

Control por modos deslizantes para vehículo eléctrico con velocidad diferencial

Hidalgo, H.^{a,*}, Huerta, H.^b

^a Instituto Tecnológico Superior de Villa la Venta, Tecnológico Nacional de México, Circuito Tecnológico No.1, C. P. 86410, Huimanguillo, Tabasco, México

^b Centro Universitario de los Valles, Universidad de Guadalajara, Carretera Guadalajara-Ameca, km 45.5, C. P. 46600, Ameca, Jalisco, México.

To cite this article: Hidalgo, H., Huerta, H. 2021. Sliding mode control for an electrical vehicle with differential speed. Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial 18, 119-128. <https://doi.org/10.4995/riai.2020.13440>

Resumen

En este artículo se presenta un esquema de control para regular la velocidad en un vehículo eléctrico con dos motores en su eje trasero. Para el giro del vehículo se requiere velocidad diferencial en los dos motores. Se presenta el modelo matemático detallado del vehículo eléctrico, contemplando las dinámicas de los diferentes componentes que lo integran y las interconexiones de todos los elementos. Se incluye un controlador basado en cinemática inversa, para calcular las referencias requeridas en cada uno de los motores. Con base en las referencias calculadas, se desarrolló un controlador robusto por modos deslizantes, para garantizar la estabilidad del sistema completo. Se realizaron diversas simulaciones para verificar el desempeño del sistema en lazo cerrado, con el esquema de control propuesto. Los resultados muestran un buen desempeño del controlador, cuando se somete a diferentes perturbaciones, tales como variaciones paramétricas y perturbaciones externas, en este caso variaciones en la masa del conductor y pendientes del camino. Además, se incluye la discretización del controlador y una propuesta para su implementación en un sistema embebido.

Palabras clave: Sistemas dinámicos de vehículos, Vehículos eléctricos, Control por modos deslizantes, Control robusto, Sistemas lagrangianos.

Sliding mode control for an electric vehicle with differential speed.

Abstract

In this paper, a control scheme to regulate the speed in an electric vehicle with two electric motors in the rear axle. In order to make a turn in the vehicle a differential speed in the motors is needed. A detailed mathematical model of the electric vehicle is included, comprising the dynamics of the components in the system, as well as their interconnections. An inverse kinematic controller is presented to calculate the required speed references for the motors. Taking into account the references, a robust sliding mode controller is presented, to guarantee the stability of the complete system. The proposed control scheme was tested in closed - loop through simulations to prove the performance. The results show a good performance under different perturbations, such that parameter variations and external disturbances, in this case, driver mass and road slope. Furthermore, the discretization and a proposal to implement the control scheme controller in an embedded system are presented.

Keywords: Vehicle dynamic systems, Electric vehicles, Sliding mode control, Robust control, Lagrangian systems

1. Introducción

En los últimos años, con el incremento de los gases de efecto invernadero a nivel mundial, se han buscado soluciones para el uso sostenible de los recursos energéticos. Uno de los aspectos más importantes es la reducción del uso de combustibles fósiles, para lo que se han explorado algunas alternativas para fuentes de energía alternativas. Entre las

principales fuentes de generación de contaminantes del aire se encuentran los vehículos con motores de combustión, por lo que se han desarrollado vehículos híbridos, que permiten reducir las emisiones de Dióxido de Carbono y vehículos eléctricos, que no presentan emisiones de Dióxido de Carbono (Mañas-Álvarez *et al.*, 2020).

Entre las configuraciones más comunes para vehículos eléctricos se encuentran las que tienen dos motores, en las

ruedas traseras o en las delanteras, o con cuatro motores, uno en cada rueda. Por esto, el vehículo eléctrico no necesita ni la caja de velocidades ni el diferencial, ambos indispensables en los automóviles de gasolina o diésel. Debido a la ausencia del diferencial, además de la dirección mecánica en el eje delantero, para realizar cambios en la dirección del vehículo, se debe implementar el uso del método de velocidad diferencial (Rajamani, 2012). La aplicación de este método para producir tracción en ruedas separadas implica que el par en cada rueda debe ser controlado de forma independiente (Aligia, Magallán y De Angelo, 2018).

Las condiciones de operación de un vehículo dependen de diferentes parámetros, que cambian constantemente. Cada conductor tiene una masa diferente. Las condiciones del camino también cambian, se pueden tener variaciones en la pendiente, así como cambios en las superficies que provocan cambios en la fricción de los neumáticos. El voltaje de las baterías es un factor importante en el vehículo (Gómez *et al.*, 2019). Estos cambios se consideran perturbaciones externas al vehículo. Además, se pueden tener perturbaciones internas, tales como variaciones en los parámetros de los motores o del vehículo, dinámicas no modeladas, entre otras. Por esto, es necesario contar con controladores que tomen en consideración este tipo de condiciones, para garantizar un desempeño satisfactorio en estado transitorio y en estado estable (Tian, Tong y Luo, 2018).

En la literatura se pueden encontrar diversos controladores para vehículos eléctricos, incluyendo controladores de par (De Novellis *et al.*, 2014), controladores de dirección (Ni, Hu y Xiang, 2019) y controles de crucero (Pérez *et al.*, 2010; Villagrà *et al.*, 2010), entre otros, lo que muestra el interés por el desarrollo de vehículos eléctricos. En particular, uno de los principales problemas que se tienen actualmente están relacionados con la ausencia del diferencial mecánico, utilizado para variar la velocidad de las ruedas de un mismo eje en las curvas. Se han presentado algunos controladores que permiten realizar la variación de la velocidad de las ruedas, a través de controladores y sistemas embebidos. En (Khan-Ngern *et al.*, 2018) se presenta un diferencial electrónico, con un controlador en lazo abierto, que depende sólo de la posición del volante del vehículo, medido con un potenciómetro, debido a que el controlador no tiene realimentación su implementación es fácil, pero carece de las ventajas de un controlador en lazo cerrado. En (Al-Fiky *et al.*, 2019), se presenta un controlador para un diferencial electrónico, basado en un PID, que utiliza la medición del ángulo del volante del vehículo, aunque el controlador logra estabilizar el sistema en lazo cerrado está basado en una técnica lineal, ajustando los parámetros del controlador en un solo punto de operación, por lo que no se podría garantizar estabilidad en la región de operación no lineal del sistema. Se han utilizado técnicas de control inteligente, por ejemplo, en (Setiawan *et al.*, 2019), se presenta un controlador para un diferencial electrónico, basado en lógica difusa; aunque este tipo de controladores pueden considerar una región de operación no lineal, pueden requerir un alto costo computacional. En (Wu, Xu y Wang, 2013) se presenta un controlador que utiliza sólo la velocidad diferencial de los motores para llevar a cabo el giro del vehículo, logrando una movilidad adecuada para el vehículo, sin embargo, dado que no considera la posición del volante, no

es aplicable a automóviles eléctricos modernos.

Considerando que un vehículo eléctrico está sujeto a perturbaciones, es conveniente utilizar técnicas que ofrezcan robustez. Los sistemas por modos deslizantes son un tipo especial de sistemas de estructura variable, en los cuales la dinámica del sistema es atraída hacia una superficie en el espacio de estados, conocida como superficie de deslizamiento. Cuando se satisfacen ciertas condiciones, la dinámica del sistema en lazo cerrado se “desliza” sobre esta superficie, es decir, conmuta a una alta frecuencia en estado estable, permaneciendo insensible a variaciones en los parámetros de la planta y a las perturbaciones externas (Utkin, Guldner y Shi, 1999). Dicha técnica se ha aplicado en sistemas lineales y no lineales. Se han reportado en la literatura aplicaciones satisfactorias con controladores por modos deslizantes para sistemas mecánicos (Prieto *et al.*, 2015) y sistemas electromecánicos (Moriano y Naranjo, 2012; Raygosa-Barahona *et al.*, 2015; Huerta, Osorio y Vázquez, 2017; Arévalo-Castiblanco *et al.*, 2018; Ullah *et al.*, 2019). Se ha utilizado esta técnica para diversos controladores en vehículos, ver por ejemplo, (Linfeng *et al.*, 2017).

