableado de alimentación y señal, colocándose sobre una placa PCB en contacto con una barra, para conseguir la debida distancia que evitase su saturación y permitiese trasladar su rango de medida hacia intensidades de cientos de amperios. El conjunto se hizo firme con una brida de plástico, igual a las empleadas en mantener en posición los cables de los termopares.

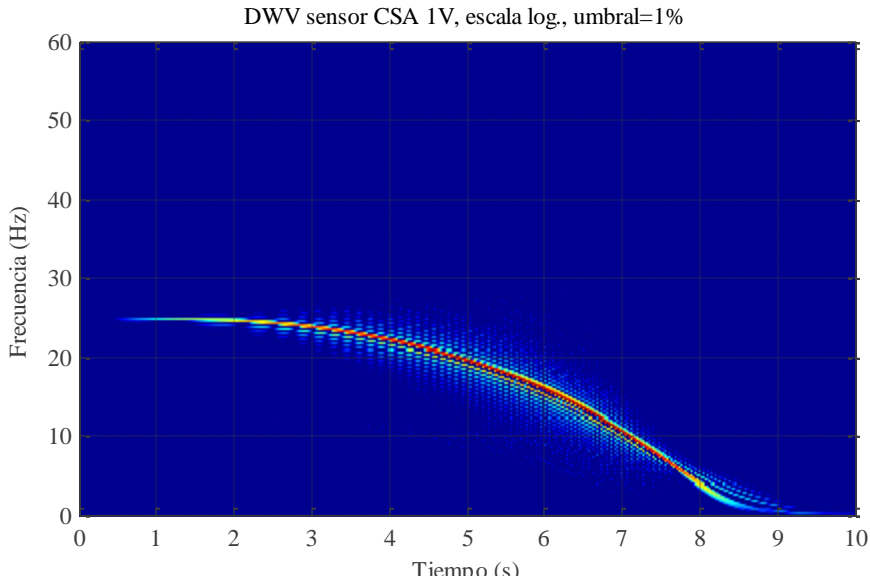
La alimentación, al igual que en el caso anterior, fue realizada a través de una fuente de tensión continua, estabilizada a 5 V. Un registrador Yokogawa DL 750 adquirió los datos a través de una sonda conectada a los extremos del cable de señal del sensor.

En primer lugar se realizó un arranque de la máquina así equipada mediante autotransformador, regulando la tensión desde cero a la nominal. El resultado se observa en la Fig. 193.



**Fig. 193** Forma de onda de la corriente en una de las barras del rotor durante un arranque con autotransformador.

Aplicando una distribución tiempo-frecuencia como la distribución de Wigner-Ville a la señal mostrada en la se obtiene una representación de la variación temporal de la frecuencia, en la que se observa como la frecuencia de las corrientes de la barra al comienzo del arranque se sitúa en los 25 Hz, tal como corresponde a un motor de dos pares de polos, y evoluciona hasta las cercanías de los 0 Hz, conforme el rotor incrementa su velocidad de giro.



