Variedades lorentzianas en la representación de los estados estacionarios de los átomos hidrogenoides en la teoría de de Broglie-Bohm. Unos modelos heurísticos.

Este trabajo se propone la representación de la trayectoria del electrón en el átomo hidrogenoide según la teoría de Broglie-Bohm (dBB) en una geometría lorentziana. Se trata de un planteamiento heurístico, que persigue una exploración aproximativa, siendo conscientes de la difícil aplicabilidad de la ecuación de campo de Einstein al nivel descriptivo de los fenómenos individuales en microfísica. Los cuales permiten ser tratados mediante la teoría cuántica de de Broglie-Bohm, que por otra parte manifiesta una total coherencia con los resultados experimentales, al mismo nivel que la habitual representación de Copenhague.

El punto de partida inicial radica en la constatación de que las órbitas circulares descritas por dBB en el átomo hidrogenoide no comportan pérdida de energía electromagnética, mientras que movimientos del mismo tipo en sistemas no atómicos sí que lo hacen. Hacemos entonces la hipótesis heurística de que los electrones en el átomo se encuentran en un entorno de espacio-tiempo curvo y describen geodésicas, en que la derivada covariante es nula y por lo tanto no se produce emisión energética. Se pretende definir una geometría lorentziana coherente con el comportamiento del electrón atómico según dBB.

En este contexto se expone la correspondencia de los espacios minkowskianos y las variedades lorentzianas a nivel local, formalización del principio de que una variedad lorentziana tiene el aspecto de espacio minkoskiano localmente. Se justifica así nuestra aproximación de hacer corresponder a nivel diferencial la trayectoria en ambas entidades. La introducción previa se completa exponiendo los conceptos de la teoría dBB correspondientes a la ecuación de guía (onda piloto) y la ecuación cuántica de Hamilton-Jacobi, el potencial cuántico y su aplicación a las trayectorias de los átomos hidrogenoides.

A partir de este punto comienza nuestra aportación. Se desarrolla la descripción de las trayectorias orbitales de la teoría dBB mediante una evalúación de las fuerzas presentes en el electrón. Se muestra que la fuerza eléctrica y la fuerza derivada del potencial cuántico posee una resultante centrípeta, que condiciona el giro del electrón alrededor de un eje que pasa por el protón nuclear. Se evidencia la conveniencia de usar coordenadas cilindricas debido a la simetría observada en el modelo atómico.

A continuación se aborda la formulación en la variedad lorentziana. Se identifica el movimiento del electrón en su órbita, a nivel diferencial, con el segmento equivalente en la variedad lorentziana, correspondiente a una geodésica. Se tiene en cuenta la constancia del momento cinético y se presupone un modelo de métrica habitual en coordenadas polares. Se llega así a una condición matemática esencial entre las derivadas de tres componentes de la métrica, el radio de giro (que en el modelo dBB no está limitado) y la longitud reducida de Compton, parametrizada por el número cuántico magnético. Se muestra que la relación obtenida es generalizable a coordenadas ortogonales cualesquiera. Esta condición o teorema permite la formulación de diversos corolarios muy útiles para evaluar las métricas susceptibles de cumplir nuestros objetivos.

La condición anterior la completamos con algunos requisitos adicionales: que todos los electrones con el mismo número cuántico magnético deben admitir el mismo espacio-tiempo, independiente de su radio particular; que la curvatura escalar debe ser positiva y que la componente contravariante doblemente temporal del tensor de impulsión-energía o energía-momento correspondiente a la ecuación de campo de Einstein, representante de la densidad energética, sea positiva; como referencia, pues sabemos que dicha ecuación no es, en rigor, aplicable a los sistemas cuánticos. La aplicación de una ecuación cuántica de campo de Einstein, según modelos propuestos recientemente, se excluye del presente estudio. Aunque es una posibilidad de extensión de nuestro trabajo en un futuro.

La condición fundamental encontrada y las adicionales mencionadas no permiten determinar analíticamente una solución única del problema. Por lo tanto, debemos proceder por aproximaciones sucesivas, materializadas en una serie de 6 métricas de la variedad lorentziana.

La métrica 1 parte de una suposición sencilla sobre la componente radial de la diagonal de la métrica. Aplicando la condición de geodésica dBB definimos completamente la métrica y calculamos los conectores de Levi-Civita o símbolos de Christoffel de segunda especie y comprobamos la circularidad de la congruencia de trayectorias (que se corresponde con el número cuántico que tomamos); obtenemos el tensor de Ricci, la curvatura escalar y la componente energética del tensor energía–momento. El resultado final no es satisfactorio, pues la métrica obtenida no define un espacio-tiempo único para toda la conguencia de electrones con el mismo número cuántico; además, el valor de la componente energética del tensor de impulsión-energía es negativa.