En este artículo se presenta un esquema de control para regular la velocidad en un vehículo eléctrico. El vehículo considerado cuenta con dos motores eléctricos de corriente directa en el eje trasero, así como una dirección mecánica y frenado mecánico, por lo que se requiere de velocidad diferencial en los motores. El prototipo mencionado está en desarrollo en el Centro Universitario de los Valles, Universidad de Guadalajara, Jalisco, México. Se presenta el modelo matemático del vehículo, considerando las dinámicas mecánicas que describen al sistema, incluyendo los motores eléctricos. Se propone una manera de calcular las referencias de velocidad para los motores, dependiendo de la posición del acelerador del vehículo y la posición del volante del vehículo, de tal manera que se pueden modificar la velocidad de referencia de los dos motores, de manera individual, dependiendo de los valores medidos en esas variables. Considerando el modelo matemático y las referencias para los controladores, se desarrolló un esquema de control utilizando la técnica de modos deslizantes, para añadir robustez al sistema en lazo cerrado. Se incluye el análisis detallado de estabilidad y se muestran los resultados obtenidos a través de simulaciones. Con el esquema propuesto no se requiere observador de estados. Además, se considera la región de operación completa del sistema, con las ventajas de un controlador en lazo cerrado y un costo computacional bajo, característico de los modos deslizantes, tomando en cuenta la realimentación de la posición del volante y del acelerador, necesarios para la operación de un vehículo eléctrico moderno.

La estructura del artículo es la siguiente. En la sección 2 se incluye el modelo matemático del vehículo eléctrico. La sección 3 muestra el esquema de control propuesto. La sección 4 presenta los resultados obtenidos. Finalmente, la sección 5 contiene las conclusiones.

2. Modelo matemático

En esta sección se presentan las diferentes dinámicas del vehículo considerado para el desarrollo del esquema de control propuesto, incluyendo las dinámicas del sistema de propulsión,

el modelado cinemático del vehículo y el modelo dinámico del cuerpo del vehículo.

2.1. Sistema de propulsión

El vehículo eléctrico propuesto utiliza dos motores de corriente directa con imán permanente, por lo que, para obtener la dinámica del motor, se analiza el circuito equivalente del motor CD mostrado en la Figura 1.

El modelo dinámico de cada uno de los motores de CD requiere del análisis por separado, para el sistema eléctrico y el sistema mecánico. También es importante considerar las constantes que relacionan ambos sistemas. El par del motor es linealmente dependiente de la corriente de armadura, i_a , de la forma:

$$\frac{\tau_m}{i_a} = K_\tau, \tag{1}$$

donde τ_m es el par del motor y K_τ es la constante de par del motor.

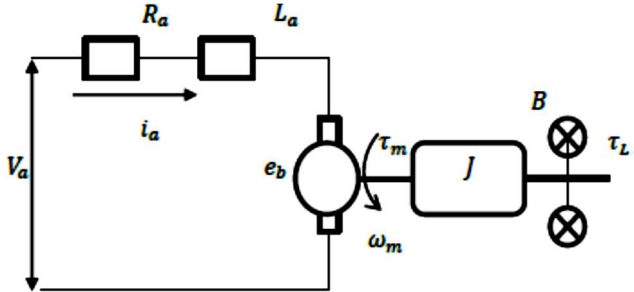


Figura 1: Circuito equivalente del motor de CD con imanes permanentes.

De la Figura 1, la dinámica eléctrica del motor se puede presentar como sigue:

$$V_a = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + e_b, \tag{2}$$

siendo V_a , R_a , L_a y e_b , el voltaje de armadura, la resistencia de armadura, la inductancia de la armadura y el voltaje contra electromotriz, respectivamente.

Además, el sistema mecánico está compuesto por elementos disipativos, como un amortiguador viscoso con constante de amortiguamiento, B , además de la inercia de la armadura, J . Un aspecto importante es el par que proporciona la carga τ_L , el cual contribuye limitando la velocidad máxima que puede ser alcanzada por el motor en estado estable. Otra constante que relaciona ambos sistemas está dada por:

$$\frac{e_b}{\omega_m} = K_V, \tag{3}$$

donde ω_m es la velocidad angular del motor y K_V es la constante de fuerza contra electromotriz. Entonces, la dinámica mecánica se expresa como:

$$\tau_m = J \frac{d^2\theta_r}{dt^2} + B \frac{d\theta_r}{dt} + \tau_L. \tag{4}$$

siendo θ_r la posición del rotor y τ_L el par de carga.

Utilizando las ecuaciones (1) – (4), en el dominio de Laplace, se obtiene la función de transferencia que relaciona el voltaje

de entrada con la velocidad angular de salida del motor que, considerando $\tau_L = 0$, se expresa como (Krause, Wasynczuk y Sudhoff, 2002):

$$\frac{\omega_m(s)}{V_a(s)} = \frac{K_\tau}{(L_a s + R_a)(J s + B) + K_V K_\tau}. \tag{5}$$

2.2. Cinemática del vehículo

Tomando en cuenta las restricciones no holónomas de las ruedas sin deslizamiento, se debe satisfacer:

$$\dot{x} \sin \theta - \dot{y} \cos \theta = 0, \tag{6}$$

donde θ es el ángulo de la dirección de la rueda, x , y son las coordenadas del vehículo, como se muestra en la Figura 2. Usando el vector de coordenadas generalizadas $q = [x \ y \ \theta]$, la posición del vehículo se puede definir en todo su espacio de configuración.

Es posible simplificar el análisis de movimiento, si se toma en cuenta todo el sistema mecánico del vehículo como un solo elemento que depende de dos variables, las cuales son velocidad lineal y velocidad angular.

Teniendo como entradas la velocidad lineal y angular, además de la restricción (6), se puede expresar de forma matricial el modelo cinemático del vehículo como:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix}, \tag{7}$$

donde v y ω representan la velocidad lineal y angular, respectivamente (Rajamani, 2012).

Existe una relación entre las velocidades lineal y angular y las velocidades reales de las ruedas, definidas por ω_R y ω_L , para la ruedas derecha e izquierda, respectivamente. Por lo tanto, se puede calcular la velocidad lineal y angular, teniendo las velocidades de las llantas derecha e izquierda, utilizando las siguientes relaciones:

$$v = \frac{r(\omega_R + \omega_L)}{2}, \tag{8}$$

$$\omega = \frac{r(\omega_R - \omega_L)}{l}, \tag{9}$$

siendo r el radio de las ruedas y l es la distancia entre las ruedas.

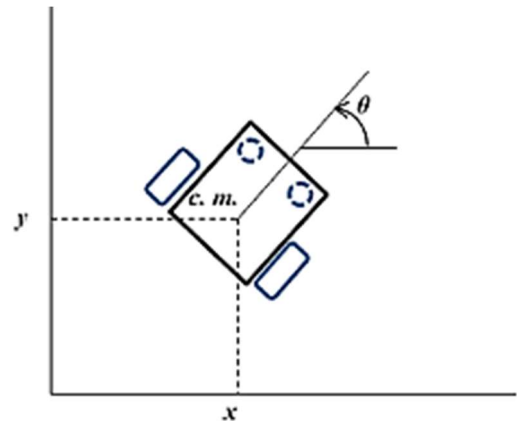


Figura 2: Coordenadas generalizadas con centro de masa c. m.

2.3. Modelo dinámico del cuerpo del vehículo

Para obtener el modelo que representa la dinámica del vehículo, se asume que este se desplaza en una superficie plana horizontal, es decir, la energía potencial es constante, no existen elementos flexibles en la estructura, el contacto entre la rueda y el suelo se reduce a un solo punto y no existe deslizamiento.

