



UNIVERSITAT  
POLITÈCNICA  
DE VALÈNCIA



DEPARTAMENTO  
DE INGENIERÍA DE  
LA CONSTRUCCIÓN  
Y DE PROYECTOS DE  
INGENIERÍA CIVIL

# **MÁSTER UNIVERSITARIO EN INGENIERÍA DEL HORMIGÓN**

**TRABAJO FIN DE MÁSTER  
CURSO ACADÉMICO 2021/2022**

**ANÁLISIS NO-LINEAL DE FORJADOS DE  
LOSA MACIZA DE HORMIGÓN ARMADO.  
DETERMINACIÓN DEL FACTOR  
DE SEGURIDAD DE RESISTENCIA GLOBAL  
DE ACUERDO CON EL MC-2010**

**Autor/a: CRISTHIAN VINICIO DIAZ ALAVA**

**Tutor/a: JUAN NAVARRO GREGORI**

**Cotutor/a: MIGUEL ÁNGEL FERNÁNDEZ PRADA**

**Valencia, diciembre de  
2020**

**DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE LA  
CONSTRUCCIÓN Y PROYECTOS DE INGENIERÍA CIVIL**

**UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA**

## **DEDICATORIA**

A mis padres, ya que siempre me apoyaron con mi deseo de realizar un máster.

## **AGRADECIMIENTO**

A mis tutores Juan y Miguel Ángel, que con mucha paciencia, vocación, amabilidad y dedicación estuvieron dispuestos a ayudarme y guiarme en el proceso y culminación de este proyecto.

A Carmen por su apoyo y amabilidad desde antes de estar matriculado en el máster, siempre dispuesta a ayudar con los procesos administrativos.

A mis docentes que siempre mostraron profesionalismo y mucha calidez humana.

## **RESUMEN**

Uno de los métodos habituales para el diseño o la verificación de forjados de losa maciza de hormigón armado de estructuras de nueva planta o de estructuras existentes, es el conocido como modelo de descomposición en 3 capas, el cual interpreta la losa como una estructura formada por dos capas exteriores definidas por las armaduras dispuestas y una tercera capa interior de hormigón. A partir de un análisis lineal de esfuerzos, es posible determinar el armado a disponer en este tipo de estructuras. Pero este método no considera la no linealidad de los materiales de una manera explícita (Fisuración del hormigón, plasticidad del acero, etc.) difiriendo de los resultados que se obtendrían experimentalmente, por lo que un análisis no lineal brindaría resultados más apegados a la realidad y permitiría evaluar el margen de seguridad global disponible en este caso.

Los objetivos fundamentales de este trabajo son dos. Por un lado, modelizar y analizar no linealmente el comportamiento de forjados de losas macizas de hormigón. Por otro lado, verificar el potencial margen de seguridad adicional disponible cuando se comparan los resultados obtenidos de un análisis no-lineal con los del análisis lineal.

Para ello, se modeliza una estructura de varios vanos para la que se obtiene, a partir de un análisis elástico y lineal, las necesidades de armado para una carga de diseño ordinaria, de acuerdo con el modelo de descomposición en tres capas. Con el armado obtenido se lleva a cabo un análisis no lineal y se evalúa el margen de seguridad adicional disponible. En este trabajo se plantean, para dos hormigones de diferente resistencia, diferentes luces de los vanos y diferentes cantos de las losas obteniendo, para cada caso, el coeficiente de seguridad global de acuerdo con los formatos de seguridad para análisis no-lineal establecidos en el Código Modelo 2010.

### **Palabras Claves**

Hormigón armado; losa maciza; análisis no lineal; resistencia global; MC-2010.

## **ABSTRACT**

One of the common methods for the design or verification of reinforced concrete solid slab floors of new plant structures or existing structures is known as the 3-layer decomposition model, which interprets the slab as a structure formed by two outer layers defined by the arranged reinforcements and a third inner concrete layer. From a linear stress analysis, it is possible to determine the reinforcement to be arranged in this type of structure. However, this method does not consider the non-linearity of the materials (cracking of the concrete, plasticity of the steel, etc.), differing from the results that would be obtained experimentally, so a non-linear analysis would potentially provide results that were closer to reality and would allow evaluating the global safety margin available in reality.

The fundamental objectives of this work are twofold. On the one hand, model and analyse non-linearly the behaviour of solid concrete slab floors. On the other hand, verify the additional margin of safety available when comparing the results obtained from a non-linear analysis with those of the linear analysis.

To do this, a structure with several spans is modelled for which, from an elastic and linear analysis, the reinforcement needs for an ordinary design load are obtained, according to the three-layer decomposition model. With the assembly obtained, a non-linear analysis is carried out and the additional margin of safety available is evaluated. In this work, different spans and different total depths of the slabs are proposed, obtaining, for each case, the global safety coefficient in accordance with the safety formats for non-linear analysis established in the Model Code 2010.

### **Keywords**

Reinforced concrete; slab; non-linear analysis; global resistance; MC-2010.

# ÍNDICE

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS .....	11
1.1. Marco general .....	11
1.2. Objetivos .....	12
CAPÍTULO 2. MARCO TEORICO .....	13
2.1. Método de elementos finitos (MEF) .....	13
2.2. Análisis lineal .....	14
2.3. Modelo de descomposición en 3 capas .....	16
2.4. Estados límite .....	17
2.4.1. Estado límite Último .....	17
2.5. Parámetros de diseño .....	17
2.5.1. Valores característicos de las acciones permanentes .....	17
2.5.2. Coeficientes parciales de seguridad para los materiales .....	17
2.5.3. Cuantía mínima geométrica .....	18
2.5.4. Cuantía mínima mecánica .....	18
2.5.5. Combinación de acciones .....	19
2.6. Análisis no lineal .....	19
2.6.1. Formatos de seguridad para análisis no lineales .....	20
2.7. Modelización no lineal de láminas de hormigón armado .....	23
2.7.1. Comportamiento del material de hormigón uniaxial .....	24
2.7.2. Ejes materiales iniciales y principales .....	24
2.7.3. Comportamiento del material agrietado o posterior al rendimiento .....	25
2.7.4. Reducción de la resistencia bajo tensión de tracción perpendicular .....	25
CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA GENERAL DE ANÁLISIS .....	28
3.1. Proceso de cálculo en SAP2000 .....	28

3.2. Planteamiento de casos .....	42
CAPÍTULO 4. CASOS DE ESTUDIO .....	44
4.1. Definición de las zonas de armado .....	44
4.2. Determinación de la carga de diseño para el análisis lineal.....	45
4.3. Determinación de armadura mínima.....	45
4.4. Definición de las armaduras de cada losa por zonas.....	46
4.5. Verificación de las tensiones de compresión en el hormigón.....	47
CAPÍTULO 5. RESULTADOS .....	49
5.1. Resistencia de diseño .....	49
5.1.1. Método de factores de resistencia global.....	49
5.1.2. Método ECOV .....	49
5.1.3. Método de los factores parciales .....	51
5.2. Tablas resumen de resistencia de diseño .....	51
5.3. Factores de seguridad.....	52
CAPÍTULO 6. ANÁLISIS DE RESULTADOS .....	54
6.1. Resistencia de diseño .....	54
6.1.1. Hormigón HA-25.....	54
6.1.2. Hormigón HA-40.....	57
6.2. Comportamiento del acero .....	60
6.3. Comportamiento del hormigón .....	61
6.4. Curva carga flecha de la losa.....	62
CAPÍTULO 7. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....	64
BIBLIOGRAFIA Y REFERENCIAS .....	66
ANEJO.....	67
Anejo I. Curvas carga flecha de todos los casos.....	67

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1. Elementos finitos y esfuerzos en losa genérica.....	11
Figura 2.1. Diagrama esquemático del modelización matemática de un problema. Da Fonseca [6] .....	14
Figura 2.2. Triangulación del dominio de una superficie. Nápoles et al. [2] .....	14
Figura 2.3. Algunos casos de comportamiento elástico unidireccional. Del Caño [8]...	15
Figura 2.4. Diagrama esfuerzo-deformación unitaria. Hibbeler [9].....	15
Figura 2.5. Estática de un elemento de losa: sandwich model o Modelo de Descomposición en 3 capas. Concrete Shell Reinforcement Design [10] .....	16
Figura 2.6. Relación tensión-deformación uniaxial. CSI [18].....	24
Figura 2.7. Aproximación trilineal de la curva tensión-deformación del hormigón CSI [18].....	24
Figura 2.8. Ejes de material inicial y principal (a) Sección de elemento finito, tensiones en un punto; (b) ejes de elementos; (c) ejes materiales. CSI [18] .....	25
Figura 2.9. Reducción de la resistencia a la compresión debido a la deformación por tracción en la dirección perpendicular. CSI [18].....	26
Figura 2.10. Efecto de reducción por compresión del hormigón armado Feng [25].....	26
Figura 2.11. Modos de falla de ablandamiento por tensión-compresión y ablandamiento por compresión. Feng [25].....	27
Figura 3.1. Esquema general de losas.....	28
Figura 3.2. New Model. Plantilla inicial .....	29
Figura 3.3. Quick Grind Lines. Diseño rápido inicial .....	29
Figura 3.4. Define Materials. Definición de materiales .....	30
Figura 3.5. Add Material Property. Insertar características del hormigón .....	30
Figura 3.6. Material Property Data. Propiedades del hormigón .....	30
Figura 3.7. Nonlinear Material Data. Propiedades no lineales del hormigón .....	31

Figura 3.8. Material Stress-Strain Curve Plot. Curva tensión deformación del hormigón .....	31
Figura 3.9. Add Material Property. Insertar características de armadura.....	31
Figura 3.10. Material Property Data. Propiedades del acero.....	32
Figura 3.11. Nonlinear Material Data. Propiedades no lineales del acero .....	32
Figura 3.12. Material Stress-Strain Curve Plot. Curva tensión deformación del acero .	32
Figura 3.13. Shell Selection Data. Losa para el análisis lineal.....	33
Figura 3.14. Concrete Shell Selection Design Parameters. Definición del recubrimiento .....	33
Figura 3.15. Define Load Patterns. Definición de los parámetros para los casos de carga .....	34
Figura 3.16. Define Load Cases. Definición de casos de carga .....	34
Figura 3.17. Load Combination Data. Definición de las combinaciones.....	34
Figura 3.18. Assign Joint Restraints. Condiciones de contorno.....	35
Figura 3.19. Losa final para análisis no lineal.....	35
Figura 3.20. Assign Area Uniform Loads. Aplicación de las cargas sobre la losa .....	35
Figura 3.21. Object Model - Area Information. Información sobre las cargas finales aplicadas a la losa .....	36
Figura 3.22. Requerimientos de armadura.....	36
Figura 3.23. Display Shell Stresses. Mostrar las tensiones a compresión del hormigón	37
Figura 3.24. Tensiones a compresión del hormigón en las caras superior e inferior. ....	37
Figura 3.25. Zonificación de la losa .....	38
Figura 3.26. Shell Section Data. Losa para análisis no lineal .....	38
Figura 3.27. Shell Section Layer Definition. Definición de las armaduras.....	39
Figura 3.28. Area Sections. Definición de las 4 losas .....	39
Figura 3.29. Load Case Data - Nonlinear Static. Caso no lineal "Full Load" .....	40



Figura 3.30. Results Saved for Nonlinear Static Load Cases. Dividir en pasos el análisis no lineal .....	40
Figura 3.31. Load Application Control for Nonlinear Static Analysis.....	40
Figura 3.32. Load Application Control for Nonlinear Static Analysis. Definicion de magnitud del control del desplazamiento .....	41
Figura 3.33. Load Application Control for Nonlinear Static Analysis. Definicion de magnitud del control del desplazamiento .....	41
Figura 3.34. Display Plot Function Traces. Curva tensodeformacional de la losa antes del colapso .....	42
Figura 4.1. Zonificación de casos para las 4 luces .....	44
Figura 4.2. Tensiones de compresión del hormigón.....	48
Figura 6.1. Comparativa de factores de seguridad según las luces para hormigones de HA-25 .....	55
Figura 6.2. Comparativa de factores de seguridad según los métodos del MC-2010 para HA-25 .....	56
Figura 6.3. Comparativa de factores de seguridad según las luces para hormigones de HA-40 .....	58
Figura 6.4. Comparativa de factores de seguridad según los métodos del MC-2010 para HA-40 .....	59
Figura 6.5. Mapas del comportamiento a tracciones del acero .....	61
Figura 6.6. Mapas del comportamiento a compresión del hormigón .....	62
Figura 6.7. Curva Carga Flecha de losa.....	63
Figura 6.8. Ubicación de Curva Carga Flecha de losa .....	63

## LISTA DE TABLAS

Tabla 2.1. Coeficientes parciales para la ponderación de los materiales en la comprobación de los Estados Límite Últimos. EC-2 [11].....	18
Tabla 2.2. Cuantías geométricas mínimas, en tanto por 1.000, referidas a la sección total de hormigón EHE-08 [7] .....	18
Tabla 3.1. Planteamiento general de casos .....	42
Tabla 3.2. Tabla detallada de casos .....	43
Tabla 4.1. Cargas de diseño (kN/m <sup>2</sup> ).....	45
Tabla 4.2. Armaduras mínimas mecánica y geométrica.....	46
Tabla 4.3. Armadura para losas de HA-25 (mm <sup>2</sup> /m).....	46
Tabla 4.4. Armadura para losas de HA-40 (mm <sup>2</sup> /m).....	47
Tabla 4.5. Tensiones de compresión del hormigón.....	48
Tabla 5.1. Resistencia de Diseño obtenidos por análisis no lineal .....	49
Tabla 5.2. Resistencia de Diseño con el método de factores de Resistencia Global.....	49
Tabla 5.3. Resistencia de Diseño obtenidos por análisis no lineal para HA-25 .....	50
Tabla 5.4. Resistencia de Diseño obtenidos por análisis no lineal para HA-40.....	50
Tabla 5.5. coeficiente de variación $V_R$ .....	50
Tabla 5.6. Coeficiente $\gamma_R$ .....	50
Tabla 5.7. Resistencia de Diseño con el método ECOV .....	51
Tabla 5.8. Resistencia de Diseño con el método de Factores Parciales .....	51
Tabla 5.9. Tabla Resumen de Resistencias de Diseño para hormigones de HA-25.....	51
Tabla 5.10. Tabla Resumen de Resistencias de Diseño para hormigones de HA-40.....	52
Tabla 5.11. Factores de Seguridad para HA-25.....	52
Tabla 5.12. Factores de Seguridad para HA-40.....	53

# CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

## 1.1.Marco general

Las losas de hormigón armado macizas son uno de los elementos más empleados en el ámbito de la edificación y de la ingeniería civil. El análisis de este tipo de elementos en el caso de estructuras de nueva construcción y también su verificación en el caso de estructuras existentes, se suele llevar a cabo mediante un análisis lineal que a partir de las acciones de cálculo, permite obtener los esfuerzos de diseño con las que verificar los diferentes Estados Límite, con los márgenes de seguridad y fiabilidad definidos por el método de los coeficientes parciales de seguridad. No obstante, es bien conocido que, en general, y más concretamente en el caso de estos elementos con un alto grado de hiperestatismo interno, la consideración de la redistribución de esfuerzos y la verificación de sus prestaciones mediante modelos que incorporen el comportamiento no lineal de los materiales permite asegurar márgenes de seguridad superiores a los manejados en el método tradicional de los coeficientes parciales de seguridad a través de un análisis lineal. La disponibilidad actual, por parte de los proyectistas, de herramientas de cálculo cada vez más potentes, permite abordar este tipo de análisis no lineal, tanto en el diseño de estructuras de nueva construcción, como, sobre todo, en la evaluación de estructuras existentes. En el Model Code [1] se incluyen diferentes formatos que permiten obtener un factor de seguridad global de la capacidad resistente, que van a ser utilizados en este trabajo para determinar ese margen adicional de seguridad disponible al comparar la capacidad resistente de estos elementos, mediante un análisis lineal y no lineal.

Los objetivos fundamentales de este trabajo son, por un lado, modelizar y analizar no linealmente el comportamiento de forjados de losas macizas de hormigón mediante herramientas informáticas, para determinar la capacidad resistente de dichas losas. Por otro lado, verificar el margen de seguridad adicional disponible cuando se comparan los resultados obtenidos de un análisis no-lineal con los del análisis lineal utilizando los resultados de los métodos del MC-2010.

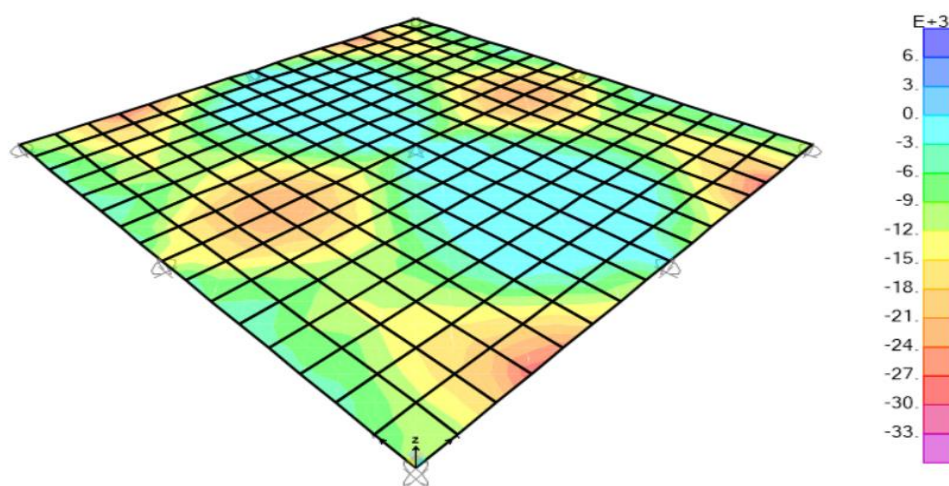


Figura 1.1. Elementos finitos y esfuerzos en losa genérica

Para la realización de este TFM se han considerado forjados de losas macizas de hormigón armado con dimensiones y características de los materiales habituales, vanos de 5, 6, 7 y 8m; cantos de losa de 25, 30, 35 y 40cm; y hormigones HA-25 y HA-40. El MC-2010 [1] en su capítulo 7.11.3. “*Safety formats for non-linear analysis*” ofrece diversos métodos para conocer el factor de seguridad global. En este trabajo se utilizan: el Método del Factor de Resistencia Global, el Método de estimación de un coeficiente de variación de resistencia conocido por sus siglas en inglés ECOV, y el Método del Factor Parcial.

En este TFM quedan expresamente excluidas las verificaciones de agotamiento por cortante o por punzonamiento. Únicamente se realizará el análisis a partir de situaciones de rotura en flexión.

## **1.2.Objetivos**

1. Modelizar y analizar no linealmente el comportamiento de forjados de losa maciza de hormigón armado.
2. Obtener la Resistencia de Diseño mediante el análisis no lineal siguiendo los métodos del MC-2010.
3. Determinar el potencial margen de seguridad adicional disponible, de acuerdo con los formatos de seguridad para el análisis no-lineal según la normativa del MC-2010, cuando se comparan los resultados obtenidos de un análisis no-lineal con los del análisis lineal.

## CAPÍTULO 2. MARCO TEORICO

El marco teórico es el que define la información necesaria que ha servido de base para la realización de este trabajo de investigación. En el presente capítulo se definen los conceptos básicos, procesos, normativas y coeficientes, con el fin de establecer una base teórica que nos permita analizar los casos dentro de un marco normativo.

### 2.1.Método de elementos finitos (MEF)

La idea de representar un sistema global en un conjunto de sistemas discretos proviene de los antiguos matemáticos, por ejemplo, los primeros cálculos de  $\pi$  se realizaron discretizando un círculo con triángulos, de tal modo que estos elementos finitos formados por polígonos tuvieran una forma aproximada a la de la circunferencia; para calcular el área de polígonos complejos, los primeros matemáticos lo discretizaban en polígonos conocidos para poder sumar sus áreas y llegar a un resultado preciso. Nápoles et al [2].

A inicio de los años 60, el MEF se empezó a utilizar para placas y láminas, siendo éste uno de sus primeros usos prácticos. Taylor [3]. Una forma natural de proceder del humano es discretizar los sistemas en partes más pequeñas y fáciles de entender de manera que se puedan estudiar individualmente para posteriormente reconstruirlo. Esto facilita la comprensión y estudio de elementos finitos con el fin de comprender un sistema complejo. Desde la llegada de los ordenadores estos problemas se pueden resolver generalmente sin dificultades, sin importar la elevada cantidad de elementos, a diferencia de los modelos matemáticos tradicionales. Sin embargo, este no deja de ser un método aproximado, pero mientras las divisiones sean más pequeñas, el resultado se acercará más a la realidad. Zienkiewicz [4].

Los problemas que pueden ser resueltos con el MEF van desde problemas en elementos bidimensionales como flexión, tensión y deformación de placas y láminas hasta el análisis en elementos tridimensionales. La discretización de elemento se da mediante líneas o polígonos imaginarios, que estén conectados entres sí por un número limitado de nodos ubicados en los contornos, donde los desplazamientos de los nodos serán las incógnitas del problema. El comportamiento en el interior de cada elemento se define por los nodos mediante las funciones de interpolación o funciones de forma. Zienkiewicz [4]. “*El MEF, por tanto, se basa en transformar un cuerpo de naturaleza continua en un modelo discreto aproximado*” Gil & Méndez [5].

La precisión del MEF se puede ver afectada por muchos factores. Estos factores se lo pueden simplificar como se muestra en la Figura 2.1. donde se tiene un sistema físico, existen dos maneras de estudiarla, de manera experimental o mediante modelos matemáticos; la manera experimental puede verse afectada por errores en el proceso del experimento; mientras que los modelos matemáticos tienen más factores que podrían alterar los resultados, como la definición de los materiales o propiedades mecánicas, dentro de los modelos matemáticos se puede analizar por modelos matemáticos

tradicionales o por MEF, este último al ser un método aproximado puede presentar algunas variaciones. Da Fonseca [6].

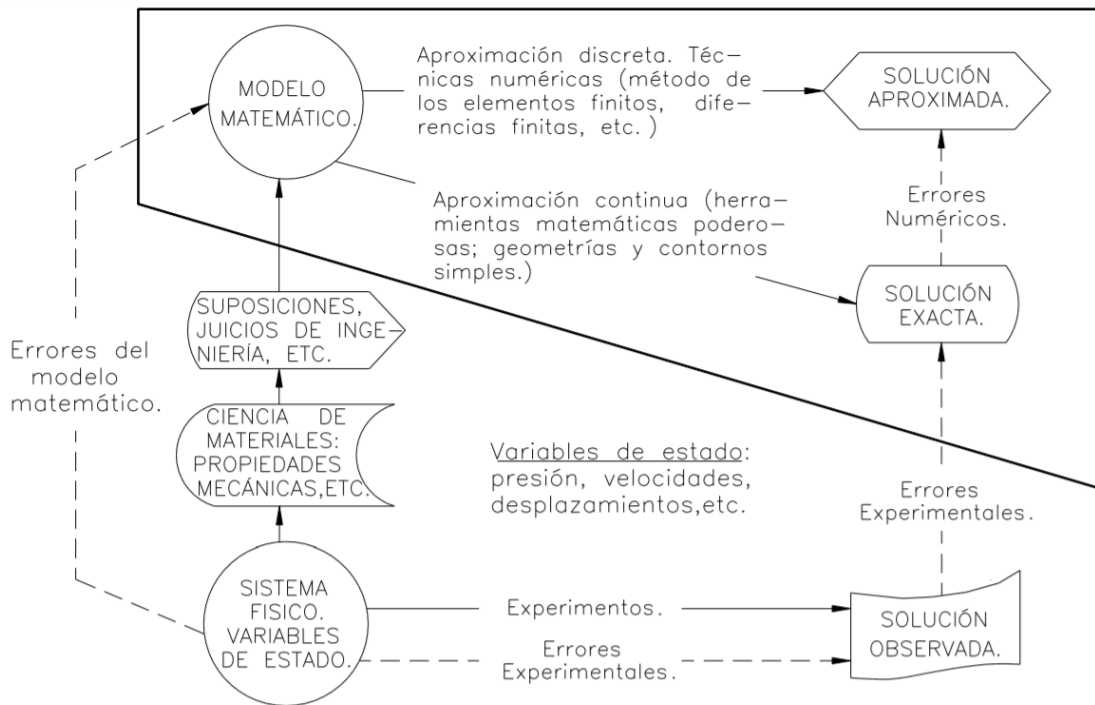


Figura 2.1. Diagrama esquemático de la modelización matemática de un problema. Da Fonseca [6]

La discretización se puede realizar con polígonos conocidos, principalmente cuadrados, triángulos o rectángulos, como se muestra en la Figura 2.2 donde se utilizaron triángulos para cubrir la mayor parte del área de la circunferencia:

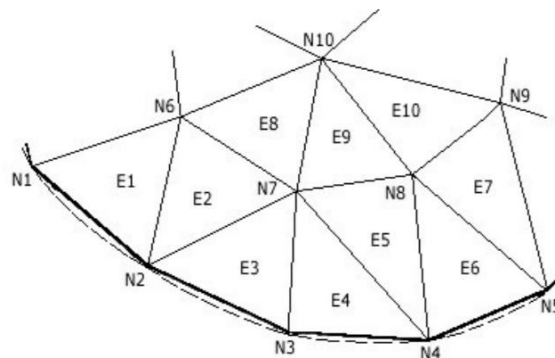


Figura 2.2. Triangulación del dominio de una superficie. Nápoles et al. [2]

## 2.2. Análisis lineal

Se define al análisis lineal como el método que “*está basado en la hipótesis de comportamiento elástico-lineal de los materiales constituyentes y en la consideración del equilibrio en la estructura sin deformar.*” EHE-08 [7].

El comportamiento elástico lineal se representa por medio de una fuerza  $F$  en la ordenada y un desplazamiento  $x$  en la abscisa dando el diagrama convencional de esfuerzo-deformación unitaria y sirve para conocer la resistencia a tensión de un material. En la Figura 2.3 se muestra el comportamiento (a) elástico lineal, (b) elástico no lineal, y (c) elástico lineal con deformación inicial. Del Caño [8].

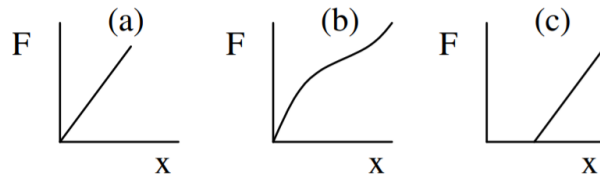


Figura 2.3. Algunos casos de comportamiento elástico unidireccional. Del Caño [8]

Dentro del régimen lineal el material presenta propiedades elásticas, logrando sufrir deformaciones reversibles hasta llegar al límite elástico; posterior a esto, en la zona de fluencia, el material sufre deformaciones permanentes; cuando la fluencia ha terminado, resulta en una curva que se eleva hasta llegar al esfuerzo último; de aquí el diagrama tiende a curvarse hacia abajo hasta el esfuerzo de fractura donde el material se rompe o colapsa. Esto se puede ver representado en la Figura 2.4, Hibbeler [9].

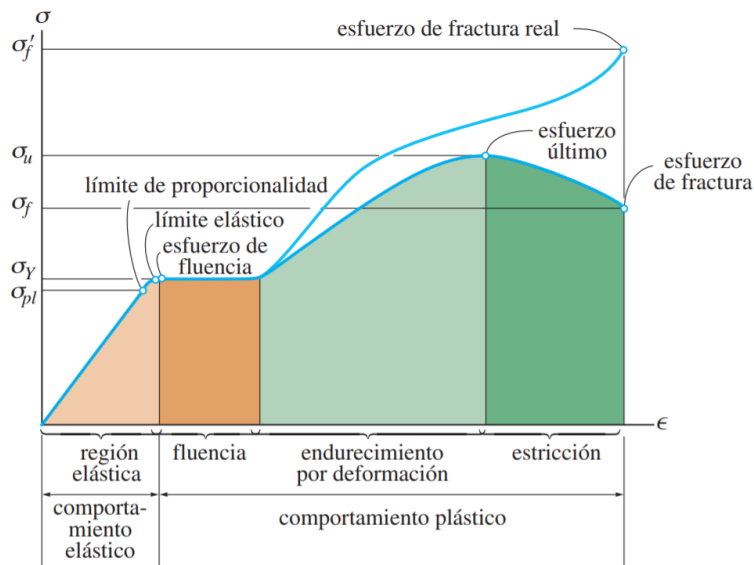


Figura 2.4. Diagrama esfuerzo-deformación unitaria. Hibbeler [9]

Según la EHE-08 [7] “El análisis lineal elástico se considera, en principio, adecuado para obtener esfuerzos tanto en Estados Límites de Servicio como en Estados Límites Últimos en todo tipo de estructuras”. El uso del análisis lineal en Estado Límite Último implica que las secciones tienen cierta ductilidad; definiendo como material dúctil, según Hibbeler [9] “que pueda estar sometido a deformaciones unitarias grandes antes de su rotura”.

### 2.3. Modelo de descomposición en 3 capas

El modelo de descomposición en 3 capas debe su nombre a que el diseño de la losa se concibe como dos capas exteriores centradas en los planos medios de las capas de refuerzo exteriores y un núcleo no fisurado; esto a veces se denomina " *sandwich model*". En donde las cubiertas del sandwich model (es decir, las capas externas) soportan los momentos y las fuerzas de la losa, mientras que la fuerza de corte transversal se asigna al núcleo, como se muestra en la Figura 2.5. Generalmente, los elementos de la losa se someten a ocho esfuerzos de lámina resultantes. Esas fuerzas resultantes son las tres componentes de fuerza de la membrana,  $f_{11}$ ,  $f_{22}$  y  $f_{12}$ ; dos componentes del momento de flexión  $m_{11}$  y  $m_{22}$  y un momento de torsión  $m_{12}$ ; y los dos componentes de fuerza cortante transversal  $V_{13}$  y  $V_{23}$ . La implementación del diseño en el software asume que no hay fisuras diagonales en el núcleo. En tal caso, se desarrolla un estado de cizallamiento puro dentro del núcleo y, por lo tanto, la fuerza de cizallamiento transversal en una sección no tiene efecto sobre la fuerza en el lugar en las cubiertas intercaladas. Por lo tanto, no es necesario proporcionar ningún refuerzo transversal y el refuerzo en el plano no se mejora para tener en cuenta el cortante transversal. Concrete Shell Reinforcement Design [10].

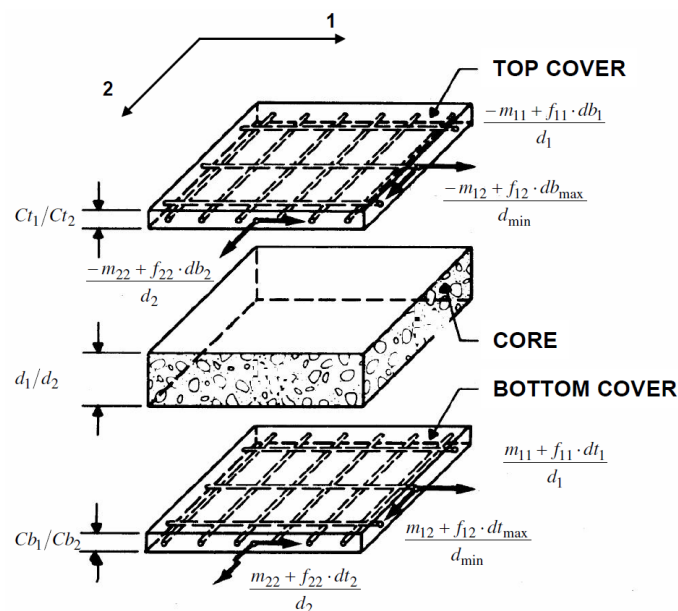


Figura 2.5. Estática de un elemento de losa: sandwich model o Modelo de Descomposición en 3 capas. Concrete Shell Reinforcement Design [10]

Los siguientes elementos resumen el procedimiento para el diseño de estructuras de hormigón, tal como se implementa en el software Concrete Shell Reinforcement Design [10]: 1) Como se muestra en la Figura 2.5, la losa se concibe como compuesta por dos capas exteriores centradas en los planos medios de las capas exteriores de armado; 2) El espesor de cada capa se considera igual al menor de los siguientes: dos veces el recubrimiento medido al centro de la armadura exterior; dos veces la distancia desde el centro de la losa hasta el centro de la armadura exterior; 3) Las seis resultantes,  $f_{11}$ ,  $f_{22}$ ,  $f_{12}$ ,  $m_{11}$ ,  $m_{22}$  y  $m_{12}$ , se resuelven en fuerza de membrana pura  $N_{11}$ ,  $N_{22}$  y  $N_{12}$ , calculada actuando respectivamente dentro del plano central de las capas de refuerzo superior e



inferior. Al transformar los momentos en fuerza, el brazo de palanca se toma como la distancia entre las capas exteriores de refuerzo. 4) Para cada capa, la fuerza de la armadura  $N_{Des1}$ ,  $N_{Des2}$ , la fuerza de compresión principal del hormigón  $F_{e1}$ ,  $F_{e2}$  y las tensiones de compresión principales del hormigón  $S_{e1}$  y  $S_{e2}$  se calculan de acuerdo con las reglas establecidas en el Eurocódigo 2-1992. 5) La fuerza de la armadura se convierte en áreas de armadura por unidad de ancho  $A_{st1}$  y  $A_{st2}$  (es decir, intensidades de armadura) utilizando factores de reducción de tensión y tensión de acero adecuados. Concrete Shell Reinforcement Design [10].

## **2.4.Estados límite**

Los estados límite se definen como situaciones para las cuales, una vez superadas, se puede suponer que la estructura no cumple con las funciones para las que fue diseñada. La EHE-08 define tres estados límite: Estados Límite Últimos, Estados Límite de Servicio y Estados Límite de Durabilidad. La comprobación de los Estados consiste en estudiar la respuesta de la estructura frente la aplicación de acciones y comprobarlos con el estado límite que se desea verificar. Esto se da por medio de un índice de fiabilidad que brinde la seguridad de que la respuesta estructural no es inferior al efecto de las acciones aplicadas. EHE-08 [7].

Para este trabajo se define que el análisis se realiza en Estado Límite Último.

### **2.4.1. Estado límite Último**

El Estado Límite Último (ELU) es la situación de la estructura justo antes del colapso, rotura, pérdida de equilibrio o fallo estructural, total o parcial. La comprobación realizada para las losas de este trabajo se realiza con la comprobación de rotura del elemento y el estado límite de fatiga. En la comprobación de los Estados Límite Último que consideran la rotura de una sección o elemento, se debe satisfacer la condición EHE-08 [7]:

$$R_d \geq S_d$$

donde:

$R_d$  Valor de cálculo de la respuesta estructural.

$S_d$  Valor de cálculo del efecto de las acciones.

## **2.5.Parámetros de diseño**

### **2.5.1. Valores característicos de las acciones permanentes**

Para el peso propio de la estructura se adopta el correspondiente al hormigón armado y pretensado de 2500Kg/m<sup>3</sup>.

### **2.5.2. Coeficientes parciales de seguridad para los materiales**

Los ELU utilizan los coeficientes de seguridad para los materiales mostrados en la Tabla 2.1.

Tabla 2.1. Coeficientes parciales para la ponderación de los materiales en la comprobación de los Estados Límite Últimos. EC-2 [11]

Situación de Proyecto	$\gamma_c$ para hormigón	$\gamma_s$ para acero de armadura pasiva	$\gamma_s$ para acero de armadura activa
Persistente y transitoria	1.5	1.15	1.15
Accidental	1.2	1.0	1.0

Para las losas de este proyecto corresponde a los valores de 1.5 para el hormigón y 1.15 para la armadura.

### 2.5.3. Cuantía mínima geométrica

Son los valores mínimos de cuantía necesaria en función de la geometría del elemento y del acero utilizado, debe ser usada en caso de que este valor sea mayor al de los valores de cálculo. Las losas estudiadas en este trabajo se plantearon con un acero de 500N/mm<sup>2</sup> de límite elástico característico, como se puede ver en la Tabla 2.2, para losas de hormigón armado con acero de límite elástico característico de 500MPa, cuantía geométrica mínima es igual al 1.8 por mil de la sección total de hormigón.

Tabla 2.2. Cuantías geométricas mínimas, en tanto por 1.000, referidas a la sección total de hormigón EHE-08 [7]

Tipo de elemento estructural		Tipo de acero	
		Acero con $f_y=400\text{N/mm}^2$	Acero con $f_y=500\text{N/mm}^2$
<b>Pilares</b>		4.0	4.0
<b>Losas</b>		2.0	1.8
<b>Forjados unidireccionales</b>	Nervios	4.0	3.0
	Armadura de reparto perpendicular a los nervios	1.4	1.1
	Armadura de reparto paralela a los nervios	0.7	0.6
<b>Vigas</b>		3.3	2.8
<b>Muros</b>	Armadura horizontal	4.0	3.2
	Armadura Vertical	1.2	0.9

Los resultados obtenidos como armadura mínima geométrica para losas es el correspondiente para las dos caras, por lo que se debe dividir por dos con el fin de obtener el valor correspondiente a cada una de las caras. La fórmula utilizada dando resultados en mm<sup>2</sup>/m, es:

$$A_{st_{min\ geom}} = \frac{1.8 \cdot h}{2}$$

donde:

h: Es el canto de la losa en mm.

### 2.5.4. Cuantía mínima mecánica

Así como hay cuantías mínimas en función de la geometría, también hay que considerar los mínimos según las características mecánicas de los materiales. Para secciones

rectangulares de hormigón armado en flexión simple con resistencias inferiores a  $50\text{N/mm}^2$ , se utiliza la siguiente formula EHE-08 [7]:

$$A_{st_{min\ meca}} = 0.04A_c \frac{f_{cd}}{f_{yd}}$$

donde:

- $A_c$  Es el área bruta de la sección, el cual corresponde a 1000mm por el canto también en mm, resultando en  $\text{mm}^2$ .
- $f_{cd}$  Resistencia de cálculo del hormigón a compresión. Corresponde a la resistencia característica del hormigón sobre el coeficiente parcial de seguridad del hormigón de 1.5. Las resistencias utilizadas para las losas estudiadas en este proyecto son de 25 y  $40\text{N/mm}^2$ .
- $f_{yd}$  Límite elástico de cálculo de la armadura pasiva. Corresponde a la resistencia característica del acero sobre el coeficiente de seguridad para acero de armadura activa de 1.15. El límite elástico característico del acero utilizado en las losas estudiadas es de  $500\text{N/mm}^2$ .

### 2.5.5. Combinación de acciones

Combinación de Estados Límites Últimos. Se definirán de acuerdo con el siguiente criterio del EC-2 [11] en el apartado 6.8.3. Combinación de acciones:

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + \psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{2,i} Q_{k,i}$$

donde las acciones a tomar a en cuenta corresponden al peso propio, la carga muerta y la sobrecarga de uso.

Las acciones se deben multiplicar por un coeficiente parcial de seguridad proporcionados por el [12], para el peso propio y la carga muerta, el coeficiente parcial de seguridad de las acciones es de 1.35, mientras que la de la Sobrecarga de Uso es de 1.5.

### 2.6. Análisis no lineal

Para la comprobación de Estados Límite Últimos y de Servicio, se puede usar el Análisis no lineal, este tiene en cuenta el comportamiento tenso-deformacional no lineal de los materiales. Normativas como la del MC-2010 [1] permiten el uso de simulaciones numéricas mediante el uso de análisis no lineal, incluso estableciendo parámetros en las propiedades de los materiales y planteando métodos para llegar a resultados más confiables.

Por diversas razones el comportamiento tenso-deformacional del hormigón se aleja del clásico material elástico-lineal, las razones van desde; la heterogeneidad creada por el trabajo conjunto del hormigón y el acero estructural, dos materiales distintos; la relación tensión-deformación de los materiales de los materiales; fisuración del hormigón;

deformaciones diferidas como restricciones y fluencia. Para plantear un caso que se asemeje al comportamiento real de una estructura, es necesario tener en cuenta todos los factores antes mencionados, por lo que un análisis no lineal se vuelve imprescindible. Mari [13].

El principio de superposición se puede definir como "*el efecto de la suma de acciones es la suma de cada efecto de cada acción*". En definitiva, que el efecto de la suma es la suma de los efectos. Arroyo [14].

Para obtener la carga última, se toma en cuenta la historia de carga, por eso se debe aplicar la carga de manera que aumente de forma progresiva, recorriendo los rangos elásticos, fisurado y finalizar previo al agotamiento. El comportamiento no lineal hace que la respuesta estructural dependa de la historia de carga. Por ello, para obtener la carga última es a menudo se proceder de forma que la carga aumente progresivamente, recorriendo los rangos elásticos, fisurado y finalizar previo al agotamiento. EHE-08 [7].

Es necesaria tener definida la totalidad de la estructura, lo que significa que se debe conocer la geometría como la disposición de las armaduras, por tal motivo, este tipo de análisis, también suelen ser usadas para conocer el estado de estructuras ya existentes.

### **2.6.1. Formatos de seguridad para análisis no lineales**

Se aplican los principios de diseño basados en el método de diseño de resistencia global, el cual trata las incertidumbres del comportamiento estructural como se describe en la condición de estado límite de acuerdo con el Eurocódigo sobre el nivel de resistencia estructural. Los efectos de diversas incertidumbres (de las propiedades del material, dimensiones geométricas, etc.) están integrados en una resistencia de diseño global y también pueden expresarse mediante un factor de seguridad global. Mientras que el carácter de la simulación numérica y el análisis no lineal deben considerarse de manera apropiada. FIB [1].

La condición de diseño se considera en forma de la ecuación siguiente, con incertidumbres separadas para acciones y resistencia.

$$F_d \leq R_d, R_d \frac{R_m}{\gamma_R^* \gamma_{Rd}}$$

donde:

- $F_d$  es el valor de diseño de las acciones;
- $R_d$  es resistencia de diseño;
- $R_m$  es el valor medio de la resistencia;
- $\gamma_R^*, \gamma_{Rd}$  son el factor de seguridad de resistencia global y el factor de incertidumbre del modelo, respectivamente.

La resistencia de diseño  $R_d$  se puede evaluar mediante varios métodos basados en diferentes niveles de implementación de la teoría probabilística:

- Método de resistencia global (Factor de Resistencia Global y el método de estimación de un coeficiente de variación de resistencia, conocido por sus siglas en ingles “ECOV”)
- Método del factor de seguridad parcial.

El objetivo del análisis no lineal es simular el comportamiento estructural real y evaluar el valor representativo de la resistencia. Esta tarea también se puede formular como una predicción de la resistencia real más probable, que es el valor medio de la resistencia. Por lo tanto, la resistencia media se elige como referencia para la evaluación de la seguridad mediante análisis no lineal. La incertidumbre debida a la variación aleatoria de las propiedades del material (y posiblemente a otros parámetros de resistencia) se describe mediante la variación aleatoria de la resistencia. Además, la incertidumbre del modelo debe incluirse por separado FIB [1].

Los métodos para la evaluación de la resistencia de diseño se enumeran según el nivel de su justificación probabilística. En el diseño del método probabilístico, la resistencia se evalúa explícitamente para determinar la probabilidad de fallo requerida o el índice de fiabilidad. En el método de resistencia global, la resistencia de diseño se estima en base a un enfoque probabilístico simplificado asumiendo aproximaciones significativas. En el método del factor de seguridad parcial, la resistencia de diseño se determina directamente utilizando valores de diseño de variables aleatorias sin evaluación de la seguridad global. El método del factor de seguridad parcial es comparable con el método de diseño del factor parcial aplicado a la resistencia global. La elección de un método relevante para el cálculo de la resistencia de diseño depende del juicio ingenieril teniendo en cuenta el modelo de resistencia y las posibles incertidumbres. En el diseño práctico, se recomienda el uso de al menos dos métodos, lo que proporciona verificaciones independientes del estado límite FIB [1].

### **2.6.1.1. Método del factor de resistencia global MC-2010 [1]**

La resistencia de diseño se calcula a partir de

$$R_d = \frac{r(f_{m,\dots})}{\gamma_R \gamma_{Rd}}$$

La función r representa el análisis no lineal considerando como valores de entrada los valores medios de las propiedades de los materiales empleados. Las propiedades del acero  $f_{ym} = 1.1f_{yk}$  donde  $f_{ym}$  es el valor medio del límite elástico del acero. Las Propiedades del hormigón estructural son  $f_{cmd} = 0.85f_{ck}$  donde el factor de reducción 0,85 debe utilizarse para obtener los valores medios reducidos de otras propiedades del material del hormigón, como la resistencia a la tracción, la energía de fractura o la resistencia a la adherencia. El factor de resistencia parcial tiene que ser  $\gamma_R = 1.2$  y El factor de incertidumbre del modelo debe ser considerado por el factor  $\gamma_{Rd} = 1.06$ . FIB [1].