A continuación aplicamos un corolario del teorema-condición para obtener una métrica similar, pero en donde el radio particular del electrón no aparezca, obteniendo la métrica 2, con la que repetimos la obtención de los conectores de Levi-Civita; comprobamos la circularidad de la órbita, obtenemos el tensor de Ricci, la curvatura escalar y la componente energética del tensor de impulsión-energía. Obtenemos así una métrica que define un espacio-tiempo común a todos los electrones de la congruencia de número cuántico magnético común, una curvatura escalar positiva para determinados intervalos de la constante pero que presenta un valor negativo para la densidad energética de referencia, representada por la componente contravariante doblemente temporal del tensor de impulsión-energía.

Para obtener modelos que proporcionen métricas capaces de poseer contenidos energéticos de referencia positivos, acudimos a soluciones exactas de la ecuación de campo de Einstein, con simetrías similares al modelo que nos ocupa. Escogemos la métrica propuesta por Lanczos–van Stockum, correspondiente a un espacio-tiempo generado por partículas que giran alrededor de un eje. Aplicando nuestra condición dBB obtenemos la métrica 3. Para esta métrica obtenemos, como en las anteriores, los conectores y comprobamos la circularidad de las órbitas; el tensor de Ricci, la curvatura escalar y el tensor contravariante de impulsión-energía. También se evalúa el tensor de Riemann. El resultado es notablemente satisfactorio, aunque las geodésicas se adaptan sólo aproximadamente a la circularidad requerida por la teoría dBB. La curvatura escalar y la densidad energética muestran valores demasiado elevados.

Por todo ello modificamos el modelo anterior mediante la métrica 4, cambiando un parámetro, lo que permite ajustar un valor conveniente de densidad energética, con lo que el modelo se acerca mucho a cumplir todos los requisitos, aunque las geodésicas cumplen sólo aproximadamente el requisito de circularidad. Se hace así conveniente una aproximación adicional, que acometemos en las métricas 5 y 6, síntesis de los modelos anteriores.

En la métrica 5 realizamos una síntesis de las metricas 2 y 3, de modo que obtenemos una métrica que admite como geodésicas las trayectorias circulares dBB; esta métrica presenta una curvatura y una densidad de energía de referencia positivas para una adecuada elección del parámetro, así como define un espacio-tiempo común para todas las trayectorias correspondientes al mismo número cuántico magnético. Dicha métrica cumple, pues, los requisitos esenciales de la aproximación.

Finalmente, en la métrica 6, hemos realizado una aproximación adicional modificando un parámetro de la métrica anterior, similar a la realizada en la métrica 4. Encontramos así, tras el correspondiente cálculo, una valoración similar al modelo anterior, con el defecto de obtener una densidad energética de referencia negativa, aunque próxima a 0. Ello podría ser admisible en el marco de modelos cuánticos de la ecuación de campo de Einstein. Por otra parte, encontramos un valor de la curvatura positiva, pero que tiende a 0 cuando el radio tiende a infinito.

Hay que mencionar que la clasíficación de Petrov de todas las métricas expuestas es de tipo I.

Llegamos así a formular la conclusión final de que es posible construir métricas de variedades lorentzianas en que el movimiento de los electrones según la teoría dBB se puede asimilar a geodésicas. Consecuentemente, la función de la onda piloto en la teoría dBB resulta equivalente a la acción de dicho tensor métrico; es decir a la curvatura introducida en el entorno del electrón. Y, en la medida que esta curvatura esté definida por la presencia de la energía-materia, establece una relación dialéctica onda-partícula, que parece superar el papel meramente pasivo de la partícula en la teoría dBB. Naturalmente, estas consideraciones tienen un carácter heurístico, aproximativo en el mejor de los casos. En definitiva, lo que hemos intentado realizar es un trabajo en el campo de la Matemática Aplicada con implicaciones físicas de contenido epistemológico especulativo.

El trabajo se completa con unas consideraciones históricas iniciales y con una reflexiones finales sobre la epistemología de la Física, en que se valora el papel fundamental de la creación de conceptos e hipótesis, siempre en el marco de la contrastación experimental de sus resultados.

Los contenidos de este trabajo han sido adelantados parcialmente en dos artículos publicados en la “Revista Mexicana de Física”, referenciados en la tesis. Un trabajo anterior publicado en la revista “Astrophysics and Space Science” inició algunos aspectos relativistas con cierta conexión con los contenidos expuestos en este proyecto de tesis doctoral.