



Una propuesta metodológica para el uso del aprendizaje basado en problemas en asignaturas de cálculo numérico.

Fernando Giménez-Palomares^a, Juan A. Monsoriu^b, Andrés Lapuebla-Ferri^c, Antonio-José Jiménez-Mocholi^d

^aInstituto Universitario de Matemática Pura y Aplicada (IUMPA), fgimenez@mat.upv.es, ^bDepartamento de Física Aplicada, Escuela Técnica Superior de Ingeniería del Diseño, jmonsori@fis.upv.es, ^cDepartamento de Mecánica de los Medios Continuos y Teoría de Estructuras, Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales, anlafer0@mes.upv.es y ^dDepartamento de Mecánica de los Medios Continuos y Teoría de Estructuras, Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales, ajimene@mes.upv.es Universitat Politècnica de València. Camino de Vera, s/n. 46022 València, España.

Abstract

Problem-based learning (PBL) is a learning method designed for the student to acquire knowledge, skills and attitudes through the approach and resolution of real life problems. In this work, we present a teaching experience in which PBL is applied in a subject of numerical calculus in the Bachelor's Degree in Industrial Engineering.

Keywords: *problem-based learning, active methodologies, competences, teamwork, numerical calculus, MATLAB.*

Resumen

El aprendizaje basado en problemas (ABP) constituye un método de aprendizaje pensado para que el alumno logre adquirir conocimientos, habilidades y actitudes mediante el planteamiento y resolución de problemas de la vida real. En este trabajo presentamos una experiencia docente en la que se aplica la técnica de ABP en una asignatura de cálculo numérico que se imparte en el Título de Grado en Tecnologías Industriales.

Palabras clave: *aprendizaje basado en problemas, metodologías activas, competencias, trabajo en equipo, cálculo numérico, MATLAB.*

1. Introducción.

En las asignaturas de matemáticas de los primeros cursos de las titulaciones universitarias de ingeniería suelen resolverse problemas sencillos bastante alejados de los problemas de la vida real, cuya solución se obtiene fácilmente a partir de razonamientos no excesivamente

complicados (Sánchez-Pérez et al, 1999). Sin embargo, los problemas a los que se enfrenta un ingeniero cuando desempeña su labor suelen ser bastante difíciles tanto en su planteamiento como en su resolución: los conocimientos tecnológicos quedan obsoletos en pocos años y, conforme van avanzando, requieren de un constante esfuerzo de actualización en la formación del ingeniero.

Como decía el profesor Jenaro Guisasola, “el aprendizaje basado en problemas (ABP), junto con el uso de otras metodologías activas, puede suponer un cambio de paradigma educativo que recoja la preocupación existente no sólo por lo *que se aprende* sino también por *como se aprende*”. Frente a la enseñanza tradicional – centrada sobre todo en la adquisición de conocimientos teóricos, su aplicación a la resolución de “problemas tipo” y en la que el papel principal lo lleva el profesor – podemos encontrar un nuevo tipo de enseñanza en la que es tan importante el comprender (y no solo memorizar) la teoría como el saber identificar los problemas (incluso de la vida real), plantearlos y resolverlos. En este caso, los alumnos son realmente los protagonistas, y el profesor adquiere un rol de guía-consultor. Así pues, es evidente que se hace necesario entonces una nueva forma de examinar. Al respecto pueden consultarse la referencias (Pollak, 1969), (Guisasola y Garmendia, 2015) y (Garmendia et al, 2008).

2. Trabajos relacionados.

Existen numerosos trabajos relacionados con el uso de metodologías activas en asignaturas de titulaciones de ingeniería que permiten una mejora en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Podemos citar las referencias (Benito y Cruz, 2005) (Riesco, 2008) y (García-Ruiz et al, 2013). Una de las metodologías activas que ha ido adquiriendo progresivamente mayor importancia es la ABP. Las referencias (Ceker y Ozdamli, 2016) (De Graaff y Kolmos, 2003) (Lucas et al, 2015) y (Escribano y Del Valle, 2008) permiten profundizar en el ABP y, en particular, para estudiar su aplicación en asignaturas de matemáticas pueden consultarse las siguientes: (Morales, 2011) (Simamora et al, 2019) y (Bayón et al, 2018).