El método de Lagrange incorpora los conceptos de trabajo y energía para obtener las ecuaciones de movimiento. Se considera el método de Lagrange debido a su naturaleza sistemática y eliminación de elementos despreciables en el sistema físico. En el caso de sistemas no holónomos, la ecuación de Lagrange-Euler que representa las dinámicas se expresa como (Ortega *et al.*, 1998):

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} = \tau_i, \quad (10)$$

donde D modela las fuerzas disipativas utilizando la función de Rayleigh, la cual depende de las velocidades lineal y angular del sistema mecánico. El modelo dinámico del vehículo relaciona las masas e inercias del cuerpo del vehículo y la aceleración angular en cada rueda, $\dot{\omega}_i$, en función del par aplicado a cada motor τ_i , considerando el subíndice R para la derecha y L para la izquierda.

Al considerar el cuerpo del vehículo y sus ruedas como cuerpos rígidos de masas M y m respectivamente, las ecuaciones dinámicas se determinan utilizando los principios energéticos expuestos en la mecánica Lagrangiana, donde el Lagrangiano del vehículo se calcula mediante la suma del Lagrangiano de cada una de las ruedas \mathcal{L}_R y \mathcal{L}_L más el Lagrangiano del bloque del vehículo \mathcal{L}_V tal como se muestra a continuación:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_R + \mathcal{L}_L + \mathcal{L}_V. \quad (11)$$

El Lagrangiano de las ruedas del vehículo está compuesto por la suma de las energías cinéticas de rotación y traslación de las mismas, considerando la inercia de las ruedas como $I_i = mr^2/2$, donde r y m son el radio y la masa de la rueda, respectivamente, se define la ecuación como:

$$\mathcal{L}_i = \frac{1}{2} I_i \omega_i^2 + \frac{1}{2} m v_i^2 = \frac{3}{4} m r^2 \omega_i^2. \quad (12)$$

El Lagrangiano del cuerpo del vehículo está compuesto por la energía cinética de rotación del centro de masa y la de traslación del mismo. Considerando el parámetro $I_V = M(a^2 + l^2)/12$, que representa el momento de inercia del cuerpo del vehículo con respecto a su centro de giro con l como la distancia entre ruedas y a como la longitud del vehículo, se puede expresar el Lagrangiano como:

$$\mathcal{L}_V = \frac{1}{2} I_V \omega^2 + \frac{1}{2} M v^2. \quad (13)$$

Sustituyendo las ecuaciones (8) y (9) en la ecuación (13), se obtiene el Lagrangiano del cuerpo del vehículo, en términos de las velocidades angulares de las ruedas, como sigue:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_V = M r^2 \left(\frac{a^2 + 4l^2}{24l^2} \right) (\omega_R^2 + \omega_L^2) \\ - M r^2 \left(\frac{a^2 - 2l^2}{12l^2} \right) \omega_R \omega_L. \end{aligned} \quad (14)$$

Sumando las ecuaciones (12) y (14) se obtiene el Lagrangiano total del vehículo expresado mediante:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = \left[\frac{3}{4} m r^2 + M r^2 \left(\frac{a^2 + 4l^2}{24l^2} \right) \right] (\omega_R^2 + \omega_L^2) \\ - M r^2 \left(\frac{a^2 - 2l^2}{12l^2} \right) \omega_R \omega_L. \end{aligned} \quad (15)$$

Buscando que el modelo sea aún más exacto, se incluye el roce dinámico en cada rueda, modelado de forma simple como un par de torsión que ejerce una fuerza proporcional a la velocidad angular de cada una de las ruedas, la fuerza es contraria y depende de la constante de proporcionalidad ρ . Aplicando el Lagrangiano (10) y representando el modelo dinámico en espacio de estados, se obtiene:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\omega}_R \\ \dot{\omega}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\rho & 0 \\ 0 & -\rho \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_R \\ \omega_L \end{bmatrix} + \frac{1}{C_3} \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \\ C_2 & C_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_R \\ \tau_L \end{bmatrix}, \\ y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_R \\ \omega_L \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (16)$$

donde τ_R y τ_L son los pares producidos por los actuadores que impulsan cada rueda (Rajamani, 2012), además

$$\begin{aligned} C_1 = \frac{3}{2} m r^2 + M r^2 \left(\frac{a^2 + 4l^2}{12l^2} \right), \quad C_2 = M r^2 \left(\frac{a^2 - 2l^2}{12l^2} \right) \text{ y} \\ C_3 = C_1^2 - C_2^2. \end{aligned}$$

2.4. Modelo matemático completo del vehículo eléctrico

El acoplamiento de los motores a las ruedas del vehículo se realiza a través de una reducción por medio de engranes. El par en las ruedas τ_i es G veces el par del motor, donde G es la relación de engranes, mientras la velocidad angular de las ruedas se ve reducida G veces con respecto a la velocidad del eje del motor, según las ecuaciones:

$$\tau_i = G \tau_m, \quad (17)$$

$$\omega = \frac{\omega_m}{G}. \quad (18)$$

Utilizando la ecuación (16) y las obtenidas en el modelo del sistema de propulsión (1) – (4) se tiene un modelo matemático que describe el comportamiento del vehículo con base en el voltaje y la corriente aplicados a cada motor. Así, la ecuación en espacio de estados se representa por:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \mathbf{B} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}, \quad (19)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

donde $\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T = [\omega_R, \omega_L, i_R, i_L]^T$ es el vector de estado que contiene las velocidades angulares y corrientes del motor derecho e izquierdo. La entrada $[u_1, u_2]^T = [V_R, V_L]^T$ es el vector de entrada, con V_R y V_L como los voltajes de alimentación del motor derecho e izquierdo. Además:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{\rho}{1} & 0 & \frac{GK_\tau C_1}{C_3} & \frac{GK_\tau C_2}{C_3} \\ 0 & -\frac{\rho}{1} & \frac{GK_\tau C_2}{C_3} & \frac{GK_\tau C_1}{C_3} \\ -\frac{R_a}{L_a} & 0 & -\frac{GK_V}{L_a} & 0 \\ 0 & -\frac{R_a}{L_a} & 0 & -\frac{GK_V}{L_a} \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{L_a} & \frac{1}{L_a} \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

siendo ρ la constante de fricción dinámica de las ruedas.

3. Esquema de control propuesto

En esta sección se presenta el desarrollo del esquema de control propuesto, basado en modos deslizantes, para obtener robustez del sistema en lazo cerrado. Se propone una manera de obtener las referencias para los dos motores, con base en el modelo matemático y las posiciones del acelerador y del volante del vehículo eléctrico. Además, se presenta una propuesta de la implementación del controlador.

3.1. Velocidades de referencia

Para encontrar las velocidades que sirven de referencia en el controlador del vehículo se debe considerar la forma en la que se requiere manipular la planta. Los vehículos tradicionales utilizan una dirección mecánica y un pedal para indicar la velocidad. El vehículo eléctrico debe tener los mismos dispositivos de mando, por lo que se necesita encontrar la relación entre el ángulo del volante en conjunto con la posición del pedal y las velocidades angulares de referencia a la entrada del controlador.

Utilizando las ecuaciones (8) y (9), se puede obtener su cinemática inversa, como:

$$\begin{bmatrix} \omega_R \\ \omega_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{r} & \frac{l}{2r} \\ \frac{1}{r} & -\frac{l}{2r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix}. \quad (20)$$

Considerando que el vehículo eléctrico se debe desplazar de igual forma que uno convencional, la relación de la velocidad lineal con la velocidad angular se obtiene de la forma (Wu, Xu y Wang, 2013):

$$\omega = \frac{v \tan(\delta)}{a}. \quad (21)$$

donde δ es el ángulo de dirección del volante. Entonces, las velocidades de referencia para la rueda derecha e izquierda, se obtienen a partir de la ecuación (20) y (21). La inclusión del modelo Ackermann al modelo cinemático inverso cambia las entradas por la velocidad del centro de masa, v , y el ángulo de

dirección, δ . La orientación del volante indica la dirección de la trayectoria, es decir, si $\delta > 0$ el vehículo gira a la izquierda, mientras que si $\delta < 0$ gira a la derecha. Si el ángulo de dirección $\delta = 0$ el vehículo permanece en una trayectoria recta. Con base a las ecuaciones descritas con anterioridad, la Figura 3 presenta el diagrama de bloques usado para la simulación.

