



UNIVERSITAT  
POLITÈCNICA  
DE VALÈNCIA



ETS INGENIERÍA DE CAMINOS,  
CANALES Y PUERTOS

# TRABAJO DE FIN DE MASTER

---

Análisis crítico del Método de la Impronta para el cálculo de efectos dinámicos de trenes de alta velocidad en puentes de ferrocarril con dos modos de vibración predominantes: aplicación al proyecto de una estructura continua de dos vanos iguales.

---

*Presentado por*

Velázquez Mata, Rocío

---

*Para la obtención del*

Master Universitario en Ingeniería de Caminos, Canales y Puertos

*Curso: 2020/2021*

*Fecha: Septiembre de 2021*

*Tutor: Pedro Museros Romero*





# Resumen

---

El auge de las líneas de alta velocidad y el desarrollo de nuevos vehículos ferroviarios ha generado una creciente necesidad de evaluación de los efectos dinámicos que se ocasionan en las estructuras sobre las que circulan. Por ello, los modelos de cargas que se emplean en el diseño de puentes ferroviarios deben renovarse para seguir asegurando el tránsito en condiciones de seguridad.

Existen numerosos métodos de cálculo que estiman de forma sencilla la agresividad de un tren en su paso por la vía, de manera que permiten la comparación entre sí de diferentes modelos de cargas. No obstante, estos métodos sencillos centran su enfoque en estructuras con un modo de vibración predominante, desconociéndose la bondad de su ajuste a aquellas donde el comportamiento dinámico se encuentra regido por dos o más modos de vibración.

En este trabajo se evalúan, a través del denominado "*método de la impronta dinámica*", dos nuevos modelos de carga normativos frente a modelos de trenes reales, realizando un posterior análisis de su eficacia en puentes de dos vanos idénticos. Asimismo, se aplica la metodología desarrollada a un caso práctico consistente en el proyecto de un puente ferroviario continuo de dos vanos iguales, cuya respuesta dinámica fundamental es fruto de la contribución de los dos primeros modos de vibración de la estructura.

Para llevar a cabo los numerosos cálculos dinámicos que se precisan para su desarrollo, en este trabajo se realiza una tarea específica de programación en Matlab de la solución semianalítica para puentes sometidos a cargas móviles, así como de rutinas ad-hoc para efectuar un análisis de sensibilidad ante variaciones de la luz de los vanos y de la velocidad de paso de los convoyes.





# Abstract

---

The continuous growth of the high-speed network and the development of new and faster vehicles has increased the need of duly considering the dynamic effects on the railway bridges. Hence, the load models used for the analysis and design of new structures must be adjusted to continue ensuring traffic safety.

The aggressiveness of a train on a given structure can be easily estimated in cases when one mode of vibration is predominant, thus different load models can be compared directly. However, these simple calculation methods cannot be used for structures which maximum response is mainly governed by the first two modes.

Two new load models are evaluated in this project. The *train signature* derived from the LIR method will be used to compare the spectra of new high-speed load models *vs.* real trains for single-span bridges. Its efficiency will be tested subsequently for two-span continuous beams by assessing the exceedance in the dynamic response between both types of load models under certain requirements. Furthermore, it will be implemented in a realistic case study: a continuous railway bridge with two equal spans which fundamental dynamic response is the result of the contribution of the first two modes of vibration of the structure.

In order to carry out the numerous dynamic calculations that are required in this project, a specific programming task in Matlab of the semi-analytical solution for bridges traversed by mobile loads is developed. Likewise, ad-hoc routines to analyse the sensitivity to variations in the span lengths and the speed of passage of the convoys are implemented.



# Índice

---

<b>Resumen</b> .....	3
<b>Abstract</b> .....	5
<b>Índice</b> .....	7
<b>Índice de tablas</b> .....	9
<b>Índice de figuras</b> .....	11
<b>1. Introducción y objetivos</b> .....	15
<b>2. Antecedentes y resumen de la bibliografía empleada</b> .....	19
<b>3. Cálculo dinámico de puentes de ferrocarril</b> .....	21
3.1. Sobrecarga de tráfico estática .....	21
3.2. Combinaciones de acciones .....	24
3.3. Comprobaciones ELS .....	25
3.3.1. Aceleración vertical del tablero .....	25
3.3.2. Deformación vertical del tablero .....	26
<b>4. Solución semianalítica para vigas de Bernoulli-Euler bajo carga móvil:</b> <b>Programación en Matlab</b> .....	27
4.1. Introducción teórica.....	27
4.2. Formulación y solución semianalítica.....	28
4.3. Solución de las ecuaciones de movimiento.....	32
4.4. Programación en Matlab.....	36
4.4.1. Estructuras de entrada.....	36
4.4.2. Función “semianalítico” .....	40
4.4.3. Estructura de salida.....	43
<b>5. Validación de la solución semianalítica</b> .....	46
5.1. Verificaciones con series de cargas concentradas .....	46
5.2. Verificaciones con modelo de cargas HSLM-A .....	49

<b>6. Rutinas programadas en Matlab para el análisis de sensibilidad y representación gráfica de resultados .....</b>	<b>53</b>
6.1. Trenes reales y normativos empleados en el análisis .....	53
6.2. Características de los puentes analizados .....	55
6.3. Rutinas Matlab implementadas para el análisis de sensibilidad .....	56
<b>7. Cálculo mediante Improntas dinámicas: nuevos modelos normativos para puentes de un vano .....</b>	<b>61</b>
7.1. Uso de la impronta dinámica en puentes de un único vano .....	61
7.2. Métodos simplificados basados en serie de armónicos .....	62
7.3. Nuevos modelos de carga normativos HSLM-E1/HSLM-E2: Impronta dinámica .....	64
7.4. Improntas dinámicas de trenes reales.....	66
<b>8. Verificación de los nuevos modelos normativos en puentes de dos vanos ....</b>	<b>68</b>
8.1. Introducción teórica.....	68
8.2. Representación gráfica y evaluación de los nuevos modelos de carga.....	69
<b>9. Aplicación al proyecto de un puente de ferrocarril de dos vanos para alta velocidad.....</b>	<b>77</b>
9.1. Definición de la estructura.....	77
9.2. Definición de cargas y aplicación a SAP2000.....	79
9.2.1. Peso propio y carga muerta.....	79
9.2.2. Sobrecarga de tráfico estática.....	80
9.2.1. Pretensado .....	82
9.3. Esfuerzos para la comprobación de Estados Límite Últimos .....	86
9.4. Comprobación de Estados Límite de Servicio .....	87
9.4.1. Aceleración vertical del tablero .....	88
9.4.2. Desplazamiento vertical del tablero .....	89
<b>10. Conclusiones .....</b>	<b>92</b>
<b>11. Referencias bibliográficas .....</b>	<b>96</b>
<b>Anexo. Planos.....</b>	<b>97</b>

# Índice de tablas

---

Tabla 1. Coeficientes de concomitancia para sobrecargas de tráfico ferroviario [11] .....	24
Tabla 2. Coeficientes de mayoración de acciones para estado límite último.....	25
Tabla 3. Distancia y valor de cargas Test 1 para validación de código semianalítico. ....	46
Tabla 4. Distancia y valor de cargas Test 2 para validación de código semianalítico. ....	47
Tabla 5. Modelo de carga normativo HSLM-A .....	49
Tabla 6. Características mecánicas del puente de Förslöv [8].....	78
Tabla 7. Modos de vibración del puente ferroviario obtenidos en SAP2000.....	78
Tabla 8. Coeficientes de aplicación a sobrecargas de tráfico s/EC-1.....	82
Tabla 9. Esfuerzos flectores para el diseño del pretensado .....	83
Tabla 10. Características mecánicas de la sección bruta del puente estudiado .....	84
Tabla 11. Estimación de pérdidas del pretensado.....	84
Tabla 12. Pendientes de los diagramas de Magnel en las secciones correspondientes al centro de vano y apoyo central.....	84
Tabla 13. Huso de paso de los cables en las secciones críticas respecto al cdg de la sección.....	85
Tabla 14. Esfuerzos máximos en centro de vano y apoyo central para comprobación ELU.....	87
Tabla 15. Aceleraciones máximas en el puente estudiado ante el paso de distintos modelos de cargas .....	89
Tabla 16. Desplazamientos máximos acumulados en el puente estudiado ante el paso de distintos modelos de cargas.....	91



# Índice de figuras

---

Figura 1. Líneas de alta velocidad española en 2015 [2].....	15
Figura 2. Modelo de cargas LM71 [9] .....	22
Figura 3. Flecha vertical máxima admisible $\delta$ para puentes ferroviarios con tres o más vanos sucesivos simplemente apoyados [11].....	26
Figura 4. Criterio de signos para esfuerzos cortante, flector y carga distribuida.[3].....	29
Figura 5. Referencias locales para el elemento e. Nomenclatura de nodos y momentos.[3] .....	30
Figura 6. Método semianalítico para placas de Kirchhoff. Malla de elementos finitos, líneas de carga móvil.[7] .....	39
Figura 7. Aceleración máxima para trenes HSLM-A en un rango de velocidades 250-300 km/h para un puente de 20m con parámetros modales definidos por el EN1991-2. ....	44
Figura 8. Aceleración máxima acumulada para trenes HSLM-A en un rango de velocidades 250-300 km/h para un puente de 20m con parámetros modales definidos por el EN1991-2. ....	44
Figura 9. Ejemplo de matriz de respuesta máxima acumulada en aceleración. Columnas: velocidades (km/h), aceleración máxima ( $m/s^2$ ), grado de libertad, tren. ....	45
Figura 10. Desplazamiento máximo acumulado para trenes T203 en un rango de velocidades 50-400 km/h para un puente de 20m con parámetros modales definidos por el EN1991-2. ....	45
Figura 11. Validación del cálculo (Tiempo-Aceleración): Puente de dos vanos de 20 metros de luz. GDL representado: 10% luz del primer vano. Tren: Test 1.....	48
Figura 12. Validación del cálculo (Tiempo-Aceleración): Puente de dos vanos de 20 metros de luz. GDL representado: 10% luz del primer vano. Tren: Test 2.....	48
Figura 13. Validación del cálculo (Velocidad-Desplazamiento): Puente de dos vanos de 20 metros de luz. GDL representado: 10% luz del primer vano. Tren: Test 2. ....	49
Figura 14. Modelo de cargas normativo HSLM-A [9] .....	49
Figura 15. Validación del cálculo (Velocidad-Aceleración): Puente de dos vanos de 20 metros de luz. GDL representado: 90% luz del segundo vano. Tren: HSLM-A1.....	50
Figura 16. Validación del cálculo (Tiempo-Desplazamiento): Puente de dos vanos de 20 metros de luz. GDL representado: 90% luz del segundo vano. Tren: HSLM-A1.....	51
Figura 17. Validación del cálculo (Velocidad-Aceleración): Puente de dos vanos de 20 metros de luz. GDL representado: 90% luz del segundo vano. Tren: HSLM-A9.....	51

Figura 18. Validación del cálculo (Velocidad-Desplazamiento): Puente de dos vanos de 20 metros de luz. GDL representado: 10% luz del primer vano. Tren: HSLM-A10.....	52
Figura 19. Tipos de trenes reales (EN1991-2) [9] .....	54
Figura 20. Aceleraciones máximas acumuladas para T114.....	57
Figura 21. Aceleraciones máximas acumuladas para T203.....	57
Figura 22. Aceleraciones máximas acumuladas para HSLM-A.....	58
Figura 23. Aceleraciones máximas sin acumular para T203.....	59
Figura 24. Desplazamientos negativos máximos acumulados para T114 .....	59
Figura 25. Desplazamientos positivos máximos acumulados para T114 .....	60
Figura 26. Línea de influencia según velocidad adimensional ( $\zeta = 1.5\%$ ) [5] .....	63
Figura 27. Impronta dinámica del modelo de carga HSLM-A para $\zeta = 1\%$ .....	64
Figura 28. Improntas dinámicas de los modelos de carga HSLM-E1 y HSLM-E2 para $\zeta = 1\%$ .....	65
Figura 29. Impronta dinámica del conjunto de trenes T203 para $\zeta = 1\%$ .....	66
Figura 30. Comparación entre improntas dinámicas reales y modelo de cargas para $\zeta = 1\%$ .....	67
Figura 31. Factor de distribución de la carga. ....	70
Figura 32. Exceso de amplitud en aceleraciones ( $\geq 10\%$ ) (izq.) y prevalencia en incremento de velocidades ( $\geq 20\%$ ) (dcha.) para T114.....	71
Figura 33. Exceso de amplitud en desplazamientos ( $\geq 10\%$ ) (izq.) y prevalencia en incremento de velocidades ( $\geq 20\%$ ) (dcha.) para T114.....	72
Figura 34. Exceso de amplitud en aceleración ( $\geq 10\%$ ) (izq.) y prevalencia en incremento de velocidades ( $\geq 20\%$ ) (dcha.) para T203.....	72
Figura 35. Exceso de amplitud en aceleración ( $\geq 15\%$ ) (izq.) y prevalencia en incremento de velocidades ( $\geq 20\%$ ) (dcha.) para T203.....	73
Figura 36. Exceso de amplitud en aceleración ( $\geq 10\%$ ) (izq.) y prevalencia en incremento de velocidades ( $\geq 20\%$ ) (dcha.) para $1.10 \cdot T203$ .....	74
Figura 37. Exceso de amplitud en aceleración ( $\geq 10\%$ ) (izq.) y prevalencia en incremento de velocidades ( $\geq 20\%$ ) (dcha.) para $1.15 \cdot T114$ .....	74
Figura 38. Exceso de amplitud en desplazamiento ( $\geq 10\%$ ) (izq.) y prevalencia en incremento de velocidades ( $\geq 20\%$ ) (dcha.) para $1.15 \cdot T114$ .....	75
Figura 39. Sección transversal de hormigón del puente de Förslöv.....	77
Figura 40. Modos de vibración del puente ferroviario obtenidos en SAP2000.....	79
Figura 41. Sección del puente Förslöv incluyendo balasto y carriles [8].....	79
Figura 42. Envolvente de esfuerzos por cargas móviles en SAP2000 para el modelo de cargas LM71. ....	82



<i>Figura 43. Trazado de los cables de pretensado en función a las excentricidades máximas y mínimas</i>	85
<i>Figura 44. Huso de paso sin considerar los esfuerzos hiperestáticos debidos al pretensado</i>	85
<i>Figura 45. Excentricidad hiperestática debida al pretensado a lo largo de la viga</i>	86
<i>Figura 46. Trazado del cable y huso de paso considerando la excentricidad del hiperestático</i>	86
<i>Figura 47. Momento flector para comprobación ELU considerando peso propio, cargas muertas, pretensado, y sobrecarga de tráfico estática mayorada para incluir efectos dinámicos</i>	87
<i>Figura 48. Esfuerzo cortante ELU considerando peso propio, cargas muertas, pretensado, y sobrecarga de tráfico estática mayorada para incluir efectos dinámicos</i>	87
<i>Figura 49. Aceleraciones máximas acumuladas frente a velocidad de circulación ante el paso de distintos modelos de trenes</i>	88
<i>Figura 50. Desplazamientos máximos acumulados frente a velocidad de circulación ante el paso de distintos modelos de trenes</i>	90
<i>Figura 51. Flecha máxima para el modelo de cargas LM71 obtenida en SAP2000</i>	90



# 1. Introducción y objetivos

Las líneas ferroviarias de alta velocidad están en continuo desarrollo a nivel global. En la actualidad, son 56000 km los que se encuentran operativos alrededor del mundo, y se espera que esta cifra se duplique en los próximos treinta años [1].

En el caso de España, desde la puesta en marcha en 1992 de la línea Madrid-Sevilla, se ha alcanzado una longitud de red de 3330 km [2]. Asimismo, a fecha de 2020, había 1293 km en construcción y 676 km en fase de proyecto.



Figura 1. Líneas de alta velocidad española en 2015 [2]

El auge de la alta velocidad, a través de la construcción de nuevas líneas y mejora de las existentes para permitir la circulación a velocidades más elevadas a las de diseño, trae consigo una lógica evolución de los vehículos ferroviarios.

Estos avances conllevan la necesidad de realización de análisis dinámicos con los que obtener la respuesta estructural ocasionada por el paso de los vehículos, tanto

por su nuevo diseño, como por el aumento de la velocidad de circulación. Ello se debe a dos razones principales, según [3]:

- Las tensiones pico generadas por cargas móviles son superiores a las derivadas de la aplicación de cargas estáticas, viéndose incrementadas a medida que aumenta la velocidad.
- La vibración del puente no debe ser excesiva, con el objetivo de minimizar los efectos de fatiga y evitar perjudicar la confianza del usuario en la infraestructura.

A los dos motivos anteriores debe añadirse la posibilidad de desestabilización de la capa de balasto debida al exceso de vibración, e incluso la pérdida de contacto rueda-carril (con el consiguiente peligro de descarrilamiento). Ambos efectos fueron puestos de manifiesto y estudiados por primera extensivamente por el comité ERRI D-214, en la última década del siglo XX [4].

Así pues, del mismo modo que se desarrollan nuevos vehículos, es también imprescindible el desarrollo de nuevos modelos de carga normativos que aseguren el diseño de nuevas líneas en condiciones de seguridad.

Existen métodos teóricos que permiten estimar, de forma sencilla, la agresividad de un vehículo a su paso por la estructura. De esta forma, puede comprobarse si los trenes reales que van a transitar por el puente quedan del lado de la seguridad frente a los modelos normativos con los que se ha diseñado. Dicho de otro modo, dichos modelos teóricos sirven como interfaz entre los fabricantes y los gestores de infraestructura, pues permiten saber si los trenes reales serán o no más agresivos que los mencionados modelos normativos.

Sin embargo, estos métodos teóricos sólo son de aplicación ante estructuras de un modo de vibración predominante. Por ello, aun disponiendo de modelos de carga normativos que cubren a los vehículos reales en tipologías estructurales de estas características, se desconoce si siguen siendo de aplicación en los casos en los que el

comportamiento dinámico viene definido por dos o más modos de vibración predominantes.

Por los motivos expuestos, se fijan para el presente Trabajo Fin de Máster los objetivos siguientes:

- **Programación de un código de Matlab que proporcione la solución semianalítica en el dominio del tiempo para vigas Bernoulli-Euler de varios vanos y sección constante o variable sometidas a cargas móviles.** Este código permitirá calcular la respuesta de puentes de dos vanos ante cargas móviles representativas de vehículos ferroviarios. Se realizará una posterior validación de su correcta implementación a través de la comparación con las soluciones analíticas obtenidas haciendo uso de la integral de Duhamel en distintos casos de estudio.
- **Cálculo de las respuestas dinámicas originadas por el tránsito de determinados modelos de trenes reales.** Esta operación se realizará, una vez validado el código, para un número de longitudes de vano y rango de velocidades de paso establecido. Todos los puentes estudiados serán de dos vanos de igual luz, cuyas características mecánicas vendrán definidas de modo que se maximice su respuesta dinámica, manteniendo propiedades realistas y acordes con las normativas. Con ello, se realizará un análisis exhaustivo de la sensibilidad de la respuesta en cuanto a aceleración y desplazamiento, ante dichas variaciones de longitud de vano y velocidad de circulación.
- **Definición de nuevos modelos de carga normativos y cálculo de improntas dinámicas.** Se obtendrán sus improntas a fin de comprobar la cobertura del modelo ante las improntas de los trenes reales estudiados previamente. De esta forma, se constatará la seguridad de estas nuevas distribuciones normativas de cargas concentradas en estructuras isostáticas que, por su esquema resistente, responden dinámicamente de forma primordial según su modo fundamental de vibración.

- **Verificación, en puentes de dos vanos, de las condiciones de seguridad ante el tránsito previamente constatadas en puentes de un vano.** La diferencia clave entre ambos casos reside en que, en puentes de dos vanos iguales, son dos los modos de vibración predominantes en la respuesta dinámica, a diferencia de cuanto ocurre en puentes de un vano o isostáticos.
- **Cálculo dinámico de un puente ferroviario siguiendo la normativa vigente.** Partiendo de las características mecánicas de un puente existente, se realizará el análisis dinámico de una estructura continua de dos vanos. Se implementará en SAP2000, incluyendo las cargas de tráfico como cargas estáticas afectadas por coeficientes dinámicos, y se calculará el pretensado necesario para la compensación de esfuerzos. Asimismo, se obtendrá su respuesta dinámica haciendo uso del código desarrollado en apartados anteriores. Con ello, se evaluará el cumplimiento de los estados límite de aceleración vertical y flecha, de forma que se garanticen las condiciones de seguridad de tráfico. También se verificará que los nuevos modelos normativos presentados previamente cubren a los reales en este puente concreto, como ejemplo de aplicación del método de la impronta a estructuras de dos modos predominantes.

## 2. Antecedentes y resumen de la bibliografía empleada

---

Para el desarrollo de este trabajo, se ha hecho uso de distintos artículos científicos y normativa. El trabajo prosigue la línea acerca de comportamiento dinámico de puentes de ferrocarril iniciada hace tres años con el Trabajo de Fin de Máster de Victor Martí: *“Análisis crítico del método de la impronta/LIR para el cálculo dinámico de puentes de ferrocarril de alta velocidad ante el paso de composiciones regulares: aplicación al proyecto de estructuras isostáticas de distintas luces”* [5]. En dicho trabajo se analizó a fondo del método de la impronta dinámica, su demostración matemática y su aplicación práctica a varios puentes isostáticos. Se aplicó además para la comparación de la acción de trenes regulares (tipo Talgo) con los trenes normativos existentes (HSLM, EN1991-2), al objeto de detectar posibles faltas de cobertura por parte del modelo normativo.

A raíz de dicho trabajo y de las publicaciones en dos congresos que de él se derivaron, se planteó una estancia del profesor Pedro Museros en el *KTH Royal Institute of Technology* (Estocolmo), durante la cuál se analizaron más en profundidad los modelos de carga de las actuales normas [6], siempre en aplicación a puentes ferroviarios de un vano. Y como continuación de esta línea dedicada a la dinámica de puentes, surge el presente trabajo, que incide en el uso de los métodos anteriores en estructuras continuas de dos vanos, con la aplicación a un caso práctico como se ha descrito en el apartado anterior.

A continuación, se resume la principal bibliografía empleada:

La explicación teórica y base de la implementación en lenguaje de programación del método semianalítico en vigas Bernoulli-Euler procede del artículo publicado en *Journal of Sound and Vibration* *“Semi-analytic solution in the time domain for non-uniform multi-span Bernoulli–Euler beams traversed by moving loads”* [3]. Además, se ha partido de un código en lenguaje de programación Fortran que obtiene la

respuesta dinámica en placas de Kirchhoff. Este código está fundamentado en la publicación *“Solución semianalítica para placas de Kirchhoff sometidas al paso de cargas móviles”*[7] para el Congreso de Métodos numéricos en Ingeniería de Granada.

Para una introducción en los métodos numéricos para la obtención de la respuesta dinámica basados en serie de armónicos y, más concretamente, la impronta dinámica de vehículos ferroviarios se ha empleado el precitado Trabajo de Fin de Máster de Victor Martí [5].

Tanto la explicación teórica, como las rutinas para las representaciones gráficas en la comparativa entre modelos de cargas normativos y modelos de trenes reales en puentes de dos vanos provienen del artículo para JRRT *“Dynamic behaviour of bridges under critical articulated trains: Signature and bogie factor applied to the review of some regulations included in EN 1991-2”*[6].

Por su parte, el caso práctico estudiado está basado en el puente ferroviario de Förslöv, cuyas características mecánicas están recogidas en el artículo *“Resonance and cancellation phenomena in two-span continuous beams and its application to railway bridges”*[8].

Para la obtención de los modelos de carga normativos, y requisitos en el cálculo de puentes ferroviarios, tanto en los capítulos de análisis como para el diseño del puente en el ejemplo de aplicación, se han empleado principalmente el *“Eurocódigo 1: Acciones en estructuras. Parte 2: Cargas de tráfico en puentes”*[9] y la *“Instrucción de acciones a considerar en puentes de ferrocarril”*[10].



### 3. Cálculo dinámico de puentes de ferrocarril

---

Uno de los objetivos de este trabajo es la aplicación de los conocimientos adquiridos y códigos desarrollados a un caso práctico de características realistas. Con este fin, en el Capítulo 9 se realizará el cálculo dinámico de un puente ferroviario. Se llevará a cabo de acuerdo a las condiciones establecidas por el *Eurocódigo 1: Acciones en estructuras. Parte 2: Cargas de tráfico en puentes* [9] y el *Eurocódigo 0: Bases de cálculo de estructuras* [11]. En el presente capítulo se resumen las bases de la metodología y los aspectos normativos seguidos para su ejecución.

#### 3.1. Sobrecarga de tráfico estática

Para la definición de la sobrecarga de tráfico estática se hará uso del Artículo 6.4.6.5 del EC1-2. En dicho apartado se especifican las comprobaciones de los estados límite a realizar de forma que se garantice la seguridad del tráfico, recogiendo las cargas de tráfico a considerar y los coeficientes que las afectan en caso de realizarse análisis dinámico.

Así pues, para el cálculo del puente ferroviario de alta velocidad, donde las velocidades máximas van a superar los 200 km/h, y por tanto requiere de análisis dinámico, la sobrecarga de tráfico vendrá definida por el valor más desfavorable entre los resultantes al aplicar las Ecuaciones (1) y (2).

$$\left(1 + \varphi'_{\text{dyn}} + \frac{\varphi''}{2}\right) \cdot \left(\frac{HSLM}{RT}\right) \quad (1)$$

$$\Phi \cdot (LM71'' + ''SW/0) \quad (2)$$

En ellas, HSLM es el modelo de carga para líneas de alta velocidad definido en el Capítulo 5, RT hace referencia a trenes reales (descritos en el Capítulo 6), y LM71 es el modelo de carga establecido en 1971 y que se muestra en la Figura 2.

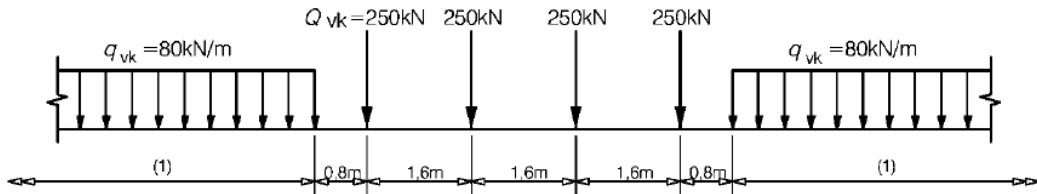


Figura 2. Modelo de cargas LM71 [9]

El modelo de cargas LM71 representa el efecto estático de la carga vertical debida al tráfico ferroviario normal. No obstante, estos valores de carga deben multiplicarse por un coeficiente  $\alpha$  en líneas que soporten un tráfico ferroviario más pesado o ligero. El Anejo Nacional de la norma utilizada indica la aplicación con carácter general de un factor de clasificación ( $\alpha$ ) de 1.10 tanto para vía de ancho ibérico como de ancho estándar europeo.

