

MODELO MEJORADO DE INTERACCIÓN VEHÍCULO FERROVIARIO-VÍA NEGOCIANDO UNA CURVA EN EL DOMINIO DE LA ALTA FRECUENCIA

J. Giner-Navarro¹, J. Martínez-Casas¹, F. D. Denia¹ y J. Carballeira¹

1: Centro de Investigación en Ingeniería Mecánica (CIIM)
Universitat Politècnica de València
Camino de Vera s/n, 46022 Valencia, Spain
e-mail: juaginal@etsid.upv.es, web: <http://www.ciim.upv.es>

Palabras clave: interacción dinámica ferroviaria, chirridos en curva, eje rotatorio, vía cíclica, fricción constante

Resumen: *La interacción dinámica entre un vehículo ferroviario y la vía se presenta como un problema complejo dado el acoplamiento vibracional entre ambos subsistemas a través de las fuerzas que aparecen en el área de contacto. Aunque el transporte ferroviario se considera generalmente respetuoso con el medio ambiente, el ruido proveniente de la interacción rueda-carril es un inconveniente relevante que ha recibido especial atención en las últimas décadas.*

Los chirridos en curva, ruido de fuerte carácter tonal en el dominio de las altas frecuencias, aparecen generalmente cuando el tren negocia una curva cerrada. Con el objetivo de alcanzar una mejor comprensión del fenómeno, se han implementado modelos de Elementos Finitos (EF) de la rueda para incluir su flexibilidad y extender así el rango de frecuencias; recientes trabajos han introducido también los efectos inerciales debidos a la rotación del eje. Por otra parte, se ha desarrollado un modelo flexible de vía cíclica mediante un tipo de elementos finitos conocido como Moving Elements (ME), que permite refinar la malla únicamente alrededor del área de contacto.

En el presente artículo, se han llevado a cabo distintas simulaciones en el dominio del tiempo para circulación en vía curva considerando dos radios de curva y cuatro coeficientes de fricción distintos, evaluándose las fuerzas de contacto tangenciales en busca de inestabilidades que puedan estar asociadas a este fenómeno de chirridos en curva. A su vez, se ha estudiado la influencia de los efectos giroscópicos asociados a la rotación del eje.

1. INTRODUCCIÓN

La complejidad de modelar la interacción dinámica entre el vehículo ferroviario y la vía reside fundamentalmente en que el acoplamiento vibracional entre ambos subsistemas se produce en un área de dimensiones muy pequeñas y es un proceso fuertemente no-estacionario y no-lineal, conocido como problema de contacto rueda-carril. Uno de los problemas acústicos asociados a esta interacción y ubicado en el rango de las altas frecuencias es el fenómeno conocido como chirridos (por su marcado carácter tonal) o *squeal*, que se produce cuando el vehículo circula por curvas cerradas (por debajo de 1000 m de radio según D.J. Thompson [1]). De hecho, está considerado el principal problema acústico en el ámbito ferroviario, debido especialmente a que los trayectos con curvas cerradas suelen presentarse en núcleos urbanos, donde las restricciones acústicas son más fuertes. Este fenómeno precisa de modelos flexibles y no-estacionarios que permitan extender el rango de frecuencias hasta 5–10 kHz según estudios publicados recientemente [2,3].

Este trabajo implementa un modelo mejorado de interacción entre eje ferroviario y vía para poder abordar la dinámica ferroviaria en altas frecuencias. Con este fin, se ha empleado el método de los EF para introducir la flexibilidad en ambas subestructuras. En primer lugar, se ha adoptado un modelo rotatorio de eje flexible en curva, detallado en la referencia [4], en el que son incluidos los efectos inerciales y giroscópicos asociados a la rotación del eje. Por otra parte, se ha implementado un modelo de vía [5] que considera condiciones de contorno cíclicas [6] basado en el método de los elementos móviles o *Moving Element Method (MEM)* [7]. Ambos modelos se formulan en coordenadas modales con el objetivo de reducir el número de grados de libertad del sistema completo y así obtener tiempos de computación aceptables en relación a los intervalos de simulación considerados. Finalmente, el problema de contacto normal se ha modelado mediante la teoría de Hertz [8] y el contacto tangencial como no-estacionario y no-lineal basado en la teoría variacional de Kalker [9] con coeficiente de fricción constante.

Dicho modelo ofrece la posibilidad de abordar el problema de los chirridos como una inestabilidad que puede producirse mediante un mecanismo que recientemente ha sido bautizado como acoplamiento modal de la rueda [3]. Dicha denominación se justifica por el hecho de que las frecuencias inestables encontradas coinciden o son muy cercanas a las frecuencias naturales de la rueda para simulaciones en el dominio del tiempo con coeficiente de fricción constante. Se ha de señalar que este trabajo se referirá a dicho mecanismo como mecanismo de fricción constante. Adoptar un modelo de fricción constante viene justificado por el hecho de que, a nivel macroscópico, la caída de las fuerzas de contacto tangenciales con las velocidades de pseudodeslizamiento son suaves y puede incluso despreciarse, tal como concluye un reciente artículo que compara las mediciones experimentales en banco de ensayos con un estudio tribológico [10]. Este mecanismo puede coexistir en la realidad con el mecanismo de caída de fricción propuesto por Rudd [11], ampliamente aceptado y extendido en la literatura, que demuestra que dicha caída actúa como un amortiguamiento negativo si el coeficiente de fricción cae con la velocidad de deslizamiento en el área de contacto, re-

energizando el sistema y explicando así los chirridos como un fenómeno de vibraciones autoexcitadas. Por tanto, este trabajo trata de evaluar si, como exponen recientes estudios, un coeficiente de fricción constante en condiciones de circulación en curva también puede generar inestabilidades asociadas al mencionado fenómeno.

La formulación en coordenadas modales de los modelos flexibles de eje y vía se presentan en la Sección 2. Ambas subestructuras vienen acopladas por un modelo de contacto incremental que se detalla en la Sección 3. La Sección 4 presenta los resultados de la integración numérica en el dominio del tiempo para diferentes condiciones de circulación en curva consideradas. Las conclusiones extraídas se detallan en la Sección 5.