### 2.6.1.2. Método de estimación de un coeficiente de variación de resistencia (ECOV) MC-2010 [1]

Los estudios probabilísticos indican que la distribución aleatoria de la resistencia de los elementos de hormigón armado se puede describir mediante una distribución logarítmica normal de dos parámetros con el límite inferior en el origen. Por lo tanto, el presente método se basa en el supuesto de una distribución logarítmica normal, que se puede identificar mediante dos parámetros aleatorios:  $R_m$  - resistencia media y  $V_R$  - coeficiente de variación de la resistencia. Se pueden derivar otros parámetros, como una resistencia característica, ya que dependen de la definición anterior FIB [1].

Las estimaciones de los valores medios y característicos de la resistencia deben calcularse utilizando los valores correspondientes de los parámetros del material:

$$R_m = r(f_m, \dots), \quad R_k = r(f_k, \dots)$$

donde  $r$  representa el análisis no lineal y  $f_m$  y  $f_k$  son valores medios y característicos de los parámetros del material de entrada, respectivamente.

El coeficiente de variación  $V_R$  de la resistencia se determina a partir de:

$$V_R = \frac{1}{1.65} \ln \left( \frac{R_m}{R_k} \right)$$

El factor de resistencia global  $\gamma_R$  para la media se determina a partir de:

$$\gamma_R = \exp(\alpha_R \beta V_R)$$

donde  $\alpha_R = 0.8$  es un factor de sensibilidad (peso) para la fiabilidad de la resistencia y  $\beta=3.8$  es un índice de fiabilidad.

Por lo tanto, la resistencia de diseño se calcula a partir de:

$$R_d = \frac{R_m}{\gamma_{Rd} \gamma_R}$$

El factor de resistencia global  $\gamma_R$  está relacionado con la variación aleatoria de la resistencia debido a los parámetros básicos del material y los modos de fallo. El factor de incertidumbre del modelo para modelos numéricos bien validados se propone como  $\gamma_{Rd}=1.06$ . Para la validación de bajo nivel, deben usarse valores de incertidumbre del modelo más altos  $> 1.06$ . Se debe enfatizar que este método depende de valores confiables y justificados para los valores medios y característicos de los parámetros del material utilizados para la entrada del análisis de resistencia y relevantes para el modo de fallo en consideración. FIB [1].

### **2.6.1.3. Método de factor parcial MC-2010 [1]**

Se puede aplicar el método de factores parciales, en el que la resistencia de diseño  $R_d$  se calcula utilizando los valores de diseño como parámetros de entrada  $f_d$  para el análisis no lineal:

$$R_d = r(f_d, \dots)$$

En este caso, el análisis estructural se basa en parámetros de material extremadamente bajos en todas las ubicaciones, lo que no se corresponde con el concepto probabilístico de simulación. Esto puede causar desviaciones en la respuesta estructural, por ejemplo, en el modo de fallo. Sin embargo, los estudios de caso indican que el método del factor parcial es prácticamente aplicable. El método de los factores parciales se puede utilizar como una estimación segura en ausencia de una solución más refinada. En una situación estándar, la incertidumbre del modelo se incluye en el factor de seguridad parcial  $\gamma_M = \gamma_m \gamma_{Rd}$  y se refleja en los valores de diseño de los parámetros básicos del material  $f_d = f_m / \gamma_m$ . Por lo tanto, en el método del factor parcial, no es necesario aplicar el factor de incertidumbre del modelo a la resistencia de diseño  $R_d$ . FIB [1].

## **2.7. Modelización no lineal de láminas de hormigón armado**

Las teorías de las placas son descripciones matemáticas de la mecánica de las placas planas que se basan en la teoría de las vigas. Las placas se definen como elementos estructurales planos con un espesor pequeño en comparación con las dimensiones planas. Timoshenko & Woinowsky-Krieger [15]. El objetivo de la teoría de placas es calcular la deformación y tensiones en una placa sometida a cargas.

De las numerosas teorías de las placas que se han desarrollado desde finales del siglo XIX, dos son ampliamente aceptadas y utilizadas en ingeniería. Estos son la teoría de las placas de Kirchhoff-Love [16] (teoría de las placas clásica) y la teoría de placas de Mindlin-Reissner [17] (teoría de placas de corte de primer orden). La teoría de Kirchhoff-Love es una extensión de la teoría de la viga de Euler-Bernoulli a las placas delgadas. La teoría fue desarrollada en 1888 por Love [16] utilizando supuestos propuestos por Kirchhoff. Se asume que se puede utilizar un plano de superficie media para representar la placa tridimensional en forma bidimensional.

La modelización no lineal de los materiales que SAP2000 utiliza, corresponde al modelo de material de hormigón armado Darwin-Pecknold modificado [18]. Es un modelo de hormigón de aproximación difusa (“*Smeared-crack approach*”) de rotación coaxial. Considera el agrietamiento y aplastamiento del concreto, y cuando se combina con un material de acero considera su rendimiento. El modelo está diseñado para hormigón armado y no tiene en cuenta la resistencia a la tracción del hormigón. El modelo no considera el deslizamiento de la unión ni el efecto cuña. CSI [19].

### 2.7.1. Comportamiento del material de hormigón uniaxial

La relación tensión-deformación uniaxial del material de hormigón se muestra en la Figura 2.6. El material tiene una resistencia a la tensión cero. El comportamiento de compresión aumenta monótonamente desde el punto O al punto U y tiene tensión constante entre los puntos U y L. El comportamiento puede ser trilineal o elástico-perfectamente plástico como en la Figura 2.7. La pérdida de fuerza del punto L al punto R es opcional. Existe una tensión constante entre los puntos R y X, que se extiende indefinidamente, representa la resistencia residual en el material. Si se especifica una curva de tensión-deformación arbitraria del material, se construirá una aproximación trilineal. CSI [19].

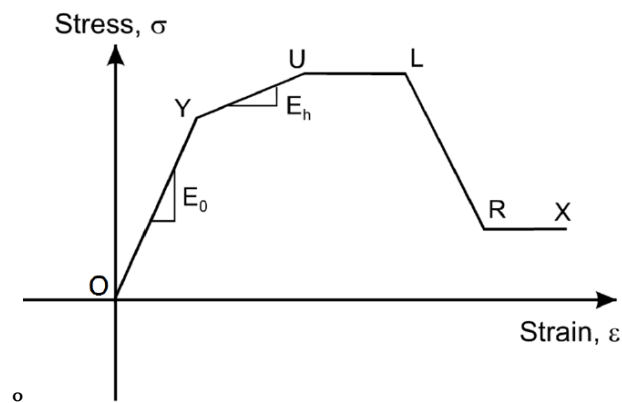


Figura 2.6. Relación tensión-deformación uniaxial. CSI [19]

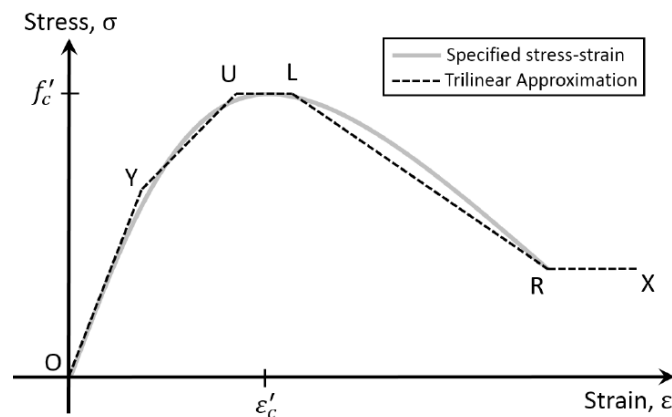


Figura 2.7. Aproximación trilineal de la curva tensión-deformación del hormigón CSI [19]

### 2.7.2. Ejes materiales iniciales y principales

La figura 4 (a) muestra un elemento de pared y las tensiones en un punto de la pared. Los ejes de material iniciales están fijos con respecto al elemento de pared. En general, puede haber esfuerzos normales y cortantes en estos ejes, como se muestra en la Figura 4 (b). También hay ejes materiales principales, como se muestra en la Figura 4 (c). Estos ejes son paralelos a las direcciones de tensión principales y, por tanto, son únicamente tensiones normales. El supuesto clave del modelo de Darwin es que se puede aplicar una



relación tensión-deformación uniaxial a lo largo de cada uno de los ejes principales del material CSI [19].

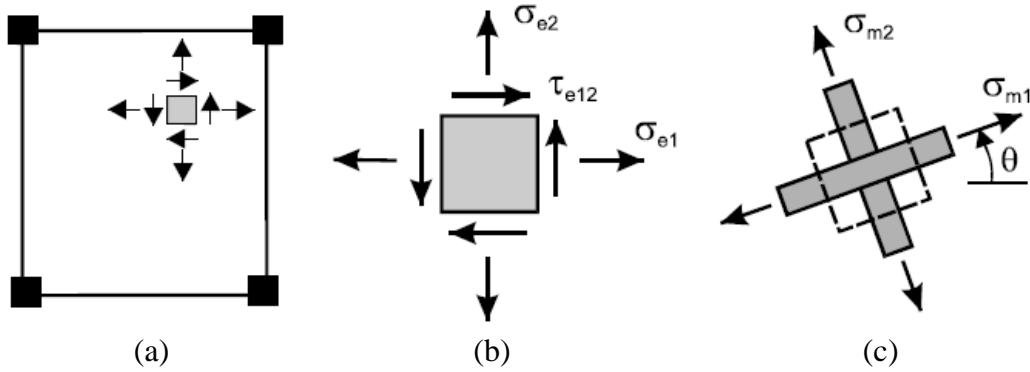


Figura 2.8. Ejes de material inicial y principal (a) Sección de elemento finito, tensiones en un punto; (b) ejes de elementos; (c) ejes materiales. CSI [19]

### 2.7.3. Comportamiento del material agrietado o posterior al rendimiento

Después de la fluencia o el agrietamiento, el módulo del material cambia y se desprecia la relación de Poisson. Por ejemplo, en el punto Y de la Figura 2.6, el módulo se reduce a E, y en el punto U se reduce a cero. En general, las tensiones, deformaciones y módulos serán diferentes a lo largo de las dos direcciones principales. La ecuación se puede modificar para la no linealidad del material de la siguiente manera:

$$\begin{Bmatrix} d\sigma_{m1} \\ d\sigma_{m2} \\ d\sigma_{m12} \end{Bmatrix} = [D_{epm}] \begin{Bmatrix} d\varepsilon_{m1} \\ d\varepsilon_{m2} \\ d\varepsilon_{m12} \end{Bmatrix} \quad \text{o} \quad d\sigma_m = D_{epm} d\varepsilon_m$$

donde  $D_{epm}$  es la matriz constitutiva elástico-plástica en los ejes principales del material, dada por:

$$D_{epm} = \frac{1}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} E_1 & \sqrt{E_1 E_2} & 0 \\ \nu \sqrt{E_1 E_2} & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & G_m \end{bmatrix}$$

### 2.7.4. Reducción de la resistencia bajo tensión de tracción perpendicular

Cuando el hormigón se somete a esfuerzos cortantes, a menudo se agrieta en una dirección y se comprime en la otra dirección. La falla en el cortante puede ocurrir cuando el concreto es sometido a compresiones. Vecchio y Collins [20] demostraron que la resistencia a la compresión del hormigón depende de la magnitud de la deformación por tracción en la dirección perpendicular. La resistencia a la compresión efectiva del hormigón en tales situaciones puede ser sustancialmente menor que la  $f_c'$  original. La Figura 2.9 muestra la relación entre la resistencia a la compresión y la deformación por tracción perpendicular desarrollada en Vecchio y Collins [20] e implementada en este modelo de material.

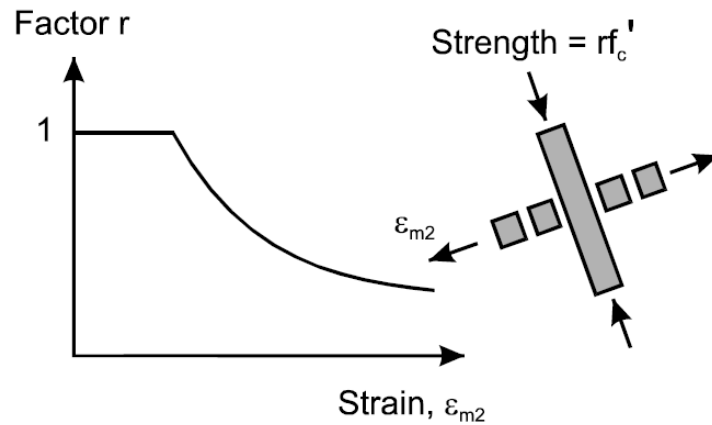


Figura 2.9. Reducción de la resistencia a la compresión debido a la deformación por tracción en la dirección perpendicular. CSI [19]

La siguiente ecuación de Vecchio y Collins [20] se utiliza para el factor de reducción de la resistencia a la compresión,  $r$ :

$$r = \frac{1}{0.8 - 0.34 \frac{\varepsilon_m}{\varepsilon_c}} \leq 1$$

donde  $\varepsilon_m$  es la deformación por tensión instantánea (positiva) en la dirección perpendicular y  $\varepsilon_c$  es la deformación por compresión uniaxial (negativa).

Esta reducción también es conocida como “*Softening*”, donde la deformación por tracción provoca la reducción de la resistencia a la compresión en la dirección ortogonal, tal como se muestra en la Figura 2.10.

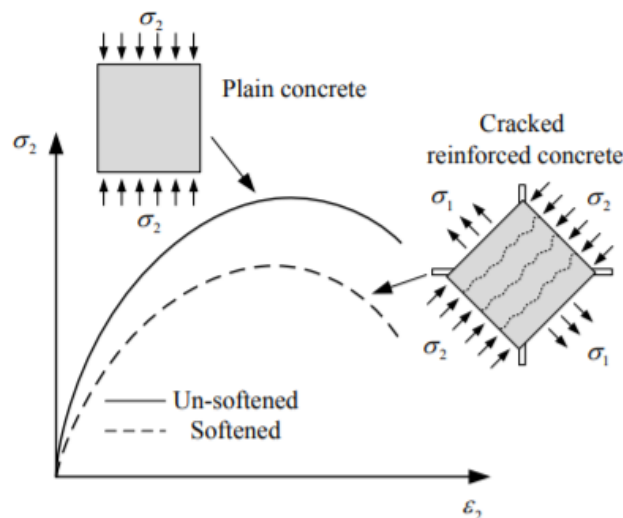


Figura 2.10. Efecto de reducción por compresión del hormigón armado Feng [21]

Este tipo de efecto de compresión y reducción ya ha sido utilizado por la mayoría de los modelos de plasticidad del concreto mediante el uso de una superficie de rendimiento (Lee and Fenves [22]; Wu et al [23]; Saritas and Filippou (2009) [24]; Saritas and Filippou (2013) [25]). La reducción de la resistencia a la compresión del hormigón armado bajo el estado de tensión de tracción-compresión (Vecchio y Collins [20]; Hsu [26]), y el modo

de fallo son varias grietas paralelas normales a la dirección principal de tracción. Los dos modos de falla diferentes se pueden encontrar en la Figura 2.11. Feng [21].

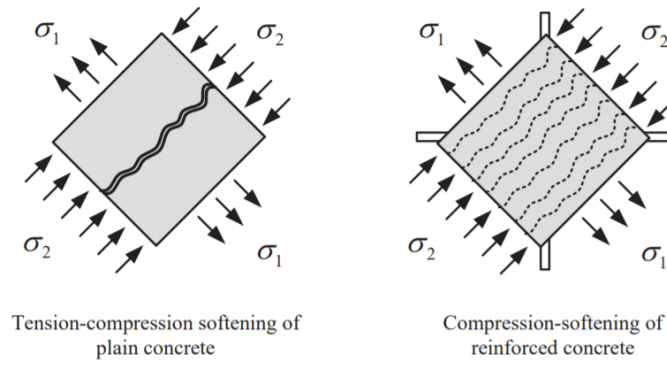


Figura 2.11. Modos de falla de ablandamiento por tensión-compresión y ablandamiento por compresión. Feng [21]

## CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA GENERAL DE ANÁLISIS

Todas las losas fueron analizadas por medio del Software SAP2000 diseñado por Computers and Structures, Inc., programa destinado al cálculo y análisis de estructuras.

Con el fin de obtener resultados que abarquen losas con cantos, luces y características mecánicas realistas, se decidió realizar un análisis lineal y no lineal de losas cuadradas con cantos comprendidos entre los 25cm y los 40cm, luces de vano de 5m a 8m y hormigones de HA-25 y HA-40; generando un conjunto total de 32 losas. En todos los casos se utiliza un acero de clase C de 500MPa de valor característico del límite elástico. Las losas tienen 9 apoyos que se ubican como se muestra en la Figura 3.1, simulando una losa simplemente apoyada en soportes puntuales (pilares):

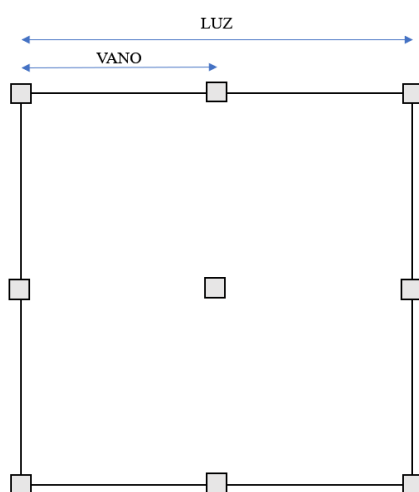


Figura 3.1. Esquema general de losas

### 3.1. Proceso de cálculo en SAP2000

Para mostrar el proceso detallado de la realización de las losas se muestra, a modo de ejemplo, el proceso de cálculo paso a paso de una losa de 6m de luz, 25cm de canto y HA-25. Los pasos se enumeran a continuación:

1. Se selecciona la opción “*Grid Only*”, debido a que es la más indicada para graficar elementos bidireccionales planos y regulares, también brinda la facilidad de crear secciones con elementos finitos.

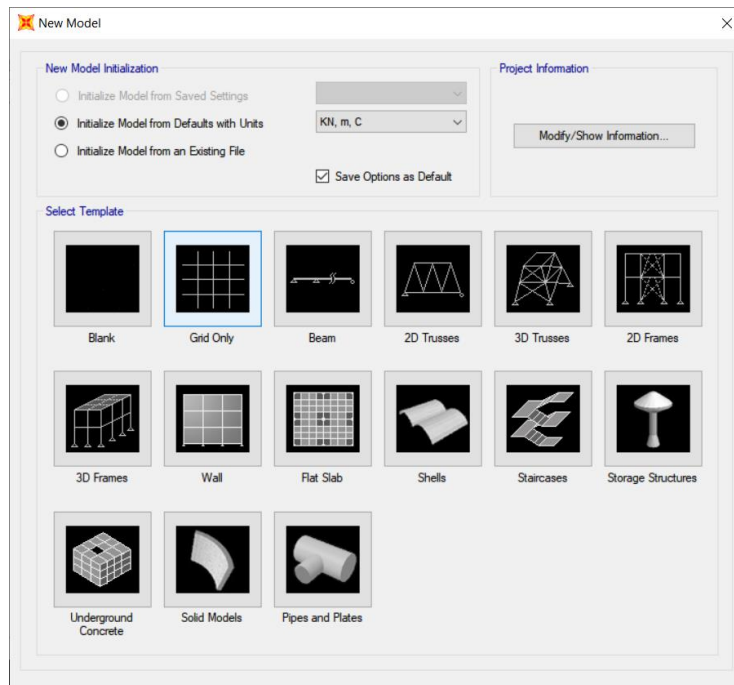


Figura 3.2. New Model. Plantilla inicial

- Para ingresar las medidas iniciales de los forjados y teniendo en cuenta los casos de estudio de este trabajo, solo son relevantes los datos de “*Number of Grid Lines*” en dirección “x” e “y”, estos datos son correspondientes a la longitud total de la losa más uno en sus direcciones correspondientes. Ya que la luz de las losas de vano de 6m son 12m por lado, el valor de “x” e “y” es 13. Como la losa es plana, todos los valores de “*Grid Spacing*” son 1 y para la localización inicial “*First Grid Line Location*”, por comodidad se coloca 0 en todas las direcciones.

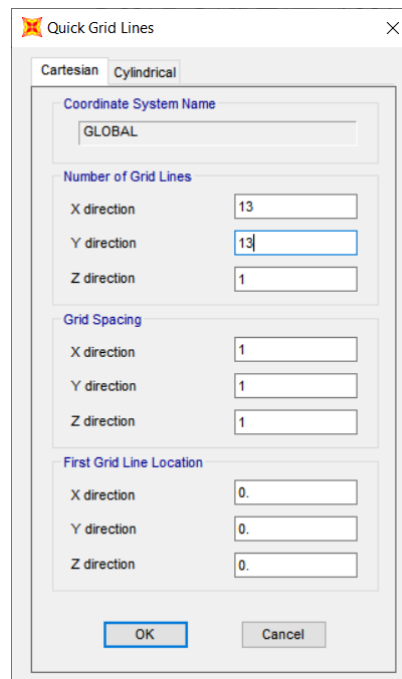


Figura 3.3. Quick Grind Lines. Diseño rápido inicial

3. El siguiente paso corresponde a la definición de los materiales. Estos corresponden al hormigón de 25MPa (HA-25) la cual representa a la resistencia a compresión a los 28 días y a la armadura pasiva (Rebar).

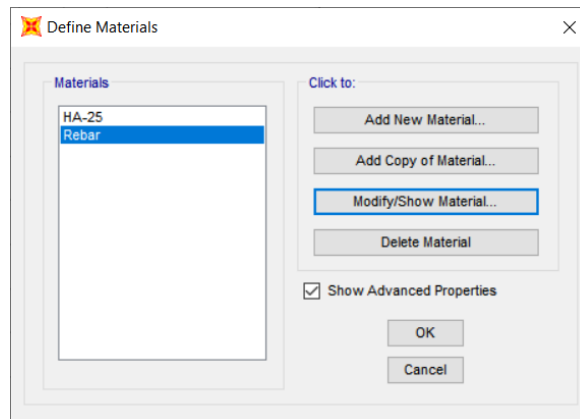


Figura 3.4. Define Materials. Definición de materiales

4. Las características del hormigón es la definida en España por la EHE. Para este caso corresponde a un hormigón de HA-25.

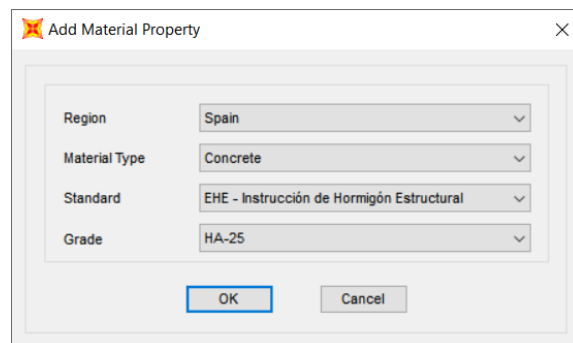


Figura 3.5. Add Material Property. Insertar características del hormigón

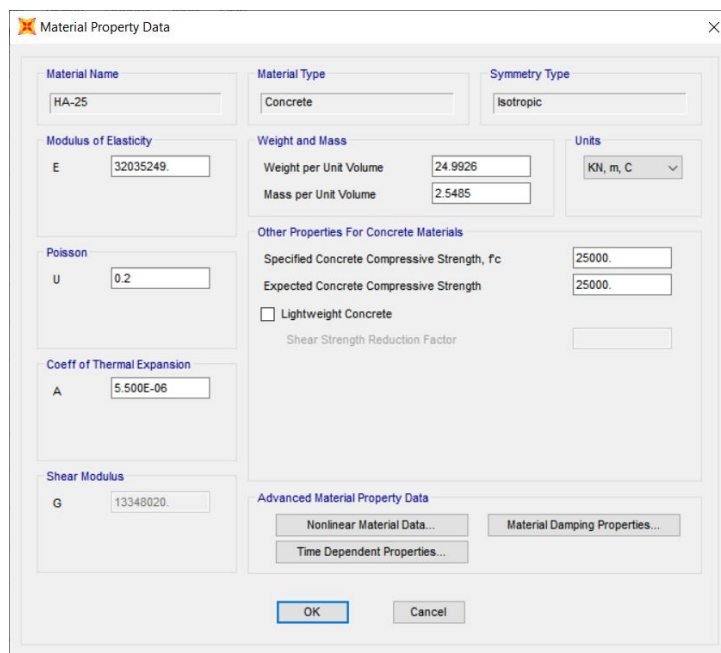


Figura 3.6. Material Property Data. Propiedades del hormigón

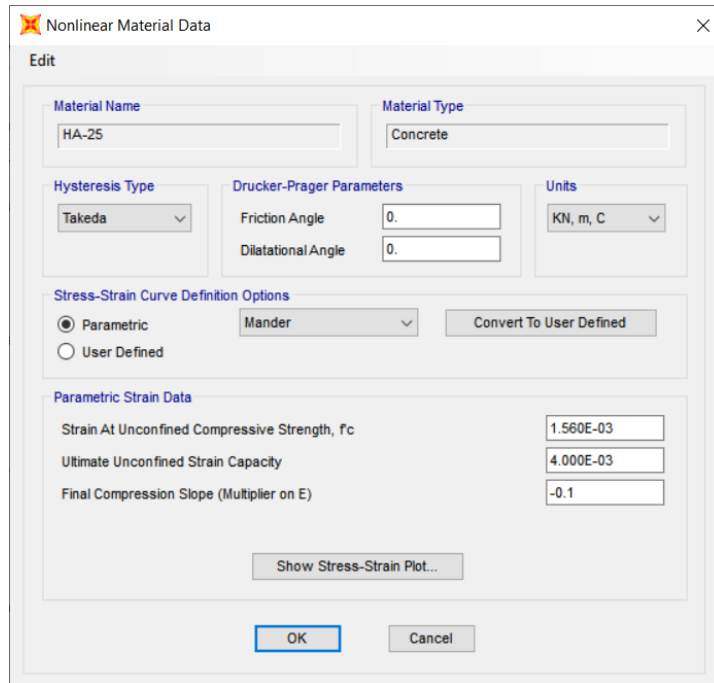


Figura 3.7. Nonlinear Material Data. Propiedades no lineales del hormigón

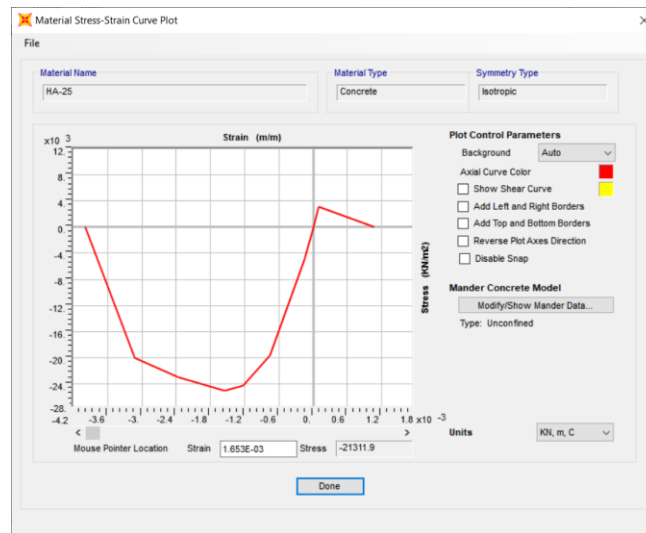


Figura 3.8. Material Stress-Strain Curve Plot. Curva tensión deformación del hormigón

- Las características del acero para todas las losas del estudio serán Rebar para la región de España.

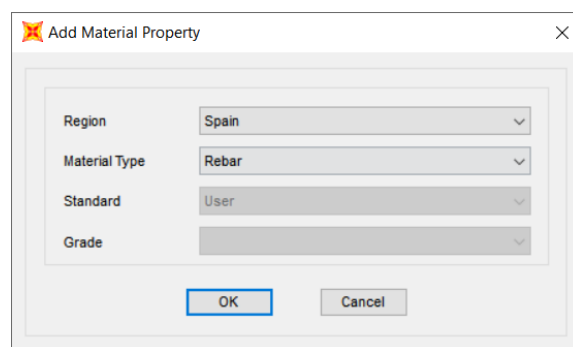


Figura 3.9. Add Material Property. Insertar características de armadura

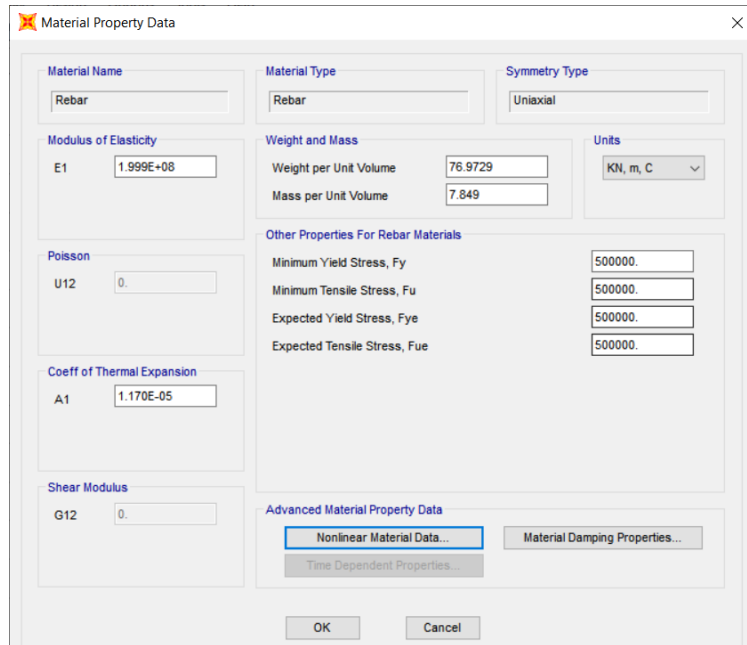


Figura 3.10. Material Property Data. Propiedades del acero

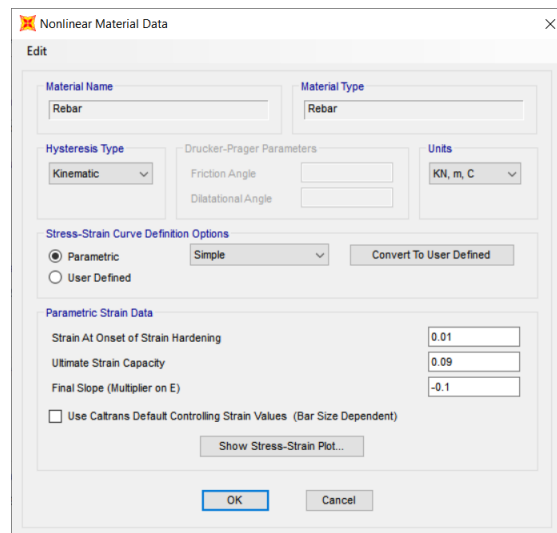


Figura 3.11. Nonlinear Material Data. Propiedades no lineales del acero

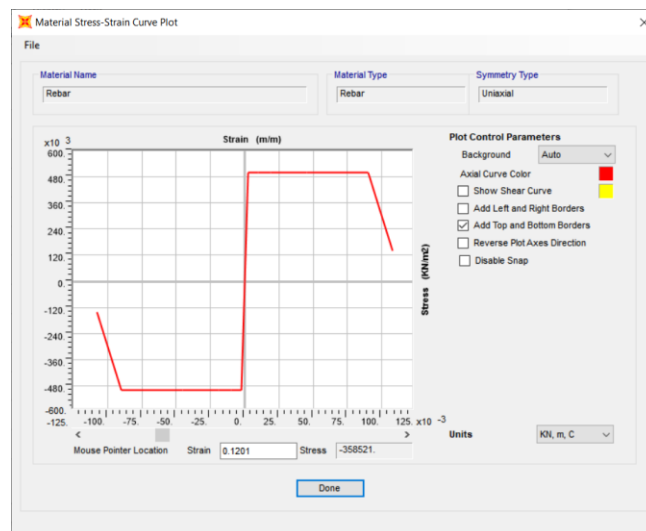


Figura 3.12. Material Stress-Strain Curve Plot. Curva tensión deformación del acero



6. Para realizar el cálculo lineal, se ingresa una losa con el espesor deseado, esto con el fin de conocer las armaduras que posteriormente serán necesarias para el cálculo no lineal. También se define el material correspondiente al HA-25.

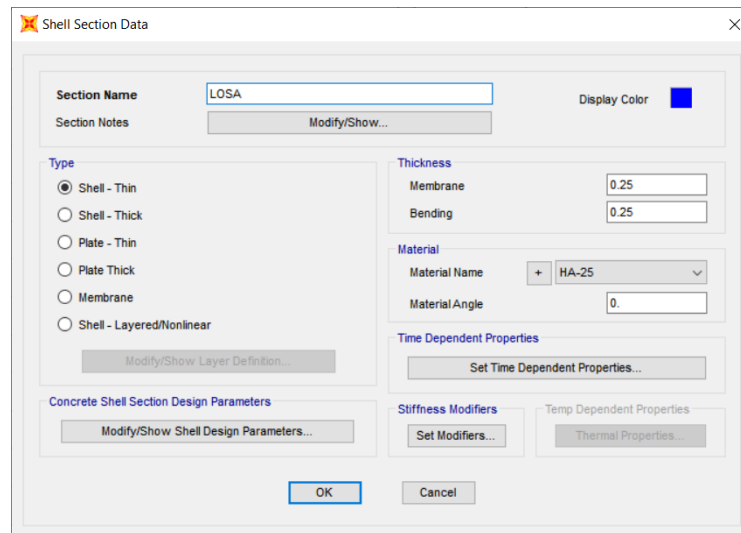


Figura 3.13. Shell Selection Data. Losa para el análisis lineal

7. Seleccionando “*Modify/Show Shell Design Parameters...*” se define el recubrimiento correspondiente de 0.04m en todas las direcciones y en las dos caras.

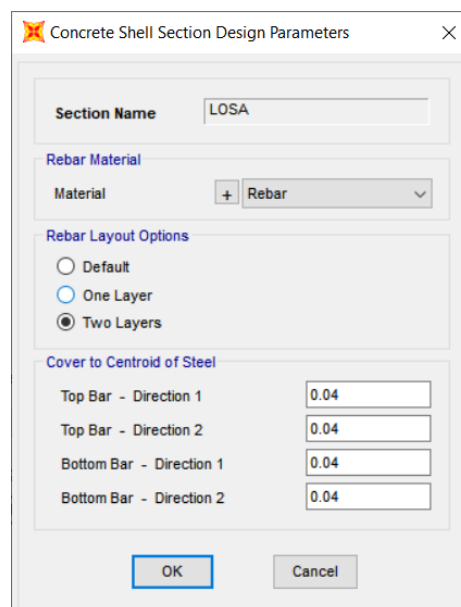


Figura 3.14. Concrete Shell Selection Design Parameters. Definición del recubrimiento

8. Se definen los casos de carga, los cuales son el peso propio, carga muerta y sobrecarga de uso.

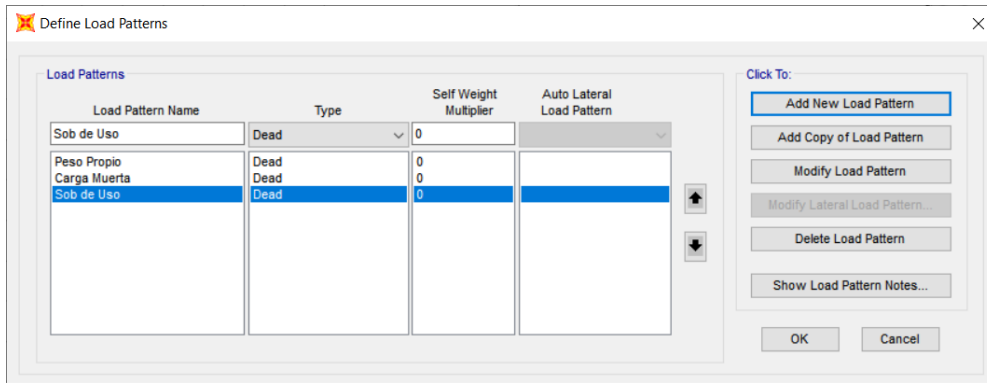


Figura 3.15. Define Load Patterns. Definición de los parámetros para los casos de carga

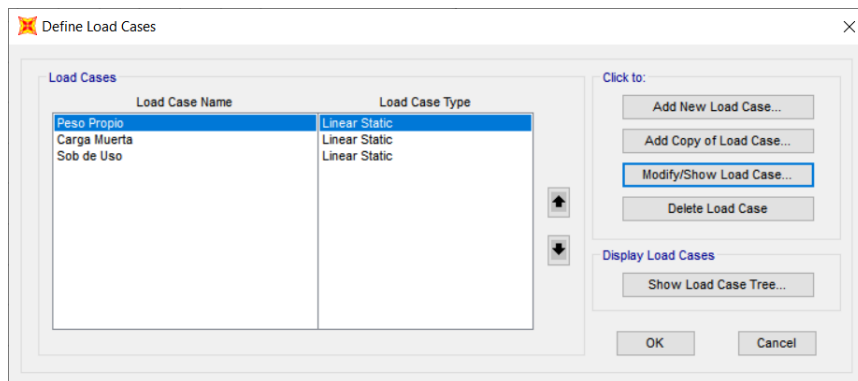


Figura 3.16. Define Load Cases. Definición de casos de carga

9. La combinación de cargas usada será la del Estado Límite Ultimo (ELU), con los respectivos factores definidos por la EHE-08 en la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**, aplicables para la evaluación de los Estados Límite Últimos.

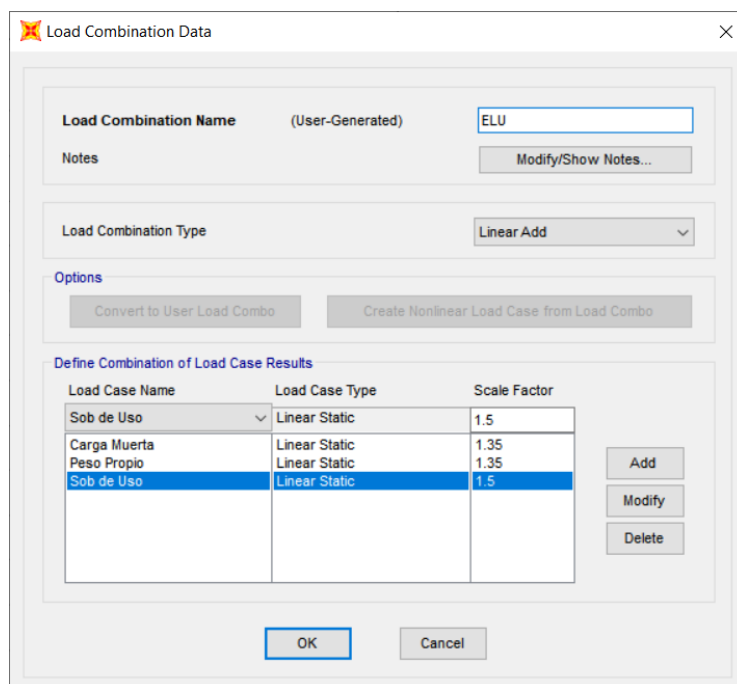


Figura 3.17. Load Combination Data. Definición de las combinaciones

10. Para que las condiciones de contornos sean las más semejantes a las que se pueden encontrar en un laboratorio, se decide que, los apoyos exteriores solo tengan una restricción en sentido vertical, y el apoyo central sea restringido en los tres desplazamientos y en la rotación en sentido vertical.

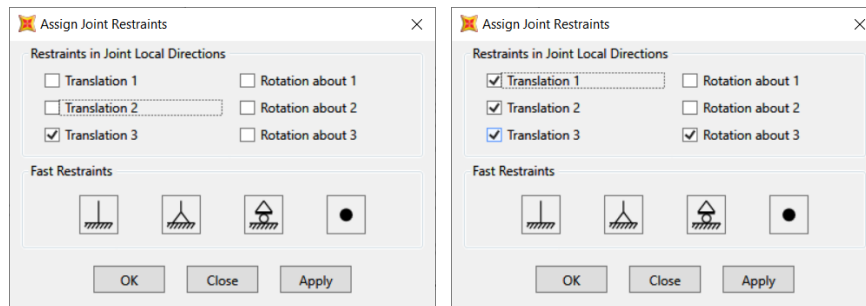


Figura 3.18. Assign Joint Restraints. Condiciones de contorno

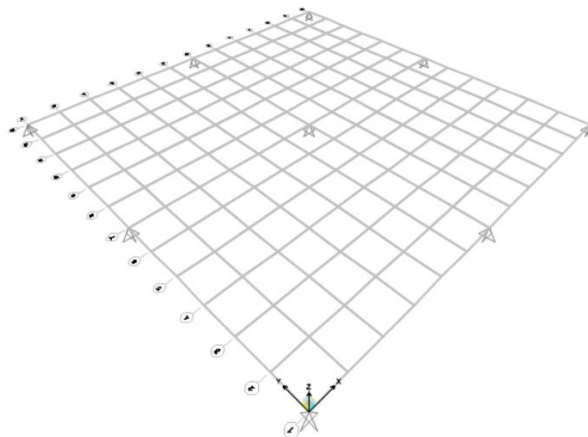


Figura 3.19. Losa final para análisis no lineal

11. Finalmente, para conocer los requerimientos de armadura, se aplican las acciones de Peso Propio, Carga Muerta y Sobrecarga de Uso con sus respectivos valores por toda la losa. Para Peso Propio es el valor del canto en metros por la densidad del Hormigón Armado la cual es de  $25\text{kN/m}^3$  dando como resultado  $7.5\text{kN/m}^2$ ; La carga muerta es de  $2\text{kN/m}^2$ ; y la sobrecarga de uso es de  $3\text{kN/m}^2$ .

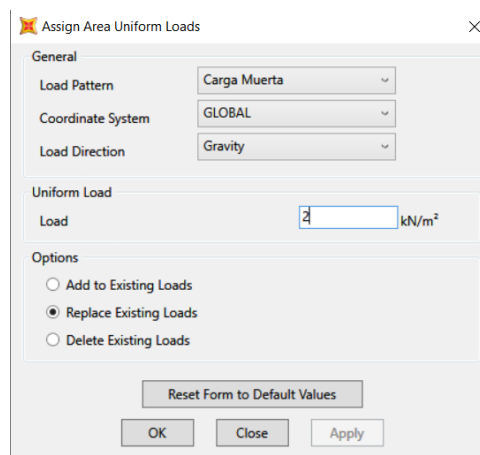


Figura 3.20. Assign Area Uniform Loads. Aplicación de las cargas sobre la losa

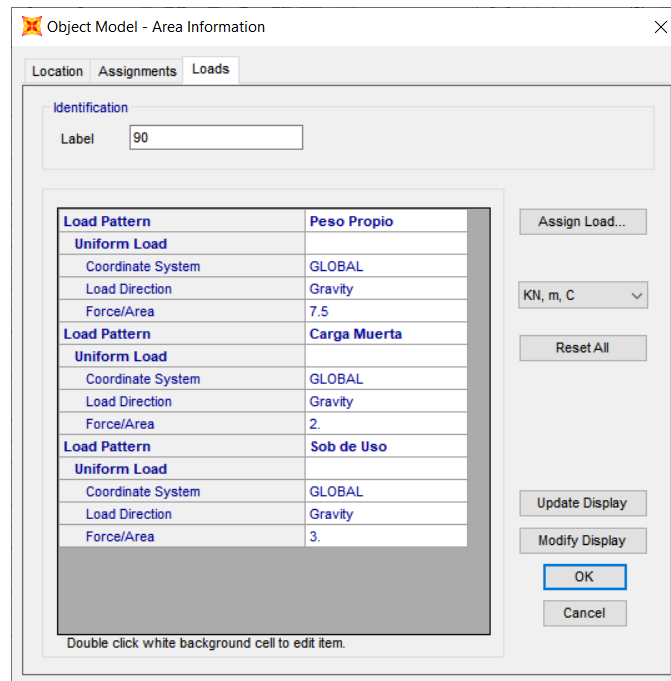


Figura 3.21. Object Model - Area Information. Información sobre las cargas finales aplicadas a la losa

12. Una vez que Sap2000 realiza su análisis elástico y lineal, éste brinda los requerimientos de armadura longitudinal tanto en sentido “x” como “y”, en la zona superior e inferior de la losa.

