

## Diseño de Experimentos Factorial 2<sup>3</sup> Aplicado en los Parámetros del Recocido Simulado

Mtro. Juan Carlos Barragán Barajas<sup>a</sup>, Ing. Jorge Armando Ramos Frutos<sup>b</sup>, Mtro. Moisés Arredondo<sup>c</sup>, Juan Carlos Barragán Torres<sup>d</sup>

<sup>a</sup> Tecnm/Instituto tecnológico de Jiquilpan, Jiquilpan, Mich., Mexico, [jcbit@yahoo.com](mailto:jcbit@yahoo.com), <sup>b</sup> Centro de Innovación Aplicada en Tecnologías Competitivas (CIATEC), León, Gto. Mexico [jorgerf1095@gmail.com](mailto:jorgerf1095@gmail.com), <sup>c</sup> Tecnm/Instituto tecnológico de Jiquilpan, Jiquilpan, Mich., Mexico, [moy0704@hotmail.com](mailto:moy0704@hotmail.com) <sup>d</sup> Tecnm/Instituto tecnológico de Jiquilpan, Jiquilpan, Mich., Mexico. [jcbb05dk@gmail.com](mailto:jcbb05dk@gmail.com).

---

### Resumen

*Se elabora la programación de la metaheurística denominada Recocido Simulado. La metaheurística se programa con la finalidad de generar una secuencia en las tareas que minimice el tiempo de terminación de todos los trabajos. Se genera un vector con codificación real, cada posición representa un trabajo a procesar en la planta y cada valor en el vector de trabajos es aleatorio. Del vector se genera una vecindad de posibilidades; se utilizan, posiciones continuas y posiciones aleatorias. Estos dos métodos se comparan de forma estadística en la segunda etapa. De la vecindad de posibilidades se elige un vector y se evalúa con la función objetivo. Si el vector tiene una mejor función objetivo que el vector de secuencias anterior se reemplaza. En caso de no tener una mejor función objetivo se evalúa con respecto a una probabilidad. Si la secuencia actual es mayor a un número aleatorio entre cero y uno se reemplaza la secuencia anterior por la secuencia actual. En caso contrario, la secuencia anterior pasa a ser la secuencia actual.*

**Palabras clave:** Programación de la metaheurística denominada Recocido Simulado.

### 1. Introducción

La secuenciación de tareas en fábricas de taller de flujo continuo se categoriza como un problema "NP" Difícil. Las metaheurísticas son utilizadas para encontrar soluciones en

donde no es posible utilizar modelos deterministas. El recocido simulado, inicia con una solución  $X$  (secuencia seleccionada al azar) y a partir de ahí busca soluciones vecinas al azar utilizando una vecindad de posibilidades. Si una solución  $X_{i+1}$  es mejor que la solución  $X_i$  se reemplaza la solución  $X_i$  por la solución  $X_{i+1}$ . En el caso de que dicha solución no sea óptima se calcula una probabilidad de ser aceptada como solución si esta probabilidad es alta la solución  $X_i$  es reemplazada, en el caso contrario la solución  $X_i$  pasa a ser la solución  $X_{i+1}$ . Se muestran dos métodos para generar la vecindad de posibilidades y se comparan los resultados de ambos métodos realizando una prueba de hipótesis para determinar si los resultados que se obtienen son significativamente diferentes. También se muestran los parámetros del algoritmo de Recocido Simulado y se emplean algunos casos de estudio.

## **2. Descripción de Actividades**

Se llevo a cabo en tres etapas el proyecto de obtención de los mejores niveles en los parámetros del recocido simulado.

### *Programación de la metaheurística Recocido Simulado utilizando una codificación real*

Se elabora la programación de la metaheurística denominada Recocido Simulado. El primer paso es generar un vector con codificación real, en el cual cada posición representa un trabajo a procesar en la planta y cada valor en el vector de trabajos es aleatorio. Del vector se genera una vecindad de posibilidades; existen tres métodos para generar una vecindad de posibilidades, de los cuales sólo se utilizan dos: posiciones continuas y posiciones aleatorias. Estos dos métodos se comparan de forma estadística en la segunda etapa. De la vecindad de posibilidades se elige un vector y se evalúa con la función objetivo; en este caso el tiempo de terminación del último trabajo programado. Si el vector tiene una mejor función objetivo que el vector de secuencias anterior se reemplaza la secuencia anterior por la secuencia actual. En caso de no tener una mejor función objetivo se evalúa con respecto a una probabilidad. Si la probabilidad con la que se evalúa la secuencia actual es mayor a un número aleatorio entre cero y uno se reemplaza la secuencia anterior por la secuencia actual. En caso contrario, la secuencia anterior pasa a ser la secuencia actual. Lo descrito se realiza en un determinado de ciclos (criterio que se elige para el paro de la metaheurística).