Por su parte, los coeficientes a introducir en las Ecuaciones (1) y (2) se obtienen de la siguiente forma:

- **Factor de amplificación dinámico ( $\varphi'_{dyn}$ )**

$$\varphi'_{dyn} = \max \left| \frac{y_{dyn}}{y_{stat}} \right| - 1 \quad (3)$$

Mientras  $y_{dyn}$  hace referencia a la respuesta dinámica, siendo ésta el desplazamiento vertical negativo;  $y_{stat}$  es la respuesta estática máxima correspondiente en cualquier punto del elemento estructural debida al tren real o al modelo HSLM. Como se puede apreciar, esta evaluación debería realizarse tren a tren en cada conjunto de trenes, afectándose por este cociente de forma individual. No obstante, por la complejidad de dicha operación, en este proyecto se simplificará su cálculo,

obteniéndose un único coeficiente por conjunto de trenes a través de sus máximos.

- **Factor asociado a irregularidades de la vía e imperfecciones del vehículo**  
 $\left(\frac{\varphi''}{2}\right)$

Este segundo coeficiente supone un incremento en los efectos dinámicos calculados, encontrándose asociado a las irregularidades en vía y vehículo. En vías con alto nivel de mantenimiento, el factor  $\varphi''$  se encuentra dividido por dos. El Anexo C de la norma empleada establece su obtención a través de la siguiente ecuación:

$$\varphi'' = \frac{\alpha}{100} \left[ 56e^{-\left(\frac{L_{\Phi}}{10}\right)^2} + 50 \left( \frac{L_{\Phi}n_0}{80} - 1 \right) e^{-\left(\frac{L_{\Phi}}{20}\right)^2} \right] \quad (4)$$

Para valores de velocidad máxima permitida superiores a 22 m/s,  $\alpha$  toma un valor de 1. Por su parte,  $L_{\Phi}$  es la longitud determinante obtenida como el producto de un factor k (1.2 en el caso de viga continua de dos vanos según recoge Tabla 6.2 del EC-1) por la longitud del vano. Finalmente,  $n_0$  hace referencia a la frecuencia fundamental de la estructura.

- **Coeficiente dinámico ( $\Phi$ )**

El último factor a calcular es el coeficiente dinámico que se aplica al modelo de cargas LM71 en la Ecuación (2). El apartado 6.4.5.2 del EC-1 determina para vías con un alto nivel de mantenimiento:

$$\Phi = \Phi_2 = \frac{1.44}{\sqrt{L_{\Phi} - 0.2}} + 0.82 \quad (5)$$

### 3.2. Combinaciones de acciones

Las ecuaciones para la combinación de acciones se encuentran recogidas en el EC-0. El Anejo 2 de dicha norma proporciona reglas y métodos para establecer dichas combinaciones con el objetivo de verificar el cumplimiento de los estados límite últimos y de servicio en el proyecto de puentes de carreteras, peatonales y ferroviarios.

En el apartado 6.5.3 del EC-0, se muestran las combinaciones establecidas para los Estados Límite de Servicio, quedando definidas en las siguientes ecuaciones:

- Combinación característica

$$E_d = E\{G_{k,j}; P; Q_{k,1}; \psi_{0,i} Q_{k,i}\} j \geq 1; i \geq 1 \quad (6)$$

- Combinación frecuente

$$E_d = E\{G_{k,j}; P; \psi_{1,1} Q_{k,1}; \psi_{2,i} Q_{k,i}\} j \geq 1; i \geq 1 \quad (7)$$

- Combinación cuasi-permanente

$$E_d = E\{G_{k,j}; P; \psi_{2,i} Q_{k,i}\} j \geq 1; i \geq 1 \quad (8)$$

Debido a la magnitud de la sobrecarga de tráfico frente a las acciones de viento, nieve o temperatura, en el presente trabajo será la única sobrecarga considerada. Por ello, los coeficientes de concomitancia  $\psi$  a emplear serán los siguientes:

Tabla 1. Coeficientes de concomitancia para sobrecargas de tráfico ferroviario [11]

Acciones	$\psi_0$	$\psi_1$	$\psi_2$
Modelo de carga 71	0.80	0.8	0
Alta velocidad (HSLM)	1	1	0
Trenes reales	1	1	0

Las combinaciones definidas en las líneas superiores se emplearán en el Capítulo 9 para el diseño del pretensado necesario.

En cuanto a las combinaciones de estados límite últimos, el apartado 6.4.3.2 del EC-0 establece:

$$E_d = \gamma_{sd} E \{ \gamma_{g,j} G_{k,j,j}; \gamma_p P; \gamma_{q,1} Q_{k,1}; \psi_{0,i} Q_{k,i}; \} j \geq 1; i \geq 1 \quad (9)$$

De acuerdo a la Tabla A2.4(B) del EC-0 los coeficientes  $\gamma$  aplicados en cada caso son:

Tabla 2. Coeficientes de mayoración de acciones para estado límite último

<b>Peso propio y carga muerta (<math>\gamma_G</math>)</b>	1.35
<b>Pretensado (<math>\gamma_P</math>)</b>	1
<b>Sobrecarga de uso en puentes de ferrocarril (<math>\gamma_Q</math>)</b>	1.45

En este trabajo no se realizarán comprobaciones de ELU, pero se mostrarán los esfuerzos máximos en la estructura derivados de esta combinación de acciones.

### 3.3. Comprobaciones ELS

De entre los diferentes estados límites de servicio que se deben verificar para el cálculo de puentes ferroviarios, se tendrán en cuenta los dos siguientes, por ser habitualmente los más determinantes:

#### 3.3.1. Aceleración vertical del tablero

De acuerdo a los criterios establecidos en el apartado A2.4.4.2 de EC-0 para la seguridad del tráfico, la verificación de la aceleración máxima del tablero debida a las acciones de tráfico ferroviario se debe considerar como un requisito de seguridad que se comprueba en el estado límite de servicio para prevenir la inestabilidad de la vía.

En el caso de vías con balasto, este límite superior en aceleraciones queda fijado en 3.5 m/s<sup>2</sup>. Por su parte, la norma establece que la respuesta dinámica a considerar para llevar a cabo la comparación debe haberse obtenido con un número de modos tal que:

- Incluya todos aquellos cuyas frecuencias naturales sean inferiores a 30 Hz.

- Incluya aquellos modos cuya frecuencia natural sea inferior a 1.5 veces la frecuencia fundamental.
- Considere al menos tres modos.

### 3.3.2. Deformación vertical del tablero

El apartado A2.4.4.2.3 del EC-0 limita la flecha máxima ante la circulación de cargas ferroviarias a  $L/600$ . Este valor se vuelve más restrictivo en el apartado A2.4.4.3.2, donde el desplazamiento vertical máximo se reduce con el objetivo de asegurar el confort de los usuarios. Esta restricción involucra, además de la luz del vano, factores como la velocidad de circulación, el número de vanos o la configuración del puente. En el caso de puentes de dos vanos, la flecha máxima admisible se obtiene multiplicando por 0.7 los valores  $L/\delta$  extraídos de la Figura 3.

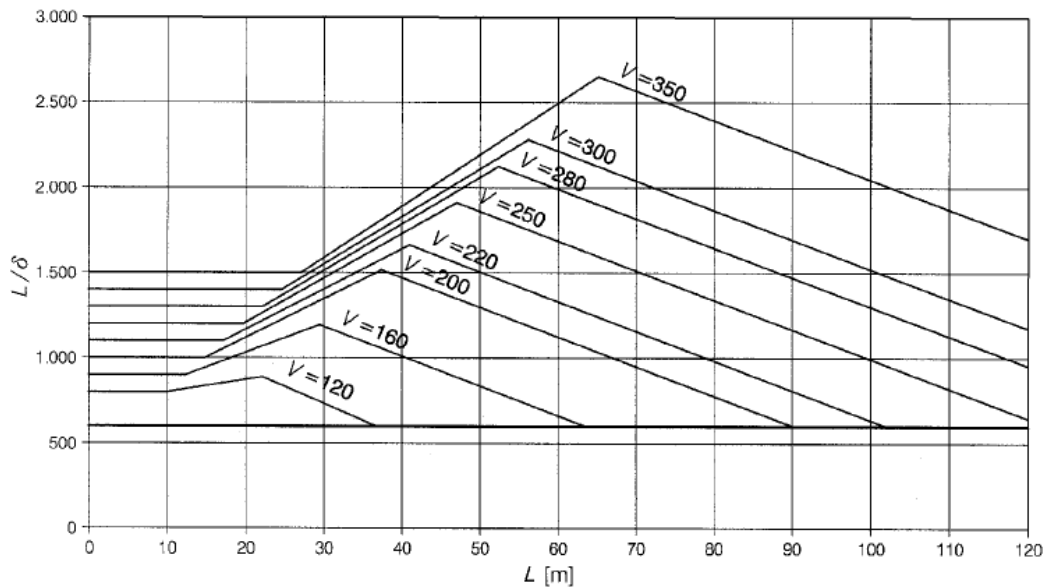


Figura 3. Flecha vertical máxima admisible  $\delta$  para puentes ferroviarios con tres o más vanos sucesivos simplemente apoyados [11]

## 4. Solución semianalítica para vigas de Bernoulli-Euler bajo carga móvil: Programación en Matlab

---

En este capítulo se desarrollará un código de Matlab que proporcione la solución semianalítica en el dominio del tiempo para vigas Bernoulli- Euler de varios vanos y sección constante o variable sometidas a cargas móviles. Para una mejor comprensión del procedimiento seguido, se comenzará con una explicación teórica del método, pasando después a su implementación en lenguaje de programación.

### 4.1. Introducción teórica

Entre las muchas alternativas empleadas en la construcción de puentes de carreteras y ferroviarios, una de las más extendidas es la viga simplemente apoyada. Centrando el enfoque en este tipo concreto de estructuras, desde inicios del siglo XX existen soluciones cerradas al problema de cargas móviles relacionado con la circulación de vehículos sobre ellas. Estas soluciones suelen darse en forma de series infinitas en las que basta con considerar pocos términos para el cálculo de desplazamientos, puesto que suelen converger rápido. Sin embargo, en lo que respecta a aceleraciones y esfuerzos flectores y cortantes, esta convergencia requiere de un mayor coste computacional.

En el caso de vigas continuas, existen numerosos métodos para la obtención de la solución al problema de cargas móviles [3]. Éstos exponen distintos planteamientos a la hora de calcular los parámetros modales de la estructura y de resolver las ecuaciones de movimiento, obteniéndose la respuesta dinámica en el dominio del tiempo o la frecuencia. Algunos de ellos requieren simplificaciones en la variación de la sección para su aplicación.

El método semianalítico empleado en este trabajo [3] tiene como objetivo analizar las vibraciones a flexión en el plano vertical de la viga objeto de estudio. Es

decir, en el plano formado por la dirección del eje de la viga y las cargas. Para ello, la viga se encuentra espacialmente discretizada en elementos finitos de dos nodos, cuyos grados de libertad son el desplazamiento vertical y el giro. Con ello, los modos de vibración y frecuencias naturales se obtienen de forma aproximada a través del cálculo de autovalores y autovectores. Esto supone que la expresión matemática de la solución en el dominio del tiempo se consiga de forma sencilla para cada modo.

De esta forma, la solución obtenida para el problema de cargas móviles en vigas Bernoulli- Euler discretizadas con elementos finitos de dos nodos y funciones hermíticas es exacta. Además, la formulación empleada permite su uso en vigas de sección variable, cuyo empleo en puentes es frecuente. Ello conlleva una mejor representación de las propiedades seccionales frente a una discretización escalonada de la viga.

Cabe destacar la robustez y rapidez del método, eludiendo así las principales desventajas de la discretización temporal normalmente empleada junto al método de los elementos finitos (diferencias finitas, método de Newmark, etc.).

## 4.2. Formulación y solución semianalítica

Siendo  $[0, L]$  el dominio de una barra Euler-Bernoulli de sección no uniforme [3], y tomando  $x \in [0, L]$  como abscisa y  $t \in [0, \infty)$  como variable temporal, la ecuación diferencial de gobierno ante un caso de cargas distribuidas  $p(x, t)$  despreciando los efectos de amortiguamiento es:

$$m(x) \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[ \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} EI(x) \right] + p(x, t) = 0 \quad (10)$$

En ella,  $m(x)$  representa la masa por unidad de longitud,  $E$  es el módulo elástico e  $I(x)$  es el segundo momento de área variable de la sección transversal. Por simplificación en la programación, en este trabajo se considerarán vigas de sección constante, pudiendo implementarse la posibilidad de variación del canto siguiendo la directriz del elemento en futuras mejoras del código, dado que ello influye



únicamente en las matrices de masa y rigidez obtenidas, pero no en el resto del algoritmo.

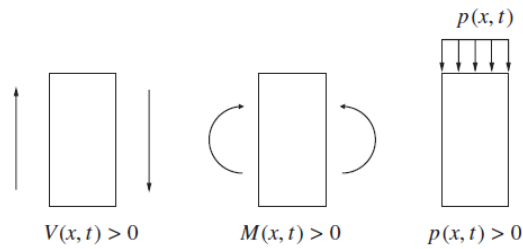


Figura 4. Criterio de signos para esfuerzos cortante, flector y carga distribuida.[3]

Si se idealiza mediante una función Delta de Dirac la carga concentrada unitaria que atraviesa la viga a una velocidad  $v$ , la ecuación anterior puede reescribirse como:

$$m(x) \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[ \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} EI(x) \right] + p_0(x - vt) = 0 \quad (11)$$

Esta ecuación hace referencia al periodo de vibración forzada, es decir, mientras la carga permanece en el interior de la barra, para tiempos contenidos en el intervalo  $[0, L/v)$ . A partir de ese momento comienza el intervalo de vibración libre, donde los efectos de la carga siguen siendo apreciables, aunque ésta ya haya salido de la barra.

Las condiciones de contorno para este problema son:

$$w(x, t)|_{t=0} = 0 \quad \forall x \in [0, L]; \quad \frac{\partial w(x, t)}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0 \quad \forall x \in [0, L]; \quad (12)$$

La formulación débil del problema definido por la Ecuación (11) con las condiciones de contorno dadas en la Ecuación (12) se obtiene multiplicando la Ecuación (11) por una función test genérica  $u^*(x)$  tras una doble integración por partes.

Tomando un enfoque convencional y haciendo uso de elementos finitos, el dominio  $x \in [0, L]$  se subdivide en elementos de longitud  $l^e$  y se emplean polinomios de Hermite tanto para las funciones test como para las funciones de interpolación. Con ello, la integración por partes de la Ecuación (11) se realiza sobre cada elemento.

Siguiendo la nomenclatura y referencias expuestas en la Figura 5, las expresiones de los cuatro polinomios de Hermite  $h_n^e(x)$ ,  $n = 1$  a  $4$ , asociadas a cada elemento  $e$  son:

$$\begin{aligned}
 h_1^e(x^e) &= 1 - 3\left(\frac{x^e}{l^e}\right)^2 + 2\left(\frac{x^e}{l^e}\right)^3, \\
 h_2^e(x^e) &= l^e \left[ \frac{x^e}{l^e} - 2\left(\frac{x^e}{l^e}\right)^2 + \left(\frac{x^e}{l^e}\right)^3 \right], \\
 h_3^e(x^e) &= 3\left(\frac{x^e}{l^e}\right)^2 - 2\left(\frac{x^e}{l^e}\right)^3, \\
 h_4^e(x^e) &= l^e \left[ -\left(\frac{x^e}{l^e}\right)^2 + \left(\frac{x^e}{l^e}\right)^3 \right]
 \end{aligned} \tag{13}$$

Con ello, la función  $w(x, t)$  se aproxima en cada elemento por un polinomio cúbico:

$$w(x^e, t) = \sum_{n=1}^4 y_n^e(t) h_n^e(x^e), \tag{14}$$

Siendo el significado físico de las variables dependientes del tiempo en la Ecuación (14) el desplazamiento vertical y el giro en cada nodo, se tiene:

$$\begin{aligned}
 y_1^e(t) &= y_i(t), & y_2^e(t) &= \theta_i(t) \\
 y_3^e(t) &= y_j(t), & y_4^e(t) &= \theta_j(t)
 \end{aligned} \tag{15}$$

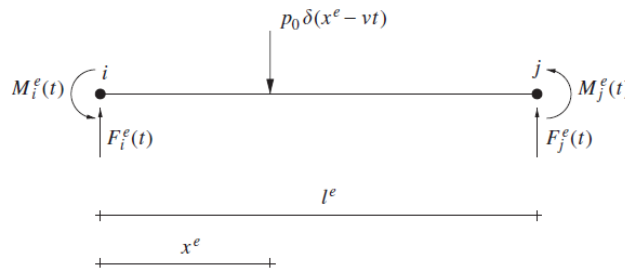


Figura 5. Referencias locales para el elemento  $e$ . Nomenclatura de nodos y momentos.[3]

La velocidad y aceleración aproximadas se obtienen a través de la derivación de  $w(x^e, t)$  respecto al tiempo. De este modo,

$$\begin{aligned}
 \dot{w}(x^e, t) &= \sum_{n=1}^4 \dot{y}_n^e(t) h_n^e(x^e), \\
 \ddot{w}(x^e, t) &= \sum_{n=1}^4 \ddot{y}_n^e(t) h_n^e(x^e),
 \end{aligned} \tag{16}$$

Haciendo uso de los polinomios hermíticos como funciones test y aproximando el desplazamiento transversal con la Ecuación (14), se tienen cuatro ecuaciones ( $m = 1$  a  $4$ ) a partir de la Ecuación (11).

$$\int_0^{l^e} m(x^e) \sum_{n=1}^4 \{\ddot{y}_n^e(t) h_n^e(x^e)\} h_m^e(x^e) dx^e + \int_0^{l^e} \sum_{n=1}^4 \left\{ \ddot{y}_n^e(t) \frac{d^2 h_n^e(x^e)}{d(x^e)^2} \right\} EI(x^e) \frac{d^2 h_m^e(x^e)}{d(x^e)^2} dx^e$$

$$= F_j^e(t) h_m^e(l^e) + F_i^e(t) h_m^e(0) + M_j^e(t) \left. \frac{dh_m^e(x^e)}{d(x^e)} \right|_{l^e} + M_i^e(t) \left. \frac{dh_m^e(x^e)}{d(x^e)} \right|_0 - p_0 h_m^e(vt) \quad (17)$$

Tras evaluar las integrales contenidas en la Ecuación (17), la solución en forma matricial para el elemento  $e$  queda:

$$\begin{pmatrix} m_{11}^e & m_{12}^e & m_{13}^e & m_{14}^e \\ m_{21}^e & m_{22}^e & m_{23}^e & m_{24}^e \\ m_{31}^e & m_{32}^e & m_{33}^e & m_{34}^e \\ m_{41}^e & m_{42}^e & m_{43}^e & m_{44}^e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{y}_i(t) \\ \ddot{\theta}_i(t) \\ \ddot{y}_j(t) \\ \ddot{\theta}_j(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k_{11}^e & k_{12}^e & k_{13}^e & k_{14}^e \\ k_{21}^e & k_{22}^e & k_{23}^e & k_{24}^e \\ k_{31}^e & k_{32}^e & k_{33}^e & k_{34}^e \\ k_{41}^e & k_{42}^e & k_{43}^e & k_{44}^e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_i(t) \\ \theta_i(t) \\ y_j(t) \\ \theta_j(t) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} F_i^e(t) \\ M_i^e(t) \\ F_j^e(t) \\ M_j^e(t) \end{pmatrix} - p_0 \begin{pmatrix} h_1^e(vt) \\ h_2^e(vt) \\ h_3^e(vt) \\ h_4^e(vt) \end{pmatrix} \quad (18)$$

Que, escrito de forma compacta, resulta:

$$\mathbf{M}^e \ddot{\mathbf{y}}^e(t) + \mathbf{K}^e \mathbf{y}^e(t) = \mathbf{f}^e(t) - p_0 \mathbf{h}^e(vt) \quad (19)$$

Ensamblando las Ecuaciones (19), la ecuación diferencial de movimiento del modelo de elementos finitos de la barra analizada es:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{K} \mathbf{y}(t) = -p_0 \mathbf{h}(vt) \quad (20)$$

Como se puede observar, el término de cargas es un vector de expresión polinómica de tercer grado para  $t \in [x_i^e/v, x_j^e/v]$ . Se asume que la carga ha pasado al siguiente elemento cuando  $t = x_j^e/v$ .

Para resolver la Ecuación (20) se requiere imponer condiciones de contorno. La restricción más común en el análisis de barras de varios vanos es la condición de simplemente apoyado, pero pueden darse otras opciones en la práctica, como extremos empotrados o vigas en voladizo. Tras la aplicación de las condiciones de contorno, las nuevas matrices reducidas de masa y rigidez definen el problema a resolver. Por simplicidad, no se han realizado cambios en la nomenclatura, aunque a

partir de este párrafo los símbolos hagan referencia a matrices reducidas y no a las completas.

### 4.3. Solución de las ecuaciones de movimiento

La Ecuación (20) es un sistema matricial de ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes y vector de cargas polinómico para cada intervalo temporal  $[x_i^e/v, x_j^e/v)$ . La posibilidad de hallar una solución cerrada se debe a la sencilla expresión analítica del polinomio, del cual se obtiene fácilmente una integral particular de la ecuación diferencial, modo a modo.

La solución de (20) puede efectuarse a través del cambio de base dado por el problema de autovalores generalizados definido por

$$(-\omega^2 \mathbf{M} + \mathbf{K})\mathbf{y}(t) = 0 \Rightarrow |\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}| = 0, \quad (21)$$

siendo  $\omega$  el autovalor generalizado.

Tomando  $\mathbf{q}(t)$  como el vector de amplitudes modales dependiente del tiempo, relacionado con  $\mathbf{y}(t)$  a través de la matriz  $\mathbf{C}$  como sigue:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{q}(t) \quad (22)$$

Cada columna de  $\mathbf{C}$  se corresponde con un autovector generalizado. Premultiplicando la Ecuación (20) por  $\mathbf{C}^T$  y haciendo el cambio de variable de la Ecuación (22) se tiene:

$$\mathbf{C}^T \mathbf{M} \mathbf{C} \ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C}^T \mathbf{K} \mathbf{C} \mathbf{q}(t) = -p_0 \mathbf{C}^T \mathbf{h}(vt) \quad (23)$$

Como consecuencia de la propiedad de ortogonalidad de los modos, las matrices de masa y rigidez pasan a ser diagonales, teniéndose:

$$\mathbf{M}_D \ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}_D \mathbf{q}(t) = -p_0 \mathbf{C}^T \mathbf{h}(vt) \quad (24)$$

A continuación, se resuelve el problema para una carga unitaria ( $p_0 = 1$ ). Se admite un comportamiento lineal del sistema, por lo que la solución para otro valor de carga puede obtenerse multiplicando la solución unitaria por el nuevo valor de  $p_0$ . Premultiplicando la Ecuación (24) por la inversa de la matriz diagonal:

$$\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{M}_D^{-1} \mathbf{K}_D \mathbf{q}(t) = \mathbf{G} \mathbf{h}(vt) \quad (25)$$

Además, se ha tomado:

$$\mathbf{G} = -\mathbf{M}_D^{-1} \mathbf{C}^T. \quad (26)$$

Exceptuando los intervalos de tiempo donde la carga se aplica a elementos con grados de libertad restringidos, los términos del vector  $\mathbf{h}(vt)$  de la Ecuación (25) son nulos salvo en cuatro filas. Estas son las filas correspondientes a los grados de libertad correspondientes a los nodos  $i, j$  del elemento  $e$  donde se encuentra la carga aplicada. Con ello, la ecuación diferencial para el modo número  $n$  se puede expresar:

$$\ddot{q}_n(t) + \omega_n^2 q_n(t) = \sum_{m=1}^4 G_{nm}^4 h_m^e(vt), \quad (27)$$

donde  $\omega_n$  es la frecuencia del modo  $n$ ,  $G_{nm}^e$  representa los coeficientes de la fila número  $n$  de la matriz  $\mathbf{G}$  correspondiente al elemento  $e$ , y la función hermítica ( $h_m^e$ ) número  $m$  del elemento.

En caso de existir condiciones de contorno que eliminen cierto grado de libertad en el vector de cargas, se da un valor de cero al coeficiente  $G_{nm}^e$  que le corresponde.

Añadiendo en este punto los efectos del amortiguamiento a través del coeficiente de amortiguamiento modal, obtenido generalmente de ensayos experimentales en estructuras reales, la Ecuación (27) queda:

$$\ddot{q}_n(t) + 2\zeta_n \omega_n \dot{q}_n(t) + \omega_n^2 q_n(t) = \sum_{m=1}^4 G_{nm}^4 h_m^e(vt), \quad (28)$$

La solución de la Ecuación (28) puede obtenerse de forma cerrada, pero la expresión analítica debe definirse por partes para cada intervalo  $[x_i^e/v, x_j^e/v)$ . Cada vez que la carga pasa de un elemento al siguiente, la expresión cerrada de la solución se redefine.