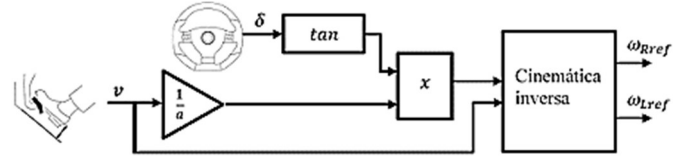


Figura 3: Diagrama de bloques del mando del vehículo.

3.2. Esquema de control en tiempo continuo

La naturaleza de la planta precisa de dos referencias para manipular la velocidad angular de cada rueda. El primer paso de diseño es encontrar una superficie de deslizamiento, el cual iguale a la referencia con la variable a controlar. Considerando las características de la planta y las múltiples entradas, la superficie de deslizamiento debe ser un vector con elementos S_R y S_L .

Para determinar la ley de control se utiliza la técnica de control por bloques, dicha técnica permite separar un modelo en varios subsistemas, de tal manera que la salida de un subsistema se convierte en la entrada del siguiente subsistema (Huerta, Loukianov y Cañedo, 2010).

Definiendo el vector de estado y la entrada de control de la representación matemática del sistema (19) como $\hat{\mathbf{x}}_1 = [x_1, x_2]^T$, $\hat{\mathbf{x}}_2 = [x_3, x_4]^T$ y $\mathbf{u} = [V_R, V_L]^T$, se puede reescribir el modelo matemático del vehículo de la forma:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}_1 = \mathbf{B}_1 \hat{\mathbf{x}}_2, \quad (22)$$

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}_2 = \mathbf{f}_2(\hat{\mathbf{x}}_1, \hat{\mathbf{x}}_2) + \mathbf{B}_2 \mathbf{u} + \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}, t), \quad (23)$$

que tiene la forma controlable por bloques, donde

$$\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} \frac{GK_\tau C_1}{C_3} & \frac{GK_\tau C_2}{C_3} \\ \frac{GK_\tau C_2}{C_3} & \frac{GK_\tau C_1}{C_3} \end{bmatrix}, \mathbf{f}_2(\hat{\mathbf{x}}_1, \hat{\mathbf{x}}_2) = \begin{bmatrix} -\frac{GK_V}{L_a} x_1 - \frac{R_a}{L_a} x_3 \\ -\frac{GK_V}{L_a} x_2 - \frac{R_a}{L_a} x_4 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_a} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_a} \end{bmatrix}.$$

El vector $\mathbf{f}_2(\hat{\mathbf{x}}_1, \hat{\mathbf{x}}_2)$ es acotado, la cota se puede calcular a través de la norma 2, como:

$$\mathbf{f}_2(\hat{\mathbf{x}}_1, \hat{\mathbf{x}}_2) = \sqrt{2} \left(\frac{GK_V}{L_a} \omega_{m,max} + \frac{R_a}{L_a} i_{a,max} \right), \quad (24)$$

donde $\omega_{m,max}$ y $i_{a,max}$ son los valores máximos permitidos para la velocidad del rotor y la corriente de armadura en cada

motor. Además, $\mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}, t)$ es el vector de perturbaciones que incluye variaciones de parámetros, tales como resistencia e inductancia de la armadura, incertidumbres no modeladas, error estático de calibración en los sensores y fricción de las ruedas, además de perturbaciones externas, como son diferentes masas de los conductores, pendientes del camino, voltaje de las baterías, entre otras.

Se considera que los elementos del vector de perturbaciones $\mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}, t)$ son desconocidos y acotados. Además, el vector satisface la condición de acoplamiento, es decir, existe un vector $\bar{\mathbf{g}}(\hat{\mathbf{x}}, t)$, tal que:

$$\mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}, t) = \mathbf{B}_2 \bar{\mathbf{g}}(\hat{\mathbf{x}}, t). \quad (25)$$

Para hacer que las velocidades en el vector $\hat{\mathbf{x}}_1$ tiendan a las velocidades de referencia contenidas en el vector \mathbf{x}_{1ref} , se define el error de seguimiento como:

$$\mathbf{e}_1 = \hat{\mathbf{x}}_1 - \mathbf{x}_{1ref}. \quad (26)$$

Derivando (26) con respecto al tiempo y sustituyendo (22), se obtiene:

$$\dot{\mathbf{e}}_1 = \mathbf{B}_1 \hat{\mathbf{x}}_2 - \dot{\mathbf{x}}_{1ref}. \quad (27)$$

Para estabilizar el bloque (27), se elige el control ficticio, $\hat{\mathbf{x}}_2$, de la forma:

$$\hat{\mathbf{x}}_2 = \mathbf{B}_1^{-1} [\dot{\mathbf{x}}_{1ref} - k_1 \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2], \quad k_1 > 0, \quad (28)$$

donde \mathbf{e}_2 es un vector de errores adicional. Tomando en consideración (27), (28) se puede reescribir de la forma:

$$\dot{\mathbf{e}}_1 = -k_1 \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2. \quad (29)$$

Resolviendo (28) para \mathbf{e}_2 , se obtiene:

$$\mathbf{e}_2 = \mathbf{B}_1 \hat{\mathbf{x}}_2 - \dot{\mathbf{x}}_{1ref} + k_1 \mathbf{e}_1. \quad (30)$$

La derivada de \mathbf{e}_2 en (30) con respecto al tiempo se puede calcular como:

$$\dot{\mathbf{e}}_2 = \mathbf{B}_1 \mathbf{f}_2(\hat{\mathbf{x}}_1, \hat{\mathbf{x}}_2) + \mathbf{B}_1 \mathbf{B}_2 \mathbf{u} - \ddot{\mathbf{x}}_{1ref} + k_1 (-k_1 \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2) + \mathbf{B}_1 \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}, t). \quad (31)$$

Se elige el vector de superficies deslizantes como:

$$\mathbf{s} = \mathbf{e}_2, \quad (32)$$

donde $\mathbf{s} = [s_R \ s_L]^T$. Además, se elige la ley de control como:

$$\mathbf{u} = -k_g (\mathbf{B}_1 \mathbf{B}_2)^{-1} \text{sign}(\mathbf{s}), \quad k_g > 0, \quad (33)$$

siendo $\text{sign}(\mathbf{s}) = [\text{sign}(s_R) \ \text{sign}(s_L)]^T$ y considerando que $\mathbf{B}_1 \mathbf{B}_2$ es no singular si y solo si $C_1 \neq C_2$.

Cuando se cumple la condición de estabilidad (Utkin, Guldner y Shi, 1999):

$$k_g > \|\mathbf{u}_{eq}\|, \quad (34)$$

considerando que $k_1 \in \mathbb{R}^+$, el sistema es exponencialmente estable (Khalil, 1996). Por otro lado, para mostrar la convergencia de las trayectorias del sistema a la superficie $\mathbf{s} = \mathbf{e}_2 = 0$, se considera la función candidata de Lyapunov:

$$V = \frac{1}{2} \mathbf{s}^T \mathbf{s}. \quad (35)$$

Calculando la derivada de (35) a lo largo de las trayectorias de (29) y (31), se obtiene:

$$\dot{V} \leq \|\mathbf{s}\|^2 [\mathbf{B}_1 \mathbf{f}_2(\hat{\mathbf{x}}_1, \hat{\mathbf{x}}_2) - \ddot{\mathbf{x}}_{1ref} + k_1 (-k_1 \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2) + \mathbf{B}_1 \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}, t) - k_g], \quad (36)$$

donde $\|\mathbf{s}\|$ es la norma 2 de \mathbf{s} . Entonces, cuando se cumple la condición de estabilidad:

$$k_g > \|\mathbf{B}_1 \mathbf{f}_2(\hat{\mathbf{x}}_1, \hat{\mathbf{x}}_2) - \ddot{\mathbf{x}}_{1ref} + k_1 (-k_1 \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2) + \mathbf{B}_1 \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}, t)\|, \quad (37)$$

las trayectorias del sistema (29) y (31) convergen al vector \mathbf{s} , (32), en tiempo finito (Utkin, Guldner y Shi, 1999).