### Comparación de dos métodos para generar la vecindad de posibilidades

En esta parte se comparan con la prueba de Wilcoxon los dos métodos para generar la vecindad de posibilidades utilizando un caso de estudio. Se utilizan los métodos de vecindad con posiciones continuas y vecindad con posiciones aleatorias.

### Determinación de los mejores valores en los parámetros utilizados en el Recocido Simulado

Para determinar los mejores valores utilizados en los parámetros utilizados se propone un diseño de experimentos con tres factores con dos niveles cada factor.

## 3. Resultados

### Programación de la metaheurística Recocido Simulado utilizando una codificación real

En la figura 1 se presenta el pseudocódigo que pertenece a la metaheurística propuesta para la solución del problema de programación de tareas en talleres de flujo continuo. En el algoritmo se debe elegir una temperatura inicial, un valor inicial para un parámetro  $z$  y la cantidad de ciclos a correrse.

```
Inicio del Algoritmo de Recocido Simulado  
Definir:  
Temperatura inicial, cantidad de trabajos, función objetivo,  
cantidad de máquinas, vecindad, parámetro  $z$ , ciclos  
Codificación  
for  $i = 1$ :ciclos  
Elegir de forma aleatoria un elemento de la vecindad ( $s_k$ )  
Generar un número aleatorio ( $R$ )  
Obtener la probabilidad como  $P = e^{-z}$   
Si (función objetivo) $_{i-1} \leq$  (función objetivo) $_i$   
    secuencia =  $s_k$   
     $T = 0.5 * T_{i-1}$   
Sino (función objetivo) $_{i-1} >$  (función objetivo) $_i$  &  $R < P$   
    secuencia =  $s_k$   
     $T = 0.5 * T_{i-1}$   
Sino (función objetivo) $_{i-1} >$  (función objetivo) $_i$  &  $R > P$   
    secuencia =  $s_k$   
     $T = T_{i-1}$   
Fin  
 $z = \frac{|(\text{función objetivo})_{i-1} - (\text{función objetivo})_i|}{T}$   
makespan $_i =$  (función objetivo) $_i$   
end  
Tiempo de procesamiento total del conjunto de trabajos  
Fin del Recocido Simulado
```

*Fig. 1 Pseudocódigo que representa el recocido simulado.*  
*Fuente: Elaboración propia*

Se utiliza un caso para determinar en qué niveles los factores ofrecen mejores resultados en el caso dado. Se utiliza la generación de la vecindad de posibilidades de forma aleatoria, dado que en un experimento anterior fue la que presentó mejores resultados. Se propone un diseño factorial  $2^3$  con 10 réplicas en total se generaron 88 corridas. Se construyó la tabla del diseño y se registraron los resultados de acuerdo a los niveles establecidos en el diseño. Las corridas de los tratamientos se generaron de manera aleatoria. Después de haber planeado y ejecutado el diseño se analizan los supuestos del mismo para determinar si es posible realizar un análisis de varianza. Los supuestos a verificar son normalidad en los residuos, homocedasticidad e independencia.

Para comprobar si existe normalidad en los residuos se utilizó la prueba de Shapiro-Wilk y se analizó la gráfica de porcentaje contra residuos. En la prueba de Shapiro-Wilk se establece una hipótesis nula que indica que los residuos son normales. La figura 2 muestra la gráfica de normalidad que indica que los residuos tienen una pequeña desviación de la recta de normalidad. Se puede concluir con la gráfica de normalidad que los residuos son normales. La prueba de Shapiro-Wilk confirma este supuesto al aceptarse la hipótesis nula con un valor- $p$  de 0.581172.

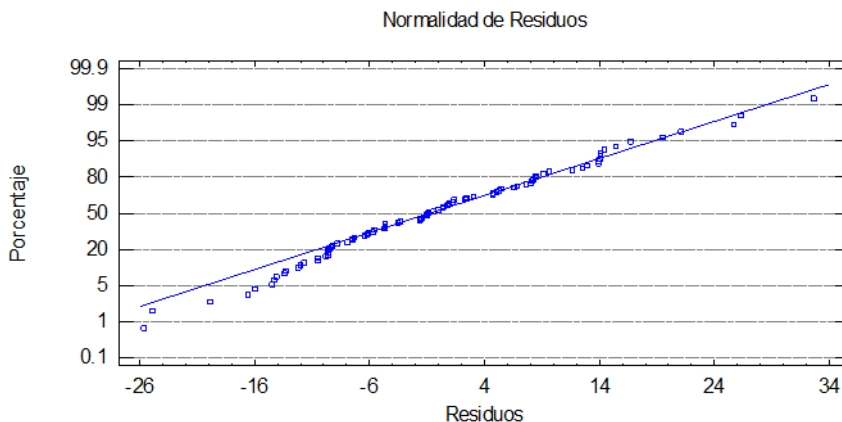


Fig. 2 Gráfico para revisar la Normalidad de los Residuos  
Fuente: Elaboración propia