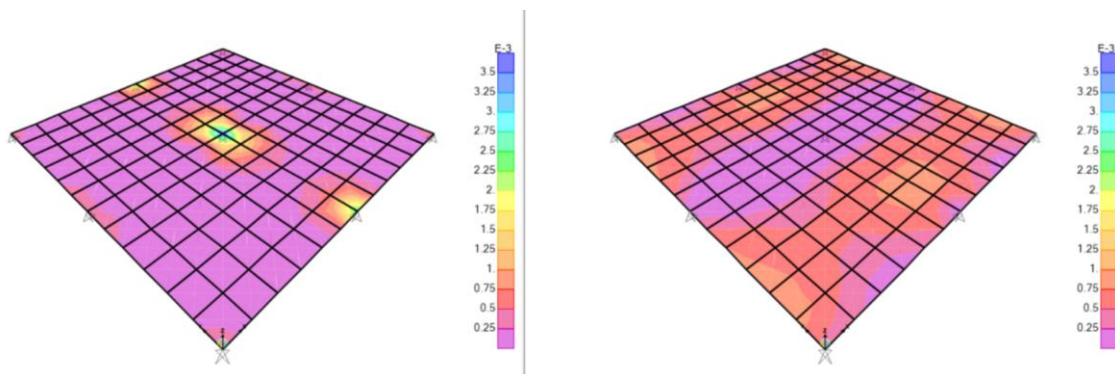


Figura 3.22. Requerimientos de armadura

13. Se revisan las tensiones de compresión del hormigón en el centro de la losa, para determinar si éstas son superiores a las que puede resistir el hormigón según las propiedades del hormigón utilizadas en el análisis.

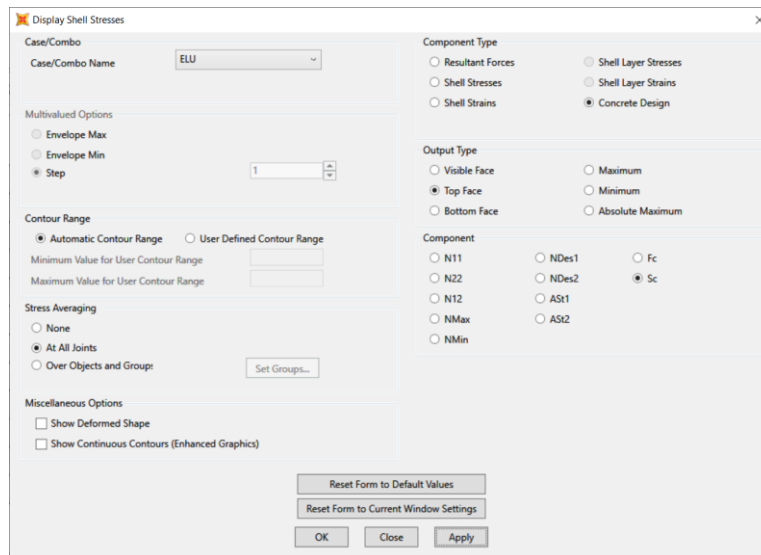


Figura 3.23. Display Shell Stresses. Mostrar las tensiones a compresión del hormigón

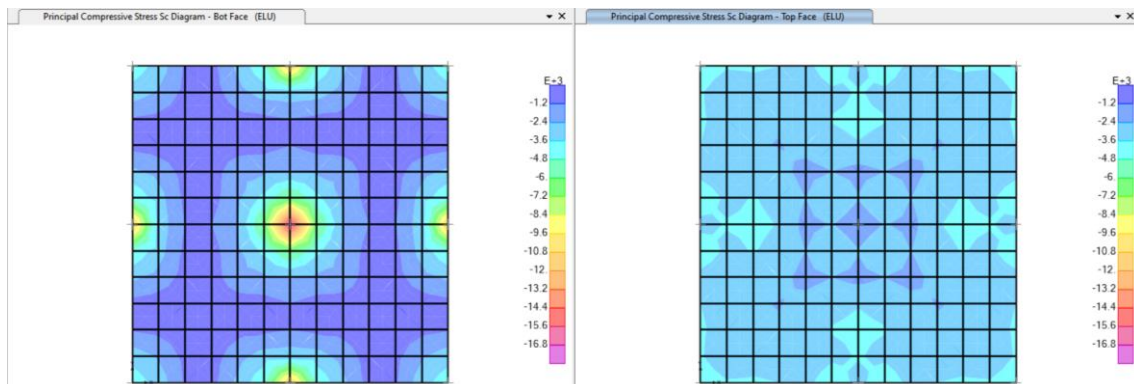


Figura 3.24. Tensiones a compresión del hormigón en las caras superior e inferior.

14. Para tener una mejor solución constructiva se zonifica la losa, de tal manera que se pueda obtener la armadura máxima por cada de una de las zonas y de esta manera no colocar más armadura de la estrictamente necesaria.



Figura 3.25. Zonificación de la losa

15. Finalizado el análisis lineal, se procede con el análisis no lineal. Para esto se definen nuevas losas con la opción “*Shell-Layered/Nonlinear*”.

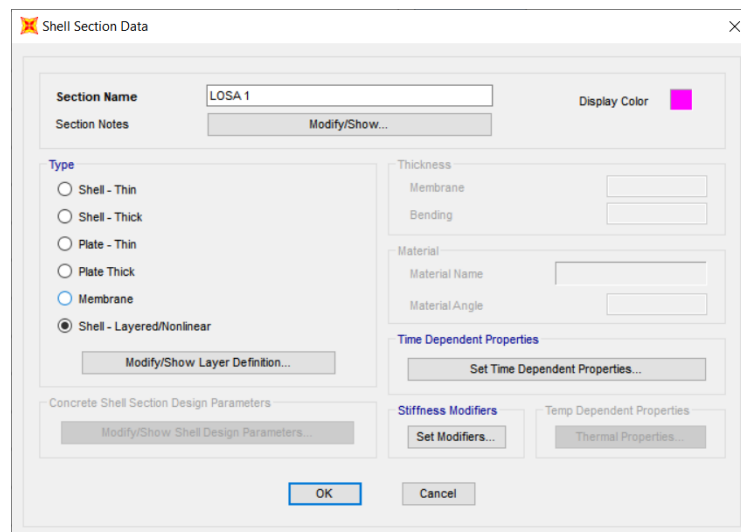


Figura 3.26. Shell Section Data. Losa para análisis no lineal

16. Para realizar el análisis no lineal, es necesario definir las armaduras en la sección de lámina no lineal. Estas corresponden a valores que satisfagan las necesidades del análisis lineal y los mínimos geométricos y mecánicos, manteniendo el recubrimiento de 0.04m por lo que es necesario tenerlo en cuenta al colocar la distancia de las armaduras.

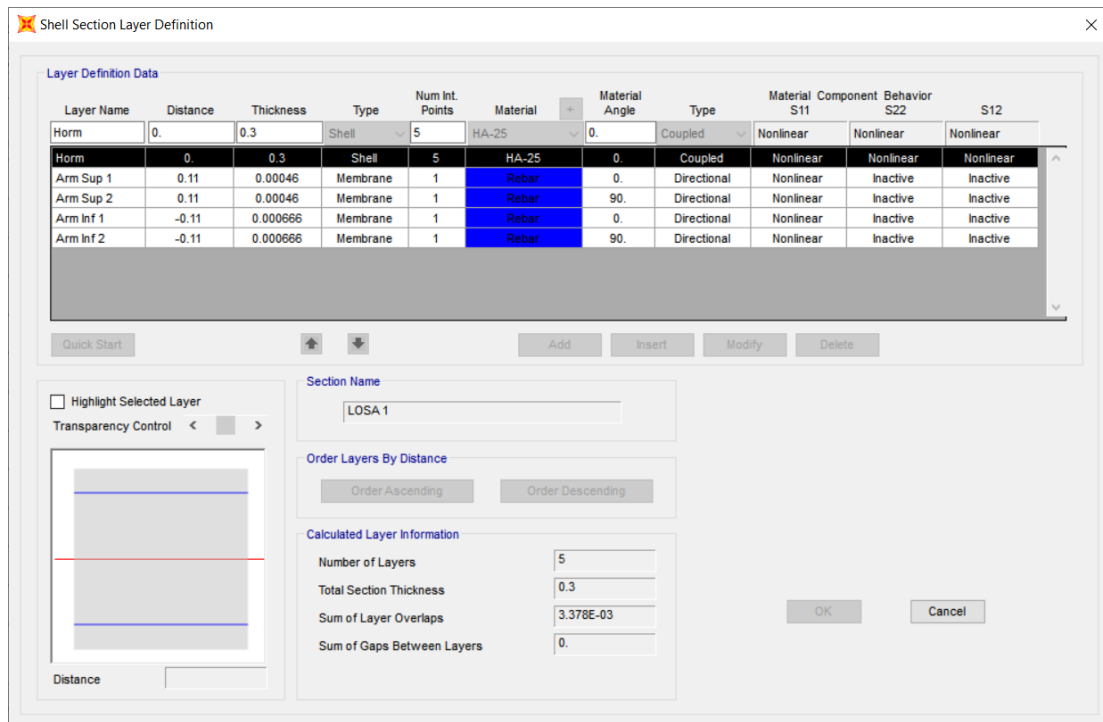


Figura 3.27. Shell Section Layer Definition. Definición de las armaduras

17. Se definen 4 secciones tipo para cada una de las zonas definidas anteriormente.

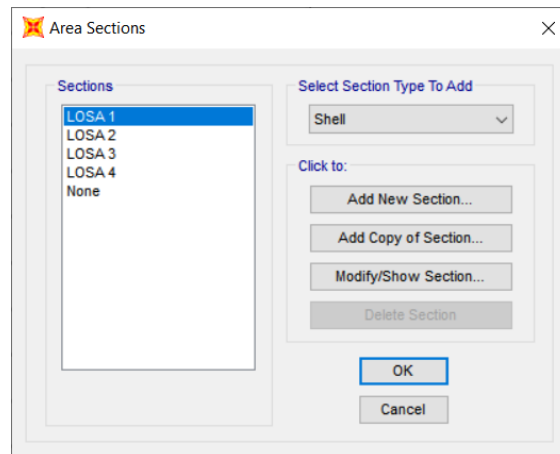


Figura 3.28. Area Sections. Definición de las 4 losas

18. Se define el caso de carga no lineal, con los coeficientes de seguridad del Estado Límite Último. Para calcular la flecha máxima en ELU se deja la función “Full Load” y conocer el nodo con el desplazamiento mayor.

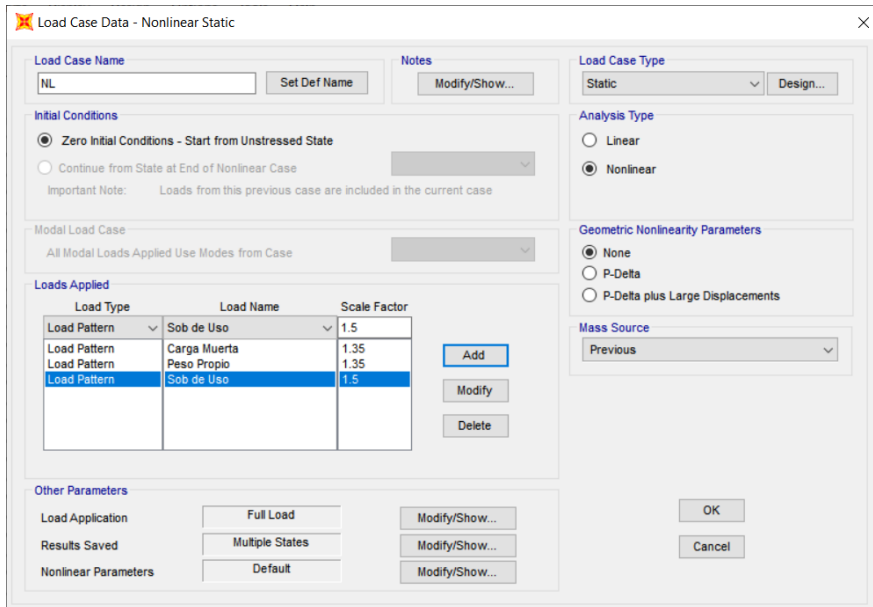


Figura 3.29. Load Case Data - Nonlinear Static. Caso no lineal "Full Load"

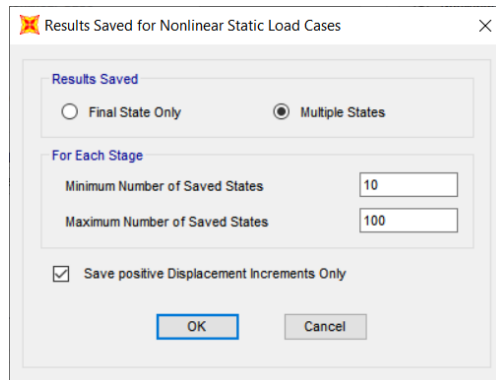


Figura 3.30. Results Saved for Nonlinear Static Load Cases. Dividir en pasos el análisis no lineal

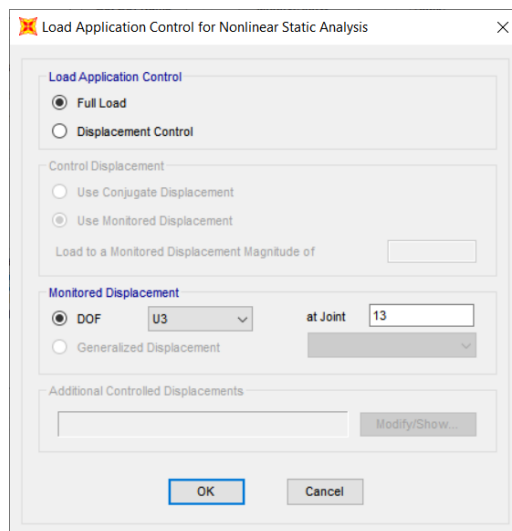


Figura 3.31. Load Application Control for Nonlinear Static Analysis

19. Para conocer la carga final, se selecciona la función “*Displacement Control*”, se le pide calcular hasta un desplazamiento superior al que suponemos que llegará,



para conocer el punto de colapso y calcularlo en el nodo de máxima flecha conocida en el paso anterior.

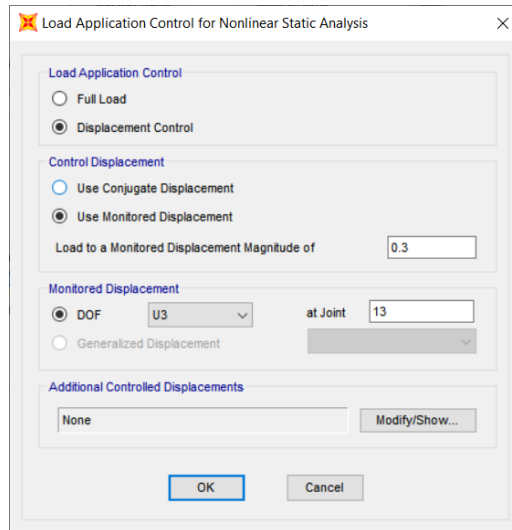


Figura 3.32. Load Application Control for Nonlinear Static Analysis. Definición de magnitud del control del desplazamiento

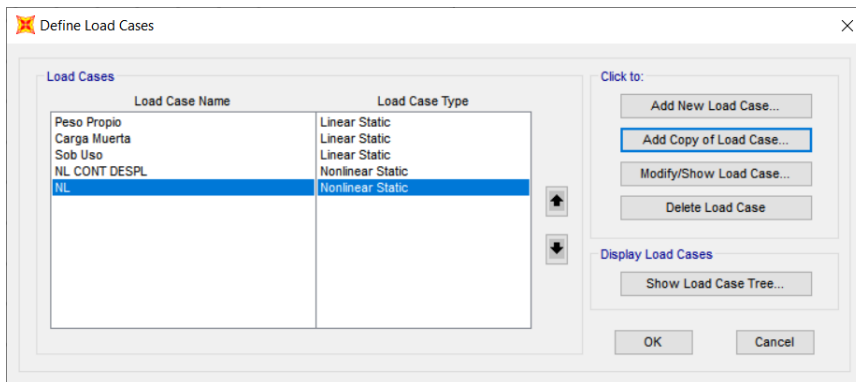


Figura 3.33. Load Application Control for Nonlinear Static Analysis. Definición de magnitud del control del desplazamiento

20. Cuando el programa termine de calcular, podremos conocer la carga máxima admitida por la losa. Dividiendo esta carga por la superficie se obtiene la carga de rotura que puede soportar por unidad de superficie.

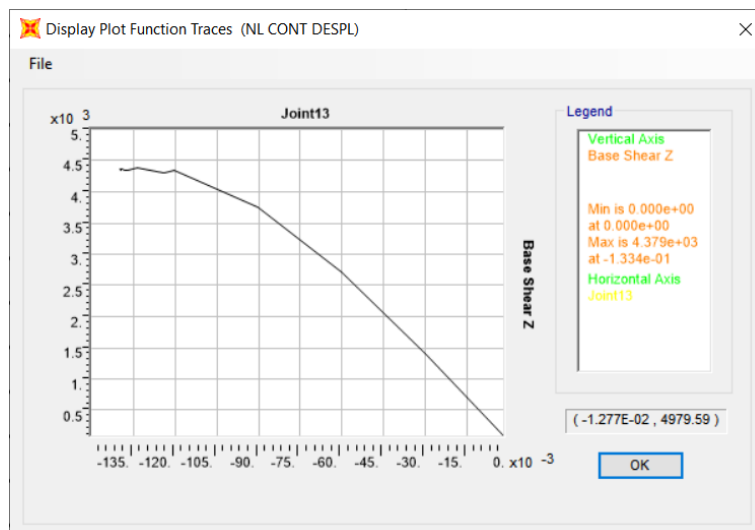


Figura 3.34. Display Plot Function Traces. Curva tensodeformacional de la losa antes del colapso

21. El proceso del cálculo no lineal se repetirá variando las características de los materiales para obtener las cargas finales según cada método del Código Modelo tal y como se ha indicado en el apartado 2.6.1. Formatos de seguridad para análisis no lineales.

### 3.2.Planteamiento de casos

Los valores paramétricos de estudio en este trabajo son los siguientes:

- Resistencia del hormigón: 25 y 40 MPa
- Luces: 5, 6, 7 y 8 metros
- Cantos 25, 30, 35 y 40 cm.

Esa variación determina un total de 32 losas diferentes.

Además, dependiendo del método de análisis de la seguridad adoptado según el MC-2010, es preciso llevar a cabo el análisis de la losa con diferentes valores de las características de los materiales:

Tabla 3.1. Planteamiento general de casos

Método	Valores	$f_c$	$f_y$
<b>Factor de Resistencia Global</b>	medios	$f_{cm}=0.85 \cdot f_{ck}$	$f_{ym}=1.1 \cdot f_{yk}$
<b>ECOV</b>	medios	$f_{cm}= f_{ck}+8$	$f_{ym}=1.1 \cdot f_{yk}$
	característicos	$f_{ck}$	$f_{yk}$
<b>Factores Parciales</b>	de cálculo	$f_{cd}= f_{ck}/1.5$	$f_{yd}= f_{yk}/1.15$

Como consecuencia, la tabla que se incluye a continuación resume todos los casos de análisis, así como los valores adoptados para las características de los materiales en cada caso:

Tabla 3.2. Tabla detallada de casos

Resistencia del Hormigón	Vano (m)	Canto (cm)	Características Mecánicas de los Materiales según cada Método (MPa)					
			Método de factor de Resistencia Global		ECOV		Método de Facto Parcial	
			Hormigón	Acero	Hormigón	Acero	Hormigón	Acero
HA-25	5	25	21.25	550	33, 25	550, 500	16.67	434.78
		30	21.25	550	33, 25	550, 500	16.67	434.78
		35	21.25	550	33, 25	550, 500	16.67	434.78
		40	21.25	550	33, 25	550, 500	16.67	434.78
	6	25	21.25	550	33, 25	550, 500	16.67	434.78
		30	21.25	550	33, 25	550, 500	16.67	434.78
		35	21.25	550	33, 25	550, 500	16.67	434.78
		40	21.25	550	33, 25	550, 500	16.67	434.78
	7	25	21.25	550	33, 25	550, 500	16.67	434.78
		30	21.25	550	33, 25	550, 500	16.67	434.78
		35	21.25	550	33, 25	550, 500	16.67	434.78
		40	21.25	550	33, 25	550, 500	16.67	434.78
	8	25	21.25	550	33, 25	550, 500	16.67	434.78
		30	21.25	550	33, 25	550, 500	16.67	434.78
		35	21.25	550	33, 25	550, 500	16.67	434.78
		40	21.25	550	33, 25	550, 500	16.67	434.78
HA-40	5	25	34	550	48, 40	550, 500	26.67	434.78
		30	34	550	48, 40	550, 500	26.67	434.78
		35	34	550	48, 40	550, 500	26.67	434.78
		40	34	550	48, 40	550, 500	26.67	434.78
	6	25	34	550	48, 40	550, 500	26.67	434.78
		30	34	550	48, 40	550, 500	26.67	434.78
		35	34	550	48, 40	550, 500	26.67	434.78
		40	34	550	48, 40	550, 500	26.67	434.78
	7	25	34	550	48, 40	550, 500	26.67	434.78
		30	34	550	48, 40	550, 500	26.67	434.78
		35	34	550	48, 40	550, 500	26.67	434.78
		40	34	550	48, 40	550, 500	26.67	434.78
	8	25	34	550	48, 40	550, 500	26.67	434.78
		30	34	550	48, 40	550, 500	26.67	434.78
		35	34	550	48, 40	550, 500	26.67	434.78
		40	34	550	48, 40	550, 500	26.67	434.78

## CAPÍTULO 4. CASOS DE ESTUDIO

Con el objetivo de realizar el análisis no lineal necesario para obtener las resistencias de diseño, por medio del análisis elástico lineal, a partir de las cargas de diseño, se definen las cuantías de armadura considerando los mínimos mecánicos y geométricos y se zonifica la losa para conseguir un diseño de armado que se asemeje a la realidad, teniendo en cuenta las necesidades de armado en cada dirección y en las caras superior e inferior de la losa.

Todos los resultados se obtuvieron siguiendo las indicaciones descritas en el capítulo 4 Estrategia general de análisis.

Las curvas carga-flecha, junto con las cargas de diseño de todos los análisis se pueden encontrar en el Anejo I. Curvas carga flecha de todos los casos.

### 4.1. Definición de las zonas de armado

Las zonas fueron definidas con el objetivo de cubrir las necesidades en las zonas de mayores tensiones a tracción, que corresponde principalmente a las losas 2, 3 y 4. También se evita el armado excesivo en la losa 1. A continuación se presentan las zonas definidas para las diferentes longitudes:

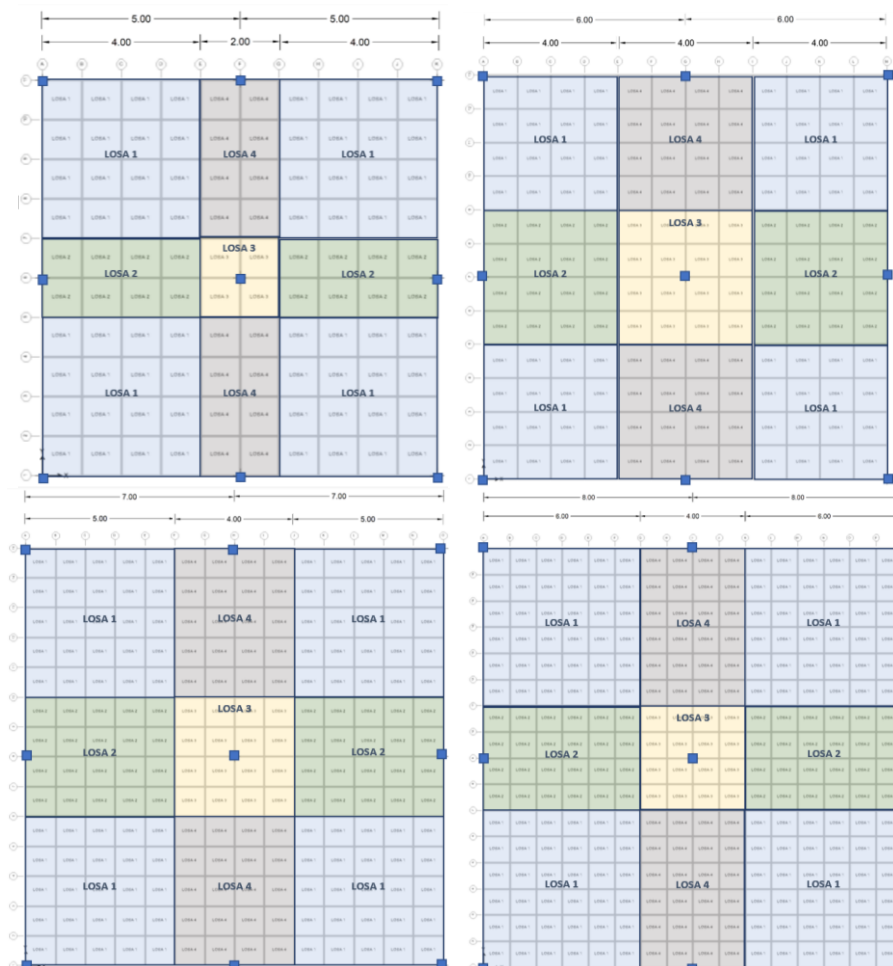


Figura 4.1. Zonificación de casos para las 4 luces

## 4.2. Determinación de la carga de diseño para el análisis lineal

El valor de la carga de diseño por unidad de superficie se obtiene a partir de la combinación para estado límite último de la EHE-08 [7] considerando las acciones de peso propio, carga muerta y sobrecarga de uso. Se puede simplificar mediante la siguiente expresión:

$$q = \gamma_g \cdot g + \gamma_g \cdot cm + \gamma_q \cdot Sob_{uso}$$

donde:

- q Carga de Diseño (kN/m<sup>2</sup>)
- $\gamma_g$  Coeficiente parcial de seguridad para las acciones permanentes
- g Peso propio (kN/m<sup>2</sup>), es igual a 25 · c, c corresponde al canto en metros
- cm Carga Muerta, se adopta un valor de 2 kN/m<sup>2</sup>
- $\gamma_q$  Coeficiente parcial de seguridad para las acciones variables
- Sob<sub>uso</sub> Sobrecarga de uso, se supone un valor de 3 kN/m<sup>2</sup>.

En resumen, las cargas totales de diseño para cada una de las losas en kN se muestran en la tabla:

Tabla 4.1. Cargas de diseño (kN/m<sup>2</sup>)

c(cm)	8
25	15.64
30	17.33
35	19.01
40	20.70

## 4.3. Determinación de armadura mínima

Las armaduras dispuestas consideran los mínimos mecánico y geométrico.

La armadura mínima mecánica se dispone en caras traccionadas en todas las direcciones y se calcula de la siguiente manera:

$$A_{s,min,mec} = 0.04 \cdot A_c \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}}$$

La armadura mínima geométrica se dispone en cada dirección y se divide para las dos caras, se calcula de la siguiente manera:

$$A_{s,min,geo} = \frac{1.8}{1000} \cdot A_c$$

En resumen, las armaduras mínimas a considerar se muestran en la Tabla 4.2 en mm<sup>2</sup> por metro lineal de losa:

Tabla 4.2. Armaduras mínimas mecánica y geométrica

Canto (cm)	$f_{ck}=25\text{MPa}$		$f_{ck}=40\text{MPa}$	
	Mecánica	Geométrica	Mecánica	Geométrica
25	383.33	225.00	613.33	225.00
30	460.00	270.00	736.00	270.00
35	536.67	315.00	858.67	315.00
40	613.33	360.00	981.33	360.00

#### 4.4. Definición de las armaduras de cada losa por zonas

Las armaduras a disponer obtenida en el análisis lineal se toman de los resultados máximos de cada zona y teniendo en cuenta los valores de armadura mínima. Los resultados para las dos calidades de hormigón, los cuatro cantos, las cuatro luces en cada dirección y en cada una de las cuatro zonas, se muestran en las Tabla 4.3 Tabla 4.4 en  $\text{mm}^2$ :

Tabla 4.3. Armadura para losas de HA-25 ( $\text{mm}^2/\text{m}$ )

$f_{ck}$	L	c	Dir.	Zona 1		Zona 2		Zona 3		Zona 4		
				Sup	Inf	Sup	Inf	Sup	Inf	Sup	Inf	
25	5	25	x	399.00	549.00	399.00	490.00	2019.00	383.33	1441.00	391.00	
			y	399.00	549.00	1441.00	391.00	2019.00	383.33	399.00	490.00	
		30	x	460.00	470.00	460.00	460.00	1729.00	460.00	1234.00	460.00	
			y	460.00	470.00	1234.00	460.00	1729.00	460.00	460.00	460.00	
		35	x	536.67	536.67	536.67	536.67	1546.00	536.67	1103.00	536.67	
			y	536.67	536.67	1103.00	536.67	1546.00	536.67	536.67	536.67	
		40	x	613.33	613.33	613.33	613.33	1420.00	613.33	1014.00	613.33	
			y	613.33	613.33	1014.00	613.33	1420.00	613.33	613.33	613.33	
		6	25	x	410.00	778.00	401.00	703.00	3132.00	458.00	2232.00	654.00
				y	410.00	778.00	2232.00	654.00	3132.00	458.00	401.00	703.00
			30	x	460.00	666.00	460.00	602.00	2682.00	460.00	1911.00	560.00
				y	460.00	666.00	1911.00	560.00	2682.00	460.00	460.00	602.00
	35		x	536.67	596.00	536.67	538.00	2398.00	536.67	1709.00	536.67	
			y	536.67	596.00	1709.00	536.67	2398.00	536.67	536.67	538.00	
	40		x	613.33	613.33	613.33	613.33	2203.00	613.33	1570.00	613.33	
			y	613.33	613.33	1570.00	613.33	2203.00	613.33	613.33	613.33	
	7		25	x	581.00	1051.00	581.00	968.00	4515.00	420.00	3215.00	810.00
				y	581.00	1051.00	3215.00	810.00	4515.00	420.00	581.00	968.00
			30	x	497.00	900.00	498.00	828.00	3865.00	460.00	2752.00	693.00
				y	497.00	900.00	2752.00	693.00	3865.00	460.00	498.00	828.00
		35	x	536.67	804.00	536.67	741.00	3456.00	536.67	2461.00	620.00	
			y	536.67	804.00	2461.00	620.00	3456.00	536.67	536.67	741.00	
		40	x	613.33	739.00	613.33	681.00	3175.00	613.33	2261.00	613.33	
			y	613.33	739.00	2261.00	613.33	3175.00	613.33	613.33	681.00	
		8	25	x	783.00	1387.00	794.00	1240.00	6177.00	407.00	4397.00	949.00
				y	783.00	1387.00	4397.00	949.00	6177.00	407.00	794.00	1240.00
			30	x	670.00	1187.00	680.00	1062.00	5288.00	460.00	3765.00	812.00
				y	670.00	1187.00	3765.00	812.00	5288.00	460.00	680.00	1062.00
	35		x	599.00	1061.00	608.00	949.00	4729.00	536.67	3366.00	726.00	
			y	599.00	1061.00	3366.00	726.00	4729.00	536.67	608.00	949.00	
	40		x	613.33	975.00	613.33	872.00	4344.00	613.33	3092.00	667.00	
			y	613.33	975.00	3092.00	667.00	4344.00	613.33	613.33	872.00	

Tabla 4.4. Armadura para losas de HA-40 (mm<sup>2</sup>/m)

f <sub>ck</sub>	L	c	Dir.	Zona 1		Zona 2		Zona 3		Zona 4		
				Sup	Inf	Sup	Inf	Sup	Inf	Sup	Inf	
40	5	25	x	613.33	613.33	613.33	613.33	2019.00	613.33	1441.00	613.33	
			y	613.33	613.33	1441.00	613.33	2019.00	613.33	613.33	613.33	
		30	x	736.00	736.00	736.00	736.00	1729.00	736.00	1234.00	736.00	
			y	736.00	736.00	1234.00	736.00	1729.00	736.00	736.00	736.00	
		35	x	858.67	858.67	858.67	858.67	1546.00	858.67	1103.00	858.67	
			y	858.67	858.67	1103.00	858.67	1546.00	858.67	858.67	858.67	
		40	x	981.33	981.33	981.33	981.33	1420.00	981.33	1014.00	981.33	
			y	981.33	981.33	1014.00	981.33	1420.00	981.33	981.33	981.33	
		6	25	x	613.33	778.00	613.33	703.00	3132.00	613.33	2232.00	654.00
				y	613.33	778.00	2232.00	654.00	3132.00	613.33	613.33	703.00
			30	x	736.00	736.00	736.00	736.00	2682.00	736.00	1911.00	736.00
				y	736.00	736.00	1911.00	736.00	2682.00	736.00	736.00	736.00
	35		x	858.67	858.67	858.67	858.67	2398.00	858.67	1709.00	858.67	
			y	858.67	858.67	1709.00	858.67	2398.00	858.67	858.67	858.67	
	40		x	981.33	981.33	981.33	981.33	2203.00	981.33	1570.00	981.33	
			y	981.33	981.33	1570.00	981.33	2203.00	981.33	981.33	981.33	
	7		25	x	613.33	1051.00	613.33	968.00	4515.00	613.33	3215.00	810.00
				y	613.33	1051.00	3215.00	810.00	4515.00	613.33	613.33	968.00
			30	x	736.00	900.00	736.00	828.00	3865.00	736.00	2752.00	736.00
				y	736.00	900.00	2752.00	736.00	3865.00	736.00	736.00	828.00
		35	x	858.67	858.67	858.67	858.67	3456.00	858.67	2461.00	858.67	
			y	858.67	858.67	2461.00	858.67	3456.00	858.67	858.67	858.67	
		40	x	981.33	981.33	981.33	981.33	3175.00	981.33	2261.00	981.33	
			y	981.33	981.33	2261.00	981.33	3175.00	981.33	981.33	981.33	
		8	25	x	783.00	1387.00	794.00	1240.00	6177.00	613.33	4397.00	949.00
				y	783.00	1387.00	4397.00	949.00	6177.00	613.33	794.00	1240.00
			30	x	736.00	1187.00	736.00	1062.00	5288.00	736.00	3765.00	812.00
				y	736.00	1187.00	3765.00	812.00	5288.00	736.00	736.00	1062.00
	35		x	858.67	1061.00	858.67	949.00	4729.00	858.67	3366.00	858.67	
			y	858.67	1061.00	3366.00	858.67	4729.00	858.67	858.67	949.00	
	40		x	981.33	981.33	981.33	981.33	4344.00	981.33	3092.00	981.33	
			y	981.33	981.33	3092.00	981.33	4344.00	981.33	981.33	981.33	

#### 4.5.Verificación de las tensiones de compresión en el hormigón

Mediante el análisis lineal llevado a cabo por el programa SAP se pueden obtener las armaduras necesarias para los esfuerzos de diseño, pero no se limitan las tensiones de compresión que se requieren en el hormigón para equilibrar los esfuerzos seccionales.

La siguiente figura representa las tensiones máximas de compresión en el hormigón para cada una de las geometrías planteadas. En ella se observa que, en algunos casos, dichas tensiones superan los valores de diseño admisible: 16.66 N/mm<sup>2</sup>, para el hormigón HA.25, y 26.67 N/mm<sup>2</sup> para el hormigón HA-40:

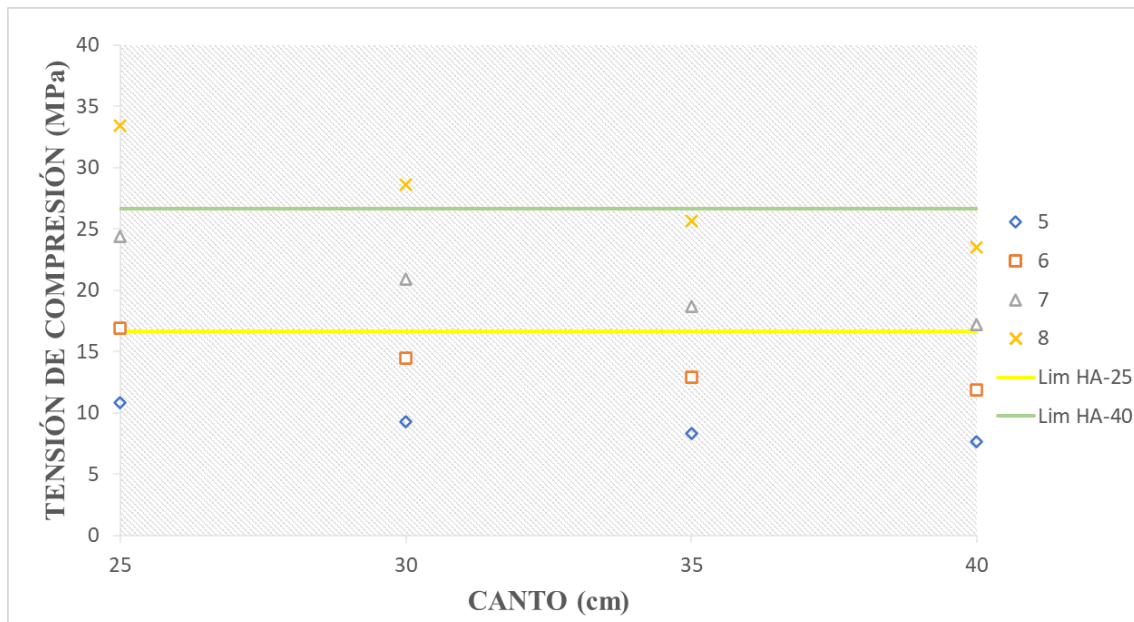


Figura 4.2. Tensiones de compresión del hormigón

En estos casos en los que las máximas tensiones de compresión superan a los límites correspondientes, evidentemente, un análisis lineal no permitiría alcanzar la carga de diseño prevista por agotarse antes el hormigón. Dicho de otro modo, la geometría utilizada en estos casos no sería admisible. No obstante, se ha preferido mantener estos casos para el análisis general no-lineal, al permitir disponer de más resultados válidos en este análisis.

La siguiente tabla resumen los casos en los que el diseño geométrico no sería admisible:

Tabla 4.5. Tensiones de compresión del hormigón

Vano (m)	Canto (cm)							
	HA-25				HA-40			
	25	30	35	40	25	30	35	40
5	10.87	9.31	8.32	7.65	10.87	9.31	8.32	7.65
6	16.91	14.48	12.95	11.89	16.91	14.48	12.95	11.89
7	24.43	20.92	18.70	17.18	24.43	20.92	18.70	17.18
8	33.48	28.66	25.63	23.54	33.48	28.66	25.63	23.54



## CAPÍTULO 5. RESULTADOS

### 5.1. Resistencia de diseño

#### 5.1.1. Método de factores de resistencia global

Las características de los materiales para este método corresponden a los valores medios  $r(f_m, \dots)$ ; para el hormigón, el valor utilizado es el característico por 0.85 y para la armadura es el valor característico por 1.1. Los resultados obtenidos por el análisis no lineal con los parámetros del método de factores de resistencia global se muestran en la siguiente tabla:

*Tabla 5.1. Resistencia de Diseño obtenidos por análisis no lineal*

$r(f_m, \dots)$ (kN/m <sup>2</sup> )								
HA-25					HA-40			
Vano (m)	25	30	35	40	25	30	35	40
5	29.25	36.74	50.69	66.11	44.27	62.02	82.18	103.80
6	19.63	28.48	35.88	45.69	30.05	42.58	55.69	70.42
7	16.32	21.08	26.55	33.07	23.70	31.81	40.60	51.76
8	12.04	16.56	20.64	25.05	17.99	24.27	31.18	38.93

Para conocer la Resistencia de Diseño, el Método de Factores de Resistencia Global brinda la siguiente ecuación:

$$R_d = \frac{r(f_m, \dots)}{\gamma_R \gamma_{Rd}}$$

Donde  $\gamma_R = 1.2$ ,  $\gamma_{Rd} = 1.06$  y  $r(f_m, \dots)$  son los valores de resistencia media obtenidas anteriormente en la Tabla 5.1, dando como resultados los valores mostrados en la Tabla 5.2 a continuación:

*Tabla 5.2. Resistencia de Diseño con el método de factores de Resistencia Global*

Vano (m)	R <sub>d</sub> (kN/m <sup>2</sup> ) HA-25				R <sub>d</sub> (kN/m <sup>2</sup> ) HA-40			
	25	30	35	40	25	30	35	40
5	23.00	28.88	39.85	51.97	34.80	48.76	64.61	81.60
6	15.43	22.39	28.21	35.92	23.62	33.47	43.78	55.36
7	12.83	16.57	20.87	26.00	18.63	25.01	31.92	40.69
8	9.47	13.02	16.23	19.69	14.14	19.08	24.51	30.61

#### 5.1.2. Método ECOV

Para este método se realizan dos análisis con propiedades de los materiales diferentes. Al igual que el método de Factores de Resistencia Global, se utilizan los valores medios  $r(f_m, \dots)$ , las características del hormigón corresponden al característico más 8MPa y para la armadura es el valor característico por 1.1; para el segundo análisis se utilizan solo los valores característicos  $r(f_k, \dots)$ . Los resultados obtenidos por el análisis no lineal

con los parámetros del método ECOV se muestran en las siguientes tablas Tabla 5.3 y Tabla 5.4:

Tabla 5.3. Resistencia de Diseño obtenidos por análisis no lineal para HA-25

Vano (m)	$r(f_{m, \dots})$ (kN/m <sup>2</sup> ) Hormigón de 33MPa Armadura de 550MPa				$r(f_{k, \dots})$ (kN/m <sup>2</sup> ) Hormigón de 25MPa Armadura de 500MPa			
	25	30	35	40	25	30	35	40
5	35.33	43.52	57.44	74.52	31.13	38.95	51.38	65.42
6	26.59	35.65	43.47	53.58	22.15	30.81	38.04	47.39
7	21.28	27.11	34.55	42.24	18.08	23.19	29.19	36.10
8	16.37	21.55	26.89	33.02	13.53	18.39	22.77	27.87

Tabla 5.4. Resistencia de Diseño obtenidos por análisis no lineal para HA-40

Vano (m)	$r(f_{m, \dots})$ (kN/m <sup>2</sup> ) Hormigón de 48MPa Armadura de 550MP				$r(f_{k, \dots})$ (kN/m <sup>2</sup> ) Hormigón de 40MPa Armadura de 500MPa			
	25	30	35	40	25	30	35	40
5	48.16	66.14	89.67	115.30	43.42	60.38	81.05	104.30
6	36.26	47.99	62.42	78.68	32.34	43.60	56.59	71.04
7	29.44	38.10	47.09	59.18	26.04	34.44	42.57	53.37
8	22.96	29.91	38.24	46.05	20.35	26.72	34.29	41.52

El método ECOV nos pide calcular un coeficiente de variación  $V_R$ :

$$V_R = \frac{1}{1.65} \ln \left( \frac{R_m}{R_k} \right)$$

dando los resultados que se muestran en la Tabla 5.5 a continuación:

Tabla 5.5. coeficiente de variación  $V_R$

Vano (m)	25	30	35	40
5	0.06279311	0.05522169	0.06125456	0.06076731
6	0.06939940	0.05813223	0.05945842	0.06189666
7	0.07443687	0.06118231	0.06123405	0.06266480
8	0.07301004	0.06839281	0.06619806	0.06277062

Con los coeficientes  $V_R$  y conociendo los valores de  $\alpha_R = 0.8$  y  $\beta=3.8$  se calcula el factor de resistencia global  $\gamma_R = \exp(\alpha_R \beta V_R)$  resultado la siguiente Tabla 5.6:

Tabla 5.6. Coeficiente  $\gamma_R$

Vano (m)	25	30	35	40
5	1.2103276	1.18278748	1.20467985	1.20289678
6	1.23488046	1.19329928	1.19811991	1.20703369
7	1.25393684	1.20441529	1.20460476	1.20985559
8	1.24850962	1.23110745	1.22292079	1.21024484

Con los valores de  $\gamma_R$  y conociendo que  $\gamma_{Rd}=1.06$  se obtiene la resistencia de diseño a partir de:

$$R_d = \frac{R_m}{\gamma_{Rd}\gamma_R}$$

Los resultados se muestran en la Tabla 5.7:

Tabla 5.7. Resistencia de Diseño con el método ECOV

Vano (m)	R <sub>d</sub> (kN/m <sup>2</sup> ) HA-25				R <sub>d</sub> (kN/m <sup>2</sup> ) HA-40			
	25	30	35	40	25	30	35	40
5	26.40	33.47	44.13	55.30	37.54	52.75	70.22	90.43
6	17.92	25.70	32.07	40.31	27.70	37.94	49.15	61.50
7	14.87	19.19	23.89	29.83	22.15	29.84	36.88	46.15
8	10.87	15.17	18.67	22.79	17.35	22.92	29.50	35.90

### 5.1.3. Método de los factores parciales

Este método utiliza parámetros de diseño  $r(f_d, \dots)$ , para este caso el hormigón corresponde al valor característico sobre 1.5 y para el armado es el valor característico sobre 1.15. La Resistencia de Diseño obtenidos con los parámetros de este método se presentan en la Tabla 5.8:

Tabla 5.8. Resistencia de Diseño con el método de Factores Parciales

Vano (m)	R <sub>d</sub> (kN/m <sup>2</sup> ) HA-25				R <sub>d</sub> (kN/m <sup>2</sup> ) HA-40			
	25	30	35	40	25	30	35	40
5	24.89	32.51	43.37	55.60	36.23	50.45	66.55	85.39
6	16.87	24.51	30.82	38.48	25.24	35.75	46.78	58.04
7	13.71	18.10	23.04	28.54	20.05	25.72	33.48	42.49
8	10.44	14.00	17.83	21.90	15.12	20.59	26.49	32.55

## 5.2. Tablas resumen de resistencia de diseño

La resistencia de diseño  $R_d$  para las losas de HA-25, se presentan en la Tabla 5.9 son los valores obtenidos del cálculo no lineal con los tres métodos del código modelo.

