



# BALANCES DE ENERGÍA: BÚSQUEDA DE SOLUCIONES MEDIANTE CÁLCULOS NUMÉRICOS Y/O TABLAS DE VAPOR

<b>Apellidos, nombre</b>	<b>Fombuena Borràs, Vicent (vifombor@upv.es) Cardona Navarrete, Salvador C. (scardona@iqn.upv.es) Domínguez Candela, Iván (ivdocan@doctor.upv.es)</b>
<b>Departamento</b>	<b>Departamento de Ingeniería Química y Nuclear (DIQN)</b>
<b>Centro</b>	<b>Escuela Politécnica Superior de Alcoy (EPSA) Universitat Politècnica de València (UPV)</b>

## 1 Resumen de las ideas clave

Los balances energía son necesarios en cualquier proceso industrial. En la gran mayoría de procesos, se hace uso de equipos donde el principal objetivo es acondicionar la materia antes de introducirse en la etapa química, siendo esta donde se obtiene los productos. Los equipos más comunes son los intercambiadores de calor, los cuales permiten enfriar o calentar una cantidad determinada de materia.

Las calderas de agua son equipos muy comunes en cualquier industria, o incluso en nuestro día a día. Es necesario un perfecto entendimiento por parte del alumno, ya que es uno de los equipos unitarios más utilizados. Por tanto, es tarea del docente familiarizar a los alumnos con el manejo de los balances de energía y, además, proporcionar posibles alternativas que serán útiles para su futuro profesional.

En este artículo docente, se planteará un problema sencillo donde interviene una caldera de agua, que previamente no se conoce el estado físico en el que se encuentra. Mediante la resolución de balances de energía, se irá deduciendo en que estado físico se encuentra a través de los resultados obtenidos. Durante el artículo se plantean preguntas que realizaría el alumno y se responden de tal forma que, les permita tener un pensamiento crítico. Por último, se le facilitará una posible alternativa al alumno para poder resolver el problema de una forma más sencilla y directa.

## 2 Introducción

En cualquier proceso de ingeniería química hay un intercambio de masa y energía, donde puede haber acumulación o generación de materia. Uno de los puntos más importantes en los procesos químicos es la energía que se debe emplear. En casi todos los procesos, es necesario realizar cambios de temperaturas mediante intercambiadores de calor, ya sea para calentar o enfriar la materia. A pesar de que la cantidad y tipo de materia a introducir en el proceso industrial es importante, la energía necesaria para el proceso también es crucial. Pero **¿por qué es necesario calcular dicha energía?** La energía necesaria es importante principalmente por los siguientes motivos [1]:

- En planteamiento de un proceso industrial debe tener en cuenta no únicamente la materia requerida, si no la energía necesaria para que se produzca. Cuantificar la energía necesaria permite seleccionar los equipos necesarios en una determinada industria.
- El conocimiento de la energía requerida permite conocer los costes de operación.
- En muchas situaciones, el planteamiento del balance de energía permite resolver las variables del proceso.

En los procesos donde es necesario realizar balances de energía, ya sea procesos más complejos o equipos individuales más sencillos, es necesario conocer con exactitud todas las propiedades termodinámicas de los componentes con los que se trabajará. Estas propiedades, son necesarias para conocer la energía necesaria que se debe suministrar en un determinado proceso o equipo. Durante el cálculo de los balances de energía, dichas tablas son necesarias para poder realizar el cálculo de entalpía de una determinada corriente, o incluso para determinar a que temperatura saldrá un determinado componente. Hay situaciones en las que los cambios de fase pueden dificultar o hacer más farragosos los cálculos, ya que se debe suponer en que estado físico se encuentra. Pero **¿es posible resolver ciertos problemas empleando algún método más sencillo y directo?** Mediante el empleo de las tablas de vapor, es posible

facilitar los cálculos, siempre teniendo en cuenta que se debe realizar una estimación inicial. Por tanto, es de vital importancia poder mostrar al alumno diferentes métodos para poder resolver problemas donde intervenga los balances de energía. De esta forma, se podrá valorar en que situación es conveniente o no, realizar una estimación a la hora de resolver dichos problemas.