2. FORMULACIÓN MATEMÁTICA DEL EJE FLEXIBLE ROTATORIO Y LA VÍA CÍCLICA

El modelo de interacción dinámica entre el vehículo y la vía se basa en una técnica de subestructuración modal [12] que permite dividir el sistema completo en ambas subestructuras y en el que las fuerzas surgidas del contacto rueda-carril acoplan ambas ecuaciones del movimiento.

2.1. Modelo de eje ferroviario

Los ejes confinados en un bogie están en su mayoría sujetos a las fuerzas dinámicas procedentes de la interacción entre el tren y la vía en un rango inferior a 20 Hz, en el cual el filtro mecánico generado por las suspensiones aísla las masas suspendidas (el bastidor del bogie y la carrocería) del movimiento de las masas no-suspendidas (ejes y cajas de grasa). Este hecho permite reducir el modelo del vehículo a un solo eje flexible en vez de un bogie completo y así simplificar el problema computacional junto a la suspensión primaria (donde las fuerzas están prescritas), representada mediante elementos viscoelásticos. Dado que el primer eje presenta mayores velocidades de pseudodeslizamiento (*creepages*) y ángulo de ataque en curva, se puede asumir que este eje tiene mayor probabilidad de producir chirridos que los ejes traseros, por lo que será el elegido en la simulación.

El modelo de eje flexible en curva utilizado en este trabajo fue previamente desarrollado por Martínez-Casas *et al.* [4]. El eje se considera flexible y en rotación y las coordenadas implementadas no siguen los puntos materiales del sólido, sino que están asociadas a los puntos espaciales (planteamiento Euleriano). Los modos de vibración en coordenadas fijas se emplean como funciones base para el sólido rotatorio siguiendo un planteamiento Euleriano-modal. La rotación del eje no cambia las funciones modales en coordenadas fijas debido a la simetría axial del mismo. Para modelar la trayectoria curva que sigue el eje, se consideran dos sistemas de referencia (ver Fig. 1). El primero $\mathbf{X}_0\mathbf{Y}_0\mathbf{Z}_0$ es inercial y se fija en un punto arbitrario, y el segundo $\mathbf{X}_T\mathbf{Y}_T\mathbf{Z}_T$ es un sistema de trayectoria centrado en la configuración indeformada del eje que sigue el movimiento del mismo.

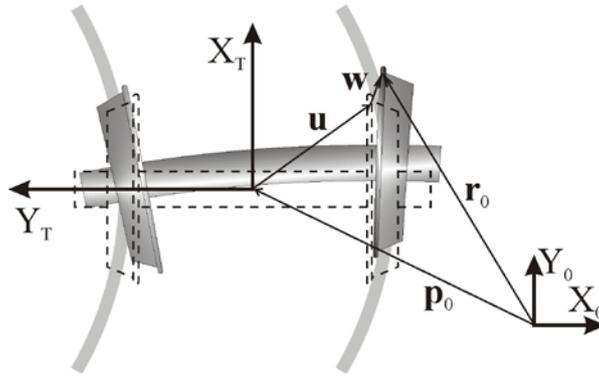


Figura 1. Sistemas de referencia y vectores de posición. El trazo discontinuo muestra la configuración indeformada del eje; en color gris se representa una posición genérica deformada del eje flexible.

Las propiedades modales se computan a través de un modelo EF, resultando la siguiente ecuación del movimiento en coordenadas modales:

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{q}}^w + (2\Omega \tilde{\mathbf{V}} + 2\tilde{\mathbf{P}})\dot{\mathbf{q}}^w + (\Omega^2(\tilde{\mathbf{A}} - \tilde{\mathbf{C}}) + 2\Omega\tilde{\mathbf{S}} + \tilde{\mathbf{R}} - \tilde{\mathbf{B}} + \tilde{\mathbf{D}})\mathbf{q}^w \\ = \Omega^2 \tilde{\mathbf{c}} - 2\Omega\tilde{\mathbf{U}} - \tilde{\mathbf{H}} + \tilde{\mathbf{N}} - \tilde{\mathbf{G}} + \mathbf{Q}_c + \mathbf{Q}_s. \end{aligned} \quad (1)$$

Donde \mathbf{q}^w es el vector de coordenadas modales y Ω la velocidad angular del eje; las matrices $\tilde{\mathbf{V}}$, $\tilde{\mathbf{P}}$, $\tilde{\mathbf{A}}$, $\tilde{\mathbf{C}}$, $\tilde{\mathbf{S}}$, $\tilde{\mathbf{R}}$ y $\tilde{\mathbf{B}}$ tienen en cuenta los efectos inerciales asociados a la configuración deformada originada por las aceleraciones de Coriolis, centrífugas y tangenciales producidas por el movimiento del sistema de referencia asociado a la vía y por la rotación del eje; los vectores $\tilde{\mathbf{c}}$, $\tilde{\mathbf{U}}$, $\tilde{\mathbf{H}}$, $\tilde{\mathbf{N}}$ y $\tilde{\mathbf{G}}$ consideran los efectos inerciales independientes de la deformación del eje, que son también originados por las aceleraciones de Coriolis, centrífuga y tangencial debidas al movimiento del sistema de trayectoria y de la rotación del eje; la matriz diagonal $\tilde{\mathbf{D}}$ es la rigidez modal que contiene los cuadrados de las frecuencias naturales no amortiguadas del eje libre; finalmente, \mathbf{Q}_c y \mathbf{Q}_s son los vectores de las fuerzas generalizadas actuando sobre el eje flexible resultantes del contacto rueda-carril y de las fuerzas aplicadas por la suspensión primaria, respectivamente. La descripción completa del modelo se encuentra en [4].

2.2. Modelo de vía

Se ha implementado un modelo de vía [5] que considera condiciones de contorno cíclicas en sus extremos [6] y se basa en el MEM [7]. Dicho modelo permite tener en cuenta la deformación transversal de la sección recta, extendiendo el rango de frecuencias de análisis. Dicha técnica emplea un sistema de referencia asociado al vehículo y define una nueva clase de elementos finitos móviles que hace que la materia del carril ‘fluya’ a través de la malla. Este modelo evita que el vehículo exceda los límites de la vía finita y fija el área de contacto en una única ubicación espacial en la malla. Un área de contacto fija permite además

implementar una malla refinada en su entorno, donde las fuerzas y desplazamientos son más pronunciados.