Después de haber verificado la normalidad en los residuos, se revisa la homocedasticidad de los datos. Para revisar la homocedasticidad se grafican los residuos contra cada factor y se compara el rango de los puntos en cada nivel del factor. La figura 3 muestra el análisis de homocedasticidad en cada uno de los factores y se concluye que la temperatura y el factor  $Z$  son homocedásticos, mientras que el factor correspondiente a los ciclos no parece que lo sea porque la amplitud en cada uno de los niveles es distinta.

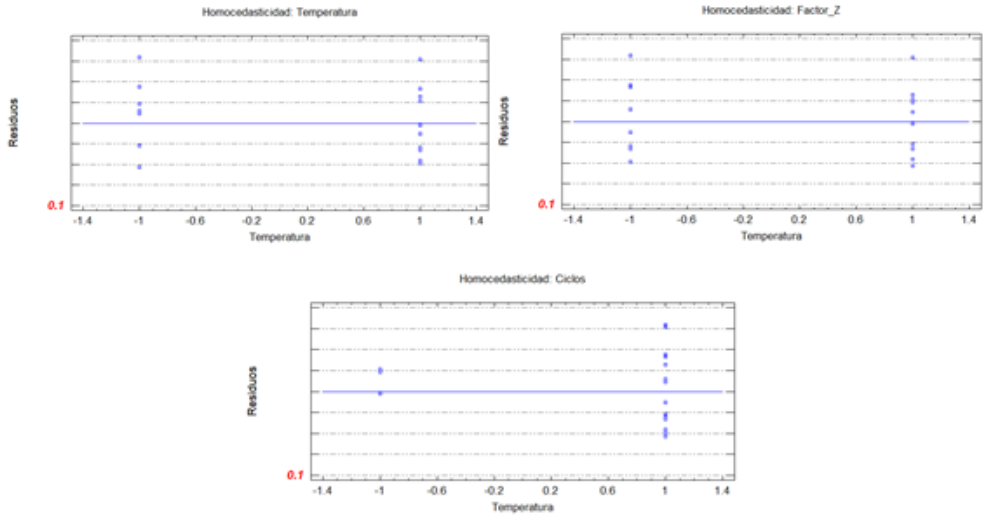


Fig. 3 Gráfico para revisar la Homocedasticidad en cada uno de los Factores  
Fuente: Elaboración propia

Por último, se comprueba la independencia de los residuos graficando los residuos contra el tiempo en que se tomó la lectura (Figura 4). Además, se realiza la prueba estadística, Durbin-Watson. La figura 4 no muestra algún patrón en los datos. Al no mostrar ningún patrón en los datos se puede decir que no existe dependencia en los residuos. La prueba de Durbin-Watson tiene la hipótesis nula sobre una correlación diferente de cero. El valor-p que arroja esta prueba es de 0.1369.

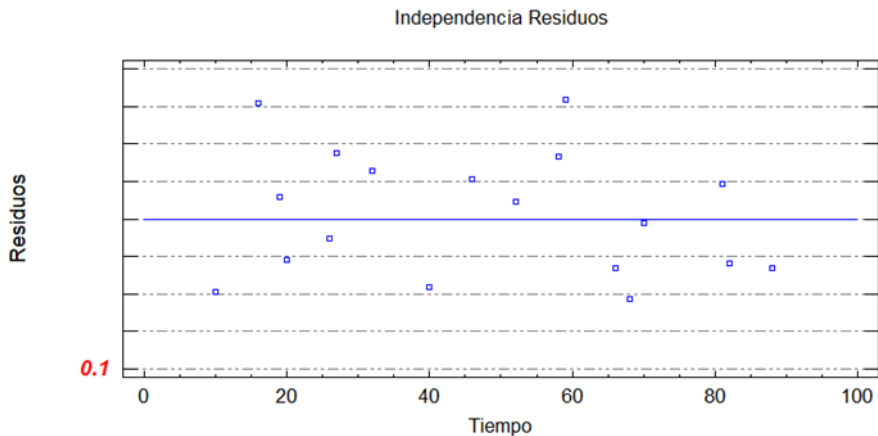


Fig. 4 Gráfico para revisar la Independencia de los Residuos  
Fuente: Elaboración propia