### 3 Objetivos

Una vez realizada la lectura del artículo, el alumno será capaz de:

- Aplicar balances de energía para la resolución de un calentador de agua
- Identificar cuando los resultados obtenidos proporcionan suficiente información para la toma de decisiones.
- Aplicar las tablas de vapor como alternativa para la búsqueda de soluciones

### 4 Desarrollo

A continuación, se indicará el problema a resolver donde se realizará una comparación en la forma de resolución del problema. Se emplearán cálculos energéticos y se compararán con las tablas de vapor, para comprobar si existe un error significativo en la forma de resolver el problema.

Se dispone de un calentador de agua donde el elemento calefactor es una resistencia eléctrica de resistencia  $0.1 \Omega$  y está a una tensión de  $220 \text{ V}$ . Un flujo másico de agua de  $0.5 \text{ kg/s}$  entra a una presión de  $P_e=1 \text{ bar}$  y a una temperatura de  $T_e=20 \text{ }^\circ\text{C}$ . Se desea determinar las condiciones de salida del calentador, considerando que está perfectamente aislado. Además, realiza el mismo cálculo haciendo uso de las tablas de vapor y compáralos.

Datos:  $c_{pL}=4.1927 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})$

Lo primero que se debe realizar nada más leer el enunciado del problema, es dibujar un diagrama de flujo con los datos proporcionados. En la Figura 1 se puede observar el diagrama obtenido.

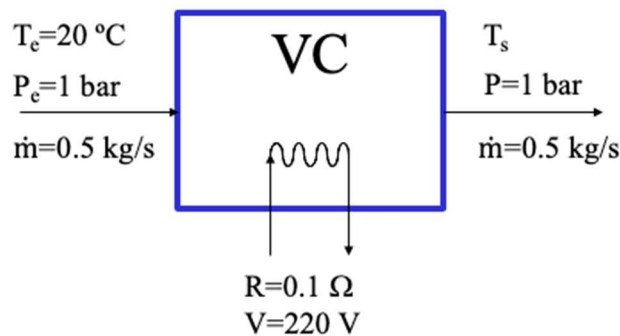


Figura 1. Calentador de agua

En principio, se calculará la temperatura de salida ( $T_s$ ) para conocer si ha cambiado o no de estado físico. Para conocer dicha temperatura, es necesario realizar un balance de energía, siendo la ecuación general la que se muestra a continuación:

$$\sum_{\text{entrada}} [\dot{m}_e \cdot h_e] - \sum_{\text{salida}} [\dot{m}_s \cdot h_s] + \sum q + \sum w = \frac{dU_{v,c}}{dt}$$



En este caso, se trata de un sistema en estado estacionario (si no se dice lo contrario), donde no hay trabajo, pero si que existe intercambio de calor ( $q$ ) proporcionado por la resistencia. Por tanto, la ecuación utilizada sería:

$$\sum_{\text{entrada}} [\dot{m}_e \cdot h_e] - \sum_{\text{salida}} [\dot{m}_s \cdot h_s] + \sum q = 0$$

Donde  $h$ :

$$h = h_w^0 + c_{pL} \cdot (T_f - T^0)$$

Siendo  $h_w^0$  el calor de formación y  $T^0$  la temperatura en condiciones estándar;  $c_{pL}$  la capacidad calorífica del líquido; y  $T_f$  la temperatura de trabajo.

Respecto al calor proporcionado por la resistencia, **¿cómo se obtiene dicho valor? ¿es posible relacionar la resistencia y voltaje con el calor que proporciona?**

Es posible conocer el calor que está proporcionando la resistencia a través de la siguiente ecuación:

$$q = \frac{V^2}{R}$$

De esta forma, realizando los balances de energía se obtiene:

$$[\dot{m} \cdot h_e] - [\dot{m} \cdot h_s] + \frac{V^2}{R} = 0$$

$$\dot{m} \cdot (h_w^0 + c_{pL} \cdot (T_e - T^0)) - \dot{m} \cdot (h_w^0 + c_{pL} \cdot (T_s - T^0)) + \frac{V^2}{R} = 0$$