3. Metodología.

En el siguiente apartado presentamos una experiencia de innovación docente que venimos llevando a cabo en la asignatura “Métodos Matemáticos”, que se imparte en el segundo curso del título de Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales de la Universitat Politècnica de València.

La asignatura tiene 6 créditos (de los cuales 1.2 son de prácticas de aula y 1.8 de prácticas informáticas). En el curso 2018-2019 cursan la asignatura un total de 310 estudiantes, repartidos en 5 grupos que se desdoblaron a su vez en las clases de informática.

3.1 El contexto.

La asignatura “Métodos Matemáticos” presenta algunas de las herramientas matemáticas fundamentales que permiten resolver de manera aproximada muchos de los problemas a los que se puede enfrentar el futuro profesional de la ingeniería, tanto en el desempeño de su labor profesional como en tareas de investigación. Algunos ejemplos: para estudiar circuitos eléctricos, redes de flujo y cálculo de estructuras es necesario trabajar con métodos aproximados para resolver sistemas de ecuaciones lineales, para calcular las tensiones producidas por el viento en una estructura es necesario calcular numéricamente una integral, en meteorología se utilizan técnicas de aproximación de funciones, etc.

La finalidad es que el alumnado conozca los fundamentos de diversos métodos numéricos que le permitan resolver de manera aproximada problemas relacionados con la aproximación de funciones, cálculo de integrales definidas, resolución de ecuaciones no lineales y sistemas de ecuaciones lineales y no lineales, y resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias y en derivadas parciales. Se utilizará para todo ello los métodos de las diferencias finitas y de los elementos finitos. Se pretende también que se aprenda cómo utilizar paquetes de software matemático para experimentar o implementar algunos de los métodos descritos.

Las competencias generales y específicas que se evalúan en la asignatura son:

- Gestión de la información.
- Comprensión y dominio de métodos matemáticos.
- Aprendizaje autónomo.

y, junto a estas, se evalúan las siguientes competencias transversales:

- Análisis y resolución de problemas.
- Aprendizaje permanente.

De manera parcial se adopta la metodología *Flipped Classroom* (clase inversa). La metodología de evaluación contempla una prueba escrita de respuesta abierta (6% de la nota final NF), pruebas objetivas de tipo test (74% NF), un trabajo académico (10% NF) y un portafolio (10% NF). El trabajo académico se realiza en grupos de hasta 4 personas.

3.2 La actividad.

La experiencia consiste en la aplicación del método ABP específicamente para el trabajo en grupo. Cada uno de los profesores de la asignatura se pone en contacto con los grupos de estudiantes para proponerles un trabajo: plantear y resolver un problema concreto. También se contempla la posibilidad de que los alumnos planteen al profesor un problema a resolver.

El trabajo debe de recoger:

- 1) Planteamiento del problema.
- 2) Modelización y, en su caso, realización de un esquema.
- 3) Adopción de estrategias y resolución.
- 4) Análisis de resultados.

La labor del profesor consiste en proporcionar, si lo estima necesario, una guía de resolución. Se trata de hacerles pensar a los alumnos, apoyarles, ayudar a resolver sus dudas y fomentar el trabajo autónomo y en equipo. Para la resolución de los problemas planteados se utilizará el paquete informático MATLAB (MATPIC, 2017).

La duración prevista del trabajo es de unas dos semanas, pasadas las cuales se harán presentaciones orales de los trabajos con la asistencia de otros profesores además del tutor y alumnos de otros grupos. Tanto los profesores como los alumnos podrán realizar preguntas al finalizar la exposición.

La evaluación se hará siguiendo la rúbrica presentada en la Tabla 1.