Tabla 5.9. Tabla Resumen de Resistencias de Diseño para hormigones de HA-25

Vano (m)	Factor Resistente (kN/m <sup>2</sup> )				ECOV (kN/m <sup>2</sup> )				Factor Parcial (kN/m <sup>2</sup> )			
	25	30	35	40	25	30	35	40	25	30	35	40
5	27.78	34.21	45.16	58.58	26.40	33.47	44.13	55.30	24.89	32.51	43.37	55.60
6	20.90	28.02	34.17	42.13	17.92	25.70	32.07	40.31	16.87	24.51	30.82	38.48
7	16.73	21.31	27.16	33.21	14.87	19.19	23.89	29.83	13.71	18.10	23.04	28.54
8	12.87	16.95	21.14	25.96	10.87	15.17	18.67	22.79	10.44	14.00	17.83	21.90

La resistencia de diseño  $R_d$  para las losas de HA-40, se presentan en las Tabla 5.10 son los valores obtenidos del cálculo no lineal con los tres métodos del código modelo.

Tabla 5.10. Tabla Resumen de Resistencias de Diseño para hormigones de HA-40

Vano (m)	Factor Resistente (kN/m <sup>2</sup> )				ECOV (kN/m <sup>2</sup> )				Factor Parcial (kN/m <sup>2</sup> )			
	25	30	35	40	25	30	35	40	25	30	35	40
5	37.86	52.00	70.50	90.64	37.54	52.75	70.22	90.43	36.23	50.45	66.55	85.39
6	28.51	37.72	49.08	61.86	27.70	37.94	49.15	61.50	25.24	35.75	46.78	58.04
7	23.15	29.95	37.02	46.53	22.15	29.84	36.88	46.15	20.05	25.72	33.48	42.49
8	18.05	23.51	30.06	36.21	17.35	22.92	29.50	35.90	15.12	20.59	26.49	32.55

### 5.3. Factores de seguridad

Los factores de seguridad son obtenidos mediante la división de las Resistencia de Diseño con el valor de diseño de las acciones. Se debe llamar la atención acerca del hecho de que en los casos en los que el diseño geométrico no resulta admisible por superarse la resistencia del hormigón en un análisis lineal, el denominador de este cociente no es real, puesto que la carga de diseño sería inferior a la especificada en este trabajo. En las Tabla 5.11 Y Tabla 5.12 se han sombreado en amarillo estos casos. Aun así, puede apreciarse que en algunos de estos casos los coeficientes de seguridad son superiores a la unidad. Esto significa que, aunque en un análisis lineal se hubieran debido descartar estas soluciones, mediante un análisis no-lineal se podrían haber dado por válidas. Aquellos resultados que muestran coeficientes inferiores a la unidad se han marcado con el texto en rojo. Estos resultados corresponderían a geometrías en las que, incluso con un análisis no lineal no serían capaces de resistir la carga de diseño especificada.

Las losas con resistencia de HA-25 (Tabla 5.11) llegan a presentar márgenes de seguridad superiores a 2 con cualquiera de los tres métodos, para los casos más conservadores, que son las de menor luz y mayor canto. Así mismo se observa que de las 8 geometrías que hubieran debido descartarse en un análisis lineal, si se lleva a cabo un análisis no lineal resultan válidas 2 de acuerdo con el método del factor resistente, 4 con ECOV y cuatro también con el método del factor parcial.

Tabla 5.11. Factores de Seguridad para HA-25

Vano (m)	Factor Resistente Global				ECOV				Factor Parcial			
	25	30	35	40	25	30	35	40	25	30	35	40
5	1.47	1.67	2.10	2.51	1.69	1.93	2.32	2.67	1.59	1.88	2.28	2.69
6	1.00	1.29	1.48	1.74	1.15	1.48	1.69	1.95	1.08	1.41	1.62	1.86
7	0.82	0.96	1.10	1.26	0.95	1.11	1.26	1.44	0.88	1.04	1.21	1.38
8	0.61	0.75	0.85	0.95	0.70	0.88	0.98	1.10	0.67	0.81	0.94	1.06

Para las losas de HA-40 (Tabla 5.12), se llegan a obtener factores de seguridad superiores a 4 con cualquiera de los métodos para la luz más corta y el canto mayor. En este caso sólo existían 2 geometrías que no resultaban admisible en un análisis lineal. En este caso, todas las geometrías resultarían admisibles mediante un análisis no-lineal, exceptuando

la del canto menor con la luz de 8 metros si se utiliza el método de factor resistente y factor parcial, que son los más conservadores.

*Tabla 5.12. Factores de Seguridad para HA-40*

Vano (m)	Factor Resistente				ECOV				Factor Parcial			
	25	30	35	40	25	30	35	40	25	30	35	40
5	2.23	2.81	3.40	3.94	2.40	3.04	3.69	4.37	2.32	2.91	3.50	4.13
6	1.51	1.93	2.30	2.67	1.77	2.19	2.59	2.97	1.61	2.06	2.46	2.80
7	1.19	1.44	1.68	1.97	1.42	1.72	1.94	2.23	1.28	1.48	1.76	2.05
8	0.90	1.10	1.29	1.48	1.11	1.32	1.55	1.73	0.97	1.19	1.39	1.57

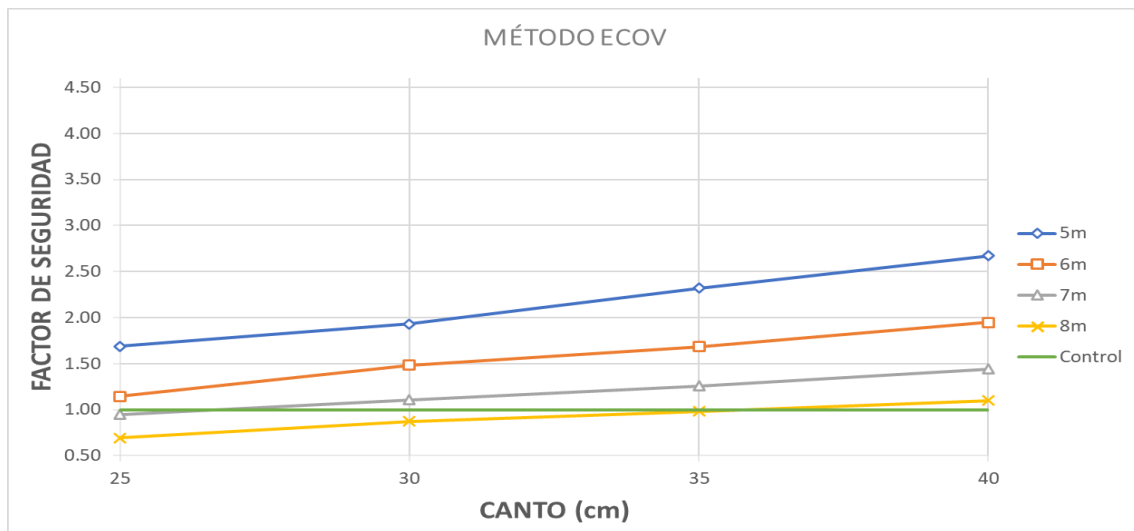
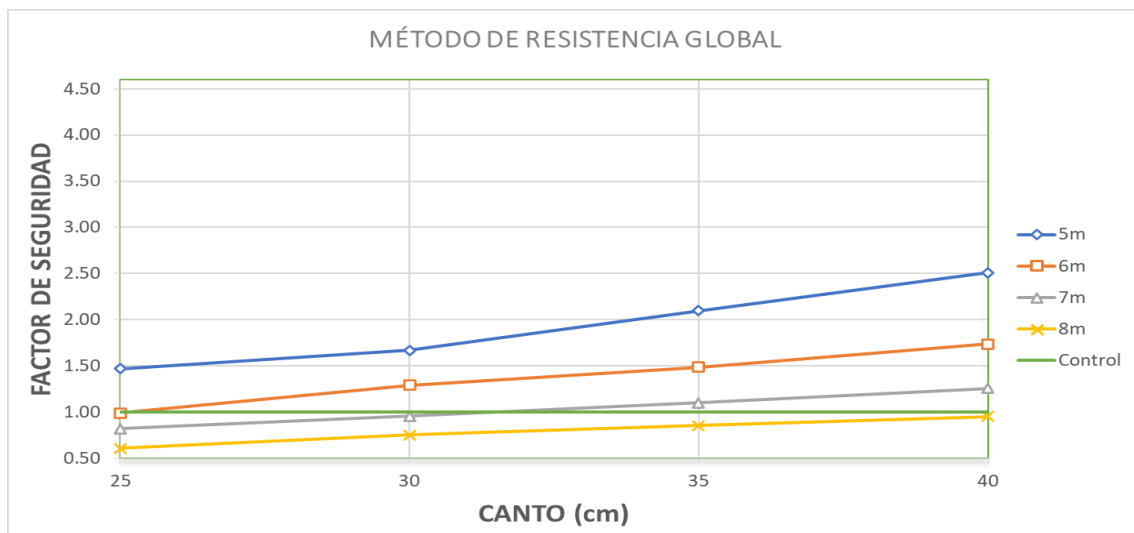
## CAPÍTULO 6. ANÁLISIS DE RESULTADOS

### 6.1. Resistencia de diseño

#### 6.1.1. Hormigón HA-25

A continuación, para los casos de hormigón HA-25, se presentan sendas gráficas para cada uno de los métodos de cálculo del factor de seguridad no-lineal, representando el canto en el eje de las abscisas y el factor de seguridad en las ordenadas

En todos los métodos, el factor de seguridad siempre resulta superior para las luces menores y, para cada luz, el factor de seguridad es ostensiblemente lineal con el canto.



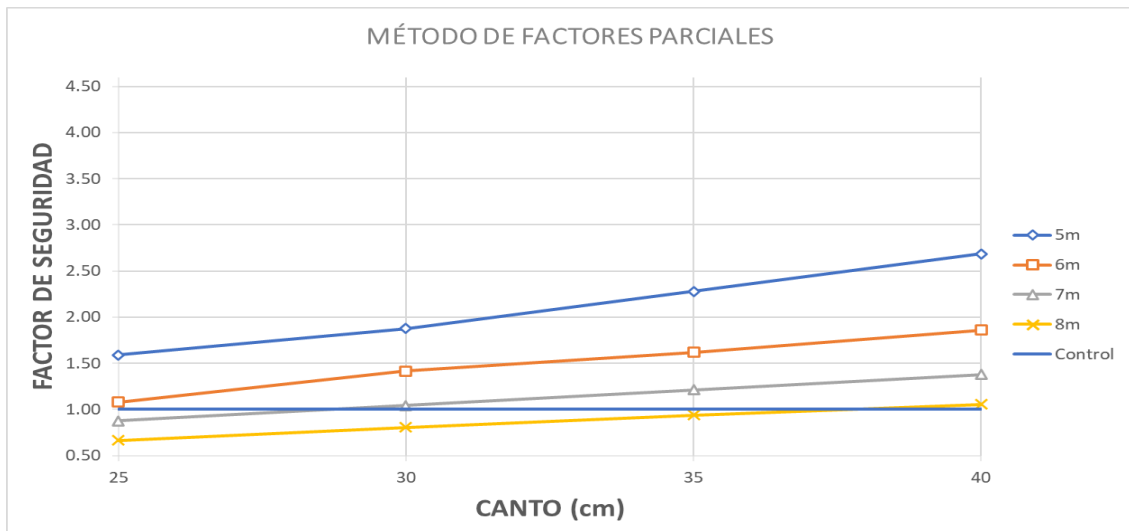
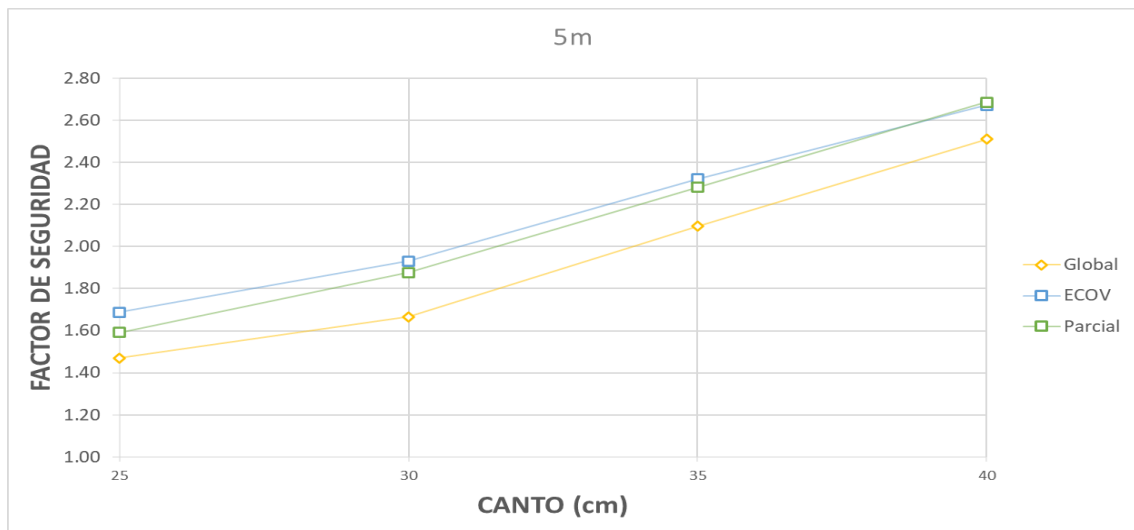


Figura 6.1. Comparativa de factores de seguridad según las luces para hormigones de HA-25

Agrupados los casos por cantos, se puede analizar los resultados por método, viendo que el método ECOV es el que proporciona factores de seguridad superiores, mientras que el método de factor de resistencia global es el que presenta resultados más conservadores. Las diferencias entre los factores de seguridad obtenidos con cada uno de los métodos se hacen mayores conforme aumenta la luz.



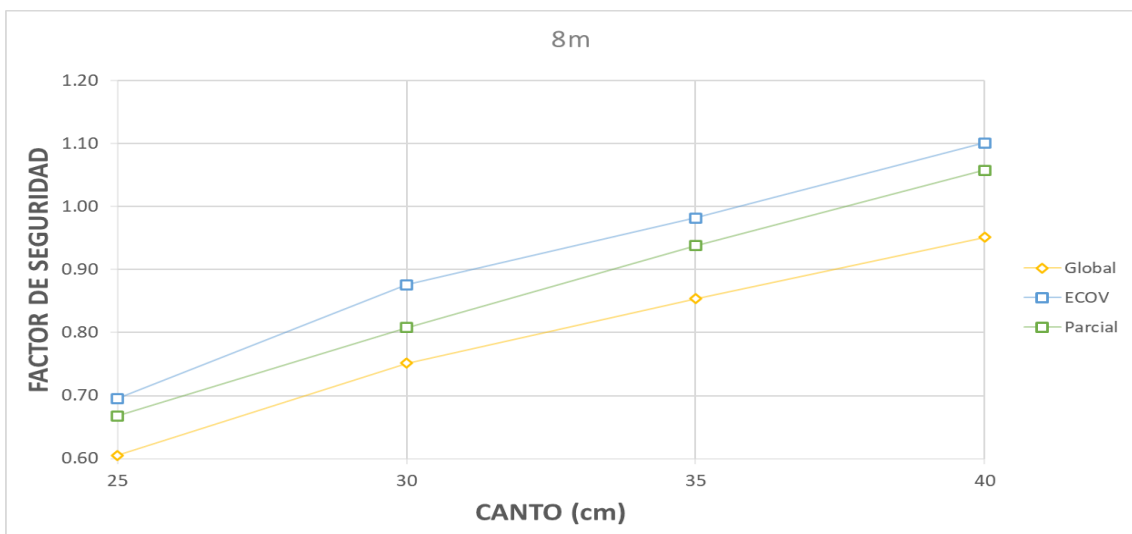
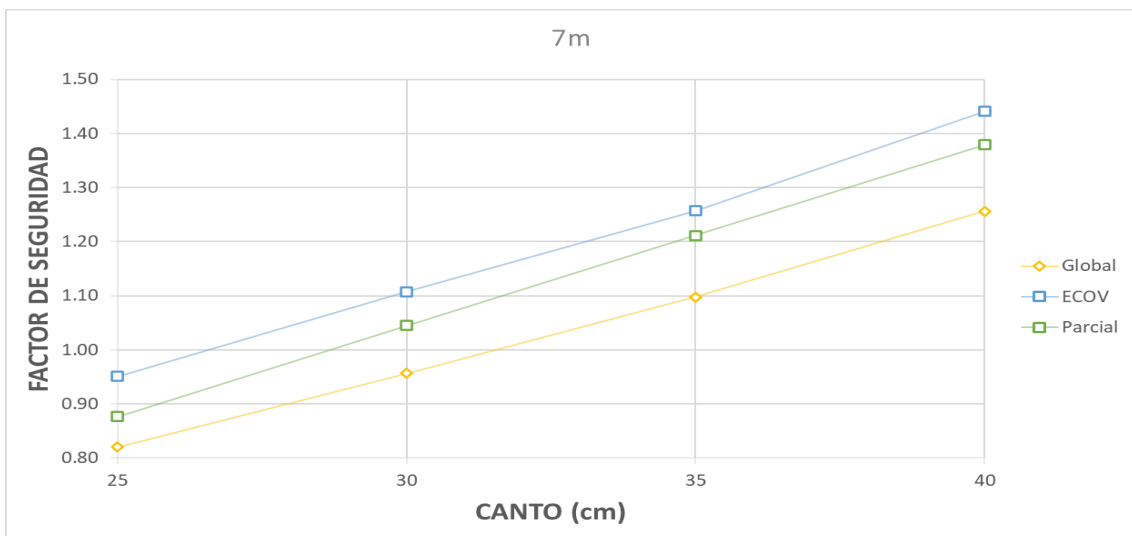
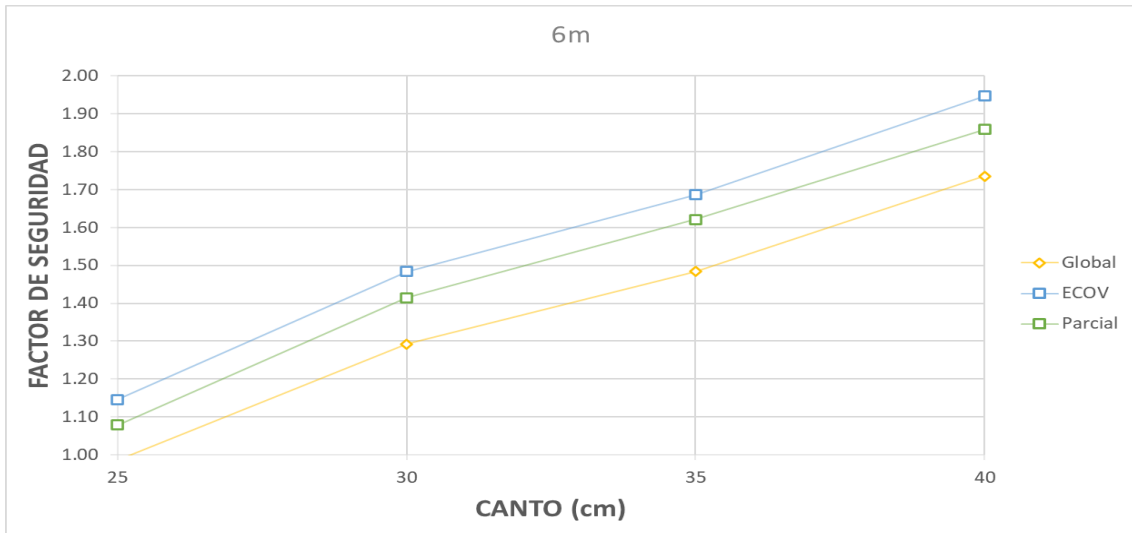


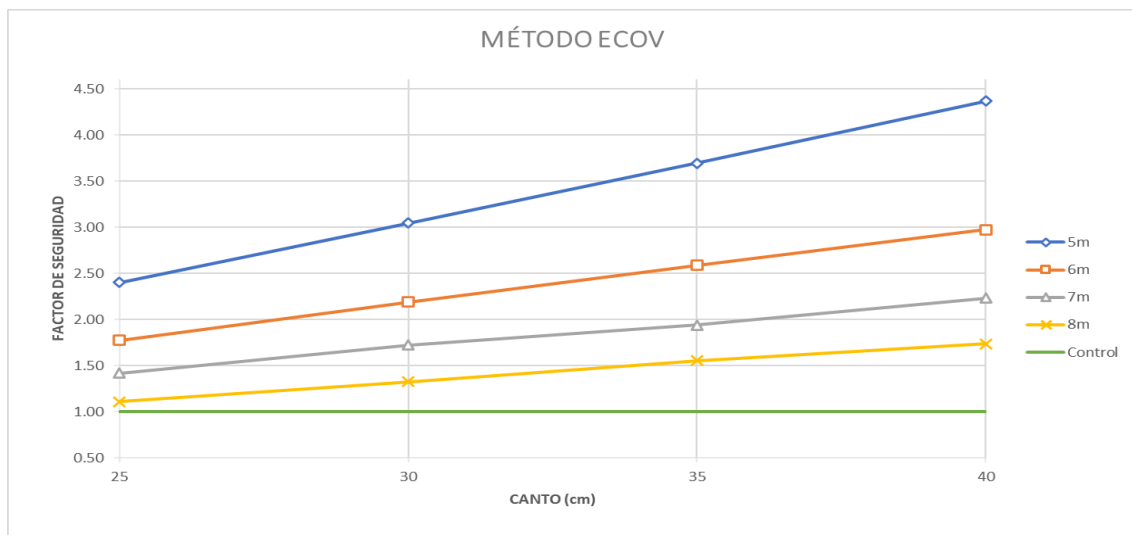
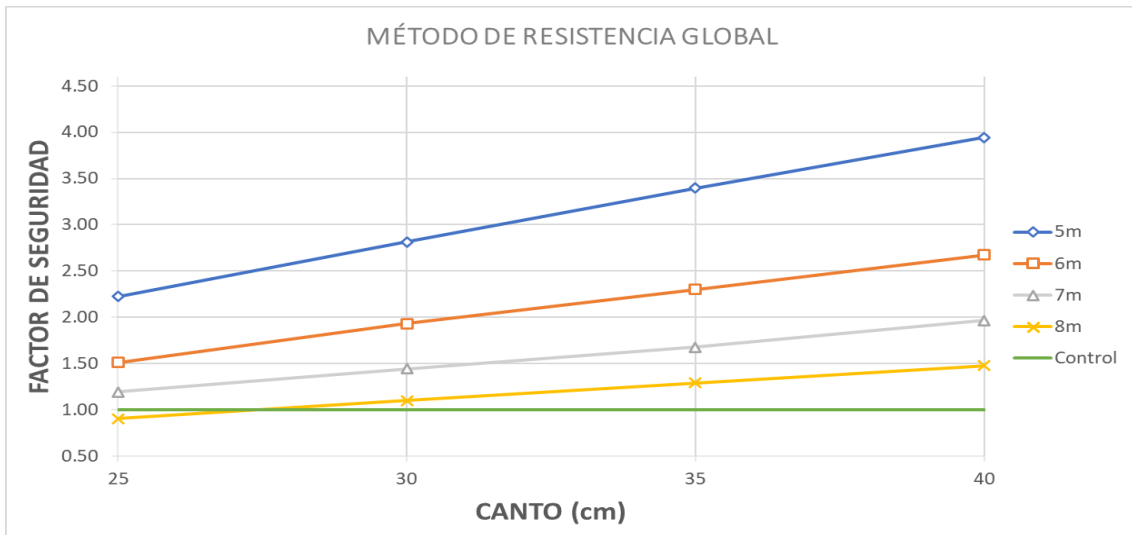
Figura 6.2. Comparativa de factores de seguridad según los métodos del MC-2010 para HA-25



### 6.1.2. Hormigón HA-40

Análogamente a lo indicado para los hormigones HA-25, en el caso del hormigón HA-25, se presentan sendas gráficas para cada uno de los métodos de cálculo del factor de seguridad no-lineal, representando el canto en el eje de las abscisas y el factor de seguridad en las ordenadas

Nuevamente, en todos los métodos, el factor de seguridad siempre resulta superior para las luces mayores y, para cada luz, el factor de seguridad es ostensiblemente lineal con el canto.



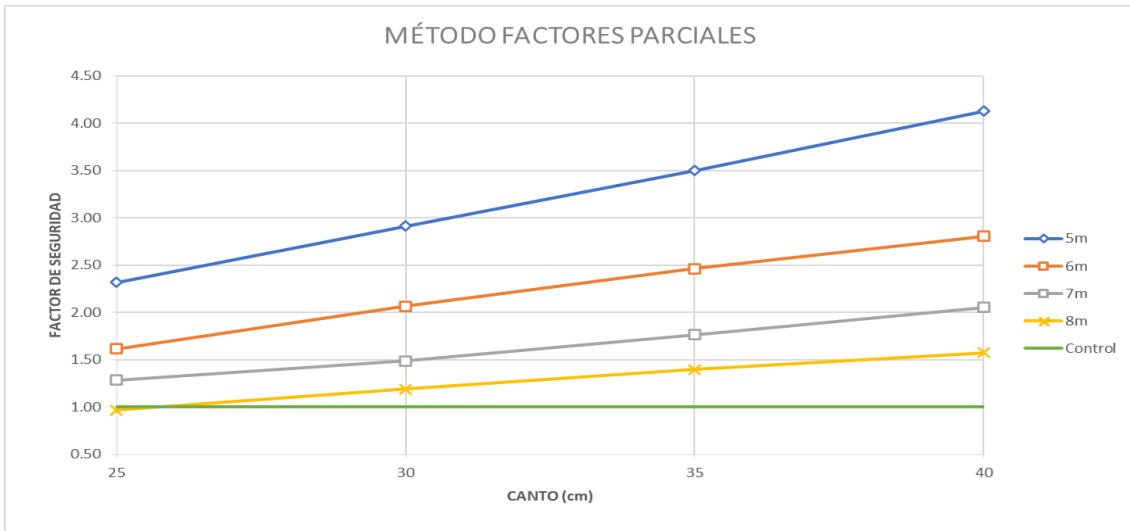
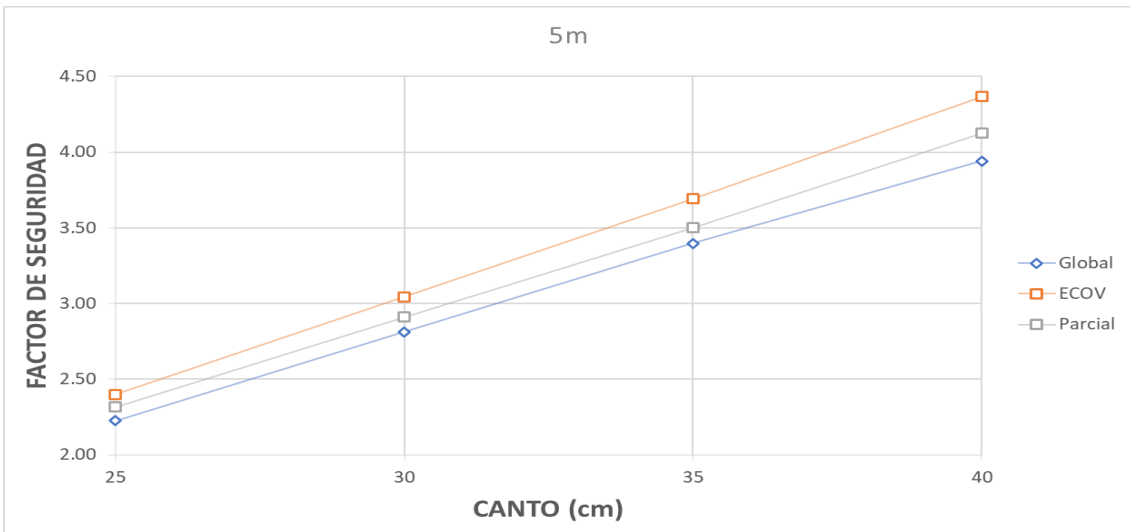


Figura 6.3. Comparativa de factores de seguridad según las luces para hormigones de HA-40

Agrupados los casos por cantos, se puede analizar los resultados por método. En este caso, al igual que en el caso del hormigón HA-25, el método de factor de resistencia global es el más conservador. Mientras, los resultados obtenidos con el método ECOV son los mayores.



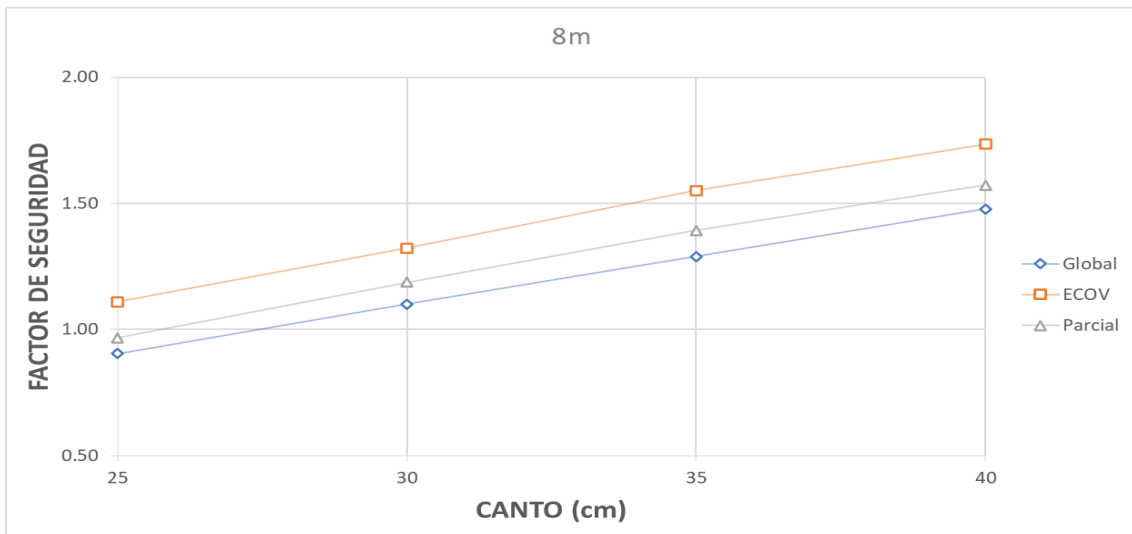
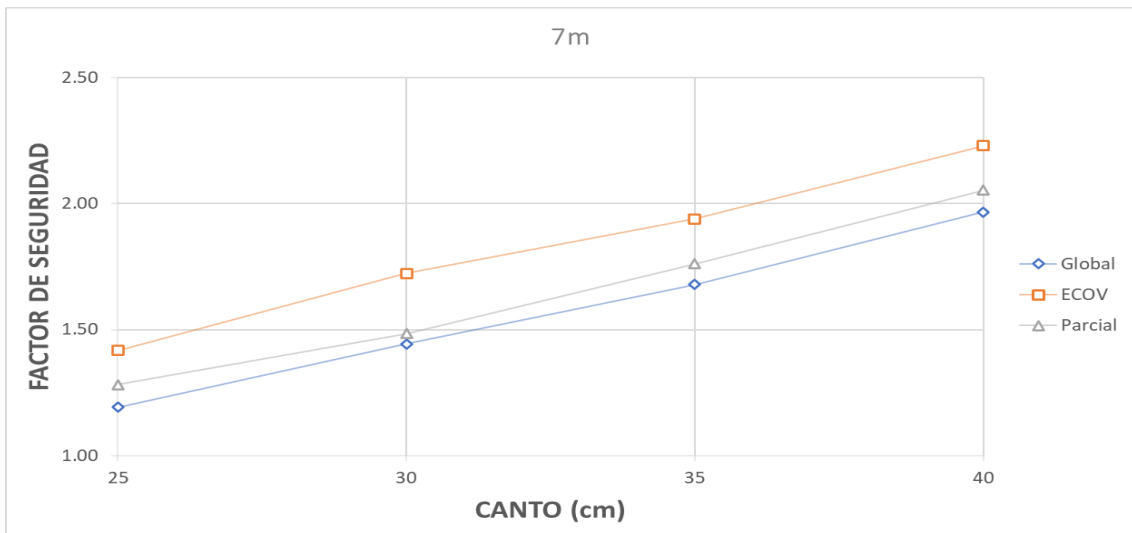
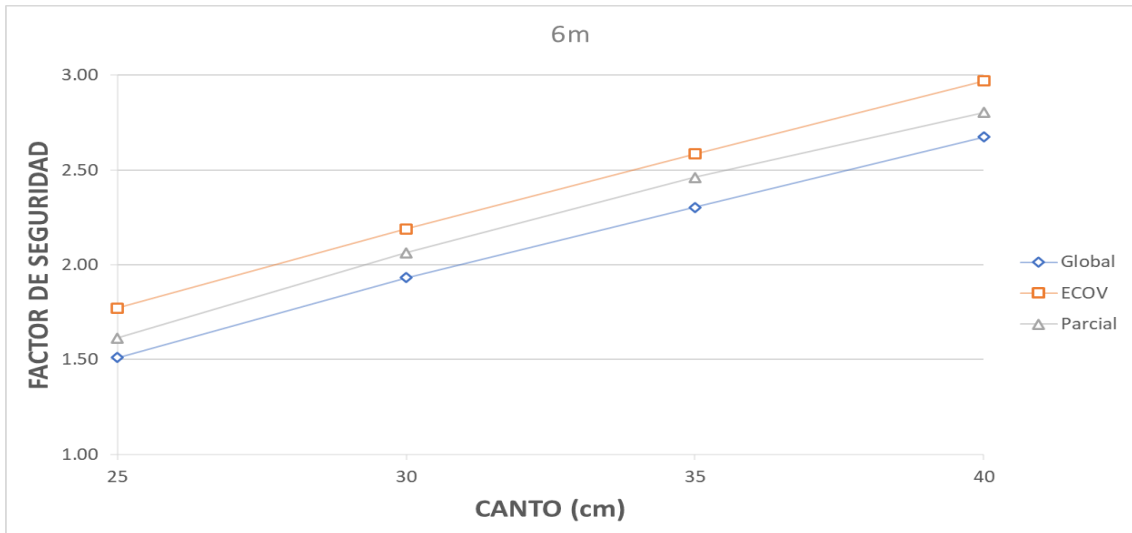


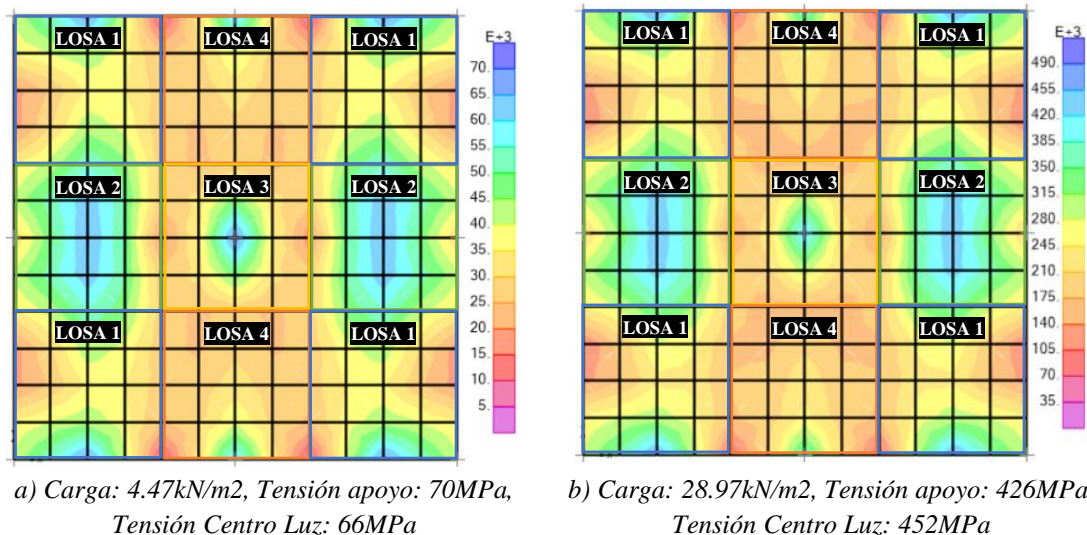
Figura 6.4. Comparativa de factores de seguridad según los métodos del MC-2010 para HA-40

## 6.2. Comportamiento del acero

En la serie de imágenes mostradas a continuación se puede ver el comportamiento de la losa al ser sometida de manera progresiva a las cargas hasta llegar al colapso. Representan las tracciones del acero S11 y como la losa es simétrica, los valores para S22 son iguales.

En la Figura 6.5 se presenta una losa que muestra un comportamiento representativo del resto de las losas cuya rotura se produce sin que se supere la resistencia a compresión en el análisis lineal. En concreto, los resultados son los correspondientes al caso de HA-25, luz 6 m y canto 35, con valores característicos.

En la imagen a), en color celeste, se muestra una tracción máxima de 4.47MPa ubicada en la armadura superior sobre la columna central, también se pueden apreciar las tracciones en armaduras inferiores entre las columnas; b) en la escala de valores se puede ver que las tracciones aumentan pero las zonas siguen iguales, lo que significa que solo las zonas celestes están resistiendo las tracciones sin existir una importante redistribución de cargas, en este punto las tensiones de tracción se acercan al característico; c) se puede ver que los refuerzo superior sobre la columna e inferior en el centro de luz han plastificado, generando una redistribución de esfuerzos, lo que se representa como un aumento del área celeste; d) los colores cambian para adaptarse a la escala, ya que las tracciones son superiores y ya existe plastificación, la carga aplicada se acerca al colapso; e) para este punto la redistribución aumenta en los centros de luz, donde la armadura extra brindada por los mínimos normativos geométricos y mecánicos generan un ligero aumento a la carga aplicada y mayores deformaciones; f) la redistribución aumenta en los centros de luz hasta llegar al colapso.



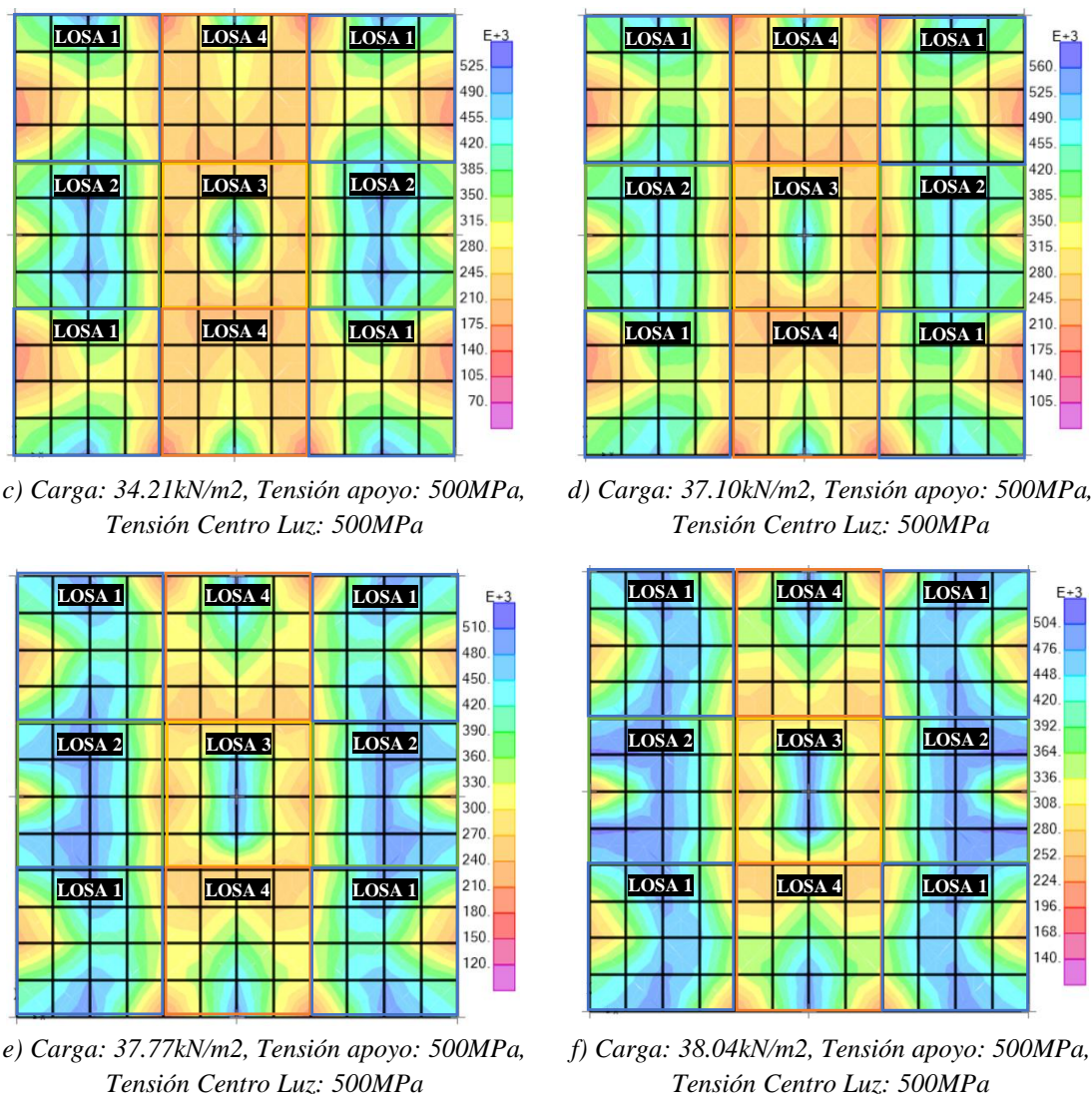


Figura 6.5. Mapas del comportamiento a tracciones del acero

### 6.3. Comportamiento del hormigón

Parecido al comportamiento del acero, el hormigón soporta las compresiones y la parte más afectada es la capa inferior sobre el apoyo central junto con los centros de luz en la capa superior. El caso mostrado en la Figura 6.6 son los correspondientes al caso de HA-25, luz 6 m y canto 35, con valores característicos.

En la imagen a) se puede ver la compresión en la capa inferior sobre el centro del apoyo central, antes de llegar a fisurar; b) en este punto el hormigón fisura y las compresiones empiezan a distribuirse alrededor de la zona fisurada, aumentando el área de compresión; c) Como la capa inferior exterior deja de trabajar por la fisura, las compresiones principales en una capa superior a la anterior, pero manteniéndose en las zonas de compresión, el hormigón sigue trabajando de manera correcta sin llegar a fisurar; d) al aumentar la carga, la capa inferior inferior de compresión sigue trabajando; e) en la capa superior, las compresiones se ubican en los centros de luz, entre los apoyos; f) al aumentar la carga, la resistencia a compresión se distribuye hasta fisurarse.