Es importante notar que la ganancia k_g en (33) se debe elegir de forma que se obtengan las características de respuesta transitoria y en estado estable requeridas, de tal manera que se satisfaga la desigualdad (37), tomando en cuenta (24) y la magnitud de las perturbaciones a rechazar. Bajo esas condiciones, la ley de control (33) será capaz de rechazar las perturbaciones que cumplan la condición (25) (Utkin, Guldner y Shi, 1999). Además, dado que $\mathbf{u} = [V_R, V_L]^T$, la ganancia k_g debe ser menor que el voltaje nominal de la armadura del motor.

3.3. Esquema de control en tiempo discreto

Para poder realizar la implementación digital del controlador, se debe realizar una discretización del mismo. La condición anterior es un requisito de diseño indispensable, normalmente se exigen condiciones adicionales. En definitiva, es deseable que cualquier discretización conserve las propiedades cualitativas del sistema continuo.

Expresando la ecuación (32) en diferencias se obtiene:

$$\mathbf{s}(k) = \mathbf{B}_1 \hat{\mathbf{x}}_2(k) - \mathbf{x}_{1ref}(k+1) + k_1 \mathbf{e}_1(k), \quad (38)$$

donde k representa el número de la muestra. La dificultad con este esquema radica en encontrar las derivadas de tiempo de las trayectorias de referencia para el k -ésimo estado, es decir, la entrada $\mathbf{x}_{1ref}(k+1)$, $k = 1, 2, \dots, n$. Este problema se ha resuelto mediante diferenciación numérica (Utkin, Guldner y Shi, 1999), considerando:

$$\dot{\mathbf{x}}_{1ref} \approx \frac{\mathbf{x}_{1ref}(k) - \mathbf{x}_{1ref}(k-1)}{\Delta T}, \quad (39)$$

donde ΔT es el periodo de muestreo, el cual debe corresponder a la dinámica más rápida del sistema, por lo que $\Delta T = t_s/100$, donde t_s es el tiempo de asentamiento de los motores. Entonces, sustituyendo (39) en (38), se obtiene la ecuación que representa a la variedad deslizante en tiempo discreto como:

$$s(k) = B_1 \hat{x}_2(k) - \frac{x_{1ref}(k) - x_{1ref}(k-1)}{\Delta T} + k_1 (\hat{x}_1(k) - x_{1ref}(k)). \quad (40)$$

Por otro lado, considerando (32), la acción de control $u(k)$ en tiempo discreto, requerida para atraer las trayectorias del sistema hacia la superficie deslizante $s(k)$, se puede escribir como:

$$u(k) = -k_g (B_1 B_2)^{-1} sign(s(k)). \quad (41)$$

Esta acción de control está dada a partir de consideraciones ligadas a la teoría de estabilidad de Lyapunov, y por tanto, una vez que la trayectoria solución en el espacio de estados alcanza la región deseada, esta se mantiene en modo invariante y asintótico (Utkin, 2013).

La condición de existencia para sistemas discretos está dada por:

$$|s(k+1)| < |s(k)|. \quad (42)$$

Dada la naturaleza de la ecuación (41), no se requiere el uso de PWM. Para desarrollar la programación del controlador por modos deslizantes, se requiere representar el algoritmo en un diagrama de flujo. En la Figura 4 se presenta el diagrama de flujo para implementar el controlador.

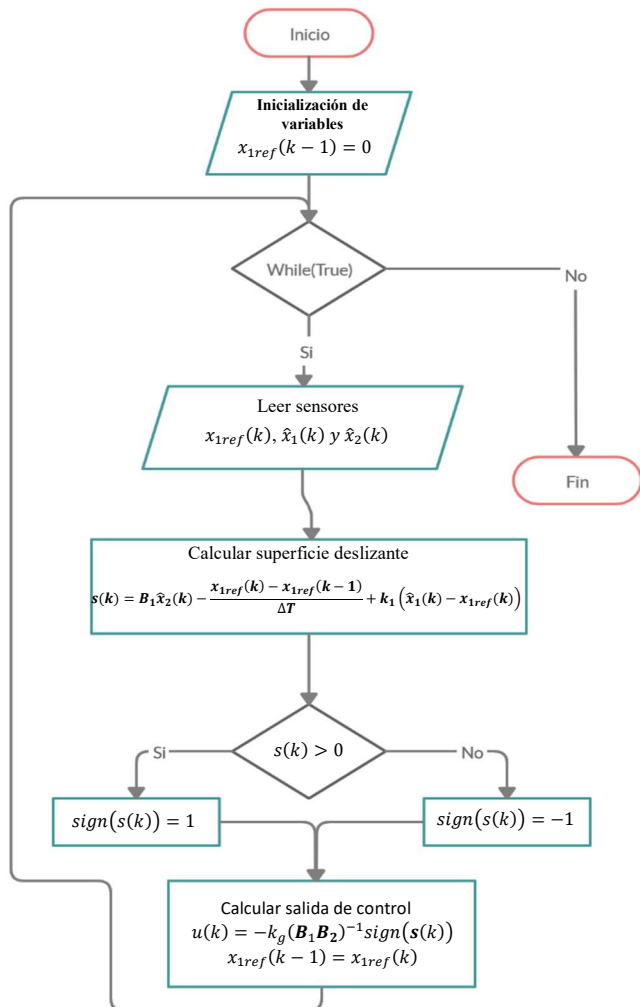


Figura 4: Diagrama de flujo para la implementación del controlador por modos deslizantes.

3.4. Consideraciones para la implementación

En la implementación del controlador por modos deslizantes propuesto, se requiere del uso de sensores, en este caso de velocidad y de corriente, mediciones requeridas en el vector de superficies (40). El sensor de velocidad puede ser un tacogenerador, cuyo voltaje es proporcional a la velocidad angular. Otro sensor a considerar es un encoder, en el cual un tren de pulsos es proporcional a la velocidad angular.

Para el uso del sensor de corriente basta con una resistencia, generalmente se utiliza tipo shunt, con la que se puede determinar la intensidad de corriente eléctrica que fluye a través de la carga, mediante la medición de la diferencia de voltaje a través de la misma.

Una de las ventajas del controlador por modos deslizantes discretizado, es que para su implementación no requiere de un convertidor digital a analógico (DAC por sus siglas en inglés). La señal de control conmuta entre dos niveles de voltaje uno alto y otro bajo, siendo esta una señal discreta. Dicha señal es enviada directamente a un convertidor de potencia, para posteriormente ser enviada al sistema de propulsión.

El diagrama para la implementación se presenta en la Figura 5, donde el controlador, los sensores y los actuadores están conectados entre sí. Cabe mencionar que el controlador basado en cinemática está incluido en el mismo dispositivo embebido. También es posible notar que los dispositivos de mando están conectados al sistema embebido.