Considerando que la carga se encuentra circulando a través del elemento  $e$ , y siendo los nodos inicial y final  $i$  y  $j$  respectivamente, se debe introducir un cambio en el origen de la variable temporal para la resolución de la Ecuación (28). Con ello, se

define  $\tau$  como el tiempo relativo al instante en que la carga se encuentra sobre el nodo  $i$  de inicio del elemento ( $\tau = t - x_i^e/v$ ). De este modo, las condiciones iniciales para  $\tau \in [0, l^e/v]$ :

$$q_n(\tau = 0) = q_n^0, \quad \dot{q}_n(\tau = 0) = \dot{q}_n^0 \quad (29)$$

La solución puede entonces obtenerse como suma de la solución homogénea más la solución particular:

$$q_n(\tau) = q_n^h(\tau) + q_n^p(\tau) \quad (30)$$

Las expresiones matemáticas para estas soluciones son, en el caso de la homogénea:

$$q_n^h(\tau) = e^{-\zeta_n \omega_n \tau} \left( A_n \cos(\omega_n^d \tau) + B_n \text{sen}(\omega_n^d \tau) \right) \quad (31)$$

con

$$\omega_n^d = \sqrt{1 - (\zeta_n)^2} \quad (32)$$

Mientras que, la solución particular:

$$q_n^p(\tau) = \alpha_n^{(0)} + \alpha_n^{(1)} v\tau + \alpha_n^{(2)} (v\tau)^2 + \alpha_n^{(3)} (v\tau)^3 \quad (33)$$

Los coeficientes  $\alpha_n^{(0)}, \alpha_n^{(1)}, \alpha_n^{(2)}, \alpha_n^{(3)}$  se obtienen de las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} \alpha_n^{(0)} &= v^3 \alpha_n^{(01)} + v^2 \alpha_n^{(02)} + v \alpha_n^{(03)} + \alpha_n^{(04)} \\ \alpha_n^{(1)} &= v^2 \alpha_n^{(11)} + v \alpha_n^{(12)} + \alpha_n^{(13)} \\ \alpha_n^{(2)} &= v \alpha_n^{(21)} + \alpha_n^{(22)} \\ \alpha_n^{(3)} &= \alpha_n^{(31)} \end{aligned} \quad (34)$$

Por su parte:

$$\begin{aligned} \alpha_n^{(01)} &= -\frac{24\zeta_n(2(\zeta_n)^2 - 1)(2G_{n1}^e - 2G_{n3}^e + (G_{n2}^e + G_{n4}^e)l^e)}{(l^e)^3(\omega_n)^5} \\ \alpha_n^{(02)} &= -\frac{2(4(\zeta_n)^2 - 1)(3G_{n1}^e - 3G_{n3}^e + 2(G_{n2}^e + G_{n4}^e)l^e)}{(l^e)^2(\omega_n)^4} \\ \alpha_n^{(03)} &= -\frac{2G_{n2}^e \zeta_n}{(\omega_n)^3} \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned}
\alpha_n^{(04)} &= \frac{G_{n1}^e}{(\omega_n)^2} \\
\alpha_n^{(11)} &= \frac{6(4(\zeta_n)^2 - 1)(2G_{n1}^e - 2G_{n3}^e + (G_{n2}^e + G_{n4}^e)l^e)}{(l^e)^3(\omega_n)^4} \\
\alpha_n^{(12)} &= \frac{4\zeta_n(3G_{n1}^e - 3G_{n3}^e + (2G_{n2}^e + G_{n4}^e)l^e)}{(l^e)^2(\omega_n)^3} \\
\alpha_n^{(13)} &= \frac{G_{n2}^e}{(\omega_n)^2} \\
\alpha_n^{(21)} &= -\frac{6\zeta_n(2G_{n1}^e - 2G_{n3}^e + (G_{n2}^e + G_{n4}^e)l^e)}{(l^e)^3(\omega_n)^3} \\
\alpha_n^{(22)} &= -\frac{3G_{n1}^e - 3G_{n3}^e + (2G_{n2}^e + G_{n4}^e)l^e}{(l^e)^2(\omega_n)^2} \\
\alpha_n^{(31)} &= \frac{2G_{n1}^e - 2G_{n3}^e + (G_{n2}^e + G_{n4}^e)l^e}{(l^e)^3(\omega_n)^2}
\end{aligned}$$

Los coeficientes de la Ecuación (35) se calculan, almacenan e inicializan para cada elemento. Por su parte, para cada velocidad determinada, se introducen dichos coeficientes en la Ecuación (34), obteniéndose de este modo los parámetros necesarios para la aplicación de la Ecuación (33), y con ello la solución particular de la ecuación de movimiento.

Los coeficientes de la solución homogénea se extraen a partir de las condiciones iniciales como sigue:

$$\begin{aligned}
A_n &= q_n^0 - \alpha_n^0, \\
B_n &= \frac{\dot{q}_n^0 + \zeta_n \omega_n A_n - \alpha_n^{(1)} v}{\omega_n^d}
\end{aligned} \tag{36}$$

Por tanto, la solución cerrada completa está constituida por una serie de funciones analíticas, una por elemento. Para tiempo inicial ( $t = 0$ ), las condiciones que suelen imponerse son:

$$q_n(\tau = 0) = 0, \quad \dot{q}_n(\tau = 0) = 0 \tag{37}$$

Para los elementos siguientes, las condiciones iniciales del elemento contiguo provienen de los resultados finales del anterior:

$$\begin{aligned}
q_n(\tau)|_{\tau=0}^{e+1} &= q_n(\tau)|_{\tau=l^e/v}^e, \\
\dot{q}_n(\tau)|_{\tau=0}^{e+1} &= \dot{q}_n(\tau)|_{\tau=l^e/v}^e
\end{aligned} \tag{38}$$

Mientras la carga se encuentre circulando sobre la barra estudiada, la solución viene proporcionada por la adición de las soluciones particular y homogénea. Por su parte, una vez que la carga ha salido de la estructura, sólo se tiene la contribución de la solución homogénea a la respuesta total.

Cabe destacar que la Ecuación (38) exige la continuidad en el tiempo de la coordenada modal  $q_n(t)$  y de su derivada primera; por lo tanto, en virtud de la Ecuación (28) se tiene que la aceleración modal (derivada segunda) obtenida a través del procedimiento semianalítico también será continua.

La solución ante una serie de cargas concentradas, como es el caso del paso de ejes del tren, se puede obtener por superposición de las respuestas.

#### **4.4. Programación en Matlab**

Para la implementación en Matlab del procedimiento semianalítico, se ha partido de un código de Fortran desarrollado por la Universidad de Granada [7]. Éste realiza el cálculo semianalítico en placas de Kirchhoff, por lo que ha sido necesaria la adaptación completa de las variables a vigas Bernoulli-Euler, además de la adecuación del lenguaje de programación al nuevo software a emplear.

Para que su utilización resulte sencilla, tanto en el presente trabajo como en aplicaciones futuras, se ha almacenado como función de Matlab. De este modo, basta con la definición de la serie de datos requerida por la función y una llamada a ésta para la obtención de la respuesta dinámica de la estructura objeto de estudio, sin necesidad de realizar cambios en el interior del código. La función “semianalítico”, por tanto, funciona como una *caja negra* y debe ser cuidadosamente testada.

##### **4.4.1. Estructuras de entrada**

La información inicial se introduce en forma de tres bloques de estructuras de Matlab, lográndose así una mayor claridad a la hora de definir las variables necesarias para el cálculo. La primera estructura de “inputs” recoge los siguientes datos:



- **Longitud total del puente:** la longitud total de la viga, sin considerar la presencia de apoyos intermedios.
- **Velocidades:** el rango de velocidades de circulación del vehículo estudiado sobre la estructura.
- **Número de elementos finitos:** el número de elementos finitos distribuidos en la longitud total de la viga.
- **Vector de mallado:** según el caso de estudio, puede requerirse un mallado más fino en ciertas zonas del puente, haciendo que no todos los elementos sean del mismo tamaño. A través de este vector, se puede introducir de la forma deseada la posición de los nodos considerados sobre la directriz.
- **Matriz de conexión entre elementos y nodos asociados:** esta matriz relaciona la numeración de cada elemento finito con la de los nodos  $i$  y  $j$  globales asociados a dicho elemento.
- **Número de modos a postprocesar:** dependiendo del tamaño de los elementos finitos seleccionados, y con ello los grados de libertad considerados (dos por nodo), el número de modos de vibración puede ser muy elevado. Esto afecta notablemente a la velocidad de computación de resultados. Por ello, el número de modos de vibración a postprocesar se reducirá a aquellos cuya contribución sea predominante en la respuesta de la estructura. El valor mínimo de esta variable queda dispuesto por la normativa.
- **Grados de libertad a postprocesar:** al igual que ocurre con los modos, la consideración de todos los grados de libertad supone un gran coste computacional. Por ello, sólo se realizará el cálculo en aquellos que resulten críticos, es decir, donde la magnitud de la respuesta dinámica de la viga se espere más elevada. La variable de entrada es la numeración concreta de los grados de libertad cuyo resultado quiere obtenerse.

- **Número de pasos de tiempo muestreados:** el número de pasos de tiempo por periodo en que se muestrea la solución, tomando como referencia el periodo de oscilación del modo más alto.
- **Número de ciclos de oscilación libre:** una vez que las cargas han salido del puente, éste sigue oscilando en vibración libre. Con esta variable se define el número de ciclos en vibración libre que se consideran para el modo fundamental.

Se han mantenido, además, variables correspondientes a placas de Kirchhoff, para futuras adaptaciones del código a este tipo de modelos. En el caso de las placas, la discretización utilizada en el método semianalítico recoge una serie de líneas de apoyo [7] que pueden estar o no cargadas al paso de un vehículo sobre la estructura. Las variables que controlan este método son:

- **Número de líneas de carga activas:** número de líneas de la placa por las que circula la carga en el análisis considerado.
- **Retardo a la entrada de cada línea activa:** como puede observarse en la Figura 6, la placa puede presentar cierto esviaje. Ello implica un retardo en la entrada de la carga en la segunda línea respecto a la primera. Esta variable introduce la distancia medida en el eje  $x$  entre el comienzo de ambas líneas.
- **Número de elementos de cada línea activa:** cada línea de carga puede presentar un número diferente de elementos finitos en que se ha discretizado.
- **Porcentaje de carga de cada línea activa:** esta variable permite controlar el reparto de cargas del vehículo sobre las líneas activas consideradas.

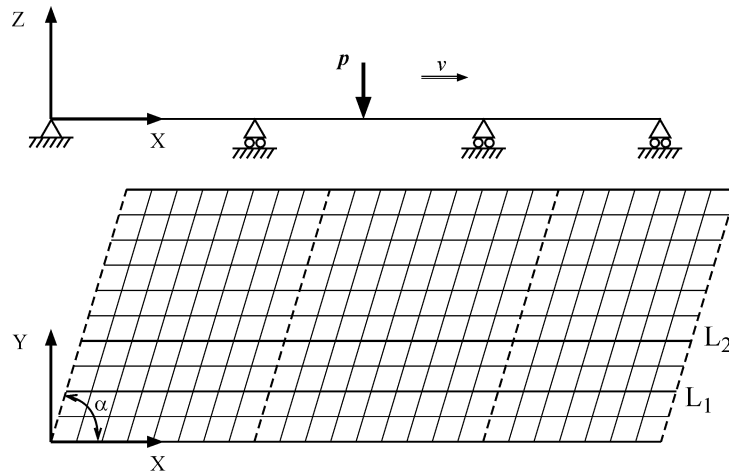


Figura 6. Método semianalítico para placas de Kirchhoff. Malla de elementos finitos, líneas de carga móvil.[7]

La segunda estructura de variables de entrada corresponde a los parámetros modales de la viga. Para llevar a cabo el cálculo de la respuesta dinámica a través del método semianalítico, se requiere la previa obtención de los modos de vibración y frecuencias naturales del puente ferroviario, así como definir una tasa de amortiguamiento modal. Para ello, se ha programado un código externo al descrito en este apartado, con el objetivo de calcular las propiedades dinámicas de la estructura estudiada. En caso de no disponer de información del amortiguamiento obtenida a través de ensayos experimentales, se ha dispuesto la opción de escoger el tipo de puente estudiado: vigas prefabricadas o de hormigón, pretensado, acero y mixto. Con ello, se aplica directamente la tasa de amortiguamiento recomendada por el EN1991-2 [9] para este tipo de estructuras, variable según la longitud de la viga.

La tercera y última estructura de entrada de datos corresponde a las variables relativas al vehículo que circula sobre la estructura. Para ello, es necesario conocer el número de cargas móviles totales que se considerarán en el cálculo y su valor, así como la distancia entre ellas. Es decir, el número de ejes del vehículo ferroviario, la carga asociada a cada uno y la distribución de éstos en el espacio. Cabe destacar que se trabajará con paquetes de vehículos denominados "modelos de carga", los cuales o bien pueden ser *normativos* (trenes definidos en códigos) o bien pueden representar *trenes reales* (vehículos como los Talgo, Siemens, etc.; o también trenes reales tipo que no existan en el mercado, pero se prevean en un posible futuro). Esto significa que, al

emplear cada modelo (o paquete) de vehículos, los cálculos se realizarán para varios trenes del mismo tipo, donde variarán el número de cargas, la distancia y el valor de éstas. Con ello, los resultados obtenidos se tratarán con el objetivo de extraer las respuestas máximas del puente ante el paso de un tipo de tren concreto, como se comentará en párrafos posteriores. Es por ello, que una de las variables de la estructura “trenes” es el número de vehículos, esto es, número de distribuciones de cargas concentradas móviles con las que realizar el cálculo semianalítico.

#### **4.4.2. Función “semianalítico”**

La función “semianalítico” es la caja negra de código Matlab primaria desarrollada en este Trabajo Fin de Máster.

En primer lugar, con el objetivo de reducir los pasos de computación a lo largo del cálculo, se ha definido un bucle para la obtención de frecuencias amortiguadas y variables auxiliares que serán necesarias en pasos posteriores.

A continuación, para el número de elementos finitos empleado y para cada modo, puesto que el modo considerado afecta directamente a la variable  $\mathbf{G}$ , se calculan los coeficientes de la Ecuación (35). Estos coeficientes dependen de los parámetros modales del puente, por lo que resultan ser constantes en el resto de cálculos que prosiguen. Se almacenarán en matrices de tres dimensiones: una matriz 2D por cada modo de vibración considerado, cuyas filas corresponderán a los coeficientes  $\alpha$  siendo un total de diez, mientras que las columnas irán asociadas al elemento finito correspondiente, dependiendo su número de la discretización espacial realizada.

El grueso del cálculo semianalítico se compone de una serie de bucles:

- El bucle más externo es el de trenes. Como se comentaba en el apartado anterior, se busca la respuesta máxima en la estructura al paso de un tipo de tren. Los modelos de trenes, como se decía anteriormente, están compuestos por cierto número de vehículos, donde el número de cargas,

su valor y su posición varían de uno a otro. Por ello, se realizará el cálculo tantas veces como trenes compongan ese modelo, para un posterior análisis de los resultados obtenidos.

- El siguiente bucle se corresponde con las velocidades de estudio. El rango de velocidades a las que puede circular un tren es amplio, y la respuesta dinámica de la estructura viene determinada, en cada caso, por el valor particular de la velocidad de avance. Por ello, se calculará la solución de la ecuación de movimiento tantas veces como velocidades se hayan dispuesto en la variable de entrada.
- El tercer bucle hace referencia al número de modos considerados, con el objetivo de obtener los coeficientes que dependen de la velocidad de las soluciones particular (Ecuación (34)) y homogénea (Ecuación (36)) para cada elemento finito. Una vez calculados, se van almacenando en seis matrices (una por cada coeficiente), cuyas filas son el número de elementos finitos en que se ha discretizado la estructura y las columnas el número de modos de vibración considerados. Con ello, se pueden obtener el desplazamiento y la velocidad al final de cada elemento, habiendo tomado como nulas las condiciones iniciales del primero, y quedando sólo la solución homogénea al salir del último elemento, puesto que pasa a ser vibración libre.
- Con esta información, comienza el bucle temporal, y dentro de éste el bucle de cargas. El objetivo es calcular la posición de cada carga según los incrementos temporales definidos en esta variable de entrada. Si la carga se encuentra en el interior del puente, se toman los coeficientes correspondientes y se obtiene la respuesta dinámica constituida por solución particular y homogénea para cada modo. Si, por el contrario, la carga ya ha salido del puente, sólo se considera la solución homogénea durante el periodo de vibración libre definido. La respuesta del puente ante un instante de tiempo de circulación del vehículo se obtiene por

superposición de los resultados obtenidos para cada carga de forma individual. Si la respuesta total de la estructura en un grado de libertad concreto del postproceso es superior a la del instante anterior, se almacena como nuevo máximo en ese grado de libertad.

Con todo ello, se obtienen tres conjuntos de matrices correspondientes a la respuesta de la estructura ante el caso estudiado. Estos conjuntos están compuestos por dos matrices por cada grado de libertad que se haya considerado crítico, y por ello se haya calculado la solución en dicha posición. La información almacenada es la siguiente:

- **Máximo desplazamiento positivo:** está compuesto por matrices cuyo número de filas es igual al número de trenes que compone el conjunto de trenes estudiado. Una primera matriz recoge velocidades por columnas, mientras que la segunda recoge el máximo desplazamiento (en sentido opuesto al de aplicación de la carga) asociado a dicho tren y dicha velocidad. Estas dos matrices se obtienen para cada grado de libertad estudiado.
- **Máximo desplazamiento negativo:** misma composición de matrices que en el desplazamiento positivo, pero esta vez con desplazamientos negativos, es decir, aquellos que se producen en el mismo sentido al de aplicación de las cargas concentradas.
- **Máxima aceleración:** en este caso, los resultados obtenidos se almacenan en valor absoluto, puesto que la oscilación supone aceleraciones tanto positivas como negativas. La composición de las matrices es la misma que las anteriores, estando recogidos los valores de aceleraciones máximas en la segunda matriz asociada a cada grado de libertad.

#### **4.4.3. Estructura de salida**

Aunque las matrices obtenidas en el apartado anterior contienen la información requerida (máxima respuesta en determinadas ubicaciones al paso de cada tren individualmente), se realiza un tratamiento de los datos previo al almacenamiento para que el análisis posterior sea más sencillo y permita extraer conclusiones de forma directa.

Por ello, se tratarán las soluciones para que se almacenen de forma acumulada, limitando la información recogida al grado de libertad donde se ha producido el máximo al paso de cada tren por la estructura.

Al presentar picos de resonancia a ciertas velocidades de circulación, las aceleraciones verticales alcanzadas pueden ser muy diferentes en una diferencia de pocos kilómetros por hora (Figura 7). Si el pico se produce a mayor velocidad que la limitada por condiciones de tren y vía, este hecho no conlleva consecuencia alguna. En cambio, si existe un pico de aceleración elevada a velocidades inferiores a las establecidas en ese tramo, puede suponer riesgos. Ello se debe a que, por condiciones excepcionales, puede que el vehículo deba circular a una velocidad menor a la de diseño, lo que produciría aceleraciones no contempladas en el rango estudiado. Por ello, se ha realizado un almacenamiento de las aceleraciones de forma acumulada (Figura 8). Si el valor de la aceleración vertical a la velocidad inmediatamente inferior a la analizada es superior al obtenido a esa nueva velocidad, se mantiene el valor de aceleración máxima previo, pues el que resulta determinante para la verificación de estados límite. Además, para cada tren y velocidad, se recoge solo la aceleración del grado de libertad donde se alcanza la máxima, quedando registrado dicho grado de libertad.

Toda esta información se almacena en una nueva variable: se dispone una matriz por cada tren perteneciente al conjunto de trenes estudiado. Cada matriz cuenta con tantas filas como velocidades consideradas, recogándose en la primera columna el valor de estas velocidades, mientras que la segunda y tercera columna

recogen la aceleración máxima acumulada, y el grado de libertad donde se produce al paso de dicho tren, respectivamente.

Por otro lado, es de interés disponer de estos datos a nivel del conjunto de trenes completo (*Envolvente* en Figura 8). Por ello, se ha creado una nueva variable compuesta por una sola matriz (Figura 9), que sólo presente la aceleración máxima a cierta velocidad entre los trenes estudiados, almacenando en una nueva columna el tren en que se ha producido.

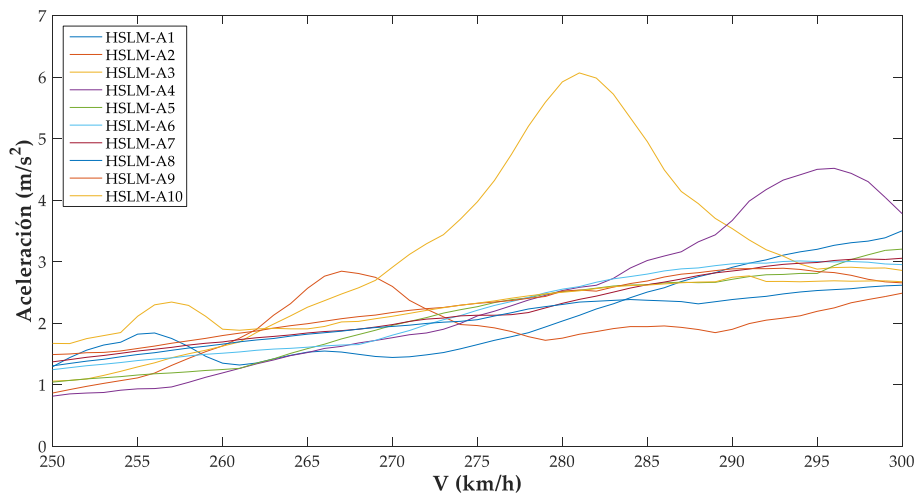


Figura 7. Aceleración máxima para trenes HSLM-A en un rango de velocidades 250-300 km/h para un puente de 20m con parámetros modales definidos por el EN1991-2.

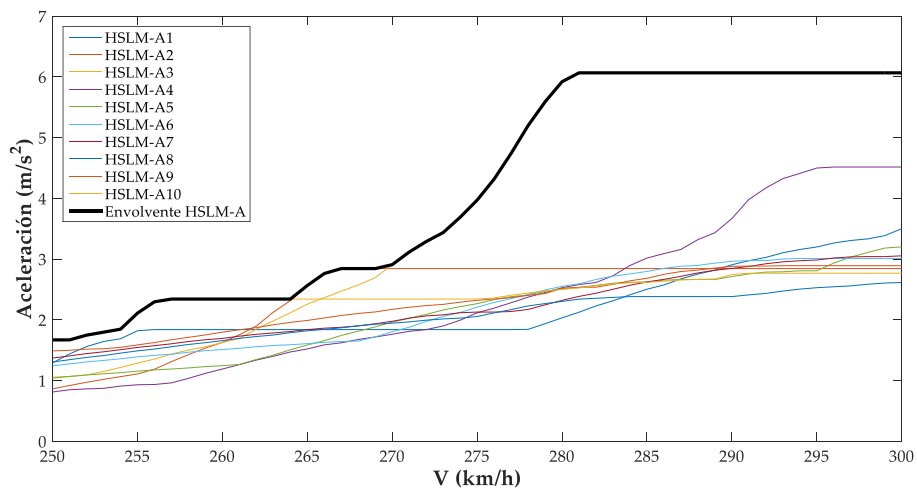


Figura 8. Aceleración máxima acumulada para trenes HSLM-A en un rango de velocidades 250-300 km/h para un puente de 20m con parámetros modales definidos por el EN1991-2.



262.0000	2.3431	63.0000	10.0000
263.0000	2.3431	63.0000	10.0000
264.0000	2.3431	63.0000	10.0000
265.0000	2.5663	19.0000	2.0000
266.0000	2.7636	19.0000	2.0000
267.0000	2.8449	19.0000	2.0000
268.0000	2.8449	19.0000	2.0000
269.0000	2.8449	19.0000	2.0000
270.0000	2.9094	19.0000	3.0000
271.0000	3.1173	19.0000	3.0000
272.0000	3.2900	19.0000	3.0000

Figura 9. Ejemplo de matriz de respuesta máxima acumulada en aceleración. Columnas: velocidades (km/h), aceleración máxima (m/s<sup>2</sup>), grado de libertad, tren.

Este tratamiento de los resultados para mostrarlos de forma acumulada se realiza también en términos de desplazamientos tanto positivos como negativos.

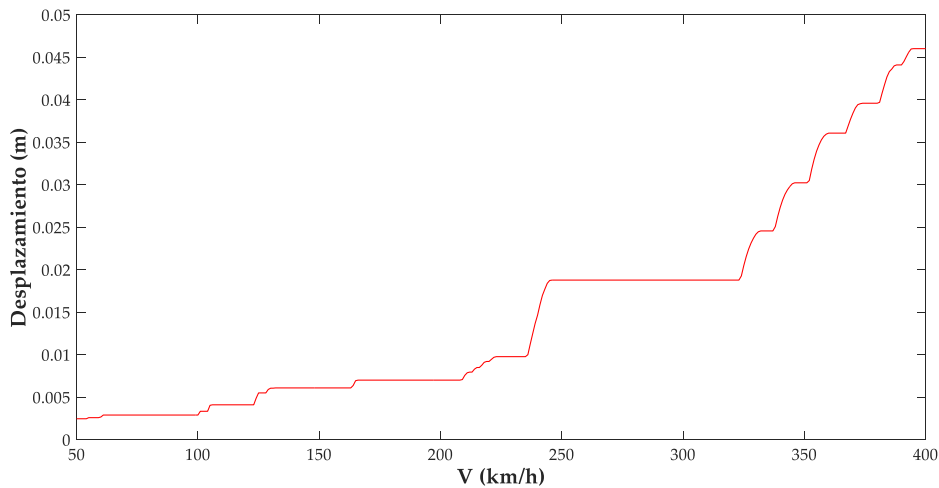


Figura 10. Desplazamiento máximo acumulado para trenes T203 en un rango de velocidades 50-400 km/h para un puente de 20m con parámetros modales definidos por el EN1991-2.

En el capítulo siguiente, se verificará la correcta implementación en Matlab del método semianalítico mediante la comparación de los resultados obtenidos empleando la función expuesta en este capítulo, frente a los calculados haciendo uso de la integral de Duhamel.

## 5. Validación de la solución semianalítica

Una vez implementado el método semianalítico para el cálculo de la respuesta dinámica en vigas Bernoulli- Euler como función de Matlab, es necesario realizar una serie de comprobaciones para garantizar su validez.

Para ello, en este capítulo se compararán los resultados obtenidos al aplicar el código semianalítico con la solución hallada a través de un cálculo analítico aplicando la integral de Duhamel en distintos casos de estudio. El cálculo con Duhamel emplea formas modales exactas (solución analítica), y procesa la integración temporal por convolución mediante una discretización en el tiempo muy refinada.

### 5.1. Verificaciones con series de cargas concentradas

Para una primera verificación, se han creado dos series de cargas concentradas "Test 1" y "Test 2" simulando vehículos ferroviarios. La primera consta de cuatro cargas a una distancia determinada (Tabla 3), mientras que la segunda repite esa misma secuencia de cargas a mil metros de la primera (Tabla 4). Respecto a la estructura estudiada, se ha considerado una viga de dos vanos de 20 metros de luz simplemente apoyada. La masa lineal se ha tomado de 15000 kg/m y el módulo de elasticidad de 36 GPa. Por último, se ha definido el segundo momento de área de modo que la frecuencia fundamental sea de 5 Hz y se ha admitido un amortiguamiento modal del 1%.

La discretización espacial se ha realizado en 20 elementos finitos de igual longitud, siendo con ello de 1 metro cada uno. Por su parte, se han considerado los 4 primeros modos para la obtención de la respuesta, con 20 pasos de muestreo en el periodo de oscilación del modo más alto.

Tabla 3. Distancia y valor de cargas Test 1 para validación de código semianalítico.

Distancia al origen de cargas (m)	Valor de la carga concentrada (kN)
0	170

11	170
25	260
50	50

Tabla 4. Distancia y valor de cargas Test 2 para validación de código semianalítico.