**Fig. 194 Distribución de Wigner-Ville de la forma de onda mostrada en la Fig. 193.**

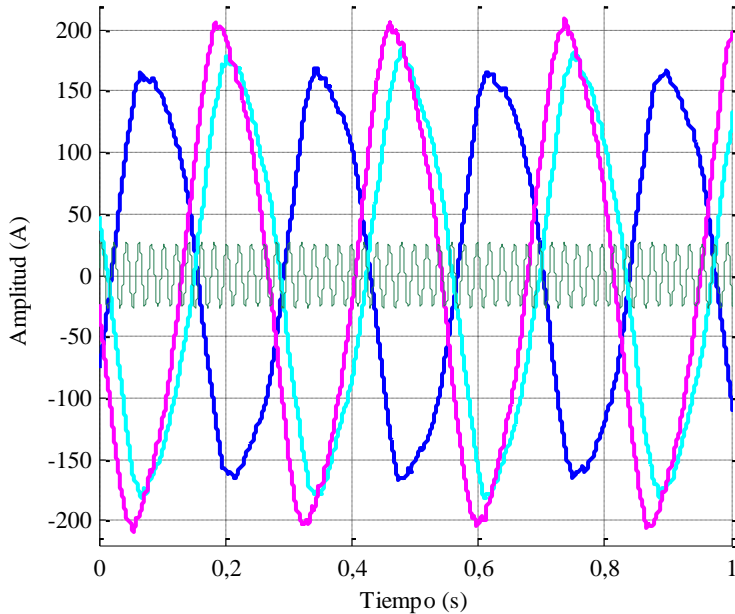
Estos resultados son congruentes con lo que cabría esperar según el circuito equivalente de máquina asíncrona, por lo que se decidió proseguir con las pruebas de los sensores de corriente, en este caso introduciendo tres de ellos sobre tres barras diferentes, dos contiguas y otra situada a 90° de la última (barras 36, 9 y 10). En este caso los sensores fueron colocados en posición invertida, de manera que la propia placa PCB sobre la que se encuentran soldados sirviese para alejarlos de la barra y así modificar su rango de medida hasta abarcar los cientos de amperios. También se usaron bridas de plástico para su fijación a las barras.

La alimentación se realizó desde la misma fuente estabilizada a 5 V común para los tres sensores. Los cables de señal fueron conectados a sendas sondas y éstas al osciloscopio-registrador Yokogawa DL 750 por tres canales diferentes.

Así mismo, mediante una sonda de alto voltaje, se condujo la forma de onda de corriente de alimentación del motor a un cuarto canal para que sirviera de comparación con las señales provenientes de la jaula rotórica.

Los resultados de una prueba a plena carga se muestran en la Fig. 195, en la que se observan las tres corrientes provenientes de las barras 36, 9 y 10, desfasadas las dos primeras y en

cuadratura la segunda con la última, como correspondería a las barras distanciadas esos ángulos geométricos.



**Fig. 195** Forma de onda de la corriente en las barras 36, 9 y 10 en estado estacionario. En verde la corriente de una de las fases del estátor.

Por encima de ellas y en verde, se ha representado, usando otra escala, la corriente que suministra la red, con lo que es posible comparar la frecuencia de las corrientes en la jaula.

Estos resultados demuestran la capacidad de los sensores CSA1V instalados dentro de la carcasa de la máquina, para discernir la corriente que atraviesa cada barra, incluso montados con la placa PCB situada entre ellos y la barra.

Sin embargo, dos cuestiones quedan sin resolver. La necesaria calibración de dichos sensores, ya que la corriente que atraviesa cada barra es muy dispar, y un ruido de alta frecuencia que dificulta las medidas a deslizamientos bajos.

### 3.8.3 *Instalación de los sensores en la jaula*

Con el objetivo de dejar preparado el motor invertido para comenzar a realizar los trabajos experimentales sobre el mismo se han instalado siete termopares.

Para la identificación de cada uno de los sensores dentro de la máquina se ha recubierto la parte inicial y final de cada uno de ellos mediante un trozo de termoplástico de color. Así mismo, cuentan con una etiqueta identificativa en el extremo externo de conexión. La distribución es como sigue:

**Tabla 53. Posición de los termopares en la jaula**

<b>Color</b>	<b>Indicativo</b>	<b>Posición</b>
-	Anillo	Anillo lado de accionamiento
-	Estátor	Mitad de la longitud del estátor
Ninguno	Barra 1	Barra 36
Amarillo	Barra 2 baja	Barra 1
Azul	-	Barra 5
Rojo	-	Barra 15
Verde	-	Barra 28