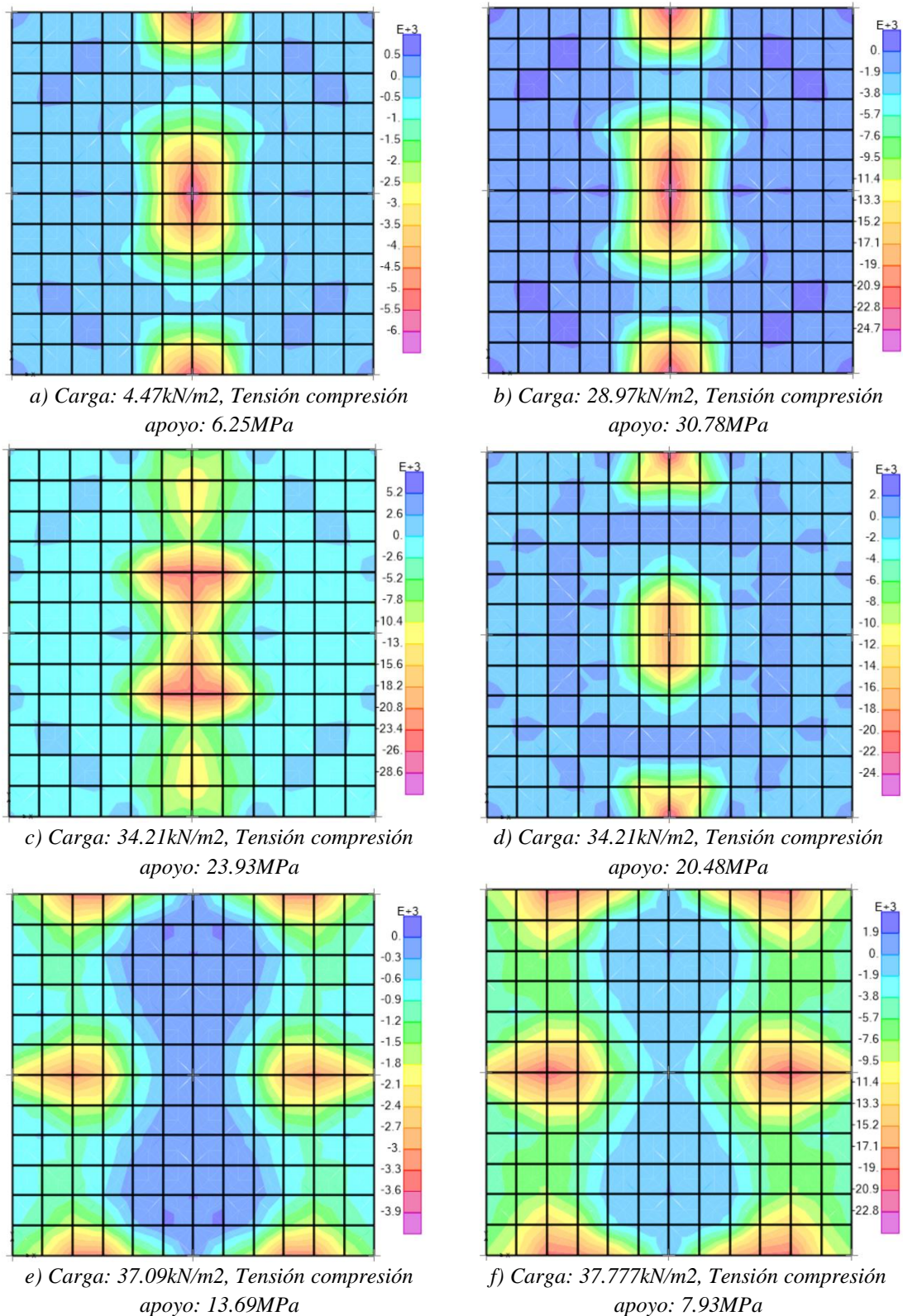


Figura 6.6. Mapas del comportamiento a compresión del hormigón

#### 6.4. Curva carga flecha de la losa

En la Figura 6.7 se muestra la curva carga flecha correspondiente al caso de HA-25, luz 6 m y canto 35, con valores característicos, en la curva se presenta la parte lineal alcanzando la resistencia necesaria para cumplir con la requerida por el ELU, pasando

por una curva elastoplástica hasta que la línea se tiende horizontal, plastificando los refuerzos y colapsando, con una carga final de 5477kN que equivale a 38.04kN/m<sup>2</sup>. La ubicación del punto representado en la curva se muestra en la Figura 6.8. Todas las curvas de todas las losas se encuentran en el Anejo I. Curvas carga flecha de todos los casos

Es importante destacar que las curvas carga-flecha que se obtienen mediante este modelo de análisis no lineal no son representativas del comportamiento en servicio, dado que el modelo no lineal despreja el efecto tension-stiffening. Ahora bien, estas curvas nos proporcionan información muy valiosa del modo de fallo de la losa y del carácter del modo de fallo más o menos dúctil, además, de proporcionar para su valor máximo la resistencia máxima de la losa en cuestión.

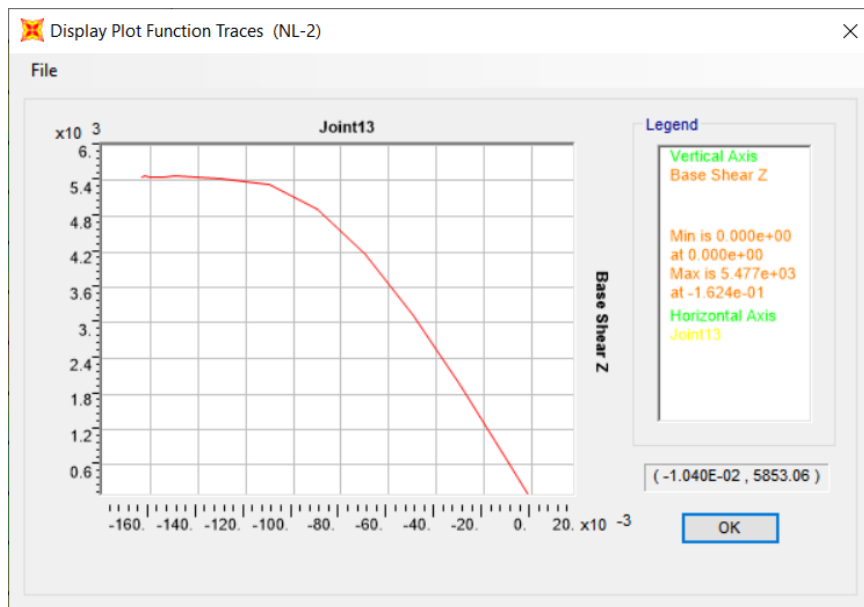


Figura 6.7. Curva Carga Flecha de losa

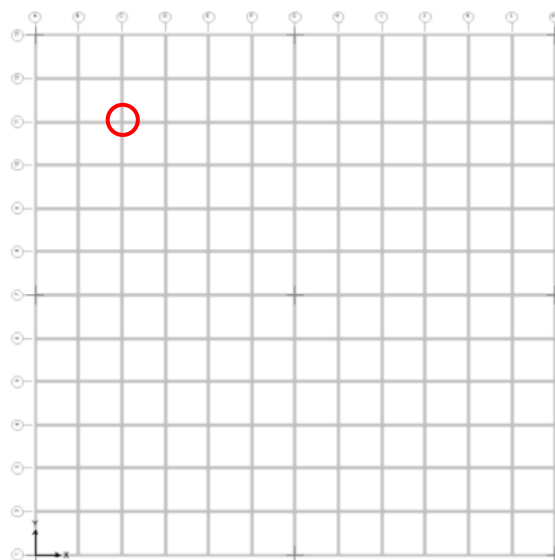


Figura 6.8. Ubicación de Curva Carga Flecha de losa

## CAPÍTULO 7. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

- Se han modelizado losas de dos por dos vanos simplemente apoyadas sobre pilares, con luces de 4, 5, 6, 7 y 8 metros, cantos de 25, 30, 35 y 40 cm y hormigones HA-25 y HA-40.
- El método del MC-2010 más conservador fue el del factor de resistencia global, por lo que, si se desea realizar un análisis inclinado al lado de la seguridad, se recomienda este método, aunque cualquiera de los métodos aplicados tiene la misma validez normativa y se puede confiar en su seguridad.
- El método ECOV siempre proporciona valores superiores al del método de factor global de resistencia y método de factores parciales. Teniendo en cuenta que ECOV requiere dos procesos de cálculo (uno con valores característicos y otro con valores medios de las características de los materiales) y que el método de factores parciales presentó resultados que se ubican entre los dos métodos, sería preferible usar el método de factores parciales antes que el ECOV.
- Se obtuvieron los márgenes de seguridad de todos los forjados, llegando en los mejores casos a resistir cargas 4 veces superiores a la planteada por los cálculos lineales, estos corresponden a los forjados con HA-40, donde solo uno de los casos del método de Factor Parcial resultó en un valor inferior pero cercano a 1, dándolo como un resultado válido apoyado por los otros dos métodos donde el factor de seguridad si fue superior a 1. Para forjados con vanos de 8m, cantos inferiores a 35cm y HA-25, se recomienda utilizar HA-40, ya que 7 de los 9 casos tuvieron márgenes de seguridad inferiores a 1.
- A excepción de los forjados de 8m con cantos inferiores a 40cm y forjados de 7m con cantos inferiores a 30cm, el uso de HA-25 es recomendable, dando márgenes de seguridad superiores a 1 y llegando en los casos más conservadores a valores cercanos a 3.
- Los márgenes de seguridad tuvieron resultados casi lineales, por lo que con los resultados ya obtenidos se puede asumir, con mucha seguridad, los resultados que se obtendría en casos que no han sido considerados en este proyecto.
- El resultado del análisis lineal de estas losas, para la carga de diseño definida, muestra que, para hormigones HA-25, todos los cantos de las luces de 7 y 8 metros son inviables, mientras que para hormigones HA-40 son inviables los cantos de 25 y 30 cm para luz de 8 metros. En todos estos casos la inviabilidad deviene del hecho de que las tensiones requeridas en el hormigón superan su resistencia de cálculo. Sin embargo, en la mayoría de estos casos, un análisis no-lineal permite asegurar niveles de seguridad en la relación de carga resistida contra carga de diseño superiores a 1.



## BIBLIOGRAFIA

- [1] FIB. (2013). Model Code for Concrete Structures 2010. Berlin: Ernst&Sohn.
- [2] Nápoles, E., Gonzáles, R., & Olivares, E. (2015). Una Introducción al Análisis por Elementos Finitos: Aplicaciones y Ejemplos. Camagüey, Cuba: Editorial Digital Universitaria. 1er ed.
- [3] Taylor, R. L. (1994). (El método de los elementos finitos. Volumen 2: Mecánica de sólidos y fluidos. Dinámica y no linealidad.
- [4] Zienkiewicz, O. C. (2010). El método de los elementos finitos.
- [5] Gil, E. S., & Méndez, J. A. (2011). Análisis del transitorio térmico de transformadores monofásicos de distribución mediante el Método de Elementos Finitos. Ingeniería Energética, 32(3), 87-a.
- [6] Da Fonseca, Z. (2011). Conceptos básicos del método de los elementos finitos. Universidad Rafael Urdaneta.
- [7] EHE-08, I. d. (2011). España: Centro de Publicaciones Secretaría General Técnica Ministerio de Fomento.
- [8] Del Caño Sánchez, J. C. (2008). ELASTICIDAD. Castilla y León, España: Universidad de Valladolid. Escuela de Ingenierías Industriales.
- [9] Hibbeler, R. C. (2006). Mecánica De Materiales (Sexta Edición). Pearson Educación.
- [10] Computers and Structures Inc. (February 2006). Concrete Shell Reinforcement Design. California: Berkeley.
- [11] AENOR. (2013). Eurocódigo 2: Proyecto de estructuras de hormigón. Parte 1-1: Reglas generales y reglas para edificación UNE-EN 1992-1-1:2013. Madrid: Asociación Española de Normalización y Certificación.
- [12] AENOR. (2013). Eurocódigo 0: Bases de Diseño Estructural UNE-EN 1990:2019. Madrid: Asociación Española de Normalización y Certificación ..
- [13] Marí Bernat, A. R. (1981). Análisis de Estructuras de Hormigón Armado y Pretensado en Teoría de Segundo Orden. Barcelona, Cataluña, España: Consejo Superior de Investigaciones Científicas CSIC.
- [14] Arroyo, J. C. (2020). Qué es el principio de superposición y cuándo se puede aplicar - Resistencia de materiales. Obtenido de ingenio.xyz: <https://ingenio.xyz/articulos/20200423-que-es-el-principio-de-superposicion-y-cuando-se-puede-aplicar-resistencia-de-materiales>

- [15] Timoshenko, S., & Woinowsky-Krieger, S. (1959). "Theory of plates and shells". McGraw-Hill New York.
- [16] Love, A. (1888). On the small free vibrations and deformations of elastic shells. Philosophical trans. of the Royal Society, Vol. Serie A (N° 17), p. 491–549.
- [17] Mindlin, R. D. (1951). Influence of rotatory inertia and shear on flexural motions of isotropic, elastic plates. ASME Journal of Applied Mechanics, Vol. 18 pp. 31–38.
- [18] Darwin, D., & Pecknold, D. (1974). Inelastic Model for Cyclic Biaxial Load-ing of Reinforced Concrete. USA: University of Illinois.
- [19] Computers And Structures Inc. (2015). Modified Darwin-Pecknold 2-D Reinforced Concrete. California: Berkeley.
- [20] Vecchio, F., & Collins, M. (March-April de 1986). The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear. Journal of the ACI Paper No. 83-22.
- [21] Feng, D. C., Ren, X. D., & Li, J. (2018). Softened damage-plasticity model for analysis of cracked reinforced concrete structures. Journal of Structural Engineering.
- [22] Lee, J., & Fenves, G. L. (1998). Plastic-damage model for cyclic loading of concrete structures. Journal of Engineering Mechanics 124(8), 892–900.
- [23] Wu, J. Y., Li, J., & Faria, R. (2006). An energy release rate-based plastic-damage model for concrete. International Journal of Solids and Structures, 43(3), 583–612.
- [24] Saritas, A., & Filippou, F. (2013). Analysis of rc walls with a mixed formulation frame finite element. Computers and Concrete, 12(4), 519–536.
- [25] Saritas, A., & Filippou, F. C. (2009). Numerical integration of a class of 3d plastic-damage concrete models and condensation of 3d stress–strain relations for use in beam finite elements. Engineering Structures, 31(10), 2327–2336.
- [26] Hsu, T. T. (1988). Softened truss model theory for shear and torsion. ACI Structural Journal.

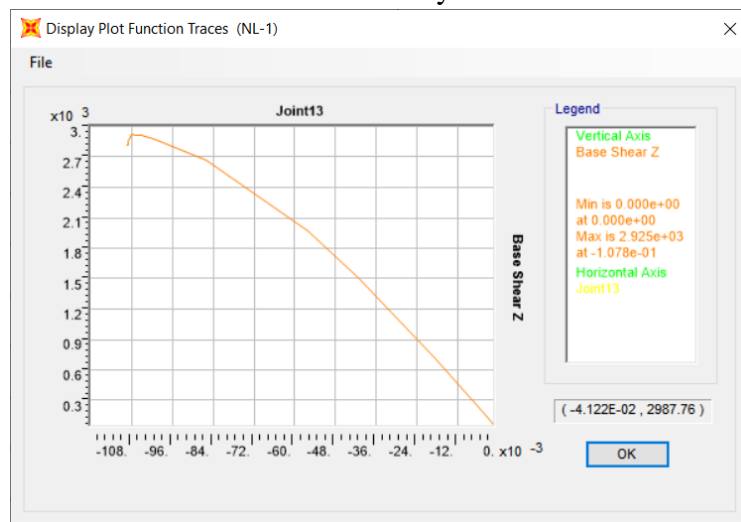
**Anejo I. Curvas carga flecha de todos los casos**

**LOSAS CON HORMIGÓN DE HA-25**

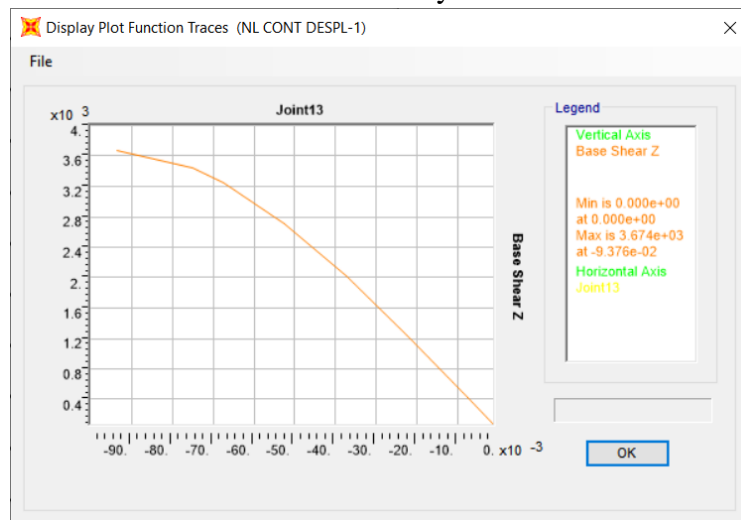
**Método de factores de resistencia global**

Para este método la resistencia a compresión de hormigón corresponde a 21.25MPa y las propiedades del acero son de 550MPa.

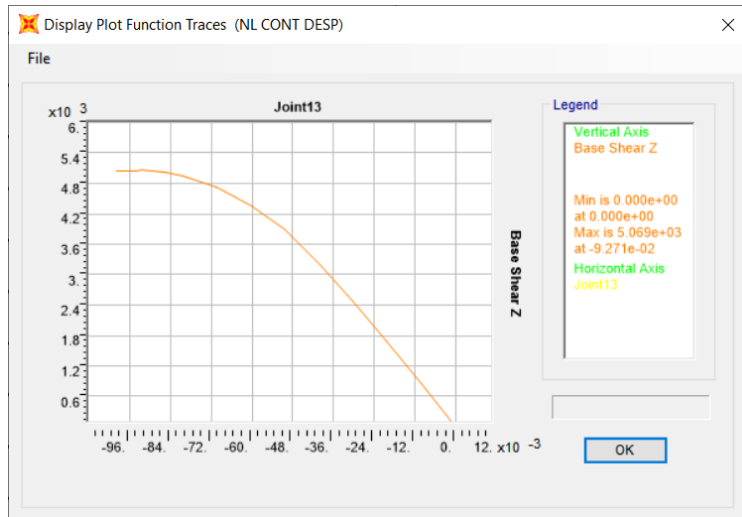
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 5m y canto de 25cm.



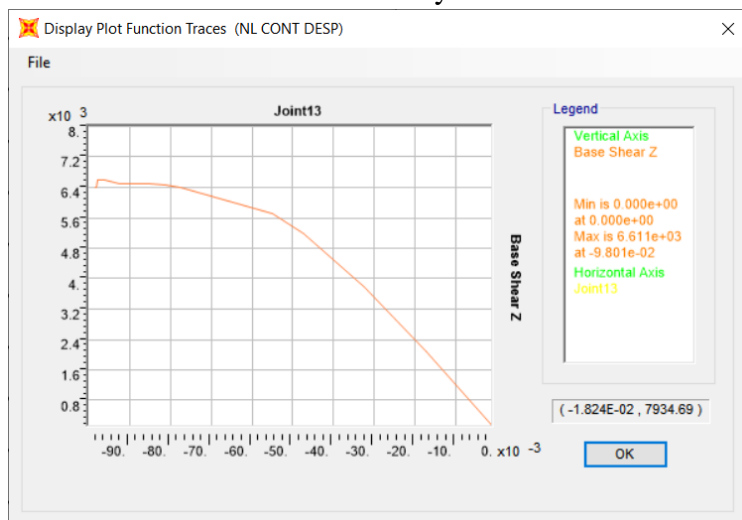
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 5m y canto de 30cm.



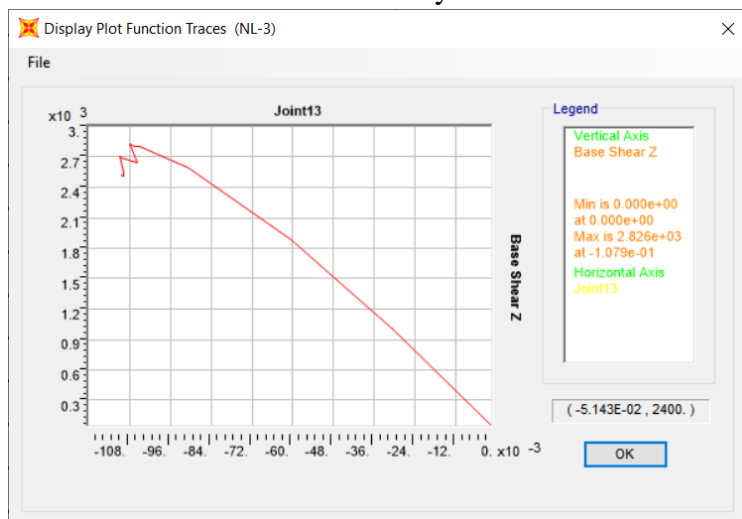
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 5m y canto de 35cm.



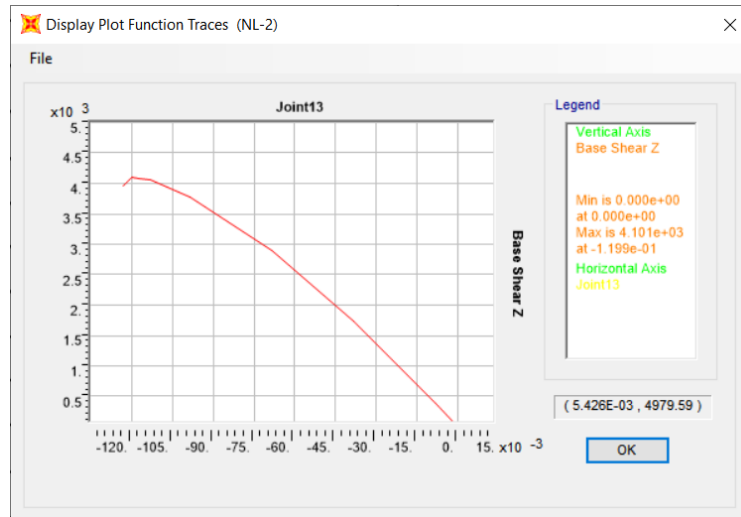
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 5m y canto de 40cm.



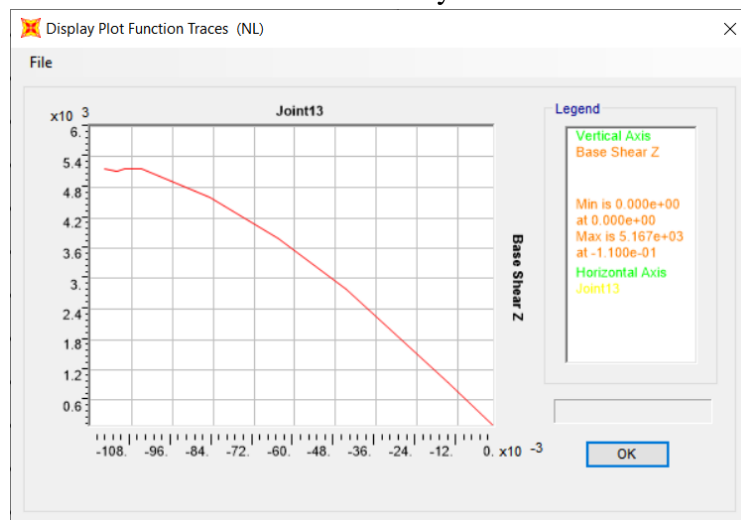
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 6m y canto de 25cm.



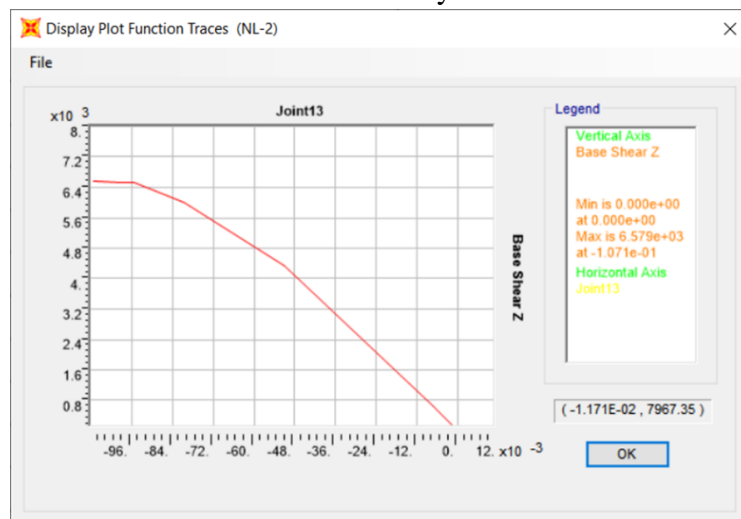
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 6m y canto de 30cm.



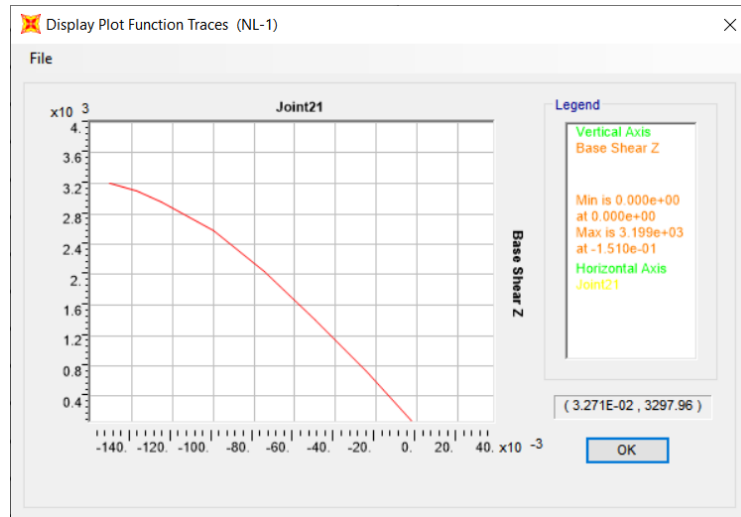
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 6m y canto de 35cm.



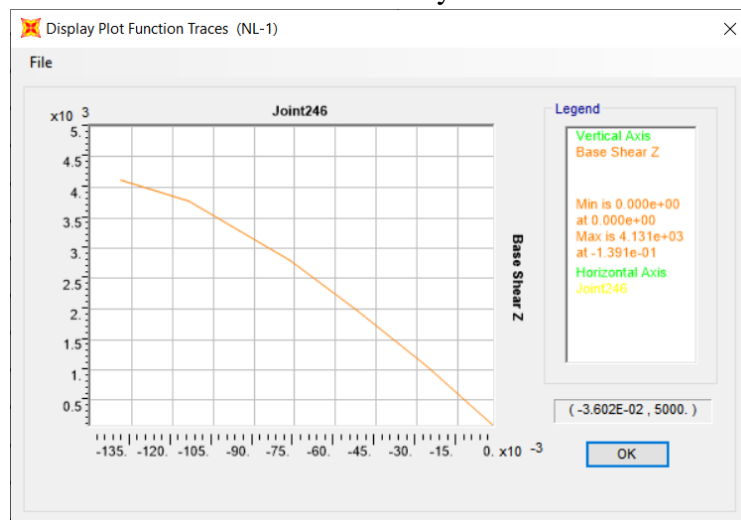
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 6m y canto de 40cm.



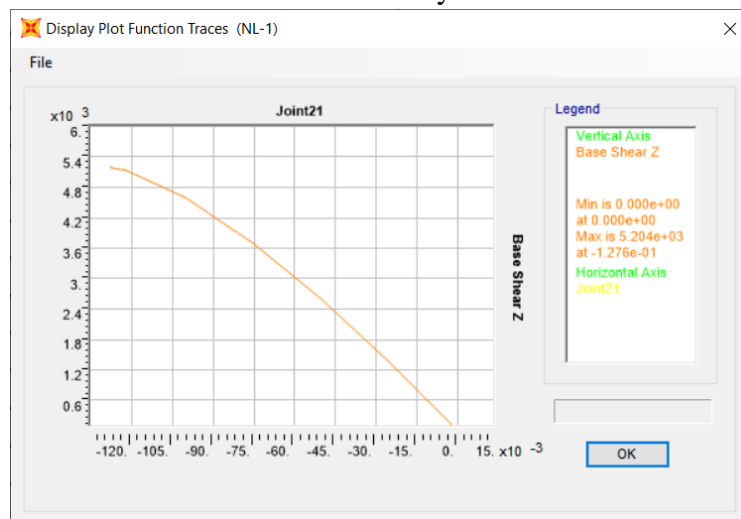
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 7m y canto de 25cm.



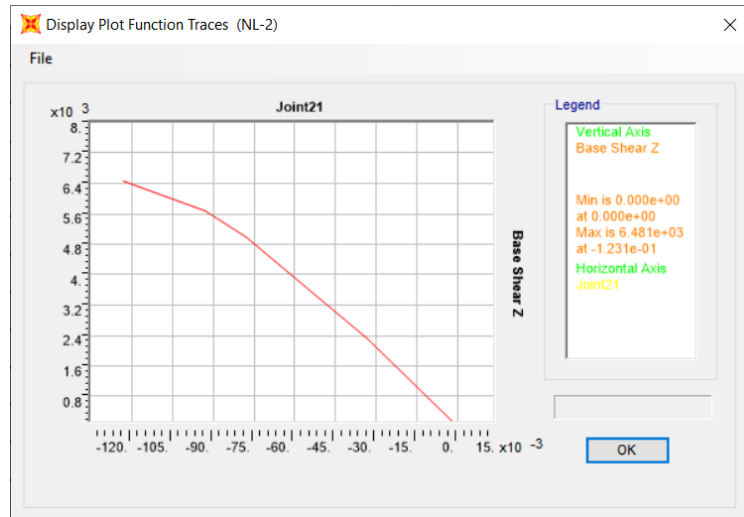
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 7m y canto de 30cm.



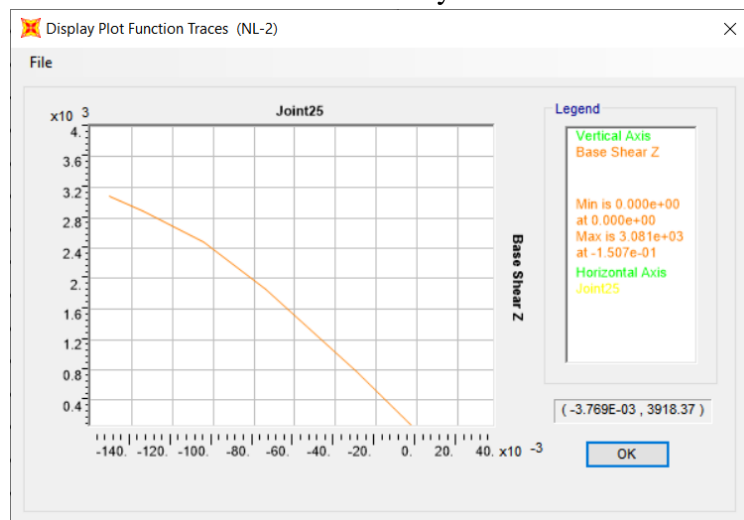
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 7m y canto de 35cm.



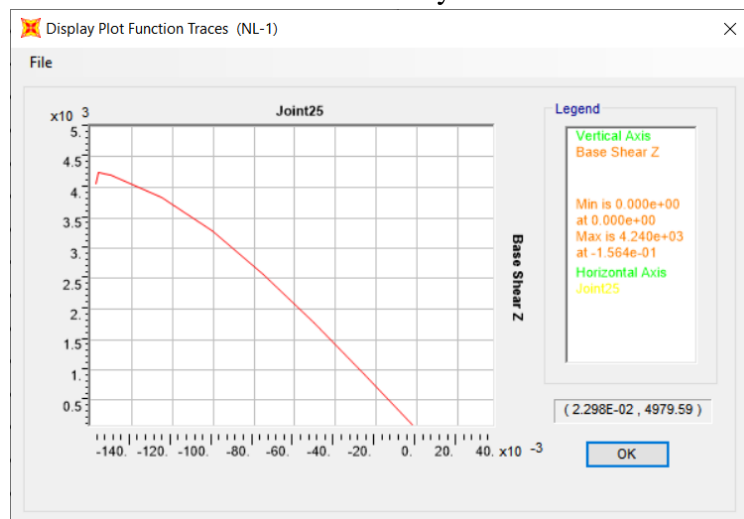
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 7m y canto de 40cm.



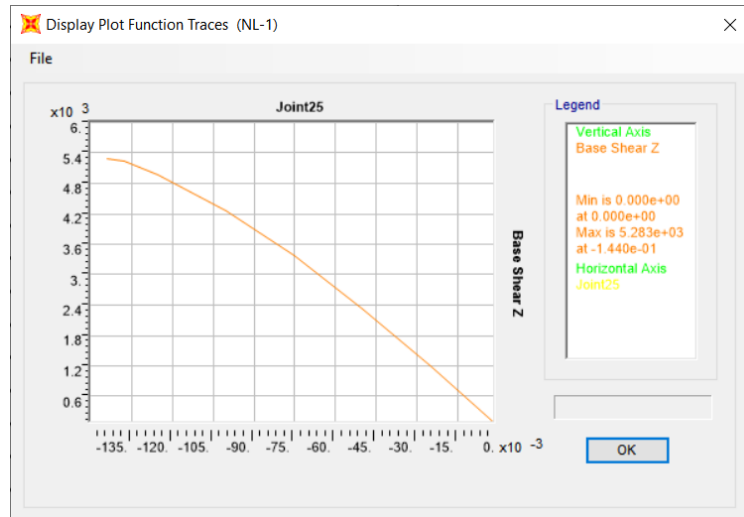
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 8m y canto de 25cm.



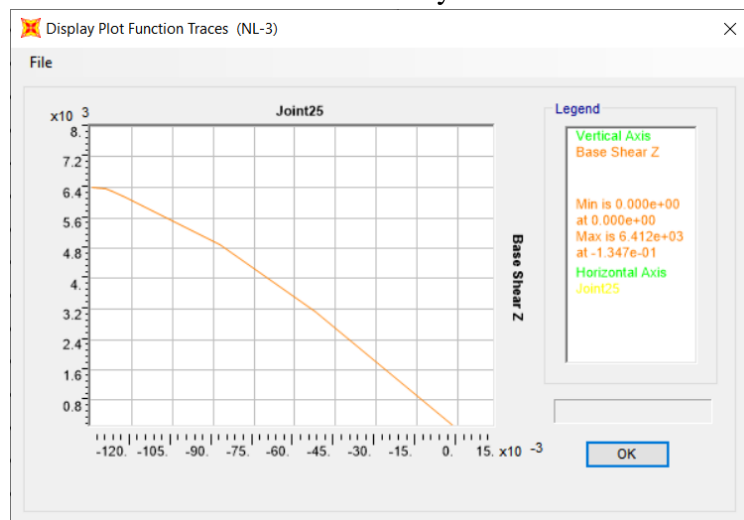
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 8m y canto de 30cm.



- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 8m y canto de 35cm.



- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 8m y canto de 40cm.

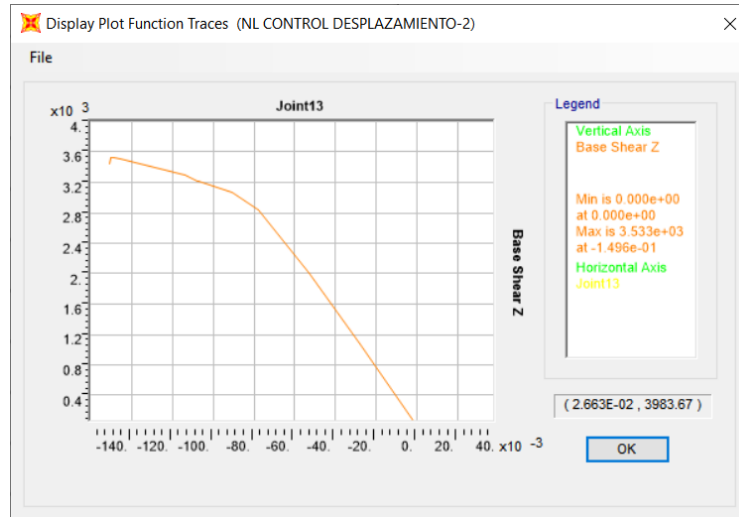




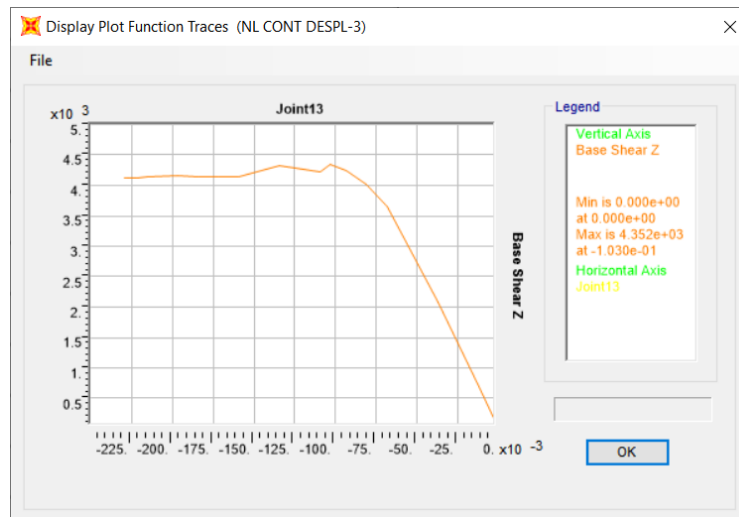
## Método de ECOV

Para este método la resistencia a compresión de hormigón corresponde a 33MPa y 25MPa; y las propiedades del acero son de y las propiedades del acero son de 550MPa y 500MPa. El primer caso es igual al método de los Factores resistencias globales por lo que solo se mostrará el de las propiedades de hormigón de 25MPa y acero de 500MPa.

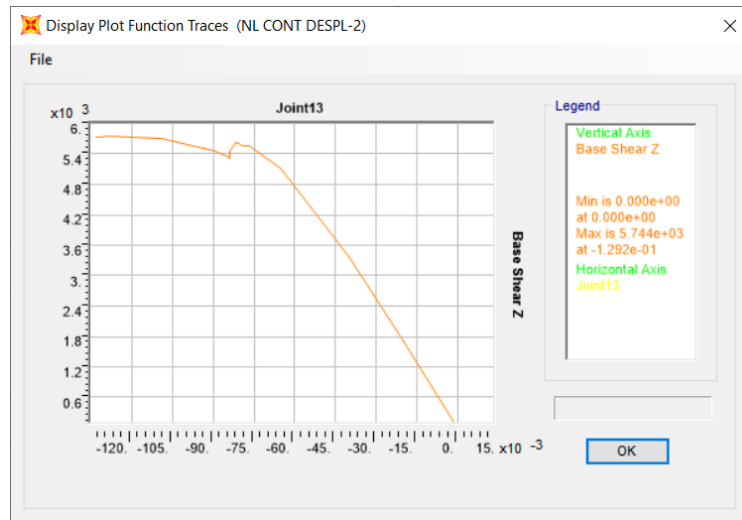
- **33MPa y 550MPa**
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 5m y canto de 25cm.



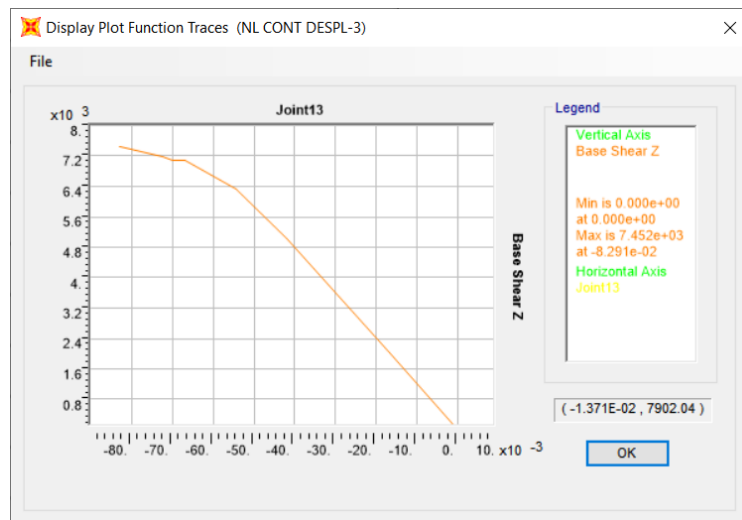
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 5m y canto de 30cm.



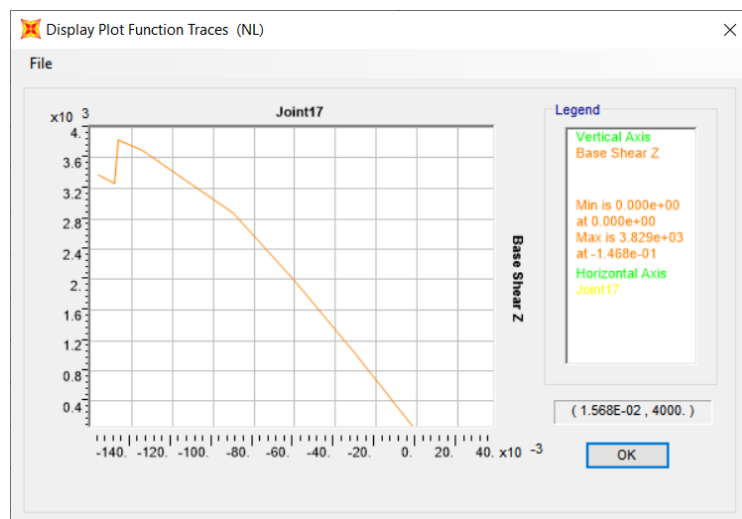
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 5m y canto de 35cm.



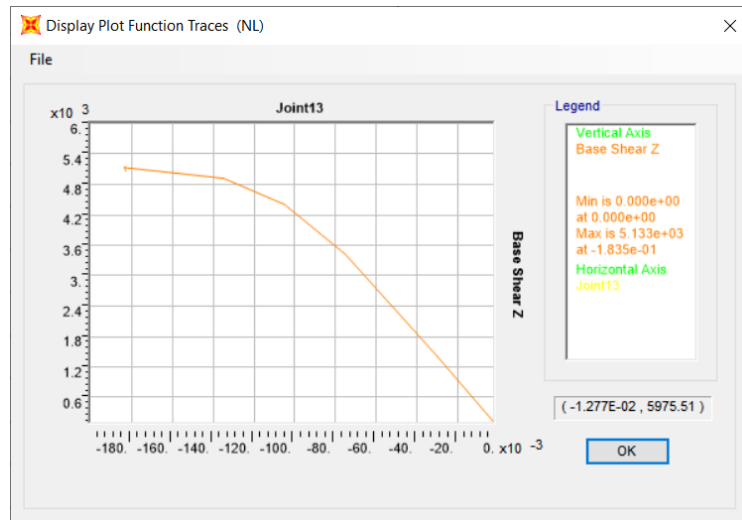
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 5m y canto de 40cm.



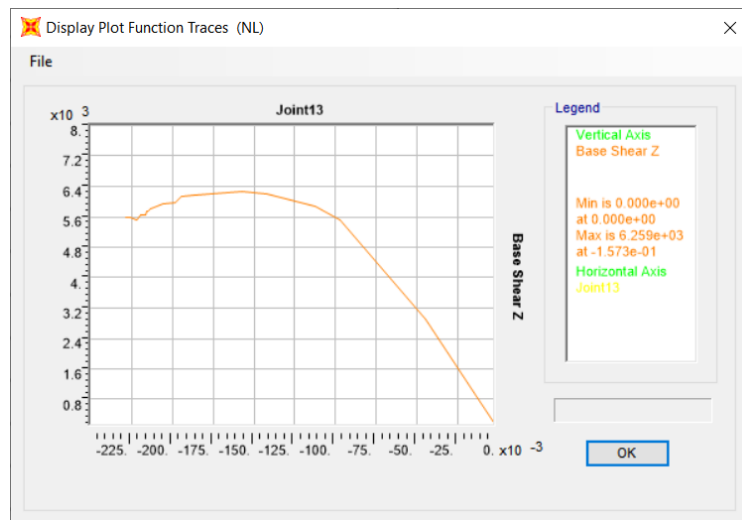
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 6m y canto de 25cm.