Tabla 1. Evaluación del trabajo grupal

APARTADOS Y PORCENTAJE DE NOTA	Insuficiente (1)	Suficiente (2)	Bueno (3)	Excelente (4)
Planteamiento del problema (10%)	Planteamiento incorrecto y descuidado.	Planteamiento regular con algunos fallos.	Planteamiento correcto con algunos pequeños fallos.	Planteamiento correcto.
Modelización (20%)	Modelización inadecuada.	Modelización adecuada con algunas incorrecciones.	Modelización adecuada, pero no completa del todo.	Modelización adecuada.
Resolución (30%)	Los alumnos no saben resolver el problema o lo resuelven mal.	Los alumnos resuelven el problema de manera parcial el problema.	Los alumnos resuelven el problema con pequeños fallos.	Los alumnos resuelven el problema correctamente.
Análisis de resultados (10%)	No proporcionan un análisis de los resultados o éste es incorrecto.	Proporcionan un análisis de los resultados con algunos fallos.	Proporcionan un análisis de los resultados correcto pero incompleto.	Proporcionan un análisis de los resultados correcto.
Valoración de la exposición oral (30%)	Exposición desordenada y poco clara. Descoordinación entre los integrantes del grupo. Responden mal a las preguntas formuladas.	En ocasiones la exposición se hace de manera desordenada. Organización regular. Responden regular a las preguntas formuladas.	Exposición ordenada y clara en general, con pequeños fallos. Responden adecuadamente a las preguntas formuladas.	Exposición ordenada y clara. Responden brillantemente a las preguntas formuladas.

Cada uno de los apartados se valoraran mediante una rúbrica con las valoraciones de excelente (4), bueno (3), regular (2) y malo (1).

Los objetivos que se pretender alcanzar tienen que ver, como no podría ser de otra forma, con las competencias que se van a evaluar, haciendo especial hincapié en la utilización de

la comprensión y dominio de los métodos del cálculo numérico para la resolución de problemas reales y en el trabajo autónomo y en equipo.

3.3 Ejemplo.

Presentamos uno de los trabajos propuestos junto con su guía de resolución. Se trata de un problema relativamente sencillo que permite estudiar los conceptos relacionados con el movimiento parabólico.

PROBLEMA. Un jugador de baloncesto efectúa un lanzamiento a canasta. Fijado un ángulo y una dirección de lanzamiento, calcular el rango de velocidades para el que se consigue un tiro que entra limpiamente (sin rebotes) en la canasta. Fijada una velocidad de lanzamiento calcular el rango de ángulos para el que consigue un tiro que entra limpiamente.

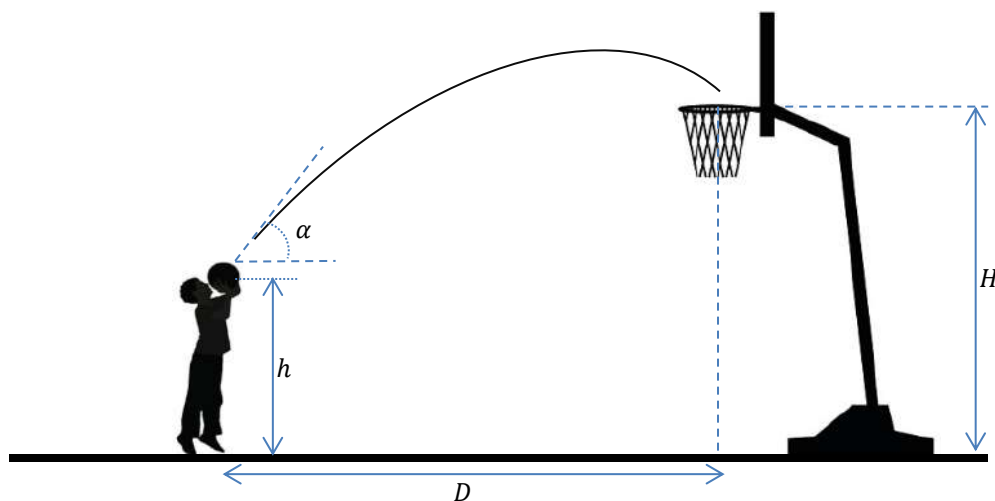


Figura 1 Esquema del lanzamiento a canasta

Guía de resolución:

- 1) Hacer un esquema general del problema señalando cuales son los datos necesarios para proceder a su resolución.
- 2) Plantear las ecuaciones que permiten resolver el problema general a partir de las ecuaciones del movimiento.
- 3) Averiguar los valores correspondientes a los datos fijos (altura de la canasta y diámetros de la pelota y de la canasta).
- 4) Resolver estos cuatro ejercicios suponiendo que un jugador lanza la pelota justo desde la línea de tiro exterior a una altura de 2 m:

Ejercicio 1. Si lanza con un ángulo de 45° y en la dirección exacta hacia la canasta, ¿entre que velocidades acertará el tiro? Dibujar la curva $v_0 \rightarrow y(t_{v_0})$, siendo v_0 la

velocidad de lanzamiento, t_{v_0} el tiempo en que la pelota llega, en trayectoria de bajada, a la altura de la canasta y las dos rectas horizontales $y = y_i$ e $y = y_f$ que delimitan la zona de acierto.

Ejercicio 2. Si lanza con una velocidad de 9 m/s y en la dirección exacta hacia la canasta, ¿entre que ángulos acertará el tiro? Dibujar la curva $\alpha \rightarrow y(t_\alpha)$ siendo α el ángulo de lanzamiento, t_α el tiempo en que la pelota llega, en trayectoria de bajada, a la altura de la canasta y las dos rectas horizontales $y = y_i$ e $y = y_f$ que delimitan la zona de acierto.

Ejercicio 3. Dibujar en el plano α, v_0 el conjunto de puntos para los cuales se produce el acierto en el lanzamiento si se lanza en la dirección exacta hacia la canasta. Calcular la velocidad mínima y el ángulo mínimo para que acierte.

Ejercicio 4. Se efectúa un tiro con una velocidad de 9 m/s. Dibujar en el plano α, β el conjunto de puntos para los cuales se produce el acierto en el lanzamiento, siendo β el ángulo que marca la dirección de lanzamiento. Calcular ángulos mínimos y máximos para los cuales hay acierto.

5) Analizar los resultados obtenidos.

4. Resultados.

La experiencia tiene lugar por primera vez durante este curso 2018-2019 y todavía no contamos con resultados concretos para poder realizar una comparación con la forma en que veníamos llevando a cabo los trabajos en grupo en cursos anteriores. Sí podemos constatar una valoración muy positiva, a título cualitativo, por parte de los alumnos que están participando. Cuando acaben las presentaciones de los trabajos les haremos pasar a los alumnos una pequeña encuesta (Tabla 2) que permita valorar la experiencia de manera más fiable.

Tabla 2. Encuesta de valoración de la experiencia

CUESTIONARIO	
<i>Valorar con 1 (nada de acuerdo), 2 (poco de acuerdo), 3 (acuerdo medio), 4 (muy de acuerdo) y 5 (totalmente de acuerdo) los puntos siguientes:</i>	
La experiencia docente ha resultado interesante y útil	
Se han conseguido alcanzar los objetivos iniciales	
La carga de trabajo es adecuada	
El problema propuesto es interesante para ingeniería	

5. Conclusiones.

Creemos que con la metodología docente que presentamos se puede conseguir una implicación por parte de los alumnos en el proceso de enseñanza y aprendizaje de asignaturas de cálculo numérico, al hacer posible la participación activa de los alumnos en la resolución de problemas reales, la búsqueda de estrategias, en la idea de compartir información y aprender de los demás, en propiciar el aprendizaje autónomo y en la colaboración dentro de los equipos formados. El profesor puede dar un papel protagonista al alumno, valorar sus logros, facilitar el aprendizaje y fomentar el pensamiento crítico, la reflexión y la necesidad de investigar para alcanzar los objetivos marcados.