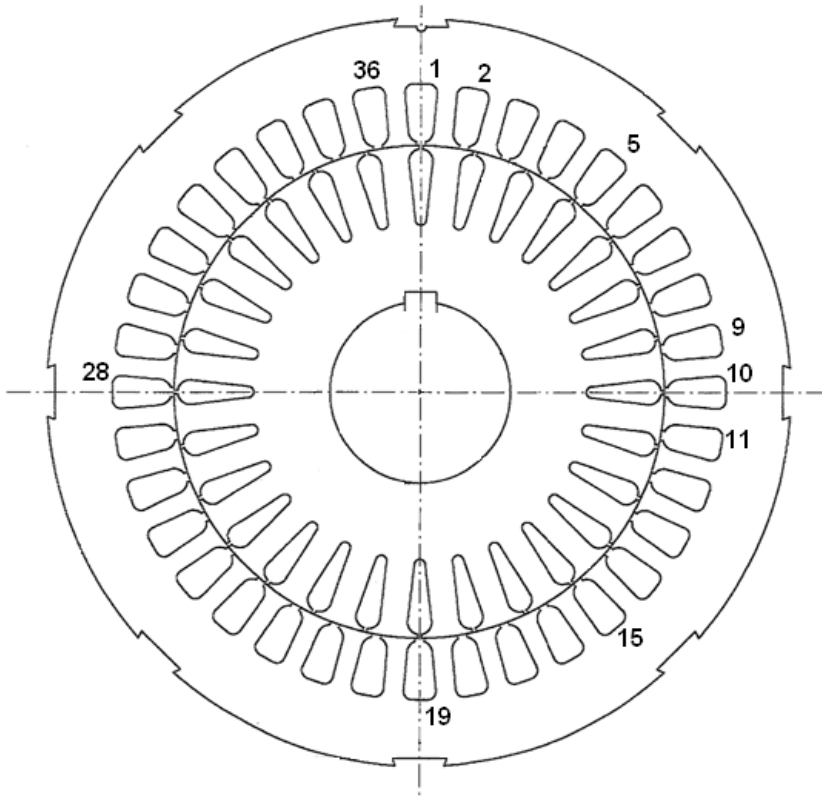
Los ocho sensores de corriente CSA-1V también han sido identificados mediante colores. En primer lugar, se clasifican atendiendo al color de los cables de alimentación y señal, blanco o negro. En segundo lugar se ha usado una cubierta plástica termoretráctil de varios colores, y se ha combinado de diferentes maneras.

Los sensores de corriente están repartidos de la siguiente manera, siete de ellos se introdujeron en el espacio libre entre la empaquetadura del estátor y el anillo del lado del ventilador, de manera que su cableado no interfiriese con el de los termopares situados en el extremo opuesto. El octavo se utiliza para monitorizar también la barra 1, pero en este caso en el lado del accionamiento, con lo cual se medirá con mayor detalle lo que acontece en este elemento, en el que se provocará el fallo.

La Fig. 196 muestra las barras de la jaula de ardilla sobre las que se han colocado todos los sensores, bien en el lado del accionamiento, caso de los termopares; bien en el lado del ventilador, caso de la mayoría de los sensores de corriente.

**Tabla 54. Posición de los sensores de corriente en la jaula**

<b>Color</b>	<b>Posición</b>
Negro-amarillo	Barra 36
Negro-verde-amarillo	Barra 1
Negro-verde	Barra 2
Blanco-verde	Barra 9
Negro-amarillo-rojo	Barra 10
Blanco-amarillo	Barra 11
Blanco-azul	Barra 19
Negro-azul	Barra 1 (lado accionamiento)