A su vez, el modelo adopta un planteamiento cíclico [6], en el que el estudio de la vía infinita se reduce a una única sección finita de longitud L debido a la periodicidad de la estructura y de las condiciones de carga. Este planteamiento puede interpretarse como una vía sobre la que circula un número infinito de vehículos idénticos separados uniformemente una distancia L (suficientemente grande para evitar la interacción dinámica entre los vehículos) que viajan a velocidad V . Como condiciones de contorno, se establecen los mismos desplazamientos y sus derivadas en los extremos.

Para la generación del carril, se ha mallado un perfil UIC60 y la malla resultante se ha extruido longitudinalmente como se aprecia en la Fig. 2 (fuera de escala). De nuevo, se adopta un planteamiento Euleriano-modal en el que los pequeños desplazamientos del sólido se calculan mediante superposición modal del carril, el cual está apoyado sobre una base viscoelástica de Winkler. Dichos modos de vibración no cambian las funciones modales en coordenadas espaciales dado que el área de la sección recta se mantiene uniforme tras la extrusión del perfil.

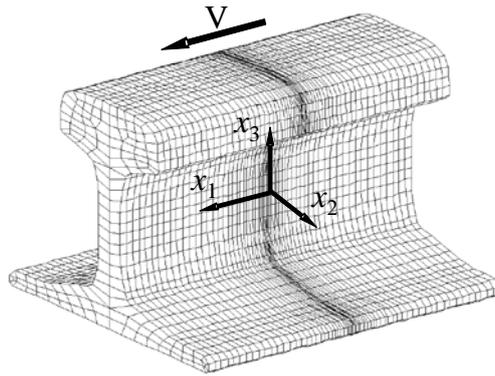


Figura 2. Malla de elementos finitos de carril UIC60.

La ecuación del movimiento en coordenadas modales del carril resulta:

$$\ddot{\mathbf{q}}^r + (\tilde{\mathbf{C}}_\zeta - 2V \tilde{\mathbf{C}}) \dot{\mathbf{q}}^r + (\tilde{\mathbf{K}} - V^2 \tilde{\mathbf{A}}) \mathbf{q}^r = \mathbf{Q}_c, \quad (2)$$

donde \mathbf{q}^r es el vector de coordenadas modales, V la velocidad del vehículo, \mathbf{Q}_c el vector de las fuerzas de contacto rueda-carril en coordenadas modales, $\tilde{\mathbf{K}}$ y $\tilde{\mathbf{C}}$ las matrices de rigidez y amortiguamiento modal, respectivamente, $\tilde{\mathbf{A}}$ está asociada a la aceleración convectiva y $\tilde{\mathbf{C}}_\zeta$ es una matriz de amortiguamiento modal recomendada en la literatura [1] con un factor de amortiguamiento de $\zeta = 0.01$. Para más detalles sobre el modelo de vía, consultar la referencia [5].

3. MODELO INCREMENTAL DE CONTACTO

El eje y los carriles están acoplados dinámicamente a través de las fuerzas de contacto calculadas a partir de la diferencia de desplazamientos y velocidades entre ambas subestructuras en el área de contacto. Para el cálculo de dichas fuerzas, se lleva a cabo en primer lugar un pre-proceso en el que el sistema completo es implementado en un software comercial de dinámica ferroviaria basado en dinámica multicuerpo. La solución pseudoestática obtenida se asume como condición inicial del sistema para la posterior integración numérica en el dominio del tiempo.

En este punto, se adopta una técnica incremental para resolver el problema de contacto, en la que la solución pseudoestática de los desplazamientos de la rueda y el carril en el punto de contacto considerado (que es fijo dado el planteamiento Euleriano empleado en ambas subestructuras) se asume como valor medio de la solución temporal. La integración numérica de las ecuaciones del movimiento en coordenadas modales permite computar dichos desplazamientos mediante el principio de superposición modal. El vector distancia entre la rueda y el carril se estima asumiendo que ambas superficies son indeformables:

$$\Delta \mathbf{w}_c^{wr} = (\mathbf{w}_c^r - \bar{\mathbf{w}}_c^r) - (\mathbf{w}_c^w - \bar{\mathbf{w}}_c^w), \quad (3)$$

donde \mathbf{w}_c^r y \mathbf{w}_c^w son los desplazamientos de carril y rueda en el contacto, respectivamente, y $\bar{\mathbf{w}}_c^r$ y $\bar{\mathbf{w}}_c^w$ se refieren a los correspondientes valores pseudoestáticos obtenidos previamente mediante la simulación dinámica de baja frecuencia en el software comercial.

La Fig. 3 muestra una representación de las configuraciones no-deformada y deformada en el contacto, en el que la interpenetración δ evalúa cuánto penetran ambas superficies entre ellas asumiendo que son indeformables (la rugosidad en ambas superficies se ha considerado nula).

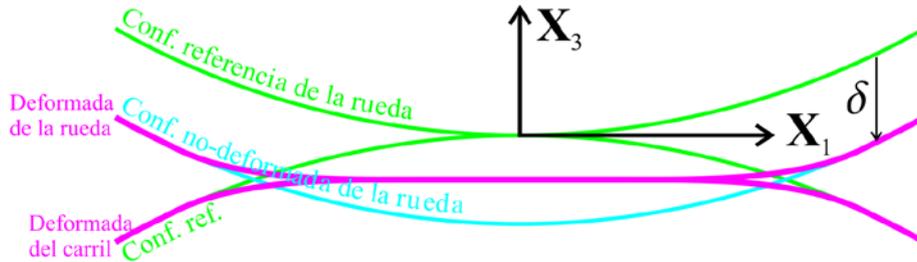


Figura 3. Configuración de referencia, no-deformada y deformada del carril y la rueda.