Distancia al origen de cargas (m)	Valor de la carga concentrada (kN)
0	170
11	170
25	260
50	50
1000	170
1011	170
1025	260
1050	50

En la Figura 11, se representa la respuesta en términos de aceleración vertical en el dominio del tiempo de la estructura planteada. Tomando una velocidad de circulación de 100 km/h para la serie de cargas distribuidas “Test 1”, se han trazado los resultados obtenidos en el grado de libertad ubicado al 10% de la luz del primer apoyo, donde se espera que la influencia de los diferentes modos sea relevante al estar alejado de nodos de vibración. Como puede apreciarse, las gráficas obtenidas del cálculo a través de ambos métodos, pese a su notable irregularidad, solapan totalmente en el intervalo temporal considerado.

Para una nueva evaluación de la función semianalítico ante una velocidad de paso determinada, se ha realizado un nuevo cálculo bajo la actuación de las cargas “Test 2”. La Figura 12 muestra la aceleración frente al tiempo en estas condiciones de sollicitación. En ella puede apreciarse cómo quedan bien reflejadas las dos zonas de oscilaciones en la viga con una zona libre de ellas en el centro, al encontrarse las cargas distanciadas. Por otra parte, la Figura 13 muestra el mismo cálculo, en términos de desplazamientos. Esta gráfica se encuentra ampliada al intervalo de tiempo en que el

puede se encuentra solicitado por la segunda serie de cargas. En todos los casos las gráficas producto de los cálculos analítico y semianalítico son coincidentes.

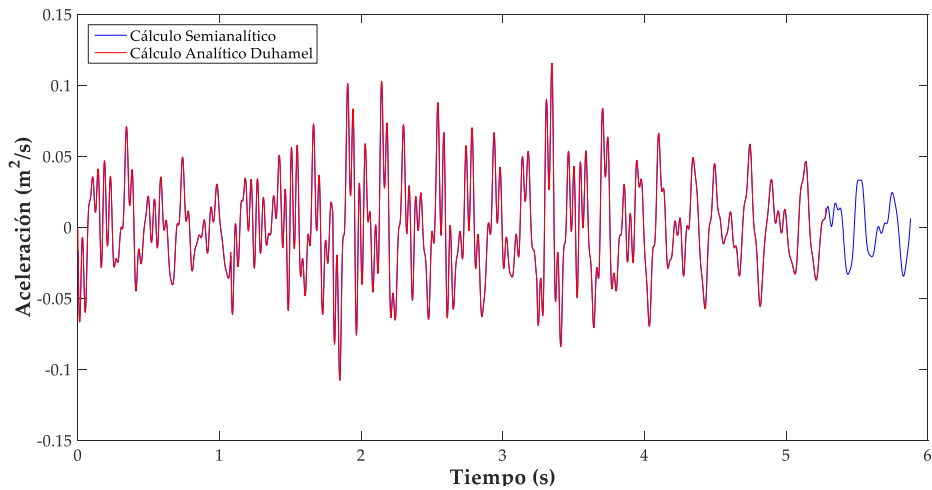


Figura 11. Validación del cálculo (Tiempo-Aceleración): Puente de dos vanos de 20 metros de luz. GDL representado: 10% luz del primer vano. Tren: Test 1.

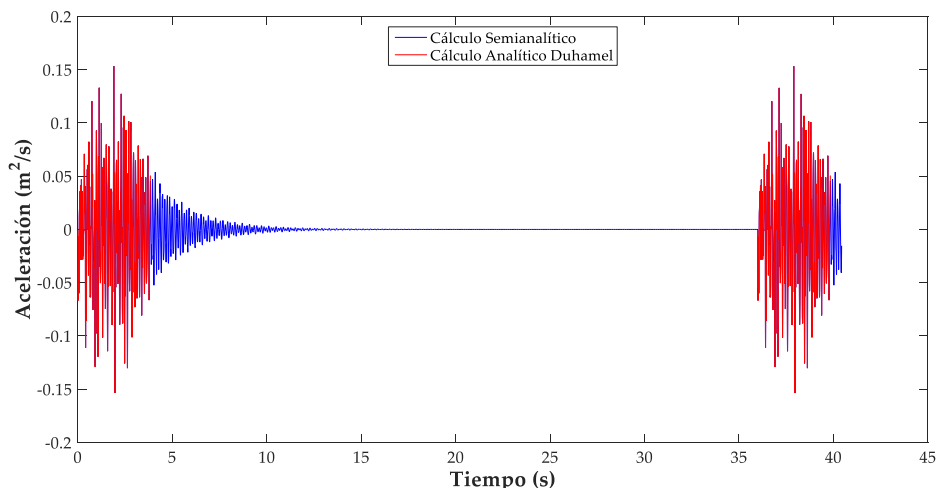


Figura 12. Validación del cálculo (Tiempo-Aceleración): Puente de dos vanos de 20 metros de luz. GDL representado: 10% luz del primer vano. Tren: Test 2.

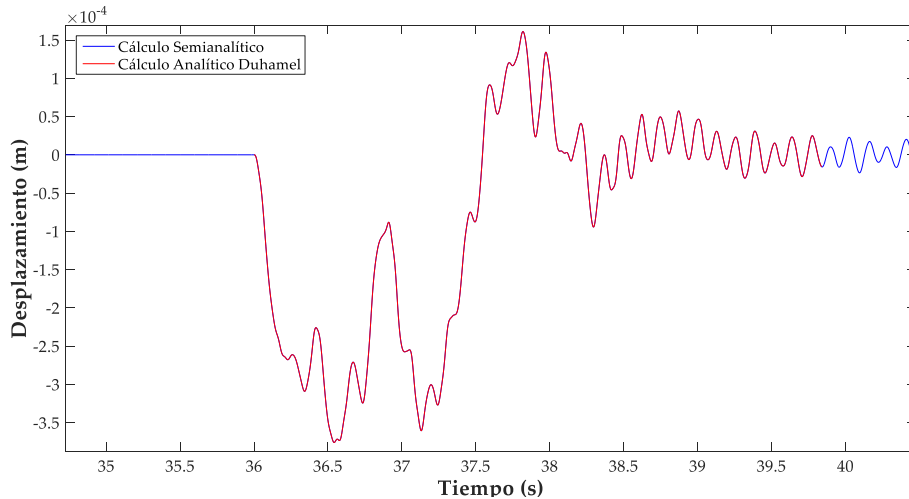


Figura 13. Validación del cálculo (Velocidad-Desplazamiento): Puente de dos vanos de 20 metros de luz. GDL representado: 10% luz del primer vano. Tren: Test 2.

## 5.2. Verificaciones con modelo de cargas HSLM-A

Tras estas primeras y exitosas verificaciones, se ha pasado a la consideración del modelo de cargas normativo HSLM-A dispuesto en el EN1991-2 [9] como serie de vehículos que atraviesan la estructura. La distribución de cargas en este caso es la siguiente:

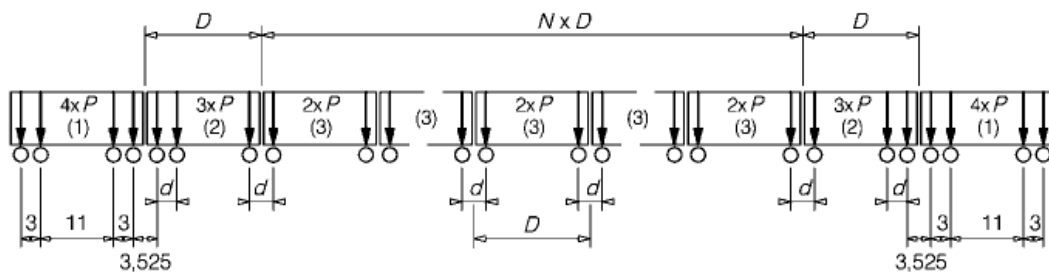


Figura 14. Modelo de cargas normativo HSLM-A [9]

Tabla 5. Modelo de carga normativo HSLM-A

Tren Universal	Número de coches intermedios N	Longitud del coche D (m)	Separación entre ejes del bogie d (m)	Carga puntual P (kN)
A1	18	18	2.0	170
A2	17	19	3.5	200
A3	16	20	2.0	180

A4	15	21	3.0	190
A5	14	22	2.0	170
A6	13	23	2.0	180
A7	13	24	2.0	190
A8	12	25	2.5	190
A9	11	26	2.0	210
A10	11	27	2.0	210

Tomando las mismas características de la viga que en validaciones anteriores, en este caso se ha evaluado la respuesta en un rango de velocidades de 100 a 350 km/h. De este modo, las gráficas obtenidas reflejan los valores máximos que se producen en cierto grado de libertad ante el paso de un tren a cada velocidad considerada.

La Figura 15 muestra, de forma ampliada, un pico en la aceleración producida por el tren A1 a 2 metros del apoyo final al atravesar la viga. Aunque no sean totalmente coincidentes al tratarse de métodos diferentes de cálculo, se puede apreciar cómo ambas soluciones son muy parecidas. Las diferencias provienen del mayor refinamiento en el tiempo empleado en la integral de Duhamel, que habitualmente capturará de forma más precisa los máximos de los registros temporales a partir de los cuales se obtiene la envolvente en velocidad mostrada en esta figura.

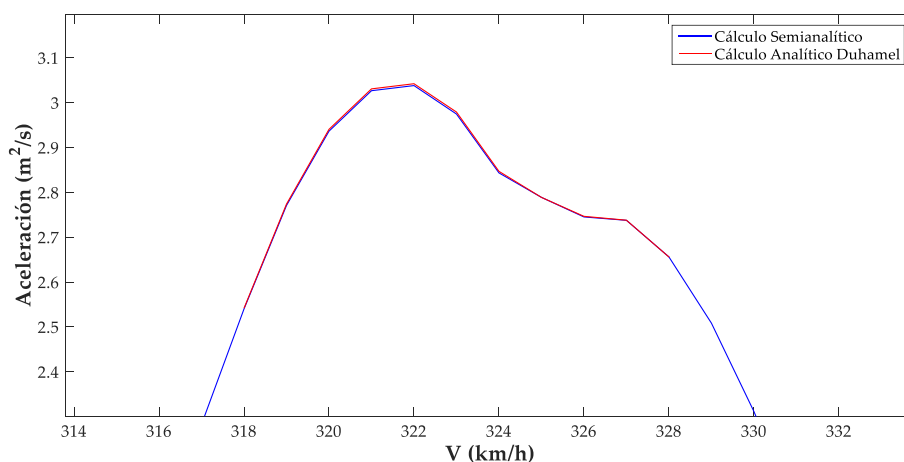


Figura 15. Validación del cálculo (Velocidad-Aceleración): Puente de dos vanos de 20 metros de luz. GDL representado: 90% luz del segundo vano. Tren: HSLM-A1.

En el mismo grado de libertad y con la misma sollicitación de cargas, la Figura 16 muestra una comparación también ampliada en términos de desplazamientos. Puede verse una vez más como las respuestas obtenidas son virtualmente idénticas.

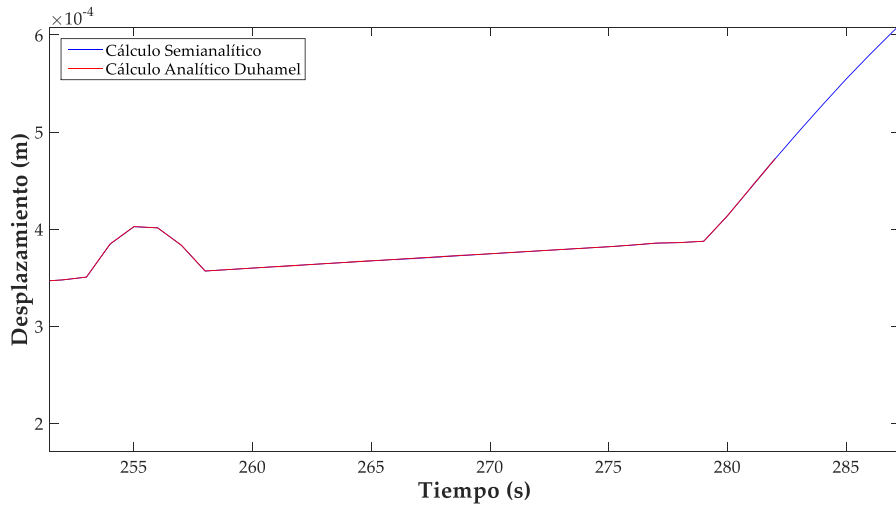


Figura 16. Validación del cálculo (Tiempo-Desplazamiento): Puente de dos vanos de 20 metros de luz. GDL representado: 90% luz del segundo vano. Tren: HSLM-A1.

Como últimas validaciones, se han realizado los cálculos ante el paso de los trenes HSLM-A9 y HSLM-A10, recogiendo las soluciones en dos grados de libertad diferentes. En todas ellas se produce el solapamiento de ambas gráficas, corroborando así definitivamente la validez del código.

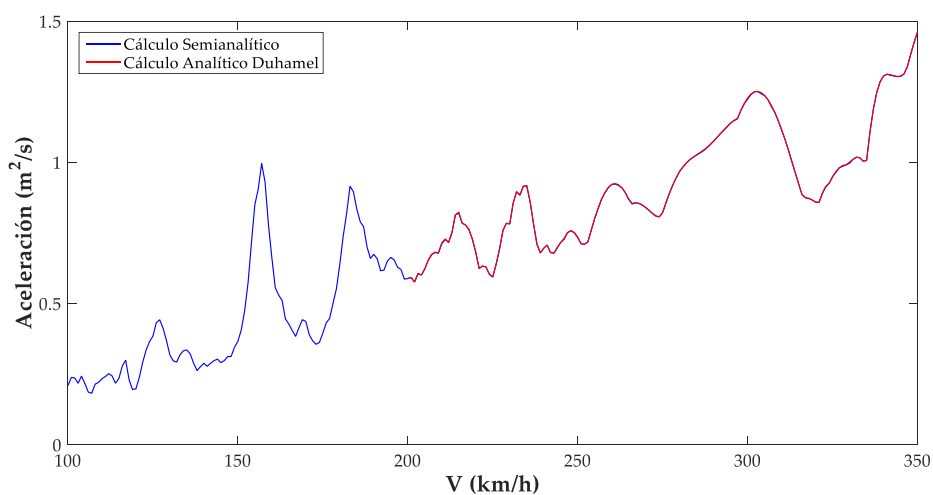


Figura 17. Validación del cálculo (Velocidad-Aceleración): Puente de dos vanos de 20 metros de luz. GDL representado: 90% luz del segundo vano. Tren: HSLM-A9.

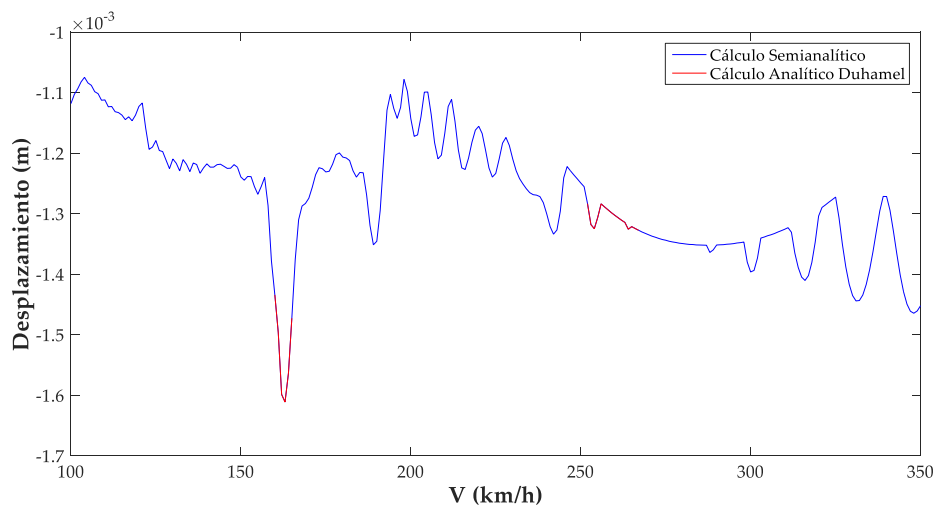


Figura 18. Validación del cálculo (Velocidad-Desplazamiento): Puente de dos vanos de 20 metros de luz. GDL representado: 10% luz del primer vano. Tren: HSLM-A10.



## 6. Rutinas programadas en Matlab para el análisis de sensibilidad y representación gráfica de resultados

---

Este proyecto centra su enfoque en el análisis de la respuesta dinámica de puentes de dos vanos idénticos, gobernada por dos modos de vibración predominantes. Por ello, es de interés la realización de un estudio exhaustivo de la sensibilidad de dicha respuesta ante diversidad de longitudes de vanos, velocidades de circulación y su comparación ante el paso de distintos tipos de tren.

En este capítulo se realizará el cálculo semianalítico en amplios rangos de luces de vano, de 10 a 40 metros, y velocidades, de 50 a 400 km/h. Los trenes reales a considerar para la evaluación de la estructura serán de tipo articulado y convencional, así como el modelo de carga HSLM-A del EN1991-2 [9].

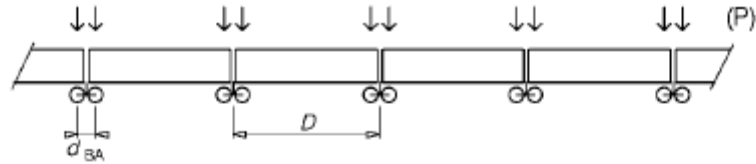
### 6.1. Trenes reales y normativos empleados en el análisis

El efecto de resonancia para un puente determinado no crece a medida que aumenta la velocidad de paso de un vehículo, sino que se produce para ciertas velocidades críticas. Además, la secuencia de cargas y el valor de éstas, definidos por el tipo de tren real que circule, influencia notablemente la magnitud de estos picos y las velocidades en que se dan.

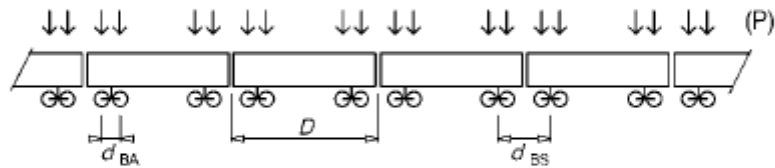
Los trenes reales de alta velocidad pueden catalogarse en tres tipos [12]:

- **Trenes articulados:** disponen de un bogie de dos ejes compartido entre dos coches, centrado en la articulación entre ambos. De este tipo son los trenes THALYS, AVE y EUROSTAR.
- **Trenes convencionales:** cada coche de pasajeros presenta dos bogies, teniendo a su vez dos ejes cada uno. De este tipo son los trenes Europeos ICE2, ETR-Y, VIRGIN.

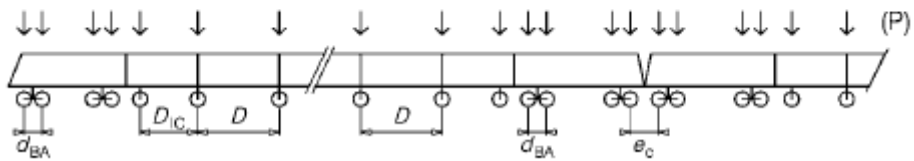
- **Trenes regulares:** los trenes de pasajeros están sustentados por su unión articulada, ubicándose el apoyo en un eje único entre cada dos coches, sin bogie. El TALGO AV pertenece a este tipo de trenes.



**Figura E.1 - Tren articulado**



**Figura E.2 - Tren convencional**



**Figura E.3 - Tren regular**

*Figura 19. Tipos de trenes reales (EN1991-2) [9]*

Por ello, para un estudio más completo de la tipología estructural analizada, se han tomado dos conjuntos de trenes reales, T114 y T203, que se describen a continuación. Además, se ha realizado el mismo cálculo con el modelo de carga HSLM-A (Tabla 5).

El modelo T114, compuesto por 800 trenes convencionales de hasta 76 cargas concentradas, se deriva del Anexo E del EN1991-2. Se trata de convoyes con locomotoras de cabeza y de cola, con patrones de distancias en dichas locomotoras idénticos a las del modelo HSLM-A. La longitud de las cajas se varía progresivamente entre 17 m y 31 m, y el empate del bogie entre 2.5 y 3.5 metros. El resto de condiciones vienen determinadas por el mencionado Anexo E, donde se estipula, entre otras

cuestiones, que la longitud total del tren no supere 400 m, la carga por eje sea inferior a 170 kN, y el peso total no exceda de 1000 toneladas. En cuanto al empuje entre bogies de coches consecutivos, sus valores se varían entre el 26% y el 33% de la longitud de la caja, lo cual representa un rango realista similar al de vehículos existentes.

De manera análoga, el modelo T203 está formado por 319 trenes articulados de hasta 52 cargas puntuales cada uno. Sus características son en todo idénticas a las del modelo T114, excepto por el hecho de que no es necesario discretizar el empuje entre bogies al tratarse de composiciones articuladas, las cuales comparten un bogie entre coches consecutivos.

En definitiva, tanto el T114 como el T203 cumplen con el Anexo E del EN1991-2 y, barriendo rangos realistas de sus cargas y distancias entre ejes, constituyen una buena representación de posibles trenes convencionales y articulados, muestra del tráfico existente y futuro para líneas de alta velocidad.

## 6.2. Características de los puentes analizados

La definición de las características geométricas y dinámicas de cada puente considerado se ha llevado a cabo del siguiente modo:

- **Frecuencia fundamental:** Figura 6.10 del EN1991-2 “Límites de la frecuencia natural del puente  $n_0$  (Hz) en función de la luz del vano  $L$  (m)”. Ésta va variando según la longitud de vano de cálculo.
- **Masa lineal:** la estimación de esta variable proviene de la siguiente Ecuación [6]:

$$m_{lin} = 400L + 4900 \text{ (kg/m)} \quad (39)$$

- **Segundo momento de área:** se calcula a partir de la frecuencia natural con la siguiente Ecuación:

$$I = \frac{1}{4} \left( n_0 \cdot \frac{L^2}{\pi} \right)^2 \cdot \frac{m_{lin}}{E} \quad (40)$$

Esta relación proporciona la frecuencia fundamental exacta para puentes de dos vanos. Por lo que, empleando la frecuencia obtenida del EC-1 se obtiene el segundo momento de área.

- **Módulo de elasticidad:** se ha admitido 36 GPa para el hormigón.

Respecto al rango de longitudes de vano seleccionado, se han tomado entre 10 y 40 metros cada 25 centímetros, haciendo un total de 121 casos de estudio. Por su parte, las velocidades consideradas se han situado entre 50 y 400 km/h, siendo en total 351 al ir ascendiendo de 1 en 1. A modo de ejemplo, para el modelo de trenes reales T114, el número de historias temporales que se resuelven es de  $800 \times 121 \times 351 = 33,976,800$ . Como es lógico, esto implica un considerable coste computacional.

### **6.3. Rutinas Matlab implementadas para el análisis de sensibilidad**

Todo ello se ha implementado en un código externo al semianalítico a través de dos bucles (sobre el número de vanos y de velocidades) y un cálculo en paralelo debido al mencionado coste computacional. Los Inputs y Outputs relativos a cada longitud de vano se van almacenando en distintas variables para un posterior tratamiento y representación gráfica de las soluciones. La respuesta se almacena para cada vano independientemente, evitando así que se pierda la información si el servidor de cálculo detiene la ejecución inesperadamente.

Las respuestas dinámicas obtenidas se almacenan de forma acumulada, puesto que, como se comentó en apartados anteriores, la existencia de un pico de resonancia a velocidades inferiores a la de circulación en condiciones normales puede ocasionar riesgos en caso de no tenerse en cuenta la posible presencia de aceleraciones superiores a los límites establecidos.

Las tres figuras expuestas a continuación hacen referencia a las aceleraciones máximas acumuladas para los tres conjuntos de trenes estudiados. En ellas, se ha realizado una limitación inferior de  $3.5 \text{ m/s}^2$  en aceleraciones, puesto que es el límite

admitido como máximo antes de que magnitud de la vibración sea precisa de considerar por sus efectos dinámicos sobre la estructura [9].