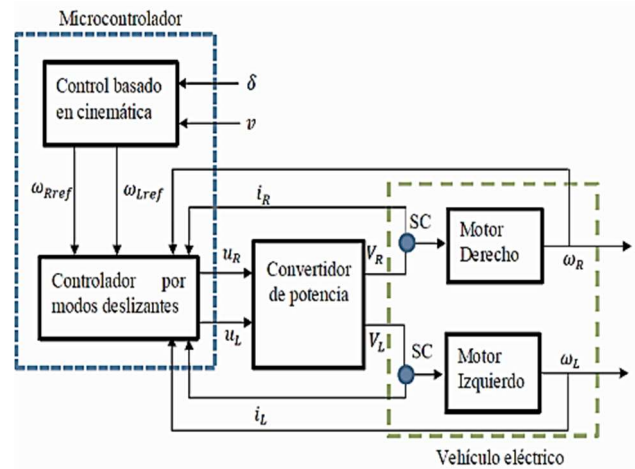


Figura 5: Diagrama para la implementación del controlador para vehículo eléctrico (SC: Sensor de Corriente).

4. Resultados

En esta sección se muestran los resultados obtenidos de las simulaciones realizadas para verificar el desempeño del esquema de control propuesto. Los parámetros que se utilizaron se muestran en la Tabla 1, que corresponden a un prototipo que está en desarrollo en el Centro Universitario de los Valles, de la Universidad de Guadalajara. La posición inicial del centro de masa del vehículo para las simulaciones presentadas es $x(0) = 0$, $y(0) = 0$, $\theta(0) = \pi/4$. En cada simulación se muestran los voltajes de entrada aplicados a cada motor, la posición final del centro de masa del vehículo con respecto al sistema x, y y la orientación final del centro de masa del vehículo en el tiempo. El tiempo considerado en cada simulación es de 20 segundos.

Tabla 1: Parámetros del vehículo eléctrico.

Símbolo	Descripción	Valor
M	Masa del vehículo	87 kg
a	Longitud del vehículo	1.36 m
l	Distancia entre ruedas	0.95 m
m	Masa de una rueda	3 kg
r	Radio de las ruedas	0.1778 m
G	Reducción mecánica	65:15
J	Momento de inercia del rotor	16 kg·cm ²
I_v	Momento de inercia vertical	65431.25 kg·cm ²
I_i	Momento de inercia de las ruedas	1 cm ³ /g →
R_a	Resistencia del devanado	0.9891 Ω
B	Fricción viscosa	Se desprecia
L_a	Inductancia del devanado	362.803x10 ⁻⁶ H
K_t	Constante de par	0.0688 N·m/A
K_v	Constante de fuerza contra electromotriz	0.0688 V/rad/s
ρ	Constante de fricción dinámica	Se desprecia

En la Figura 6, se muestran los resultados del vehículo en lazo abierto, al aplicar voltajes a los motores con igual magnitud, es decir, $V_R = V_L = 12 V$, por tal razón el vehículo mantiene la misma velocidad angular en las ruedas. Se puede apreciar que el centro de masa del vehículo se mueve en una línea recta con inclinación de $\theta(0) = \pi/4$. en el plano x, y , y el ángulo de posicionamiento se mantiene constante.

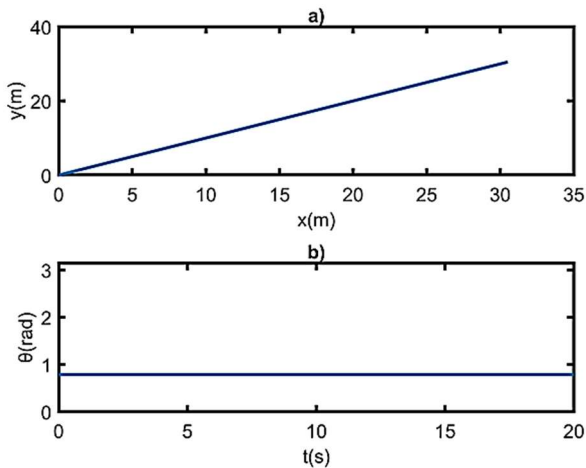


Figura 6: Simulación con entradas de voltaje iguales para cada motor a) desplazamiento del vehículo b) ángulo de orientación.

En la Figura 7 se muestra la simulación en lazo abierto, los voltajes aplicados a los motores son diferentes, el voltaje en el motor derecho es igual a 12.35 V y en el izquierdo es de 12 V, por lo que el centro de masa del vehículo describe una trayectoria curva en sentido antihorario, debido a que se desarrolla una velocidad angular mayor en la rueda derecha con respecto a la izquierda y el ángulo de posicionamiento aumenta a partir de su posición inicial, $\theta(0) = 0$.

Para la simulación en lazo cerrado del sistema (19) con la ley de control (33) se utilizaron y la estructura del diagrama que se muestra en la Figura 8, donde se observa el controlador basado en cinemática, que relaciona a los dispositivos de mando con las velocidades de referencia. También se puede observar el controlador por modos deslizantes, que requiere las mediciones de las velocidades angulares de las ruedas y las corrientes de armadura de cada motor. Las ganancias de la ley de control (33) se definieron como $k_g = 9300$ y $k_1 = 100$.

Además, las cotas para la segunda derivada de la referencia, \ddot{x}_{1ref} , y el término de perturbación, $B_1 g(\hat{x}, t)$, en (37) se consideraron como el 5% de la ganancia de control, k_g , para cada uno de estos términos.

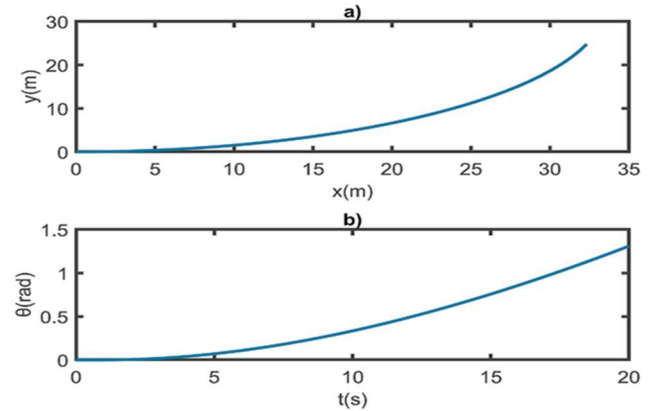


Figura 7: Simulación para voltaje 12.35 V en el motor derecho, y 12 V en el motor izquierdo a) desplazamiento del vehículo b) ángulo de orientación.

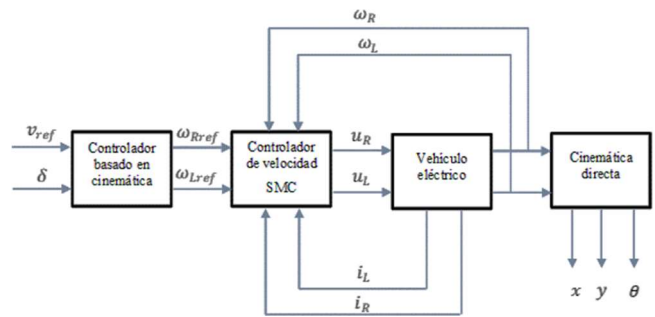


Figura 8: Diagrama de bloques del vehículo eléctrico con controlador de velocidad y mando.

El principal objetivo del controlador es mantener la velocidad lineal y dirección de referencia en el vehículo. En la Figura 9 se presentan los resultados de simulación del seguimiento de referencia considerando dos situaciones diferentes. En el seguimiento 1, se introduce en la referencia una aceleración en rampa, para posteriormente establecerse en una velocidad fija de 3.6 km/h en $t = 2$ s.