Este parámetro permite estimar la fuerza de contacto normal mediante la teoría de Hertz [8]. Por un lado, su valor pseudoestático se calcula como

$$\bar{F}_3 = K_H \bar{\delta}^{3/2}, \quad (4)$$

donde K_H es un coeficiente de contacto que se estima a partir de las propiedades materiales y curvatura en el punto de contacto y $\bar{\delta}$ es la interpenetración pseudoestática. Por otro lado, la interpenetración incremental se obtiene proyectando la distancia incremental definida previamente $\Delta\mathbf{w}_c^{wr}$ a lo largo de la dirección normal al plano de contacto \mathbf{x}_3 :

$$\Delta\delta = \Delta\mathbf{w}_c^{wr} \cdot \mathbf{x}_3. \quad (5)$$

La fuerza de contacto normal en el contacto se estima finalmente empleando la Ec. (4) tras añadir la interpenetración incremental al valor pseudoestático:

$$F_3 = \bar{F}_3 + \Delta F_3 = \begin{cases} K_H (\bar{\delta} + \Delta\delta)^{3/2} & \text{if } (\bar{\delta} + \Delta\delta) > 0 \\ 0 & \text{if } (\bar{\delta} + \Delta\delta) \leq 0 \end{cases}. \quad (6)$$

Una vez resuelto el problema normal, el tangencial se aborda a partir de la teoría variacional de Kalker [9], teniendo en cuenta que está desacoplado del problema normal dado que tanto la rueda como el carril están hechos del mismo material. Para el cálculo de las fuerzas de contacto longitudinal F_1 y lateral F_2 , las velocidades de pseudodeslizamiento también se estiman mediante un procedimiento incremental de acuerdo a su definición:

$$\xi_1 = \frac{\Delta\dot{\mathbf{w}}_c^{wr}}{V} \cdot \mathbf{x}_1 + \bar{\xi}_1, \quad (7)$$

$$\xi_2 = \frac{\Delta\dot{\mathbf{w}}_c^{wr}}{V} \cdot \mathbf{x}_2 + \bar{\xi}_2, \quad (8)$$

donde $\Delta\dot{\mathbf{w}}_c^{wr}$ es la diferencia de velocidades incrementales entre rueda y carril en el punto de contacto, \mathbf{x}_1 y \mathbf{x}_2 son los vectores unitarios en las direcciones longitudinal y lateral, respectivamente, y las pseudovelocidades de deslizamiento pseudoestáticas $\bar{\xi}_1$ y $\bar{\xi}_2$ se han obtenido previamente mediante el software comercial. Finalmente, el vector de fuerzas de contacto calculado (F_1, F_2, F_3) se aplica en la rueda y $-(F_1, F_2, F_3)$ en el carril en los correspondientes puntos de contacto.

4. RESULTADOS NUMÉRICOS

Las formulaciones descritas en las secciones 2 y 3 se implementan en un modelo completo de interacción dinámica en el rango de la alta frecuencia. Una base de Winkler con una distribución uniforme de rigidez de 43.7 MN/m y amortiguamiento 12.6 kNs/m vertical soporta el carril. Las componentes de rigidez y amortiguamiento longitudinales y laterales se modelan como un 10% y 80% de los valores previos, respectivamente. La longitud de los carriles modelados es de 42 m, con una malla refinada longitudinalmente en torno al área de contacto. Se han considerado 2000 y 400 modos de vibración para los modelos de carril y eje,

respectivamente, para cubrir un rango de frecuencia de hasta 9.0 kHz. Para la integración temporal, se toma un paso de tiempo de 5×10^{-6} s para un tiempo de simulación de 1 s. La discretización espacial en el área de contacto es de 0.25 y 1 mm en las direcciones longitudinal y lateral, respectivamente.

La Tabla 1 presenta ocho simulaciones llevadas a cabo para dos radios cerrados de curva y cuatro coeficientes de fricción. La velocidad del vehículo se escoge para una aceleración no-compensada nula en ambos radios de curva. La Tabla 2 contiene los valores de la solución pseudoestática proporcionada por el software comercial de dinámica ferroviaria para el ángulo de ataque del primer eje y la variación lateral de la posición del punto de contacto (respecto al punto de contacto nominal). La magnitud (en valor absoluto) de ambos parámetros se incrementa con el coeficiente de fricción y decrece con el radio de la curva, como era de esperar.

Simulación	Radio curva, R' [m]	Coefficiente fricción, μ [-]	Vel. vehículo, V [km/h]
I	120	0.20	39.13
II	120	0.32	39.13
III	120	0.40	39.13
IV	120	0.60	39.13
V	500	0.20	79.86
VI	500	0.32	79.86
VII	500	0.40	79.86
VIII	500	0.60	79.86

Tabla 1. Casos de estudio para las simulaciones dinámicas en curva del modelo completo de interacción entre el primer eje y la vía.

Simulación	Var. lat. pto. contacto rueda ext., Δy_{out}^w [mm]	Var. lat. pto. contacto rueda int., Δy_{inn}^w [mm]	Ángulo de ataque, α [°]
I	-32.8	14.4	-0.960
II	-35.1	14.5	-0.974
III	-36.2	14.5	-0.978
IV	-38.3	14.5	-0.981
V	-30.7	14.0	-0.297
VI	-32.5	14.3	-0.275
VII	-33.3	14.3	-0.264
VIII	-34.6	14.4	-0.231

Tabla 2. Variación lateral del punto de contacto de las ruedas (respecto al punto de contacto nominal) y ángulos de ataque proporcionados por el software comercial multicuerpo para cada caso de simulación.

A partir de los resultados de cada uno de los casos de simulación, se ha llevado a cabo un análisis del contacto tangencial con el objetivo de detectar inestabilidades que puedan estar asociadas a ciclos de adhesión/deslizamiento (o *stick/slip*) en el contorno de los elementos que forman el área de contacto. Estos ciclos, a su vez, pueden relacionarse con el fenómeno de chirridos en curva generado.

La Fig. 4 presenta la evolución temporal de la fuerza lateral de contacto a lo largo de 1 s para la simulación VII. La amplitud de las oscilaciones laterales de la rueda interna (a) es del orden de diez veces mayor que la de la rueda externa (b). La rueda interna muestra una respuesta oscilatoria en F_2 que converge en torno a un valor medio de -12.8 kN y presenta amplitudes de unos 8.5 kN. En el resto de simulaciones, sigue siendo la rueda interna la que muestra una respuesta más acusada para el contacto tangencial. Estos resultados son consistentes con las observaciones de la literatura que indican que las mayores amplitudes de los chirridos medidos corresponden a la rueda interna del primer bogie cuando se negocia una curva cerrada [1].