Al cumplir con todos los supuestos. Se prosigue a realizar el ANOVA que se muestra en el cuadro 1, el cuadro muestra que los factores principales: temperatura y ciclos son significativos en la respuesta, mientras que el factor Z no es significativo. Ninguno de los factores de interacción es significativo para el modelo. Se muestra el diagrama de Pareto para este ANOVA en la figura 5. El diagrama de Pareto muestra los efectos significativos de manera gráfica. Los efectos que sobrepasan el valor crítico son significativos (se llegó a lo mismo que con la tabla ANOVA).

**Tabla 1.1 ANOVA correspondiente al diseño de experimentos 2<sup>3</sup>**

Fuente	Suma de Cuadrados	Grados de Libertad	Cuadrados Medios	F	valor-p
A:Temperatura	992.947	1	992.947	7.11	0.0092
B:Factor_Z	16.7564	1	16.7564	0.12	0.7299
C:Ciclos	1658.23	1	1658.23	11.88	0.0009
AB	225.92	1	225.92	1.62	0.2069
AC	70.2041	1	70.2041	0.5	0.4803
BC	124.331	1	124.331	0.89	0.3481
Total error	11306.8	81	139.59		
Total (corr.)	14395.2	87			

Fuente: Elaboración propia

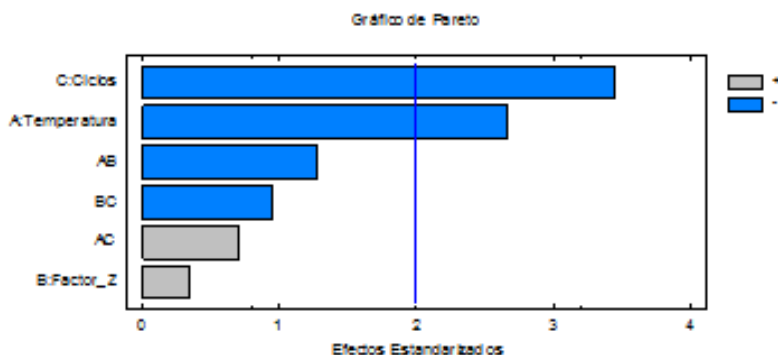


Fig. 5 Gráfico para revisar la Independencia de los Residuos

Con esta información se determina el mejor ANOVA quitando del análisis el Factor Z y las interacciones en las que interviene el mismo, esto se muestra en el cuadro 2. No se quita la interacción doble de la temperatura y el número de ciclos para determinar en qué niveles los

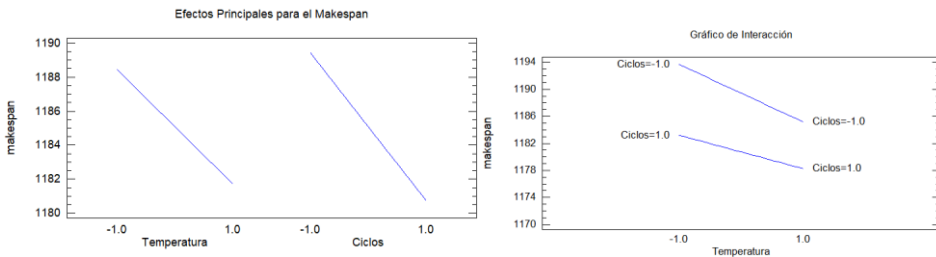
factores trabajan mejor. Con este modelo de ANOVA se incrementa el coeficiente de determinación  $R$ , pero no es un valor lo suficiente para declarar que el modelo describe un gran porcentaje de los datos.

**Tabla 1.2 Mejor ANOVA del diseño factorial 2<sup>3</sup>**

Fuente	Suma de Cuadrados	Grados de Libertad	Cuadrados Medios	F	valor-p
A:Temperatura	992.947	1	992.947	7.14	0.009
C:Ciclos	1658.23	1	1658.23	11.93	0.0009
AC	70.2041	1	70.2041	0.51	0.4792
Total error	11673.8	84	138.974		
Total (corr.)	14395.2	87			

Fuente: Elaboración propia

Para determinar los niveles en los que los factores trabajan mejor se analizan las gráficas de los efectos y la gráfica de interacción que se muestran en la figura 6. También se analizan las gráficas de contornos y la superficie de respuesta obtenida, éstas se muestran en la figura 7.