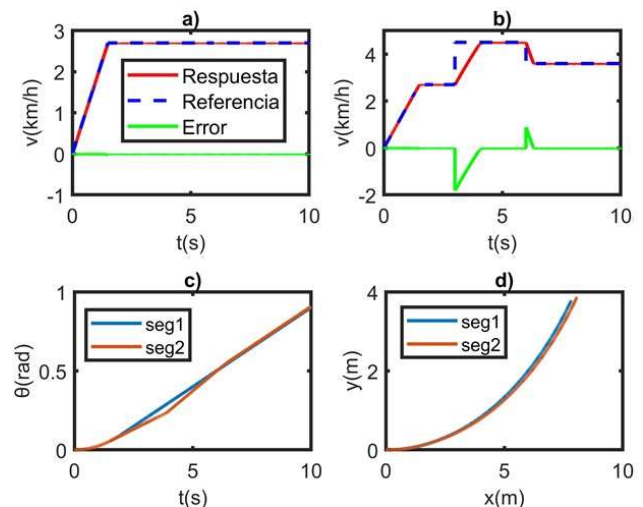


Figura 9: Seguimiento de la referencia en lazo cerrado a) Seguimiento 1 b) Seguimiento 2 c) Ángulo de orientación d) Desplazamiento del vehículo.

En el seguimiento 2, se introduce en la referencia una aceleración en rampa desde $t=0$ s hasta $t=1.5$ s, que se establece en 2.8 km/h de forma fija. En $t=3$ s, se introduce un cambio en forma de escalón para establecerse en 4.3 km/h y por último en $t=6$ s, se produce un escalón de bajada para establecerse en 3.6 km/h, de la misma forma que en el seguimiento 1. En la misma simulación se puede apreciar, en la Figura 9, el ángulo de orientación y el desplazamiento del vehículo, del seguimiento 1 y el seguimiento 2. La referencia en la dirección es de $\delta=0.135$ rad, lo que equivale a que el vehículo realice una curva de radio $R=10$ m. Se puede notar que, a pesar de los diferentes cambios de velocidad, el controlador mantiene, en cada caso, un desplazamiento con una escasa diferencia entre ambas trayectorias.

En el ángulo de orientación se puede apreciar la misma situación que en el desplazamiento, la orientación tiene una discrepancia mayor en la zona donde existe mayor incremento en la referencia. Sin embargo, el controlador alcanza de forma efectiva a la referencia de forma asintótica, tanto en la velocidad como en la orientación.

Además, como se puede ver en la Figura 9, para el seguimiento de velocidad, no se tiene error en estado estable. Cuando se presentan incrementos en la velocidad en forma de rampa se tiene un seguimiento exacto, sin variaciones. Cuando se incluyen incrementos de velocidad instantáneos, como en una función escalón, se presentó un tiempo de estabilización de $t=0.937$ s cuando subió la velocidad y $t=0.486$ s para la disminución de la velocidad.

Para realizar la simulación ante variaciones de parámetros se tomó como referencia una velocidad de 5 km/h y un ángulo de orientación $\delta=0.135$ rad, con curvatura hacia la izquierda de radio $R=10$ m en su trayectoria. Se utilizó una variación estática en el motor derecho con respecto al izquierdo, con un incremento de la resistencia e inductancia en un 10%, mientras que el incremento de la variación de la constante de par es del 2%. Los resultados de la velocidad, orientación y desplazamiento del vehículo, con y sin perturbaciones, se pueden apreciar en la Figura 10.

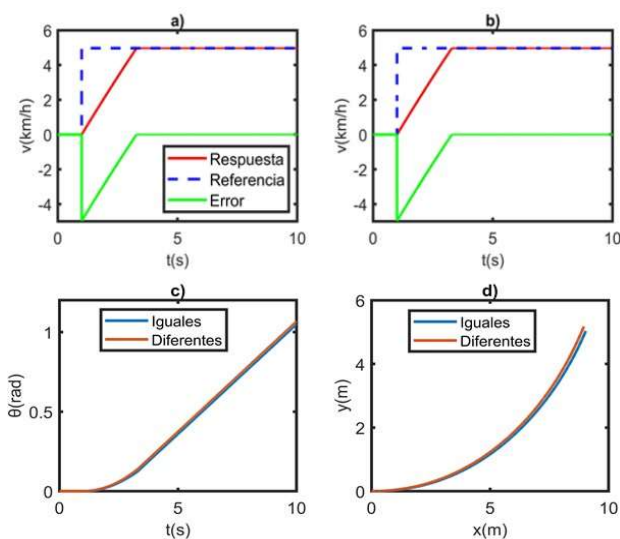


Figura 10. Simulación con parámetros iguales y diferentes, R_a y L_a del 10% y K_T del 2% a) Respuesta con parámetros iguales b) Respuesta con parámetros diferentes c) Orientación del vehículo d) Desplazamiento del vehículo.

El sistema alcanza la referencia, pero existe una pequeña diferencia en el estado transitorio. El cambio en el estado transitorio genera también pequeños cambios en la trayectoria. Cuando el sistema no tiene perturbaciones, la velocidad presenta un tiempo de estabilización de $t=2.307$ s, en cambio, con perturbaciones, el tiempo de estabilización es de $t=2.424$ s. No se muestran sobre impulsos ni errores en estado estable en los dos casos. Aunque se presentan las variaciones mencionadas, el esquema de control es capaz de mantener la estabilidad del sistema en lazo cerrado, garantizando un comportamiento satisfactorio del vehículo cuando se presentan perturbaciones internas, tales como variaciones de parámetros.

Una de las principales perturbaciones externas que se pueden presentar en los vehículos es la variación de la masa. Por lo anterior, se simularon diferentes condiciones para la masa del conductor. En la Figura 11 se presentan los resultados para diferentes masas de conductores, las masas de prueba son 70 kg, 100 kg y 130kg. En la Figura 11 se puede apreciar el desplazamiento del vehículo con las tres condiciones de carga. El efecto de carga produce un tiempo de asentamiento más largo, proporcional a la masa del conductor, se presentan tiempos de estabilización de $t=2.037$ s, $t=2.497$ s y $t=3.146$ s, para las masas de 70 kg, 100 kg y 130kg, respectivamente. Nuevamente, no se presentan sobre impulsos ni errores en estado estable. Sin embargo, con el esquema de control propuesto es posible mantener la estabilidad del vehículo, a pesar de las perturbaciones externas, en este caso la masa del conductor.

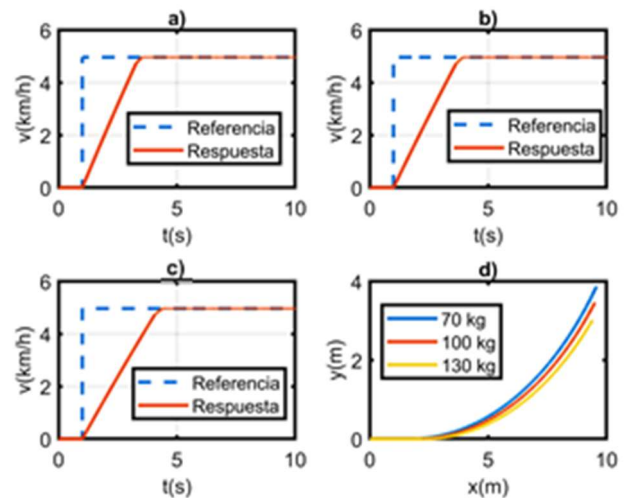


Figura 11: Simulación con diferentes masas de conductores a) Seguimiento con 70 kg b) Seguimiento con 100 kg c) Seguimiento con 130 kg y d) Desplazamiento del vehículo.

Para verificar la respuesta del sistema en lazo cerrado cuando se presentan variaciones en la pendiente del camino, se introdujeron este tipo de perturbaciones. En la Figura 12 se observa el comportamiento del controlador cuando existe una pendiente que, en lazo abierto, produciría una disminución cercana a la cuarta parte de la velocidad de referencia. Como se puede ver, el controlador es capaz de mantener la velocidad de referencia, después de que se introduce la variación en la pendiente, lo que demuestra la robustez del controlador ante este tipo de perturbaciones externas, cumpliendo el objetivo del controlador, que es mantener la velocidad de referencia del vehículo.