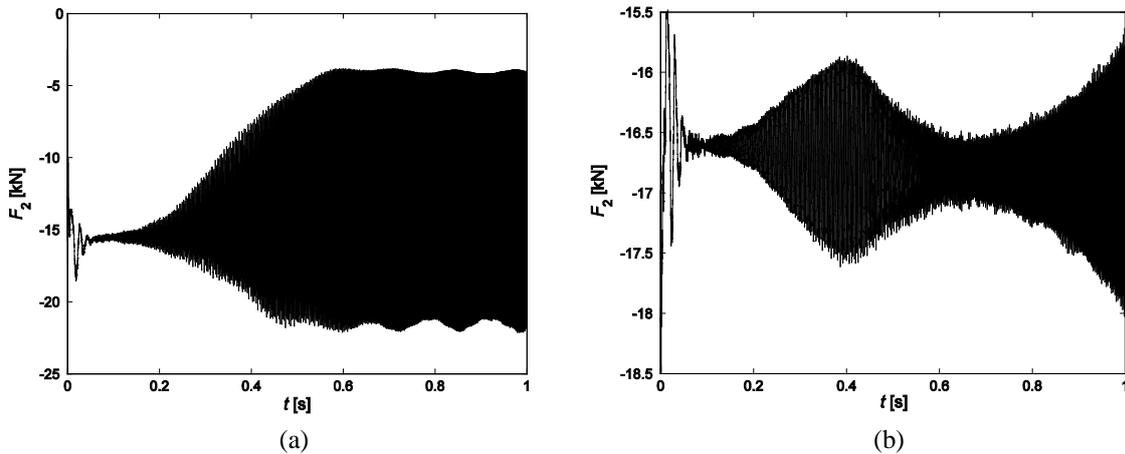


Figura 4. Evolución temporal de la fuerza de contacto lateral para la rueda interna (a) y externa (b) en la simulación VII.

La Fig. 5 compara la fuerza de contacto tangencial $F_t = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$ con la tracción máxima definida por el coeficiente de fricción multiplicado por la fuerza normal, μF_3 . Para la rueda interna (Fig. 5(a)), el punto 1 se corresponde a un estado en el que la fuerza tangencial está por debajo del límite de tracción, en cuyo caso el área de contacto está dividida en una zona de adhesión, ubicada en el borde de ataque, y otra de deslizamiento que rodea a la anterior (Fig. 6(a)). En el punto 2, la fuerza tangencial se sitúa en el límite de tracción, por lo que toda el área de contacto está deslizando (Fig. 6(b)). Lo relevante del caso es que en el contacto de la rueda interna (Fig. 5(a)) aparecen ciclos de adhesión/deslizamiento autoinducidos por la propia dinámica del sistema ferroviario en curva. Dichos ciclos se asocian precisamente con el fenómeno de los chirridos [1] y, de nuevo, sólo se observan en la rueda interna (en la rueda externa la fuerza de contacto tangencial está siempre por debajo del límite de tracción tal y como se observa en la Fig. 5(b), por lo que siempre está en adhesión).

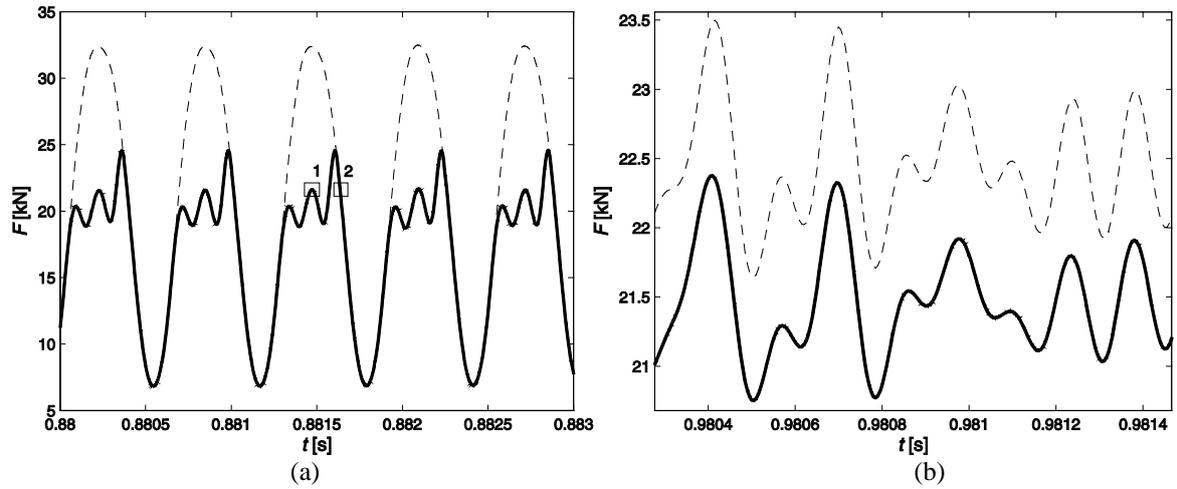


Figura 5. Zoom de las Figs. 4(a) (interna) y (b) (externa). —: fuerza tangencial F_t , - - -: tracción máxima μF_3 .

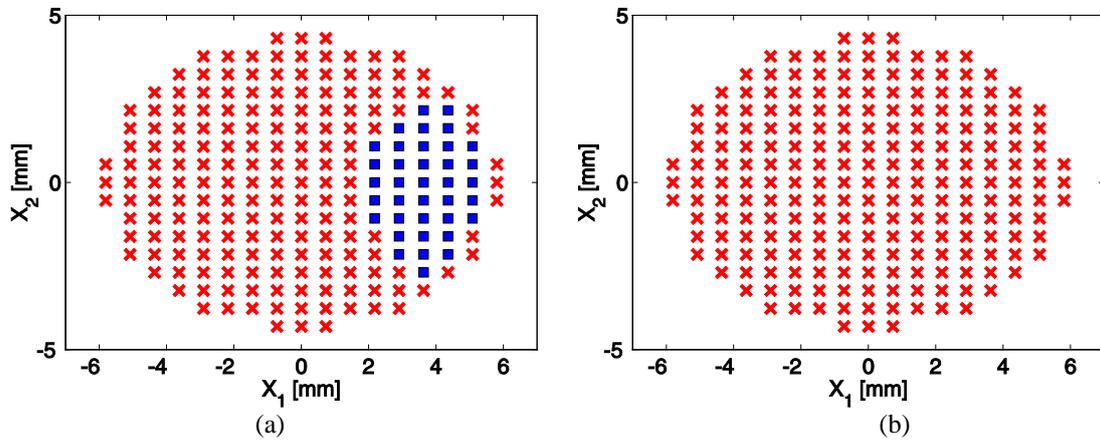


Figura 6. División del área de contacto en zonas de adhesión (■) y deslizamiento (×) en los instantes 1 y 2 marcados en la Fig. 5(a); (a) instante 1, (b) instante 2.