Realizando operaciones se llega a la siguiente expresión:

$$\dot{m} \cdot c_{pL} \cdot (T_e - T_s) + \frac{V^2}{R} = 0 \rightarrow T_s = T_e + \frac{V^2}{\dot{m} \cdot c_{pL} \cdot R}$$

Para poder calcular la temperatura de salida, se hará uso de  $c_{pL}$  proporcionado por el enunciado. Se debe mencionar que dicho valor se obtiene de las tablas de propiedades termodinámicas del agua, donde el valor permanece casi constante desde los 20 hasta los 99.6 °C para presión de 1 bar [2], que es donde se produce el cambio de fase a dicha presión. Ahora se procede a resolver la ecuación X.

$$T_s = 20 \text{ } ^\circ\text{C} + \frac{(220 \text{ V})^2}{0.5 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \cdot 4.1927 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 0.1 \Omega \cdot 1000} = 250.88 \gg 99.63 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Tras obtener el dato de la temperatura de salida de la caldera, **¿es posible concluir que el agua de la caldera está en fase vapor?**

A priori, con este dato ya podemos afirmar que ha ocurrido **un cambio de fase** ya que la temperatura de salida excede a la del cambio de fase. Aún así, no podremos afirmar que todo el líquido está en fase gas hasta que no realicemos el balance de energía completo. Por tanto, dicho valor es cualitativo, pero para conocer la temperatura de salida real es necesario tener en cuenta el propio cambio de fase.

**El siguiente paso** sería volver a calcular la temperatura de salida teniendo en cuenta que en la salida hay vapor, ya que las temperaturas tan altas nos indica que saldrá en ese estado físico. El procedimiento de calculo será similar al comentado con anterioridad, solo que en este caso se debe tener en cuenta el cambio de fase en la salida a la hora de calcular las entalpías. Se define de la siguiente forma:



$$h = h_w^0 + c_{pL} \cdot (T_\lambda - T^0) + \lambda + c_{pV} \cdot (T - T_\lambda)$$

La primera parte de la expresión (de izquierda a derecha) hace referencia al calor de formación más el calor específico del líquido hasta la temperatura de cambio de fase, el cual es la energía necesaria para elevar 1 °C por una unidad de masa. La segunda parte es el calor latente ( $\lambda$ ), es decir, la energía necesaria para que una determinada sustancia cambie de estado. Por último, la tercera parte hace referencia al calor específico en fase gas desde la temperatura de cambio de fase ( $T_\lambda$ ) hasta una determinada.

Una vez definida la entalpía para cambios de fase, se procede a realizar el balance de energía del problema propuesto.

$$[\dot{m} \cdot h_e] - [\dot{m} \cdot h_s] + \frac{V^2}{R} = 0$$

$$\dot{m} \cdot (h_w^0 + c_{pL} \cdot (T_e - T^0)) - \dot{m} \cdot (h_w^0 + c_{pL} \cdot (T_\lambda - T^0) + \lambda + c_{pV} \cdot (T - T_\lambda)) + \frac{V^2}{R} = 0$$

Realizando operaciones, se obtiene la siguiente expresión:

$$\dot{m} \cdot (c_{pL} \cdot (T_e - T_\lambda) - \lambda - c_{pV} \cdot (T - T_\lambda)) + \frac{V^2}{R} = 0$$

Como el objetivo es conocer la temperatura de salida, despejando se obtiene:

$$T = T_\lambda + \frac{V^2}{\dot{m} \cdot c_{pV} \cdot R} + \frac{c_{pL} \cdot (T_e - T_\lambda) - \lambda}{c_{pV}}$$