*Fig. 6 Gráfica de Efectos Principales y Gráfica de Interacción*

Fuente: Elaboración propia

Se puede ver que se comprueba que no hay interacción entre la temperatura y el número de ciclos a correr la metaheurística. En los efectos principales se observa que los niveles altos de ambos factores dan mejores resultados en el makespan, que se pretende sea el menor. En el nivel alto de la temperatura y el nivel alto de los ciclos en la gráfica de interacción se observa un makespan menor. Hasta este momento los niveles altos son los que arrojan la mejor respuesta.

En la figura 7 de la superficie de respuesta se comprueba que los mejores niveles son los altos en ambos factores. Se observa un plano sin efecto de curvatura. Si se deseara obtener los niveles óptimos de los factores se tendría que realizar un escalamiento ascendente.

Para finalizar con los resultados, se realiza una corrida de la metaheurística con los parámetros iniciales y una corrida de la misma con los mejores parámetros. La gráfica se presenta en la figura 8 y se puede notar la diferencia de resultados.

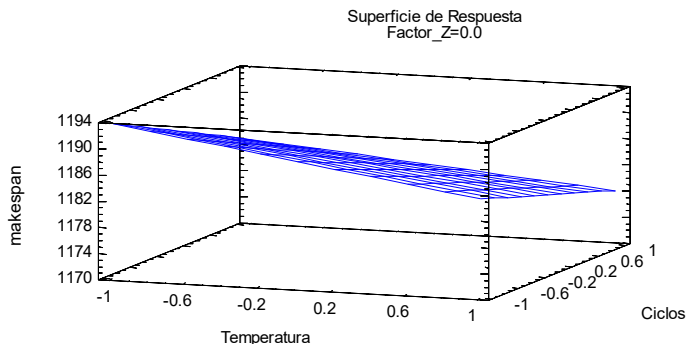


Figura 7. Superficie de Respuesta  
Fuente: Elaboración propia

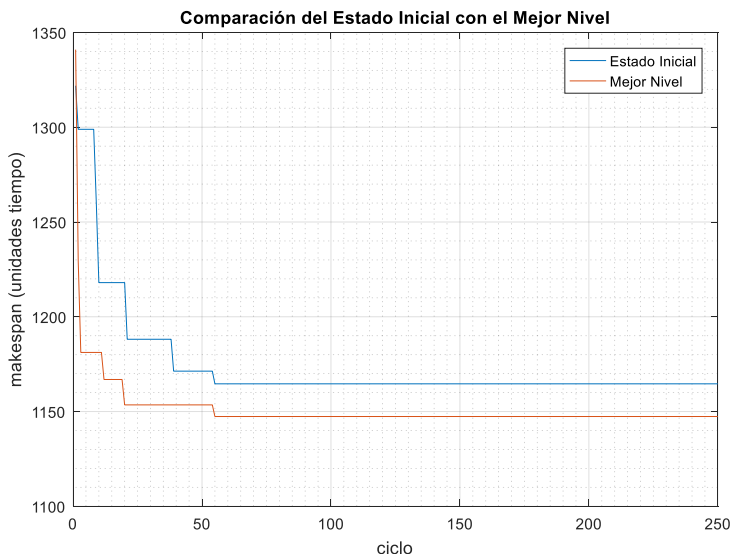


Figura 8. Comparación de los Resultados con Diferentes Niveles  
Fuente: Elaboración propia



#### **4. Conclusiones**

Al realizar el cambio de los parámetros se obtiene una mejora en las respuestas dadas por el algoritmo. Los primeros niveles fueron electos con base a la bibliografía. La obtención de los mejores parámetros se obtiene con el diseño factorial  $2^3$  y en 250 ciclos se puede ver que la respuesta del algoritmo después de aplicar el diseño experimental es menor que antes de aplicarlo. Se recomienda correr el algoritmo con los niveles altos de temperatura y ciclos. A mayor es la temperatura inicial y mayor se el número de ciclos, se tienen mejores resultados de la metaheurística en la secuencia generada para la minimización de los tiempos de terminación de todos los trabajos.

#### **Referencias**

- Baik, Y. (1977). *Methods and Techniques Used for Job Shop Scheduling*. Orlando: Stars.
- Company, R. (2000). *Programació d'Operacions. Equilibrat i seqüenciació de línies*. Publicacions d'Abast S.L.L.
- Gendreau, M., & Jean-Yves, P. (2010). *Handbook of Metaheuristics*. Suecia: Springer.
- Krajewski, L., Ritzman, L., & Malhotra, M. (2008). *Administración de operaciones; Procesos y Cadenas de Valor*. México: PEARSON EDUCACIÓN.