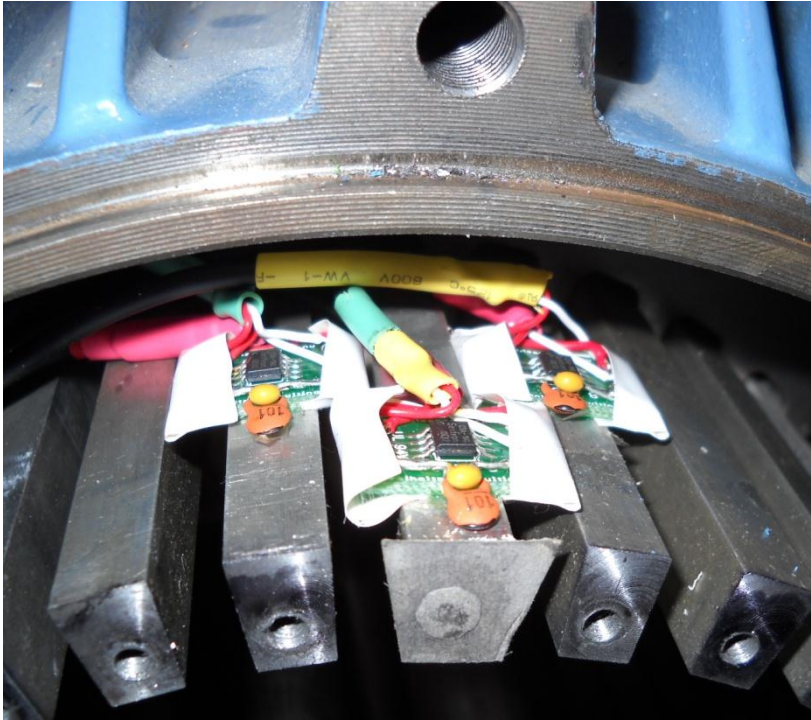


**Fig. 196 Barras de la jaula de ardilla situada en el estátor y numeración de las que han sido equipadas con sensores.**

Estos últimos se han montado en dos grandes grupos, a la distancia de un paso polar entre ellos –barras 36, 1 y 2, y barras 9, 10 y 11– con objeto de comprobar si la rotura de una barra en la jaula tiene efecto a esa distancia eléctrica de un polo. También se ha montado otro sensor CSA-1V en la barra 19 (barra inferior) por el mismo motivo, ya que esta barra se encuentra a dos pasos polares de la que se va a cortar en el experimento inicial (es opuesta, geométricamente, a la 1).

En el lado del accionamiento se colocará un último sensor de corriente, situado sobre la barra 1, permitirá confirmar que dicha barra ha sido efectivamente cortada y la existencia de corrientes interlaminares de importancia por comparación de sus medidas con el situado sobre la misma barra pero en el lado del ventilador.

Los sensores 1 del lado del accionamiento y 19 se encuentran en una posición girada  $180^\circ$  con respecto al eje de la barra, por lo que sus medidas deben corregirse de acuerdo a ello (la forma de onda de corriente obtenida estará invertida).



**Fig. 197** Sensores de corriente sobre las barras 36 (derecha), 1 (centro) y 2 (izquierda), tras la prueba con una barra rota.

Los termopares se han distribuido sobre la barra 36, la barra 1 y la 5, 15 y 28; excepto para la primera prueba de calentamiento sin barra rota, en la que se colocaron sobre barras únicamente dos: uno sobre la barra 1 y otro sobre la 19.

#### **3.8.4** *Conexión de los sensores*

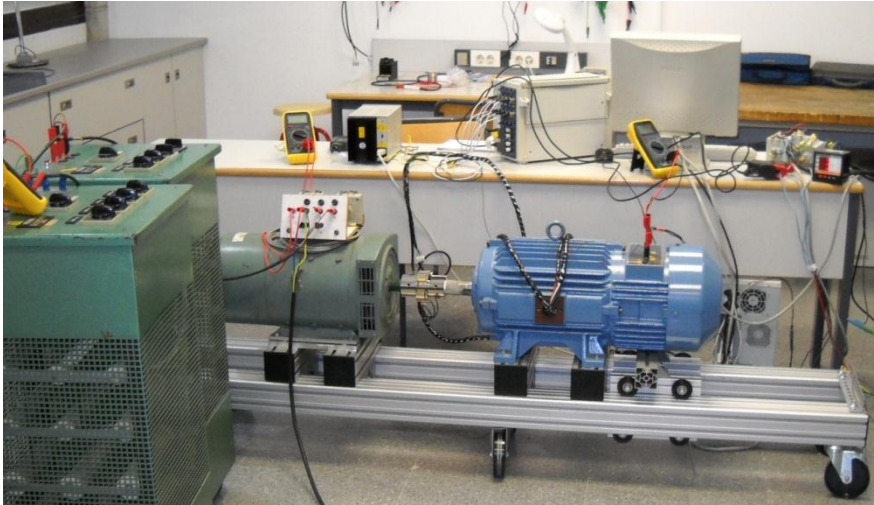
Puesto que los sensores CSA 1V precisan alimentación, es necesario disponer cuatro conductores para cada uno de ellos: dos para alimentación y otros dos para señal. Además, para permitir un fácil reposicionamiento de los mismos se ha decidido no efectuar interconexiones dentro de la máquina. Así pues, estos cuatro conductores por sensor, junto con los siete pares procedentes de los sensores de temperatura, deben cablearse por detrás de la armadura del estátor. En total se han instado un total de 23 cables, agrupados a la salida de la máquina en tres mazos: sensores de temperatura, señal de los sensores de corriente y alimentación de estos últimos.