Ahora es posible realizar los cálculos, pero previamente se deben conocer todos los datos de la expresión. Respecto a  $c_{pV}$ , se puede obtener de las tablas termodinámicas del agua, siendo  $c_{pV} = 2.0775 \frac{kJ}{kg \cdot K}$ . Lo mismo ocurre con el calor latente  $\lambda = 2258 \frac{kJ}{kg}$  y la temperatura de cambio de fase  $T_\lambda = 99.6 \text{ } ^\circ\text{C}$ . Por tanto, la ecuación quedaría:

$$T_s = 99.6 \text{ } ^\circ\text{C} + \frac{(220 \text{ V})^2}{0.5 \frac{kg}{s} \cdot 2.0775 \frac{kJ}{kg \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 0.1 \Omega \cdot 1000} + \frac{4.1927 \frac{kJ}{(kg \cdot ^\circ\text{C})} \cdot (20 \text{ } ^\circ\text{C} - 99.6 \text{ } ^\circ\text{C}) - 2258 \frac{kJ}{kg}}{2.0775 \frac{kJ}{kg \cdot ^\circ\text{C}}}$$

El resultado obtenido es  $T_s = -682.01 \text{ } ^\circ\text{C}$  siendo, por tanto, un valor no coherente. Entonces, **¿Qué no está indicando dicho resultado? y ¿Qué paso se debe seguir a continuación?**

Este resultado nos está indicando que no todo es vapor de agua, ya que el valor no es coherente. Por tanto, se deduce que en la caldera de agua **hay una mezcla de líquido y vapor**. Cuando aparece una mezcla de fases, la forma de obtener la entalpía es considerando la proporción de cada fase, es tal que así:

$$h = X \cdot h_v + (1 - X) \cdot h_L$$

Siendo X el título de vapor, es decir, la fracción másica de vapor existente en la mezcla. Además, al ser una mezcla líquido y vapor, las entalpías solo se calculan hasta el calor latente, ya que la energía empleada es para el cambio de fase. Es muy importante recalcar que la entalpía del líquido de entrada de la caldera no incluirá el calor latente, mientras que el vapor de la salida si que es necesario-

Por tanto, el balance de energía obtenido sería el siguiente:

$$[\dot{m} \cdot h_e] - [\dot{m} \cdot (X \cdot h_v + (1 - X) \cdot h_L)] + \frac{V^2}{R} = 0;$$



$$\dot{m} \cdot (h_w^0 + c_{pL} \cdot (T_e - T^0)) - \dot{m} \cdot [X \cdot (h_w^0 + c_{pL} \cdot (T_\lambda - T^0) + \lambda)] + (1 - X) \cdot [h_w^0 + c_{pL} \cdot (T_\lambda - T^0)] + \frac{V^2}{R} = 0$$

Realizando operaciones se obtiene:

$$\dot{m} \cdot (c_{pL} \cdot (T_e - T_\lambda) - \dot{m} \cdot X \cdot \lambda + \frac{V^2}{R}) = 0$$

En la ecuación obtenida se conocen todos los datos, exceptuando el título de vapor (X) que es nuestra incógnita. Por tanto, realizando los cálculos:

$$X = \frac{\dot{m} + c_{pL} \cdot (T_e - T_\lambda) + \frac{V^2}{R}}{\dot{m} \cdot \lambda}$$

$$X = \frac{0.5 \frac{kg}{s} + 4.1927 \frac{kJ}{(kg \cdot ^\circ C)} \cdot (20^\circ C - 99.6^\circ C) + \frac{(220 V)^2}{0.1 \Omega \cdot 1000}}{0.5 \frac{kg}{s} \cdot 2258 \frac{kJ}{kg}} = 0.281$$

Por tanto, la fracción másica de vapor existente en la corriente de salida del calentador es 0.281, siendo la fracción del líquido 0.719.