El controlador tiene una respuesta rápida con un tiempo de asentamiento máximo de aproximadamente un segundo, el cual depende directamente de k_g , ofreciendo estabilidad robusta y alcance de la referencia de forma asintótica, muy similar en ambos motores.

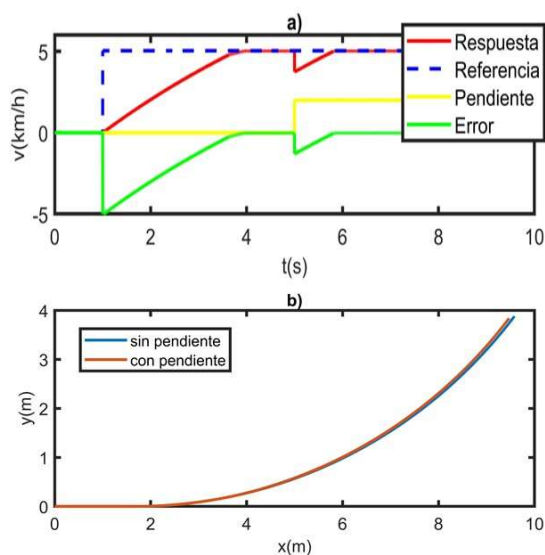


Figura 12. Vehículo sometido a una pendiente a) Respuesta en lazo cerrado b) Desplazamiento del vehículo.

5. Conclusiones

En el presente artículo, se presentó un esquema de control basado en modos deslizantes, para regular la velocidad de un vehículo eléctrico, considerando un vehículo con dos motores en su eje trasero. La implementación del método es relativamente sencilla; al tener presente los elementos que comprenden a la superficie deslizante, requiriendo únicamente la adecuada selección de los sensores. No requiere una carga computacional alta para su implementación.

La simulación del controlador en lazo cerrado permitió comprobar que la técnica de modos deslizantes es capaz de realizar la regulación de la velocidad, considerando la velocidad diferencial requerida en los dos motores. Además, el esquema propuesto ofrece robustez ante variaciones paramétrica y perturbaciones externas. Estos resultados positivos justifican el estudio realizado y se constituyen en el punto inicial para continuar con el análisis de control para los efectos de aceleración.

Referencias

- Al-Fiky, H. T., 2019. Electronic Differential Optimization for Electric Vehicle Full Model for In-Wheel Permanent Magnet Brushless DC Motors. 2019 IEEE 7th International Conference on Control, Mechatronics and Automation, ICCMA 2019, pp. 15–20. DOI: 10.1109/ICCMA46720.2019.8988695
- Aligia, D. A., Magallán, G. A., De Angelo, C. H., 2018. Control de Tracción para un Vehículo Eléctrico basado en Observadores no Lineales. Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial 15(1), 112–123. DOI: 10.4995/riai.2017.8736
- Arévalo-Castiblanco, M. F., 2018. Controlador LQR y SMC Aplicado a Plataformas Pendulares. Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial 15(4), 374–383. DOI: 10.4995/riai.2017.9101
- Gómez, F. J., Yebra, L. J., A. Giménez, Torres-Moreno, J. L., 2019. Modelado de baterías para aplicación en vehículos urbanos eléctricos ligeros. Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial 16(4), 459–466. DOI: 10.4995/riai.2019.10609

- Huerta, H., Loukianov, A. G., Cañedo, J. M., 2010. Decentralized sliding mode block control of multimachine power systems. International Journal of Electrical Power and Energy Systems 32(1), 1–11. DOI: 10.1016/j.ijepes.2009.06.016
- Huerta, H., Osorio, R., Vázquez, N., 2017. Nonlinear robust control of a machine to make thin films. Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial 14(3), 246–255. DOI: 10.1016/j.riai.2017.04.002
- Khalil, H. (Third Ed), 1996. Nonlinear Systems. Prentice Hall, New Jersey.
- Khan-Ngern, W., 2018. Embedded Electronic Differential System on Two Brushless DC Motor Drives for Electric Vehicle Steering Control. 2018 International Conference on Embedded Systems and Intelligent Technology and International Conference on Information and Communication Technology for Embedded Systems, ICESIT-ICICTES 2018. IEEE, pp. 1–4. DOI: 10.1109/ICESIT-ICICTES.2018.8442060
- Krause, P. C., Wasynczuk, O., Sudhoff, S. D. (Second Ed), 2002. Analysis of Electric Machinery and Drive Systems. IEEE Press, New York.
- L. Linfeng et al., 2017. Robust chattering-free sliding mode control of electronic throttle systems in drive-by-wire vehicles. 36th Chinese Control Conference (CCC), pp. 9513–9518
- Mañas-Álvarez, F., Blanco-Claraco, J., Torres-Moreno, J., & Giménez-Fernández, A. 2020 abr 7. Modelado y control multivariable del vehículo urbano eléctrico UAL-eCARM. Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial 17(2), 144–145. DOI: 10.4995/riai.2019.12679
- Moriano, P., Naranjo, F., 2012. Modelado y control de un nuevo sistema bola viga con levitación magnética. Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial 9(3), 249–258. DOI: 10.1016/j.riai.2012.05.008
- Ni, J., Hu, J., Xiang, C., 2019. Robust control in diagonal move steer mode and experiment on an x-by-wire ugv. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics 24(2), 572–584.
- De Novellis, L. et al., 2014. Comparison of feedback control techniques for torque-vectoring control of fully electric vehicles. IEEE Transactions on Vehicular Technology 63(8), 3612–3623.
- Ortega, R. et al., 1998. Passivity-based Control of Euler-Lagrange Systems. Springer Verlag, London, England.
- Pérez, J. et al., 2010. Adelantamiento con vehículos autónomos en carreteras de doble sentido. Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial 7(3), 25–33. DOI: 10.4995/riai.2010.03.02
- Prieto, P. J. et al., 2015. Estabilidad para un control borroso en modo deslizante aplicado a un robot paralelo neumático. Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial 12(4), 488–496. DOI: 10.1016/j.riai.2015.09.008
- Rajamani, R. (Second Ed), 2012. Vehicle dynamics and control. Springer Verlag, Boston.
- Raygosa-Barahona, R. et al., 2015. Control Libre de Modelo basado en Modos Deslizantes Integrales para Robots Submarinos Subactuados. Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial 12(3), 313–324. DOI: 10.1016/j.riai.2015.04.004
- Setiawan, J. D. et al., 2019. Modeling and Analysis of Lateral Control System on Electronic Differential for 2-Independent-Wheel Drive Electric Urban Bus. 2018 5th International Conference on Electric Vehicular Technology, ICEVT 2018. IEEE, pp. 36–40. DOI: 10.1109/ICEVT.2018.8628428
- Tian, J., Tong, J. and Luo, S., 2018. Differential steering control of four-wheel independent-drive electric vehicles. Energies 11(2892), 1–18. DOI: 10.3390/en1112892
- Ullah, N. et al., 2019. Control deslizante fraccionario de la trayectoria y orientación de un quadrotor con cargas suspendidas desconocidas. Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial 16(3), 321–331. DOI: 10.4995/riai.2019.9951
- Utkin, V., 2013. Sliding mode control of DC/DC converters. Journal of the Franklin Institute 350(8), 2146–2165. DOI: 10.1016/j.jfranklin.2013.02.026
- Utkin, V. I., Guldner, J. and Shi, J. 1999. Sliding Mode Control in Electromechanical Systems. Taylor & Francis, London.
- Villagrà, J. et al., 2010. Control basado en PID inteligentes: aplicación al control de cruceo de un vehículo a bajas velocidades. Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial 7(4), 44–52. DOI: 10.1016/S1697-7912(10)70059-5
- Wu, X., Xu, M. and Wang, L., 2013. Differential Speed Steering Control for Four-Wheel Independent Driving Electric Vehicle. International Journal of Materials, Mechanics and Manufacturing, (May), pp. 355–359. DOI: 10.7763/ijmmm.2013.v1.77