

Resumen

La cuantificación de la incertidumbre está compuesta por una serie de métodos y técnicas computacionales cuyo objetivo principal es describir la aleatoriedad presente en problemas de diversa índole. Estos métodos son de utilidad en la modelización de procesos biológicos, físicos, naturales o sociales, ya que en ellos aparecen ciertos aspectos que no pueden ser determinados de manera exacta. Por ejemplo, la tasa de contagio de una enfermedad epidemiológica o el factor de crecimiento de un volumen tumoral dependen de factores genéticos, ambientales o conductuales. Estos no siempre pueden definirse en su totalidad y por tanto conllevan una aleatoriedad intrínseca que afecta en el desarrollo final. El objetivo principal de esta tesis es extender técnicas para cuantificar la incertidumbre en dos áreas de las matemáticas: el cálculo de ecuaciones diferenciales fraccionarias y la modelización matemática.

Las derivadas de orden fraccionario permiten modelizar comportamientos que las derivadas clásicas no pueden, como por ejemplo los efectos de memoria o la viscoelasticidad en algunos materiales. En esta tesis, desde un punto de vista teórico, se extenderá el cálculo fraccionario a un ambiente de incertidumbre, concretamente en el sentido de la media cuadrática. Se presentarán problemas de valores iniciales fraccionarios aleatorios. El cálculo de la solución, la obtención de las aproximaciones de la media y varianza de la solución y la aproximación de la primera función de densidad de probabilidad de la solución son conceptos que se abordarán en los próximos capítulos. Sin embargo, no siempre es sencillo obtener la solución exacta de un problema de valores iniciales fraccionario aleatorio. Por ello en esta tesis también se dedicará un capítulo para describir un procedimiento numérico que aproxime su solución.

Por otro lado, desde un punto de vista más aplicado, se desarrollan técnicas computacionales para cuantificar la incertidumbre en modelos matemáticos. Combinando estas técnicas junto con modelos matemáticos apropiados, se estudiarán problemas de dinámica biológica. En primer lugar, se determinará la cantidad de portadores de meningococo en España con un modelo de competencia de Lotka-Volterra fraccionario aleatorio. A continuación, el volumen de un tumor ma-

mario se modelizará mediante un modelo logístico con incertidumbre. Finalmente ayudándonos de un modelo matemático que describe el nivel de glucosa en sangre de un paciente diabético, se pretende dar una recomendación de carbohidratos e insulina que se debe de ingerir para que el nivel de glucosa del paciente esté dentro de una banda de confianza saludable. Es importante subrayar que para poder realizar estos estudios se requieren datos reales, los cuales pueden estar alterados debido a los errores de medición o proceso que se han cometido para obtenerlos. Por este motivo, modelizar correctamente el problema junto con la incertidumbre en los datos es de vital importancia.