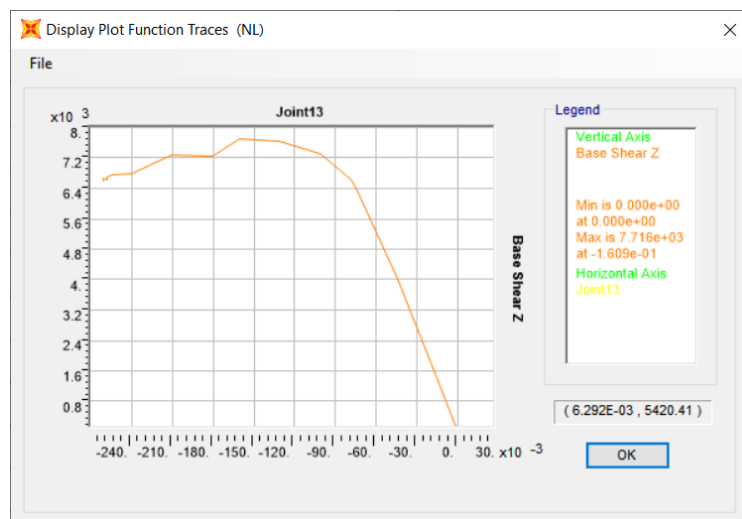
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 6m y canto de 30cm.



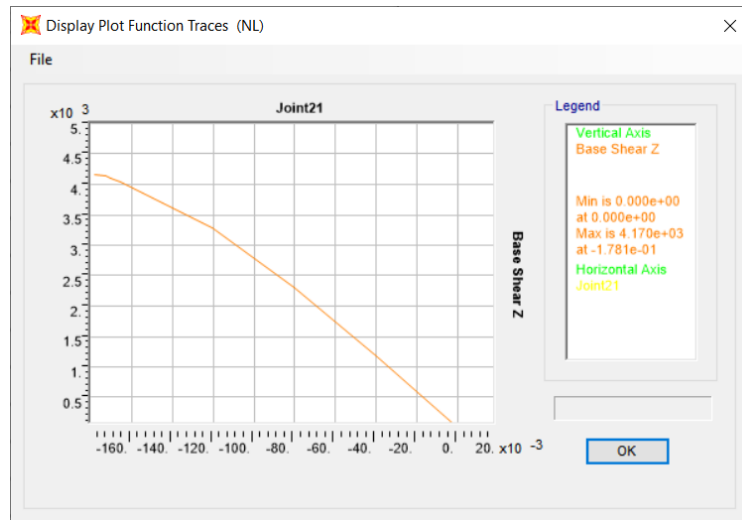
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 6m y canto de 35cm.



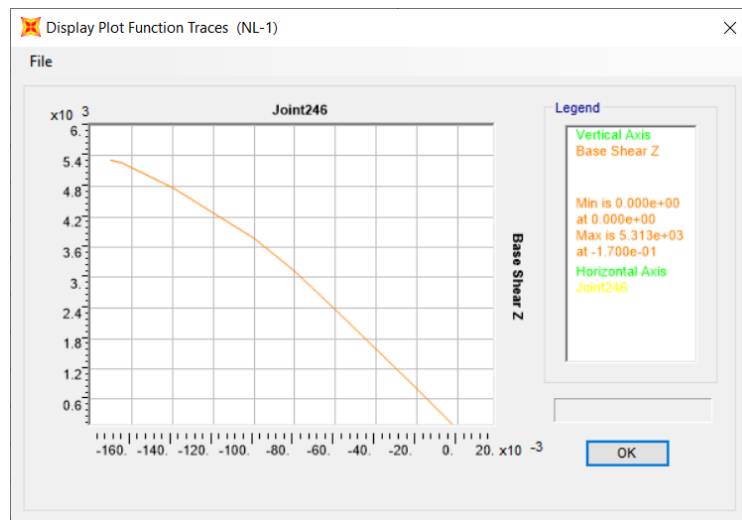
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 6m y canto de 40cm.



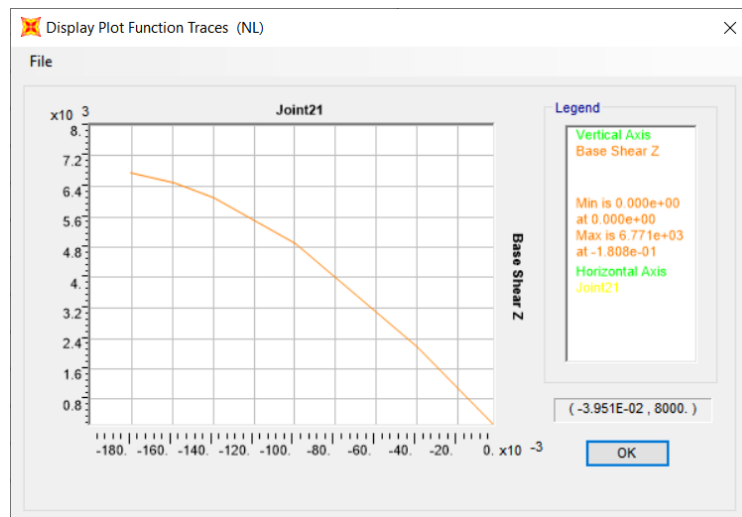
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 7m y canto de 25cm.



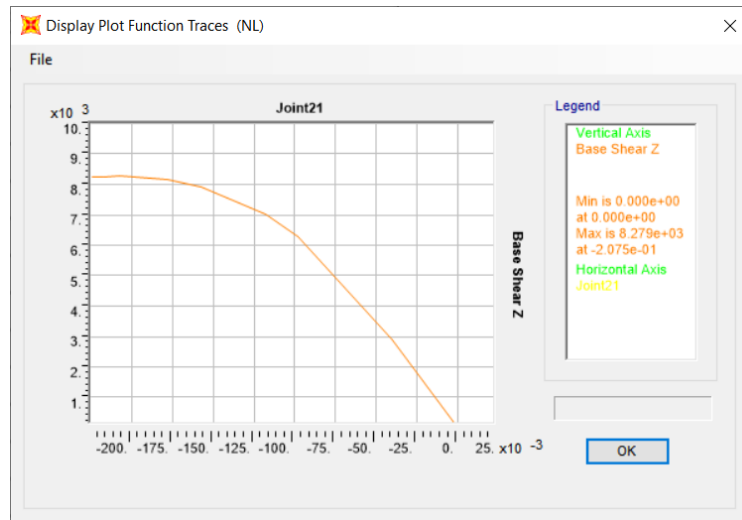
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 7m y canto de 30cm.



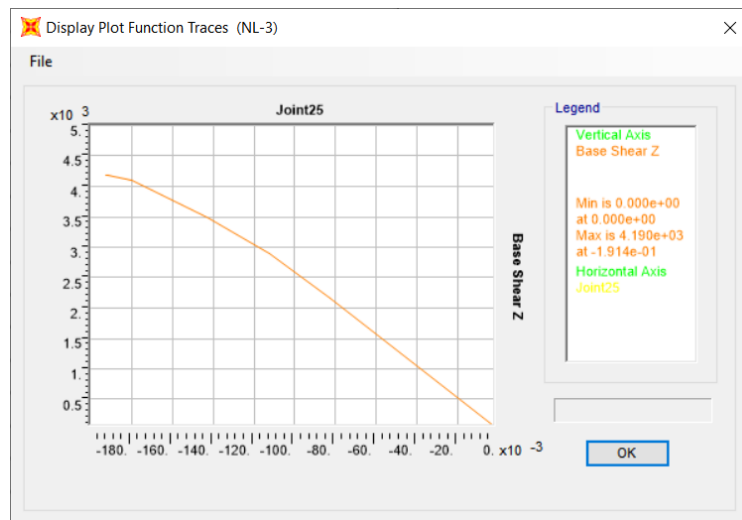
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 7m y canto de 35cm.



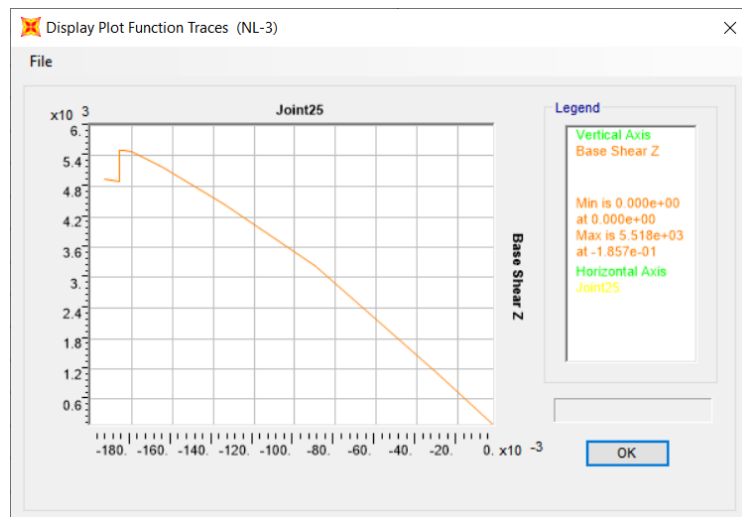
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 7m y canto de 40cm.



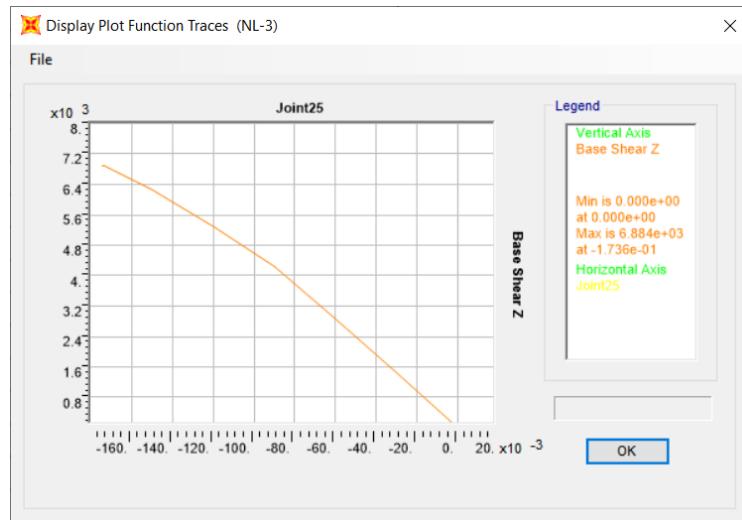
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 8m y canto de 25cm.



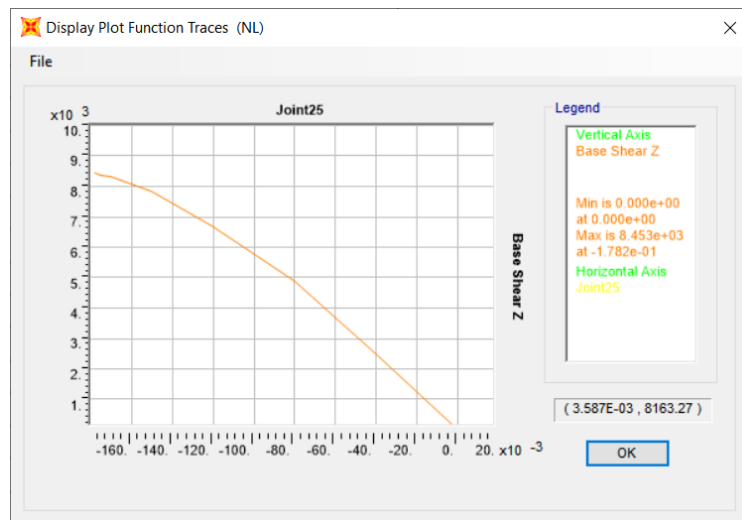
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 8m y canto de 30cm.



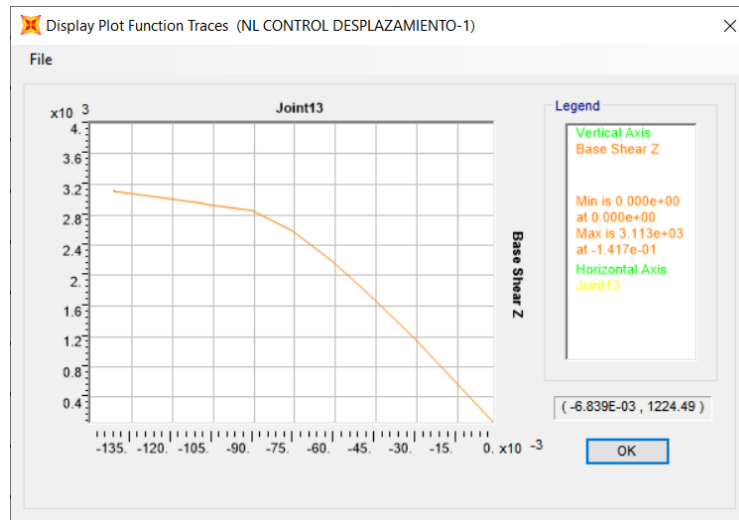
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 8m y canto de 35cm.



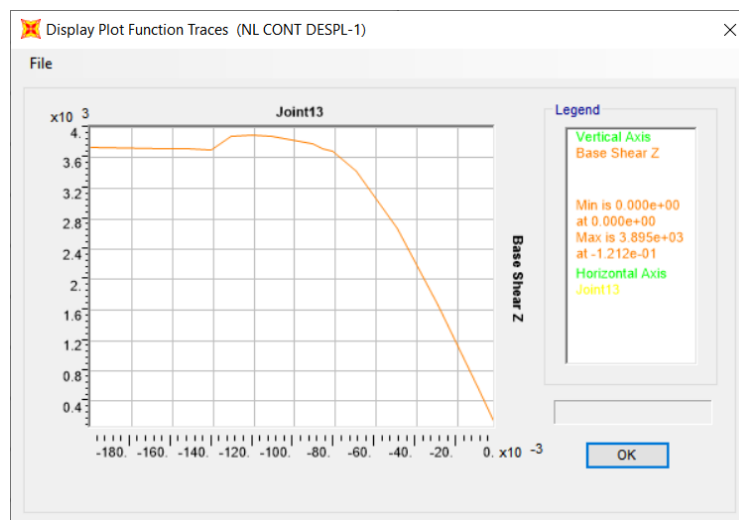
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 8m y canto de 40cm.



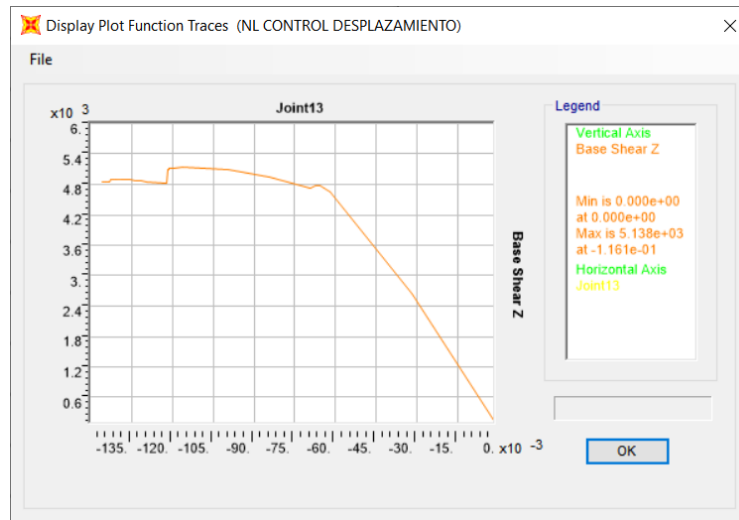
- 25MPa y 500MPa
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 5m y canto de 25cm.



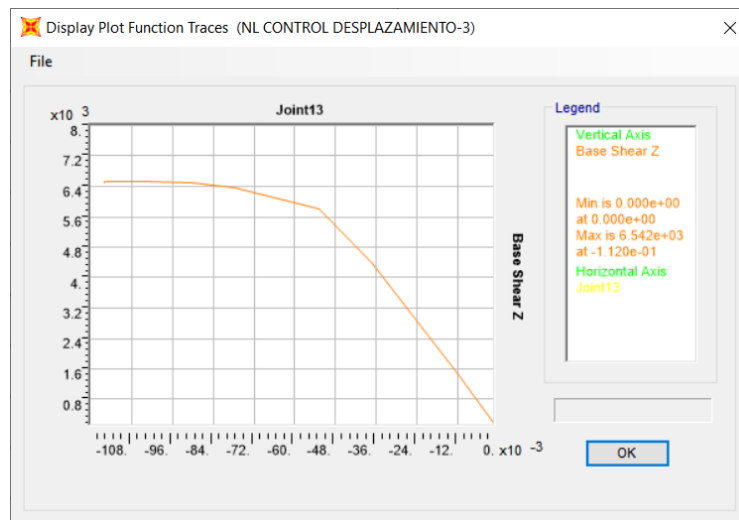
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 5m y canto de 30cm.



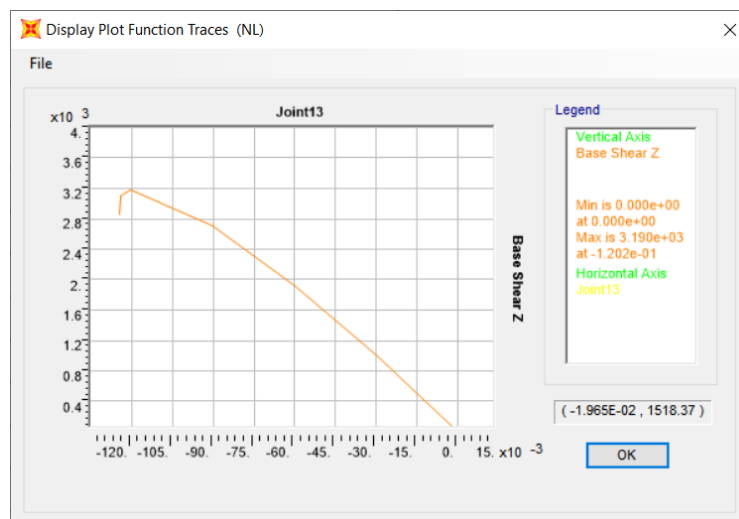
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 5m y canto de 35cm.



- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 5m y canto de 40cm.

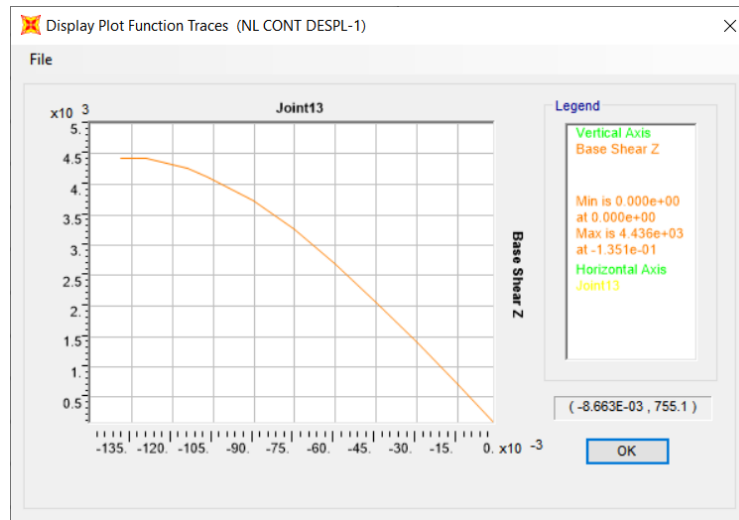


- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 6m y canto de 25cm.

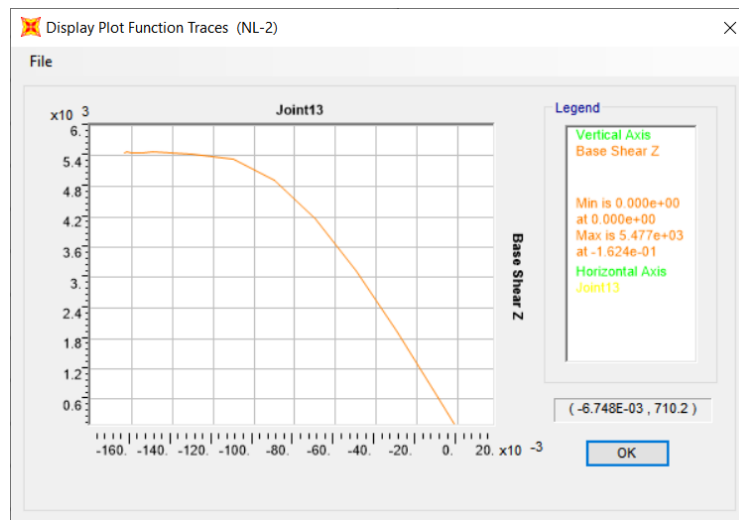




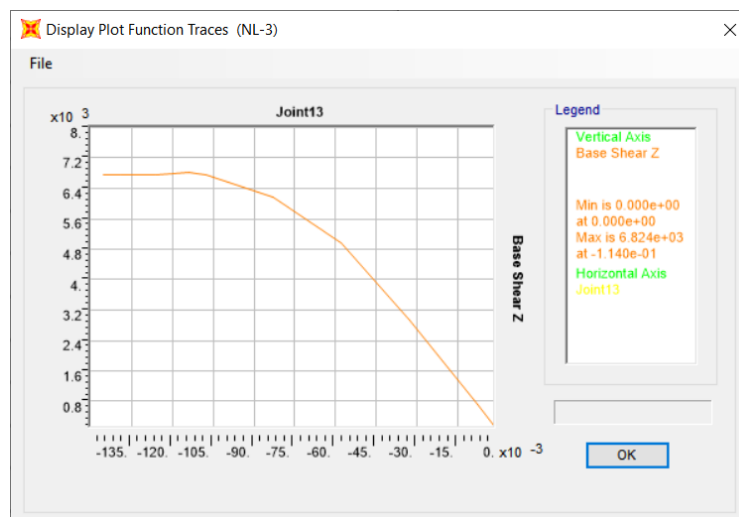
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 6m y canto de 30cm.



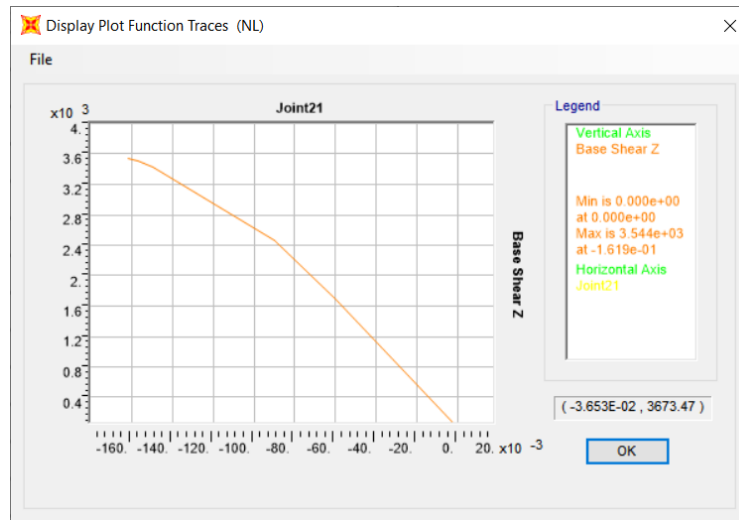
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 6m y canto de 35cm.



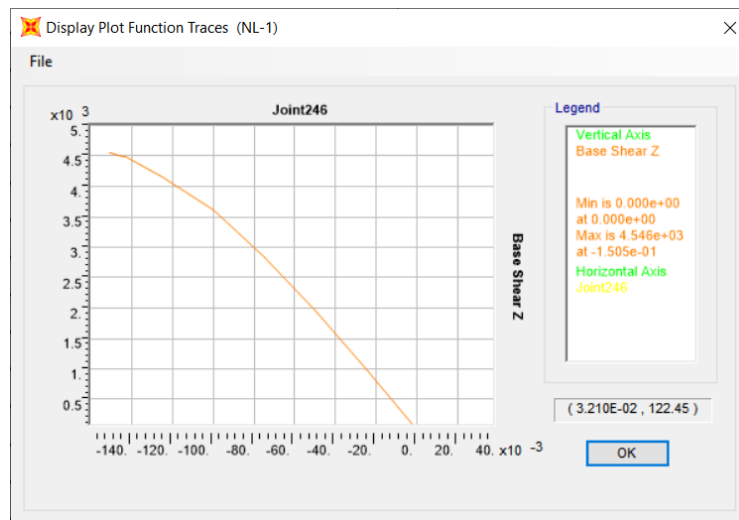
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 6m y canto de 40cm.



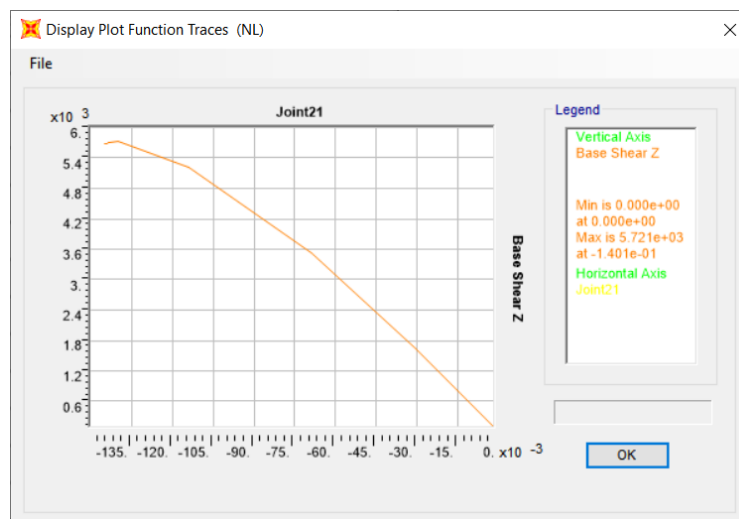
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 7m y canto de 25cm.



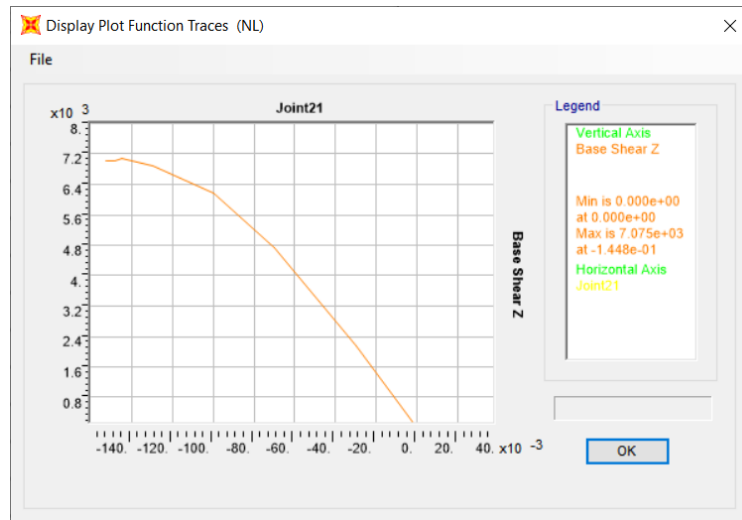
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 7m y canto de 30cm.



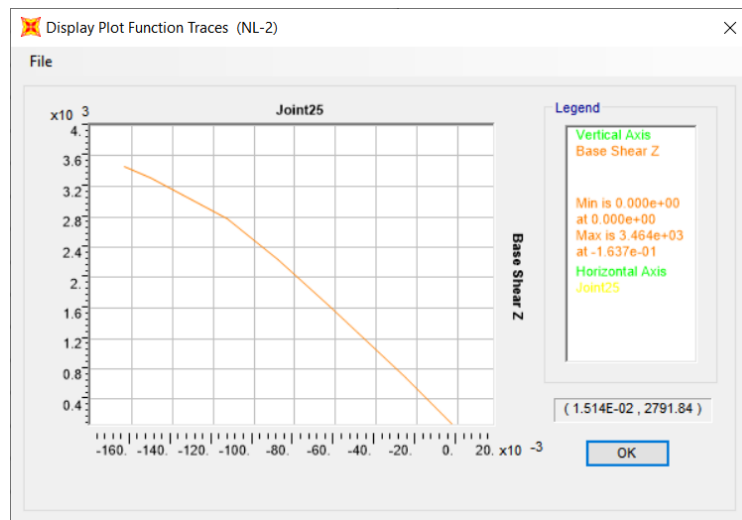
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 7m y canto de 35cm.



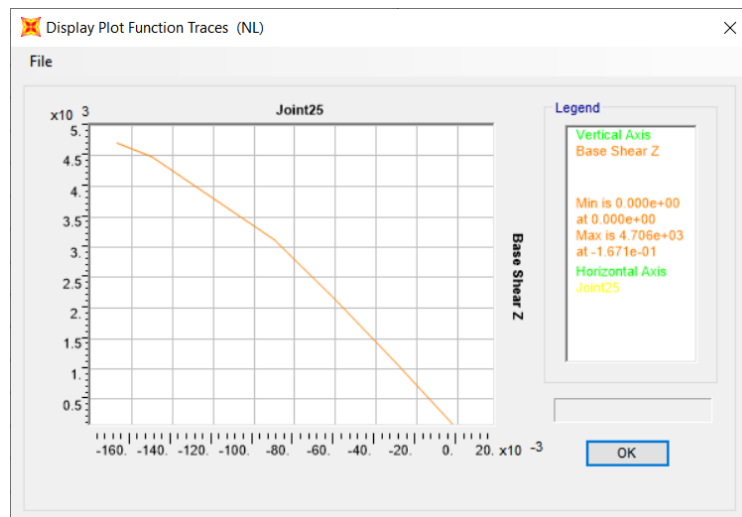
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 7m y canto de 40cm.



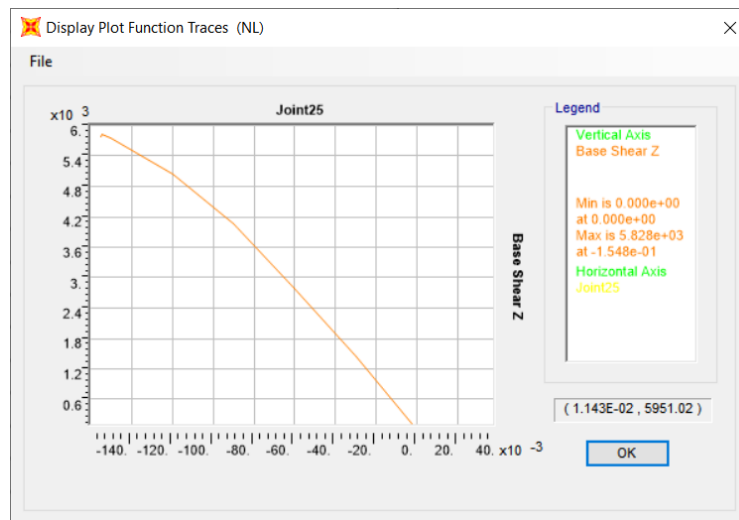
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 8m y canto de 25cm.



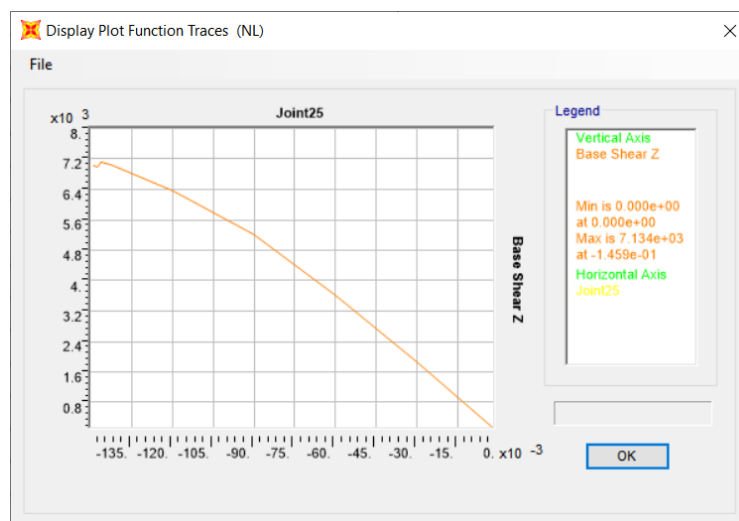
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 8m y canto de 30cm.



- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 8m y canto de 35cm.



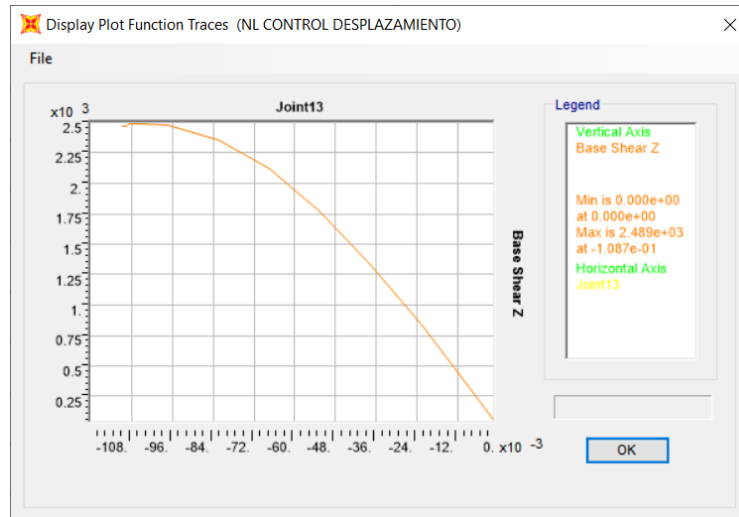
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 8m y canto de 40cm.



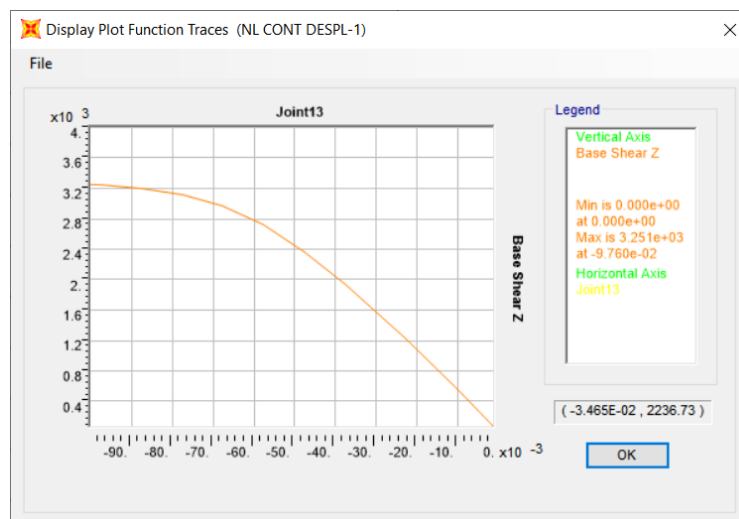
## Método de factores parciales

Para este método la resistencia a compresión de hormigón corresponde a 16.66MPa y las propiedades del acero son de 434.78MPa.

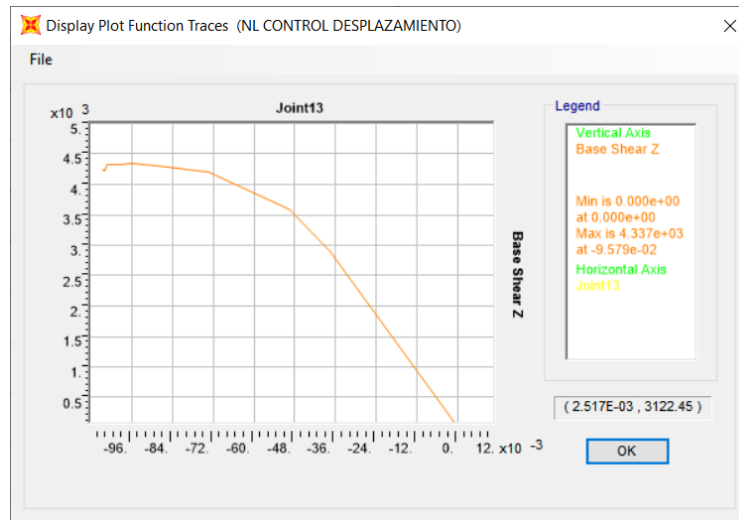
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 5m y canto de 25cm.



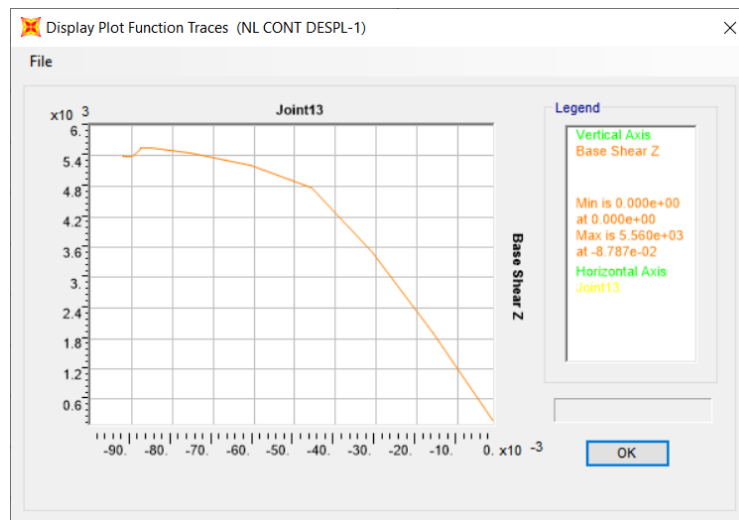
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 5m y canto de 30cm.



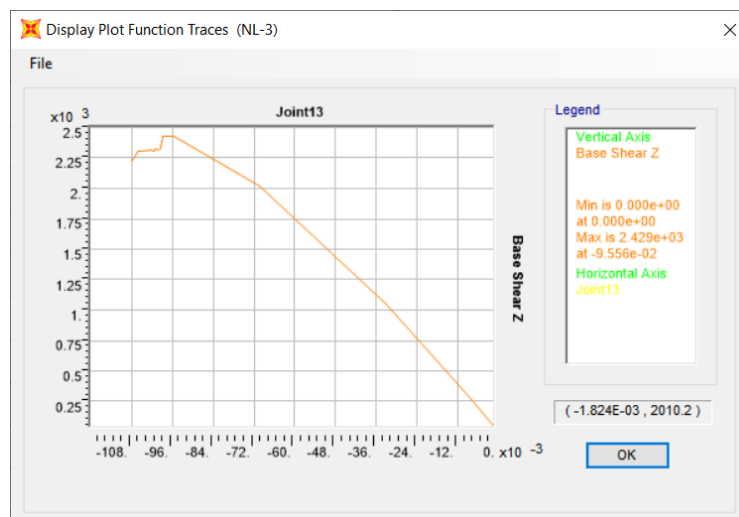
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 5m y canto de 35cm.



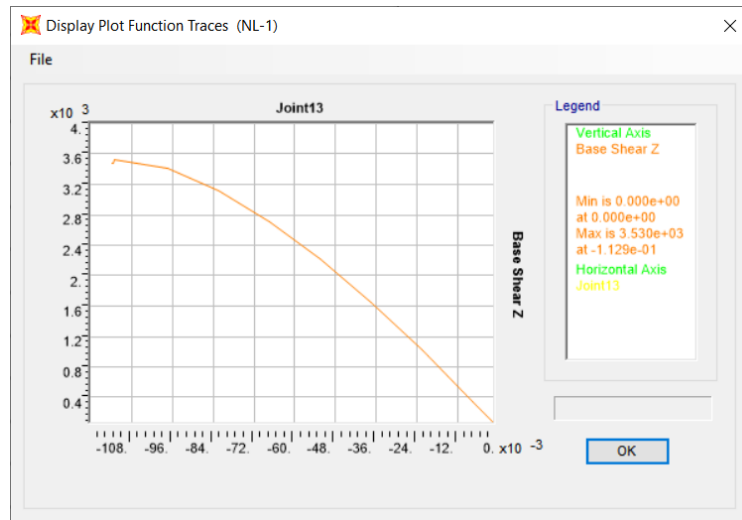
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 5m y canto de 40cm.



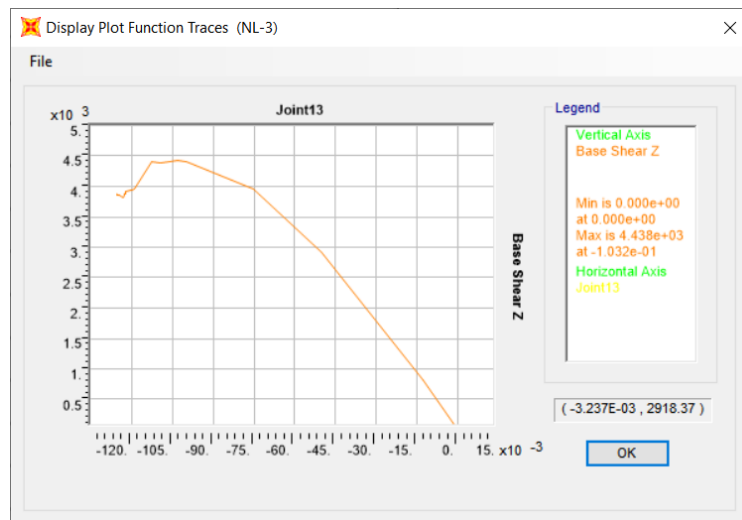
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 6m y canto de 25cm.



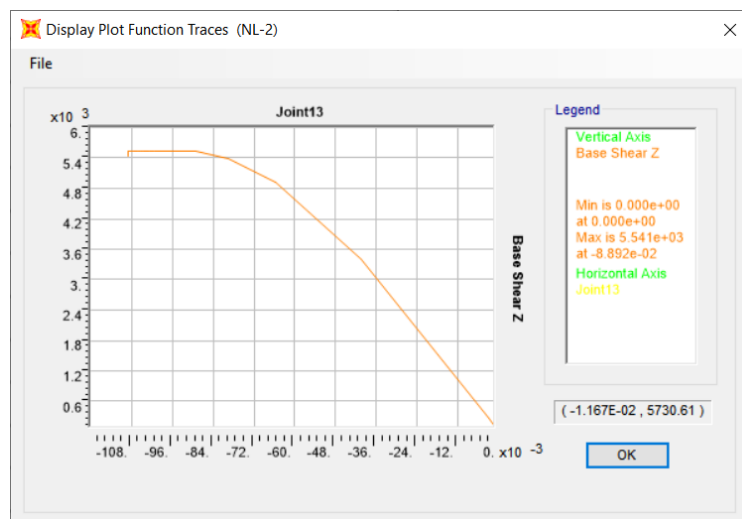
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 6m y canto de 30cm.



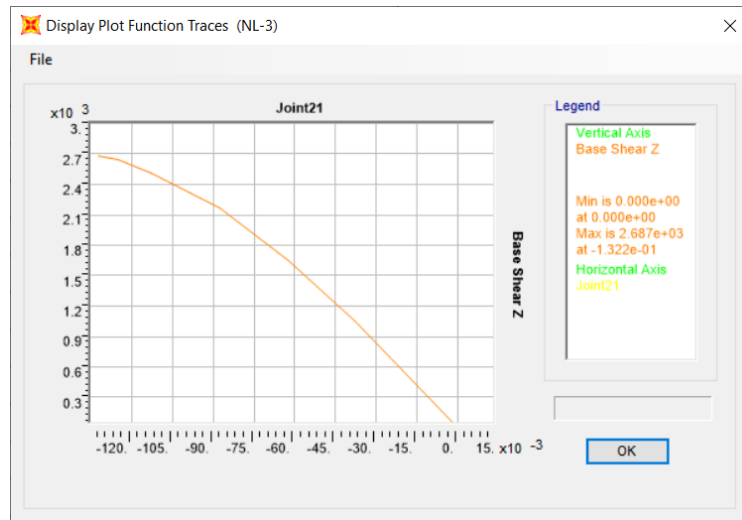
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 6m y canto de 35cm.



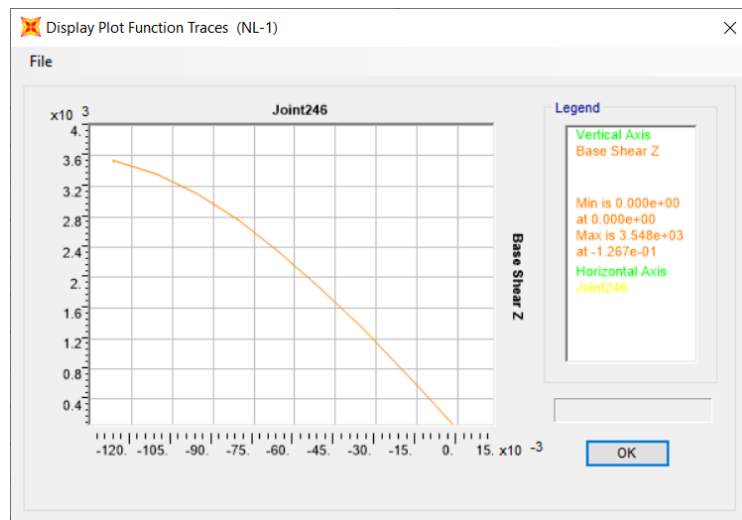
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 6m y canto de 40cm.