Aplicando la transformada de Fourier a la historia temporal de la fuerza de contacto lateral F_2 , la Fig. 7 revela el fuerte carácter tonal del correspondiente espectro en frecuencia dados los pronunciados picos que se observan y que pueden asociarse, a su vez, al fenómeno de chirridos en curva. Hay que señalar que dichos picos en frecuencia no provienen de ningún tipo de excitación externa (ya sea rugosidad, plano de rueda, etc.), sino que se han generado como consecuencia de la propia dinámica del sistema completo en condiciones de curva cerrada. Por tanto, son frecuencias autoinducidas que se deben al mecanismo de fricción constante anteriormente mencionado, y que se revela como suficiente para la generación de los chirridos.

Las frecuencias asociadas a estos picos se corresponden con la frecuencia del límite de tracción que de la Fig. 5(a) se puede estimar en 1.6 kHz, mientras que los ciclos de adhesión/deslizamiento visualizados presentan una frecuencia de 4.8 kHz, tres veces la

anterior. Otras contribuciones al ciclo de adhesión/deslizamiento se sitúan en torno a 3.2 y 6.4 kHz.

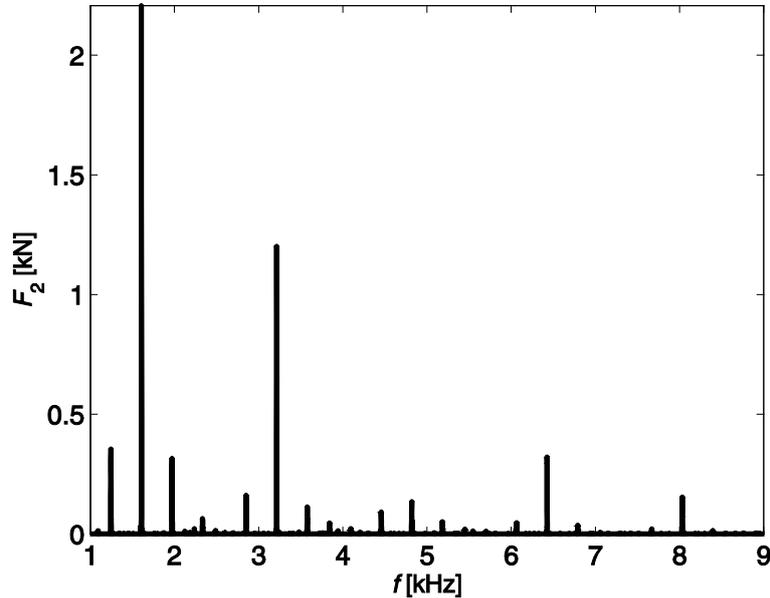


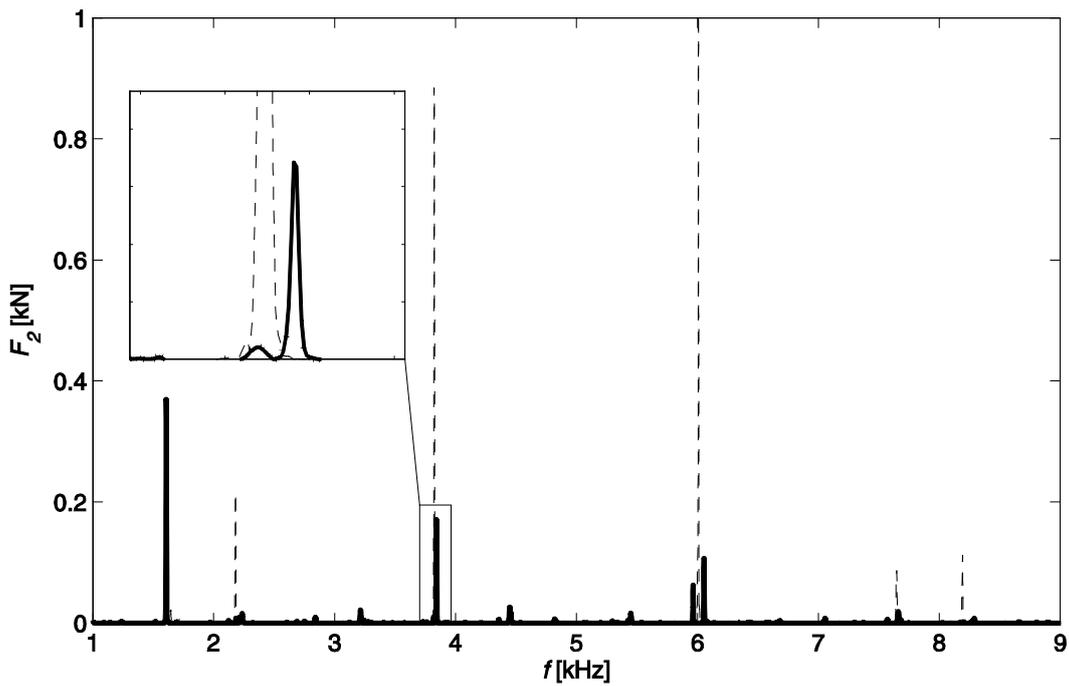
Figura 7. Espectro de frecuencia de la fuerza de contacto lateral F_2 correspondiente a la simulación VII.

Los espectros de frecuencia para los otros siete casos de simulación revelan el carácter tonal de la fuerza lateral de contacto para todos ellos en el caso de la rueda interna del eje, cuyos picos se encuentran en el dominio de las altas frecuencias, como se espera del fenómeno de los chirridos. Para la curva de radio 120 m, la amplitud de sus picos crece ligeramente con la fricción, aunque el pico de mayor amplitud se sitúa en torno a los 7.4 kHz para los cuatro coeficientes estudiados. Para la curva de radio 500 m, los mayores picos se sitúan en frecuencias más bajas en torno a 1.6 kHz, y las amplitudes máximas se obtienen para los coeficientes de 0.40 y 0.60. Estos resultados sugieren que valores altos de fricción favorecen una respuesta más tonal del contacto tangencial. No obstante, se requiere de un mayor número de casos de simulación para poder establecer relaciones consistentes entre el comportamiento de los chirridos y los dos parámetros (radio de curva y coeficiente de fricción) estudiados en este trabajo. La Tabla 3 resume las frecuencias de los mayores picos correspondientes a las fuerzas de contacto lateral para la rueda interna en todas las simulaciones llevadas a cabo.