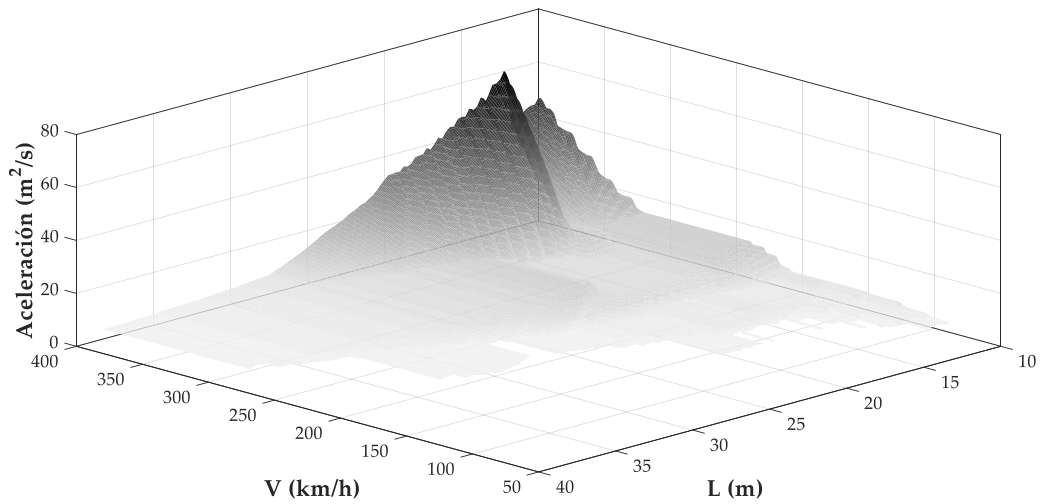


Figura 20. Aceleraciones máximas acumuladas para T114

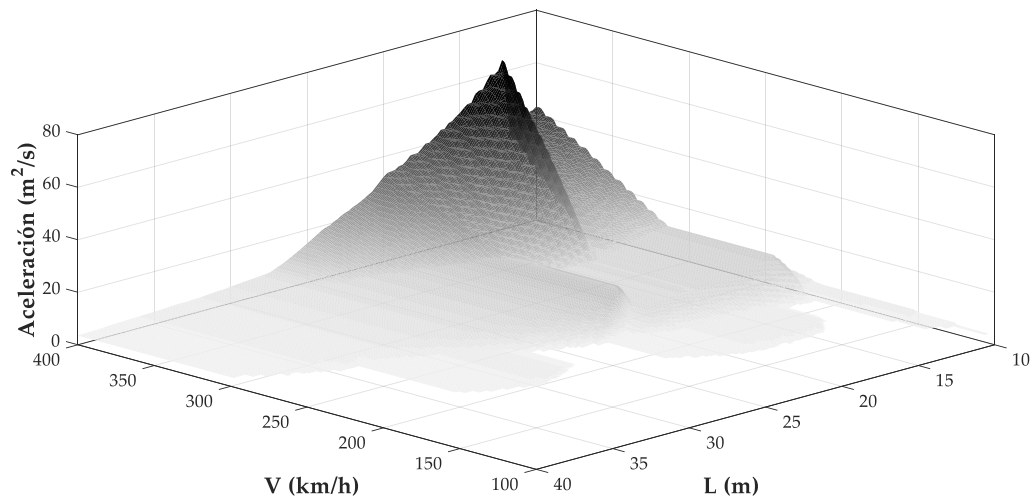


Figura 21. Aceleraciones máximas acumuladas para T203

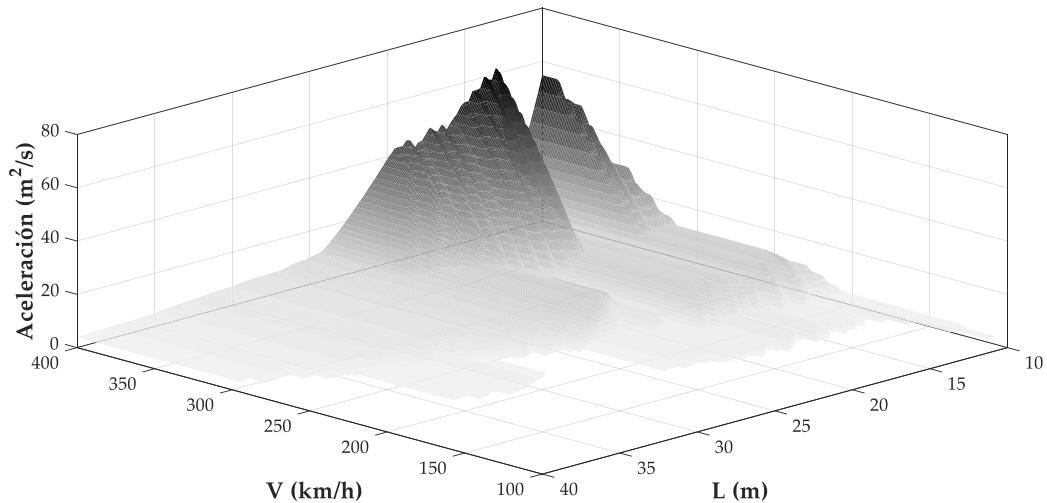


Figura 22. Aceleraciones máximas acumuladas para HSLM-A

En todas ellas se aprecia un máximo a una longitud de vano de 12.25 metros, que va decayendo progresivamente a medida que aumenta esta distancia entre apoyos. Puede observarse, además, el incremento de aceleraciones conforme aumenta la velocidad de paso del vehículo en la mayoría de los casos. No obstante, a longitudes de vano a partir de 28 metros, se reduce considerablemente la magnitud de la respuesta y la influencia de la velocidad en ella. Cabe destacar que, a velocidades comunes en alta velocidad, como 250 km/h, en la práctica totalidad de luces de vano se alcanzan aceleraciones verticales de 14 m/s<sup>2</sup>, cuadruplicando el límite de 3.5 m/s<sup>2</sup>. Esto es debido a la baja frecuencia y masa de los puentes elegidos para el estudio, pero no implica pérdida de generalidad a efectos de la comparación de modelos de carga entre sí, que es el objeto principal de los dos siguientes capítulos. A su vez, en el capítulo noveno se presentará la aplicación a un caso práctico con valores de frecuencia y masa lineal realistas, en el que se observará que las magnitudes de las aceleraciones obtenidas son mucho más contenidas.

En caso de no haber considerado las aceleraciones acumuladas, sino sólo dependientes de la propia velocidad de circulación, puede suceder lo mostrado en la Figura 23. Para una longitud de vano de 25 metros, y una velocidad de circulación de 300 km/h, se tienen aceleraciones de 4.4 m/s<sup>2</sup>. En cambio, en el mismo puente a una

velocidad de 265 km/h, se alcanzan aceleraciones de  $9.1 \text{ m/s}^2$ , duplicando la respuesta medida.

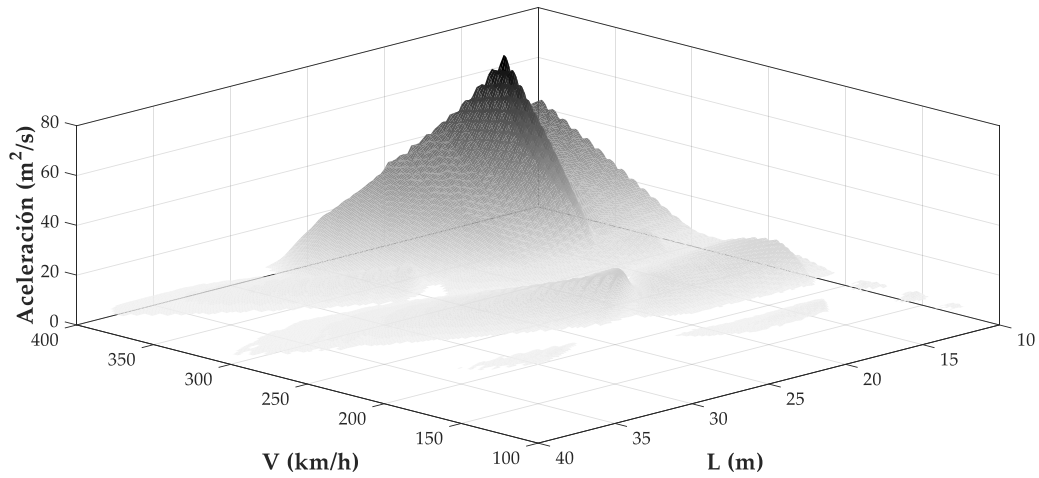


Figura 23. Aceleraciones máximas sin acumular para T203

En las gráficas expuestas a continuación se presentan los desplazamientos acumulados positivos y negativos para el conjunto de trenes T114. Se han invertido los ejes de velocidades y luces de vano para una mejor visualización de los valores máximos. En ellas se puede apreciar cómo se alcanzan resultados de mayor magnitud para rangos de vanos entre 12 y 25 metros, reduciéndose la flecha máxima a medida que aumenta la longitud de las luces.

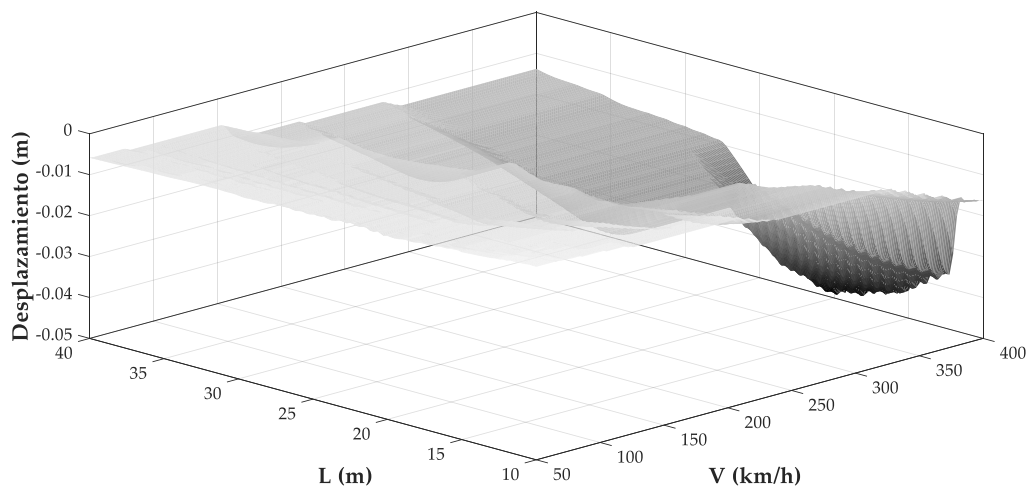


Figura 24. Desplazamientos negativos máximos acumulados para T114

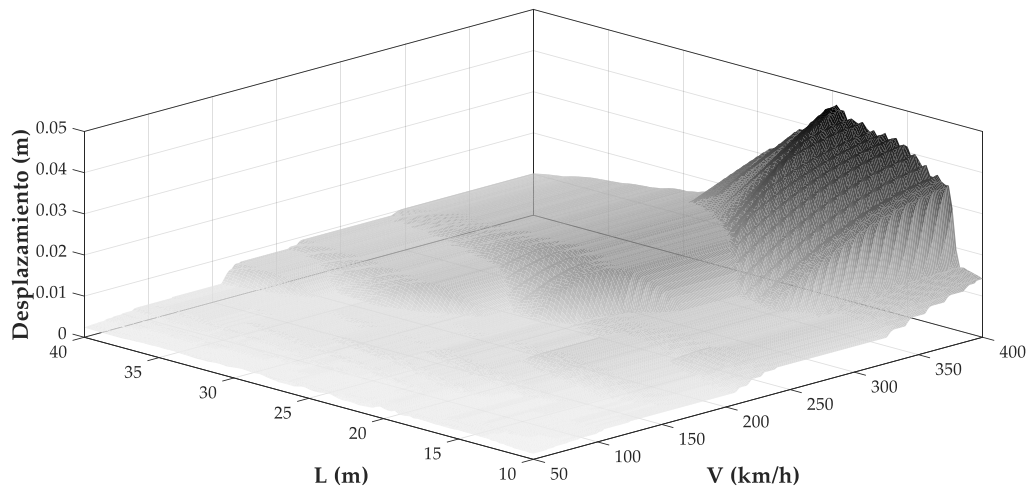


Figura 25. Desplazamientos positivos máximos acumulados para T114

En este capítulo, ha quedado demostrada la importancia del análisis dinámico y la relevante variación de la magnitud de la respuesta asociada a la longitud del vano. Puede observarse como, para las características mecánicas establecidas para la estructura, existe un rango de vanos entre 12 y 25 metros en que las solicitaciones de los trenes estudiados producen unos picos de resonancia donde las aceleraciones llegan a alcanzar los  $60 \text{ m/s}^2$  para velocidades de  $400 \text{ km/h}$ . Esto se debe a la similitud entre las frecuencias naturales de la estructura y la de la excitación generada por el paso de los trenes, pero también a que las masas lineales elegidas para los análisis de sensibilidad son intencionadamente reducidas, y las frecuencias de los puentes se hallan en el límite inferior del rango previsto por el EN1991-2.

Por ello, para un desplazamiento horizontal de las gráficas de respuesta hacia velocidades más elevadas, deberían afectarse los parámetros modales de la estructura. Un aumento de la frecuencia natural, derivado de un aumento de la rigidez y con ello de una ampliación del canto de la sección, se traduciría en una reducción de la agresividad del paso del vehículo ante una misma velocidad de circulación. Una mayor masa lineal, además, reduciría ulteriormente las aceleraciones.



## **7. Cálculo mediante Improntas dinámicas: nuevos modelos normativos para puentes de un vano**

---

### **7.1. Uso de la impronta dinámica en puentes de un único vano**

La necesidad de consideración de los efectos dinámicos, derivados del aumento de la velocidad de circulación de trenes, ha supuesto la creación de métodos de cálculo diversos. Éstos tienen como objetivo la predicción de las aceleraciones y los desplazamientos generados por el tránsito de este tipo de cargas móviles en estructuras destinadas al tráfico ferroviario. Los métodos más sencillos se basan en una descomposición como suma de armónicos de la respuesta dinámica. Todos ellos tienen su aplicación limitada al ámbito de puentes isostáticos, en los que se considera que la respuesta dinámica queda significativamente representada tomando un único modo de vibración: el primero a flexión de la estructura. Esto se debe a que, como muestran estudios [13] realizados por expertos en la materia, el error cometido en el cálculo de la respuesta dinámica en vigas biapoyadas considerando un único modo de vibración queda por debajo del 10% frente a la solución obtenida tomando los cinco primeros modos, salvo raras excepciones. Por ello, la simplificación del comportamiento dinámico a un único modo de vibración que realizan las improntas es suficientemente representativa en este tipo de estructuras.

En este capítulo se explicarán brevemente este tipo de métodos de cálculo, centrandó la atención en el concepto de “impronta dinámica”. Se calcularán las improntas de nuevos modelos de carga destinados al diseño de líneas que garanticen la interoperabilidad y se comprobará la cobertura de éstas sobre los conjuntos de trenes reales estudiados.

## 7.2. Métodos simplificados basados en serie de armónicos

Este tipo de métodos establece una combinación de series de armónicos partiendo de distintos desarrollos matemáticos. Los propuestos hasta el momento son los siguientes [14]:

- **DER:** se encuentra basado en la Descomposición de la Excitación en la Resonancia. Partiendo de la descomposición de la respuesta en serie de Fourier, se centra en el estudio del término que corresponde a la resonancia en frecuencias. La aceleración máxima se obtiene como producto de dos funciones: la impronta dinámica del tren y la que caracteriza la respuesta del puente.
- **LIR:** es un método simplificado basado en la Línea de Influencia Residual. Se fundamenta en la adición de las ondas desfasadas de la vibración libre producidas tras el paso de las cargas concentradas de forma individual sobre un puente isostático. Asume la respuesta máxima en vibración libre como buena aproximación de la respuesta máxima en toda la historia de la vibración.

Estos métodos terminan acotando de forma analítica la máxima sollicitación dinámica en términos de aceleración o desplazamiento en un punto dado como producto de tres términos, que reflejan las contribuciones de la estructura y la agresividad del tren que circula sobre ella.

En el caso del método LIR, las expresiones para el máximo desplazamiento y aceleración son [5]:

$$y_{max} = C_{desp} \cdot A(r) \cdot G(\lambda), \quad \dot{y}_{max} = C_{accel} \cdot A(r) \cdot G(\lambda) \quad (41)$$

Siendo los coeficientes para cada una:

$$C_{desp} = \frac{1}{M\omega_0^2}, \quad C_{accel} = \frac{1}{M}, \quad M = \frac{1}{2}mL \quad (42)$$

La función  $A(r)$  (Ecuación (43)) se llama “línea de influencia” y tiene la particularidad de depender exclusivamente de las características del puente, a través de la velocidad adimensional  $r$ . A efectos del cálculo, realiza una ponderación de la acción dinámica de cada carga según su velocidad, creciendo a medida que se incrementa la velocidad del vehículo. Además, presenta máximos y mínimos relativos que muestran la cancelación y máxima vibración libre de distintos órdenes.

$$A(r) = \frac{r}{1-r^2} \sqrt{e^{-2\zeta\frac{\pi}{r}} + 1 + 2e^{-\zeta\frac{\pi}{r}} \cos\left(\frac{\pi}{r}\right)} \quad (43)$$

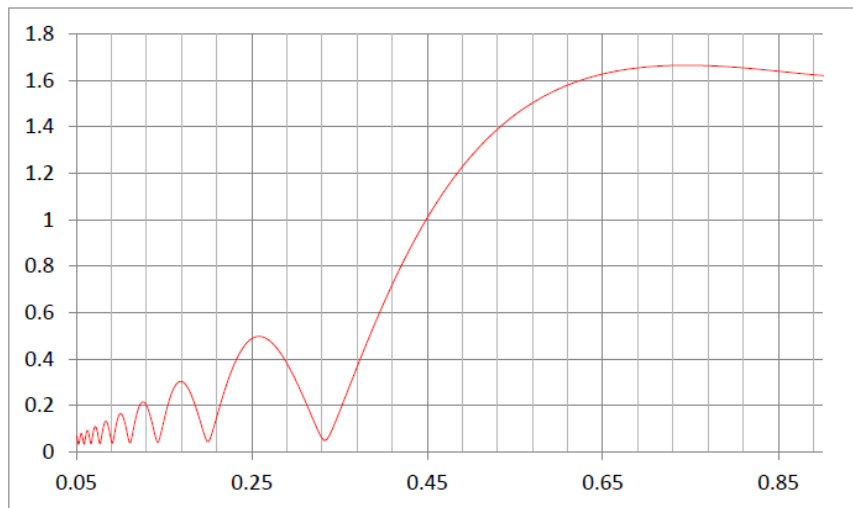


Figura 26. Línea de influencia según velocidad adimensional ( $\zeta = 1.5\%$ ) [5]

Por su parte, la función  $G(\lambda)$  (Ecuación (44)) se llama “impronta dinámica”. Esta ecuación no es más que una curva geométrica que caracteriza la “agresividad” del tren en relación a los efectos dinámicos producidos en un puente de ferrocarril. Depende sólo de la distribución de cargas por eje del tren y del amortiguamiento ( $\zeta$ ), siendo independiente de las características mecánicas de los puentes. Es una representación espectral que reproduce el fenómeno de resonancia.

$$G(\lambda) = \max_{1 \leq k \leq N} \left\{ \sqrt{\left( \sum_{i=1}^k F_i e^{-\zeta 2\pi \delta_i} \operatorname{sen}(2\pi \delta_i) \right)^2 + \left( \sum_{i=1}^k F_i e^{-\zeta 2\pi \delta_i} \operatorname{cos}(2\pi \delta_i) \right)^2} \right. \\ \left. \delta_i = \frac{x_k - x_i}{\lambda}, \quad \lambda = \frac{v}{n_0} \right. \quad (44)$$

La variable  $\lambda$  es la longitud de onda, que establece una relación entre la velocidad de circulación y la frecuencia fundamental de la estructura. Al sólo considerar el primer modo de vibración, el empleo de improntas estima de forma correcta la agresividad del vehículo en vigas biapoyadas. En cambio, en puentes de dos vanos, cuyos modos predominantes son dos, estos métodos de cálculo no queda garantizado a priori que puedan aplicarse, al no quedar suficientemente representado su comportamiento vibratorio con un único modo.

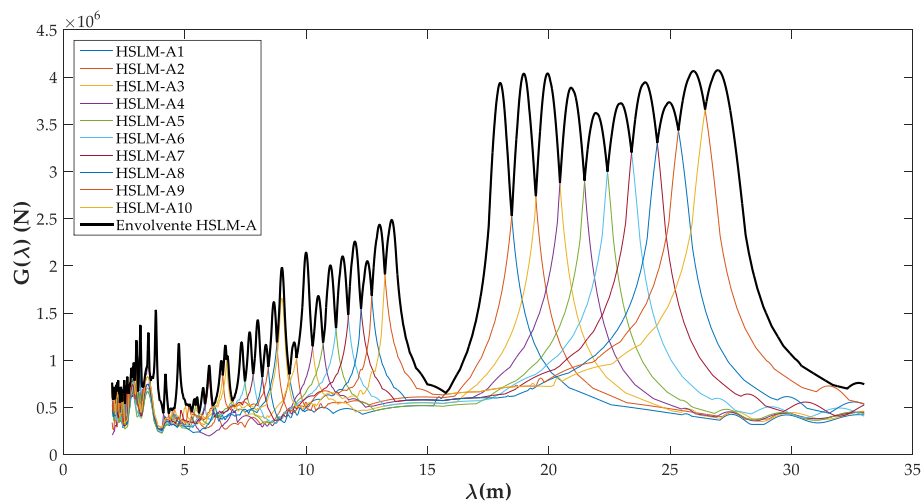


Figura 27. Impronta dinámica del modelo de carga HSLM-A para  $\zeta = 1\%$

Como puede observarse en la Figura 27, la impronta dinámica de un conjunto de trenes se calcula tren a tren, realizando después la envolvente de las gráficas.

### 7.3. Nuevos modelos de carga normativos HSLM-E1/HSLM-E2: Impronta dinámica

El objetivo de las improntas de los modelos de carga es asegurar la operabilidad de la vía en condiciones de seguridad en estructuras ferroviarias con un modo de vibración predominante, que de ordinario son las más críticas ante potenciales efectos resonantes. Si los valores de la gráfica de impronta dinámica de un tren real se encuentran bajo los del modelo de carga, los efectos dinámicos en el puente estudiado serán inferiores a los obtenidos con el modelo. De este modo, si las

solicitaciones producidas en una estructura concreta por el modelo son asumibles, el tren real puede circular en condiciones de seguridad.

Por ello, es necesario disponer de trenes modelo cuyas improntas superen los valores de los trenes reales sin hacerlo de forma excesiva, optimizando el diseño de los puentes ferroviarios.

Aunque el HSLM-A sigue vigente en la normativa actual, el constante desarrollo de nuevos vehículos que presentan distintas distancias entre ejes hace que esté quedando desactualizado y existan trenes reales que no queden cubiertos por su impronta.

Por ello, se están desarrollando nuevos modelos como el HSLM-E1 y el HSLM-E2. La combinación entre las improntas de ambos modelos se realiza por la mejor adaptación a longitudes de onda ( $\lambda$ ) inferiores a 5.5 del HSLM-E2, mientras que para longitudes de onda superiores a ese valor se emplea el HSLM-E1.

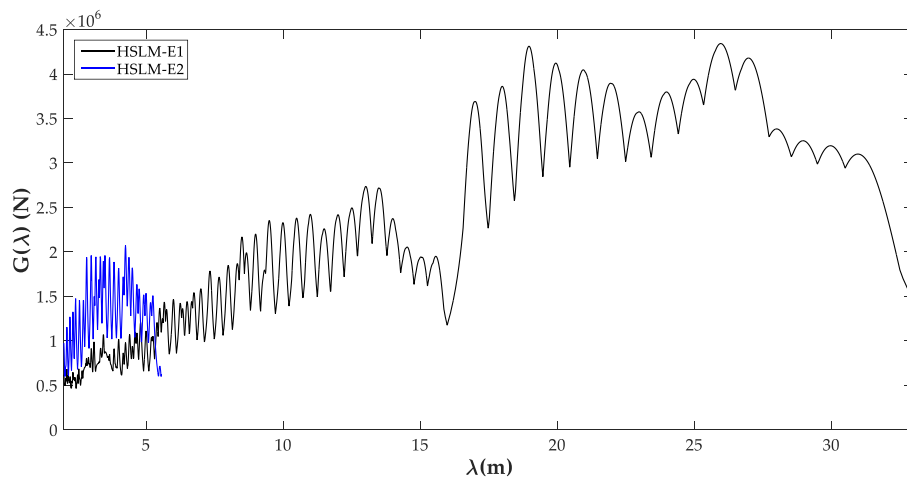


Figura 28. Improntas dinámicas de los modelos de carga HSLM-E1 y HSLM-E2 para  $\zeta = 1\%$

Los nuevos modelos HSLM-E1 y el HSLM-E2 están en desarrollo y validación actual y parte de la información que los define es confidencial, pues forma parte del proyecto de investigación In2Track3, de la iniciativa Shift2Rail. El modelo HSLM-E1 es una extensión natural del HSLM-A, para longitudes de caja entre 17 m y 31 m, y está formado por 15 trenes. Sus cargas por eje no superan los 190 kN, y la longitud de cada uno de los trenes es inferior a 400 m.

Por su parte, el HSLM-E2 es un modelo basado en trenes convencionales, y su impronta se ajusta con precisión a los requisitos de las bajas longitudes de onda. Se compone de 25 trenes cuyos ejes no superan los 170 kN y su longitud es inferior a 400 m.

#### 7.4. Improntas dinámicas de trenes reales

Del mismo modo que se obtiene la impronta dinámica de los modelos de carga normativos, se puede calcular la de los modelos de trenes reales. Esta se realiza aplicando la Ecuación (44) a cada uno de los trenes que componen el modelo, como se mostró en la Figura 27 con el modelo HSLM-A.

Los modelos de trenes T114 y T203 están compuestos por 800 y 319 trenes respectivamente, de ahí que sus improntas contengan un mayor número de picos de resonancia.

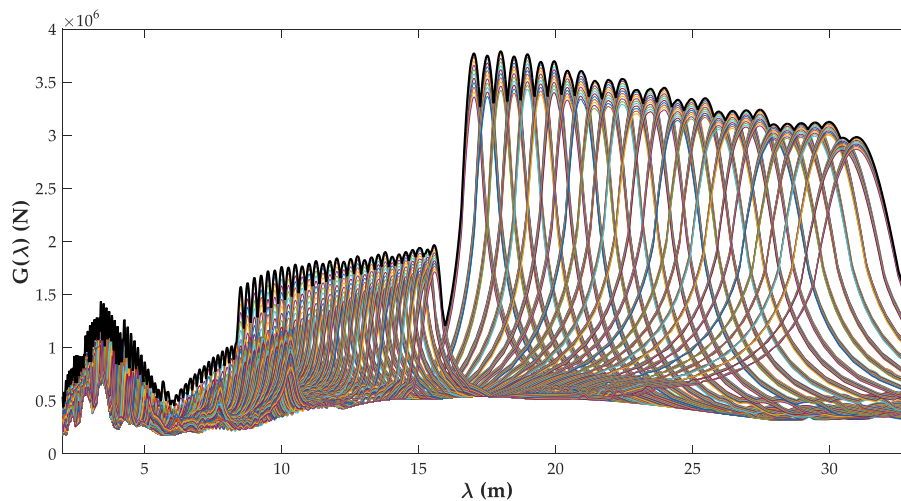


Figura 29. Impronta dinámica del conjunto de trenes T203 para  $\zeta = 1\%$

Para la comparación entre modelos normativos y reales, se ha trazado una envolvente de los modelos HSLM-E1/ HSLM-E2 y se ha ampliado un 10%. Esta operación se realiza porque se permite un rebase del 10% del tren real a la impronta

impuesta por normativa, quedando absorbida dicha superación por los factores de seguridad empleados en el cálculo.

Como primera conclusión importante, la Figura 30 muestra ambas envolventes junto a las improntas de los trenes que componen los T114 y T203, quedando de manifiesto las condiciones de seguridad en estructuras de un vano biapoyadas calculadas con dichos modelos normativos ante el paso de esos vehículos: en efecto, las improntas de los trenes reales no superan a la envolvente de los modelos de carga normativos para ningún valor de longitud de onda.

En el capítulo siguiente se abordará una cuestión de gran interés, pues se analizará si la cobertura proporcionada por los nuevos modelos normativos respecto a las vibraciones ocasionadas por los trenes reales se mantiene para estructuras con dos modos de vibración predominantes, en particular, puentes continuos de dos vanos iguales.