**¿Existe otra forma más directa para calcular el estado físico que se encuentra, y por tanto, el título de vapor?**

La respuesta es sí, y es haciendo el uso de las tablas de vapor de agua. Este método es más directo, donde se realiza menos cálculos por lo que puede evitar errores durante el procedimiento. Este método también parte del balance general de energía:

$$[\dot{m} \cdot h_e] - [\dot{m} \cdot h_s] + \frac{V^2}{R} = 0$$

Se puede despejar la entalpía de salida  $h_s$  obteniendo:

$$h_s = \frac{V^2}{R \cdot \dot{m}} + h_e$$

La entalpía de la entrada  $h_e$  puede estimarse **mediante las tablas de líquido comprimido** [3], ya que a la entrada se trata de un líquido. Los valores se muestran a continuación:

Presión (bar)	Temperatura (°C)	Entalpía líquido saturado (kJ/kg)
25	20	86.3
50	20	88.65

A pesar de que la presión de trabajo es de 1 bar, no existen una diferencia significativa en la entalpía en función de la presión, como se muestra en la tabla anterior. Por tanto, se escogerá la de menor presión  $h_e=86.3$  kJ/kg. **Se debe tener en cuenta que este valor es estimativo a pesar de que no sea la presión de trabajo.**

El siguiente paso sería calcular la entalpía de salida:

$$h_s = \frac{(220 V)^2}{0.1 \Omega \cdot 1000 \cdot 0.5 \frac{kg}{s}} + 86.3 \frac{kJ}{kg} = 1054.3 \frac{kJ}{kg}$$

A partir de este valor, **¿Cómo se deduce en que estado físico se encuentra el agua dentro de la caldera?** Se puede deducir mediante las tablas de agua saturada para 1 bar [3], la cual indica justo el momento en el comenzará el cambio de fase. En la tabla 1 se indica las entalpías del líquido y vapor para el agua saturada.

Presión=1 (bar)	
Temperatura=99.63 (°C)	
$h_L$	417.46 kJ/kg
$h_v$	2675.5 kJ/kg

Tabla 1. Tabla de líquido comprimido

Entonces, **¿En que estado físico se encuentra el agua?**

Una vez obtenido el valor de la entalpía de salida, es posible compararlo con las entalpías tabuladas del agua saturada. Como se observa en la tabla 1, la entalpía de salida presenta un valor intermedio entre  $h_L$  y  $h_v$ , por lo que se trata de **una mezcla líquido-vapor**.

De esta forma, se puede conocer el título de vapor de agua:

$$h_s = X \cdot h_v + (1 - X) \cdot h_L$$

Por tanto, haciendo uso de la ecuación del título de vapor se obtiene lo siguiente:

$$X = \frac{h_s - h_L}{h_v - h_L} = \frac{1054.3 \frac{kJ}{kg} - 417.46 \frac{kJ}{kg}}{2675.5 \frac{kJ}{kg} - 417.46 \frac{kJ}{kg}} = 0.282$$

Comparando los dos métodos:

Comparación resultados	
Sin tablas de vapor	0.281
Tablas de vapor	0.282

Por tanto, se puede llegar a la conclusión de que, a pesar de ser estimativo el valor de la entalpía de entrada haciendo uso de las tablas de vapor, se obtiene de forma más directa y con tan solo un error del 0.3% respecto al calculado sin tablas de vapor.

## 5 Conclusiones

Tras haber realizado el ejercicio planteado se puede llegar a las siguientes conclusiones:

- Mediante balances de energía con cálculos numéricos es posible obtener el estado físico del agua, e incluso en otras situaciones, la temperatura de salida.
- Haciendo uso estimativo de las tablas de vapor es posible deducir de forma más directa el estado físico.
- El error cometido entre los cálculos numéricos y las tablas de vapor es del 0.3%, siendo por tanto válido el uso de las tablas de vapor.



El artículo docente proporciona una metodología sistemática al alumno, donde le permite mejorar su capacidad de análisis y, por tanto, razonar de forma correcta. Además, se muestra una forma alternativa para la resolución de ciertos problemas haciendo uso de las tablas de vapor. De esta forma, se mejora la capacidad para la resolver problemas mediante dos métodos diferentes, pudiendo así contrastar la veracidad de los resultados obtenidos.

## 6 Bibliografía

- [1] Leidenger, Otto M. Procesos industriales. Fondo Editorial PUCP, 1997.
- [2] Agüera Soriano, J. "Termodinámica lógica y motores térmicos: teoría."
- [3] Moran, Michael J. Fundamentos de termodinámica técnica. Reverté, 2018.