Resumen

Los espacios libres Lipschitz $\mathcal{F}(M)$ son linearizaciones canónicas de espacios métricos M cualesquiera. Más concretamente, $\mathcal{F}(M)$ es el único espacio de Banach que contiene una copia isométrica de M que es linearmente densa, y tal que toda aplicación Lipschitz de M en cualquier espacio de Banach X puede extenderse a un operador linear continuo de $\mathcal{F}(M)$ en X. Estos espacios suponen una herramienta muy potente para el estudio de la geometría no lineal de espacios de Banach, al permitir la aplicación de las técnicas lineales clásicas, bien conocidas, a problemas no lineales. Pero este esfuerzo sólo merece la pena si se dispone de un conocimiento lo bastante detallado de la estructura de $\mathcal{F}(M)$. El estudio sistemático de los espacios libres Lipschitz es bastante reciente y, por ello, dicho conocimiento es todavía más bien limitado. Esta tesis se enmarca en el programa general de estudio de la estructura espacios libres Lipschitz genéricos.

Empezamos nuestro estudio desarrollando algunas herramientas básicas para la teoría general de espacios libres Lipschitz. Primero definimos operadores de ponderación en espacios Lipschitz y los usamos para demostrar la conjetura de Weaver de que todos los funcionales normales del bidual $\mathcal{F}(M)^{**}$ son débil* continuos. A continuación demostramos el *teorema de la intersección*, que en esencia dice que la intersección de espacios libres Lipschitz es de nuevo un espacio libre Lipschitz. Este resultado nos permite desarrollar el concepto de *soporte* de un elemento de $\mathcal{F}(M)$, análogo al de soporte de una medida. Además, extendemos el uso de estas herramientas al bidual $\mathcal{F}(M)$ y las usamos para establecer una descomposición del bidual en espacios de funcionales que están “concentrados en el infinito” y “separados del infinito”, respectivamente.

Con estas herramientas en nuestro poder, emprendemos el estudio de dos aspectos concretos de los espacios libres Lipschitz. En primer lugar analizamos la relación entre $\mathcal{F}(M)$ y los espacios de medidas sobre M. En particular, obtenemos caracterizaciones de los elementos de $\mathcal{F}(M)$ que pueden representarse como la integración con respecto a una medida de Borel (no necesariamente finita) sobre M y viceversa, y probamos que el soporte coincide con el de la medida asociada. También identificamos los espacios métricos M en los cuales todo elemento de $\mathcal{F}(M)$ puede

ser representado como una medida de Borel. Este análisis se generaliza al bidual $\mathcal{F}(M)^{**}$, utilizando en este caso medidas sobre la compactificación uniforme de M y llegando a resultados similares. Obtenemos también algunas consecuencias para los elementos de $\mathcal{F}(M)$ y $\mathcal{F}(M)^{**}$ que pueden expresarse como diferencia de dos elementos positivos, como la existencia de un análogo de la descomposición de Jordan para medidas.

En segundo lugar, estudiamos la estructura extremal de la bola unidad de $\mathcal{F}(M)$ y hacemos algunas contribuciones al programa general consistente en encontrar caracterizaciones puramente geométricas de todos sus elementos extremales. Concretamente, caracterizamos los puntos extremos preservados de la bola, así como aquellos puntos extremos y expuestos que tienen soporte finito. Además damos una descripción completa de la estructura extremal de la parte positiva de la bola unidad. La teoría de los soportes en $\mathcal{F}(M)$ desarrollada anteriormente juega un papel crucial en las demostraciones de estos resultados.