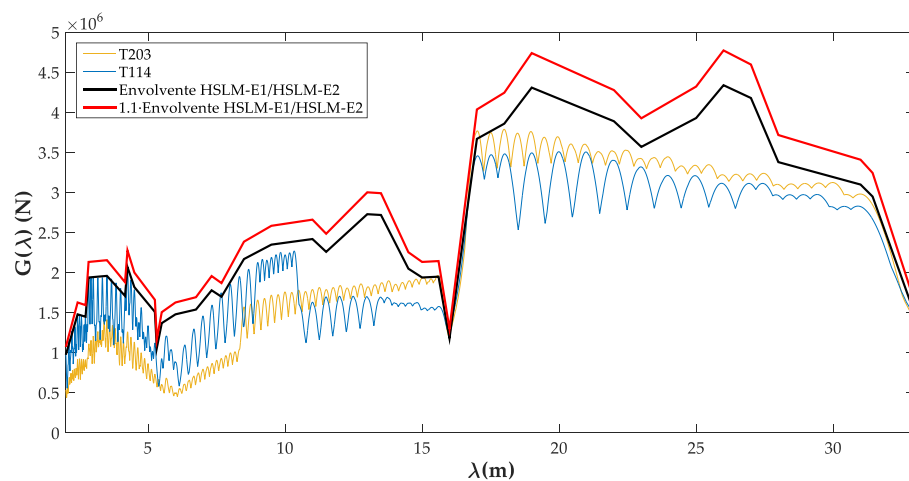


Figura 30. Comparación entre improntas dinámicas reales y modelo de cargas para  $\zeta = 1\%$

## 8. Verificación de los nuevos modelos normativos en puentes de dos vanos

---

Como se ha comprobado en el capítulo anterior, con el empleo del método de las improntas quedan cubiertos los trenes T114 y T203 en puentes que presentan un único modo de vibración predominante. En este capítulo se comprobará si estas condiciones de seguridad se mantienen en puentes de dos vanos, cuyos modos predominantes son los dos primeros. Para ello, se evaluarán las respuestas máximas obtenidas a través del cálculo semianalítico, y representadas gráficamente en el Capítulo 6, empleando un método [6] similar al “*Rainflow*” utilizado en los análisis a fatiga.

### 8.1. Introducción teórica

Se considera que los modelos de carga definidos por normativa cubren los efectos de los trenes reales si el exceso de amplitud de la aceleración ( $\Delta a$ ), definido en la Ecuación (45), es menor que un límite impuesto ( $\Delta a_{lim}$ ). Este valor de tolerancia, cuya justificación excede el alcance de este proyecto, corresponde a la fracción del coeficiente de seguridad global de la estructura que permite un exceso de carga respecto al tren normativo. Como referencia, ERRI D-214.2 [15] adopta un valor límite del 10%, aunque se pueden tomar porcentajes de hasta un 15%.

$$\Delta a(V) = \max \left[ \frac{100 (a_{max,REAL}(V) - a_{max,HSLM}(V))}{a_{max,HSLM}(V)}, 0 \right] \quad (45)$$

Sin embargo, la importancia del exceso de amplitud en aceleraciones está sujeta al incremento de velocidades (en porcentaje) en que prevalece la respuesta del tren real sobre el modelo definido por la norma.



Esta restricción se debe a la relación impuesta por el Eurocódigo 1 [9] entre la velocidad máxima nominal y la velocidad máxima de diseño ( $V_{max} = 1.2V_{nom}$ ). Ello significa que, incluso si un tren real presenta un pico a 188 km/h no cubierto por la envolvente del modelo HSLM correspondiente, la respuesta definida por la norma debe analizarse hasta 256 km/h ( $1.2 \cdot 188$ ). En caso de quedar por encima del tren real a velocidades incluidas en ese rango, el exceso de aceleración pasa a no ser relevante.

Por ello, un tren real queda del lado de la inseguridad a su paso por un puente determinado si se cumple que:

- El rebase en amplitud ( $\Delta a$ ) es superior al 10-15%.
- El rebase en amplitud se mantiene en un incremento de velocidades ( $\Delta V$ ) superior al 20%.

Con estas premisas, se evaluarán los trenes reales T114 y T203 representados en el Capítulo 6, con el objetivo de comprobar si los excesos de amplitud en términos de aceleraciones y desplazamientos frente a los nuevos modelos de carga HSLM-E1 y HSLM-E2 son admisibles en el caso de puentes de dos vanos iguales.

## **8.2. Representación gráfica y evaluación de los nuevos modelos de carga**

Para la representación gráfica de estos análisis se han empleado rutinas desarrolladas por el departamento de Mecánica de los Medios Continuos y Teoría de Estructuras de la UPV (profesor P. Museros).

En ellas, haciendo uso de la función *contour* de Matlab, se muestran las franjas en las que las condiciones de velocidad de los vehículos sobre cada longitud de vano quedan del lado de la inseguridad.

A las respuestas dinámicas representadas se les ha aplicado, además del límite inferior a  $3.5 \text{ m/s}^2$  en el caso de las aceleraciones, un factor de irregularidad de la vía y un factor de distribución de cargas tanto en desplazamientos como en aceleraciones.

Las irregularidades de la vía y las imperfecciones del vehículo suponen el incremento de los efectos dinámicos en las estructuras. Este aumento de la respuesta puede estimarse a través de un coeficiente de mayoración [9] que depende de la velocidad de circulación, la longitud del vano y la frecuencia fundamental de la estructura. En el Capítulo 9 se mostrará su obtención para un caso real de estructura ferroviaria.

Por su parte, el factor de distribución de cargas reduce la respuesta máxima en desplazamientos, aceleraciones y esfuerzos. Este coeficiente procede del efecto de reparto de las cargas puntuales longitudinalmente en el carril, además de longitudinal y transversalmente sobre las traviesas y el balasto. La obtención de dicho factor sigue la idea de reparto descrita en el artículo 6.3.6 del EN 1991-2 [9], y fue desarrollado en detalle por el comité ERRI D-214 [4].

En la Figura 31, se muestra el valor que toma este coeficiente en función de la longitud de onda. Puede observarse cómo a longitudes de onda superiores a 10, el factor de distribución no reduce la magnitud de la respuesta dinámica. En cambio, a longitudes de onda inferiores a 10, es decir, para cargas “lentas” este coeficiente llega a reducir los efectos dinámicos en un 70%. Este gráfico es estrictamente válido para puentes de un vano, pero hay estudios avanzados [6] donde aprueban su uso en estructuras de más vanos.

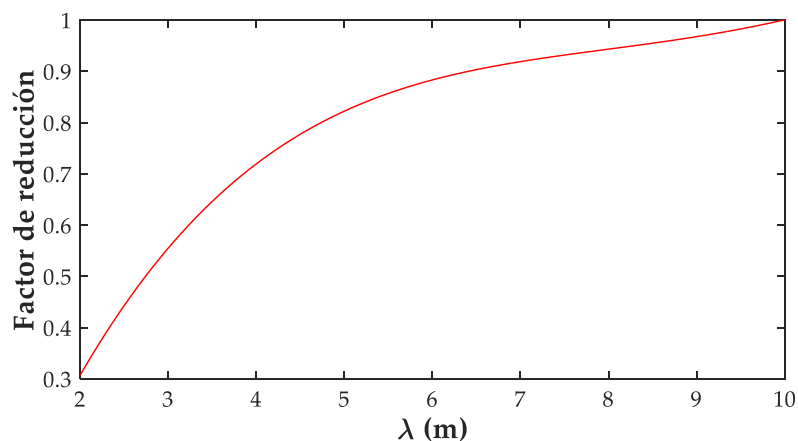


Figura 31. Factor de distribución de la carga.

Las figuras que se muestran a continuación aportan la información del rebase en amplitudes de aceleración o desplazamiento (según el caso) en la gráfica de la izquierda, mientras que aquellas que, además, superen esa tolerancia durante un incremento de velocidades superior al 20%, se trazan en la gráfica derecha.

Con ello se tiene que, aun excediendo los límites dispuestos en aceleraciones o desplazamientos, sólo se consideran inseguras las combinaciones de velocidad y luces de vano expuestas en las gráficas de la derecha de cada figura.

Cabe recordar que la comparación entre modelos de trenes normativos y reales se realiza con el modelo de cargas HSLM-E2 para longitudes de onda inferiores a 5.5 y con HSLM-E1 para longitudes de onda superiores a este valor. Por su parte, las características mecánicas de los puentes ferroviarios considerados son las mismas a las dispuestas en el Capítulo 6.

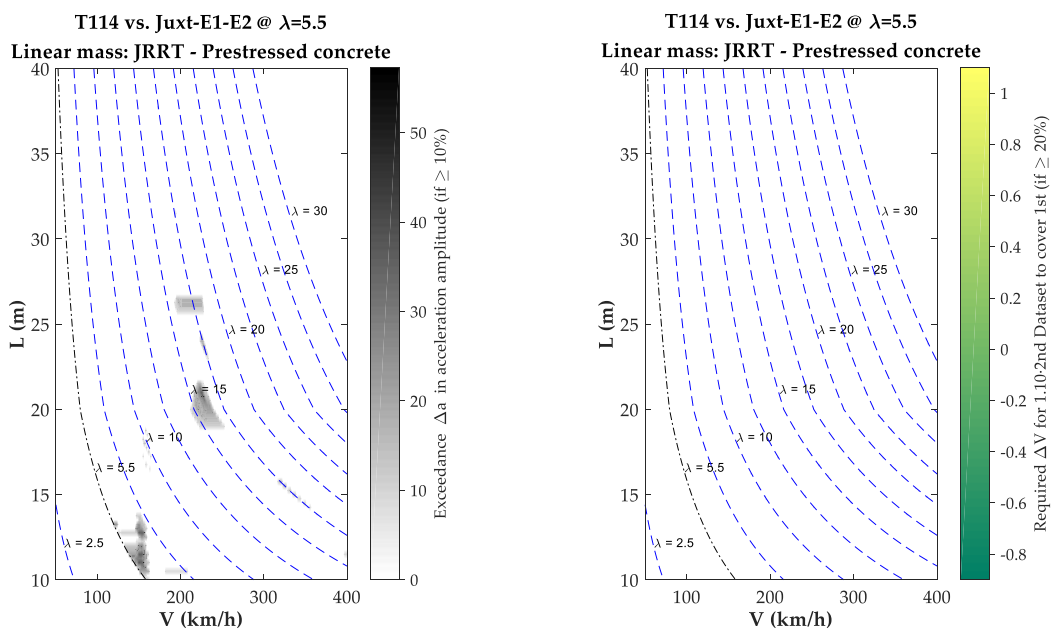


Figura 32. Exceso de amplitud en aceleraciones ( $\geq 10\%$ ) (izq.) y prevalencia en incremento de velocidades ( $\geq 20\%$ ) (dcha.) para T114.

En esta primera comparación puede observarse que, aunque a ciertas longitudes de vano ante determinadas velocidades de circulación se excede el límite de aceleraciones impuesto por los modelos de cargas normativos, ninguno supera el incremento del 20% en velocidad. Por ello, en este caso de estudio, el modelo de cargas normativo cubre totalmente al modelo de tren real T114.

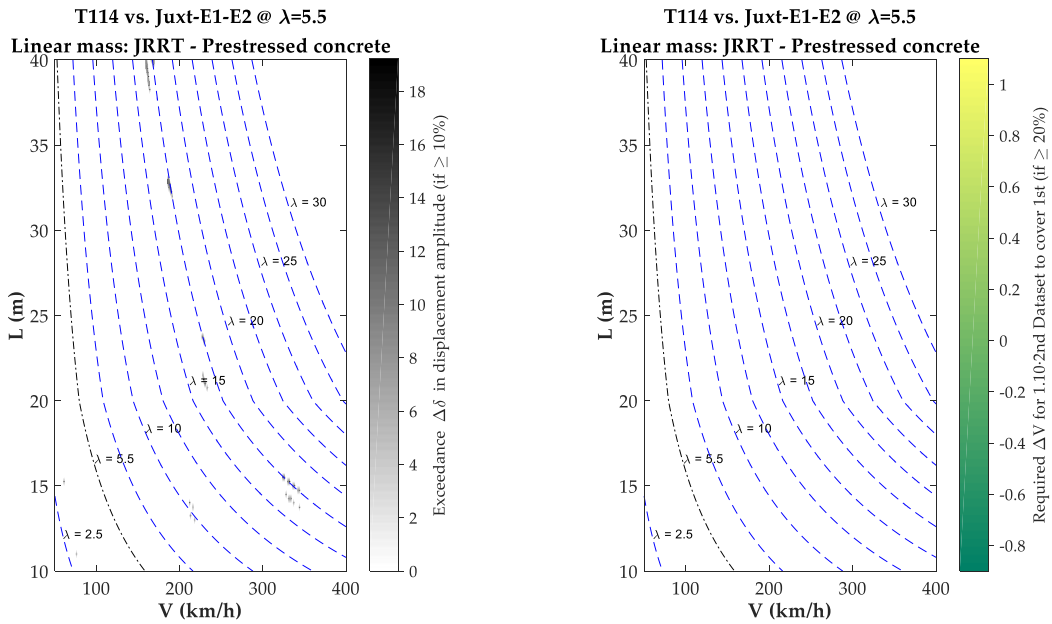


Figura 33. Exceso de amplitud en desplazamientos ( $\geq 10\%$ ) (izq.) y prevalencia en incremento de velocidades ( $\geq 20\%$ ) (dcha.) para T114.

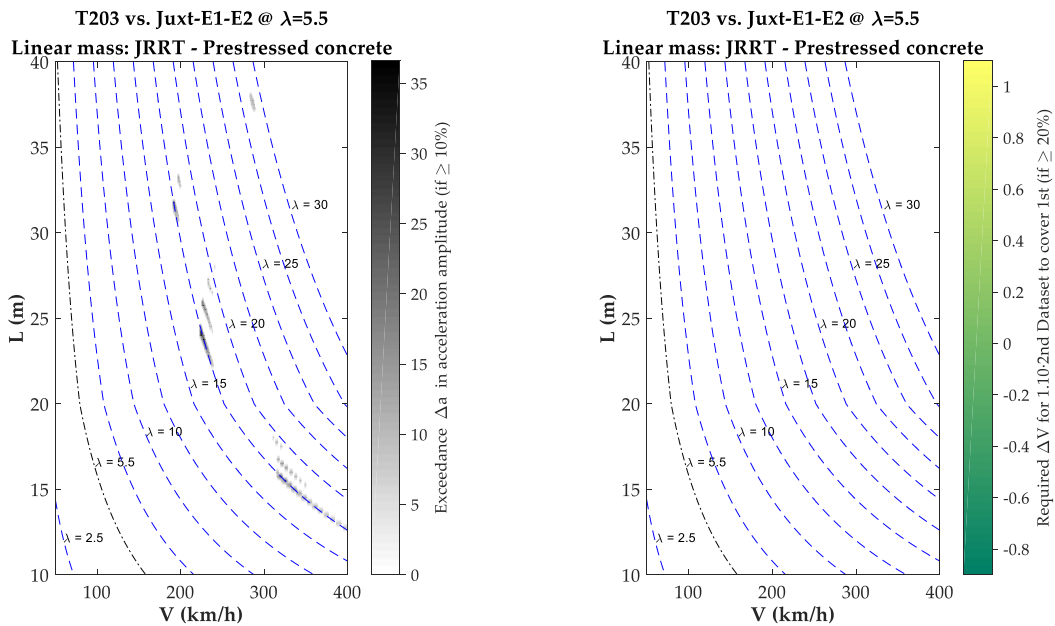


Figura 34. Exceso de amplitud en aceleración ( $\geq 10\%$ ) (izq.) y prevalencia en incremento de velocidades ( $\geq 20\%$ ) (dcha.) para T203.

En las gráficas anteriores, se realiza la comparación en desplazamientos para el modelo de tren real T114 (Figura 33) y en aceleraciones para el T203 (Figura 34). En ambos casos tampoco prevalecen los respectivos excesos en amplitudes el rango de velocidades requerido, quedando de nuevo del lado de la seguridad.

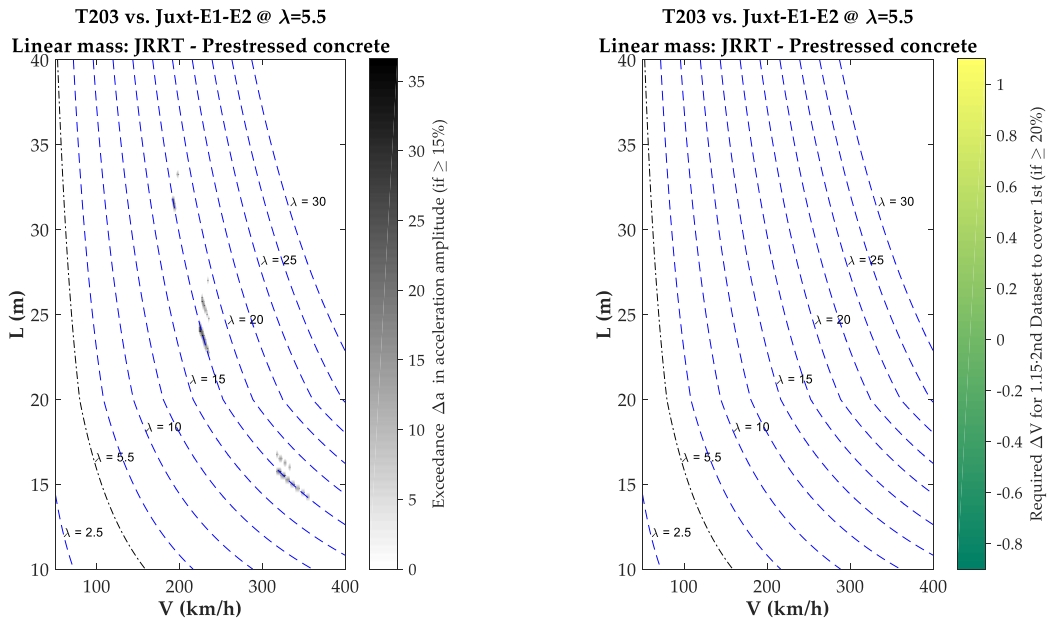


Figura 35. Exceso de amplitud en aceleración ( $\geq 15\%$ ) (izq.) y prevalencia en incremento de velocidades ( $\geq 20\%$ ) (dcha.) para T203.

Si en lugar de una tolerancia del 10% para el exceso de amplitudes, se tomase el 15%, las combinaciones de longitudes de vano y velocidades que superarían a los nuevos modelos de carga normativos se reducirían prácticamente a valores de longitudes de onda de 17.5 m para los puentes ferroviarios considerados.

Una vez comprobado que los nuevos modelos de cargas HSLM-E1 y HSLM-E2 siguen cubriendo a los modelos de trenes reales T114 y T203 en puentes de dos vanos, se pasa a analizar a partir de qué porcentaje de aumento de aceleraciones en el tren real el modelo pasaría a ser inseguro. Es decir, se busca conocer qué factor de aumento sería necesario aplicar al tren real para que el exceso en amplitudes se diese en un rango de velocidades tal que dejase al modelo de cargas del lado de la inseguridad.

Con ello puede examinarse el nivel de ajuste de los modelos. Aunque sea necesario asegurar las condiciones de seguridad en el diseño de puentes ferroviario, no conviene, a nivel de optimización de recursos, que la diferencia entre modelos sea excesiva. En las gráficas mostradas a continuación se han aumentado las respuestas dinámicas de los trenes reales en un 10 o 15% respecto a las obtenidas.

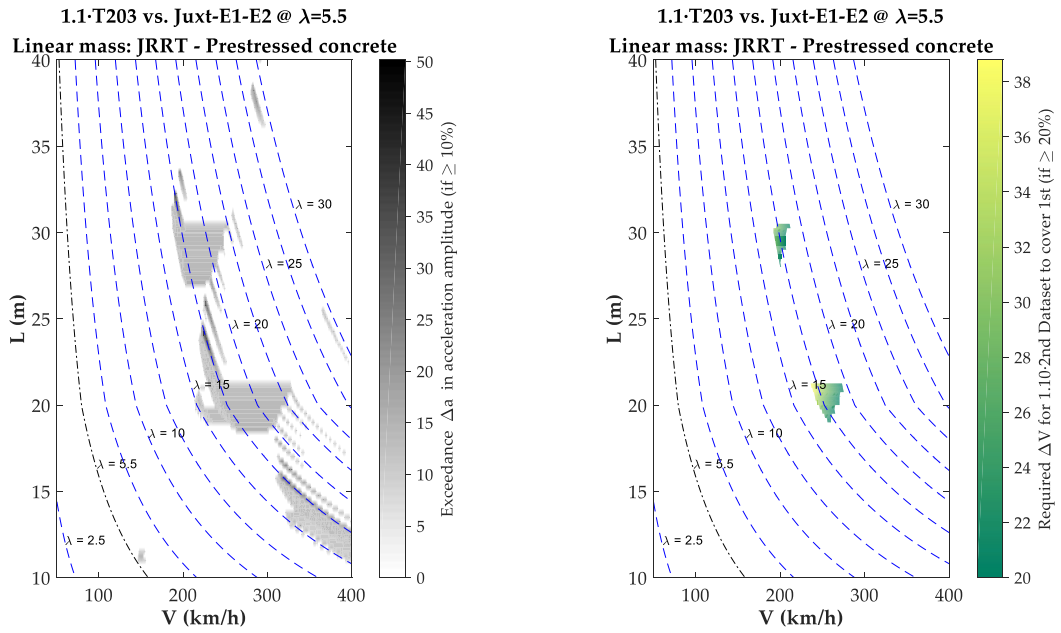


Figura 36. Exceso de amplitud en aceleración ( $\geq 10\%$ ) (izq.) y prevalencia en incremento de velocidades ( $\geq 20\%$ ) (dcha.) para 1.10-T203.

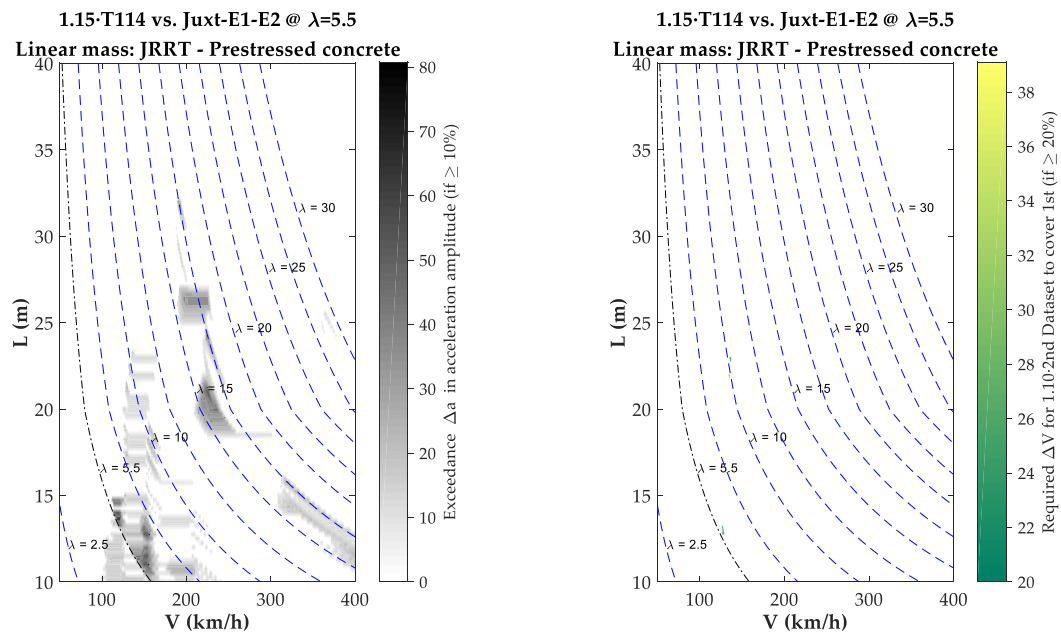


Figura 37. Exceso de amplitud en aceleración ( $\geq 10\%$ ) (izq.) y prevalencia en incremento de velocidades ( $\geq 20\%$ ) (dcha.) para 1.15-T114.

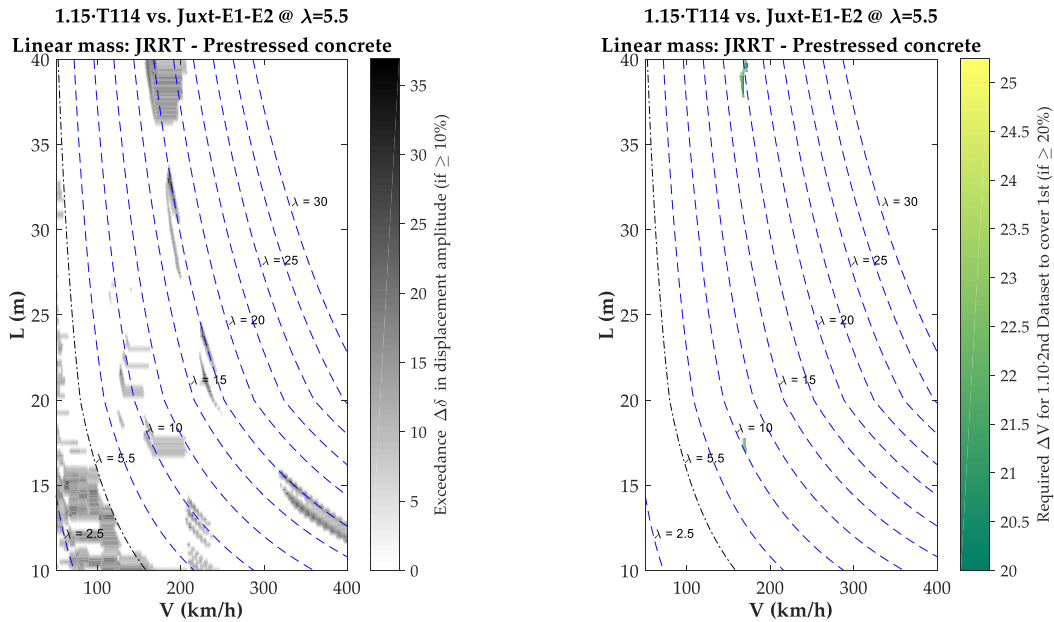


Figura 38. Exceso de amplitud en desplazamiento ( $\geq 10\%$ ) (izq.) y prevalencia en incremento de velocidades ( $\geq 20\%$ ) (dcha.) para 1.15·T114.

La Figura 36 muestra cómo un aumento del 10% de la respuesta dinámica en el modelo de trenes T203 genera franjas significativas en las que el exceso de amplitud en aceleraciones llega a alcanzar casi el 40% del incremento en velocidades. En cambio, para el modelo T114 (Figura 43), un aumento del 15% en las aceleraciones obtenidas apenas muestra combinaciones de longitudes de vano y velocidades que supongan la inseguridad del modelo. Esto indica cómo, en el caso del T203, los nuevos modelos de carga normativos HSLM-E1 y HSLM-E2 están bien ajustados: mantienen las condiciones de seguridad de forma óptima. Para el modelo T114 la distancia a los modelos normativos es superior al 15%, quedando del lado de la seguridad en mayor medida.