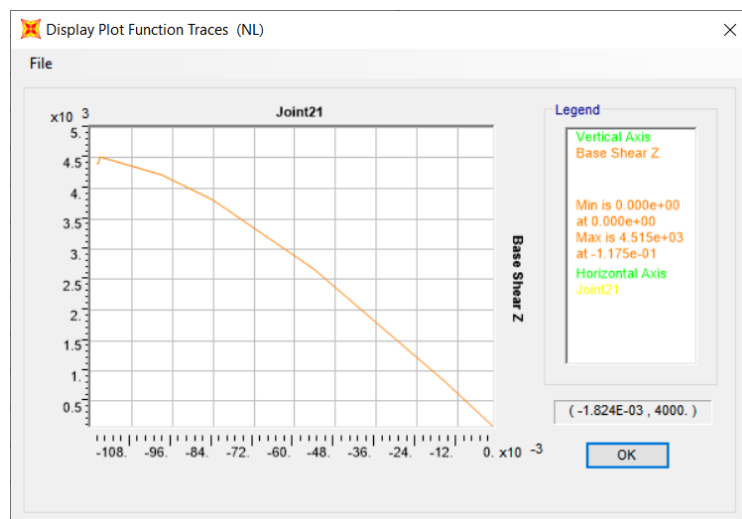
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 7m y canto de 25cm.



- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 7m y canto de 30cm.

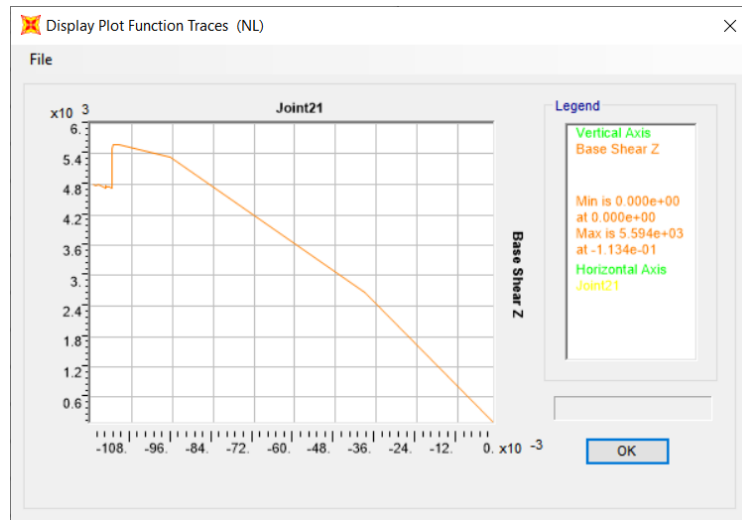


- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 7m y canto de 35cm.

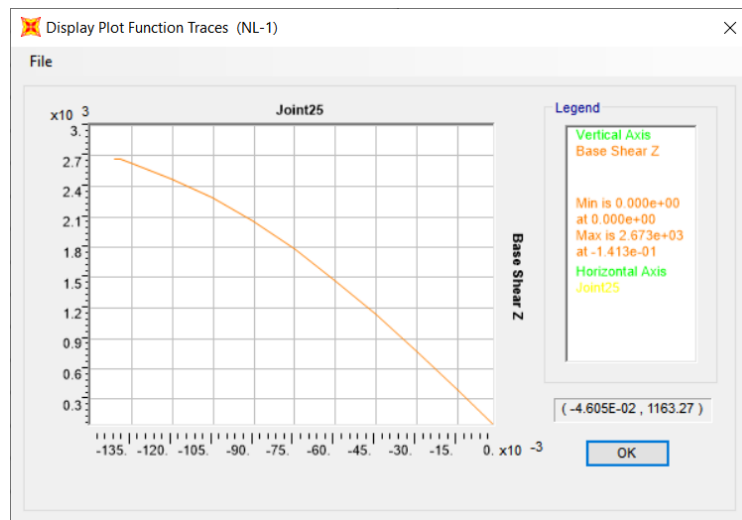




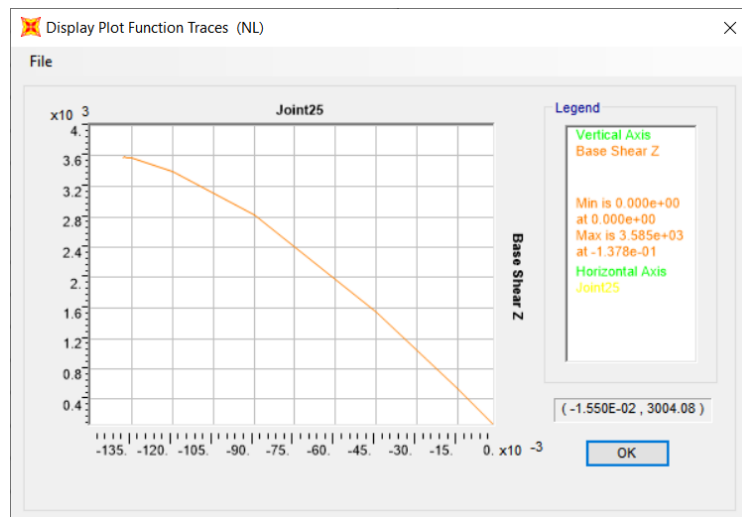
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 7m y canto de 40cm.



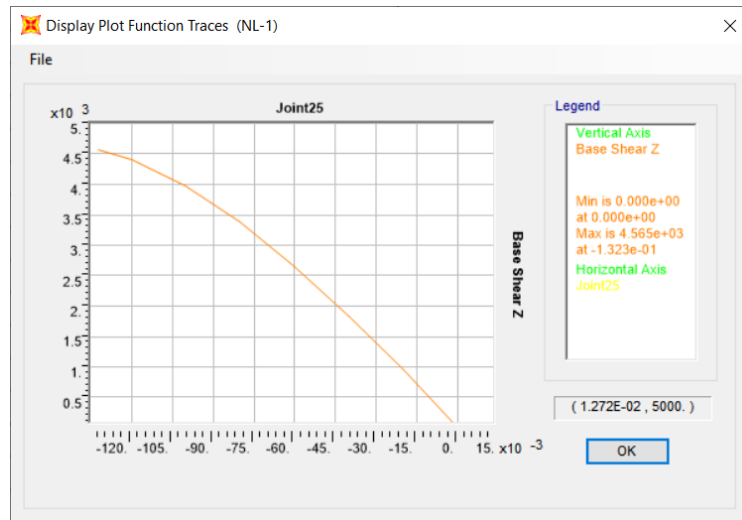
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 8m y canto de 25cm.



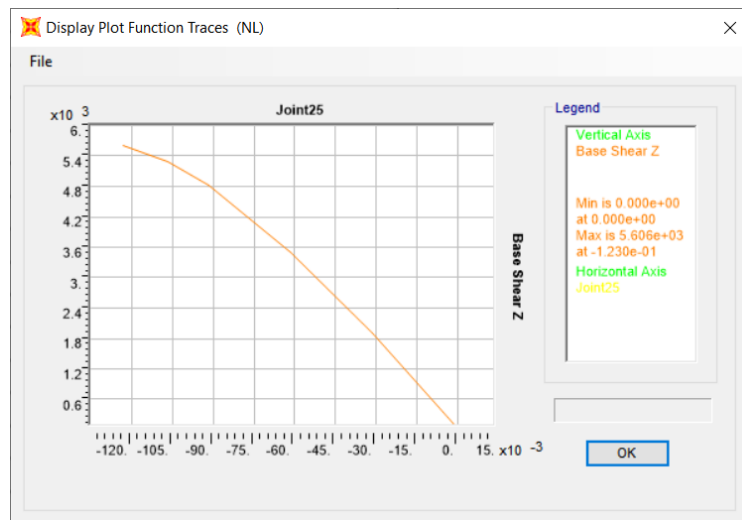
- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 8m y canto de 30cm.



- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 8m y canto de 35cm.



- Losa de HA-25 con luces entre vanos de 8m y canto de 40cm.

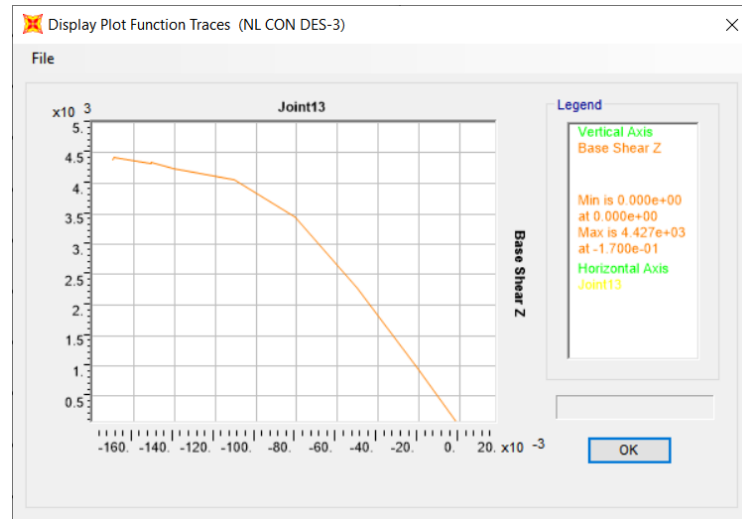


## LOSAS CON HORMIGÓN DE HA-40

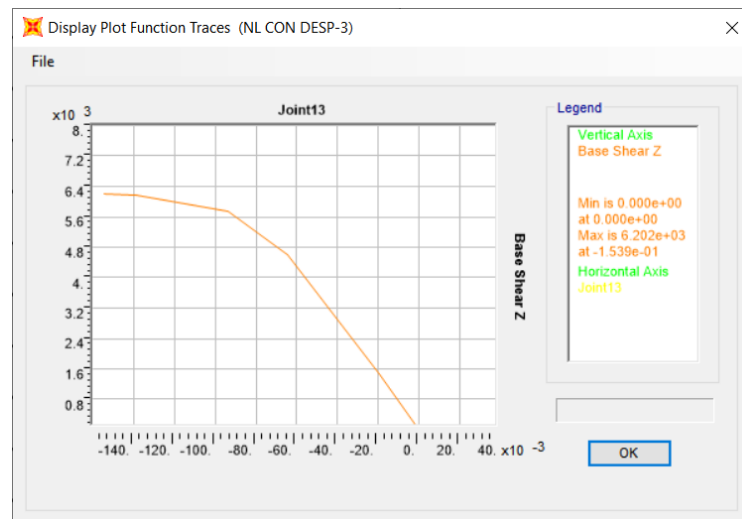
### Método de factores de resistencia global

Para este método la resistencia a compresión de hormigón corresponde a 34MPa y las propiedades del acero son de 550MPa.

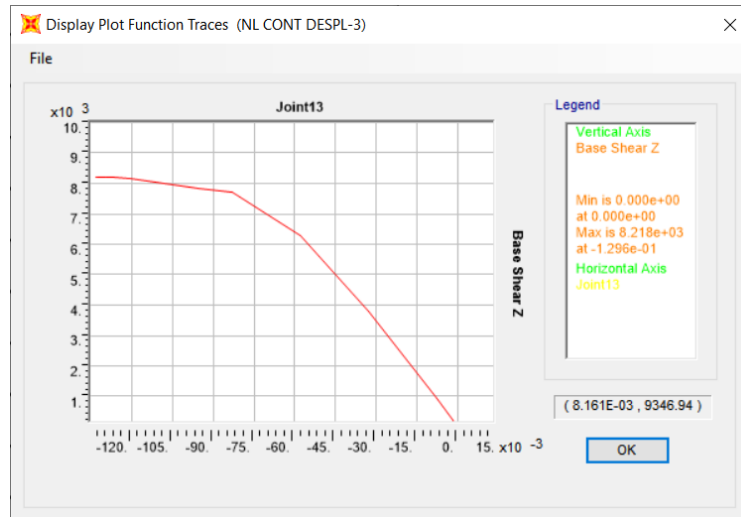
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 5m y canto de 25cm.



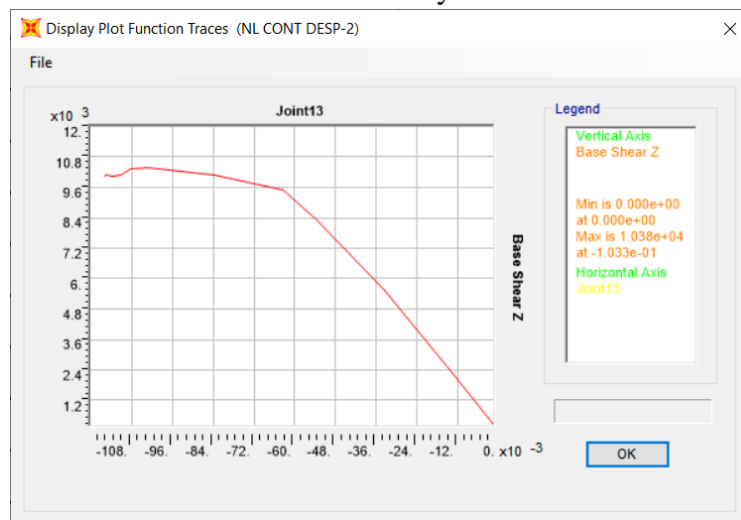
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 5m y canto de 30cm.



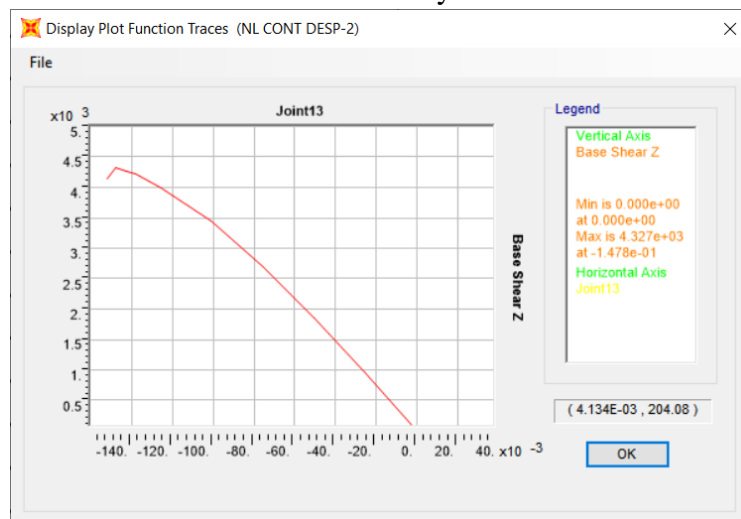
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 5m y canto de 35cm.



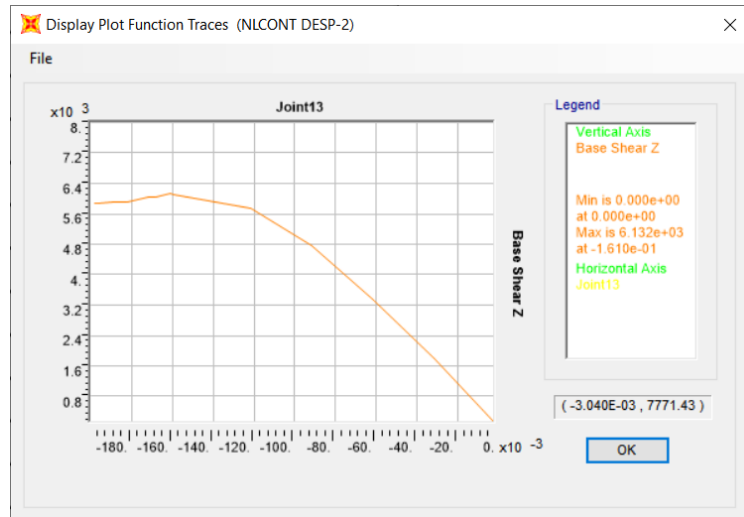
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 5m y canto de 40cm.



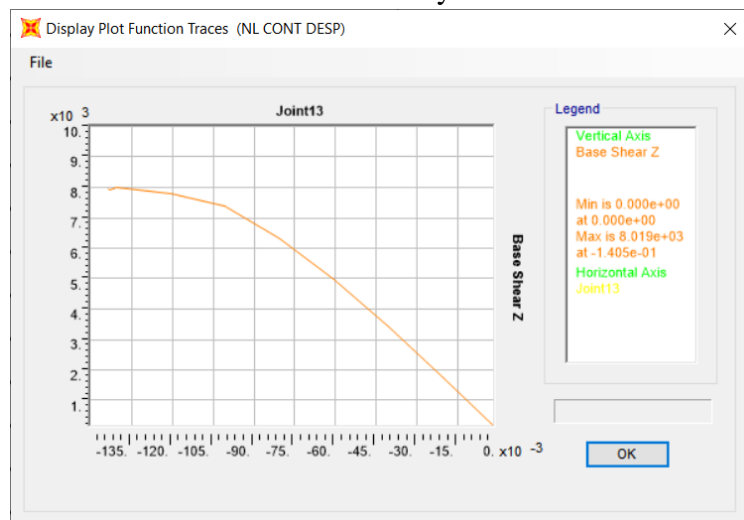
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 6m y canto de 25cm.



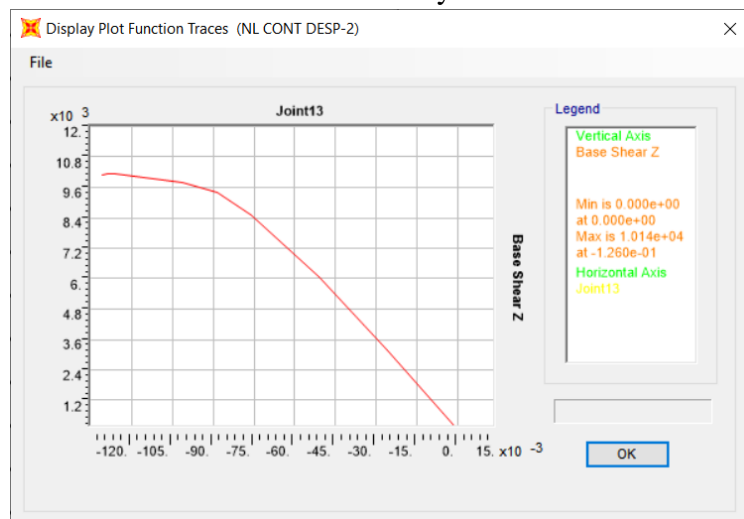
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 6m y canto de 30cm.



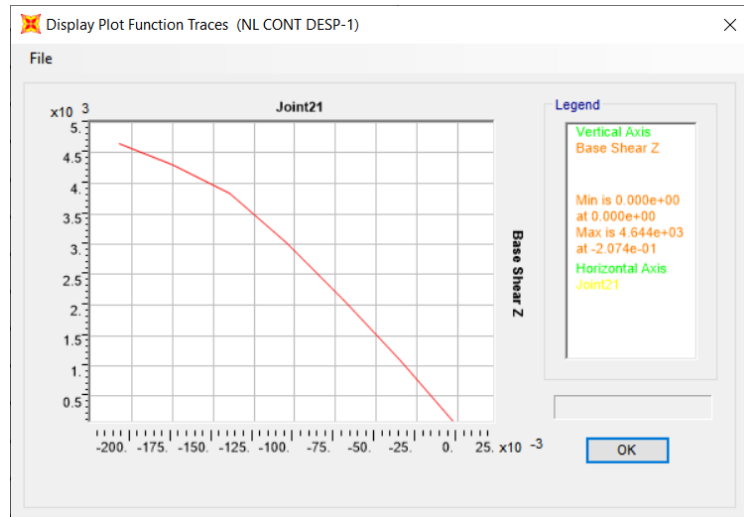
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 6m y canto de 35cm.



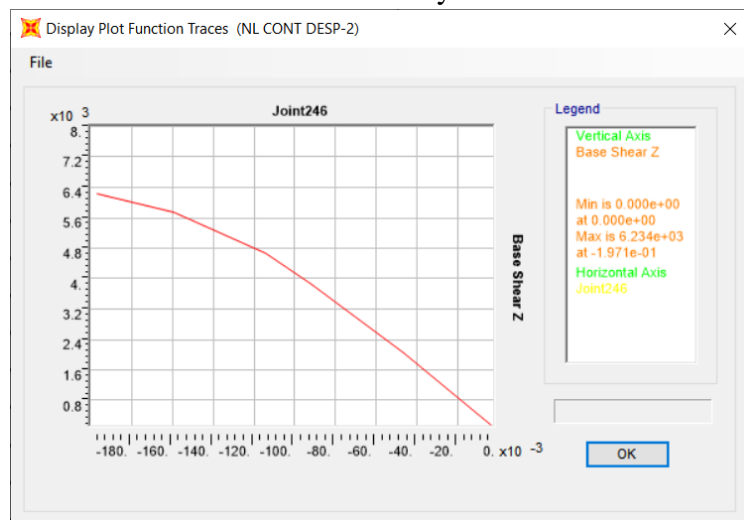
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 6m y canto de 40cm.



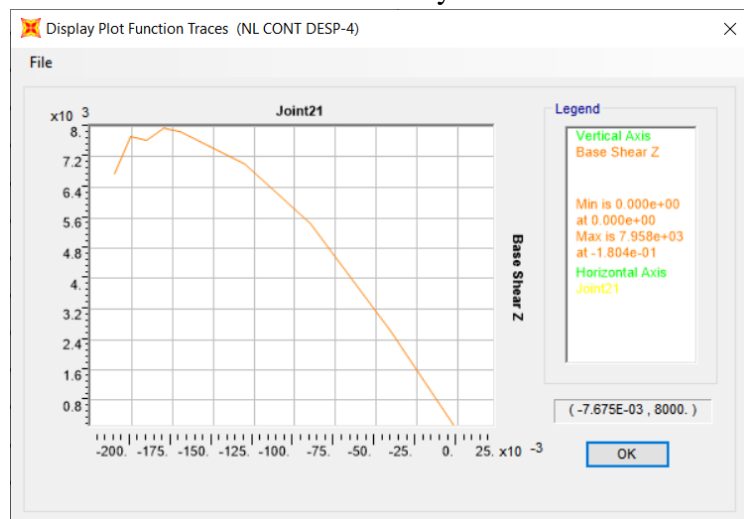
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 7m y canto de 25cm.



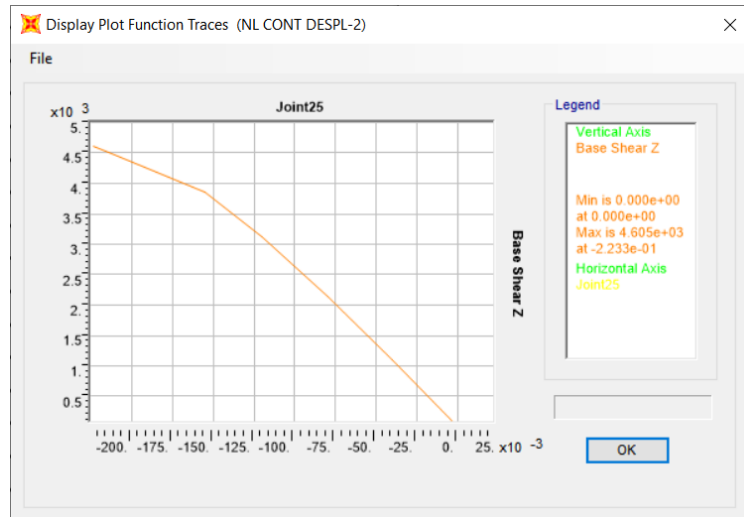
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 7m y canto de 30cm.



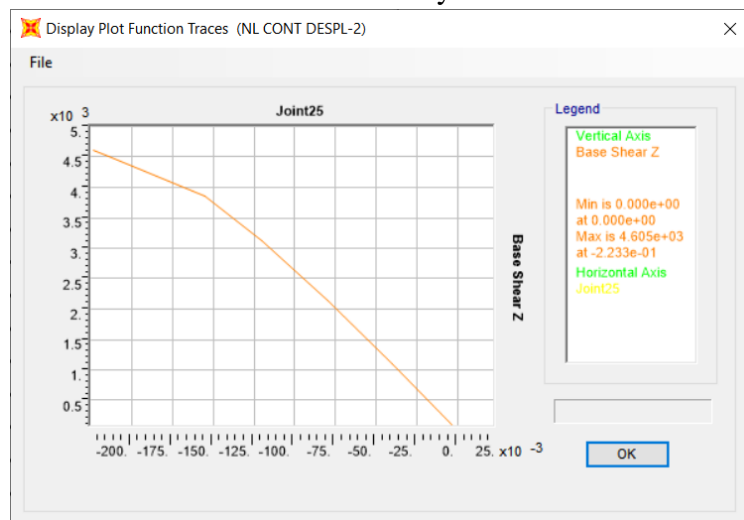
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 7m y canto de 35cm.



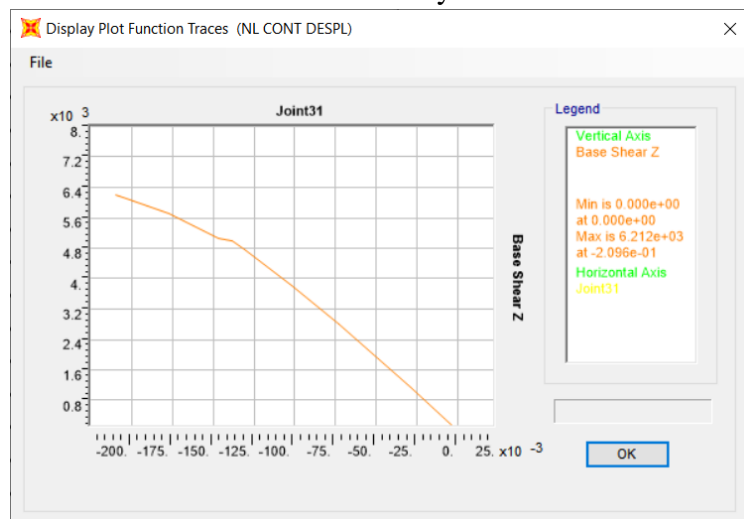
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 7m y canto de 40cm.



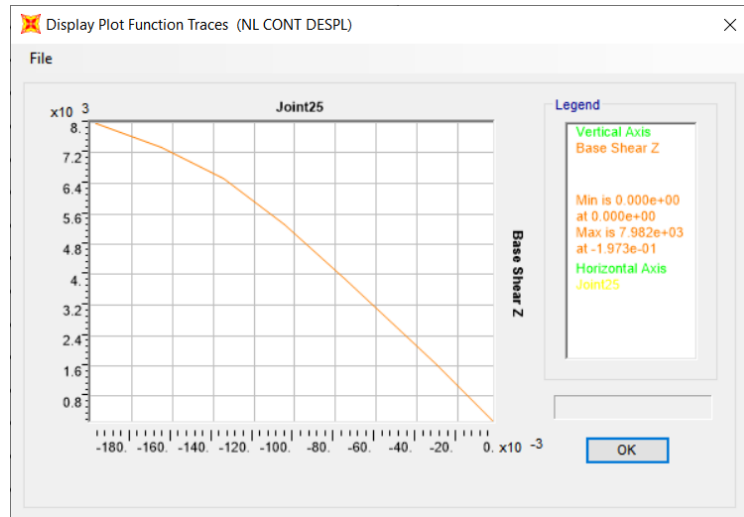
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 8m y canto de 25cm.



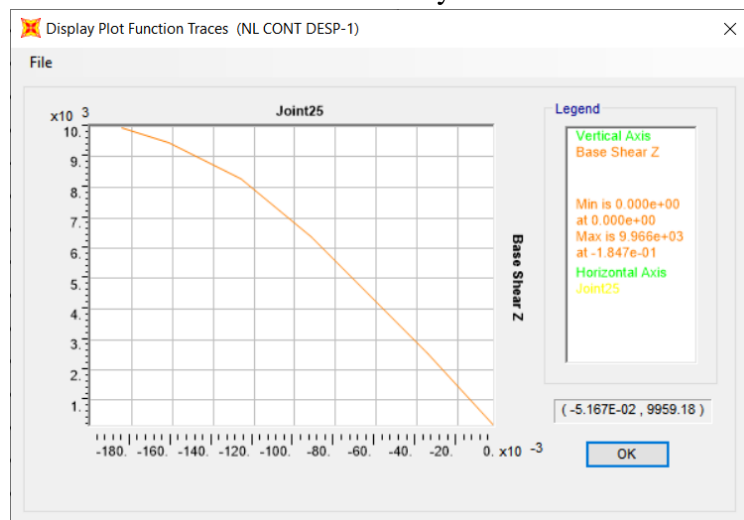
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 8m y canto de 30cm.



- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 8m y canto de 35cm.



- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 8m y canto de 40cm.

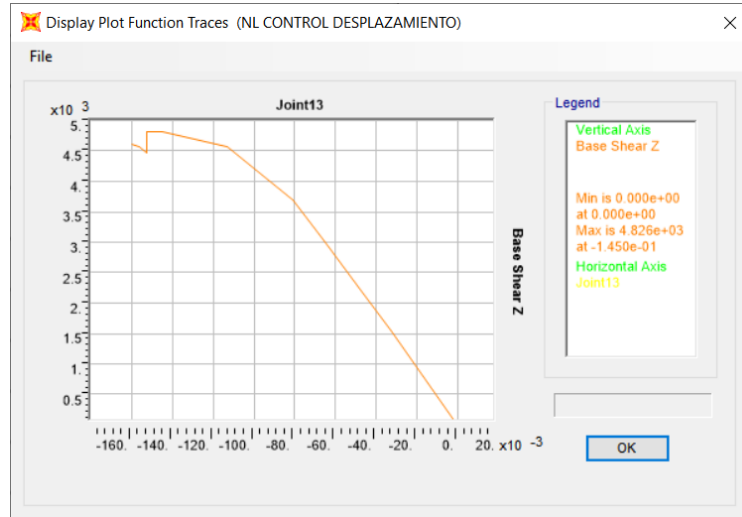




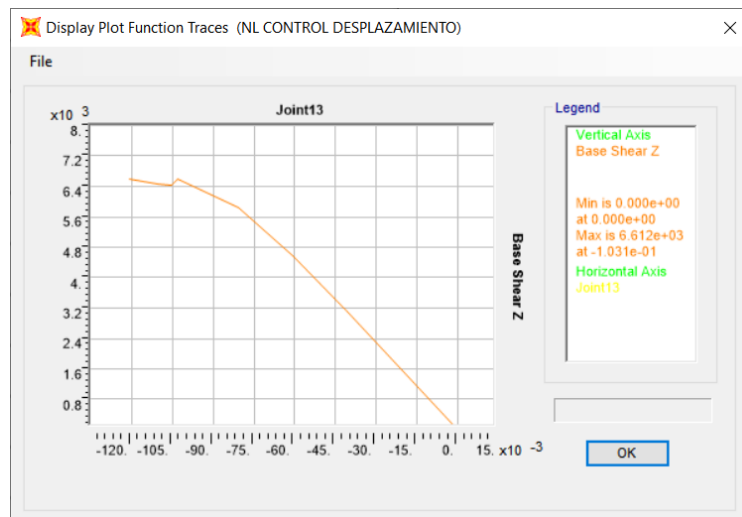
## Método de ECOV

Para este método las resistencias a compresión de hormigón corresponden a 48MPa y 40MPa; y las propiedades del acero son de 550MPa y 500MPa, respectivamente.

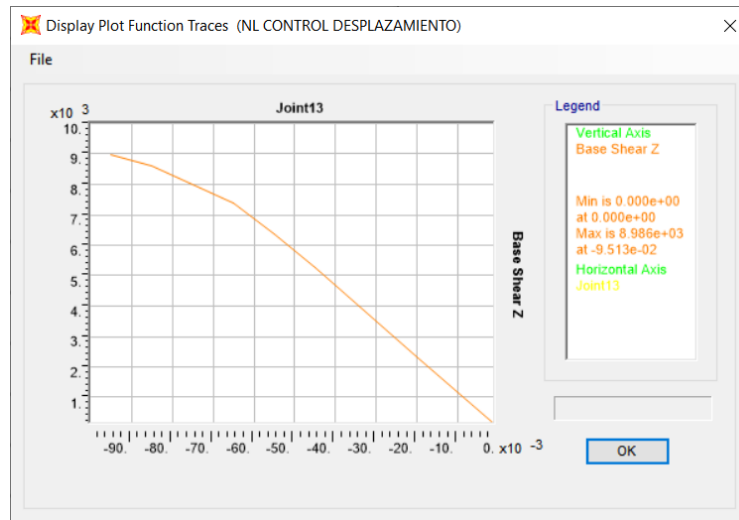
- **48MPa y 550MPa**
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 5m y canto de 25cm.



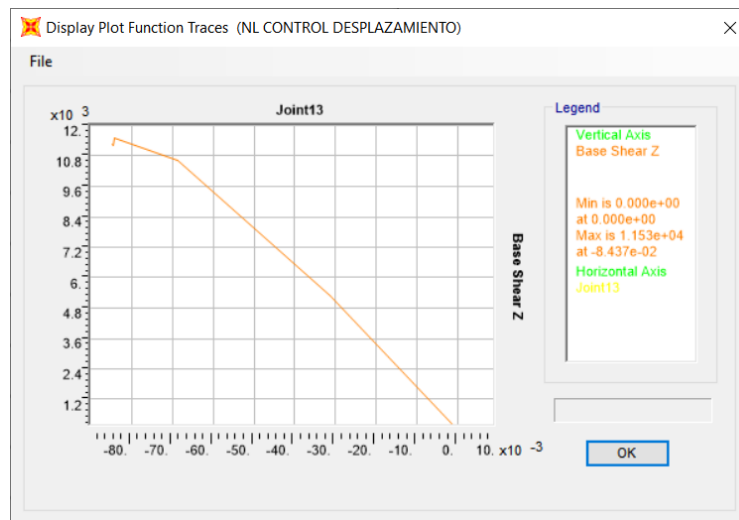
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 5m y canto de 30cm.



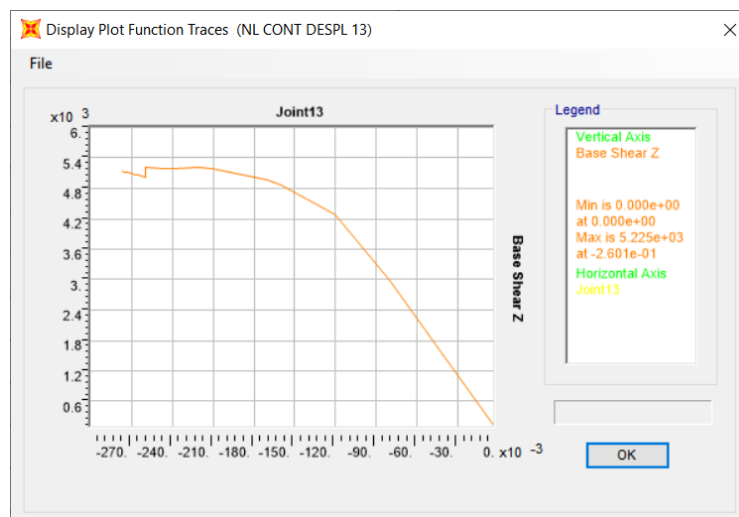
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 5m y canto de 35cm.



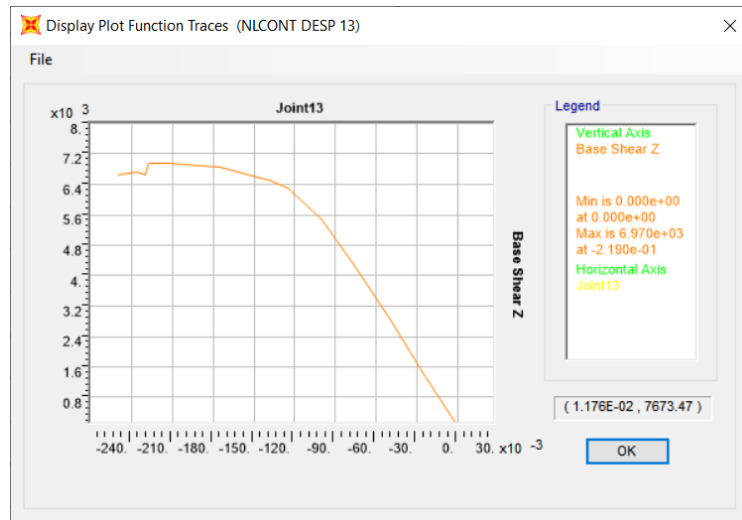
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 5m y canto de 40cm.



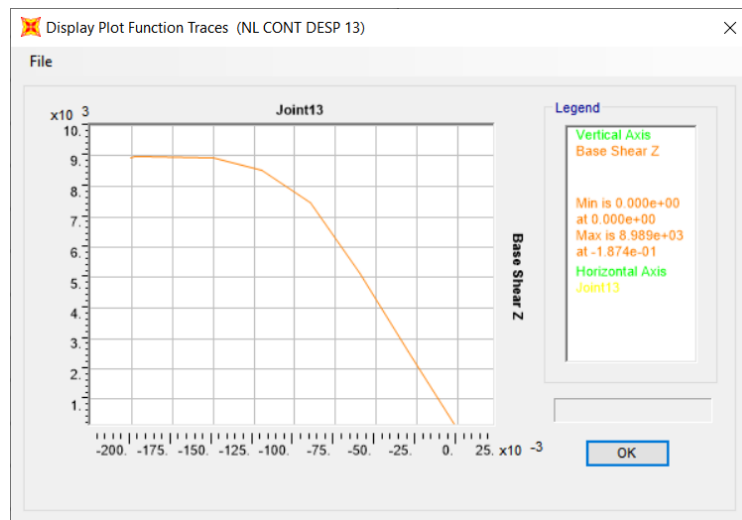
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 6m y canto de 25cm.



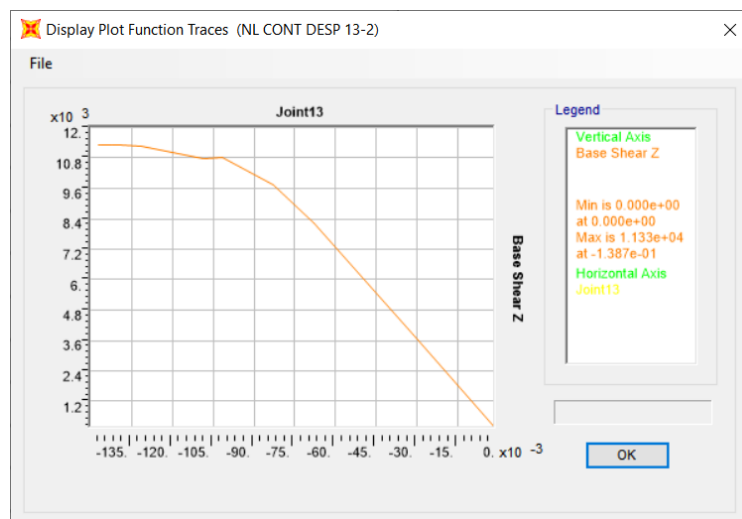
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 6m y canto de 30cm.



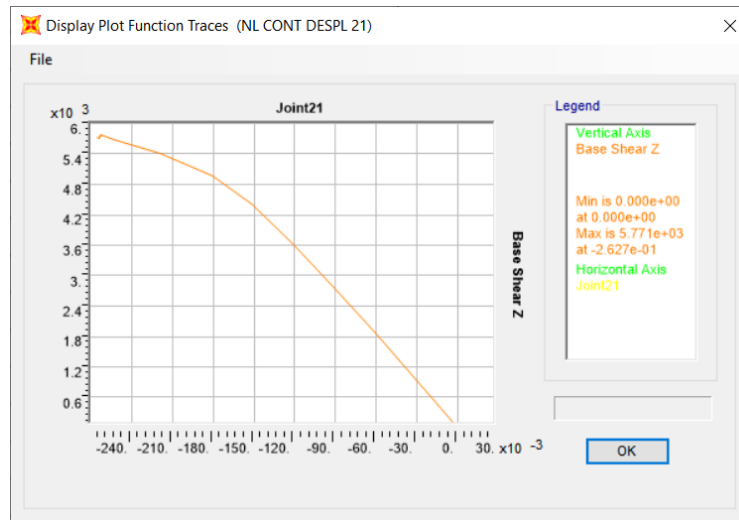
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 6m y canto de 35cm.



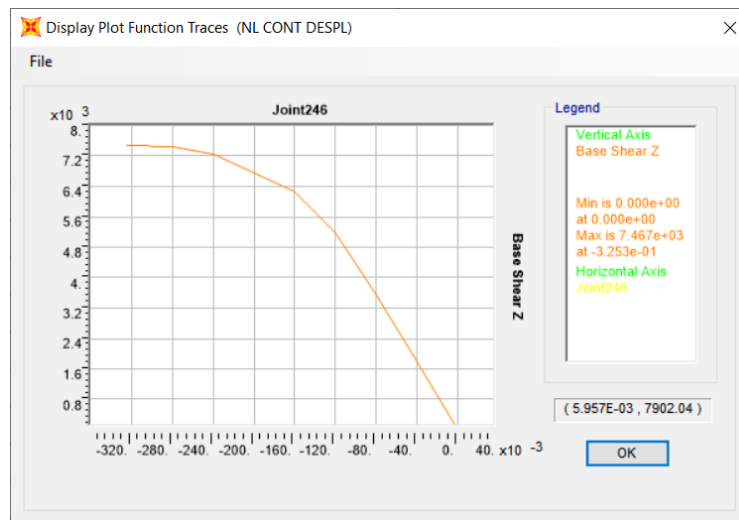
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 6m y canto de 40cm.



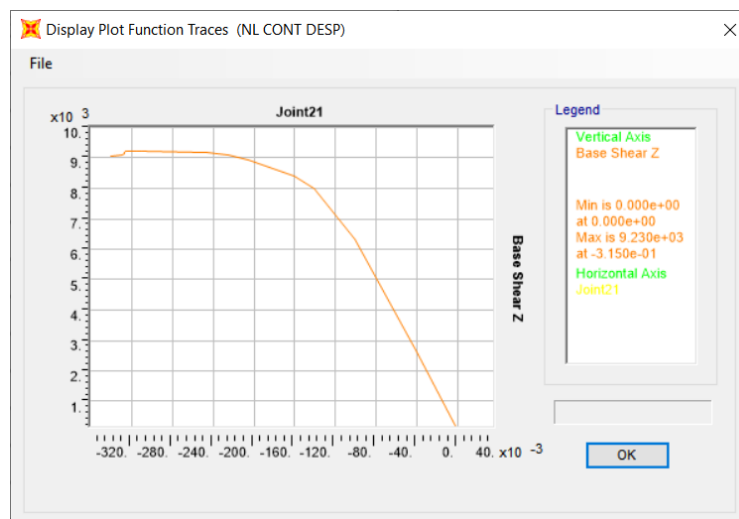
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 7m y canto de 25cm.



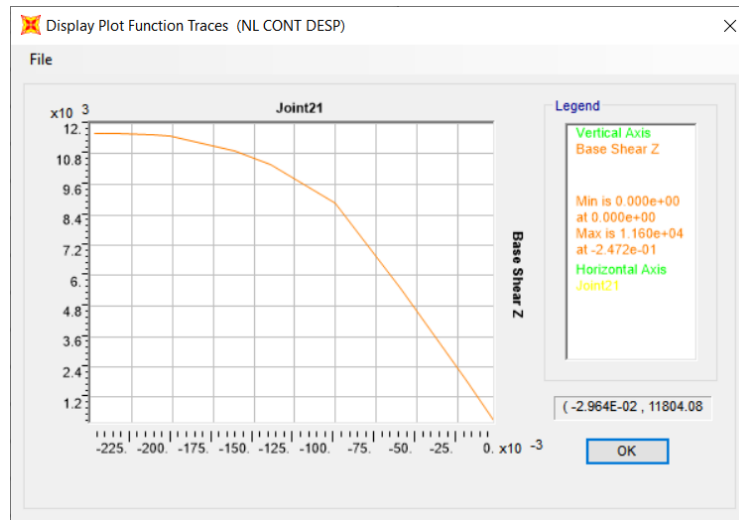
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 7m y canto de 30cm.