La alimentación se realiza desde una única fuente que suministra 5 V y 80 mA a todos los sensores de corriente. Es aprovechada la conexión a tierra de dicho equipo para conectar a tierra las mallas que recubren tanto los cables de señal como los de alimentación de los sensores de corriente.

El montaje experimental se dispuso como se muestra en la Fig. 198, situándose la bancada junto a una mesa donde se colocó el equipo registrador Yokogawa DL-750 y la fuente de



alimentación. Las resistencias situadas a la izquierda sirven para cargar el alternador, mientras que el cuadro de alimentación se dispone a la derecha, fuera del encuadre de la imagen.



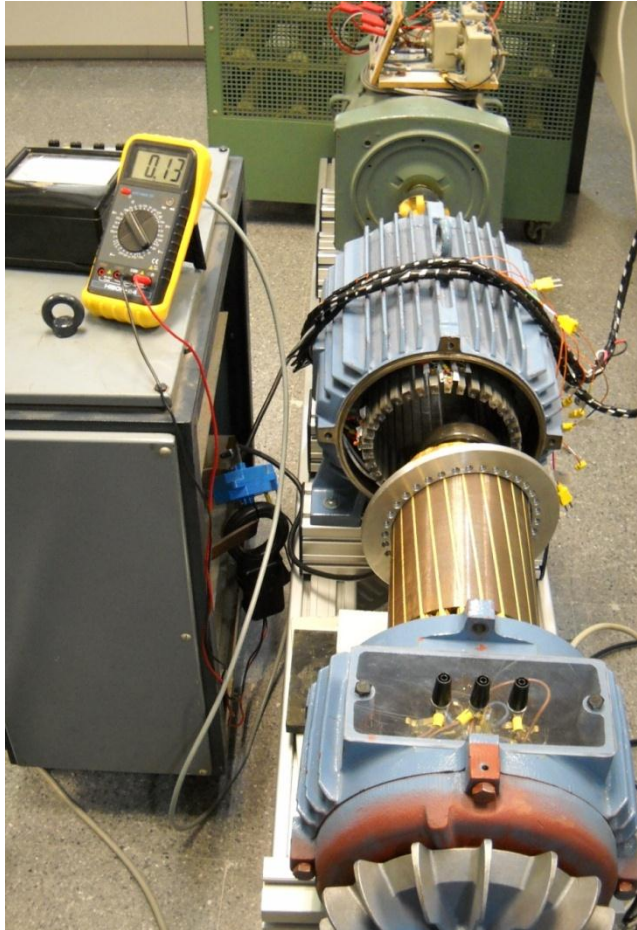
**Fig. 198 Montaje experimental.**

### **3.8.5 Calibración de los sensores en la máquina**

Dado que pequeños cambios en la orientación de cada sensor, ligeras variaciones de distancia a las barras o la presencia de cableado de otros sensores pueden modificar la sensibilidad de los mismos al paso de corriente por las barras, el primer paso después de comprobar la presencia de señal por parte de los sensores una vez instalados en el interior de la máquina, consistió en efectuar su calibración.