Finalmente se ha trazado en la Figura 38 el exceso de amplitud en desplazamientos para el modelo de trenes reales T114 mayorado un 15%. Se puede apreciar que, aun existiendo numerosas zonas donde se excede la tolerancia en desplazamientos, son pocas las combinaciones de luces y velocidades en que este rebase se mantiene.

Como conclusión, se puede afirmar que en puentes de dos vanos los nuevos modelos normativos cuyas improntas cubrían a los trenes reales siguen siendo seguros, tanto en lo que se refiere a la respuesta en aceleración como en desplazamientos. Además, no son en exceso conservadores ya que, ante aumentos del 10% o 15% en la respuesta de los trenes reales, empiezan a aparecer las primeras situaciones de falta de cobertura.



## 9. Aplicación al proyecto de un puente de ferrocarril de dos vanos para alta velocidad

Para la aplicación a un caso práctico de los códigos implementados y de los análisis realizados en los capítulos previos sobre estructuras de dos vanos, cuyas características mecánicas quedaban definidas por el EN 1991-2 [9], en este capítulo se efectuará el cálculo dinámico de un puente ferroviario basado en uno existente. Para ello, se tomará como referencia el puente de Förslöv [8]. Se trata de un puente ferroviario de hormigón pretensado, ubicado en la línea férrea que une las ciudades de Gotemburgo y Copenhague.

### 9.1. Definición de la estructura

La estructura consta de dos vanos idénticos de 23.5 metros de longitud y una sección transversal uniforme (Figura 39). Está compuesta por dos vigas independientes en paralelo de tipo losa maciza, según se muestra, cada una de las cuales soporta una vía. El amortiguamiento modal se admite del 1% en todos los modos, según lo establecido en normativa [9]. Las dos primeras frecuencias naturales correspondientes a los dos modos de vibración predominantes son 5.01 Hz y 7.83 Hz.

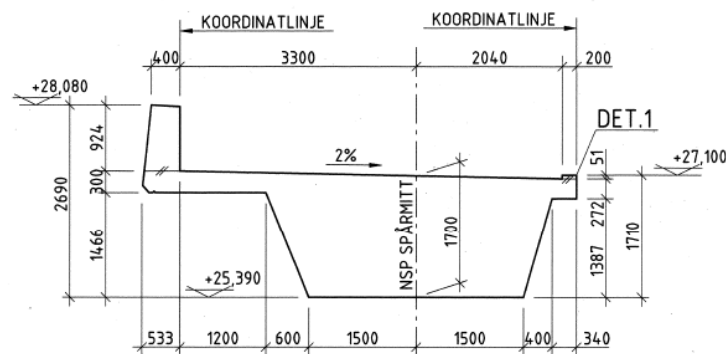


Figura 39. Sección transversal de hormigón del puente de Förslöv

Tabla 6. Características mecánicas del puente de Förslöv [8]

<b><math>L</math> (m)</b>	23.5
<b><math>EI</math> (<math>Nm^2</math>)</b>	$7.14 \cdot 10^{10}$
<b><math>\rho A</math> (<math>kg/m</math>)</b>	23010
<b><math>\zeta_n</math> (%)</b>	1.00
<b><math>f_1, f_2</math> (Hz)</b>	5.01, 7.83

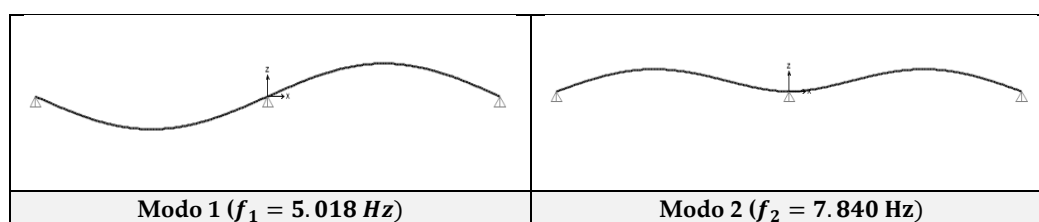
A partir de estos datos, se ha implementado la estructura como viga continua de dos vanos en SAP2000. Se ha considerado un hormigón de 35 GPa de módulo elástico y una densidad de 2.50 t/m<sup>3</sup>. Con ello, el área de la sección es de 9 m<sup>2</sup> y la inercia respecto al eje horizontal es de 2.04 m<sup>4</sup>. Estos parámetros considerados distan de los 7.11 m<sup>2</sup> y 1.48 m<sup>4</sup> que se obtienen respectivamente de la sección de hormigón, porque se trata de un área homogeneizada que integra la sección de balasto, traviesas y carriles.

Con esta información de materiales y geometría, se ha realizado un cálculo modal que corrobore los parámetros definidos, teniéndose:

Tabla 7. Modos de vibración del puente ferroviario obtenidos en SAP2000

<b>Modos</b>	<b>Frecuencia natural (Hz)</b>	<b>Periodo de vibración (s)</b>
<b>1</b>	5.018	0.199
<b>2</b>	7.840	0.128
<b>3</b>	20.074	0.050
<b>4</b>	25.405	0.039

Se han tomado un total de cuatro modos, siguiendo las indicaciones de la Norma [11], siendo éstos aquellos cuya frecuencia natural es inferior a 30 Hz.



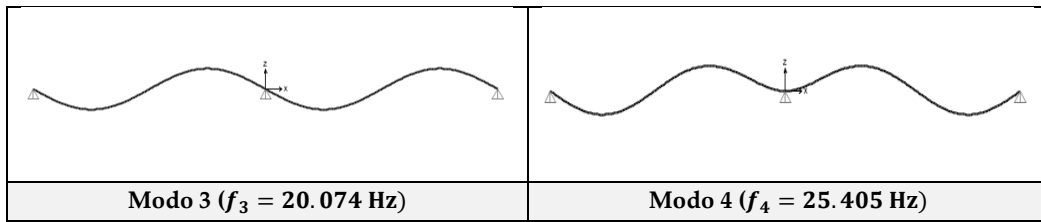


Figura 40. Modos de vibración del puente ferroviario obtenidos en SAP2000

## 9.2. Definición de cargas y aplicación a SAP2000

Una vez definidas las dimensiones de la sección y corroborado su correcta implementación, en este apartado se pasa a definir las cargas que actuarán en la comprobación de estados límite.

### 9.2.1. Peso propio y carga muerta

Como se indicaba en párrafos anteriores, el área considerada para la sección de la viga se encuentra homogeneizada al hormigón. Ésta incluye tanto la sección de balasto como los carriles y traviesas destinados al paso de vehículos ferroviarios. Por ello, el patrón de carga definido por el software que va asociado a las dimensiones y material contiene tanto el peso propio como las cargas muertas.

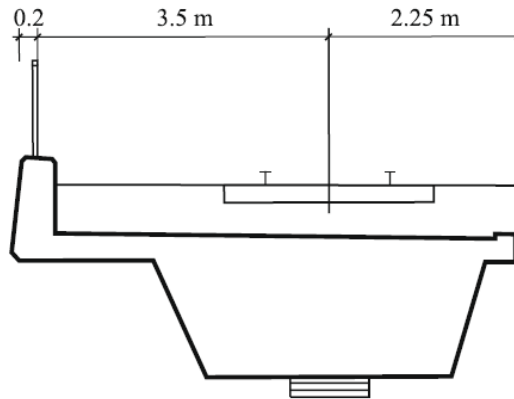


Figura 41. Sección del puente Förslöv incluyendo balasto y carriles [8]

Por este motivo, se ha definido un nuevo patrón de cargas que contiene sólo el peso propio del hormigón, para su utilización en el cálculo del pretensado en fase

de construcción que se realizará en el apartado 9.2.1. Haciendo uso del área de la sección de hormigón y del peso específico de éste, la carga distribuida asociada es:

$$PP = \gamma_H \cdot A_H = 25 \frac{kN}{m^3} \cdot 7.11 m^2 = 177.75 kN/m$$

### 9.2.2. Sobrecarga de tráfico estática

Para la obtención de la carga de tráfico, se ha empleado el Capítulo 6 del Eurocódigo 1 [9], destinado a las acciones de tráfico ferroviario y otras acciones específicas para puentes de ferrocarril. Siguiendo las disposiciones indicadas en el apartado 3.1 de este trabajo, la sobrecarga de tráfico a emplear para la evaluación de la estructura queda definida por el valor más desfavorable entre los resultantes al aplicar las Ecuaciones (1) y (2).

El modelo de cargas normativo utilizado para este cálculo de sobrecarga de tráfico estática será el HSLM-A, según indica el Eurocódigo 1. Por su parte, el modelo de tren real será el T203 al haberse obtenido una magnitud de respuesta superior al T114. Ambos se encuentran descritos en capítulos previos.

Así pues, los coeficientes a introducir en dichas ecuaciones son los siguientes:

- **Factor de amplificación dinámico** ( $\varphi'_{dyn}$ )

Este primer coeficiente se obtiene mediante la aplicación de la Ecuación (3). La flecha máxima, tanto para el modelo de cargas normativo como para el modelo de tren real, se ha obtenido haciendo uso del código semianalítico.

Como quedaba indicado en el Capítulo 3, para el cálculo de este coeficiente se ha seleccionado el tren que genera el mayor desplazamiento de cada paquete de trenes, siendo el A9 en el caso del HSLM-A y el 309 en el caso del T203.

La flecha máxima estática (sin afectar por el coeficiente de irregularidad de la vía) se ha tomado como aquella producida a velocidades inferiores a 50 km/h. Esto se puede asumir, puesto que, a velocidades bajas de circulación, el comportamiento de la estructura se asemeja al producido ante cargas estáticas. En la Figura 50 se puede observar cómo el valor de dicho desplazamiento tiende a ser constante, o con poca variación, a velocidades reducidas.

Por su parte, las flechas dinámicas se han evaluado hasta una velocidad de 300 km/h. Ello se debe a la consideración de una velocidad de circulación máxima de 250 km/h en la línea ferroviaria, y su mayoración por un coeficiente de 1.2, como indica la norma.

De este modo, se tiene:

$$\varphi'_{\text{dyn}}[HSLM - A9] = \max \left| \frac{y_{\text{dyn}}}{y_{\text{stat}}} \right| - 1 = \left| \frac{-4.267(\text{mm})}{-1.849(\text{mm})} \right| - 1 = 1.31$$

$$\varphi'_{\text{dyn}}[RT: T203 - 309] = \max \left| \frac{y_{\text{dyn}}}{y_{\text{stat}}} \right| - 1 = \left| \frac{-5.077(\text{mm})}{-1.524(\text{mm})} \right| - 1 = 2.33$$

- **Factor asociado a irregularidades de la vía e imperfecciones del vehículo**  
( $\varphi''$ )

Haciendo uso de la Ecuación (4), y tomando la longitud de vano y frecuencia fundamental relativas al puente estudiado, el valor de este coeficiente es:

$$\varphi'' = \frac{1}{100} \left[ 56e^{-\left(\frac{1.2 \cdot 23.5}{10}\right)^2} + 50 \left( \frac{1.2 \cdot 23.5 \cdot 5.01}{80} - 1 \right) e^{-\left(\frac{1.2 \cdot 23.5}{20}\right)^2} \right] = 0.0527$$

- **Coficiente dinámico ( $\Phi$ )**

Por último, el coeficiente dinámico que se aplica al modelo de cargas LM71 se obtiene a través de la Ecuación (5) dispuesta en el Capítulo 3 Para la longitud de vano estudiada queda:

$$\Phi = \Phi_2 = \frac{1.44}{\sqrt{1.2 \cdot 23.5} - 0.2} + 0.82 = 1.1$$

De este modo, los conjuntos de trenes a introducir en SAP2000 como sobrecargas de tráfico deben ir multiplicados por los coeficientes siguientes:

Tabla 8. Coeficientes de aplicación a sobrecargas de tráfico s/EC-1

Modelo de cargas	$\varphi'_{dyn}$	$\varphi''$	$1 + \varphi'_{dyn} + \varphi''/2$
HSLM-A9	1.31	0.05	2.33
RT: T203-309	2.33	0.05	3.36

Modelo de cargas	$\alpha$	$\Phi$	$\alpha \cdot \Phi$
LM71	1.10	1.10	1.21

Para su implementación en el software, se ha hecho uso de la opción “Moving Loads”, de modo que la ubicación más desfavorable donde los efectos de las cargas encuentran su máximo son calculadas por el propio programa.

Una vez realizado el cálculo en SAP2000, se toma aquella carga que genera mayores esfuerzos como “Sobrecarga de tráfico”. En el caso de estudio, los mayores esfuerzos han sido los producidos por el modelo de carga LM71. Por ello, para futuras combinaciones de acciones, la sobrecarga de tráfico empleada será la referente a este modelo.

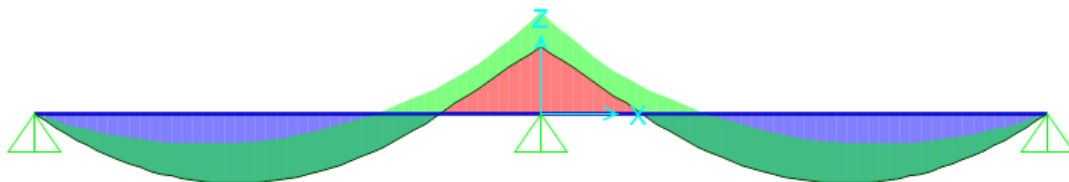


Figura 42. Envolvente de esfuerzos por cargas móviles en SAP2000 para el modelo de cargas LM71.

### 9.2.1. Pretensado

Al no disponerse de datos de pretensado para el puente analizado, en este apartado se realizará el cálculo de los tendones y la tensión necesaria para compensar los esfuerzos generados por las acciones permanentes y la sobrecarga de tráfico.

Para ello, se ha realizado el cálculo de las tres combinaciones de acciones necesarias en SAP2000:

- **Combinación cuasi-permanente:** sólo considera el peso propio de la viga de hormigón. Es la combinación en el momento de tesado.

$$ELS_{CP} = 1 \cdot PP$$

- **Combinación frecuente:** tomando un coeficiente de concomitancia [11] de 0.8 para la sobrecarga de tráfico asociada al modelo de cargas LM71. Los coeficientes de concomitancia para los casos asociados a HSLM-A y RT tienen un valor de 1. Se ha comprobado que estas combinaciones de acciones siguen generando esfuerzos inferiores a los del modelo LM71 aun encontrándose minorado.

$$ELS_F = 1 \cdot (PP + CM) + 1 \cdot 0.8 \cdot SC_{LM71}$$

- **Combinación característica:**

$$ELS_C = 1 \cdot (PP + CM) + 1 \cdot SC_{LM71}$$

A continuación, se recogen los valores máximos de esfuerzos flectores en las secciones críticas: centro de vano y apoyo central.

Tabla 9. Esfuerzos flectores para el diseño del pretensado

Posición en x	Esfuerzo	Al Tesar	En Servicio	
		Cuasi-Permanente	Frecuente	Característica
<b>x = 8.8 (m)</b>	$M_{m\acute{a}x}$ (mkN)	6902.05	14714.96	16216.90
	$M_{m\acute{i}n}$ (mkN)	6902.05	7393.40	7080.71
<b>x = 23.5 (m)</b>	$M_{m\acute{a}x}$ (mkN)	-12270.30	-15527.44	-15527.44
	$M_{m\acute{i}n}$ (mkN)	-12270.30	-21905.43	-23499.92

Por su parte, las características mecánicas de la sección bruta, con un canto de 1.67 metros, son las siguientes:

Tabla 10. Características mecánicas de la sección bruta del puente estudiado

<b>Área (m<sup>2</sup>)</b>	7.11
<b>Inercia (m<sup>4</sup>)</b>	2.04
<b>v1 (m)</b>	0.638
<b>v2 (m)</b>	-1.032
<b>e<sub>0max</sub> (m)</b>	0.438
<b>e<sub>0min</sub> (m)</b>	-0.832

Se estiman unas pérdidas diferidas de pretensado del 15%. Los coeficientes para considerar las variaciones de pretensado en Estado Límite de Servicio se han establecido según indica el EC-2 [16] para armaduras postesas adherentes. De este modo:

Tabla 11. Estimación de pérdidas del pretensado

<b>c</b>	0.15
<b>r<sub>sup</sub></b>	1.10
<b>r<sub>inf</sub></b>	0.90
<b>k</b>	1.438

Evaluando los diagramas de Magnel en las secciones correspondientes a centro de vano y apoyo central se tienen las siguientes pendientes en cada caso:

Tabla 12. Pendientes de los diagramas de Magnel en las secciones correspondientes al centro de vano y apoyo central

	<b>Centro de vano</b>	<b>Apoyo central</b>
<b>m<sub>1</sub></b>	45408.75	64581.10
<b>m<sub>2</sub></b>	-14693.90	12270.30
<b>m<sub>3</sub></b>	-6902.05	21905.39
<b>m<sub>4</sub></b>	-39225.07	-18003.70

La fuerza mínima de pretensado viene dada por la sección del apoyo central, al requerirse una fuerza mínima de pretensado de 24677.8 kN frente a los 13622.6 kN de la sección ubicada a 8.8 metros del apoyo extremo.

Con ello, la fuerza de tesado queda en 35842.8 kN. De este modo, se tienen las siguientes excentricidades para los puntos críticos:



Tabla 13. Huso de paso de los cables en las secciones críticas respecto al cdg de la sección

	Centro de vano	Apoyo central
$e_{0_{max}}$ (m)	-0.280	0.438
$e_{0_{min}}$ (m)	-0.632	0.438

A partir de estos datos se ha realizado el siguiente trazado del cable:

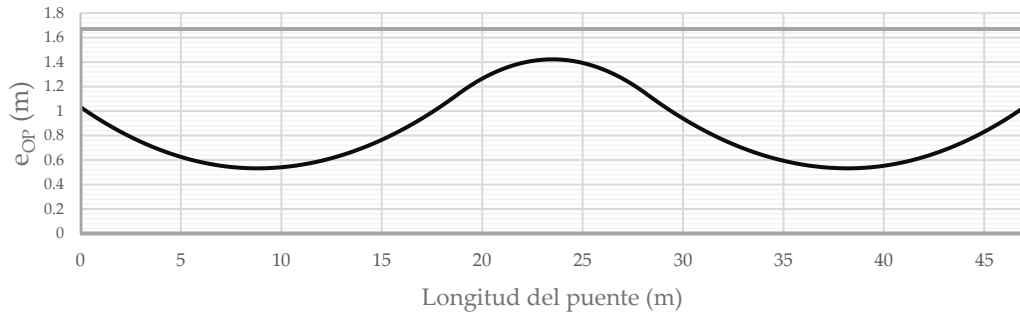


Figura 43. Trazado de los cables de pretensado en función a las excentricidades máximas y mínimas

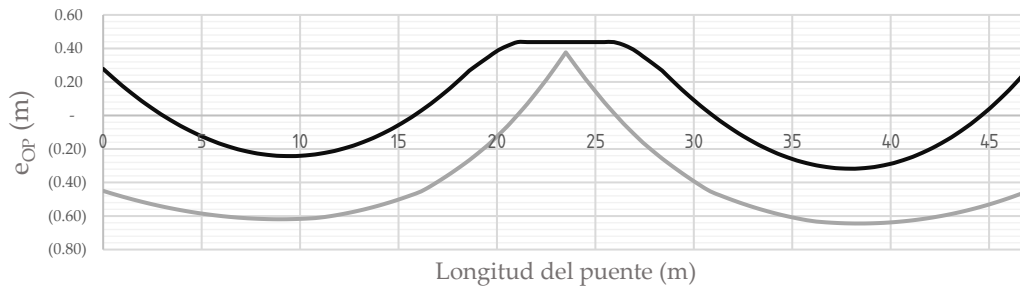


Figura 44. Huso de paso sin considerar los esfuerzos hiperestáticos debidos al pretensado

Introduciendo en SAP2000 las fuerzas equivalentes debidas al pretensado, se obtienen las reacciones en los apoyos. A partir de éstas se tienen los momentos que causa el pretensado en estructuras hiperestáticas y, con ello, la excentricidad que afectará a los límites establecidos en el huso de paso.

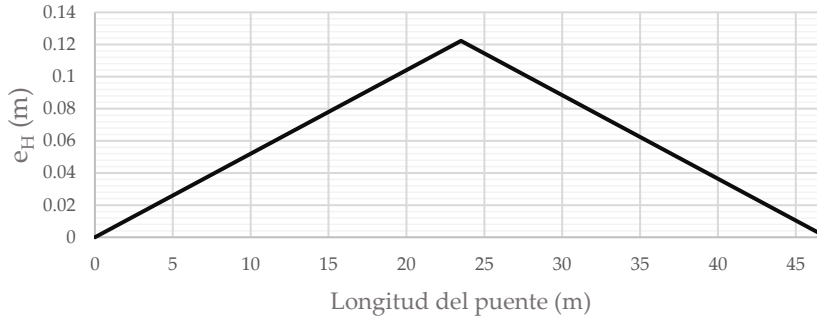


Figura 45. Excentricidad hiperestática debida al pretensado a lo largo de la viga

Finalmente, con la fuerza de tesado establecida y el trazado del cable definido, se tiene el siguiente encaje en el huso de paso:

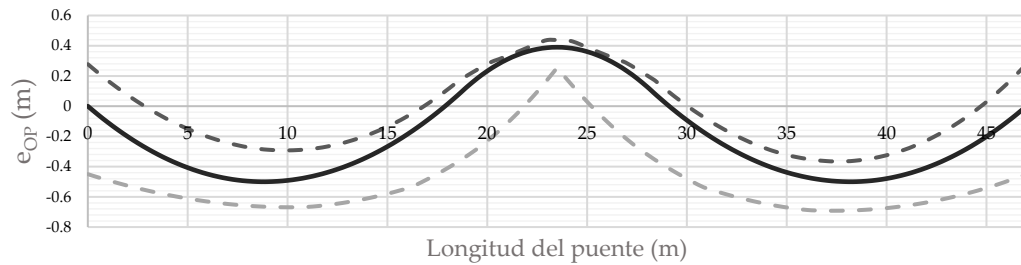


Figura 46. Trazado del cable y huso de paso considerando la excentricidad del hiperestático

Siendo la tensión máxima a la que pueden estar sometidos los cables 1395 MPa, y la fuerza de tesado de 3583 kN, se precisa un área de acero de 25694 mm<sup>2</sup>. Empleando 12 tendones de 22'/0.5'' con una sección de 2200 mm<sup>2</sup> cada uno, la fuerza máxima de tesado es de 36828 kN. De este modo, tesando a 3583 kN las tensiones en los tendones son de 1358 MPa.

### 9.3. Esfuerzos para la comprobación de Estados Límite Últimos

A continuación, con las cargas determinadas en el apartado 9.2, y aplicando los coeficientes de mayoración definidos en el Capítulo 3 en cada caso, se han obtenido los esfuerzos para la comprobación de Estado Límite Último del puente ferroviario estudiado.

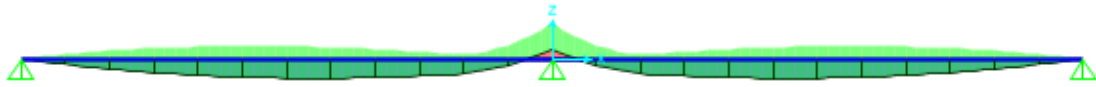


Figura 47. Momento flector para comprobación ELU considerando peso propio, cargas muertas, pretensado, y sobrecarga de tráfico estática mayorada para incluir efectos dinámicos

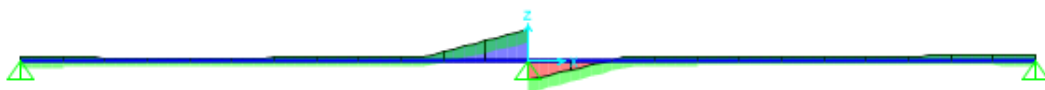


Figura 48. Esfuerzo cortante ELU considerando peso propio, cargas muertas, pretensado, y sobrecarga de tráfico estática mayorada para incluir efectos dinámicos

La tabla inferior recoge los valores máximos en centros de vano y apoyo central.

Tabla 14. Esfuerzos máximos en centro de vano y apoyo central para comprobación ELU

Posición en x	Momento Flector (mkN)		Esfuerzo Cortante (kN)	
	Máximo	Mínimo	Máximo	Mínimo
$x = 8.8 (m)$	9108.08	-5578.44	888.04	-1056.34
$x = 23.5 (m)$	-4334.09	-16.292.81	7383.12	4302.39

## 9.4. Comprobación de Estados Límite de Servicio

Como se dispuso en el Capítulo 3, las comprobaciones de estados límite de servicio a realizar en este trabajo serán las de aceleraciones y desplazamientos máximos ocasionados por la carga de tráfico dinámica, según recoge el Anejo 2 del EC-0.

Para su evaluación, se ha realizado el cálculo de la respuesta dinámica de la estructura, haciendo uso del código semianalítico, ante el paso de los siguientes conjuntos de vehículos, descritos en apartados anteriores:

- HSLM-E1 y HSLM-E2, nuevos modelos de trenes normativos.
- HSLM-A, modelo de carga normativo vigente en el EC-1.
- T203, modelo de tren real de tipo articulado.
- T114, modelo de tren real de tipo convencional.

Todos los cálculos están realizados para la combinación de cuatro modos de vibración, salvo el T114 que, por coste computacional, se han considerado dos, no afectando de forma notable en la respuesta.

#### 9.4.1. Aceleración vertical del tablero

Implementando las características mecánicas del puente estudiado en este caso práctico, las aceleraciones máximas obtenidas a través del método semianalítico para unas velocidades entre 50 y 400 km/h son las siguientes:

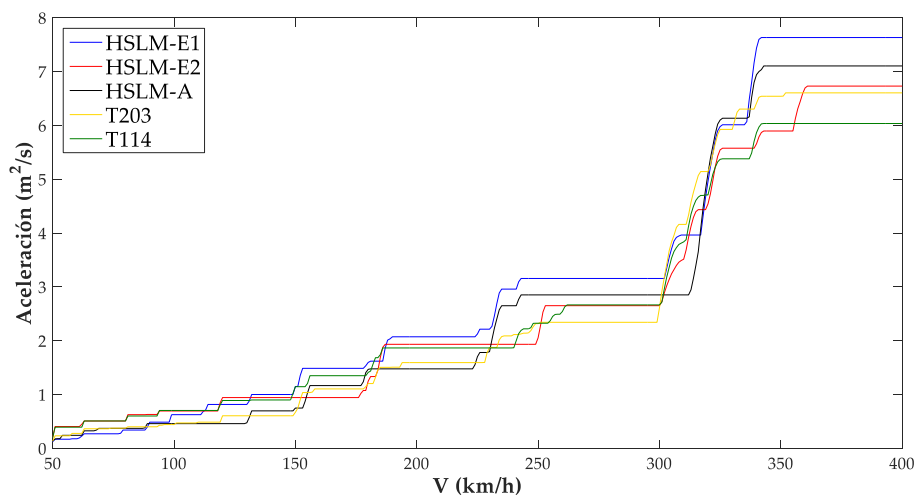


Figura 49. Aceleraciones máximas acumuladas frente a velocidad de circulación ante el paso de distintos modelos de trenes

Cabe recordar que la velocidad máxima en circulación que se ha establecido sobre la estructura es de 250 km/h, que, mayorada a un 20%, es de 300 km/h.