	$\mu = 0.20$	$\mu = 0.32$	$\mu = 0.40$	$\mu = 0.60$
$R^r = 120$ m	6.8, 7.4 , 8.0	1.4, 4.5	4.5 , 5.2, 8.0	1.6 , 2.2, 7.4
$R^r = 500$ m	3.8 , 7.7	1.6 , 3.8, 6.1, 7.7	1.6 , 3.2, 4.8, 6.4	1.6 , 3.2, 4.8, 6.4

Tabla 3. Principales frecuencias en kHz (en negrita, la de mayor amplitud) de la fuerza de contacto lateral correspondiente a la rueda interna del eje.

En este punto, se procede a evaluar la influencia de los términos rotatorios asociados a la velocidad angular del eje en las simulaciones previas. La Fig. 8 compara el espectro en frecuencia de las fuerzas de contacto tangencial obtenidas anteriormente con nuevas simulaciones que adoptan un modelo de eje que excluye los términos rotatorios de la Ec. (1). Para la curva de 500 m (simulación VI), la simulación sin términos rotatorios (línea discontinua) presenta un contenido mayor en el rango de las altas frecuencias, como se observa en la Fig. 8(a). Los picos situados en 2.2, 3.8 y 6.0 kHz quedan sustancialmente mitigados en el caso rotatorio (línea continua). Otra observación interesante es que las frecuencias se desplazan ligeramente hacia la derecha en el modelo rotatorio. Este pequeño desplazamiento puede deberse al hecho de que las frecuencias naturales del eje varían en función de la velocidad de rotación, desdoblándose en un modo *forward* y un modo *backward* [13]. En el caso estudiado, el modo *forward* parece estar influenciando en mayor medida en la formación de los picos de inestabilidad. Para la curva de 120 m (simulaciones III y IV), el contenido en frecuencia es sensiblemente mayor que el del caso anterior, especialmente en el rango entre 1 y 4 kHz, como se observa en las Figs. 8(b) y 8(c). La atenuación del caso rotatorio respecto al no-rotatorio no es tan apreciable en este rango, aunque puede observarse el desplazamiento hacia la derecha de los picos del modelo rotatorio. Sin embargo, la Fig. 8(c) muestra que la rotación invierte su influencia para los picos en el rango entre 7 y 9 kHz, en el que la respuesta no-rotatoria está más atenuada.



(a)

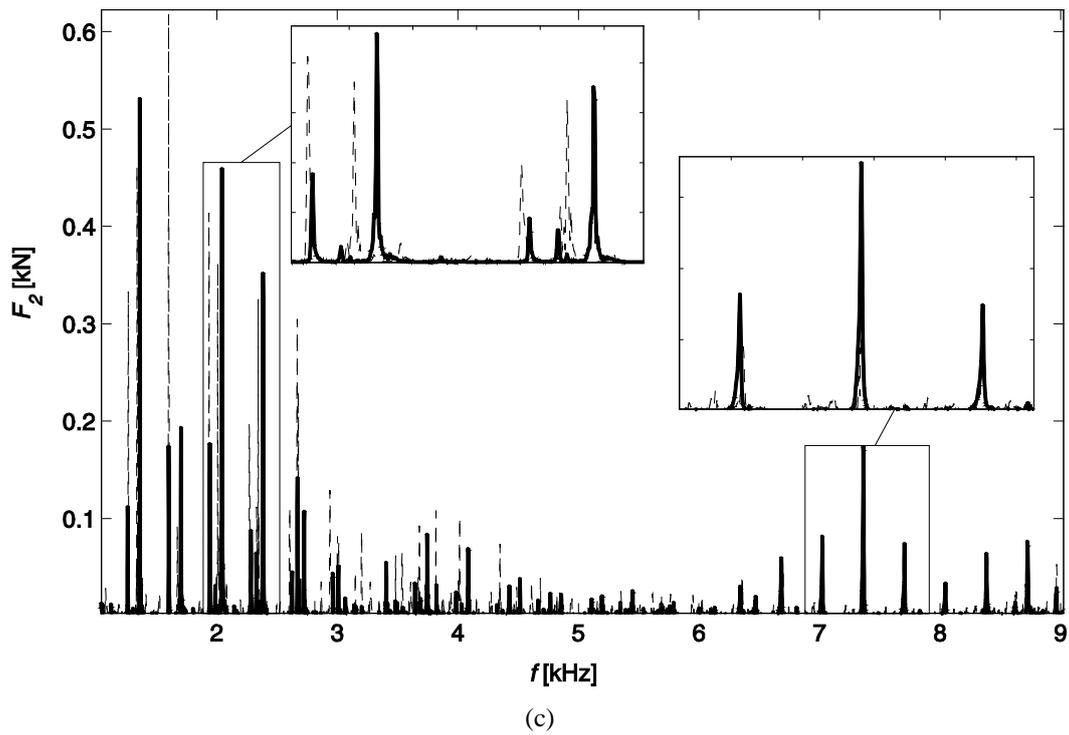
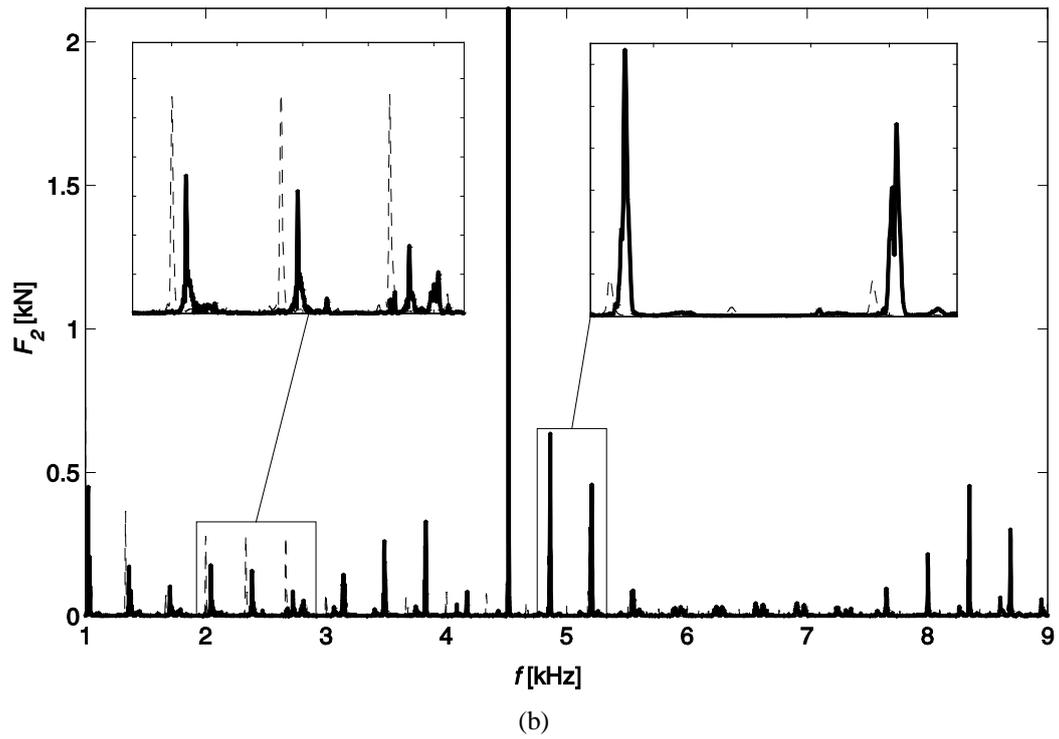