Para ello se usó el mismo montaje que el utilizado en el punto 3.8.1 del presente Anexo, aunque esta vez la salida de elevada intensidad del transformador fue conectada directamente a las barras ya dispuestas en el estátor de la máquina y con los sensores colocados sobre ellas, como se puede apreciar en la Fig. 199.

Un cable de alimentación de gran sección se conectó a la barra 19, en el lado del accionamiento, mientras que el otro cable fue unido por el lado del ventilador a cada una de las barras cuyo sensor de corriente se desease calibrar mediante el uso de un tornillo de aluminio y una arandela. La ausencia de anillo de cortocircuito por ese extremo de la máquina aseguraba que toda la corriente introducida recorrería la barra.



**Fig. 199** Calibración de los sensores CSA-1V dentro de la máquina.

La prueba consistió en hacer circular por cada barra 50, 75 y 100 A (rms), y observar mediante el osciloscopio registrador, la respuesta de los sensores. De esta manera se obtendrán tres puntos (cuatro si tenemos en cuenta que según el fabricante la respuesta ante la circulación de 0 A debe ser 0 mV) con los que efectuar la calibración de cada uno de ellos.

Los resultados se muestran en las siguientes tablas:

**Tabla 55. Resultados de la calibración de los sensores dentro de la máquina.**

<b>Sensor negro-amarillo (barra 36)</b>	
<b>Intensidad (Arms)</b>	<b>Vpico (mV)</b>
<b>50</b>	<b>370</b>
<b>75</b>	<b>610</b>
<b>100</b>	<b>840</b>

<b>Sensor negro-verde-amarillo (barra 1)</b>	
<b>Intensidad (Arms)</b>	<b>Vpico (mV)</b>
<b>50</b>	<b>390</b>
<b>75</b>	<b>620</b>
<b>100</b>	<b>885</b>

<b>Sensor negro-verde (barra 2)</b>	
<b>Intensidad (Arms)</b>	<b>Vpico (mV)</b>
<b>50</b>	<b>390</b>
<b>75</b>	<b>640</b>
<b>100</b>	<b>880</b>

<b>Sensor blanco-verde (barra 9)</b>	
<b>Intensidad (Arms)</b>	<b>Vpico (mV)</b>
<b>50</b>	<b>390</b>
<b>75</b>	<b>640</b>
<b>100</b>	<b>880</b>

<b>Sensor negro-rojo-amarillo (barra 10)</b>	
<b>Intensidad (Arms)</b>	<b>Vpico (mV)</b>
<b>50</b>	<b>375</b>
<b>100</b>	<b>605</b>
<b>150</b>	<b>840</b>

<b>Sensor blanco-amarillo (barra 11)</b>	
<b>Intensidad (Arms)</b>	<b>Vpico (mV)</b>
<b>50</b>	<b>400</b>
<b>75</b>	<b>645</b>
<b>105</b>	<b>940</b>

<b>Sensor blanco-azul (barra 19)</b>	
<b>Intensidad (Arms)</b>	<b>Vpico (mV)</b>
<b>49</b>	<b>335</b>
<b>75</b>	<b>580</b>
<b>100</b>	<b>840</b>

<b>Sensor negro-azul (barra 1 – lado del accionamiento)</b>	
<b>Intensidad (Arms)</b>	<b>Vpico (mV)</b>
<b>50</b>	<b>390</b>
<b>75</b>	<b>620</b>
<b>100</b>	<b>885</b>

Con lo que se concluye que la sensibilidad de los sensores dentro de la máquina decrece un 15% en comparación con la calibración realizada fuera de ella de este mismo punto) debido seguramente a la disposición de otros elementos que actúan de pantalla del flujo magnético, como el cableado o la cinta aislante colocada sobre las soldaduras de la placa PCB.

Adicionalmente se puede establecer que dicha sensibilidad no varía en exceso entre unos sensores y otros, fluctuando ligeramente como consecuencia de encontrarse ligeramente girados sobre las barras o a una distancia un poco superior.

Adicionalmente, los datos obtenidos permiten establecer una recta de calibración con la que transformar el voltaje entregado por los sensores en amperios de corriente circulando por las barras.