Tabla 15. Aceleraciones máximas en el puente estudiado ante el paso de distintos modelos de cargas

	HSLM-E1	HSLM-E2	HSLM-A	T203	T114
<b>Aceleración máxima acumulada (m/s<sup>2</sup>) a 300 km/h</b>	3.158	2.652	2.853	2.343	2.667

Se puede observar que las aceleraciones máximas acumuladas a velocidades inferiores a 300 km/h presentan un valor menor al máximo establecido en 3.5 m/s<sup>2</sup> por el EC-0 en vías de balasto, cumpliendo así las condiciones de seguridad en todos los casos analizados.

En cambio, justo a partir de esa velocidad, se aprecia un incremento notable de la respuesta estructural superando el límite impuesto por la normativa.

#### 9.4.2. Desplazamiento vertical del tablero

Por su parte, el desplazamiento vertical del tablero se ha estudiado de acuerdo a las condiciones límite para el confort de los usuarios. A partir de la Figura 3, tomando una longitud de vano de 23.5 metros y una velocidad de circulación de 250 km/h, y aplicando el coeficiente de 0.7 para el caso de vigas continuas de dos vanos, se tiene:

$$\frac{L}{\delta} = 1300 \cdot 0.7 \rightarrow \frac{23500 \text{ (mm)}}{\delta} = 910 \rightarrow \delta = 25.82 \text{ mm}$$

Este valor de flecha debe compararse con el obtenido del cálculo dinámico realizado para los distintos trenes, además de con resultante de la aplicación como sobrecarga de tráfico estática del modelo de cargas LM71. En este caso, los valores de las cargas concentradas y distribuidas de este modelo de cargas sólo irán multiplicados por el coeficiente dinámico, tomándose el factor de irregularidad de la vía 1, como indica el EC-0.

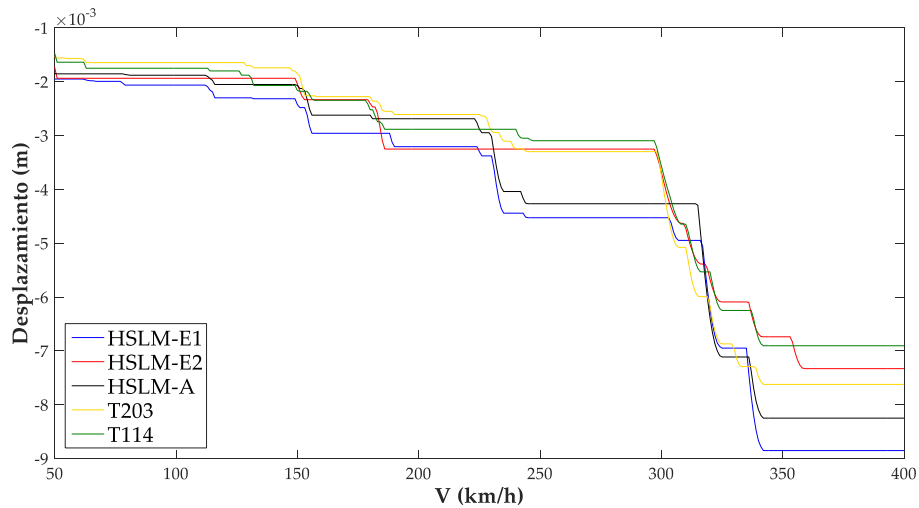


Figura 50. Desplazamientos máximos acumulados frente a velocidad de circulación ante el paso de distintos modelos de trenes

A una velocidad máxima de 300 km/h, existe una pendiente notable en varios de los modelos, por lo que, para una comparación directa entre sí, se ha tomado el valor máximo acumulado en una velocidad de 325 km/h, donde todas las permanecen estables.

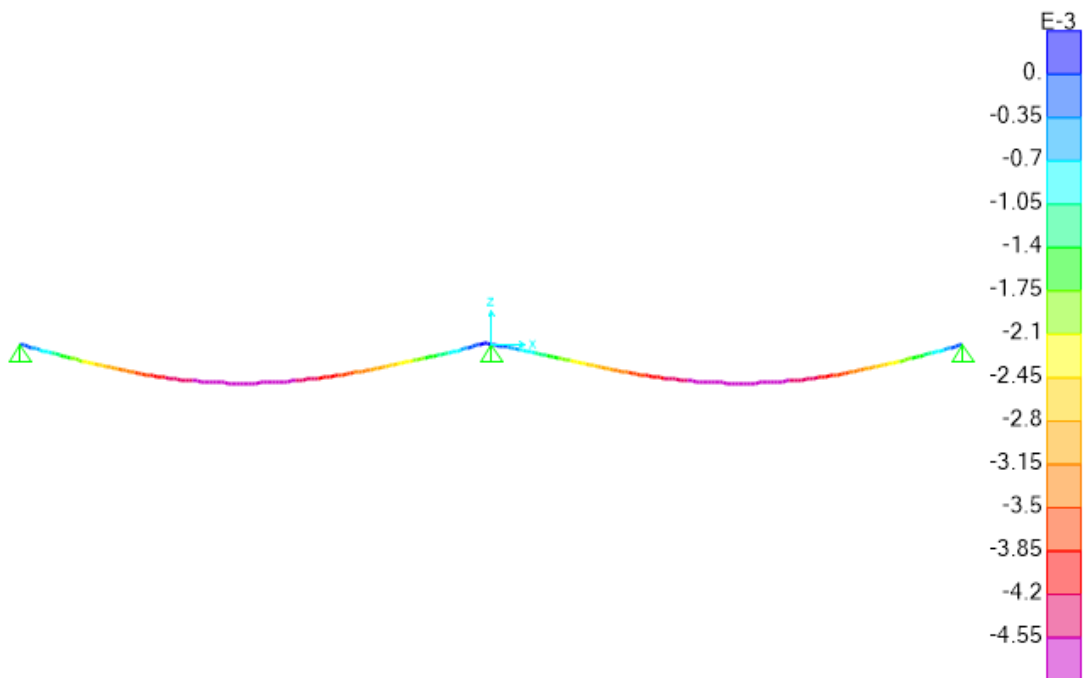


Figura 51. Flecha máxima para el modelo de cargas LM71 obtenida en SAP2000

Tabla 16. Desplazamientos máximos acumulados en el puente estudiado ante el paso de distintos modelos de cargas

	HSLM-E1	HSLM-E2	HSLM-A	T203	T114	$\phi \cdot LM71$
<b>Desplazamiento máximo acumulado (mm) a 325 km/h</b>	-6.949	-6.092	-7.114	-6.871	-6.250-	-4.836

Puede apreciarse cómo el desplazamiento máximo obtenido por la multiplicación de la sobrecarga de tráfico estática por un coeficiente dinámico resulta menor a los extraídos del cálculo dinámico, debido al brusco incremento de la flecha que se produce una vez superados los 300 km/h en la velocidad de diseño.

Comparando las flechas máximas con el límite impuesto por la normativa, puede concluirse que se cumplen las condiciones de seguridad para la circulación de estos trenes sobre el puente estudiado ante cualquier velocidad. Por ello, la limitación vendría impuesta por las aceleraciones verticales.

## 10. Conclusiones

---

El análisis dinámico en estructuras ferroviarias se ha vuelto imprescindible en líneas destinadas a la alta velocidad a causa del incremento de la respuesta dinámica como consecuencia del aumento de las velocidades de circulación de los trenes y el desarrollo de nuevos vehículos.

En el presente trabajo se ha realizado, en primer lugar, un análisis de la respuesta dinámica ante solicitaciones del tipo tráfico ferroviario en puentes de dos vanos continuos. Para ello, se ha desarrollado un código en Matlab que determine aceleraciones y desplazamientos máximos a través del método semianalítico, verificándose posteriormente su correcta implementación por comparativa con la solución obtenida a través de la integral de Duhamel.

En este primer análisis, se ha estudiado la sensibilidad de dicha respuesta estructural frente a un amplio rango de variaciones de luz y velocidad de tránsito ante el paso de distintos modelos de trenes reales y el modelo de cargas HSLM-A normativo. En las gráficas expuestas en el Capítulo 6, se ha podido observar el notable incremento en términos de aceleraciones asociado a determinadas longitudes de vano. Las características mecánicas de los puentes estudiados se han determinado de modo que las frecuencias naturales y masas lineales sean bajas, para propiciar magnitudes elevadas en las respuestas.

Con ello, existe un rango de vanos entre 12 y 25 metros en que las solicitaciones de los trenes considerados producen unos picos de resonancia donde las aceleraciones llegan a alcanzar los  $60 \text{ m/s}^2$  para velocidades de 400 km/h. Para una reducción de dicha respuesta, deberían afectarse los parámetros modales, alterando la geometría de la sección, o los materiales de la estructura. En términos de rigidez, el aumento del canto de la sección supone un incremento en el segundo momento de área y con ello de la rigidez a flexión, desplazando las frecuencias naturales a valores



más elevados. Por otra parte, un incremento de la masa lineal reduce considerablemente las aceleraciones máximas. Por este motivo, un macizado de la sección afectaría directamente a la magnitud de la respuesta. Otra alternativa frecuente es la variación de la tipología estructural, o la limitación de velocidad en las vigas de uno o dos vanos, como sucede en bastantes líneas de ferrocarril europeas.

Cabe destacar la importancia del estudio de las respuestas máximas en términos acumulados. Como queda demostrado en la Figura 23, existen zonas “valle” donde el valor máximo de la respuesta se reduce considerablemente. Ello implica que, de realizar el análisis directo sin tener en cuenta los picos de resonancia que se dan a velocidades inferiores al rango establecido para la circulación en dicha vía, se pueden producir efectos dinámicos elevados no previstos si por circunstancias excepcionales debe reducirse la velocidad de tránsito.

En el Capítulo 7 se han presentado dos nuevos modelos de cargas normativos. La innovación en lo que a vehículos ferroviarios se refiere, se traduce en nuevos valores de cargas concentradas y distribuciones de ejes. Por ello, es necesario adecuar los modelos de carga recogidos en la norma para el diseño de puentes ferroviarios, de modo que se siga garantizando la circulación en condiciones de seguridad de estas nuevas distribuciones.

A través del método de la impronta dinámica se ha constatado (Figura 30) la cobertura de los nuevos modelos HSLM-E1 y HSLM-E2 ante modelos de trenes reales, articulados y convencionales, en estructuras que presentan un único modo de vibración predominante, como es el caso de los puentes de un vano. De este modo, se garantiza la interoperabilidad en líneas de alta velocidad que contengan estructuras isostáticas diseñadas con estos nuevos modelos de cargas.

Con esta primera comprobación, se ha pasado a evaluar su eficacia en puentes de dos vanos, cuyos modos de vibración predominantes pasan a ser dos. En el Capítulo 8 se han trazado las gráficas que muestran el exceso de amplitud de la respuesta, en términos de aceleración y desplazamiento, entre los trenes reales estudiados y los nuevos modelos de carga normativos.

Un rebase mayor al 10-15% en amplitudes de respuesta conduce a condiciones de inseguridad si prevalece durante un incremento de velocidades superior al 20%.

En varios casos (Figura 32 a Figura 35) se muestran, en las gráficas izquierdas, franjas donde el exceso de amplitudes supera la tolerancia fijada en cada caso. No obstante, en todas ellas se puede apreciar en la gráfica derecha cómo este no se mantiene durante un rango de velocidades que ponga en compromiso la seguridad en el tránsito de los vehículos. Con ello, se puede afirmar que en puentes de dos vanos los nuevos modelos normativos cuyas improntas cubrían a los trenes reales siguen siendo seguros, tanto en lo que se refiere a la respuesta en aceleración como en desplazamientos. El método basado en la impronta para comparar trenes reales frente a trenes normativos, por tanto, se sigue mostrando válido al considerar estructuras con dos modos de vibración predominante.

Adicionalmente, para valorar si los nuevos modelos de carga normativos son en exceso conservadores, se ha aumentado la respuesta dinámica de los trenes reales en un 10-15%. En estos casos sí aparecen situaciones de falta de cobertura, por lo que, el cálculo de puentes ferroviarios de dos vanos en líneas de alta velocidad haciendo uso de estos modelos de carga, garantiza la interoperabilidad asegurando a su vez un diseño optimizado.

Por último, en el Capítulo 9 se ha realizado una aplicación práctica a través del cálculo dinámico en un puente de dos vanos continuos. Para ello, se han tomado las características mecánicas del puente ferroviario de Förslöv, en Suecia. A partir de estos datos, se ha creado un modelo de la viga en SAP2000, y se han introducido las cargas muertas relativas al balasto, traviesas y carriles, además de la sobrecarga de tráfico estática calculada siguiendo las pautas establecidas en el Eurocódigo 1. Con ello, se ha diseñado el pretensado necesario para la compensación de los esfuerzos generados por estas solicitaciones. Este cálculo ha permitido la obtención de los esfuerzos necesarios para la comprobación de los estados límite últimos.

Finalmente, se ha empleado el código semianalítico desarrollado en el Capítulo 4 para el cálculo de la respuesta dinámica de la estructura analizada ante el

paso de distintos tipos de trenes. Así pues, se ha podido constatar el cumplimiento de los estados límite de servicio en aceleración vertical del tablero y flecha máxima para el confort del usuario ante las velocidades de circulación fijadas para la línea. Sin embargo, ha quedado de manifiesto que un aumento de la velocidad de circulación por encima de 250 km/h conllevaría un exceso en aceleraciones que impediría el tránsito en condiciones de seguridad para los modelos de trenes reales estudiados en la estructura considerada.

A handwritten signature in black ink, consisting of several loops and a long horizontal stroke extending to the right.

Rocío Velázquez Mata

Valencia, 6 de Septiembre de 2021

# 11. Referencias bibliográficas

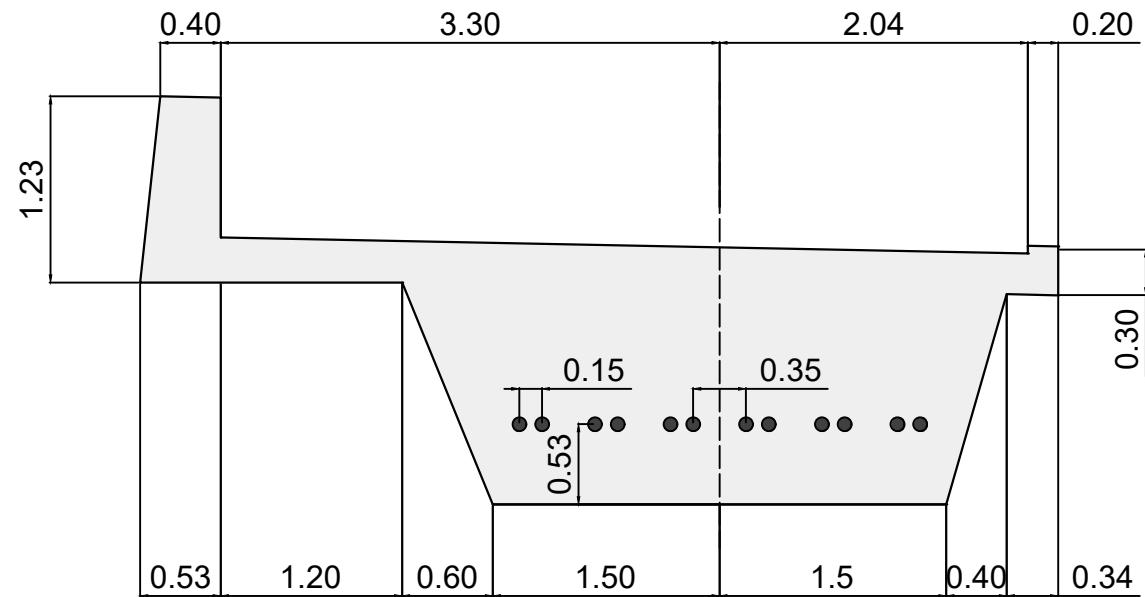
---

- [1] International Union of Railways (UIC), «Atlas - High-Speed Rail 2021», Geography and Railway Traffic Research Group, Fundación de los Ferrocarriles Españoles (FFE), 2021.
- [2] I. Watson, «High-Speed Railway», *Encyclopedia*, vol. 1, n.º 3, pp. 665-688, jul. 2021, doi: 10.3390/encyclopedia1030053.
- [3] A. E. Martínez-Castro, P. Museros, y A. Castillo-Linares, «Semi-analytic solution in the time domain for non-uniform multi-span Bernoulli–Euler beams traversed by moving loads», *Journal of Sound and Vibration*, vol. 294, n.º 1-2, pp. 278-297, jun. 2006, doi: 10.1016/j.jsv.2005.11.009.
- [4] Comité ERRI D214, «Design of Railway Bridges for Speed up to 350 km/h. Dynamic loading effects including resonance. Final report», *European Rail Research Institute (ERRI)*, 1998.
- [5] V. Martí Grau, «Análisis crítico del método de la impronta/LIR para el cálculo dinámico de puentes de ferrocarril de alta velocidad ante el paso de composiciones regulares: aplicación al proyecto de estructuras isostáticas de distintas luces.»
- [6] P. Museros, A. Andersson, V. Martí, y R. Karoumi, «Dynamic behaviour of bridges under critical articulated trains: Signature and bogie factor applied to the review of some regulations included in EN 1991-2», *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*, vol. 235, n.º 5, pp. 655-675, may 2021, doi: 10.1177/0954409720956476.
- [7] A. Martínez-Castro, P. Museros, y A. Castillo, «Solución semianalítica para placas de Kirchhoff sometidas al paso de cargas móviles», feb. 2005.
- [8] M. D. Martínez-Rodrigo, A. Andersson, C. Pacoste, y R. Karoumi, «Resonance and cancellation phenomena in two-span continuous beams and its application to railway bridges», *Engineering Structures*, vol. 222, p. 111103, nov. 2020, doi: 10.1016/j.engstruct.2020.111103.
- [9] UNE EN 1991-2:2019 Eurocódigo 1: Acciones en estructuras. Parte 2: Cargas de tráfico en puentes. AENOR.
- [10] Ministerio de Fomento, «Instrucción de acciones a considerar en puentes de ferrocarril (IAPF)», p. 134.
- [11] UNE EN 1990:2019 Eurocódigo 0: Bases de cálculo de estructuras. AENOR.
- [12] J. M. G. Ruigómez, J. A. N. González-Valerio, J. D. Barbero, y F. G. Castillo, «Nuevos métodos de cálculo dinámico para puentes de ferrocarril en las Instrucciones IAPF y Eurocódigo.», p. 7.
- [13] P. Museros, E. Moliner, y M. D. Martínez-Rodrigo, «Free vibrations of simply-supported beam bridges under moving loads: Maximum resonance, cancellation and resonant vertical acceleration», *Journal of Sound and Vibration*, vol. 332, n.º 2, pp. 326-345, ene. 2013, doi: 10.1016/j.jsv.2012.08.008.
- [14] J. M. Goicolea, «Modelos Numéricos para cálculo dinámico de puentes de ferrocarril de alta velocidad», p. 19.
- [15] Comité ERRI D214, «Use of universal trains for the dynamic design of railway bridges. Summary of results of D-214.2», *Utrecht: European Rail Research Institute (ERRI)*, 2002.
- [16] UNE EN 1991-1-1:2013 Eurocódigo 2: Proyecto de estructuras de hormigón. Parte 1-1: Reglas generales y reglas para edificación. AENOR.

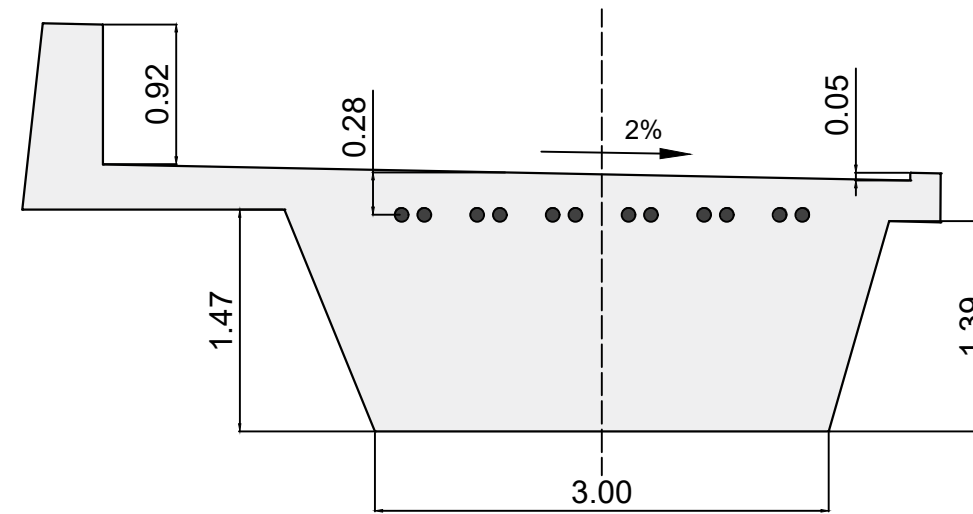
## Anexo. Planos

---

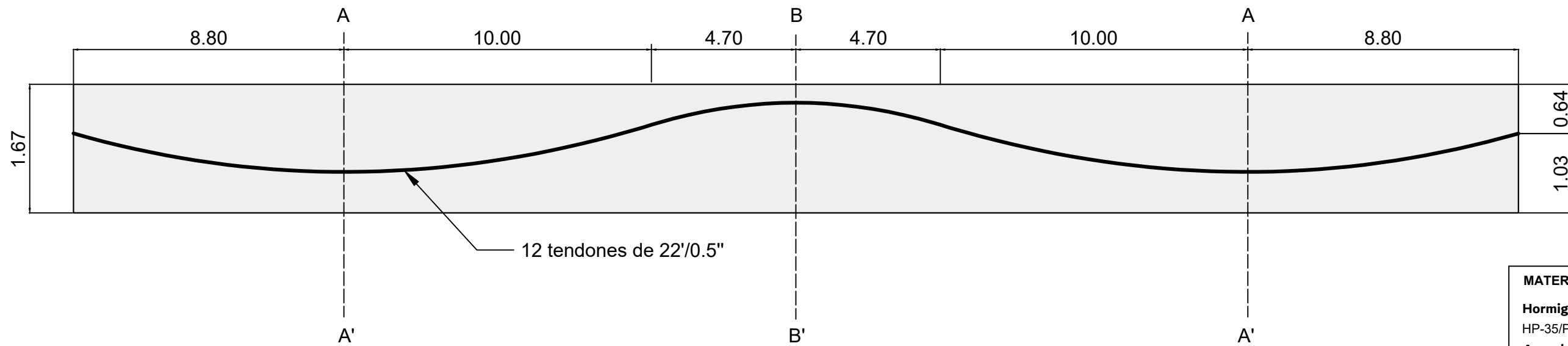
**SECCIÓN A-A'**



**SECCIÓN B-B'**



ESCALA: 1/50



ESCALA VERTICAL: 1/50  
 ESCALA HORIZONTAL: 1/150

MATERIALES
<b>Hormigón</b> HP-35/P/20/IIa
<b>Armadura activa</b> Y 1860 S7



**UNIVERSIDAD  
POLITECNICA  
DE VALENCIA**

**TITULACIÓN**

Máster Universitario en Ingeniería  
de Caminos, Canales y Puertos

**TRABAJO FINAL DE MÁSTER**

Análisis crítico del Método de la Imprinta para el cálculo de efectos dinámicos de trenes de alta velocidad en puentes de ferrocarril con dos modos de vibración predominantes: aplicación al proyecto de una estructura continua de dos vanos iguales.

**AUTORA**

Rocío Velázquez Mata

**FECHA**

Septiembre 2021

**DESIGNACIÓN DEL PLANO**

Secciones transversales y diseño del pretensado de un puente ferroviario continuo de dos vanos.

**PLANO**

1/1

## Anexo al Trabajo Fin de Grado/Máster

**Relación del TFG/TFM “Análisis crítico del Método de la Impronta para el cálculo de efectos dinámicos de trenes de alta velocidad en puentes de ferrocarril con dos modos de vibración predominantes: aplicación al proyecto de una estructura continua de dos vanos iguales” con los Objetivos de Desarrollo Sostenible de la Agenda 2030.**

Grado de relación del trabajo con los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS).

Objetivos de Desarrollo Sostenibles	Alto	Medio	Bajo	No Procede
ODS 1. <b>Fin de la pobreza.</b>				X
ODS 2. <b>Hambre cero.</b>				X
ODS 3. <b>Salud y bienestar.</b>				X
ODS 4. <b>Educación de calidad.</b>				X
ODS 5. <b>Igualdad de género.</b>				X
ODS 6. <b>Agua limpia y saneamiento.</b>				X
ODS 7. <b>Energía asequible y no contaminante.</b>				X
ODS 8. <b>Trabajo decente y crecimiento económico.</b>				X
ODS 9. <b>Industria, innovación e infraestructuras.</b>		X		
ODS 10. <b>Reducción de las desigualdades.</b>				X
ODS 11. <b>Ciudades y comunidades sostenibles.</b>				X
ODS 12. <b>Producción y consumo responsables.</b>				X
ODS 13. <b>Acción por el clima.</b>				X
ODS 14. <b>Vida submarina.</b>				X
ODS 15. <b>Vida de ecosistemas terrestres.</b>				X
ODS 16. <b>Paz, justicia e instituciones sólidas.</b>				X
ODS 17. <b>Alianzas para lograr objetivos.</b>				X

Descripción de la alineación del TFG/M con los ODS con un grado de relación más alto.

### **ODS 9. Industria, innovación e infraestructuras.**

Este Trabajo de Fin de Máster centra su enfoque en la validación de métodos de diseño óptimo para estructuras civiles de la relevancia de los puentes ferroviarios.

Siendo el medio de transporte colectivo más sostenible, la investigación en la respuesta dinámica de este tipo de estructuras, favoreciendo la interoperabilidad de las líneas ferroviarias, se traduce en un aprovechamiento más eficiente de los recursos y una mejora en la calidad de la circulación. Además, propicia la innovación en el diseño de nuevos vehículos, dando respuesta a las crecientes demandas de capacidad portante para trenes de alta velocidad.