Figura 8. Espectro de frecuencia de la fuerza lateral F_2 de contacto usando un modelo rotatorio (—), y no rotatorio de eje (- - -) para las simulaciones VI (a), III (b), IV (c).

5. CONCLUSIONES

El presente trabajo implementa un modelo mejorado de dinámica ferroviaria para estudiar la interacción entre el vehículo y la vía en condiciones de curva. El vehículo ha sido reemplazado por un único eje ferroviario (el primero del bogie) que circula sobre un carril cíclico apoyado sobre una base de Winkler. El modelo de eje incluye los efectos asociados a la rotación y a la trayectoria curva, mientras que el modelo de carril está formulado siguiendo una técnica denominada *Moving Element Method* que permite fijar el área de contacto en una zona espacial de la malla. Ambos modelos son flexibles y siguen un planteamiento Euleriano-modal para minimizar el esfuerzo computacional. El contacto se ha modelado como no-lineal y no-estacionario en base a una técnica incremental. Las condiciones iniciales se estiman previamente mediante la solución pseudoestática proporcionada por un software comercial de dinámica multicuerpo.

Se han ejecutado ocho simulaciones del vehículo negociando curvas cerradas que indican que, incluso considerando un coeficiente de fricción constante durante la simulación, surgen inestabilidades asociadas a la dinámica en curva relacionadas con el fenómeno de los chirridos. Los resultados señalan que el mecanismo de fricción constante también puede originar por sí solo inestabilidades en el contacto tangencial, caracterizadas por su carácter fuertemente tonal en el rango de las altas frecuencias, coincidiendo con la definición del fenómeno de los chirridos que se da en la bibliografía. El radio de la curva y el valor del coeficiente de fricción se revelan como parámetros clave en los resultados obtenidos. Por su parte, la rotación del eje tiene una influencia crucial en la interacción ferroviaria, modificando significativamente el contenido en frecuencia de la fuerza lateral de contacto en el rango de las altas frecuencias.

6. AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer el apoyo recibido del Ministerio de Economía y Competitividad y del Fondo Europeo de Desarrollo Regional mediante el proyecto TRA2013-45596-C2-1-R, así como a la Generalitat Valenciana mediante los proyectos Prometeo/2016/007 y GV/2016/011 de la Conselleria d'Educació, Investigació, Cultura i Esport.

REFERENCIAS

- [1] D.J. Thompson, *Railway Noise and Vibration: Mechanisms, Modelling and Means of Control*, Elsevier, (2009).
- [2] A. Pieringer, "A numerical investigation of curve squeal in the case of constant wheel/rail friction", *Journal of Sound and Vibration*, **333**, pp. 4295-4313, (2014).
- [3] Ch. Glocker, E. Cataldi-Spinola and R.I. Leine, "Curve squealing of trains: Measurement, modelling and simulation", *Journal of Sound and Vibration*, **324**, pp. 365-386, (2009).
- [4] J. Martínez-Casas, E. Di Gialleonardo, S. Bruni and L. Baeza, "A comprehensive model of the railway wheelset-track interaction in curves", *Journal of Sound and Vibration*, **333**, pp. 4152-4169, (2014).

- [5] J. Martínez-Casas, J. Giner-Navarro, L. Baeza and F.D. Denia, "Improved railway wheelset-track interaction model in the high-frequency domain", *Journal of Computational and Applied Mathematics*, **309**, pp. 642-653, (2017).
- [6] L. Baeza and H. Ouyang, "A railway track dynamics model based on modal substructuring and cyclic boundary condition", *Journal of Sound and Vibration*, **330**, pp. 75-86, (2011).
- [7] C.G. Koh, J.S.Y. Ong, D.K.H. Chua and J. Feng, "Moving Element Method for train-track dynamics", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **56**, pp. 1549-1567, (2003).
- [8] H. Hertz. "Ueber die Berührung fester elastischer Körper", *Journal für reine und angewandte Mathematik*, **92**, pp. 156-171, (1882).
- [9] J.J. Kalker, *Three-dimensional elastic bodies in rolling contact*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Boston, London, (1990).
- [10] J. Giner-Navarro, L. Baeza, P. Vila and A. Alonso, "Study of falling friction effect on rolling contact parameters", *Tribology Letters*, **65**, pp. 1-10, (2017).
- [11] M.J. Rudd. "Wheel/rail noise – Part II: Wheel squeal", *Journal of Sound and Vibration*, **46**, pp. 381-394, (1976).
- [12] L. Baeza, A. Roda and J.C.O. Nielsen, "Railway vehicle/track interaction analysis using a modal substructuring approach", *Journal of Sound and Vibration*, **293**, pp. 112-124, (2006).
- [13] J. Martínez-Casas, J. Fayos, F.D. Denia and L. Baeza, "Dynamics of damped rotating solids of revolution through an Eulerian modal approach", *Journal of Sound and Vibration*, **331**, pp. 868-882, (2012).