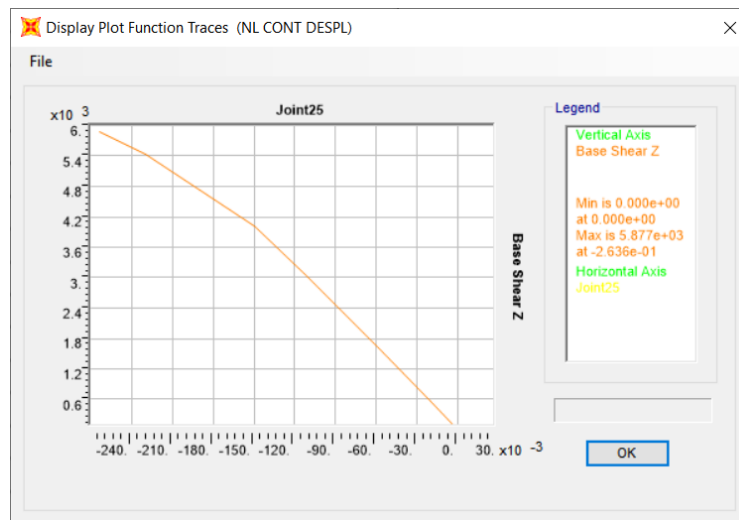
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 7m y canto de 35cm.



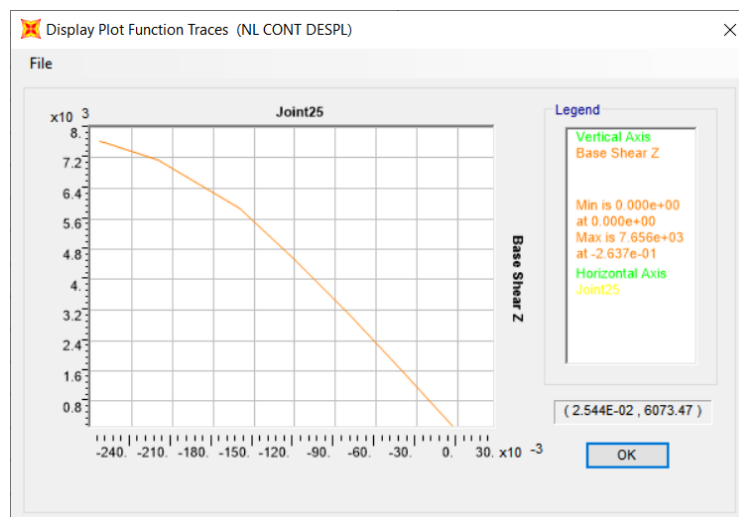
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 7m y canto de 40cm.



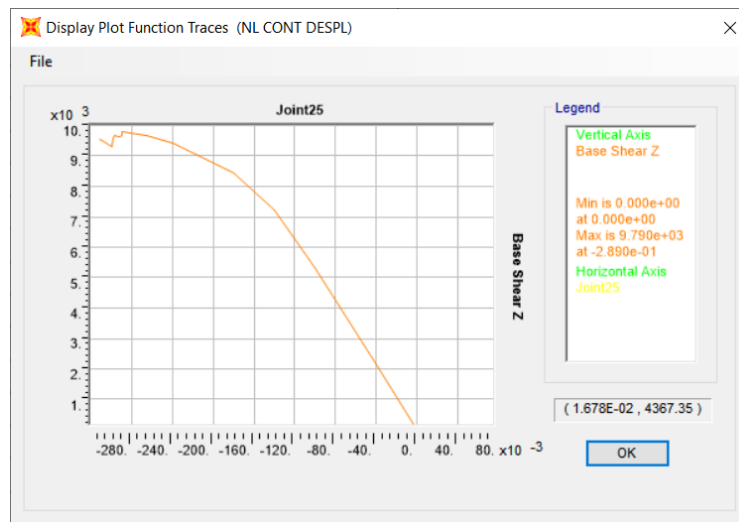
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 8m y canto de 25cm.



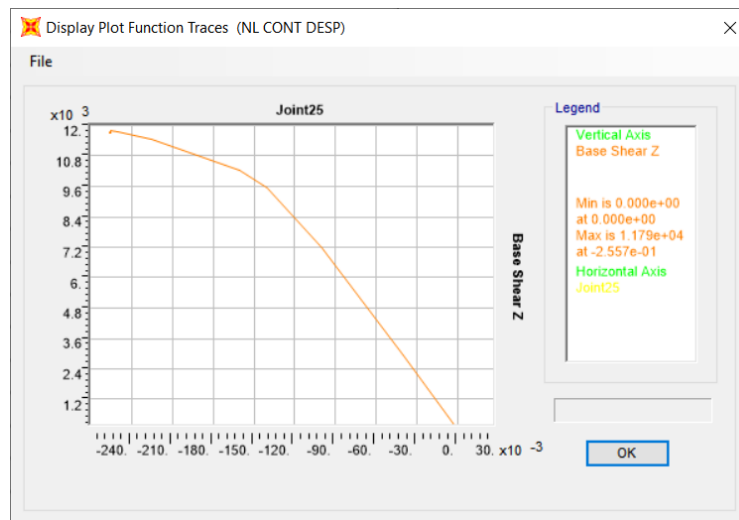
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 8m y canto de 30cm.



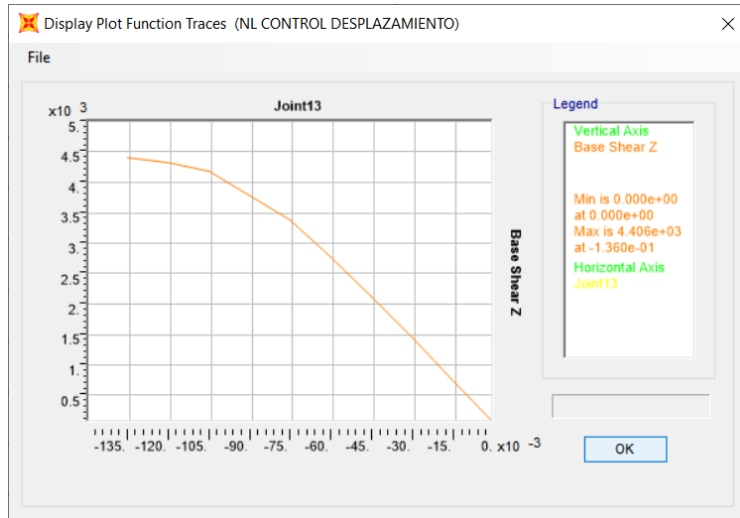
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 8m y canto de 35cm.



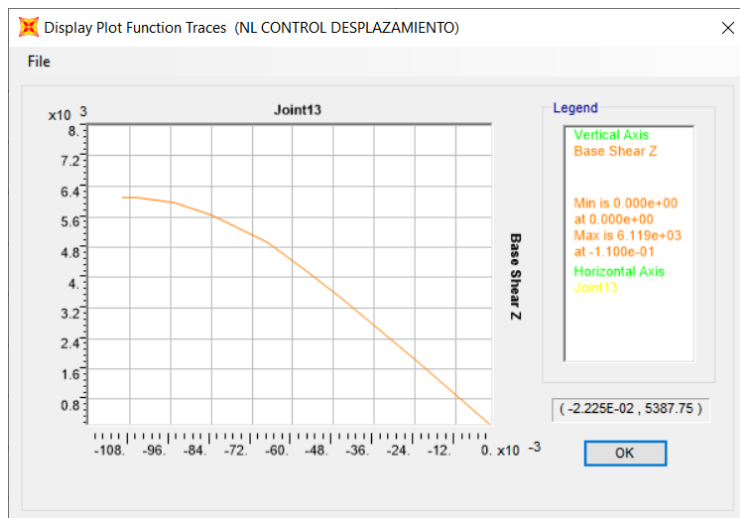
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 8m y canto de 40cm.



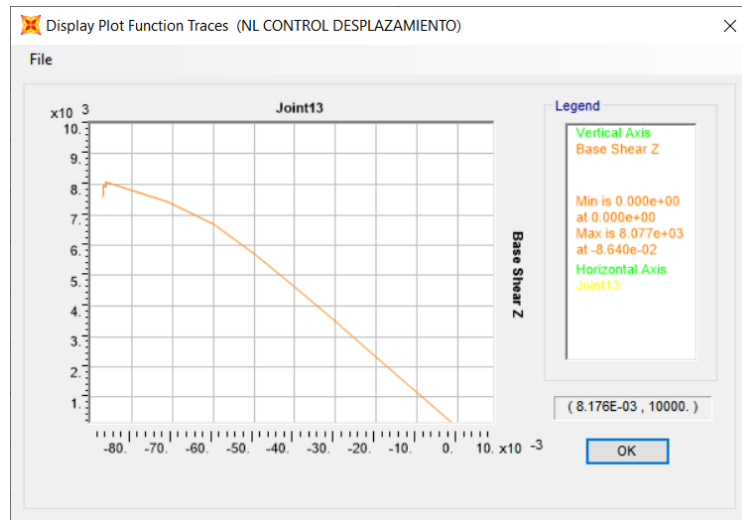
- **40MPa y 500MPa**
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 5m y canto de 25cm.



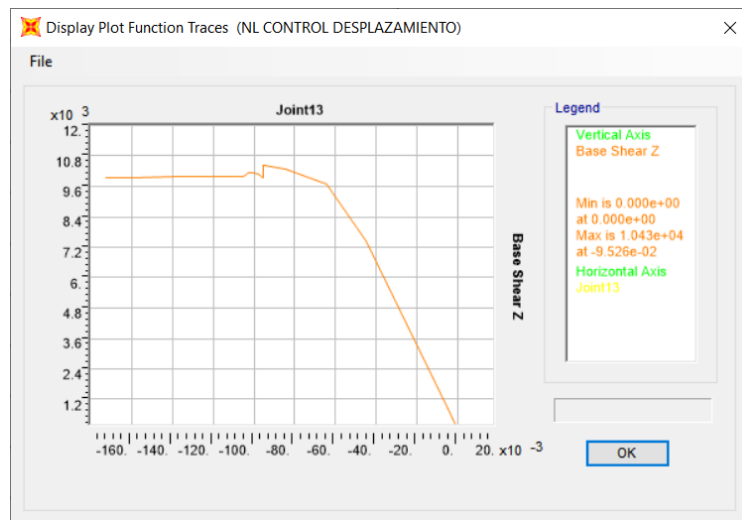
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 5m y canto de 30cm.



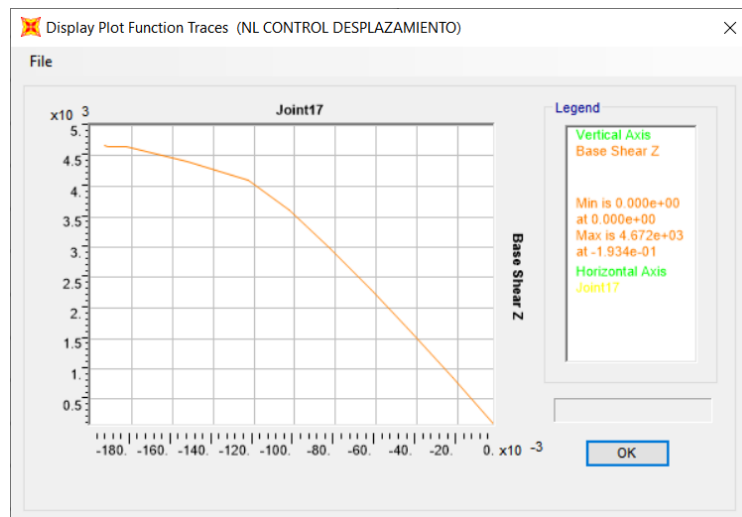
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 5m y canto de 35cm.



- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 5m y canto de 40cm.

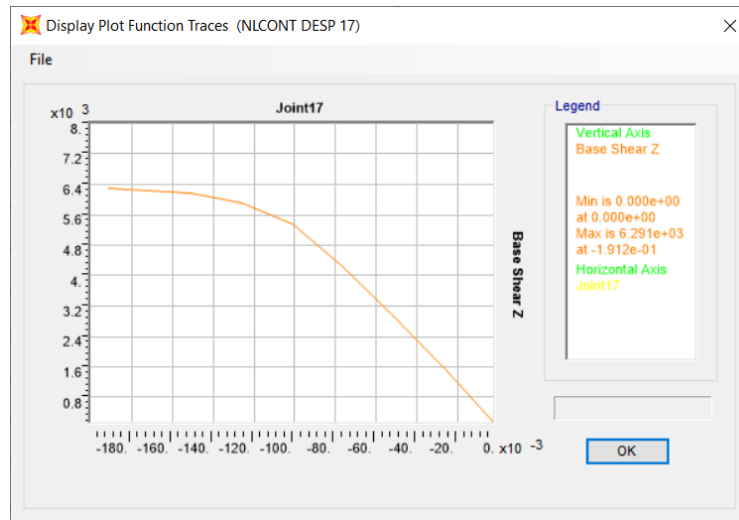


- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 6m y canto de 25cm.

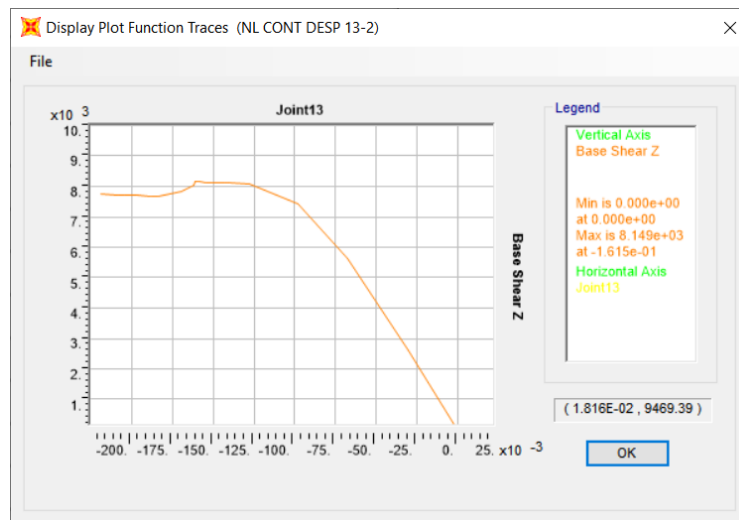




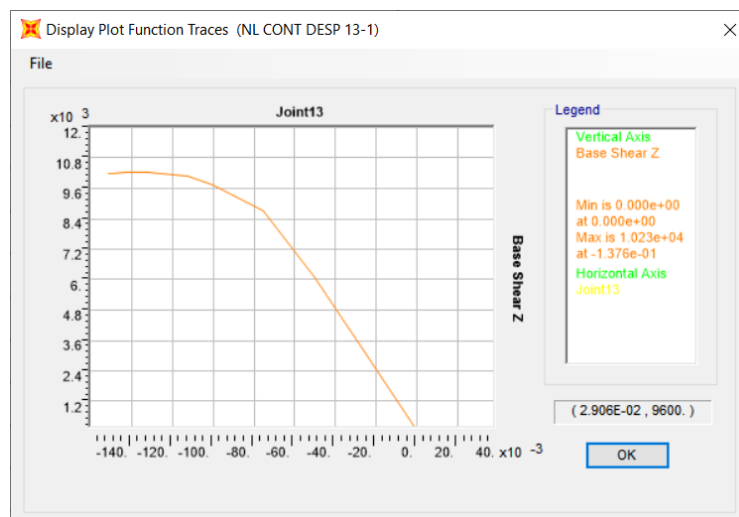
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 6m y canto de 30cm.



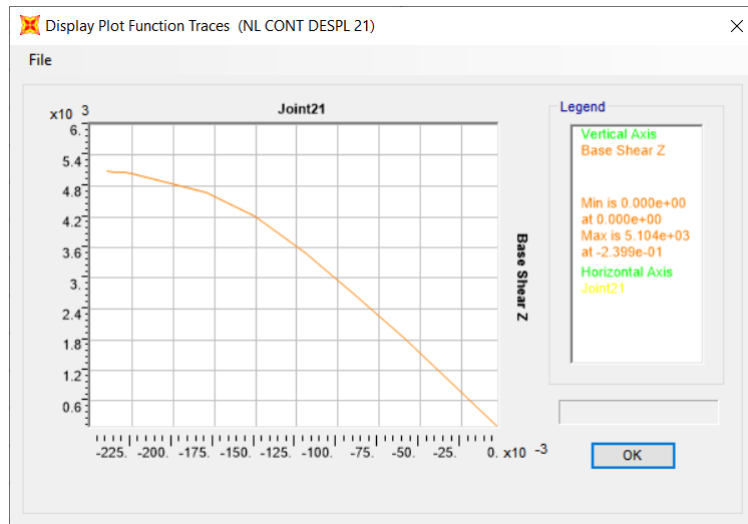
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 6m y canto de 35cm.



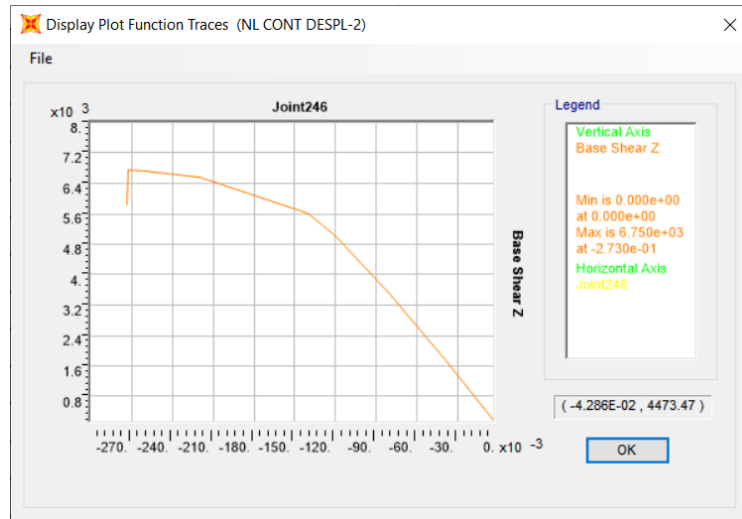
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 6m y canto de 40cm.



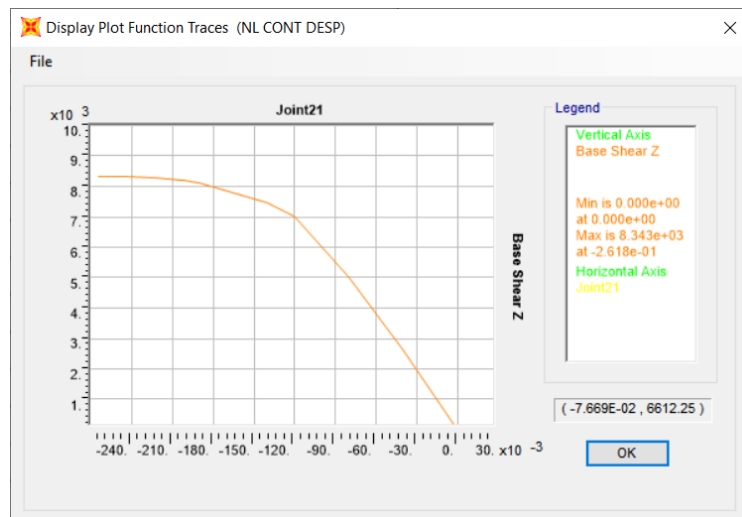
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 7m y canto de 25cm.



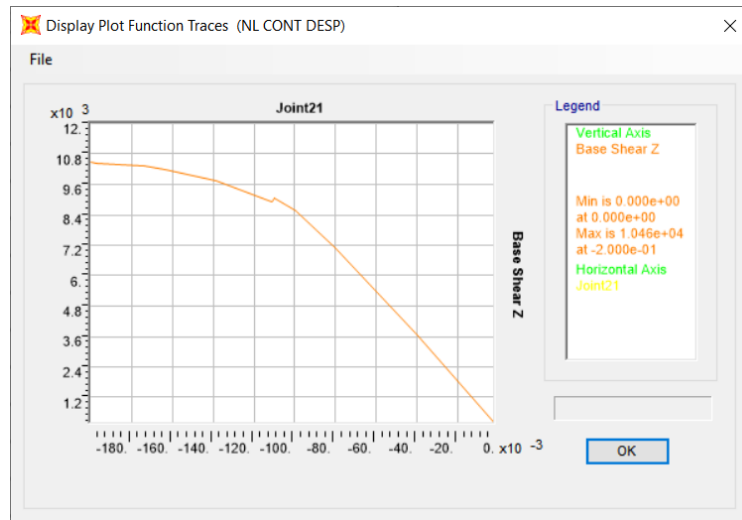
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 7m y canto de 30cm.



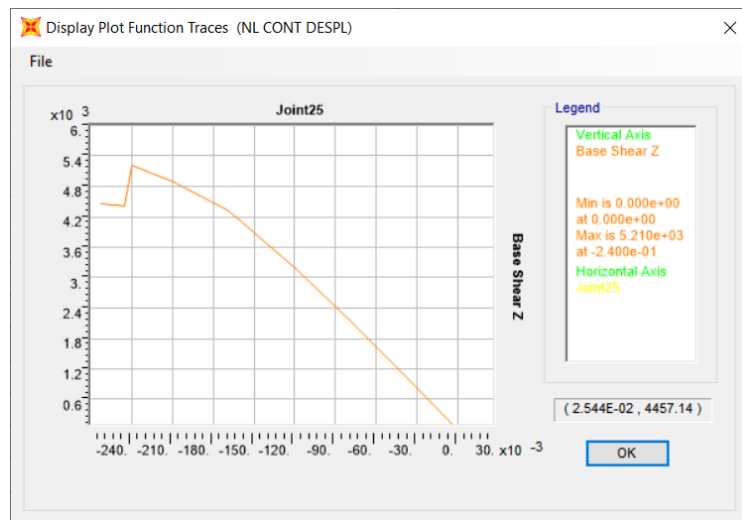
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 7m y canto de 35cm.



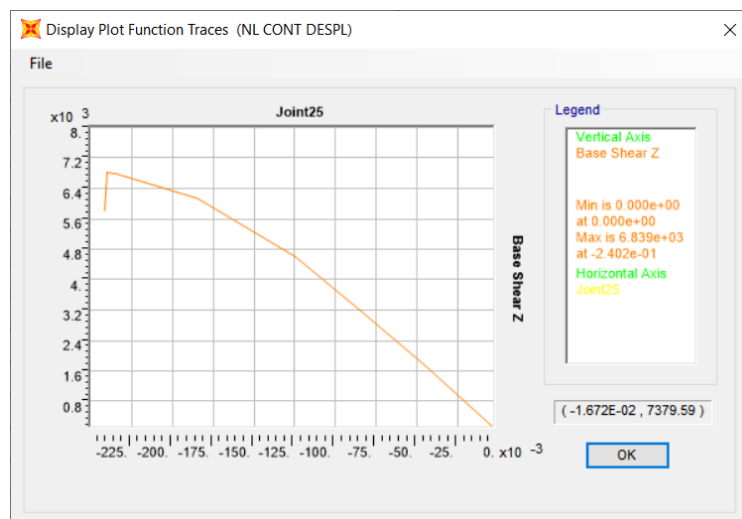
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 7m y canto de 40cm.



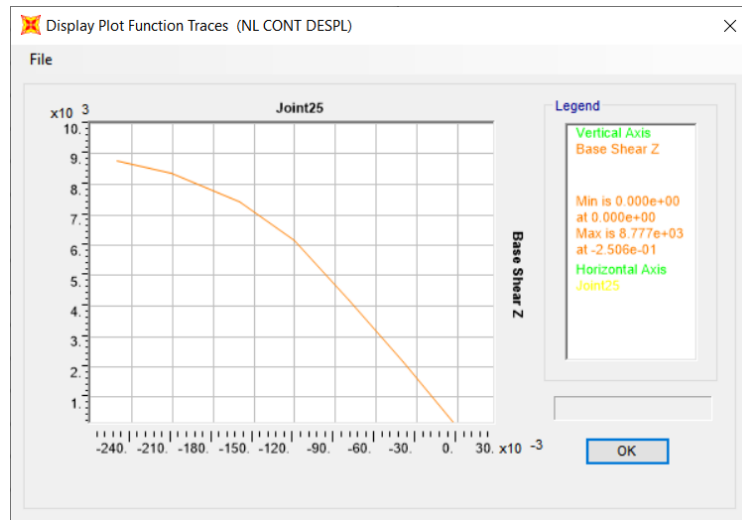
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 8m y canto de 25cm.



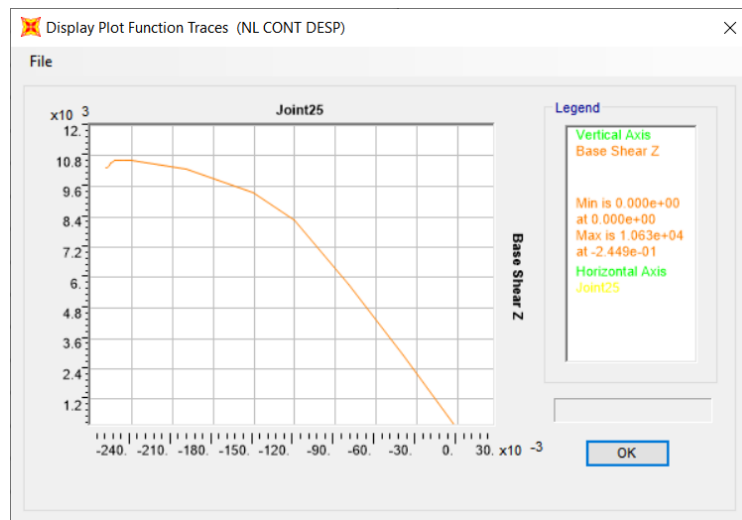
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 8m y canto de 30cm.



- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 8m y canto de 35cm.



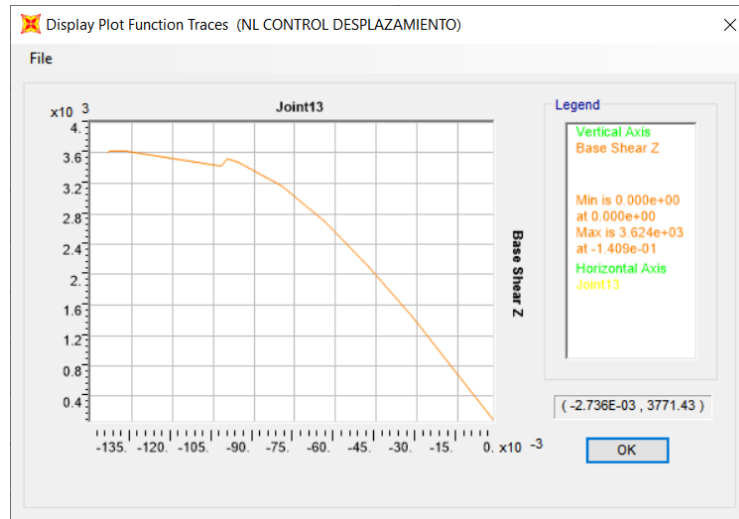
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 8m y canto de 40cm.



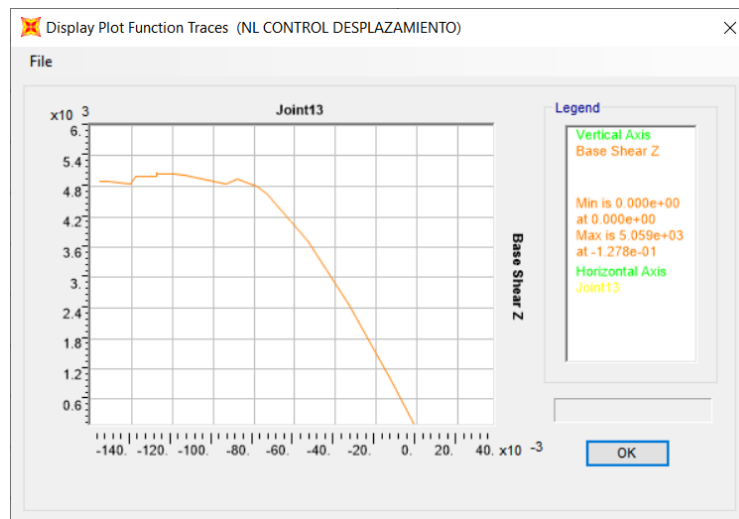
## Método de factores parciales

Para este método la resistencia a compresión de hormigón corresponde a 26.66MPa y las propiedades del acero son de 434.78MPa.

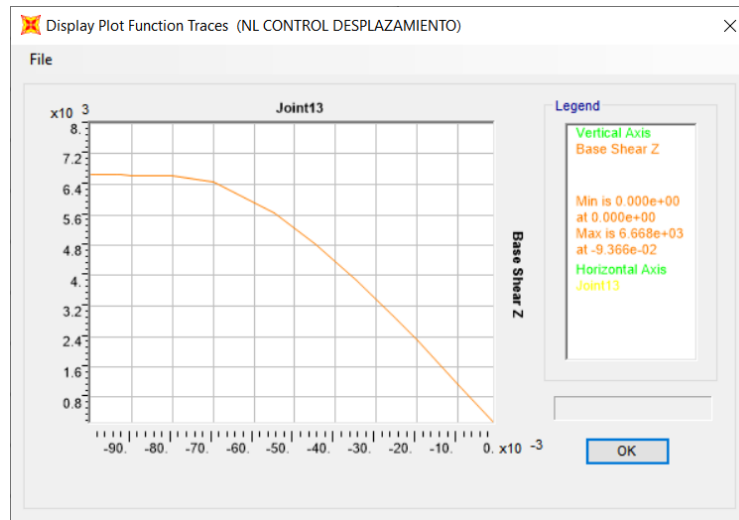
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 5m y canto de 25cm.



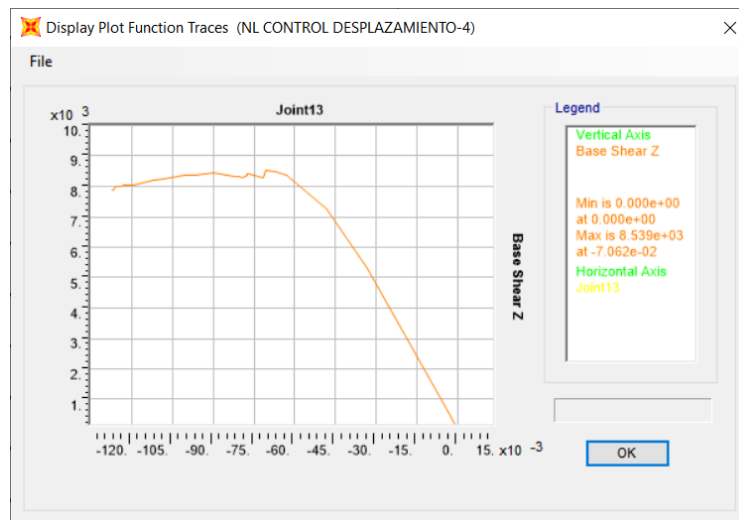
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 5m y canto de 30cm.



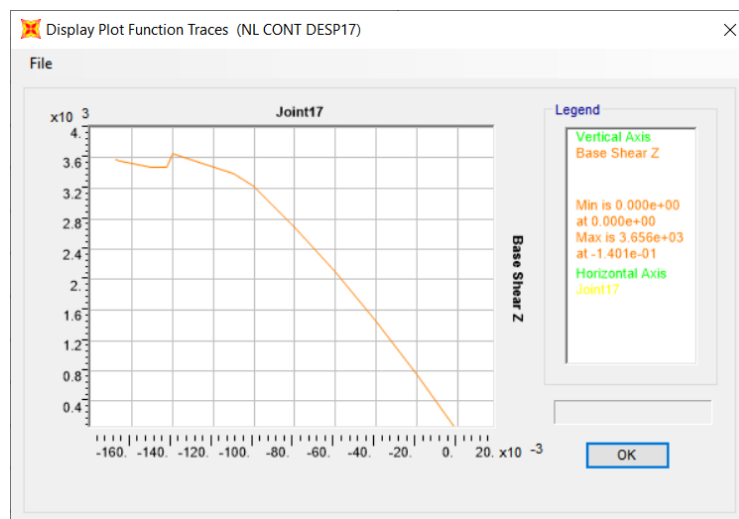
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 5m y canto de 35cm.



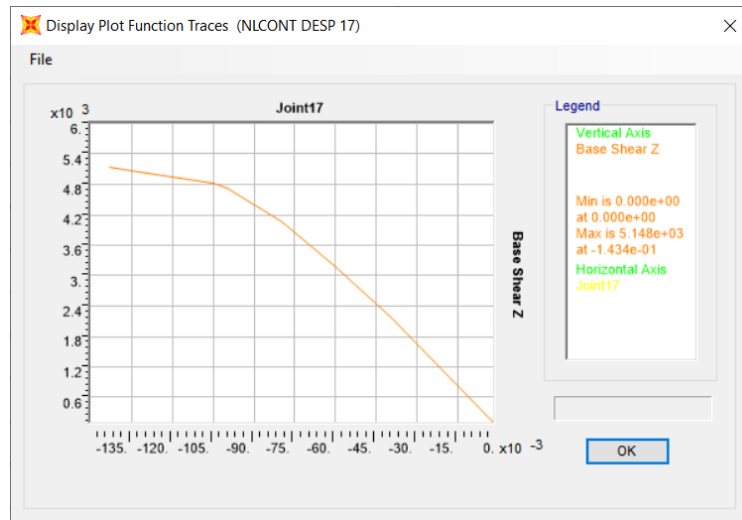
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 5m y canto de 40cm.



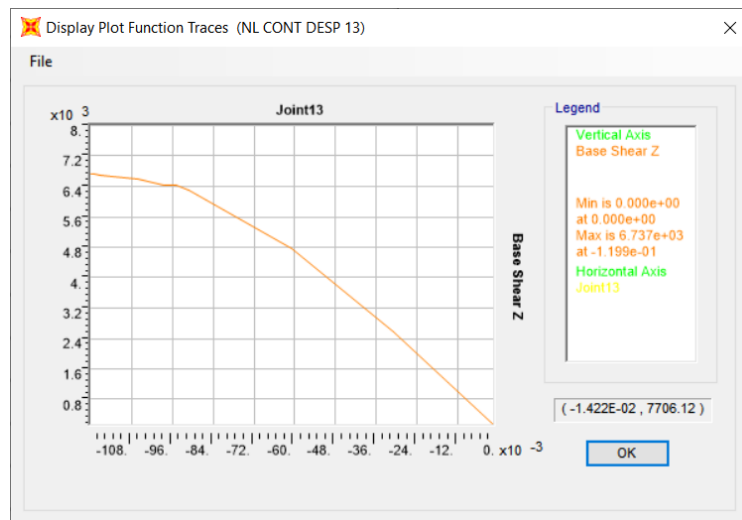
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 6m y canto de 25cm.



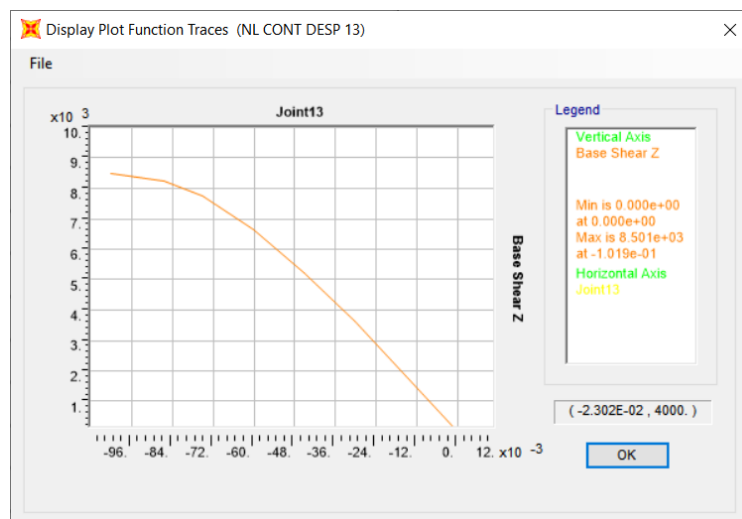
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 6m y canto de 30cm.



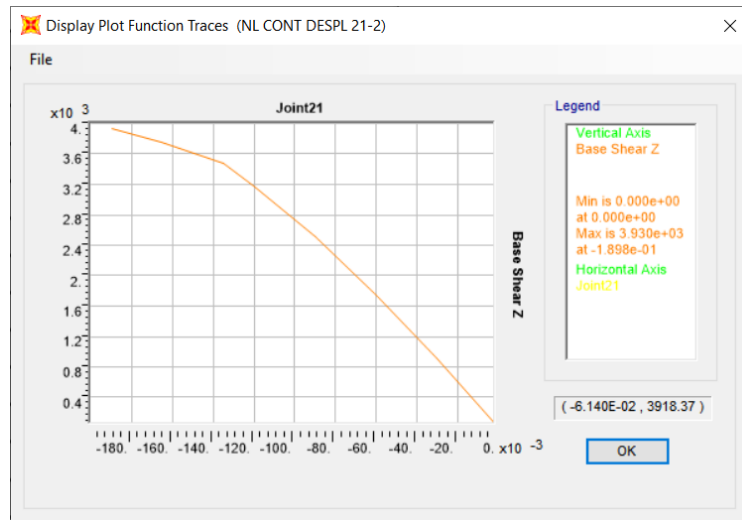
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 6m y canto de 35cm.



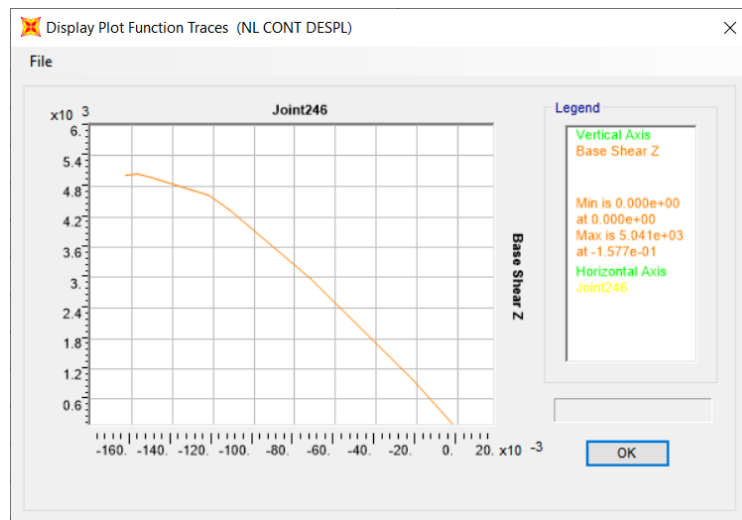
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 6m y canto de 40cm.



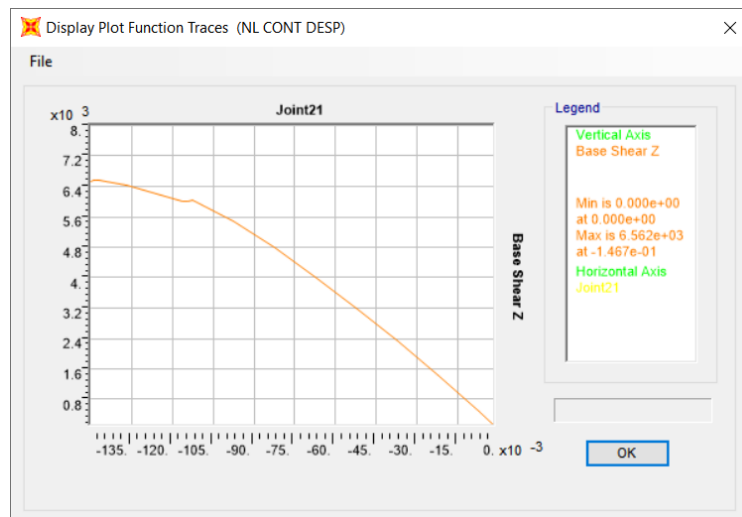
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 7m y canto de 25cm.



- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 7m y canto de 30cm.

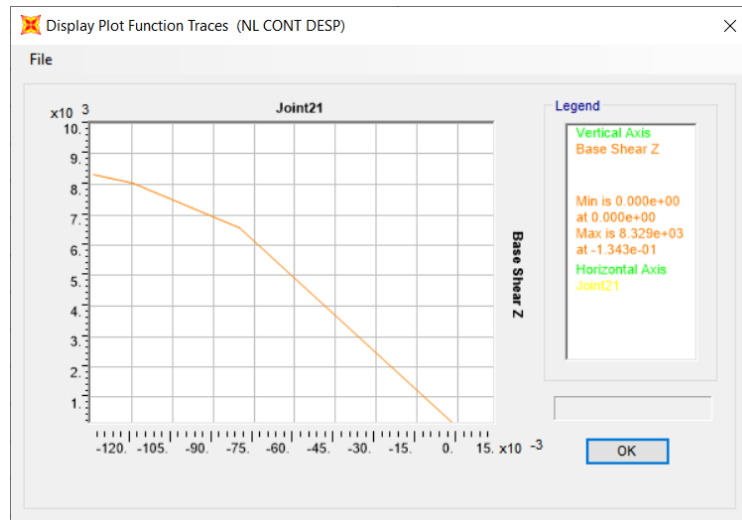


- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 7m y canto de 35cm.

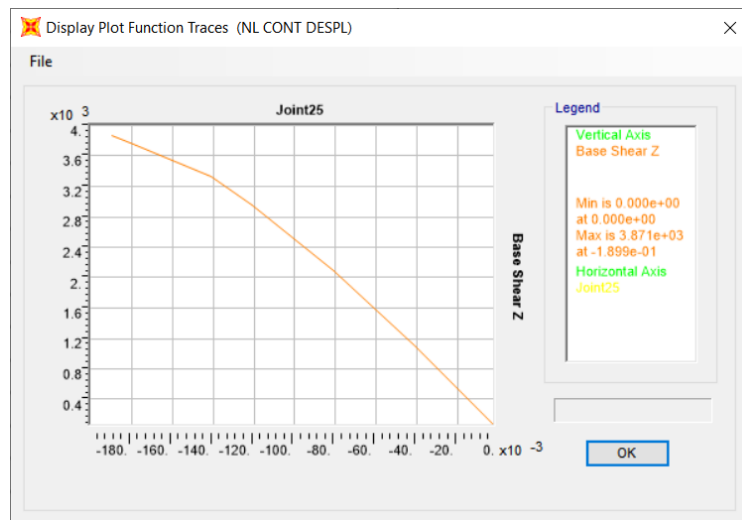




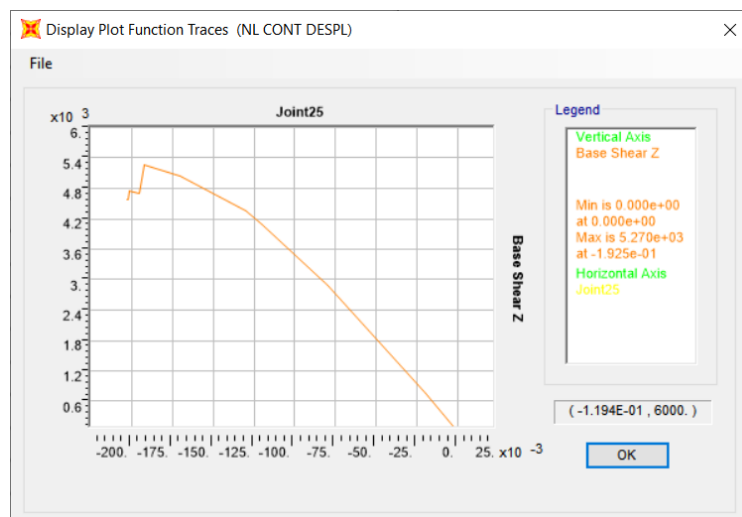
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 7m y canto de 40cm.



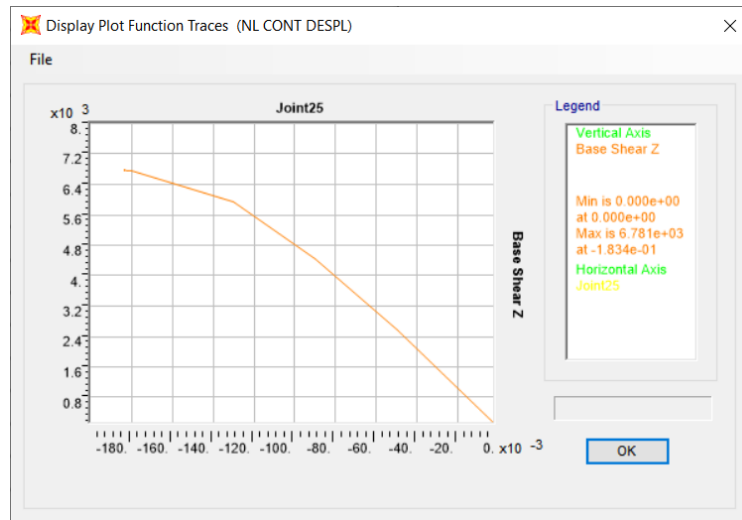
- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 8m y canto de 25cm.



- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 8m y canto de 30cm.



- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 8m y canto de 35cm.



- Losa de HA-40 con luces entre vanos de 8m y canto de 40cm.