6. Agradecimientos.

Los autores agradecen al Instituto de Ciencias de la Educación (ICE) de la Universitat Politècnica de València por su ayuda al Equipo de Innovación y Calidad Educativa MOMA.

Referencias.

- Benito, A., Cruz, A. (2005). *Nuevas claves para la docencia universitaria en el Espacio Europeo de Educación Superior*. Narcea, S.A de Ediciones. 137 pp.
- Bayón, L., Fortuny, P., Grau, J. M., Otero, J. A., Ruiz, M. M. Suarez, P. (2018). *Algunas Propuestas Metodológicas para el Aprendizaje de Competencias Matemáticas en Ingeniería*. 26 Congreso Universitario de Innovación Educativa en las Enseñanzas Técnicas (26 CUIEET), 243-254.
- Ceker, E. & Ozdamli, F. (2016). *Features and characteristics of problem based learning*. Cypriot Journal of Educational Science. 11(4), 195-202.
- De Graaff, E., Kolmos, A. (2003). *Characteristics of Problem-Based Learning*. Int. J. Engng Ed. Vol. 19, No. 5, 657-662.
- Escribano, A., Del Valle, A. (2008). *El aprendizaje basado en problemas (ABP). Una propuesta metodológica en educación Superior*. Narcea, S.A de Ediciones 173 pp.
- García-Ruiz, R., González, N., Guerra, S., Arregui, E. (2013). *Metodologías activas en la docencia universitaria: importancia, conocimiento y uso en opinión del profesorado*. REVALUE. Revista de Evaluación Educativa. 2, 1-20.
- Garmendia, M., Guisasaola, J., Barragues, J. I., Zuzá, K. (2008). *Estimate of students' workload and the impact of the evaluation system on students' dedication to studying a subject in first-year engineering courses*. European Journal of Engineering Education, 33:4, 463-470.
- Guisasaola, J., Garmendia, M. (2015). *Aprendizaje basado en problemas, proyectos y casos: diseño e implementación de experiencias en la universidad*. Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias 12(1), 227-228.
- Lucas, S., García, T., Coca, M., González, G., Garrido, A., Cartón, A., Ureña, M. A. (2015). *Aprendizaje Basado en Problemas y Flipped Classroom. Una experiencia de innovación docente en ingenierías del ámbito industrial*. 23 Congreso de Innovación Educativa en las Enseñanzas Técnicas (23 CUIEET), 1-13.

- MATPIC (2017) *La web de MATLAB, SIMULINK, VHDL, microcontroladores...* <http://www.matpic.com> [acceso 20-3-2018].
- Morales, C. (2011). *El Aprendizaje basado en Proyectos en la Educación Matemática del siglo XXI. Cuaderno de bitácora*. Jornadas sobre el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas (15 JAEM), 1-23.
- Pollak, H. O. (1969). *How can we teach applications of mathematics?*. Educational Studies in Mathematics, Volume 2, Issue 2-3, pp 393-404.
- Riesco, M. (2008). *El enfoque por competencias en el EEES y sus implicaciones en la enseñanza y el aprendizaje*. Tendencias Pedagógicas Vol. 13, 79-105.
- Sánchez-Pérez, E.A., García Raffi, L.M. Sánchez-Pérez, J.V. (1999). *Introducción de las Técnicas de Modelización para el estudio de la Física y de las Matemáticas en los primeros cursos de las carreras técnicas*. Enseñanza de las Ciencias, 1999, 17 (1), 119-129.
- Sinamora, R. E., Sarahit, S., Hasratuddin. (2019). *Improving Students' Mathematical Problem Solving Ability and Self-Efficacy through Guided Discovery Learning in Local Culture Context*. International Electronic Journal of Mathematics Education. Vol. 14, No. 1, 61-72.